

UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID

**FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS Y
EMPRESARIALES**

Departamento de Análisis Económico II



**FACTORES COMUNES EN LOS NIVELES Y LA
VOLATILIDAD DE LOS TIPOS CUPÓN CERO DE LA
DEUDA PÚBLICA EN ESPAÑA**

**MEMORIA PRESENTADA PARA OPTAR AL GRADO DE
DOCTOR POR**

Sonia Benito Muela

Bajo la dirección del Doctor:

Alfonso Novales Cinca

Madrid, 2001

ISBN: 84-669-2247-4

**FACTORES COMUNES EN LOS NIVELES Y LA
VOLATILIDAD DE LOS TIPOS CUPÓN CERO DE
LA DEUDA PÚBLICA EN ESPAÑA**

**Sonia Benito Muela
(Junio 2001)**

Director de la tesis

Dr. D. Alfonso Novales Cinca

**Departamento de Fundamentos de Análisis Económico II (Economía
Cuantitativa) de la Universidad Complutense de Madrid**

A mis padres
y hermanos

Capítulo 1. Introducción.....	1
Capítulo 2. Factores comunes en la Estructura Temporal de Tipos de Interés (ETTI) de la deuda publica en España.	
2.1 Introducción.....	08
2.2 Fuente y periodicidad de los datos empleados.....	15
2.3 Periodo muestral analizado.....	15
2.4 Análisis de datos.....	18
2.4.1 Análisis de valores extremos.....	18
2.4.2 Modelos univariantes.....	23
2.5 Relaciones entre componentes no estacionarios de los tipos.....	26
2.5.1 Modelos de corrección de error bivariantes.....	32
2.5.2 Modelos trivariantes de corrección de error.....	37
2.5.3 Naturaleza monetaria del componente no estacionario de los tipos a corto plazo.....	41
2.6 Relaciones entre componentes de corto plazo de los tipos.....	42
2.6.1 Relaciones entre las variaciones diarias de los tipos.....	43
2.6.2 Relaciones entre los componentes transitorios de los tipos a corto plazo.....	49
2.7 Contraste de la Hipótesis de Expectativas de la Estructura Temporal.....	52
2.8 Implicación de los resultados en el área de Economía Financiera.....	58
2.9 Conclusiones.....	63
Apéndice I. Método de Máxima Verosimilitud de Johansen.....	68
Capítulo 3. Volatilidad de los rendimientos cupón cero. Estudio de transmisión de volatilidades.	
3.1 Introducción.....	120
3.2 Datos.....	125
3.3 Propiedades estadísticas de los datos.....	128
3.3.1 Naturaleza estocástica de los tipos de interés.....	129

3.3.2	Momentos muestrales de la distribución de frecuencias.....	129
3.4	Regularidades empíricas del comportamiento en volatilidad de los tipos de interés.....	132
3.4.1	Dependencia lineal en varianza.....	135
3.4.2	Efecto Apalancamiento.....	137
3.5	Medidas de volatilidad. Revisión bibliográfica.....	141
3.5.1	Modelos de Heterocedasticidad Condicional Autorregresiva.....	141
3.6	Volatilidad de los Rendimientos Cupón Cero.....	145
3.6.1	Variación Temporal en Volatilidad.....	152
3.6.2	Credibilidad y Estabilidad.....	155
3.7	Estructura Temporal de Volatilidades.....	157
3.7.1	Instrumentación de la política monetaria en España: control de magnitudes monetarias versus control de tipos de interés.....	157
3.7.2	Transmisión de las innovaciones en volatilidad.....	161
3.7.3	Estudio de transmisión de volatilidades.....	166
3.8	Conclusiones.....	172
Capítulo 4. Un modelo de factores de la Estructura Temporal de Volatilidades (ETV).		
4.1	Introducción.....	232
4.2	¿Qué dice la literatura?.....	236
4.3	Correlaciones entre volatilidades.....	238
4.4	Reducción de la dimensión de la ETV.....	243
4.4.1	Componente principales de la ETV.....	243
4.4.2	Componentes principales y cambios en la ETV.....	248
4.4.3	Representación de los componentes principales de la ETV como función de los tipos de interés.....	254
4.5	Predicción de la volatilidad condicional.....	266
4.5.1	Previsión univariante de la volatilidad.....	268

Índice

4.5.2	Previsión de la volatilidad condicional a partir del modelo de factores.....	275
4.5.3	Previsiones de la volatilidad condicional. Modelos de factores versus modelos univariantes.....	279
4.6	Conclusiones.....	282
	Apéndice I. Técnicas de componentes principales.....	285
	Capítulo 5. Conclusiones y Extensiones.....	307

CAPÍTULO 1.

INTRODUCCIÓN

En esta tesis se tratan diversas cuestiones relacionadas con el mercado secundario de deuda pública.

En este mercado se negocian diariamente letras, bonos y obligaciones del Estado emitidos previamente por el Tesoro Público. Estos activos se caracterizan porque prometen una serie de pagos en fechas futuras conocidas en el momento de la emisión de estos activos. Por ser el estado el ente emisor, el riesgo de crédito o de insolvencia es prácticamente nulo.

Para la valoración de estos activos se asume que en todo momento t el precio que el mercado está dispuesto a pagar por un título de estas características es igual a la suma descontada de los flujos de renta pendientes de pago.

Así, por ejemplo, se asume que en t el precio que el mercado está dispuesto a pagar por un bono con un plazo residual de amortización de n años vendrá dado por la siguiente expresión:

$$p_t(n) = \frac{c * N}{(1 + r_t(1))} + \frac{c * N}{(1 + r_t(2))^2} + \frac{c * N}{(1 + r_t(3))^3} + \dots + \frac{(1 + c) * N}{(1 + r_t(n))^n}$$

donde:

- N : representa el valor nominal del título.
- c : representa el cupón que ofrece el bono.
- $r_t(k)$: representa el tipo de interés al contado correspondiente a un plazo k

Aquellos títulos que ofrecen un único pago, se les denomina bonos cupón cero, y al tipo de interés que iguala el valor descontado de la renta prometida por estos activos con su precio de contado, se conoce como tipo de interés cupón cero.

Formalmente, el tipo de interés cupón cero o tipo de contado a un plazo T se define como el tanto efectivo periódico que proporciona una operación financiera consistente en la compra hasta vencimiento de un título de renta fija, bien al descuento o cupón cero, libre de riesgo y amortizable dentro de T períodos.

Así, si un inversor adquiere en t_0 un título de deuda pública con un precio de amortización en $t=T$ de p_T , por un valor de p_{t_0} , entonces el tipo de interés cupón cero correspondiente al plazo m , ($m=T-t_0$) denotado por $r_{t_0}(m)$ vendrá dado por la expresión¹:

$$p_{t_0} = \frac{p_T}{(1 + r_{t_0}(m))^m} \Rightarrow r_{t_0}(m) = (p_T / p_{t_0})^{(1/m)} - 1$$

Los tipos de interés cupón cero o tipos al contado se definen en función de un plazo determinado. A la función que relaciona el plazo con los tipos de contado se le conoce como Estructura Temporal de Tipos de Interés (ETTI). A esta función nos referiremos en numerosas ocasiones a lo largo de la tesis.

Cualquier título de deuda pública puede entenderse como una cesta o cartera de bonos cupón cero. Es por ello que a los tipos de interés que se utilizan para descontar o actualizar los flujos de renta futuros que ofrecen este tipo de activos se les conoce como tipos de interés cupón cero.

En el mercado español de deuda pública los tipos de interés cupón cero raramente son observados pues son muy pocos los títulos de deuda que se emiten con un único pago. Es por ello que para conocerlos es necesario recurrir a

¹ El ejemplo se ha realizado para el caso en el que suponemos capitalización compuesta anual, y la diferencia entre T y t_0 son años enteros.

métodos de estimación [véase Nuñez(1997) y Gómez(1998) para una revisión detallada de los métodos de estimación desarrollados en la literatura].

Las principales cuestiones objeto de estudio en esta tesis doctoral tienen su principal motivación en el área de economía financiera.

Para la gestión de carteras de títulos de deuda pública: valoración de riesgos, desarrollo de estrategias de inmunización, estimación del rendimiento asociado al mantenimiento de este tipo de activos, etc, se han desarrollado distintas metodologías. En general, todas ellas parten del supuesto de que la información contenida en la Estructura Temporal de Tipos de Interés (ETTI) puede ser representada adecuadamente a partir de un número reducido de variables o factores. Respecto a esta cuestión, cabe señalar que son muy pocos los trabajos que para el mercado español de deuda pública ofrecen evidencia sobre esta hipótesis.

Con el objetivo de cubrir este tipo de carencias y poder ofrecer información a los inversores del mercado sobre estas cuestiones, hemos analizado en esta tesis cuántos factores comunes hay tanto en los niveles como en la volatilidad de los tipos de interés cupón cero de la deuda pública española. Ambas cuestiones han sido analizadas respectivamente en los capítulos 2 y 4 de la tesis.

Además del estudio de factores comunes, lo cual cubre una parte muy amplia del trabajo realizado en esta tesis, hemos analizado en el capítulo 3 la presencia de mecanismos de transmisión de volatilidades a lo largo de la curva de rendimientos de la deuda pública (o ETTI). Como argumentaremos posteriormente, el estudio de esta cuestión tiene su principal motivación en el área de economía monetaria.

A continuación, describimos brevemente los contenidos de los capítulos 2, 3 y 4 de la tesis, la motivación que hay detrás de los interrogantes planteados en cada uno de ellos y la metodología utilizada para dar respuesta a las preguntas planteadas.

En el **capítulo 2** se aborda el estudio de factores comunes en la Estructura Temporal de Tipos de Interés (ETTI). El objetivo del trabajo realizado en este capítulo, es determinar cuántas variables son necesarias para caracterizar la dinámica de desplazamiento de la ETTI. O lo que es lo mismo, determinar cuantas variables se necesitan para describir sin pérdida de información relevante el comportamiento dinámico de todo el espectro de tipos en la Estructura Temporal.

El estudio de este tipo de cuestiones resulta interesante tanto en el área de economía financiera como desde el punto de vista de política monetaria.

La efectividad en la implementación de la política monetaria en sus diversos objetivos, control de precios y estabilización de la actividad económica, depende del grado en que los movimientos en el tipo de intervención controlados por el Banco de España (ahora por el BCE) se trasladan a lo largo de la curva de rendimientos, es decir, desde los tipos a corto hasta el largo plazo. Partiendo de la hipótesis de que la Autoridad Monetaria Central controla indirectamente los tipos cotizados en los mercados monetarios, cuestión sobre la que hemos obtenido cierta evidencia en esta tesis, el estudio de factores comunes en la ETTI resulta interesante de cara a evaluar el efecto que las decisiones de política monetaria puedan tener sobre la rentabilidad exigida por los inversores a medio y largo plazo, que son en última instancia los que determinan las decisiones de consumo e inversión de los agentes económicos.

En el área de economía financiera, las cuestiones planteadas resultan de notable interés. No en vano la mayoría de las metodologías diseñadas para la gestión de carteras de títulos de deuda pública han sido desarrolladas bajo el supuesto de que existe una estrecha relación entre los tipos de interés a distintos vencimientos, de tal forma que es posible simplificar la dimensión de la Estructura Temporal en un número reducido de factores independientes. En este sentido, las cuestiones objeto de estudio en este trabajo son relevantes tanto para la estimación

del rendimiento y el riesgo asociado al mantenimiento de activos de deuda pública como para el desarrollo de estrategias de inmunización.

En este trabajo a diferencia de los planteados habitualmente en la literatura, partimos de la hipótesis de que probablemente el número de variables necesarias para caracterizar la dinámica de desplazamiento de la Estructura Temporal no es independiente del horizonte temporal sobre el cual se analiza dicha dinámica de desplazamiento. Por ello, el estudio de factores comunes se ha realizado tanto en contextos de corto como de largo plazo.

Para el estudio de factores comunes en contextos de largo plazo, hemos utilizado técnicas de cointegración. Por otra parte, para el estudio de factores comunes estacionarios hemos utilizado técnicas de componentes principales. El período muestral analizado en este capítulo se extiende desde el 1 de agosto de 1995 hasta el 31 de diciembre de 1997.

En el **capítulo 3** se analiza la presencia de mecanismos de transmisión de volatilidad a lo largo de la curva de rendimientos de la deuda pública (ETTI). Es decir, estamos interesados en determinar en qué medida la volatilidad de los tipos cupón cero a corto plazo, la cual depende en buena parte de la instrumentación de la política monetaria, se transmite a la volatilidad de los tipos cupón cero a medio y largo plazo, que son en última instancia los que determinan las decisiones de consumo e inversión de los agentes económicos. Evidencia positiva sobre esta hipótesis proporcionaría argumentos sólidos a favor del uso de medidas de política monetaria encaminadas a estabilizar los tipos a corto plazo.

Para estudiar la presencia de mecanismos de transmisión de volatilidades ha sido necesario definir previamente una medida de volatilidad de los rendimientos cupón cero del mercado secundario de deuda pública.

Con el objetivo de definir ciertos criterios sobre los cuales basar la elección de un modelo de volatilidad dentro de los modelos desarrollados en la literatura, hemos analizado previamente las regularidades empíricas del comportamiento en

volatilidad de los tipos de interés, cuyos resultados se presentan también en el capítulo 3 de la tesis.

La metodología utilizada para analizar la presencia de mecanismos de transmisión de volatilidades es la propuesta por Ayuso, Haldane y Restoy(1994), que consiste en introducir la volatilidad condicional de un tipo a corto plazo, como variable exógena, en los modelos de volatilidad condicional de los tipos de interés a medio y largo plazo. Dicho estudio se ha realizado en dos períodos muestrales diferentes. El primero de ellos se extiende desde el 1 de junio de 1993 hasta el 29 de septiembre de 1995 y el segundo desde el 2 de octubre de 1995 hasta el 31 de diciembre de 1997.

En el **capítulo 4** se aborda, en primer lugar, el estudio de factores comunes en la volatilidad de los rendimientos cupón cero de la deuda pública. En segundo lugar se construye un modelo de factores que nos permite estimar y prever el riesgo de la ETTI con un coste computacional muy reducido.

Ambas cuestiones resultan de especial interés en el área de economía financiera. Al respecto, basta decir que muchas de las metodologías desarrolladas para la gestión del riesgo de una cartera de activos, como por ejemplo, la metodología VaR (Value at Risk), precisan para su aplicación, obtener estimaciones de volatilidad de los rendimientos de los activos incluidos en la cartera, o alternativamente, si la cartera contiene títulos de deuda pública, se precisan en algunos casos, estimaciones de la volatilidad de los tipos de interés cupón cero a distintos vencimientos.

Tradicionalmente, la estimación del riesgo de un activo financiero, se ha realizado a partir de medidas sencillas, como por ejemplo la desviación típica muestral de los rendimientos de los activos. Aunque en el ámbito académico, en los últimos 15 años, se han desarrollado medidas más sofisticadas de la volatilidad de un activo financiero, que superan netamente a las medidas tradicionales, la

utilización práctica de las mismas por parte de los gestores financieros no es muy frecuente.

En general, el alto coste computacional que requiere la estimación de estas medidas, es una de las razones por las que no se ha extendido su uso en la operativa diaria de muchos inversores. En este sentido creemos que el modelo presentado en este capítulo, que permite estimar y prever el riesgo de la ETTI con un coste muy reducido podría ser de gran utilidad para la valoración de riesgos en carteras con título de deuda pública.

Como en el capítulo 3, el estudio de factores comunes en volatilidad se ha realizado en dos períodos muestrales distintos. El primero de ellos se extiende desde el 1 de junio de 1993 hasta el 29 de septiembre de 1995 y el segundo desde el 2 de octubre de 1995 hasta el 31 de diciembre de 1997. La metodología utilizada para este estudio es análisis de componentes principales.

Por último, en el **capítulo 5** se presentan las principales conclusiones de la tesis.

CAPITULO 2.

FACTORES COMUNES EN LA ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS (ETTI) DE LA DEUDA PUBLICA EN ESPAÑA.

2.1 Introducción

En este capítulo se analiza empíricamente la relación mantenida por los tipos de interés cupón cero del mercado secundario de deuda pública en España. El objetivo del trabajo realizado es determinar cual es el número mínimo de variables necesarias para caracterizar la dinámica de desplazamiento de la Estructura Temporal de Tipos de Interés tanto en contextos de corto como de largo plazo.

El estudio de factores comunes en la Estructura Temporal de Tipos de Interés es una cuestión de especial interés, tanto desde el punto de vista de la implementación de la política monetaria como en el área de economía financiera.

La efectividad en la implementación de la política monetaria en sus diversos objetivos, control de precios y estabilización de la actividad económica, depende del grado en que los movimientos en el tipo de intervención controlados por el Banco de España (ahora por el BCE) se trasladan a lo largo de la curva de rendimientos, es decir, desde los tipos a corto hasta el largo plazo. Partiendo de la hipótesis de que la Autoridad Monetaria Central controla indirectamente los tipos cotizados en los mercados monetarios, cuestión sobre la que hemos obtenido cierta evidencia en esta tesis, el estudio de factores comunes en la ETTI resulta interesante de cara a evaluar el efecto que las decisiones de política monetaria

puedan tener sobre la rentabilidad exigida por los inversores a medio y largo plazo, que son en última instancia los que determinan las decisiones de consumo e inversión de los agentes económicos.

En el área de economía financiera, las cuestiones planteadas resultan de notable interés. No en vano la mayoría de las metodologías diseñadas para la gestión de carteras de títulos de deuda pública han sido desarrolladas bajo el supuesto de que existe una estrecha relación entre los tipos de interés a distintos vencimientos, de tal forma que es posible simplificar la dimensión de la Estructura Temporal en un número reducido de factores independientes. En este sentido, las cuestiones objeto de estudio en este trabajo son relevantes tanto para la estimación del rendimiento y el riesgo asociado al mantenimiento de activos de deuda pública como para el desarrollo de estrategias de inmunización.

La literatura empírica dedicada al estudio de factores comunes en la Estructura Temporal es bastante extensa, pudiéndose dividir en dos grandes bloques. En un primer bloque se engloban aquellos trabajos que utilizan diversas técnicas estadísticas y econométricas para cuantificar directamente cuántas variables son necesarias para caracterizar la dinámica de la ETTI. En función de la metodología utilizada podemos dividir este primer bloque en dos subgrupos.

En el primero de ellos se engloban aquellos trabajos que utilizan técnicas de componentes principales para determinar cuántas variables son necesarias para explicar un porcentaje suficientemente elevado de las fluctuaciones en los rendimientos de los bonos a distintos vencimientos y/o las variaciones de los tipos cupón cero. En este grupo se encuadran los trabajos de Litterman y Scheinkman(1991), Barber y Cooper (1996), Driessen, Melemborg y Nijman (2000) y Alexander (2000) entre otros. Para el mercado de deuda español cabe destacar el trabajo de Navarro y Nave(1995). Los resultados obtenidos por estos autores son comunes a los presentados en la literatura, e indican que se necesitan al menos tres variables para explicar el 95% de la variabilidad total de las

variaciones semanales de los tipos de interés cupón cero de la deuda pública en España.

Un segundo grupo de trabajos lo constituyen aquellos que utilizan técnicas de cointegración para determinar el número de factores comunes no estacionarios presentes en la Estructura Temporal de Tipos de Interés en distintos mercados. Cabe señalar que la mayoría de estos trabajos se han realizado para el mercado de deuda americano. Stock y Watson (1988), Hall, Anderson y Granger (1992), Zhang (1993), Engsted y Tanggard (1994) y Martín y Treadway (1997) son algunos ejemplos de estos trabajos. En esta línea de investigación, aunque para otros mercados, se encuadran los trabajos presentados por Domínguez y Novales (2000) y Abad (2000). En general los resultados obtenidos en estos trabajos apuntan a que hay un único factor común no estacionario en los tipos de interés inferiores a 1 año (y esto es independiente del mercado que se analice) y tendencias adicionales en los tipos a medio y largo plazo.

Para el mercado español cabe destacar el trabajo pionero de Rico (1995). En este estudio su autora utiliza técnicas de cointegración para determinar el número de factores comunes no estacionarios presentes en la ETTI de la deuda pública. Sus resultados indican que hay cinco factores no estacionarios en la curva de rendimientos. Este resultado es un tanto sorprendente y difiere de forma significativa de los resultados habituales obtenidos para otros países.

Un segundo bloque de literatura, orientado a la gestión de carteras de títulos de deuda pública, se ha desarrollado recientemente a partir del trabajo pionero de Elton, Gruber y Michaely (EGM)(1990). Estos autores proponen un modelo de factores de la ETTI basado en el análisis de regresión. En este contexto diseñan una metodología para determinar que tipos de interés, explican de forma más adecuada el comportamiento de la Estructura Temporal. Sobre la base de dicha metodología estos autores comparan la capacidad predictiva de un modelo bifactorial sobre un modelo unifactorial para datos del mercado de deuda de

EEUU. Los resultados obtenidos indican que la capacidad para replicar el comportamiento de la ETTI es mayor en el modelo con dos factores que en el que consideran una única variable.

En éste área de trabajo se encuadran los estudios realizados por Contreras, Ferrer, Navarro, y Nave(1995), Contreras, Ferrer, Navarro, y Nave(1996) y Navarro y Nave(1997), todo ellos realizados para el mercado de deuda pública en España. La periodicidad de los datos empleados en estos trabajos es semanal. En estos trabajos se plantean diversos modelos de factores de la ETTI siguiendo la metodología propuesta por EGM. Además en Navarro y Nave (1997) se evalúa la capacidad predictiva de un modelo de dos factores frente a un modelo unifactorial. Sus resultados son similares a los cosechados por EGM para el mercado de deuda de Estados Unidos.

Moreno (1996) realiza un estudio empírico, donde compara el poder predictivo de un modelo bifactorial, para explicar la formación de precios en el mercado de deuda español, frente a un modelo unifactorial. La metodología utilizada en este trabajo consiste en suponer que el valor de los bonos cupón cero libres de riesgo es una función de un número reducido de variables de estado que siguen un proceso de difusión. Concretamente, Moreno supone que hay dos variables de estado, el tipo de interés instantáneo y el diferencial entre el tipo instantáneo y el tipo a largo plazo. Asumido un determinado proceso de difusión para las variables de estado, e imponiendo condiciones de no arbitraje, obtiene expresiones analíticas para los precios de los bonos cupón cero a distintos plazos de vencimiento. Estas expresiones quedan en función de un conjunto de parámetros susceptibles de ser estimados, lo que permite utilizarlas para anticipar el precio de los activos mencionados.

Utilizando datos diarios de precios de bonos cupón cero y aproximando el tipo instantáneo y el tipo a largo plazo por el tipo de interés a un día y diez años respectivamente, en el período muestral que se extiende desde el 2-enero-1991

hasta el 29-diciembre-1995, su autor evalúa, dentro y fuera de la muestra, la bondad de ajuste de un modelo bifactorial frente a un modelo unifactorial, donde utiliza el tipo de interés a un día como variable de estado. De forma general, el ajuste de los datos es más aproximado cuándo considera un modelo con dos variables, aunque la superioridad del modelo de dos factores es más fuerte en los bonos a más largo plazo.

Los trabajos realizados por Navarro y Nave (1997) y Moreno (1996) sugieren la necesidad de utilizar al menos un mínimo de dos variables para caracterizar la dinámica de la ETTI de la deuda pública en España.

En el área de inmunización de carteras, cabe destacar, para el mercado español el trabajo de Gómez y Novales (1997). En este trabajo, aunque no se estudia explícitamente la presencia de factores comunes en los niveles de los tipos de interés, los resultados obtenidos sugieren que hay tres factores no estacionarios comunes en la curva de rendimientos de la deuda pública española.

Frente a los estudios mencionados el realizado en este capítulo se diferencia fundamentalmente en la periodicidad de los datos empleados, que en la mayoría de ellos es mensual y/o semanal y en este trabajo es diaria.

En este trabajo, partiendo de la hipótesis de que posiblemente, el número mínimo de variables necesarias para caracterizar la dinámica de desplazamiento de la ETTI no sea independiente del horizonte temporal sobre el cual se analiza dicha dinámica de desplazamiento, hemos analizado el estudio de factores comunes tanto en contextos de corto como de largo plazo. Es decir, estamos interesados en determinar cual es el número mínimo de variables necesarias para explicar la dinámica de desplazamiento de la ETTI tanto en horizontes de corto como de largo plazo.

Previamente, como una primera aproximación al estudio de relaciones entre tipos a distintos vencimientos, hemos analizado la presencia de valores extremos comunes a los tipos de interés a distintos plazos de vencimiento. Dicho estudio

permite identificar si la ETTI en sus distintos tramos responde al mismo tipo de shocks, lo que podría sugerir la presencia de un componente aleatorio común a todos los plazos, o si por el contrario, se observan valores extremos comunes en los distintos tramos de la curva (diferentes entre tramos), lo que podría sugerir que los tipos de interés a distintos vencimientos están sometidos a perturbaciones de distinta naturaleza, en cuyo caso podría ser necesario utilizar más de un factor para representar la dinámica de la curva de rendimientos.

Para estudiar el número de variables necesarias para caracterizar la dinámica a largo plazo de la ETTI, hemos analizado cuántos factores comunes no estacionarios hay en la Estructura Temporal de Tipos de Interés, para lo cual hemos utilizado técnicas de cointegración.

Los resultados obtenidos en este primer análisis indican que hay un factor no estacionario común a los tipos a corto plazo, desde 1 día hasta 1 año, y dos factores no estacionarios comunes a los tipos de interés a corto, medio y largo plazo, desde 1 hasta 30 años.

Además teniendo en cuenta que en el tramo corto hemos encontrado un único factor común no estacionario hemos analizado si, como cabría esperar, la naturaleza de este componente es monetaria. Para contrastar tal hipótesis hemos analizado si el tipo de interés de la subasta de Cebes, instrumento de política monetaria utilizado por el Banco de España para gestionar la liquidez del mercado interbancario en el período muestral analizado, está cointegrado con los tipos cupón cero a corto plazo del mercado de deuda. La evidencia encontrada con respecto a esta cuestión es positiva.

Posteriormente hemos analizado cuántos factores comunes estacionarios hay tanto, en toda la ETTI, como en su tramo corto, desde 1 día hasta 1 año, para lo cual hemos utilizado técnicas de componentes principales. Para ambos estudios hemos utilizado distintas aproximaciones a lo que representa el componente transitorio de los tipos de interés.

En primer lugar para el estudio de factores estacionarios en toda la ETTI hemos utilizado como *proxy* del componente de corto plazo de los tipos sus variaciones diarias. Por otro lado, para el estudio de factores comunes estacionarios en el tramo corto de la ETTI, hemos calculado el componente transitorio de los tipos como la diferencia entre los niveles de los tipos de interés y el tipo de la subasta de Cebes, que suponemos representa su tendencia.

Los resultados obtenidos en este segundo análisis indican que hay tres factores comunes estacionarios en todo el espectro de tipos en la ETTI y dos factores en su tramo corto.

Por último, sobre la base de los resultados obtenidos en el análisis de cointegración presentado en la secciones 2.5.1 y 2.5.2, se contrastan, en la sección 2.7 algunas de las implicaciones de la teoría de expectativas, desarrollada por Fisher para explicar el proceso de formación de los tipos de interés. A partir de los resultados obtenidos se extraen algunas conclusiones acerca de la conveniencia de interpretar la información contenida en la ETTI a la luz de las hipótesis establecidas por dicha teoría. Además se presentan algunas reflexiones sobre el contexto temporal en el que se contrastan habitualmente las implicaciones de esta teoría .

El resto del capítulo está organizado como sigue. En las secciones 2.2 y 2.3 se describe la fuente y la periodicidad de los datos utilizados y se analiza brevemente el comportamiento de los tipos de interés cupón cero en el período muestral analizado. En la sección 2.4, se realiza desde el punto de vista estadístico una descripción detallada de los datos empleados. En la sección 2.5.1 y 2.5.2, se presentan los resultados obtenidos en el análisis de cointegración. En la sección 2.5.3 se contrasta si la naturaleza del componente no estacionario de los tipos cupón cero a corto plazo de la deuda pública es monetaria. Posteriormente en las secciones 2.6.1 y 2.6.2 se presentan los resultados obtenidos en el estudio de relaciones entre los componentes de corto plazo de los tipos de interés, y en la

sección 2.7 se contrastan algunas hipótesis de la Teoría de Expectativas de la Estructura Temporal. En la sección 2.8 se analizan las principales implicaciones de los resultados obtenidos en el área de economía financiera. Por último, en la sección 2.9 se presentan las principales conclusiones del trabajo.

2.2 Fuente y periodicidad de los datos empleados.

Para la realización de este trabajo se han empleado datos diarios de tipos de interés cupón cero a plazos de 1 día, 1 mes, 3, 6, y 9 meses, 1, 3, 5, 10 y 30 años. El método utilizado para estimar los datos de tipos de interés cupón cero es el propuesto por Nelson y Siegel(1987).

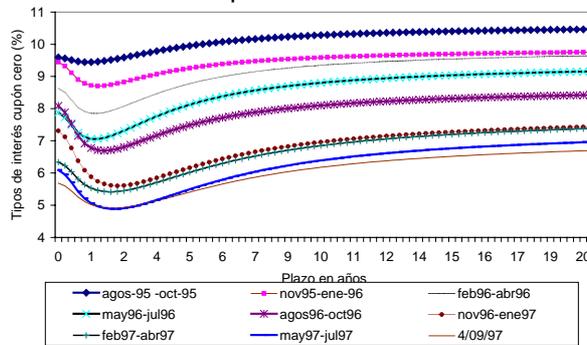
La estimación diaria de las curvas cupón cero se ha realizado a partir de los precios medios de cierre de compra y venta de las referencias más líquidas cotizadas en el mercado secundario de deuda pública. Los datos de precios han sido proporcionados por Analistas Financieros Internacionales.

Cabe señalar no obstante, que gran parte de la muestra empleada en este trabajo fue estimada por Inmaculada Gómez, quien utilizó parte de esta muestra en su tesis doctoral titulada “*Estructura Temporal de Tipos de Interés en el mercado español de deuda del Estado: caracterización, dinámica e implicaciones en nuevas herramientas para la gestión de carteras de renta fija*”.

2.3 Período muestral analizado.

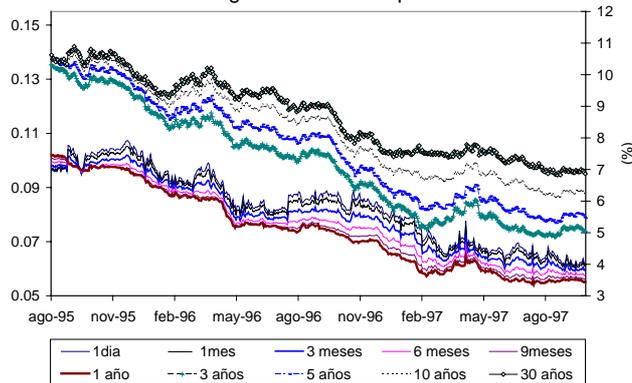
El período muestral analizado se extiende desde el 1 de agosto 1995 hasta el 4 de septiembre de 1997, lo que recoge una muestra de 519 datos. En este período el perfil de la Estructura Temporal (ver Gráfico 1) ha permanecido constante, estando caracterizado por presentar una pendiente decreciente en los plazos cortos, con presencia de un mínimo en torno a los plazos de 1 y 2 años y una posterior positivización de la pendiente para plazos superiores a 2 años.

Gráfico.1 Estructura Temporal de Tipos de Interés



En el Gráfico 2¹ se presenta la evolución temporal de los tipos de interés a plazos de 1 día, 1 mes, 3, 6 y 9 meses, 1, 3, 5, 10 y 30 años en el período muestral objeto de estudio. Como puede observarse, en este período los tipos de interés presentan una tendencia decreciente, no en vano la muestra analizada se solapa con el proceso de relajación monetaria iniciada por el Banco de España a mediados de 1995, y culminada posteriormente el 1 de enero de 1999, fecha de constitución de la Unión Monetaria.

Gráfico 2. Tipos de interés cupón cero
1/agos/95 hasta 4/sept./97



En este período la Autoridad Monetaria Central realizó recortes sucesivos en el tipo de intervención. A medida que tales recortes fueron materializándose la ETTI fue desplazándose hacia abajo produciéndose reducciones notorias en todos los vencimientos.

Tabla 1. Tipos de interés cupón cero
(medias trimestrales)

	1 día	1 mes	6 meses	1 año	3 años	5 años	10 años	30 años
Agos95-Oct-95	9,59	9,51	9,32	9,35	9,90	10,20	10,44	10,58
Nov95-Ene96	9,45	9,31	8,88	8,72	9,00	9,29	9,59	9,81
Feb96-Abr96	8,64	8,50	8,03	7,85	8,33	8,84	9,37	9,74
May96-Jul96	7,89	7,73	7,24	7,05	7,59	8,19	8,82	9,27
Agos96-Oct96	8,08	7,88	7,16	6,79	7,03	7,54	8,12	8,53
Nov96-Ene97	7,31	7,12	6,38	5,88	5,73	6,21	6,98	7,56
Feb97-Abr97	8,64	8,50	8,03	7,86	8,33	8,84	9,37	9,74
May97-Jul97	6,09	5,95	5,42	5,06	5,05	5,57	6,42	7,15
4-Sept-1997 *	5,69	5,60	5,25	5,02	5,04	5,46	6,20	6,86

* último día de la muestra.

En la tabla 1 se recogen los datos de tipos de interés cupón cero utilizados en el análisis a principios y al final del período analizado.

2.4 Análisis de datos.

En esta sección se analizan los datos de tipos de interés utilizados en este capítulo. En primer lugar, se analiza la posible presencia de valores extremos comunes a los plazos considerados y se identifica mediante el uso de información extramuestral si la presencia de tales valores responde a cambios en el tipo de intervención del Banco de España. En segundo lugar se describen los modelos univariantes estimados.

¹ En este gráfico los tipos de interés a plazos de 1,3, 5, 10 y 30 años están expresados en tanto por ciento, mientras que los tipos de interés a plazos más cortos: 1 día, 1 mes, 3, 6 y 9 meses están expresados en tanto por uno. El objetivo es facilitar la comprensión visual del gráfico.

2.4.1 Análisis de valores extremos.

En esta sección se realiza una primera aproximación al estudio de relaciones entre tipos de interés a distintos vencimientos, al analizar la posible presencia de valores extremos comunes a los tipos de interés en los plazos considerados en este trabajo.

En la tabla 1 presentada al final del capítulo, resumimos aquellos días en los que se han detectado valores extremos comunes entre los plazos considerados, entendiendo por valores extremos variaciones diarias de tipos de interés de una magnitud igual o superior a dos desviaciones típicas.

Con el objetivo de facilitar la lectura de la tabla 1 se exponen en el siguiente cuadro algunas estadísticas:

Cuadro 1. Valores extremos comunes a los tipos de interés

	1 día	6 meses	9 meses	3 años	10 años
1 d.	-	65%*	30%	9%	17%
1 m.	100%	68%	36%	9%	14%
3 m.	90%	85%	45%	25%	15%
6 m.	71%	-	58%	21%	17%
9 m.	52%	71%	-	33%	24%
1 a.	40%	44%	68%	36%	24%
3 a.	10%	24%	43%	-	67%
5 a.	9%	22%	35%	78%	74%
7 a.	13%	21%	25%	67%	83%
10 a.	5%	18%	18%	64%	-
15 a.	13%	26%	13%	48%	83%
30 a.	13%	22%	17%	39%	70%

Nota. * El 65% de los valores extremos presentes en el tipo a 1 día son comunes con los presentes en el tipo de interés a 6 meses.

Los porcentajes presentados ponen de manifiesto que:

- i) En primer lugar, los tipos a corto plazo, desde 1 día hasta 1 año aproximadamente, mantienen una estrecha relación, en la medida en que se observa que estos responden en numerosas ocasiones al mismo tipo de acontecimientos. Lo mismo se observa en los tipos a largo plazo, entre tres y treinta años.
- ii) En segundo lugar, no parece haber mucha comunidad de valores extremos entre los tipos a corto y largo plazo.
- iii) En tercer lugar, cabe observar una gran coincidencia de valores extremos entre los tipos más próximos en plazo. Así por ejemplo, en el tramo de la curva que se extiende desde 1 día hasta 6 meses, al menos el 71% de los valores extremos observados son comunes con los presentes en el tipo a 1 día. Dicho porcentaje decrece según nos alejamos en los plazos. Por otro lado, en el tramo de la curva

que se extiende desde 6 meses hasta 1 año, al menos el 58% de los valores extremos observados son comunes con los presentes en el tipo a 9 meses. Por último, en el tramo de la curva que se extiende desde el plazo de 3 a 30 años, al menos el 67% de los valores extremos observados son comunes con los presentes en el tipo a 10 años.

Similares resultados obtenemos cuando por valores extremos interpretamos valores iguales o superiores a tres y cuatro desviaciones típicas [ver tablas 2 y 3 al final del capítulo]. En los cuadros 2 y 3 presentamos algunas estadísticas que resumen la información contenida en las tablas referidas.

Cuadro 2. Valores extremos comunes a los tipos de interés

	1 día	6 meses	9 meses	3 años	10 años
1 d.	-	38%*	25%	25%	13%
1 m.	100%	40%	40%	20%	0%
3 m.	100%	40%	50%	25%	0%
6 m.	100%	-	67%	33%	0%
9 m.	33%	33%	-	33%	0%
1 a.	33%	0%	33%	33%	33%
3 a.	20%	40%	40%	-	40%
5 a.	67%	33%	33%	67%	67%
7 a.	33%	17%	17%	33%	83%
10 a.	20%	0%	0%	40%	-
15 a.	43%	0%	0%	29%	71%
30 a.	57%	0%	0%	29%	57%

Nota. * El 38% de los valores extremos presentes en el tipo a 1 día son comunes con los presentes en el tipo de interés a 6 meses. (se entiende por valores extremos iguales variaciones diarias de los tipos de una magnitud igual superior a 3 desviaciones típicas)

Cuadro 3. Valores extremos comunes a los tipos de interés

	1 día	6 meses	9 meses	3 años	10 años
1 d.	-	17%*	17%	33%	17%
1 m.	100%	40%	40%	20%	0%
3 m.	100%	50%	1%	33%	0%
6 m.	67%	-	67%	33%	0%
9 m.	33%	67%	-	33%	0%
1 a.	0%	33%	33%	33%	0%
3 a.	50%	25%	25%		50%
5 a.	33%	0%	33%	67%	67%
7 a.	33%	0%	0%	100%	100%
10 a.	50%	0%	0%	100%	
15 a.	67%	0%	0%	67%	67%
30 a.	100%	0%	0%	0%	0%

Nota. * El 17% de los valores extremos presentes en el tipo a 1 día son comunes con los presentes en el tipo de interés a 6 meses. (se entiende por valores extremos iguales variaciones diarias de los tipos de una magnitud igual superior a 3 desviaciones típicas)

De nuevo, los porcentajes presentados ponen de manifiesto la estrecha relación que en términos de rentabilidades notablemente altas, positivos o negativas, mantienen los tipos de interés a plazos entre 1 día y 6 meses por un lado, y entre 3 y 30 años por otro. Por otra parte, cabe observar también la escasa relación que en términos de rentabilidades altas, mantienen los tipos de interés a 9 meses y 1 año con los tipos de interés en el tramo más corto y largo de la curva.

El análisis realizado en esta sección, que pretende ser una primera aproximación al estudio de factores comunes, pone de manifiesto que al menos en términos de rentabilidades altas, positivas o negativas, existe una estrecha relación entre los tipos a 1 día y 6 meses por un lado, y entre tres y treinta años por otro. La escasa relación que los tipos de interés alrededor del año mantienen con el tramo más corto y largo de la curva, sugiere, junto a lo ya expuesto anteriormente,

que se necesitan al menos tres variables para caracterizar sin pérdida de información relevante la dinámica de desplazamiento de la Estructura Temporal de Tipos de Interés.

A continuación se analiza mediante el uso de información extramuestral la relación mantenida entre el tipo de intervención y los tipos cupón cero de la deuda pública.

En el período muestral analizado en este trabajo el Banco de España recortó el tipo de la subasta de Cebes² en 12 ocasiones, desde el 9,25% hasta el 5,25%. En la tabla 4, presentada al final del capítulo, presentamos la relación de fechas en las que se produjeron tales recortes.

En las tablas 1, 2 y 3 hemos marcado en negrita aquellos días en los que el Banco de España recortó el tipo de la subasta de Cebes, y con un asterisco aquellos días en los que en el entorno de 7 días de mercado la Autoridad Monetaria recortó el tipo de las subasta de Cebes. En dicha tabla puede observarse que en 11 de las 12 ocasiones en que el Banco de España relajó la política monetaria, los tipos cupón cero de la deuda pública, especialmente los tipos a corto plazo, experimentaron notorios descensos, bien en días previos a la intervención o bien en días inmediatamente posteriores. Ello parece poner de manifiesto que es la política monetaria la variable que está detrás del proceso de formación de los tipos de interés a corto plazo en el mercado español de deuda pública.

² Los CBE's fueron emitidos por el Banco de España en 1990 para absorber el exceso de liquidez generado con la reducción del coeficiente legal de caja. Estos certificados representaban la posesión de depósitos en el Banco de España, remunerados a un tipo fijo del 6%. La amortización de estos depósitos fue escalonada, desde 1993 hasta el año 2000.

2.4.2 Modelos univariantes.

En el apéndice II de este capítulo se representan los datos de tipos de interés en niveles y en primeras diferencias. En ellos puede observarse que las series de tipos de interés muestran un claro componente tendencial, propio de series no estacionarias. Las variaciones diarias de los tipos de interés fluctúan alrededor de una media constante, lo que sugiere que los datos empleados son integrados de orden uno, $I(1)$.³ Para contrastar formalmente el orden de integración de los datos utilizados se han realizado contrastes de raíz unitaria de Dickey y Fuller (1981). Los resultados del test se presentan en la tabla 5 al final del capítulo. Cuando se ha calculado el estadístico Dickey-Fuller aumentado para contrastar la hipótesis de que los tipos de interés son integrados de orden dos, frente a la hipótesis alternativa de que son integrados de orden uno, no se ha considerado conveniente introducir ni un término de tendencia ni una constante. Los resultados de estos contrastes indican, en todos los casos analizados, que a un 99% de confianza se encuentra evidencia en contra de la hipótesis nula.

Por otra parte, cuando se ha calculado el estadístico Dickey-Fuller para contrastar la hipótesis alternativa de que los tipos de interés son integrados de orden uno, frente a la hipótesis de que son estacionarios, se ha incluido un término constante. A un 90% de confianza, en ninguno de los casos analizados se obtiene evidencia en contra de la hipótesis de una raíz unitaria.

En los gráficos presentados se puede observar que en el horizonte temporal en que se extiende la muestra utilizada en este trabajo se han producido determinados acontecimientos que han alterado transitoria y/o permanentemente la dinámica de los datos, lo que se refleja muy claramente al analizar las variaciones diarias de los tipos de interés, que en días puntuales alcanzan una magnitud muy

³ Definición: se dice que una serie es integrada de orden d , $I(d)$, si al diferenciarla d veces es estacionaria.

superior a las dos desviaciones típicas recogidas en las bandas que aparecen en dichos gráficos.

Con el objetivo de mejorar la eficiencia en la estimación de los modelos econométricos que se describen en secciones posteriores, y de evaluar la sensibilidad de los resultados obtenidos frente a la presencia de tales valores, se ha realizado un análisis de intervención de los principales valores extremos cuya relación detallada aparece en la tabla 6(b). Las intervenciones realizadas son de tipo impulso y escalón, y representan por tanto efectos transitorios y permanentes. Los días en los que se ha realizado análisis de intervención son aquellos en los que las variaciones diarias han tomado mayor magnitud.

El análisis de intervención se ha realizado siguiendo la metodología de Box y Tiao (1975). Los modelos estimados son los siguientes:

$$r_{j,t} = \sum_{i=1}^k \varpi_i^j(B) \xi_t^{I/E} + N_t^j \quad (1.a)$$

$$\Phi(B) \nabla N_t^j = \mu_j + \varepsilon_t^j \quad (1.b)$$

para $j = 1$ día, 1 mes, 3, 6 y 9 meses, 1, 3, 5, 10 y 30 años; donde ξ_t^I y ξ_t^E representan respectivamente una variable ficticia tipo impulso y escalón; N_t^j representa el componente puramente estocástico de los tipos de interés; $\Phi(B)$ es un polinomio autorregresivo en el operador retardos; μ_j es un término constante y ε_t^j representa las innovaciones del tipo de interés a plazo j .

En la tabla 6(a) se presentan las estimaciones de las intervenciones realizadas para cada plazo, (modelo 1.a). Todas ellas son estadísticamente significativas, lo que indica que en el período muestral analizado se han producido cambios transitorios y cambios permanentes en los niveles de tipos de interés.

La estructura de correlación detectada en el componente estocástico de los tipos de interés, N_t^j para $j = 1$ día, 1 mes, ..., 30 años, ha sido adecuadamente

representada por procesos autorregresivos de orden no superior a cuatro retardos. No obstante, para los rendimientos a tres y seis meses no se ha observado una estructura de correlación clara susceptible de ser modelizada, por lo que en ambos casos se ha especificado un modelo de paseo aleatorio con constante.

En la tabla 6(c) se recogen las estimaciones de los modelos univariantes. Por lo general, las estimaciones paramétricas obtenidas en los modelos especificados, que incorporan 2, 3 y 4 retardos de las primeras diferencias de los tipos de interés, son estadísticamente significativas, lo que sugiere que las tasas de interés pasadas contienen información sobre la evolución futura de los rendimientos. En todos los plazos analizados, el término constante (μ) es negativo y significativo, lo que sugiere la presencia de un componente de tendencia determinista en los niveles de los tipos de interés cupón cero. Este resultado es razonable si tenemos en cuenta que el período muestral analizado coincide con el proceso de relajación monetaria llevado a cabo por el Banco de España y que como vimos en la sección 2.3, condujo a un continuado descenso en la curva de rentabilidades a lo largo de todo el período muestral.

El perfil de volatilidad que presenta las *innovaciones* de los modelos estimados, medido el concepto de volatilidad por la desviación típica incondicional, presentada en la tabla 6(c), es decreciente en los plazos cortos, con presencia de un mínimo en torno al plazo de un año y creciente para plazos superiores a 12 meses. En el capítulo 4 de la tesis doctoral se analizan de forma rigurosa las pautas de comportamiento en volatilidad de los tipos de interés cupón cero a distintos plazos de vencimientos. No obstante cabe señalar que los resultados cualitativos obtenidos en el análisis realizado acerca de la relación volatilidad-plazo a partir de medidas de volatilidad más sofisticadas, no difieren del presentado por las innovaciones de los modelos estimados en esta sección.

Por último, para garantizar que los modelos están bien especificados se ha contrastado la hipótesis nula de ausencia de correlación. Para ello se han calculado

los estadísticos Ljung-Box con 5 y 25 retardos (véase tabla 6(c)). En ninguno de los modelos especificados se ha encontrado evidencia en contra de la hipótesis nula a un 5% de significación.

2.5 Relaciones entre componentes no estacionarios de los tipos.

En esta sección estamos interesados en determinar cuántos factores comunes no estacionarios hay en la Estructura Temporal de Tipos de Interés de la deuda pública en España.

Para tal propósito hemos utilizado técnicas de cointegración. Este tipo de técnicas, permiten determinar el número de relaciones de cointegración presentes en un conjunto de k variables. El número de tendencias independientes es igual al número de variables menos el número de relaciones de cointegración.

Al respecto son muchos los trabajos presentados en la literatura, si bien la mayoría de ellos han sido realizados para el mercado de deuda de Estados Unidos. Entre otros cabe destacar los trabajos presentados por Engsted y Tanggard(1994), Hall Andersón y Granger(1992), Zhang(1993), Martín y Treadway(1997), Domínguez y Novales(2000) y Abad(2000).

Engsted y Tanggard(1994), estudiaron relaciones de cointegración mediante el método de máxima verosimilitud de Johansen entre pares y ternas de tipos de interés del mercado de deuda de Estados Unidos, a plazos entre 1 y 12 meses, 2, 5, y 10 años. La periodicidad de los datos empleados es mensual. El período muestral utilizado se extiende desde 1952 hasta 1987 coincidiendo con tres regímenes diferentes de política monetaria. Estos autores encontraron un único factor no estacionario común al conjunto de tipos de interés considerado.

Utilizando la misma metodología, Hall, Anderson y Granger (1992) estudiaron relaciones de cointegración para tipos de interés a plazos entre uno y doce meses con periodicidad mensual, en el período muestral que abarca desde enero de 1970 hasta diciembre de 1988. En línea con los resultados obtenidos por

Engsted y Tanggaard, estos autores encuentran un único factor no estacionario común al conjunto de tipos considerados.

Zhang(1993), amplía con respecto a los autores referenciados anteriormente, el conjunto de tipos de interés considerados en su análisis de cointegración. Este autor utiliza promedios mensuales de tipos de interés a plazos entre 1 y 12 meses, 2, 3, 4, 5, 10, 20 y 30 años. El período muestral utilizado se extiende desde febrero de 1964 hasta diciembre de 1986. En un primer análisis donde especifica un modelo de corrección de error vectorial con 19 variables y mediante el método de máxima verosimilitud de Johansen, encuentra tres relaciones de cointegración. Posteriormente, realizó el mismo estudio considerando esta vez tipos de interés a plazos entre 1 y 12 meses, encontrando un único factor común no estacionario.

Este trabajo fue repetido de nuevo considerando tipos de interés a más largo plazo, entre 2 y 30 años. Esta vez encontró dos factores comunes. Los resultados encontrados le llevaron a considerar que existe un único factor común a los tipos a corto plazo (desde uno a doce meses) y dos factores no estacionarios comunes a los tipos a largo plazo.

Martín y Tradway (1997) analizan relaciones de cointegración entre la tasa objetivo de fondos federales (instrumento de política monetaria de la Reserva Federal de EEUU) y un amplio conjunto de tipos de interés derivados tanto de la negociación de títulos de deuda pública, letras y bonos emitidos por el estado americano, como de activos emitidos por el sector privado. Como los trabajos arriba mencionados los datos empleados en este trabajo se han construido a partir de promedios mensuales. Sus resultados indican que hay un factor no estacionario común a los tipos a corto plazo, desde 1 día hasta 2 años, y dos factores no estacionarios comunes en los tipos a medio y largo plazo.

Más recientemente, en Abad(2000) se utilizan técnicas de cointegración para determinar cuántos factores comunes no estacionarios hay en la Estructura

Temporal de los Swaps en distintas divisas. Para este estudio su autora utiliza datos del mercado interbancario a 1, 3, 6 meses y 1 año, y datos de swaps a 3, 5, 6, 7, 8, 9 y 10 años. Como en la mayoría de los trabajos realizados en la literatura se encuentra un factor no estacionario común a los tipos a corto plazo, desde 1 mes hasta 1 año, y un mayor número de factores en los tipos a largo plazo.

En Domínguez y Novales(2000) se utilizan técnicas de cointegración para determinar cuántos factores comunes no estacionarios hay en la Estructura Temporal de Tipos Interés de los eurodepósitos en distintas divisas: el dólar americano, el yen, el marco alemán, el franco francés, el franco suizo, la libra, la peseta y la lira. Los datos empleados presentan periodicidad semanal (último día de la semana) y se corresponden con tipos a 1, 3, 6 meses y 1 año. En cuatro de las divisas analizadas encuentran un factor no estacionario común a los plazos considerados.

En general, los resultados obtenidos en la literatura con este tipo de técnicas, apuntan a que hay un factor no estacionario común en los tipos a corto plazo, desde 1 día hasta 1 año aproximadamente, y tendencias adicionales en los tipos de interés a plazos superiores a 1 año.

Para el mercado español de deuda pública, cabe destacar el trabajo pionero de Rico(1995). En este trabajo su autora utiliza técnicas de cointegración para determinar el número de factores comunes presentes en la Estructura Temporal. Como punto de partida para el análisis, aproxima la ETTI por curvas de rentabilidad-plazo construidas al ajustar una regresión mínimo cuadrática a las TIR de los títulos negociados en el mercado español. Para ello ha utilizado como regresores el tipo de cupón, el plazo y una variable ficticia que pretende recoger el sesgo de liquidez y fiscalidad de los bonos y obligaciones frente a las letras. El período muestral analizado se extiende desde enero de 1991 hasta noviembre de 1994. Los datos empleados presentan periodicidad mensual y se corresponden con los plazos a 3 y 6 meses, 3, 5 y 10 años. Los resultados obtenidos indican que hay

1 relación de cointegración y por lo tanto 5 factores comunes no estacionarios. Este resultado es un tanto sorprendente, y sugiere que el mercado de deuda española es un mercado segmentado.

Con respecto al trabajo de Rico(1995) el presentado en esta sección se diferencia en tres aspectos básicos:

- i) En primer lugar, en este trabajo el estudio de factores comunes se realiza sobre tipos de interés cupón cero, mientras que en Rico (1995) se aproxima la Estructura Temporal por curvas rentabilidad plazo construidas al ajustar una regresión mínimo cuadrática a las TIR de los títulos negociados en el mercado español.
- ii) En segundo lugar, ambos trabajos se diferencian tanto en la periodicidad como en el período muestral analizado. En Rico (1995) se utilizan datos de periodicidad mensual en el período muestral que se extiende desde enero de 1991 hasta noviembre de 1994. En este trabajo se utilizan datos de alta frecuencia desde el 1 de agosto de 1995 hasta el 4 de septiembre de 1997.

Como en los mayoría de los trabajos arriba mencionados, la metodología utilizada en esta sección para el análisis de cointegración es la diseñada por Johansen.

El método de Johansen comienza al expresar el proceso generador de datos de un vector de variables X_t definido en el espacio R^k como un vector autorregresivo en niveles sin restringir:

$$X_t = \mu + \Pi_1 X_{t-1} + \Pi_2 X_{t-2} + \Pi_3 X_{t-3} + \Lambda + \Pi_j X_{t-j} + \varepsilon_t \quad (2)$$

donde X_t es un vector ($k \times 1$) de variables I(1), Π_i $1 \leq i \leq j$ es una matriz de coeficientes ($k \times k$), μ es un vector de constantes ($k \times 1$) y ε_t es un vector ruido blanco ($k \times 1$), con una matriz de varianzas y covarianzas Σ , de orden $k \times k$ no necesariamente diagonal.

El modelo (1) puede ser representado en términos de un modelo de corrección de error vectorial:

$$\nabla X_t = \mu + \Phi_1 \nabla X_{t-1} + \Phi_2 \nabla X_{t-2} + \Phi_3 \nabla X_{t-3} + \Lambda + \Phi_{t-j+1} \nabla X_{t-j+1} + \Phi_j X_{t-j} + \varepsilon_t \quad (3)$$

donde: $\Phi_i = -I + \Pi_1 + \Pi_2 + \Lambda + \Pi_i$, $1 \leq i \leq j$

En la representación (3) Φ_i , $i = 1, \Lambda, j-1$, contienen los coeficientes que determinan la dinámica a corto plazo, I es la matriz identidad y Φ_j es la matriz que contiene los coeficientes de largo plazo.

El método de estimación propuesto por Johansen se desarrolla bajo el supuesto de que la matriz Φ_j puede ser factorizada como el producto de dos matrices, $\alpha\beta^T$. La matriz β contiene en columnas las combinaciones lineales de las variables en X_t que generan altas correlaciones con las variables $I(0)$ del sistema en (3). La matriz α contiene los coeficientes que determinan la velocidad de ajuste de las variables del sistema ante desviaciones de las relaciones de largo plazo estimadas en β .

Contrastar el número de relaciones de cointegración en un conjunto de k variables es equivalente a contrastar el rango de la matriz Φ_j . La intuición es la siguiente: si X_t es un vector de variables $I(1)$, los $j-1$ primeros sumandos a la derecha de la constante en el modelo (3) son $I(0)$, es decir, estacionarios. Supuesto que ε_t es un vector ruido blanco, y por tanto estacionario, el término j -ésimo debe ser estacionario, $\Phi_j X_{t-j} \sim I(0)$. Cuando las variables del vector X_t son $I(1)$, solo hay dos casos particulares en que esto ocurre.

Un primer caso es cuando no hay ninguna combinación lineal del vector X_t que sea estacionaria, entonces la matriz α debe ser nula y por consiguiente el rango de Φ_j será igual a cero.

Un segundo caso ocurre cuando hay r combinaciones lineales independientes de X_t que forman vectores estacionarios, entonces $(k-r)$ columnas en la matriz α deben ser nulas, consecuentemente, el rango de la matriz Φ_j será igual a r .

En este sentido, contrastar el número de relaciones de cointegración en el vector X_t , es equivalente a contrastar el rango de la matriz Φ_j . Si el rango es igual a cero entonces no hay ninguna relación de cointegración. Si el rango es igual a r , siendo $r < k$, entonces hay r relaciones de cointegración y $k-r$ tendencias comunes.

Stock y Watson (1988) demostraron que si hay r relaciones de cointegración en un conjunto de k variables, siendo $r < k$, entonces cada una de las variables del vector X_t puede expresarse como una combinación lineal de $(k-r)$ tendencias comunes o factores y un componente $I(0)$.

Johansen presenta un método de regresión de rango reducido para estimar por máxima verosimilitud las matrices α y β . Además, propone un test de razón de verosimilitudes para contrastar el rango de la matriz Φ_j o equivalentemente, el número de relaciones de cointegración. En el apéndice I al final del capítulo se expone detalladamente el método de estimación propuesto por Johansen y se presentan los estadísticos utilizados en las secciones 2.5.1 y 2.5.2 para contrastar el número de relaciones de cointegración en la Estructura Temporal de la Deuda Pública.

2.5.1 Modelos de corrección de error bivariantes.

En esta sección estudiamos la presencia de relaciones de cointegración entre distintos pares de tipos de interés solapados, distribuidos sucesivamente de forma más o menos homogénea a lo largo de la Estructura Temporal. Así, se han estimado modelos de corrección de error bivariantes para los pares de tipos de interés: (1 día, 1 mes), (1 mes, 3 meses), (3 meses, 6 meses), (6 meses, 9 meses)

(9 meses, 1 año), (1 año, 3 años), (3 años, 5 años), (5 años, 10 años) y (10 años, 30 años).

Con objeto de evaluar la sensibilidad de los resultados obtenidos frente a la presencia de ciertos valores extremos que por su magnitud son susceptibles de ser influyentes, el análisis de cointegración se ha realizado a partir de los datos de tipos de interés con y sin la presencia de ciertos componentes deterministas, cuyo efecto ha sido descontado mediante el uso de variables ficticias de tipo impulso y escalón, ya estimados en los modelos de intervención realizado en la sección 2.4.2.

La razón por la que se ha optado por estimar modelos de corrección de error bivariantes en vez de estimar un modelo de corrección de error vectorial, que habría permitido contrastar conjuntamente el número de relaciones de cointegración en la ETTI, es doble. En primer lugar, teniendo en cuenta los resultados obtenidos en el análisis de valores extremos, donde se observa una estrecha relación entre los tipos de interés a plazos más próximos entre sí, se ha considerado interesante analizar si para cada par de tipos de interés más próximos en plazo, se detecta una relación de cointegración. En este sentido el análisis bivalente es el marco idóneo para dicho estudio.

Una segunda razón es la de poder evaluar con un coste relativamente bajo la sensibilidad de los resultados obtenidos frente a cada una de las intervenciones realizadas.

La especificación de los modelos de corrección de error (MCE) se ha realizado atendiendo a las características observadas en el análisis univariante de los tipos de interés. De acuerdo con estas características, hemos especificado en todos los casos analizados un MCE con un término constante dentro y fuera del espacio de cointegración. En principio, consideramos oportuno incluir un término constante fuera del espacio de cointegración porque encontramos un componente de tendencia determinista en los niveles de tipos de interés. En la especificación de

los modelos en las variaciones diarias de los tipos de interés no se ha considerado razonable incluir tendencias deterministas⁴.

En la tabla 7 presentamos los estadísticos traza y de máximo autovalor para contrastar el número de relaciones de cointegración.

En todos los modelos estimados, con datos intervenidos y sin intervenir, ambos estadísticos indican que hay una relación de cointegración entre los pares de tipos de interés analizados en el tramo de la curva que se extiende desde 1 día hasta 9 meses. Teniendo en cuenta que los plazos analizados son consecutivos, estos resultados indican que en este tramo hay un único factor realmente autónomo.

Estos resultados son consistentes con los obtenidos por Stock y Watson(1988), Hall, Anderson y Granger(1992), Zhang(1993), Martín y Treadway(1997), Dominguez y Novales(2000) y Abad(2000). En estos trabajos se analizan relaciones de cointegración para distintos conjuntos de tipos de interés a corto plazo, desde 1 día hasta 12 meses. En todos ellos se detecta la presencia de un factor no estacionario común al conjunto de plazos analizados.

Por otro lado, los estadísticos traza y de máximo autovalor asociados a los modelos bivariantes estimados con pares de tipos de interés a medio y largo plazo, indican que no hay ninguna relación de cointegración, lo que sugiere la presencia de al menos dos factores no estacionarios en el tramo de la curva de rendimientos que se extiende desde el plazo de 1 año hasta 30 años, excepto en el par 10 y 30 años.

Los resultados de las estimaciones realizadas a partir de los datos de tipos de interés, incluyendo valores extremos, se presentan en las tablas 8(a) a 16(a), y los resultados de los modelos estimados a partir de los datos de tipos de interés intervenidos, son presentados en las tablas 8(b) a 16(b). Para la estimación de estos modelos se ha incluido en cada caso el número de retardos suficiente para

⁴ Para la estimación de estos modelos se ha utilizado el programa de análisis estadístico RATS.

garantizar ausencia de correlación en los residuos. No obstante, cabe señalar que los resultados de los contrastes de cointegración son cualitativamente independientes del número de retardos. En las tablas 17(a) y 17(b) se presentan los estadísticos Ljung-Box utilizados para contrastar la hipótesis de ausencia de autocorrelación en los residuos de cada una de las ecuaciones estimadas.

Los modelos estimados a partir de las series originales de tipos de interés, incluyendo valores extremos, presentan ciertos problemas de especificación. Los residuos no verifican uno de los supuestos teóricos de estos modelos. Concretamente, no se verifica el supuesto de Normalidad en la distribución de los residuos. El análisis descriptivo de las series de residuos, presentado en la tabla 18(a), refleja que los coeficientes de asimetría y apuntamiento son mayores a lo que cabría esperar en variables con distribución Normal. El grado de asimetría en la distribución de los residuos, tiende a disminuir a medida que aumenta el plazo, si bien puede observarse un aumento en dicho coeficiente en los residuos asociados a las ecuaciones de los tipos de interés a 6 y 9 meses.

Con respecto al coeficiente de apuntamiento, que mide el peso de las colas en la distribución, cabe señalar que es especialmente alto en los plazos cortos, sobre todo en los residuos asociados a los tipos de interés a 6, 9 meses y 1 año. Concretamente los coeficientes asociados a las innovaciones de los tipos de interés a 1 día, 3, 6, 9 meses y 30 años son: 9,36, 9,39, 13,43, 13,79, y 4,61. Probablemente debido al exceso de apuntamiento, más que a la presencia de asimetría, la hipótesis de normalidad es rechazada en todos los casos.

La especificación de los modelos mejora considerablemente cuando estos son estimados a partir de los datos de tipos de interés intervenidos, es decir, cuando se ha descontado en ellos la presencia de ciertos componentes deterministas.

En la tabla 18(b) se presentan algunos estadísticos descriptivos de los residuos. En ella puede observarse que los coeficientes de asimetría y

apuntamiento han disminuido significativamente, si bien todavía se mantienen relativamente altos en los residuos asociados a las ecuaciones de los tipos de interés a 6, 9 meses y 1 año⁵. En estos vencimientos se rechaza la hipótesis de normalidad incluso con los datos intervenidos.

En los modelos estimados con los pares de tipos de interés a más corto plazo, los coeficientes asociados al factor de corrección de error, denotados por α_i , $i=1, 2$, son ambos negativos y significativos. Estos coeficientes representan las tasas a las que las variables del sistema corrigen en cada período las desviaciones con respecto a la relación de equilibrio a largo plazo. Cuanto mayor sea α_i mayor será la velocidad de convergencia de la variable i -ésima y menor el número de períodos que transcurren hasta alcanzar el equilibrio.

El hecho de que ambos coeficientes presenten el mismo signo resulta algo extraño, no siendo común en la estimación de este tipo de modelos. No obstante, teniendo en cuenta que uno de los coeficientes, generalmente el asociado a la primera ecuación es superior al asociado a la segunda ecuación, garantiza que en presencia de una perturbación los tipos de interés se ajustarán hasta alcanzar el equilibrio.

Como cabría esperar, dados los resultados obtenidos en los contrastes de cointegración, los coeficientes asociados al factor de corrección de error en los modelos estimados para tipos de interés a plazos superiores a 6 y 9 meses no son significativos. Por el contrario, en el tramo corto, donde se ha detectado la presencia de un factor común no estacionario, los coeficientes asociados al factor de corrección de error son estadísticamente distintos de cero.

⁵ El elevado apuntamiento que presentan los residuos en los modelos estimados con estos datos se debe a que pese a que se ha realizado un primer análisis de intervención de los principales valores extremos todavía se han dejado sin intervenir algunos valores que están inflando el peso de las colas en la distribución.

Cabe señalar que la capacidad de ajuste de los tipos de interés en el tramo corto de la curva, frente a desequilibrios en la relación de largo plazo detectada en los contrastes de cointegración, es relativamente alta en los plazos más cortos mostrando una tendencia a disminuir a medida que aumenta el plazo.

Así por ejemplo, los tipos de interés a 1 día, 1 mes y 3 meses convergen a tasas del 43%, 35% y 13% respectivamente en cada uno de los modelos, lo que significa que en presencia de una perturbación, el 90% del ajuste hacia la senda de equilibrio es completado después de 5, 6 y 10 días respectivamente. Para los tipos de interés a 6 y 9 meses, las tasas de convergencia son del 6% y 3% respectivamente, lo que significa que en presencia de una perturbación, el 90% del ajuste sólo estará completado después de 37 y 75 días respectivamente.

La escasa capacidad que presentan los tipos de interés a plazos de 6, 9 meses y 1 año para corregir en el corto plazo los desequilibrios frente a la relación de largo plazo, sugiere que en contextos de corto y medio plazo podría ser necesario utilizar más de una variable para resumir la información contenida en la en el tramo corto de la ETTI.

Algunas conclusiones interesantes surgen del trabajo realizado en esta sección.

- i) En primer lugar, se ha comprobado que, en general, una vez descontada la presencia de ciertos valores extremos en los niveles de tipos de interés, los residuos de los modelos de corrección de error verifican la hipótesis de normalidad de su distribución. Este resultado es interesante en dos sentidos. Por un lado, este resultado garantiza la validez estadística de los contrastes realizados sobre la base de los modelos estimados con las series intervenidas, y por otro, pone de manifiesto que la hipótesis de normalidad es factible en la modelización del comportamiento del componente no predecible de los tipos de interés.
- ii) En segundo lugar, los resultados obtenidos en el análisis de cointegración ponen de manifiesto la presencia de un factor no estacionario común a los tipos de interés

a corto plazo, desde 1 día hasta aproximadamente 1 año, y un mínimo de dos factores comunes no estacionarios en el tramo medio y largo de la ETTI, desde el plazo de 1 hasta 30 años.

iii) En tercer lugar, la escasa capacidad que presentan los tipos de interés a plazos de 6, 9 meses y 1 año para corregir en el corto plazo los desequilibrios frente a la relación de largo plazo, sugiere que en contextos de corto y medio plazo, podría ser necesario utilizar más de una variable para representar el comportamiento dinámico de los tipos de interés desde el plazo de 1 día hasta 12 meses.

2.5.2 Modelos trivariantes de corrección de error

Los resultados obtenidos en la sección anterior indican que en el tramo de la curva de tipos que se extiende desde 1 año hasta 30 años, hay al menos dos factores comunes no estacionarios. Determinar de forma más precisa cuántas tendencias independientes hay en ambos tramos es el objetivo del trabajo realizado en esta sección.

Para tal propósito, hemos estimado tres modelos de corrección de error trivariantes incluyendo los tipos de interés a plazos de 3, 10 y 30 años el primero de ellos, 5, 10 y 30 años el segundo, y los tipos a plazos de 1, 3 y 10 años el tercero.

Como en la sección previa, los modelos han sido estimados a partir de los datos de tipos de interés con y sin la presencia de valores extremos. Los resultados de los modelos estimados con los tipos de interés incluyendo valores extremos son presentados en las tablas 19(a) a 21(a), y los obtenidos a partir de los datos de tipos de interés intervenidos se recogen en las tablas 19(b) a 21(b). El número de retardos incluidos en los modelos estimados es el suficiente para garantizar ausencia de autocorrelación en los residuos. En las tablas 22(a) y 22(b) se presentan los estadísticos Ljung-Box utilizados para contrastar dicha hipótesis.

Como en la sección anterior los modelos trivariantes estimados a partir de los datos de tipos de interés incluyendo valores extremos presentan ciertos problemas de especificación, véase tabla 23(a). El análisis descriptivo de los residuos refleja que los coeficientes de asimetría y apuntamiento son superiores a los que cabría esperar en variables con distribución Normal. Como consecuencia, la hipótesis de normalidad es rechazada en todos los casos.

No obstante, la especificación de estos modelos mejora considerablemente cuando estos son estimados a partir del componente estocástico de los tipos de interés, es decir cuando se ha descontado de ellos el efecto de ciertos componentes deterministas. En estos modelos el grado de asimetría de la distribución de los residuos y el peso de las colas en la distribución es muy semejante al que presenta una distribución Normal. En ninguno de los modelos estimados es posible rechazar a un 95% de confianza la hipótesis de Normalidad, veasé tabla 23(b).

Si bien las estimaciones obtenidas son más eficientes en los modelos estimados con datos de tipos de interés intervenidos no se observa sin embargo que estos modelos presenten una mayor significación estadística que los modelos estimados con los datos incluyendo valores extremos.

En la tabla 24 presentamos los estadísticos traza y de máximo autovalor estimados para contrastar el número de relaciones de cointegración. Dichos estadísticos indican que en cada uno de los modelos hay una relación de cointegración, por tanto, que para cada trío de tipos considerados hay dos tendencias comunes.

Los resultados obtenidos en el análisis de cointegración indican que el comportamiento de los tipos de interés a 3, 10 y 30 años, puede expresarse como una combinación lineal de dos factores no estacionarios y un factor estacionario. De la misma forma los resultados obtenidos indican que el comportamiento de los tipos de interés a 5, 10 y 30 años puede expresarse como una combinación lineal

de un factor estacionario y dos factores no estacionarios. Lo mismo ocurre con los tipos a 1, 3 y 10 años.

De estos resultados se deduce que en el conjunto de tipos de interés a plazos de 1, 3, 5, 10 y 30 años hay tres relaciones de cointegración y por tanto dos tendencias comunes. Ello significa que, el número mínimo de variables necesarias para explicar la dinámica de desplazamiento a largo plazo de la ETTI en tramo su medio y largo es igual a dos.

Si los tipos a plazos de 1, 3, 5, 10 y 30 años, pueden expresarse como una combinación lineal de dos factores no estacionarios y un factor estacionario, y teniendo en cuenta que los tipos a plazos entre 1 día y 12 meses presentan una tendencia común, entonces, el sistema formado por los tipos de interés a plazos de 1 día, 1 mes, 3, 6, y 9 meses, 1, 3, 5, 10 y 30 años, puede expresarse como una combinación lineal de dos factores comunes no estacionarios y un factor estacionario. Ello significa que una de las tendencias que guían el comportamiento de los tipos de interés a medio y largo plazo puede ser identificada con la tendencia que guía el comportamiento de los tipos a corto plazo.

Con el objetivo de ofrecer evidencia adicional sobre esta cuestión, hemos estimado adicionalmente dos modelos de corrección de error trivariantes incluyendo como variables endógenas dos tipos de interés a medio y largo plazo y el tipo a 1 día como representativo de un tipo a corto plazo.

Los plazos utilizados para la estimación de estos modelos son: 1 día, 3 y 30 años el primero de ellos, y los tipos a 1 día, 10 y 30 años el segundo.

Si la tendencia del tipo de interés a 1 día es independiente de las tendencias que guían los tipos a largo plazo, entonces en el sistema formado por los tipos a 1 día, 3 y 30 años debe haber cero relaciones de cointegración y tres tendencias independientes. Sin embargo, si una de las tendencias que guían los tipos a largo plazo es común con la tendencia de los tipos a corto, entonces en el sistema

formado por los tipos a 1 día, 3 y 30 años debe haber una relación de cointegración.

Los estadísticos traza y de máximo autovalor, presentados en la tabla 24 indican que en ambos modelos hay una relación de cointegración, lo que implica por tanto que hay dos factores no estacionarios comunes a los plazos considerados.

Con relación a las estimaciones obtenidas presentadas en las tablas 25(a), 25(b), 26(a) y 26(b), cabe destacar además, que en estos modelos el coeficiente asociado al factor de corrección de error en la ecuación del tipo de interés a 1 día es significativo, mientras que los coeficientes asociados a las ecuaciones de los tipos de interés a 3, 10 y 30 años no lo son. Este resultado sugiere que es el tipo de interés a más corto plazo el que se ajusta para mantener el equilibrio.

Para concluir se exponen a continuación los resultados más interesantes obtenidos en el estudio de cointegración.

i) En primer lugar, se ha detectado un factor no estacionario común en el tramo corto de la curva de rendimientos. Esto significa que a largo plazo hay una única variable relevante en este segmento.

i) En segundo lugar se ha detectado la presencia de dos factores no estacionarios comunes a los tipos de interés a corto, medio y largo plazo. Además se ha comprobado que uno de estos factores puede ser identificado con los tipos a corto plazo. La evidencia encontrada al respecto indica que los tipos a corto plazo influyen sobre la rentabilidad exigida por los inversores a largo plazo, si bien estos no son el único determinante.

Los resultados obtenidos mediante técnicas de cointegración indican que se necesita un mínimo de dos variables para caracterizar la dinámica de desplazamiento a largo plazo de todo el espectro de tipos en la Estructura Temporal, y sólo una variable para caracterizar su dinámica a largo plazo en el tramo corto.

2.5.3 Naturaleza monetaria del componente no estacionario de los tipos a corto plazo.

En esta sección estamos interesados en determinar la naturaleza del componente no estacionario que guía el comportamiento a largo plazo de los tipos cupón cero a plazos desde 1 día hasta 1 año.

Más concretamente, estamos interesados en contrastar si la naturaleza de este componente es de carácter monetario. Al respecto, el análisis presentado en la sección 2.4.1 ofrece evidencia favorable en relación a esta hipótesis, ya que se comprobó que en 11 de las 12 ocasiones en las que, a lo largo del período muestral analizado en este trabajo, el Banco de España redujo el tipo de la subasta de Cebes, los tipos cupón cero a corto plazo reaccionaron a la baja, produciéndose notorios descensos o bien en los días previos a la intervención o bien en los días inmediatamente posteriores.

También el análisis descriptivo sobre la evolución de los tipos cupón cero presentado en la sección 2.3, sugiere que detrás de los continuados descensos que experimentó la ETTI en el período analizado en este trabajo, está la política monetaria. Concretamente en dicho período el Banco de España recortó el tipo de la subasta de Cebes en 400 puntos básicos desde el 9,25% hasta el 5,25%, una cuantía similar a los descensos producidos en el tramo corto de la curva de tipos en dicho período.

Para ver la similitud de la tendencia mostrada por los tipos cupón cero de la deuda pública y el tipo de la subasta de Cebes hemos realizado algunos gráficos que presentamos en el apéndice III. Como cabría esperar la tendencia mostrada por el tipo de la subasta de cebes y los tipos cupón cero de la deuda pública es muy similar.

Para comprobar que el componente no estacionario de los tipos a corto plazo puede ser identificado con la política monetaria hemos estimado diversos modelos de corrección de error bivariantes entre el tipo de la subasta de cebes y

los tipos cupón cero a plazos de 1 día, 1 mes, 3, 6 y 9 meses y 1 año. En la tabla 27 presentamos los estadísticos traza y de máximo autovalor para contrastar el número de relaciones de cointegración presentes en los seis pares de tipos de interés analizados.

En todos los modelos estimados, los estadísticos traza y de máximo autovalor indican que hay una relación de cointegración, y además que el vector de cointegración es (1, -1). Estos resultados son interesantes por cuanto que ponen de manifiesto que los tipos de interés en el mercado de deuda pública entre 1 día y 12 meses viene determinada por la política monetaria.

Los resultados encontrados para el mercado español son similares a los encontrados por Martín y Treadway(1997) para el mercado de deuda de Estados Unidos.

2.6 Relaciones entre componentes de corto plazo de los tipos.

El objetivo del trabajo realizado en las secciones 2.5.1. y 2.5.2 era cuantificar cuál es el número mínimo de variables necesarias para caracterizar sin pérdida de información relevante la dinámica de desplazamiento a largo plazo de la ETTI. Para tal propósito utilizamos técnicas de cointegración que nos permiten determinar cuántos factores no estacionarios comunes hay en la ETTI.

En esta sección estamos interesados en determinar el número mínimo de variables necesarias para caracterizar la dinámica de desplazamiento a corto y medio plazo de todo el espectro de tipos en la ETTI y en su tramo corto.

Para dicho estudio hemos aplicado técnicas de componentes principales sobre el componente transitorio o de corto plazo de los tipos de interés.

Para el estudio de factores comunes estacionarios en todo el espectro de tipos en la ETTI y en su tramo corto hemos utilizado distintas aproximaciones del componente transitorio o de corto plazo de los tipos.

En primer lugar, para el estudio de factores comunes estacionarios en toda la ETTI hemos aproximado su componente de corto plazo por las variaciones diarias de los tipos de interés. En segundo lugar, para el estudio de factores estacionarios en el tramo corto de la curva hemos calculado el componente transitorio de los tipos a corto plazo como la diferencia entre los niveles de los tipos y el tipo de la subasta de Cebes, que supuestamente representa la tendencia de los tipos a corto plazo⁶.

2.6.1 Relaciones entre las variaciones diarias de los tipos

En este apartado aproximamos el componente transitorio de los tipos de interés por sus variaciones diarias, y utilizamos componentes principales para determinar cuántas variables son necesarias para explicar un porcentaje suficientemente elevado de las fluctuaciones diarias de la ETTI.

Para este estudio hemos utilizado variaciones diarias de los tipos de interés a plazos de 1 día, 1 mes, 3, 6 y 9 meses, 1, 3, 5, 10 y 30 años.

⁶ Si los tipos a corto plazo están cointegrados con el tipo de la subasta de Cebes, y además, el vector de cointegración es (1, -1), entonces los diferenciales son estacionarios, y pueden por tanto representar el componente transitorio de los tipos.

En la tabla 2 presentamos algunas correlaciones contemporáneas entre las variaciones diarias de los tipos considerados.

Tabla 2. Correlaciones contemporáneas.

	1 día	1 mes	3 meses	6 meses	9 meses	1 año	3 años	5 años	10 años	30 años
1 día	1,00									
1 mes	1,00	1,00								
3 meses	0,97	0,98	1,00							
6 meses	0,79	0,83	0,92	1,00						
9 meses	0,42	0,48	0,63	0,88	1,00					
1 año	0,08	0,14	0,31	0,64	0,93	1,00				
3 años	-0,12	-0,10	-0,01	0,23	0,54	0,75	1,00			
5 años	-0,01	0,01	0,07	0,26	0,50	0,66	0,97	1,00		
10 años	-0,04	-0,02	0,04	0,22	0,44	0,59	0,87	0,94	1,00	
30 años	-0,09	-0,07	-0,02	0,13	0,32	0,46	0,68	0,76	0,92	1,00

Los coeficientes calculados sugieren la presencia de una cierta relación entre los tipos de interés a todos los plazos considerados, si bien dicha relación se vuelve más intensa en torno a los plazos más próximos entre sí, lo que es consistente con la idea de movimientos conjuntos en distintos tramos de la ETTI.

Concretamente puede observarse una alta relación de dependencia lineal en tres tramos diferenciados de la curva de tipos. Un primer tramo que se extiende desde el plazo de 1 día hasta 6 meses, donde las correlaciones estimadas se mueven en un rango de 0,79 y 1,00, un segundo tramo que abarcaría desde el plazo de 6 meses hasta 1 año, donde las correlaciones estimadas oscilan entre 0,64 y 0,93, y un tercer tramo en el intervalo desde 3 años hasta 30 años, donde las correlaciones estimadas se mueven entre 0,68 y 0,97.

El análisis de componentes principales tiene como objetivo, dadas n observaciones de k variables, analizar si es posible representar adecuadamente esta información con un número menor de variables que sean combinaciones lineales de las originales. Una descripción detallada de esta metodología se presenta en el apéndice I del capítulo 4.

Como se muestra en dicho apéndice, el análisis de componentes principales permite representar la información contenida en una matriz de orden $n \times k$ como una combinación lineal de k variables incorrelacionadas que se denominan *componentes principales* de los datos. Este tipo de técnicas, permite además determinar que proporción de la varianza total de la matriz cuya información se quiere resumir, puede ser explicada por cada componente.

La varianza del primer componente principal es el máximo autovalor asociado a la matriz de varianzas y covarianzas muestral de los datos. La varianza del segundo componente principal es el segundo autovalor de mayor tamaño de la matriz de varianzas y covarianzas muestral de los datos. La varianza del tercer componente principal es el tercer autovalor de mayor tamaño de la matriz de varianzas y covarianzas muestral de los datos, y así sucesivamente.

De ello se deriva que la proporción de varianza total explicada por el componente principal i -ésimo viene dada por:

$$p_i = \frac{\lambda_i}{\sum_{j=1}^k \lambda_j}$$

donde λ_i es el autovalor i -ésimo de la matriz de varianzas y covarianzas de los datos, y $\sum_{j=1}^k \lambda_j$ es la varianza total de la matriz de datos.

En este trabajo, la matriz cuya información se quiere resumir contiene como columnas las variaciones diarias de los tipos de interés a plazos de 1 día, 1 mes, 3, 6 y 9 meses, 1, 3, 5, 10 y 30 años.

En la tabla 3 se presentan los autovalores asociados a la matriz de varianzas y covarianzas muestral de las variaciones diarias de tipos de interés⁷.

Tabla 3. Análisis de componentes principales
Variaciones diarias de los tipos de interés

Autovalores	Varianza explicada	R ² acumulado (%)
5,10	50,96	50,96
3,65	36,54	87,49
0,89	8,95	96,44
0,32	3,23	99,67
0,03	0,31	99,98
0,00	0,02	100,00
0,00	0,00	100,00
0,00	0,00	100,00
0,00	0,00	100,00
0,00	0,00	100,00
0,00	0,00	100,00

Los dos primeros componentes principales de los datos explican conjuntamente el 87,49% de la variabilidad de las variaciones diarias de la ETTI en los plazos considerados, y los tres primeros componentes explican algo más del 95% de la variabilidad total.

Estos resultados son muy similares a los obtenidos en otros mercados de renta fija por Alexander(2000), Driessen, Melenberg y Nijman(2000), Litterman y Scheinkman(1991) y Navarro y Nave(1995) para el mercado de deuda español.

Cabe señalar sin embargo, que el porcentaje de varianza explicada por el primer componente principal, es muy pequeño en relación a los obtenidos en los trabajos mencionados. Por el contrario, la proporción de varianza explicada por el segundo componente es bastante mayor de lo habitual.

⁷ El estudio se ha realizado sobre los datos estandarizados.

Así, por ejemplo, en Driessen, Melenberg y Nijman(2000), donde se aplican técnicas de componentes principales sobre las variaciones semanales de un amplio conjunto de bonos a vencimientos entre 1-3 años, 3-5 años, 5-7 años, 7-10 años y más de 10 años para distintos países, el primer y el segundo componente principal explican respectivamente el 96,90% y 2,68% en los bonos americanos; el 84,91% y 20,73% en los bonos alemanes y el 89,64% y 7,22% en los bonos japoneses.

En Navarro y Nave(1995), donde se aplican técnicas de componentes principales sobre las variaciones semanales de 28 tipos cupón cero de la deuda pública en España, en el período que se extiende desde enero de 1993 hasta julio de 1995, el primer y el segundo componente principal explican respectivamente el 72% y 20,9%. Entre otras, el hecho de que en este trabajo la periodicidad de los datos empleados sea diaria y no semanal podrían explicar las diferencias encontradas. A este respecto, es interesante señalar la mayor similitud que presentan nuestros resultados con los obtenidos por Alexander(2000), donde se analizan componentes principales sobre las variaciones diarias de 11 tipos cupón cero de deuda inglesa a 1 mes, 2, 3, 6 y 12 meses, 3, 4, 5, 7, y 10 años. En este trabajo el primer componente explica el 53% de la variabilidad total, mientras que el segundo explica un 19% y el tercero un 8,1%.

A continuación, con el objetivo de establecer algún tipo de paralelismo entre los resultados obtenidos en este trabajo y los obtenidos en la literatura hemos analizado el tipo de cambio que los tres primeros componentes principales imprimen sobre la Estructura Temporal de Tipos de Interés.

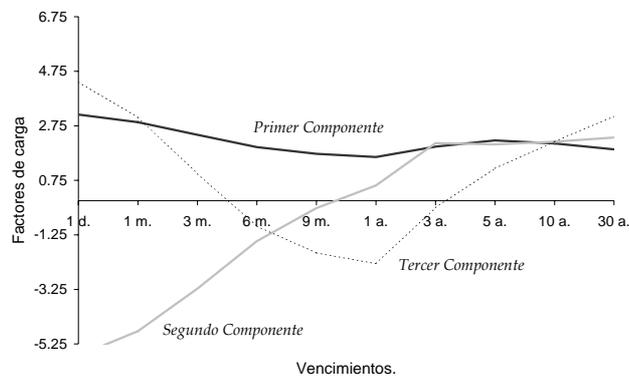
En la tabla 4 presentamos los coeficientes que determinan el efecto que los tres primeros componentes principales de los datos tienen sobre las variaciones diarias de la ETTI en los plazos considerados.

Tabla 4 Factores de carga

	Componente	Componente	Componente
1 d.	3,17	-5,68	4,36
1 m.	2,89	-4,78	3,06
3 m.	2,42	-3,22	1,00
6 m.	1,97	-1,48	-0,93
9 m.	1,72	-0,27	-1,91
1 a.	1,61	0,56	-2,30
3 a.	1,99	2,11	-0,25
5 a.	2,22	2,07	1,19
10 a.	2,10	2,17	2,17
30 a.	1,89	2,32	3,10

La representación gráfica de dichos coeficientes se presenta en el gráfico 3.

Gráfico 3. Variaciones diarias de los tipos de interés
Análisis de Componentes Principales



Como puede observarse en la primera fila de la tabla 4, los coeficientes que determinan el efecto que cambios en el primer componente principal tienen sobre la Estructura Temporal de Tipos de Interés, son todos positivos y de tamaño

similar, lo que sugiere que este primer componente es responsable de cambios paralelos de la Estructura Temporal de Tipos de Interés.

En segundo lugar, se puede observar que los coeficientes que determinan el efecto que cambios en el segundo componente principal tienen sobre la ETTI, son de signo positivo en los tipos a largo plazo y negativos en los tipos a corto. Ello sugiere que este segundo componente es responsable de cambios de pendiente en la ETTI.

Por último, los coeficientes que determinan el efecto que cambios en el tercer componente principal tienen sobre las variaciones diarias de la ETTI son de signo positivo en los tipos a más corto y largo plazo, y negativos en los tipos a plazos intermedios, lo que sugiere que este tercer componente es responsable de cambios de curvatura de la ETTI.

La interpretación de los tres primeros componentes es similar a la presentada en la literatura. Al primer componente se le ha denominado “*componente de nivel*”, al segundo componente “*componente de pendiente*”, y al tercer componente “*componente de curvatura*”.

Los resultados obtenidos en el análisis de componentes principales ponen de manifiesto que se necesita un mínimo de tres variables para caracterizar sin pérdida de información relevante la dinámica de desplazamiento a corto plazo de la ETTI. Estos resultados son consistentes con los obtenidos en el análisis de correlaciones y de valores extremos, que sugerían la presencia de movimientos conjuntos en tres tramos distintos de la ETTI.

2.6.2 Relaciones entre los componentes transitorios de los tipos a corto plazo.

En esta sección estamos interesados en determinar cuántos factores comunes estacionarios hay en el tramo corto de la ETTI, desde 1 día hasta 1 año. Para dicho estudio hemos calculado el componente transitorio de los tipos de

interés como la diferencia entre los niveles de los tipos a corto plazo y el tipo de la subasta de Cebes. Si hay una relación de cointegración entre los tipos a corto plazo y el tipo de la subasta de Cebes y el vector de cointegración es $(1, -1)$, como detectamos en la sección 2.5.3, entonces los diferenciales calculados deben ser estacionarios. Para comprobar que efectivamente los diferenciales son estacionarios hemos contrastado la presencia de una raíz unitaria mediante los test de Dickey y Fuller. En todos los casos los resultados de los test proporcionan evidencia en contra de la hipótesis nula de raíz unitaria frente a la alternativa de que los diferenciales son estacionarios.

En el apéndice IV presentamos gráficamente la relación mantenida entre los componentes transitorios de los tipos de interés.

En estos gráficos se observa que los componentes transitorios de los tipos de interés a 1 día, 1 mes y 3 meses mantienen entre sí una estrecha relación y algo menor con el componente transitorio del tipo a 6 meses. Lo mismo se observa entre los componentes transitorios de los tipos a 6, 9 meses y 1 año. Sin embargo entre los componentes transitorios de los tipos a 1 día, 1 y 3 meses y los tipos a 9 meses y 1 año no se observa ninguna relación. Ello pone de manifiesto que hay dos tramos claramente diferenciados en el tramo corto de la ETTI, lo que sugiere la presencia de dos factores comunes en este tramo.

Para determinar cuantitativamente cuántos factores comunes estacionarios hay en este tramo hemos aplicado componentes principales. En la tabla 5 presentamos los autovalores de la matriz de varianzas y covarianzas muestral de la matriz de componentes transitorios.

Tabla 5 Análisis de componentes principales

Componentes transitorios de los tipos

Autovalores	Varianza explicada	R ² acumulado (%)
4,34	72,33	72,33
1,62	26,98	99,30
0,04	0,70	100,00
0,00	0,00	100,00
0,00	0,00	100,00
0,00	0,00	100,00

Los dos primeros componentes principales explican conjuntamente el 99,3% de la varianza total. El primero de ellos explica el 72,30% y el segundo el 26,98%. El primero de estos componentes podría asociarse con el tipo a 6 meses y es responsable de cambios paralelos en el tramo corto de la ETTI, mientras que el segundo componente principal, que podría ser identificado con un diferencial en el tramo corto es responsable de cambios de pendientes en este tramo [ver tablas 6 y 7].

Tabla 6. Factores de carga

	Primer Componente	Segundo Componente	Tercer Componente
1 d.	14,29	16,39	-17,67
1 m.	13,42	12,51	-5,93
3 m.	11,86	5,37	8,29
6 m.	9,98	-3,36	11,59
9 m.	8,55	-10,06	1,93
1 a.	7,46	-15,12	-14,21

Tabla7. Pesos de los componentes de corto plazo

	Primer Componente	Segundo Componente	Tercer Componente
1 d.	0,391	0,449	-0,484
1 m.	0,417	0,389	-0,184
3 m.	0,462	0,209	0,323
6 m.	0,467	-0,157	0,543
9 m.	0,390	-0,459	0,088
1 a.	0,299	-0,607	-0,571

Los resultados obtenidos mediante técnicas de componentes principales corroboran los obtenidos en el análisis gráfico y ponen de manifiesto que hay dos factores comunes estacionarios en el tramo corto de la ETTI. Con respecto a la cuestión que nos preocupa los resultados obtenidos indican que se necesita un mínimo de dos variables para caracterizar la dinámica de desplazamiento de la ETTI en su tramo corto en contextos de corto y medio plazo.

2.7 Contraste de la Hipótesis de Expectativas de la Estructura Temporal.

La información contenida en la ETTI es relevante tanto para los Bancos Centrales, que utilizan esta para inferir las expectativas del sector privado sobre la evolución de los tipos de interés futuros como para las instituciones financieras.

Cabe señalar, no obstante, que interpretar la información contenida en la Estructura Temporal no es trivial, ya que para ello es necesario asumir previamente ciertas hipótesis sobre cuál es la relación mantenida por los tipos de interés a distintos plazos de vencimiento. De esta forma bajo hipótesis alternativas, la información contenida en los tipos a largo plazo y los cambios producidos en la pendiente de la curva de rendimientos pueden tener distintas interpretaciones. Así por ejemplo, supuesto que la relación mantenida por los tipos de interés cupón

cero, es tal, que el rendimiento esperado asociado a cualquier estrategia de inversión es el mismo con independencia de su plazo, como postula la teoría de expectativas, un aumento en la pendiente se interpreta como un aumento en el tipo de contado a corto plazo esperado por los inversores en el futuro, mientras que bajo las hipótesis establecidas por la teoría del habitat preferido, que postula que los tipos de interés a largo plazo son una media de los tipos esperados a corto plazo en el futuro, más un término de prima, un aumento en la pendiente de la Estructura Temporal (ET) podría ser interpretado como un aumento de la prima de riesgo o plazo asociada a un aumento del nivel de incertidumbre percibido por el mercado o a un aumento de la demanda relativa de los bonos a corto plazo, lo que primaría positivamente la rentabilidad de los bonos a largo.

Recientemente, los Bancos Centrales vienen utilizando la información contenida en la Estructura Temporal de Tipos de Interés, en particular la pendiente de la curva de rendimientos, como una guía de las expectativas del sector privado sobre los tipos spot futuros. Así, la ETTI se ha convertido en un instrumento útil en la instrumentación de la política monetaria. Para interpretar la información contenida en la ETTI, los Bancos Centrales asumen que la relación mantenida por los tipos de interés a distintos plazos de vencimiento es tal que el rendimiento esperado asociado a distintas estrategias de inversión es equivalente, como postula la teoría de expectativas.

Sobre la base de los resultados obtenidos en el estudio de factores comunes presentado en las secciones 2.5.1, en esta sección se contrastan algunas de las implicaciones de la teoría de expectativas con el objetivo de evaluar en qué medida es conveniente interpretar la información contenida en la Estructura Temporal sobre la base de las hipótesis establecidas por esta teoría y se extraen algunas conclusiones sobre la conveniencia de utilizar el perfil y la pendiente de la curva de rendimientos como indicadores de la credibilidad de la política monetaria.

La teoría de expectativas puras, desarrollada por Fisher para explicar el proceso de formación de los tipos de interés, afirma que los agentes del mercado son neutrales al riesgo de tal forma que las expectativas sobre los tipos spot futuros son las únicas variables relevantes en la determinación de los tipos de interés. Bajo estas hipótesis la relación mantenida por los tipos de interés a distintos plazos es tal que el rendimiento esperado asociado a distintas estrategias de inversión es el mismo con independencia del plazo.

Así pues, esta teoría postula que la relación mantenida por los tipos de interés a m y n períodos (siendo $m > n$) es tal que la rentabilidad asociada a una inversión a m períodos basada en adquirir un título de deuda pública a plazo m , es equivalente a la rentabilidad esperada asociada a una estrategia de reinversión basada en adquirir títulos de deuda a n períodos durante los $(m-n)$ períodos previos al vencimiento del bono a más largo plazo, como puede observarse en (4):

$$r_t(m) = \frac{1}{(m)} (nr_t(n) + nE_t r_{t+n}(n) + \dots + nE_t r_{t+m-n}(n)) \quad (4)$$

Bajo las hipótesis establecidas por la teoría de expectativas los tipos de interés implícitos en la ETTI, es decir las tasas forward, son identificados con las expectativas del mercado sobre los tipos spot futuros y, además, el diferencial entre los tipos de interés a largo y corto plazo puede expresarse como una media ponderada de las variaciones esperadas del tipo a corto plazo durante la vida del tipo a largo y, alternativamente, como la variación esperada del tipo a largo durante la vida del bono a corto. Bajo la hipótesis de expectativas racionales esto significa que tanto los tipos forward y el diferencial de rendimientos contienen toda la información relevante para prever los tipos spot futuros.

Esas dos implicaciones han sido ampliamente contrastadas en la literatura. Los resultados obtenidos en estos trabajos son un tanto ambiguos y dependen tanto del país analizado como del período muestral objeto de estudio. Así por ejemplo,

los trabajos realizados para el mercado de deuda de Estados Unidos presentados en Fama (1976), Fama (1984), Campbell y Shiller (1987) y Campbell y Shiller (1991) ofrecen cierta evidencia en contra de la Hipótesis de Expectativas de la Estructura Temporal. En general los resultados obtenidos para Estados Unidos son bastante concluyentes y sugieren que la Hipótesis de Expectativas no es adecuada para explicar la relación mantenida por los tipos de interés.

Más recientemente en los trabajos presentados por Dahlquist y Jonsson(1996), Engsted y Tanggard (1997) y Boero y Torricelli (1997) realizados para los mercados de deuda de Suecia, Dinamarca y Alemania respectivamente, se ha obtenido evidencia muy favorable en apoyo de la Hipótesis de Expectativas. Similares resultados han sido obtenidos por Novales y Dominguez(2000) y Gerlach y Smets(1997). En estos trabajos se contrastan algunas implicaciones de la teoría de expectativas sobre la ETTI del euromercado para distintas divisas. Los resultados obtenidos ofrecen evidencia global a favor de la teoría de expectativas.

En general, los resultados obtenidos no solo dependen del país sobre el cual se analiza este tipo de cuestiones sino también del período muestral analizado. Así, por ejemplo, en Mankin y Miron (1986) se evalúa el poder predictivo del diferencial de tipos de interés a 6 y 3 meses sobre el tipo spot futuro a 3 meses. El estudio es realizado en cinco submuestras a lo largo del período muestral que se extiende desde 1890 hasta 1979. En cuatro de las submuestras analizadas los resultados indican que contrariamente a lo que predice la teoría de Expectativas la pendiente de la Estructura Temporal no contiene ninguna información sobre la evolución de los tipos spot futuros. Solo en la primera de las submuestras analizadas se detecta que el diferencial de rendimientos contiene información importante sobre la evolución de los tipos spot futuros. Similares resultados han sido obtenidos Hsu y Kugler (1997) y Engsted y Tanggard (1997).

En el primero de estos trabajos mencionados se analiza el poder predictivo del diferencial de tipos de interés a 3 meses y 1 mes sobre el tipo spot futuro a 1

mes, en cuatro muestras diferentes. Este trabajo es realizado sobre las tasas de interés del euromercado de divisas en dólares. Solo en la última de las submuestras analizadas se encuentra evidencia a favor de la hipótesis de expectativas.

En Engsted y Tanggard(1997) se analiza el poder predictivo de la pendiente de la curva de rendimientos en el mercado de deuda danés. El trabajo es realizado en dos submuestras que se corresponden con diferentes regímenes de política monetaria. En la primera de ellas se detecta fuerte evidencia en apoyo de la teoría de Expectativas. Por el contrario en la segunda submuestra analizada se detecta evidencia en contra de las implicaciones de esta teoría.

Como se indicó anteriormente la teoría de Expectativas postula que la relación mantenida por los tipos de interés es tal que el rendimiento esperado asociado a distintas estrategias de inversión es equivalente. A partir de (4) puede comprobarse fácilmente que en el caso particular en que n es igual a 1 período, el tipo de interés a plazo m puede expresarse como una media del tipo de interés esperado a un período los $m-1$ períodos previos al vencimiento del bono a largo:

$$r_t(m) = \frac{1}{(m)}(r_t(1) + E_t r_{t+1}(1) + \dots + E_t r_{t+m-1}(1)) \quad (5)$$

De acuerdo con (3), esta teoría mantiene que los tipos de interés a medio y largo plazo son una media de los tipos spot a corto plazo esperados en el futuro. Desde el punto de vista estadístico esto significa que hay una fuente de aleatoriedad común a los tipos a corto y largo plazo. En este sentido los resultados obtenidos en el estudio de factores comunes presentado en las secciones 2.5.1 y 2.5.2 proporcionan cierta evidencia en contra de la teoría de expectativas, ya que estos resultados indican la presencia de dos factores comunes no estacionarios en los tipos de interés a medio y largo plazo.

Con respecto a los comentarios realizados en la introducción de esta sección, la evidencia detectada en contra de la teoría de expectativas sugiere que los Bancos Centrales deberían ser cautelosos a la hora de interpretar la información

contenida en los tipos a largo plazo, ya que la presencia de dos factores comunes no estacionarios indica que los tipos de interés a vencimientos largos incorporan algo más que expectativas de tipos a corto plazo.

Por otra parte, si bien se ha detectado evidencia en contra de la teoría de expectativas cuando se considera todo el espectro de tipos de interés, en el tramo corto de la curva, desde el plazo de 1 día hasta 9 meses, donde se ha detectado un factor común no estacionario, no es posible rechazar dicha hipótesis. Es fácil demostrar, además, que bajo las hipótesis establecidas por la teoría de expectativas, el diferencial de rendimientos debe ser estacionario. Esto significa que, si las hipótesis de esta teoría se mantienen, los tipos de interés deben estar cointegrados dos a dos y los vectores de cointegración deben ser $(1, -1)$.

Habiéndose detectado en la sección 2.5.1 la presencia de una relación de cointegración entre distintos pares de tipos de interés en el tramo corto de la curva de rendimientos, procedemos en esta sección a contrastar si los vectores de cointegración estimados son estadísticamente iguales a $(1, -1)$. Para contrastar dicha hipótesis, se han utilizado los test de razón de verosimilitud propuestos por Johansen para contrastar ciertas hipótesis lineales sobre los vectores de cointegración, [ver Johansen (1991)].

Con el objetivo de evaluar la posible influencia que la presencia de ciertos valores extremos pudiera tener sobre los resultados de los tests, los contrastes de hipótesis han sido realizados sobre los datos de tipos de interés intervenidos y sin intervenir. Los resultados obtenidos, presentados en la tabla 29, indican que en la mayoría de los casos la probabilidad a partir de la cual se rechaza la hipótesis nula es inferior al 20%, lo que no se considera evidencia suficiente para rechazar la hipótesis de que los vectores de cointegración son $(1, -1)$. Estos resultados son similares a los obtenidos por Hall, Anderson y Granger (1992) y Novales y Domínguez (2000).

La evidencia encontrada en apoyo de la hipótesis de la teoría de expectativas en el tramo corto, tiene dos implicaciones. Por un lado, indica que si los tipos de a corto plazo presentan primas, éstas deben ser estacionarias, y por otro, sugieren que a largo plazo la rentabilidad ofrecida por bonos cupón cero con plazos de amortización inferiores a un año es equivalente.

Para concluir abrimos a continuación un conjunto de interrogantes que podrían ser objeto de instigación en posteriores trabajos.

Bajo un modelo conceptual donde los tipos de interés pueden ser expresados como la suma de un componente permanente o de tendencia y un componente transitorio, ¿cuales son las implicaciones de la teoría de expectativas sobre la relación que deben mantener ambos componentes entre los distintos plazos?, es decir, si los tipos de interés a largo plazo son una media de los tipos de interés esperados a corto plazo, como postula la teoría de expectativas, significa esto, que desde el punto de vista estadístico, los rendimientos a distintos plazos además de presentar una tendencia común deben estar sometidos a las mismas fuentes de aleatoriedad a corto plazo?, en este sentido, ¿La presencia de perturbaciones transitorias de distinta naturaleza podría invalidar el cumplimiento de la Hipótesis de Expectativas?, si es así, ¿tiene sentido evaluar las implicaciones de la teoría de expectativas en contextos de corto y largo plazo?, y por último, en los trabajos donde se ha obtenido evidencia en contra de la Hipótesis de Expectativas ¿que se está rechazando?, la presencia de una tendencia común, o bien, la presencia de perturbaciones comunes a corto plazo.

2.8 Implicaciones de los resultados en el área de Economía Financiera

Determinar cuántas variables son necesarias para caracterizar la dinámica de los tipos, es una cuestión interesante, tanto para la estimación de los momentos

asociados a la distribución del rendimiento de una cartera de títulos de deuda pública, como para el desarrollo de estrategias de inmunización.

Para motivar porque reducir la dimensión de la ETTI es una cuestión de especial interés en el área de economía financiera, exponemos a continuación un ejemplo muy sencillo donde se hace evidente la necesidad de reducir el continuo de tipos en la Estructura Temporal a un número más pequeño de variables.

Supongamos que un inversor con un horizonte de planificación de (n) días, adquiere en el momento (t) un título de deuda pública con un plazo residual de amortización de (m) días, a un precio $P_t(m)$. Este título promete la siguiente secuencia de pagos: $c_{t_1}N, c_{t_2}N, c_{t_3}N, \dots, (c_{t_k} + 1)N$, donde: k representa el número de pagos en concepto de cupones que genera el título, t_i para $i=1, \dots, k-1$, representan las fechas de vencimiento de los cupones, t_k representa la fecha de amortización del bono, c es el cupón pagado por dicho título y N es el valor nominal del título.

El inversor está interesado en conocer cuál será el rendimiento asociado al mantenimiento de dicho título. Para ello debe formular una previsión sobre cuál será la valoración que realizará el mercado del título de que dispone al final del horizonte de planificación, cuando haga efectiva su venta.

$$E_t(r_{to}) = \frac{E_t(P_{t+n}(t+m-n)) - P_t(m)}{P_t(m)} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} E_t(P_{t+n}(t+m-n)) &= \\ &= \sum_{i=1}^{k-1} c_{t_i} N \exp \frac{-(t_i - (t+n))}{365} E_t(r_{t+n}(t_i - (t+n))) + (c_{t_k} + 1) N \exp \frac{-(t_k - (t+n))}{365} E_t(r_{t+n}(t_k - (t+n))) \end{aligned} \quad (7)$$

Como puede observarse en las expresiones (6) y (7) la estimación del rendimiento esperado requiere formular previamente una previsión de los tipos de interés a los plazos correspondientes con las fechas pendientes de pago:

$r_{(t+n)}(t-(t+n))$ $r_{(t+n)}(t_2-(t+n))$,... $r_{(t+n)}(t_k-(t+n))$. Cuando el número de pagos pendientes es elevado, la estimación del rendimiento puede ser muy tediosa. Esta tarea se complica demasiado cuando consideramos una cartera de activos con distintos plazos de amortización y distintas fechas de pago de cupón.

Es por ello que en aras de la simplicidad, se ha supuesto en la literatura financiera tradicional que existe una muy estrecha relación entre el continuo de tipos de interés de la Estructura Temporal, de tal forma que es posible representar su estructura de variación utilizando un número muy reducido de variables. En base a estos supuestos se han desarrollado distintos modelos de factores de la ETTI a partir de los cuales se caracteriza, de acuerdo con la expresión (8), el comportamiento dinámico de los tipos de interés en función de un número reducido de factores, véase Elton, Gruber y Michaely(1990) y Navarro y Nave (1997) como algunos ejemplos de estos trabajos.

$$r_t^i = \alpha + \sum_{i=1}^k \beta_i f_t^i \quad (8)$$

Sobre la base de estos modelos, la estimación de los momentos asociados a la distribución del rendimiento de una cartera, (media y varianza), queda en función de un número reducido de variables, lo cual simplifica enormemente los cálculos, porque reduce la incertidumbre asociada al conjunto de tipos de interés a la incertidumbre asociada a una o dos variables, que son los supuestos habitualmente realizados.

En relación a estos modelos de factores, los cuales constituyen una herramienta útil para la gestión de carteras de inversión, los resultados obtenidos en el estudio de cointegración indican que de cara a la gestión de carteras con

horizontes de planificación de largo plazo, podría ser adecuado considerar que son suficientes dos variables para representar la dinámica del continuo de tipos en toda la ETTI, y una única variable para anticipar el comportamiento de los tipos a corto plazo. Por otro lado, si el horizonte de planificación es de corto plazo los resultados obtenidos en el estudio de factores comunes estacionarios indican que se necesitan tres variables para representar adecuadamente la dinámica del continuo de tipos de interés en toda la ETTI, y dos variables para anticipar el comportamiento de los tipos a corto plazo.

Como se indicó anteriormente, el estudio de factores comunes no solo es interesante de cara a estimar los momentos asociados a la distribución del rendimiento de una cartera de activos, sino también, para el desarrollo de estrategias de inmunización. A pesar de que los títulos de deuda pública son conocidos como activos libres de riesgo, dada la naturaleza del ente emisor, el mantenimiento de estos activos en una cartera no está exento de un cierto nivel de riesgo. Para un inversor que mantiene títulos de deuda pública en una cartera de activos, es el desconocimiento de los tipos de interés futuros su principal fuente de incertidumbre, lo que se conoce como “*riesgo de mercado*”. Garantizar un rendimiento mínimo, independiente de la dirección de movimiento de los tipos de interés, requiere el desarrollo de estrategias de inmunización, para lo cual es necesario definir una medida de duración.

Macaulay (1938)⁸ definió el concepto de duración como una media ponderada de la vida de los pagos pendientes de un bono. Dicha medida asume implícitamente que la ETTI es plana. Posteriormente Fisher y Weil (1971)⁹

⁸ Medida de duración definida por Macaulay:

$$D = \frac{\sum_{i=1}^k t_i e^{-Rt_i}}{P_t}$$

⁹ Medida de duración de Fisher y Weil (1971)

adaptaron el concepto de duración definido por Macaulay a un contexto más amplio, donde la ETTI puede adoptar una forma no plana.

Estos autores utilizaron por primera vez dicho concepto en el desarrollo de estrategias de inmunización, al diseñar una cartera con una duración igual al horizonte de planificación de la inversión. La medida de duración desarrollada por Fisher y Weil asume implícitamente que hay una variable común al proceso de formación de los tipos de interés, y que ésta afecta de forma uniforme a todos los vencimientos. Por ello, cubre solo frente a desplazamientos paralelos de la ETTI. Posteriormente se han desarrollado nuevas medidas de duración que cubren frente a una mayor variedad de desplazamientos de la ETTI. La investigación en éste área ha adoptado dos planteamientos.

Un primer bloque, donde se han desarrollado nuevas medidas de duración a partir de supuestos alternativos sobre el proceso estocástico seguido por la ETTI. El proceso estocástico asociado a la ETTI, define la forma en que el conjunto de tipos de interés varía en el tiempo. Su definición requiere suponer: primero, cuántas variables son necesarias para caracterizar el comportamiento del conjunto de tipos; segundo, identificar dichas variables; tercero, definir la estructura de relación entre estas variables y el continuo de tipos de interés. En este sentido, el estudio de factores comunes es relevante para el desarrollo de estrategias de inmunización ya que proporciona información sobre la cual asentar el primero de los supuestos realizados.

En este área de investigación, se desarrollaron inicialmente medidas de duración consecuentes con el supuesto de que la ETTI sigue un proceso estocástico unifactorial, como asume la duración de Macaulay, pero permitiendo, a diferencia de ésta, una mayor variedad de cambios en la pendiente de la curva.

$$D = \frac{\sum_{i=1}^k t_i e^{R(0,t_i)t_i}}{P_t}$$

Posteriormente se han desarrollado nuevas medidas de duración sobre la base de procesos estocásticos multifactoriales.

En un segundo bloque de literatura se han desarrollado medidas de duración vectorial diseñadas a partir de la expresión analítica utilizada para la estimación de la ETTI. Estas expresiones quedan definidas en función de un número reducido de parámetros, los cuales se consideran responsables de los distintos movimientos que experimenta la ETTI en sus distintos tramos. Un ejemplo representativo de esta nueva línea de investigación son los trabajos realizados por Barret, Gosnell y Heusan (1995) y Gómez (1998).

Ambas líneas de investigación, en el área de estrategias de inmunización de carteras, asumen implícitamente la existencia de movimientos conjuntos en los distintos tramos de la ETTI, y suponen de forma ad-hoc cuántas variables son necesarias para representar los movimientos de la ETTI en sus distintos tramos.

Al respecto, los resultados obtenidos en este capítulo indican que el desarrollo de una estrategia de inmunización basada en una medida de duración que cubre únicamente frente a desplazamientos paralelos de la ETTI (la duración de Macaulay) podría generar resultados poco satisfactorios. Concretamente estos resultados sugieren que podría ser adecuado utilizar medidas de duración bi-dimensional cuando el horizonte de inversión es de largo plazo, siendo necesario considerar tres variables, cuando la operación de cobertura se extiende sobre un horizonte de corto y medio plazo.

2.9 Conclusiones

En este capítulo hemos tratado diversas cuestiones relacionadas con el estudio de factores comunes en la Estructura Temporal de Tipos de Interés (ETTI) de la deuda pública en España. Determinar cuántos factores comunes no estacionarios hay en la ETTI de la deuda pública y contrastar si la naturaleza del

componente no estacionario de los tipos de interés a corto plazo es monetaria, han sido las principales cuestiones analizadas en este capítulo.

El estudio de factores comunes en la ETTI ha sido una cuestión ampliamente tratada en la literatura para otros países y mercados, siendo reducidos los trabajos realizados para el mercado español de deuda pública.

La metodología más comúnmente utilizada para analizar este tipo de cuestiones es el análisis de cointegración. Los resultados obtenidos bajo este tipo de técnicas, aunque no son homogéneos para todos los trabajos, apuntan a que hay un factor no estacionario común a los tipos a corto plazo (este resultado es independiente del mercado que se analice, deuda, interbancario y euromercado) y tendencias adicionales en los tipos a plazos superiores a 1 año.

En el mercado español de deuda pública los trabajos realizados bajo el uso de distintas metodologías como los presentados por Navarro y Nave(1995), Navarro y Nave(1997), Moreno(1996) y Gómez y Nvales(1997) sugieren que se necesitan al menos dos variables para caracterizar la dinámica de desplazamiento de la ETTI en todos sus tramos. Más concretamente los trabajos de Navarro y Nave(1995) y Gómez y Novales(1998) sugieren que podrían ser suficientes tres variables para explicar sin pérdida de información relevante el comportamiento de la ETTI en todos sus tramos.

En este trabajo partimos de la hipótesis de que probablemente el número mínimo de variables necesarias para caracterizar el comportamiento de la ETTI no es independiente del horizonte temporal sobre el cual se analiza dicha dinámica de desplazamiento. Por ello, en este trabajo el estudio de factores comunes se ha realizado tanto en contextos de corto como de largo plazo.

Previamente, como una primera aproximación al estudio de relaciones entre tipos a distintos vencimientos, hemos analizado la presencia de valores extremos comunes a los tipos de interés a distintos plazos de vencimiento. Dicho estudio permite identificar si la ETTI en sus distintos tramos responde al mismo tipo de

shocks, lo que podría sugerir la presencia de un componente aleatorio común a todos los plazos, o si por el contrario, se observan valores extremos comunes en los distintos tramos de la curva (diferentes entre tramos), lo que podría sugerir que los tipos de interés a distintos vencimientos están sometidos a perturbaciones de distinta naturaleza, en cuyo caso podría ser necesario utilizar más de un factor para representar la dinámica de la curva de rendimientos. Los resultados obtenidos en este primer análisis ponen de manifiesto que se dan movimientos conjuntos en tres tramos distintos de la ETTI lo que sugiere que son necesarias tres variables para anticipar su dinámica de desplazamiento.

Posteriormente, para determinar cual es el número mínimo de variables necesarias para caracterizar el comportamiento a largo plazo de la ETTI hemos analizado cuántos factores comunes no estacionarios hay en los tipos de interés a corto, medio y largo plazo, para lo cual hemos utilizado técnicas de cointegración.

Los resultados obtenidos en este primer análisis indican que hay un factor no estacionario común a los tipos a corto plazo, desde 1 día hasta 1 año aproximadamente, y dos factores no estacionarios comunes a los tipos a corto, medio y largo plazo.

Los resultados obtenidos en el tramo corto de la curva, donde se ha detectado la presencia de un factor no estacionario común a los tipos a corto plazo, son similares a los obtenidos en la literatura para otros países y mercados, e indican que a largo plazo hay una única variable relevante en este segmento.

Sobre la base de los resultados obtenidos en este tipo de análisis hemos creído interesante contrastar si como cabría esperar, la naturaleza del componente no estacionario de los tipos de interés a corto plazo es monetaria. Para contrastar tal hipótesis hemos analizado relaciones bivariantes de cointegración entre los tipos a corto plazo en el mercado de deuda y el tipo de interés de la subasta de Cebes. Este tipo de interés es el instrumento que utilizó el Banco de España, en el período

muestral analizado en este trabajo, para gestionar la liquidez del mercado interbancario español.

Los resultados obtenidos indican que el tipo de la subasta de Cebes está cointegrado con todos los tipos a corto plazo del mercado de deuda, y además, que el vector de cointegración es (1, -1). Ello significa que las diferencias entre el tipo de la subasta de Cebes y los niveles de los tipos a corto plazo deben ser estacionarias, y representan por tanto el componente transitorio o de corto plazo de los tipos de interés en estos plazos.

La evidencia encontrada pone de manifiesto que, a largo plazo, el comportamiento de la ETTI en su tramo corto, viene determinada indirectamente por el tipo de interés al que el Banco de España presta dinero al sistema bancario español.

Posteriormente hemos analizado cuántos factores comunes estacionarios hay tanto, en toda la ETTI como, en su tramo corto, desde 1 día hasta 1 año, para lo cual hemos utilizado técnicas de componentes principales. Para ambos estudios hemos utilizado distintas aproximaciones a lo que representa el componente transitorio de los tipos de interés.

En primer lugar, para el estudio de factores estacionarios en toda la ETTI hemos utilizado como *proxy* del componente de corto plazo de los tipos sus variaciones diarias. Por otro lado, para el estudio de factores comunes estacionarios en el tramo corto de la ETTI, hemos calculado el componente transitorio de los tipos como la diferencia entre los niveles de los tipos de interés y el tipo de la subasta de Cebes, que suponemos representa su tendencia.

Los resultados obtenidos en este segundo análisis indican que hay tres factores comunes estacionarios en todo el espectro de tipos en la ETTI y dos factores en su tramo corto.

Los resultados obtenidos en el estudio de factores comunes resultan interesantes por cuanto que ponen de manifiesto la necesidad de utilizar un número

de variables distinto según estemos interesados en caracterizar la dinámica de desplazamiento de la ETTI en horizontes de corto o de largo plazo. Concretamente los resultados obtenidos apuntan a que se necesitan dos variables para caracterizar la dinámica de desplazamiento a largo plazo de todo el espectro de tipos en la ETTI, y tres variables para resumir su dinámica en horizontes de corto plazo.

Con respecto al tramo corto de la ETTI, es decir al comportamiento de los tipos entre 1 día y 1 año, los resultados obtenidos indican que se necesita una única variable para caracterizar su dinámica de desplazamiento de largo plazo y dos variables para resumir su dinámica en horizontes de corto plazo.

En el área de economía financiera los resultados obtenidos ponen de manifiesto que, de cara a la gestión de carteras con un horizonte de planificación de largo plazo, es suficiente considerar dos variables para anticipar cambios en toda la ETTI, y una única variable, para anticipar cambios en su tramo corto. Para carteras con un horizonte de planificación de corto plazo, los resultados sugieren que es necesario considerar tres variables para anticipar variaciones en toda la ETTI y dos variables para anticipar los cambios en su tramo corto.

Por último, el estudio de factores comunes nos ha permitido contrastar implícitamente alguna de las implicaciones de la Teoría de Expectativas de la Estructura Temporal. Esta teoría predice que hay un único factor no estacionario común a todos los tipos de interés y, además, que los diferenciales de tipos de interés son estacionarios. Al respecto los resultados obtenidos en el análisis de cointegración proporcionan evidencia en contra de esta teoría, aunque no podemos rechazar la misma en el tramo corto de la ETTI.

Apéndice I: Método de Máxima Verosimilitud de Johansen

El método de Johansen comienza al expresar el proceso generador de datos de un vector de variables X_t definido en el espacio R^k como un vector autorregresivo en niveles sin restringir:

$$X_t = \mu + \Pi_1 X_{t-1} + \Pi_2 X_{t-2} + \Pi_3 X_{t-3} + \Lambda + \Pi_j X_{t-j} + \varepsilon_t \quad (1)$$

donde X_t es un vector ($k \times 1$) de variables I(1), Π_i es una matriz de coeficientes ($k \times k$), μ es un vector de constantes ($k \times 1$) y ε_t es un vector ruido blanco ($k \times 1$), con una matriz de varianzas y covarianzas Σ , no necesariamente diagonal.

El modelo (1) puede ser representado en términos de un modelo de corrección de error vectorial:

$$\nabla X_t = \mu + \Phi_1 \nabla X_{t-1} + \Phi_2 \nabla X_{t-2} + \Phi_3 \nabla X_{t-3} + \Lambda + \Phi_j \nabla X_{t-j} + \varepsilon_t \quad (2)$$

donde: $\Phi_i = -I + \Pi_1 + \Pi_2 + \Lambda + \Pi_i$

Supuesto que el vector ε_t sigue una distribución normal k -dimensional, su función de densidad es:

$$f(\varepsilon_t) = (2\pi)^{-k/2} |\Sigma|^{-1/2} e^{-1/2(\varepsilon_t^T \Sigma^{-1} \varepsilon_t)}$$

teniendo en cuenta que $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_T$ son independientes, la función de densidad conjunta o función de verosimilitud puede expresarse como el producto de las funciones de densidad marginales:

$$f(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \Lambda, \varepsilon_T) = \prod_{t=1}^T (2\pi)^{-Tk/2} |\Sigma|^{-T/2} e^{-1/2 \sum_{t=1}^T \varepsilon_t^T \Sigma^{-1} \varepsilon_t} \quad (3)$$

al tomar logaritmos a la función de verosimilitud, nos queda la siguiente expresión:

$$\log(f(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \Lambda, \varepsilon_T)) = \frac{-Tk}{2} \log(2\pi) - \frac{T}{2} \log|\Sigma| - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \varepsilon_t^T \Sigma^{-1} \varepsilon_t \quad (4)$$

El procedimiento de estimación propuesto por Johansen parte del supuesto de que la matriz Φ_j puede ser factorizada como el producto de dos matrices: $\alpha\beta^T$. Bajo este supuesto el modelo (2) queda expresado de la siguiente forma:

$$\nabla X_t = \mu + \Phi_1 \nabla X_{t-1} + \Phi_2 \nabla X_{t-2} + \Phi_3 \nabla X_{t-3} + \Lambda + \alpha\beta^T X_{t-j} + \varepsilon_t \quad (5)$$

reescribimos (5) como:

$$\nabla X_t - \alpha\beta^T X_{t-j} = \mu + \Phi_1 \nabla X_{t-1} + \Phi_2 \nabla X_{t-2} + \Phi_3 \nabla X_{t-3} + \Lambda + \Phi_{j-1} X_{t-(j-1)} + \varepsilon_t \quad (6)$$

Johansen particiona el modelo (6) en dos regresiones 1 y 2, de tal forma que se verifica $R_{0t} + \alpha\beta^T R_{kt} = \varepsilon_t$, donde:

1. $\nabla X_t = \mu + \Gamma_1 \nabla X_{t-1} + \Gamma_2 \nabla X_{t-2} + \Gamma_3 \nabla X_{t-3} + \Lambda + \Gamma_{j-1} X_{t-(j-1)} + R_{0t}$

$$2. \quad X_{t-j} = \mu + T_1 \nabla X_{t-1} + T_2 \nabla X_{t-2} + T_3 \nabla X_{t-3} + \Lambda + T_{j-1} X_{t-(j-1)} + R_{kt}$$

Al expresar el logaritmo de la función de verosimilitud definido en (4) en función de los residuos obtenidos en las expresiones 1 y 2, obtenemos la siguiente expresión:

$$\log f(.) = \frac{-Tk}{2} \log(2\pi) - \frac{T}{2} \log|\Sigma| - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T (R_{ot} + \alpha\beta^T R_{kt})^T \Sigma^{-1} (R_{ot} + \alpha\beta^T R_{kt}) \quad (6)$$

teniendo en cuenta que: $(R_{ot} + \alpha\beta^T R_{kt})_{1 \times k}^T \Sigma_{k \times k}^{-1} (R_{ot} + \alpha\beta^T R_{kt})_{k \times 1}^T$ es un escalar, entonces

la expresión (6) puede ser reescrita como:

$$\log f(.) = \frac{-Tk}{2} \log(2\pi) - \frac{T}{2} \log|\Sigma| - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \text{traza}(R_{ot} + \alpha\beta^T R_{kt})^T \Sigma^{-1} (R_{ot} + \alpha\beta^T R_{kt}) \quad (7)$$

utilizando las propiedades de álgebra matricial se obtiene la expresión (8):

$$\begin{aligned} \log f(.) &= \frac{-Tk}{2} \log(2\pi) - \frac{T}{2} \log|\Sigma| - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \text{traza}(R_{ot} + \alpha\beta^T R_{kt}) (R_{ot} + \alpha\beta^T R_{kt})^T \Sigma^{-1} \\ \log f(.) &= \frac{-Tk}{2} \log(2\pi) - \frac{T}{2} \log|\Sigma| - \frac{1}{2} \text{traza} \left(\Sigma^{-1} \sum_{t=1}^T (R_{ot} + \alpha\beta^T R_{kt}) (R_{ot} + \alpha\beta^T R_{kt})^T \right) \quad (8) \end{aligned}$$

Teniendo en cuenta que $\sum_{t=1}^T (R_{ot} + \alpha\beta^T R_{kt})_{1 \times k}^T \Sigma_{k \times k}^{-1} (R_{ot} + \alpha\beta^T R_{kt})_{k \times 1}^T$ es T veces la

matriz de varianzas y covarianzas muestral de ε_t , denotada por S , la expresión (8)

puede ser reescrita como:

$$\log(f(\cdot)) = \frac{-Tk}{2} \log(2\pi) - \frac{T}{2} \log|\Sigma| - \frac{1}{2} \text{traza}(\Sigma^{-1}ST)$$

$$\log(f(\cdot)) = \frac{-Tk}{2} \log(2\pi) - \frac{T}{2} \log|\Sigma| - \frac{T}{2} \text{traza}(\Sigma^{-1}S) \quad (9)$$

En el tercer miembro de la ecuación (9) sustituimos la matriz de varianzas y covarianzas del vector ε_t , por su estimador máximo verosimil, que es la matriz de varianzas y covarianzas muestral¹.

$$\log(f(\cdot)) = \frac{-Tk}{2} \log(2\pi) - \frac{T}{2} \log|\Sigma| - \frac{T}{2} \text{traza}(I)$$

$$\log(f(\cdot)) = \frac{-Tk}{2} (1 + \log(2\pi)) - \frac{T}{2} \log|\Sigma|$$

$$\log f(\cdot) = \frac{-Tk}{2} (1 + \log(2\pi)) - \frac{T}{2} \log \left| \sum_{t=1}^T (R_{0t} - \alpha\beta^T R_{kt})(R_{0t} - \alpha\beta^T R_{kt})^T / T \right| \quad (10)$$

denotando por $S_{i,j}$ para $i,j = 0, k$, las matrices de momentos cruzados de los residuos

de las regresiones 1 y 2, tal que, $S_{i,j} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T R_{it} R_{jt}^T$, la expresión (10) puede ser

reespresada como:

$${}^1 \hat{\Sigma}_{MV} = S = \begin{pmatrix} \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \varepsilon_t \varepsilon_{1t}^T, & \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \varepsilon_t \varepsilon_{2t}^T, & \dots & \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \varepsilon_t \varepsilon_{kt}^T \\ \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \varepsilon_t \varepsilon_{2t}^T, & \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \varepsilon_{2t} \varepsilon_{2t}^T, & \dots & \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \varepsilon_t \varepsilon_{kt}^T \\ \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \varepsilon_t \varepsilon_{kt}^T, & \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \varepsilon_{2t} \varepsilon_{kt}^T, & \dots & \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \varepsilon_{kt} \varepsilon_{kt}^T \end{pmatrix}.$$

$$\log f(.) = \frac{-Tk}{2}(1 + \log(2\pi)) - \frac{T}{2} \log |S_{00} - \alpha\beta^T S_{k0} - S_{0k}\beta\alpha^T + \alpha\beta^T S_{kk}\beta\alpha^T| \quad (11)$$

El estimador máximo verosimil α es aquel que resuelve el siguiente problema de optimización:

$$\text{Min}_{\alpha} \quad \frac{-Tk}{2}(1 + \log(2\pi)) - \frac{T}{2} \log |S_{00} - \alpha\beta^T S_{k0} - S_{0k}\beta\alpha^T + \alpha\beta^T S_{kk}\beta\alpha^T|$$

$$\text{c.p.o. : } \frac{\partial \log(f(.))}{\partial \alpha} = 0$$

$$\text{c.p.o. : } -\frac{T}{2} \left\{ \frac{-\beta^T S_{k0} - (S_{0k}\beta)^T + 2\beta^T S_{kk}\beta\alpha}{S_{00} - \alpha\beta^T S_{k0} - S_{0k}\beta\alpha^T + \alpha\beta^T S_{kk}\beta\alpha^T} \right\} = 0$$

$$\alpha_{MV}^T = (\beta^T S_{kk}\beta)^{-1} \beta^T S_{k0} \quad (12)$$

Posteriormente, se sustituye el estimador máximo verosimil de α en la expresión (11). Al hacerlo, el logaritmo de la función de verosimilitud queda expresado en función de un único vector de parámetros desconocidos: β .

$$\log f(.) = M - \frac{T}{2} \log |S - S_{k0}^T \beta (\beta^T S_{kk} \beta)^{-1} \beta^T S_{k0} - S_{0k} \beta (\beta^T S_{kk} \beta)^{-1} \beta^T S_{k0} + S_{k0}^T \beta (\beta^T S_{kk} \beta)^{-1} \beta^T S_{k0}|$$

donde M representa el término constante de la ecuación (11). Teniendo en cuenta que:

$$S_{k0}^T = S_{0k}, \text{ la expresión anterior es reescrita como:}$$

$$\log f(\cdot) = M - \frac{T}{2} \log \left| S_{00} - S_{k0}^T \beta (\beta^T S_{kk} \beta)^{-1} \beta^T S_{k0}^{-1} \beta^T S_{k0} \right| \quad (13)$$

el determinante de la expresión (13) puede expresarse de la siguiente forma:

$$\left| S - S_{k0}^T \beta (\beta^T S_{kk} \beta)^{-1} \beta^T S_{k0}^{-1} \beta^T S_{k0} \right| = \left| (\beta^T S_{kk} \beta)^{-1} (S_{00}) (\beta^T (S_{kk} - S_{k0} S_{00}^{-1} S_{0k}) \beta) \right|$$

y haciendo uso de las propiedades de los determinantes la expresión (13) puede reexpresarse como:

$$\log f(\cdot) = M - \frac{T}{2} \log \left\{ \left| (\beta^T S_{kk} \beta)^{-1} \right| |S_{00}| \left| \beta^T (S_{kk} - S_{k0} S_{00}^{-1} S_{0k}) \beta \right| \right\} \quad (14)$$

teniendo en cuenta que $|A^{-1}| = |A|^{-1}$ y reordenando términos en la ecuación (14)

obtenemos la ecuación (15):

$$\log f(\cdot) = M - \frac{T}{2} \log |S_{00}| - \frac{T}{2} \log \left\{ \frac{\left| \beta^T (S_{kk} - S_{k0} S_{00}^{-1} S_{0k}) \beta \right|}{\left| \beta^T S_{kk} \beta \right|} \right\} \quad (15)$$

Maximizar el logaritmo de la función de verosimilitud definido en (15) es equivalente a minimizar el tercer término de la expresión anterior. Por lo tanto la estimación del vector β se puede obtener al resolver el siguiente problema de optimización:

$$\underset{\beta}{Min} \frac{\left| \beta^T (S_{kk} - S_{k0} S_{00}^{-1} S_{0k}) \beta \right|}{\left| \beta^T S_{kk} \beta \right|}$$

$$\text{s.a } \beta^T S_{kk} \beta = I_{k \times k}$$

y equivalentemente el problema anterior se puede expresar como:

$$\text{Min } \left| \beta^T (S_{kk} - S_{k0} S_{00}^{-1} S_{0k}) \beta \right|$$

$$\beta$$

$$\text{s.a. } \beta^T S_{kk} \beta = I_{k \times k}$$

Utilizando los resultados estandar de la teoría de correlaciones canónicas, la función objetivo en el problema anterior es optimizada al resolver el siguiente problema de autovalores:

$$\left| \lambda S_{kk} - S_{k0} S_{00}^{-1} S_{0k} \right| = 0$$

El determinante de la matriz $(\lambda S_{kk} - S_{k0} S_{00}^{-1} S_{0k})$ es un polinomio en λ de orden k . Al igualarlo a cero se obtienen k raíces, que son los k autovalores de la matriz $(S_{k0} S_{00}^{-1} S_{0k})$. Asociado a cada autovalor se obtienen los autovectores $V = (v_1, v_2 \wedge v_k)$. La matriz β que optimiza el logaritmo de la función de verosimilitud, es la matriz de autovectores asociados a los autovalores de la matriz $(S_{k0} S_{00}^{-1} S_{0k})$.

Contrastes de cointegración. Test de razón de verosimilitud.

En el óptimo la función de verosimilitud toma la siguiente expresión:

$$\lg(f(\cdot)) = -\frac{kT}{2}\log(2\pi) - \frac{kT}{2} - \frac{T}{2} \left\{ \log|S_{00}| + \sum_{i=1}^k (1 + \lambda_i) \right\} \quad (16)$$

Derivación:

A partir de la diagonalización de la matriz $(S_{k0}S_{00}^{-1}S_{0k})$ se obtiene la expresión:

$$D = \beta(S_{k0}S_{00}^{-1}S_{0k})\beta^{TT},$$

donde: D es una matriz diagonal, que contiene los autovalores de la matriz $(S_{k0}S_{00}^{-1}S_{0k})$ y β es la matriz de autovectores asociados a los autovalores: Sustituyendo en la expresión (15) obtenemos la ecuación (16)

$$\lg(f(\cdot)) = -\frac{kT}{2}\log(2\pi) - \frac{kT}{2} - \frac{T}{2} \left\{ \log|I_{k \times k} - D_{k \times k}| \right\}$$

$$\lg(f(\cdot)) = -\frac{kT}{2}\log(2\pi) - \frac{kT}{2} - \frac{T}{2}\log|S_{00}| - \frac{T}{2} \left\{ \log \left| \prod_{i=1}^k (1 - \lambda_i) \right| \right\}$$

y equivalentemente:

$$\lg(f(\cdot)) = -\frac{kT}{2}\log(2\pi) - \frac{kT}{2} - \frac{T}{2}\log|S_{00}| - \frac{T}{2} \sum_{i=1}^k \log(1 - \lambda_i)$$

Estadísticos traza y de Máximo autovalor:

Johansen propone dos tests de razón de verosimilitud para contrastar el orden de cointegración. El primero de ellos contrasta la hipótesis nula, de que hay como

máximo r vectores de cointegración, frente a la alternativa de que hay mas de r vectores de cointegración.

Contrastar que hay r vectores de cointegración es contrastar que hay r autovalores no nulos y el resto igual a cero. El estadístico utilizado para este contraste se conoce como estadístico traza:

$$LR_{Traza} = -2 \log \left(\frac{f(\cdot)^{restringida}}{f(\cdot)^{sin restringir}} \right)$$

$$LR_{traza} = -2 \log \left(\frac{\left(\prod_{i=1}^r (1 - \lambda_i) \right)^{-T/2}}{\left(\prod_{i=1}^k (1 - \lambda_i) \right)^{-T/2}} \right) = -2 \log \left(\prod_{i=r+1}^k (1 - \lambda_i) \right)^{T/2}$$

$$LR_{Traza} = -T \sum_{i=r+1}^k \log(1 - \lambda_i)$$

Otro de los estadísticos propuestos por Johansen para contrastar el número de relaciones de cointegración es el estadístico de máximo autovalor, que contrasta la hipótesis nula de que hay r relaciones de cointegración, frente a la alternativa de que hay $r+1$ vectores de cointegración.

$$LR_{\text{Máximo autovalor}} = -2 \log \left(\frac{\left(\prod_{i=1}^r (1 - \lambda_i) \right)^{-T/2}}{\left(\prod_{i=1}^{r+1} (1 - \lambda_i) \right)^{-T/2}} \right) = -2 \log(1 - \lambda_{r+1})^{T/2}$$

$$LR_{\text{Máximo autovalor}} = -T \log(1 - \lambda_{r+1})$$

Capítulo 2. Factores Comunes en la ETTI.

Tabla 1. Valores extremos comunes a los tipos de interés

Obs.	1 d.	1 m.	3 m.	6 m.	9 m.	1 a.	3 a.	5 a.	7 a.	10 a.	15 a.	30 a.
16	7	7	5	3	-	-3	-	-	-	-	2	5
26	-3	-2	-2	-	-	-	-	-	-	-	-	-
37	-	-	-	3	4	4	3	3	3	3	3	3
39	-	-	-	-	-	-	-	-	-2	-2	-2	-2
56	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	2	-
91*	-4	-4	-4	-3	-3	-2	-3	-2	-	-	-	-
92	4	4	4	2	-	-	-	-	-	-2	-3	-4
102	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-2
114*	-2	-2	-2	-2	-	-	-	-2	-2	-	-	-
117	-	-	-	-	2	-	-	-	-	-	-	-
118	-	-	-	-2	-	-	-	-	-	-	-	-
120	-	-	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3
122	-	-	-	-	-	-	-2	-2	-2	-2	-2	-
126	-	-	-	-	-	-	2	3	3	3	3	2
132	-	-	-	-	-	-	-2	-2	-2	-2	-2	-
136	-	-	-	-	-	-	2	2	2	2	-	-
141	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	2	2
146	-	-	-	-	-	-	4	4	4	4	4	3
151	-	-	-	-	-	-	-	2	2	2	2	2
154*	-2	-2	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
155	-	-	-	-	-	-	3	2	2	2	2	2
157	-	-	-	-	-	-	-2	-	-	-	-	-
160	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-2	-2
167	-	-	-	-3	-4	-4	-2	-	-	-	-	-
168	-2	-2	-2	-	-	-	-	-	-	-	-	-
169	-	-	-	-	-	-2	-	-	-	-	-	-
170	-	-	-	-2	-2	-3	-	-	-	-	-	-
176	-	-	-	-	-	-3	-3	-3	-2	-	-	-
177	-2	-	-	-	-3	-	-	-	-	-	-	-
185	-	-	-	-	-	-	2	3	3	3	3	3
186	2	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
187	-2	-2	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
188	-	-	-	-	-	2	-	-	-	-	-	-
206	-	-	-	-	-3	-3	-	-	-	-	-	-
230	5	5	4	2	-	-	-	-	-2	-3	-4	-4
242	-	-	-	-	-	2	-	-	-	-	-	-
260	-	-	-	-	-2	-3	-2	-2	-2	-2	-	-
276	-	-	-	-	-	-	-2	-2	-	-	-	-
281	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-2	-2	-
292*	2	2	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
294	-	-	-	-	-	-	-	-3	-3	-3	-3	-2
299	-	-	-	-	-	-	2	3	3	3	3	3
312	-	-	-	-	-	-	-	-	-2	-2	-2	-2
319	-	-	-	-	-2	-2	-	-	-	-	-	-
332	-	-	-	-	-	-	-	-2	-2	-	-	-
339	-3	-3	-3	-3	-3	-	-	-	-	-	-	-
340	2	2	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
353	-3	-3	-3	-3	-	-	-	-	-	-	-	-
354	-	-	-	-	-	-2	-	-	-	-	-	-
355	-	-	-	-2	-3	-3	-	-	-	-	-	-
356	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	2
357	-	-	-	-	-	-	-3	-3	-2	-	-	-
358	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-2
360	-3	-4	-4	-4	-3	-2	-	-	-	-	-	-
366	-	-	-	2	2	2	-	-	-	-	-	-
369	-	-	-	-	-	-	2	-	-	-	-	-
374	-2	-2	-2	-2	-	-	-	-	-	-	-	-
382	-	-	-	-	-	2	-	-	-	-	-	-
391	-	-	-	-	3	4	4	3	3	2	2	2
396	3	4	4	3	-	-	-	-	-	-	-	-
397	-2	-3	-3	-2	-	-	-	-	-	-	-	-
402*	5	6	7	8	8	7	4	4	3	3	-	-
403	-4	-5	-5	-5	-4	-3	-	-	-	-	-	2
404	-	-2	-2	-3	-2	-	-	-	-	-	-	-
410	-	-	-	-	-	-	-	2	2	3	3	3
415*	-	-	-	-	-	-2	-4	-4	-4	-4	-4	-3
467	-	-	2	3	3	2	-	-	-	-	-	-
468	-3	-3	-3	-4	-3	-2	-	-	-	-	-	-
469	-	-	-	-	3	3	-	-	-	-	-	-
482	2	2	3	3	-	-	-	-	-	-	-	-

Por valores extremos interpretamos una variación diaria de magnitud igual o superior a dos desviaciones típicas. En negrita marcamos aquellos días en los que el Banco de España modificó el tipo de la subasta de Cebes. Con asterisco marcamos aquellos días en los que en el entorno de 7 días de marcado el Banco de España modificó el tipo de la subasta de Cebes.

Tabla 2. Valores extremos comunes a los tipos de interés¹

	1 d.	1 m.	3 m.	6 m.	9 m.	1 a.	3 a.	5 a.	7 a.	10 a.	15 a.	30 a.
16	7	7	5	-	-	-	-	-	-	-	-	5
37	-	-	-	-	-	4	-	-	3	3	3	3
91*	-4	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
92	4	4	-	-	-	-	-	-	-	-	-3	-4
120	-	-	-	-	-	-	-	-	3	3	3	-
146	-	-	-	-	-	-	4	4	4	4	4	3
167	-	-	-	-	-4	-	-	-	-	-	-	-
170	-	-	-	-	-3	-	-	-	-	-	-	-
176	-	-	-	-	-3	-	-3	-	-	-	-	-
230	5	5	4	-	-	-	-	-	-	-	-4	-4
260	-	-	-	-	-3	-	-	-	-	-	-	-
299	-	-	-	-	-	-	-	-	3	3	3	3
360	-3	-	-	-4	-	-	-	-	-	-	-	-
391	-	-	-	-	-	4	4	-	-	-	-	-
396	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
402*	3	6	7	8	8	7	-	4	3	-	-	-
403	5	-5	-5	-5	-4	-	4	-	-	-	-	-
415*	-4	-	-	-	-	-	-4	-4	-4	-4	-4	-3

Tabla 3. Valores extremos comunes a los tipos de interés²

	1 d.	1 m.	3 m.	6 m.	9 m.	1 a.	3 a.	5 a.	7 a.	10 a.	15 a.	30 a.
16	7	7	5	-	-	-	-	-	-	-	-	5
37	-	-	-	-	-	4	-	-	-	-	-	-
91*	-4	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
92	4	4	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-4
146	-	-	-	-	-	-	4	4	4	4	4	-
167	-	-	-	-	-4	-	-	-	-	-	-	-
230	5	5	4	-	-	-	-	-	-	-	-4	-4
360	-	-	-	-4	-	-	-	-	-	-	-	-
391	-	-	-	-	-	4	4	-	-	-	-	-
402*	-	6	7	8	8	7	-	4	-	-	-	-
403	5	-5	-5	-5	-4	-	4	-	-	-	-	-
415*	-4	-	-	-	-	-	-4	-4	-4	-4	-4	-

¹ Por valores extremos interpretamos una variación diaria de magnitud igual o superior a tres desviaciones típicas.

² Por valores extremos interpretamos una variación diaria de magnitud igual o superior a cuatro desviaciones típicas.

Tabla 4. Relación de fechas en las que el Banco de España modificó el tipo de la subasta de Cebes

Observación	Fechas	Cuantía de la Reducción	Cambio de tipos
97	15-diciembre-95	25 puntos básicos	Desde el 9,25% hasta el 9,00%
110	12-enero-96	25 puntos básicos	Desde el 9,00% hasta el 8,75%
153	13-marzo-96	50 puntos básicos	Desde el 8,75% hasta el 8,25%
167	3-abril-96	50 puntos básicos	Desde el 8,25% hasta el 7,75%
187	7-mayo-96	25 puntos básicos	Desde el 7,75% hasta el 7,50%
206	4-junio-96	25 puntos básicos	Desde el 7,50% hasta el 7,25%
290	3-octubre-96	50 puntos básicos	Desde el 7,25% hasta el 6,75%
339	13-diciembre-96	50 puntos básicos	Desde el 6,75% hasta el 6,25%
360	16-ener-97	25 puntos básicos	Desde el 6,25% hasta el 6,00%
401	14-marzo-97	25 puntos básicos	Desde el 6,00% hasta el 5,75%
421	15-abril-97	25 puntos básicos	Desde el 5,75% hasta el 5,50%
441	16-mayo-97	25 puntos básicos	Desde el 5,50% hasta el 5,25%

Tabla 5: Contrastes de raíz unitaria

	H ₀ : I(2) frente H ₁ : I(1)		H ₀ : I(1) frente H ₁ : I(0)		
	ADF	K	C	ADF	K
R _t (1 día)	--11,36	4	2,5*10 ⁻³	-0,33	4
R _t (1 mes)	-11,19	4	-9,03*10 ⁻⁶	-0,30	4
R _t (3 meses)	-10,47	4	-1,89*10 ⁻⁵	-0,39	4
R _t (6 meses)	-8,62	4	2,13*10 ⁻⁵	-0,87	4
R _t (9 meses)	-7,74	4	4,82*10 ⁻⁵	-1,28	4
R _t (1 año)	-8,11	4	6,39*10 ⁻⁵	-1,53	4
R _t (3 años)	-9,65	4	6,87*10 ⁻⁵	-1,40	4
R _t (5 años)	-9,43	4	4,24*10 ⁻⁵	-1,06	4
R _t (10 años)	-9,15	4	4,05*10 ⁻⁵	-0,73	4
R _t (30 años)	-9,39	4	4,00*10 ⁻³	-0,53	4

Nota: no se ha incluido ni un término de constante ni de tendencia cuando se ha calculado el estadístico Dickey-Fuller aumentado para contrastar la $H_0 : I(2)$ frente a la $H_1 : I(1)$. 'k' representa el número de retardos. Los valores críticos son $-2,57$, $-1,94$ y $-1,62$ a un nivel de confianza del 99%, 95% y 90% respectivamente. Cuando se calcula el estadístico Dickey-Fuller aumentado para contrastar $H_0 : I(1)$ frente a la $H_1 : I(0)$ se ha incluido un término constante pero no una tendencia determinista. Para este contraste los valores críticos son $-3,44$, $-2,86$ y $-2,57$ a un nivel de confianza del 99%, 95% y 90% respectivamente.

Tabla 6(a). Análisis univariante de tipos de interés

$r_{j,t} = \sum_i^k \varpi_i^j(B) \xi_{it}^{I/E} + N_t$												
j	$\varpi_1^j(B)$	$\varpi_2^j(B)$	$\varpi_3^j(B)$	$\varpi_4^j(B)$	$\varpi_5^j(B)$	$\varpi_6^j(B)$	$\varpi_7^j(B)$	$\varpi_8^j(B)$	$\varpi_9^j(B)$	$\varpi_{10}^j(B)$	$\varpi_{11}^j(B)$	$\varpi_{12}^j(B)$
1 día	0,95 (0,10)	0,24 (0,07)	-0,55 (0,07)	0,65 (0,10)	-0,33 (0,07)	-0,38 (0,10)	-0,46 (0,10)	0,40 (0,07)	(0,78 + 0,21B) (0,10) (0,10)	0,30 (0,07)	0,23 (0,07)	-
1 mes	0,75 (0,09)	0,20 (0,06)	-0,45 (0,06)	0,53 (0,09)	-0,29 (0,06)	-0,34 (0,09)	-0,41 (0,09)	0,35 (0,06)	(0,70 + 0,20B) (0,07) (0,07)	0,27 (0,06)	0,19 (0,06)	-
3 meses	0,45 (0,06)	0,13 (0,04)	-0,30 (0,04)	0,34 (0,06)	-0,21 (0,04)	-0,25 (0,06)	-0,32 (0,06)	0,26 (0,04)	(0,57 + 0,17B) (0,05) (0,05)	0,23 (0,04)	0,14 (0,04)	-
6 meses	0,14 (0,04)	0,15 (0,04)	(-0,18 + 0,12B) (0,04) (0,04)	0,13 (0,04)	-0,14 (0,04)	-0,22 (0,04)	0,15 (0,03)	(0,43 + 0,14B) (0,03) (0,03)	(0,13 - 0,09B) (0,04) (0,04)	-	-	-
9 meses	0,17 (0,04)	-0,12 (0,02)	-0,11 (0,04)	-0,06 (0,04)	-0,14 (0,04)	(0,34 + 0,12B) (0,03) (0,03)	(0,09 - 0,08B) (0,03) (0,03)	-	-	-	-	-
1 año	-0,12 (0,04)	0,18 (0,04)	-0,09 (0,04)	-0,15 (0,04)	-0,07 (0,04)	-0,09 (0,04)	(0,28 + 0,11B) (0,03) (0,03)	(0,06 - 0,08B) (0,03) (0,03)	-	-	-	-
3 años	(0,16 + 0,12 B) (0,06) (0,06)	-0,16 (0,06)	0,24 (0,06)	-0,16 (0,06)	-0,11 (0,04)	0,22 (0,06)	0,27 (0,06)	-0,23 (0,06)	-	-	-	-
5 años	(0,02 + 0,13B - 0,12B ²) (0,06) (0,06) (0,06)	-0,15 (0,06)	0,27 (0,06)	0,11 (0,04)	0,19 (0,06)	0,20 (0,06)	0,27 (0,06)	0,14 (0,06)	-0,25 (0,06)	-	-	-
10 años	(0,02 + 0,12B - 0,14B ²) (0,06) (0,06) (0,06)	-0,15 (0,06)	0,27 (0,06)	-0,19 (0,06)	0,10 (0,04)	-0,14 (0,04)	0,22 (0,06)	0,17 (0,06)	0,19 (0,06)	0,18 (0,06)	-0,25 (0,06)	-
30 años	0,36 (0,06)	(0,24 + 0,10B - 0,17B ²) (0,06) (0,06) (0,06)	-0,24 (0,06)	0,27 (0,06)	-0,28 (0,06)	0,09 (0,05)	-0,14 (0,05)	0,23 (0,06)	0,16 (0,06)	(0,08 + 0,16B) (0,06) (0,06)	0,20 (0,06)	-0,25 (0,06)

- 1- Entre paréntesis se recoge la desviación típica de los coeficientes estimados.
- 2- $\varpi_i(B)$: denota un polinomio de retardos de orden q_i con coeficientes ϖ_i , como muestra la tabla, $q_i : 0, 1, \text{ ó } 2$.
- 3- ξ_t^I : es una variable ficticia de tipo impulso, y ξ_t^E : es una variable ficticia de tipo escalón.

Tabla 6(b). Relación de fechas en las que se ha realizado las intervenciones

$r_{j,t} = \sum_i^k \varpi_i^j(B) \xi_t^{I/E} + N_t$												
j	$\varpi_1^j(B)$	$\varpi_2^j(B)$	$\varpi_3^j(B)$	$\varpi_4^j(B)$	$\varpi_5^j(B)$	$\varpi_6^j(B)$	$\varpi_7^j(B)$	$\varpi_8^j(B)$	$\varpi_9^j(B)$	$\varpi_{10}^j(B)$	$\varpi_{11}^j(B)$	$\varpi_{12}^j(B)$
1 día	17-mar-97 (I)	24-agos-95 (E)	14-dic-95 (I)	9-ju-96 (E)	7-ene-97 (E)	16-ene-97 (E)	7-mar-97 (I)	23-jun-97 (I)	13-dic-96 (E)	14-jul-97 (I)	6-sep-95 (I)	-
1 mes	17-mar-97 (I)	24-agos-95 (E)	14-dic-95 (I)	9-ju-96 (E)	7-ene-97 (E)	16-ene-97 (E)	7-mar-97 (I)	23-jun-97 (I)	13-dic-96 (E)	14-jul-97 (Impulso)	14-jul-97 (I)	-
3 meses	17-mar-97 (I)	24-agos-95 (E)	14-dic-95 (I)	9-ju-96 (E)	7-ene-97 (E)	16-ene-97 (E)	7-mar-97 (Impulso)	23-jun-97 (I)	13-dic-96 (E)	14-jul-97 (Impulso)	14-jul-97 (I)	-
6 meses	17-mar-97 (I)	24-agos-95 (E)	7-ene-97 (E)	16-ene-97 (E)	9-ju-96 (E)	22-sep-95 (E)	7-mar-97 (I)	14-dic-95 E	23-jun-97 (I)	-	-	-
9 meses	17-mar-97 (I)	7-ene-97 (E)	16-ene-97 (E)	14-dic-95 E	22-agos-96 E	22-sep-95 (E)	-	23-jun-97 (I)	-	-	-	-
1 año	17-mar-97 (I)	7-ene-97 (E)	16-ene-97 (E)	14-dic-95 E	22-agos-96 E	22-sep-95 (E)	24-agos-95 E	23-jun-97 (I)				
3 años	22-sep-95 (E)	14-dic-95 (E)	4-mar-96 (E)	22-agos-96 (E)	15-oct-96 (I)	28-feb-97 (E)	17-mar-97 (E)	7-abr-94 (E)				
5 años	22-sept-95 (E)	14-dic-95 (E)	4-mar-96 (E)	21-agos-96 (I)	16-oct-96 (E)	28-feb-97 (E)	17-mar-97 (E)	31-mar-97 (E)	7-abr-97 (E)			
10 años	22-sept-95 (E)	15-dic-95 (E)	9-jul-96 (E)	21-agos-96 (E)	9-oct-96 (I)	16-oct-96 (E)	28-feb-97 (E)	17-mar-97 (E)	31-mar-97 (E)	7-abr-97 (E)	4-mar-96 (E)	
30 años	22-sept-95 (E)	15-dic-95 (E)	9-jul-96 (E)	21-agos-96 (E)	9-oct-96 (I)	16-oct-96 (E)	28-feb-97 (E)	17-mar-97 (E)	31-mar-97 (E)	7-abr-97 (E)	4-mar-96 (E)	24-agos-95 (E)

(ver tabla 6(a))

Tabla 6(c). Análisis univariante de tipos de interés

$\Phi(B)\nabla N_t^j = \mu + \varepsilon_t$								
	$\Phi(B) = 1 - \phi_1(B) - \phi_2(B) - \phi_3(B) - \phi_4(B)$				μ	σ	Ljung-Box	
j	$\hat{\phi}_1$	$\hat{\phi}_2$	$\hat{\phi}_3$	$\hat{\phi}_4$			$Q(5)$	$Q(25)$
1 día	0,06 (0,04)	0,07 (0,04)	0,10 (0,04)	-	-0,008 (0,004)	0,100	3,58 (0,61)	21,17 (0,68)
1 mes	0,05 (0,04)	0,07 (0,04)	0,09 (0,04)	-	-0,008 (0,003)	0,086	4,03 (0,54)	19,29 (0,78)
3 meses	-	-	-	-	-0,008 (0,002)	0,062	8,38 (0,14)	21,73 (0,65)
6 meses	-	-	-	-	-0,008 (0,001)	0,042	7,97 (0,16)	18,84 (0,80)
9 meses	-0,06 (0,04)	-0,11 (0,04)	-0,09 (0,04)	-	-0,008 (0,002)	0,036	0,48 (0,99)	14,96 (0,94)
1 año	-0,07 (0,04)	-0,08 (0,04)	-0,08 (0,04)	-	-0,008 (0,02)	0,038	0,35 (0,99)	22,65 (0,60)
3 años	-0,03 (0,04)	0,08 (0,04)	-	-	-0,011 (0,002)	0,058	0,54 (0,99)	30,04 (0,22)
5 años	0,02 (0,04)	0,11 (0,04)	-	-	-0,011 (0,002)	0,060	1,16 (1,00)	20,59 (0,72)
10 años	0,04 (0,04)	0,10 (0,04)	-0,03 (0,04)	-0,09 (0,04)	-0,009 (0,003)	0,059	0,10 (1,00)	20,59 (0,72)
30 años	0,09 (0,04)	0,09 (0,04)	-0,03 (0,04)	-0,07 (0,04)	-0,009 (0,003)	0,063	0,59 (0,99)	25,14 (0,46)

Nota: En las primeras 5 columnas de la tabla, los números entre paréntesis representan la desviación típica de los coeficientes estimados.

En las dos últimas columnas se presentan los estadísticos Ljung-Box para contrastar la hipótesis de ausencia de autocorrelación con los órdenes que se muestran en la cabecera.

σ : representa la desviación típica incondicional de los residuos de los modelos univariantes.

Tabla 7 Contrastes de cointegración

	H ₀ : r $k-r$		Datos sin intervenir		Datos intervenidos		Valores críticos al 10%		
			i	$-\text{Tln}(1-\lambda_i)$	$-\text{T}\Sigma(1-\lambda_i)$	$-\text{Tln}(1-\lambda_i)$	$-\text{T}\Sigma(1-\lambda_i)$	L-max (10)	L-traza (10)
1 día, 1 mes	0	2	1	20,59	21,86	22,68	24,05	10,60	13,31
	1	1	2	1,27	1,27	1,37	1,37	2,71	2,71
1 mes, 3 meses	0	2	1	19,50	21,10	22,52	24,13	10,60	13,31
	1	1	2	1,60	1,60	1,60	1,60	2,71	2,71
3 meses, 6 meses	0	2	1	17,63	19,72	15,98	18,20	10,60	13,31
	1	1	2	2,09	2,09	2,22	2,22	2,71	2,71
6 meses, 9 meses	0	2	1	15,06	17,62	15,63	17,67	10,60	13,31
	1	1	2	2,56	2,56	2,04	2,04	2,71	2,71
9 meses, 1 año	0	2	1	12,09	14,99	11,24	13,96	10,60	13,31
	1	1	2	2,89	2,89	2,72	2,72	2,71	2,71
1 año, 3 años	0	2	1	6,17	8,13	6,26	8,38	10,60	13,31
	1	1	2	1,96	1,96	2,12	2,12	2,71	2,71
3 años, 5 años	0	2	1	7,22	8,64	7,30	7,59	10,60	13,31
	1	1	2	1,42	1,42	0,30	0,30	2,71	2,71
5 años, 10 años	0	2	1	10,39	11,09	11,01	12,00	10,60	13,31
	1	1	2	0,70	0,70	0,99	0,99	2,71	2,71
10 años, 30 años	0	2	1	15,07	15,65	9,28	9,80	10,60	13,31
	1	1	2	0,58	0,58	0,52	0,52	2,71	2,71

Nota: En la primera columna, la letra r denota el número de relaciones de cointegración, y $k-r$ es el número de tendencias comunes, siendo k el número de variables. Los estadísticos LR_{max} y LR_{traza} para contrastar el número de relaciones de cointegración son respectivamente: $-\text{Tln}(1-\lambda_i)$ y $-\text{T}\Sigma(1-\lambda_i)$, ver apéndice I.

Tabla 8(a) Un modelo de Corrección de Error Bivalente.

	C ₁	$\nabla r_{1d, t-1}$	$\nabla r_{1d, t-2}$	$\nabla r_{1d, t-3}$	$\nabla r_{1m, t-1}$	$\nabla r_{1m, t-2}$	$\nabla r_{1m, t-3}$	Factor de corrección de error: α_1
Ecuación del Tipo a 1 día	0,06 (1,5)	1,19 (2,0)*	0,53 (0,9)	-0,52 (-0,9)	-1,6 (-2,3)*	-0,71 (-1,0)	0,53 (0,8)	-0,43 (-4,0)*
	C ₂	$\nabla r_{1m, t-1}$	$\nabla r_{1m, t-2}$	$\nabla r_{1m, t-3}$	$\nabla r_{1d, t-1}$	$\nabla r_{1d, t-2}$	$\nabla r_{1d, t-3}$	Factor de corrección de error: α_2
Ecuación del Tipo a 1 mes	0,05 (1,5)	-1,42 (-2,4)*	-0,52 (-0,8)	0,50 (0,8)	1,09 (2,2)*	0,39 (0,9)	-0,47 (-0,9)	-0,35 (-3,8)*
Vector de cointegración: (1,0 , -1,004)								

Tabla 8 (b) Un Modelo de Corrección de Error Bivalente.

	C ₁	$\nabla r_{1d, t-1}$	$\nabla r_{1d, t-2}$	$\nabla r_{1d, t-3}$	$\nabla r_{1m, t-1}$	$\nabla r_{1m, t-2}$	$\nabla r_{1m, t-3}$	Factor de corrección de error: α_1
Ecuación del Tipo a 1 día	-0,10 (-2,7)*	-0,35 (-0,7)	0,56 (1,1)	-0,66 (-1,3)	0,41 (0,7)	-0,70 (-1,2)	0,70 (1,2)	-0,57 (-4,17)*
	C ₂	$\nabla r_{1m, t-1}$	$\nabla r_{1m, t-2}$	$\nabla r_{1m, t-3}$	$\nabla r_{1d, t-1}$	$\nabla r_{1d, t-2}$	$\nabla r_{1d, t-3}$	Factor de corrección de error: α_2
Ecuación del Tipo a 1 mes	-0,08 (-2,5)*	0,33 (0,6)	-0,50 (-1,0)	0,65 (1,3)	-0,28 (-0,6)	0,40 (0,9)	-0,60 (-1,4)	-0,46 (-3,9)*
Vector de cointegración: (1,0 ,-1,013)								

Nota: Entre paréntesis se recoge el estadístico $-t$ para el contraste de significatividad individual de los parámetros.

Los símbolos '*' y '**' denotan aquellos casos en los que los coeficientes estimados son individualmente significativos al 5% y al 10% respectivamente.

Los valores críticos de una variable con distribución normal a un nivel de confianza del 95% y 90% son respectivamente 1,96 y 1,65.

Tabla 9 (a) Un Modelo de Corrección de Error Bivalente.

	C_1	$\nabla r_{1m, t-1}$	$\nabla r_{1m, t-2}$	$\nabla r_{1m, t-3}$	$\nabla r_{3m, t-1}$	$\nabla r_{3m, t-2}$	$\nabla r_{3m, t-3}$	Factor de corrección de error: α_1
Ecuación del Tipo a 1 mes	0,06 (1,8)**	0,32 (1,4)	0,05 (0,2)	-0,30 (-1,4)	-0,67 (-2,1)*	-0,18 (-0,5)	0,34 (1,1)	-0,21 (-3,9)*
	C_2	$\nabla r_{3m, t-1}$	$\nabla r_{3m, t-2}$	$\nabla r_{3m, t-3}$	$\nabla r_{1m, t-1}$	$\nabla r_{1m, t-2}$	$\nabla r_{1m, t-3}$	Factor de corrección de error: α_2
Ecuación del Tipo a 3 meses	0,04 (1,7)**	-0,54 (-2,3)*	-0,04 (-0,2)	0,29 (1,3)	0,28 (1,7)**	-0,17 (-0,10)	-0,23 (-1,4)	-0,13 (-3,4)*
Vector de cointegración: (1,0, -0,99)								

Tabla 9 (b) Un Modelo de Corrección de Error Bivalente

	C_1	$\nabla r_{1m, t-1}$	$\nabla r_{1m, t-2}$	$\nabla r_{1m, t-3}$	$\nabla r_{3m, t-1}$	$\nabla r_{3m, t-2}$	$\nabla r_{3m, t-3}$	Factor de corrección de error: α_1
Ecuación del Tipo a 1 mes	-0,04 (-1,7)**	-0,16 (-0,8)	0,08 (0,4)	-0,37 (-1,9)**	0,23 (0,8)	-0,16 (-0,6)	0,44 (1,6)	-0,28 (-4,1)*
	C_2	$\nabla r_{3m, t-1}$	$\nabla r_{3m, t-2}$	$\nabla r_{3m, t-3}$	$\nabla r_{1m, t-1}$	$\nabla r_{1m, t-2}$	$\nabla r_{1m, t-3}$	Factor de corrección de error: α_2
Ecuación del Tipo a 3 meses	-0,02 (-1,3)	0,16 (0,8)	-0,01 (-0,1)	0,38 (1,9)**	-0,11 (-0,7)	-0,01 (-0,1)	-0,29 (-2,0)*	-0,17 (-3,5)*
Vector de cointegración: (1,0, -1,01)								

Nota: Entre paréntesis se recoge el estadístico $-t$ para el contraste de significatividad individual de los parámetros.

Los símbolos '*' y '**' denotan aquellos casos en los que los coeficientes estimados son individualmente significativos al 5% y al 10% respectivamente.

Los valores críticos de una variable con distribución normal a un nivel de confianza del 95% y 90% son respectivamente 1,96 y 1,65.

Tabla 10(a) Un Modelo de corrección de Error Bivalente

	C ₁	$\nabla r_{3m, t-1}$	$\nabla r_{3m, t-2}$	$\nabla r_{3m, t-3}$	$\nabla r_{6m, t-1}$	$\nabla r_{6m, t-2}$	$\nabla r_{6m, t-3}$	Factor de corrección de error: α_1
Ecuación del Tipo a 3 meses	0,06 (2,2)*	-0,00 (-0,0)	-0,10 (-0,9)	-0,19(-1,76)**	-0,25 (-1,5)	0,06 (0,4)	0,27 (1,6)	-0,12 (-3,6)*
	C ₂	$\nabla r_{6m, t-1}$	$\nabla r_{6m, t-2}$	$\nabla r_{6m, t-3}$	$\nabla r_{3m, t-1}$	$\nabla r_{3m, t-2}$	$\nabla r_{3m, t-3}$	Factor de corrección de error: α_2
Ecuación del Tipo a 6 meses	0,03(1,8)**	-0,18 (-1,6)	0,10 (0,2)	0,19 (1,7)**	0,04 (0,6)	-0,09 (-1,2)	-0,10 (-1,4)	-0,06 (-2,4)*
Vector de cointegración: (1,0, -0,98)								

Tabla 10(b) Un Modelo de Corrección de Error Bivalente

	C ₁	$\nabla r_{3m, t-1}$	$\nabla r_{3m, t-2}$	$\nabla r_{3m, t-3}$	$\nabla r_{6m, t-1}$	$\nabla r_{6m, t-2}$	$\nabla r_{6m, t-3}$	Factor de corrección de error: α_1
Ecuación del Tipo a 3 meses	0,01 (0,9)	-0,11 (-1,3)	-0,12 (-1,4)	-0,19 (-2,1)*	0,19 (1,4)	0,15 (1,2)	0,28 (2,2)*	-0,11 (-2,9)*
	C ₂	$\nabla r_{6m, t-1}$	$\nabla r_{6m, t-2}$	$\nabla r_{6m, t-3}$	$\nabla r_{3m, t-1}$	$\nabla r_{3m, t-2}$	$\nabla r_{3m, t-3}$	Factor de corrección de error: α_2
Ecuación del Tipo a 6 meses	0,01 (0,9)	0,04 (0,5)	0,18 (2,1)*	0,17 (2,0)*	-0,03 (-0,5)	-0,11 (-1,8)**	-0,09 (-1,5)	-0,03 (-1,2)
Vector de cointegración: (1,00 0,99)								

Nota: Entre paréntesis se recoge el estadístico $-t$ para el contraste de significatividad individual de los parámetros.

Los símbolos '*' y '**' denotan aquellos casos en los que los coeficientes estimados son individualmente significativos al 5% y al 10% respectivamente.

Los valores críticos de una variable con distribución normal a un nivel de confianza del 95% y 90% son respectivamente 1,96 y 1,65.

Tabla 11(a) Un Modelo de Corrección de Error Bivariante.

	C ₁	$\nabla r_{6m, t-1}$	$\nabla r_{6m, t-2}$	$\nabla r_{6m, t-3}$	$\nabla r_{9m, t-1}$	$\nabla r_{9m, t-2}$	$\nabla r_{9m, t-3}$	Factor de corrección de error: α_1
Ecuación del Tipo a 6 meses	0,04 (2,2)*	-0,12 (-1,2)	-0,12 (-1,3)	-0,08 (-0,8)	-0,02 (-0,13)	0,14 (1,2)	0,17 (1,5)	-0,09(-2,7)*
	C ₂	$\nabla r_{9m, t-1}$	$\nabla r_{9m, t-2}$	$\nabla r_{9m, t-3}$	$\nabla r_{6m, t-1}$	$\nabla r_{6m, t-2}$	$\nabla r_{6m, t-3}$	Factor de corrección de error: α_2
Ecuación del Tipo a 9 meses	0,02 (1,4)	-0,03 (-0,4)	0,09 (1,0)	0,07 (0,7)	-0,02 (-0,2)	-0,05 (-0,6)	0,03 (0,4)	-0,03 (-1,1)
Vector de cointegración: (1,0, -0,97)								

Tabla 11(b) Un Modelo de Corrección de Error bivariante

	C ₁	$\nabla r_{6m, t-1}$	$\nabla r_{6m, t-2}$	$\nabla r_{6m, t-3}$	$\nabla r_{9m, t-1}$	$\nabla r_{9m, t-2}$	$\nabla r_{9m, t-3}$	Factor de corrección de error: α_1
Ecuación del Tipo a 6 meses	0,00(0,11)	-0,15 (-1,8)**	-0,12 (-1,4)	-0,11 (-1,3)	0,20 (2,0)*	0,19 (2,0)*	0,21 (2,1)*	-0,04 (-1,3)
	C ₂	$\nabla r_{9m, t-1}$	$\nabla r_{9m, t-2}$	$\nabla r_{9m, t-3}$	$\nabla r_{6m, t-1}$	$\nabla r_{6m, t-2}$	$\nabla r_{6m, t-3}$	Factor de corrección de error: α_2
Ecuación del Tipo a 9 meses	0,01(0,93)	0,13 (1,6)	0,20 (2,4)*	0,12 (1,4)	-0,08 (-1,1)	-0,10 (-1,3)	-0,03 (-0,4)	0,03 (0,9)
Vector de cointegración: (1,0, -1,009)								

Nota: Entre paréntesis se recoge el estadístico $-t$ para el contraste de significatividad individual de los parámetros.

Los símbolos ‘*’ y ‘**’ denotan aquellos casos en los que los coeficientes estimados son individualmente significativos al 5% y al 10% respectivamente.

Los valores críticos de una variable con distribución normal a un nivel de confianza del 95% y 90% son respectivamente 1,96 y 1,65.

Tabla 12(a) Un Modelo de Corrección de Error Bivariante

	C ₁	$\nabla r_{9m, t-1}$	$\nabla r_{9m, t-2}$	$\nabla r_{9m, t-3}$	$\nabla r_{1a, t-1}$	$\nabla r_{1a, t-2}$	$\nabla r_{1a, t-3}$	Factor de corrección de error: α_1
Ecuación del Tipo a 9 meses	0,03 (1,7)**	-0,13 (-1,1)	0,00 (0,0)	0,14 (1,2)	0,08 (0,7)	0,04 (0,4)	-0,04 (-0,3)	-0,06 (-1,5)
	C ₂	$\nabla r_{1a, t-1}$	$\nabla r_{1a, t-2}$	$\nabla r_{1a, t-3}$	$\nabla r_{9m, t-1}$	$\nabla r_{9m, t-2}$	$\nabla r_{9m, t-3}$	Factor de corrección de error: α_2
Ecuación del Tipo a 1 año	0,02 (0,9)	0,00 (0,0)	-0,05 (-0,4)	-0,15 (-1,3)	0,01 (0,1)	0,10 (0,8)	0,26 (2,2)*	-0,00 (-0,2)
Vector de cointegración: (1,0, -0,97)								

Tabla 12(b) Un Modelo de Corrección de Error Bivariante

	C ₁	$\nabla r_{9m, t-1}$	$\nabla r_{9m, t-2}$	$\nabla r_{9m, t-3}$	$\nabla r_{1a, t-1}$	$\nabla r_{1a, t-2}$	$\nabla r_{1a, t-3}$	Factor de corrección de error: α_1
Ecuación del Tipo a 9 meses	0,02 (1,5)	-0,00 (-0,02)	0,04 (0,4)	0,06 (0,6)	0,06 (0,6)	0,07 (0,6)	0,02 (0,2)	-0,05 (-1,3)
	C ₂	$\nabla r_{1a, t-1}$	$\nabla r_{1a, t-2}$	$\nabla r_{1a, t-3}$	$\nabla r_{9m, t-1}$	$\nabla r_{9m, t-2}$	$\nabla r_{9m, t-3}$	Factor de corrección de error: α_2
Ecuación del Tipo a 1 año	0,01 (0,5)	-0,01 (-0,1)	0,00 (0,0)	-0,07 (-0,7)	0,09 (0,8)	0,09 (0,8)	0,17 (1,5)	0,01 (0,1)
Vector de cointegración: (1,0, -0,96)								

Nota: Entre paréntesis se recoge el estadístico $-t$ para el contraste de significatividad individual de los parámetros.

Los símbolos ‘*’ y ‘**’ denotan aquellos casos en los que los coeficientes estimados son individualmente significativos al 5% y al 10% respectivamente.

Los valores críticos de una variable con distribución normal a un nivel de confianza del 95% y 90% son respectivamente 1,96 y 1,65.

Tabla 13(a) Un Modelo de Corrección de Error Bivariante

	C ₁	$\nabla r_{1a, t-1}$	$\nabla r_{1a, t-2}$	$\nabla r_{1a, t-3}$	$\nabla r_{3a, t-1}$	$\nabla r_{3a, t-2}$	$\nabla r_{3a, t-3}$	Factor de corrección de error: α_1
Ecuación de Tipo a 1 año	0,01 (1,2)	-0,05 (-0,8)	0,15 (2,3)*	0,16 (2,4)*	0,06 (1,3)	-0,10 (-2,3)*	-0,06 (-1,3)	-0,02(-1,5)
	C ₂	$\nabla r_{3a, t-1}$	$\nabla r_{3a, t-2}$	$\nabla r_{3a, t-3}$	$\nabla r_{1a, t-1}$	$\nabla r_{1a, t-2}$	$\nabla r_{1a, t-3}$	Factor de corrección de error: α_1
Ecuación del Tipo a 3 años	0,00 (0,2)	0,01 (0,1)	-0,15 (-2,3)*	-0,10 (-1,5)	0,14 (1,4)	0,13 (1,4)	0,19 (2,0)*	0,00(0,12)
Vector de cointegración: (1,0, .-0,85)								

Tabla 13(b) Un Modelo de Corrección de Error Bivariante

	C ₁	$\nabla r_{1a, t-1}$	$\nabla r_{1a, t-2}$	$\nabla r_{1a, t-3}$	$\nabla r_{3a, t-1}$	$\nabla r_{3a, t-2}$	$\nabla r_{3a, t-3}$	Factor de corrección de error: α
Ecuación de Tipo a 1 año	0,03 (1,7)**	0,04 (0,6)	0,16 (2,6)*	0,15 (2,5)*	0,03 (0,7)	-0,07 (-1,8)**	-0,07 (-1,6)	-0,02 (-2,0)*
	C ₂	$\nabla r_{3a, t-1}$	$\nabla r_{3a, t-2}$	$\nabla r_{3a, t-3}$	$\nabla r_{1a, t-1}$	$\nabla r_{1a, t-2}$	$\nabla r_{1a, t-3}$	Factor de corrección de error: α
Ecuación del Tipo a 3 años	0,00 (0,0)	-0,06 (-1,0)	-0,12 (-1,9)**	-0,07 (-1,3)	0,19 (2,1)*	0,06 (0,6)	0,15 (1,6)	-0,00 (-0,37)
Vector de cointegración: (1,0, -0,73)								

Nota: Entre paréntesis se recoge el estadístico $-t$ para el contraste de significatividad individual de los parámetros.

Los símbolos ‘*’ y ‘**’ denotan aquellos casos en los que los coeficientes estimados son individualmente significativos al 5% y al 10% respectivamente.

Los valores críticos de una variable con distribución normal a un nivel de confianza del 95% y 90% son respectivamente 1,96 y 1,65.

Tabla 14 (a) Un Modelo de Corrección de Error Bivalente

	C ₁	$\nabla r_{3a, t-1}$	$\nabla r_{3a, t-2}$	$\nabla r_{3a, t-3}$	$\nabla r_{5a, t-1}$	$\nabla r_{5a, t-2}$	$\nabla r_{5a, t-3}$	Factor de Corrección de Error: α
Ecuación del Tipo a 3 años	0,01 (0,3)	0,39 (2,2)*	0,16 (0,9)	-0,00 (-0,0)	-0,30 (1,9)**	-0,24 (-1,5)	0,00 (0,0)	-0,02 (-0,6)
	C ₂	$\nabla r_{5a, t-1}$	$\nabla r_{5a, t-2}$	$\nabla r_{5a, t-3}$	$\nabla r_{3a, t-1}$	$\nabla r_{3a, t-2}$	$\nabla r_{3a, t-3}$	Factor de Corrección de Error: α
Ecuación del Tipo a 5 años	0,02 (0,7)	-0,20 (-1,2)	-0,24 (-1,4)	-0,05 (-0,3)	0,3 (1,5)	0,15 (0,8)	0,06 (0,3)	0,00 (0,1)
vector de cointegración: (1,0, -0,99)								

Tabla 14 (b) Un Modelo de Corrección de Error Bivalente

	C ₁	$\nabla r_{3a, t-1}$	$\nabla r_{3a, t-2}$	$\nabla r_{3a, t-3}$	$\nabla r_{5a, t-1}$	$\nabla r_{5a, t-2}$	$\nabla r_{5a, t-3}$	Factor de Corrección de Error: α
Ecuación del Tipo a 3 años	0,01 (0,6)	0,42 (2,9)*	0,20 (1,3)	-0,06 (-0,4)	-0,40 (-2,9)*	-0,28 (-2,0)*	-0,01(0,7)	-0,02 (-1,7)**
	C ₂	$\nabla r_{5a, t-1}$	$\nabla r_{5a, t-2}$	$\nabla r_{5a, t-3}$	$\nabla r_{3a, t-1}$	$\nabla r_{3a, t-2}$	$\nabla r_{5a, t-3}$	Factor de Corrección de Error: α
Ecuación del Tipo a 5 años	-0,00 (-0,0)	-0,26 (-1,8)**	-0,30 (-2,1)*	-0,01 (-0,07)	0,26 (1,7)**	0,21 (1,3)	0,01 (0,0)	-0,1 (-0,9)
Vector de cointegración: (1,0, -0,78)								

Nota: Entre paréntesis se recoge el estadístico $-t$ para el contraste de significatividad individual de los parámetros.

Los símbolos '*' y '**' denotan aquellos casos en los que los coeficientes estimados son individualmente significativos al 5% y al 10% respectivamente.

Los valores críticos de una variable con distribución normal a un nivel de confianza del 95% y 90% son respectivamente 1,96 y 1,65.

Tabla 15 (a) Un Modelo de Corrección de Error Bivariante

	C1	$\nabla r_{5a, t-1}$	$\nabla r_{5a, t-2}$	$\nabla r_{5a, t-3}$	$\nabla r_{10a, t-1}$	$\nabla r_{10a, t-2}$	$\nabla r_{10a, t-3}$	Factor de Corrección de Error: α_1
Ecuación del Tipo a 5 años	-0,02 (-0,4)	0,32 (2,4)*	-0,07 (-0,6)	0,02 (0,1)	-0,29 (-2,2)*	-0,03 (-0,25)	-0,01 (-0,1)	-0,02 (-0,9)
	C2	$\nabla r_{10a, t-1}$	$\nabla r_{10a, t-2}$	$\nabla r_{10a, t-3}$	$\nabla r_{5a, t-1}$	$\nabla r_{5a, t-2}$	$\nabla r_{5a, t-3}$	Factor de Corrección de Error: α_1
Ecuación del Tipo a 10 años	0,03 (0,5)	-0,31 (-2,3)*	-0,03 (-0,2)	-0,03 (-0,2)	0,31 (2,4)*	-0,07 (-0,6)	0,04 (0,3)	0,01 (0,2)
Vector de cointegracion: (1,0, -1,11)								

Tabla 15(b) Un Modelo de Corrección de Error Bivariante

	C1	$\nabla r_{5a, t-1}$	$\nabla r_{5a, t-2}$	$\nabla r_{5a, t-3}$	$\nabla r_{10a, t-1}$	$\nabla r_{10a, t-2}$	$\nabla r_{10a, t-3}$	Factor de Corrección de Error: α_1
Ecuación del Tipo a 5 años	-0,01 (-0,2)	0,09 (0,7)	-0,06 (-0,5)	-0,04 (-0,3)	-0,12 (-1,0)	-0,06 (-0,5)	0,04 (0,3)	-0,02 (-0,6)
	C2	$\nabla r_{10a, t-1}$	$\nabla r_{10a, t-2}$	$\nabla r_{10a, t-3}$	$\nabla r_{5a, t-1}$	$\nabla r_{5a, t-2}$	$\nabla r_{5a, t-3}$	Factor de Corrección de Error: α_1
Ecuación del Tipo a 10 años	0,05 (0,9)	-0,15 (-1,3)	-0,02 (-0,2)	0,07 (0,5)	0,12 (1,0)	-0,09 (-0,8)	-0,03 (-0,3)	0,02 (0,7)
Vector de cointegracion : (1,0, -1,16)								

Nota: Entre paréntesis se recoge el estadístico $-t$ para el contraste de significatividad individual de los parámetros.

Los símbolos ‘*’ y ‘**’ denotan aquellos casos en los que los coeficientes estimados son individualmente significativos al 5% y al 10% respectivamente.

Los valores críticos de una variable con distribución normal a un nivel de confianza del 95% y 90% son respectivamente 1,96 y 1,65.

Tabla 16(a) Un Modelo de Corrección de Error Bivariante

	C ₁	$\nabla r_{10a, t-1}$	$\nabla r_{10a, t-2}$	$\nabla r_{10a, t-3}$	$\nabla r_{30a, t-1}$	$\nabla r_{30a, t-2}$	$\nabla r_{30a, t-3}$	Factor de corrección de error: α_1
Ecuación del Tipo a 10 años	0,01 (0,1)	0,21 (1,9)**	-0,15 (-1,3)	-0,02 (-0,1)	-0,23 (-2,2)*	0,05 (0,5)	0,02 (0,2)	-0,00 (-0,1)
	C ₂	$\nabla r_{30a, t-1}$	$\nabla r_{30a, t-2}$	$\nabla r_{30a, t-3}$	$\nabla r_{10a, t-1}$	$\nabla r_{10a, t-2}$	$\nabla r_{10a, t-3}$	Factor de corrección de error: α_2
Ecuación del Tipo a 30 años	0,09 (1,4)	-0,33 (-2,9)*	0,00 (0,0)	-0,05 (-0,4)	0,30 (2,4)*	-0,10 (-0,8)	0,05 (0,4)	0,05 (1,4)
Vector de cointegración: (1,0, -1,139)								

Tabla 16(b) Un Modelo de Corrección de Error Bivariante

	C ₁	$\nabla r_{10a, t-1}$	$\nabla r_{10a, t-2}$	$\nabla r_{10a, t-3}$	$\nabla r_{30a, t-1}$	$\nabla r_{30a, t-2}$	$\nabla r_{30a, t-3}$	Factor de corrección de error: α_1
Ecuación del Tipo a 10 años	-0,20 (-0,5)	0,07 (0,6)	-0,10 (-0,8)	-0,01 (-0,01)	-0,11 (-1,0)	-0,01 (-0,1)	0,04 (0,3)	-0,02 (-0,6)
	C ₂	$\nabla r_{30a, t-1}$	$\nabla r_{30a, t-2}$	$\nabla r_{30a, t-3}$	$\nabla r_{10a, t-1}$	$\nabla r_{10a, t-2}$	$\nabla r_{10a, t-3}$	Factor de corrección de error: α_2
Ecuación del Tipo a 30 años	0,03 (0,7)	-0,23 (-1,9)**	0,02 (0,1)	0,04 (0,4)	0,17 (1,3)	-0,13 (-1,0)	-0,01 (-0,0)	0,02 (0,7)
Vector de cointegración: (1,0, -1,16)								

Nota: Entre paréntesis se recoge el estadístico $-t$ para el contraste de significatividad individual de los parámetros.

Los símbolos ‘*’ y ‘**’ denotan aquellos casos en los que los coeficientes estimados son individualmente significativos al 5% y al 10% respectivamente.

Los valores críticos de una variable con distribución normal a un nivel de confianza del 95% y 90% son respectivamente 1,96 y 1,65.

Tabla 17 (a). Contrastes de autocorrelación

Residuos	Estadísticos Ljung-Box		
	Q(5)	Q(10)	Q(15)
Ecuación del tipo a 1 día	0,73(0,98)	2,60(0,99)	17,17(0,31)
Ecuación del tipo a 1 mes	0,71(0,98)	2,75(0,99)	17,13(0,31)
Ecuación del tipo a 1 mes	0,67(0,98)	2,67(0,99)	17,35(0,30)
Ecuación del tipo a 3 meses	0,88(0,97)	3,93(0,95)	16,57(0,42)
Ecuación del tipo a 3 meses	0,74(0,98)	3,58(0,96)	13,06(0,60)
Ecuación del tipo a 6 meses	1,87(0,87)	6,98(0,73)	13,15(0,59)
Ecuación del tipo a 6 meses	1,71(0,89)	6,59(0,76)	13,06(0,60)
Ecuación del tipo a 9 meses	1,88(0,87)	6,98(0,73)	13,15(0,59)
Ecuación del tipo a 9 meses	1,79(0,88)	6,24(0,80)	12,11(0,67)
Ecuación del tipo a 1 año	0,34(0,99)	4,67(0,91)	13,26(0,58)
Ecuación del tipo a 1 año	0,23(1,00)	5,19(0,88)	13,51(0,56)
Ecuación del tipo a 3 años	0,33(0,99)	8,74(0,56)	11,98(0,68)
Ecuación del tipo a 3 años	0,03(1,00)	7,19(0,71)	10,60(0,78)
Ecuación del tipo a 5 años	0,91(0,97)	6,31(0,79)	9,36(0,86)
Ecuación del tipo a 5 años	0,73(0,98)	5,79(0,83)	8,56(0,90)
Ecuación del tipo a 10 años	3,25(0,66)	7,20(0,71)	10,72(0,77)
Ecuación del tipo a 10 años	3,19(0,67)	7,67(0,66)	11,29(0,73)
Ecuación del tipo a 30 años	3,92(0,56)	7,41(0,67)	10,65(0,78)

Nota: Entre paréntesis se recoge el p -valor asociado a los estadísticos calculados.

Tabla 17 (b). Contrastes de autocorrelación

Residuos	Estadísticos Ljung-Box		
	Q(5)	Q(10)	Q(15)
Ecuación del tipo a 1 día	4,93(0,42)	5,73(0,84)	13,97(0,53)
Ecuación del tipo a 1 mes	5,09(0,41)	5,61(0,85)	14,04(0,52)
Ecuación del tipo a 1 mes	5,32(0,38)	5,80(0,83)	14,44(0,49)
Ecuación del tipo a 3 meses	5,36(0,37)	5,37(0,87)	13,77(0,54)
Ecuación del tipo a 3 meses	5,20(0,39)	5,38(0,86)	14,24(0,51)
Ecuación del tipo a 6 meses	3,31(0,65)	5,37(0,87)	9,77(0,83)
Ecuación del tipo a 6 meses	2,71(0,76)	4,55(0,92)	11,12(0,74)
Ecuación del tipo a 9 meses	0,38(0,99)	6,67(0,76)	11,55(0,71)
Ecuación del tipo a 9 meses	0,26(1,00)	6,37(0,78)	11,32(0,73)
Ecuación del tipo a 1 año	0,89(0,97)	9,67(0,54)	12,25(0,66)
Ecuación del tipo a 1 año	0,91(0,97)	8,75(0,56)	13,31(0,58)
Ecuación del tipo a 3 años	2,16(0,83)	9,67(0,54)	14,80(0,47)
Ecuación del tipo a 3 años	0,31(0,99)	6,40(0,78)	11,74(0,70)
Ecuación del tipo a 5 años	1,22(0,94)	3,74(0,96)	6,61(0,97)
Ecuación del tipo a 5 años	1,23(0,94)	4,05(0,95)	6,67(0,96)
Ecuación del tipo a 10 años	4,57(0,47)	7,10(0,72)	8,87(0,88)
Ecuación del tipo a 10 años	5,37(0,37)	5,85(0,83)	14,58(0,48)
Ecuación del tipo a 30 años	2,18(0,82)	9,78(0,46)	14,94(0,46)

Nota: Entre paréntesis se recoge el p -valor asociado a los estadísticos calculados.

Tabla 18(a) Residuos de los modelos bivariantes. Estadísticos Descriptivos.

Residuos	Media	Desviación Típica	Asimetría	Curtosis	Correlación entre residuos	Normalidad
Ecuación del tipo a 1 día	0,00	0,13	0,72	9,36	0,99	220*
Ecuación del tipo a 1 mes	0,00	0,11	0,62	8,98		221*
Ecuación del tipo a 1 mes	0,00	0,11	0,62	9,04	0,98	224*
Ecuación del tipo a 3 meses	0,00	0,08	0,47	9,39		274*
Ecuación del tipo a 3 meses	0,00	0,08	0,50	9,43	0,92	273*
Ecuación del tipo a 6 meses	0,00	0,05	0,58	13,35		507*
Ecuación del tipo a 6 meses	0,00	0,05	0,60	13,43	0,89	504*
Ecuación del tipo a 9 meses	0,00	0,04	0,76	13,88		485*
Ecuación del tipo a 9 meses	0,00	0,04	0,75	13,79	0,92	483*
Ecuación del tipo a 1 año	0,00	0,04	0,50	9,41		270*
Ecuación del tipo a 1 año	0,00	0,04	0,42	9,31	0,75	278*
Ecuación del tipo a 3 años	0,00	0,06	0,28	4,12		21*
Ecuación del tipo a 3 años	0,00	0,06	0,28	4,17	0,97	23*
Ecuación del tipo a 5 años	0,00	0,07	0,36	4,03		19*
Ecuación del tipo a 5 años	0,00	0,07	0,34	3,95	0,94	17*
Ecuación del tipo a 10 años	0,00	0,07	0,29	3,97		17*
Ecuación del tipo a 10 años	0,00	0,07	0,28	3,97	0,92	17*
Ecuación del tipo a 30 años	0,00	0,07	0,23	4,61		40*

Nota: para el contraste de Normalidad se ha utilizado el estadístico Jarque-Bera. Para muestras grandes, este estadístico se distribuye con una chi-cuadrado con dos grados de libertad. Los niveles críticos son 6,63, 5,99 y 4,61 para un nivel de significación del 1%, 5% y 10% respectivamente.

Los símbolos ‘*’ y ‘**’ denotan aquellos casos en los que se encuentra evidencia en contra de la hipótesis nula a un nivel de significación del 5% y 10% respectivamente.

Tabla 18(b) Residuos de los Modelos bivariantes. Estadísticos Descriptivos.

Residuos	Media	Desviación Típica	Asimetría	Curtosis	Correlación entre residuos	Normalidad
Ecuación del tipo A 1 día	-0,00	0,10	-0,05	3,17	0,99	1,3
Ecuación del tipo a 1 mes	-0,00	0,09	-0,07	3,19		1,6
Ecuación del tipo a 1 mes	0,00	0,08	-0,07	3,18	0,97	1,5
Ecuación del tipo a 3 meses	0,00	0,06	-0,08	3,27		2,4
Ecuación del tipo a 3 meses	0,00	0,06	-0,08	3,29	0,87	2,9
Ecuación del tipo a 6 meses	0,00	0,06	-0,25	4,44		32,4
Ecuación del tipo a 6 meses	-0,00	0,04	-0,26	4,42	0,85	31,7
Ecuación del tipo a 9 meses	0,00	0,04	-0,38	4,66		37,6
Ecuación del tipo a 9 meses	0,00	0,04	-0,36	4,71	0,91	39,69
Ecuación del tipo a 1 año	-0,00	0,04	-0,29	4,54		35,24
Ecuación del tipo a 1 año	0,00	0,04	-0,33	39,81	0,70	39,8
Ecuación del tipo a 3 años	-0,00	0,06	0,04	0,30		0,30
Ecuación del tipo a 3 años	-0,00	0,06	0,05	3,08	0,95	0,62
Ecuación del tipo a 5 años	-0,00	0,06	0,18	3,21		3,63
Ecuación del tipo a 5 años	-0,00	0,06	0,16	3,23	0,93	3,12
Ecuación del tipo a 10 años	0,00	0,06	0,25	3,14		5,21
Ecuación del tipo a 10 años	-0,00	0,06	0,24	3,16	0,93	5,2
Ecuación del tipo a 30 años	0,00	0,06	0,14	3,11		2,0

Nota: para el contraste de Normalidad se ha utilizado el estadístico Jarque-Bera. Para muestras grandes, este estadístico se distribuye con una chi-cuadrado con dos grados de libertad. Los niveles críticos son 6,63, 5,99 y 4,61 para un nivel de significación del 1%, 5% y 10% respectivamente.

Los símbolos '*' y '**' denotan aquellos casos en los que se encuentra evidencia en contra de la hipótesis nula a un nivel de significación del 5% y 10% respectivamente.

Tabla 19(a) Un Modelo de Corrección de Error Trivariante

Ecuación del tipo a 3 años		Ecuación del tipo a 10 años		Ecuación del tipo a 30 años	
C ₁	-0,10 (-1,8)	C ₂	-0,01 (-0,13)	C ₃	0,08 (1,2)
$\nabla r_{3a, t-1}$	0,21 (1,9)	$\nabla r_{10a, t-1}$	0,26 (1,2)	$\nabla r_{30a, t-1}$	-0,49 (-3,2)
$\nabla r_{3a, t-2}$	0,04 (0,3)	$\nabla r_{10a, t-2}$	-0,13 (-0,6)	$\nabla r_{30a, t-2}$	-0,07 (-0,5)
$\nabla r_{3a, t-3}$	0,05 (0,4)	$\nabla r_{10a, t-3}$	-0,08 (-0,4)	$\nabla r_{30a, t-3}$	-0,10 (-0,7)
$\nabla r_{10a, t-1}$	-0,10 (-0,5)	$\nabla r_{3a, t-1}$	-0,02 (-0,2)	$\nabla r_{10a, t-1}$	0,61 (2,6)
$\nabla r_{10a, t-2}$	-0,13 (-0,6)	$\nabla r_{3a, t-2}$	-0,01 (-0,1)	$\nabla r_{10a, t-2}$	0,02 (0,1)
$\nabla r_{10a, t-3}$	0,16 (0,7)	$\nabla r_{3a, t-3}$	0,05 (0,4)	$\nabla r_{10a, t-3}$	0,16 (0,7)
$\nabla r_{30a, t-1}$	-0,07 (-0,5)	$\nabla r_{30a, t-1}$	-0,25 (-1,9)	$\nabla r_{3a, t-1}$	-0,20 (-1,5)
$\nabla r_{30a, t-2}$	0,13 (1,0)	$\nabla r_{30a, t-2}$	0,04 (0,3)	$\nabla r_{3a, t-2}$	-0,06 (-0,4)
$\nabla r_{30a, t-3}$	0,14 (1,2)	$\nabla r_{30a, t-3}$	0,05 (0,3)	$\nabla r_{3a, t-3}$	-0,07 (0,5)
α_1	0,14 (2,5)*	α_2	0,04 (0,7)	α_3	-0,06 (-0,9)
Vector de cointegración : (0,25 -1,17 1,00)					

Nota: Entre paréntesis se recoge el estadístico $-t$ para el contraste de significatividad individual de los parámetros.

Los símbolos ‘*’ Y ‘**’ denotan aquellos casos en los que los coeficientes estimados son individualmente significativos al 5% y 10% respectivamente.

Tabla 19(b) Un Modelo de Corrección de Error Trivariante					
Ecuación del tipo a 3 años		Ecuación del tipo a 10 años		Ecuación del tipo a 30 años	
C ₁		C ₂		C ₃	
$\nabla r_{3a, t-1}$	0,19 (2,1)*	$\nabla r_{10a, t-1}$	0,10 (0,5)	$\nabla r_{30a, t-1}$	-0,34 (-2,5)*
$\nabla r_{3a, t-2}$	0,06 (0,6)	$\nabla r_{10a, t-2}$	-0,11 (-0,6)	$\nabla r_{30a, t-2}$	0,01 (0,0)
$\nabla r_{3a, t-3}$	0,04 (0,4)	$\nabla r_{10a, t-3}$	-0,01 (-0,1)	$\nabla r_{30a, t-3}$	0,03 (0,2)
$\nabla r_{3a, t-4}$	-0,19 (-2,0)*	$\nabla r_{10a, t-4}$	0,27 (1,5)	$\nabla r_{30a, t-4}$	0,01 (0,1)
$\nabla r_{3a, t-5}$	-0,04 (-0,5)	$\nabla r_{10a, t-5}$	0,29 (1,6)	$\nabla r_{30a, t-5}$	-0,20 (-1,4)
$\nabla r_{10a, t-1}$	-0,22 (-1,3)	$\nabla r_{3a, t-1}$	-0,02 (-0,2)	$\nabla r_{10a, t-1}$	0,42 (2,3)*
$\nabla r_{10a, t-2}$	-0,24 (-1,4)	$\nabla r_{3a, t-2}$	0,10 (0,1)	$\nabla r_{10a, t-2}$	-0,11 (-0,6)
$\nabla r_{10a, t-3}$	-0,12 (-0,7)	$\nabla r_{3a, t-3}$	0,02 (0,3)	$\nabla r_{10a, t-3}$	0,01 (0,0)
$\nabla r_{10a, t-4}$	0,32 (1,9)**	$\nabla r_{3a, t-4}$	-0,10 (-1,0)	$\nabla r_{10a, t-4}$	0,11 (0,6)
$\nabla r_{10a, t-5}$	0,18 (1,0)	$\nabla r_{3a, t-5}$	-0,06 (-0,7)	$\nabla r_{10a, t-5}$	0,32 (1,7)**
$\nabla r_{30a, t-1}$	0,03 (0,2)	$\nabla r_{30a, t-1}$	-0,13 (-1,0)	$\nabla r_{3a, t-1}$	-0,19 (-1,9)**
$\nabla r_{30a, t-2}$	0,09 (0,7)	$\nabla r_{30a, t-2}$	0,00 (0,0)	$\nabla r_{3a, t-2}$	-0,01 (-0,1)
$\nabla r_{30a, t-3}$	0,09 (0,7)	$\nabla r_{30a, t-3}$	0,02 (0,1)	$\nabla r_{3a, t-3}$	0,01 (0,1)
$\nabla r_{30a, t-4}$	-0,15 (-1,2)	$\nabla r_{30a, t-4}$	-0,10 (-0,7)	$\nabla r_{3a, t-4}$	-0,05 (-0,5)
$\nabla r_{30a, t-5}$	-0,17 (-1,4)	$\nabla r_{30a, t-5}$	-0,22 (-1,8)**	$\nabla r_{3a, t-5}$	-0,08 (-0,8)
α_1	0,01 (0,3)	α_2	0,04 (0,9)	α_3	-0,03 (-0,8)
Vector de cointegración : (0,38 -1,27 1,00)					

Nota: Entre paréntesis se recoge el estadístico $-t$ para el contraste de significatividad individual de los parámetros.

Los símbolos ‘*’ Y ‘**’ denotan aquellos casos en los que los coeficientes estimados son individualmente significativos al 5% y 10% respectivamente.

Tabla 20(a) Un Modelo de Corrección de Error Trivariante

Ecuación del tipo a 5 años		Ecuación del tipo a 10 años		Ecuación del tipo a 30 años	
C_1	-0,06 (-1,0)	C_2	0,01 (0,2)	C_3	0,09 (1,4)
$\nabla r_{5a, t-1}$	0,34 (1,4)	$\nabla r_{10a, t-1}$	-0,07 (-0,2)	$\nabla r_{30a, t-1}$	-0,28 (-1,3)
$\nabla r_{5a, t-2}$	0,06 (-0,3)	$\nabla r_{10a, t-2}$	-0,03 (-0,1)	$\nabla r_{30a, t-2}$	-0,09 (-0,4)
$\nabla r_{5a, t-3}$	0,2 (0,9)	$\nabla r_{10a, t-3}$	-0,26 (-0,65)	$\nabla r_{30a, t-3}$	-0,08 (-0,4)
$\nabla r_{10a, t-1}$	-0,36 (-0,9)	$\nabla r_{5a, t-1}$	0,18 (0,7)	$\nabla r_{10a, t-1}$	0,17 (0,4)
$\nabla r_{10a, t-2}$	-0,10 (-0,2)	$\nabla r_{5a, t-2}$	-0,08 (-0,3)	$\nabla r_{10a, t-2}$	0,13 (0,3)
$\nabla r_{10a, t-3}$	-0,39 (-1,0)	$\nabla r_{5a, t-3}$	0,16 (0,7)	$\nabla r_{10a, t-3}$	0,13 (0,3)
$\nabla r_{30a, t-1}$	0,04 (0,2)	$\nabla r_{30a, t-1}$	-0,12 (-0,6)	$\nabla r_{5a, t-1}$	0,08 (0,3)
$\nabla r_{30a, t-2}$	0,05 (0,3)	$\nabla r_{30a, t-2}$	0,01 (0,0)	$\nabla r_{5a, t-2}$	-0,15 (-0,6)
$\nabla r_{30a, t-3}$	0,19 (1,1)	$\nabla r_{30a, t-3}$	0,12 (0,6)	$\nabla r_{5a, t-3}$	-0,05 (-0,17)
α_1	0,19 (2,1)*	α_2	0,06 (0,6)	α_3	-0,14 (-1,4)
Vector de cointegración : (0,66 -1,62 1,00)					

Nota: Entre paréntesis se recoge el estadístico $-t$ para el contraste de significatividad individual de los parámetros.

Los símbolos ‘*’ Y ‘**’ denotan aquellos casos en los que los coeficientes estimados son individualmente significativos al 5% y 10% respectivamente.

Tabla 20(b) Un Modelo de Corrección de Error Trivariante

Ecuación del tipo a 5 años		Ecuación del tipo a 10 años		Ecuación del tipo a 30 años	
C_1	0,01 (0,1)	C_2	0,08 (1,3)	C_3	0,11 (1,6)
$\nabla r_{5a,t-1}$	0,09 (0,6)	$\nabla r_{10a,t-1}$	-0,07 (-0,2)	$\nabla r_{30a,t-1}$	-0,29 (-1,8)*
$\nabla r_{5a,t-2}$	-0,04 (-0,3)	$\nabla r_{10a,t-2}$	0,08 (0,3)	$\nabla r_{30a,t-2}$	-0,07 (-0,4)
$\nabla r_{5a,t-3}$	0,02 (-1,3)	$\nabla r_{10a,t-3}$	0,07 (0,3)	$\nabla r_{30a,t-3}$	-0,01 (-0,0)
$\nabla r_{5a,t-4}$	-0,20 (-1,3)	$\nabla r_{10a,t-4}$	0,4 (1,3)	$\nabla r_{30a,t-4}$	-0,04 (-0,2)
$\nabla r_{5a,t-5}$	-0,07 (-0,4)	$\nabla r_{10a,t-5}$	0,3 (1,1)	$\nabla r_{30a,t-5}$	-0,17 (-1,1)
$\nabla r_{10a,t-1}$	-0,12 (-0,4)	$\nabla r_{5a,t-1}$	0,09 (0,6)	$\nabla r_{10a,t-1}$	0,30 (1,0)
$\nabla r_{10a,t-2}$	-0,07 (-0,2)	$\nabla r_{5a,t-2}$	-0,11 (-0,7)	$\nabla r_{10a,t-2}$	0,10 (0,3)
$\nabla r_{10a,t-3}$	-0,08 (-0,3)	$\nabla r_{5a,t-3}$	-0,03 (-0,2)	$\nabla r_{10a,t-3}$	0,10 (0,3)
$\nabla r_{10a,t-4}$	0,4 (1,5)	$\nabla r_{5a,t-4}$	-0,16 (-1,0)	$\nabla r_{10a,t-4}$	0,23 (0,8)
$\nabla r_{10a,t-5}$	0,26 (0,9)	$\nabla r_{5a,t-5}$	-0,06 (-0,4)	$\nabla r_{10a,t-5}$	0,28 (1,0)
$\nabla r_{30a,t-1}$	-0,01 (-0,1)	$\nabla r_{30a,t-1}$	-0,07 (-0,5)	$\nabla r_{5a,t-1}$	-0,08 (-0,5)
$\nabla r_{30a,t-2}$	0,00 (0,0)	$\nabla r_{30a,t-2}$	-0,07 (-0,5)	$\nabla r_{5a,t-2}$	-0,04 (-0,3)
$\nabla r_{30a,t-3}$	0,07 (0,4)	$\nabla r_{30a,t-3}$	-0,01 (-0,1)	$\nabla r_{5a,t-3}$	-0,04 (-0,3)
$\nabla r_{30a,t-4}$	-0,15 (-1,0)	$\nabla r_{30a,t-4}$	-0,13 (-0,9)	$\nabla r_{5a,t-4}$	-0,11 (-0,7)
$\nabla r_{30a,t-5}$	-0,21 (-1,4)	$\nabla r_{30a,t-5}$	-0,22 (-1,5)	$\nabla r_{5a,t-5}$	-0,04 (-0,2)
α_1	0,06 (1,4)	α_2	0,09 (2,1)*	α_3	0,04 (0,9)
Vector de cointegración : (0,89 -1,91 1,00)					

Nota: Entre paréntesis se recoge el estadístico $-t$ para el contraste de significatividad individual de los parámetros.

Los símbolos ‘*’ Y ‘**’ denotan aquellos casos en los que los coeficientes estimados son individualmente significativos al 5% y 10% respectivamente.

Tabla 21(a) Un Modelo de Corrección de Error Trivariante

Ecuación del tipo a 1 año		Ecuación del tipo a 10 años		Ecuación del tipo a 30 años	
C_1	-0,06(-1,4)	C_2	-0,03(-0,4)	C_3	0,08(1,1)
$\nabla r_{1a,t-1}$	-0,1(-0,1)	$\nabla r_{10a,t-1}$	0,25(1,8)**	$\nabla r_{30a,t-1}$	-0,39(-3,2)*
$\nabla r_{1a,t-2}$	0,13(2,3)*	$\nabla r_{10a,t-2}$	-0,17(-1,2)	$\nabla r_{30a,t-2}$	-0,02(-0,2)
$\nabla r_{1a,t-3}$	0,16(2,7)*	$\nabla r_{10a,t-3}$	-0,11(-0,8)	$\nabla r_{30a,t-3}$	-0,01(-0,1)
$\nabla r_{10a,t-1}$	-0,03(-0,3)	$\nabla r_{1a,t-1}$	0,19(2,2)*	$\nabla r_{10a,t-1}$	-0,25(-2,2)*
$\nabla r_{10a,t-2}$	0,02(-0,2)	$\nabla r_{1a,t-2}$	-0,28(-3,2)*	$\nabla r_{10a,t-2}$	0,07(0,6)
$\nabla r_{10a,t-3}$	0,13(1,5)	$\nabla r_{1a,t-3}$	-0,13(-1,5)	$\nabla r_{10a,t-3}$	0,06(0,5)
$\nabla r_{30a,t-1}$	-0,15(-1,5)	$\nabla r_{30a,t-1}$	0,41(2,8)*	$\nabla r_{1a,t-1}$	-0,19(-2,7)*
$\nabla r_{30a,t-2}$	-0,02(-0,2)	$\nabla r_{30a,t-2}$	-0,08(-0,5)	$\nabla r_{1a,t-2}$	0,20(2,8)*
$\nabla r_{30a,t-3}$	0,07(0,7)	$\nabla r_{30a,t-3}$	-0,01(-0,0)	$\nabla r_{1a,t-3}$	0,08(1,1)
α_1	0,06(1,8)**	α_2	0,03(0,6)	α_3	-0,06(-1,1)
Vector de cointegración : (0,14 -1,01 1,00)					

Nota: Entre paréntesis se recoge el estadístico $-t$ para el contraste de significatividad individual de los parámetros.

Los símbolos '*' Y '**' denotan aquellos casos en los que los coeficientes estimados son individualmente significativos al 5% y 10% respectivamente.

Tabla 21(b) Un Modelo de Corrección de Error Trivariante

Ecuación del tipo a 5 años		Ecuación del tipo a 10 años		Ecuación del tipo a 30 años	
C_1	-0,03(-0,7)	C_2	-0,06(-0,9)	C_3	0,04(0,7)
$\nabla r_{1a,t-1}$	0,08(1,6)	$\nabla r_{10a,t-1}$	0,12(0,9)	$\nabla r_{30a,t-1}$	-0,27(-2,2)*
$\nabla r_{1a,t-2}$	0,11(2,0)*	$\nabla r_{10a,t-2}$	-0,11(-0,9)	$\nabla r_{30a,t-2}$	-0,00(-0,00)
$\nabla r_{1a,t-3}$	0,12(2,1)*	$\nabla r_{10a,t-3}$	-0,04(-0,3)	$\nabla r_{30a,t-3}$	0,04(0,3)
$\nabla r_{1a,t-4}$	-0,04(-0,7)	$\nabla r_{10a,t-4}$	0,13(1,0)	$\nabla r_{30a,t-4}$	0,01(0,1)
$\nabla r_{1a,t-5}$	-0,70(-1,2)	$\nabla r_{10a,t-5}$	0,20(1,8)*	$\nabla r_{30a,t-5}$	-0,22(-1,9)**
$\nabla r_{10a,t-1}$	-0,09(-1,1)	$\nabla r_{1a,t-1}$	0,20(2,4)	$\nabla r_{10a,t-1}$	-0,14(-1,2)
$\nabla r_{10a,t-2}$	0,02(0,2)	$\nabla r_{1a,t-2}$	-0,14(-1,7)**	$\nabla r_{10a,t-2}$	0,01(0,1)
$\nabla r_{10a,t-3}$	0,10(1,1)	$\nabla r_{1a,t-3}$	-0,09(-1,1)	$\nabla r_{10a,t-3}$	0,03(0,3)
$\nabla r_{10a,t-4}$	-0,07(-0,8)	$\nabla r_{1a,t-4}$	0,08(1,0)	$\nabla r_{10a,t-4}$	-0,02(-0,2)
$\nabla r_{10a,t-5}$	-0,40(-0,5)	$\nabla r_{1a,t-5}$	0,06(0,7)	$\nabla r_{10a,t-5}$	-0,21(-1,9)**
$\nabla r_{30a,t-1}$	-0,28(-3,1)*	$\nabla r_{30a,t-1}$	0,30(2,2)*	$\nabla r_{1a,t-1}$	-0,24(-3,2)*
$\nabla r_{30a,t-2}$	0,04(0,5)	$\nabla r_{30a,t-2}$	-0,11(-0,8)	$\nabla r_{1a,t-2}$	0,09(1,2)
$\nabla r_{30a,t-3}$	0,12(1,3)	$\nabla r_{30a,t-3}$	-0,03(-0,2)	$\nabla r_{1a,t-3}$	0,06(0,8)
$\nabla r_{30a,t-4}$	-0,09(-0,9)	$\nabla r_{30a,t-4}$	0,10(0,7)	$\nabla r_{1a,t-4}$	-0,06(-0,7)
$\nabla r_{30a,t-5}$	-0,12(-1,3)	$\nabla r_{30a,t-5}$	0,32(2,4)*	$\nabla r_{1a,t-5}$	-0,01(-0,1)
α_1	0,01(0,4)	α_2	0,03(0,8)	α_3	-0,03(-0,8)
Vector de cointegración : (0,23, -1,04, 1,00)					

Nota: Entre paréntesis se recoge el estadístico $-t$ para el contraste de significatividad individual de los parámetros.

Los símbolos ‘*’ Y ‘**’ denotan aquellos casos en los que los coeficientes estimados son individualmente significativos al 5% y 10% respectivamente.

Tabla 22(a) Contrastes de autocorrelación

Residuos	Estadísticos ljung-Box		
	Q(5)	Q(10)	Q(15)
Ecuación del tipo a 3 años	0,06(1,00)	5,59(0,85)	10,96(0,76)
Ecuación del tipo a 10 años	3,16(0,68)	7,34(0,69)	11,99(0,68)
Ecuación del tipo a 30 años	3,45(0,63)	7,38(0,69)	10,20(0,81)
Ecuación del tipo a 5 años	0,77(0,98)	4,86(0,909)	9,90(0,83)
Ecuación del tipo a 10 años	3,23(0,67)	7,04(0,72)	11,56(0,71)
Ecuación del tipo a 30 años	4,06(0,54)	7,62(0,67)	10,10(0,81)
Ecuación del tipo a 1 año	0,14(1,00)	5,60(0,85)	14,97(0,45)
Ecuación del tipo a 10 años	3,52(0,62)	7,69(0,66)	11,86(0,69)
Ecuación del tipo a 30 años	3,75(0,59)	7,50(0,68)	10,52(0,79)
Ecuación del tipo a 1 día	0,28(0,99)	4,90(0,89)	17,78(0,26)
Ecuación del tipo a 3 años	0,31(0,99)	8,25(0,60)	12,16(0,67)
Ecuación del tipo a 30 años	3,47(0,63)	7,23(0,70)	10,67(0,78)
Ecuación del tipo a 1 día	4,49(0,48)	6,61(0,76)	21,71(0,12)
Ecuación del tipo a 3 años	0,05(1,00)	7,28(0,70)	10,76(0,77)
Ecuación del tipo a 30 años	2,75(0,74)	7,59(0,67)	10,87(0,76)

Nota: Entre paréntesis se recoge el p -valor asociado a los estadísticos calculados.

Tabla 22(b) Contrastes de autocorrelación

Residuos	Estadísticos ljung-Box		
	Q(5)	Q(10)	Q(15)
Ecuación del tipo a 3 años	0,10(1,00)	5,10(0,88)	9,87(0,83)
Ecuación del tipo a 10 años	0,02(1,00)	2,64(0,99)	4,79(0,99)
Ecuación del tipo a 30 años	0,05(1,00)	5,61(0,85)	8,21(0,92)
Ecuación del tipo a 5 años	0,08(1,00)	3,17(0,98)	5,87(0,96)
Ecuación del tipo a 10 años	0,04(1,00)	2,92(0,98)	4,81(0,99)
Ecuación del tipo a 30 años	0,01(1,00)	5,49(0,86)	7,97(0,93)
Ecuación del tipo a 1 año	0,38(0,99)	1,75(0,99)	10,46(0,79)
Ecuación del tipo a 10 años	0,03(1,00)	7,04(0,72)	12,93(0,61)
Ecuación del tipo a 30 años	0,06(1,00)	5,94(0,82)	8,98(0,88)
Ecuación del tipo a 1 día	0,04(1,00)	1,75(0,99)	10,46(0,79)
Ecuación del tipo a 3 años	0,06(1,00)	7,04(0,72)	12,93(0,61)
Ecuación del tipo a 30 años	0,03(1,00)	5,94(0,82)	8,98(0,88)
Ecuación del tipo a 1 día	0,08(1,00)	1,84(0,99)	10,72(0,77)
Ecuación del tipo a 3 años	0,06(1,00)	6,00(0,82)	11,34(0,73)
Ecuación del tipo a 30 años	0,07(1,00)	3,05(0,98)	4,92(0,94)

Nota: Entre paréntesis se recoge el p -valor asociado a los estadísticos calculados.

Tabla 23(a) Residuos de los modelos trivariantes. Estadísticos descriptivos

Residuos	Media	Desviación Típica	Asimetría	Curtosis	Correlación	Normalidad
Ecuación del tipo a 3 años	0,00	0,06	0,28	4,12	$\rho_{3a, 10a}$ 0,87	22*
Ecuación del tipo a 10 años	0,00	0,07	0,29	3,96	$\rho_{3a, 30a}$ 0,70	17*
Ecuación del tipo 30 años	0,00	0,07	0,20	4,55	$\rho_{10a, 30a}$ 0,93	37*
Ecuación del tipo a 5 años	0,00	0,07	0,37	3,98	$\rho_{5a, 10a}$ 0,94	18*
Ecuación del tipo a 10 años	0,00	0,07	0,30	3,95	$\rho_{5a, 30a}$ 0,77	17*
Ecuación del tipo 30 años	0,00	0,07	0,19	4,44	$\rho_{10a, 30a}$ 0,93	33*
Ecuación del tipo a 1 año	0,00	0,04	0,41	9,33	$\rho_{1a, 10a}$ -0,59	281*
Ecuación del tipo a 10 años	0,00	0,06	0,29	3,97	$\rho_{1a, 30a}$ 0,46	18*
Ecuación del tipo 30 años	-0,00	0,07	0,22	4,63	$\rho_{10a, 30a}$ 0,93	40*
Ecuación del tipo a 1 día	0,00	0,13	0,70	9,54	$\rho_{1d, 3a}$ -0,11	237*
Ecuación del tipo a 3 años	0,00	0,06	0,26	4,01	$\rho_{1d, 10a}$ -0,02	19*
Ecuación del tipo 10 años	0,00	0,07	0,07	3,90	$\rho_{3a, 30a}$ 0,87	16*
Ecuación del tipo a 1 día	0,00	0,13	0,75	9,47	$\rho_{1d, 3a}$ -0,09	220*
Ecuación del tipo a 3 años	0,00	0,06	0,24	4,00	$\rho_{1d, 30a}$ -0,05	18*
Ecuación del tipo 30 años	0,00	0,07	0,30	4,71	$\rho_{10a, 30a}$ 0,67	41*

Nota: para el contraste de Normalidad se ha utilizado el estadístico Jarque-Bera. Para muestras grandes, este estadístico se distribuye con una chi-cuadrado con dos grados de libertad. Los niveles críticos son 6,63, 5,99 y 4,61 para un nivel de significación del 1%, 5% y 10% respectivamente.

Los símbolos ‘*’ y ‘**’ denotan aquellos casos en los que se encuentra evidencia en contra de la hipótesis nula a un nivel de significación del 5% y 10% respectivamente.

Tabla 23(b) Residuos de los modelos trivariantes. Estadísticos descriptivos

Residuos	Media	Desviación Típica	Asimetría	Curtosis	Correlación	Normalidad
Ecuación del tipo a 3 años	0,00	0,06	0,03	3,10	$\rho_{3a, 10a}$ 0,84	0,54
Ecuación del tipo a 10 años	0,00	0,06	0,23	3,24	$\rho_{3a, 30a}$ 0,69	4,97
Ecuación del tipo 30 años	-0,00	0,06	0,10	3,08	$\rho_{10a, 30a}$ 0,93	1,08
Ecuación del tipo a 5 años	0,00	0,06	0,12	3,23	$\rho_{5a, 10a}$ 0,93	2,54
Ecuación del tipo a 10 años	0,00	0,06	0,21	3,21	$\rho_{5a, 30a}$ 0,77	4,20
Ecuación del tipo 30 años	0,00	0,06	0,08	3,13	$\rho_{10a, 30a}$ 0,93	1,12
Ecuación del tipo a 1 año	-0,00	0,04	-0,42	4,55	$\rho_{1a, 10a}$ 0,55	33,99*
Ecuación del tipo a 10 años	-0,00	0,06	0,24	3,29	$\rho_{1a, 30a}$ 0,48	5,76*
Ecuación del tipo 30 años	0,00	0,06	0,13	3,16	$\rho_{10a, 30a}$ 0,93	2,10
Ecuación del tipo a 1 día	-0,00	0,10	-0,12	3,16	$\rho_{1d, 10a}$ -0,11	1,90
Ecuación del tipo a 3 años	0,00	0,06	-0,01	3,08	$\rho_{1d, 30a}$ 0,01	0,42
Ecuación del tipo 10 años	-0,00	0,06	0,23	3,14	$\rho_{10a, 30a}$ 0,84	4,60
Ecuación del tipo a 1 día	-0,00	0,10	-0,13	3,14	$\rho_{1d, 3a}$ -0,11	1,86
Ecuación del tipo a 3 años	0,00	0,06	-0,04	3,07	$\rho_{1d, 30a}$ -0,03	0,46
Ecuación del tipo 30 años	-0,00	0,06	0,09	3,03	$\rho_{10a, 30a}$ 0,68	0,77

Nota: para el contraste de Normalidad se ha utilizado el estadístico Jarque-Bera. Para muestras grandes, este estadístico se distribuye con una chi-cuadrado con dos grados de libertad. Los niveles críticos son 6,63, 5,99 y 4,61 para un nivel de significación del 1%, 5% y 10% respectivamente.

Los símbolos ‘*’ y ‘**’ denotan aquellos casos en los que se encuentra evidencia en contra de la hipótesis nula a un nivel de significación del 5% y 10% respectivamente.

Tabla 24 Estadísticos para contrastar el número de relaciones de cointegración

	H ₀ : $r \ k-r$		I	Datos sin intervenir		Datos intervenidos		Valores críticos al 10%	
				-Tln(1-λ _i)	-TΣ(1-λ _i)	-Tln(1-λ _i)	-TΣ(1-λ _i)	LR _{max}	LR _{traza}
3 años, 10 años, 30 años	0	3	1	21,23	28,60	31,79	41,44	13,39	26,70
	1	2	2	6,46	7,37	8,77	9,66	10,60	13,31
	2	1	3	0,90	0,90	0,89	0,89	2,71	2,71
5 años, 10 años, 30 años	0	3	1	28,54	37,51	31,85	43,72	13,39	26,70
	1	2	2	8,32	8,97	9,96	11,87	10,60	13,31
	2	1	3	0,65	0,65	1,92	1,92	2,71	2,71
1 año, 10 años, 30 años	0	3	1	18,83	25,33	19,87	27,79	13,39	26,70
	1	2	2	5,70	6,50	7,29	7,92	10,60	13,31
	2	0	3	0,80	0,80	0,63	0,63	2,71	2,71
1 día, 10 años, 10 años	0	3	1	20,26	27,55	21,80	30,47	13,39	26,70
	1	2	2	6,21	7,29	8,09	8,67	10,60	13,31
	2	1	3	1,08	1,08	0,58	0,58	2,71	2,71
1 día, 3 años, 30 años	0	3	1	18,40	26,74	18,60	26,75	13,39	26,70
	1	2	2	7,35	8,34	7,32	8,15	10,60	13,31
	2	1	3	0,99	0,99	0,83	0,83	2,71	2,71

Nota: En la primera columna, la letra r denota el número de relaciones de cointegración, y k-r el número de tendencias comunes, siendo k el número de variables. Los estadísticos LR_{max} y LR_{traza} para contrastar el número de relaciones de cointegración son respectivamente: -Tln(1-λ_i) y -TΣ(1-λ_i), ver apéndice I.

Tabla 25 (a) Un Modelo de Corrección de Error Trivariante.					
Ecuación del tipo a 1 día		Ecuación del tipo a 3 años		Ecuación del tipo a 30 años	
C_1	0,24 (2,14)*	C_2	-0,05 (-0,9)	C_3	0,07 (1,1)
$\nabla r_{1d, t-1}$	-1,15 (-3,4)*	$\nabla r_{3a, t-1}$	0,20 (3,4)*	$\nabla r_{30a, t-1}$	-0,16 (-2,6)*
$\nabla r_{1d, t-2}$	-0,10 (-2,2)*	$\nabla r_{3a, t-2}$	-0,06 (-1,0)	$\nabla r_{30a, t-2}$	-0,07 (-1,1)
$\nabla r_{1d, t-3}$	-0,09 (-2,0)*	$\nabla r_{3a, t-3}$	-0,02 (0,3)	$\nabla r_{30a, t-3}$	-0,03 (-0,4)
$\nabla r_{3a, t-1}$	-0,06 (-0,5)	$\nabla r_{1d, t-1}$	0,03 (1,5)	$\nabla r_{3a, t-1}$	0,012 (1,7)**
$\nabla r_{3a, t-2}$	-0,21 (-1,7)**	$\nabla r_{1d, t-2}$	0,02 (0,7)	$\nabla r_{3a, t-2}$	-0,06 (-0,9)
$\nabla r_{3a, t-3}$	0,38 (3,0)*	$\nabla r_{1d, t-3}$	0,06 (2,7)*	$\nabla r_{3a, t-3}$	0,03 (0,5)
$\nabla r_{30a, t-1}$	0,14 (1,3)	$\nabla r_{30a, t-1}$	-0,14 (-2,7)*	$\nabla r_{1d, t-1}$	0,09 (3,6)*
$\nabla r_{30a, t-2}$	0,22 (2,0)*	$\nabla r_{30a, t-2}$	-0,04 (-0,8)	$\nabla r_{1d, t-2}$	0,03 (1,3)
$\nabla r_{30a, t-3}$	-0,33 (-3,0)*	$\nabla r_{30a, t-3}$	0,03 (0,5)	$\nabla r_{1d, t-3}$	0,07 (3,12)*
α_1	-0,07 (-3,8)*	α_2	0,01 (1,3)	α_3	-0,01 (-0,6)
Vector de cointegración: (0,68 -1,30 1,00)					

Nota: Entre paréntesis se recoge el estadístico $-t$ para el contraste de significatividad individual de los parámetros.

Los símbolos ‘*’ Y ‘**’ denotan aquellos casos en los que los coeficientes estimados son individualmente significativos al 5% y 10% respectivamente.

Tabla 25(b) Un Modelo de Corrección de Error trivariante

Ecuación del tipo a 1 día		Ecuación del tipo a 3 años		Ecuación del tipo a 30 años	
C_1	0,20 (2,7)*	C_2	-0,06 (-1,4)	C_3	0,04 (0,8)
$\nabla r_{1d,t-1}$	-0,02 (-0,3)	$\nabla r_{3a,t-1}$	0,12 (2,0)*	$\nabla r_{30a,t-1}$	-0,9 (-1,5)
$\nabla r_{1d,t-2}$	-0,03 (-0,7)	$\nabla r_{3a,t-2}$	-0,02 (-0,4)	$\nabla r_{30a,t-2}$	-0,07 (-1,1)
$\nabla r_{1d,t-3}$	-0,06 (-1,3)	$\nabla r_{3a,t-3}$	-0,00 (-0,0)	$\nabla r_{30a,t-3}$	0,02 (0,3)
$\nabla r_{1d,t-4}$	0,00 (0,04)	$\nabla r_{3a,t-4}$	-0,07 (-1,1)	$\nabla r_{30a,t-4}$	0,09 (1,6)
$\nabla r_{1d,t-5}$	0,10 (2,3)*	$\nabla r_{3a,t-5}$	0,02 (0,2)	$\nabla r_{30a,t-5}$	-0,00 (-0,1)
$\nabla r_{3a,t-1}$	0,06 (0,5)	$\nabla r_{1d,t-1}$	0,01 (0,2)	$\nabla r_{3a,t-1}$	0,00 (0,0)
$\nabla r_{3a,t-2}$	-0,02 (-0,2)	$\nabla r_{1d,t-2}$	-0,01 (-0,3)	$\nabla r_{3a,t-2}$	-0,07 (-1,1)
$\nabla r_{3a,t-3}$	0,23 (2,2)*	$\nabla r_{1d,t-3}$	0,07 (2,9)*	$\nabla r_{3a,t-3}$	0,04 (0,6)
$\nabla r_{3a,t-4}$	-0,03 (-0,2)	$\nabla r_{1d,t-4}$	0,03 (1,1)	$\nabla r_{3a,t-4}$	-0,04 (-0,5)
$\nabla r_{3a,t-5}$	0,07 (0,7)	$\nabla r_{1d,t-5}$	0,03 (1,0)	$\nabla r_{3a,t-5}$	0,05 (0,1)
$\nabla r_{30a,t-1}$	0,10 (1,0)	$\nabla r_{30a,t-1}$	-0,13 (-2,4)*	$\nabla r_{1d,t-1}$	0,06 (2,1)*
$\nabla r_{30a,t-2}$	0,06 (0,6)	$\nabla r_{30a,t-2}$	-0,09 (-1,6)	$\nabla r_{1d,t-2}$	-0,01 (-0,5)
$\nabla r_{30a,t-3}$	-0,17 (-1,8)**	$\nabla r_{30a,t-3}$	0,02 (0,3)	$\nabla r_{1d,t-3}$	0,10 (3,5)*
$\nabla r_{30a,t-4}$	0,04 (0,4)	$\nabla r_{30a,t-4}$	0,06 (1,1)	$\nabla r_{1d,t-4}$	0,04 (1,5)
$\nabla r_{30a,t-5}$	0,01 (0,1)	$\nabla r_{30a,t-5}$	-0,05 (-0,9)	$\nabla r_{1d,t-5}$	0,02 (0,7)
α_1	-0,05 (-3,7)*	α_2	0,01 (-1,6)	α_3	-0,00 (-0,5)
Vector de cointegración : (1,27 -1,74 1,00)					

Nota: Entre paréntesis se recoge el estadístico $-t$ para el contraste de significatividad individual de los parámetros.

Los símbolos ‘*’ Y ‘**’ denotan aquellos casos en los que los coeficientes estimados son individualmente significativos al 5% y 10% respectivamente.

Tabla 26(a) Un Modelo de Corrección de Error trivariante

Ecuación del tipo a 1 día		Ecuación del tipo a 3 años		Ecuación del tipo a 10 años	
C_1	0,23 (2,4)	C_2	0,02 (-0,5)	C_3	0,04 (0,8)
$\nabla r_{1d,t-1}$	-0,15 (-3,4)*	$\nabla r_{3a,t-1}$	0,31 (3,5)*	$\nabla r_{10a,t-1}$	-0,16 (-1,7)*
$\nabla r_{1d,t-2}$	-0,09 (-2,0)*	$\nabla r_{3a,t-2}$	-0,02 (-0,3)	$\nabla r_{10a,t-2}$	-0,07 (-0,8)
$\nabla r_{3a,t-1}$	-0,23 (-1,2)	$\nabla r_{1d,t-1}$	0,04 (1,7)*	$\nabla r_{3a,t-1}$	0,18 (1,9)*
$\nabla r_{3a,t-2}$	-0,24 (-1,2)	$\nabla r_{1d,t-2}$	0,01 (0,4)	$\nabla r_{3a,t-2}$	-0,03 (-0,3)
$\nabla r_{10a,t-1}$	0,29 (1,6)	$\nabla r_{10a,t-1}$	-0,25 (-2,9)*	$\nabla r_{1d,t-1}$	0,06 (2,6)*
$\nabla r_{10a,t-2}$	0,26 (1,4)	$\nabla r_{10a,t-2}$	-0,08 (-0,9)	$\nabla r_{1d,t-2}$	0,01 (0,3)
α_1	-0,07 (4,3)	α_2	0,01 (-0,9)	α_3	-0,00 (-0,2)
Vector de cointegración : (0,75 -1,45 1,00)					

Nota: Entre paréntesis se recoge el estadístico $-t$ para el contraste de significatividad individual de los parámetros.

Los símbolos ‘*’ Y ‘**’ denotan aquellos casos en los que los coeficientes estimados son individualmente significativos al 5% y 10% respectivamente.

Tabla 26(b) Un Modelo de Corrección de Error Trivariante

Ecuación del tipo a 1 día		Ecuación del tipo a 3 años		Ecuación del tipo a 10 años	
C_1	0,20 (3,2)*	C_2	-0,04(-1,1)	C_3	0,02(0,7)
$\nabla r_{1d,t-1}$	-0,01(-0,3)	$\nabla r_{3a,t-1}$	0,21(2,5)	$\nabla r_{10a,t-1}$	-0,09(-1,1)
$\nabla r_{1d,t-2}$	-0,04(-0,8)	$\nabla r_{3a,t-2}$	0,03(0,4)	$\nabla r_{10a,t-2}$	-0,12(-1,4)
$\nabla r_{1d,t-3}$	-0,04(-0,9)	$\nabla r_{3a,t-3}$	0,05(0,6)	$\nabla r_{10a,t-3}$	-0,03(-0,3)
$\nabla r_{1d,t-4}$	-0,00(-0,0)	$\nabla r_{3a,t-4}$	-0,15(-1,8)*	$\nabla r_{10a,t-4}$	0,15(1,8)*
$\nabla r_{1d,t-5}$	0,10(2,3)*	$\nabla r_{3a,t-5}$	0,03(0,4)	$\nabla r_{10a,t-5}$	-0,02(-0,2)
$\nabla r_{3a,t-1}$	0,02(0,7)	$\nabla r_{1d,t-1}$	0,01(0,1)	$\nabla r_{3a,t-1}$	-0,21(-2,7)*
$\nabla r_{3a,t-2}$	0,00(0,0)	$\nabla r_{1d,t-2}$	-0,09(-0,6)	$\nabla r_{3a,t-2}$	-0,14(-1,8)*
$\nabla r_{3a,t-3}$	0,08(3,0)	$\nabla r_{1d,t-3}$	0,36(2,4)	$\nabla r_{3a,t-3}$	-0,04(-0,6)
$\nabla r_{3a,t-4}$	0,02(0,9)	$\nabla r_{1d,t-4}$	-0,12(-0,8)	$\nabla r_{3a,t-4}$	0,14(1,8)*
$\nabla r_{3a,t-5}$	0,03(1,0)	$\nabla r_{1d,t-5}$	0,10(0,7)	$\nabla r_{3a,t-5}$	-0,05(-0,7)
$\nabla r_{10a,t-1}$	0,04(1,6)	$\nabla r_{10a,t-1}$	0,05(0,5)	$\nabla r_{1d,t-1}$	0,14(1,0)
$\nabla r_{10a,t-2}$	-0,00(-0,1)	$\nabla r_{10a,t-2}$	-0,01(-0,1)	$\nabla r_{1d,t-2}$	0,13(0,9)
$\nabla r_{10a,t-3}$	0,09(3,3)	$\nabla r_{10a,t-3}$	0,07(0,8)	$\nabla r_{1d,t-3}$	-0,29(-2,1)
$\nabla r_{10a,t-4}$	0,03(1,3)	$\nabla r_{10a,t-4}$	-0,9(-1,0)	$\nabla r_{1d,t-4}$	0,13(0,9)
$\nabla r_{10a,t-5}$	0,04(1,3)	$\nabla r_{10a,t-5}$	0,03(0,4)	$\nabla r_{1d,t-5}$	-0,03(-0,2)
α_1	-0,07(3,8)	α_2	0,02(1,5)	α_3	-0,01(-0,6)
Vector de cointegración : (0,88, -1,60, 1,00)					

Nota: Entre paréntesis se recoge el estadístico $-t$ para el contraste de significatividad individual de los parámetros.

Los símbolos ‘*’ Y ‘**’ denotan aquellos casos en los que los coeficientes estimados son individualmente significativos al 5% y 10% respectivamente.

Tabla 27 Relaciones de cointegración.

					Valores críticos al 10%		
	H0:r	r-	i	-Tln(1-λ _i)	-TΣ(1-λ _i)	L-max (10)	L-traza (10)
	p						
Cebes, 1 día	0	2	1	16,95	17,00	10,60	13,31
	1	1	2	0,04	0,04	2,71	2,71
Cebes, 1 mes	3	2	1	16,39	16,42	10,60	13,31
	4	1	2	0,04	0,04	2,71	2,71
Cebes, 3 meses	3	2	1	16,11	16,18	10,60	13,31
	4	1	2	0,07	0,07	2,71	2,71
Cebes, 6 meses	3	2	1	17,74	18,29	10,60	13,31
	4	1	2	0,55	0,55	2,71	2,71
Cebes, 9 meses	3	2	1	18,11	19,47	10,60	13,31
	4	1	2	1,37	1,37	2,71	2,71
Cebes, 1 año	0	2	1	16,96	18,87	10,60	13,31
	1	1	2	1,91	1,91	2,71	2,71

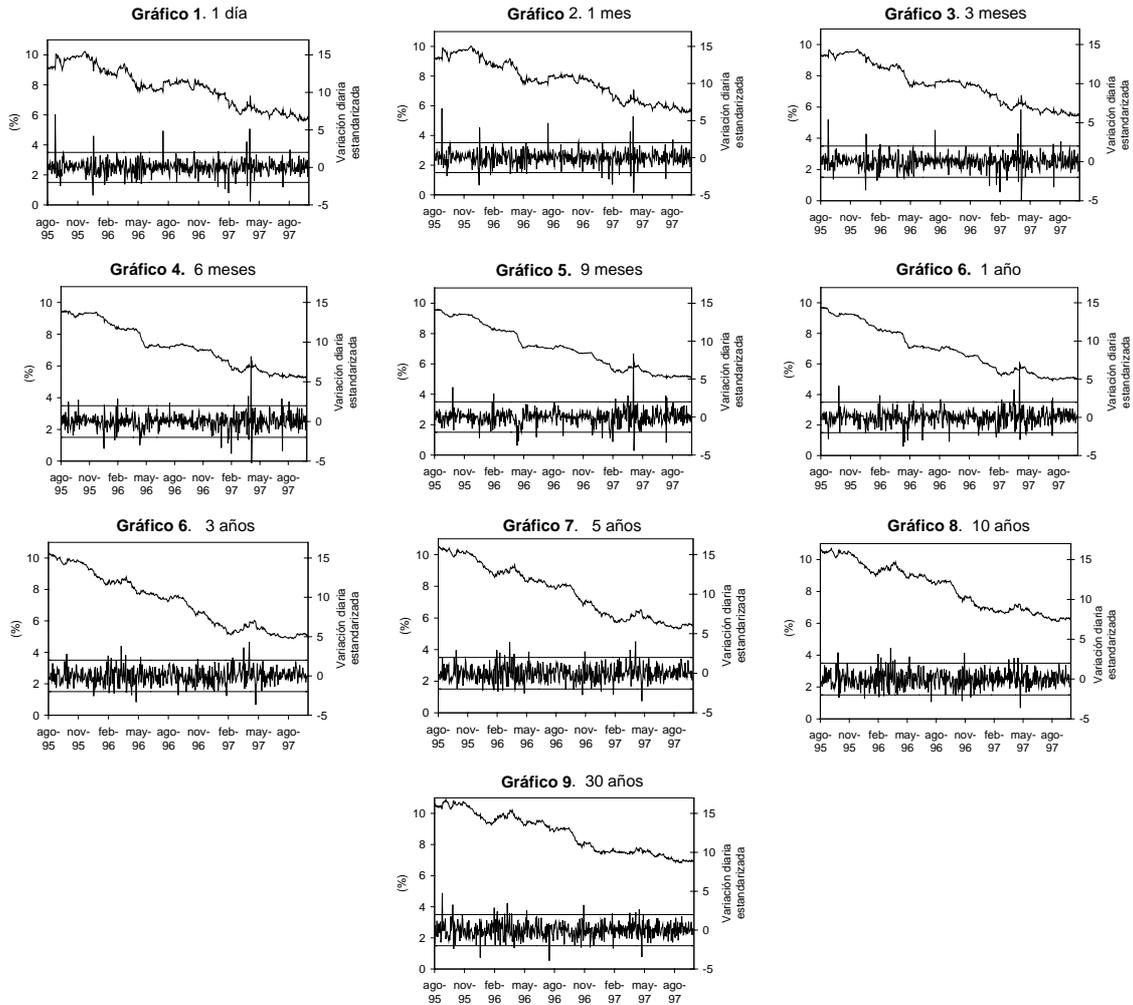
Nota: En la primera columna, la letra r denota el número de relaciones de cointegración, y $k-r$ es el número de tendencias comunes, siendo k el número de variables. Los estadísticos LR_{max} y LR_{traza} para contrastar el número de relaciones de cointegración son respectivamente: $-T\ln(1-\lambda_i)$ y $-T\sum(1-\lambda_i)$, ver apéndice I.

Tabla 28. Contraste de la Hipótesis de Expectativas de la ETTI

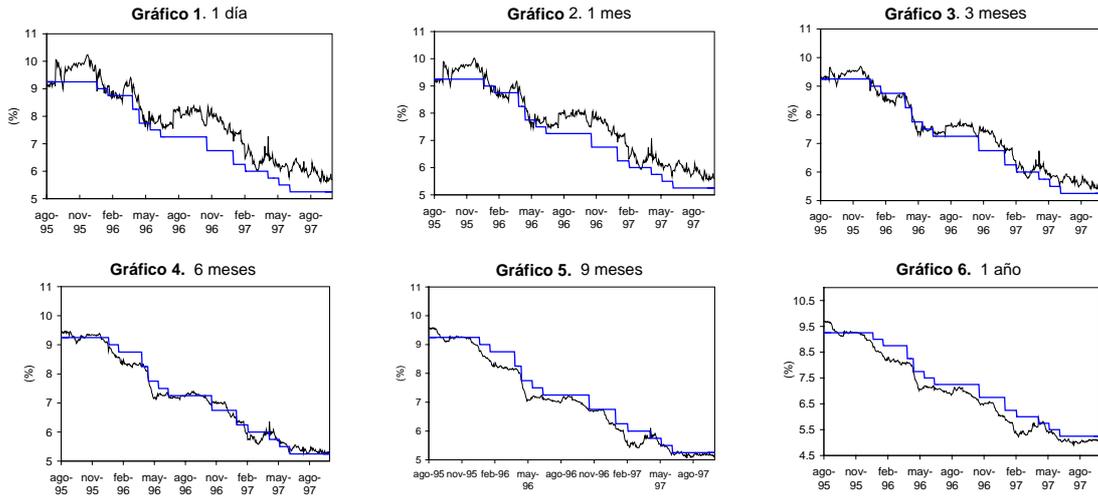
Restricciones lineales sobre los vectores de cointegración		
	$H_0: \beta^T = (1,0, -1,0)$	
	Razón de verosimilitud	
	Datos sin intervenir	Datos intervenidos
1 día, 1 mes	0,15 (0,70)	4,40 (0,04)
1 mes, 3 meses	0,02 (0,89)	0,71 (0,40)
3 meses, 6 meses	0,84 (0,36)	0,30 (0,58)
6 meses, 9 meses	2,37 (0,12)	0,60 (0,44)
9 meses, 1 año	3,16 (0,08)	5,44 (0,02)

Nota: Entre paréntesis se recoge el nivel de significación crítico del contraste.

Apéndice II Evolución de los tipos de interés y de sus variaciones diarias



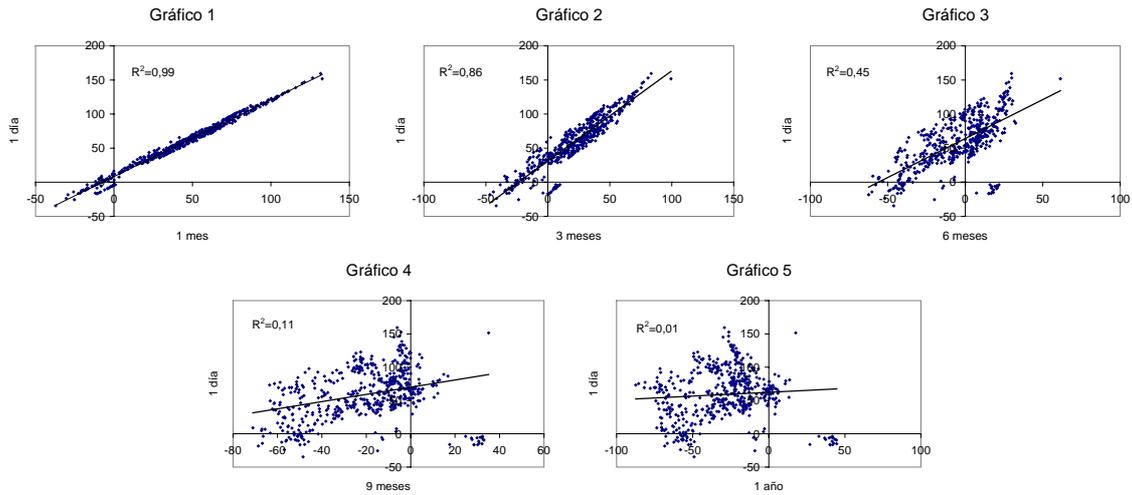
Apéndice III Evolución de los tipos de interés y el tipo de la subasta de Cebes



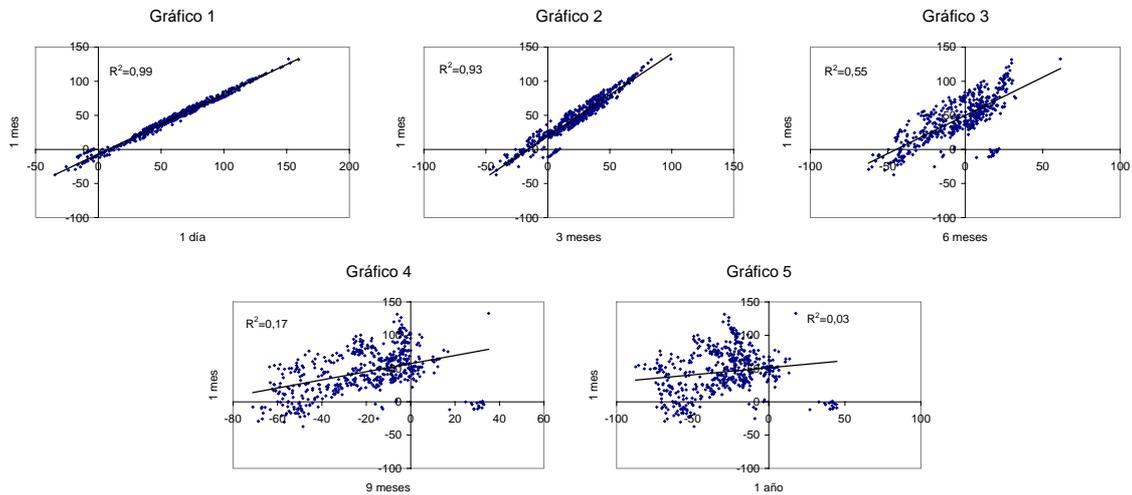
Nota: La línea continua que aparece en los gráficos presentados es el tipo de la subasta de Cebes.

Apéndice IV: Componentes transitorios de los tipos a corto plazo

Bloque 1.



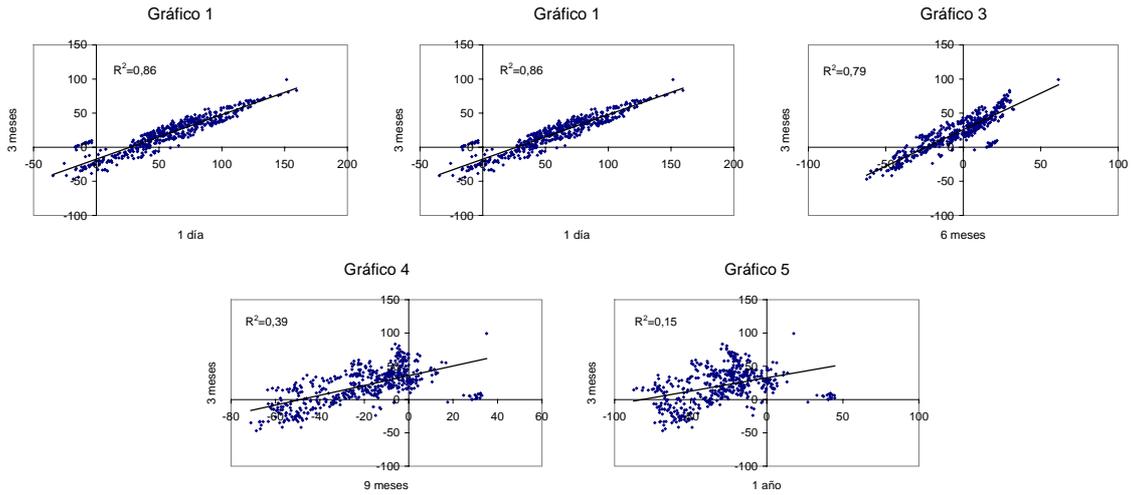
Bloque 2



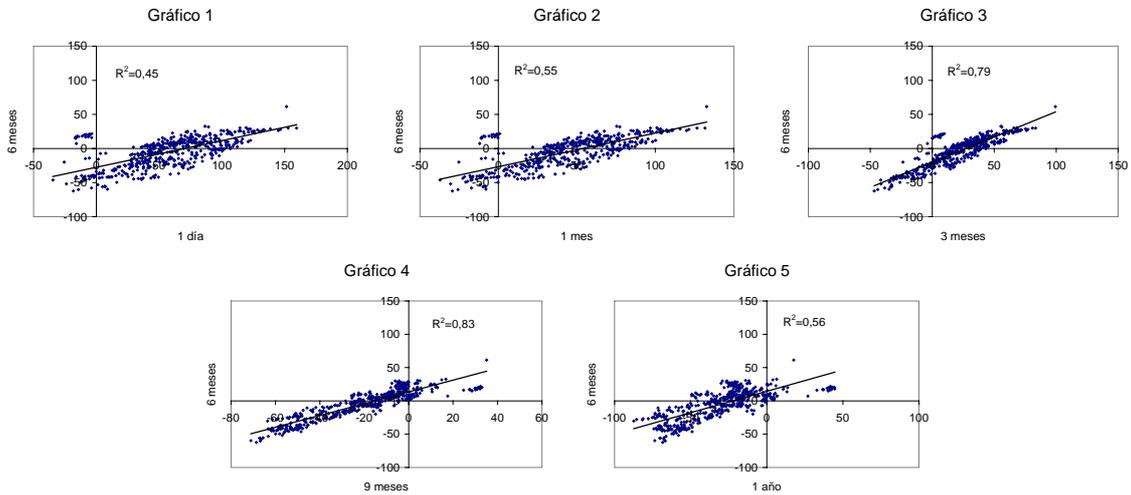
La línea continua es la recta de regresión es la recta de regresión.

Apéndice IV : Componentes transitorios de los tipos a corto plazo

Bloque 3



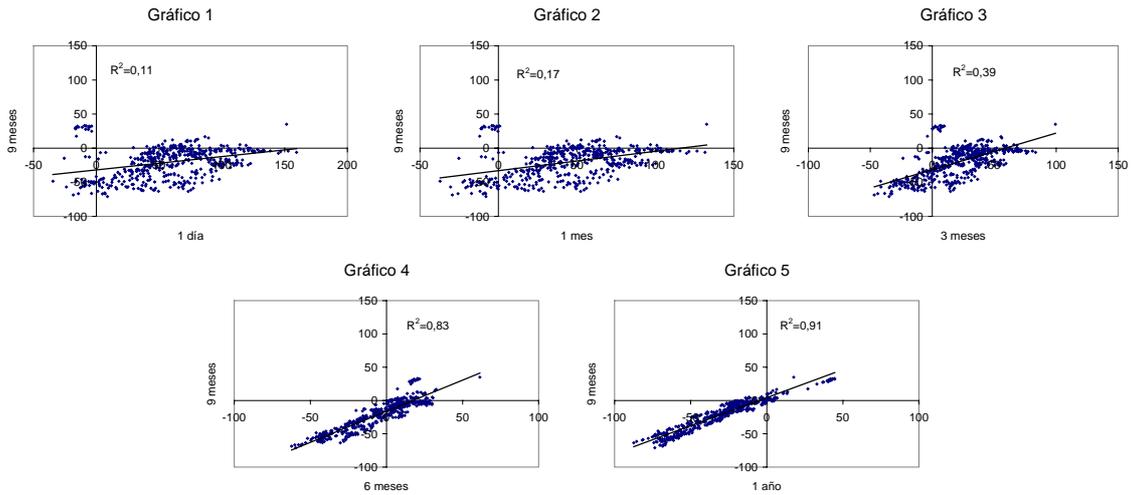
Bloque 4



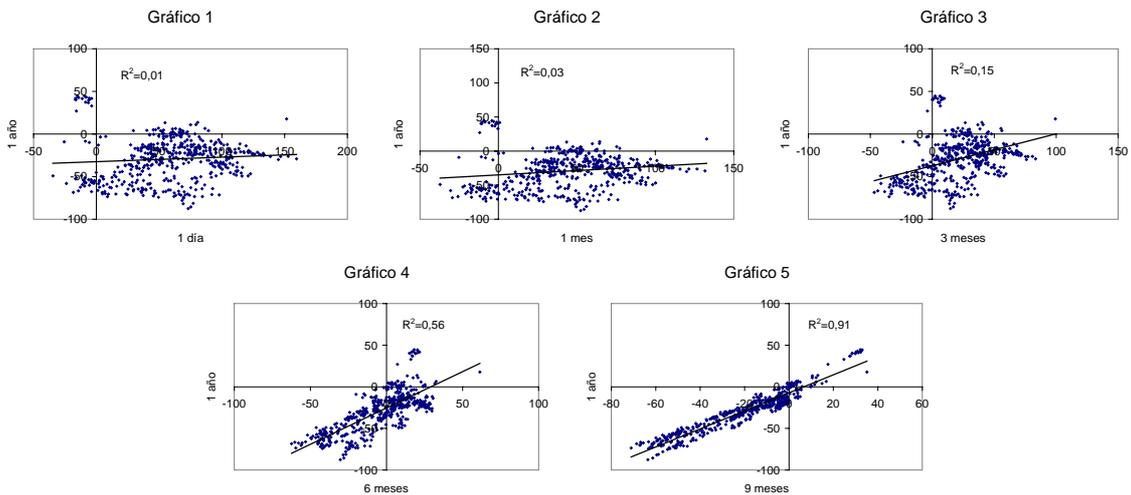
La línea continua es la recta de regresión es la rectas de regresión.

Apéndice IV: Componentes transitorios de los tipos a corto plazo

Bloque 5



Bloque 6



La línea continua es la recta de regresión es la rectas de regresión.

CAPÍTULO 3.

VOLATILIDAD DE LOS RENDIMIENTOS CUPÓN CERO. ESTUDIO DE TRANSMISIÓN DE VOLATILIDADES.

3.1 Introducción.

En este capítulo se estudia el proceso de transmisión de volatilidades a lo largo de la curva de rendimientos del mercado secundario de deuda pública en España. Concretamente, estamos interesados en evaluar en qué medida la volatilidad de los tipos de interés a corto plazo, que depende en buena parte de la instrumentación de la política monetaria en España, se transmite a los tipos de interés a medio y largo plazo, que son los que influyen más directamente en las decisiones de consumo e inversión de los agentes económicos. Esta es una cuestión que tiene interés tanto desde el punto de vista de la gestión de la política monetaria como desde el punto de vista teórico. Si existen mecanismos de transmisión de volatilidad desde los tipos a corto hacia el largo plazo, los Banco Centrales podrían estar interesados en emprender o implementar medidas de política monetaria encaminadas a reducir y controlar la volatilidad de los tipos a corto plazo, siempre que incentivar el crecimiento económico sea uno de sus objetivos, en la medida en que la incertidumbre en los mercados financieros puede ser un freno para el mismo.

La presencia de mecanismos de transmisión de volatilidades tiene su justificación desde el punto de vista teórico en lo que se conoce como Teoría de

Expectativas de la Estructura Temporal. Esta teoría establece que los tipos de interés a largo plazo son una media ponderada de los tipos de contado cotizados a corto plazo y de los tipos a corto esperados en el futuro. Bajo esta hipótesis, cabría esperar que aumentos en la volatilidad de los tipos a corto plazo se transmitiesen a lo largo de la curva de rendimientos y, además, dado que el peso de los tipos a corto observados actualmente, es menor en relación con las expectativas, en la formación de los tipos de interés a plazos más largos, cabría esperar además que dicha transmisión fuese decreciente con el plazo. Por tanto, el análisis de esta cuestión puede entenderse también como una forma de contrastar indirectamente la Hipótesis de Expectativas de la Estructura Temporal alternativa a la presentada en el capítulo III. Al respecto, cabe señalar que el hecho de no detectar evidencia empírica en favor de la presencia de mecanismos de transmisión de volatilidades no proporciona necesariamente evidencia en contra de la teoría de expectativas de la Estructura Temporal pues, como establece esta teoría, la volatilidad de los tipos a medio y largo plazo no solo depende de la volatilidad de los tipos a corto, sino también de la incertidumbre con respecto a la evolución de los tipos a corto futuros. Por tanto, podría darse el caso en el que se produjera un aumento importante en la volatilidad de la curva de tipos en su tramo medio y largo sin que ello estuviese asociado a un aumento en la volatilidad de los tipos a corto, sino más bien a un aumento en la incertidumbre con respecto a la estrategia de política monetaria seguida por el Banco Central. En este sentido el análisis realizado en este capítulo no deber ser considerado como un contraste estricto de la Teoría de Expectativas de la Estructura Temporal.

Respecto a la literatura, cabe señalar que son muy pocos los trabajos publicados que se han dedicado a analizar esta cuestión. Algunos precedentes sobre este tipo de análisis los podemos encontrar en Ayuso, Haldane y Restoy (1994) y, más recientemente, en Abad(2000). En el primero de los trabajos mencionados, se estudia la presencia de mecanismos de transmisión de volatilidad en el mercado

interbancario para distintos países europeos (Alemania, Francia, Gran Bretaña y España). Concretamente, en dicho trabajo se evalúa en que medida la volatilidad del tipo a 1 día del mercado interbancario se transmite a la volatilidad de los tipos de interés a plazos de 1 mes, 3 mes, 6 meses y 1 año. En el trabajo realizado por Abad(2000) se estudia el proceso de transmisión de volatilidades en el mercado de Swaps denominado en distintas divisas (yen, dólar y marco alemán). Aunque los resultados obtenidos en este último trabajo no son homogéneos en todas las divisas, en general se detecta, como en Ayuso, Haldane y Restoy (1994), una transmisión significativa de volatilidad.

Para estudiar la presencia de mecanismos de transmisión de volatilidades en el mercado de deuda en este trabajo, como en los ya mencionados nos hemos centrado en análisis de volatilidades condicionales. Para ello ha sido necesario definir previamente una medida de la volatilidad condicional de los rendimientos cupón cero del mercado secundario de deuda pública, para lo cual se ha utilizado la clase de modelos de Heterocedasticidad Condicional Autorregresiva.

Con el objetivo de definir ciertos criterios sobre los cuales basar la elección de un modelo de volatilidad u otro, se han analizado previamente las regularidades empíricas de los tipos de interés, centrándonos especialmente en aquellas relacionadas con el comportamiento de la volatilidad. Concretamente, estamos interesados en evaluar si algunas de las regularidades empíricas más comúnmente observadas en los rendimientos de activos financieros para otros países y mercados, tales como el agrupamiento temporal en volatilidad y / o el *efecto apalancamiento* (respuesta asimétrica de la volatilidad ante innovaciones de distinto signo y/o tamaño) se reproducen en las rentabilidades del mercado de deuda español.

Para contrastar si la varianza condicional de los rendimientos cupón cero es variable en el tiempo, y si evoluciona manteniendo una relación de dependencia lineal, se han utilizado dos tipos de herramientas. Por un lado, se ha estimado la función de autocorrelación simple y parcial de las innovaciones de los tipos de

interés al cuadrado, y por otro, se ha utilizado un contraste de Multiplicadores de Lagrange para contrastar la hipótesis nula de que la varianza condicional es constante frente a la hipótesis alternativa de que la varianza condicional es variable, y evoluciona, además, de forma consistente con la idea de agrupamiento temporal en volatilidad. Por último, para contrastar el llamado *efecto apalancamiento* se han utilizado los contrastes de sesgo de signo y tamaño propuestos por Engle y Ng (1993).

Desde el punto de vista de la economía financiera, este tipo de análisis resulta en sí mismo interesante pues, no en vano, la decisión de composición de cartera de un inversor se asienta generalmente sobre la base de la información contenida en los dos primeros momentos condicionales, rentabilidad esperada y riesgo. En este sentido, analizar las regularidades empíricas del comportamiento de la volatilidad de los tipos de interés es interesante de cara a definir un criterio razonable sobre el cual basar la elección de un modelo de volatilidad que sea apropiado para modelizar y prever el comportamiento dinámico de la volatilidad de los rendimientos cupón cero. Al respecto, cabe señalar que obtener una medida apropiada de la volatilidad de los rendimientos cupón cero resulta de especial interés tanto de cara a mejorar la valoración de activos derivados sobre tipos de interés, para lo que habitualmente se ha utilizado una medida constante de riesgo, como para la estimación de las primas de riesgo en la Estructura Temporal.

Una vez que se han analizado las regularidades empíricas de los rendimientos cupón cero se ha utilizado la clase de modelos de Heterocedasticidad Condicional Autorregresiva, que mejor repliquen dichas características, para estimar la volatilidad de los tipos de interés en el período muestral que se extiende desde el 1 de junio de 1993 hasta el 29 de septiembre de 1995, y entre el 2 de octubre de 1995 y el 31 de diciembre de 1997¹.

¹ Se ha dividido el período muestral que se extiende desde el 1 de junio de 1993 hasta el 31 de diciembre de 1997, en dos subperíodos porque se ha detectado, como se explicará en secciones

Sobre la base de las series de volatilidad estimadas en ambos períodos, se han analizado diversas cuestiones como: ¿existe una relación sistemática entre la volatilidad de los tipos de interés en distintos tramos de la curva de tipos?, si es así, ¿exhiben los tipos de interés a corto plazo niveles de volatilidad sistemáticamente superiores a los de medio y largo plazo?; ¿cuál es el grado de persistencia en la volatilidad de los tipos de interés?, ¿resulta apropiado utilizar la varianza incondicional de los tipos de interés para evaluar el riesgo de un cartera con horizonte de planificación de largo plazo?.

Para estudiar la presencia de mecanismos de transmisión de volatilidades se han utilizado dos tipos de metodologías. En primer lugar, se han utilizado modelos de regresión lineal para evaluar si existe una relación positiva y significativa entre las innovaciones en la volatilidad del tipo a 1 mes y las innovaciones en la volatilidad de los tipos de interés a plazos desde 3 meses hasta 10 años. En segundo lugar, para analizar en qué medida la volatilidad de los tipos de interés a corto plazo se transmite a la volatilidad de tipos de interés a plazos superiores se ha utilizado la metodología propuesta por Ayuso, Haldane y Restoy (1994). Esta metodología consiste en introducir la varianza condicional de un tipo de interés a corto plazo (en este trabajo hemos utilizado la volatilidad del tipo de interés a 1 mes) como variable exógena en los modelos de varianza condicional estimados para tipos de interés a plazos superiores.

El resto del capítulo está organizado como sigue: en el apartado 3.2 se describen la fuente y la periodicidad de los datos utilizados, y se analiza brevemente el comportamiento de los tipos de interés en las dos muestras analizadas. En el apartado 3.3 se analizan las propiedades estadísticas de los datos empleados y en el apartado 3.4 se analizan las regularidades empíricas del comportamiento de la volatilidad de los tipos de interés. Una breve revisión bibliográfica de los diversos modelos de volatilidad condicional desarrollados en la literatura es presentada en el

posteriores, un cambio estructural en la volatilidad de los tipos de interés en torno a mediados de

apartado 3.5. En el apartado 3.6 se estima en ambos períodos, para cada uno de los plazos analizados, la varianza condicional de los tipos de interés. En el apartado 3.7 se aborda el estudio de mecanismos de transmisión de volatilidades. Por último, en el apartado 3.8 se presentan las principales conclusiones de este capítulo.

3.2 Datos.

Para el trabajo realizado en este capítulo se han utilizado datos diarios de tipos de interés cupón cero a 1, 3, 6, 8 y 10 meses, 1, 3, 5, 6, 7, 8, 9, y 10 años, estimados mediante el método de Nelson y Siegel(1987). Como en el capítulo 2, gran parte de la muestra empleada en este trabajo fue estimada por Inmaculada Gómez.

El período muestral que se analiza en este capítulo, que se extiende desde el 1 de junio de 1993 hasta el 31 de diciembre de 1997, es algo heterogéneo, tanto en lo que se refiere a las condiciones económicas por las que ha ido atravesando la economía española, como por las condiciones políticas vividas. Por ello, con el objetivo de evaluar el efecto que un entorno socioeconómico diferente pudiera tener sobre el comportamiento de los agentes en los mercados financieros, y por ende, sobre las propiedades estadísticas de los datos empleados, así como, sobre los resultados obtenidos en el estudio de transmisión de volatilidades, hemos creído conveniente analizar esta cuestión en dos subperíodos relativamente homogéneos. El primero de ellos se extiende desde el 1 de junio de 1993 hasta el 29 de septiembre de 1995, y el segundo, abarca desde el 2 de octubre de 1995 hasta el 31 de diciembre de 1997. En los apéndices I(a) y I(b) se presenta la evolución temporal de los tipos de interés empleados y de sus variaciones diarias, en la primera y la segunda muestra analizadas, respectivamente.

Aunque no es el objetivo de este capítulo analizar si a partir de 1995 se produjo un cambio estructural en los datos de tipos de interés, en los apartados 3.3 y 3.4 de este capítulo, donde se analizan respectivamente, las propiedades estadísticas de los datos empleados, y las regularidades empíricas del comportamiento en la volatilidad de los tipos de interés cupón cero en ambas muestras, se muestra cierta evidencia a favor de esta hipótesis, lo que creemos que justifica la división del período muestral realizada en este capítulo para abordar el estudio de transmisión de volatilidades.

El primero de los períodos analizados se enmarca en un contexto económico de salida de recesión, con turbulencias en los mercados de divisas y continuos ataques especulativos sobre la peseta. En este contexto de incertidumbre se produjo, como veremos posteriormente, un aumento significativo de la volatilidad de las rentabilidades cotizadas en el mercado de deuda.

Como se ha puesto de manifiesto en Gómez(1998), en este período la Estructura Temporal de Tipos de Interés adoptó una gran variedad de perfiles, los cuales recogen claramente como fue cambiando el sentimiento del mercado con respecto a la actuación futura del Banco Central en materia de política monetaria. En función del perfil adoptado por la curva de tipos, su autora divide este primer período en tres etapas. En la primera etapa, entre junio de 1993 y marzo de 1994, la Estructura Temporal adoptó un perfil decreciente en los plazos cortos, con una pendiente entre los plazos de 1 día y 2 años de 213 p.b., y una posterior y suave positivización para plazos superiores a 2 años. Este perfil refleja claramente que los inversores mantenían expectativas de recortes de tipos de interés.

En una segunda etapa, entre marzo de 1994 y junio de 1994, la ETTI pasó a adoptar un perfil suavemente decreciente en el tramo corto, entre 1 día y 1 año, y una posterior y pronunciada positivización de la pendiente para plazos superiores a 1 año. En este período, la pendiente de la ETTI entre los tipos a plazos de 1 día y 1 año, se redujo hasta 8 p.b., elevándose a su vez el diferencial de tipos entre 1 año y

10 años hasta 104 p.b., desde los 56 p.b. del tercer trimestre de 1993 y primer trimestre de 1994.

Por último, entre junio de 1994 y agosto de 1995, la Estructura Temporal de la deuda pública pasó a adoptar un perfil creciente en todos los plazos, lo que refleja que, después de las últimas relajaciones monetarias producidas a mediados de 1994, los inversores dieron por agotado el proceso de relajación monetaria y pasaron a descontar un escenario de tipos de interés plenamente alcista.

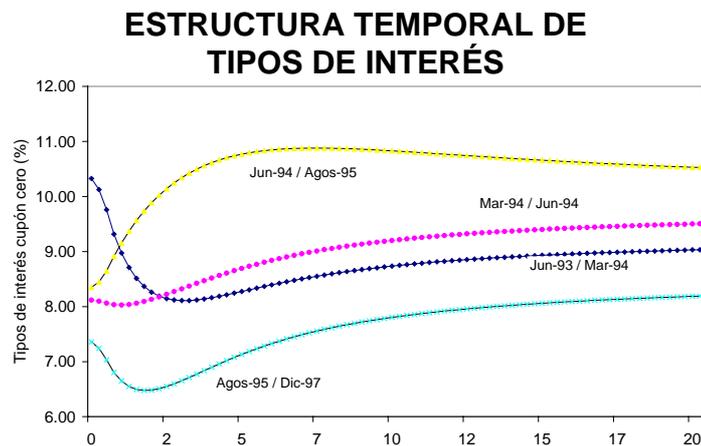


Tabla 1. Diferenciales de tipos de interés (p.b.)

	1 día -1 año	1 día -2 años	1 - 10 años	2 - 10 años
Jun-93 / Mar-94	162*	213	-4	-56
Mar-94 / Jun-94	8	-6	-118	-104
Jun-94 / Agos-95	-102	-167	-145	-80
Agos-95 / Dic-97	81	85	-127	-131

Nota *: Diferencial medio de tipos de interés a 1 día y 1 año entre Junio de 1993 y marzo de 1994.

El segundo de los períodos analizados, que se extiende desde el 2 de octubre de 1995 hasta el 31 de diciembre de 1997, coincide con una etapa de mayor

prosperidad económica y mayor estabilidad en el funcionamiento de los mercados financieros internacionales. Además, este período coincide también con la fase más intensa en el proceso de relajación monetaria llevada a cabo por el Banco de España de cara a alcanzar la convergencia en materia de tipos de interés, como el resto de países de la UEM.

A diferencia de lo que ocurrió en el período que abarca desde el 1 de junio de 1993 hasta el 29 de septiembre de 1995, en este segundo período, la Estructura Temporal de Tipos de Interés mantuvo un perfil relativamente estable, estando caracterizado por presentar una forma decreciente en el tramo corto, con una pendiente de 85 p.b. entre los plazos de 1 día y 2 año, y una posterior positivización de la pendiente para plazos superiores a 2 años.

El cambio que se produjo en el perfil de la Estructura Temporal a partir de agosto de 1995, refleja cómo el mercado pasó de descontar un escenario de tipos de interés alcista, a adoptar de nuevo expectativas de recortes adicionales de tipos de interés.

El hecho de que en este período el perfil medio adoptado por la ETTI adoptase la forma referida anteriormente y se mantuviese, además, relativamente constante, constata el respaldo y la confianza que mantuvo el mercado en la estrategia de política monetaria seguida por el Banco Central en esta segunda etapa. Esta es una característica interesante que sugiere, a nivel descriptivo, que existe una relación entre credibilidad de la política monetaria y estabilidad de los tipos de interés. Los resultados cuantitativos del análisis realizado con respecto a esta cuestión son presentados en la sección 3.6.2.

3.3 Propiedades estadísticas de los datos.

En esta sección se analizan las propiedades estadísticas de los tipos de interés cupón cero. El estudio ha sido realizado sobre las dos muestras definidas en la

sección anterior. La primera de ellas abarca desde el 1 de junio de 1993 hasta el 29 de septiembre de 1995, mientras que la segunda se extiende desde el 2 de octubre de 1995 hasta el 31 de diciembre de 1997.

3.3.1 Naturaleza estocástica de los tipos de interés.

Las series de tipos de interés cupón cero constituyen procesos estocásticos integrados de orden 1, lo que significa que las variaciones diarias de tipos de interés admiten una representación ARMA estacionaria. Para contrastar formalmente dicha hipótesis se han utilizado los contrastes de Dickey y Fuller (1981) (tablas 1 y 2).

En ambas muestras, para contrastar si los datos de tipos de interés cupón cero son integrados de orden 2 frente a la alternativa de que son integrados de orden 1, no se ha incluido ni un término constante ni una tendencia, por no resultar significativa en ninguno de los casos analizados. Los resultados de estos contrastes proporcionan, a un 99% de confianza, evidencia en contra de la hipótesis nula.

Por otra parte, cuando se ha calculado el estadístico Dickey y Fuller para contrastar la hipótesis de que los tipos de interés son integrados de orden 1 frente a la alternativa de que son estacionarios, se ha incluido en la primera de las muestras analizadas un término constante en los plazos más cortos, desde 1 mes hasta 1 año. En el resto de plazos considerados, no se incluyó un término constante por no ser significativo. En la segunda de las muestras analizadas se ha incluido, para todos los plazos considerados, un término constante. Los resultados de los tests, tanto en la primera muestra como en la segunda, no proporcionan a un 90% de confianza, evidencia en contra de la hipótesis nula de una raíz unitaria.

3.3.2 Momentos muestrales de la distribución de frecuencias.

En esta sección se estudia las propiedades estadísticas de las variaciones diarias de los tipos de interés cupón cero en los dos períodos analizados en este capítulo.

Para este estudio hemos calculado en primer lugar, los principales estadísticos descriptivos de la distribución muestral de frecuencias de las variaciones diarias de los tipos de interés: media, desviación típica, valor máximo, valor mínimo, coeficiente de asimetría, coeficiente de apuntamiento, estadístico Jarque-Bera para contrastar la hipótesis de normalidad, y la desviación típica de la media muestral (tablas 3(a) a 15(a)). En segundo lugar, hemos analizado las propiedades de autocorrelación de las variaciones diarias de los tipos de interés (tablas 3(b) a 15(b)) y de sus cuadrados, que constituyen una aproximación de la volatilidad de los tipos de interés, de ahí que su análisis sea interesante de cara a obtener cierta evidencia sobre si la volatilidad de los tipos de interés es constante o varía en el tiempo (tablas 3(c) a 15(c)).

Las estimaciones obtenidas de los estadísticos mencionados ponen de manifiesto algunas cuestiones interesantes que comentamos a continuación:

- i) El alto nivel de apuntamiento detectado en todos los plazos, en ambos períodos, sugiere que la distribución muestral de frecuencias de las variaciones diarias de los tipos de interés difiere sensiblemente de la distribución normal. Al respecto, el elevado valor que toma en todos los plazos, y en ambos períodos, el estadístico Jarque-Bera, proporciona también evidencia en contra de la hipótesis de distribución normal de las variaciones diarias de tipos de interés.
- ii) En todos los plazos analizados, se han detectado diferencias significativas en la media y la varianza de las variaciones diarias de tipos estimados en ambos períodos. En la segunda muestra analizada, la media muestral es negativa y estadísticamente significativa en todos los plazos, mientras que no lo es en la primera. Este resultado es consistente con el hecho de que, el segundo período

analizado, coincide con la fase más intensa en el proceso de relajación monetaria llevado a cabo por el Banco de España para alcanzar los criterios de Maastrich.

Por otra parte, la desviación típica estimada para cada uno de los plazos analizados es notablemente superior en la primera muestra analizada que en la segunda. Así por ejemplo, la desviación típica de las variaciones diarias de los tipos de interés a plazos de 1 mes y 3 meses, pasó de 14,6 p.b. y 11,8 p.b. en la primera muestra a 11,5 p.b. y 8,5 p.b. en la segunda. Similares descensos se produjeron en las variaciones diarias de los tipos de interés a 6 y 8 meses, donde la desviación típica pasó de 9,6 p.b. y 9,4 p.b. respectivamente en la primera muestra a 5,7 p.b. y 6,3 p.b. en la segunda.

iii) Para todos los plazos, los primeros retardos de la función de autocorrelación de las variaciones diarias de los tipos de interés es numéricamente reducida pero estadísticamente significativa, si bien cabe observar que la mayor o menor rapidez con la que ésta se amortigua depende tanto del plazo analizado como del período muestral. Estos resultados sugieren que el pasado de los rendimientos contiene información sobre el comportamiento futuro de los tipos de interés.

Cabe señalar no obstante, que se han observado algunas diferencias en las propiedades de autocorrelación de las variaciones diarias de los tipos de interés en ambos períodos, lo que pone de manifiesto una cierta heterogeneidad en los datos. No obstante, dichas diferencias podrían ser el reflejo del efecto que la presencia de ciertos valores extremos tiene sobre la autocorrelación estimada en ambos períodos.

iv) Por último, para casi todos los plazos analizados en ambos períodos, los primeros retardos de la función de autocorrelación de las variaciones diarias al cuadrado son estadísticamente significativos, lo que sugiere que parte de la volatilidad de las variaciones diarias de los tipos de interés, es predecible. Cabe observar además, que de forma general, y especialmente en la primera muestra, la correlación detectada en el cuadrado de las variaciones diarias, es superior a la detectada en las variaciones diarias de los tipos, lo que sugiere que los cambios en

volatilidad son más fácilmente predecibles que los cambios en los niveles de los rendimientos.

Por otra parte, como en el análisis realizado a partir de las variaciones diarias, se puede observar que las propiedades de autocorrelación en el cuadrado de las variaciones presentan diferencias importantes en ambos períodos. En el primero de los períodos analizados se ha detectado para todos los plazos una alta autocorrelación en los primeros retardos, la cual se amortigua lentamente. En el segundo período, la correlación se amortigua rápidamente.

De los resultados obtenidos, los expuestos en el punto ii) y, aunque con algunas reservas, los presentados en los puntos iii) y iv) ponen de manifiesto que se dan algunas diferencias importantes en los momentos de la distribución muestral de frecuencias de las variaciones diarias de los tipos de interés en ambos períodos, lo que sugiere que hay una cierta heterogeneidad estructural, razón por la cual hemos considerado conveniente analizar el estudio de transmisión de volatilidades en los dos períodos de forma separada.

3.4 Regularidades empíricas del comportamiento en volatilidad de los tipos de interés.

En esta sección estamos interesados en caracterizar las regularidades empíricas del comportamiento en volatilidad de los rendimientos cupón cero del mercado secundario de deuda pública. El análisis ha sido realizado en las dos muestras definidas en secciones anteriores. El objetivo del trabajo realizado es responder a preguntas tales como: ¿existe evidencia empírica que sugiere que la volatilidad condicional de los tipos de interés varía en el tiempo?. Si la respuesta es positiva se abre todo un conjunto de interrogantes relacionados con la naturaleza de los cambios en el nivel de volatilidad, así como sobre la modelización adecuada de su comportamiento. A tal respecto, estamos interesados en evaluar si algunas de las

características más comúnmente observadas en el análisis de rendimientos financieros para otros países y mercados, tales como el *agrupamiento en volatilidad* y /o el *efecto apalancamiento*, se reproducen en los datos de tipos cupón cero del mercado de deuda pública español.

El estudio realizado sobre la volatilidad de los tipos de interés en este capítulo se centra en el análisis de sus varianzas condicionales. La razón por la que nos centramos en el estudio de varianzas condicionales es porque sólo el riesgo que perciben los agentes en el mercado, del cual la varianza condicional puede considerarse una *proxy*, es el que determina las decisiones de composición de cartera de un inversor.

La varianza condicional de los tipos de interés viene dada por la varianza de su componente impredecible, es por ello que en este capítulo, el estudio realizado sobre el comportamiento de la volatilidad de los rendimientos cupón cero, descansa sobre el análisis y la modelización del comportamiento de la volatilidad de las innovaciones de los tipos de interés, obtenidas al estimar un modelo ARIMA del tipo:

$$\nabla r_t = \mu + \sum_{i=1}^p \phi_i \nabla r_{t-i} + \varepsilon_t + \sum_{i=1}^q \theta_i \varepsilon_{t-i} \quad (1)$$

donde ε_t es una variable aleatoria con media cero y varianza σ^2 .

Para determinar los órdenes p y q de la representación (1) se ha utilizado la metodología propuesta por Box y Jenkins(1970), mediante las funciones de autocorrelación simple y parcial de las variaciones diarias de los rendimientos que han sido presentadas en la sección anterior.

Para capturar la correlación detectada en las variaciones de los tipos de interés, se han especificado en ambos períodos procesos autorregresivos de orden no superior a cuatro retardos. En ninguno de los modelos estimados se ha incluido

un componente de medias móviles por no resultar significativo. Por otra parte, aunque no ha resultado ser significativo en todos los casos, se ha incluido un término constante, que podría recoger la presencia de un componente de tendencia determinista en los niveles de tipos de interés. En general los modelos estimados toman la siguiente representación:

$$\nabla r_t = \mu + \sum_{i=1}^p \phi_i \nabla r_{t-i} + \varepsilon_t \quad (2)$$

Los coeficientes estimados para cada uno de los plazos considerados en la primera y la segunda muestra son presentados respectivamente en las tablas 16 y 17. En estos modelos se incorporan 1, 2, 3 y 4 retardos de las primeras diferencias de los tipos de interés. Los coeficientes obtenidos en ambos períodos son numéricamente reducidos aunque en general estadísticamente significativos².

Para comprobar si los modelos especificados recogen la estructura de correlación detectada en las variaciones diarias de los rendimientos cupón cero, se han estimado los primeros 15 retardos de la función de autocorrelación simple (Acf) y parcial (Pacf) de los residuos mínimo cuadráticos, además de algunos estadísticos Ljung-Box para contrastar la significatividad conjunta de los coeficientes de correlación estimados, algunos de los cuales se presentan en la tabla 18. En general, los estadísticos calculados no proporcionan evidencia en contra de la hipótesis de ausencia de autocorrelación para niveles estándar de confianza (90% y 95%). En los apéndices III(a) y III(b) se representa gráficamente la Acf y Pacf de las innovaciones de los tipos en la primera y la segunda submuestra respectivamente.

Como se ha dicho anteriormente, por centrarnos en el análisis de varianzas condicionales, el estudio realizado sobre la volatilidad condicional de los tipos

² Los coeficientes obtenidos al estimar un AR(1) con datos de tipos de interés a 3, 5, 6, 7, 8, 9 y 10 años en la segunda muestra analizada no son significativos a niveles estándar de confianza, sin embargo hemos creído conveniente incluir un retardo en la estimación de los modelos para garantizar ausencia de correlación en los residuos mínimo cuadráticos.

cupón cero se ha centrado en el análisis de las regularidades empíricas del comportamiento de la volatilidad de sus innovaciones. A tal respecto, en las siguientes dos secciones se analiza respectivamente, 1) si la varianza condicional de las innovaciones es constante o varía en el tiempo y, 2) si la volatilidad condicional de las innovaciones responde de forma asimétrica ante innovaciones de distinto signo y tamaño.

3.4.1 Dependencia lineal en varianza.

En los apéndice II(a) y II(b) se presentan, respectivamente, los gráficos de residuos de los modelos estimados para todos los plazos considerados en las dos submuestras analizadas.

En estos gráficos se puede observar que no hay tendencias en la media, y además, que el rango de fluctuación del componente no predecible de los tipos de interés es variable en el tiempo y evoluciona manteniendo una relación de dependencia consistente con la idea de agrupamiento temporal en volatilidad. El agrupamiento en volatilidad, documentada inicialmente por Mandelbrot (1963), es una de las características más comúnmente observadas en el comportamiento de los rendimientos de activos financieros, y refleja el hecho de que variaciones grandes de cualquier signo tienden a ser seguidas por variaciones grandes, mientras que variaciones pequeñas de cualquier signo tienden a ser seguidas por variaciones pequeñas. Esta característica, observada en este caso en el comportamiento de las innovaciones de los tipos de interés cupón cero, pone de manifiesto que la varianza condicional de los tipos de interés cupón cero no es constante en el tiempo y, además, sugiere que mantiene una relación de dependencia temporal susceptible de ser modelizada.

Para contrastar formalmente la hipótesis de que la varianza condicional varía en el tiempo, hemos utilizado dos tipos de herramientas: en primer lugar se han utilizado contrastes de multiplicadores de Lagrange para contrastar la hipótesis nula de que la varianza condicional es constante, frente a la hipótesis alternativa de que varía en el tiempo de forma consistente con la idea de agrupamiento temporal en volatilidad. En todos los modelos estimados y, en ambos períodos, los resultados de los test, presentados en las tablas 16 y 17, proporcionan, a niveles estándar de confianza, evidencia en contra de la hipótesis nula de homocedasticidad de la varianza condicional.

Alternativamente, para comprobar si la volatilidad condicional de las innovaciones y, de forma equivalente, la volatilidad condicional de los rendimientos cupón cero, mantiene una relación de dependencia lineal, se ha calculado en ambos períodos la función de autocorrelación simple (Acf) y parcial (Pacf) de los residuos al cuadrado, por considerar que estos son una estimación insesgada de la varianza condicional, cuyos gráficos se presentan respectivamente, en los apéndices IV(a) y IV(b).

Las estimaciones obtenidas de los primeros 10 retardos de la Acf y Pacf, presentadas en las tablas 19 a 31, sugieren que, efectivamente, la varianza condicional de los tipos de interés varía en el tiempo ya que, en general, para todos los plazos, las autocorrelaciones estimadas son conjuntamente significativas. No obstante, se han detectado algunas diferencias en las estructuras de autocorrelación estimada sobre los cuadrados de las innovaciones en las dos submuestras: las autocorrelaciones estimadas en la primera muestra son mayores y se amortiguan más lentamente que en la segunda submuestra.

Cabe observar además que, en general, las correlaciones estimadas en los cuadrados de las innovaciones son mayores a las estimadas a partir de las variaciones diarias de los tipos de interés, lo que sugiere que, como ya señalamos la

sección anterior, los cambios en volatilidad son más fácilmente predecibles que los cambios en los niveles de los rendimientos.

Una vez que hemos detectado cierta evidencia acerca de que la varianza condicional de los tipos de interés varía en el tiempo, analizamos a continuación si ésta responde de forma asimétrica ante sorpresas de distinto signo y tamaño, lo que se conoce como *efecto apalancamiento*.

3.4.2 Efecto Apalancamiento.

A continuación, estamos interesados en evaluar si la volatilidad condicional de los rendimientos cupón cero responde asimétricamente ante sorpresas positivas y negativas, lo que se conoce en la literatura tradicional como *efecto apalancamiento*, documentado inicialmente por Black (1976). Para este tipo de análisis se han utilizado los contrastes de sesgo de signo propuestos por Engle y Ng(1993). El contraste propuesto por estos autores consiste en analizar la significatividad de la variable ficticia S_{t-1}^- en la siguiente regresión:

$$z_t^2 = a + bS_{t-1}^- + u_t \quad (3)$$

donde z_t^2 representa los residuos estandarizados al cuadrado de los modelos univariantes, y la variable S_{t-1}^- toma un valor igual a uno cuando ε_{t-1} toma un valor negativo y cero en otro caso.

Adicionalmente, para contrastar si la volatilidad de los rendimientos cupón cero depende no solo del signo de las innovaciones sino también de su tamaño, se han utilizado los contrastes de sesgo de tamaño positivo y negativo propuestos por Engle y Ng(1993). Estos contrastes consisten en analizar la significatividad individual de los coeficientes b_1 y b_2 en las regresiones:

$$z_t^2 = a_1 + b_1 S_{t-1}^+ \varepsilon_{t-1} + u_{1t} \quad (4)$$

$$z_t^2 = a_2 + b_2 S_{t-1}^- \varepsilon_{t-1} + u_{2t} \quad (5)$$

donde, la variable S_{t-1}^+ es una variable ficticia que toma el valor 1 cuando ε_{t-1} es mayor que cero y cero en otro caso. S_{t-1}^- es una variable ficticia que toma el valor 1 cuando ε_{t-1} es menor que cero y cero en otro caso. Los contrastes de sesgo de tamaño negativo y positivo tienen como objetivo evaluar el impacto diferente que tienen sobre la volatilidad sorpresas en los niveles de los tipos de interés en función de su tamaño y su signo.

El estudio de la presencia de un efecto apalancamiento en los rendimientos cupón cero ha sido realizado en las dos muestras consideradas, lo que nos va a permitir evaluar si los resultados obtenidos son robustos al período muestral.

Para contrastar si los rendimientos cupón cero responden de forma asimétrica ante innovaciones de distinto signo, hemos estimado (3) por mínimos cuadrados generalizados, utilizando una matriz de varianzas y covarianzas robusta ante perturbaciones heterocedásticas (tablas 32 y 33).

En la primera muestra analizada, el coeficiente asociado a la variable S_{t-1}^- es estadísticamente significativo a niveles estándar de confianza (90% y 95%) para vencimientos superiores a 10 meses. Sin embargo, en la segunda muestra analizada, el coeficiente asociado a la variable S_{t-1}^- , sólo es significativo en los modelos estimados a plazos de 5, 7 y 8 años, aunque también lo son, a niveles menos exigentes de confianza, los coeficientes estimados con vencimientos a 6 y 9 años.

Para contrastar el impacto que sobre el nivel de volatilidad tienen sorpresas grandes positivas y negativas se han utilizado los contrastes de sesgo de tamaño positivo y negativo descritos anteriormente. Para llevar a cabo ambos contrastes se han estimado los modelos (4) y (5) por mínimos cuadrados generalizados utilizando

en ambos casos una matriz de varianzas y covarianzas robusta ante perturbaciones heterocedásticas, (tablas 32 y 33).

En la primera muestra analizada, los coeficientes asociados a las variables S_{t-1}^- y S_{t-1}^+ en las regresiones (4) y (5), son estadísticamente significativos a niveles estándar de confianza (90% y 95%) en los modelos estimados con vencimientos superiores a 1 año. Sin embargo, en la segunda muestra, dichos coeficientes no son en general estadísticamente distintos de cero, salvo en los modelos estimados con vencimientos a 6, 8 y 10 meses.

Por último, para contrastar conjuntamente la respuesta asimétrica de la volatilidad ante sorpresas de distinto signo y tamaño, se ha estimado la regresión:

$$z_t^2 = b_0 + b_1 S_{t-1}^- + b_2 S_{t-1}^- \varepsilon_{t-1} + b_3 S_{t-1}^+ \varepsilon_{t-1} + u_t \quad (6)$$

Para el contraste conjunto se ha contrastado la significatividad conjunta de los coeficientes b_1 , b_2 y b_3 mediante un test F . Como en los modelos presentados anteriormente, para la estimación de la ecuación (6) se ha utilizado mínimos cuadrados generalizados, utilizando una matriz de varianzas y covarianzas robusta ante perturbaciones heterocedásticas. En la primera y segunda submuestra, los resultados del test son presentados en la columna 4 de las tablas 32 y 33 respectivamente.

En la primera muestra analizada, el estadístico F proporciona, para casi todos los plazos, a niveles razonables de confianza, evidencia en contra de la hipótesis nula, frente a la alternativa de efectos asimétricos de las innovaciones de tamaño y de signo sobre el nivel de volatilidad. En la segunda submuestra, sin embargo, no proporciona en general evidencia en contra de la hipótesis nula de efectos asimétricos de las innovaciones sobre el nivel de volatilidad.

Para concluir, resumimos a continuación los principales resultados obtenidos en esta sección en la que se han analizado las regularidades empíricas del comportamiento en volatilidad de las innovaciones de los tipos de interés.

En primer lugar, se ha detectado evidencia de que la varianza condicional de las innovaciones de los tipos de interés varía en el tiempo y que lo hace de forma consistente con la idea de agrupamiento temporal en volatilidad. Estos resultados son robustos al período muestral.

En segundo lugar, en la primera muestra analizada, tanto los resultados de los test individuales de sesgo de signo y tamaño como los contrastes conjuntos, proporcionan para los plazos superiores a 1 año, evidencia a favor de la hipótesis de efectos asimétricos de las innovaciones, tanto de signo como de tamaño, sobre el nivel de volatilidad. A este respecto, la evidencia encontrada en la segunda muestra es mucho más débil, pues sólo los test de sesgo de signo ofrecen cierta evidencia de que la volatilidad de los tipos a largo plazo responde de forma asimétrica ante innovaciones de distinto signo.

Por otro lado, en los tipos a corto plazo, los resultados de los contrastes realizados son un tanto ambiguos. En la primera muestra los resultados de los contrastes individuales de sesgo de signo y tamaño, no proporcionan evidencia en contra de la hipótesis de ausencia de *efecto apalancamiento*, pero sí lo hacen en general los contrastes conjuntos. En la segunda submuestra, sólo se ha detectado la presencia de un efecto apalancamiento significativo en los tipos de interés a plazos de 1 mes, 6 y 8 meses.

Los resultados obtenidos sobre la presencia de *efecto apalancamiento* en ambas muestras, pone de manifiesto que en torno a mediados de 1995 se produjo un cambio estructural en el comportamiento en la volatilidad de los tipos de interés.

3.5 Medidas de volatilidad. Revisión bibliográfica.

En la literatura se han desarrollado diversas medidas y modelos para cuantificar y prever el comportamiento de la volatilidad de los rendimientos de activos financieros. La mayoría de los modelos diseñados para tal objetivo, desde las medidas más simples, como son la volatilidad histórica y el suavizado exponencial, hasta los modelos más sofisticados, como los modelos de Heterocedasticidad Condicional Autorregresiva introducidos por Engle (1982) y los modelos de volatilidad estocástica, parten de la premisa de que la volatilidad evoluciona manteniendo una relación de dependencia, de acuerdo con la idea de agrupamiento en volatilidad y modelizan su comportamiento en función de la información contenida en los rendimientos pasados, (ver Robles (1998^a) para una descripción más detallada de estas medidas).

Recientemente, se han desarrollado nuevas medidas de volatilidad derivadas a partir de los últimos resultados teóricos en la modelización de los procesos estocásticos en tiempo continuo, donde la volatilidad diaria de los rendimientos se expresa como la suma de los rendimientos al cuadrado intradía de alta frecuencia, (ver Anderson, Bollerslev, Diebold y Labys (1999) como un ejemplo de esta nueva línea de investigación).

En este trabajo hemos utilizado la clase de modelos de Heterocedasticidad Condicional Autorregresiva para estimar la volatilidad de los rendimientos cupón cero del mercado de deuda pública en España. En el siguiente apartado exponemos de forma más detallada las características de este tipo de modelos.

3.5.1 Modelos de Heterocedasticidad Condicional Autorregresiva.

Los modelos de Heterocedasticidad Condicional Autorregresiva (ARCH) fueron inicialmente introducidos por Engle (1982) y posteriormente generalizados por Bollerslev(1986). En estos modelos la volatilidad de las innovaciones o de los

rendimientos (según se introduzca o no estructura regular en el modelo de la media condicional) depende de sus valores pasados al cuadrado, donde se supone que dicha relación de dependencia es lineal. La representación adoptada por esta clase de modelos recoge explícitamente la idea de agrupamiento temporal en volatilidad, es decir, que los períodos de alta volatilidad tienden a ir seguidos de períodos de alta volatilidad, mientras que períodos de baja volatilidad tienden a ir seguidos de períodos de baja volatilidad. Concretamente, el modelo propuesto por estos autores viene dado por la expresión:

$$\begin{aligned} \nabla r_t &= \mu + \sum_{i=1}^p \phi_i \nabla r_{t-i} + \varepsilon_t \\ h_t^2 &= \delta_0 + \sum_{i=1}^n \delta_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^m \gamma_j h_{t-j}^2 \\ \text{s. a. } \delta_0, \delta_i, \gamma_j &\geq 0 \end{aligned} \quad (7)$$

donde ε_t es una variable aleatoria normal con esperanza cero y $E(\varepsilon_t^2 / \Omega_{t-1}) = h_t^2$, y representa el componente no predecible de los tipos de interés³.

Particularizando para m igual a cero, se obtiene el modelo ARCH(n):

$$\begin{aligned} h_t^2 &= \delta_0 + \sum_{i=1}^n \delta_i \varepsilon_{t-i}^2 \\ \text{s. a. } \delta_0, \delta_i, &\geq 0 \end{aligned}$$

Estos modelos superan alguna de las limitaciones que presentan las medidas de volatilidad más simples, como son la media móvil equiponderada y la media móvil exponencial:

$$h_t^2 = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \varepsilon_{t-i}^2 \quad (8)$$

$$h_t^2 = (1 - \lambda) \sum_{i=1}^{\infty} \lambda^{i-1} \varepsilon_{t-i}^2 \quad (9)$$

donde el investigador decide *ad-hoc* tanto la forma en que los rendimientos pasados afectan a la volatilidad hoy, como el grado de persistencia de las series de volatilidad al imponer el tamaño de la ventana k en la expresión (8) y el valor de λ en la expresión (9). En los modelos ARCH y GARCH, la forma en que los rendimientos pasados afecta a la volatilidad hoy, no se impone sino que se estima, de la misma forma que no se impone el número de innovaciones o rendimientos pasados que intervienen en la misma, pues los órdenes de n y m en estos modelos se determinan por criterios estadísticos.

A pesar de que estos modelos presentan ciertas ventajas frente a las medidas más simples, también presentan ciertas limitaciones. En primer lugar, para estimarlos es necesario hacer ciertos supuestos sobre la distribución de la probabilidad de las innovaciones de los rendimientos financieros. En segundo lugar, para la estimación hay que introducir restricciones de no negatividad sobre los coeficientes de la ecuación de varianza, para garantizar la positividad de la varianza condicional, lo cual hace más complejo el proceso de estimación. No obstante, es posible estimar estos modelos sin incluir las restricciones si se comprueba después que la varianza estimada es siempre positiva. En tercer lugar, no recogen explícitamente la respuesta asimétrica de la volatilidad ante sorpresas o innovaciones de distinto signo, lo que se conoce como *efecto apalancamiento*, documentado inicialmente por Black (1976) y posteriormente por Christie(1982).

Para superar estas limitaciones, Nelson (1991) y Higgins y Bera (1992) introdujeron los modelos EGARCH y NARCH respectivamente, los cuales incorporan la presencia de no linealidades en la relación mantenida por la varianza

³ Nota: Generalmente, para la estimación de los modelo de Heterocedasticidad Condicional Autorregresiva, se supone que el componente no predecible de los rendimientos de los activos

condicional. Estos modelos tienen la ventaja de que no introducen ninguna restricción sobre los parámetros del modelo, y además, en ellos se introduce explícitamente la presencia de efectos asimétricos de las innovaciones de distinto signo sobre el nivel de volatilidad. Esta última característica es igualmente recogida por los modelos ARCH asimétricos (AARCH) propuestos por Engle (1990), los modelos GJR-GARCH propuestos por Glosten-Jaganathan y Runkle (1990) y los modelos TARARCH (Threshold ARCH) introducidos por Zakoian (1994).

Frente a todos ellos, los modelos EGARCH tienen la virtud de que no sólo recogen efectos asimétricos de las innovaciones de distinto signo sobre el nivel de volatilidad sino que, además, en estos modelos el nivel de volatilidad depende explícitamente del tamaño de las innovaciones y /o rendimientos. Los modelos EGARCH adoptan la siguiente representación:

$$\log h_t^2 = \varpi + \sum_{i=1}^n \alpha_i \left[\theta z_{t-i} + \beta \left(|z_{t-i}| - \left(\frac{2}{\pi} \right)^{\frac{1}{2}} \right) \right] + \sum_{i=1}^m \gamma_i \log h_{t-i}^2 \quad (10)$$

donde z_t representa los residuos estandarizados de los modelos univariantes, y $(2/\pi)^{1/2}$ es, bajo normalidad, la esperanza matemática de la variable $|z_t|$ condicionada a la información en $t-1$. Si el coeficiente β en la representación (4) es positivo, entonces, las innovaciones que son superiores a la media en valor absoluto generan mayor volatilidad que las innovaciones que son inferiores a la media en valor absoluto. Así pues, en estos modelos se recoge explícitamente la idea de que sorpresas de gran tamaño generan mayor volatilidad que sorpresas pequeñas. Además, si el coeficiente θ es positivo, entonces, las sorpresas positivas generan mayor aumento en volatilidad que las sorpresas negativas de igual tamaño.

En los modelos referenciados anteriormente se supone implícitamente que las series de rendimientos financieros son estacionarias en varianza, es decir que la

financieros cuya volatilidad condicional se quiere modelizar se distribuye según una normal.

varianza incondicional es constante en el tiempo. Sin embargo, esta es una cuestión abierta, pues no está claro que dicha hipótesis se verifique a nivel empírico. Engle, Lilien y Robins (1987) encontraron que los parámetros estimados en los modelos ARCH y GARCH especificados para modelizar la volatilidad de los tipos de interés estaban fuera de la región de estacionariedad. Sobre la base de estos resultados, Engle y Bollerslev (1986) extendieron la clase de modelos GARCH a los llamados GARCH integrados, IGARCH, que satisfacen la restricción $\sum \delta_i + \sum \gamma_i = 1$. Bajo la especificación de modelos IGARCH un shock transitorio en volatilidad tiene efectos permanentes. En algunos trabajos recientes como Anderson, Bollerslev, Diebold y Labys (1999) y Wright (1999), se pone de manifiesto que si bien las series de volatilidad son altamente persistentes, no son procesos estocásticos no estacionarios.

Comprobar el grado de persistencia de la varianza condicional de los rendimientos cupón cero del mercado de deuda es una cuestión interesante que analizaremos en la siguiente sección a partir de los modelos estimados.

3.6 Volatilidad de los rendimientos cupón cero.

En esta sección utilizamos la clase de modelos de heterocedasticidad condicional autorregresiva para estimar la volatilidad de los rendimientos cupón cero del mercado de deuda pública.

En el apartado 3.4 se analizaron las regularidades empíricas del comportamiento en volatilidad de los rendimientos cupón cero de la deuda pública. Como fruto de tal análisis comprobamos que la varianza condicional de los rendimientos cupón cero varía en el tiempo, lo que nos permite plantearnos la modelización de su comportamiento en esta sección, y además, que ésta lo hace manteniendo una relación de dependencia temporal lineal, lo que sugiere que la familia de modelos de Heterocedasticidad Condicional Autorregresiva podrían ser candidatos apropiados para su modelización. Por último, se realizaron contrastes de sesgo de signo y sesgo de tamaño positivo y negativo, para comprobar si la

volatilidad de los tipos de interés responde asimétricamente ante innovaciones de distinto signo y tamaño.

Los resultados obtenidos en los contrastes de sesgo de signo y tamaño nos ha permitido definir un criterio sobre el cual basar la elección de un determinado modelo de volatilidad dentro de la familia de modelos de Heterocedasticidad Condicional Autorregresiva. Concretamente, los resultados de los contrastes realizados parecen sugerir que, en la primera muestra, los modelos EGARCH podrían caracterizar de forma adecuada el comportamiento de la volatilidad de los rendimientos cupón cero, ya que en este período se ha detectado cierta evidencia en favor de la presencia de efectos asimétricos de las innovaciones sobre el nivel de volatilidad.

Sobre la base de estos resultados hemos estimado conjuntamente un modelo para la media y la varianza condicional de los tipos de interés. Para determinar los ordenes n y m de los modelos EGARCH(n , m) se han utilizado criterios estadísticos, concretamente tests de razón de verosimilitud. Los resultados de estos contrastes, que no se han incluido en la tesis, indican que es suficiente considerar órdenes de n y m unitarios para capturar la estructura de correlación en la varianza condicional en todos los casos.

La representación adoptada por los modelos estimados para la media y la varianza vienen dada respectivamente por:

$$\nabla r_t = \alpha + \sum_{i=1}^p \phi_i \nabla r_{t-i} + \varepsilon_t \quad (11)$$

$$\log h_t^2 = \varpi + \theta_1 \left(\frac{\varepsilon_{t-1}}{h_{t-1}} \right) + \beta_1 \left(\left| \frac{\varepsilon_{t-1}}{h_{t-1}} \right| - \left(\frac{2}{\Pi} \right)^{1/2} \right) + \gamma_1 \log h_{t-1}^2 \quad (12)$$

Los resultados de las estimaciones, presentados en la tabla 34, merecen los siguientes comentarios:

En primer lugar, para todos los plazos analizados excepto para el tipo de interés a 3 meses, el coeficiente θ_1 es positivo y significativo a un 90% de confianza, lo que pone de manifiesto que las innovaciones positivas generan mayor incertidumbre que las innovaciones negativas, o lo que es lo mismo, subidas de tipos de interés generan mayor incertidumbre que descensos de igual tamaño, de forma consistente con los resultados obtenidos en el mercado de IRS por Abad(2000).

En segundo lugar, en todos los modelos estimados, el coeficiente β es positivo y estadísticamente significativo a un 95% de confianza, lo que significa que innovaciones grandes generan mayor volatilidad que innovaciones pequeñas (del mismo signo).

En un modelo EGARCH(1,1) el grado de persistencia de la varianza condicional viene dado por el valor que toma el parámetro γ_1 en la representación (12). Un valor de γ_1 próximo a la unidad, significa que la volatilidad condicional evoluciona en el tiempo de una forma muy suave, en cuyo caso un shock transitorio en volatilidad tendrá efectos permanentes. La estimación puntual de este parámetro es próxima a 0,85 en los modelos estimados con los tipos de interés a 1 mes y 3 meses, y algo inferior en los modelos estimados con los tipos de interés a 6, 8, 10 meses y 1 año, alrededor de 0,78. En los modelos estimados con los tipos de interés a más largo plazo 3, 5, y 10 años, la estimación puntual del parámetro γ_1 es de 0,89, 0,95 y 0,95 respectivamente. En general la estimación del parámetro γ_1 es creciente con el plazo⁴.

La varianza incondicional de los tipos de interés es el valor esperado de las series de varianza condicional. Si estas no son estacionarias en media, entonces la varianza incondicional de los tipos de interés no está definida. Al respecto, cabe

⁴ En el apéndice V se representa gráficamente las series de desviación típica condicional de los tipos de interés estimadas con los modelos EGARCH(1,1).

señalar que la alta persistencia de las series de varianzas estimadas podría sugerir que utilizar la varianzas incondicionales de los rendimientos cupón cero como una medida de riesgo en la gestión de carteras con un horizonte de planificación de largo plazo, podría no ser adecuado.

Para comprobar si los modelos estimados capturan la relación de dependencia lineal detectada en la varianzas condicionales de las innovaciones de los tipos, se han estimado los primeros 15 retardos de la función de autocorrelación simple y parcial del cuadrado de las innovaciones. Además, se han calculado los estadísticos Ljung-Box para contrastar la significatividad conjunta de los coeficientes de correlación estimados, algunos de los cuales se presentan en la tabla 35. En general, los estadísticos calculados no ofrecen evidencia en contra de la hipótesis nula de ausencia de autocorrelación.

Por último, para comprobar si los modelos EGARCH(1,1) estimados recogen la respuesta asimétrica de la volatilidad ante innovaciones positivas y negativas se han realizado contrastes de sesgo de signo y tamaño sobre los residuos estandarizados al cuadrado, cuyos resultados se exponen en la tabla 36.

Los coeficientes asociados a las variables S_{t-1}^- , $S_{t-1}^+ \varepsilon_{t-1}$, $S_{t-1}^- \varepsilon_{t-1}$, en las regresiones (3), (4) y (5) no son en general estadísticamente significativos a niveles estándar de confianza. Por otra parte, los estadísticos F calculados para contrastar la significatividad conjunta de los coeficientes asociados a las variables S_{t-1}^- , $S_{t-1}^+ \varepsilon_{t-1}$, $S_{t-1}^- \varepsilon_{t-1}$ en la regresión (6) no ofrecen en general evidencia en contra de la hipótesis nula, a un 90% de confianza, lo que sugiere que los modelos EGARCH(1,1) estimados, parecen representar de forma adecuada la respuesta asimétrica de la volatilidad ante sorpresas de distinto signo y tamaño, ya que los residuos de los mismos no presentan evidencia de asimetría adicional a la recogida en los modelos EGARCH(1,1).

En la segunda muestra analizada, para modelizar la volatilidad de los tipos de interés sobre los cuales no se detectó en la sección 3.4.2 la presencia de un *efecto apalancamiento* significativo, hemos utilizado los modelos GARCH(1,1). Por otra parte, para aquellos plazos donde los test de sesgo de signo y tamaño ofrecieron evidencia débil sobre la presencia de efectos asimétricos de las innovaciones (3, 6 meses, 5, 6, 7 y 8 años), se ha probado a estimar un modelo EGARCH(1,1). Sin embargo, en los modelos estimados los coeficientes que recogen los efectos asimétricos de las innovaciones no son en general significativos, por lo que hemos optado por utilizar también para estos plazos los modelos GARCH(1,1) para modelizar la volatilidad de los tipos de interés.

La representación adoptada por los modelos estimados en la segunda muestra para la media y la varianza condicional es la siguiente⁵:

$$\nabla r_t = \alpha + \sum_{i=1}^p \phi_i \nabla r_{t-i} + \varepsilon_t \quad (13)$$

$$h_t^2 = \delta_0 + \delta_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \gamma_1 h_{t-1}^2 \quad (14)$$

En primer lugar, los coeficientes estimados en la ecuación de la varianza, δ_0 , δ_1 y γ_1 (tabla 37) son para casi todos los plazos analizados estadísticamente significativos a niveles estándar de confianza.

En segundo lugar, el grado de persistencia de las series de volatilidad estimadas en la segunda muestra, medido por $(\delta_1 + \gamma_1)$, es en casi todos los casos muy elevada, de forma consistente con los resultados obtenidos en la primera muestra analizada. Cabe observar, no obstante, que el coeficiente γ_1 obtenido en los modelos estimados con datos de tipos de interés a 1 mes, 3 meses y 1 año, es en los tres casos anormalmente bajo en relación al que se obtuvo, tanto en la primera muestra analizada para esos mismos plazos, como en relación a las estimaciones

⁵ Como en la primera muestra, para determinar el orden n y m de los modelos GARCH(n, m) se han utilizado contrastes de razón de verosimilitud.

obtenidos en la segunda muestra con plazos similares. La estimación puntual de estos coeficientes es de 0,022 en el modelo estimado con el tipo a 1 mes, 0,123 en el modelo estimado con el tipo a 3 meses y de 0,260 en el modelo estimado con el tipo a 1 año. Así, el modelo estimado se asemeja a un ARCH(1) más que a un GARCH(1,1).

Estos resultados son consistentes con los obtenidos en la sección 3.4.1 de este capítulo, en las que se analizaron las propiedades de correlación en varianza de las innovaciones de los tipos de interés. En dicha sección se observó una alta correlación de primer orden que se amortiguaba rápidamente, lo que pone de manifiesto que en estos plazos la volatilidad debe ser muy poco persistente. No obstante como se hizo mención en la sección 3.4.1, las correlaciones estimadas podrían estar afectadas por la presencia de algunos valores extremos.

Al respecto, cabe señalar, que en los gráficos de la volatilidad estimada en la segunda muestra, presentados en el apéndice VI(a), se observa algunos datos especialmente anómalos en diciembre de 1995, abril de 1996 y marzo de 1997 en los tipos de interés a 1 mes y 3 meses, y en marzo de 1997 en todos los tipos a corto plazo, desde 1 mes hasta 1 año.

Con el objetivo de evaluar si la presencia de tales valores pudiese estar sesgando a la baja la estimación de γ_1 hemos realizado un análisis de intervención de estos valores. La metodología utilizada para tal propósito es el “smoothing de intervalo fijo”, que permite extrapolar los datos anómalos en una muestra al considerarlos ausentes⁶.

⁶ Para los tipos de interés a 1 mes y 3 meses los datos extrapolados se corresponden con los días, 15-diciembre-95, 9-abril-1996 y 17-marzo-1997. Para el tipo a 6 meses, los datos extrapolados se corresponde con los días, 15-diciembre-95 y 17-marzo.-1997. Por último, para los tipos de interés a plazos de 8, 10 meses y 1 año se ha extrapolado el dato correspondiente al día 17 de marzo de 1997.

Los resultados obtenidos al estimar el modelo (13) (14) con los datos intervenidos se presentan en la tabla 38. En los modelos estimados con datos de tipos de interés a 1 mes y 3 meses, la estimación puntual de γ_1 aumenta de forma significativa. El coeficiente obtenido con el modelo estimado con el tipo de interés a 1 año ha aumentado también, aunque en menor medida. El perfil adoptado por las series de volatilidad obtenidas al estimar los modelos de varianza condicional con los datos de tipos de interés intervenidos puede verse en el apéndice VI(b), que es radicalmente diferente de la que se estimó antes de las intervenciones.

Por otra parte, los coeficientes estimados con datos de tipos de interés a 6 meses y 8 meses, son ahora muy similares a los obtenidos incluyendo el dato de 17 de marzo de 1997. Por último, en el modelo estimado con datos de tipos de interés a 10 meses la estimación de γ_1 ha variado notoriamente, pasando a ser de 0,544, frente a un valor inicial de 0,818.

Por tanto, para concluir, podríamos resumir que de forma general, salvo una excepción (tipo a 10 meses) , la presencia de valores extremos ha sesgado a la baja el parámetro γ_1 en los modelos estimados. En lo sucesivo, para estudiar la presencia de mecanismos de transmisión de volatilidades, hemos utilizado en el tramo corto de la Estructura Temporal de Volatilidades(ETV) los datos de tipos de interés intervenidos.

A continuación, antes de pasar a estudiar la presencia de mecanismos de transmisión de volatilidades, se analiza, de forma descriptiva, el comportamiento de la volatilidad de los tipos de interés cupón cero en ambos períodos, así como la aparente relación detectada entre la volatilidad de los tipos de interés y la credibilidad de la política monetaria.

3.6.1 Variación Temporal en Volatilidad.

Las series de volatilidad estimadas en la primera muestra han sido representadas gráficamente en el apéndice V, mientras que las estimadas en la segunda muestra aparecen representadas en los apéndices VI(a) y VI(b)⁷. En estos gráficos se puede observar alguna de las características sobre el comportamiento de la volatilidad de los rendimientos cupón cero derivados a partir del análisis teórico. En principio, cabe observar la gran variabilidad que presentan las series de volatilidad estimadas, especialmente las obtenidas en la primera muestra, lo que pone de manifiesto que utilizar una medida de volatilidad basada en los momentos incondicionales puede llevar a un inversor a tomar decisiones ineficientes, sobreestimando el nivel de riesgo en aquellos casos en los que la volatilidad condicional está por debajo de la volatilidad incondicional y subestimándolo, cuando la varianza condicional es superior a la incondicional.

Puede observarse además que, como cabría esperar, dado el análisis realizado en la sección 3.2.2, el nivel de volatilidad exhibido por los tipos de interés en la primera muestra analizada, que se extiende desde junio de 1993 hasta septiembre de 1995, fue claramente superior al que experimentaron los tipos de interés en la segunda muestra, que abarca desde octubre de 1995 hasta diciembre de 1997, especialmente en los tipos de interés a medio y largo plazo.

Para reflejar más claramente el importante descenso que experimentó la volatilidad de los rendimientos cupón cero en la segunda muestra analizada, se ha calculado, para cada uno de los plazos analizados, la desviación típica condicional media en ambos períodos. A la función que relaciona el plazo con el nivel de

⁷ Para poder visualizar claramente los cambios en volatilidad que se han producido en los distintos plazos en la segunda muestra analizada, los gráficos presentados en los apéndices VI(a) y VI(b) han sido realizados con una escala inferior a la utilizada para representar la volatilidad de los tipos de interés en la primera muestra.

volatilidad se le denomina Estructura Temporal de Volatilidades, cuyo gráfico que se presenta al final de esta sección muestra claramente:

- 1) El importante descenso que ha experimentado la volatilidad de los tipos de interés cupón cero desde finales de 1995, siendo más pronunciado dicho descenso en los tipos de interés a medio y largo plazo.
- 2) A lo largo del período muestral analizado, se han producido en ambas muestras aumentos transitorios en el nivel de volatilidad, especialmente intensos en la primera muestra analizada, que abarca desde junio de 1993 hasta septiembre de 1995. Así, por ejemplo, en el tercer trimestre de 1993, después de la última y tercera devaluación consecutiva de la peseta en los mercados de cambio, la volatilidad media de los tipos de interés a 1 mes y 3 meses fue entre un 20% y un 25% superior a la volatilidad media experimentada por estos plazos en la primera muestra.
- 3) Cabe observar, además, el fuerte aumento que experimentó la volatilidad de los tipos de interés a corto y medio plazo en el segundo y tercer trimestre de 1994, coincidiendo con los últimos descensos de tipos oficiales ejecutados por el Banco de España, después de que la Reserva Federal incrementase en febrero de ese mismo año la Tasa Objetivo de Fondos Federales por primera vez desde principios de los noventa. Como se ha puesto de manifiesto en Gómez(1998), estos acontecimientos alteraron el sentimiento del mercado con respecto a la evolución de la política monetaria, lo que se refleja en el cambio que se produjo en el perfil de la Estructura Temporal de Tipos de Interés a partir de junio de 1994, que pasó de presentar un perfil decreciente en los plazos cortos, a adoptar un perfil creciente en todos los plazos.

Esta coincidencia de acontecimientos parece sugerir que existe una estrecha relación entre la credibilidad de la política monetaria y la volatilidad de los tipos de interés. Al respecto es interesante señalar que desde finales de 1995, coincidiendo con la fase más intensa en el proceso de relajación monetaria, período en el que la

Capítulo 3. Volatilidad de los Rendimientos Cupón cero

ETTI volvió a adoptar un perfil decreciente en los plazos cortos, la volatilidad de los tipos de interés cupón cero se redujo significativamente, lo que pone de manifiesto que una mayor credibilidad de la política monetaria, en este caso asociada a la mayor probabilidad otorgada por el mercado a la entrada de España en la Unión Monetaria, llevó asociada una menor volatilidad de los tipos de interés.

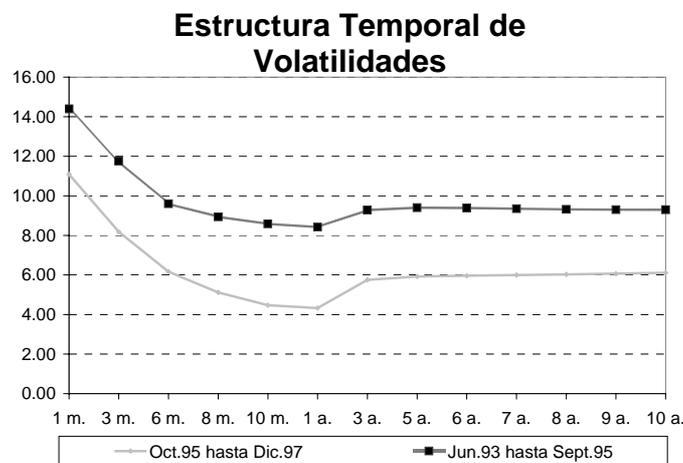


Tabla 2. Desviación típica condicional (p.b.)

	1 mes	3 m.	6 m.	8 m.	10 m.	1 año	3 años	5 años	10 años
Tr. III(93)	16,90	13,11	9,82	8,94	8,60	8,52	8,63	7,52	6,93*
Tr. IV(93)	11,59	9,96	7,87	7,09	6,56	6,26	6,32	6,17	6,33
Tr. I(94)	12,56	10,36	8,39	7,74	7,28	7,04	8,61	9,31	9,18
Tr. II(94)	13,88	11,65	9,11	8,26	7,85	7,75	10,13	11,17	11,41
Tr. III(94)	15,39	12,84	10,81	10,19	9,76	9,47	10,49	11,53	11,13
Tr. IV(94)	13,21	10,96	0,19	8,61	8,14	7,78	7,35	7,60	7,48
Tr. I(95)	14,99	12,29	10,43	9,92	9,52	9,33	9,87	9,75	9,30
Tr. II(95)	12,51	10,64	8,78	8,21	7,93	7,91	9,57	10,08	10,69
Tr. III(95)	14,73	10,97	7,78	6,68	6,17	5,97	7,15	7,67	7,69
Tr. IV(95)	10,18	7,02	4,28	3,79	3,67	3,79	5,16	5,51	5,88
Tr. III-93/Tr. IV(95)	13,97	11,42	9,14	8,40	7,98	7,78	8,68	8,98	8,90
Tr. IV-95 / Tr. IV(97)	10,51	7,73	5,13	4,28	3,97	4,02	5,91	6,20	6,20

* Desviación típica condicional media en el segundo trimestre de 1993 del tipo a 10 años, expresada en puntos básicos.

3.6.2 Credibilidad y Estabilidad.

Para evaluar de forma más precisa la relación existente entre la credibilidad de la política monetaria y la volatilidad de los tipos de interés, se ha calculado para cada uno de los plazos analizados en este trabajo, la volatilidad relativa de los tipos de interés con respecto a la volatilidad del tipo a 1 mes. La volatilidad relativa refleja más claramente la relación mantenida entre credibilidad y volatilidad porque aísla la parte de la volatilidad de los tipos de interés a medio y largo plazo que es atribuida al funcionamiento de los mercados financieros debido a las intervenciones monetarias. De esta forma creemos que una mayor credibilidad en la estrategia de política monetaria, y consecuentemente una menor incertidumbre sobre la actuación futura del Banco Central, debería llevar asociada una disminución de las volatilidades relativas. Por el contrario, una menor credibilidad en la política monetaria llevará asociada un aumento de la volatilidad relativa.

En el apéndice VII se ha representado gráficamente la volatilidad relativa media trimestral de los tipos de interés a plazos de 3, 6, 8 y 10 meses, 1, 3, 5, 6, 7, 8, 9, y 10 años con respecto al tipo a 1 mes⁸.

En estos gráficos puede observarse el importante descenso que se produjo en la volatilidad relativa de los tipos de interés a corto plazo en el segundo período, que pasó de niveles medios algo superiores al 60% en la primera muestra, que se extiende desde el tercer trimestre de 1993 hasta el tercer trimestre de 1995, a niveles medios de alrededor del 40% en la segunda, que abarca desde el cuarto trimestre de 1995 hasta el cuarto trimestre de 1997.

⁸ Para obtener estos gráficos hemos calculado previamente, para todos los plazos, la desviación típica condicional media en cada trimestre. A partir de los promedios obtenidos hemos generado los ratios de volatilidad, al dividir la desviación típica condicional media en cada trimestre del tipo a plazo j ($j= 3, 6, 8, 10$ meses y 1, 3, 5, 6, 7, 8, 9 y 10 años) entre la desviación típica condicional media del tipo a 1 mes.

El importante descenso que se produjo a partir de mediados de 1995 en la volatilidad relativa en el tramo corto de la curva de tipos, pudo estar asociado al descenso producido en la volatilidad de las primas de riesgo presentes en los tipos a corto plazo, una vez que se redujo la incertidumbre con respecto a la estrategia de política monetaria seguida por el Banco Central al aumentar la probabilidad que el mercado otorgó a la entrada de España en la Unión Monetaria. Evaluar en qué medida la volatilidad de los tipos de interés puede ser explicada por la volatilidad de las primas de riesgo es una cuestión interesante para futuras investigaciones.

Con respecto a los tipos de interés a medio y largo plazo, desde 3 años hasta 10 años, se observa que en promedio la volatilidad relativa con respecto al tipo a 1 mes también fue inferior en el segundo período, aunque en estos plazos el descenso que se produjo en la volatilidad relativa fue menos intenso y más irregular que el observado en el tramo corto. Cabe observar, además, el importante aumento que se produjo en la volatilidad relativa de los tipos a medio y largo plazo entre el primer y el tercer trimestre de 1994, unos meses antes de que el Banco de España abortase transitoriamente su política de relajación monetaria, elevando en julio de 1995 el tipo de la subasta de cebes para defender la cotización de nuestra divisa en los mercados de cambio. En este período, entre el primer y tercer trimestre de 1994, la volatilidad relativa de los tipos de interés a plazos superiores a 1 año se situó por encima del 70%, llegando a alcanzar niveles del 80% en el segundo trimestre de 1994. En el segundo período analizado, la volatilidad relativa se redujo a niveles medios del 65%.

Los resultados obtenidos en este análisis de las volatilidades relativas parecen confirmar los obtenidos anteriormente y sugieren que una mayor credibilidad en la política monetaria, asociada en este caso a la mayor probabilidad

otorgada por el mercado a la entrada de España en la Unión Monetaria, lleva asociada una menor volatilidad de los tipos de interés.

Al margen de la relación detectada a nivel descriptivo entre la credibilidad de la política monetaria y la volatilidad de los tipos de interés, es interesante observar cómo aumentos en la volatilidad de los tipos a corto plazo parecen ir acompañados de aumentos en la volatilidad de los tipos de interés a medio y largo plazo (apéndices V, VI(a) y VI(b)). Evaluar de una forma más rigurosa si la volatilidad de los tipos a corto plazo se transmite a lo largo de la curva de rendimientos, y además, si la forma en que se transmite es sensible al nivel de volatilidad es el objetivo del trabajo realizado en la siguiente sección.

3.7 Estructura Temporal de Volatilidades.

3.7.1 Instrumentación de la política monetaria en España: control de magnitudes monetarias versus control de tipos de interés.

A lo largo de la década de los 80 el Banco de España fue modificando gradualmente el tipo de instrumentos utilizados en la gestión de la política monetaria, a la vez que se produjo un cambio paralelo en los objetivos de control subyacentes a la gestión de dicha política. Durante los primeros años de la década, la instrumentación de la política monetaria estuvo orientada a controlar de forma estricta el crecimiento de los agregados monetarios. En este período, el control de la liquidez del sistema se articuló en torno a los siguientes instrumentos: 1) el coeficiente de caja, que obligaba a los bancos y cajas de ahorro a mantener inmovilizado entre un 4% y un 7% de sus depósitos, 2) los préstamos de regulación monetaria, para inyectar liquidez al sistema, y 3) la emisión de bonos del Tesoro y Certificados de Depósito para drenar liquidez. Una parte de los préstamos de regulación monetaria se concedían en función de los recursos propios y ajenos de cada entidad bancaria, a un plazo de 7 días y otra parte se asignaba mediante un

sistema de subasta a 1 día, en el que el Banco de España anunciaba previamente la cantidad que iba a subastar y los bancos hacían sus ofertas sobre el tipo de interés que estaban dispuestos a pagar por los préstamos recibidos. La adjudicación de los mismos se realizaba en orden decreciente al tipo de interés que las entidades ofertaban.

Para drenar liquidez del sistema, se emitían bonos del Tesoro que el Banco de España colocaba entre las entidades bancarias privadas. Además, con el mismo objetivo, se utilizaron a principios de los 80 los Certificados de Depósito que, posteriormente, a principios de 1982, fueron sustituidos por los Certificados de Regulación Monetaria (CRM).

A partir de 1984, el Banco de España comenzó a ejercer un control más flexible sobre el crecimiento a corto plazo de los agregados monetarios, al permitir mayores desviaciones en el crecimiento de los mismos con respecto a los objetivos mensuales y decenales previamente establecidos. Posteriormente, tras la reforma implementada en 1987, el Banco de España pasó a adoptar objetivos intermedios basados en el control de los tipos de interés del mercado interbancario, manteniendo siempre a medio plazo objetivos intermedios de control de las magnitudes monetarias.

Tras los cambios producidos en las variables de control de la política monetaria, la gestión de la liquidez del sistema quedó articulada básicamente en torno a dos instrumentos: los préstamos diarios al sistema bancario y las operaciones de mercado abierto. En esta nueva etapa, los préstamos diarios eran concedidos a través de un sistema de subasta, en la que, a diferencia de la etapa anterior, el Banco de España fijaba el tipo marginal de los préstamos concedidos. Este tipo solía permanecer fijo durante largos períodos, y solo era modificado cuando el Banco Central quería dar una señal clara de cambio acerca del tono de la política monetaria a los mercados. Para controlar los tipos de interés del mercado interbancario, se realizaron operaciones de mercado abierto, mediante la compra y

venta de títulos públicos a los creadores de dinero. Desde 1987, este tipo de operaciones se han convertido en el principal instrumento operativo para el control de la liquidez del sistema.

La razón por la cual la Autoridad Monetaria optó por abandonar un sistema de control monetario basado en la fijación de objetivos de crecimiento de la cantidad de dinero, fue el excesivo nivel de volatilidad que este sistema imprimía sobre la volatilidad del tipo de intervención, y consecuentemente sobre el nivel de volatilidad de los tipos de interés cotizados en los mercados monetarios, como se ha puesto de manifiesto en algunos trabajos empíricos, (Escrivá (1989)). Durante la década de los 90, se han vuelto a producir algunos cambios en la instrumentación de la política monetaria, manteniendo siempre objetivos intermedios basados en el control de los tipos de interés, todos ellos encaminados a mejorar la eficiencia del mercado interbancario y reducir, a su vez, la volatilidad de los tipos a corto plazo.

Algunos de estos cambios se produjeron en 1990, cuando se sustituyeron las subastas diarias de préstamos por compras temporales de Certificados del Banco de España (CBE)⁹.

El empeño que ha puesto el Banco de España, en sintonía con otros Bancos Centrales europeos, por diseñar medidas de política monetaria encaminadas a reducir la volatilidad de los tipos a corto plazo, responde a la creencia de que ésta no se internaliza en los mercados monetarios sino que se transmite a los precios de los activos negociados en los mercados de capitales. En tal caso, quedan justificados los esfuerzos realizados en este sentido, puesto que una excesiva volatilidad en los tipos a corto plazo podría tener efectos muy negativos sobre la actividad real.

⁹ Los CBE's fueron emitidos por el Banco de España en 1990, para absorber el exceso de liquidez generado con la reducción del coeficiente legal de caja. Estos certificados representaban la posesión de depósitos en el Banco de España, remunerados a un tipo fijo del 6%. La amortización de estos depósitos fue escalonada, desde 1993 hasta el año 2000.

En esta sección estamos interesados en analizar la validez empírica de la hipótesis mantenida por los gobernadores de los Bancos Centrales sobre la presencia de mecanismos de transmisión de volatilidades desde los mercados monetarios hacia los precios de los activos negociados en los mercados de capitales. Algunos precedentes sobre este tipo de análisis pueden encontrarse en Ayuso, Haldane y Restoy (1994), y más recientemente en Abad(2000). En el primero de los trabajos mencionados se estudia la transmisión de volatilidades en el tramo corto de la curva de rendimientos del mercado interbancario para cuatro países europeos: Alemania, Francia, Inglaterra y España. En tres de los cuatro países analizados se encuentra una transmisión significativa desde la volatilidad del tipo a 1 día hasta la volatilidad del tipo a 1 año. En el trabajo presentado por Abad(2000), se aborda el estudio de transmisión de volatilidades en la curva de rendimientos del mercado de Swaps, para distintas divisas: el marco alemán, el yen japonés y el dólar estadounidense. A diferencia del trabajo presentado por Ayuso, Haldane y Restoy(1994), el estudio realizado por Abad(2000) es realizado sobre un espectro temporal más amplio de la curva de rendimientos, que abarca desde los tipos a corto hasta el medio y largo plazo. Los resultados obtenidos en este trabajo, si bien no son homogéneos para todas las divisas, parecen confirmar la presencia de una transmisión significativa de volatilidad desde los tipos a corto hasta el largo plazo.

Para contrastar la hipótesis mantenida por los gobernadores de los Bancos Centrales hemos analizado en qué medida la volatilidad de los tipos de interés a corto plazo, la cual depende en buena parte de la instrumentación de la política monetaria, se transmite a los rendimientos cupón cero a medio y largo plazo. La metodología utilizada para este propósito es la propuesta por Ayuso, Haldane y Restoy (1994), que consiste en introducir la volatilidad de un tipo de interés a corto plazo como variable exógena en los modelos de varianza condicional estimados a plazos superiores. En este trabajo hemos seleccionado el tipo a 1 mes como representativo de un tipo a corto plazo. Los resultados y las principales

conclusiones obtenidas son presentados en la sección 3.7.3. Previamente, como una primera aproximación al estudio de transmisión de volatilidades, hemos analizado en una sección previa, en qué medida las innovaciones en la volatilidad del tipo a 1 mes se transmiten a las innovaciones en la volatilidad de los tipos de interés a plazos superiores. La metodología utilizada para tal propósito, y los resultados obtenidos en este primer análisis son presentados en la siguiente sección.

3.7.2 Transmisión de las innovaciones en volatilidad.

En esta sección se analiza en qué medida las innovaciones en la volatilidad de los tipos de interés a corto plazo se transmiten a lo largo de la Estructura Temporal de Volatilidades de la deuda pública. Concretamente, estamos interesados en evaluar si existe una relación positiva y significativa entre las innovaciones en la volatilidad del tipo de interés a 1 mes y las innovaciones en la volatilidad de los tipos de interés a plazos superiores, desde 3 meses hasta 10 años.

Para obtener las innovaciones en la volatilidad de los tipos de interés a distintos plazos hemos estimado el modelo autorregresivo:

$$h_t^{2,j} = \sum_{i=1}^p \phi_i h_{t-i}^{2,j} + u_t^j \quad (15)$$

donde, $h_t^{2,j}$ para $j = 1$ mes, 3 meses, ..., 10 años, representa la varianza condicional del tipo de interés a plazo j , y p es el número de retardos necesario para garantizar ausencia de correlación en los residuos del modelo (15). En este modelo, interpretamos el componente u_t^j como las innovaciones en la volatilidad del tipo de interés a plazo j .

Para la estimación de estos modelos, hemos utilizado las series de varianza condicional que presentamos en la sección 3.6, obtenidas al estimar conjuntamente un modelo para la media y la varianza condicional del tipo EGARCH(1,1) en la

primera muestra, y un modelo para la varianza del tipo GARCH(1,1) en la segunda muestra analizada.

Una vez que se ha obtenido en ambos períodos las innovaciones en la volatilidad de los tipos de interés a distintos plazos, se ha evaluado, mediante técnicas de regresión lineal, si existe una relación positiva y significativa entre las innovaciones en la volatilidad del tipo de interés a 1 mes y las innovaciones en la volatilidad de los tipos de interés a plazos superiores, desde 3 meses hasta 10 años. Concretamente, el modelo estimado es el siguiente:

$$u_t^j = \alpha + \beta u_t^{1mes} + a_t^j \quad (16)$$

donde u_t^j representa las innovaciones en la volatilidad del tipo de interés a plazo j . Para la estimación del modelo (16) se ha utilizado una matriz de varianzas y covarianzas robusta a perturbaciones heterocedásticas.

En primer lugar, en la primera muestra analizada, (junio de 1993 a septiembre de 1995), el coeficiente β estimado en la regresión (16) es, en casi todos los plazos considerados, positivo y estadísticamente significativo para casi cualquier nivel de confianza (tabla 39). Se observa, además, que la estimación puntual del parámetro β tiende a disminuir en las regresiones estimadas con tipos de interés a plazos más largos.

En segundo lugar, se observa que, para casi todos los plazos analizados, la estimación puntual del parámetro β en (16) es superior en la primera muestra que en la segunda. Este resultado podría estar sugiriendo que la transmisión de volatilidades es una función creciente del nivel de volatilidad de los tipos a corto plazo, lo que resulta bastante interesante en la medida que refuerza los argumentos esgrimidos por los Gobernadores de los Bancos Centrales por diseñar políticas de estabilización.

En tercer lugar, en los modelos estimados con datos de tipos de interés a corto plazo en la segunda muestra, los coeficientes β obtenidos son en todos los casos positivos y estadísticamente significativos a niveles estándar de confianza (90% y 95%). Se observa además que, como en los modelos estimados en la primera muestra, la estimación puntual del parámetro β tiende a decrecer con el plazo. Por otra parte, en la segunda muestra analizada, que se extiende desde octubre de 1995 hasta diciembre de 1997, a diferencia de los resultados obtenidos en la primera muestra, no se ha detectado la presencia de una transmisión de volatilidad significativa hacia los tipos de interés superiores a 1 año.

La presencia de algunos valores extremos en las series utilizadas en (16) podría estar sesgando a la baja las estimaciones de β , ocultando con ello una relación más fuerte a la aparentemente detectada entre las innovaciones en volatilidad. Para comprobar que esto no es así, hemos estimado (16) para cada plazo y en ambas muestras imponiendo la restricción $\beta = 1$. Sin embargo, en todos los plazos y en las dos submuestras, se observa que la desviación típica de los residuos es sistemáticamente mayor en los modelos estimados al imponer la restricción $\beta = 1$ que en aquellos en los que (16) se estimó libremente.

Ello proporciona evidencia adicional de que la relación mantenida a largo plazo, entre las innovaciones en la volatilidad del tipo a 1 mes y las innovaciones en la volatilidad de los tipos de interés a plazos superiores dista de ser unitaria.

El hecho de no haber detectado en la segunda muestra una transmisión de volatilidad significativa desde los tipos a corto hacia los tipos de interés a plazos superiores a 1 año, en la que el nivel de volatilidad exhibido por los tipos a corto plazo fue muy inferior al que experimentaron en la primer muestra, es consistente con el segundo de los resultados obtenidos que apunta a que la transmisión de la volatilidad es una función creciente del nivel de volatilidad de los tipos a corto

plazo, tanto a través de períodos submuestrales como a lo largo de los vencimientos considerados.

En general, las estimaciones obtenidas parecen confirmar que la volatilidad de los tipos a corto plazo se transmite a lo largo de la curva de rendimientos de la deuda pública, y además, que el proceso de transmisión de volatilidades es una función creciente del nivel de volatilidad de los tipos a corto plazo. No obstante, como veremos a continuación, algunos de estos resultados quedan en entredicho al examinar gráficamente la relación mantenida por las innovaciones en la volatilidad de los tipos de interés a distintos plazos.

En los apéndices VIII(a) y VIII(b) se presentan algunos gráficos de dispersión entre las innovaciones en la volatilidad de los tipos de interés a distintos plazos de vencimiento. En este tipo de gráficos se puede evaluar visualmente si existe una relación de causalidad contemporánea entre las innovaciones en la volatilidad del tipo a 1 mes y las innovaciones en la volatilidad a plazos superiores.

Si las innovaciones en la volatilidad del tipo a 1 mes se transmiten contemporáneamente a las innovaciones en la volatilidad de los tipos de interés a plazos superiores, entonces cabría esperar que las observaciones bidimensionales (u_t^j, u_t^{1mes}) en el espacio cartesiano se situasen, o bien, alrededor de una línea recta con pendiente positiva, si la relación mantenida por ambas variables es lineal, o bien, alrededor de una línea curva, creciente y convexa, si la transmisión de volatilidades es una función creciente del nivel de volatilidad de los tipos a corto plazo. Por otra parte, un gráfico en el que se observase una nube de puntos aproximadamente circular, pondría de manifiesto que las innovaciones en la volatilidad de los tipos a corto plazo no estarían relacionadas con las innovaciones en la volatilidad de los tipos a medio y largo plazo.

Al respecto, el aspecto visual de los gráficos presentados corrobora alguno de los resultados obtenidos en el análisis de regresión lineal, aunque no todos.

En primer lugar, estos gráficos parecen confirmar que, en ambas muestras, las innovaciones en la volatilidad del tipo a 1 mes se transmiten al tramo corto de la Estructura Temporal de Volatilidades, desde 3 meses hasta 1 año aproximadamente, aunque la relación mantenida con las innovaciones de los tipos de interés a 8 meses, 10 meses y 1 año no es demasiado clara. Sin embargo, en aquellos gráficos en los que se representa la relación mantenida entre las innovaciones en la volatilidad del tipo a 1 mes y la volatilidad de los tipos de interés a plazos superiores a 1 año, donde los puntos presentados en el espacio cartesiano toman un aspecto relativamente circular, no se observa ningún tipo de relación entre las variables representadas, ni en la primera muestra ni en la segunda, lo que pone en entredicho los resultados obtenidos mediante el uso de técnicas de regresión en la primera muestra, en la que se detectó la presencia de una transmisión de volatilidad significativa hacia las innovaciones en los tipos, a medio y largo plazo.

Con respecto al hecho de haber detectado una mayor transmisión de volatilidades en la primera muestra, lo cual nos sugirió que la transmisión de volatilidades es una función creciente del nivel de volatilidad, los gráficos presentados en los apéndices VIII(a) y VIII(b) tampoco proporcionan evidencia positiva en favor de tal hipótesis. Estos gráficos parecen poner de manifiesto que la relación mantenida por la volatilidad debe ser lineal, ya que las observaciones bidimensionales representadas en el espacio cartesiano se sitúan alrededor de una línea recta y no alrededor de una curva creciente y convexa, como cabría esperar si dicha transmisión fuese creciente con el nivel de volatilidad del tipo a corto plazo.

A la vista de los resultados obtenidos podríamos concluir que la volatilidad del tipo de interés a 1 mes, la cual depende en buena parte de la instrumentación de la política monetaria, se transmite a la volatilidad de los tipos de interés a corto plazo, es decir a los rendimientos cotizados en los mercados monetarios, y que dicha transmisión es decreciente con el plazo. No se ha detectado, sin embargo, evidencia que apoye la creencia de los gobernadores de los Bancos Centrales, sobre

la presencia de mecanismos de transmisión de volatilidad significativos hacia los precios de los activos negociados en los mercados de capitales.

3.7.3 Estudio de transmisión de volatilidades.

En la sección anterior se realizó una primera aproximación al estudio de transmisión de volatilidades al evaluar en qué medida las innovaciones en la volatilidad de los tipos de interés a corto plazo se transmiten a las innovaciones de la volatilidad de los tipos de interés a plazos superiores.

En esta sección estamos interesados en evaluar en qué medida la volatilidad de los rendimientos cupón cero a corto plazo, la cual depende en buena parte de la instrumentación de la política monetaria, se transmite a lo largo de la Estructura Temporal de Volatilidades de la deuda pública, es decir, se transmite a la volatilidad de los rendimientos cupón cero a medio y largo plazo.

La metodología utilizada para este propósito es la propuesta por Ayuso, Haldane y Restoy (1994), que consiste en introducir la volatilidad de un tipo a corto plazo como variable exógena en el modelo de varianza condicional de los tipos de interés a plazos superiores. Como en la sección anterior, en este apartado hemos utilizado la volatilidad del tipo a 1 mes como representativa de un tipo a corto plazo.

Siguiendo esta metodología, se ha estimado conjuntamente un modelo para la media y la varianza condicional de los tipos de interés a plazos de 3, 6, 8, 10 meses, 1, 3, 5, 6, 7, 8, 9 y 10 años, introduciendo en los modelos de varianza condicional la volatilidad del tipo de interés a 1 mes estimada en la sección 3.6.

La representación adoptada por los modelos estimados en la primera muestra, que abarca desde junio de 1993 hasta septiembre de 1995, en la que se detectó que la volatilidad de los tipos de interés responde de forma asimétrica ante innovaciones de distinto signo y tamaño, viene dada por (17) y (18), mientras que

los modelos estimados en la segunda muestra, donde no se detectó una respuesta asimétrica de la volatilidad ante innovaciones de distinto signo, vienen dados por (17) y (19):

$$\nabla r_t^j = \alpha + \sum_{i=1}^p \phi_i \nabla r_{t-i}^j + \varepsilon_t^j \quad (17)$$

$$\log h_t^{2j} = \eta \log h_t^{2(1\text{día})} + \varpi + \theta \left(\frac{\varepsilon_{t-1}^j}{h_{t-1}^j} \right) + \beta \left(\left| \frac{\varepsilon_{t-1}^j}{h_{t-1}^j} \right| - \left(\frac{2}{\Pi} \right)^{1/2} \right) + \gamma \log h_{t-1}^{2j} \quad (18)$$

$$h_t^{2j} = \eta h_t^{2(1\text{día})} + \delta_0 + \delta_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \gamma_1 h_{t-1}^{2j} \quad (19)$$

donde: $\varepsilon_t^j / \Omega_{t-1} \sim N(0, h_t^{2,j})$.

En (18) y (19) el coeficiente η estima en qué medida la volatilidad del tipo de interés a 1 mes se transmite a la volatilidad del tipo de interés a plazo j , para j igual a 3, 6, 8, y 10 meses, y 1, 3, 5, 6, 7, 8, 9 y 10 años.

Los resultados de las estimaciones, presentados en las tablas 40 y 41, muestran que: i) en los modelos estimados con datos de tipos de interés a plazos inferiores a 1 año, el coeficiente η es en ambas muestras positivo y estadísticamente significativo para niveles razonables de confianza, excepto en el modelo estimado con el tipo de interés a 8 meses en la segunda muestra; ii) en ambas muestras, en los modelos estimados con datos de tipos de interés cupón cero a plazos superiores a 1 año el coeficiente η es positivo, pero no es estadísticamente significativo a niveles estándar de confianza; iii) en las dos submuestras la estimación puntual del parámetro η tiende a decrecer con el plazo. Cabe observar además, que las estimaciones de este parámetro obtenidas en la primera muestra son, para casi todos los plazos, superiores a las obtenidas en la segunda muestra.

Capítulo 3. Volatilidad de los Rendimientos Cupón cero

Este resultado vuelve a sugerir que el proceso de transmisión de volatilidades es una función creciente del nivel de volatilidad de los tipos a corto plazo.

En el siguiente gráfico se observa claramente que la transmisión de volatilidades, medida en términos de ganancia o elasticidad a largo plazo, es decreciente con el plazo, y además que ésta es mayor en la primera muestra que en la segunda.

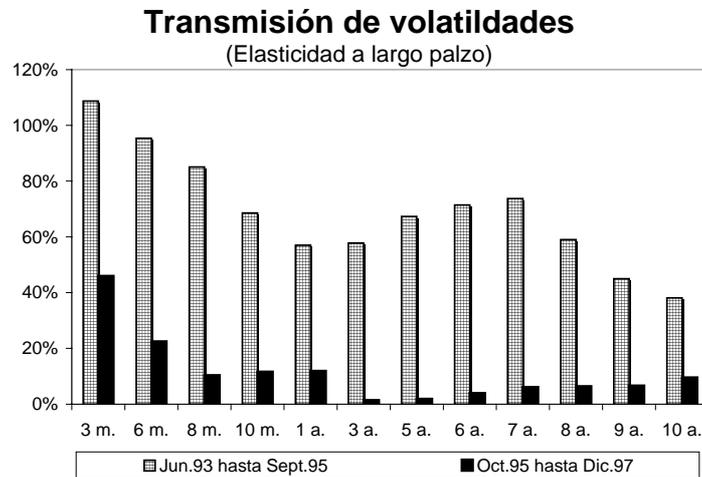


Tabla 3. Transmisión de volatilidades

	Jun.93 hasta Sept.95			Oct.95 hasta Dic.97		
	η	γ	Ganancia	η	γ	Ganancia
3 meses	1,015	0,066	109%	0,459	0,001	46%
6 meses	0,432	0,547	95%	0,214	0,047	22%
8 meses	0,307	0,639	85%	0,037	0,642	10%
10 meses	0,203	0,704	69%	0,066	0,431	12%
1 año	0,155	0,728	57%	0,106	0,108	12%
3 años	0,096	0,834	58%	0,001	0,928	1%
5 años	0,035	0,948	67%	0,001	0,947	2%
6 años	0,030	0,958	71%	0,002	0,949	4%
7 años	0,028	0,962	74%	0,003	0,951	6%
8 años	0,023	0,961	59%	0,003	0,953	6%
9 años	0,018	0,960	45%	0,003	0,955	7%
10 años	0,016	0,958	38%	0,004	0,958	10%

En general, estos resultados parecen poner de manifiesto que existen mecanismos de transmisión de volatilidad significativos en los mercados monetarios, es decir, que la volatilidad de los tipos a corto plazo se transmite a la volatilidad de los tipos de interés a medio y largo plazo. Sin embargo, al igual que en el análisis realizado en la sección anterior, no se ha detectado evidencia empírica acerca de la presencia de mecanismos de transmisión de volatilidades hacia el tramo medio y largo de la curva de rendimientos de la deuda pública.

Con respecto a los coeficientes estimados en la ecuación de la varianza condicional, es interesante observar, que en los modelos estimados con datos de tipos de interés inferiores a 1 año, las estimaciones puntuales obtenidas de los parámetros θ_1 , β_1 y γ_1 en la primera muestra, así como los parámetros δ_0 , δ_1 y γ_1 en la segunda muestra, son inferiores a los que obtuvimos en la sección 3.6, donde la estimación de los modelos de varianza se realizó obviando la presencia de mecanismos de transmisión de volatilidad. El hecho de que las estimaciones obtenidas en los modelos de varianza sean ahora inferiores, pone de manifiesto que la volatilidad del tipo a 1 mes explica en sí mismo parte de la volatilidad de los rendimientos a plazos superiores, de tal forma que, al introducir en estos modelos otras variables, como el pasado de la volatilidad específica de cada plazo, pierden importancia. Cabe observar además, que la magnitud de la reducción en dichos coeficientes decrece con el plazo, lo que de nuevo pone de manifiesto que la capacidad explicativa de la volatilidad del tipo a 1 mes sobre la volatilidad de los rendimientos cupón cero tiende a decrecer con el plazo.

Cabe observar además, que, en general, la eficiencia en la estimación de los modelos mejora cuando se ha considerado la presencia de mecanismos de transmisión de volatilidad aunque dicha mejora no es apenas significativa en ninguno de los plazos, salvo en los tipos a 3 y 6 meses en la segunda muestra (tabla 4).

Tabla 4. Desviación típica incondicional de los residuos (p.b.)

	EGARCH(1,1)		GARCH(1,1)	
	con $h^2_{,1 \text{ mes}}$	sin $h^2_{,1 \text{ mes}}$	con $h^2_{,1 \text{ mes}}$	sin $h^2_{,1 \text{ mes}}$
3 meses	11,743	11,758	7,977	8,188
6 meses	9,596	9,600	5,352	5,546
8 meses	8,912	8,939	4,519	4,521
10 meses	8,570	8,580	4,152	4,079
1 año	8,414	8,420	4,003	4,124
3 años	9,649	9,116	5,779	5,757
5 años	9,401	9,401	5,959	5,925
6 años	9,384	9,384	6,002	5,960
7 años	9,348	9,348	6,041	5,998
8 años	9,319	9,319	6,075	6,030
9 años	9,301	9,302	6,122	6,063
10 años	9,296	9,297	6,203	6,104

Ello, junto a lo expuesto anteriormente, en relación a las estimaciones obtenidas en los modelos de varianza, pone de manifiesto que la volatilidad del tipo a 1 mes no proporciona información adicional a la que contiene el propio pasado de las series de volatilidad a plazos superiores.

De ello, se deriva que estimar la volatilidad de los tipos de interés cupón cero obviando la presencia de mecanismos de transmisión de volatilidad no llevaría a una pérdida de eficiencia en la estimación de los modelos, salvo quizás, en el modelo estimado con el tipo de interés a 3 meses.

Antes de concluir, y con el objetivo de corroborar visualmente los resultados obtenidos mediante el uso de técnicas estadísticas, hemos representado gráficamente la relación mantenida por la volatilidad del tipo de interés a 1 mes y la volatilidad de los tipos de interés a plazos superiores, desde 3 meses hasta 10 años. Para el análisis gráfico hemos utilizado las series de volatilidad que estimamos en la sección 3.6 de este capítulo. En los apéndices IX(a) y IX(b) se presentan los gráficos realizados para analizar la presencia de relaciones entre volatilidades.

Como en el estudio sobre transmisión de innovaciones en volatilidad, el análisis gráfico realizado en esta sección corrobora los resultados obtenidos mediante el uso de técnicas estadísticas. La volatilidad del tipo a 1 mes, parece estar contemporáneamente relacionada con la volatilidad de los tipos de interés a corto plazo, desde 3 meses hasta 1 año aproximadamente, como pone de manifiesto el hecho de que las observaciones bidimensionales (u_t^j, u_t^{1mes}) en el espacio cartesiano, parecen presentar cierta tendencia creciente, lo que sugiere que cuando la volatilidad del tipo a 1 mes aumenta también lo hace la volatilidad del tipo a plazo j , y cuando esta disminuye también lo hace $h_t^{2,j}$. Sin embargo, en aquellos gráficos en los que se ha representado la relación mantenida entre la volatilidad del tipo a 1 mes y la volatilidad de los tipos de interés a plazos superiores a 1 año, desde 3 años hasta 10 años, no parece detectarse ningún tipo de relación, dado el aspecto aproximadamente circular que tienen los puntos bidimensionales representados en el espacio cartesiano. Concretamente, en estos gráficos se pone de manifiesto que más allá de la comunidad de ciertos valores extremos no parece detectarse una relación entre volatilidad de los tipos a corto y largo plazo.

Los resultados obtenidos en esta sección son similares a los obtenidos en el apartado 3.7.2, en el que se analizó la transmisión de innovaciones en volatilidad, y confirma la presencia de mecanismos de transmisión de volatilidad significativos a lo largo del tramo corto de la Estructura Temporal de Volatilidades. Sin embargo, aunque creemos que es razonable pensar que dicha transmisión puede extenderse hacia el tramo medio y largo de la curva de rendimientos de la deuda pública, no hemos encontrado evidencia favorable en este sentido. No obstante, el hecho de haber detectado la presencia de mecanismos de transmisión de volatilidad significativos en el tramo corto, justifica en si mismo el empeño que se ha puesto por diseñar medidas de política monetaria encaminadas a estabilizar los tipos a corto. Además, el hecho de haber detectado cierta evidencia sobre el hecho de que

la transmisión de volatilidades es creciente con el nivel de volatilidad refuerza en mayor medida los argumentos esgrimidos por las autoridades monetarias a favor del desarrollo de políticas de estabilización.

No haber detectado relaciones de causalidad contemporánea entre la volatilidad del tipo a 1 mes y la volatilidad de los tipos de interés a plazos superiores a 1 año podría estar asociado al hecho de que la volatilidad de los tipos de interés a medio y largo plazo depende más de la incertidumbre con respecto a la evolución futura de los tipos a corto plazo que de la cotización spot de los tipos a corto. En este sentido creemos que un ejercicio que podría ser interesante es evaluar en que medida la volatilidad de las primas de riesgo, las cuales recogen la compensación requerida por los inversores en función del riesgo percibido, puede explicar el comportamiento en volatilidad de la ETTI en su tramo medio y largo.

3.8 Conclusiones.

En este capítulo se ha estudiado la presencia de mecanismos de transmisión de volatilidad, desde los tipos a corto hacia el largo plazo, en el mercado secundario de deuda pública en España. Concretamente, se ha evaluado en qué medida la volatilidad del tipo de interés cupón cero a 1 mes, la cual depende en buena parte de la instrumentación de la política monetaria, se transmite a la volatilidad de los tipos de interés cupón cero a 3, 6, 8, 10 meses, 1, 3, 5, 6, 7, 8, 9 y 10 años.

El estudio de transmisión de volatilidad se ha realizado en dos períodos muestrales un tanto heterogéneos entre sí. El primero de ellos, que se extiende desde el 1 de junio de 1993 hasta el 29 de septiembre de 1995, se enmarca en un contexto económico de salida de recesión, con turbulencias en los mercados de divisas y continuos ataques especulativos sobre la peseta, mientras que el segundo período analizado, que abarca desde el 29 de septiembre de 1995 hasta el 31 de

diciembre de 1997, coincide con una etapa de mayor prosperidad económica y mayor estabilidad en el funcionamiento de los mercados financieros internacionales.

En ambas muestras, los resultados obtenidos en este estudio, para el cual hemos utilizado dos metodologías (análisis de regresión lineal y la metodología propuesta por Ayuso, Haldane y Restoy(1994)), indican que la volatilidad condicional del tipo a 1 mes se transmite al tramo corto de la Estructura Temporal de Volatilidades, y además, que dicha transmisión es decreciente con el plazo. Sin embargo, no hemos encontrado evidencia de que dicha transmisión se extienda hacia la volatilidad condicional de los tipos de interés a plazos superiores a 1 año.

Además, dado que en general para casi todos los plazos analizados se ha detectado una mayor transmisión de volatilidad en la primera muestra, donde el nivel de volatilidad exhibido por la ETTI fue superior al que experimentó la curva de rendimientos en el segundo período, sugiere que el proceso de transmisión de volatilidad es creciente con el nivel de volatilidad.

A pesar de que no se ha detectado una transmisión significativa hacia a la volatilidad de los tipos de interés a medio y largo plazo, creemos que el hecho de haber detectado una transmisión de volatilidad significativa en el tramo corto, y que además, esta transmisión aumenta con el nivel de volatilidad de los tipos a corto, justifica el empeño que han puesto las autoridades monetarias por el desarrollo de políticas de estabilización.

Como en la literatura dedicada a analizar este tipo de cuestiones, en este trabajo, para estudiar la presencia de mecanismos de transmisión de volatilidad, nos hemos centrado en volatilidades condicionales.

Para este estudio, ha sido necesario definir previamente una medida de volatilidad de los rendimientos cupón cero. Por ello, con el objetivo de definir criterios apropiados sobre los cuales basar la elección de un modelo de volatilidad u otro, se ha analizado previamente las regularidades empíricas del comportamiento

en volatilidad de los tipos de interés, centrándonos especialmente en aquellas relacionadas con el comportamiento en volatilidad.

Los resultados obtenidos en este primer análisis indican que la volatilidad condicional de los tipos de interés cupón cero evoluciona en el tiempo de forma consistente con la idea de agrupamiento temporal en volatilidad, lo que pone de manifiesto que, aquellos modelos que utilizan la información pasada para explicar y prever la volatilidad futura, como son los modelos de Heterocedasticidad Condicional Autorregresiva, podrían ser candidatos apropiados para explicar el comportamiento dinámico de la volatilidad de los rendimientos cupón cero de la deuda pública en España. Además, en la primera de las muestras analizadas se ha detectado que la varianza condicional de los tipos cupón cero responde asimétricamente ante sorpresas positivas y negativas, lo que se conoce como *efecto apalancamiento*. Concretamente, los resultados obtenidos indican que la volatilidad de los rendimientos de la deuda pública aumenta en mayor medida ante sorpresas positivas que ante sorpresas negativas, lo que significa que subidas de tipos de interés llevan asociada mayor incertidumbre que reducciones de tipos. Sin embargo, en la segunda de las muestras analizadas no se ha detectado esta característica.

Posteriormente, antes de abordar el estudio de transmisión de volatilidades, analizamos las pautas de comportamiento de la volatilidad de los rendimientos cupón cero en las dos muestras analizadas. En ambos períodos, la Estructura Temporal de Volatilidades ha adoptado un perfil en forma de *U*, puesto que los tipos de interés a mas corto y largo plazo tienden a exhibir niveles de volatilidad sistemáticamente superiores a los experimentados por los tipos a medio plazo. Por otro lado, se ha detectado un alto grado de persistencia en las series de volatilidad, lo que indica que éstas evolucionan de una forma muy suave. A nivel descriptivo, se ha observado que, en la segunda muestra analizada, coincidiendo con la fase más intensa en el proceso de relajación monetaria, la volatilidad de la curva de rendimientos fue significativamente inferior a la detectada en la primera muestra,

Capítulo 3. Volatilidad de los Rendimientos Cupón cero

desde junio de 1993 hasta septiembre de 1995. Se ha observado además que, concretamente, entre Marzo de 1994 y mediados de 1995, la volatilidad de la curva de tipos fue especialmente alta, coincidiendo con un período en que la pendiente de la ETTI adoptó un perfil creciente, en un contexto histórico donde el Banco Central mantuvo un compromiso firme de control de la inflación y de reducción del tipo de interés de cara a alcanzar los objetivos de convergencia.

Esta coincidencia de acontecimientos pone de manifiesto que una mayor credibilidad de la política monetaria lleva asociado una menor volatilidad de los tipos de interés.

TABLA 1. CONTRASTES DE RAÍZ UNITARIA.
(Junio-93/Septiembre-95)

	$H_0: I(2)$ frente $H_1: I(1)$		$H_0: I(1)$ frente $H_1: I(0)$		
	ADF	k	c	ADF	k
R_t (1 mes)	-15,69	2	0,08	-1,84	4
R_t (3 meses)	-15,20	2	0,09	-2,05	4
R_t (6 meses)	-14,37	2	0,10	-2,19	4
R_t (8 meses)	-13,86	2	0,09	-2,13	3
R_t (10 meses)	-11,99	3	0,08	-1,99	5
R_t (1 año)	-11,83	3	0,07	-1,82	4
R_t (3 años)	-11,47	3	-	-0,12	4
R_t (5 años)	-13,18	2	-	-0,05	3
R_t (6 años)	-13,14	2	-	-0,06	3
R_t (7 años)	-13,10	2	-	-0,09	3
R_t (8 años)	-13,08	2	-	-0,12	3
R_t (9 años)	-13,09	2	-	-0,15	3
R_t (10 años)	-13,11	2	-	-0,17	3

Nota: No se ha incluido ni un término de constante ni de tendencia cuando se ha calculado el estadístico Dickey-Fuller aumentado para contrastar la $H_0: I(2)$ frente a $H_1: I(1)$. 'k' representa el número de retardos. Los valores críticos son -2,57, -1,94 y -1,62 a un nivel de confianza del 99%, 95% y 90% respectivamente. Cuando se calcula el estadístico Dickey-Fuller Aumentado para contrastar $H_0: I(1)$ frente a $H_1: I(0)$ se ha incluido un término constante en los casos en los que resultó ser significativa. Los valores críticos son -3,44%, -2,86% y -2,57% a un nivel de confianza del 99%, 95% y 90% respectivamente, cuando se incluye constante, y los antes mencionados cuando no se incluye la constante.

TABLA 2. CONTRASTES DE RAÍZ UNITARIA.
(Octubre-95/Diciembre-97)

	<i>H₀: I(2) frente H₁: I(1)</i>		<i>H₀: I(1) frente H₁: I(0)</i>		
	ADF	K	c	ADF	k
R _t (1 mes)	-16,30	2	-0,001	-0,57	4
R _t (3 meses)	-15,45	2	0,001	-0,76	5
R _t (6 meses)	-13,20	2	0,002	-1,07	4
R _t (8 meses)	-11,74	2	0,005	-1,36	5
R _t (10 meses)	-11,07	2	0,005	-1,56	5
R _t (1 año)	-11,13	2	0,006	-1,62	4
R _t (3 años)	-16,35	1	0,010	-1,82	3
R _t (5 años)	-16,96	1	0,010	-1,58	3
R _t (6 años)	-17,15	1	0,009	-1,48	3
R _t (7 años)	-17,25	1	0,008	-1,38	3
R _t (8 años)	-14,17	1	0,007	-1,31	3
R _t (9 años)	-17,43	1	0,007	-1,25	3
R _t (10 años)	-17,51	1	0,007	-1,19	3

Nota: (ver tabla 1)

TABLA 3(a). ESTADÍSTICOS DESCRIPTIVOS DE LAS VARIACIONES DIARIAS DEL TIPO DE INTERÉS A 1 MES.

	Jun.93 hasta Sept.95	Oct.95 hasta Dic.97
Media	-0,002903	-0,008942
Desviación típica de la media	0,011962	0,009661
Máximo	0,764004	0,642048
Mínimo	-1,079810	-0,553548
Desviación típica	0,145886	0,115020
Asimetría	-0,550819	0,123948
Curtosis	10,97681	7,673557
Jarque-Bera (Normalidad)	1548,12	36,33

TABLA 4(a). ESTADÍSTICOS DESCRIPTIVOS DE LAS VARIACIONES DIARIAS DEL TIPO DE INTERÉS A 3 MESES.

	Jun.93 hasta Sept.95	Oct.95 hasta Dic.97
Media	-0,002848	-0,008736
Desviación típica de la media	0,004844	0,003567
Máximo	0,486739	0,540583
Mínimo	-0,732790	-0,432469
Desviación típica	0,118146	0,084932
Asimetría	-0,219038	0,084906
Curtosis	7,442663	8,863684
Jarque-Bera (Normalidad)	475,80	798,6366

TABLA 5(a). ESTADÍSTICOS DESCRIPTIVOS DE LAS VARIACIONES DIARIAS DEL TIPO DE INTERÉS A 6 MESES.

	Jun.93 hasta Sept.95	Oct.95 hasta Dic.97
Media	-0,002610	-0,008614
Desviación típica de la media	0,003939	0,002379
Máximo	0,443610	0,429832
Mínimo	-0,454264	-0,296326
Desviación típica	0,096065	0,056632
Asimetría	0,131734	0,210264
Curtosis	6,472334	12,02394
Jarque-Bera (Normalidad)	289,5207	1893,990

Capítulo 3. Volatilidad de los Rendimientos Cupón cero.

TABLA 6(a). ESTADÍSTICOS DESCRIPTIVOS DE LAS VARIACIONES DIARIAS DEL TIPO DE INTERÉS A 8 MESES.

	Jun.93 hasta Sept.95	Oct.95 hasta Dic.97
Media	-0,000112	-0,008739
Desviación típica de la media	0,003847	0,026395
Máximo	0,439668	0,253588
Mínimo	-0,406825	-0,246689
Desviación típica	0,093822	0,062846
Asimetría	0,372164	0,257956
Curtosis	5,831689	4,153467
Jarque-Bera (Normalidad)	204,6681	37,05561

TABLA 7(a). ESTADÍSTICOS DESCRIPTIVOS DE LAS VARIACIONES DIARIAS DEL TIPO DE INTERÉS A 10 MESES.

	Jun.93 hasta Sept.95	Oct.95 hasta Dic.97
Media	-0,002159	-0,008647
Desviación típica de la media	0,000000	0,003567
Máximo	-0,005791	0,540583
Mínimo	0,396481	-0,432469
Desviación típica	-0,413314	0,084932
Asimetría	0,085951	0,844906
Curtosis	0,246519	8,863684
Jarque-Bera (Normalidad)	444,0297	798,6366

TABLA 8(a). ESTADÍSTICOS DESCRIPTIVOS DE LAS VARIACIONES DIARIAS DEL TIPO DE INTERÉS A 1 AÑO.

	Jun.93 hasta Sept.95	Oct.95 hasta Dic.97
Media	-0,001918	-0,008537
Desviación típica de la media	0,003466	0,002639
Máximo	0,386014	0,252197
Mínimo	-0,428752	-0,249375
Desviación típica	0,084548	0,062829
Asimetría	0,234330	0,205485
Curtosis	7,557371	4,186382
Jarque-Bera (Normalidad)	501,1190	36,5856

Capítulo 3. Volatilidad de los Rendimientos Cupón cero.

TABLA 9(a). ESTADÍSTICOS DESCRIPTIVOS DE LAS VARIACIONES DIARIAS DEL TIPO DE INTERÉS A 3 AÑOS.

	Jun.93 hasta Sept.95	Oct.95 hasta Dic.97
Media	-0,000084	-0,009287
Desviación típica de la media	0,003778	0,002556
Máximo	0,495174	0,264354
Mínimo	-0,407965	-0,242642
Desviación típica	0,092156	0,060850
Asimetría	0,252968	0,174351
Curtosis	6,893316	4,474126
Jarque-Bera (Normalidad)	368,0063	53,2548

TABLA 10(a). ESTADÍSTICOS DESCRIPTIVOS DE LAS VARIACIONES DIARIAS DEL TIPO DE INTERÉS A 5 AÑOS.

	Jun.93 hasta Sept.95	Oct.95 hasta Dic.97
Media	0,000169	-0,009146
Desviación típica de la media	0,003887	0,002669
Máximo	0,447865	0,259787
Mínimo	-0,416212	-0,246909
Desviación típica	0,094799	0,063546
Asimetría	0,320488	0,264687
Curtosis	6,079124	4,236348
Jarque-Bera (Normalidad)	236,1680	47,33194

TABLA 11(a). ESTADÍSTICOS DESCRIPTIVOS DE LAS VARIACIONES DIARIAS DEL TIPO DE INTERÉS A 6 AÑOS.

	Jun.93 hasta Sept.95	Oct.95 hasta Dic.97
Media	0,000101	-0,009003
Desviación típica de la media	0,003877	0,002662
Máximo	0,432473	0,254767
Mínimo	-0,413613	-0,245936
Desviación típica	0,094549	0,063387
Asimetría	0,353724	0,279466
Curtosis	5,907079	4,239143
Jarque-Bera (Normalidad)	213,7192	42,88623

Capítulo 3. Volatilidad de los Rendimientos Cupón cero.

TABLA 12(a). ESTADÍSTICOS DESCRIPTIVOS DE LAS VARIACIONES DIARIAS DEL TIPO DE INTERÉS A 7 AÑOS.

	Jun.93 hasta Sept.95	Oct.95 hasta Dic.97
Media	-0,000001	-0,008864
Desviación típica de la media	0,003860	0,002649
Máximo	0,437900	0,254337
Mínimo	-0,410189	-0,245905
Desviación típica	0,094154	0,063079
Asimetría	0,370569	0,275612
Curtosis	5,847887	4,176835
Jarque-Bera (Normalidad)	206,7515	39,19393

TABLA 13(a). ESTADÍSTICOS DESCRIPTIVOS DE LAS VARIACIONES DIARIAS DEL TIPO DE INTERÉS A 8 AÑOS.

	Jun.93 hasta Sept.95	Oct.95 hasta Dic.97
Media	-0,000112	-0,008537
Desviación típica de la media	0,003847	0,002640
Máximo	0,439668	0,253588
Mínimo	-0,406825	-0,246689
Desviación típica	0,093822	0,062846
Asimetría	0,372164	0,257956
Curtosis	5,831689	4,153467
Jarque-Bera (Normalidad)	204,6681	37,05561

TABLA 14(a). ESTADÍSTICOS DESCRIPTIVOS DE LAS VARIACIONES DIARIAS DEL TIPO DE INTERÉS A 9 AÑOS.

	Jun.93 hasta Sept.95	Oct.95 hasta Dic.97
Media	-0,000218	-0,008630
Desviación típica de la media	0,003838	0,002636
Máximo	0,438305	0,252846
Mínimo	-0,403824	-0,247940
Desviación típica	0,093606	0,062763
Asimetría	0,363579	0,232853
Curtosis	5,803648	4,161332
Jarque-Bera (Normalidad)	200,2921	36,33436

Capítulo 3. Volatilidad de los Rendimientos Cupón cero.

TABLA 15(a). ESTADÍSTICOS DESCRIPTIVOS DE LAS VARIACIONES DIARIAS DEL TIPO DE INTERÉS A 10 AÑOS.

	Jun.93 hasta Sept.95	Oct.95 hasta Dic.97
Media	-0,000314	-0,008537
Desviación típica de la media	0,003834	0,002639
Máximo	0,434412	0,252197
Mínimo	-0,401245	-0,249375
Desviación típica	0,093521	0,062829
Asimetría	0,349396	0,205485
Curtosis	5,736640	4,186382
Jarque-Bera (Normalidad)	190,4630	36,58560

Capítulo 3. Volatilidad de los Rendimientos Cupón cero.

TABLA 3(b). VARIACIONES DIARIAS DEL TIPO DE INTERÉS A 1 MES. AUTOCORRELACIÓN SIMPLE Y PARCIAL.

	k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15
Jun.93 Hasta Dic.95	ACF	-0,124	-0,097	0,004	-0,064	0,041	0,039	-0,044	0,012	-0,030	0,015	0,014
	PACF	-0,124	-0,114	-0,024	-0,081	0,020	0,033	-0,030	0,006	-0,032	0,011	0,010
	Q(K)	8,81 (0,00)	14,19 (0,00)	14,20 (0,00)	16,60 (0,00)	17,59 (0,00)	18,47 (0,00)	19,62 (0,00)	19,70 (0,01)	20,24 (0,02)	20,36 (0,03)	22,14 (0,10)
Oct.95 Hasta Dic.97	ACF	-0,214	-0,085	-0,008	-0,017	0,046	0,045	-0,032	0,021	-0,022	0,024	0,051
	PACF	-0,214	-0,137	-0,062	-0,048	0,026	0,059	0,001	0,030	-0,010	0,022	0,077
	Q(K)	25,61 (0,00)	29,68 (0,00)	29,71 (0,00)	29,86 (0,00)	31,07 (0,00)	32,19 (0,00)	32,78 (0,00)	33,03 (0,00)	33,29 (0,00)	33,63 (0,00)	41,56 (0,00)

TABLA 3(c). CUADRADO DE LAS VARIACIONES DIARIAS DEL TIPO DE INTERÉS A 1 MES. AUTOCORRELACIÓN SIMPLE Y PARCIAL.

	k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15
Jun.93 Hasta Dic.95	ACF	0,037	0,150	0,041	0,061	0,289	0,015	0,054	0,029	-0,004	0,025	-0,016
	PACF	0,037	0,149	0,031	0,038	0,283	-0,014	-0,031	0,020	-0,038	-0,069	-0,004
	Q(K)	0,81 (0,37)	13,77 (0,00)	14,73 (0,00)	16,92 (0,00)	65,52 (0,00)	65,65 (0,00)	67,34 (0,00)	67,82 (0,00)	67,84 (0,00)	68,21 (0,00)	68,71 (0,00)
Oct.95 Hasta Dic.97	ACF	0,327	0,034	0,016	-0,008	0,028	0,100	0,090	0,006	0,005	-0,015	-0,034
	PACF	0,327	-0,081	0,034	-0,024	0,044	0,085	0,034	-0,036	0,019	-0,025	-0,057
	Q(K)	59,71 (0,00)	60,37 (0,00)	60,51 (0,00)	61,00 (0,00)	66,61 (0,00)	71,20 (0,00)	71,23 (0,00)	71,24 (0,00)	71,37 (0,00)	71,94 (0,00)	73,03 (0,00)

1. El estadístico Ljung-Box para contrastar la significación conjunta de los primeros k retardos es denotado por $Q(k)$. Entre paréntesis aparece el nivel crítico del contraste.
2. La desviación típica de las correlaciones estimadas puede aproximarse por $1/\sqrt{T}$ que corresponde a 0,041 en la primera muestra y 0,042 en la segunda.

Capítulo 3. Volatilidad de los Rendimientos Cupón cero.

TABLA 4(b). VARIACIONES DIARIAS DEL TIPO DE INTERÉS A 3 MESES. AUTOCORRELACIÓN SIMPLE Y PARCIAL.

	k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15
Jun.93 Hasta Dic.95	ACF	-0,077	-0,097	0,005	-0,047	0,010	0,040	-0,027	0,009	-0,018	0,023	0,026
	PACF	-0,077	-0,104	-0,011	-0,059	0,001	0,031	-0,021	0,010	-0,021	0,025	0,022
	Q(K)	3,38 (0,07)	8,83 (0,01)	8,84 (0,03)	10,15 (0,04)	10,21 (0,07)	11,16 (0,08)	11,59 (0,11)	11,64 (0,17)	11,84 (0,22)	12,15 (0,27)	13,34 (0,57)
Oct.95 Hasta Dic.97	ACF	-0,218	-0,079	0,026	-0,010	0,059	0,043	-0,025	0,030	-0,013	0,023	0,036
	PACF	-0,218	-0,132	-0,024	-0,021	0,056	0,073	0,017	0,042	0,001	0,025	0,067
	Q(K)	26,52 (0,00)	30,00 (0,00)	30,38 (0,00)	30,44 (0,00)	32,37 (0,00)	33,40 (0,00)	33,74 (0,00)	34,25 (0,00)	34,36 (0,00)	34,66 (0,00)	41,03 (0,00)

TABLA 4(c). CUADRADO DE LAS VARIACIONES DIARIAS DEL TIPO DE INTERÉS A 3 MESES. AUTOCORRELACIÓN SIMPLE Y PARCIAL.

	k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15
Jun.93 Hasta Dic.95	ACF	0,064	0,260	0,094	0,055	0,203	0,039	0,032	0,052	0,003	0,023	-0,013
	PACF	0,064	0,257	0,070	-0,020	0,173	0,012	-0,071	0,023	0,004	-0,031	-0,007
	Q(K)	2,33 (0,12)	41,29 (0,00)	46,39 (0,00)	48,14 (0,00)	72,16 (0,00)	73,03 (0,00)	73,63 (0,00)	75,20 (0,00)	75,20 (0,00)	75,53 (0,00)	76,51 (0,00)
Oct.95 Hasta Dic.97	ACF	0,351	0,049	0,028	-0,002	0,041	0,112	0,096	0,019	0,012	-0,003	-0,026
	PACF	0,351	-0,084	0,044	-0,026	0,060	0,087	0,031	-0,028	0,018	-0,015	-0,060
	Q(K)	69,03 (0,00)	70,40 (0,00)	70,83 (0,00)	70,83 (0,00)	71,80 (0,00)	78,83 (0,00)	84,02 (0,00)	84,23 (0,00)	84,31 (0,00)	84,32 (0,00)	85,79 (0,00)

1. El estadístico Ljung-Box para contrastar la significación conjunta de los primeros k retardos es denotado por $Q(k)$. Entre paréntesis aparece el nivel crítico del contraste.
2. La desviación típica de las correlaciones estimadas puede aproximarse por $1/\sqrt{T}$ que corresponde a 0,041 en la primera muestra y 0,042 en la segunda.

Capítulo 3. Volatilidad de los Rendimientos Cupón cero.

TABLA 5(b). VARIACIONES DIARIAS DEL TIPO DE INTERÉS A 6 MESES. AUTOCORRELACIÓN SIMPLE Y PARCIAL.

	k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15
Jun.93 Hasta Dic.95	ACF	-0,002	-0,097	0,020	-0,024	-0,007	0,027	-0,025	-0,007	0,010	0,026	0,034
	PACF	-0,002	-0,097	0,019	-0,033	-0,004	0,021	-0,025	-0,03	0,004	0,027	0,034
	Q(K)	0,00 (0,96)	5,38 (0,07)	5,60 (0,13)	5,93 (0,20)	5,96 (0,31)	6,38 (0,38)	6,73 (0,46)	6,76 (0,56)	6,82 (0,65)	7,21 (0,71)	8,35 (0,91)
Oct.95 Hasta Dic.97	ACF	-0,195	-0,038	0,089	0,006	0,075	0,045	-0,010	0,056	0,010	0,017	0,009
	PACF	-0,195	-0,079	0,068	0,037	0,097	0,080	0,020	0,052	0,018	0,017	0,029
	Q(K)	21,26 (0,00)	22,07 (0,00)	26,50 (0,00)	26,52 (0,00)	29,68 (0,00)	30,83 (0,00)	30,89 (0,00)	32,67 (0,00)	32,74 (0,00)	32,90 (0,00)	39,09 (0,00)

TABLA 5(c). CUADRADO DE LAS VARIACIONES DIARIAS DEL TIPO DE INTERÉS A 6 MESES. AUTOCORRELACIÓN SIMPLE Y PARCIAL.

	k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15
Jun.93 Hasta Dic.95	ACF	0,151	0,332	0,204	0,054	0,077	0,080	-0,023	0,059	0,019	0,013	0,002
	PACF	0,151	0,316	0,139	-0,092	-0,034	0,070	-0,044	0,018	0,023	0,004	-0,012
	Q(K)	13,07 (0,00)	76,53 (0,00)	100,66 (0,00)	102,35 (0,00)	105,76 (0,00)	109,51 (0,00)	109,80 (0,00)	111,80 (0,00)	112,02 (0,00)	112,12 (0,00)	114,43 (0,00)
Oct.95 Hasta Dic.97	ACF	0,337	0,068	0,045	0,009	0,054	0,079	0,065	0,037	0,023	0,016	-0,005
	PACF	0,337	-0,051	0,043	-0,019	0,064	0,044	0,028	0,003	0,009	0,004	-0,030
	Q(K)	63,60 (0,00)	66,21 (0,00)	67,35 (0,00)	67,40 (0,00)	69,06 (0,00)	72,55 (0,00)	74,97 (0,00)	75,73 (0,00)	76,03 (0,00)	76,17 (0,00)	76,79 (0,00)

1. El estadístico Ljung-Box para contrastar la significación conjunta de los primeros k retardos es denotado por $Q(k)$. Entre paréntesis aparece el nivel crítico del contraste.
2. La desviación típica de las correlaciones estimadas puede aproximarse por $1/\sqrt{T}$ que corresponde a desviación típica estimada es 0,041 en la primera muestra y 0,042 en la segunda.

Capítulo 3. Volatilidad de los Rendimientos Cupón cero.

TABLA 6(b). VARIACIONES DIARIAS DEL TIPO DE INTERÉS A 8 MESES. AUTOCORRELACIÓN SIMPLE Y PARCIAL.

	k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15
Jun.93 Hasta Dic.95	ACF	0,037	-0,093	0,034	-0,014	-0,003	0,011	-0,034	-0,018	0,030	0,024	0,032
	PACF	0,037	-0,094	0,041	-0,026	0,006	0,006	-0,034	-0,014	0,024	0,022	0,028
	Q(K)	0,76 (0,38)	5,71 (0,05)	6,37 (0,09)	6,49 (0,16)	6,49 (0,26)	6,57 (0,36)	7,26 (0,40)	7,44 (0,48)	7,97 (0,54)	8,30 (0,59)	10,11 (0,81)
Oct.95 Hasta Dic.97	ACF	-0,142	0,008	0,117	0,017	0,073	0,049	-0,001	0,078	0,032	0,011	-0,009
	PACF	-0,142	-0,013	0,119	0,052	0,084	0,059	0,005	0,060	0,037	0,011	0,001
	Q(K)	11,36 (0,00)	11,39 (0,00)	19,10 (0,00)	19,25 (0,00)	22,25 (0,00)	23,58 (0,00)	23,59 (0,00)	27,00 (0,00)	27,59 (0,00)	27,66 (0,00)	30,96 (0,00)

TABLA 6(c). CUADRADO DE LAS VARIACIONES DIARIAS DEL TIPO DE INTERÉS A 8 MESES. AUTOCORRELACIÓN SIMPLE Y PARCIAL.

	k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15
Jun.93 Hasta Dic.95	ACF	0,176	0,303	0,229	0,056	0,036	0,088	-0,029	0,041	0,020	0,009	0,001
	PACF	0,176	0,281	0,157	-0,080	-0,081	0,073	-0,026	0,020	0,007	0,008	-0,023
	Q(K)	17,94 (0,00)	70,92 (0,00)	101,11 (0,00)	102,90 (0,00)	103,63 (0,00)	108,16 (0,00)	108,63 (0,00)	109,63 (0,00)	109,87 (0,00)	109,92 (0,00)	112,26 (0,00)
Oct.95 Hasta Dic.97	ACF	0,289	0,070	0,046	0,008	0,045	0,035	0,034	0,042	0,031	0,019	0,008
	PACF	0,289	-0,015	0,033	-0,014	0,049	0,009	0,022	0,025	0,012	0,004	0,003
	Q(K)	46,68 (0,00)	49,40 (0,00)	50,61 (0,00)	50,65 (0,00)	51,78 (0,00)	52,47 (0,00)	53,14 (0,00)	54,15 (0,00)	54,70 (0,00)	54,91 (0,00)	56,68 (0,00)

1. El estadístico Ljung-Box para contrastar la significación conjunta de los primeros k retardos es denotado por $Q(k)$. Entre paréntesis aparece el nivel crítico del contraste.
2. La desviación típica de las correlaciones estimadas puede aproximarse por $1/\sqrt{T}$ que corresponde a 0,041 en la primera muestra y 0,042 en la segunda.

Capítulo 3. Volatilidad de los Rendimientos Cupón cero.

TABLA 7(b). VARIACIONES DIARIAS DEL TIPO DE INTERÉS A 10 MESES. AUTOCORRELACIÓN SIMPLE Y PARCIAL.

Jun.93 Hasta Dic.95	k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15
	ACF	0,065	-0,086	0,046	-0,010	0,005	-0,005	-0,046	-0,024	0,047	0,021	0,026
PACF	0,065	-0,090	0,059	-0,026	0,018	-0,013	-0,042	-0,020	0,044	0,015	0,022	
Q(K)	2,41 (0,12)	6,66 (0,04)	7,90 (0,05)	7,96 (0,09)	7,97 (0,16)	7,99 (0,23)	9,23 (0,23)	9,56 (0,29)	10,83 (0,28)	11,10 (0,35)	13,55 (0,56)	
Oct.95 Hasta Dic.97	ACF	-0,071	0,046	0,114	0,018	0,056	0,048	0,003	0,092	0,051	0,008	-0,021
	PACF	-0,071	0,041	0,121	0,033	0,050	0,041	-0,001	0,078	0,053	0,004	-0,010
Q(K)	2,84 (0,09)	4,02 (0,13)	11,29 (0,01)	11,46 (0,02)	13,26 (0,00)	14,54 (0,02)	14,55 (0,04)	19,40 (0,01)	20,85 (0,01)	20,88 (0,02)	26,84 (0,03)	

TABLA 7(c). CUADRADO DE LAS VARIACIONES DIARIAS DEL TIPO DE INTERÉS A 10 MESES. AUTOCORRELACIÓN SIMPLE Y PARCIAL.

Jun.93 Hasta Dic.95	k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15
	ACF	0,182	0,271	0,232	0,059	0,014	0,090	-0,021	0,026	0,016	0,007	-0,004
PACF	0,182	0,246	0,165	-0,062	-0,094	0,069	-0,016	0,015	-0,006	0,007	-0,028	
Q(K)	19,04 (0,00)	61,49 (0,00)	92,62 (0,00)	94,61 (0,00)	94,73 (0,00)	99,44 (0,00)	99,70 (0,00)	100,11 (0,00)	100,25 (0,00)	100,28 (0,00)	102,04 (0,00)	
Oct.95 Hasta Dic.97	ACF	0,220	0,066	0,044	0,002	0,022	0,000	0,015	0,041	0,047	0,015	0,017
	PACF	0,220	0,018	0,027	-0,015	0,023	-0,011	0,017	0,035	0,032	-0,006	0,026
Q(K)	27,12 (0,00)	29,54 (0,00)	30,63 (0,00)	30,63 (0,00)	30,90 (0,00)	30,90 (0,00)	31,02 (0,00)	31,99 (0,00)	33,23 (0,00)	33,36 (0,00)	40,67 (0,00)	

1. El estadístico Ljung-Box para contrastar la significación conjunta de los primeros k retardos es denotado por $Q(k)$. Entre paréntesis aparece el nivel crítico del contraste.
2. La desviación típica de las correlaciones estimadas puede aproximarse por $1/\sqrt{T}$ que corresponde a 0,041 en la primera muestra y 0,042 en la segunda.

Capítulo 3. Volatilidad de los Rendimientos Cupón cero.

**TABLA 8 (b). VARIACIONES DIARIAS DEL TIPO DE INTERÉS A 1 AÑO.
AUTOCORRELACIÓN SIMPLE Y PARCIAL.**

	k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15
Jun.93 Hasta Dic.95	ACF	0,085	-0,078	0,054	-0,009	0,012	-0,020	-0,056	-0,024	0,059	0,020	0,019
	PACF	0,085	-0,085	0,070	-0,028	0,027	-0,031	-0,046	-0,022	0,060	0,010	0,017
	Q(K)	4,17 (0,04)	7,65 (0,02)	9,36 (0,02)	9,40 (0,05)	9,49 (0,09)	9,71 (0,13)	11,52 (0,12)	11,87 (0,16)	13,91 (0,13)	14,13 (0,17)	16,92 (0,32)
Oct.95 Hasta Dic.97	ACF	-0,031	-0,066	-0,039	0,077	0,047	-0,029	-0,055	0,100	0,063	0,029	-0,062
	PACF	-0,031	-0,067	-0,044	0,070	0,047	-0,029	-0,055	0,100	0,063	0,029	-0,062
	Q(K)	0,55 (0,45)	3,02 (0,22)	3,88 (0,27)	7,23 (0,12)	8,48 (0,13)	8,95 (0,17)	10,65 (0,15)	16,31 (0,04)	18,57 (0,03)	10,06 (0,04)	23,55 (0,07)

**TABLA 8(b). CUADRADO DE LAS VARIACIONES DIARIAS DEL TIPO DE INTERÉS A
1AÑO. AUTOCORRELACIÓN SIMPLE Y PARCIAL.**

	k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15
Jun.93 Hasta Dic.95	ACF	0,180	0,244	0,229	0,064	0,005	0,091	-0,011	0,017	0,010	0,004	-0,008
	PACF	0,180	0,219	0,169	-0,043	-0,094	0,065	-0,012	0,010	-0,014	0,004	-0,027
	Q(K)	18,56 (0,00)	53,02 (0,00)	83,37 (0,00)	85,72 (0,00)	85,73 (0,00)	90,55 (0,00)	90,63 (0,00)	90,79 (0,00)	90,85 (0,00)	90,86 (0,00)	91,97 (0,00)
Oct.95 Hasta Dic.97	ACF	-0,014	0,013	0,053	0,046	0,168	0,070	-0,017	0,099	0,078	0,085	0,024
	PACF	-0,014	0,013	0,053	0,047	0,169	0,075	-0,022	0,080	0,064	0,059	0,002
	Q(K)	0,10 (0,74)	0,19 (0,91)	1,76 (0,62)	2,95 (0,56)	18,89 (0,00)	21,65 (0,00)	21,82 (0,00)	27,36 (0,00)	30,86 (0,00)	35,01 (0,00)	56,89 (0,00)

1. El estadístico Ljung-Box para contrastar la significación conjunta de los primeros k retardos es denotado por $Q(k)$. Entre paréntesis aparece el nivel crítico del contraste.
2. La desviación típica de las correlaciones estimadas puede aproximarse por $1/\sqrt{T}$ que corresponde a 0,041 en la primera muestra y 0,042 en la segunda.

Capítulo 3. Volatilidad de los Rendimientos Cupón cero.

TABLA 9(b). VARIACIONES DIARIAS DEL TIPO DE INTERÉS A 3 AÑOS. AUTOCORRELACIÓN SIMPLE Y PARCIAL.

	k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15
Jun.93 Hasta Dic.95	ACF	0,152	-0,008	0,009	0,001	-0,032	-0,061	-0,041	0,017	0,065	0,003	-0,002
	PACF	0,152	-0,031	0,016	-0,004	-0,032	-0,053	-0,026	0,026	0,059	-0,015	-0,002
	Q(K)	13,26 (0,00)	13,29 (0,00)	13,34 (0,00)	13,34 (0,00)	13,94 (0,00)	16,10 (0,00)	17,09 (0,02)	17,26 (0,03)	19,69 (0,02)	19,70 (0,03)	21,35 (0,03)
Oct.95 Hasta Dic.97	ACF	0,068	-0,046	-0,030	0,00	0,012	-0,057	-0,005	0,110	0,054	0,029	-0,059
	PACF	0,068	-0,051	-0,024	0,002	0,009	-0,060	0,004	0,106	0,036	0,033	-0,055
	Q(K)	2,59 (0,10)	3,78 (0,15)	4,29 (0,23)	4,29 (0,36)	4,37 (0,49)	6,21 (0,40)	6,22 (0,51)	13,09 (0,11)	14,74 (0,09)	15,22 (0,12)	19,74 (0,18)

TABLA 9(c). CUADRADO DE LAS VARIACIONES DIARIAS DEL TIPO DE INTERÉS A 3 AÑOS. AUTOCORRELACIÓN SIMPLE Y PARCIAL.

	k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15
Jun.93 Hasta Dic.95	ACF	0,213	0,105	0,152	0,087	0,003	0,078	0,013	0,008	0,019	0,029	0,024
	PACF	0,213	0,062	0,124	0,029	-0,039	0,064	-0,028	0,006	0,004	0,019	0,038
	Q(K)	26,22 (0,00)	32,55 (0,00)	45,87 (0,00)	50,21 (0,00)	50,22 (0,00)	53,74 (0,00)	53,83 (0,00)	53,87 (0,00)	54,08 (0,00)	54,57 (0,00)	55,95 (0,00)
Oct.95 Hasta Dic.97	ACF	0,056	0,027	0,050	0,037	0,018	0,017	-0,011	0,033	0,145	0,081	0,009
	PACF	0,056	0,024	0,048	0,031	0,013	0,012	-0,16	0,031	0,141	0,067	-0,010
	Q(K)	1,73 (0,18)	2,15 (0,34)	3,57 (0,31)	4,34 (0,36)	4,53 (0,47)	4,70 (0,58)	4,77 (0,68)	5,38 (0,71)	17,29 (0,04)	21,02 (0,02)	54,00 (0,00)

1. El estadístico Ljung-Box para contrastar la significación conjunta de los primeros k retardos es denotado por $Q(k)$. Entre paréntesis aparece el nivel crítico del contraste.
2. La desviación típica de las correlaciones estimadas puede aproximarse por $1/\sqrt{T}$ que corresponde a 0,041 en la primera muestra y 0,042 en la segunda.

Capítulo 3. Volatilidad de los Rendimientos Cupón cero.

TABLA 10(b). VARIACIONES DIARIAS DEL TIPO DE INTERÉS A 5 AÑOS. AUTOCORRELACIÓN SIMPLE Y PARCIAL.

	k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15
Jun.93 Hasta Dic.95	ACF	0,085	-0,078	0,054	-0,009	0,012	-0,020	-0,056	-0,024	0,059	0,020	0,019
	PACF	0,085	-0,085	0,070	-0,028	0,027	-0,031	-0,046	-0,022	0,060	0,010	0,017
	Q(K)	4,17 (0,04)	7,65 (0,02)	9,36 (0,02)	9,40 (0,05)	9,49 (0,09)	9,71 (0,14)	11,52 (0,12)	11,87 (0,16)	13,91 (0,13)	14,13 (0,17)	16,92 (0,32)
Oct.95 Hasta Dic.97	ACF	0,036	-0,070	-0,037	0,043	0,031	-0,059	-0,022	0,106	0,057	0,29	-0,062
	PACF	0,036	-0,071	-0,032	0,041	0,023	-0,057	-0,011	0,102	0,041	0,042	0,045
	Q(K)	0,73 (0,39)	3,47 (0,17)	4,23 (0,23)	5,30 (0,25)	5,84 (0,32)	7,80 (0,25)	8,08 (0,32)	14,50 (0,07)	16,34 (0,06)	16,82 (0,08)	20,69 (0,15)

TABLA 10(c). CUADRADO DE LAS VARIACIONES DIARIAS DEL TIPO DE INTERÉS A 5 AÑOS. AUTOCORRELACIÓN SIMPLE Y PARCIAL.

	k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15
Jun.93 Hasta Dic.95	ACF	0,238	0,107	0,180	0,090	0,055	0,109	-0,001	0,035	0,063	0,045	0,047
	PACF	0,238	0,053	0,152	0,014	0,014	0,071	-0,062	0,032	0,027	0,028	0,051
	Q(K)	32,60 (0,00)	39,21 (0,00)	57,89 (0,00)	62,59 (0,00)	64,34 (0,00)	71,31 (0,00)	71,31 (0,00)	72,01 (0,00)	74,35 (0,00)	75,55 (0,00)	78,04 (0,00)
Oct.95 Hasta Dic.97	ACF	0,041	0,023	0,038	0,054	0,073	0,047	-0,021	0,081	0,134	0,101	0,021
	PACF	0,041	0,021	0,036	0,051	0,068	0,039	-0,031	0,075	0,122	0,086	-0,003
	Q(K)	0,95 (0,32)	1,24 (0,53)	2,04 (0,56)	3,66 (0,45)	6,71 (0,24)	7,98 (0,23)	8,24 (0,31)	11,99 (0,15)	22,24 (0,01)	28,00 (0,00)	55,93 (0,00)

1. El estadístico Ljung-Box para contrastar la significación conjunta de los primeros k retardos es denotado por $Q(k)$. Entre paréntesis aparece el nivel crítico del contraste.
2. La desviación típica de las correlaciones estimadas puede aproximarse por $1/\sqrt{T}$ que corresponde a 0,041 en la primera muestra y 0,042 en la segunda.

Capítulo 3. Volatilidad de los Rendimientos Cupón cero.

TABLA 11(b). VARIACIONES DIARIAS DEL TIPO DE INTERÉS A 6 AÑOS. AUTOCORRELACIÓN SIMPLE Y PARCIAL.

	k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15
Jun.93 Hasta Dic.95	ACF	0,131	0,011	0,002	0,018	-0,033	-0,075	-0,010	0,001	0,044	-0,022	0,010
	PACF	0,131	-0,006	0,002	0,018	-0,038	-0,067	0,009	0,001	0,046	-0,032	0,005
	Q(K)	9,83 (0,00)	9,90 (0,00)	9,90 (0,00)	10,10 (0,00)	10,73 (0,06)	14,01 (0,03)	14,07 (0,00)	14,07 (0,00)	15,20 (0,00)	15,47 (0,00)	16,71 (0,00)
Oct.95 Hasta Dic.97	ACF	0,020	-0,072	-0,038	0,056	0,038	-0,053	-0,031	0,104	0,060	0,029	-0,061
	PACF	0,020	-0,072	-0,035	0,053	0,031	-0,049	-0,021	0,100	0,046	0,042	-0,058
	Q(K)	0,23 (0,62)	3,12 (0,21)	3,94 (0,26)	5,70 (0,22)	6,50 (0,26)	8,11 (0,23)	8,67 (0,27)	14,82 (0,06)	16,84 (0,05)	17,32 (0,07)	21,16 (0,13)

TABLA 11(c). CUADRADO DE LAS VARIACIONES DIARIAS DEL TIPO DE INTERÉS A 6 AÑOS. AUTOCORRELACIÓN SIMPLE Y PARCIAL.

	k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15
Jun.93 Hasta Dic.95	ACF	0,246	0,118	0,206	0,086	0,080	0,130	-0,002	0,045	0,083	0,045	0,045
	PACF	0,246	0,061	0,175	-0,005	0,042	0,073	-0,070	0,036	0,036	0,024	0,039
	Q(K)	34,99 (0,00)	43,00 (0,00)	67,45 (0,00)	71,74 (0,00)	75,49 (0,00)	85,30 (0,00)	85,30 (0,00)	86,50 (0,00)	90,49 (0,00)	91,66 (0,00)	94,78 (0,00)
Oct.95 Hasta Dic.97	ACF	0,027	0,021	0,041	0,055	0,101	0,058	-0,024	0,095	0,121	0,100	0,023
	PACF	0,027	0,020	0,039	0,053	0,097	0,051	-0,034	0,085	0,107	0,085	-0,002
	Q(K)	0,40 (0,52)	0,65 (0,72)	1,57 (0,66)	3,27 (0,51)	9,03 (0,10)	10,92 (0,09)	11,24 (0,12)	16,33 (0,04)	24,66 (0,00)	30,37 (0,00)	55,68 (0,00)

1. El estadístico Ljung-Box para contrastar la significación conjunta de los primeros k retardos es denotado por $Q(k)$. Entre paréntesis aparece el nivel crítico del contraste.
2. La desviación típica de las correlaciones estimadas puede aproximarse por $1/\sqrt{T}$ que corresponde a 0,041 en la primera muestra y 0,042 en la segunda.

Capítulo 3. Volatilidad de los Rendimientos Cupón cero.

TABLA 12(b). VARIACIONES DIARIAS DEL TIPO DE INTERÉS A 7 AÑOS. AUTOCORRELACIÓN SIMPLE Y PARCIAL.

	k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15
Jun.93 Hasta Dic.95	ACF	0,127	0,010	0,006	0,019	-0,028	-0,083	-0,003	-0,005	0,041	-0,028	0,011
	PACF	0,127	-0,006	0,006	0,018	-0,033	-0,077	0,017	-0,006	0,045	-0,037	0,006
	Q(K)	9,35 (0,00)	9,41 (0,00)	9,43 (0,00)	9,64 (0,05)	10,10 (0,07)	14,10 (0,03)	14,11 (0,05)	14,12 (0,08)	15,13 (0,09)	15,56 (0,11)	24,30 (0,06)
Oct.95 Hasta Dic.97	ACF	0,006	-0,071	-0,039	0,064	0,042	-0,047	-0,039	0,103	0,062	0,029	-0,060
	PACF	0,006	-0,071	-0,038	0,060	0,037	-0,041	-0,029	0,098	0,050	0,043	-0,058
	Q(K)	0,020 (0,88)	2,86 (0,23)	3,71 (0,29)	6,04 (0,19)	7,05 (0,21)	8,30 (0,22)	9,18 (0,24)	15,19 (0,05)	17,36 (0,04)	17,83 (0,06)	21,80 (0,11)

TABLA 12 (c). CUADRADO DE LAS VARIACIONES DIARIAS DEL TIPO DE INTERÉS A 7 AÑOS. AUTOCORRELACIÓN SIMPLE Y PARCIAL.

	k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15
Jun.93 Hasta Dic.95	ACF	0,252	0,127	0,225	0,080	0,096	0,144	-0,001	0,050	0,095	0,041	0,041
	PACF	0,252	0,067	0,191	-0,024	0,061	0,075	-0,073	0,033	0,044	0,018	0,026
	Q(K)	36,64 (0,00)	45,91 (0,00)	75,15 (0,00)	78,81 (0,00)	84,20 (0,00)	96,26 (0,00)	96,26 (0,00)	97,73 (0,00)	103,03 (0,00)	104,02 (0,00)	105,22 (0,00)
Oct.95 Hasta Dic.97	ACF	0,014	0,019	0,044	0,054	0,126	0,065	-0,024	0,102	0,107	0,097	0,024
	PACF	0,014	0,019	0,044	0,053	0,124	0,060	-0,033	0,089	0,093	0,079	-0,001
	Q(K)	0,10 (0,74)	0,31 (0,85)	1,42 (0,70)	3,09 (0,54)	12,06 (0,03)	14,42 (0,03)	14,75 (0,04)	20,63 (0,01)	27,19 (0,00)	32,55 (0,00)	56,20 (0,00)

1. El estadístico Ljung-Box para contrastar la significación conjunta de los primeros k retardos es denotado por $Q(k)$. Entre paréntesis aparece el nivel crítico del contraste.
2. La desviación típica de las correlaciones estimadas puede aproximarse por $1/\sqrt{T}$ que corresponde a 0,041 en la primera muestra y 0,042 en la segunda.

Capítulo 3. Volatilidad de los Rendimientos Cupón cero.

TABLA 13(b). VARIACIONES DIARIAS DEL TIPO DE INTERÉS A 8 AÑOS. AUTOCORRELACIÓN SIMPLE Y PARCIAL.

	k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15
Jun.93 Hasta Dic.95	ACF	0,125	0,007	0,009	0,019	-0,024	-0,090	0,003	-0,009	0,040	-0,033	0,010
	PACF	0,125	-0,009	0,009	0,017	-0,029	-0,085	0,025	-0,013	0,046	-0,042	0,006
	Q(K)	8,97 (0,00)	8,99 (0,01)	9,04 (0,03)	9,25 (0,06)	9,59 (0,09)	14,31 (0,03)	14,32 (0,05)	14,37 (0,07)	15,29 (0,08)	15,91 (0,10)	25,10 (0,05)
Oct.95 Hasta Dic.97	ACF	-0,007	-0,070	-0,039	0,070	0,045	-0,040	-0,046	0,102	0,063	0,029	-0,061
	PACF	-0,007	-0,070	-0,040	0,065	0,041	-0,033	-0,036	0,097	0,053	0,043	-0,059
	Q(K)	0,03 (0,86)	2,76 (0,25)	3,63 (0,30)	6,40 (0,17)	7,55 (0,18)	8,47 (0,20)	9,66 (0,20)	15,56 (0,05)	17,83 (0,04)	18,30 (0,05)	22,45 (0,09)

TABLA 13(c). CUADRADO DE LAS VARIACIONES DIARIAS DEL TIPO DE INTERÉS A 8 AÑOS. AUTOCORRELACIÓN SIMPLE Y PARCIAL.

	k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15
Jun.93 Hasta Dic.95	ACF	0,255	0,132	0,235	0,073	0,102	0,151	0,000	0,049	0,101	0,036	0,036
	PACF	0,255	0,072	0,200	-0,038	0,069	0,075	-0,071	0,027	0,050	0,012	0,014
	Q(K)	37,94 (0,00)	47,55 (0,00)	79,55 (0,00)	82,62 (0,00)	88,69 (0,00)	101,86 (0,00)	101,86 (0,00)	103,27 (0,00)	109,25 (0,00)	110,23 (0,00)	114,48 (0,00)
Oct.95 Hasta Dic.97	ACF	0,003	0,018	0,048	0,053	0,146	0,068	-0,022	0,104	0,096	0,093	0,025
	PACF	0,003	0,018	0,048	0,052	0,145	0,067	-0,031	0,088	0,081	0,072	0,000
	Q(K)	0,004 (0,95)	0,177 (0,92)	1,48 (0,68)	3,04 (0,55)	15,07 (0,01)	17,71 (0,01)	18,00 (0,01)	24,12 (0,00)	29,32 (0,00)	34,24 (0,00)	57,02 (0,00)

1. El estadístico Ljung-Box para contrastar la significación conjunta de los primeros k retardos es denotado por $Q(k)$. Entre paréntesis aparece el nivel crítico del contraste.
2. La desviación típica de las correlaciones estimadas puede aproximarse por $1/\sqrt{T}$ que corresponde a 0,041 en la primera muestra y 0,042 en la segunda.

Capítulo 3. Volatilidad de los Rendimientos Cupón cero.

TABLA 14(b). VARIACIONES DIARIAS DEL TIPO DE INTERÉS A 9 AÑOS. AUTOCORRELACIÓN SIMPLE Y PARCIAL.

	k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15
Jun.93 Hasta Dic.95	ACF	0,122	0,003	0,011	0,018	-0,022	-0,096	0,010	-0,013	0,039	-0,037	0,008
	PACF	0,122	-0,012	0,012	0,015	-0,026	-0,091	0,033	-0,019	0,047	-0,046	0,007
	Q(K)	8,57 (0,00)	8,58 (0,01)	8,65 (0,03)	8,84 (0,07)	9,12 (0,10)	14,46 (0,03)	14,52 (0,04)	14,62 (0,07)	15,50 (0,08)	16,29 (0,09)	125,59 (0,04)
Oct.95 Hasta Dic.97	ACF	-0,031	-0,066	-0,039	0,077	0,047	-0,029	-0,055	0,100	0,063	0,029	-0,062
	PACF	-0,031	-0,067	-0,044	0,070	0,047	-0,018	-0,045	0,093	0,056	0,043	-0,064
	Q(K)	0,55 (0,45)	3,02 (0,22)	3,88 (0,27)	7,23 (0,12)	8,48 (0,13)	8,95 (0,17)	10,65 (0,15)	16,31 (0,04)	18,57 (0,03)	19,06 (0,04)	23,55 (0,07)

TABLA 14(c). CUADRADO DE LAS VARIACIONES DIARIAS DEL TIPO DE INTERÉS A 9 AÑOS. AUTOCORRELACIÓN SIMPLE Y PARCIAL.

	k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15
Jun.93 Hasta Dic.95	ACF	0,257	0,134	0,239	0,067	0,101	0,151	0,001	0,045	0,102	0,031	0,031
	PACF	0,257	0,073	0,202	-0,046	0,070	0,075	-0,068	0,021	0,054	0,007	0,006
	Q(K)	37,92 (0,00)	48,28 (0,00)	81,22 (0,00)	83,86 (0,00)	89,74 (0,00)	102,98 (0,00)	102,98 (0,00)	104,13 (0,00)	110,24 (0,00)	110,81 (0,00)	115,42 (0,00)
Oct.95 Hasta Dic.97	ACF	-0,006	0,016	0,051	0,05	0,160	0,070	-0,020	0,102	0,086	0,089	0,025
	PACF	-0,006	0,015	0,051	0,050	0,160	0,072	-0,026	0,085	0,071	0,065	0,001
	Q(K)	0,02 (0,88)	0,15 (0,92)	1,62 (0,65)	3,01 (0,65)	17,42 (0,00)	20,19 (0,00)	20,41 (0,00)	26,36 (0,00)	30,57 (0,00)	35,09 (0,00)	57,39 (0,00)

1. El estadístico Ljung-Box para contrastar la significación conjunta de los primeros k retardos es denotado por $Q(k)$. Entre paréntesis aparece el nivel crítico del contraste.
2. La desviación típica de las correlaciones estimadas puede aproximarse por $1/\sqrt{T}$ que corresponde a 0,041 en la primera muestra y 0,042 en la segunda.

Capítulo 3. Volatilidad de los Rendimientos Cupón cero.

TABLA 15 (b). VARIACIONES DIARIAS DEL TIPO DE INTERÉS A 10 AÑOS. AUTOCORRELACIÓN SIMPLE Y PARCIAL.

	k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15
Jun.93 Hasta Dic.95	ACF	0,119	-0,016	0,015	0,012	0,017	-0,021	-0,100	0,016	-0,016	0,038	0,005
	PACF	0,119	-0,016	0,015	0,014	-0,025	-0,096	0,040	-0,025	0,048	-0,051	0,007
	Q(K)	8,13 (0,00)	8,13 (0,00)	8,22 (0,00)	8,39 (0,00)	8,64 (0,12)	14,45 (0,02)	14,60 (0,04)	14,75 (0,06)	15,61 (0,07)	116,58 (0,08)	25,73 (0,04)
Oct.95 Hasta Dic.97	ACF	-0,031	-0,066	-0,039	0,077	0,047	-0,029	-0,055	0,100	0,063	0,029	-0,062
	PACF	-0,031	-0,067	-0,044	0,070	0,047	-0,018	-0,045	0,093	0,056	0,043	-0,064
	Q(K)	0,55 (0,45)	3,02 (0,22)	3,88 (0,27)	7,23 (0,12)	8,48 (0,13)	8,95 (0,17)	10,65 (0,15)	16,31 (0,04)	18,57 (0,03)	19,06 (0,06)	23,55 (0,07)

TABLA 15(c). CUADRADO DE LAS VARIACIONES DIARIAS DEL TIPO DE INTERÉS A 10 AÑOS. AUTOCORRELACIÓN SIMPLE Y PARCIAL.

	k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15
Jun.93 Hasta Dic.95	ACF	0,258	0,134	0,238	0,064	0,094	0,147	0,002	0,038	0,101	0,026	0,027
	PACF	0,258	0,072	0,201	-0,050	0,065	0,075	-0,064	0,016	0,056	0,002	0,001
	Q(K)	38,28 (0,00)	48,59 (0,00)	81,20 (0,00)	83,57 (0,00)	88,74 (0,00)	101,36 (0,00)	101,36 (0,00)	102,22 (0,00)	108,13 (0,00)	108,53 (0,00)	112,91 (0,00)
Oct.95 Hasta Dic.97	ACF	-0,014	0,013	0,053	0,046	0,168	0,070	-0,017	0,099	0,078	0,085	0,024
	PACF	-0,014	0,013	0,053	0,047	0,169	0,075	-0,022	0,080	0,064	0,059	0,002
	Q(K)	0,10 (0,74)	0,19 (0,90)	1,76 (0,62)	2,95 (0,56)	18,89 (0,00)	21,65 (0,00)	21,82 (0,00)	27,36 (0,00)	30,86 (0,00)	35,01 (0,00)	56,56 (0,00)

1. El estadístico Ljung-Box para contrastar la significación conjunta de los primeros k retardos es denotado por $Q(k)$. Entre paréntesis aparece el nivel crítico del contraste.
2. La desviación típica de las correlaciones estimadas puede aproximarse por $1/\sqrt{T}$ que corresponde a 0,041 en la primera muestra y 0,042 en la segunda.

TABLA 16. MODELOS UNIVARIANTES.

(Junio-93/Septiembre-95)

Tipo a plazo j	p	α	ϕ_1	ϕ_2	ϕ_3	ϕ_4	σ	LM
1 mes	4	-0,004 (0,006)	-0,142 (0,041)	-0,126 (0,042)	-0,035 (0,042)	-0,080 (0,042)	14,32	53,98
3 meses	2	-0,003 (0,005)	-0,084 (0,041)	-0,103 (0,041)	-	-	11,70	48,51
6 meses	2	-0,003 (0,004)	-0,003 (0,041)	-0,096 (0,041)	-	-	9,54	79,40
8 meses	2	-0,002 (0,004)	0,044 (0,041)	-0,095 (0,041)	0,041 (0,041)	-	8,89	79,19
10 meses	3	-0,002 (0,003)	0,075 (0,042)	-0,094 (0,041)	0,058 (0,041)	-	8,54	71,07
1 año	3	-0,002 (0,003)	0,098 (0,041)	-0,091 (0,041)	0,069 (0,041)	-	8,37	62,59
3 años	1	-0,000 (0,004)	0,151 (0,041)	-	-	-	8,37	30,99
5 años	1	0,000 (0,004)	0,135 (0,041)	-	-	-	9,11	42,64
6 años	1	0,000 (0,004)	0,130 (0,041)	-	-	-	9,38	51,28
7 años	1	0,000 (0,004)	0,127 (0,042)	-	-	-	9,38	58,52
8 años	1	-0,000 (0,004)	0,125 (0,041)	-	-	-	9,33	62,93
9 años	1	-0,000 (0,004)	0,122 (0,041)	-	-	-	9,27	64,77
10 años	1	-0,000 (0,004)	0,119 (0,041)	-	-	-	9,27	64,92

1. Los modelos estimados adoptan la siguiente representación.

$$\nabla r_t^j = \mu + \sum_{i=1}^p \phi_i \nabla r_{t-i}^j + \varepsilon_t$$

2. Para la estimación de los modelos se han utilizado los datos de tipos de interés expresados en tanto por ciento.
 3. Entre paréntesis aparece la desviación típica de los parámetros estimados.
 4. El símbolo σ representa la desviación típica incondicional de las innovaciones (ε_t), y está expresada en puntos básicos.
 5. LM : estadístico para contrastar la presencia de Heterocedasticidad Condicional Autorregresiva en las innovaciones de los tipos. Su valor viene dado por:

$$LM = TR^2$$

donde R^2 es el coeficiente de determinación del siguiente modelo:

$$\varepsilon_t^2 = \delta_0 + \sum_{i=0}^k \delta_i \varepsilon_{t-i}^2$$

y T es el número de observaciones.

TABLA 17. MODELOS UNIVARIANTES.

(Octubre-95/Diciembre-97)

Tipo a plazo j	k	α	ϕ_1	ϕ_2	ϕ_3	ϕ_4	σ	LM
1 mes	4	-0,014 (0,005)	-0,254 (0,042)	-0,159 (0,043)	-0,0734 (0,043)	-0,048 (0,042)	11,09	27,49
3 meses	2	-0,012 (0,042)	-0,246 (0,042)	-0,132 (0,042)	-	-	8,19	25,74
6 meses	2	-0,011 (0,002)	-0,209 (0,042)	-0,078 (0,042)	-	-	5,57	22,49
8 meses	2	-0,009 (0,002)	-0,142 (0,042)	0,005 (0,042)	0,118 (0,042)	-	4,58	22,41
10 meses	3	-0,008 (0,002)	-0,073 (0,042)	0,049 (0,042)	0,120 (0,042)	-	4,24	17,02
1 año	3	-0,008 (0,002)	-0,015 (0,042)	0,060 (0,042)	0,088 (0,042)	-	4,24	10,79
3 años	1	-0,009 (0,003)	0,067 (0,042)	-	-	-	4,24	5,15
5 años	1	-0,009 (0,003)	0,036 (0,042)	-	-	-	6,08	8,17
6 años	1	-0,009 (0,003)	0,022 (0,042)	-	-	-	6,32	10,63
7 años	1	-0,009 (0,003)	0,006 (0,042)	-	-	-	6,32	14,07
8 años	1	-0,009 (0,003)	-0,008 (0,042)	-	-	-	6,32	17,36
9 años	1	-0,009 (0,003)	-0,021 (0,042)	-	-	-	6,24	19,95
10 años	1	-0,009 (0,003)	-0,034 (0,042)	-	-	-	6,24	21,62

Nota: (ver tabla 16)

TABLA 18. DIAGNOSIS DE RESIDUOS.

Residuos	ESTADÍSTICOS LJUNG-BOX PARA EL CONTRASTE DE AUSENCIA DE CORRELACIÓN SERIAL					
	Junio de 1993 hasta septiembre de 1995			Octubre de 1995 hasta diciembre 1997		
	Q(1)	Q(5)	Q(15)	Q(1)	Q(5)	Q(15)
1 mes	0,001 (0,97)	0,19 (0,99)	4,35 (0,99)	0,000 (0,98)	0,96 (0,96)	13,97 (0,53)
3 meses	0,001 (0,97)	1,87 (0,86)	4,77 (0,99)	0,007 (0,93)	3,63 (0,60)	16,66 (0,34)
6 meses	0,002 (0,96)	0,79 (0,97)	2,94 (1,00)	0,014 (0,91)	10,70 (0,06)	20,65 (0,15)
8 meses	0,000 (0,97)	0,34 (0,98)	3,64 (0,99)	0,023 (0,87)	5,39 (0,37)	15,05 (0,44)
10 meses	0,001 (0,96)	0,49 (0,99)	5,87 (0,98)	0,009 (0,92)	1,62 (0,89)	14,29 (0,50)
1 año	0,002 (0,96)	0,83 (0,97)	8,29 (0,91)	0,004 (0,98)	0,21 (0,99)	7,49 (0,67)
3 años	0,014 (0,90)	1,06 (0,95)	9,13 (0,87)	0,007 (0,93)	1,91 (0,86)	16,74 (0,33)
5 años	0,001 (0,97)	0,93 (0,96)	10,11 (0,89)	0,004 (0,95)	5,13 (0,40)	19,48 (0,19)
6 años	0,000 (0,98)	0,76 (0,98)	11,43 (0,71)	0,004 (0,95)	2,547 (0,76)	16,15 (0,37)
7 años	0,000 (0,98)	0,59 (0,99)	12,99 (0,60)	0,004 (0,94)	3,301 (0,65)	17,161 (0,31)
8 años	0,001 (0,97)	0,50 (0,99)	14,83 (0,42)	0,004 (0,94)	3,918 (0,56)	18,126 (0,25)
9 años	0,002 (0,96)	0,49 (0,99)	15,83 (0,39)	0,005 (0,94)	0,012 (0,99)	18,921 (0,21)
10 años	0,003 (0,95)	0,54 (0,99)	16,98 (0,32)	0,005 (0,94)	4,778 (0,44)	19,51 (0,19)

1. El estadístico Ljung-Box para contrastar la hipótesis nula de ausencia de correlación en los primeros k retardos de la función de autocorrelación es denotado por $Q(k)$.
2. Entre paréntesis aparece el valor crítico del contraste.

Capítulo 3. Volatilidad de los Rendimientos Cupón cero.

**TABLA 19. INNOVACIONES AL CUADRADO DEL TIPO DE INTERÉS A 1 MES.
AUTOCORRELACIÓN SIMPLE (ACF) Y PARCIAL (PACF).**

	k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15
Jun.93 Hasta Dic.95	ACF	0,039	0,086	0,032	0,030	0,297	0,028	0,018	0,028	-0,006	0,026	-0,018
	PACF	0,039	0,085	0,026	0,021	0,293	0,006	-0,034	0,017	-0,020	-0,072	-0,003
	Q(K)	0,87 (0,35)	5,15 (0,07)	5,74 (0,12)	6,25 (0,18)	57,41 (0,00)	57,87 (0,00)	58,06 (0,00)	58,51 (0,00)	58,53 (0,00)	58,91 (0,00)	59,31 (0,00)
Oct.95 Hasta Dic.97	ACF	0,219	0,051	-0,030	-0,012	-0,002	0,120	0,061	0,006	-0,005	-0,003	-0,030
	PACF	0,219	0,003	-0,043	0,003	0,003	0,125	0,009	-0,019	0,004	0,002	-0,043
	Q(K)	26,91 (0,00)	28,35 (0,00)	28,84 (0,00)	28,93 (0,00)	28,93 (0,00)	37,06 (0,00)	39,19 (0,00)	39,21 (0,00)	39,23 (0,00)	39,23 (0,00)	40,97 (0,00)

**TABLA 20. INNOVACIONES AL CUADRADO DEL TIPO DE INTERÉS A 3 MESES.
AUTOCORRELACIÓN SIMPLE (ACF) Y PARCIAL (PACF).**

	k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15
Jun.93 Hasta Dic.95	ACF	0,066	0,214	0,080	0,054	0,209	0,037	0,009	0,061	0,008	0,011	-0,011
	PACF	0,066	0,211	0,057	0,003	0,188	0,005	-0,082	0,041	0,010	-0,052	0,008
	Q(K)	2,54 (0,11)	29,06 (0,00)	32,68 (0,00)	34,40 (0,00)	59,84 (0,00)	60,62 (0,00)	60,67 (0,00)	62,87 (0,00)	62,92 (0,00)	62,99 (0,00)	63,67 (0,00)
Oct.95 Hasta Dic.97	ACF	0,209	0,074	-0,019	-0,013	0,012	0,133	0,059	0,015	-0,006	0,009	-0,018
	PACF	0,209	0,032	-0,043	-0,004	0,020	0,133	0,004	-0,014	-0,001	0,018	-0,027
	Q(K)	24,42 (0,00)	27,49 (0,00)	27,70 (0,00)	27,80 (0,00)	27,88 (0,00)	37,90 (0,00)	39,89 (0,00)	40,01 (0,00)	40,03 (0,00)	40,08 (0,00)	41,11 (0,00)

1. El estadístico Ljung-Box para contrastar la significación conjunta de los primeros k retardos es denotado por $Q(k)$. Entre paréntesis aparece el nivel crítico del contraste.
2. La desviación típica de las correlaciones estimadas puede aproximarse por $1/\sqrt{T}$, donde T es el tamaño muestral. La desviación típica estimada es 0,041 en la primera muestra y 0,042 en la segunda.

Capítulo 3. Volatilidad de los Rendimientos Cupón cero.

TABLA 21. INNOVACIONES AL CUADRADO DEL TIPO DE INTERÉS A 6 MESES. AUTOCORRELACIÓN SIMPLE (ACF) Y PARCIAL (PACF).

	k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15
Jun.93 Hasta Dic.95	ACF	0,180	0,325	0,200	0,063	0,076	0,074	-0,027	0,064	0,019	-0,001	0,008
	PACF	0,180	0,302	0,118	-0,080	-0,022	0,057	-0,056	0,036	0,026	-0,020	0,000
	Q(K)	18,76 (0,00)	79,73 (0,00)	102,76 (0,00)	105,07 (0,00)	108,42 (0,00)	111,58 (0,00)	111,99 (0,00)	114,34 (0,00)	114,55 (0,00)	114,55 (0,00)	116,99 (0,00)
Oct.95 Hasta Dic.97	ACF	0,186	0,099	0,010	0,000	0,038	0,093	0,036	0,033	-0,003	0,033	0,008
	PACF	0,186	0,067	-0,020	-0,005	0,041	0,084	0,000	0,012	-0,012	0,035	0,011
	Q(K)	19,29 (0,00)	24,81 (0,00)	24,88 (0,00)	24,88 (0,00)	25,67 (0,00)	30,55 (0,00)	31,30 (0,00)	31,90 (0,00)	31,90 (0,00)	32,51 (0,00)	33,35 (0,00)

TABLA 22. INNOVACIONES AL CUADRADO DEL TIPO DE INTERÉS A 8 MESES. AUTOCORRELACIÓN SIMPLE (ACF) Y PARCIAL (PACF).

	k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15
Jun.93 Hasta Dic.95	ACF	0,215	0,304	0,220	0,073	0,034	0,090	-0,027	0,046	0,014	0,002	0,003
	PACF	0,215	0,271	0,129	-0,066	-0,071	0,075	-0,038	0,029	0,001	-0,006	-0,004
	Q(K)	26,67 (0,00)	80,10 (0,00)	108,04 (0,00)	111,12 (0,00)	111,79 (0,00)	116,53 (0,00)	116,94 (0,00)	118,19 (0,00)	118,31 (0,00)	118,31 (0,00)	121,34 (0,00)
Oct.95 Hasta Dic.97	ACF	0,179	0,106	0,017	-0,010	0,044	0,050	0,017	0,030	0,018	0,028	0,008
	PACF	0,179	0,076	-0,015	-0,019	0,051	0,039	-0,007	0,020	0,011	0,020	0,008
	Q(K)	17,94 (0,00)	24,24 (0,00)	24,40 80,00)	24,45 (0,00)	25,54 80,00)	26,95 (0,00)	27,12 (0,00)	27,63 (0,00)	27,81 (0,00)	28,26 (0,00)	32,25 (0,00)

1. El estadístico Ljung-Box para contrastar la significación conjunta de los primeros k retardos es denotado por $Q(k)$. Entre paréntesis aparece el nivel crítico del contraste.
2. La desviación típica de las correlaciones estimadas puede aproximarse por $1/\sqrt{T}$, donde T es el tamaño muestral. La desviación típica estimada es 0,041 en la primera muestra y 0,042 en la segunda.

Capítulo 3. Volatilidad de los Rendimientos Cupón cero.

TABLA 23. INNOVACIONES AL CUADRADO DEL TIPO DE INTERÉS A 10 MESES. AUTOCORRELACIÓN SIMPLE (ACF) Y PARCIAL (PACF).

	k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15
Jun.93 Hasta Dic.95	ACF	0,218	0,271	0,221	0,080	0,017	0,102	-0,016	0,027	0,010	0,003	-0,005
	PACF	0,218	0,235	0,139	-0,042	-0,083	0,081	-0,033	0,012	-0,011	0,003	-0,032
	Q(K)	27,41 (0,00)	69,80 (0,00)	98,06 (0,00)	101,82 (0,00)	101,98 (0,00)	101,98 (0,00)	107,97 (0,00)	108,13 (0,00)	108,57 (0,00)	108,62 (0,00)	111,15 (0,00)
Oct.95 Hasta Dic.97	ACF	0,160	0,087	0,022	-0,017	0,022	0,004	0,002	0,027	0,047	0,021	0,007
	PACF	0,160	0,063	-0,001	-0,026	0,028	0,000	-0,002	0,026	0,041	0,003	0,020
	Q(K)	14,39 (0,00)	18,62 (0,00)	18,88 (0,00)	19,04 (0,00)	19,31 (0,00)	19,32 (0,00)	19,32 (0,00)	19,74 (0,00)	20,99 (0,00)	21,24 (0,00)	32,08 (0,00)

TABLA 24. INNOVACIONES AL CUADRADO DEL TIPO DE INTERÉS A 1 AÑO. AUTOCORRELACIÓN SIMPLE (ACF) Y PARCIAL (PACF).

	k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15
Jun.93 Hasta Dic.95	ACF	0,207	0,243	0,215	0,090	0,012	0,111	-0,006	0,015	0,006	0,002	-0,011
	PACF	0,207	0,209	0,144	-0,016	-0,082	0,084	-0,031	-0,003	-0,017	0,004	-0,032
	Q(K)	24,66 (0,00)	58,83 (0,00)	85,60 (0,00)	90,25 (0,00)	90,34 (0,00)	97,51 (0,00)	97,53 (0,00)	97,67 (0,00)	97,69 (0,00)	97,69 (0,00)	99,46 (0,00)
Oct.95 Hasta Dic.97	ACF	0,128	0,062	0,031	-0,020	-0,004	-0,020	-0,002	0,024	0,076	0,015	0,006
	PACF	0,128	0,046	0,018	-0,029	-0,001	-0,018	0,005	0,025	0,072	-0,006	0,016
	Q(K)	9,16 (0,00)	11,31 (0,00)	11,87 (0,00)	12,10 (0,02)	12,11 (0,03)	12,34 (0,09)	12,34 (0,09)	12,66 (0,12)	15,90 (0,07)	16,03 (0,09)	37,00 (0,00)

1. El estadístico Ljung-Box para contrastar la significación conjunta de los primeros k retardos es denotado por $Q(k)$. Entre paréntesis aparece el nivel crítico del contraste.
2. La desviación típica de las correlaciones estimadas puede aproximarse por $1/\sqrt{T}$, donde T es el tamaño muestral. La desviación típica estimada es 0,041 en la primera muestra y 0,042 en la segunda.

Capítulo 3. Volatilidad de los Rendimientos Cupón cero.

TABLA 25. INNOVACIONES AL CUADRADO DEL TIPO DE INTERÉS A 3 AÑOS. AUTOCORRELACIÓN SIMPLE (ACF) Y PARCIAL (PACF).

	k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15
Jun.93 Hasta Dic.95	ACF	0,179	0,105	0,136	0,115	0,023	0,077	0,012	0,011	0,015	0,036	0,029
	PACF	0,179	0,076	0,109	0,072	-0,026	0,053	-0,029	-0,002	0,003	0,026	0,040
	Q(K)	18,40 (0,00)	24,78 (0,00)	35,50 (0,00)	43,18 (0,00)	43,49 (0,00)	46,95 (0,00)	47,04 (0,00)	47,11 (0,00)	47,24 (0,00)	48,01 (0,00)	49,28 (0,00)
Oct.95 Hasta Dic.97	ACF	0,055	0,020	0,068	0,033	0,038	-0,001	-0,010	0,059	0,150	0,084	0,000
	PACF	0,055	0,017	0,066	0,026	0,033	-0,010	-0,014	0,055	0,145	0,072	-0,012
	Q(K)	1,71 (0,19)	1,94 (0,38)	4,54 (0,20)	5,17 (0,27)	5,97 (0,31)	5,97 (0,42)	6,03 (0,54)	7,97 (0,44)	20,73 (0,01)	24,76 (0,00)	56,26 (0,00)

TABLA 26. INNOVACIONES AL CUADRADO DEL TIPO DE INTERÉS A 5 AÑO. AUTOCORRELACIÓN SIMPLE (ACF) Y PARCIAL (PACF).

	k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15
Jun.93 Hasta Dic.95	ACF	0,230	0,095	0,160	0,111	0,071	0,105	0,000	0,036	0,058	0,045	0,055
	PACF	0,230	0,045	0,136	0,048	0,025	0,064	-0,063	0,029	0,023	0,024	0,061
	Q(K)	30,48 (0,00)	35,70 (0,00)	50,52 (0,00)	57,68 (0,00)	60,61 (0,00)	67,00 (0,00)	67,00 (0,00)	67,77 (0,00)	69,75 (0,00)	70,94 (0,00)	73,93 (0,00)
Oct.95 Hasta Dic.97	ACF	0,047	0,019	0,051	0,044	0,097	0,035	-0,027	0,092	0,143	0,109	0,022
	PACF	0,047	0,016	0,049	0,040	0,092	0,024	-0,037	0,085	0,130	0,093	-0,002
	Q(K)	1,26 (0,26)	1,45 (0,48)	2,89 (0,41)	4,00 (0,41)	9,28 (0,10)	9,97 (0,13)	10,40 (0,17)	15,20 (0,06)	26,86 (0,00)	33,63 (0,00)	57,42 (0,00)

1. El estadístico Ljung-Box para contrastar la significación conjunta de los primeros k retardos es denotado por $Q(k)$. Entre paréntesis aparece el nivel crítico del contraste.
2. La desviación típica de las correlaciones estimadas puede aproximarse por $1/\sqrt{T}$, donde T es el tamaño muestral. La desviación típica estimada es 0,041 en la primera muestra y 0,042 en la segunda.

Capítulo 3. Volatilidad de los Rendimientos Cupón cero.

TABLA 27. INNOVACIONES AL CUADRADO DEL TIPO DE INTERÉS A 6 AÑOS. AUTOCORRELACIÓN SIMPLE (ACF) Y PARCIAL (PACF).

	k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15
Jun.93 Hasta Dic.95	ACF	0,249	0,103	0,184	0,106	0,094	0,125	-0,001	0,046	0,077	0,041	0,054
	PACF	0,249	0,044	0,158	0,026	0,051	0,068	-0,074	0,037	0,030	0,015	0,053
	Q(K)	35,83 (0,00)	41,99 (0,00)	61,47 (0,00)	67,98 (0,00)	73,06 (0,00)	82,08 (0,00)	82,08 (0,00)	83,32 (0,00)	86,80 (0,00)	87,78 (0,00)	91,38 (0,00)
Oct.95 Hasta Dic.97	ACF	0,040	-0,002	0,046	0,036	0,122	0,034	-0,031	0,087	0,130	0,104	0,024
	PACF	0,040	-0,003	0,046	0,032	0,121	0,024	-0,035	0,079	0,117	0,087	0,002
	Q(K)	0,90 (0,34)	0,90 (0,64)	2,08 (0,55)	2,80 (0,59)	11,26 (0,05)	11,92 (0,06)	12,46 (0,07)	16,75 (0,03)	26,40 (0,00)	32,53 (0,00)	51,65 (0,00)

TABLA 28. INNOVACIONES AL CUADRADO DEL TIPO DE INTERÉS A 7 AÑOS. AUTOCORRELACIÓN SIMPLE (ACF) Y PARCIAL (PACF).

	k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15
Jun.93 Hasta Dic.95	ACF	0,262	0,111	0,201	0,099	0,107	0,138	0,000	0,050	0,090	0,035	0,049
	PACF	0,262	0,045	0,174	0,005	0,069	0,069	-0,078	0,038	0,037	0,005	0,044
	Q(K)	39,65 (0,00)	46,76 (0,00)	70,14 (0,00)	75,83 (0,00)	82,49 (0,00)	93,56 (0,00)	93,56 (0,00)	95,03 (0,00)	99,74 (0,00)	100,44 (0,00)	104,68 (0,00)
Oct.95 Hasta Dic.97	ACF	0,030	-0,003	0,048	0,036	0,147	0,042	-0,033	0,088	0,118	0,101	0,028
	PACF	0,030	-0,004	0,048	0,034	0,145	0,034	-0,036	0,078	0,104	0,081	0,002
	Q(K)	0,49 (0,48)	0,50 (0,77)	1,79 (0,61)	2,54 (0,63)	14,65 (0,01)	15,66 (0,01)	16,27 (0,02)	20,70 (0,01)	28,56 (0,00)	34,31 (0,00)	52,37 (0,00)

1. El estadístico Ljung-Box para contrastar la significación conjunta de los primeros k retardos es denotado por $Q(k)$. Entre paréntesis aparece el nivel crítico del contraste.
2. La desviación típica de las correlaciones estimadas puede aproximarse por $1/\sqrt{T}$, donde T es el tamaño muestral. La desviación típica estimada es 0,041 en la primera muestra y 0,042 en la segunda.

Capítulo 3. Volatilidad de los Rendimientos Cupón cero.

TABLA 29. INNOVACIONES AL CUADRADO DEL TIPO DE INTERÉS A 8 AÑOS. AUTOCORRELACIÓN SIMPLE (ACF) Y PARCIAL (PACF).

		k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15
Jun.93 Hasta Dic.95	ACF		0,270	0,116	0,211	0,092	0,111	0,144	0,000	0,048	0,096	0,028	0,044
	PACF		0,270	0,047	0,182	-0,010	0,077	0,068	-0,078	0,034	0,044	-0,004	0,035
	Q(K)		41,88 (0,00)	49,63 (0,00)	75,34 (0,00)	80,29 (0,00)	87,45 (0,00)	99,44 (0,00)	99,44 (0,00)	100,81 (0,00)	106,18 (0,00)	106,64 (0,00)	110,20 (0,00)
Oct.95 Hasta Dic.97	ACF		0,021	-0,004	0,050	0,037	0,165	0,048	-0,032	0,087	0,106	0,096	0,030
	PACF		0,021	-0,004	0,051	0,035	0,165	0,041	-0,035	0,073	0,092	0,073	0,003
	Q(K)		0,24 (0,62)	0,24 (0,88)	1,67 (0,64)	2,44 (0,65)	17,86 (0,00)	19,15 (0,00)	19,73 (0,00)	24,04 (0,00)	30,43 (0,00)	35,67 (0,00)	53,38 (0,00)

TABLA 30. INNOVACIONES AL CUADRADO DEL TIPO DE INTERÉS A 9 AÑOS. AUTOCORRELACIÓN SIMPLE (ACF) Y PARCIAL (PACF).

		k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15
Jun.93 Hasta Dic.95	ACF		0,273	0,118	0,215	0,087	0,108	0,143	0,001	0,043	0,097	0,022	0,039
	PACF		0,273	0,047	0,185	-0,019	0,077	0,067	-0,075	0,029	0,048	-0,011	0,027
	Q(K)		43,07 (0,00)	51,11 (0,00)	77,72 (0,00)	82,15 (0,00)	88,89 (0,00)	100,78 (0,00)	101,86 (0,00)	107,38 (0,00)	107,38 (0,00)	107,65 (0,00)	112,41 (0,00)
Oct.95 Hasta Dic.97	ACF		0,013	-0,004	0,052	0,037	0,178	0,051	-0,029	0,084	0,096	0,091	0,032
	PACF		0,013	-0,005	0,052	0,036	0,179	0,048	-0,031	0,068	0,082	0,065	0,005
	Q(K)		0,09 (0,76)	0,10 (0,95)	1,64 (0,65)	2,40 (0,66)	20,33 (0,00)	21,82 (0,00)	22,31 (0,00)	26,33 (0,00)	31,62 (0,00)	36,35 (0,00)	54,02 (0,00)

1. El estadístico Ljung-Box para contrastar la significación conjunta de los primeros k retardos es denotado por $Q(k)$. Entre paréntesis aparece el nivel crítico del contraste.
2. La desviación típica de las correlaciones estimadas puede aproximarse por $1/\sqrt{T}$, donde T es el tamaño muestral. La desviación típica estimada es 0,041 en la primera muestra y 0,042 en la segunda.

Capítulo 3. Volatilidad de los Rendimientos Cupón cero.

**TABLA 31. INNOVACIONES AL CUADRADO DEL TIPO DE INTERÉS A 10 AÑOS.
AUTOCORRELACIÓN SIMPLE (ACF) Y PARCIAL (PACF).**

	k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15
Jun.93 Hasta Dic.95	ACF	0,275	0,118	0,214	0,085	0,100	0,138	0,001	0,036	0,096	0,016	0,034
	PACF	0,275	0,046	0,185	-0,023	0,070	0,066	-0,072	0,024	0,052	-0,017	0,022
	Q(K)	43,71 (0,00)	51,78 (0,00)	78,26 (0,00)	82,40 (0,00)	88,22 (0,00)	99,35 (0,00)	99,35 (0,00)	100,13 (0,00)	105,47 (0,00)	105,63 (0,00)	110,12 (0,00)
Oct.95 Hasta Dic.97	ACF	0,006	-0,005	0,053	0,036	0,186	0,053	-0,026	0,081	0,088	0,087	0,034
	PACF	0,006	-0,005	0,054	0,035	0,187	0,053	-0,026	0,063	0,074	0,058	0,007
	Q(K)	0,017 (0,89)	0,03 (0,98)	1,64 (0,65)	2,36 (0,67)	21,87 (0,00)	23,48 (0,00)	23,86 (0,00)	27,54 (0,00)	31,98 (0,00)	36,27 (0,00)	53,95 (0,00)

1. El estadístico Ljung-Box para contrastar la significación conjunta de los primeros k retardos es denotado por $Q(k)$. Entre paréntesis aparece el nivel crítico del contraste.
2. La desviación típica de las correlaciones estimadas puede aproximarse por $1/\sqrt{T}$, donde T es el tamaño muestral. La desviación típica estimada es 0,041 en la primera muestra y 0,042 en la segunda.

TABLA 32. CONTRASTES DE SESGO DE SIGNO Y TAMAÑO.
(Junio-93/Septiembre-95)

	Sesgo de signo	Sesgo de tamaño negativo	Sesgo de tamaño positivo	Contraste conjunto.
1 mes	0,06 (0,21)	-0,13 (-0,11)	0,73 (0,61)	0,48 (0,69)
3 meses	-0,33 (1,53)	0,35 (0,19)	1,90 (1,10)	3,91 (0,01)
6 meses	-0,12 (-0,66)	-0,83 (-0,34)	1,22 (0,49)	0,82 (0,48)
8 meses	-0,24 (-1,45)	-0,22 (-0,08)	2,32 (0,80)	2,13 (0,09)
10 meses	0,19 (-1,10)	0,89 (0,30)	3,74 (1,15)	1,88 (0,13)
1 año	-0,31 (-1,76)	1,30 (0,44)	4,81 (1,37)	3,41 (0,02)
3 años	-0,49 (-2,87)	4,61 (1,47)	7,49 (1,96)	25,15 (0,00)
5 años	-0,43 (-2,56)	6,14 (2,08)	6,94 (2,41)	2,34 (0,07)
6 años	-0,39 (-2,43)	6,13 (2,15)	6,11 (2,35)	2,35 (0,07)
7 años	-0,39 (-2,46)	5,86 (2,10)	5,34 (2,18)	2,36 (0,07)
8 años	-0,36 (-2,25)	5,50 (1,98)	4,79 (2,02)	2,09 (0,09)
9 años	-0,30 (1,94)	5,21 (1,88)	4,41 (1,90)	3,33 (0,02)
10 años	-0,28 (-1,82)	5,02 (1,83)	4,15 (1,83)	3,46 (0,02)

1. Para el contraste de *sesgo de signo* se ha estimado la regresión:

$$z_t^2 = a + bS_{t-1}^- + u_t$$

El coeficiente presentado en la primera columna se corresponde con el coeficiente estimado para la variable ficticia S_{t-1}^- . Entre paréntesis se presenta el estadístico t para contrastar la significatividad individual del coeficiente b .

2. Para el contraste de *sesgo de tamaño positivo y negativo* se ha analizado la significación individual de las variables $s_{t-1}^+ \varepsilon_{t-1}$ y $s_{t-1}^- \varepsilon_{t-1}$ en las regresiones:

$$z_t^2 = a + bS_{t-1}^+ \varepsilon_{t-1} + u_t ; z_t^2 = a + bS_{t-1}^- \varepsilon_{t-1} + u_t$$

Entre paréntesis se presenta el estadístico t para contrastar la significatividad individual del coeficiente b .

3. En la última columna se presenta el estadístico F para contrastar la significatividad conjunta de las variables s_{t-1}^- , $s_{t-1}^+ \varepsilon_{t-1}$ y $s_{t-1}^- \varepsilon_{t-1}$ en la regresión:

$$z_t^2 = a + b_1 S_{t-1}^- + b_2 s_{t-1}^+ \varepsilon_{t-1} + b_3 s_{t-1}^- \varepsilon_{t-1} + u_t$$

Entre paréntesis aparece el valor de significación crítico del contrastaste

TABLA 33 CONTRASTES DE SESGO DE SIGNO Y TAMAÑO.
(Septiembre-95/Diciembre-97)

	Sesgo de signo	Sesgo de tamaño negativo	Sesgo de tamaño positivo	Contraste conjunto.
1 mes	-0,05 (-0,25)	1,16 (0,59)	0,70 (0,39)	0,12 (0,94)
3 meses	0,02 (0,10)	2,80 (1,21)	1,02 (0,42)	0,89 (0,44)
6 meses	-0,01 (-0,05)	7,43 (2,44)	5,61 (1,27)	2,42 (0,06)
8 meses	-0,34 (-1,46)	8,54 (2,42)	8,72 (1,58)	2,05 (0,10)
10 meses	0,28 (1,04)	6,42 (1,71)	8,75 (1,63)	1,05 (0,36)
1 año	-0,18 (-0,87)	2,59 (0,64)	6,28 (1,17)	0,54 (0,64)
3 años	-0,15 (-1,01)	-0,12 (-0,46)	1,49 (0,50)	1,43 (0,23)
5 años	-0,32 (-2,57)*	1,63 (0,59)	1,44 (0,79)	2,76 (0,04)
6 años	-0,23 (-1,58)	1,48 (0,74)	1,12 (0,62)	1,02 (0,37)
7 años	-0,29 (-2,05)*	1,77 (0,89)	0,82 (0,46)	1,99 (0,11)
8 años	-0,23 (-1,62)	1,80 (0,92)	0,67 (0,39)	1,36 (0,25)
9 años	-0,23 (-1,49)	1,86 (0,97)	0,49 (0,28)	1,29 (0,27)
10 años	-0,14 (-0,90)	1,90 (1,01)	0,34 (0,19)	0,65 (0,58)

Nota: (ver tabla 32)

TABLA 34. ESTIMACIÓN CONJUNTA DE UN MODELO PARA LA MEDIA Y LA VARIANZA CONDICIONAL.
(Junio-93/ Septiembre-95).

	Modelo para la media condicional (Autorregresivo)						Modelo EGARCH(1,1) para la varianza condicional			
	α	ϕ_1	ϕ_2	ϕ_3	ϕ_4	σ	ϖ	θ_1	β_1	γ_1
1 mes	-0,85 10 ⁻² (0,32 10 ⁻²)	-0,141 (0,031)	-0,059 (0,031)	-0,022 (0,051)	-0,086 (0,031)	14,40	-0,387 (0,117)	0,093 (0,039)	0,232 (0,048)	0,897 (0,030)
3 meses	1,20 10 ⁻² (1,20 10 ⁻²)	-0,094 (0,285)	-0,040 (0,080)	-	-	11,76	-0,762 (0,422)	0,052 (0,091)	0,336 (0,176)	0,820 (0,098)
6 meses	-0,90 10 ⁻² (0,32 10 ⁻²)	-0,071 (0,050)	-0,087 (0,046)	-	-	9,60	-0,986 (0,228)	0,083 (0,040)	0,420 (0,064)	0,791 (0,046)
8 meses	-1,14 10 ⁻² (0,25 10 ⁻²)	-0,056 (0,045)	-0,119 (0,034)	-0,011 (0,017)	-	8,94	-1,079 (0,229)	0,092 (0,043)	0,497 (0,066)	0,781 (0,045)
10 meses	-0,91 10 ⁻² (0,21 10 ⁻²)	0,007 (0,037)	-0,110 (0,025)	-0,020 (0,030)	-	8,58	-1,117 (0,241)	0,125 (0,040)	0,502 (0,063)	0,779 (0,046)
1 año	-0,50 10 ⁻² (0,12 10 ⁻²)	0,032 (0,055)	-0,070 (0,001)	-0,007 (0,061)	-	8,42	-1,156 (0,231)	0,155 (0,050)	0,518 (0,085)	0,772 (0,044)
3 años	-0,25 10 ⁻² (0,31 10 ⁻²)	0,157 (0,042)	-	-	-	9,12	-0,532 (0,203)	0,145 (0,034)	0,353 (0,071)	0,891 (0,040)
5 años	-0,15 10 ⁻² (0,33 10 ⁻²)	0,152 (0,041)	-	-	-	9,40	-0,246 (0,106)	0,104 (0,022)	0,196 (0,054)	0,948 (0,021)
6 años	-0,19 10 ⁻² (0,32 10 ⁻²)	0,154 (0,041)	-	-	-	9,38	-0,207 (0,087)	0,095 (0,019)	0,173 (0,045)	0,956 (0,018)
7 años	-0,24 10 ⁻² (0,30 10 ⁻²)	0,147 (0,041)	-	-	-	9,35	-0,195 (0,077)	0,088 (0,019)	0,171 (0,040)	0,959 (0,015)
8 años	-0,26 10 ⁻² (0,30 10 ⁻²)	0,146 (0,040)	-	-	-	9,32	-0,197 (0,071)	0,087 (0,019)	0,189 (0,046)	0,958 (0,014)
9 años	-0,25 10 ⁻² (0,32 10 ⁻²)	0,148 (0,037)	-	-	-	9,30	-0,205 (0,083)	0,089 (0,019)	0,208 (0,042)	0,957 (0,017)
10 años	-0,26 10 ⁻² (0,31 10 ⁻²)	0,144 (0,040)	-	-	-	9,30	-0,215 (0,09)	0,091 (0,021)	0,222 (0,047)	0,950 (0,018)

1. Los modelos estimados para la media y la varianza condicional vienen dados respectivamente por:

$$\nabla r_t = \alpha + \sum_{i=1}^p \phi_i \nabla r_{t-i} + \varepsilon_t \quad (1)$$

$$\log h_t^2 = \varpi + \theta_1 \left(\frac{\varepsilon_t}{h_t} \right) + \beta_1 \left(\left| \frac{\varepsilon_t}{h_t} \right| - \left(\frac{2}{\pi} \right)^{1/2} \right) + \gamma_1 \log h_{t-1}^2 \quad (2)$$

2. Para la estimación conjunta de los modelos (1) y (2) se han utilizado los datos de tipos de interés expresados en tanto por ciento.
3. σ denota la varianza incondicional de las innovaciones de los tipos de interés, está expresada en puntos básicos.

TABLA 35. CONTRASTES DE AUSENCIA DE CORRELACIÓN EN LAS INNOVACIONES DE LOS TIPOS DE INTERÉS AL CUADRADO.

	Estadísticos Ljung-Box					
	Junio de 1993 hasta septiembre de 1995			Octubre de 1995 hasta diciembre 1997		
	Residuos	Q(1)	Q(5)	Q(15)	Q(1)	Q(5)
1 mes	0,001 (0,97)	16,76 (0,00)	19,65 (0,18)	0,039 (0,84)	0,56 (0,98)	15,56 (0,41)
3 meses	0,007 (0,93)	18,71 (0,00)	21,74 (0,12)	0,082 (0,77)	0,39 (0,99)	16,33 (0,36)
6 meses	0,041 (0,83)	7,21 (0,20)	11,45 (0,72)	0,19 (0,66)	0,84 (0,97)	3,97 (0,99)
8 meses	0,099 (0,75)	7,81 (0,17)	13,41 (0,57)	0,033 (0,85)	0,41 (0,99)	1,57 (1,00)
10 meses	0,005 (0,94)	1,83 (0,87)	7,88 (0,92)	0,150 (0,69)	0,94 (0,96)	5,12 (0,99)
1 año	0,061 (0,80)	0,28 (0,99)	6,79 (0,96)	0,006 (0,94)	0,02 (1,00)	0,26 (1,00)
3 años	0,67 (0,41)	2,35 (0,79)	7,73 (0,93)	0,007 (0,93)	1,17 (0,94)	16,54 (0,35)
5 años	3,83 (0,05)	4,88 (0,43)	10,78 (0,76)	0,132 (0,717)	1,81 (0,87)	15,48 (0,41)
6 años	4,28 (0,04)	4,98 (0,41)	10,95 (0,76)	0,169 (0,68)	2,70 (0,75)	16,64 (0,34)
7 años	3,94 (0,05)	4,75 (0,44)	10,78 (0,77)	0,225 (0,63)	3,70 (0,59)	18,27 (0,15)
8 años	3,13 (0,08)	4,28 (0,50)	10,19 (0,80)	0,358 (0,54)	4,81 (0,45)	19,62 (0,19)
9 años	2,63 (0,10)	3,93 (0,56)	9,72 (0,84)	0,588 (0,44)	5,95 (0,31)	20,28 (0,16)
10 años	2,28 (0,13)	3,70 (0,59)	9,55 (0,84)	0,888 (0,35)	7,03 (0,21)	20,32 (0,16)

1. Entre paréntesis aparece el valor crítico del contraste.
2. Las innovaciones se corresponden a las obtenidas al estimar un modelo AR(p) para la media condicional y un modelo EGARCH(1,1) para la varianza condicional.

TABLA 36 CONTRASTES DE SESGO DE SIGNO Y TAMAÑO.
(Junio-95/Septiembre-95)

	Sesgo de signo	Sesgo de tamaño negativo	Sesgo de tamaño positivo	Contraste conjunto.
1 mes	0,06 (0,23)	-0,09 (-0,42)	0,02 (0,11)	0,16 (0,91)
3 meses	0,31 (1,48)	0,04 (0,26)	0,08 (0,50)	0,96 (0,40)
6 meses	0,14 (0,72)	-0,02 (-0,14)	0,02 (0,14)	0,26 (0,84)
8 meses	0,12 (0,69)	-0,29 (-1,98)	0,06 (0,60)	3,30 (0,02)
10 meses	0,27 (1,55)	0,03 (0,20)	0,04 (0,33)	1,28 (0,27)
1 año	0,12 (0,17)	-0,00 (-0,01)	0,06 (0,48)	0,28 (0,83)
3 años	0,23 (1,47)	0,04 (0,28)	0,12 (0,97)	0,95 (0,41)
5 años	0,13 (0,82)	-0,04 (-0,28)	0,14 (1,13)	0,81 (0,48)
6 años	0,13 (0,83)	-0,01 (-0,14)	0,13 (1,03)	0,63 (0,59)
7 años	0,11 (0,72)	0,00 (0,04)	0,11 (0,91)	0,40 (0,75)
8 años	0,14 (0,95)	-0,00 (-0,01)	0,09 (0,82)	0,55 (0,64)
9 años	0,10 (0,69)	-0,02 (-0,16)	0,08 (0,68)	0,44 (0,72)
10 años	0,10 (0,71)	-0,04 (-0,33)	0,06 (0,57)	0,60 (0,61)

1. Para el contraste de *sesgo de signo* se ha estimado la regresión:

$$z_t^2 = a + bS_{t-1}^- + u_t$$

El coeficiente presentado en la primera columna se corresponde con el coeficiente estimado para la variable ficticia S_{t-1}^- . Entre paréntesis se presenta el estadístico t para contrastar la significatividad individual.

2. Para el contraste de *sesgo de tamaño positivo y negativo* se ha analizado la significación individual de las variables $s_{t-1}^+ \varepsilon_{t-1}$ y $s_{t-1}^- \varepsilon_{t-1}$ en las regresiones:

$$z_t^2 = a + bS_{t-1}^+ \varepsilon_{t-1} + u_t ; z_t^2 = a + bS_{t-1}^- \varepsilon_{t-1} + u_t$$

3. En la última columna se presenta el estadístico F para contrastar la significatividad conjunta de las variables s_{t-1}^- , $s_{t-1}^+ \varepsilon_{t-1}$ y $s_{t-1}^- \varepsilon_{t-1}$ en la regresión:

$$z_t^2 = a + b_1 S_{t-1}^- + b_2 S_{t-1}^+ \varepsilon_{t-1} + b_3 S_{t-1}^- \varepsilon_{t-1} + u_t$$

Entre paréntesis aparece el valor de significación crítica del contraste

TABLA 37 . ESTIMACIÓN CONJUNTA DE UN MODELO PARA LA MEDIA Y LA VARIANZA CONDICIONAL.

(Octubre-95/Diciembre-97)

	Modelo para la media condicional (Autorregresivo)						Modelo GARCH(1,1) para la varianza condicional		
	α	ϕ_1	ϕ_2	ϕ_3	ϕ_4	σ	δ_0	δ_1	γ_1
1 mes	-1,00 10 ⁻² (0,46 10 ⁻²)	-0,205 (0,062)	-0,095 (0,042)	-0,041 (0,045)		11,08	0,961 10 ⁻² (0,134 10 ⁻²)	0,194 (0,058)	0,022 (0,095)
3 meses	-0,87 10 ⁻² (0,33 10 ⁻²)	-0,187 (0,046)	-0,082 (0,042)	-	-	8,18	0,477 10 ⁻² (0,114 10 ⁻²)	0,162 (0,054)	0,123 (0,173)
6 meses	-0,60 10 ⁻² (0,20 10 ⁻²)	-0,124 (0,051)	-0,062 (0,050)	-	-	6,16	0,023 10 ⁻² (0,006 10 ⁻²)	0,172 (0,035)	0,765 (0,034)
8 meses	-0,61 10 ⁻² (0,18 10 ⁻²)	-0,077 (0,055)	-0,013 (0,049)	0,122 (0,047)	-	5,12	0,961 10 ⁻² (0,134 10 ⁻²)	0,155 (0,030)	0,785 (0,028)
10 meses	-0,73 10 ⁻² (0,17 10 ⁻²)	-0,046 (0,051)	0,021 (0,049)	0,101 (0,047)	-	4,47	0,014 10 ⁻² (0,004 10 ⁻²)	0,109 (0,029)	0,818 (0,033)
1 año	-0,76 10 ⁻² (0,20 10 ⁻²)	0,003 (0,053)	0,036 (0,047)	0,061 (0,043)	-	4,33	0,103 10 ⁻² (0,030 10 ⁻²)	0,185 (0,081)	0,260 (0,202)
3 años	-0,82 10 ⁻² (0,23 10 ⁻²)	0,066 (0,044)	-	-	-	5,76	0,014 10 ⁻² (0,004 10 ⁻²)	0,058 (0,018)	0,927 (0,021)
5 años	-0,79 10 ⁻² (0,25 10 ⁻²)	0,039 (0,043)	-	-	-	5,92	0,003 10 ⁻² (0,003 10 ⁻²)	0,044 (0,012)	0,947 (0,015)
6 años	-0,80 10 ⁻² (0,24 10 ⁻²)	0,022 (0,044)	-	-	-	5,96	0,003 10 ⁻² (0,003 10 ⁻²)	0,041 (0,011)	0,950 (0,015)
7 años	-0,82 10 ⁻² (0,24 10 ⁻²)	0,006 (0,043)	-	-	-	6,00	0,003 10 ⁻² (0,003 10 ⁻²)	0,040 (0,011)	0,951 (0,169)
8 años	-0,82 10 ⁻² (0,25 10 ⁻²)	-0,009 (0,040)	-	-	-	6,03	0,003 10 ⁻² (0,003 10 ⁻²)	0,039 (0,011)	0,951 (0,016)
9 años	-0,83 10 ⁻² (0,24 10 ⁻²)	-0,022 (0,044)	-	-	-	6,06	0,003 10 ⁻² (0,003 10 ⁻²)	0,038 (0,011)	0,953 (0,017)
10 años	-0,84 10 ⁻² (0,25 10 ⁻²)	-0,035 (0,045)	-	-	-	6,10	0,003 10 ⁻² (0,003 10 ⁻²)	0,037 (0,011)	0,954 (0,017)

4. Los modelos estimados para la media y la varianza condicional vienen dados respectivamente por:

$$\nabla r_t = \alpha + \sum_{i=1}^p \phi_i \nabla r_{t-i} + \varepsilon_t \quad (1)$$

$$h_t^2 = \delta_0 + \delta_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \gamma_1 h_{t-1}^2 \quad (2)$$

5. Para la estimación conjunta de los modelos (1) y (2) se han utilizado los datos de tipos de interés expresados en tanto por ciento.
6. σ denota la varianza incondicional de las innovaciones de los tipos de interés, está expresada en puntos básicos.

TABLA 38 . ESTIMACIÓN CONJUNTA DE UN MODELO PARA LA MEDIA Y LA VARIANZA CONDICIONAL. (Datos intervenidos)
(Octubre-95/Diciembre-97)

	Modelo para la media condicional (Autorregresivo)						Modelo GARCH(1,1) para la varianza condicional		
	α	ϕ_1	ϕ_2	ϕ_3	ϕ_4	σ	δ_0	δ_1	γ_1
1 mes	-1,15 10 ⁻² (0,42 10 ⁻²)	-0,141 (0,047)	-0,099 (0,046)	-0,073 (0,043)	-0,024 (0,045)	10,77	0,151 10 ⁻² (0,059 10 ⁻²)	0,117 (0,037)	0,752 (0,068)
3 meses	-0,82 10 ⁻² (0,30 10 ⁻²)	-0,118 (0,047)	-0,077 (0,049)	-	-	8.19	0,063 10 ⁻² (0,025 10 ⁻²)	0,151 (0,040)	0,753 (0,059)
6 meses	-0,62 10 ⁻² (0,20 10 ⁻²)	-0,109 (0,052)	-0,049 (0,049)	-	-	5.55	0,028 10 ⁻² (0,008 10 ⁻²)	0,179 (0,045)	0,726 (0,053)
8 meses	-0,68 10 ⁻² (0,17 10 ⁻²)	-0,085 (0,047)	0,017 (0,049)	0,091 (0,045)	-	4.52	0,020 10 ⁻² (0,005 10 ⁻²)	0,150 (0,034)	0,748 (0,040)
10 meses	-0,74 10 ⁻² (0,16 10 ⁻²)	-0,044 (0,054)	0,045 (0,047)	0,067 (0,046)	-	4.08	0,045 10 ⁻² (0,023 10 ⁻²)	0,183 (0,060)	0,544 (0,184)
1 año	-0,82 10 ⁻² (0,17 10 ⁻²)	-0,010 (0,052)	0,035 (0,047)	0,035 (0,039)	-	4.12	0,061 10 ⁻² (0,016 10 ⁻²)	0,212 (0,063)	0,423 (0,124)

7. Los modelos estimados para la media y la varianza condicional vienen dados respectivamente por:

$$\nabla r_t = \alpha + \sum_{i=1}^p \phi_i \nabla r_{t-i} + \varepsilon_t \quad (1)$$

$$h_t^2 = \delta_0 + \delta_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \gamma_1 h_{t-1}^2 \quad (2)$$

8. Para la estimación conjunta de los modelos (1) y (2) se han utilizado los datos de tipos de interés expresados en tanto por ciento.
9. σ denota la varianza incondicional de las innovaciones de los tipos de interés, está expresada en puntos básicos.

TABLA 39. TRANSMISIÓN DE INNOVACIONES EN VOLATILIDAD

Tipo a plazo j	Primera Submuestra Junio-93 hasta Septiembre-95					Segunda Submuestra Octubre-95 hasta diciembre-97				
	p	β	R^2	ρ	σ	p	β	R^2	ρ	σ
3 meses	8	0,702 (6,600)	0,765	0,877	0,0024 0,0030 [♦]	8	0,726 (25,667)	0,961	0,980	0,0004 0,0009 [♦]
6 meses	8	0,459 (3,021)	0,423	0,652	0,0033 0,0047	8	0,346 (8,159)	0,715	0,845	0,0006 0,0020
8 meses	8	0,419 (2,495)	0,261	0,514	0,0044 0,0057	6	0,147 (5,046)	0,421	0,649	0,0005 0,0025
10 meses	8	0,383 (2,443)	0,193	0,445	0,0048 0,0062	8	0,099 (4,272)	0,211	0,446	0,0005 0,0027
1 año	7	0,353 (2,443)	0,143	0,384	0,0054 0,0067	11	0,063 (4,202)	0,073	0,255	0,0006 0,0028
3 años	8	0,115 (1,835)	0,024	0,158	0,0046 0,0071	7	0,004 (0,978)	0,001	0,029	0,0004 0,0029
5 años	8	0,058 (1,816)	0,027	0,169	0,0022 0,0062	3	0,002 (0,682)	0,001	0,014	0,0003 0,0029
6 años	8	0,052 (1,810)	0,029	0,179	0,0020 0,0062	3	0,003 (0,830)	0,001	0,021	0,0003 0,0029
7 años	8	0,052 (1,815)	0,031	0,183	0,0018 0,0061	3	0,004 (1,008)	0,002	0,030	0,0003 0,0029
8 años	8	0,058 (4,49)	0,033	0,187	0,0019 0,0061	4	0,005 (1,168)	0,003	0,041	0,0003 0,0029
9 años	8	0,064 (1,830)	0,035	0,190	0,0020 0,0066	5	0,005 (1,241)	0,004	0,051	0,0002 0,0029
10 años	9	0,070 (1,937)	0,037	0,197	0,0022 0,0062	6	0,006 (1,260)	0,005	0,062	0,0002 0,0029

1. El modelo estimado para evaluar la presencia de mecanismos de transmisión de volatilidades viene dado por la expresión (2):

$$h_t^{2,j} = \sum_{i=1}^p \phi_i h_t^{2,j} + u_t \quad (1)$$

$$u_t^j = \alpha + \beta u_t^{1mes} + a_t \quad (2)$$

donde $h_t^{2,j}$ representa la varianza condicional del tipo de interés a plazo j , y $h_t^{2,1mes}$ la varianza condicional del tipo de interés a 1 día.

2. Entre paréntesis aparece el estadístico t para el contraste de significación individual de los coeficientes estimados.
3. R^2 representa el coeficiente de determinación en la regresión (2) y ρ es el coeficiente de correlación entre las variables u_t^j y $u_t^{1día}$ en la ecuación (2).
4. σ denota la desviación típica de los residuos del modelo (2).
5. [♦] desviación típica de los residuos del modelo (2) cuando se ha estimado imponiendo la restricción $\beta = 1$

TABLA 40 . TRANSMISIÓN DE VOLATILIDADES.
(Junio-93/ Septiembre-95).

	Modelo para la media condicional (Autorregresivo)					Modelo EGARCH(1,1) para la varianza condicional				
	α	ϕ_1	ϕ_2	ϕ_3	σ	η	δ_0	θ_1	β_1	γ_1
3 meses	-0,55 10 ⁻² (0,43 10 ⁻²)	-0,121 (0,046)	-0,089 (0,043)	-	11,74	1,015 (0,414)	-0,073 (0,494)	0,056 (0,058)	0,137 (0,107)	0,066 (0,330)
6 meses	-0,75 10 ⁻² (0,03 10 ⁻²)	-0,064 (0,026)	-0,108 (0,036)	-	9,60	0,432 (0,213)	-0,476 (0,367)	0,106 (0,047)	0,331 (0,074)	0,547 (0,140)
8 meses	-0,80 10 ⁻² (1,00 10 ⁻²)	-0,021 (0,048)	-0,123 (0,041)	-0,001 (0,007)	9,60	0,307 (0,154)	-0,587 (0,318)	0,119 (0,061)	0,413 (0,092)	0,639 (0,106)
10 meses	-0,80 10 ⁻² (0,28 10 ⁻²)	0,005 (0,049)	-0,109 (0,041)	-0,001 (0,025)	8,91	0,203 (0,096)	-0,701 (0,293)	0,125 (0,048)	0,451 (0,073)	0,704 (0,073)
1 año	-0,50 10 ⁻² (0,20 10 ⁻²)	0,031 (0,023)	-0,072 (0,040)	0,005 (0,039)	9,41	0,155 (0,086)	-0,777 (0,285)	0,143 (0,046)	0,478 (0,069)	0,728 (0,065)
3 años	-0,23 10 ⁻² (0,32 10 ⁻²)	0,156 (0,044)	-	-	9,12	0,096 (0,082)	-0,433 (0,253)	0,159 (0,047)	0,367 (0,092)	0,834 (0,087)
5 años	-0,12 10 ⁻² (0,32 10 ⁻²)	0,149 (0,041)	-	-	9,40	0,035 (0,022)	-0,103 (0,112)	0,102 (0,023)	0,175 (0,059)	0,948 (0,023)
6 años	-0,15 10 ⁻² (0,23 10 ⁻²)	0,152 (0,040)	-	-	9,38	0,030 (0,018)	-0,077 (0,097)	0,092 (0,020)	0,159 (0,046)	0,958 (0,017)
7 años	-0,18 10 ⁻² (0,34 10 ⁻²)	0,147 (0,040)	-	-	9,35	0,028 (0,015)	-0,070 (0,077)	0,086 (0,018)	0,160 (0,045)	0,962 (0,014)
8 años	-0,22 10 ⁻² (0,31 10 ⁻²)	0,145 (0,041)	-	-	9,32	0,023 (0,019)	-0,090 (0,107)	0,085 (0,019)	0,178 (0,049)	0,961 (0,016)
9 años	-0,22 10 ⁻² (0,32 10 ⁻²)	0,146 (0,039)	-	-	9,30	0,018 (0,020)	-0,117 (0,109)	0,087 (0,019)	0,197 (0,051)	0,960 (0,015)
10 años	-0,24 10 ⁻² (0,42 10 ⁻²)	0,143 (0,042)	-	-	9,30	0,016 (0,019)	-0,137 (0,095)	0,089 (0,021)	0,212 (0,048)	0,958 (0,014)

1. Los modelos han sido estimados con los datos de tipos de interés cupón cero expresados en tanto por ciento.
2. Entre paréntesis aparece la desviación típica de los contrastes realizados.
3. El símbolo σ denota la desviación típica incondicional de las innovaciones de los modelos estimados y está expresada en puntos básicos.

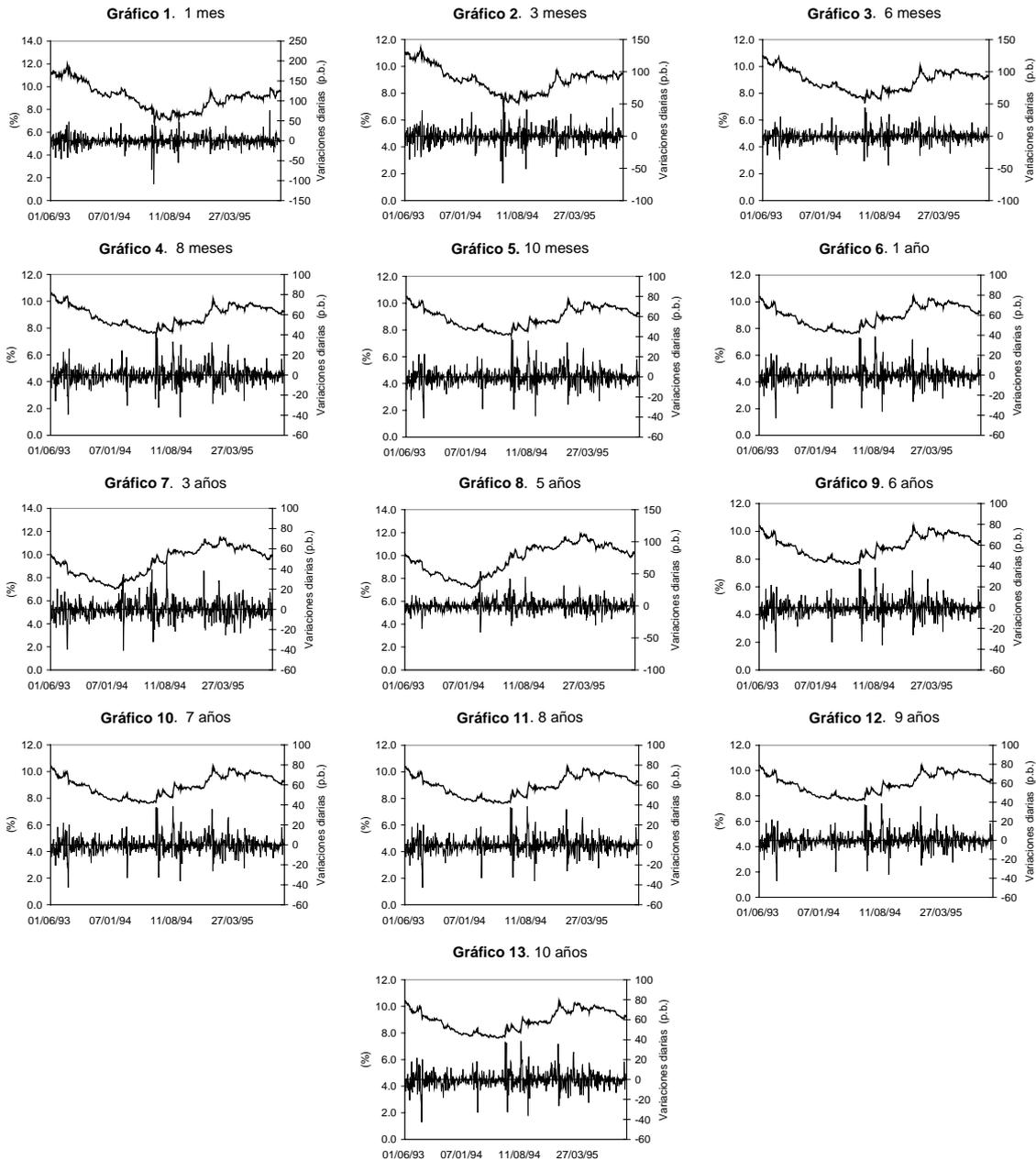
TABLA 41 . TRANSMISIÓN DE VOLATILIDADES.
(Octubre-95 / Diciembre-97).

	Modelo para la media condicional (Autorregresivo)					Modelo GARCH(1,1) para la varianza condicional			
	α	ϕ_1	ϕ_2	ϕ_3	σ	η	δ_0	δ_1	γ_1
3 meses	-0,89 10 ⁻² (-3,11 10 ⁻²)	-0,127 (0,051)	-0,055 (0,045)	-	7,97	0,459 (0,164)	0,039 10 ⁻² (0,154 10 ⁻²)	0,107 (0,062)	0,001 (0,001)
6 meses	-0,72 10 ⁻² (0,19 10 ⁻²)	-0,104 (0,050)	0,001 (0,048)	-	5,35	0,214 (0,069)	-0,010 10 ⁻² (0,069 10 ⁻²)	0,129 (0,071)	0,047 (0,015)
8 meses	-0,67 10 ⁻² (0,16 10 ⁻²)	-0,093 (0,054)	0,039 (0,049)	0,081 (0,045)	4,52	0,037 (0,029)	0,008 10 ⁻² (0,016 10 ⁻²)	0,144 (0,040)	0,642 (0,106)
10 meses	-0,71 10 ⁻² (0,15 10 ⁻²)	-0,046 (0,048)	0,069 (0,047)	0,059 (0,041)	4,15	0,066 (0,029)	-0,006 10 ⁻² (0,019 10 ⁻²)	0,164 (0,059)	0,431 (0,144)
1 año	-0,79 10 ⁻² (0,16 10 ⁻²)	-0,008 (0,047)	0,054 (0,046)	0,029 (0,042)	4,00	0,106 (0,059)	0,002 10 ⁻² (0,029 10 ⁻²)	0,115 (0,055)	0,108 (0,421)
3 años	-0,80 10 ⁻² (0,23 10 ⁻²)	0,067 (0,043)	-	-	5,78	0,001 (0,000)	0,002 10 ⁻² (0,003 10 ⁻²)	0,058 (0,016)	0,928 (0,019)
5 años	-0,80 10 ⁻² (0,25 10 ⁻²)	0,040 (0,044)	-	-	5,96	0,001 (0,004)	0,001 10 ⁻² (0,005 10 ⁻²)	0,044 (0,011)	0,947 (0,015)
6 años	-0,81 10 ⁻² (0,25 10 ⁻²)	0,023 (0,042)	-	-	6,00	0,002 (0,004)	0,005 10 ⁻⁴ (0,567 10 ⁻⁴)	0,042 (0,011)	0,949 (0,015)
7 años	-0,82 10 ⁻² (0,25 10 ⁻²)	0,007 (0,040)	-	-	6,04	0,003 (0,004)	-0,001 10 ⁻² (0,001 10 ⁻²)	0,041 (0,011)	0,951 (0,016)
8 años	-0,82 10 ⁻² (0,25 10 ⁻²)	-0,007 (0,044)	-	-	6,07	0,003 (0,004)	-0,001 10 ⁻² (0,006 10 ⁻²)	0,039 (0,011)	0,953 (0,016)
9 años	-0,83 10 ⁻² (0,25 10 ⁻²)	-0,021 (0,043)	-	-	6,12	0,003 (0,004)	-0,001 10 ⁻² (0,006 10 ⁻²)	0,037 (0,011)	0,955 (0,017)
10 años	-0,83 10 ⁻² (0,25 10 ⁻²)	-0,033 (0,043)	-	-	6,20	0,004 (0,004)	0,002 10 ⁻² (0,006 10 ⁻²)	0,036 (0,011)	0,958 (0,018)

4. Los modelos han sido estimados con los datos de tipos de interés cupón cero expresados en tanto por ciento.
5. Entre paréntesis aparece la desviación típica de los contrastes realizados.
6. El símbolo σ denota la varianza incondicional de las innovaciones de los modelos estimados y está expresada en puntos básicos.

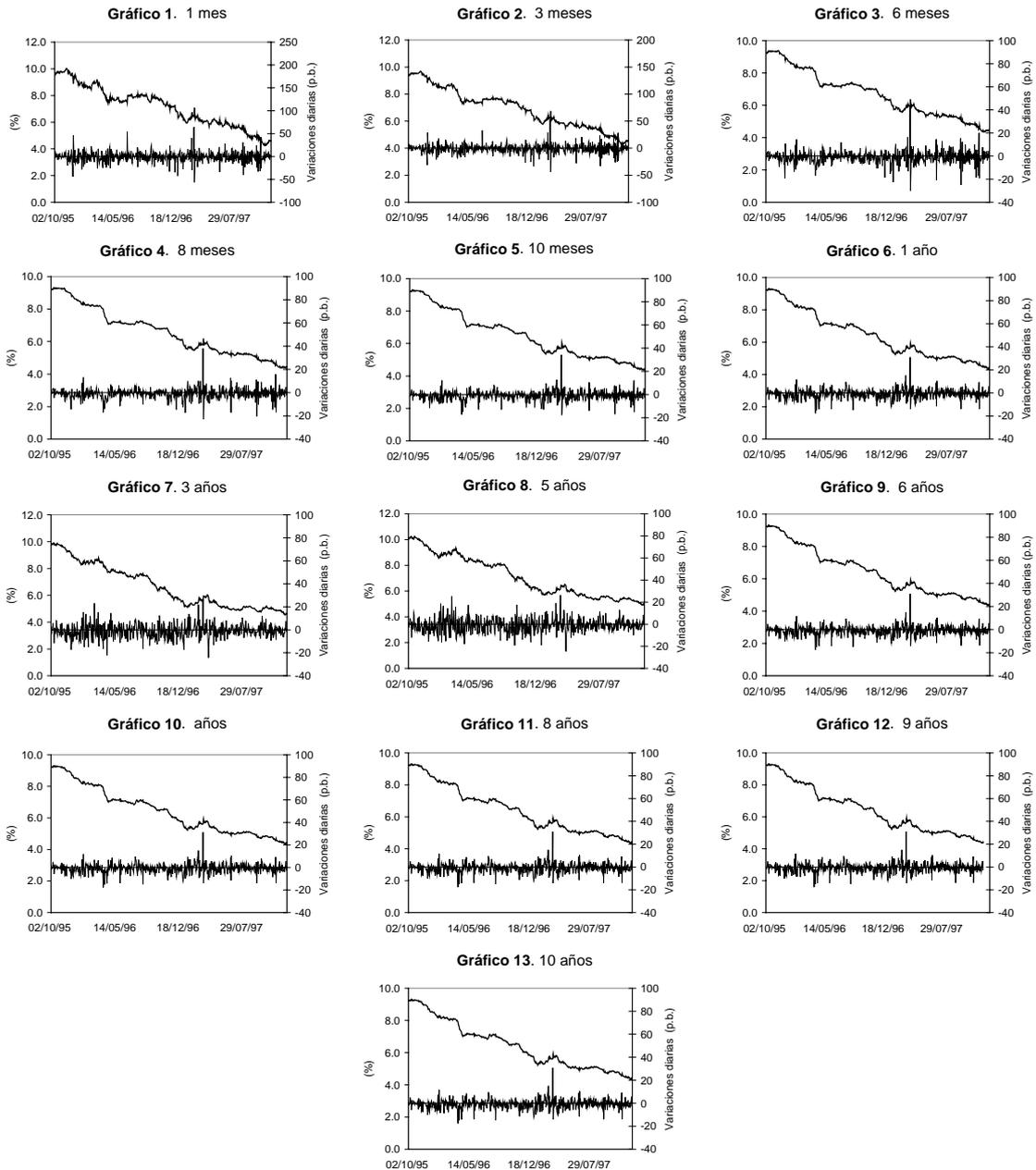
Apéndice I(a). Tipos de interés cupón cero y sus variaciones diarias

Junio de 1993 hasta Septiembre de 1995



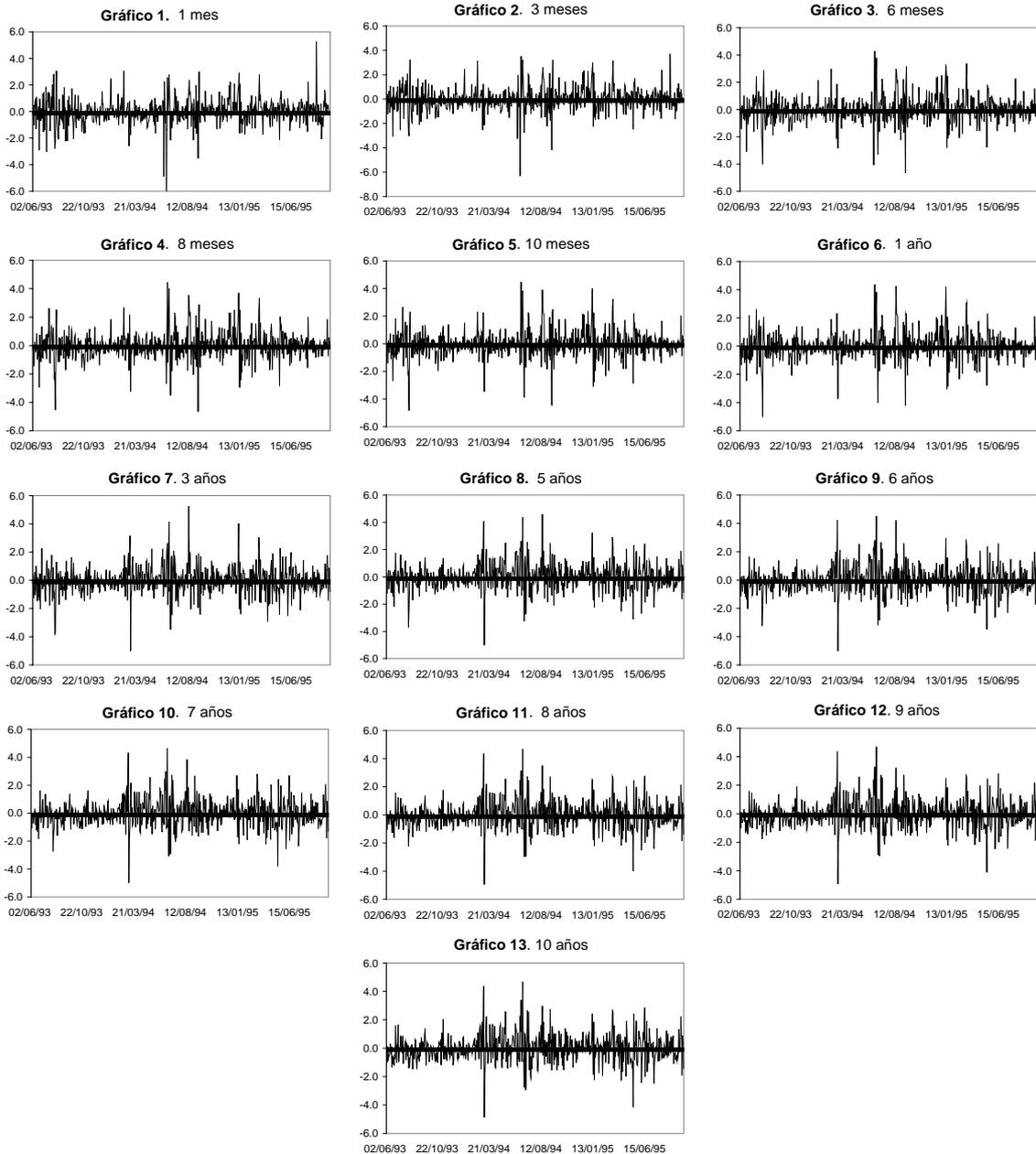
Apéndice I(b). Tipos de interés cupón cero y sus variaciones diarias

Octubre de 1995 hasta Diciembre de 1997



Apéndice II(a): Innovaciones* de los tipos de interés cupón cero

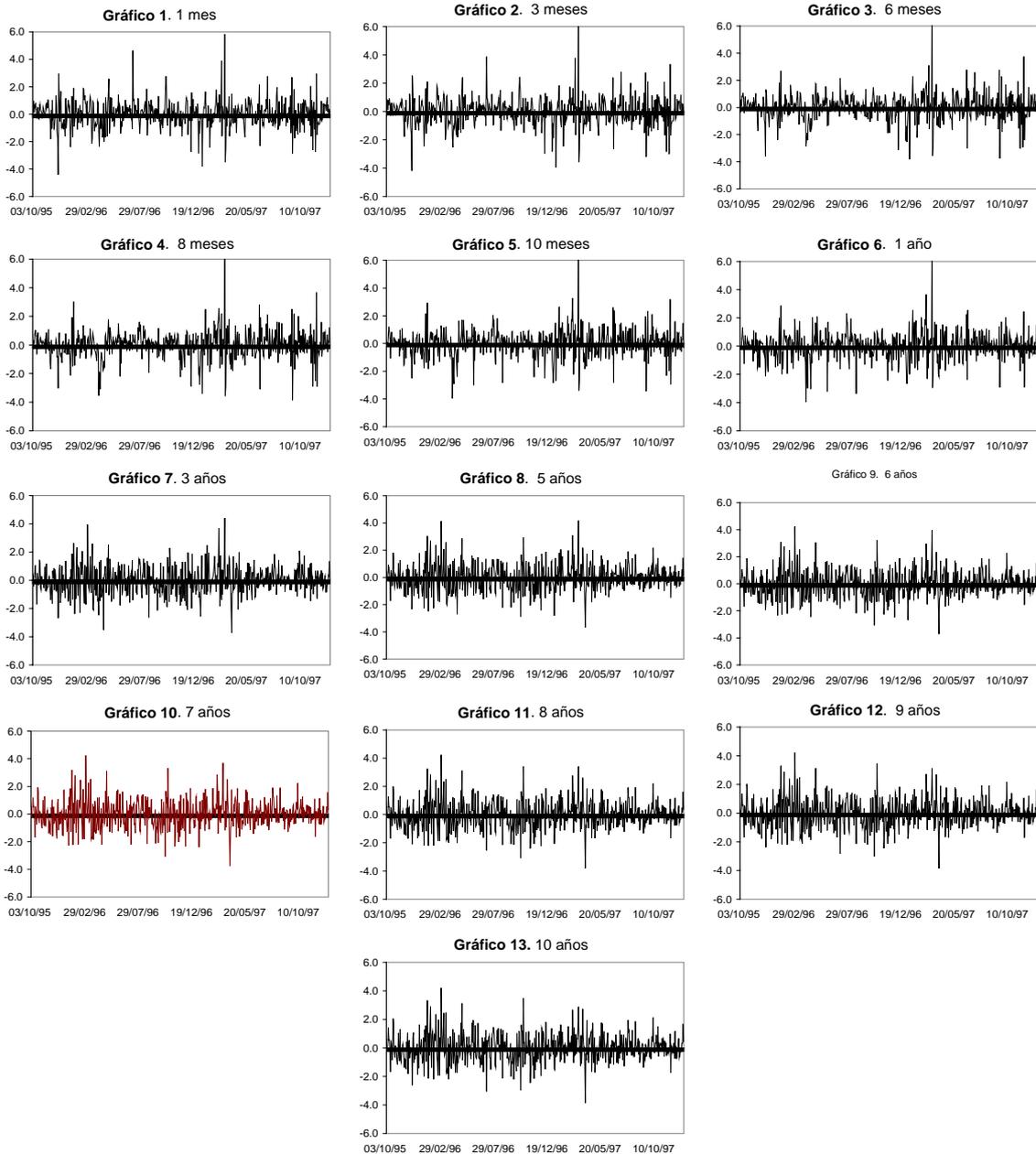
Junio de 1993 hasta Septiembre de 1995



* Residuos estandarizados de los modelos autorregresivos estimados para cada plazo considerado.

Apéndice II(b): Innovaciones* de los tipos de interés cupón cero

Octubre de 1995 hasta Diciembre de 1997

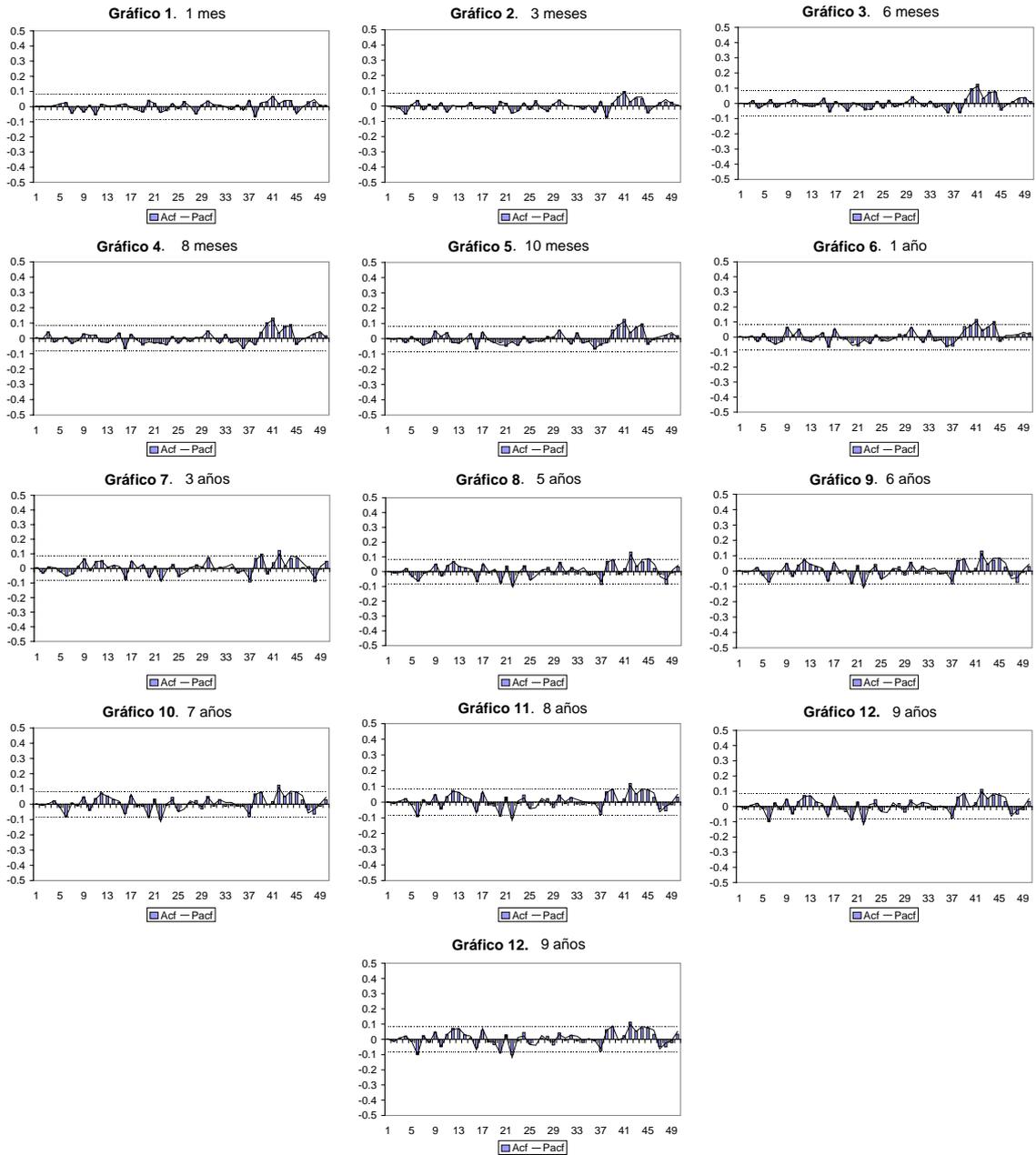


* Residuos estandarizados de los modelos autorregresivos estimados para cada plazo considerado.

Apéndice III(a): Innovaciones de los tipos de interés cupón cero

Funciones de Autocorrelación Simple (Acf) y Parcial (Pacf)

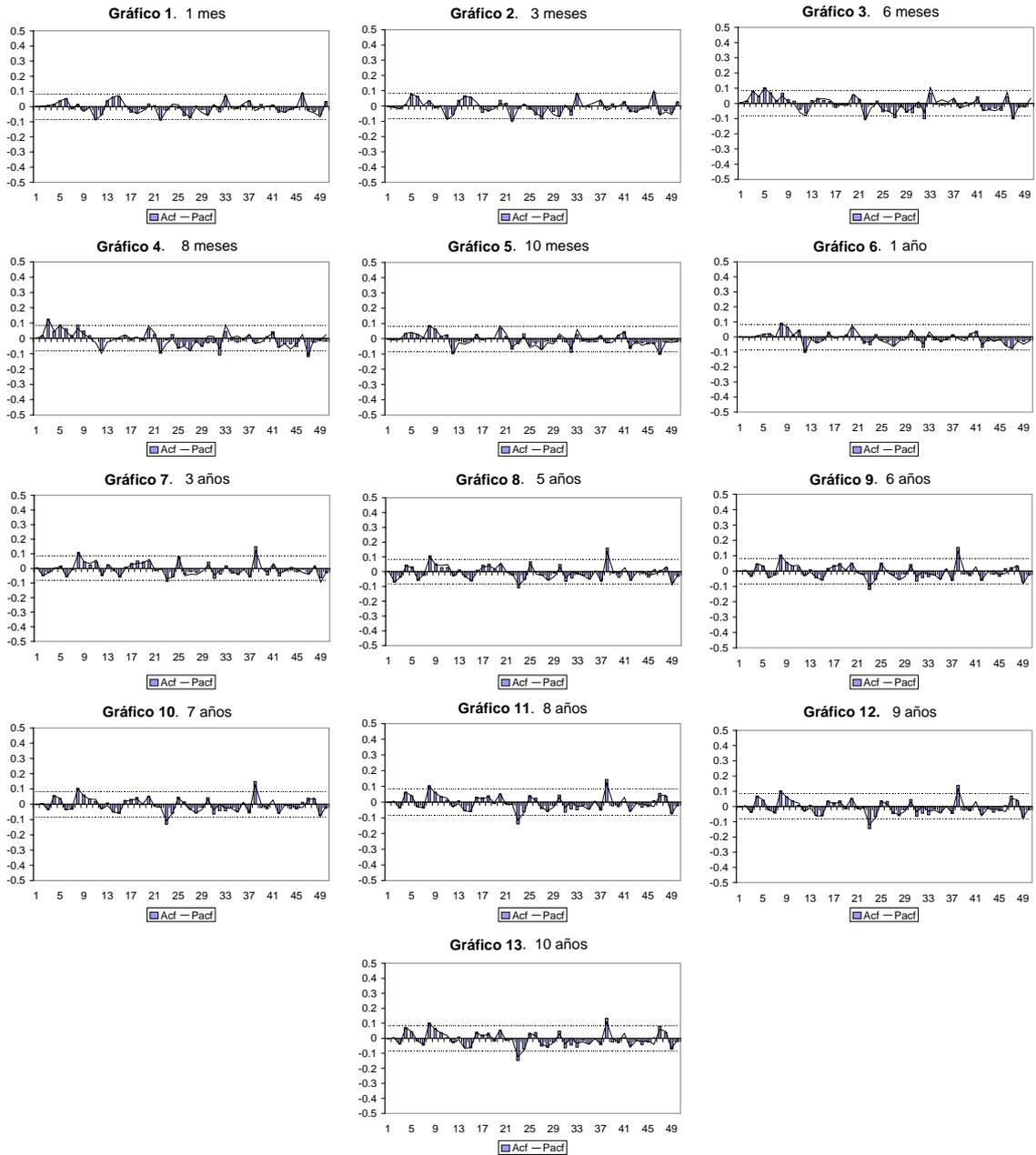
Junio de 1993 hasta Septiembre de 1995



Apéndice III(b): Innovaciones de los tipos de interés cupón cero

Funciones de Autocorrelación Simple (Acf) y Parcial (Pacf)

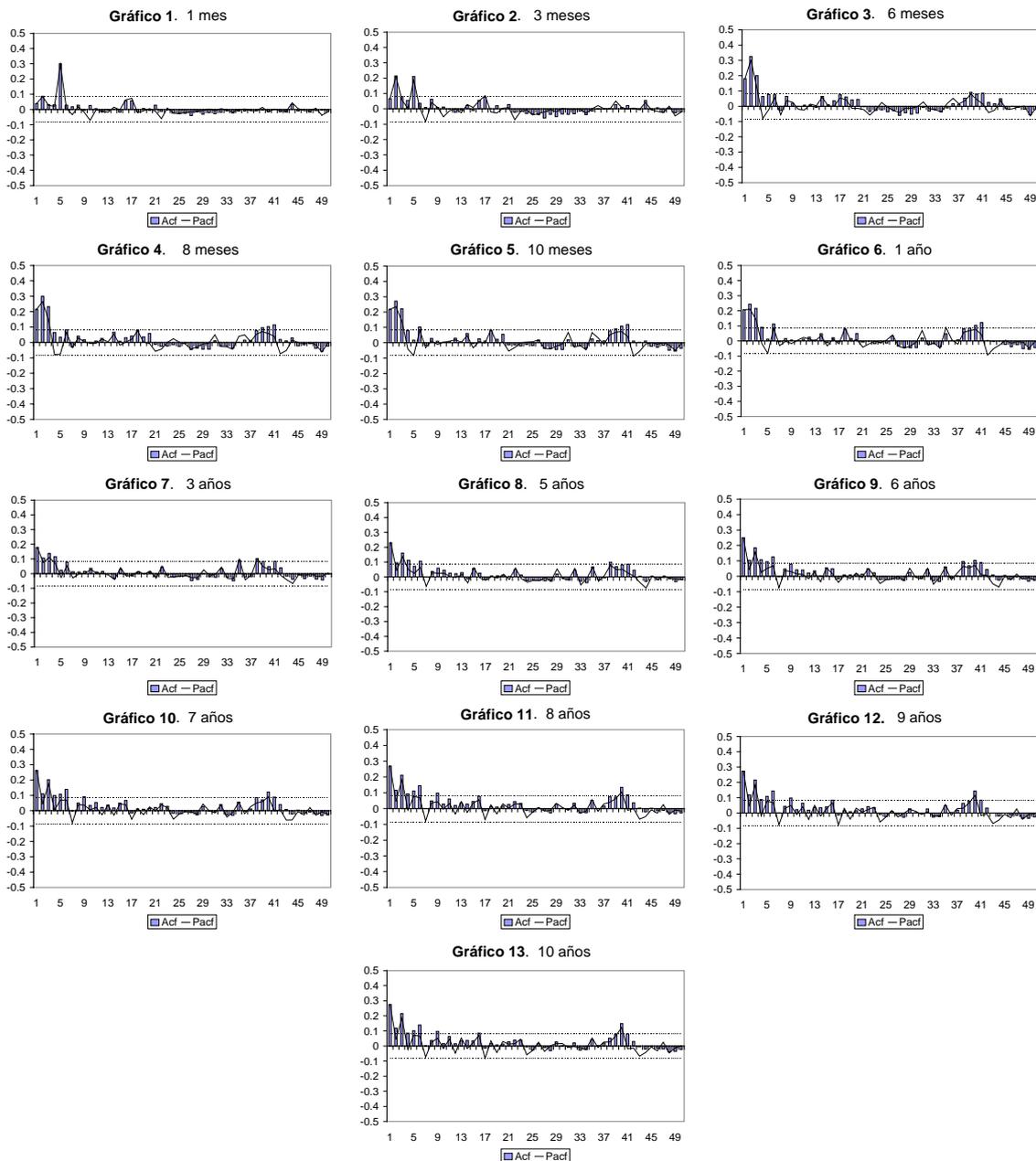
Octubre de 1995 hasta Diciembre de 1997



Apéndice IV(a): Innovaciones al cuadrado de los tipos de interés cupón cero

Funciones de Autocorrelación Simple (Acf) y Parcial (Pacf)

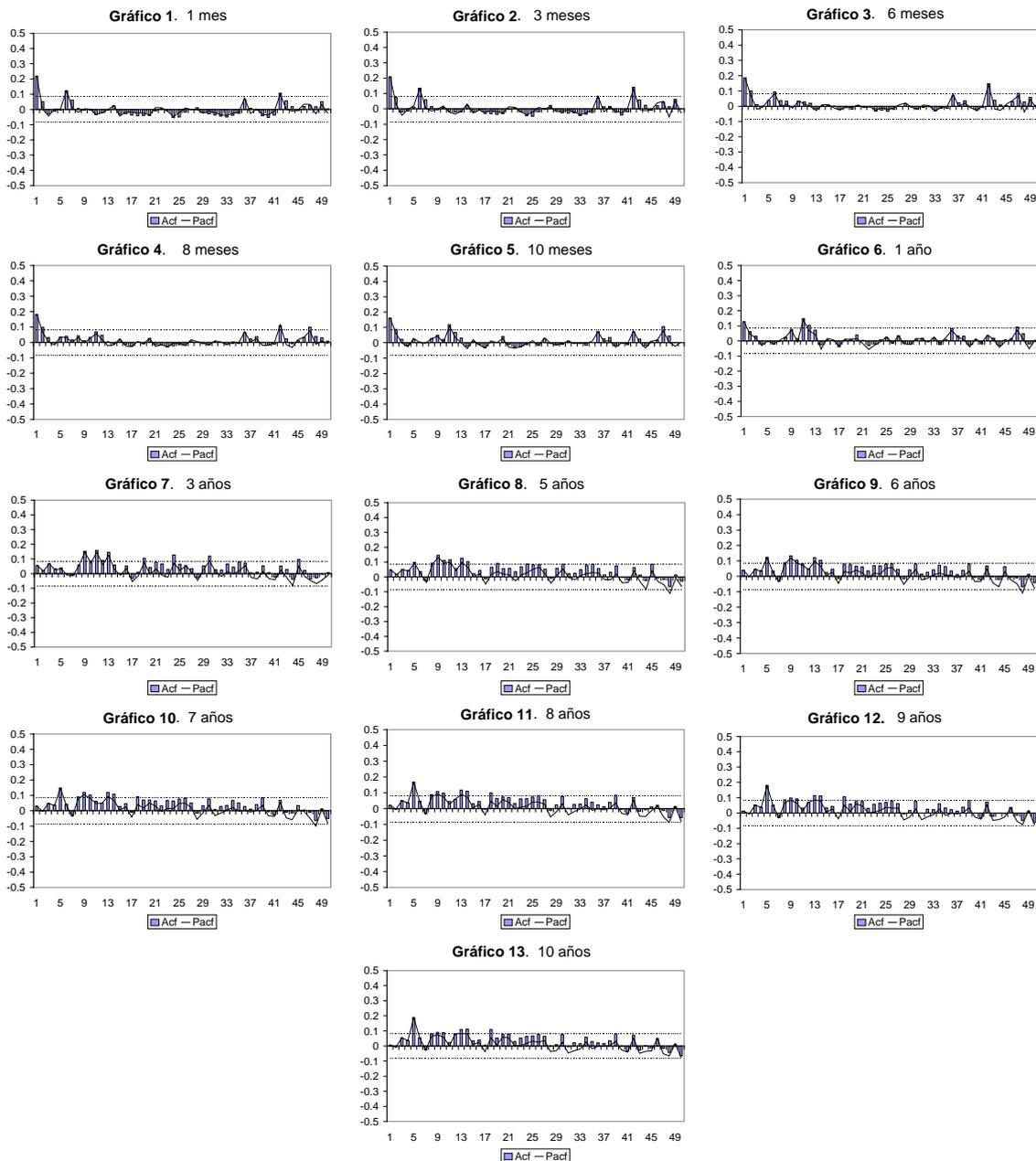
Junio de 1993 hasta Septiembre de 1995



Apéndice IV(b): Innovaciones al cuadrado de los tipos de interés cupón cero

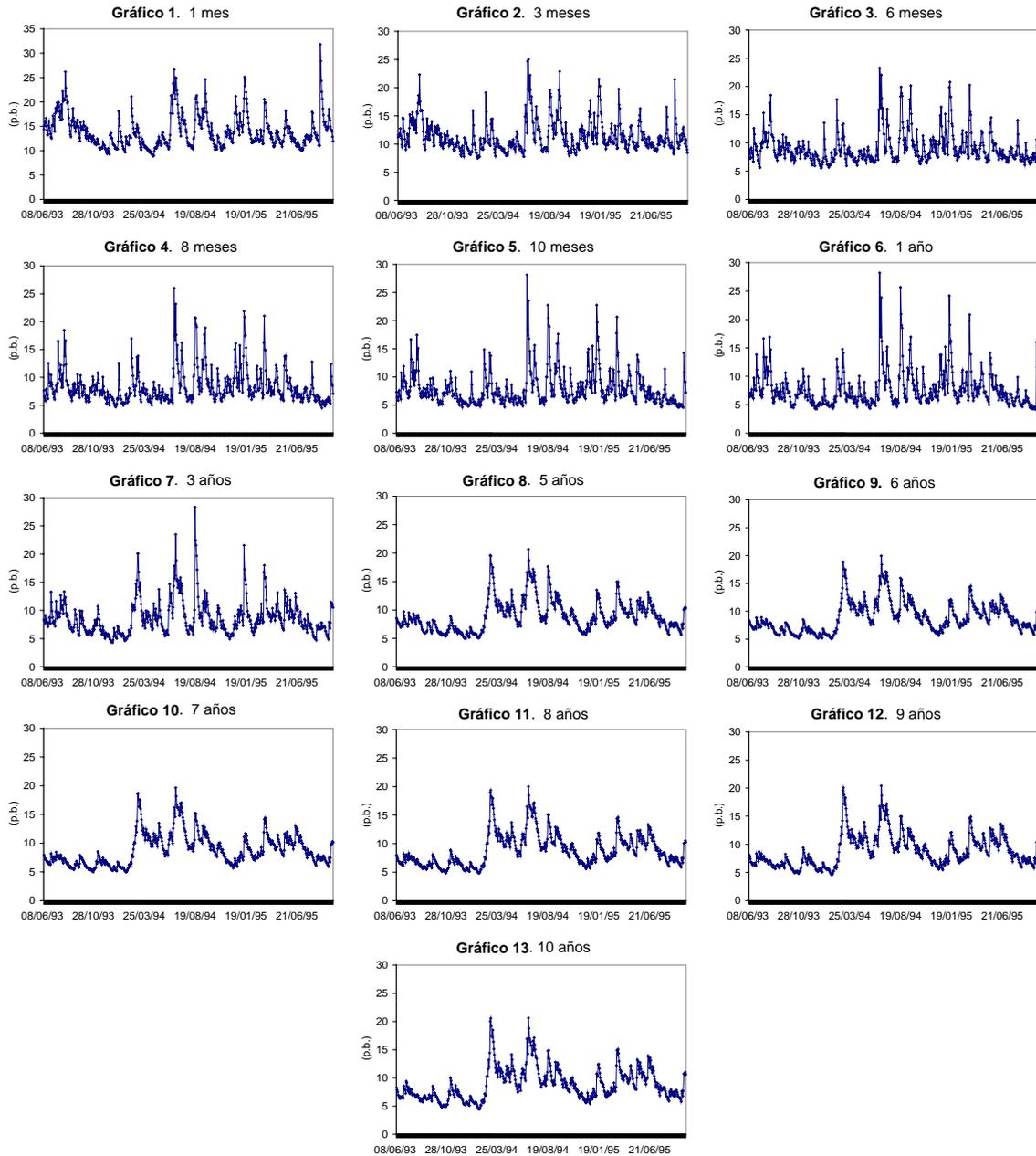
Funciones de Autocorrelación Simple (Acf) y Parcial (Pacf)

Octubre de 1995 hasta Diciembre de 1995



Apéndice V. Desviación Típica Condicional de los tipos de interés cupón cero.

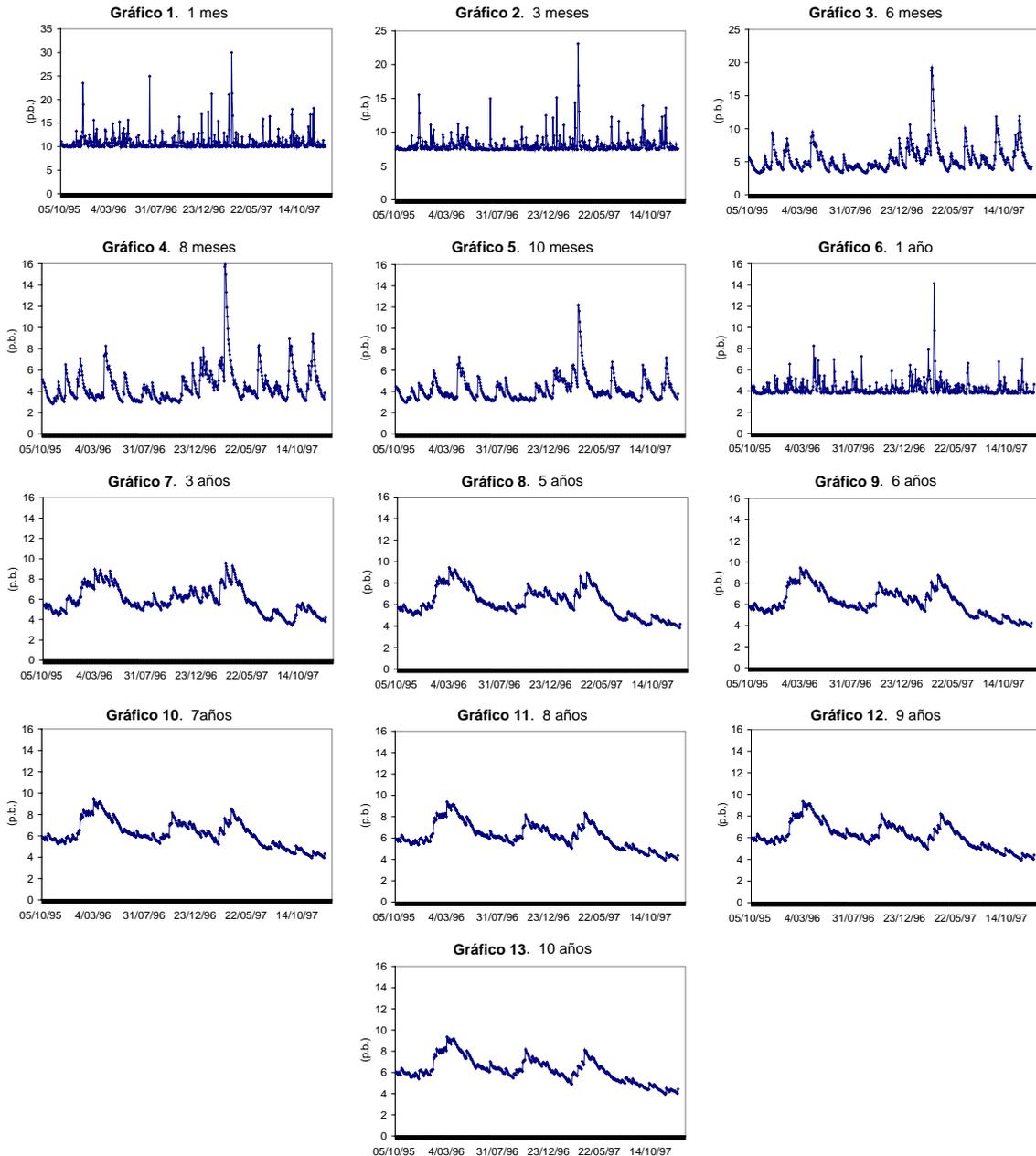
Junio de 1993 hasta Septiembre de 1995



Nota: En los gráficos de 1 a 13 se ha representado la desviación típica condicional de los tipos de interés a 1 mes, 3, 6, 8 y 10 meses, 1, 3, 5, 6, 7, 8, 9, y 10 años expresada en p.b..

Apéndice VI(a). Desviación Típica Condicional
de los tipos de interés cupón cero.

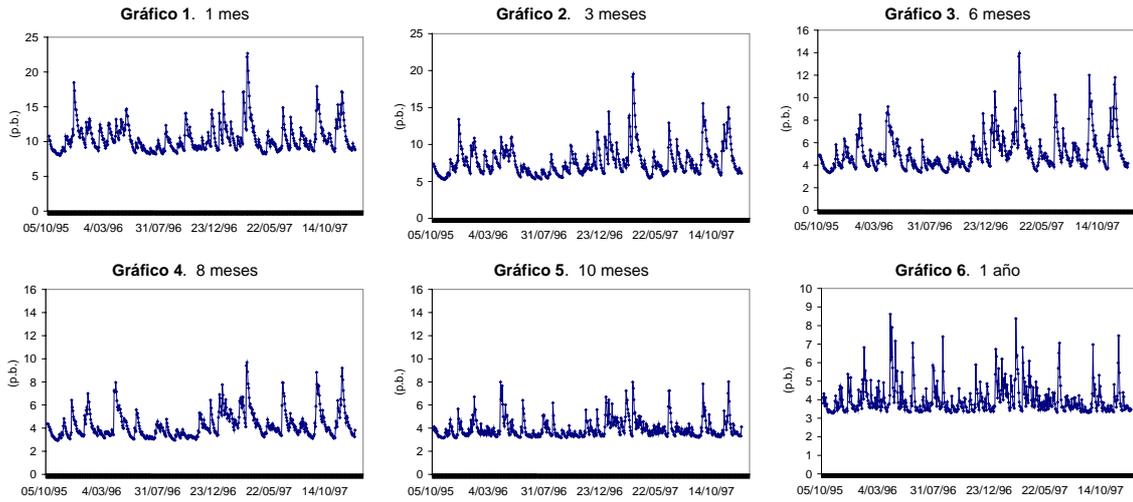
Octubre de 1995 hasta Diciembre de 1997



Nota: En los gráficos de 1 a 13 se ha representado la desviación típica condicional de los tipos de interés a 1 mes, 3, 6, 8 y 10 meses, 1, 3, 5, 6, 7, 8, 9, y 10 años expresada en p.b..

Apéndice VI(b). Desviación Típica Condicional
de los tipos de interés cupón cero.

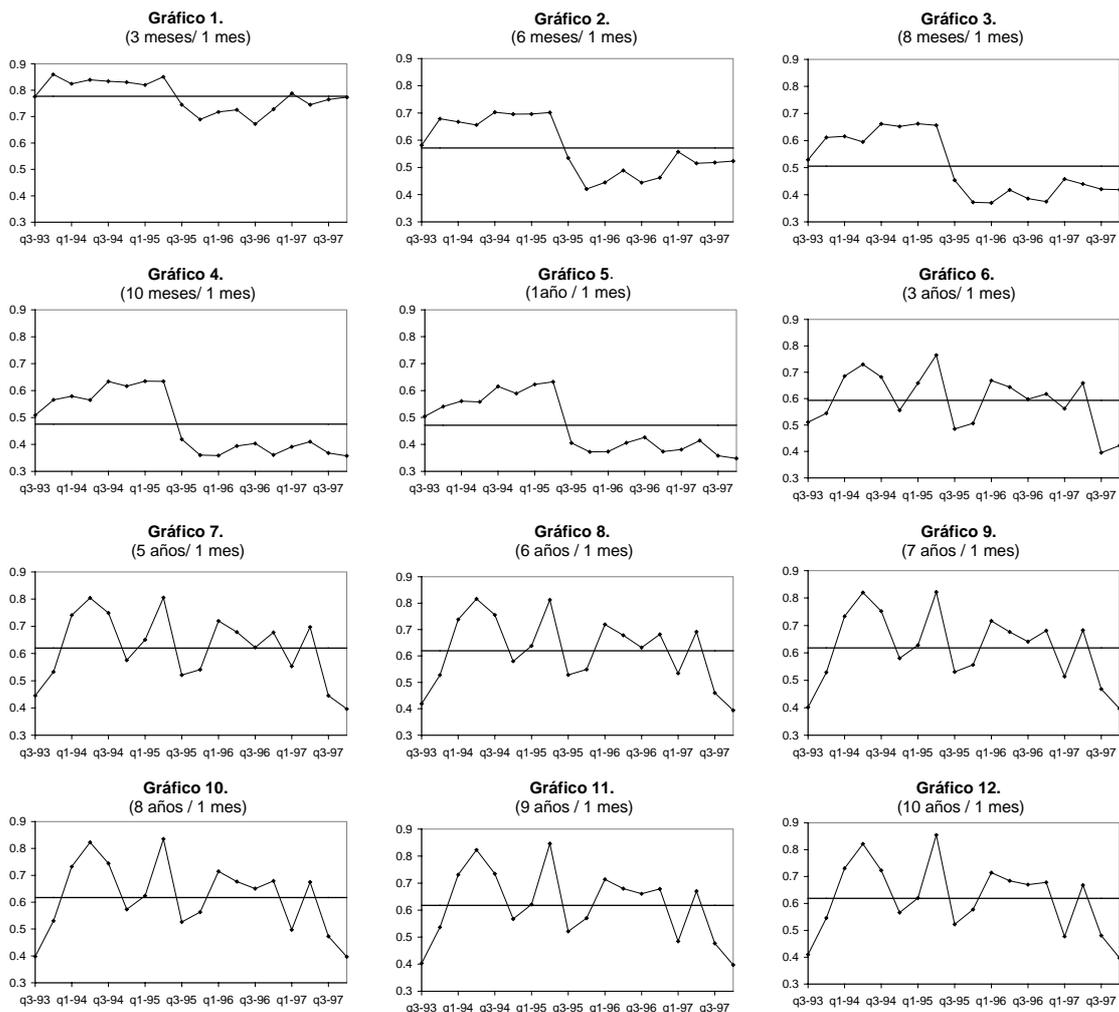
Octubre de 1995 hasta Diciembre de 1997



Nota: En los gráficos de 1 a 6 se ha representado la desviación típica condicional de los tipos de interés a 1 mes, 3, 6, 8 y 10 meses y 1 año expresada en puntos básicos (p.b.)

Apéndice VII. Volatilidad relativa de los tipos de interés con respecto al tipo a 1 mes.

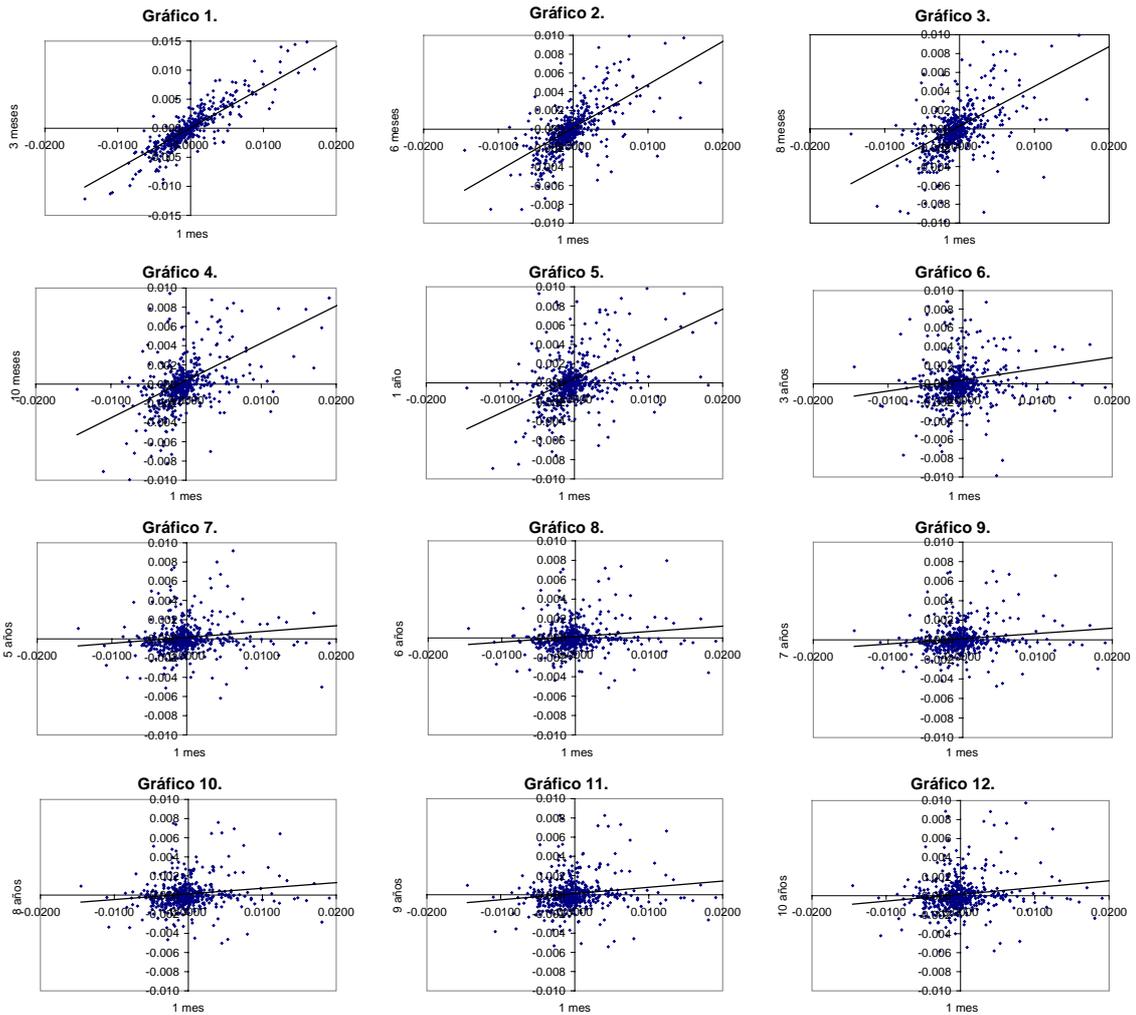
Junio de 1993 hasta Diciembre de 1997



Nota: En los gráficos 1 a 12 la línea continua de color negro representa la volatilidad relativa del tipo de interés a plazo j media en el periodo que abarca desde junio de 1993 hasta diciembre de 1997.

Apéndice VIII(a). Innovaciones en la volatilidad condicional de los tipos de interés cupón cero

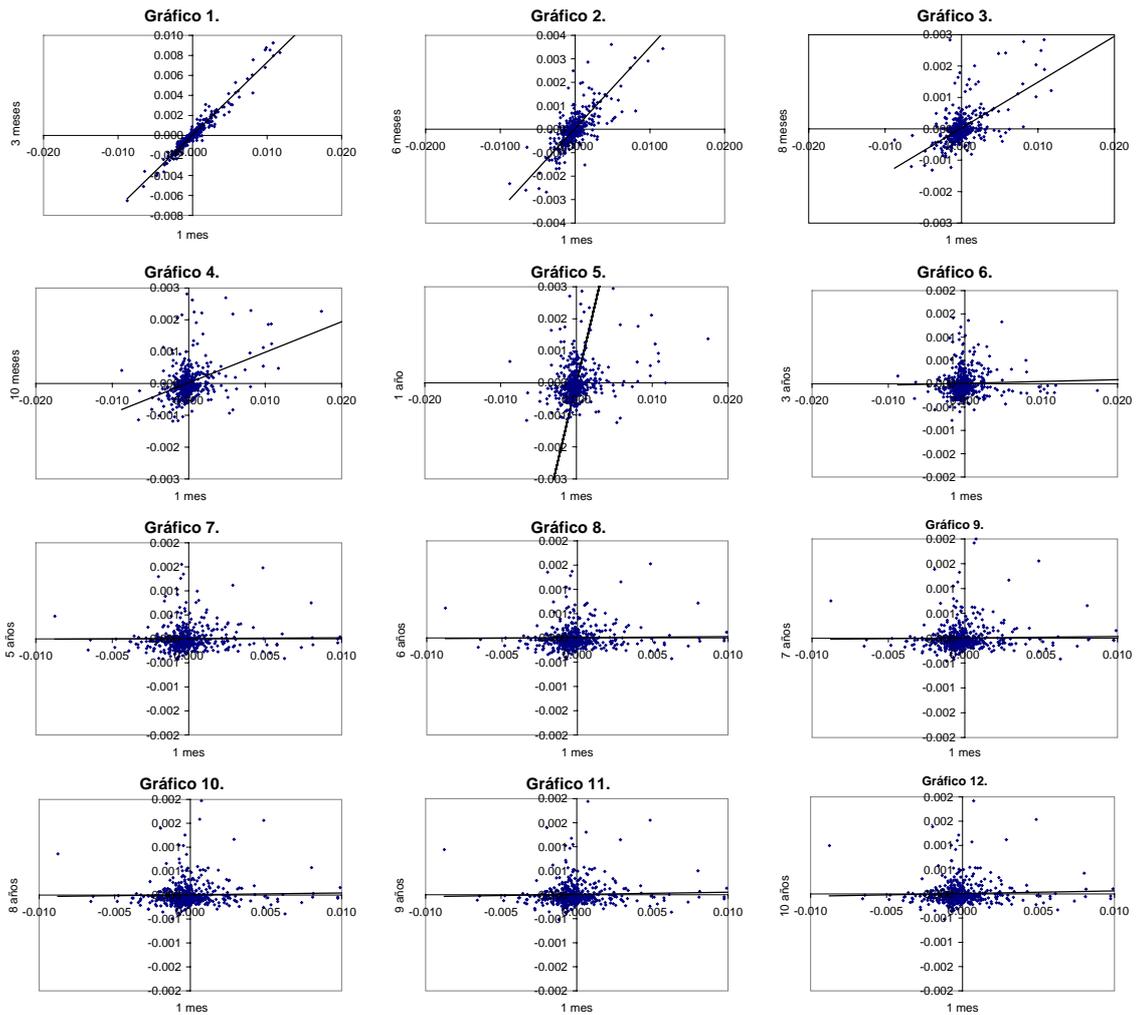
Junio de 1993 hasta Septiembre de 1995



Nota: La línea gruesa de color negro que aparece en los gráficos presentados, es la recta de regresión que se obtiene al estimar un modelo que relaciona linealmente las innovaciones en la volatilidad de los tipos de interés a plazos desde 3 meses hasta 10 años con las innovaciones en la volatilidad del tipo a 1 mes.

Apéndice VIII(b). Innovaciones en la volatilidad condicional de los tipos de interés cupón cero

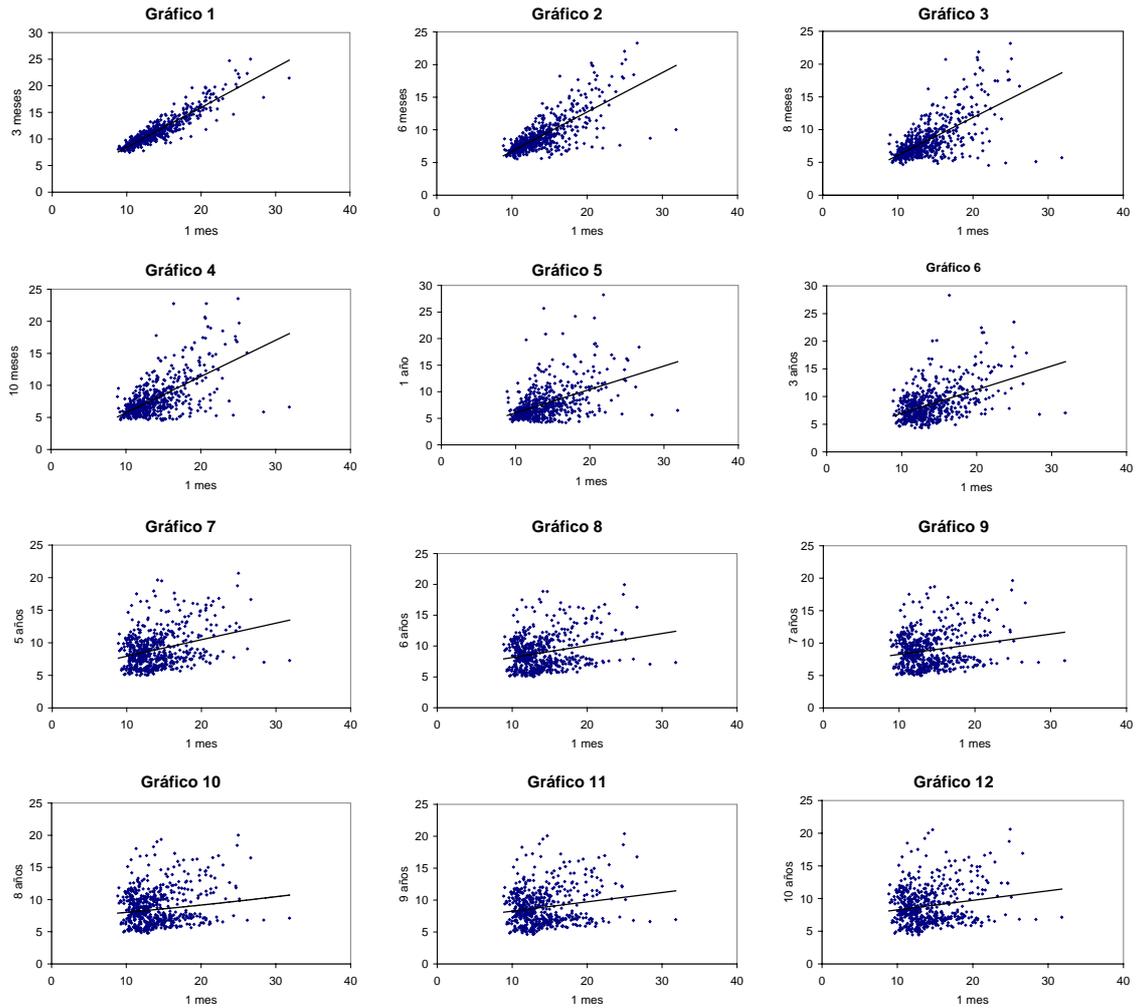
Octubre de 1995 hasta Diciembre de 1997



Nota: La línea gruesa de color negro que aparece en los gráficos presentados, es la recta de regresión que se obtiene al estimar un modelo que relaciona linealmente las innovaciones en la volatilidad de los tipos de interés a plazos desde 3 meses hasta 10 años con las innovaciones en la volatilidad del tipo a 1 mes.

Apéndice IX(a). Desviación típica condicional de los tipos de interés cupón cero

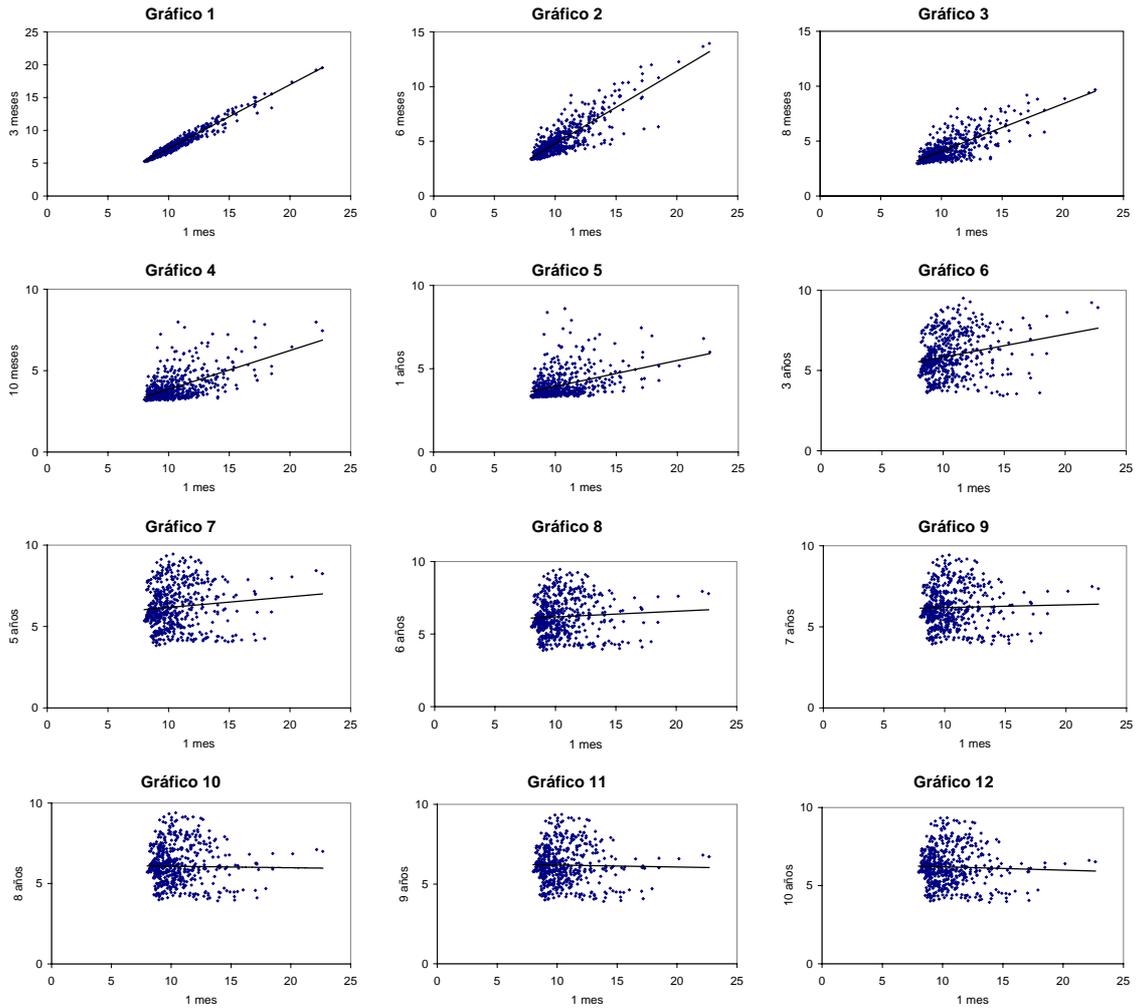
Octubre de 1995 hasta Diciembre de 1997



Nota: La línea gruesa de color negro que aparece en los gráficos presentados, es la recta de regresión que se obtiene al estimar un modelo que relaciona linealmente la volatilidad de los tipos de interés a plazos desde 3 meses hasta 10 años con la volatilidad del tipo a 1 mes.

Apéndice IX(b). Desviación típica condicional
de los tipos de interés cupón cero

Octubre de 1995 hasta Diciembre de 1997



Nota: La línea gruesa de color negro que aparece en los gráficos presentados, es la recta de regresión que se obtiene al estimar un modelo que relaciona linealmente la volatilidad de los tipos de interés a plazos desde 3 meses hasta 10 años con la volatilidad del tipo a 1 mes.

CAPITULO 4.

FACTORES COMUNES EN VOLATILIDAD. UN MODELO DE FACTORES DE LA ESTRUCTURA TEMPORAL DE VOLATILIDADES.

4.1 Introducción.

El objetivo del trabajo realizado en este capítulo es doble. En primer lugar, estamos interesados en evaluar si se dan movimientos conjuntos en los distintos tramos de la Estructura Temporal de Volatilidades¹ (ETV), y en caso de obtener evidencia favorable en este sentido, determinar cuántas variables o factores son necesarios para caracterizar sin pérdida de información relevante el riesgo de la ETTI en sus distintos tramos. A este respecto, los resultados obtenidos en el capítulo previo, donde no se detectó una transmisión de volatilidad significativa desde los tipos a corto hacia los tipos de interés a largo plazo, ponen de manifiesto que se necesita más de una variable para representar adecuadamente la información en la ETV.

En segundo lugar, estamos interesados en diseñar una medida que nos permita reducir el coste de estimar y prever el riesgo de la ETTI. Para ello hemos construido, sobre los resultados obtenidos en el análisis de factores comunes, un modelo de factores de la Estructura Temporal de Volatilidades que nos permite

¹ En este trabajo, denominamos Estructura Temporal de Volatilidades (ETV) a la función que relaciona la volatilidad condicional de los tipos de interés cupón cero con su vencimiento.

estimar y prever el riesgo de todo el espectro de tipos en la ETTI a partir de la estimación y previsión del riesgo de un número muy reducido de variables.

Las cuestiones objeto de estudio en este trabajo, resultan de especial interés en el área de economía financiera. Al respecto, basta decir que muchas de las metodologías desarrolladas para la gestión del riesgo de una cartera de activos, como por ejemplo, la metodología VaR (Value at Risk), precisan para su aplicación, obtener estimaciones de volatilidad de los rendimientos de los activos incluidos en la cartera, o alternativamente, si la cartera contiene títulos de deuda pública, se precisan en algunos casos, estimaciones de la volatilidad de los tipos de interés cupón cero a distintos vencimientos.

Tradicionalmente, la estimación del riesgo de un activo financiero, se ha realizado a partir de medidas sencillas, como por ejemplo la desviación típica muestral de los rendimientos de los activos. Aunque en el ámbito académico, en los últimos 15 años, se han desarrollado medidas más sofisticadas de la volatilidad de un activo financiero, que superan netamente a las medidas tradicionales, la utilización práctica de las mismas por parte de los gestores financieros no es muy frecuente².

En general, el alto coste computacional que requiere la estimación de estas medidas, es una de las razones por las que no se ha extendido su uso en la operativa diaria de muchos inversores.

Las cuestiones objeto de estudio en este capítulo se han analizado en dos períodos muestrales distintos. El primero de ellos abarca desde el 1 de junio de 1993 hasta el 29 de diciembre de 1995, y el segundo desde el 2 de octubre de 1995 hasta el 31 de diciembre de 1997.

Para el estudio de factores comunes en la volatilidad condicional de los tipos cupón cero de la deuda pública, hemos utilizado series de desviación típica condicional a plazos de 1 mes, 3, 6, 8 y 10 meses, 1, 3, 5, 6, 7, 8, 9 y 10 años,

² Ver sección 3.5 del capítulo 3, para una revisión de la literatura sobre las medidas de volatilidad.

obtenidas al estimar conjuntamente un modelo para la media y la varianza condicional del tipo EGARCH(1,1) en la primera muestra, y un GARCH(1,1) en la segunda, cuyas estimaciones obtuvimos en el capítulo 3.

Para evaluar si se dan movimientos conjuntos en los distintos tramos de la ETV hemos analizado correlaciones contemporáneas cruzadas entre las series de volatilidad condicional a los plazos referidos anteriormente.

Una vez que se ha detectado cierta evidencia sobre la presencia de movimientos conjuntos en los distintos tramos de la Estructura Temporal de Volatilidades (ETV), lo que sugiere que es posible explicar su información a partir de un número reducido de variables, se ha utilizado técnicas de componentes principales para determinar cuantas variables son necesarias para explicar un porcentaje suficientemente elevado de la variabilidad total de la ETV.

A este respecto, los resultados obtenidos, indican que los tres primeros componentes principales de los datos explican conjuntamente al menos el 95% de la variabilidad total.

Sobre la base de los resultados obtenidos en el análisis de componentes principales en las dos submuestras, hemos construido un modelo de factores de la Estructura Temporal de Volatilidades que explica de forma adecuada el comportamiento de la volatilidad de los tipos de interés tanto a corto como a largo plazo. En este modelo los factores explicativos de la ETV son los tres primeros componentes principales de los datos.

Antes de evaluar si el modelo propuesto genera previsiones de volatilidad condicional tan buenas como las obtenidas a partir de un modelo univariante hemos analizado, i) el efecto que sobre la ETV tienen cambios aislados en los tres primeros componentes principales y, ii) si los componentes estimados pueden ser representados como una combinación lineal de un número reducido de series de volatilidad y/o algunos diferenciales de volatilidad.

Una práctica común en los mercados financieros es utilizar uno o dos tipos de interés como variables de referencia para anticipar cambios en la curva de rendimientos y/o para gestionar el riesgo de una cartera de títulos de deuda pública. En este sentido, creemos que sería interesante poder ofrecer algún plazo determinado como variable de referencia para la estimación del riesgo de la ETTI. Para ello, hemos evaluado, si los tres primeros componentes estimados pueden ser identificados con la volatilidad de un tipo de interés a un plazo determinado o con algún diferencial de volatilidad entre tipos. Para este estudio hemos analizado gráficamente la relación mantenida entre los componentes principales y la volatilidad de los tipos de interés y/o algunos diferenciales de volatilidad entre tipos. De forma cuantitativa también hemos evaluado dicha relación mediante análisis de correlaciones.

Por último, para comprobar que el modelo de factores propuesto genera previsiones de volatilidad tan buenas como las obtenidas a partir de los modelos univariantes de volatilidad condicional, hemos comparado sus previsiones a distintos horizontes, con las obtenidas, para cada uno de los tipos de interés considerado, por la clase de modelos de Heterocedasticidad Condicional Autorregresiva. Concretamente, en la primera muestra analizada, se ha comparado las previsiones obtenidas por el modelo de factores con las obtenidas a partir de los modelos EGARCH(1,1), mientras que en la segunda muestra analizada, las previsiones generadas por el modelo de factores se han comparado con las obtenidas a partir de los modelos GARCH(1,1). Las previsiones realizadas se han hecho a horizontes de 2, 5, 10, 20 y 60 días de mercado. Para cada horizonte se han realizado previsiones durante 31 días consecutivos.

El resto del capítulo está organizado como sigue. En la sección 4.2 resumimos muy brevemente la literatura relacionada con el estudio de factores comunes en volatilidad. En la sección 4.3 calculamos matrices de correlaciones contemporáneas entre la volatilidad de los tipos de interés en los plazos

considerados en ambas muestras. En la sección 4.4 utilizamos técnicas de componentes principales para determinar cuántas variables son necesarias para explicar un porcentaje suficientemente elevado de las fluctuaciones en la ETV y construimos un modelo de factores de la ETV para explicar el comportamiento en volatilidad de los tipos de interés. En las secciones 4.5.1 y 4.5.2 generamos respectivamente, previsiones de la desviación típica condicional de los tipos de interés a partir de modelos univariantes de volatilidad, y a partir del modelo de factores propuesto. En la sección 4.5.3 comparamos las previsiones obtenidas con los modelos univariantes de volatilidad versus las obtenidas a partir del modelo de factores de la ETV. Por último, en la sección 4.6 presentamos las principales conclusiones.

4.2 ¿Qué dice la literatura?

Aunque la presencia de factores comunes en volatilidad no es una idea nueva, son pocos los trabajos que analizan explícitamente esta cuestión.

En esta área, un primer bloque de trabajos lo constituyen aquellos que, partiendo de la evidencia empírica de que las series de varianza condicional son altamente persistentes, se han dedicado a estudiar la posible presencia de cointegración o co-persistencia en varianza. [véase Bollerslev y Engle (1993)].

Un segundo bloque de trabajos lo constituyen aquellos que se han dedicado a estudiar la relación, que según la teoría de valoración de activos financieros, mantiene el rendimiento y el riesgo de activos financieros. En estos trabajos se asume implícitamente la presencia de factores comunes en la volatilidad condicional de un conjunto de activos, al estimar un modelo GARCH multivariante imponiendo la presencia de un factor común en volatilidad para facilitar la estimación de los modelos. Un ejemplo de este tipo de modelos se encuentra en Engle, NG. y Rothschild (1990).

Más recientemente en Alexander(2000) aunque no se estudia directamente la presencia de factores comunes en volatilidad, se presenta una metodología a partir de la cual es posible obtener, con un coste computacional muy reducido, matrices de varianzas y covarianzas, condicionales e incondicionales, de un amplio conjunto de activos financieros, a partir de la estimación univariante de la volatilidad de un número muy reducido de variables.

La metodología utilizada se basa en análisis de componentes principales. Mediante esta metodología se construye un modelo de factores para explicar el rendimiento diario de un amplio conjunto de activos financieros. El modelo planteado toma la siguiente expresión:

$$X = \bar{X} + ZW^T + E \quad (1)$$

donde, X es una matriz $n \times k$ que contienen como columnas el rendimiento estandarizado de k activos financieros; \bar{X} es una matriz $n \times k$ que contiene en columnas la media muestral de las k variables incluidas en X ; Z , de orden $n \times m$, contiene como columnas los m primeros componentes principales de los datos (X); la matriz W de orden $k \times m$, es la matriz resultante de multiplicar los m autovectores asociados a los m mayores autovalores de la matriz de varianzas y covarianzas de X por una matriz diagonal de orden $k \times k$ que contiene en la diagonal principal la desviación típica de las k variables incluidas en X . Por último, la matriz E de orden $n \times k$, recoge el error cometido al aproximar X por los m primeros componentes principales.

De (1) se deduce que:

$$\text{Var}(X) = W^T D W + \Sigma_\varepsilon$$

donde $D = (\text{diag}(\text{Var}(z_1); \text{Var}(z_2); \dots; \text{Var}(z_m)))$

de tal forma que:

$$\text{Var}(X) \approx W^T D W \quad (2)$$

utilizando la expresión (2) es posible obtener estimaciones de los $\frac{k(k+1)}{2}$ elementos de la matriz de varianzas y covarianzas de X al obtener estimaciones de las varianzas de los m componentes principales incluidos en el modelo.

La expresión (2) puede ser utilizada también para estimar los segundos momentos condicionales de un amplio conjunto de rendimientos de activos financieros, al obtener previamente estimaciones de la varianza condicional de los componentes principales.

Para estimar la volatilidad condicional de los componentes principales se ha utilizado dos tipos de metodologías: medias móviles ponderadas exponencialmente (metodología utilizada por Riskmetrics) y modelización GARCH univariante.

Para validar el modelo planteado su autor compara gráficamente las estimaciones obtenidas con el mismo con las obtenidas para cada rendimiento a partir de la estimación univariante (GARCH y media móvil exponencial). En todos los casos analizados³ las estimaciones de la volatilidad obtenidas mediante el modelo de factores son muy similares a las obtenidas mediante los modelos univariantes. Sin embargo el coste computacional es muy inferior cuando se utiliza el modelo propuesto.

4.3 Correlaciones entre volatilidades.

Como en el capítulo previo, donde se estudió la presencia de mecanismos de transmisión de volatilidades, el estudio de factores comunes en la volatilidad condicional de los tipos cupón cero de la deuda pública se ha realizado en dos períodos muestrales: el primero abarca desde el 1 de junio de 1993 hasta el 31 de

³ El trabajo se ha realizado para distintos conjuntos de rendimientos financieros. Cuatro índices de acciones bursátiles europeas (CAD40(francés); FTSE100(inglés) DAX30, AEX(holandés); Variaciones diarias de tipos cupón cero de deuda inglesa a 11 vencimientos (1 mes, 2, 3, 6, 9, y 12 meses, 1, 2, 3, 4, 5, 7 y 10 años). Por último, rendimientos diarios de futuros sobre el precio del crudo a 12 vencimientos distintos, desde 1 hasta 12 meses.

septiembre de 1995, y el segundo, abarca desde el 2 de octubre de 1995 hasta el 31 de diciembre de 1997.

En el capítulo anterior, se justificaron las razones por las cuales se consideró conveniente dividir el periodo muestral que abarca desde junio de 1993 hasta diciembre de 1997, en ambos subperíodos. Básicamente, es porque detectamos algunas diferencias en los momentos muestrales que caracterizan la distribución de frecuencias de las variaciones diarias de los tipos de interés en ambos períodos. Probablemente, como consecuencia de ello, se detectaron algunas diferencias en las pautas de comportamiento de la volatilidad de los tipos de interés en ambas submuestras, lo cual parece sugerir que en torno a mediados de 1995 se produjo un cambio estructural en la volatilidad de los tipos de interés.

Para abordar el estudio de factores comunes en la volatilidad condicional de los tipos cupón cero, hemos utilizado series de desviación típica condicional de los tipos de interés a plazos de 1 mes, 3, 6, 8 y 10 meses, 1, 3, 5, 6, 7, 8, 9 y 10 años, obtenidas al estimar conjuntamente un modelo para la media y la varianza condicional del tipo EGARCH(1,1) en la primera submuestra, y del tipo GARCH(1,1) en la segunda. Para cada plazo, dichas series fueron estimadas en el capítulo 3.

Previo al estudio de factores comunes, analizamos en esta sección la evidencia a cerca de movimientos conjuntos en los distintos tramos de la Estructura Temporal de Volatilidades mediante sus correlaciones cruzadas. Concretamente, las tablas 1 y 2 presentan las matrices de correlaciones contemporáneas cruzadas obtenidas a partir de las series de desviación típica condicional de los tipos de interés a 1 mes, 3, 6, 8 y 10 meses, 1, 3, 5, 6, 7, 8, 9, y 10 años, estimadas en las dos submuestras.

Tabla 1. Matriz de correlaciones contemporáneas entre volatilidades.

Capítulo 4. Factores Comunes en Volatilidad

Jun.93 hasta Sept.95													
	1 mes	3 meses	6 meses	8 meses	10 meses	1 año	3 años	5 años	6 años	7 años	8 años	9 años	10 años
1 mes	1,00												
3 meses	0,91	1,00											
6 meses	0,74	0,91	1,00										
8 meses	0,64	0,83	0,98	1,00									
10 meses	0,62	0,78	0,94	0,98	1,00								
1 año	0,59	0,74	0,90	0,95	0,99	1,00							
3 años	0,47	0,56	0,67	0,71	0,75	0,78	1,00						
5 años	0,31	0,40	0,49	0,52	0,55	0,57	0,88	1,00					
6 años	0,24	0,33	0,43	0,45	0,48	0,50	0,82	0,99	1,00				
7 años	0,20	0,29	0,39	0,42	0,45	0,47	0,78	0,98	1,00	1,00			
8 años	0,18	0,28	0,38	0,41	0,44	0,46	0,78	0,97	0,99	1,00	1,00		
9 años	0,18	0,28	0,38	0,42	0,45	0,47	0,78	0,97	0,99	0,99	1,00	1,00	
10 años	0,18	0,28	0,38	0,42	0,45	0,48	0,78	0,96	0,98	0,99	0,99	1,00	1,00

Tabla 2. Matriz de correlaciones contemporáneas entre volatilidades.

Oct.95 hasta Dic.97													
	1 mes	3 meses	6 meses	8 meses	10 meses	1 año	3 años	5 años	6 años	7 años	8 años	9 años	10 años
1 mes	1,00												
3 meses	0,98	1,00											
6 meses	0,85	0,93	1,00										
8 meses	0,76	0,85	0,95	1,00									
10 meses	0,58	0,64	0,79	0,89	1,00								
1 año	0,39	0,43	0,58	0,71	0,93	1,00							
3 años	0,23	0,19	0,15	0,17	0,23	0,31	1,00						
5 años	0,10	0,07	0,03	0,05	0,13	0,22	0,95	1,00					
6 años	0,06	0,03	-0,01	0,01	0,10	0,20	0,92	0,99	1,00				
7 años	0,03	-0,01	-0,05	-0,03	0,07	0,18	0,90	0,98	0,99	1,00			
8 años	0,00	-0,05	-0,04	-0,07	0,05	0,16	0,87	0,97	0,99	1,00	1,00		
9 años	-0,02	-0,07	-0,11	-0,10	0,02	0,15	0,84	0,95	0,98	0,99	1,00	1,00	
10 años	-0,04	-0,09	-0,13	-0,12	0,01	0,13	0,82	0,94	0,96	0,98	0,99	1,00	1,00

Las estimaciones obtenidas ponen de manifiesto algunas cuestiones interesantes:

- 1) En primer lugar, cabe observar la alta correlación que en ambas muestras mantiene la desviación típica condicional del tipo a 1 mes con las series de desviación típica condicional de los tipos de interés en el tramo corto de la curva, desde 3 meses hasta 8 meses, siendo algo más reducida con respecto a los tipos a 10 meses y 1 año. Así por ejemplo, la correlación contemporánea estimada entre la volatilidad del tipo a 1 mes y la volatilidad de los tipos de interés a 3, 6, 8 meses y

1 año, es de 0,91, 0,74, 0,64 y 0,59 en la primera muestra, y de 0,98, 0,85, 0,76 y 0,39 en la segunda. Estos resultados son consistentes con los obtenidos en el capítulo 3, en el que se detectó la presencia de mecanismos de transmisión de volatilidad significativos desde el tipo a 1 mes hacia la volatilidad de los tipos de interés a corto plazo. Al respecto, y de forma consistente con los resultados obtenidos en el estudio de transmisión de volatilidades, en el que no se detectó una transmisión significativa desde el tramo corto hacia el tramo medio y largo, cabe observar que la correlación estimada entre la volatilidad del tipo a 1 mes y la de los tipos de interés a plazos superiores a 1 año, disminuye drásticamente con respecto a las obtenidas en el tramo corto, especialmente en la segunda muestra.

Aproximando la desviación típica de las correlaciones estimadas por $1/\sqrt{T}$, que en la primera muestra es 0,042 y 0,043 en la segunda, puede observarse además que las correlaciones estimadas entre la volatilidad de los tipos de interés a corto plazo, desde 1 mes hasta 1 año, y la volatilidad de los tipos de interés a plazos superiores a 1 año, no son en la segunda muestra analizada estadísticamente significativas, a niveles razonables de confianza, aunque si lo son en la primera. Este resultado vuelve a poner de manifiesto que posiblemente la transmisión de volatilidad es creciente con el nivel de volatilidad, cuestión sobre la cual se obtuvo cierta evidencia en el capítulo anterior.

Cabe observar además, que algunas de las correlaciones estimadas entre las series de volatilidad de los tipos a corto y largo plazo son negativas en la segunda submuestra, lo que no parece razonable desde el punto de vista teórico. Sin embargo, es probable que dichas estimaciones esten sesgadas por la presencia de algunos valores extremos.

2) En segundo lugar, se ha observado que las correlaciones estimadas entre las series de volatilidad son especialmente altas entre los tipos de interés más próximos en plazo, lo que proporciona cierta evidencia sobre la presencia de movimientos conjuntos en los distintos tramos de la ETV. Concretamente, las

estimaciones obtenidas parecen sugerir que se dan movimientos simultáneos en tres tramos distintos de la Estructura Temporal de Volatilidades.

Así, un primer tramo donde se observa una elevada relación entre volatilidades, es el definido entre los tipos de interés a 1 mes y 6 meses. Concretamente, en este tramo las correlaciones estimadas oscilan entre 0,74 y 0,91 en la primera muestra y entre 0,85 y 0,98 en la segunda. Un segundo tramo, donde se observa una elevada correlación entre volatilidades, es el definido entre plazos a 6 meses y 1 año. Concretamente, en este segundo tramo, las correlaciones estimadas oscilan entre 0,90 y 0,99 en la primera muestra y entre 0,58 y 0,95 en la segunda muestra. Por último, un tercer tramo donde se observa una estrecha relación entre volatilidades, es el definido entre los tipos de interés a plazos de 3 hasta 10 años. Concretamente, en este tramo las correlaciones estimadas oscilan entre 0,78 y 0,99 en la primera muestra y 0,82 y 0,99 en la segunda muestra.

Las estimaciones obtenidas ponen de manifiesto dos cosas. Por un lado la elevada correlación estimada entre la volatilidad de los tipos de interés más próximos en plazo, sugiere que efectivamente se dan movimientos conjuntos en los distintos tramos de la ETV, y por tanto, que es posible resumir su información a partir de un número reducido de variables. En segundo lugar, la elevada correlación estimada en tres tramos distintos de la Estructura Temporal de Volatilidades sugiere que posiblemente sean suficientes tres variables para caracterizar sin pérdida de información relevante el riesgo de la ETTI en sus distintos tramos.

4.4 Reducción de la dimensión de la ETV.

Una vez que se ha obtenido en la sección anterior cierta evidencia sobre la existencia de movimientos conjuntos en los distintos tramos de la Estructura Temporal de Volatilidades (ETV), lo cual sugiere que es posible resumir la información contenida en la ETV a partir de un número reducido de variables, estamos interesados en esta sección en determinar cuántas variables o factores son necesarios para describir el riesgo de la ETTI en sus distintos tramos con una mínima pérdida de información.

4.4.1 Componentes principales de la ETV.

Para tal objetivo hemos utilizado técnicas de componentes principales, que nos permite evaluar cuál es el número de variables necesarias para explicar un porcentaje suficientemente elevado de las fluctuaciones en la ETV.

El análisis de componentes principales tiene como objetivo, dadas n observaciones de k variables, analizar si es posible representar adecuadamente esta información con un número menor de variables que sean combinaciones lineales de las originales. Una descripción detallada de esta metodología se presenta en el apéndice I de este capítulo.

Como se muestra en dicho apéndice, el análisis de componentes principales permite representar la información contenida en una matriz de orden $n \times k$, como una combinación lineal de k variables incorrelacionadas que se denominan *componentes principales* de los datos. Este tipo de técnicas, permite además determinar que proporción de la varianza total de la matriz cuya información se quiere resumir, puede ser explicada por cada componente.

La varianza del primer componente principal es el máximo autovalor asociado a la matriz de varianzas y covarianzas muestral de los datos. La varianza del segundo componente principal es el segundo autovalor de mayor tamaño de la matriz de varianzas y covarianzas muestral de los datos. La varianza del tercer

componente principal es el tercer autovalor de mayor tamaño de la matriz de varianzas y covarianzas muestral de los datos, y así sucesivamente.

De ello se deriva que la proporción de varianza total explicada por el componente principal i -ésimo viene dada por:

$$p_i = \frac{\lambda_i}{\sum_{j=1}^k \lambda_j}$$

donde λ_i es el autovalor i -ésimo de la matriz de varianzas y covarianzas de los datos, y $\sum_{j=1}^k \lambda_j$ es la varianza total de la matriz de datos.

En este trabajo, la matriz cuya información se quiere resumir contiene en columnas la desviación típica condicional de los tipos de interés a plazos de 1 mes, 3, 6, 8 y 10 meses, 1, 3, 5, 6, 7, 8, 9 y 10 años. Por tanto, cada fila de dicha matriz representa la Estructura Temporal de Volatilidades estimada en un determinado día a partir de los segundos momentos condicionales de los tipos de interés.

No obstante, el análisis de componentes principales se ha realizado sobre las series de desviación típica condicional estandarizadas de los tipos de interés en los plazos mencionados.

Las tablas 3 y 4, presentan los autovalores asociados a la matriz de varianzas y covarianzas muestral de la matriz de datos estandarizados en los dos períodos analizados.

Tabla 3. Análisis de autovalores.

Jun.93 hasta Sept.95

Autovalores	Varianza explicada	R ² acumulado (%)
8,81	67,76	67,76
3,22	24,79	92,55
0,63	4,81	97,36
0,21	1,63	99,00
0,08	0,59	99,58
0,03	0,24	99,82
0,02	0,13	99,95
0,00	0,03	99,98
0,00	0,01	99,99
0,00	0,01	100,00
0,00	0,01	100,00
0,00	0,00	100,00
0,00	0,00	100,00

Tabla 4. Análisis de autovalores

Oct.95 hasta Dic.97

Autovalores	Varianza explicada	R ² acumulado (%)
6,81	52,35	52,35
4,81	37,02	89,36
0,96	7,41	96,78
0,19	1,48	98,26
0,17	1,30	99,56
0,02	0,19	99,74
0,02	0,14	99,88
0,01	0,09	99,97
0,00	0,02	99,99
0,00	0,01	100,00
0,00	0,00	100,00
0,00	0,00	100,00
0,00	0,00	100,00

En ambas muestras, los tres primeros componentes principales estimados explican al menos el 95% de la variabilidad total de la ETV en los plazos considerados en este trabajo, mientras que los dos primeros componentes explican algo más del 85% de la varianza total. Estos resultados indican que se necesitan al menos tres variables para explicar una proporción razonablemente alta de la varianza total, y, por tanto, que se necesita un mínimo de tres factores para caracterizar sin pérdida de información relevante el riesgo de todo el espectro de tipos en la ETTI.

Estos resultados son similares a los presentados en la sección 2.6.1 del capítulo 2, donde se aplicaron técnicas de componentes principales a las variaciones diarias de los tipos de interés. También están en línea con los obtenidos en la literatura dedicada al análisis de componentes principales realizado sobre los rendimientos de los bonos a distintos vencimientos.

Aunque no se puede hacer una comparación directa entre ambas líneas de análisis, pues en este trabajo el estudio de componentes principales no se ha realizado sobre las variaciones diarias de los tipos de interés sino sobre una medida de riesgo de los tipos cupón cero, es interesante observar que el número mínimo de variables necesarias para caracterizar el riesgo de la ETTI, es similar a las necesarias para estimar los cambios en las variaciones diarias de la curva de rendimientos.

Una vez que hemos determinado cuántos factores son necesarios para explicar un porcentaje suficientemente elevado de las fluctuaciones en la Estructura Temporal de Volatilidades, estamos interesados en evaluar la capacidad que los tres primeros componentes principales de los datos tienen para explicar el comportamiento dinámico de la volatilidad de los tipos de interés, tanto a corto como a largo plazo. Para ello hemos construido el siguiente modelo:

$$H = \bar{H} + Z_1 A_1^T D + E \quad (1)$$

donde las matrices H y \bar{H} , de orden $n \times k$, contienen como columnas la desviación típica condicional de los tipos de interés en los plazos considerados, la primera de ellas, y la media muestral de las k variables incluidas en la matriz H , la segunda matriz. La matriz Z_1 es de orden $n \times 3$ y contiene como columnas los tres primeros componentes principales de la matriz de datos estandarizados. La matriz A_1 es de orden $k \times 3$ y contiene en columnas los autovectores asociados a los tres mayores autovalores de la matriz de varianzas y covarianzas muestral de los datos estandarizados (tabla 7 y 10). La matriz D , de orden $k \times k$, es una matriz diagonal que contiene en la diagonal principal la desviación típica muestral de las k variables incluidas en H . Por último, la matriz E , de orden $n \times k$, representa el error cometido al aproximar la información contenida en la matriz H por los tres primeros componentes principales de la matriz de datos estandarizados.

La medida utilizada para evaluar la bondad de ajuste del modelo (1) es la raíz cuadrada del error cuadrático medio (RECM) en las dos submuestras (tabla 13):

Tabla 13. Raíz cuadrada del error cuadrático medio

	Jun.93/Sept.95	Oct.95/Dic.97
1mes	0,038	0,042
3 meses	0,039	0,021
6 meses	0,061	0,069
8 meses	0,051	0,061
10 meses	0,033	0,020
1 año	0,069	0,037
3 años	0,127	0,084
5 años	0,037	0,028
6 años	0,023	0,015
7 años	0,027	0,013
8 años	0,027	0,021
9 años	0,032	0,029
10 años	0,044	0,037

En términos porcentuales, el error medio cometido en las dos muestras analizadas es bastante pequeño, ya que en general es inferior al 5%. Cabe observar

no obstante, que el ajuste es algo mejor en el tramo largo de la ETV que en el corto, en ambas muestras.

Los resultados presentados en esta sección son interesantes por cuanto que ponen de manifiesto que, 1) los tres primeros componentes principales de la matriz \tilde{H} , que contiene como columnas la desviación típica condicional estandarizada de los tipos de interés a plazos de 1 mes, 3, 6, 8 y 10 meses, 1, 3, 5, 6, 7, 8, 9 y 10 años, explican un porcentaje muy elevado de las fluctuaciones en dicha matriz y, 2) que dichos componentes explican de forma razonable el comportamiento dinámico de la volatilidad de los tipos cupón cero tanto a corto como a largo plazo.

4.4.2 Componentes principales y cambios en la ETV.

En esta sección analizamos el tipo de cambios que los tres primeros componentes principales de los datos estandarizados imprimen sobre la Estructura Temporal de Volatilidades.

Como se muestra en la expresión (9) del apéndice I el efecto que cada componente principal tiene sobre las k variables incluidas en la matriz cuya información se quiere resumir, viene dado por los coeficientes de la matriz resultante de multiplicar la traspuesta de la matriz de autovectores asociados a la matriz de varianzas y covarianzas muestral de los datos estandarizados, por una matriz diagonal formada por la desviación típica muestral de las k variables contenidas en la matriz de datos. En lo sucesivo, denominamos a los coeficientes de esta matriz “*factores de carga*”.

Dicha matriz contiene por filas los coeficientes que determinan el efecto que cada componente principal tiene sobre las k variables incluidas en H . Esto significa que, por ejemplo en este trabajo, los coeficientes de la primera fila de dicha matriz, recogen el efecto que el primer componente principal tiene sobre la

desviación típica condicional de los tipos de interés a plazos de 1 mes, 3, 6, 8 y 10 meses, 1, 3, 5 hasta 10 años.

En la tabla 5 presentamos los factores de carga obtenidos en la primera submuestra.

Tabla 5. Factores de carga

Jun.93 hasta Sept.95

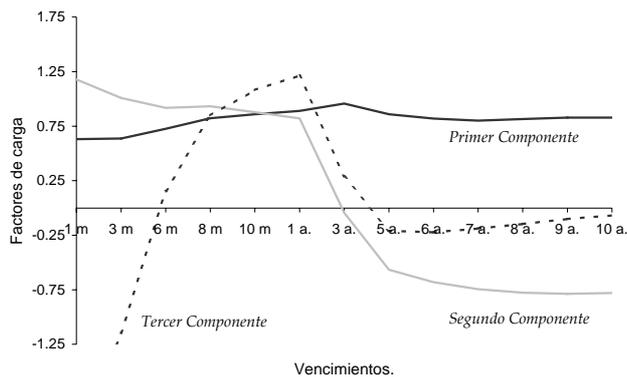
1 m.	3 m.	6 m.	8 m.	10 m.	1 a.	3 a.	5 a.	6 a.	7 a.	8 a.	9 a.	10 a.
0,63	0,64	0,73	0,82	0,86	0,89	0,96	0,86	0,82	0,80	0,82	0,83	0,83
1,18	1,01	0,92	0,93	0,88	0,82	-0,04	-0,57	-0,68	-0,74	-0,78	-0,79	-0,78
-2,32	-1,15	0,16	0,85	1,08	1,22	0,29	-0,21	-0,22	-0,19	-0,15	-0,10	-0,07

La representación gráfica de dichos coeficientes se presenta en el gráfico 1.

Gráfico 1. Estructura Temporal de Volatilidades

Análisis de Componentes Principales

Jun. 93 hasta Sept.95



Como puede observarse en la primera fila de la tabla 5, los coeficientes que determinan el efecto que cambios en el primer componente principal tienen sobre

las variables incluidas en H , son todos del mismo signo y de una magnitud similar, lo que refleja que, cambios en este componente generan cambios de nivel en la Estructura Temporal de Volatilidades. Concretamente el hecho de que dichos coeficientes sean de tamaño similar pone de manifiesto que este componente es responsable de cambios paralelos en la ETV.

Por otra parte, los coeficientes que determinan el efecto que un cambio en el segundo componente principal tiene sobre las variables definidas en H , son positivos y de tamaño muy similar en los plazos cortos, desde 1 mes hasta 1 año, y negativos en los plazos largos, desde 3 años hasta 10 años e igualmente de tamaño similar. Estos coeficientes ponen de manifiesto que el segundo componente principal genera cambios de nivel, casi paralelos, en el tramo corto y largo de la ETV, aunque en direcciones opuestas.

Por último, como puede observarse en la tercera fila de la tabla 5, los coeficientes que determinan el efecto que un cambio en el tercer componente tiene sobre la ETV, son del mismo signo en los tipos a más corto y más largo plazo, y de signo opuesto en los tipos de vencimientos intermedios. Cabe observar no obstante, que el efecto que el tercer componente principal tiene sobre la volatilidad de los tipos de interés a plazos entre 5 y 10 años es casi nulo, por lo que podríamos concluir que el tercer componente principal es el responsable de cambios de pendiente en el tramo corto de la Estructura Temporal de Volatilidades.

En la tabla 6 presentamos los factores de carga obtenidos en la segunda submuestra.

Tabla 6. Factores de carga

Oct.95 hasta Dic.97

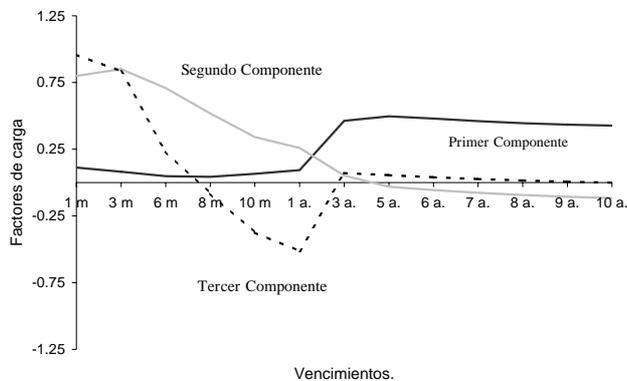
1 m.	3 m.	6 m.	8 m.	10 m.	1 a.	3 a.	5 a.	6 a.	7 a.	8 a.	9 a.	10 a.
0,11	0,08	0,05	0,04	0,07	0,09	0,46	0,50	0,48	0,46	0,45	0,43	0,43
0,80	0,85	0,71	0,52	0,34	0,26	0,05	-0,03	-0,06	-0,08	-0,09	-0,11	-0,12
0,96	0,83	0,23	-0,08	-0,37	-0,51	0,07	0,06	0,04	0,03	0,02	0,01	0,00

La representación gráfica de estos coeficientes se muestra en el gráfico 2.

Gráfico 2. Estructura Temporal de Volatilidades

Análisis de Componentes Principales

Oct.95 hasta Dic.95



En primer lugar, los coeficientes que determinan el efecto que el primer componente principal tiene sobre cada una de las variables definidas en H son todos positivos. Sin embargo, como se observa en la primera fila de la tabla 6, los coeficientes que determinan el efecto que el primer componente principal tiene sobre el tramo corto de la ETV, aunque son positivos, son muy próximos a cero, siendo estos muy inferiores a los que determinan el efecto de este componente en

el tramo largo, los cuales son muy similares entre sí. Por lo tanto, podríamos decir que el primer componente principal puede asociarse con cambios paralelos en el tramo largo, pero no tiene efectos significativos sobre el tramo corto.

En segundo lugar, se observa que los coeficientes que determinan el efecto que cambios en el segundo componente tienen sobre la ETV son de distinto signo en los tipos a corto y largo plazo. No obstante, los coeficientes que determinan el efecto que sobre el tramo largo de la ETV tiene un cambio en el segundo componente principal son casi nulos. Esto significa que el segundo componente principal puede asociarse con cambios de nivel en el tramo corto de la Estructura Temporal de Volatilidades.

En tercer lugar, puede observarse que los coeficientes que determinan el efecto que sobre la ETV tiene un cambio en el tercer componente principal, son de igual signo en los tipos a más corto y a más largo plazo, y de signo contrario en los tipos a plazos intermedios. No obstante, cabe señalar que los coeficientes que determinan el efecto que sobre el tramo largo de la ETV tiene un cambio en el tercer componente son casi nulos. Por tanto, como en la primera muestra analizada, este tercer componente puede asociarse con cambios de pendiente en el tramo corto de la ETV.

Los resultados obtenidos en el análisis realizado por submuestras son un tanto diferentes en lo que se refiere al efecto que sobre la Estructura Temporal de Volatilidades tienen cambios aislados en los dos primeros componentes principales. En la primera muestra, el primer componente principal es responsable de cambios paralelos en la ETV. Sin embargo, en la segunda muestra el primer componente principal genera cambios paralelos en el tramo largo y no tienen efectos sobre el tramo corto. Por su parte, el segundo componente genera cambios paralelos en el tramo corto y largo de la ETV en direcciones opuestas en la primera muestra, y cambios de nivel en el tramo corto de la ETV, en la segunda.

Sin embargo, tales diferencias no son relevantes si conjuntamente los dos primeros componentes principales son capaces de explicar en las dos submuestras el mismo tipo de cambios en la ETV.

A este respecto, con el objetivo de comprobar si los resultados obtenidos son cualitativamente similares, en el sentido de que los dos primeros componentes sean capaces de explicar el mismo tipo de cambios en la ETV, hemos analizado mediante un ejercicio teórico el efecto neto que sobre la misma tienen cambios conjuntos en los dos primeros componentes principales de los datos en las dos submuestras.

El ejercicio planteado consta de varias etapas.

En primer lugar hemos calculado la Estructura Temporal de Volatilidades que se obtendría al imponer en (1) tres valores específicos de los componentes principales. Concretamente, para cada componente hemos impuesto su valor medio en cada período, que es cero por construcción. De donde se obtiene:

$$h_t^j = \bar{h}^j$$

para $j=1$ mes, 3, 6, 8, y 10 meses, 1, 3, 5, 6, 7, 8, 9 y 10 años.

En segundo lugar, hemos evaluado gráficamente el efecto aislado que sobre la ETV inicialmente estimada tiene un aumento de dos desviaciones típicas en el primer y el segundo componente principal en las dos submuestras, ver gráficos 1(a), 2(a) y 1(b), 2(b) en el apéndice II.

Como cabría esperar, dados los resultados expuestos con anterioridad, en la primera muestra, un aumento aislado de dos desviaciones típicas en el primer componente principal, genera un cambio paralelo de la ETV (gráfico 1(a)). Por su parte, un aumento aislado de dos desviaciones típicas en el segundo componente principal, genera un desplazamiento paralelo al alza del tramo corto de la ETV y un desplazamiento paralelo a la baja en el tramo largo (gráfico (2(a))).

En la segunda muestra analizada, un aumento de dos desviaciones típicas en el primer componente principal genera un desplazamiento paralelo al alza en el tramo largo de la ETV, y no tiene ningún efecto sobre su tramo corto (gráfico 1(b)). Por otro lado, un aumento de dos desviaciones típicas en el segundo componente genera un cambio paralelo en el tramo corto de la ETV y no afecta al tramo largo (gráfico 1(b)).

En tercer lugar, hemos evaluado gráficamente el efecto neto que sobre la ETV inicialmente estimada, tiene un aumento de similar magnitud (dos desviaciones típicas) en los dos primeros componentes principales en las dos submuestras, ver gráficos 3(a) y 3(b) en el apéndice II.

Al aumentar conjuntamente, en dos desviaciones típicas, los dos primeros componentes principales en la primera muestra, los tramos corto y largo de la Estructura Temporal de volatilidades se desplazan de forma paralela, en la misma dirección, aunque en distinta cuantía (gráfico 3(a)). En la segunda muestra, un aumento de dos desviaciones típicas en los dos primeros componentes genera igualmente cambios paralelos en el tramo corto y largo de la ETV.

Los resultados obtenidos en el ejercicio planteado ponen de manifiesto que si bien aisladamente los dos primeros componentes principales imprimen cambios distintos sobre la ETV en cada submuestra, el efecto que sobre la misma tienen cambios conjuntos en estos componentes es muy similar. Los dos primeros componentes de los datos generan cambios de carácter paralelo en los tramos corto y largo de la Estructura Temporal de Volatilidades.

4.4.3 Representación de los componentes principales de la ETV como función de los tipos de interés.

Una práctica común en los mercados financieros es utilizar uno o dos tipos de interés a un plazo determinado, generalmente un tipo a corto y largo plazo,

como variables de referencia para anticipar los cambios en los distintos tramos de la curva de rendimientos.

Un modelo de factores de la Estructura Temporal de Volatilidades basado en análisis de componentes principales, como el presentado en (1), constituye una herramienta que puede resultar de gran utilidad en el ámbito de las finanzas, en la medida en que permite reducir el coste de estimación del riesgo de todo el espectro de tipos definido en la curva de rendimientos. Sin embargo, en el modelo planteado en (1), las variables de referencia para la explicación de la ETV no son “*directamente interpretables*”, por lo que su aplicación práctica podría despertar cierto recelo en la profesión. En este sentido, sería muy interesante poder identificar los componentes estimados con la volatilidad de uno o varios tipos de interés a unos plazos determinados, o bien con algún diferencial de volatilidades. Tal identificación nos permitiría ofrecer un plazo o plazos clave que podrían ser utilizados por los inversores como variables de referencia para la estimación del riesgo de la ETTI.

Para evaluar si los componentes estimados en las dos muestras analizadas pueden ser representados como una función de la volatilidad de uno o varios tipos de interés a unos plazos determinados, hemos analizado: i) el peso que la volatilidad de los tipos de interés en los plazos considerados tiene en la composición de los tres primeros componentes principales estimados en las dos submuestras; ii) correlaciones entre los componentes principales y la volatilidad de los tipos de interés y/o con algunos diferenciales de volatilidad; iii) relación mantenida gráficamente entre los tres primeros componentes principales y la volatilidad de los tipos de interés y/o con algunos diferenciales de volatilidad.

En la tabla 7 presentamos el peso que las k variables incluidas en \tilde{H} tienen en la composición de los tres primeros componentes principales estimados en la primera muestra.

Tabla 7. Pesos de los tres primeros componentes principales

Jun.93 hasta Sept.95			
	Primer Componente	Segundo Componente	Tercer Componente
1 m.	0,18	0,34	-0,67
3 m.	0,22	0,36	-0,40
6 m.	0,26	0,33	0,05
8 m.	0,26	0,30	0,27
10 m.	0,27	0,28	0,34
1 a.	0,27	0,25	0,38
3 a.	0,31	-0,01	0,09
5 a.	0,31	-0,20	-0,07
6 a.	0,29	-0,24	-0,08
7 a.	0,29	-0,27	-0,07
8 a.	0,29	-0,27	-0,05
9 a.	0,29	-0,27	-0,03
10 a.	0,29	-0,27	-0,02

Como puede observarse, el peso que cada variable incluida en \tilde{H} (matriz de datos estandarizados) tiene en la composición del primer componente principal, presentados en la primera columna de la tabla 7, es muy similar en todas los plazos, siendo ligeramente superior en los tipos a 3 y 5 años, que es de 0,31 en ambos casos. Las correlaciones estimadas entre el primer componente principal y la volatilidad de los tipos de interés en los plazos considerados son también muy similares, aunque de nuevo son ligeramente superiores las estimadas entre el primer componente principal y la volatilidad de los tipos de interés a medio plazo, 3 y 5 años (tabla 8).

Tabla 8. Correlaciones contemporáneas

Primer componente versus volatilidad de los tipos de interés.

Jun.93 hasta Sept.95

	1 m.	3 m.	6 m.	8 m.	10 m.	1 a.	3 a.	5 a.	6 a.	7 a.	8 a.	9 a.	10 a.
Primero	0,55	0,67	0,78	0,80	0,82	0,82	0,92	0,92	0,89	0,87	0,86	0,86	0,86

En el apéndice III presentamos algunos gráficos de dispersión en los que se representa la relación mantenida entre el primer componente principal estimado en la primera submuestra y la volatilidad de los tipos de interés en los plazos considerados. La línea gruesa continua que aparece en dichos gráficos es la recta de regresión que se obtiene al estimar el modelo:

$$z_1 = \alpha + \beta h_t^j + \varepsilon_t \quad (2)$$

donde h_t^j representa la desviación típica condicional del tipos de interés a plazo j , y z_1 representa el primer componente principal.

En estos gráficos se observa visualmente que el ajuste del modelo (2) es superior en los modelos estimados con datos de tipos de interés a 3 y 5 años. El coeficiente de determinación en estos modelos es de 0,85 en ambos casos.

Los resultados obtenidos en este primer análisis ponen de manifiesto que el primer componente principal podría ser identificado con la volatilidad de un tipo de interés a medio plazo 3 y/o 5 años.

Por otro lado, el peso que cada variable tiene en la composición del segundo componente principal, presentados en la segunda columna de la tabla 7, es de signo positivo y de tamaño similar en los plazos cortos, y negativo, e igualmente de similar tamaño en los plazos largos. Cabe destacar además, que las

ponderaciones de las variables definidas en los tramos corto y largo, no solo son muy similares entre sí, sino también entre ambos tramos. Ello, junto al hecho de que los tipos a corto y largo plazo ponderen en direcciones opuestas sugiere que este segundo componente podría ser identificado con un diferencial de volatilidad entre los tipos a corto y largo plazo. Quizá, como el diferencial entre las volatilidades de un factor del tramo corto, y otro del tramo largo.

Para evaluar la relación mantenida entre el segundo componente principal y los diferenciales de volatilidad, hemos calculado correlaciones contemporáneas entre los 42 diferenciales de volatilidades posibles entre el corto y el largo plazo definidos en la ETV en los plazos considerados en este trabajo, y el segundo componente principal, (tabla 9).

Tabla 9. Correlaciones contemporáneas
Segundo componente versus diferenciales de volatilidad.

	Jun.93 hasta Sept.95					
	1 mes	3 meses	6 meses	8 meses	10 meses	1 año
3 años	0,65*	0,68	0,74	0,74	0,75	0,75
5 años	0,85	0,92	0,95	0,94	0,92	0,89
6 años	0,87	0,95	0,98	0,95	0,93	0,90
7 años	0,88	0,95	0,98	0,96	0,94	0,91
8 años	0,88	0,95	0,98	0,96	0,95	0,92
9 años	0,87	0,95	0,98	0,97	0,95	0,92
10 años	0,87	0,94	0,98	0,96	0,95	0,92

Nota: * Correlación contemporánea entre el primer componente principal y el diferencial de volatilidades de tipos a 1 mes y 3 años.

En esta tabla puede observarse que, excepto en algunos casos, las correlaciones estimadas son muy similares entre sí y, en muchos casos, muy próximas a la unidad, lo que pone de manifiesto que efectivamente este segundo componente puede ser identificado con un diferencial de volatilidad entre los tipos

a corto y largo plazo. Por otra parte, el hecho de que las correlaciones estimadas sean similares en muchos casos, parece indicar que no hay un diferencial específico que recoga mejor la información que otro. No obstante, si tuvieramos que decantarnos por uno de ellos, elegiríamos aquellos que presentan una correlación más alta con el segundo componente principal, que son los diferenciales a: 6 meses/6 años, 6 meses/ 7 años; 6 meses/ 8 años; 6 meses/9 años y 6 meses/ 10 años.

En el apéndice IV, presentamos gráficamente la relación mantenida por el segundo componente principal con algunos diferenciales de volatilidad entre tipos a largo y corto plazo. Concretamente, hemos seleccionado aquellos diferenciales que mantienen más alta correlación con el segundo componente.

En estos gráficos la línea continua representa la recta de regresión obtenida al estimar el siguiente modelo:

$$z_2 = \alpha + \beta(h_t^j - h_t^i) + \varepsilon_t \quad (3)$$

donde h_t^j representa la desviación típica condicional del tipo de interés a plazo j , para $j = 6, 8$ y 10 meses, h_t^i lo mismo para $i = 7, 8, 9$ y 10 años, y z_2 representa el segundo componente principal.

En los gráficos presentados se puede observar la estrecha relación que mantienen los diferenciales de volatilidad seleccionados con el segundo componente principal. En ellos no se percibe visualmente una superioridad neta, en la capacidad explicativa sobre el segundo componente, de unos diferenciales frente a otros, aunque la capacidad explicativa de los diferenciales de volatilidad entre tipos a 6 meses y 6, 7, 8, 9 y 10 años parece algo superior.

Entre todos ellos, los diferenciales de volatilidad entre los tipos a 6 meses/7 años y 6 meses/8 años son los que presentan un coeficiente de determinación más elevado, que es de 0,97 en ambos casos.

De acuerdo con estos resultados podríamos identificar el segundo componente principal con el diferencial de volatilidad entre tipos a 6 meses/7 años y/o con el diferencial 6 meses/8 años.

Por último, en la tercera columna de la tabla 7 aparecen los pesos que cada una de las variables definidas en \tilde{H} tienen en la composición del tercer componente principal. En ella puede observarse que el peso que tiene la volatilidad de los tipos de interés a 3, 5, 6, 7, 8, 9 y 10 años en la composición del tercer componente es prácticamente nulo, lo que parece sugerir que en la composición del tercer componente principal la volatilidad de los tipos a medio y largo plazo juega un papel muy poco significativo. Cabe observar, además, que el peso que tienen los tipos de interés a más corto plazo, 1 mes y 3 meses, en la composición del tercer componente, es de signo opuesto al peso que tienen los tipos de interés a 6, 8, 10 meses y 1 año, y que las ponderaciones son de tamaño similar, todo lo cual parece sugerir que este tercer componente podría ser identificado con un diferencial de volatilidades en el tramo corto de la Estructura Temporal de Volatilidades.

Como en el caso anterior, para evaluar la relación mantenida entre el tercer componente principal y los diferenciales de volatilidad definidos en el tramo corto de la ETV, hemos calculado correlaciones contemporáneas entre dicho componente y los 8 diferenciales de volatilidad definidos en el tramo corto de la ETV. Las correlaciones estimadas se presentan en la tabla 10.

Tabla 10. Correlaciones contemporáneas
Tercer componente versus diferenciales de volatilidad.

Jun.93 hasta Sept.95		
	1 mes	3 meses
6 meses	0,85*	0,89
8 meses	0,91	0,91
10 meses	0,94	0,88
1 año	0,93	0,84

Nota: * Correlación contemporánea entre el tercer componente principal y el diferencial de volatilidad de tipos a 6 meses y 1 mes.

La elevada correlación estimada entre el tercer componente principal y los diferenciales de volatilidad entre los tipos a 6, 8, 10 meses y 1 año, y los tipos a 1 mes y 3 meses, confirma que este tercer componente puede identificarse con un diferencial de volatilidades en el tramo corto de la ETV. La estrecha relación mantenida por estos diferenciales y el tercer componente puede observarse en los gráficos de dispersión presentados en el apéndice V. En estos gráficos la línea continua es la recta de regresión que se obtiene al estimar un modelo del tipo:

$$z_3 = \alpha + \beta(h_t^j - h_t^i) + \varepsilon_t \quad (4)$$

donde h_t^j representa la desviación típica condicional del tipos de interés a plazo j , para $j = 6, 8, 10$ meses y 1 año, h_t^i lo mismo para $i = 1$ y 3 meses y z_3 representa el primer componente principal.

Visualmente la capacidad explicativa que sobre el tercer componente principal tienen los diferenciales de volatilidad entre los tipos a 10 meses/1 mes y 1 año/1 mes parece superior al resto. Además, el ajuste del modelo (4), en términos de R^2 , es superior con estas variables al resto de modelos estimados, siendo de 0,88 y 0,87 respectivamente.

De estos resultados podemos concluir que el tercer componente principal puede ser identificado con un diferencial de volatilidad en el tramo corto de la ETV que podría ser o bien el diferencial 10 meses/1 mes o bien 1 año/1 mes.

Del análisis realizado en la primera muestra pueden deducirse algunas conclusiones interesantes: a) la alta correlación estimada entre la volatilidad de algunos tipos de interés y algunos diferenciales de volatilidad con los componentes estimados, pone de manifiesto que a partir de la estimación del riesgo de un número reducido de plazos puede estimarse el riesgo de todo el espectro de tipos en la ETTI; Esto es muy interesante para un operador de mercado; b) teniendo en cuenta el ajuste de los modelos estimados y los resultados obtenidos en el análisis de correlaciones, podríamos identificar el primer componente principal con la volatilidad de un tipo a medio plazo, que puede ser 3 y/o 5 años; el segundo componente con el diferencial de volatilidad entre los tipos a 6 meses/7 años o bien 6 meses/8 años; y el tercer componente puede ser identificado con un diferencial de volatilidad entre tipos a corto plazo, que podría ser 10 meses/1 mes y/o 1 año/1 mes.

A continuación, presentamos un análisis similar realizado para la segunda muestra.

En la tabla 11 presentamos el peso que cada una de las variables incluidas en \tilde{H} tiene en la composición de los tres primeros componentes principales estimados en la segunda muestra analizada.

Tabla 11. Pesos de los tres primeros componentes principales.

Oct.-95 hasta Dic.97

	Primer Componente	Segundo Componente	Tercer Componente
1 m.	0,054	0,386	0,463
3 m.	0,040	0,414	0,405
6 m.	0,030	0,439	0,143
8 m.	0,037	0,440	-0,070
10 m.	0,078	0,399	-0,438
1 a.	0,115	0,319	-0,630
3 a.	0,358	0,041	-0,055
5 a.	0,379	-0,024	-0,042
6 a.	0,380	-0,044	0,031
7 a.	0,379	-0,062	0,021
8 a.	0,376	-0,078	0,013
9 a.	0,372	-0,090	0,005
10 a.	0,367	-0,099	-0,001

Como puede observarse en la primera y la segunda columna de la tabla 11, el peso que la volatilidad de los tipos de interés a corto y largo plazo tienen en la composición del primer y el segundo componente principal respectivamente es nulo. Además, se observa que los pesos que tienen los tipos a largo plazo en la composición del primer componente son muy similares entre sí. Lo mismo ocurre con los pesos de los tipos a corto plazo en el segundo componente principal. Ello sugiere que el primer componente puede ser identificado con la volatilidad de un tipo a largo plazo y el segundo con la volatilidad de un tipo a corto plazo.

Para identificar dichos componentes con la volatilidad de un tipo de interés a un plazo determinado, hemos calculado algunas correlaciones entre estos componentes y la desviación típica condicional de los tipos de interés (tabla 12).

Tabla 12. Correlaciones contemporáneas

Primer y segundo componente versus volatilidad de los tipos de interés.

Oct.95 hasta Dic.97

	1 m.	3 m.	6 m.	8 m.	10 m.	1 a.	3 a.	5 a.	6 a.	7 a.	8 a.	9 a.	10 a.
Primero	0,14	0,10	0,08	0,10	0,20	0,30	0,93	0,99	0,99	0,99	0,98	0,97	0,96
Segundo	0,85	0,91	0,96	0,97	0,87	0,70	0,09	-0,05	-0,10	-0,14	-0,20	-0,20	-0,22

Como cabría esperar, dado lo expuesto anteriormente, se observa que el primer componente mantiene una elevada relación de dependencia lineal con la desviación típica condicional de los tipos de interés a plazos superiores a 3 años, especialmente alta con los tipos a 5, 6 y 7 años y muy escasa con la volatilidad de los tipos a corto plazo.

Igualmente, se observa que el segundo componente mantiene una elevada relación de dependencia lineal con la volatilidad de los tipos a corto plazo, especialmente con la volatilidad de tipos a 6 y 8 meses, y casi nula con la volatilidad de los tipos a largo.

Por otro lado, el R^2 de las regresiones estimadas para explicar el primer componente principal es netamente superior en los modelos estimados con la volatilidad de los tipos de interés a 5, 6 y 7 años, que es de 0,95 en los tres casos. El R^2 obtenido para explicar el segundo componente principal es muy superior en los modelos estimados con la volatilidad de los tipos a 6 y 8 meses que es de 0,93 en los dos casos.

En el apéndice VI, donde se presenta gráficamente la relación mantenida entre el primer componente principal y la volatilidad de los tipos de interés en la segunda muestra, se observa una relación especialmente alta entre la volatilidad del tipo a 6 años y el primer componente, lo que sugiere que, junto a los resultados expuestos anteriormente, el primer componente principal podría ser identificado con la volatilidad del tipo de interés a 6 años.

Por otra parte, en el apéndice VII, donde se presenta gráficamente la relación mantenida entre el segundo componente principal y la volatilidad de los tipos de interés, se puede observar que la capacidad explicativa de la volatilidad de los tipos de interés a 6 y 8 meses es notablemente superior al resto. Ello, junto con los resultados ya expuestos sugiere que el segundo componente principal podría ser identificado con la volatilidad de los tipos de interés a 6 y 8 meses.

Por último, como en la primera muestra, en la tercera columna de la tabla 13 se observa que el tercer componente principal puede ser identificado con un diferencial en el tramo corto de la ETV.

Tabla 13. Correlaciones contemporáneas
Tercer componente versus diferenciales de volatilidad

	Oct.95 hasta Dic.97		
	1 mes	3 meses	6 meses
8 meses	0,73*	0,73	0,51
10 meses	0,76	0,72	0,56
1 año	0,76	0,71	0,55

Nota: * Correlación contemporánea entre el tercer componente principal y el diferencial de volatilidades de tipos a 1 mes y 8 meses.

Las correlaciones estimadas entre el tercer componente principal y algunos diferenciales de volatilidad definidos en el tramo corto (tabla 13), son en muchos casos elevadas, especialmente las estimadas entre el tercer componente y los diferenciales de volatilidad entre tipos a 1 mes/10 meses y 1 mes/1 año.

Por otra parte, en el apéndice VIII donde se presenta la relación mantenida gráficamente entre el tercer componente y algunos diferenciales de volatilidad, se observa que la capacidad explicativa sobre el tercer componente de los diferenciales de volatilidad entre tipos a 1 mes/10 meses y 1 mes/1 año, es superior al resto. Ello, junto a los resultados ya expuestos, sugiere que uno de

estos diferenciales podrían ser utilizados como tercera variable de referencia para la estimación del riesgo de la ETTI.

En resumen, los resultados obtenidos en el análisis presentado en esta sección son interesantes, ya que se ha detectado que existe una relación muy fuerte entre las variables que resumen la información contenida en la Estructura Temporal de Volatilidades, y la volatilidad de los tipos de interés a unos plazos específicos, así como, con algunos diferenciales de volatilidades. Esto permite utilizar unos plazos determinados como variables de referencia para la estimación del riesgo de la ETTI.

Los resultados obtenidos entre submuestras son muy similares, aunque con alguna diferencia en los que respecta a la representación del segundo componente principal. En ambas submuestras el primer componente lo hemos identificado con la volatilidad de un tipo de interés a medio plazo. El tercer componente se ha identificado con un diferencial en el tramo corto de la ETV. Por su parte, el segundo componente lo hemos identificado con la volatilidad del tipo a 6 u 8 meses en la segunda muestra y con el diferencial de volatilidad 6 meses/7 años (y/o 6 meses/8 años) en la primera.

Las diferencias encontradas no son relevantes si conjuntamente las tres variables clave encontradas en ambas muestras son capaces de explicar conjuntamente el mismo tipos de cambios en la ETV, algo sobre lo cual obtuvimos cierta evidencia en la sección anterior.

4.5 Predicción de la volatilidad condicional

Como se comentó en la introducción, el objetivo fundamental de este capítulo es diseñar una medida que nos permita reducir el coste de *estimar y prever* el riesgo de la ETTI.

En la sección 4.4.1 planteamos un modelo de factores de la Estructura Temporal de Volatilidades y evaluamos la capacidad explicativa del modelo

planteado dentro de la muestra. En lo que resta de capítulo estamos interesados en evaluar si, a partir del modelo planteado en (1), es posible obtener previsiones de volatilidad a distintos horizontes, similares a las que se obtienen a partir de un modelo univariante de volatilidad para cada tipo de interés.

En la medida en que el modelo de factores de volatilidad (1) sea capaz de generar para todos los plazos, y a distintos horizontes, previsiones de volatilidad similares a las que obtendríamos a partir de una medida univariante de volatilidad, que en nuestro caso serán las previsiones obtenidas a partir de modelos GARCH y EGARCH, el modelo planteado podría constituir una herramienta útil para la gestión del riesgo de carteras de deuda pública.

Para la comparación de las previsiones generadas por el modelo para cada plazo, versus previsiones univariantes, ha sido necesario:

- 1) En primer lugar, generar previsiones de volatilidad para todos los plazos considerados, y a distintos horizontes, a partir de modelos GARCH y EGARCH estimados en la segunda y la primera muestra respectivamente. Para cada vencimiento, los resultados obtenidos en este primer análisis, son presentados en la sección 4.5.1.
- 2) En segundo lugar, a partir de modelos autorregresivos, hemos generado previsiones univariantes de los tres primeros componentes principales de los datos a distintos horizontes en las dos submuestras.
- 3) En tercer lugar, a partir de las previsiones generadas, a distintos horizontes, de los tres primeros componentes principales, hemos utilizado el modelo planteado en (1) para obtener previsiones, a distintos horizontes, de la volatilidad de los tipos de interés a todos los plazos considerados en las dos submuestras, cuyos resultados se presentan en la sección 4.5.2.
- 4) Por último, en la sección 4.5.3, comparamos las previsiones de volatilidad obtenidas para cada plazo con un modelo univariante con las obtenidas a partir del modelo de factores de la ETV para cada plazo en las dos submuestras.

Antes de pasar a evaluar la similitud de las previsiones generadas a partir de los modelos univariantes de volatilidad versus las obtenidas por el modelo de factores (4.5.3), se analiza y se discute en las secciones previas (4.5.1 y 4.5.2) algunas características interesantes, observadas en el análisis de previsión, tanto univariante como el realizado a partir del modelo de factores de la ETV. En estas secciones, se comparan además las previsiones de volatilidad obtenidas por ambos procedimientos con las que habrían sido obtenidas ex-post con los modelos de heterocedasticidad condicional.

4.5.1 Previsión univariante de la volatilidad.

En esta sección se evalúa la capacidad que tienen los modelos de Heterocedasticidad Condicional Autorregresiva del tipo GARCH(1,1) y EGARCH(1,1) para predecir la volatilidad de los tipos de interés, y se discuten además, algunas características interesantes observadas en el ejercicio de previsión.

Dicho estudio se ha realizado en dos períodos muestrales distintos. En la primera muestra analizada, donde detectamos, en el capítulo 3, efectos asimétricos de las innovaciones sobre la varianza condicional de los tipos de interés, hemos utilizado los modelos EGARCH(1,1), y en la segunda muestra, donde no se detectó efectos asimétricos de las innovaciones sobre el nivel de volatilidad, hemos utilizado los modelos GARCH(1,1).

Las expresiones utilizadas para generar previsiones de la varianza condicional de los tipos de interés en la primera y la segunda muestra analizada son respectivamente:

$$E_T(\log h_{T+k}^{2,i}) = \varpi \sum_{j=0}^{k-2} \gamma^j + \gamma^{k-1} E_T \log h_{T+1}^{2,i} \quad (5)$$

$$E_T(h_{T+k}^{2,i}) = \delta_0 \sum_{j=0}^{k-2} (\delta + \gamma)^j + (\delta + \gamma)^{k-1} E_T h_{T+1}^{2,i} \quad (6)$$

donde $E_T(\log h_{T+k}^{2,i})$ y $E_T(h_{T+k}^{2,i})$ denotan, respectivamente, la predicción óptima del logaritmo de la varianza condicional y de la varianza condicional del tipo de interés a plazo i para el periodo $T+k$, realizada con información disponible hasta el instante T . En este trabajo hemos considerado diversos valores de k : 2, 5, 10, 20 y 60, lo que significa que hemos hecho previsión 2 días, 1 semana, 2 semanas, 1 mes y 3 meses hacia delante. El número de previsiones generadas para cada horizonte k es 31, es decir, las previsiones generadas para cada tipo de interés a un horizonte de k períodos se han realizado durante 31 días consecutivos.

Para obtener previsiones durante 31 días, ha sido necesario estimar previamente, para cada plazo considerado, los modelos de varianza condicional utilizando 31 muestras distintas. La primera muestra utilizada en la estimación contiene T observaciones de tipos de interés. La segunda muestra empleada contiene $T+1$ datos, la tercera contiene $T+2$ datos, y así sucesivamente, hasta la muestra 31, que contiene $T+30$ datos de tipos de interés cupón cero.

En el primer período analizado, donde se han utilizado los modelos EGARCH(1,1) para estimar y prever la volatilidad de los tipos de interés, T es igual a 484 datos, lo que representa una muestra que se extiende desde el 1 de junio de 1993 hasta el 22 de mayo de 1995. Por otra parte, en la segunda muestra analizada, donde se han utilizado los modelos GARCH(1,1) para estimar y prever la volatilidad de los tipos de interés, T es igual a 435 datos, lo que representa una muestra que abarca desde el 2 de octubre de 1995 hasta el 10 de julio de 1997.

En ambos períodos, y para cada uno de los plazos considerados, las estimaciones obtenidas en los modelos de varianza condicional estimados en días sucesivos son similares a las que presentamos en el capítulo 3, por lo que no las reproducimos en este capítulo.

El hecho de haber estimado en el capítulo 3 la varianza condicional de los tipos de interés cupón cero con una muestra de datos mayor a las empleadas en este capítulo, (se utilizaron 574 datos de tipos de interés en la primera muestra, y 534 datos en la segunda) nos va a permitir comparar, en esta sección, las previsiones obtenidas por los modelos de varianza condicional con las estimaciones obtenidas en el capítulo previo, donde se estimaron los modelos de varianza con una muestra más amplia, lo que de alguna forma nos va a permitir evaluar la capacidad predictiva de los modelos de Heterocedasticidad Condicional Autorregresiva empleados en este trabajo.

Antes de pasar a presentar gráficamente las previsiones generadas por los modelos empleados, exponemos brevemente algunas propiedades teóricas de los modelos de Heterocedasticidad Condicional Autorregresiva.

De las expresiones (5) y (6) se deduce que para horizontes de previsión grandes, las previsiones de la varianza condicional generadas a partir de los modelos EGARCH(1,1) y GARCH(1,1) respectivamente, convergen a la varianza incondicional, como se muestra a continuación:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} E_t(\log h_{t+k}^{2,i}) = \lim_{k \rightarrow \infty} \varpi \sum_{j=0}^{k-2} \gamma^j + \lim_{k \rightarrow \infty} \gamma^{k-1} \log h_{t+1}^{2,i} \quad (7)$$

$$\lim_{k \rightarrow \infty} E_t(h_{t+k}^{2,i}) = \lim_{k \rightarrow \infty} \delta_0 \sum_{j=0}^{k-2} (\delta_1 + \gamma)^j + \lim_{k \rightarrow \infty} (\delta_1 + \gamma)^{k-1} h_{t+1}^{2,i} \quad (8)$$

Cuando $\gamma < 1$ en un modelo EGARCH(1,1) y $(\gamma + \delta_1) < 1$ en un modelo GARCH(1,1), el segundo término del lado derecho de las expresiones (7) y (8) converge a cero cuando el horizonte de previsión k tiende a ∞ , es decir, para horizontes amplios de previsión. Por otra parte, el primer término del lado derecho de las expresiones (7) y (8) converge bajo las condiciones expuestas anteriormente, a las expresiones que definen la varianza incondicional de las variables.

La velocidad a la que las previsiones de la varianza condicional tienden a la varianza incondicional depende del tamaño del parámetro γ en la representación (5) y del tamaño de la suma de los parámetros γ y δ_1 en (6). En este trabajo, en línea con los resultados obtenidos habitualmente en la literatura las estimaciones obtenidas de γ en los modelos EGARCH(1,1) y de $\gamma + \delta_1$ en los modelos GARCH(1,1), estimados respectivamente en la primera y segunda muestra, son para casi todos los plazos muy elevadas, próximas a la unidad. Al respecto, cabría esperar que la convergencia de las previsiones de varianza condicional a la varianza incondicional fuese relativamente lenta.

En el apéndice IX(a), presentamos gráficamente, para cada horizonte k , la desviación típica condicional prevista para los tipos de interés a 1 mes, 6 meses y 1 año. La elección de los plazos presentados se ha realizado de forma ad-hoc⁴.

En el apéndice IX(b), por otra parte, se presentan las previsiones de volatilidad obtenidas para un subconjunto representativo de tipos de interés a medio y largo plazo. Concretamente, se presenta la desviación típica condicional prevista para los tipos de interés a 3, 5 y 10 años.

Junto a las previsiones de volatilidad presentadas gráficamente en los apéndices IX(a) y IX(b), se ha representado también la desviación típica condicional de los tipos de interés que, para los horizontes de previsión considerados, se estimó para todos los plazos en el capítulo 3 utilizando toda la muestra en los dos períodos analizados. Por último, la línea horizontal que aparece en los gráficos presentados, representa para cada plazo, la desviación típica incondicional de los tipos de interés.

La representación gráfica de las previsiones generadas para todos los plazos a horizontes de 2, 5, 10, 20 y 60 días, pone de manifiesto algunas cuestiones interesantes:

1) Las previsiones de volatilidad generadas por los modelos EGARCH(1,1) se suavizan a medida que se amplía el horizonte de previsión. Al respecto, es interesante observar como para un horizonte de previsión superior a 5 días de mercado, las previsiones generadas tienden a converger a la desviación típica incondicional, representada en los gráficos por una línea horizontal.

2) Se observa que, al hacer previsión con un modelo EGARCH(1,1), se traslada hacia el futuro la estructura de volatilidad que se observa en el pasado, siendo $k - 1$ el número de períodos que transcurren hasta que se replica el perfil de volatilidad. Así, por ejemplo, en los tres primeros gráficos del apéndice IX(a), donde se presentan las previsiones de la desviación típica condicional de los tipos de interés a 1 mes, 6 meses y 1 año a un horizonte de 2 períodos, se observa que las previsiones obtenidas presentan el mismo perfil que las volatilidades estimadas *ex-post* con un día de retraso.

En la segunda muestra analizada, donde se han utilizado modelos GARCH para prever la volatilidad de los tipos de interés, las previsiones de la desviación típica condicional obtenidas para cada plazo presentan las mismas pautas de comportamiento, que las previsiones de volatilidad obtenidas en la primera muestra (ver apéndice X(a) y X(b)).

Antes de concluir, analizamos cuantitativamente la capacidad de los modelos univariantes para anticipar la volatilidad futura. Es decir, comparamos las previsiones obtenidas, con las estimaciones de la volatilidad que obtuvimos en el capítulo 4, al estimar los modelos con la muestra completa en los dos períodos analizados. La medida de bondad de ajuste utilizada para evaluar la capacidad predictiva, es la raíz cuadrada del error cuadrático medio, cuyas estimaciones para

⁴ Las pautas de comportamiento que presentan las previsiones de la volatilidad de los tipos a 1 mes, 6 meses y 1 año que presentamos en el apéndice IX(a), son comunes a todos los tipos a corto plazo.

la primera y la segunda muestra se presentan respectivamente en las tablas 14 y 15⁵.

Tabla 14. Raíz cuadrada del error cuadrático medio

Jun.93 hasta Sept.95					
	k= 2	k= 5	k= 10	k= 20	k= 60
1 mes	0,07	0,12	0,19	0,25	0,22
3 meses	0,08	0,14	0,19	0,23	0,24
6 meses	0,12	0,21	0,26	0,28	0,35
8 meses	0,15	0,25	0,31	0,34	0,55
10 meses	0,16	0,24	0,31	0,39	0,58
1 año	0,16	0,25	0,33	0,42	0,64
3 años	0,12	0,17	0,18	0,23	0,37
5 años	0,08	0,12	0,15	0,20	0,35
6 años	0,07	0,11	0,15	0,19	0,34
7 años	0,07	0,11	0,16	0,20	0,34
8 años	0,07	0,12	0,17	0,21	0,33
9 años	0,08	0,13	0,19	0,23	0,33
10 años	0,08	0,14	0,21	0,23	0,31

⁵ La raíz cuadrada del error cuadrático medio se define como:

$$RCECM(k) = \sqrt{\frac{1}{31} \left(\sum_{j=1}^{31} \left(\frac{h_{T+j+k}^i - \hat{h}_{T+j+k}^i}{h_{T+j+k}^i} \right)^2 \right)}$$

donde h_{T+j+k}^i representa la desviación típica condicional del tipo de interés a plazo i estimada para el periodo $T+j+k$, y \hat{h}_{T+j+k}^i la desviación típica condicional del tipo de interés a plazo i prevista para el periodo $T+k+j$, con información disponible hasta el instante $T+j$.

Tabla 15. Raíz cuadrada del error cuadrático medio

Oct.95 hasta Dic.97

	k= 2	k= 5	k= 10	k= 20	k= 60
1 mes	0,08	0,11	0,11	0,10	0,12
3 meses	0,10	0,15	0,16	0,14	0,17
6 meses	0,11	0,15	0,17	0,17	0,20
8 meses	0,09	0,10	0,14	0,18	0,19
10 meses	0,08	0,08	0,12	0,16	0,16
1 año	0,08	0,13	0,17	0,20	0,18
3 años	0,16	0,18	0,20	0,28	0,17
5 años	0,13	0,15	0,19	0,28	0,41
6 años	0,12	0,14	0,17	0,25	0,44
7 años	0,12	0,14	0,17	0,24	0,44
8 años	0,12	0,14	0,17	0,24	0,45
9 años	0,12	0,14	0,17	0,24	0,45
10 años	0,11	0,14	0,17	0,24	0,45

En general, para casi todos los plazos, los modelos univariantes generan predicciones buenas de la volatilidad futura cuando el horizonte de previsión es corto, de 2 a 5 días de mercado, siendo notablemente inferior para horizontes mayores de previsión.

Para concluir, exponemos brevemente a continuación los principales resultados obtenidos en este apartado.

En esta sección, hemos utilizada la clase de modelos de heterocedasticidad condicional autorregresiva para prever la volatilidad de los tipos de interés cupón cero a horizontes de 2, 5, 10, 20 y 60 días de mercado. El ejercicio de previsión se ha realizado en dos submuestras. En la primera de ellas se han utilizado los modelos EGARCH(1,1) y en la segunda los modelos GARCH(1,1). Para cada horizonte, las previsiones generadas se han realizado durante 31 días consecutivos.

Los resultados obtenidos ponen de manifiesto que la capacidad de los modelos de Heterocedasticidad Condicional Autorregresiva para prever la volatilidad de los tipos cupón cero es alta cuando el horizonte de previsión es de

corto plazo, desde 2 hasta 5 días de mercado, deteriorándose mucho las previsiones para horizontes mayores.

4.5.2 Previsión de la volatilidad condicional a partir del modelo de factores.

En esta sección hemos utilizado el modelo de factores de la Estructura Temporal de Volatilidades, presentado en el apartado 4.4.1 y definido nuevamente en la expresión (9) para obtener previsiones de la desviación típica condicional de los tipos de interés a plazos desde 1 mes hasta 10 años.

$$h_t^j = \bar{h}^j + \sum_{i=1}^3 \phi_i z_{t,i} + \varepsilon_t^j \quad (9)$$

para $j= 1, 3, 6, 8$ y 10 meses, 1, 3, 5, 6, 7, 8, 9, y 10 años.

En términos matriciales el modelo (9) puede expresarse como sigue:

$$\tilde{H} = ZA^T + E \quad (10)$$

donde: \tilde{H} de orden $n \times k$, contiene en columnas la desviación típica condicional estandarizada de los tipos de interés, y la matriz Z , de orden $n \times 3$, contiene en columnas los 3 primeros componentes principales de la matriz de datos estandarizados.

Para la estimación del modelo (10) hemos utilizado técnicas de componentes principales. Lo que significa que la matriz A contiene en columnas los tres autovectores asociados a los 3 mayores autovalores de la matriz de varianzas y covarianzas de los datos estandarizados.

Como en la sección anterior, para generar con el modelo propuesto previsiones de la desviación típica condicional de los tipos de interés durante 31 días consecutivos, ha sido necesario estimar previamente el modelo (10) en 31 ocasiones. Ello significa que hemos realizado análisis de componentes principales

con 31 matrices distintas de desviación típica condicional de los tipos de interés. La primera de estas matrices es de orden $T \times 13$, la segunda es de orden $(T+1) \times 13$, la tercera es de orden $(T+2) \times 13$, y así sucesivamente.

En los dos períodos considerados, las series de desviación típica condicional utilizadas en los análisis realizados de componentes principales fueron estimadas en la sección anterior al re-estimar los modelos univariantes de volatilidad en 31 ocasiones.

Además, como puede verse en la ecuación (10), para obtener previsiones de la desviación típica condicional del tipo de interés a plazo j , es necesario obtener previamente, para las dos muestras analizadas, y para distintos horizontes de tiempo, previsiones univariantes de los componentes principales incluidos en el modelo.

$$E_T h_{T+k}^j = \bar{h}^j + \sum_{i=1}^p \phi_i E_T z_{T+k,i} \quad (11)$$

donde $E_T h_{T+k}^j$ representa la previsión óptima de la desviación típica condicional del tipo de interés a plazo j para el período $T+k$ realizada con información disponible en el instante T , y $E_T z_{T+k,i}$ representa la previsión óptima de la variable z_i para el período $T+k$ realizada con información disponible hasta el instante T , siendo k igual a: 2, 5, 10, 20 y 60 días de mercado.

Para generar previsiones de los componentes principales incluidos como variables exógenas en el modelo (11) hemos utilizado un modelo autoregresivo estimado previamente para caracterizar el comportamiento dinámico de estas variables:

$$z_{t,i} = \sum_{i=1}^p \alpha_i z_{t,i} + u_t \quad (12)$$

El orden p de los modelos estimados, es el suficiente para garantizar ausencia de correlación en los residuos del modelo (12). Las estimaciones

obtenidas al estimar el modelo (12) para los tres primeros componentes principales de los datos, en las dos muestras analizadas, no se han incluido en la tesis.

Bajo la especificación (11), y teniendo en cuenta que la esperanza matemática de los componentes estimados es cero por construcción, es fácil demostrar que la previsión óptima realizada con información disponible en el instante T para la variable z_i en $T+k$, converge a cero cuando el horizonte de previsión, k , tiende a infinito. Esto significa que la previsión de la desviación típica condicional, cuando el horizonte de previsión es amplio, converge a la desviación típica incondicional, que en cada período se aproxima por la desviación típica muestral.

En los apéndices XI(a), XI(b) y XII(a), XII(b) presentamos, para algunos plazos, las previsiones de la desviación típica condicional, obtenidas con el modelo de factores a distintos horizontes de tiempo, en la primera y la segunda muestra analizada respectivamente. En estos gráficos se presenta también la desviación típica condicional de los tipos de interés, estimada en el capítulo 3 con una muestra de mayor tamaño.

En los gráficos presentados puede observarse que las previsiones de la desviación típica condicional obtenidas a partir del modelo de factores, presentan las mismas pautas de comportamiento que las previsiones generadas a partir de las medidas univariantes de volatilidad.

En particular se observa que: i) las previsiones de la desviación típica condicional tienen a converger a la desviación típica incondicional a medida que se amplía el horizonte de previsión y ii) dichas previsiones replican el comportamiento pasado de la volatilidad.

Antes de pasar a la siguiente sección evaluamos de forma cuantitativa la capacidad predictiva del modelo de factores de volatilidad al comparar las previsiones del modelo con las obtenidas al estimar *ex-post* los modelos univariante.

La medida utilizada para dicha comparación es la raíz cuadrada del error cuadrático medio, cuyas estimaciones para la primera y la segunda muestra, se presentan en las tablas 16 y 17.

Tabla 16 Raíz cuadrada del error cuadrático medio.

Jun.93 hasta Sept.95					
	k= 2	k= 5	k= 10	k= 20	k= 60
1 mes	0,08	0,12	0,18	0,22	0,23
3 meses	0,10	0,13	0,16	0,20	0,22
6 meses	0,13	0,18	0,22	0,25	0,33
8 meses	0,17	0,22	0,27	0,32	0,54
10 meses	0,17	0,23	0,29	0,38	0,59
1 año	0,17	0,23	0,29	0,40	0,64
3 años	0,16	0,18	0,20	0,23	0,37
5 años	0,10	0,12	0,15	0,15	0,30
6 años	0,09	0,11	0,14	0,14	0,28
7 años	0,09	0,11	0,14	0,15	0,27
8 años	0,09	0,12	0,16	0,16	0,28
9 años	0,10	0,13	0,18	0,17	0,29
10 años	0,11	0,14	0,19	0,18	0,28

Tabla 17. Raíz cuadrada del error cuadrático medio.

Oct.95 hasta Dic.97					
	k= 2	k= 5	k= 10	k= 20	k= 60
1 mes	0,08	0,11	0,09	0,09	0,12
3 meses	0,11	0,15	0,13	0,13	0,17
6 meses	0,11	0,15	0,14	0,15	0,19
8 meses	0,09	0,10	0,12	0,16	0,18
10 meses	0,08	0,09	0,10	0,13	0,15
1 año	0,09	0,10	0,12	0,15	0,16
3 años	0,25	0,27	0,30	0,41	0,24
5 años	0,18	0,21	0,25	0,34	0,45
6 años	0,15	0,18	0,22	0,30	0,47
7 años	0,14	0,17	0,20	0,28	0,47
8 años	0,13	0,16	0,20	0,27	0,47
9 años	0,13	0,16	0,19	0,27	0,47
10 años	0,12	0,15	0,19	0,27	0,46

Como los modelos univariantes de volatilidad condicional el modelo de factores de la ETV genera para casi todos los plazos buenas predicciones de volatilidad cuando el horizonte de predicción es corto, de 2 a 5 días de mercado, deteriorándose mucha las previsiones para horizontes de previsión mayores a 5 días.

Para concluir resumimos brevemente a continuación los principales resultados obtenidos en esta sección:

Hemos utilizado el modelo de factores de la Estructura Temporal de Volatilidades propuesto en la sección 4.4.1 para prever la volatilidad de los tipos de interés a plazos de 1 mes, 3, 6, 8 y 10 meses, 1, 3, 5 hasta 10 años, y los horizontes de previsión considerados son de 2, 5, 10, 20 y 60 días de mercado. El ejercicio de previsión se ha realizado en dos períodos muestrales distintos. Para cada horizonte de previsión, las previsiones se han generado durante 31 días consecutivos.

Los resultados obtenidos, son robustos al periodo muestral y ponen de manifiesto que: en primer lugar, para horizontes cortos, las previsiones generadas por el modelo de factores son buenas en general aunque estas se deterioran para horizontes de previsión superiores a 5 días. En segundo lugar, se observa que a medida que se amplía el horizonte de previsión, las previsiones generadas por el modelo tienen a la desviación típica incondicional de los tipos de interés a los plazos considerados.

4.5.3 Previsiones de la volatilidad condicional. Modelos de factores versus modelos univariantes.

Uno de los objetivos del trabajo realizado en este capítulo era diseñar una medida a partir de la cual poder estimar y prever el riesgo de la ETTI con un menor coste que el asociado a la estimación y previsión individual del riesgo de todos los plazos definidos en la curva de rendimientos. Para tal propósito hemos

construído un modelo de factores de la Estructura Temporal de Volatilidades que nos permite estimar el riesgo de todo el espectro de tipos definido en la ETTI a partir de la estimación y previsión del riesgo de un número reducido de variables o factores.

En la sección 4.4.1 planteamos un modo de factores de la ETV y evaluamos su capacidad para explicar el comportamiento de la volatilidad de los tipos de interés a corto y largo plazo. En la sección 4.5.2 se han discutido algunas propiedades teóricas del modelo planteado y se han analizado además, las pautas de comportamiento de las previsiones generadas por el modelo.

En esta sección estamos interesados en comparar las previsiones generadas por el modelo (1) con las obtenidas a partir de los modelos de varianza condicional univariantes. Para dicha comparación hemos utilizado como medida de bondad de ajuste la raíz cuadrada del error cuadrático medio, cometido al aproximar las previsiones obtenidas por los modelos univariantes de heterocedasticidad condicional autorregresiva, por las previsiones obtenidas con el modelo de factores propuesto en este capítulo. La comparación entre previsiones univariantes versus modelo de factores se ha realizado para los tipos de interés a plazos de 1 mes, 3, 6, 8 y 10 meses, 1, 3, 5 hasta 10 años. Los horizontes de previsión considerados son de 2, 5, 10, 20 y 60 días de mercado.

En las tablas 18 y 19 presentamos para la primera y la segunda muestra analizada respectivamente, la raíz cuadrada del error cuadrático medio calculado al aproximar las previsiones univariantes por las obtenidas con el modelo de factores.

Tabla 18. Raíz cuadrada del error cuadrático medio

Jun.93 hasta Sept.95					
	k= 2	k= 5	k= 10	k= 20	k= 60
1 mes	0,08	0,06	0,03	0,03	0,04
3 meses	0,06	0,04	0,03	0,03	0,03
6 meses	0,07	0,05	0,05	0,03	0,01
8 meses	0,09	0,06	0,04	0,02	0,00
10 meses	0,11	0,06	0,04	0,01	0,01
1 año	0,11	0,06	0,04	0,02	0,00
3 años	0,12	0,08	0,04	0,02	0,01
5 años	0,07	0,06	0,07	0,06	0,04
6 años	0,06	0,07	0,08	0,08	0,05
7 años	0,06	0,07	0,09	0,09	0,05
8 años	0,07	0,08	0,09	0,09	0,04
9 años	0,08	0,09	0,09	0,09	0,03
10 años	0,09	0,09	0,09	0,08	0,02

Tabla 19. Raíz cuadrada del error cuadrático medio

Oct.95 hasta Dic.97					
	k= 2	k= 5	k= 10	k= 20	k= 60
1 mes	0,04	0,02	0,03	0,04	0,02
3 meses	0,02	0,05	0,07	0,07	0,05
6 meses	0,02	0,04	0,06	0,06	0,04
8 meses	0,03	0,02	0,04	0,05	0,03
10 meses	0,05	0,02	0,03	0,04	0,02
1 año	0,02	0,05	0,05	0,04	0,02
3 años	0,11	0,11	0,12	0,12	0,10
5 años	0,05	0,06	0,06	0,06	0,03
6 años	0,03	0,04	0,05	0,05	0,03
7 años	0,02	0,03	0,03	0,04	0,02
8 años	0,01	0,02	0,03	0,03	0,02
9 años	0,01	0,02	0,02	0,03	0,01
10 años	0,01	0,02	0,02	0,02	0,01

En general, en las dos muestras analizadas el error medio cometido al aproximar las previsiones de volatilidad obtenidas a partir de los modelos

univariantes, por las obtenidas por el modelo de factores propuesto en este capítulo, es bastante pequeño, especialmente en los tipos de interés a medio y largo plazo. Estos resultados junto a los obtenidos en las secciones previas, sugieren que, el modelo propuesto permite prever el riesgo de la ETTI, de forma tan adecuada como las medidas univariantes, y lo que es más importante, con un coste computacional muy inferior, todo lo cual sugiere que este modelo podría ser de cierta utilidad práctica para la gestión del riesgo de carteras de títulos de deuda pública.

4.6 Conclusiones.

El trabajo realizado en este capítulo aborda básicamente dos tipos de cuestiones. En primer lugar, se ha tratado de determinar cuántas variables o factores son necesarios para caracterizar sin pérdida de información relevante el riesgo de la ETTI en sus distintos tramos. En segundo lugar, estábamos interesados en diseñar una medida que nos permita reducir el coste de estimar y prever el riesgo de todo el espectro de tipos en la ETTI.

Las dos cuestiones principales objeto de estudio en este trabajo se han analizado en dos períodos muestrales distintos. El primero de ellos abarca desde el 1 de junio de 1993 hasta el 29 de septiembre de 1995, y el segundo desde el 2 de octubre de 1995 hasta el 31 de diciembre de 1997.

Para el estudio de factores comunes en la volatilidad condicional de los tipos cupón cero de la deuda pública hemos utilizado series de desviación típica condicional de los tipos de interés a plazos de 1 mes, 3, 6, 8 y 10 meses, 1, 3, 5, 6, 7, 8, 9 y 10 años, obtenidas al estimar conjuntamente un modelo para la media y la varianza condicional del tipo EGARCH(1,1) en la primera muestra, y del tipo GARCH(1,1) en la segunda. Para cada plazo, las series de varianza condicional fueron estimadas en el capítulo 3.

Para determinar cuántas variables son necesarias para explicar un porcentaje suficientemente elevado de las fluctuaciones en la ETV hemos utilizado técnicas de componentes principales. Los resultados obtenidos son robustos al período muestral, e indican que los tres primeros componentes principales explican conjuntamente al menos el 95% de la variabilidad total. Ello sugiere que probablemente sean suficientes tres variables para describir sin pérdida de información relevante el riesgo de la ETTI en sus distintos tramos.

Sobre la base de estos resultados hemos construido un modelo de factores de la Estructura Temporal de Volatilidades utilizando como variables explicativas los tres primeros componentes principales de los datos. El modelo propuesto explica de forma adecuada el comportamiento de la volatilidad de los tipos de interés en los plazos considerados, y además, genera previsiones de volatilidad condicional similares a las que se obtienen a partir de los modelos univariantes de volatilidad condicional.

Para comprobar que el modelo planteado genera previsiones de volatilidad condicional tan buenas como las obtenidas a partir de los modelos univariantes, hemos comparado las previsiones de volatilidad condicional obtenidas con el modelo propuesto, a distintos horizontes, con las obtenidas por la clase de modelos de Heterocedasticidad Condicional Autorregresiva. Concretamente, en la primera muestra analizada, se ha comparado las previsiones obtenidas por el modelo de factores con las obtenidas a partir de los modelos EGARCH(1,1), mientras que en la segunda muestra analizada, las previsiones generadas por el modelo de factores se han comparado con las obtenidas a partir de los modelos GARCH(1,1). Las previsiones realizadas se han hecho a horizontes de 2, 5, 10, 20 y 60 días de mercado. Para cada horizonte se han realizado previsiones durante 31 días consecutivos.

En general para casi todos los plazos, y en las dos muestras consideradas, el error medio cometido al aproximar las previsiones univariantes por las

previsiones obtenidas por el modelo de factores diseñado en este capítulo, es bastante pequeño para cualquier horizonte. Ello significa que, el modelo propuesto permite prever el riesgo de la ETTI, de forma tan adecuada como las medidas univariantes, y lo que es más importante, con un coste computacional muy inferior, todo lo cual sugiere que este modelo podría ser de cierta utilidad práctica para la gestión del riesgo de carteras de títulos de deuda pública.

El modelo de factores propuesto en este capítulo constituye una herramienta que puede resultar de gran utilidad en el ámbito de las finanzas en la medida en que permite reducir el coste de estimación y previsión del riesgo de la ETTI a partir de la estimación y previsión del riesgo de un número muy reducido de variables. Sin embargo, en el modelo planteado en este capítulo, las variables de referencia para explicar la ETV no son “*directamente interpretables*”, por lo que su aplicación práctica podría despertar cierto recelo en la profesión. En este sentido, hemos creído que sería interesante poder identificar los componentes estimados tanto en la primera muestra como en la segunda, con la volatilidad de los tipos de interés a algún plazo determinado o con algunos diferenciales de volatilidades. La evidencia encontrada a este respecto, es muy positiva ya que se ha detectado que existe una relación muy estrecha entre las variables que resumen la información de la Estructura Temporal de Volatilidades, y la volatilidad de los tipos de interés a unos plazos específicos, así como, con algunos diferenciales de volatilidades. Esto permite utilizar unos plazos determinados como variables de referencia para la estimación del riesgo de la ETTI.

Apéndice I. Técnicas de Componentes Principales.

El análisis de componentes principales tiene como objetivo, dadas n observaciones de k variables, analizar si es posible representar adecuadamente esta información con un número menor de variables que sean combinaciones lineales de las originales.

Sea H una matriz de datos de orden $n \times k$, donde en columnas se representa las variables y por filas las n observaciones de cada una de las k variables. Para resumir la información contenida en H definimos el siguiente modelo:

$$\frac{h_{i,j} - \bar{h}_j}{s_j} = b_1 z_{i1} + b_2 z_{i2} + b_3 z_{i3} + \dots + b_p z_{ip} + \varepsilon_{i,j} \quad (1)$$

$$i = 1, \dots, n; \quad j = 1, \dots, k$$

donde: $h_{i,j}$ representa la observación i -ésima de la variable h_j , \bar{h}_j y s_j representan respectivamente, la media y la desviación típica muestral de la variable h_j , y $z_{i,j}$ es la observación i -ésima del componente j en un modelo de p componentes principales.

Notesé que en el modelo (1) las variables dependientes a explicar están estandarizadas¹.

En términos vectoriales, el modelo (1) se define como:

$$\tilde{h}_j = b_1 z_1 + b_2 z_2 + b_3 z_3 + \dots + b_p z_p + \varepsilon_j \quad (2)$$

$$j = 1, \dots, k$$

donde \tilde{h}_j es un vector columna $n \times 1$ que contiene las observaciones estandarizadas de la variable h_j .

Las variables z_1, z_2, \dots, z_p , de orden $n \times 1$, se denominan *componentes principales* y se definen como:

¹ Generalmente, para evitar problemas de escala en los datos el análisis de componentes principales se realiza sobre los datos estandarizados.

$$z_m = a_1^m \tilde{h}_1 + a_2^m \tilde{h}_2 + a_3^m \tilde{h}_3 + \dots + a_k^m \tilde{h}_k$$

$$m = 1, \dots, p$$

El análisis de componentes principales consiste en determinar la forma de los componentes principales que resumen óptimamente la información contenida en la matriz de datos estandarizados, que denotamos \tilde{H} , es decir, en determinar el conjunto de coeficientes a_i^j para $i=1, \dots, k$ y $j=1, \dots, p$, tales que, el error de predicción cometido al aproximar la matriz de datos \tilde{H} por el modelo (1) es mínimo.

Se puede demostrar que los componentes principales que resumen óptimamente la información contenida en \tilde{H} , es decir, que predicen las variables en \tilde{H} con un mínimo error son aquellos que presentan mayor varianza.

Por tanto, para calcular los coeficientes que definen los componentes principales hay que resolver un simple problema de optimización cuya función objetivo es la varianza de los componentes principales.

Así, por ejemplo, dada la matriz de datos estandarizados, denotada por \tilde{H} , de orden $n \times k$, el primer componente principal se define como:

$$\begin{pmatrix} z_{11} \\ z_{12} \\ \cdot \\ \cdot \\ z_{1n} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{h}_{11} & \tilde{h}_{21} & \cdot & \cdot & \tilde{h}_{k1} \\ \tilde{h}_{12} & \tilde{h}_{22} & \cdot & \cdot & \tilde{h}_{k2} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \tilde{h}_{1n} & \tilde{h}_{2n} & \cdot & \cdot & \tilde{h}_{kn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1^1 \\ a_2^1 \\ \cdot \\ \cdot \\ a_k^1 \end{pmatrix} \quad (3)$$

o alternativamente,

$$z_1 = \tilde{H}a^1$$

y la varianza de este componente,

$$Var(z_1) = \frac{1}{n} z_1' z_1 = \frac{1}{n} (\tilde{H}a^1)' \tilde{H}a^1$$

$$Var(z_1) = \frac{1}{n} a^{1'} \tilde{H}' \tilde{H}a^1 = a^{1'} S_{\tilde{h}} a^1$$

donde $S_{\tilde{h}}$ es la matriz de varianzas y covarianzas muestral de la matriz de datos estandarizados, que hemos denotada \tilde{H} . Teniendo en cuenta que es posible maximizar la varianza de z_1 sin límite al aumentar el módulo de a^1 , imponemos la siguiente restricción: $a^1 a^1 = 1$.

Así, el primer componente principal se obtiene del siguiente problema de optimización:

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad & \text{Var}(z_1) = a^1 S_{\tilde{h}} a^1 \\ \text{s.a} \quad & a^1 a^1 = 1 \end{aligned}$$

cuyo Lagrangiano es:

$$M = a^1 S_{\tilde{h}} a^1 - \lambda(a^1 a^1 - 1)$$

con condición de optimalidad:

$$\begin{aligned} \frac{\partial M}{\partial a} &= 2S_{\tilde{h}} a^1 - 2\lambda a^1 = 0 \\ \frac{\partial M}{\partial \lambda} &= a^1 a^1 - 1 = 0 \end{aligned}$$

cuya solución satisface:

$$S_{\tilde{h}} a^1 = \lambda a^1$$

lo que significa que a^1 es un vector propio de la matriz $S_{\tilde{h}}$, y λ su correspondiente autovalor. Para determinar qué valor propio de $S_{\tilde{h}}$ es la solución de la ecuación anterior, tendremos en cuenta que, multiplicando esta ecuación por a^1 obtenemos la varianza de z_1 , que es igual a λ :

$$\text{var}(a^1 \tilde{H}) = a^1 S_{\tilde{h}} a^1 = \lambda a^1 a^1 = \text{var}(z_1) = \lambda$$

Por tanto, dado que el problema planteado tiene como objetivo maximizar la varianza del primer componente principal, λ será el mayor valor propio de $S_{\tilde{h}}$. Su vector propio asociado, a^1 , define las ponderaciones de cada variable en el primer componente principal.

Para calcular los dos primeros componentes principales, la función objetivo a maximizar es la suma de las varianzas de z_1 y z_2 definidos por:

$$z_1 = \tilde{H}a^1; \quad z_2 = \tilde{H}a^2$$

donde a^i , $i=1, 2$, son vectores $k \times 1$.

El problema planteado es:

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad & \text{Var}(z_1) + \text{Var}(z_2) \\ \text{s.a} \quad & a^1 a^1 = 1 \\ & a^2 a^2 = 1 \end{aligned}$$

El Lagrangiano queda definido por:

$$M = a^1 S_{\tilde{h}} a^1 + a^2 S_{\tilde{h}} a^2 - \lambda_1 (a^1 a^1 - 1) - \lambda_2 (a^2 a^2 - 1)$$

$$\frac{\partial M}{\partial a_1} = 0 \Rightarrow 2S_{\tilde{h}} a^1 - \lambda_1 a^1 = 0$$

$$\frac{\partial M}{\partial a_2} = 0 \Rightarrow 2S_{\tilde{h}} a^2 - \lambda_2 a^2 = 0$$

cuya solución satisface:

$$S_{\tilde{h}} a^1 = \lambda_1 a^1$$

$$S_{\tilde{h}} a^2 = \lambda_2 a^2$$

lo que indica que a^1 y a^2 deben de ser vectores propios de $S_{\tilde{h}}$, y λ_1 y λ_2 sus correspondientes autovalores.

En general, se puede demostrar análogamente que el espacio de dimensión r que mejor representa a los datos viene definido por los vectores propios asociados a los r mayores autovalores de $S_{\tilde{h}}$. Estas direcciones se denominan direcciones principales de los datos y a las nuevas variables por ellas definidas, *componentes principales*. En general existen k componentes principales, que se obtendrán

calculando los valores propios o raíces características de la matriz de varianzas y covarianzas de \tilde{H} , al resolver la ecuación característica:

$$|S_{\tilde{y}} - \lambda I| = 0$$

y los vectores asociados a las distintas raíces características satisfacen:

$$(S_{\tilde{h}_i} - \lambda_i I)a_i = 0$$

Por tanto, los componentes principales son una combinación lineal de las variables originales, donde las ponderaciones atribuidas a cada variable vienen dadas por los coeficientes que definen los autovectores asociados a la matriz de varianzas y covarianzas de los datos estandarizados.

$$(z_{1i} \quad z_{2i} \quad \cdot \quad \cdot \quad z_{ki}) = (\tilde{h}_{1i} \quad \tilde{h}_{2i} \quad \cdot \quad \cdot \quad \tilde{h}_{ki}) \begin{pmatrix} a_1^1 & a_1^2 & \cdot & \cdot & a_1^k \\ a_2^1 & a_2^2 & \cdot & \cdot & a_2^k \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_k^1 & a_k^2 & \cdot & \cdot & a_k^k \end{pmatrix} \quad (4)$$

$$i = 1, \dots, n$$

En términos matriciales, la relación mantenida por los k componentes principales y la matriz de datos estandarizados denotada por \tilde{H} se expresa como:

$$Z = \tilde{H}A \quad (5)$$

donde: Z es una matriz de componentes principales de orden $n \times k$, \tilde{H} es la matriz de datos estandarizados de orden $n \times k$, y la matriz A contiene en columnas los k autovectores asociados a la matriz de varianzas y covarianzas de \tilde{H} .

De la expresión (5) es fácil comprobar que las variables incluidas en \tilde{H} pueden expresarse como una combinación lineal de los componentes principales, donde los coeficientes que determinan el peso que cada componente principal tiene sobre cada una de las k variables incluidas en \tilde{H} , viene dado exactamente por el peso que cada variable tiene en la composición de los componentes principales:

$$(\tilde{h}_{i,1} \quad \tilde{h}_{i,2} \quad \dots \quad \tilde{h}_{i,k}) = (z_{i1} \quad z_{i2} \quad \dots \quad z_{ik}) \begin{pmatrix} a_1^1 & a_2^1 & \dots & a_k^1 \\ a_1^2 & a_2^2 & \dots & a_k^2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_1^k & a_2^k & \dots & a_k^k \end{pmatrix} \quad (6)$$

$i = 1, \dots, n$

Notesé, que para derivar la expresión (6) se ha tenido en cuenta que la matriz A de la expresión (5) verifica la siguiente propiedad:

$$A^{-1} = A^T$$

En términos matriciales la expresión (6) puede representarse como:

$$\tilde{H} = ZA^T \quad (7)$$

donde \tilde{H} y Z son matrices de orden $n \times k$ y A es una matriz de orden $k \times k$.

Teniendo en cuenta que la matriz \tilde{H} es una matriz de datos estandarizados, la expresión (7) puede reescribirse como:

$$(H - \bar{H})D^{-1} = ZA^T \quad (8)$$

donde \bar{H} de orden $n \times k$ contiene en columnas la media muestral de las k variables incluidas en H . La matriz D de orden $n \times k$, es una matriz diagonal que contiene en la diagonal principal la desviación típica muestral de las k variables incluidas en H . De (8) se obtiene una expresión para explicar el comportamiento de las variables contenidas en H .

$$H = \bar{H} + ZA^T D \quad (9)$$

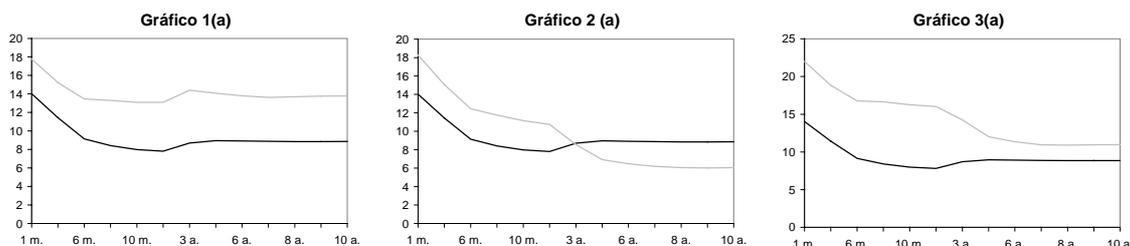
El análisis de componentes principales también nos permite determinar que parte de la varianza total de la matriz cuya información se quiere resumir, puede ser explicada por cada uno de los componentes principales de los datos. Concretamente, la proporción de varianza total explicada por el componente j viene dado por la expresión:

$$p_i = \frac{\lambda_i}{\sum_{j=1}^k \lambda_j}$$

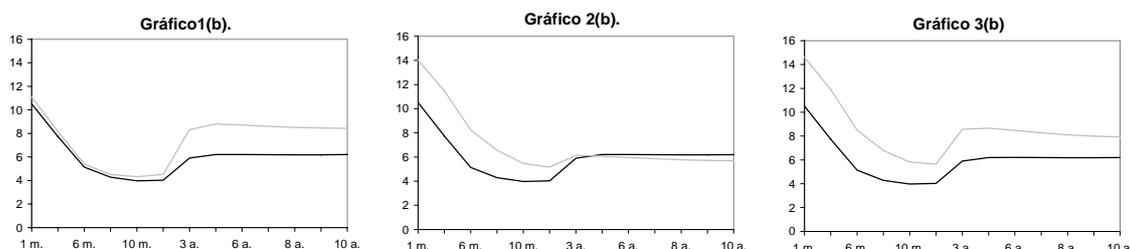
donde λ_j es la varianza del componente j , y $\sum_{j=1}^k \lambda_j$ es la varianza total de la matriz de datos estandarizados, que se obtiene como la suma de la varianza de cada una de las componentes principales asociadas a los datos. Ello se deriva de una de las propiedades que presentan los componentes principales, que es el hecho de que estos conservan la variabilidad inicial, es decir, que la suma de las varianzas de los componentes principales es igual a la suma de las varianzas de las variables incluidas en \tilde{Y} .

Apéndice II: Estructura Temporal de Volatilidades

(Junio-93 hasta Septiembre-95)



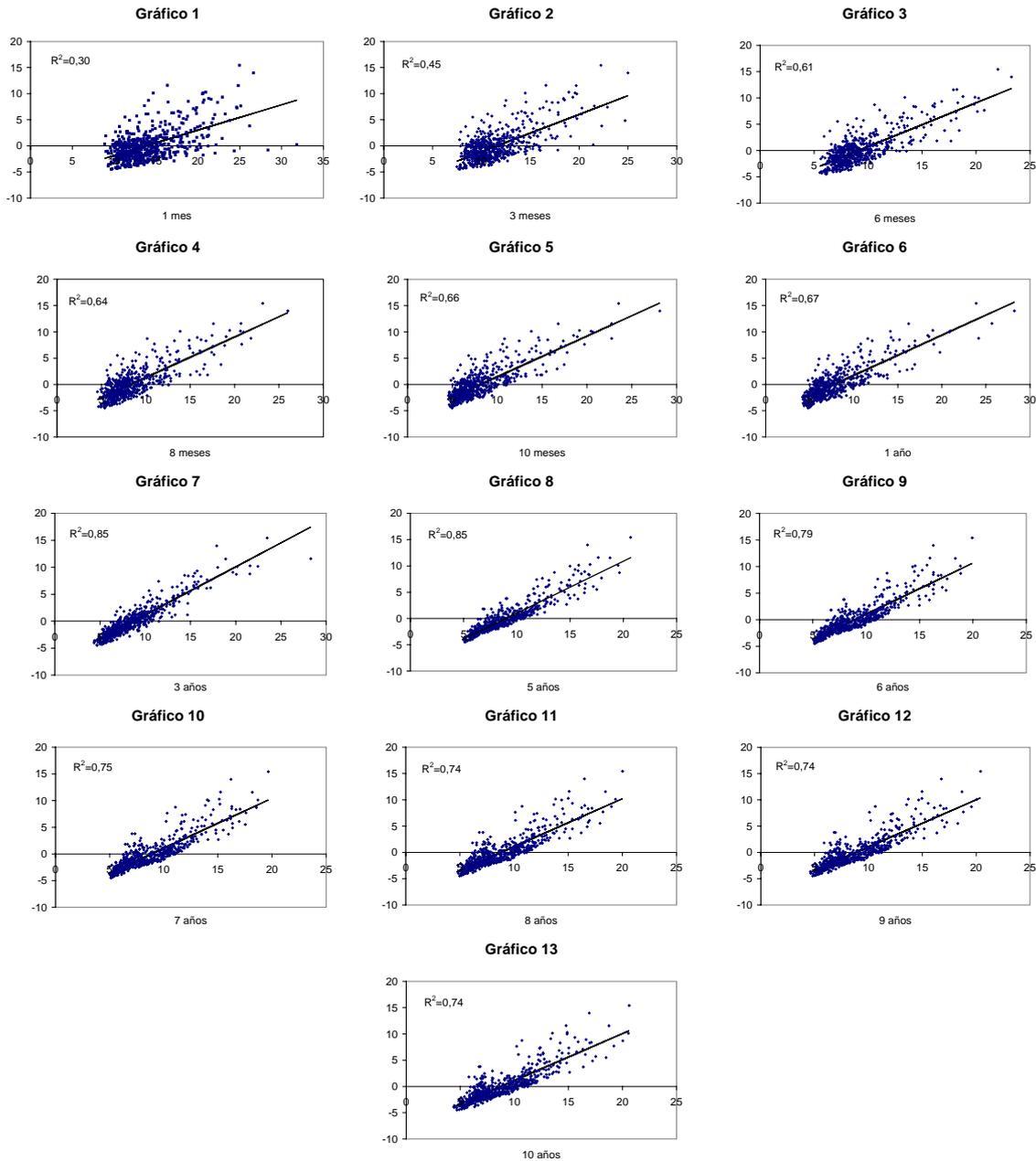
(Octubre-95 hasta Diciembre-97)



- 1) En los gráficos 1(a), 2(a) y 3(a), la línea negra gruesa representa la Estructura Temporal de Volatilidades que se obtiene con el modelo de 3 cuando se impone para cada factor su media muestral. Como la esperanza matemática de los componentes principales es cero y por tanto también lo es su media muestral, la ETV generada por el modelo en dichos puntos coincide con la ETV media en el período junio-93/septiembre-95. Es decir, para cada plazo considerado, la desviación típica condicional que se representa en los gráficos 1(a) a 3(a) es la desviación típica condicional media entre junio de 1993 y Septiembre de 1995.
- 2) Lo mismo para los gráficos 1(b), 2(b) y 3(b), pero en el período octubre-95/diciembre97.
- 3) En los gráficos 1(a) y 1(b) las líneas grises representan la Estructura Temporal de Volatilidades que se obtiene a partir del modelo de 3 factores cuando se impone para el 2º y 3º componente principal su valor medio, y para el 1º componente su valor medio en el período considerado más dos desviaciones típicas.
- 4) En los gráficos 2(a) y 2(b) las líneas grises representan la Estructura Temporal de Volatilidades que se obtiene a partir del modelo de 3 factores cuando se impone para el 1º y 3º componente principal su valor medio en cada período considerado, y para el 2º componente su valor medio más dos desviaciones típicas.
- 5) En los gráficos 3(a) y 3(b) las líneas grises representan la Estructura Temporal de Volatilidades que se obtiene a partir del modelo de 3 factores cuando se impone para el 3º componente su valor medio en cada período considerado y para el 1º y 2º componente principal su valor medio en cada período más dos desviaciones típicas.

**Apéndice III: Primer componente principal
versus desviación típica condicional de los tipos de interés.**

Junio de 1993 hasta Septiembre de 1995



La línea continua es la recta de regresión del modelo:

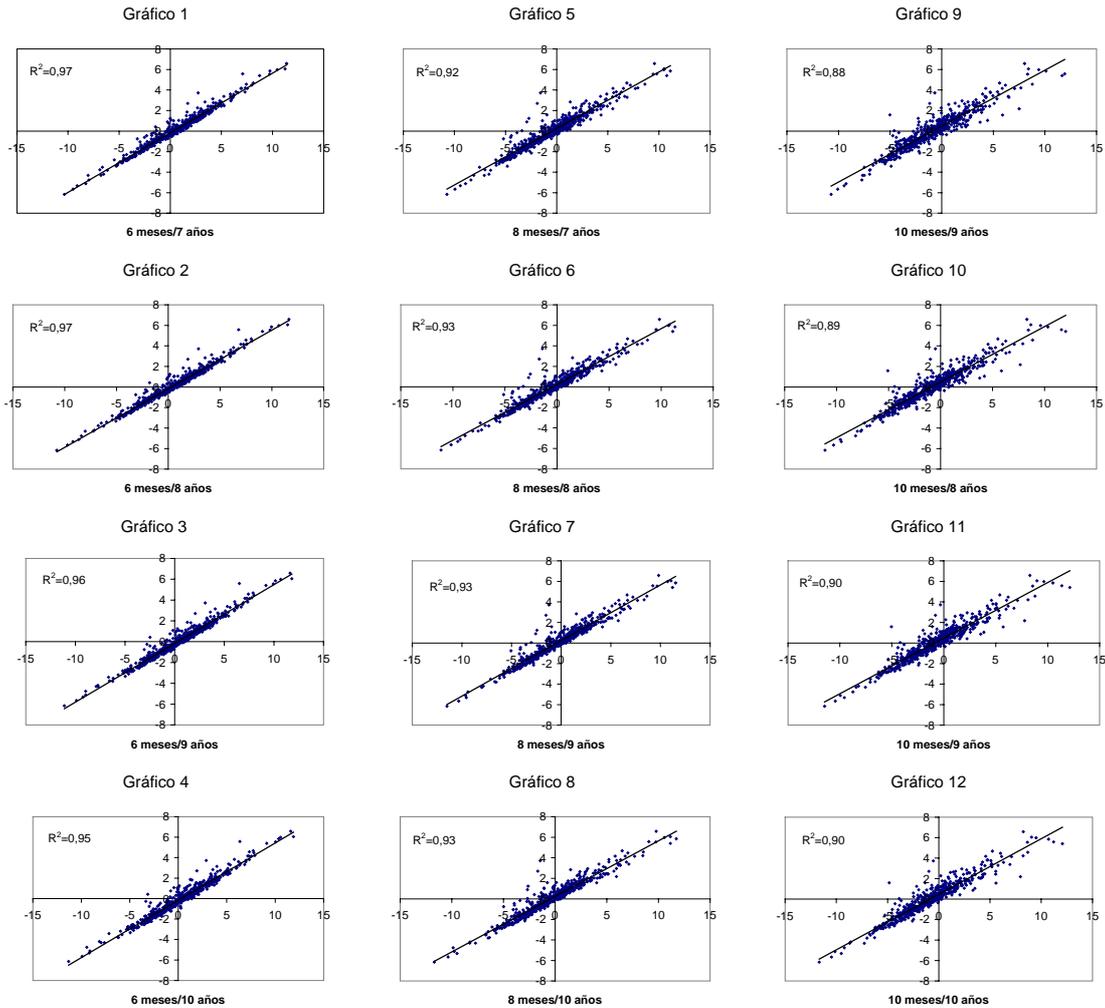
$$z_1 = \alpha + \beta h_t^j + \varepsilon_t$$

z_1 representa el primer componente principal; h_t^j es la desviación típica condicional del tipo de interés a plazo j y

R^2 es el coeficiente de determinación.

Apéndice IV: Segundo componente principal versus diferencias de volatilidad largo-corto plazo.

Junio de 1993 hasta Septiembre de 1995



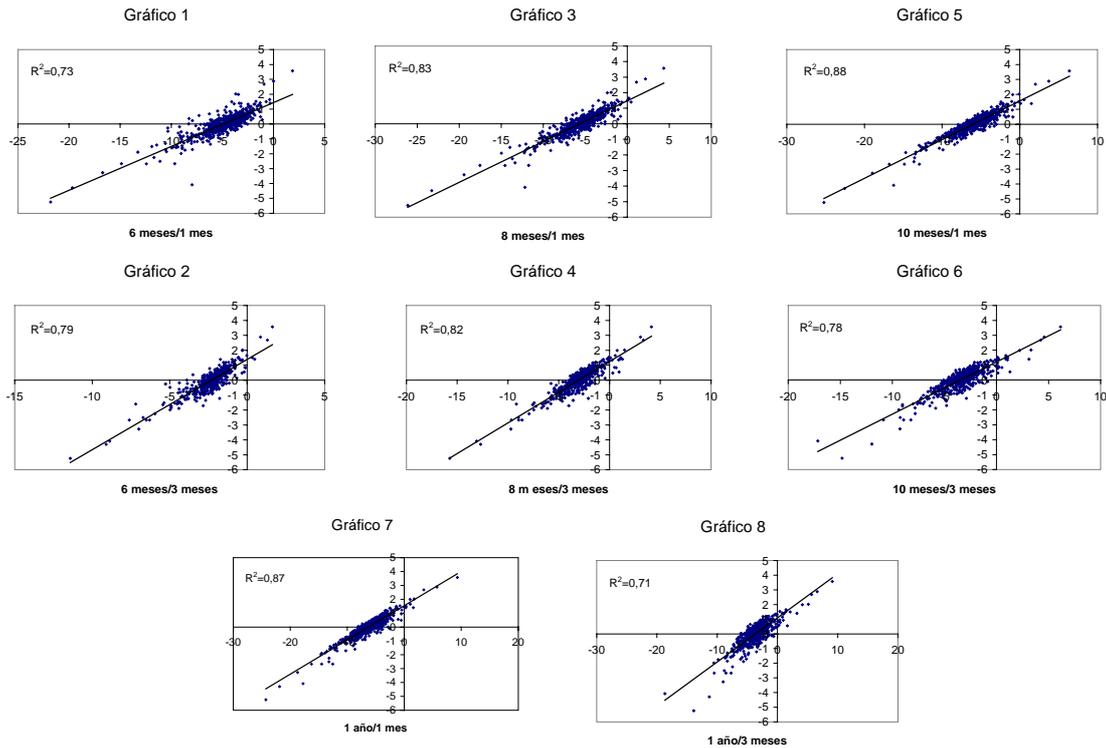
La línea continua es la recta de regresión:

$$z_2 = \alpha + \beta(h_t^j - h_t^i) + \varepsilon_t \quad (1)$$

z_2 representa el segundo componente principal; h_t^j representa la desviación típica condicional del tipo de interés a plazo j ; h_t^i representa la desviación típica condicional del tipo de interés a plazo i y R^2 es el coeficiente de determinación de (1).

Apéndice V. Tercer componente principal versus diferenciales de volatilidad en el tramo corto de la ETV.

Junio de 1993 hasta Septiembre de 1995



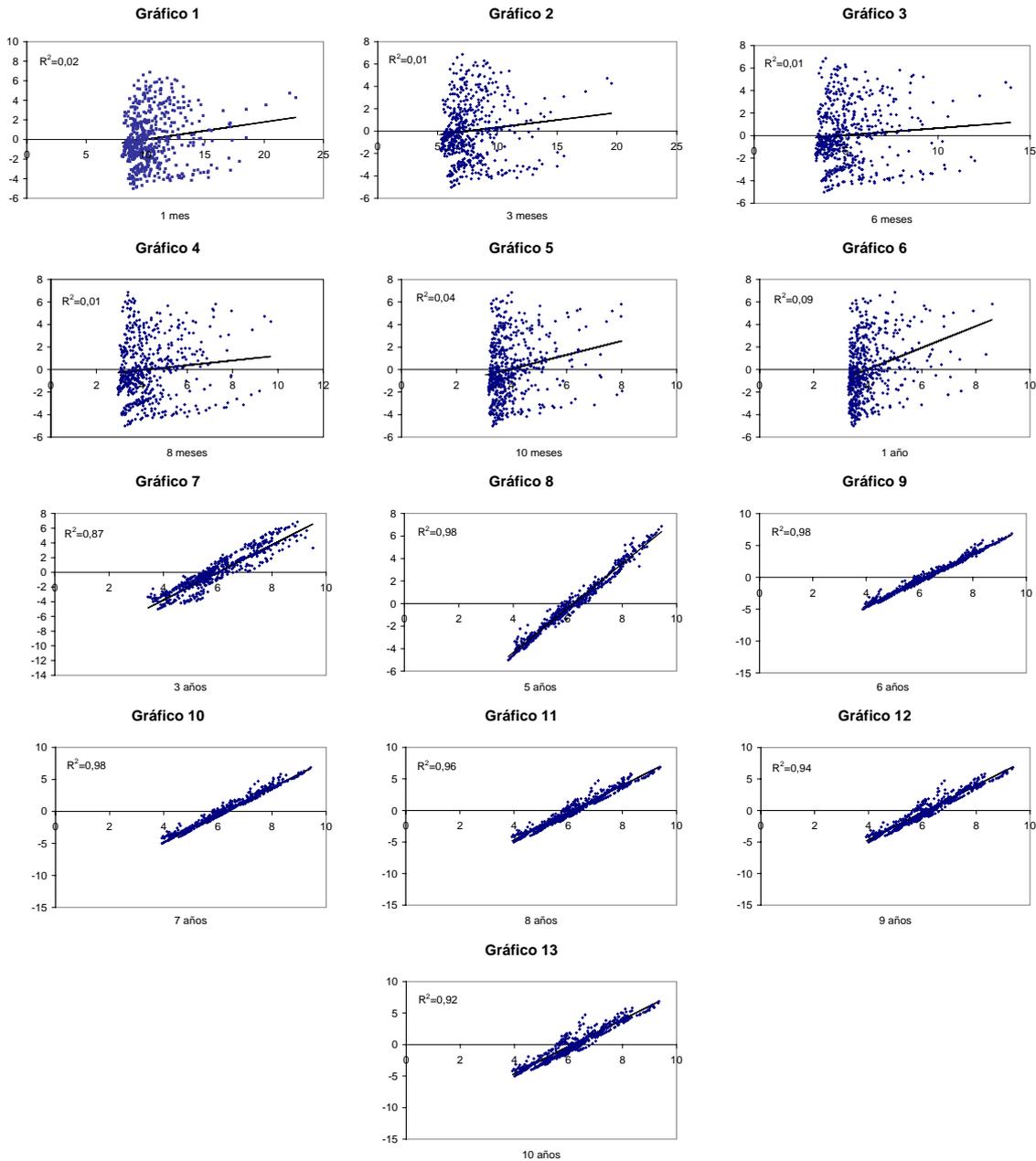
La línea continua es la recta de regresión:

$$z_2 = \alpha + \beta(h_t^j - h_t^i) + \varepsilon_t \quad (1)$$

z_2 representa el segundo componente principal; h_t^j representa la desviación típica condicional del tipo de interés a plazo j ; h_t^i representa la desviación típica condicional del tipo de interés a plazo i y R^2 es el coeficiente de determinación de (1).

Apéndice VI. Primer componente principal versus desviación típica condicional de los tipos de interés.

Octubre de 1995 hasta Diciembre de 1997



La línea continua es la recta de regresión del modelo:

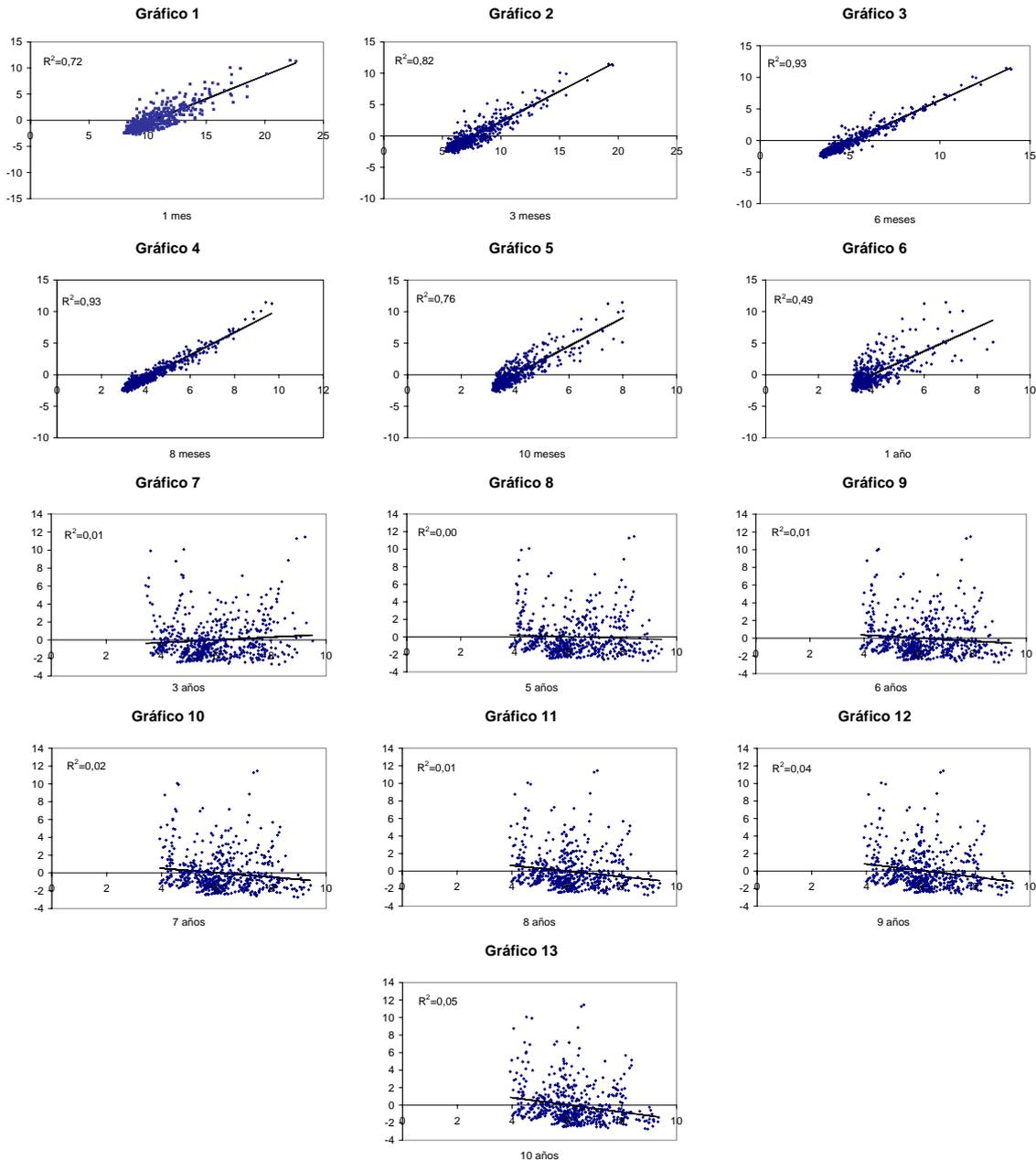
$$z_1 = \alpha + \beta h_t^j + \varepsilon_t$$

z_1 representa el primer componente principal; h_t^j es la desviación típica condicional del tipo de interés a plazo j y

R^2 es el coeficiente de determinación.

Apéndice VII. Segundo componente principal versus desviación típica condicional de los tipos de interés.

Octubre de 1995 hasta Diciembre de 1997.



La línea continua es la recta de regresión del modelo:

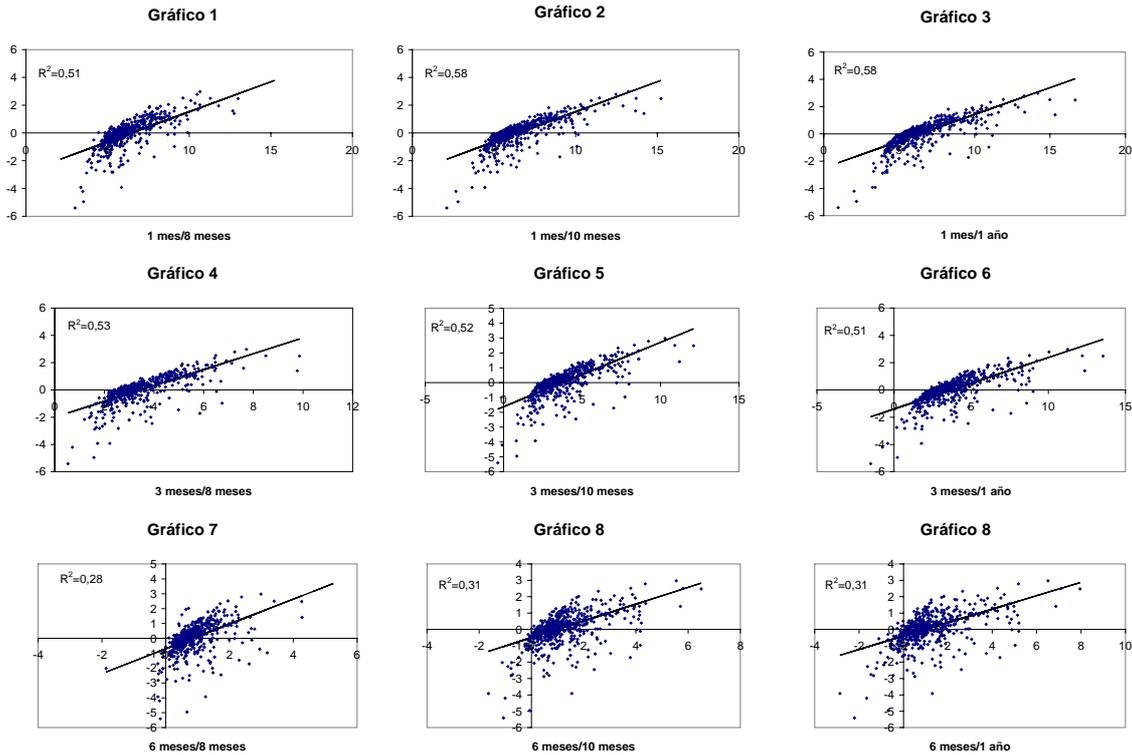
$$z_2 = \alpha + \beta h_t^j + \varepsilon_t$$

z_2 representa el primer componente principal; h_t^j es la desviación típica condicional del tipo de interés a plazo j y

R^2 es el coeficiente de determinación.

Apéndice VIII. Tercer componente principal versus diferenciales de volatilidad en el tramo corto de la ETV.

Octubre de 1995 hasta Diciembre de 1997



La línea continua es la recta de regresión:

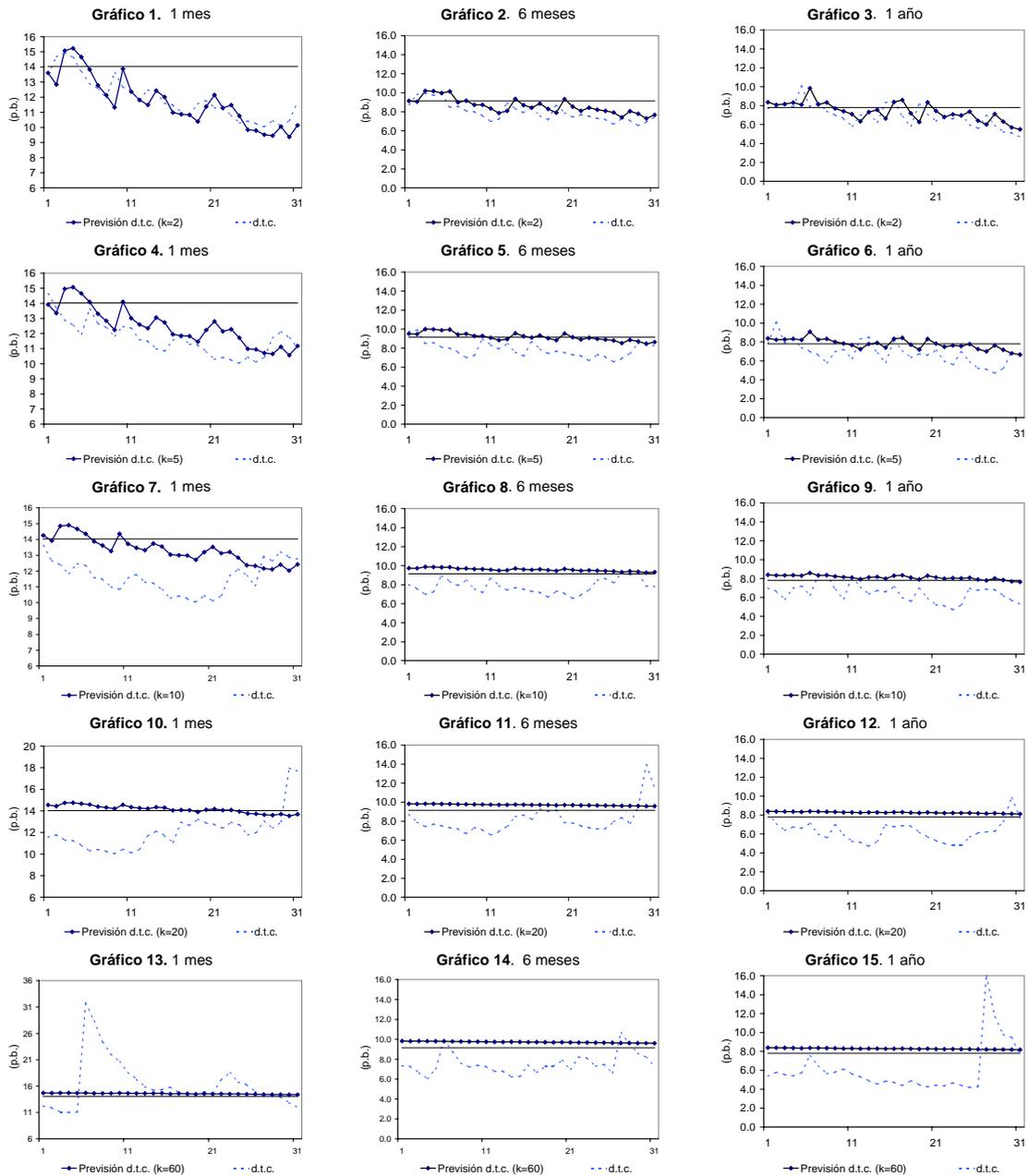
$$z_3 = \alpha + \beta(h_t^j - h_t^i) + \varepsilon_t \quad (1)$$

z_3 representa el segundo componente principal; h_t^j representa la desviación típica condicional del tipo de interés a plazo j ; h_t^i representa la desviación típica condicional del tipo de interés a plazo i y R^2 es el coeficiente de determinación de (1).

Apéndice IX(a): Previsión con un EGARCH(1,1).

Previsión de la desviación típica condicional (d.t.c.)
de los tipos de interés a 1 mes, 6 meses y 1 año.

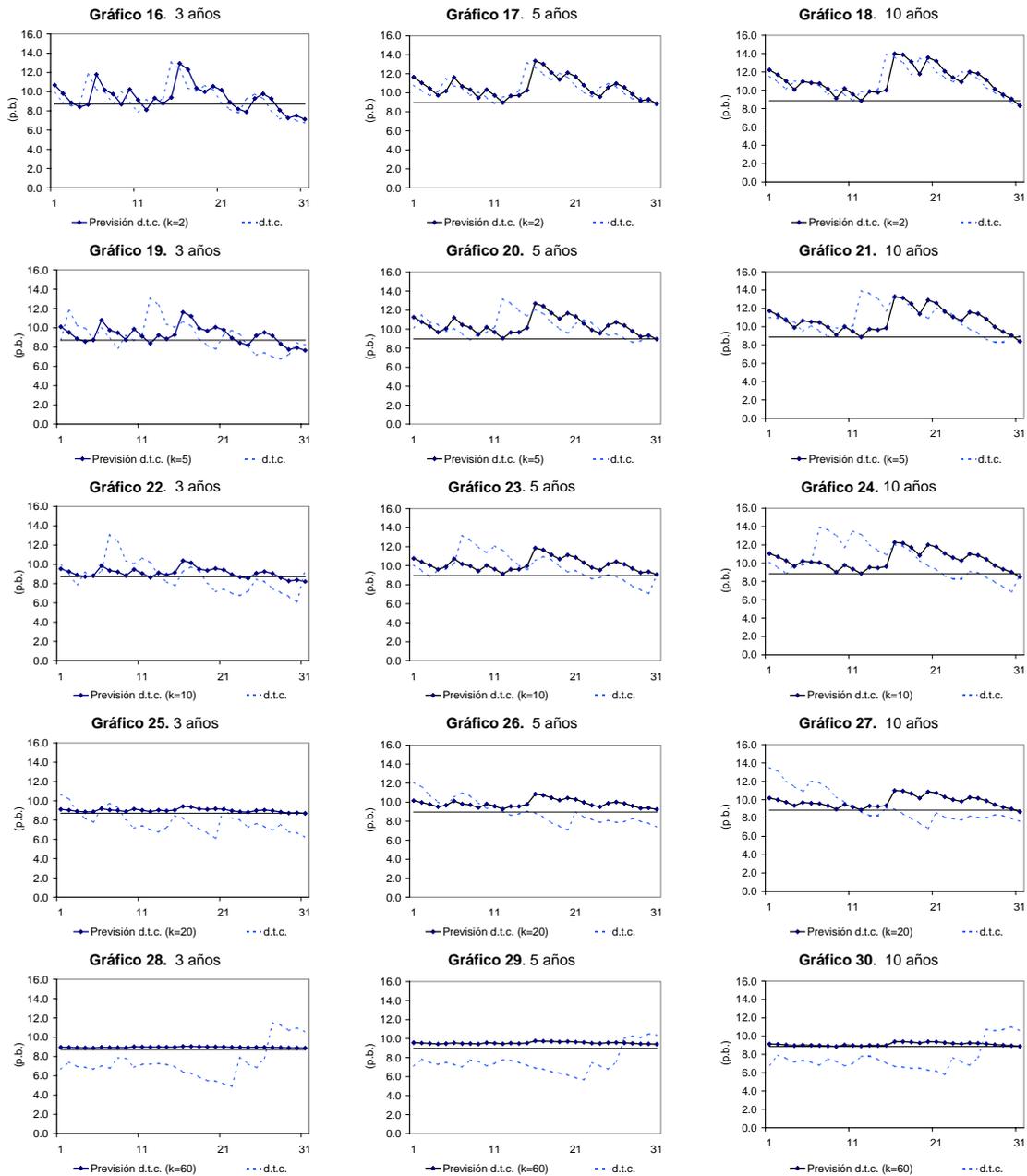
Junio de 1993 hasta Septiembre de 1995



Apéndice IX(b): Previsión con un EGARCH(1,1).

Previsión de la desviación típica condicional (d.t.c.)
de los tipos de interés a 3, 5 y 10 años.

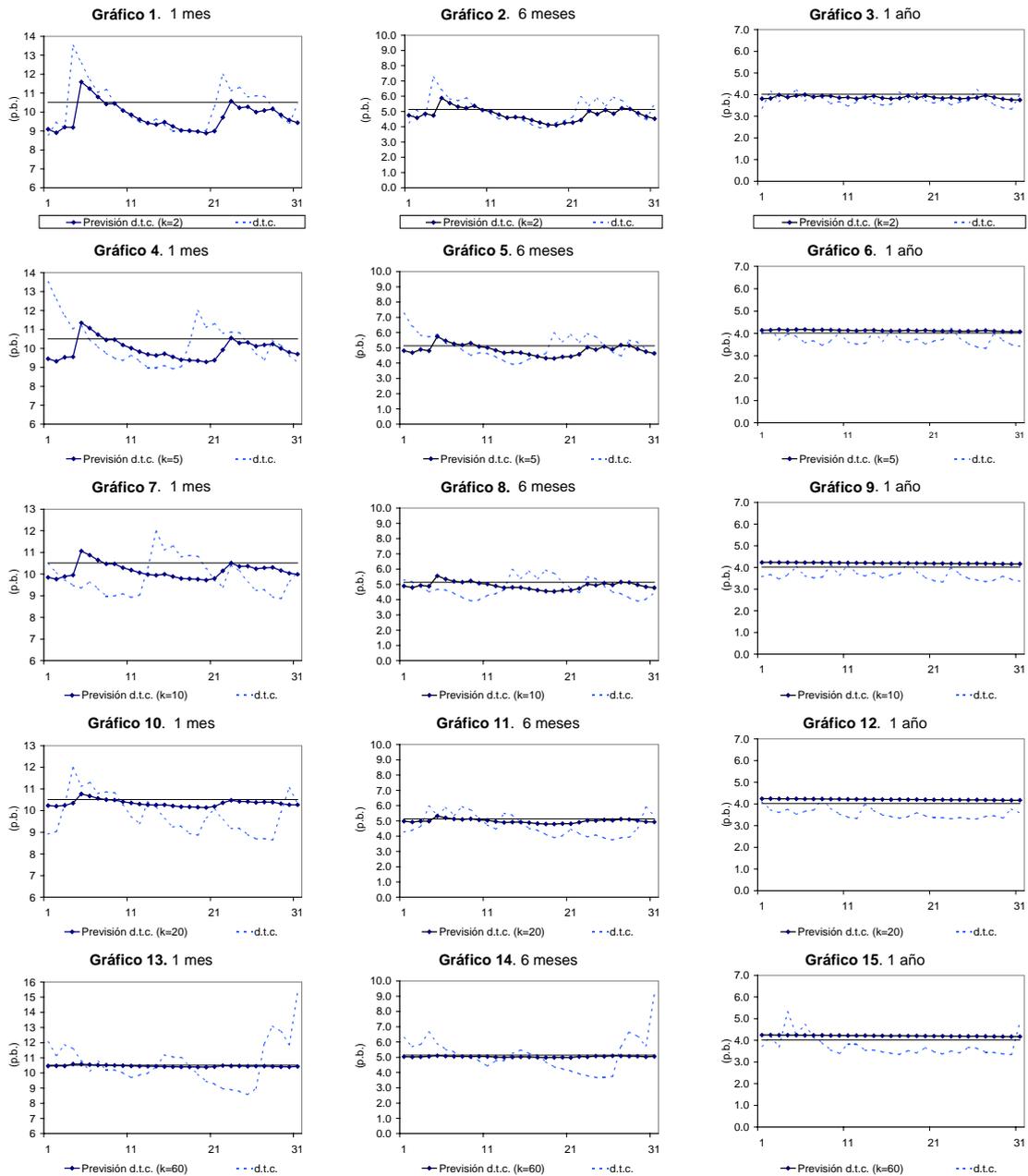
Junio de 1993 hasta Septiembre de 1995



Apéndice X(a): Previsiones con un GARCH(1,1).

Previsión de la desviación típica condicional (d.t.c) de los tipos de interés a 1 mes, 6 meses y 1 año.

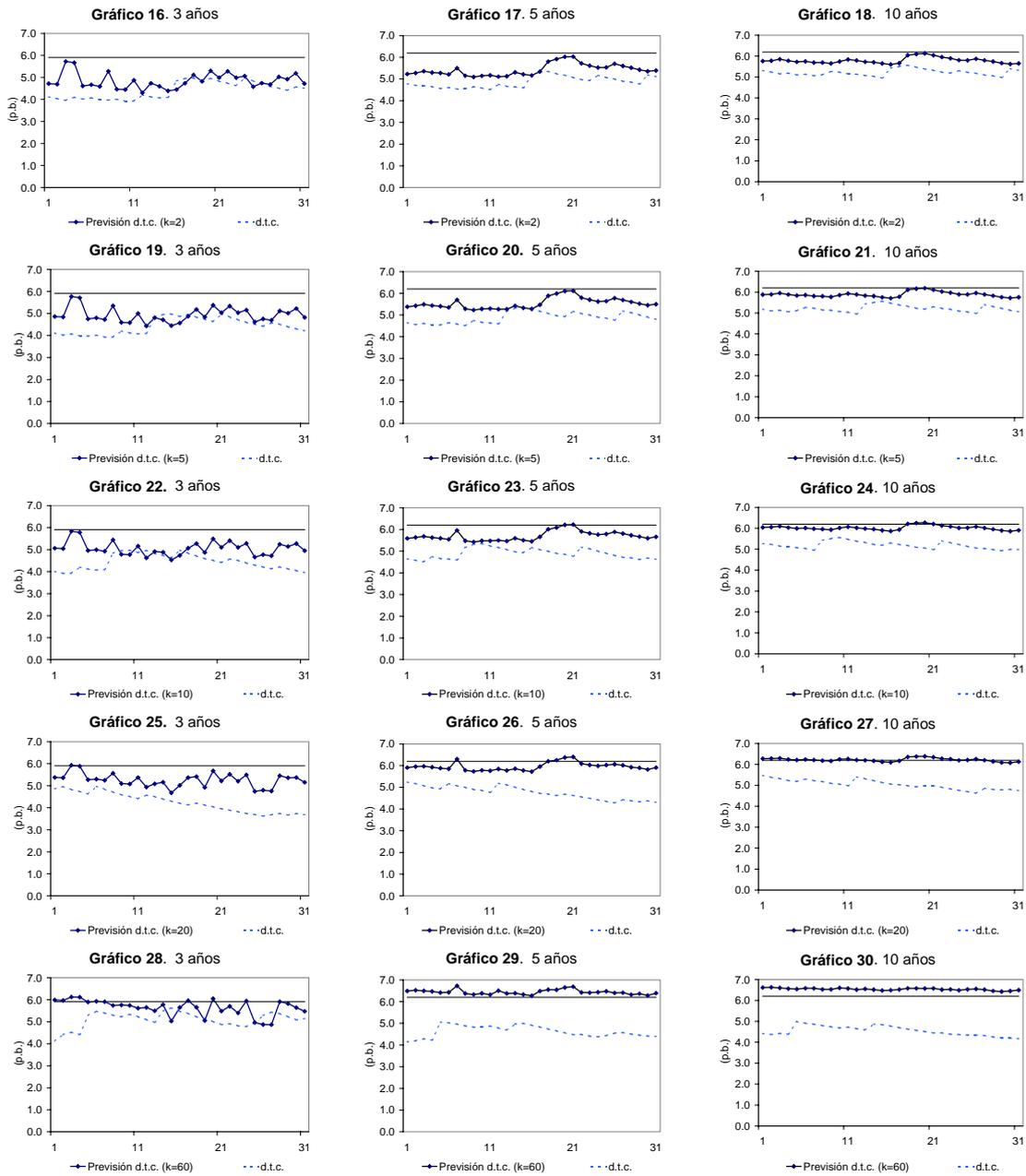
Octubre de 1995 hasta Diciembre de 1997



Apéndice X(b): Previsiones con un GARCH(1,1).

Previsión de la desviación típica condicional (d.t.c.)
de los tipos de interés a 3, 5 y 10 años.

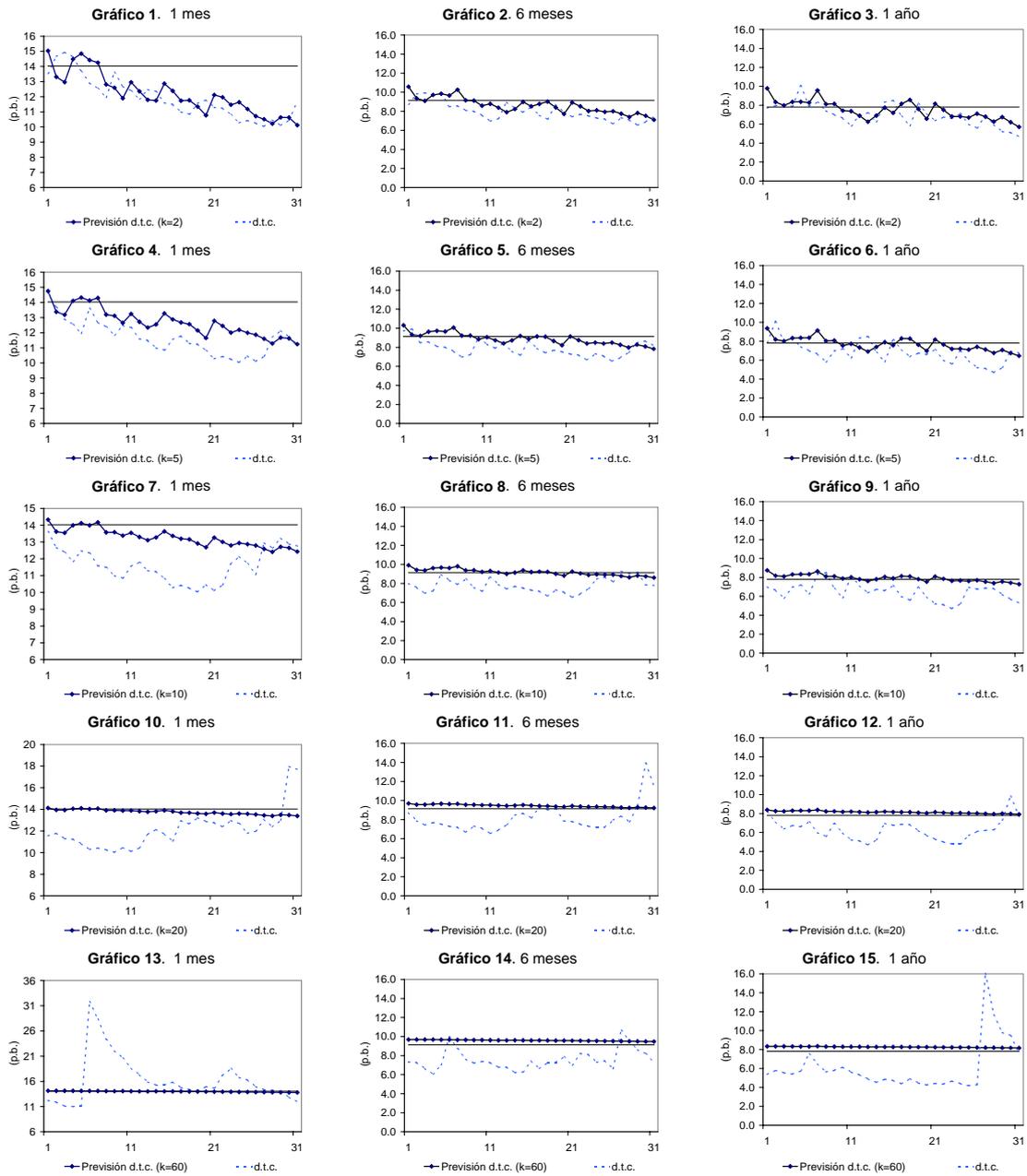
Octubre de 1995 hasta Diciembre de 1997



Apéndice XI(a): Previsión con el modelo de factores de la ETV.

Previsión de la desviación típica condicional (d.t.c.)
de los tipos de interés a 1 mes, 6 meses y 1 año.

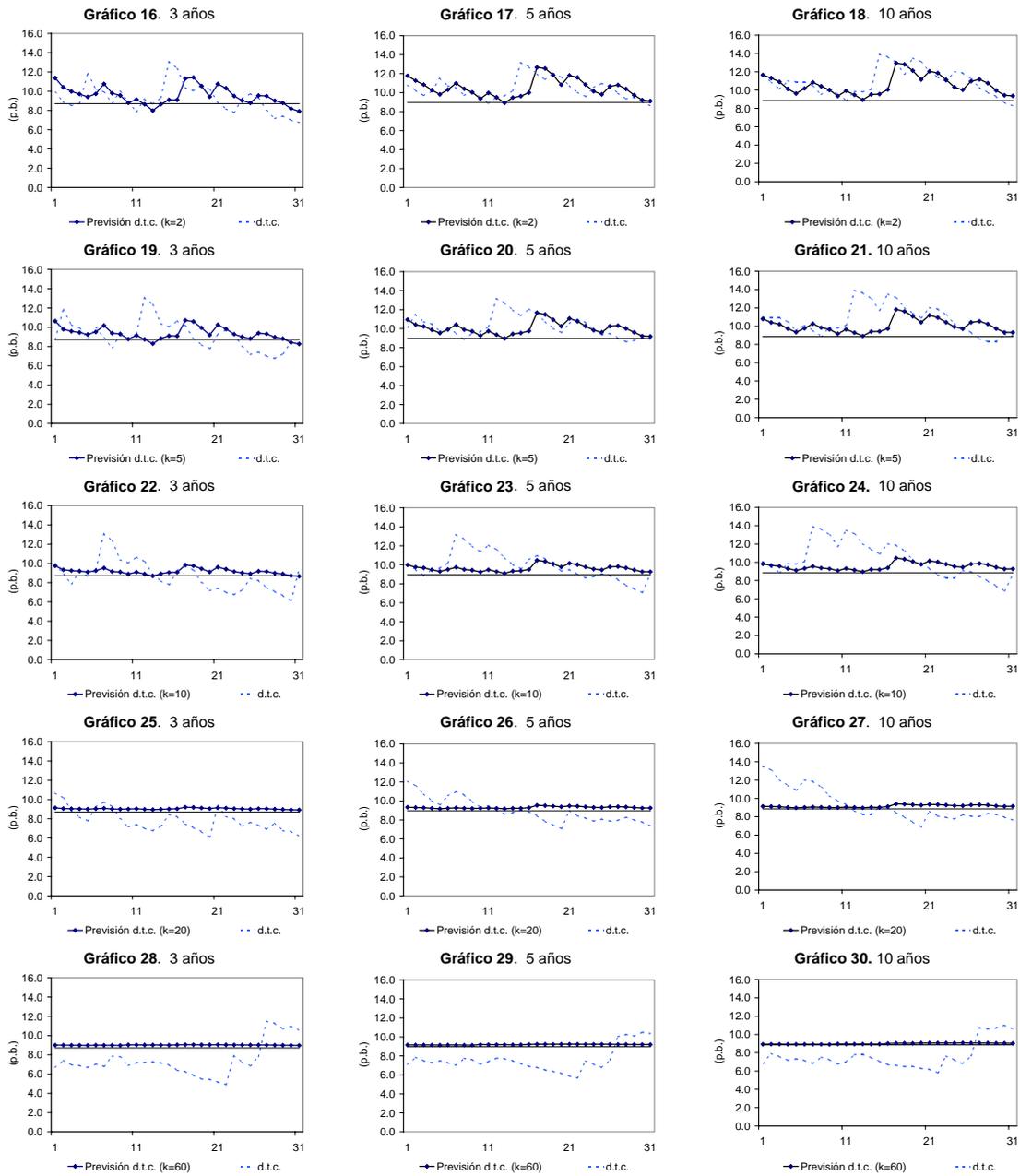
Junio de 1993 hasta Septiembre de 1995



Apéndice XI(b): Previsión con el modelo de factores de la ETV.

Previsión de la desviación típica condicional (d.t.c.)
de los tipos de interés a 3, 5 y 10 años.

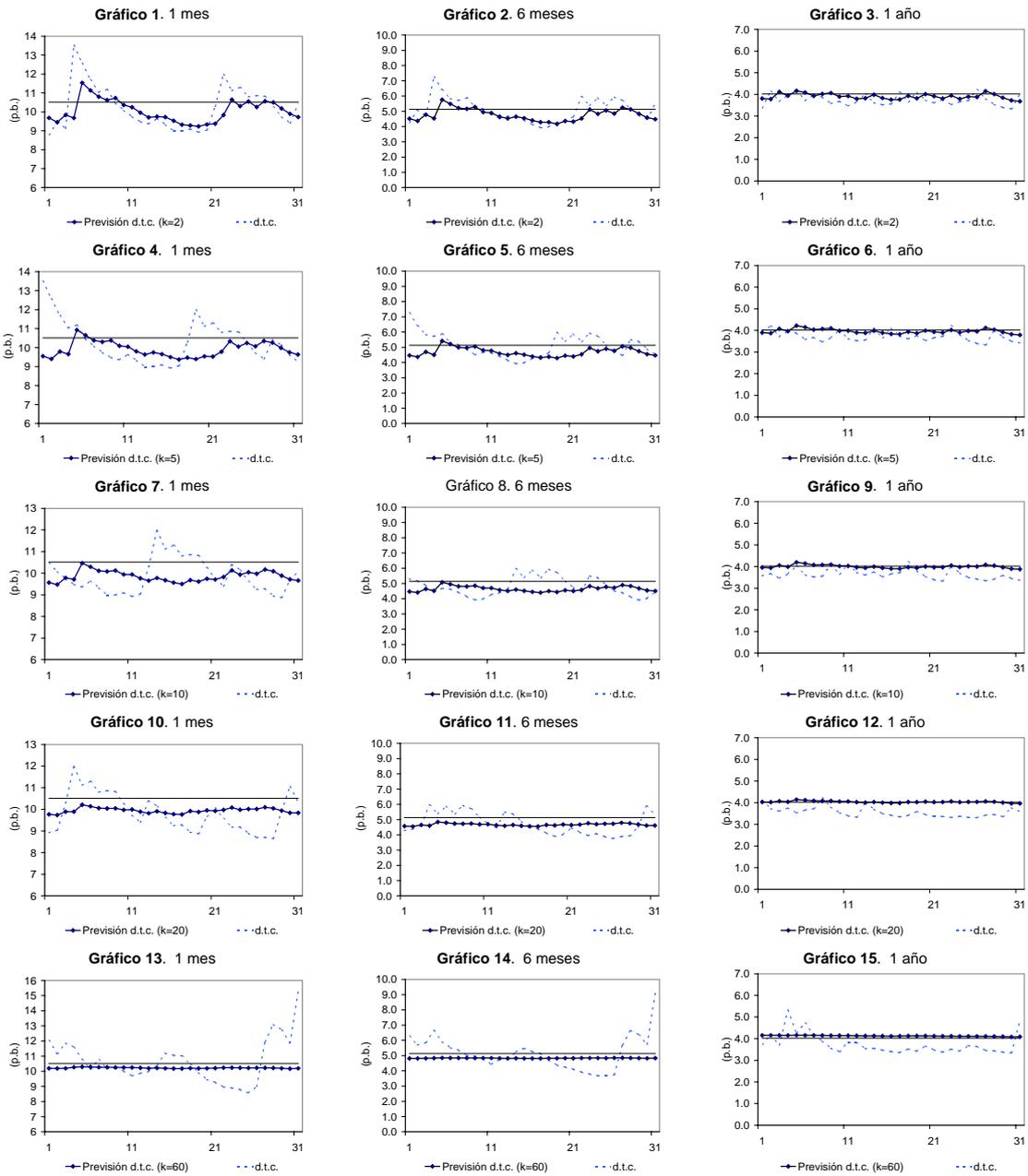
Junio de 1993 hasta Septiembre de 1995



Apéndice XII(a): Previsión con el modelo de factores de la ETV.

Previsión de la desviación típica condicional (d.t.c.)
de los tipos de interés a 1 mes, 6 meses y 1 año.

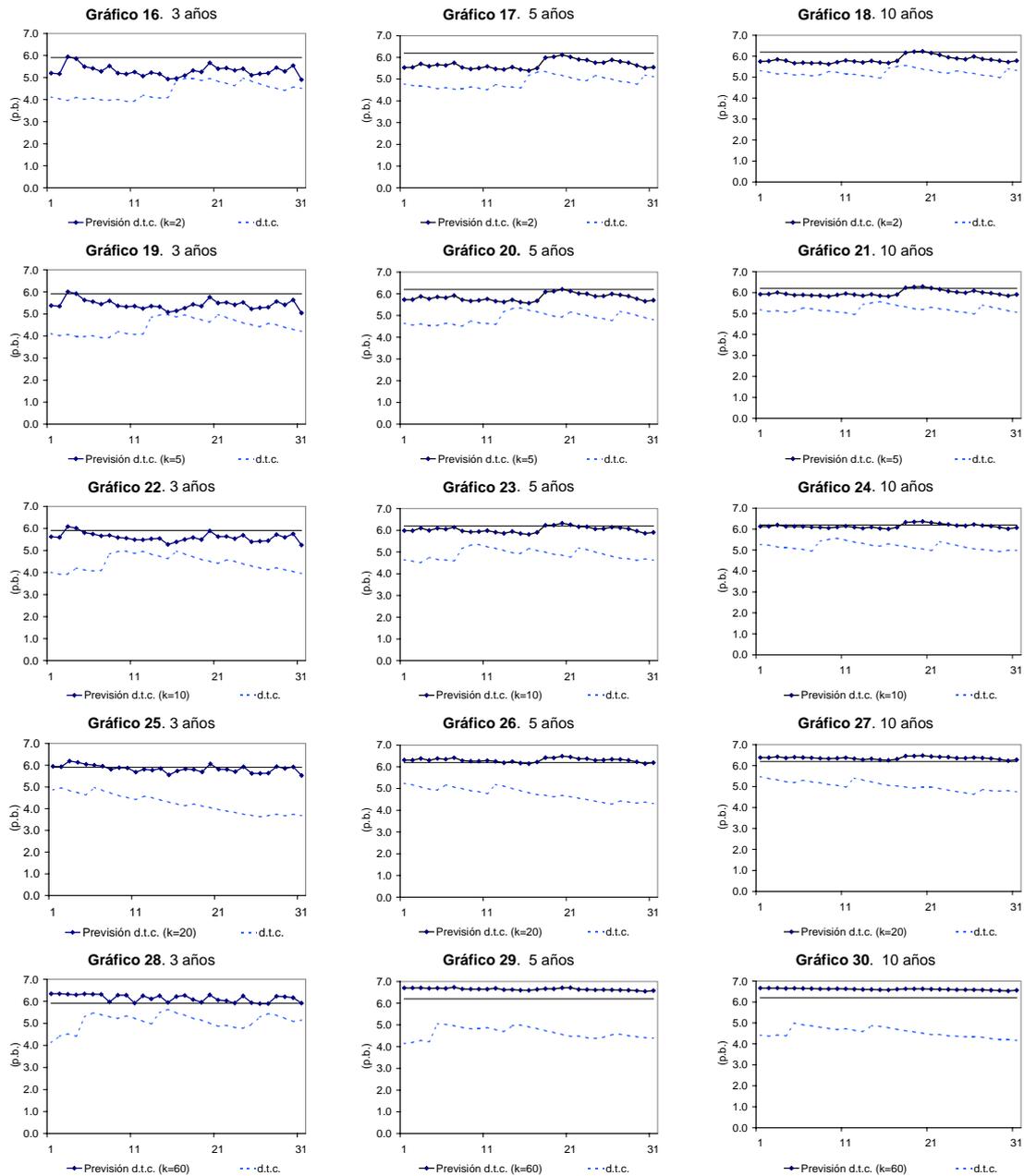
Octubre de 1995 hasta Diciembre de 1997



Apéndice XII(b): Previsión con el modelo de factores de la ETV.

Previsión de la desviación típica condicional (d.t.c.)
de los tipos de interés a 3, 5 y 10 años.

Octubre de 1995 hasta Diciembre de 1997



CAPÍTULO 5.

CONCLUSIONES Y EXTENSIONES

En esta tesis se analizan diversas cuestiones relacionadas con el mercado secundario de deuda pública. Las cuestiones analizadas tienen su principal motivación en el área de economía financiera aunque los resultados obtenidos tienen también implicaciones importantes en el área de macroeconomía.

Las cuestiones objeto de estudio en esta tesis son las siguientes:

- 1) Estudio de factores comunes en la Estructura Temporal de Tipos de Interés (ETTI).
- 2) Efectos de la política monetaria en los tipos cupón cero de la deuda pública.
- 3) Análisis de las regularidades empíricas del comportamiento en volatilidad de los tipos cupón cero de la deuda pública.
- 4) Mecanismos de transmisión de volatilidad desde los tipos a corto plazo hacia los tipos de interés a medio y largo plazo.
- 5) Factores comunes en la volatilidad de los tipos cupón cero de la deuda pública.
- 6) Diseño de un modelo de factores de la Estructura Temporal de Volatilidades que permite estimar y prever el riesgo de la ETTI con un coste computacional menor al asociado a la estimación individual del riesgo de cada uno de los plazos incluidos en la ETTI.

Las principales conclusiones obtenidas en la tesis doctoral son las siguientes:

- 1) El número de variables necesarias para caracterizar la dinámica de desplazamiento de la Estructura Temporal de Tipos de Interés no es independiente del horizonte temporal sobre el cual se analiza dicha dinámica de desplazamiento.

Concretamente, los resultados obtenidos apuntan a que se necesita un mínimo de dos variables para caracterizar el comportamiento dinámico de la ETTI a largo plazo, y un mínimo de tres variables si queremos representar su dinámica de desplazamiento a corto y medio plazo.

Con respecto al tramo corto, es decir al conjunto de tipos de interés entre 1 día y 1 año, los resultados obtenidos apuntan a que se necesita una única variable para caracterizar su comportamiento a largo plazo, y un mínimo de dos variables para representar su comportamiento en horizontes de corto y medio plazo.

Para el estudio de factores comunes no estacionarios (largo plazo) hemos utilizado técnicas de cointegración. Por otro lado, para el estudio de factores comunes estacionarios hemos utilizado componentes principales.

Los resultados obtenidos en el estudio de factores comunes no estacionarios son muy similares a los obtenidos en la literatura para otros países y mercados, donde generalmente se ha detectado una tendencia común en los tipos a corto plazo y tendencias adicionales en los tipos a plazos superiores al año. También los resultados obtenidos en el análisis de componentes principales son similares a los obtenidos en otros trabajos, donde se aplican técnicas de componentes principales sobre los rendimientos de los bonos a distintos vencimientos y/o sobre las variaciones diarias de los tipos de interés.

Una de las principales aportaciones de este trabajo, radica en el hecho de que pone de manifiesto que los resultados habitualmente obtenidos en la literatura bajo el uso alternativo de diferentes metodologías no son contradictorios sino complementarios.

- 2) El Banco de España, a través de la política monetaria controla indirectamente los tipos de interés a corto plazo (1 día/1 año) cotizados en el mercado secundario de deuda pública. Respecto a los tipos de interés a largo plazo, su comportamiento viene influido por la política monetaria pero esta no es el único determinante.

Para analizar en qué medida el Banco de España controla el comportamiento a largo plazo de los tipos de interés a corto plazo del mercado de deuda pública, hemos analizado relaciones bivariantes de cointegración entre el tipo de la subasta de Cebes y los tipos de interés cupón cero de la deuda pública entre 1 día y 1 año. En todos los casos hemos encontrado una tendencia común con un vector de cointegración (1,-1).

La influencia que el Banco de España, a través de la política monetaria, ejerce sobre los tipos de interés a largo plazo se deriva de los resultados obtenidos en el estudio de factores comunes no estacionarios. En dicho estudio detectamos que, 1) hay dos factores no estacionarios comunes a los tipos de interés a largo plazo y, 2) uno de los factores no estacionarios que guía el comportamiento de los tipos a largo plazo puede ser identificado con el componente no estacionario de los tipos a corto.

Los resultados expuestos en los puntos 1) y 2) tienen importantes implicaciones tanto desde el punto de vista de la gestión de la política monetaria como en el área de economía financiera.

Desde el punto de vista de la gestión de la política monetaria los resultados obtenidos indican que si bien el Banco de España a través de la política monetaria puede influir en los tipos de interés a medio y largo plazo no puede controlarlos. Ello significa que la efectividad de las política emprendidas en sus diversos objetivos no está garantizada, ya que el comportamiento de los tipos a largo plazo, que son los que determinan las decisiones de consumo e inversión de los agentes económicos, depende de otras variables que escapan al control de la autoridad monetaria.

Desde el punto de vista de economía financiera los resultados obtenidos en el estudio de factores comunes indican que, de cara a la gestión de carteras con horizontes de inversión de largo plazo, podría ser adecuado considerar que son suficientes dos variables para representar la dinámica del continuo de tipos en toda

la ETTI, y una única variable para anticipar el comportamiento de los tipos a corto plazo. Por otro lado, si el horizonte de planificación es de corto plazo los resultados obtenidos en el estudio de factores comunes estacionarios indican que podría ser adecuado considerar que son suficientes tres variables para representar la dinámica del continuo de tipos en toda la ETTI, y dos variables para anticipar el comportamiento de los tipos a corto.

En el área de inmunización de carteras, los resultados obtenidos en el estudio de factores comunes indican que el desarrollo de una estrategia de inmunización basada en una medida de duración que cubre únicamente frente a desplazamientos paralelos de la ETTI (la duración de Macaulay) podría generar resultados poco satisfactorios. Concretamente estos resultados sugieren que podría ser adecuado utilizar medidas de duración bi-dimensional cuando el horizonte de inversión es de largo plazo, siendo necesario considerar tres variables, cuando la operación de cobertura se extiende sobre un horizonte de corto y medio plazo.

- 3) La volatilidad condicional de los tipos de interés cupón cero varía en el tiempo y lo hace de forma consistente con la idea de agrupamiento temporal en volatilidad.

Estos resultados ponen de manifiesto dos cosas: primero, que utilizar la varianza incondicional para estimar el riesgo de este tipo de activos llevará a un inversor a sobrestimar el nivel de riesgo cuando la varianza incondicional esté por encima de la varianza condicional y subestimarlo cuando la varianza incondicional esté por debajo de la varianza condicional, y segundo, que aquellos modelos que utilizan la información pasada para explicar y prever la volatilidad futura, como son los modelos de Heterocedasticidad Condicional Autorregresiva, podrían ser candidatos apropiados para explicar el comportamiento dinámico de la volatilidad de los rendimientos cupón cero de la deuda pública en España. Se ha detectado además, que la varianza condicional de los tipos cupón cero de la deuda pública es altamente persistente.

Para contrastar formalmente la hipótesis de que la varianza condicional varía en el tiempo, hemos utilizado dos tipos de herramientas: 1) contrastes de multiplicadores de Lagrange y 2) funciones de autocorrelación simple y parcial de las innovaciones de los tipos de interés al cuadrado. Dicho estudio se ha realizado en dos períodos muestrales diferentes. El primero de ellos se extiende desde el 1 de junio de 1993 hasta el 29 de septiembre de 1995, y el segundo desde el 2 de octubre de 1995 hasta el 31 de diciembre de 1997.

En la primera de las muestras analizadas se ha detectado que la varianza condicional de los tipos cupón cero responde asimétricamente ante sorpresas positivas y negativas, lo que se conoce como *efecto apalancamiento*. Concretamente, los resultados obtenidos indican que la volatilidad de los tipos cupón cero de la deuda pública aumenta en mayor medida ante sorpresas positivas que ante sorpresas negativas, lo que significa que subidas de tipos de interés llevan asociada mayor incertidumbre que reducciones de tipos. Sin embargo, en la segunda de las muestras analizadas no se ha detectado esta característica.

A nivel descriptivo, se ha observado que en la segunda muestra analizada, coincidiendo con un período de mayor credibilidad en la política monetaria la volatilidad de la curva de rendimientos fue significativamente inferior a la detectada en la primera muestra. Esta coincidencia de acontecimientos parece poner de manifiesto que una mayor credibilidad de la política monetaria lleva asociado una menor volatilidad de los tipos de interés.

- 4) La volatilidad condicional del tipo a 1 mes se transmite al tramo corto de la Estructura Temporal de Volatilidades (hasta 1 año). Dicha transmisión es decreciente con el plazo y creciente con el nivel de volatilidad. No se ha encontrado sin embargo evidencia de que la volatilidad de los tipos a corto plazo se transmita hacia la volatilidad de los tipos de interés a plazos superiores a 1 año.

El estudio de transmisión de volatilidades se ha realizado en dos períodos muestrales diferentes. El primero de ellos se extiende desde el 1 de junio de 1993

hasta el 29 de septiembre de 1995, y el segundo desde el 2 de octubre de 1995 hasta el 31 de diciembre de 1997. La metodología utilizada es la propuesta por Ayuso, Haldane y Restoy(1994).

Desde el punto de vista de la gestión de la política monetaria los resultados obtenidos proporcionan argumentos sólidos en favor del desarrollo de medidas encaminadas a estabilizar los tipos a corto plazo cotizados en los mercados monetarios.

- 5) La información contenida en la Estructura Temporal de Volatilidades puede ser representada de forma adecuada con un mínimo de tres variables.

Para el estudio de esta cuestión se ha analizado cuántos factores comunes hay en la Estructura Temporal de Volatilidades, para lo cual hemos utilizado técnicas de componentes principales. Los resultados obtenidos indican que se necesitan tres variables para explicar al menos el 95% de la variabilidad total de la ETV. Ello significa que probablemente sean suficientes tres variables para describir sin pérdida de información relevante el riesgo de la ETTI en sus distintos tramos.

- 6) Sobre la base de los resultados obtenidos en el estudio de factores comunes en volatilidad, hemos construido un modo de factores de la Estructura Temporal de Volatilidades que permite estimar y prever el riesgo de la ETTI con un coste computacional muy inferior al asociado a la estimación individual del riesgo de cada uno de los plazos incluidos en la curva de rendimientos.

Tradicionalmente, la estimación del riesgo de un activo financiero, se ha realizado a partir de medidas sencillas, como por ejemplo la desviación típica muestral de los rendimientos de los activos. Aunque en el ámbito académico, en los últimos 15 años, se han desarrollado medidas más sofisticadas de la volatilidad de un activo financiero, que superan netamente a las medidas tradicionales, la utilización práctica de las mismas por parte de los gestores financieros no es muy frecuente.

En general, el alto coste computacional que requiere la estimación de estas medidas, es una de las razones por las que no se ha extendido su uso en la operativa diaria de muchos inversores. En este sentido creemos que el modelo propuesto constituye una herramienta que podría ser de gran utilidad en el ámbito de las finanzas en la medida en que permite estimar el riesgo de todo el espectro de tipos en la ETTI a partir de la estimación de un número muy reducido de variables.

El trabajo realizado en la tesis y los resultados obtenidos han abierto un amplio conjunto de interrogantes cuya respuesta requiere investigación adicional. A continuación presentamos las que consideramos son las principales líneas de investigación futura.

- 1) En el capítulo 2 de la tesis analizamos cuántos factores comunes no estacionarios hay en la Estructura Temporal de Tipos de Interés de la deuda pública en España. Los resultados obtenidos mediante técnicas de cointegración indican que en el tramo de la curva de tipos que se extiende desde el tipo a 1 año hasta 30 años hay dos factores comunes no estacionarios. Uno de ellos podría ser identificado con los tipos a corto plazo, y por tanto con la política monetaria, y el otro no. Analizar la naturaleza de este segundo componente es una cuestión muy interesante sujeta a investigación adicional.
- 2) Los resultados obtenidos en el estudio de factores comunes realizado en el capítulo 2 sugieren que el número de variables necesarias para caracterizar la dinámica de desplazamiento de la ETTI no es independiente del horizonte temporal sobre el cual se analiza dicha dinámica de desplazamiento. Estos resultados tienen importantes implicaciones en el área de economía financiera. Por ello, creemos que sería interesante validar dichos resultados mediante algún ejercicio práctico. Por ejemplo, sería interesante comprobar que, tal como sugieren los resultados teóricos, un modelo trifactorial de la Estructura Temporal de Tipos de Interés es claramente superior a un modelo bifactorial

cuando estamos interesados en anticipar cambios de la ETTI en horizontes de corto plazo. Mientras que en horizontes de largo plazo, ambos modelos deberían ser capaces de representar los cambios de la ETTI de forma similar. Un ejercicio similar podría hacerse en el área de inmunización de carteras.

- 3) Bajo un modelo conceptual donde los tipos de interés pueden ser expresados como la suma de un componente permanente o de tendencia y un componente transitorio, ¿cuales son las implicaciones de la teoría de expectativas sobre la relación que deben mantener ambos componentes entre los distintos plazos?, es decir, si los tipos de interés a largo plazo son una media de los tipos de interés esperados a corto plazo, como postula la teoría de expectativas, significa esto, que desde el punto de vista estadístico, los rendimientos a distintos plazos además de presentar una tendencia común deben estar sometidos a las mismas fuentes de aleatoriedad a corto plazo?, en este sentido, ¿La presencia de perturbaciones transitorias de distinta naturaleza podría invalidar el cumplimiento de la Hipótesis de Expectativas?, si es así, ¿tiene sentido evaluar las implicaciones de la teoría de Expectativas en contextos de corto y largo plazo?, y por último, en los trabajos donde se ha obtenido evidencia en contra de la Hipótesis de Expectativas ¿qué se está rechazando?, la presencia de una tendencia común, o bien, la presencia de perturbaciones comunes a corto plazo.
- 4) Al hilo de los resultados obtenidos en el capítulo 3 sobre la ausencia de mecanismos de transmisión de volatilidad desde los tipos a corto hacia los tipos a largo plazo, nos preguntamos si este resultado proporciona evidencia en contra de la Teoría de Expectativas de la Estructura Temporal. Sobre esta cuestión creemos que sería interesante analizar a nivel teórico las implicaciones que dicha Teoría establece sobre la relación que debe mantener la volatilidad de los tipos de interés a distintos plazos. En esta línea creemos igualmente que sería interesante analizar el efecto que sobre la volatilidad de los tipos de

interés a largo plazo pudiera tener un aumento en la incertidumbre de los inversores con respecto a la evolución de los tipos de interés a corto plazo futuros.

- 5) En el capítulo 4 de la tesis analizamos cuántos factores comunes hay en la Estructura Temporal de Volatilidades del mercado de deuda pública. Para dicho estudio utilizamos como medida de volatilidad de los tipos de interés sus varianzas condicionales, estimadas a partir de los modelos de Heterocedasticidad Condicional Autorregresiva. De cara a generalizar los resultados obtenidos podría ser interesante extender el estudio de factores comunes en volatilidad a un conjunto más amplio de medidas de volatilidad.

BIBLIOGRAFÍA

Abad P.(2000). “*La Estructura temporal de volatilidades en el mercado de SWAPS de tipos de interés*”. Tesis doctoral, cap.6. Departamento de Fundamentos de Análisis Económico II, (UCM)”.

Alexander C.(2000). “*A Primer on the Orthogonal GARCH Model*”. ISMA Centre, The Business School for Financial Markets, University of Reading.

Anderson T. G., T. Bollerslev, F. X. Diebold y Lays (1999). “*The distribution of exchange rate volatility*”. National Bureau of Economic Reseach. Febrero 1999.

Ayuso J., A. Novales, y M^a. L. de la Torre (1992). “*¿Incorporan los tipos del interbancario una evaluación del riesgo?*”. Revista Española de Economía. Vol. 9, N^o 2.

Ayuso J. y M^a L. de la Torre (1991). “*Riesgo y volatilidad en el mercado interbancario*”. Investigaciones Económicas. Vol. 15, N^o 1. Pág. 89-119.

Ayuso J., A. G. Haldane y F. Restoy (1994). “*La transmisión de la volatilidad de los tipos de interés en los mercados monetarios*”. Boletín Económico del Banco de España. Enero 1994.

Barber J. R. y M.L. Cooper(1996). “*Immunization Using Principal Component Analysis*”, The Journal of Porfolio Management, pp. 99-105

Barret, W.B., T.F. Gosnell y A. J. Heuson(1995). “*Yield Curve Shifts and the seletion Framework*”, Journal of Fixed Income, septiembre, pp. 52-64.

Bierwag G. O.(1987) “*Análisis de la duración. La gestión del riesgo del tipo de interés*”. Alianza Economía y Finanzas.

Black F. (1976). “*Studies in stock prices volatility changes*”, Proceedings of the American Statistical Association, Business and Economic Statistics Section 177-181.

Boero G. y C. Torricelli (1997). “*The expectations hypothesis of the term structure evidence for germany*”. Documento de trabajo del departamento de Economía de la Universidad de Warwick.

Bollerslev T., R.Y. Chou y K. F. Kroner (1992). “*ARCH modeling in finance: A review of the theory and empirical evidence*”. Journal of Econometrics 52. Pág. 5-59.

Bollerslev T. (1986). “*Generalized autoregressive conditional heterokedasticity*”. Journal of Econometrics 31. Pág. 307-327.

Bollerslev T. y R. F: Engle (1993). “*Common persistence in conditional variances*”. Econometrica, Vol. 61, No. 1. pág. 167-186.

Box, G.E.P. Y G.C. Tiao (1975). “*Intervention Analysis with Applications to Economic and environmental*” Problems. *Journal of the American Statistical Association*. 70 (349): (70-79.)

Campell J. y R. Shiller (1991). “*Yield Spreads and Interest Rate Movements: A Bird’s Eye View*”. Review Economics Studies, 58, 495-514.

Campell J. y R. Shiller (1987). “*Cointegration and Test of Present Value Models*”. Journal of Political Economy, 95, no. 5, 1063-1088.

Contreras D., R. Ferrer, E. Navarro y J. M. Nave (1996). “*Análisis Factorial de la Estructura Temporal de los Tipos de Interés en España*”. Revista española de Financiación y Contabilidad. nº 86, 139-160

Dahlquist M. y G. Jonsson (1995). “*The information in Swedish short-maturity forward rates*”. European Economic Review 39 (1995), 1115-1131

Dickey y Fuller (1981). “*Likelihood ratio statistics for autorregressive time series with a unit root*”. Econometrica, Vol. 49, No, 4 (july, 1981)

Diebold F. X., J. Hahn y A. S. Tay. (1998). “*Real-time multivariate density forecast evaluation and calibration: monitoring the risk of high-frequency returns on foreign exchange*”. National Bureau of Economic Research. Diciembre 1998.

Diebold F. X., T. A. Gunther y A. S. Tay (1998). “*Evaluating density forecasts with application to financial risk management*”. International Economic Review. Vol. 39. No. 4, Noviembre 1998.

Domínguez y Novales(2000). “*Testing the Expectation Hypothesis in Eurodeposits*”. Journal of International Money and Finance, octubre 2000.

Elton E.J., M Gruber y R. Michaely (1990). “*The Structure of Spot Rates and Immunization*”. The Journal of Finance, Vol 45, N. 2, pp. 629-642.

Engle R. F. (1982). “*Autoregressive conditional heteroskedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation*”. Econometrica Vol. 50, No. 4. Julio.

Engle R. F., V. K. NG. y M. Rothschild (1990). “*Asset pricing with a factor-arch covariance structure*”. Journal of Econometrics 45, 213-237.

Engle R. F. y T. Bollerslev (1986). “*Modelling the persistence of conditional variances*”. *Econometric Reviews* 5(1), pág. 1-50.

Engle, R. F., D. M. Lilien y R. P. Robins (1987). “*Estimating time varying risk premia in the term structure: ARCH-M model*”. *Econometrica*, 55, pa´g. 391-407.

Engle R. F. y V. K. NG (1993). “*Measuring and testing the impact of news on volatility*”. *The Journal of Finance*. Vol. 68, No. 5. Dicimbre 1993.

Engsted T. y C. Tanggaard (1997). “*The predictive Power of Yield Spreads from Future Interest Rate: Evidence from the Danish Term Structure*”. *Scand. J. of Economics* 97(1), 145-159.

Engsted, T. y C. Tanggard (1994). “*Cointegration and The US Term Structure*”. *Journal of Banking and Finance*, 18: (167-181.)

Escrivá J. L. (1989). “*La instrumentación de la política monetaria en España y la variabilidad de los tipos de interés*”. *Boletín Económico del Banco de España*. Junio 1989.

Escrivá J. L. y J. M. Peñalosa (1989). “*Indicadores sobre la intensidad del control de la cantidad de dinero por parte del Banco de España*”. *Boletín Económico del Banco de España*. Marzo 1989.

Fama E. (1976). “*Inflation, Uncertainty and Expected Return on Treasury Bills*”. *Journal of Political Economy*, 84, 427-448.

Fama E. (1984a). “*Term Premiums in Bond Return*”. Journal of Financial Economics, 13, 529-546.

Fama E. (1984b). “*The Information of the Term Structure*”, Journal of Financial Economics, 13, diciembre, 509-528.

Fisher, L. Y R.L. Weil (1971). “*Coping with Risk of Interest Rates Fluctuaion: Returns to Bond Holders from Naive and Optimal Strategies*”. Journal of Business, 44(4):(111-118.)

Gerlach S. y F. Smets (1997). “*The term structure of Euro-rates: some evidence in support of the expectations hypothesis*”. 16, No. 2, 305-321.

Christie, A. A. (1982). “*The Stochastic Behavir of Common Stock Variances: Value, Leverage and Interest Rates Effects*”, Journal of Financial Economics,

Glosten L. R., R. Jagannathan y D. E: Rnkle (1993). “*On the relation between the expected value and the volatility of the nominal excess return on stocks*”. The Journal of Finance, 48, pág. 1779-1801.

Gómez I.(1998). “*Estructura Temporal de Tipos de Interés en el mercado español de deuda pública: Caracterización, dinámica e implicaciones para la gestión de carteras de renta fija*”. Tesis doctoral. U. de Huelva.

Gómez y Novales(1997). “*Estrategias de Inmunización ante posibles desplazamientos en la Estructura Temporal*”. Publicado en Análisis, Analistas Financieros Internacionales, enero-1997, pp15-39.

Hall, A.D., H.M. Anderson y C.W.J. Granger (1992). “*A cointegration Analysis of Treasury Bill Yields*”. *The Review of Economics and Statistics*, 74: (117-126.)

Higgins M. L. y A. K. Bera (1992). “*A Class of Nonlinear ARCH Models*”, *International Economic Review*, 33, 137-158

Hsu C. Y P. Kugler (1997). “*The revival of the expectations hypothesis of the US structure of interest rate*”. *Economics Letters*, 55, 115-120.

Johansen, S. (1988). “*Statistical Analysis of Cointegration Vectors*”. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 12 (231-274.)

Johansen, S. (1991a). “*Estimations and Hypothesis Testing of Cointegration Vector in Gaussian Vector Autorregressive Models*”. *Econometrica*, 59(6): (1551-1580).

Johansen, S.(1991b). “*The Power function of the Likelihood Ratio Test for Cointegration*”. *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*, 366 (pp 323-335)

Litterman R. y Scheinkman J. (1991). “*Common Factors Affecting Bond Returns*”. *Journal of Fixed Income*, Junio, pp. 54-61.

Macaulay, F.R.(1938). “*Some Theoretical Problems Suggested by the Movement of Interest Rates, Bond Yields and Stock Prices in the United States Since 1856*”. New York: *National Bureau of Economic Research*.

Mandelbrot B. (1963). “*The variation of certain speculative prices*”. *Journal of Business* 36, 394-319.

Mankiw N. G. y J. A. Miron (1986). “*The changing behavior of the term structure of interest rates*”. May (1986), 211-227.

Martín R.(1998). “*La Reserva federal Controla solo uno de los Tipos de Interés de la Economía de Estados Unidos*”. Tesis doctoral. D. Economía Cuantitativa de la UCM.

Martín y Treadway (1997). “*The Fed Controls Only One of the Two Interest rate in the US Economy*”. Documento de trabajo del departamento de Fundamentos del Análisis Económico II (UCM). Octubre de 1997.

Moreno M.(1996). “*A two Factors Reverting Factor Modelo of the Term Structure of Interest Rates*”. Documento de trabajo de la U. Pompeu fabra.

Navarro E. y J. M. Nave (1995). “*Análisis de los factores de riesgo en el mercado español de deuda pública*”. Cuadernos Aragoneses de Economía, 2º época, 5, nº 2, 331-341.

Navarro E. y J.M. Nave (1997). “*A Two-Factor Duration Model for Interest Rates Risk Management*”. Investigaciones Económicas, Vol XXI (1), enero pp. 55-74.

Nelson D. B. (1991). “*Conditional heteroskedasticity in asset returns: a new approach*”. Econometrica, Vol. 59, No. 2. Pág. 347-370

Nelson R. y Siegel, A (1987). “*Parsimoneous Modeling of Yield Curves for US Treasury Bills*”. *Journal of Business*, vol 60 nº 4 (pp 473-489)

Núñez Ramos, Soledad(1995), “*Estimación de la Estructura Temporal de Tipos de Interés en España: Elección entre métodos alternativos*”, Documento de trabajo del Banco de España, N. 95-22.

Pagan A. R. y G. W. Schwert (1990). “*Alternative models for conditional stock volatility*”. Journal of Econometrics 45. Pág. 267-290.

Rico P.(1995). “*Análisis de Cointegración de la Estructura Temporal de los Tipos de Interés de la deuda Pública*”. Instituto Valenciano de Investigaciones Económicas.

Robles M. D. (1998). “*Análisis comparativo de distintas medidas de volatilidad alternativas a través de la relación prima-riesgo en el mercado interbancario*”. Mimeo, Diciembre 1998, UEM.

Sanz B. y M. Val (1993) “*Las técnicas de instrumentación monetaria en España*”. Boletín del Banco de España. Marzo.

Schwert G. W. (1989). “*Why does stock market volatility change over time?*”. The Journal of Finance. Vol. XLIV. No. 5. Diciembre 1989.

Stock J.M. y Watson (1988). “*Testing for common trends*”. Journal of American Statistical Association Vol. 83. N. 404 diciembre pp 1097-1107.

Taylor M. P: (1994). “*Modeling stochastic volatility: A review and comparative study*”. Mathematical Finance, 4, pág. 183-204.

Zakoian, J. M. (1994). “*Threshold heterokedasticity models*”. Journal of Economic Dynamics and Control, 18 pág. 931-955.

Zhang H. (1993). “*Treasury Yield Curves and Cointegration*”. Applied Economics. Vol. 25, pp. 361-367.

Wright J. H. (1999). “*Testing for a Unit Root in the Volatility of Asset Returns*”, Journal of Applied Econometrics.