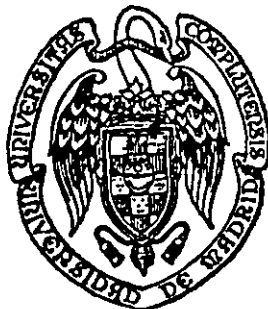


29946

UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID  
FACULTAD DE CIENCIAS FISICAS  
Departamento de Física Aplicada I (Termología)



\* 5 3 0 9 5 4 5 2 8 7 \*

UNIVERSIDAD COMPLUTENSE

**ESTUDIO MEDIANTE  
SIMULACION ANALOGICA ELECTRICA "RIC"  
DEL CAMPO TERMICO Y DE LOS FLUJOS CALORIFICOS  
EN RECINTOS DE HORMIGON EN MASA  
DESDE SU PUESTA EN OBRA**

**TESIS DOCTORAL**

**MERCEDES GONZALEZ REDONDO**  
Lda. Ciencias Físicas (U.C.M.)

**1994**

**TESIS DOCTORAL**

Departamento de Física Aplicada I (Termología)

Facultad de Ciencias Físicas

Universidad Complutense de Madrid

**ESTUDIO MEDIANTE  
SIMULACION ANALOGICA ELECTRICA "RIC"  
DEL CAMPO TERMICO Y DE LOS FLUJOS CALORIFICOS  
EN RECINTOS DE HORMIGON EN MASA  
DESDE SU PUESTA EN OBRA**

Doctorando:

**Mercedes González Redondo**

Lda. Ciencias Físicas (U.C.M.)

Profesora del Depto. Física (U.P.M.)

Directores:

**Francisco González de Posada**

Dr. Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos (U.P.M.)

Catedrático de Fundamentos Físicos (U.P.M.)

**Jaime Plana Claver**

Dr. Ingeniero de Telecomunicación

Centro de Estudios y Experimentación de Obras Públicas

**1994**

## **AGRADECIMIENTOS**

Al profesor D. Francisco González de Posada y al investigador D. Jaime Plana Claver, codirectores de esta tesis, sin cuyas orientaciones y desvelos no hubiera sido posible realizarla.

A la profesora D<sup>a</sup>. M<sup>a</sup> Dolores Redondo Alvarado por sus continuos estímulos e importantes sugerencias.

A los profesores del Departamento de Física Aplicada I (Termología) de la Universidad Complutense de Madrid, D. José Aguilar Peris, D. Cristóbal Fernández Pineda, D. Juan Ignacio Mengual Cabezón, D. Rafael Pérez Cordón, D. Benjamín Seoane Rodríguez y D. Carlos Ruiz Bauzá, cuyos cursos de doctorado han constituido un marco adecuado para el conocimiento de disciplinas necesarias para el desarrollo del trabajo. Con ellos, especialmente, a mi tutor D. Frutos García López.

A D. Alfonso García García, profesor del Departamento de Física de Materiales (Grupo de Magnetismo) de la Universidad Complutense, por su colaboración en la elaboración del programa informático para la adquisición de los datos enviados al ordenador por el osciloscopio de registro.

A los arquitectos D<sup>a</sup>. Ana Fernández Cuartero y D. Pedro Dávila Alvarez, por su colaboración en la preparación de algunos dibujos.

# INDICE

<b>0. INTRODUCCION</b>	14
0.1. El tema objeto de estudio	15
0.2. Finalidades de la tesis	15
0.3. Antecedentes	18
<b>PRIMERA PARTE. FUNDAMENTACION TEORICA GENERAL</b>	20
<b>CAPITULO 1. TEORIA ANALITICA DEL CALOR DE FOURIER</b>	21
<b>I. CONSIDERACIONES PRELIMINARES</b>	21
1.1. Objeto	21
1.2. Contexto de los modos de transmisión del calor	21
1.3. Noticias históricas	24
1.4. Características fundamentales	24
<b>II. CONCEPTOS BASICOS</b>	25
1.5. Esquema filosófico-matemático	25
1.6. La causa: el campo térmico	25
1.7. El efecto: el flujo térmico	27
1.8. El medio: la conductividad térmica	28
<b>III. LEY FUNDAMENTAL DE FOURIER</b>	30
1.9. Consideraciones introductorias	30
1.10. Expresión elemental, unidireccional	31
1.11. Expresión general en medios isótropos	32
1.12. Expresión general en medios anisótropos	33
<b>IV. ECUACION DEL CAMPO TERMICO EN RECINTOS SOLIDOS</b>	35
1.13. Ecuación de balance energético calorífico	35
1.14. Ecuación del campo térmico en un medio anisótropo	36

1.15. Ecuación del campo térmico en un medio isótropo	38
1.16. Casos particulares relativos al régimen	39
<b>V. CONDICIONES INICIALES Y DE CONTORNO</b>	<b>40</b>
1.17. Observaciones en torno a la integración de las ecuaciones de recinto	40
1.18. Condiciones iniciales	40
1.19. Condiciones matemáticas de contorno	40
1.20. Condiciones térmicas de contorno	43
<b>CAPITULO 2. CAMPO ELECTRICO EN MEDIOS CONDUCTORES</b>	
<b>CONTINUOS</b>	<b>46</b>
2.1. Introducción	46
2.2. Las ecuaciones del electromagnetismo	46
2.3. El campo eléctrico y la conducción eléctrica en un medio continuo	48
2.4. Consideraciones complementarias	50
<b>CAPITULO 3. ANALOGIA "CAMPO TERMICO-CAMPO ELECTRICO"</b>	<b>51</b>
<b>I. GENERALIDADES</b>	<b>51</b>
3.1. Introducción: los modelos en Física e Ingeniería	51
3.2. Teorías físicas de transporte de tipo Fourier	53
3.3. Teorías físicas analógicas entre sí	55
<b>II. ANALOGIA ENTRE LAS TEORIAS FISICAS "CONDUCCION DEL CALOR" Y "CONDUCCION ELECTRICA EN MEDIO CONTINUO"</b>	<b>56</b>
3.4. Correspondencias analógicas	56
<b>III. APLICACION DEL ANALISIS DIMENSIONAL</b>	<b>59</b>
3.5. Ecuaciones de la analogía: orientación física	59
3.5.1. En problemas tridimensionales (reales)	59
3.5.2. En problemas bidimensionales	62
3.6. Ecuaciones de la analogía: orientación matemática	63

**SEGUNDA PARTE. ESTUDIO DEL CAMPO TERMICO  
EN RECINTOS DE HORMIGON EN MASA MEDIANTE  
SIMULACION ANALOGICA ELECTRICA "RIC" 65**

<b>CAPITULO 4. EL HORMIGON</b>	<b>68</b>
4.1. Introducción	68
4.2. Componentes	68
4.2.1. Los cementos	68
4.2.2. Los áridos	70
4.2.3. Agua de amasado	71
4.2.4. Aditivos	71
4.3. Composición de los hormigones	73
4.4. Características y propiedades esenciales	73
4.4.1. Fraguado	73
4.4.2. Endurecimiento	73
4.4.3. Resistencia	73
4.4.4. Retracción	73
4.4.5. Dilatación	74
4.4.6. Fluencia	74
4.4.7. Elasticidad	74
4.4.8. Efecto "Poisson"	74
4.5. Clasificación	74
4.5.1. Hormigón en masa	74
4.5.2. Hormigón pretensado	74
4.5.3. Hormigón prefabricado	75
4.6. Preparación y puesta en obra	75
4.6.1. Preparación	75
4.6.2. Transporte	76
4.6.3. Empleo de hormigón preparado	76
4.6.4. Vertido y colocación	77
4.6.5. Hormigonado en tiempo frío	78

4.6.6. Hormigonado en tiempo caluroso	78
4.6.7. Curado del hormigón	78
4.6.8. Encofrados	79

**CAPITULO 5. CAMPO TERMICO EN OBRAS DE HORMIGON EN MA-  
SA: ECUACIONES DE RECINTO Y CONDICIONES DE CONTORNO**

5.1. Introducción: objeto del capítulo	80
5.2. Hipótesis fundamentales para el estudio físico-matemático del campo térmico en un recinto de hormigón	80
5.2.1. Consideraciones previas	80
5.2.2. Hipótesis de continuidad mecánica y térmica	81
5.2.3. Hipótesis de isotropía térmica	82
5.2.4. Hipótesis de homogeneidad de las propiedades térmicas	83
5.2.5. Hipótesis de permanencia térmica	84
5.3. Ecuación del campo térmico en un sólido continuo, homogéneo e isótropo	84
5.3.1. Ley de Fourier de la conducción del calor	84
5.3.2. Ecuación de balance energético: ecuación general del campo térmico	85
5.3.3. El problema del calor generado en el hormigón	87
5.3.4. Ecuación del campo térmico con generación interna de calor en régimen permanente o estacionario	88
5.3.5. Ecuación del campo térmico sin generación interna de calor	89
5.3.6. Ecuación del campo térmico sin generación interna de calor y en régimen permanente	89
5.3.7. Resolución de las ecuaciones del campo térmico	89
5.4. Análisis de condiciones térmicas de contorno que pueden presen- tarse en las distintas fases de construcción y explotación de una obra de hormigón	89
5.4.1. Superficies de contacto directo con el terreno	90
5.4.2. Superficies en contacto con la atmósfera	91

5.4.3. Superficies en contacto con líquidos	92
5.4.4. Superficies de contacto hormigón fresco - hormigón endurecido	93
5.4.5. Superficies encofradas	93
5.4.6. Superficies interiores	93
5.5. Ejemplo simplificado de aplicación: presa de gravedad	94
5.5.1. Estudio de una tongada de cimentación	94
5.5.2. Estudio de una tongada superior	95
5.5.3. Estudio de la presa en un momento dado de la construcción	96
5.5.4. Estudio de la presa durante la explotación	96
<b>CAPITULO 6. SIMULACION ANALOGICA MEDIANTE REDES "RIC"</b>	<b>98</b>
6.1. El problema térmico objeto de estudio	98
6.2. Ecuaciones y magnitudes analógicas eléctricas continuas	99
6.3. Red "RIC" elemental	101
6.4. Constantes analógicas	103
6.5. Simulación de las condiciones de contorno convectivas	104
6.6. Definición del modelo eléctrico discreto	107
6.7. Simulación del calor de fraguado	109
<b>CAPITULO 7. EL MODELO ANALOGICO "RIC" DEL COMPORTAMIENTO TERMICO DEL HORMIGON</b>	<b>111</b>
7.1. Características de los recintos de hormigón en masa	111
7.1.1. Geometría de los recintos	111
7.1.2. Características térmicas del hormigón	111
7.1.3. Características ambientales y condiciones de contorno	112
7.1.4. Proceso de hormigonado	114
7.1.5. Temperatura de puesta en obra de hormigón	114
7.2. Descripción eléctrica (electrónica) del modelo	115
7.2.1. Estructura básica del modelo	115
7.2.2. Simulación en el modelo de la generación de calor	117
7.2.3. Simulación en el modelo de las condiciones de contorno	120
	10



7.2.4. Simulación en el modelo de las condiciones iniciales	122
7.2.5. Simulación del proceso de hormigonado	125
7.2.6. Plan de sincronización	126
7.3. Descripción físico-geométrica del modelo	129
7.3.1. El modelo en sentido estricto	129
7.3.2. El modelo como instalación completa	134

## **TERCERA PARTE. LA EXPERIMENTACION** 137

### **CAPITULO 8. FASE PRIMERA DE LA EXPERIMENTACION: ESTUDIO GENERAL DE UNA TONGADA CONSIDERADA PUESTA EN OBRA EN SU TOTALIDAD SIMULTANEAMENTE, A DIFEREN- TES TEMPERATURAS, CON RITMO LENTO DE HORMIGONADO** 140

8.1. Objeto de la experimentación en esta primera fase	140
8.2. Condiciones de la experimentación	141
8.2.1. Parámetros con valores fijos	141
8.2.2. Condición variable: temperatura de puesta en obra del hormigón	146
8.3. Resultados de la experimentación	146
8.3.0. Estructuración de los resultados	146
8.3.1. Hipótesis 1. Temperatura de puesta en obra: 12 °C	150
8.3.2. Hipótesis 2. Temperatura de puesta en obra: 14 °C	156
8.3.3. Hipótesis 3. Temperatura de puesta en obra: 16 °C	162
8.3.4. Hipótesis 4. Temperatura de puesta en obra: 20 °C	168
8.4. Consideraciones complementarias	174

### **CAPITULO 9. FASE SEGUNDA DE LA EXPERIMENTACION: ESTUDIO DETALLADO DE LA ZONA PARASUPERFICIAL Y DE LAS INFLUENCIAS DEL ESPESOR DE LAS TONGADAS Y DEL COEFICIENTE DE TRANSMISION SUPERFICIAL DEL CALOR EN LOS RECINTOS DE HORMIGON PUESTO EN OBRA EN SU TOTALI-**

<b>DAD SIMULTANEAMENTE, A DIFERENTES TEMPERATURAS CON RITMO LENTO DE HORMIGONADO</b>	177
9.1. Objeto de estudio	177
9.1.1. Objeto fundamental	177
9.1.2. Objeto complementario	178
9.2. Condiciones de la experimentación	179
9.2.1. Nota preliminar	179
9.2.2. Recinto geométrico de hormigón simulado; modelos analógicos para la investigación	179
9.2.3. Características térmicas del hormigón	183
9.2.4. Características ambientales y condiciones de contorno	184
9.2.5. Proceso de hormigonado	186
9.2.6. Condiciones variables en la experimentación	188
9.2.7. Planificación experimental	188
9.3. Resultados de la experimentación	189
9.3.0. Estructuración de los resultados	189
9.3.1. Hipótesis de bajo coeficiente de transmisión superficial del calor	195
9.3.2. Hipótesis de alto coeficiente de transmisión superficial del calor	204
9.4. Consideraciones complementarias	213
<b>CAPITULO 10. FASE TERCERA DE LA EXPERIMENTACION: ESTUDIO DE TRES TONGADAS PUESTAS EN OBRA A RITMO USUAL</b>	217
10.1. Objeto del estudio	217
10.2. La "realidad" a simular. Condiciones de la experimentación	218
A) El recinto	218
10.2.1. Naturaleza del hormigón	218
10.2.2. Forma de los recintos de hormigón	219
B) El contorno	219
10.2.3. Contorno inferior	219
10.2.4. Condiciones ambientales	219

10.2.5. Coeficiente de transmisión superficial	220
10.2.6. Contornos de contacto de diferentes tongadas	220
10.2.7. Límite interior del modelo	220
C) El proceso de hormigonado	221
10.2.8. Situación previa	221
10.2.9. Instante inicial	221
10.2.10. Puesta en obra de la tongada 3	221
10.3. El modelo	222
10.3.1. Fundamentos teóricos	222
10.3.2. Características generales	222
10.3.3. Utilización concreta para este estudio	222
10.4. Organización de la experimentación	224
10.4.1. Casos objeto de la investigación	224
10.4.2. Objetivos experimentales	225
10.4.3. Convenio para la denominación de los puntos de control y registro	225
10.4.4. Presentación de los resultados	227
10.5. Resultados experimentales	228
10.5.1. Hipótesis de bajo coeficiente de transmisión superficial del calor	228
10.5.2. Hipótesis de alto coeficiente de transmisión superficial del calor	237
10.6. Consideraciones complementarias	246

**CUARTA PARTE. CONSIDERACIONES FINALES. A MO-  
DO DE CONCLUSIONES** 249

**REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS** 258

## 0. INTRODUCCION

## 0. INTRODUCCION

### 0.1. El tema objeto de estudio

El tema que constituye el objeto central de estudio de esta tesis doctoral puede expresarse, con carácter general y en síntesis, de la manera siguiente: el *conocimiento* de las *magnitudes termológicas fundamentales* y de los *fenómenos térmicos* que tienen lugar en los grandes recintos de *hormigón en masa desde su puesta en obra*.

Esta cuestión constituye un importante problema en los tres ámbitos implicados: *científico, técnico y económico*. Ha cobrado especial *actualidad* como consecuencia, entre otras, de las siguientes causas singulares: a) la aparición de nuevos métodos de hormigonado ("*roll-crete*" -Roller Compacted Concrete-), b) las necesidades y exigencias de hormigonar con hielo (en vez de hacerlo con agua, para rebajar la temperatura de puesta en obra del hormigón en climas o períodos cálidos), y c) la competencia internacional para la construcción de grandes obras de hormigón en la zona cálida del planeta, que invita a estudiar científicamente el problema antes de aceptar las nacientes normativas fruto de consideraciones técnico-económico-empresariales.

### 0.2. Finalidades de la tesis

El objetivo de esta tesis doctoral se concreta en el estudio del *problema de naturaleza científica referido al hormigón* (si se quiere, científico-técnica) de modo que sus resultados sirvan para fundamentar las consideraciones de índoles técnica y económica.

Las finalidades de esta tesis, en la línea del objetivo referido en el párrafo anterior, pueden considerarse que son las tres siguientes:

PRIMERA. Hacer un *estudio completo de las magnitudes termológicas fundamentales* (temperatura y calor) y de los *fenómenos térmicos* (generación de calor de hidratación, evolución de la temperatura con el tiempo, flujos internos de calor y evacuación -o intrusión- del calor) en los recintos de hormigón en masa que permita:

1º. Conocer el *campo térmico*, es decir, la función espacio-temporal temperatura,  $T(P,t)$ , en los recintos de hormigón en masa (grandes obras). Esto supone la posibilidad de predecir, de proyectar con conocimiento cierto, de

controlar la obra y de contrastar el estado térmico de la misma (p.e. mediante la instalación de termopares en la obra, como se viene haciendo). Del conocimiento de  $T$  en todo punto y en todo instante pueden deducirse, directamente mediante cálculo, los *gradientes térmicos* espaciales y temporales, causas (cuando son excesivos) de nefastas consecuencias para el hormigón (retracciones diferenciales, fisuración interna, pérdidas de resistencia,...).

2°. Determinar los *flujos caloríficos*, es decir, el campo vectorial  $\vec{q}(P,t)$ , en todos los casos posibles, en las zonas y momentos que interesen.

3°. Considerar de manera especial el fenómeno de la *generación interna de calor*, es decir la función  $\dot{q}(P,t)$ , consecuencia del proceso de hidratación del cemento (o fraguado del hormigón) que consiste en una reacción fuertemente exotérmica. Este acaecimiento se inicia prácticamente con la puesta en obra del hormigón y se desarrolla intensamente en las primeras horas/días del hormigonado. Por su complejidad fenoménica en el hormigón y por la dificultad matemática que este término añade a la ecuación general del calor

$$k_x \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + k_z \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \dot{q} = c \rho \frac{\partial T}{\partial t}$$

no ha recibido la atención que merece a pesar de su considerable importancia.

4°. Indicar una atención preferente al *proceso de evacuación del calor* generado en el recinto de hormigón desde éste hacia la atmósfera, problema que, en conexión con lo que ingenierilmente se denomina "curado" del hormigón, constituye el problema técnico supuesto de mayor envergadura, dado que la presencia de fuertes gradientes térmicos se considera la causa de la posible fisuración del hormigón en los primeros días de su vida.

5°. Analizar con detalle, por tanto, la *zona parasuperficial* de los sucesivos recintos de hormigón (sucesivos como consecuencia del proceso constructivo que hace que cada capa o tongada se coloque sobre el hormigón de la precedente).

6°. Establecer las *condiciones de contorno* espacio-temporales precisas en cada caso para reproducir con rigor las condiciones ambientales y el proceso de

transmisión superficial del calor.

SEGUNDA. Realizar el estudio integral de las magnitudes termológicas y de los fenómenos térmicos en recintos de hormigón en masa mediante un *modelo físico* en el ámbito de la *Simulación Analógica eléctrica*, tal que aprovechando las posibilidades actuales de la electrónica posea las siguientes características:

1ª. *Generalidad*. Es decir, sea un modelo único que permita el estudio completo que se ha caracterizado en la finalidad primera, casi sin limitaciones (ya que sólo supondría modificaciones de naturaleza numérico-geométrica).

No se trataría sólo de concebir un *proceso de simulación* nuevo sino de un modelo (prácticamente) general para recintos de hormigón en masa de cualesquiera características.

2ª. *Versatilidad* (respecto de la obra). Como consecuencia de la nota anterior, el modelo deberá poder utilizarse para cualquier obra de hormigón en masa independientemente de las características del hormigón (dosificación, naturaleza de los componentes, ...) del lugar geográfico de la obra, de las condiciones ambientales, del proceso de hormigonado, etc.

3ª. *Flexibilidad* (de valores de las variables). El modelo deberá estar preparado, perfectamente adecuado, para considerar todos los rangos de valores posibles de las numerosísimas variables que intervienen en el problema.

4ª. *Procesualidad*. El hormigonado de una gran obra de hormigón en masa es un *proceso* que puede durar años y que se realiza mediante la colocación en el recinto de sucesivas capas o tongadas. El modelo debe tener en cuenta, precisamente, este proceso que tiene dos variables capitales: el espesor de las capas y los tiempos sucesivos de colocación en obra.

TERCERA. Ofrecer a la comunidad científico-técnica un instrumento científico de estudio para que en cada obra concreta -caracterizada por las condiciones ambientales de la zona, la naturaleza y estudio de los elementos componentes (áridos, agua, cemento, aditivos) disponibles y la resistencia característica especificada (en tanto que variable usual, pero para cualesquiera otras que pudieran especificarse)- puedan determinarse científicamente los valores convenientes de otras variables complementarias de suma

importancia tales como espesor de tongadas, ritmo de hormigonado, dosificación (y aditivos) y temperatura de puesta en obra del hormigón, sistemas y métodos de modificación del coeficiente de transmisión superficial del calor para conocer y controlar las variables térmicas y reducir, en su caso, los efectos nocivos de origen térmico.

### 0.3. Antecedentes

Los antecedentes de esta tesis doctoral pueden clasificarse en tres diferentes.

Primero. Unos antecedentes que pueden considerarse *lejanos* pero que son *básicos*. Entre éstos los hay de diversos tipos: a) Los relativos a la *conducción del calor en sólidos*, entre los que destaca la obra pionera y capital que debe citarse explícitamente *Théorie Analytique de la Chaleur* (Fourier). Me he dirigido a ella directamente pero también, de manera complementaria y por lo que se refiere a fuentes de esta tesis, debo destacar, entre otros, los siguientes accesos indirectos a dicha teoría y obra pionera: *Aguilar (1981 y 84)*, *Bird et al.*, *González de Posada et al. (1992a)*, *Holman, Irvine y Hartnett, Kern, Kittel (1969)*, *Lavoisier y Laplace*, y *Prigogine*; b) Los relativos a la *Simulación Analógica eléctrica*, entre los que debo destacar especialmente los textos que se han hecho clásicos: *Malavard, Karplus y Vitkovitch*, así como las revistas especializadas la primera de las cuales, *Annales de l'Association Internationale pour le Calcul Analogique*, apareció en 1958; y c) Los relativos a *cuestiones térmicas en los hormigones*, consideraciones que de ordinario aparecen como aspectos secundarios y fugazmente tratados en textos técnicos generales sobre hormigón. Entre éstos puedo destacar por su influencia monografías específicas de la A.C.I. (American Concrete Institute) así como por ejemplo las obras de *Delibes, Galligo et al.* y *Neville*.

Segundo. Otros antecedentes que pueden considerarse como de *intermediación*, sobre todo por los ámbitos en los que he desarrollado la tesis y por las personas con las que he trabajado. Entre estos antecedentes puedo destacar las tesis doctorales de *Cruces de Abia (1972)* y *Redondo (1980)* así como los primeros pre-textos de *Simulación Analógica* de *González de Posada et al. (1982)*, *Plana Claver et al. (1982)* y *Redondo (1983a y b)*, ahora parcialmente reunidos y actualizados con mi colaboración en *González de Posada et al. (1992c)*. Paralelamente, debo citar, entre otros, los trabajos de investigación y tesis doctorales, realizadas en una etapa anterior de este Departamento



de Terminología de la Universidad Complutense, siguientes: De la Rubia *et al.*, Doria, Faure, Ortiz y Osorio.

Tercero. Otros antecedentes que pueden considerarse como *inmediatos* pero cuya trascendencia aún no ocupa una bibliografía específica y deben referirse más bien a preocupaciones científico-técnicas de los proyectos y de la construcción de las grandes obras de hormigón en masa. Entre éstos los hay también de diferentes tipos. Puedo citar: a) La preocupación reciente y creciente por los problemas de naturaleza térmica que se presentan, en general, en los grandes recintos de hormigón en masa (en particular en las presas de gravedad); y b) La progresiva exigencia técnica de hormigonar con hielo, sobre todo en los países de clima cálido con objeto de reducir las altas temperaturas que se alcanzan en el hormigón durante el fraguado y los consecuentes elevados gradientes térmicos. Estas cuestiones se tratan usualmente con un carácter descriptivo y son fuente de preocupación en las revistas de construcción y se especifican (como exigencias técnicas) progresivamente en las normas más o menos oficiales y en pliegos de condiciones técnicas de las obras, pero, de momento, se carece de estudios científicos de naturaleza más o menos análoga al presente. Junto a estos antecedentes pueden considerarse como aún más inmediatos los relativos al enfrentamiento con estos problemas por los profesores González de Posada y Plana Claver, codirectores de esta tesis, a quienes debo lo que he aprendido, sus continuas orientaciones y sugerencias y el que la tesis haya llegado a buen fin.

**PRIMERA PARTE**

**FUNDAMENTACION TEORICA GENERAL**

## PRIMERA PARTE. FUNDAMENTACION TEORICA GENERAL

En esta Primera Parte se consideran y desarrollan los elementos teóricos necesarios como fundamentos últimos de los estudios que se abordan en la tesis.

En el Capítulo 1 se trata con relativa extensión y detalle la teoría físico-matemática que sigue vigente actualmente para el análisis de los fenómenos de transporte de calor en el interior de los sólidos: la *Teoría analítica del calor* de Fourier. Se hace con carácter general, de modo que se tienen en cuenta tanto la naturaleza transitoria de los procesos térmicos como la generación interna de calor, condiciones que exigirá todo problema real relativo al hormigón en la primera fase de su vida.

Obviamente, la originalidad de este capítulo es escasa, por no decir nula. Quizá haya algo novedoso en la exposición pedagógica o en la orientación del capítulo en la línea estructural que recomienda la simulación analógica así como en la consideración rigurosa de la naturaleza algebraica de las magnitudes y en la línea sugerida por los Fundamentos de Física en cuanto a incrementar la *claridad* y el *orden* desde las perspectivas filosófica y matemática.

En el Capítulo 2 se establece la *Teoría de la conducción eléctrica en medios continuos* de la manera que me parece más sencilla: se deduce como *teoría física especial (o reducida)* de la *teoría física general "Electromagnetismo"* de Maxwell, en la línea de los Fundamentos de Física que se impone en los trabajos actuales que tratan de la relaciones interteóricas estableciendo las conexiones y redes de las diferentes teorías físicas. Análogamente al caso anterior, las originalidades sustantivas correspondieron a Maxwell y a Ohm; sólo podrían considerarse como novedad estas referencias filosófico-formales.

En el Capítulo 3 se relacionan analógicamente las dos teorías físicas precedentes: la *Teoría analítica del calor* de Fourier y la *Teoría de la conducción eléctrica en medios continuos* de Ohm, estableciendo entre ellas las correspondencias biunívocas formales: (1) de magnitudes, y (2) de ecuaciones. Se le aplican a ambas teorías conceptos básicos de Análisis Dimensional que permiten deducir las constantes analógicas. La formalización de la analogía se hace mediante dos orientaciones diferentes que he denominado 'orientación física' y 'orientación matemática'.

# CAPITULO 1. *TEORIA ANALITICA DEL CALOR DE FOURIER*

## I. CONSIDERACIONES PRELIMINARES

### 1.1. Objeto

El objeto de este capítulo primero consiste en el estudio del *campo térmico en los medios materiales sólidos*; es decir, de la función *temperatura*  $T(P,t)$ , dependiente de punto y del tiempo. Consecuencia de esa temperatura distribuida en el cuerpo -la función o campo escalar  $T(P,t)$  -, con diferentes valores en general en los distintos puntos del medio, es el *flujo de calor*, interior al sólido y que se intercambia con los alrededores a través de los contornos del sólido.

El *flujo calorífico* en el interior de un sólido, transporte de energía calorífica, es consecuencia de un gradiente de temperaturas -de un desequilibrio térmico- y, por tanto, no puede estudiarse propia ni exclusivamente a la luz de los principios de la Termodinámica Clásica, disciplina aplicable a los sistemas en estados de equilibrio.

Con estas ideas tan escuetamente expuestas puede insinuarse, en este primer apartado de las consideraciones preliminares, que la *teoría de la conducción del calor en sólidos* se inserta en el ámbito de las *teorías fenomenológicas de transporte*.

### 1.2. Contexto de los modos de transmisión del calor

#### A) Tipología

La *Teoría analítica del calor*, teoría de la conducción del calor en sólidos, es sólo uno de los modos de transmisión del calor. Es conveniente, en consecuencia, situar esta teoría en el contexto más amplio de los diferentes modos de transmisión de calor.

Estos modos, en visión y lenguaje actualizados, y en síntesis introductoria, son los siguientes:

- a) *Conducción*. Consiste en un transporte de energía calorífica sin transporte de materia, pero en presencia de ésta; es decir, tiene lugar en los cuerpos, exige la presencia de materia.

Este proceso es típico de los sólidos y se considera consecuencia de la agitación térmica: a) de los *fonones* (cuantos de energía de las ondas elásticas o de

vibración de las redes interatómicas; caso de los sólidos no metálicos); b) de los *electrones libres* (sólidos metálicos); o c) de las *moléculas* (en los fluidos). En este último caso -de los fluidos- es imposible separar el proceso de conducción del proceso de convección, propio de los fluidos.

- b) *Convección*. Consiste en un transporte de energía calorífica con transporte de materia. (Por tanto, precisa también la presencia de materia).

Este proceso es típico de los fluidos y se considera consecuencia de una diferencia de temperatura que origina diferencias de densidad de unos puntos a otros -ya que la densidad es función de la temperatura,  $\rho(T)$ - que en presencia de un campo gravitatorio origina las "corrientes de convección".

- c) *Radiación*. Consiste en un transporte de energía calorífica que puede tener lugar tanto en presencia de materia como en ausencia de ésta -en el vacío-. No exige, por tanto, la presencia de materia.

Este proceso tiene carácter de onda electromagnética "térmica"; es decir, cualitativamente es una onda electromagnética de un determinado rango de frecuencias. La emisión tiene lugar en todas direcciones y al incidir en un cuerpo éste puede actuar reflejándola, absorbiéndola (con aumento de la energía interna, incremento de la temperatura) o transmitiéndola.

Con independencia de los adjetivos que, usualmente, en cada caso se utilizan, se sugiere la conveniencia de que para los tres tipos de modos de transmisión del calor se utilice el mismo adjetivo; es decir, p.e., conducción térmica, convección térmica y radiación térmica, o bien, conducción calorífica, convección calorífica y radiación calorífica.

## **B) Regímenes de transmisión del calor**

Cualquiera de los tres tipos de procesos anteriores, atendiendo a la variable tiempo, puede tener lugar, básicamente, en los siguientes tipos de régimen :

- a) *Régimen permanente o estacionario*. La temperatura es una función exclusiva de punto; por tanto, independiente del tiempo,  $T(x,y,z)$ . El flujo térmico (o calorífico) es constante en el tiempo.
- b) *Régimen variable o transitorio*. La temperatura y el flujo de calor dependen del tiempo. En general,  $T(x,y,z,t)$ .

En este capítulo se estudia directamente la *conducción del calor*. Los demás

modos de transmisión del calor actúan como condiciones de contorno o complementos.

### 1.3. Noticias históricas

El origen de la *Teoría de la conducción del calor* se encuentra en la obra de J. FOURIER *Théorie analytique de la chaleur* (1822; aunque había sido presentada en 1807/1808 a la Academia de Ciencias de París).

Con esta obra se inicia no sólo la *Teoría de la conducción del calor* sino que, en realidad, se establece con ella el nacimiento de las *teorías físicas del transporte*, en cuyo marco la de *la conducción del calor* puede considerarse como un caso particular y la primera. El modelo formal de esta *teoría analítica del calor* se utiliza también en otras teorías físicas tales como la *conducción eléctrica en medio continuo de Ohm*, la *hidráulica del medio permeable de Darcy*, la *difusión de Fick*, etc. Estas teorías responden al mismo modelo filosófico-matemático que la conducción del calor de Fourier, a quien puede, por tanto, considerarse como pionero de todas ellas.

A pesar de su antigüedad (Fourier, 1807) el tratamiento de Fourier continúa de plena actualidad; es aplicable (y se aplica, prácticamente con exclusividad) a los problemas y proyectos de naturaleza térmica, de arquitectura y de ingeniería.

### 1.4. Características fundamentales

Es interesante destacar, aunque sólo sea sinópticamente, algunas de las características básicas de esta *Teoría analítica de la conducción del calor* de Fourier. Entre ellas se reiteran explícitamente algunas de las expuestas anteriormente.

- a) *Es una teoría termológica.* Trata fundamentalmente de las ideas de temperatura y de calor, ideas que conceptualiza, en su marco, con suficiente precisión.
- b) *Necesita de la existencia de un referencial espacio-temporal.* Para ello ha elegido la noción de espacio clásico, el newtoniano-kantiano o espacio geométrico ordinario (euclídeo tridimensional), y la noción clásica de tiempo, el tiempo newtoniano-kantiano. En este referencial espacio-temporal se definirán las funciones necesarias para la teoría. (Conviene destacar aquí su radical diferencia conceptual con la Termodinámica Clásica, que es a-espacial y a-temporal).
- c) *Es una teoría determinista.* Dada una causa (en este caso, un campo de gradientes de temperatura) actuando en un cierto cuerpo, se produce

necesariamente un efecto determinado (en este caso, un flujo calorífico) y siempre de la misma cuantía.

- d) *Es una teoría del continuo*. El cuerpo sólido -o el fluido en su caso- objeto de estudio de esta teoría se supone *medio continuo*; es decir, todas sus propiedades se expresan mediante funciones (o campos) continuas (en general, mediante funciones de la clase  $C^{(2)}$ , diferenciables de 2º orden).

## II. CONCEPTOS BASICOS

### 1.5. Esquema filosófico-matemático

Las teorías físicas del transporte de tipo Fourier, entre las que se integra la teoría de la conducción del calor, responden al modelo formal filosófico-matemático que se esquematiza a continuación.

Existe una **CAUSA**, que produce necesariamente un **EFEECTO** cuya cuantía depende de una propiedad del **MEDIO**. En consecuencia, *causa*, *medio* y *efecto* constituyen los ingredientes básicos de estas teorías.

En el caso de la *Teoría analítica de la conducción del calor* la CAUSA es el *campo térmico* (la distribución de temperaturas en el cuerpo), que produce como EFECTO necesario un *flujo térmico* (flujo calorífico o flujo de calor) desde las zonas de temperaturas más altas hacia las de temperaturas más bajas, de tal modo que la cuantía de este efecto no depende sólo de la diferencia de temperaturas (gradiente térmico) sino también de la naturaleza del MEDIO material, de la *conductividad térmica*.

### 1.6. La causa: el campo térmico

La *causa* del flujo térmico es la existencia de un campo térmico,  $T(P,t)$ , en el seno del sólido -recinto del campo térmico-. La existencia de este campo escalar diferenciable de segundo orden supone o implica, simultáneamente con él, la existencia de un campo vectorial de gradientes de dicho campo escalar,  $grād T$ , que puede considerarse como la causa inmediata del fenómeno o proceso de transporte del calor (energía calorífica) por conducción.

$T(P,t)$  y  $\text{grad } T$ , campos escalar y vectorial respectivamente, coexisten simultáneamente con existencia (matemática) común sin preeminencia temporal ni esencial, se autoimplican matemáticamente. La teoría física los asume así, están correlacionados.

Desde el punto de vista de la teoría general de las magnitudes físicas, el concepto básico, caracterizador del campo térmico, es el de *temperatura*, que tiene la naturaleza de magnitud primaria; es decir, que debe caracterizarse tanto como sea posible, ya que no puede introducirse, en esta teoría de la conducción del calor, mediante una fórmula de definición en función de otras magnitudes.

El concepto de temperatura utilizado en la *Teoría analítica del calor* se caracteriza (González de Posada, 1989) por las siguientes notas distintivas fundamentales o propiedades:

- a) Es una *magnitud (física) primaria*. Es, por tanto, un concepto primario o indefinido o básico que debe caracterizarse (no definirse mediante una fórmula matemática) "tanto como se pueda".
- b) Algebraicamente es una variable escalar real.
- c) Analíticamente es una función escalar real espacio-temporal (campo escalar real) definida sobre el "cuerpo" objeto de estudio.
- d) Se aplica a una supuesta propiedad -con existencia real- "distribuida" por el "cuerpo", o en él, (no de valor único para todo el "cuerpo" o "sistema") en cada instante; es decir,  $T = T(P,t)$ .
- e) No es un concepto "macroscópico" (termodinámico) ni "microscópico" (mecánico, teoría cinética de la materia), es, en todo caso, un concepto "infinitesimal termológico" propio de una teoría del continuo. [La idealización de la teoría lo concibe como campo escalar en el recinto del "cuerpo" (considerado como parte del espacio clásico continuo) frente a las nociones de "cuerpo", de "sistema termodinámico" caracterizado macroscópicamente y de "sistema mecánico de gran número de partículas"].
- f) En el desarrollo de la teoría de la conducción tiene el papel de función potencial escalar (determinada a menos de una constante aditiva) cuyo gradiente



(*grad T*) es la causa generadora del flujo térmico.

La gran diferencia del "concepto fourieriano" de temperatura en contraste con el "concepto termodinámico clásico" es que la temperatura, en esta teoría de Fourier, es una función distribuida espacialmente en el "cuerpo"  $-T(P,t)$ - frente a ser propiedad global (macroscópica) del "sistema" representativa, entre otras, del "estado de equilibrio".

### 1.7. El efecto: el flujo térmico

El *efecto* es un flujo de calor, cuya cuantía depende de la causa (gradiente térmico) y de la conductividad térmica del medio.

Aceptando la noción de calor (fuere su significado el que fuere, aunque hoy deba ser el de energía calorífica) simbolizada por  $Q$ , ésta sería magnitud primaria en esta teoría física. Un conjunto de notas significativas de esta magnitud física en la teoría de Fourier puede ser el siguiente:

- a) Magnitud primaria.
- b) Algebraicamente escalar.
- c) Magnitud de proceso, de transporte en un espacio geométrico-físico (cuerpo).
- d) A partir de ella,  $Q$ , se deducen los siguientes conceptos:
  - i) *Flujo de calor* :  $\Phi = Q/t$  , cantidad de calor por unidad de tiempo; y
  - ii) *Densidad vectorial de flujo de calor*,  $\vec{q}$  : que puede definirse

vectorialmente de la forma:

$$\Phi = \vec{q} \cdot \vec{S} = \iint_S \vec{q} \cdot d\vec{S} \quad (1.1)$$

y escalarmente:

$$q = \frac{Q}{t.S} \quad (1.2)$$

De las tres magnitudes,  $Q$ ,  $\Phi$ ,  $\vec{q}$  una de ellas debe considerarse primaria (normalmente  $Q$ ) y las otras dos, en consecuencia, son secundarias y se introducen mediante las

fórmulas de definición anteriores.

### 1.8. El medio: la conductividad térmica

La *causa*, gradiente vectorial de  $T$ , actúa en un *medio* material; éste posee una propiedad característica, la *conductividad térmica*, con la que interviene en el proceso de conducción térmica. Esta propiedad determina, con el gradiente, la cuantía del flujo térmico.

Una atención especial debe dedicarse a la conductividad térmica, propiedad característica del medio -"constante física dimensionada característica"- que es fundamental en el proceso. Depende de numerosas condiciones y variables tales como la propia temperatura, la presión, la presencia de impurezas, los posibles cambios de fase, la orientación del sólido respecto de unas condiciones térmicas exteriores, etc., pero matemáticamente, en la hipótesis de medio continuo, pueden condensarse todas estas variables en forma compacta, de tal manera que la función que la representa es una función tensorial (de segundo orden, de elementos reales y simétrica) dependiente de punto, del tiempo y de la orientación; es decir,  $K(P, t, \vec{n})$ .

Esta función (o campo) tensorial distribuida en el cuerpo, en un sistema arbitrario de coordenadas cartesianas  $(0, x, y, z)$ , puede expresarse mediante una *matriz simétrica* de orden tres y de elementos reales,  $K \in M_{3 \times 3}(R)$ , es decir, de la forma:

$$K = \begin{bmatrix} k_{11}(x,y,z,t) & k_{12}(x,y,z,t) & k_{13}(x,y,z,t) \\ k_{12}(x,y,z,t) & k_{22}(x,y,z,t) & k_{23}(x,y,z,t) \\ k_{13}(x,y,z,t) & k_{23}(x,y,z,t) & k_{33}(x,y,z,t) \end{bmatrix} \quad (1.3)$$

tal que si el medio es *homogéneo* (identidad en todos los puntos) no depende del punto; es decir,

$$K = \begin{bmatrix} k_{11}(t) & k_{12}(t) & k_{13}(t) \\ k_{12}(t) & k_{22}(t) & k_{23}(t) \\ k_{13}(t) & k_{23}(t) & k_{33}(t) \end{bmatrix} \quad (1.4)$$

y si es *estable* en el tiempo (*permanente*), no depende de éste; es decir:

$$K = \begin{bmatrix} k_{11}(x,y,z) & k_{12}(x,y,z) & k_{13}(x,y,z) \\ k_{12}(x,y,z) & k_{22}(x,y,z) & k_{23}(x,y,z) \\ k_{13}(x,y,z) & k_{23}(x,y,z) & k_{33}(x,y,z) \end{bmatrix} \quad (1.5)$$

y si es, simultáneamente, *homogéneo* y *estable* se reduce a

$$K = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{12} & k_{22} & k_{23} \\ k_{13} & k_{23} & k_{33} \end{bmatrix} \quad (1.6)$$

Dada la naturaleza algebraica de matriz simétrica, existe un determinado *sistema de referencia*, denominado *principal respecto de la conductividad*, en el cual  $K$  se expresa mediante la matriz diagonal

$$K_D = \begin{bmatrix} k_x & 0 & 0 \\ 0 & k_y & 0 \\ 0 & 0 & k_z \end{bmatrix} \quad (1.7)$$

donde  $k_x, k_y, k_z$  son las *conductividades térmicas principales del medio*.

Si el medio fuera *isótropo* (independencia de la dirección de transporte del flujo térmico; identidad de la conductividad en todas direcciones) los términos no diagonales de la matriz serían nulos y los diagonales iguales entre sí; es decir,  $K$  se reduciría a una *matriz escalar*,  $K_D$ :

$$K_D = \begin{bmatrix} k & 0 & 0 \\ 0 & k & 0 \\ 0 & 0 & k \end{bmatrix} \quad (1.8)$$

y, en este caso, el tensor  $K$  actúa "*como si fuera un escalar*".

Este largo desarrollo matricial puede expresarse de manera compacta, en términos funcionales de la forma siguiente: En el caso general,  $K(P,t,\vec{n})$ ; es decir, campo

tensorial real de segundo orden simétrico, y corresponde a medios no homogéneos, inestables (o transitorios) y anisótropos. Pero pueden presentarse unos *casos especiales* de suma importancia en la práctica:

1. Homogeneidad (independencia de P) :  $K(\cancel{P}, t, \vec{n})$
2. Estabilidad en el tiempo (independencia de t):  $K(P, \cancel{t}, \vec{n})$
3. Isotropía (independencia de la dirección, de  $\vec{n}$  ) :  $K(P, t, \cancel{\vec{n}})$

En el último caso la conductividad actúa "como si fuera un escalar".

### III. LEY FUNDAMENTAL DE FOURIER

#### 1.9. Consideraciones introductorias

La *Teoría analítica del calor* de Fourier tiene una sola *ley fundamental* o *hipótesis legaliforme* que relaciona sus magnitudes básicas (primarias -temperatura y calor- y constante característica -conductividad térmica-); es la denominada *ley de Fourier*.

Suele decirse, con demasiada frecuencia, que es una ley *experimental* o *fenomenológica*, deducida del comportamiento de los cuerpos. Más bien puede afirmarse que es un *modelo teórico*, conscientemente "irreal" en su origen (cuando aún no se vislumbraba con un mínimo de nitidez la noción física de calor). Constituye un *instrumento formal* muy importante, dado que los resultados que se deducen de ella concuerdan aceptablemente con la experiencia.

A continuación se desarrolla el tema con una orientación pedagógica, constructiva.

#### 1.10. Expresión elemental, unidireccional

Sea un sólido continuo y homogéneo cualquiera en el que se considera una lámina de superficie  $S_x$  normal a la dirección  $x$  y espesor  $dx$  (Fig. 1.1).

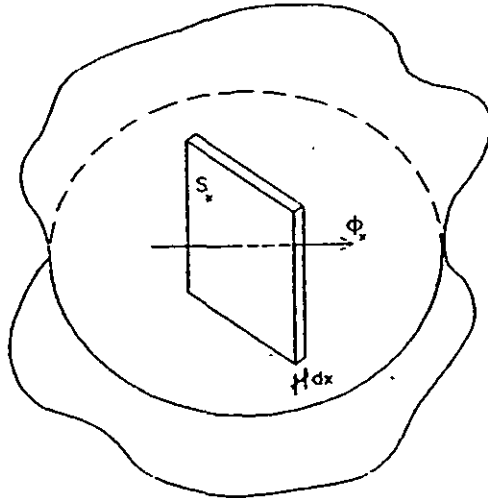


Fig. 1.1. Representación gráfica para la expresión unidireccional de la Ley de Fourier

Llamando  $\Phi_x$  al *flujo de calor* que atraviesa la superficie normal a  $x$ , o lo que es lo mismo, la cantidad de calor que atraviesa  $S_x$  por unidad de tiempo, la ecuación de Fourier se expresa por

$$\Phi_x = \frac{dQ}{dt} = -k S_x \frac{dT}{dx} \quad (1.9)$$

donde:

$\Phi_x = (dQ/dt)_x$ , es la cantidad de calor que atraviesa  $S_x$  en la dirección  $x$  en el intervalo de tiempo  $dt$ .

$k$ , es la conductividad según la dirección  $x$ , propiedad característica del medio. Su inverso,  $1/k$ , recibe el nombre de *resistividad térmica*.

$T$ , es el campo térmico.

$dT/dx$ , es el gradiente térmico en la dirección  $x$ .

El signo - significa que el flujo térmico tiene lugar en el sentido del campo térmico decreciente.

La aceptación de esta ley permite *construir* la *Teoría de la conducción del calor*.

Desde el punto de vista del Análisis Dimensional clásico puede introducirse la ley

de acuerdo con las siguientes relaciones de proporcionalidad:

$$(\Phi) \sim (S) (dT) (dx)^{-1} \quad (1.10)$$

o bien

$$(Q) \sim (t) (S) (dT) (dx)^{-1} \quad (1.11)$$

De estas relaciones de proporcionalidad se pasa a la ecuación entre medidas mediante la introducción de la *constante característica*,  $k$ , del cuerpo en cuestión, (1.7).

$$\frac{dQ}{dt} = k S \frac{dT}{dx} \quad (1.12)$$

### 1.11. Expresión general en medios isótropos

En la hipótesis de que la conductividad térmica sea isótropa (idéntica en todas las direcciones) la ecuación (1.9) puede aplicarse a las tres direcciones mutuamente ortogonales de un sistema cartesiano ortonormal  $(O;x,y,z)$  de la forma siguiente:

$$\Phi_x = - k S_x \frac{\partial T}{\partial x} \quad (1.13,a)$$

$$\Phi_y = - k S_y \frac{\partial T}{\partial y} \quad (1.13,b)$$

$$\Phi_z = - k S_z \frac{\partial T}{\partial z} \quad (1.13,c)$$

expresiones en las que  $T$  es función de punto y tiempo,  $T(x,y,z,t)$ , y sus derivadas respecto de las variables espaciales son derivadas parciales.

De las ecuaciones (1.13) pueden obtenerse otras expresiones relativas a las cantidades de calor por unidad de tiempo y de superficie en las direcciones de los ejes.

Estas son:

$$\frac{\Phi_x}{S_x} = q_x = - k \frac{\partial T}{\partial x} \quad (1.14,a)$$

$$\frac{\Phi_y}{S_y} = q_y = -k \frac{\partial T}{\partial y} \quad (1.14,b)$$

$$\frac{\Phi_z}{S_z} = q_z = -k \frac{\partial T}{\partial z} \quad (1.14,c)$$

de modo que, interpretando el conjunto de estas ecuaciones escalares como correspondientes a las componentes escalares de un campo vectorial  $\vec{q}$ , se obtiene la *ecuación del flujo vectorial de calor* o de la *densidad vectorial de flujo de calor*:

$$\vec{q} = q_x \vec{i} + q_y \vec{j} + q_z \vec{k} = -k \left[ \frac{\partial T}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial T}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial T}{\partial z} \vec{k} \right] \quad (1.15)$$

o bien

$$\vec{q} = -k \text{grad } T \quad (1.16)$$

que es la expresión general de la ecuación de Fourier en medios isótropos, donde  $\vec{q}$  es el flujo vectorial de calor (naturaleza vectorial; cada componente representa la cantidad de calor por unidad de tiempo y de superficie).

### 1.12. Expresión general en medios anisótropos

La expresión unidireccional de la ecuación de Fourier, (1.12), puede aplicarse también a las direcciones principales de la conductividad térmica del sólido y, en este caso, se obtendrían las igualdades siguientes:

$$q_x = \frac{\Phi_x}{S_x} = -k_x \frac{\partial T}{\partial x} \quad (1.17,a)$$

$$q_y = \frac{\Phi_y}{S_y} = -k_y \frac{\partial T}{\partial y} \quad (1.17,b)$$

$$q_z = \frac{\Phi_z}{S_z} = -k_z \frac{\partial T}{\partial z} \quad (1.17,c)$$

de las que, interpretadas conjuntamente como en el caso anterior, puede deducirse la ecuación matricial:

$$\begin{bmatrix} q_x \\ q_y \\ q_z \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} k_x & 0 & 0 \\ 0 & k_y & 0 \\ 0 & 0 & k_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial T}{\partial x} \\ \frac{\partial T}{\partial y} \\ \frac{\partial T}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (1.18)$$

que, en notación tensorial, se expresa de cualquiera de las formas siguientes:

$$\vec{q} = -K \operatorname{grad} T \quad (1.19)$$

$$\vec{q} = -K \otimes_c \operatorname{grad} T \quad (1.20)$$

$$q_i = -k_{ij} \frac{\partial T}{\partial x_j} \quad (1.21)$$

y que constituyen las expresiones generales de la ley de Fourier de la conducción del calor. El caso anterior de medio isótropo es un caso particular del anisótropo para  $k_x = k_y = k_z = k$ , como se comprueba a continuación. De la aplicación de (1.18) resulta

$$\begin{bmatrix} q_x \\ q_y \\ q_z \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} k & 0 & 0 \\ 0 & k & 0 \\ 0 & 0 & k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial T}{\partial x} \\ \frac{\partial T}{\partial y} \\ \frac{\partial T}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (1.22)$$

y de éstas



$$\vec{q} = -k \operatorname{grad} T$$

de manera que esta última (1.16) "equivale prácticamente" a (1.22), pero "conceptualmente" existe la diferencia de la naturaleza algebraica tensorial de segundo orden de  $K$ ; en el caso de medio isótropo la conductividad "puede considerarse como si fuera un escalar" ya que la matriz de (1.22) es una *matriz escalar*.

Finalmente conviene destacar que actualmente, y al margen de consideraciones de índoles pedagógica e histórica, la ecuación generalizada de Fourier, (1.19) ó (1.20) ó (1.21), se introduce directamente por vía axiomática o como postulado básico de la teoría de la conducción.

#### IV. ECUACION DEL CAMPO TERMICO EN RECINTOS SOLIDOS

##### 1.13. Ecuación general de balance energético calorífico

El problema más general relativo a la conducción del calor en sólidos, en el ámbito de la ley de Fourier, consiste en determinar el *campo térmico*,  $T(P,t)$ ; es decir, la distribución de temperaturas en el cuerpo (en el espacio, en el recinto sólido) y su evolución en el tiempo.

En el marco de las *hipótesis de medio continuo, homogéneo y estable*, de densidad  $\rho$  y calor específico a presión constante  $c$ , se recurre al *principio de conservación de la energía* (actualmente uno de los principios generales de conservación de la física) aplicando a un elemento diferencial de volumen,  $dV$ , la *ecuación de balance energético calorífico*. Sobre el formalismo matemático de Fourier se introducen, posteriormente y desde perspectivas complementarias, otras ideas de otras teorías termológicas, primordialmente de la Termodinámica Clásica.

$$\left( \begin{array}{c} \text{Calor} \\ \\ \text{que entra} \end{array} \right) - \left( \begin{array}{c} \text{Calor} \\ \\ \text{que sale} \end{array} \right) + \left( \begin{array}{c} \text{Calor} \\ \\ \text{generado} \end{array} \right) = \text{Cantidad de calor "recibida" por el "cuerpo"}$$

referida a un determinado intervalo de tiempo. Si se considera la unidad de tiempo,

resulta:

$$\Phi_e - \Phi_s + \dot{q} dV = C \frac{\partial T}{\partial t} = c dm \frac{\partial T}{\partial t} = c \rho dV \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1.23)$$

donde:

$\Phi_e$  es el flujo de calor (cantidad de calor por unidad de tiempo) que entra por la superficie del contorno.

$\Phi_s$  es el flujo de calor que sale por la superficie del contorno.

$\Phi_e - \Phi_s = \Phi_c$  es el flujo neto de calor que atraviesa el contorno hacia el interior del recinto.

$\dot{q}$  es el calor generado en el interior por unidad de volumen en la unidad de tiempo.

$C$  es la capacidad calorífica del elemento de volumen.

$c$  es el calor específico a presión constante.

#### 1.14. Ecuación del campo térmico en un medio anisótropo

a) Para un sólido homogéneo

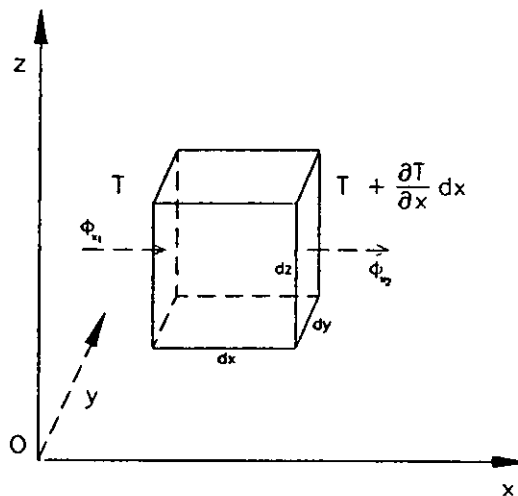


Fig. 1.2. Representación gráfica para la ecuación del campo térmico en un recinto sólido

Se utiliza un sistema de referencia principal  $(0, x, y, z)$  respecto de la conductividad térmica, de modo que el volumen elemental esté orientado según dichas direcciones. Por tanto, la conductividad térmica vendrá expresada por:

$$K = \begin{bmatrix} k_x & 0 & 0 \\ 0 & k_y & 0 \\ 0 & 0 & k_z \end{bmatrix} \quad (1.24)$$

Si  $T$  es el valor del campo térmico en la cara  $x = x_1$ , perpendicular al eje  $x$ , en la cara  $x = x_2$  el valor del campo es:

$$T + \frac{\partial T}{\partial x} dx$$

El flujo que "entra" por la cara  $x = x_1$ , según la ley de Fourier, es

$$\Phi_{x1} = - k_x dy dz \frac{\partial T}{\partial x}$$

y el que "sale" por  $x = x_2$

$$\Phi_{x2} = - k_x dy dz \frac{\partial}{\partial x} \left[ T + \frac{\partial T}{\partial x} dx \right] = - k_x dy dz \frac{\partial T}{\partial x} - k_x dy dz \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} dx$$

de modo que el flujo neto que atraviesa las caras perpendiculares al eje "x" hacia el interior es

$$\Phi_x = \Phi_{x1} - \Phi_{x2} = k_x dx dy dz \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (1.25,a)$$

Análogamente, por analogía cíclica de los ejes, los flujos netos que atraviesan las caras perpendiculares a los ejes "y" y "z" son:

$$\Phi_y = k_y dx dy dz \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (1.25,b)$$

$$\Phi_z = k_z dx dy dz \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \quad (1.25,c)$$

En consecuencia, el flujo total neto que atraviesa el contorno hacia el interior es

$$\Phi_c = \Phi_x + \Phi_y + \Phi_z = \left[ k_x \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + k_z \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right] dV \quad (1.26)$$

Sustituyendo en (1.21) y dividiendo por  $dV$  resulta

$$\left[ k_x \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + k_z \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right] + \dot{q} = c \rho \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1.27)$$

que es la *ecuación general del campo térmico en un recinto sólido homogéneo y estable*

b) Para un *sólido* continuo y estable pero *heterogéneo*.

Se procedería, análogamente, de la forma siguiente:

$$\Phi_{x_1} = -k_x dy dz \frac{\partial T}{\partial x}$$

$$\Phi_{x_2} = \Phi_{x+dx} = \Phi_x + \frac{\partial \Phi_x}{\partial x} dx = -k_x dy dz \frac{\partial T}{\partial x} - dy dz \frac{\partial}{\partial x} \left( k_x \frac{\partial T}{\partial x} \right)$$

$$\Phi_x = \frac{\partial}{\partial x} \left( k_x \frac{\partial T}{\partial x} \right) dx dy dz \quad (1.28)$$

y se obtendría como ecuación general del campo térmico:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( k_x \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k_y \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \dot{q} = c \rho \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1.29)$$

### 1.15. Ecuación del campo térmico en un medio isótropo

En el caso  $k_x = k_y = k_z = k$ , la ecuación (1.27) se reduce a

$$k \left[ \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right] + \dot{q} = c \rho \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1.30)$$

donde

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \Delta T \quad (1.31)$$

es el laplaciano del campo térmico, y, por tanto, (1.30) puede escribirse de la forma

$$k \Delta T + \dot{q} = c \rho \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1.32)$$

o bien

$$\Delta T + \frac{\dot{q}}{k} = \frac{c \rho}{k} \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{D} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1.33)$$

donde  $D = k/c\rho$  es la *difusividad térmica* del medio, propiedad característica de éste.

### 1.16. Casos particulares relativos al régimen.

A continuación se consideran diferentes condiciones de régimen y se aplican a las ecuaciones correspondientes a medios anisótropos e isótropos, respectivamente.

a) *Régimen variable (o transitorio) sin generación interna de calor*

$$\dot{q} \equiv 0 \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 1. \text{ Medio anisótropo: } k_x \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + k_z \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = c \rho \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1.34) \\ 2. \text{ Medio isótropo: } \Delta T = \frac{1}{D} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1.35) \end{array} \right.$$

La ecuación (1.35) se denomina usualmente *ecuación de la difusión*.

b) *Régimen permanente (o estacionario)*

$$\frac{\partial T}{\partial t} = 0 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 1. \text{ Medio anisótropo: } k_x \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + k_z \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \dot{q} = 0 \quad (1.36) \\ 2. \text{ Medio isótropo: } \Delta T = - \frac{\dot{q}}{k} \quad (1.37) \end{array} \right.$$

En estas ecuaciones  $\dot{q}$  no depende del tiempo (como consecuencia, también, de la

hipótesis de régimen permanente). La ecuación (1.37) se denomina de *tipo Poisson*.

c) Régimen permanente sin generación interna de calor

$$\left. \begin{array}{l} \dot{q} = 0 \\ \frac{\partial T}{\partial t} = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 1. \text{ Medio anisótropo: } k_x \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + k_z \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0 \\ 2. \text{ Medio isótropo: } \Delta T = 0 \end{array} \right. \quad (1.38)$$

La ecuación (1.39) se denomina de *tipo Laplace*. Puede observarse que, en el caso de medio isótropo sin generación de calor y en régimen permanente, el campo térmico es independiente de las propiedades características del medio.

## V. CONDICIONES INICIALES Y DE CONTORNO

### 1.17. Observaciones en torno a la integración de las ecuaciones de recinto

Las ecuaciones diferenciales en derivadas parciales que se han obtenido en este tema constituyen las ecuaciones que debe satisfacer el campo térmico en determinadas situaciones; son ecuaciones clásicas de la física-matemática que, en general, no pueden resolverse mediante procedimientos analíticos ordinarios.

La solución de un problema concreto, correspondiente a la ecuación del calor, necesita precisar las condiciones iniciales y de contorno de dicho problema. Desde el punto de vista matemático, al ser una ecuación de cuatro variables, dicha condición deberá presentarse en un espacio de cuatro dimensiones. No obstante, es más usual hablar de *condiciones de contorno* correspondientes a la variable espacial y *condiciones iniciales* correspondientes a la variable temporal. Sería la condición de contorno correspondiente a la cuarta variable.

Se supondrá que la solución de la ecuación es continua respecto a las cuatro

variables y diferenciable de segundo orden respecto a las variables espaciales y de primer orden respecto al tiempo. Se excluyen la superficie del sólido y el instante inicial.

Los casos con soluciones matemáticas se reducen prácticamente a los tres siguientes: a) muro indefinido; b) corona cilíndrica -tubo- infinita; y c) corona esférica; y, además, con condiciones térmicas de contorno simétricas. Corresponde a geometrías (contornos) sencillas con condiciones (valores de  $T$ ) muy sencillas.

### 1.18. Condiciones iniciales

Se supone conocida la temperatura en todos los puntos del sólido en un instante dado que se supondrá origen de tiempos. Si la función dada es continua, la solución del problema deberá tender al valor dado cuando  $t$  tiende a cero. Es decir, si

$$T(t=0) = f(x, y, z)$$

la solución  $T(x, y, z, t)$  debe cumplir:

$$\lim_{t \rightarrow 0} T(x, y, z, t) = f(x, y, z) \quad (1.40)$$

Si la distribución inicial de temperaturas es discontinua, dichas discontinuidades desaparecen en poco tiempo, y, en este caso, nuestra solución debe converger hacia los valores iniciales en aquellos puntos en que sea continua.

### 1.19. Condiciones matemáticas de contorno

Desde un punto de vista físico, las condiciones de contorno corresponden a las diferentes formas de transmisión de calor, en este caso, entre un sólido y lo que le rodea (vacío, fluidos, otros sólidos, etc.) que se analizarán posteriormente.

Desde el punto de vista matemático en la Teoría del potencial se suelen considerar los tipos fundamentales que se describen a continuación:

a) *Condición de Dirichlet*. Consiste en fijar en cada instante de tiempo el valor de la temperatura en todos los puntos de la superficie del sólido

$$T(x, y, z, t) = f(x, y, z, t) \quad , \quad \forall P \in S \quad , \quad \forall t \quad (1.41)$$

b) *Condición de Neumann*. El flujo de calor (intrusión o evacuación) a través de

la superficie que limita el sólido está fijado para cada punto de dicha superficie y en todo instante. Matemáticamente, dicha condición se traduce en determinar la derivada del campo de temperaturas con respecto a la normal. En un medio isótropo, el flujo a través de un elemento diferencial de superficie sería:

$$d\phi = \vec{q} \cdot d\vec{S} = \vec{q} \cdot \vec{n} \cdot dS = -K \text{grad } T \cdot \vec{n} \cdot dS = -K \frac{\partial T}{\partial n} dS \quad (1.42)$$

Dicha expresión muestra la relación existente, para este tipo de condición de contorno, entre el concepto físico y el matemático. Desde este punto de vista, la condición de contorno quedaría definida por:

$$-\frac{\partial T}{\partial n} = f(x, y, z, t) \quad , \quad \forall P \in S \quad , \quad \forall t \quad (1.43)$$

Un caso particular de esta condición sería cuando dicho flujo es nulo en todo instante, caso correspondiente a una superficie adiabática, o aislada térmicamente, que se estudia en el próximo apartado.

c) *Condición de Fourier.* En este caso no se fija ni la temperatura ni su derivada según la normal, sino que se establece una relación entre ambas que verifiquen la condición:

$$\frac{\partial T}{\partial n} + aT = b \quad , \quad \forall P \in S \quad , \quad \forall t \quad (1.44)$$

donde  $a$  es una función arbitraria del punto  $P$  no negativa ni idénticamente nula.

d) *Otros tipos de condiciones de contorno.* Además de los tres tipos de condiciones de contorno clásicas en la Teoría de funciones armónicas y teoría del potencial vistos anteriormente, en la práctica pueden encontrarse otras condiciones que no admiten su inclusión en ninguno de los tres tipos anteriores, fundamentalmente las debidas a condiciones no lineales. Casos típicos son las condiciones debidas a la radiación y convección natural en que la temperatura entra en forma de potencias superiores a la unidad. En el caso de la radiación, la cuarta potencia.



e) *Sólidos compuestos*. Un caso de heterogeneidad de gran interés práctico consiste en un sólido compuesto por varios sólidos homogéneos en contacto entre sí. En este caso el problema se descompone en tantos problemas como sólidos simples existan. Las condiciones de contorno en las superficies de separación corresponderán a la imposición de que el flujo sea continuo a través de la superficie:

$$k_1 \frac{\partial T_1}{\partial n} = k_2 \frac{\partial T_2}{\partial n} \quad , \quad \forall P \in S \quad (1.45)$$

Asímismo, se puede suponer que la temperatura sea la misma en la superficie de contacto entre los dos medios. Esto sólo es válido en el caso de que la unión sea suficientemente íntima entre los dos medios como el caso de la soldadura:

$$T_1 = T_2 \quad , \quad \forall P \in S \quad (1.46)$$

En caso contrario, la condición a imponer será del tipo de convección con una relación lineal de la diferencia de temperaturas, de la forma:

$$-k_1 \frac{\partial T_1}{\partial n} = h (T_1 - T_2) \quad (1.47)$$

## 1.20. Condiciones térmicas de contorno

El objeto de este apartado consiste en presentar, desde el punto de vista térmico, los tipos fundamentales de condiciones físico-matemáticas de contorno. Son las siguientes:

### a) *Superficie en contacto con un fluido*

En la frontera de un recinto sólido en contacto con un fluido tiene lugar un proceso de transmisión de calor (enfriamiento o calentamiento del sólido objeto de estudio) muy complejo, cuyo análisis teórico puede englobarse mediante el denominado *coeficiente de transmisión superficial* del calor.

Es clásico el tratamiento del fenómeno convectivo en las superficies de contacto sólido-fluido, que puede tener lugar en dos sentidos: del sólido al fluido (enfriamiento del sólido) o del fluido al sólido (calentamiento del sólido), que se resume a continuación utilizando como referencia gráfica una pared plana (Fig. 1.3).

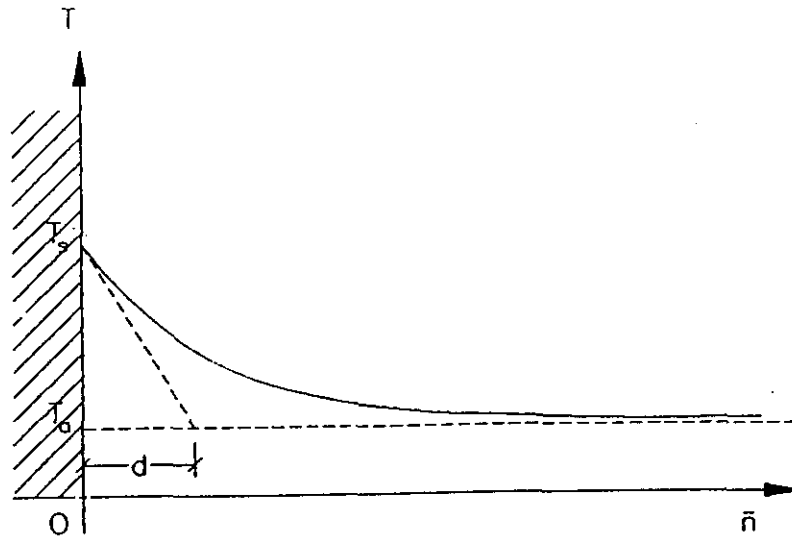


Fig. 1.3. Transmisión de calor a través de la superficie de separación sólido-fluido

En la hipótesis de que la temperatura de la superficie del sólido,  $T_s$ , sea mayor que la de la atmósfera fluida en la que está inmerso,  $T_a$ , se produce un transporte de calor del sólido al fluido. Sobre la pared (supuesta infinita, problema bidimensional en el plano perpendicular al del papel) se sitúa un eje de temperaturas y normal a ella un eje de distancias a la pared; en el fluido, en las proximidades del contorno, tiene lugar una caída de temperatura del tipo dibujado en la figura. Si se traza la tangente a dicha curva por el punto  $(0, T_s)$  se obtiene un punto de corte con el eje de abscisas a una distancia  $d$  de la pared; la zona de fluido próxima al contorno suele denominarse *capa límite convectiva*. En esta zona se aplica la ley de Fourier de la siguiente forma:

$$\Phi = k_f S \frac{T_s - T_a}{d} = \frac{k_f}{d} S (T_s - T_a) = h S (T_s - T_a) \quad (1.40)$$

es decir, se introduce un *coeficiente*  $h$ , denominado a veces de *convección*, que permite tratar formalmente este proceso de modo análogo al de conducción. No obstante, este proceso de transmisión del calor es enormemente complejo;  $h$  depende de muy diversas características del sólido (tales como naturaleza, forma, dimensiones, estado de la superficie, orientación de ésta respecto de su estructura, ...), del fluido (tales como sus propiedades intrínsecas: densidad, viscosidad, calor específico, conductividad, ...; las

condiciones de presión y temperatura, su estado dinámico, ...), de las temperaturas absolutas  $T_r$  y  $T_a$ , del sentido de la corriente térmica, etc.

A esta complejidad se añaden, a veces, y parece lo más conveniente en problemas de ingeniería, los fenómenos inherentes a la radiación (recepción y emisión), de forma tal que  $h$  no se refiere sólo al proceso convectivo sino que engloba simultáneamente los procesos de convección y de radiación y se le denomina, probablemente con más rigor, *coeficiente de transmisión superficial del calor*.

#### b) Superficie isoterma

El campo térmico  $T(P,t)$ , función espacial de punto y del tiempo, puede representarse geoméricamente por sus *superficies isotermas* (en un instante determinado) lugares geométricos de puntos de temperatura constante,

$$T(P,t) = Cte \quad (1.41)$$

en la geometría interior del sólido.

Si en la zona del contorno se verifica una condición del tipo

$$T_s = Cte$$

se dice que dicha zona de la superficie es isoterma.

#### c) Superficie adiabática

Una superficie se denomina adiabática si es impermeable al flujo de calor. En el caso de sólido isótropo, representando por  $q_n$  la componente de  $\vec{q}$  según la normal a la superficie se verifica

$$q_n = -k \frac{\partial T}{\partial n} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial T}{\partial n} = 0 \quad (1.42)$$

en consecuencia, las isotermas son perpendiculares a las superficies adiabáticas, y éstas tienen la consideración de superficies de flujo térmico (líneas de corriente térmica en problemas bidimensionales).

Estas condiciones físicas se aplican y concretan específicamente a los casos de hormigón en masa en el apartado 5.4.

## **CAPITULO 2. EL CAMPO ELECTRICO EN MEDIOS CONDUCTORES CONTINUOS**

### **2.1. Introducción**

Si el capítulo primero -la *Teoría analítica del calor*- es *sustantivamente* fundamental ya que el objeto de estudio es la evolución del campo térmico en el hormigón (recinto sólido), este capítulo de la *Teoría de la conducción eléctrica en medio continuo* es también fundamental, aunque *instrumentalmente*, ya que el campo térmico objeto de estudio se va a simular eléctricamente mediante la consideración de un campo eléctrico análogo en el modelo analógico correspondiente. No es preciso, por tanto, en este capítulo, profundizar en la naturaleza y propiedades del campo eléctrico, sino que basta con escribir los elementos formales estrictamente necesarios para que por su mediación pueda pasarse del campo térmico (datos) [→ campo eléctrico (modelo) →] al campo térmico (resultados).

El enfoque del capítulo, en síntesis, es el siguiente. Se considera el Electromagnetismo como una *teoría física general* o macroteoría integradora de otras *teorías físicas parciales* que se deducen de ella mediante determinadas consideraciones simplificadoras, en la línea de actualidad en Fundamentos de Física en los temas de relaciones interteóricas o de redes de teorías físicas (Bunge, Sneed, Stegmüller y Ulises). Por otra parte, conviene señalar que me limito, en este capítulo, a introducir las magnitudes y los formalismos matemáticos básicos de la conducción eléctrica en medios continuos.

### **2.2. Las ecuaciones del electromagnetismo**

La teoría, aún vigente para el estudio de los complejos fenómenos eléctricos y magnéticos, denominada *Electromagnetismo* se expresa y condensa en el conjunto de ecuaciones siguientes:

a) *Ecuaciones de Maxwell:*

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{i} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (2.1)$$

$$\text{rot } \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (2.2)$$

$$\text{div } \vec{D} = \rho \quad (2.3)$$

$$\text{div } \vec{B} = 0 \quad (2.4)$$

siendo

$\vec{H}$  ; intensidad del campo magnético

$\vec{E}$  ; intensidad del campo eléctrico

$\vec{B}$  ; inducción magnética

$\vec{D}$  ; desplazamiento eléctrico

$\vec{i}$  ; densidad de corriente eléctrica

$\rho$  ; densidad volumétrica de carga eléctrica

y todos estos campos de la clase  $C^n$  ( $n \geq 2$ ), es decir, diferenciables de orden  $\geq 2$ .

b) *Ecuaciones materiales o ecuaciones constitutivas*, que relacionan los campos anteriores mediante las constantes características del medio material en el que se propagan

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad (2.5)$$

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} \quad (2.6)$$

$$\vec{i} = \sigma \vec{E} \quad (2.7)$$

siendo

$\mu$  ; permeabilidad magnética

$\epsilon$  ; permitividad o constante dieléctrica

$\sigma$  ; conductividad eléctrica

magnitudes con naturaleza algebraica tensorial de 2º orden de elementos reales y simétrica, tales que en el caso de considerarse medios materiales isótropos pueden tratarse 'como si' fueran escalares.

### 2.3. El campo eléctrico y la conducción eléctrica en un medio continuo

Si se aplica el operador diferencial espacial divergencia a la ecuación (2.1) se obtiene

$$\operatorname{div}(\operatorname{rot} \vec{H}) = \operatorname{div} \vec{i} + \operatorname{div} \left( \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right)$$

donde

$$\operatorname{div}(\operatorname{rot} \vec{H}) = 0$$

ya que todo campo de rotacionales diferenciable es solenoidal; y, en consecuencia, resulta

$$\operatorname{div} \vec{i} + \operatorname{div} \left( \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) = 0 \quad (2.8)$$

Dado que las variables espaciales y el tiempo, en las teorías físicas clásicas del continuo, son independientes entre sí, se puede permutar el orden de derivación respecto de ellas, es decir

$$\operatorname{div} \left( \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) = \frac{\partial}{\partial t} (\operatorname{div} \vec{D})$$

y, haciendo uso de (2.3), (2.8) puede escribirse de la forma

$$\operatorname{div} \vec{i} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (2.9)$$

denominada *ecuación de continuidad*.

En *régimen permanente* -corrientes estacionarias-, de (2.2) se deduce

$$r\vec{o}t \vec{E} = \vec{0} \quad (2.10)$$

y, en consecuencia,

$$\vec{E} = - \text{grad } V \quad (2.11)$$

siendo  $V$  el *potencial eléctrico*, y, por otra parte, como

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (2.12)$$

(2.9) se reduce a

$$\text{div } \vec{i} = 0 \quad (2.13)$$

Sustituyendo (2.7) y (2.11) en (2.13) se obtiene

$$\text{div } (\sigma \vec{E}) = \text{div } [\sigma (-\text{grad } V)] = - \text{div } (\sigma \text{grad } V) = 0 \quad (2.14)$$

Teniendo en cuenta que, en un sistema de referencia principal respecto de la conductividad eléctrica, el campo vectorial

$$\sigma \text{grad } V$$

puede expresarse de la forma siguiente

$$\begin{bmatrix} \sigma_x & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_y & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial V}{\partial x} \\ \frac{\partial V}{\partial y} \\ \frac{\partial V}{\partial z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_x \frac{\partial V}{\partial x} \\ \sigma_y \frac{\partial V}{\partial y} \\ \sigma_z \frac{\partial V}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

la ecuación (2.14) se expresa de la forma

$$\text{div } (\sigma \text{grad } V) = \frac{\partial}{\partial x} \left( \sigma_x \frac{\partial V}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \sigma_y \frac{\partial V}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \sigma_z \frac{\partial V}{\partial z} \right) = 0 \quad (2.16)$$

En el caso de tratarse de un *conductor homogéneo*, aunque *anisótropo*,  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  y  $\sigma_z$  son constantes y (2.16) puede escribirse de la forma

$$\sigma_x \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \sigma_y \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \sigma_z \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0 \quad (2.17)$$

En el caso de *conductor homogéneo e isótropo* la ecuación se reduce a

$$\Delta V = 0 \quad (2.18)$$

ecuación del tipo de Laplace. En este caso, conviene recordar:

- a) que el potencial,  $V$ , está determinado a menos de una constante, y
- b) que en conductores homogéneos e isótropos la distribución de potencial no depende de  $\sigma$  sino solamente de la geometría del conductor y de las condiciones de contorno.

#### **2.4. Consideraciones complementarias**

Finalmente, como complemento del capítulo 1 e introducción del capítulo 3, es interesante, por una parte, contrastar la identidad formal de las ecuaciones (2.17) y (1.38), y (2.18) y (1.39); y, por otra parte, indicar que en las ecuaciones directa y elementalmente deducidas en este capítulo no se han tenido en cuenta (de momento) las condiciones transitorias y las de generación interior de flujo eléctrico que se desarrollarán en próximos capítulos.



# CAPITULO 3. ANALOGIA "CAMPO TERMICO - CAMPO ELECTRICO "

## I. GENERALIDADES

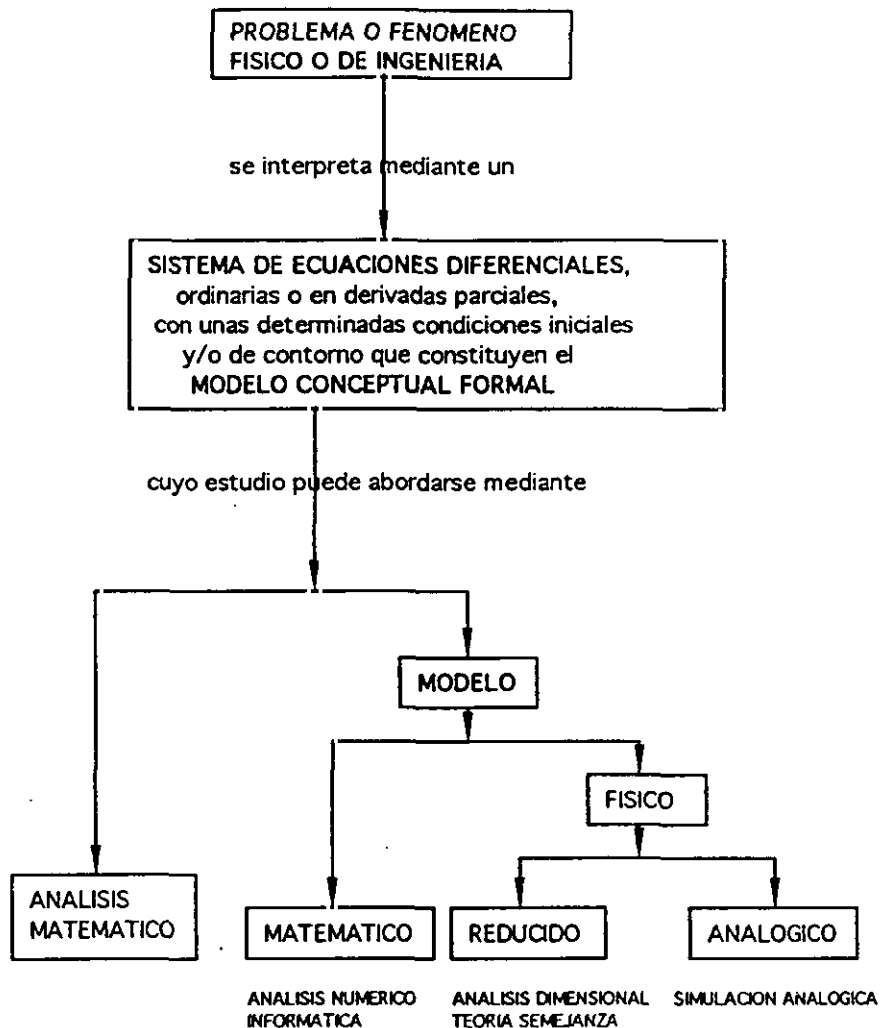
### 3.1. Introducción: los modelos en Física e Ingeniería

En el estado actual de la Matemática, de la Física y de la Ingeniería la resolución de un problema o el análisis de un fenómeno (aceptando que puede interpretarse mediante un modelo teórico idealizado de la realidad por la aceptación de un conjunto de hipótesis) puede abordarse, básicamente, por alguna o algunas de las cuatro vías que se indican en el cuadro de la página siguiente.

El Análisis Matemático (escalar, vectorial y tensorial) permite conocer cualitativamente una serie de características y propiedades del problema o fenómeno, pero en el estado actual de la Matemática es prácticamente imposible resolver ningún problema real directamente mediante los métodos del cálculo infinitesimal.

Los métodos numéricos han permitido obtener, con la colaboración de los ordenadores, resultados muy aceptables y enfocar los problemas con mejor conocimiento. Tienen el inconveniente de la aproximación y no siempre es posible obtener una solución adecuada. En los problemas con geometría y condiciones en los límites algo complicadas se requiere considerar un gran número de puntos, lo que condiciona su uso, si bien con la creciente potencia de los ordenadores se resuelven aceptablemente problemas cada vez más complejos.

Existe un conjunto de ramas de la Ciencia y de la Ingeniería, fundamentalmente en el ámbito de la Mecánica (Hidráulica, Elasticidad, Estructuras, Aerodinámica, Construcción Naval), para las cuales se ha desarrollado con notable éxito la técnica de los *modelos reducidos*, instrumento poderoso para la resolución de muchos problemas de esta naturaleza. Se fundamentan en la *Teoría de la Semejanza* que a su vez tiene sus raíces en el *Análisis Dimensional*.



Cuadro nº 1. Métodos básicos de estudio de un problema físico o de ingeniería.

Por otra parte, a veces, puede aprovecharse la circunstancia de que determinados subconjuntos de teorías físicas tienen la particularidad de expresarse mediante formulaciones matemáticas formalmente idénticas. Se trata de fenómenos de naturaleza física diferente que responden a leyes físicas representadas por ecuaciones matemáticamente iguales; a estas teorías se las denomina *analógicas* o análogas. En estos casos, es necesario relacionar, para su contraste, no sólo las ecuaciones de recinto o dominio sino también las condiciones de contorno.

La *Simulación Analógica eléctrica* había alcanzado un gran desarrollo desde la finalización de la Segunda Guerra Mundial hasta bien avanzada la década de los setenta. Sin embargo, el auge que experimentaron los ordenadores llevó consigo la aparición,

entre otros muchos, de programas (*modelos matemáticos*) que resolvían "prácticamente" todos los problemas que se trataban anteriormente mediante Simulación Analógica eléctrica, obteniendo los resultados de una forma mucho más rápida, con mayor exactitud y con menor mano de obra, siempre y cuando fuese un problema muy concreto que ya estuviese estudiado y posteriormente programado. Esto llevó consigo a la práctica paralización de la investigación en el ámbito de la Simulación Analógica eléctrica.

A principios de los noventa se asiste a una cierta resurrección de los modelos analógicos eléctricos, *modelos físicos*, que se conciben diversos, se aplican en multitud de campos de la ciencia y que aprovechan los avances de la electrónica (sobre todo en lo que a componentes e instrumental se refiere). Esta tendencia puede comprobarse, por ejemplo, analizando en el *Thesaurus* de INSPEC las expresiones "Analogue Simulation", "Hybrid simulation" y "Analogue circuits" de los años 1990-1994, así como las referencias del propio INSPEC "C5460 Analogue and hybrid computing techniques" y "C5160 Analogue circuits" relativas a dichos años o bien, por ejemplo, las revistas especializadas: *IEE Proceedings D [Control Theory and Applications]* (Reino Unido), *International Journal of Electronics* (Reino Unido), *Elektronik* (Alemania), *Elektrotechnik* (Alemania), *Analog Integrated Circuits and Signal Processing* (Netherlands), *Modelling, Measurement & Control B* (Francia), *Modelling, Simulation & Control B* (Francia), *Electronique Industrielle* (Francia), *Journal of the Japan Society for Simulation Technology* (Japón), *Journal of Electronics & Computers Research* (Irak), *Elettronica Oggi* (Italia), *Elektronnoe Modelirovanie* (Rusia), *Acta Electronica Sinica* (China), etc.

En esta línea se inserta, también, parcialmente, esta tesis doctoral.

### **3.2. Teorías físicas de transporte de tipo Fourier**

En el cuadro de la página siguiente se relacionan tres teorías físicas diferentes o tres capítulos sustancialmente distintos de la física.

Existen diferentes teorías físicas (Conducción del calor, Conducción eléctrica en medio continuo, Hidráulica del medio permeable, Electrostática, Hidrodinámica irrotacional potencial) que, aunque consideran conceptos físicos netamente diversos, el "modelo conceptual matemático" que se utiliza en ellas para interpretarlos es formalmente idéntico. Esta es la razón por la que dichas teorías reciben el nombre de

*analógicas entre sí.*

La diferencia de los fenómenos físicos es notable; centremos, por ejemplo, la atención en los efectos: flujo de calor (energía térmica), flujo de un fluido (materia) y flujo de electrones (carga eléctrica).

En todas estas teorías existe, desde la perspectiva de la Física, algo en común: un transporte, un flujo o una conducción (de energía, de materia o de carga) a través de un medio real que se deja atravesar o que participa parcial o totalmente en el flujo correspondiente. De aquí el nombre común que utilizamos de *Teorías físicas de transporte o de conducción*. Todas ellas son *analógicas entre sí* y, por serlo, simulables unas mediante las otras. También pueden englobarse con el título de *Teorías físicas analógicas*. Es conveniente afirmar que no todas las teorías que pueden considerarse "de transporte" están entre ellas y que ellas constituyen sólo un conjunto de teorías analógicas; existen otros conjuntos analógicos independientes entre ellos y del que se estudia aquí. Otro nombre también útil para distinguir al conjunto objeto de estudio sería el de *Teorías físicas de potencial* pero tampoco sería clarificador ni para definirlo con precisión intrínseca ni para distinguirlo de los demás por no constituir una propiedad exclusiva.

### **3.3. Teorías físicas analógicas entre sí**

En el estudio de un apreciable número de fenómenos físicos que se expresan formalmente mediante ecuaciones en derivadas parciales, se observa cómo puede reducirse su análisis al conocimiento de un número pequeño de ecuaciones conocidas, como son, por ejemplo las ecuaciones de Laplace, de Poisson, y biarmónica. Este resultado es consecuencia de haber aplicado a diferentes campos de la Física los mismos principios generales.

Esta identidad formal de ecuaciones que gobiernan diferentes fenómenos físicos, sugiere el establecimiento de una relación que permita resolver un problema dado en función de otro análogo. En esta idea se basa la Simulación Analógica.

En concreto, se dice que dos sistemas físicos son análogos o analógicos si cumplen las condiciones siguientes:

- a) Existencia de una *semejanza geométrica* de los recintos; es decir, una correspondencia biunívoca entre los puntos de cada uno de los sistemas.

- b) Existencia de una *correspondencia biunívoca entre las magnitudes* que intervienen en ambos fenómenos físicos: las de excitación, las de respuesta y los efectos.
- c) Verificación, por ambos sistemas, de *ecuaciones formalmente idénticas* en los recintos correspondientes.
- d) Cumplimiento de *condiciones de contorno e iniciales* en acuerdo con la correspondencia entre las magnitudes.

Mediante el establecimiento de la analogía entre dos teorías físicas analógicas es posible abordar la resolución de determinados problemas de forma relativamente sencilla cuando por otros métodos no sería posible o sería muy complicado.

Si la teoría física analógica en la que se resuelven los problemas es el campo de la conducción eléctrica, la analogía se denomina eléctrica (y en el caso particular de que el sistema considerado sea continuo, a veces, se denomina de analogía reoeléctrica). La analogía eléctrica es la más cómoda, sencilla y útil.

## **II. ANALOGIA ENTRE LAS TEORIAS FISICAS "*CONDUCCION DEL CALOR*" Y "*CONDUCCION ELECTRICA EN MEDIO CONTINUO*"**

### **3.4. Correspondencias analógicas**

Una vez que se han estudiado las magnitudes que intervienen en los fenómenos físicos de la conducción del calor y de la conducción eléctrica en medio continuo y se ha constatado que las respectivas magnitudes están ligadas (en las correspondientes teorías) por ecuaciones formalmente idénticas, se puede establecer una correspondencia biunívoca entre dichas magnitudes, por una parte, y entre las ecuaciones, por otra, de ambos sistemas, de acuerdo con el cuadro nº 2 "Contraste sinóptico de las teorías físicas del transporte" exhibido anteriormente. Para establecer una analogía concreta -entre dos fenómenos o problemas- es también imprescindible que exista una correspondencia biunívoca entre cada dos puntos, uno de cada sistema, lo que exige una semejanza geométrica entre los recintos de ambos campos, así como entre las respectivas condiciones de contorno.

En resumen, deben verificarse las siguientes condiciones, que tienen naturaleza

	Campo térmico	Campo eléctrico
Ec. de transporte	$\vec{q} = -K \text{ grad } T$ (Ley de Fourier)	$\vec{i} = -\sigma \text{ grad } V$ (Ley de Ohm)
Ec. de recinto	$\Delta T = 0$	$\Delta V = 0$ (Ecuación de Laplace)

Cuadro n° 4. Correspondencia analógica de ecuaciones

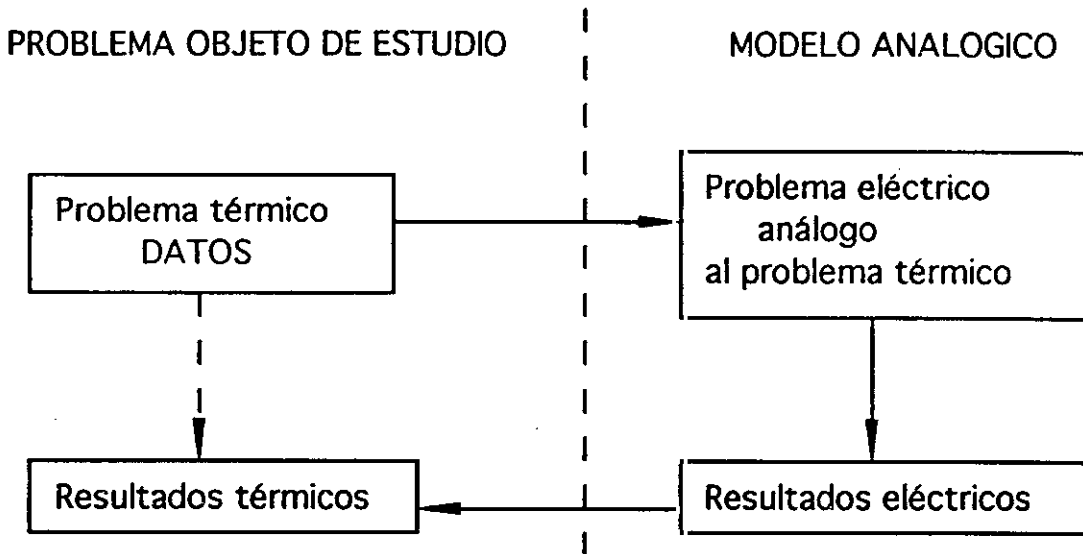
d) *Correspondencia de condiciones de contorno*, que, por ejemplo, pueden ser:

de tipo Dirichlet	$T$ (variable) $T = T_0$ (constante)	$\leftrightarrow$	$V$ (variable) $V = V_0$ (constante)
de tipo Neumann	$\frac{\partial T}{\partial n} = 0$ $\Phi$	$\leftrightarrow$	$\frac{\partial V}{\partial n} = 0$ $I$

Cuadro n° 5. Correspondencia analógica de condiciones de contorno

De acuerdo con este esquema, si dos fenómenos correspondientes, uno en el campo térmico y otro en el eléctrico, tienen la misma forma geométrica con análogas condiciones de contorno, sus soluciones están también en correspondencia según la establecida en b) para las magnitudes físicas. Por tanto, los resultados del problema en uno de los sistemas estarán relacionados con los correspondientes resultados del otro

sistema, en función de los valores numéricos asociados a la analogía. De esta manera puede resolverse el problema analógico en uno de los campos para después trasladar los resultados al otro campo donde quizá no se pueda resolver el problema directamente. Un esquema fácilmente comprensivo de los estudios analógicos se introduce en el cuadro n° 6, de modo que debe seguirse el camino de las flechas de trazo continuo dadas las dificultades o la imposibilidad del camino de la flecha de trazo discontinuo.



Cuadro n° 6. Esquema de resolución analógica de un problema

### III. APLICACION DEL ANALISIS DIMENSIONAL

#### 3.5. Ecuaciones de la analogía: orientación física

##### 3.5.1. En problemas tridimensionales (reales)

En la *Teoría de la conducción de calor* de Fourier se ha visto que, formalmente, los problemas consisten en resolver una de entre unos pocos tipos de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales con unas determinadas condiciones iniciales y de contorno. La solución matemática del problema, precisamente por ser matemática, es independiente de que se estudie éste en el campo térmico o en cualquier otro análogo.

Con objeto de que el estudio de un fenómeno físico determinado sea realizable directamente en otro análogo sin problemas derivados del empleo de uno u otro sistema de unidades, y de que su significado físico sea más claro, es conveniente expresar las

ecuaciones análogas en función de magnitudes adimensionales correspondientes en las respectivas teorías. Bastará, por tanto, pasar de magnitudes eléctricas a sus análogas térmicas (y viceversa) por medio de relaciones entre monomios adimensionales correspondientes en uno y otro campo. Conviene seleccionar las magnitudes escalares puesto que las eléctricas de esta naturaleza se miden con comodidad y sencillez.

a) *Ecuación analógica de potenciales adimensionales* que puede escribirse directamente.

$$\frac{T}{T_o} = \frac{V}{V_o} \quad (3.1)$$

donde las letras representan:

$T$  : diferencia de potencial térmico, variable (exceso de temperatura respecto de la temperatura mínima establecida como referencia)

$T_o$  : máxima diferencia de temperaturas considerada

$V$  : potencial eléctrico, variable (sobre el cero considerado)

$V_o$  : máxima diferencia de potencial eléctrico, asociada a  $T_o$ .

b) *Ecuación analógica de flujos escalares adimensionales: flujo calorífico-intensidad eléctrica.*

El cálculo del flujo calorífico mediante modelo analógico exige una breve exposición. Para obtener su expresión se define una variable adimensional que relaciona el flujo  $\Phi$  con otras magnitudes del campo térmico. En éste el flujo de calor puede expresarse de la forma

$$\Phi = \vec{q} \cdot \vec{S}_r = (-K \text{ grad } T) \cdot \vec{S}_r \quad (3.2)$$

de la que se deduce directamente su fórmula adimensional, según el método clásico del Análisis Dimensional, siguiente:

$$[\Phi] = [k] [\Theta] L^{-1} L^2 = [k] [\Theta] L \quad (3.3)$$

y de ésta el monomio adimensional asociado al flujo  $\Phi$ ,

$$\frac{\Phi}{k T_o L_r}$$



que debe denominarse *número de Fourier*, ya que no es más que una expresión adimensional escalarizada de la ley de Fourier, y donde  $L_r$  es una longitud determinada en el problema térmico (de la realidad, objeto de estudio).

En el campo eléctrico la magnitud análoga al flujo de calor es la intensidad de corriente eléctrica que puede expresarse de la forma

$$I = \vec{i} \cdot \vec{S} = (-\sigma \text{ grad } V) \cdot \vec{S}_m \quad (3.4)$$

y cuya fórmula dimensional, análogamente, es

$$[I] = [\sigma] [V] L \quad (3.5)$$

de la que puede deducirse el monomio adimensional

$$\frac{I}{\sigma V_o L_m}$$

que debe denominarse *número de Ohm*, ya que no es más que una expresión adimensional escalarizada de la ley de Ohm, y donde  $L_m$  es la longitud de modelo análogo eléctrico correspondiente a  $L_r$ .

Las fórmulas dimensionales (3.3) y (3.4) han permitido construir dos monomios adimensionales, uno en cada teoría análoga, de forma que puede establecerse la siguiente ecuación denominada *ecuación análoga de flujos*

$$\frac{\Phi}{k T_o L_r} = \frac{I}{\sigma V_o L_m} \quad (3.6)$$

donde, concluyendo resumidamente, las variables representan:

- $\Phi$  : flujo de calor que atraviesa una determinada superficie  $S_r$  de la realidad
- $I$  : intensidad eléctrica que atraviesa la superficie  $S_m$  del modelo análoga a  $S_r$
- $L_r$  : longitud de referencia en la realidad entre dos puntos cualesquiera
- $L_m$  : longitud correspondiente en el modelo entre los dos puntos análogos de los elegidos para medir  $L_r$
- $k$  : conductividad térmica
- $\sigma$  : conductividad del medio conductor eléctrico (inversa de la resistividad)

Establecida la analogía, expresando la ecuación (3.1) de la forma

$$T = \frac{T_o}{V_o} V = C_1 V \quad (3.7)$$

puede conocerse el potencial térmico (es decir, la temperatura) en cualquier punto sin más que medir en su homólogo del modelo el potencial  $V$  y aplicar (3.7), donde  $C_1$  es una "constante de la analogía". Por otra parte, de (3.6) se deduce

$$\Phi = \frac{k T_o L_r}{\sigma V_o L_m} I = C_2 I \quad (3.8)$$

de modo que para conocer flujos de calor de la realidad basta medir las intensidades correspondientes en el modelo y aplicar (3.8) donde  $C_2$  es otra *constante de la analogía*.  $C_1$  y  $C_2$  se definen al proyectar el modelo.

### 3.5.2. En problemas bidimensionales

En los casos de problemas que permiten un tratamiento bidimensional la ecuación de flujos se simplifica notablemente, como puede verse en el desarrollo esquemático que sigue, análogo al del párrafo anterior relativo a los tridimensionales (o, propiamente, reales):

$$q = \bar{q} \cdot \vec{\ell}_r = (-K \text{ grād } T) \cdot \vec{\ell}_r$$

$$[q] = [k] [\Theta] L^{-1} L = [k] [\Theta]$$

$$I = \bar{i} \cdot \vec{\ell}_m = (-\sigma \text{ grād } V) \cdot \vec{\ell}_m$$

$$[I] = [\sigma] [V] L^{-1} L = [\sigma] [V]$$

$$\frac{q}{k T_o} = \frac{I}{\sigma V_o}$$

$$q = \frac{k T_o}{\sigma V_o} I = C_2 I \quad (3.9)$$

donde se aprecia que no interviene el factor de escala

$$\hat{L} = \frac{L_r}{L_m}$$

Es decir, la relación entre  $q$  e  $I$  es independiente del tamaño elegido para el modelo.

### 3.6. Ecuaciones de la analogía: orientación matemática.

Las ecuaciones de la analogía también pueden obtenerse desde una perspectiva que puede considerarse como predominantemente matemática o más formal. Partiendo directamente de la correspondencia entre magnitudes establecida a continuación

$$\text{Geometría: } L_r \leftrightarrow L_m$$

$$\text{Causa: } T \leftrightarrow V$$

$$\text{Efecto: } \vec{q} \leftrightarrow \vec{i}$$

$$\Phi \leftrightarrow I$$

$$\text{Medio: } k \leftrightarrow \sigma$$

basta definir unos *factores de relación* o *constantes de la analogía* de la forma

$$L_r = C_o L_m \quad (3.10,a)$$

$$T = C_1 V \quad (3.10,b)$$

$$\vec{q} = C_2 \vec{i} \quad (3.10,c)$$

$$k = C_3 \sigma \quad (3.10,d)$$

Las constantes  $C_1$ ,  $C_2$  y  $C_3$  que definen la analogía no son independientes entre sí ya que las magnitudes térmicas, por una parte, y las eléctricas, por otra, deben verificar, respectivamente, las ecuaciones de Fourier y de Ohm. Es decir:

$$\vec{q} = -k \text{ grad } T \quad (3.11,a)$$

$$\vec{i} = -\sigma \text{ grad } V \quad (3.11,b)$$

de modo que sustituyendo las correspondientes (3.10) en (3.11,a), se obtiene:

$$C_2 \vec{i} = - (C_3 \sigma) \text{ grad } (C_1 V) = C_3 C_1 (-\sigma \text{ grad } V) \quad (3.12)$$

De (3.11b) se deduce:

$$C_2 = C_1 C_3 \quad (3.13)$$

En conclusión, existen tres grados de libertad en esta analogía, que se utilizan, normalmente, en la elección de escala geométrica ( $C_0$ ), de naturaleza de medio conductor eléctrico ( $\sigma$ , en consecuencia,  $C_3$ ) y de escala de potenciales (en consecuencia,  $C_1$ ) quedando determinada  $C_2$  por (3.13).

No obstante, usualmente la analogía se establece, de acuerdo con lo indicado en un párrafo anterior, mediante correspondencias de magnitudes escalares. De esta manera el sistema útil de ecuaciones de la analogía sería:

$$L_r = C_0 L_m \quad (3.14,a)$$

$$T = C_1 V \quad (3.14,b)$$

$$\Phi = C_2 I \quad (3.14,c)$$

$$k = C_3 \sigma \quad (3.14,d)$$

Procediendo como anteriormente, resulta:

$$\Phi = q S_r = -k \frac{T}{L_r} S_r$$

y, sustituyendo,

$$C_2 I = -C_3 \sigma \frac{C_1 V}{C_0 L_m} C_0^2 S_m = C_0 C_1 C_3 \left( -\sigma \frac{V}{L_m} S_m \right)$$

lo que equivale a

$$C_2 = C_0 C_1 C_3$$

condición restrictiva que también se deduce de (3.8).

**SEGUNDA PARTE**  
**ESTUDIO DEL CAMPO TERMICO EN**  
**RECINTOS DE HORMIGON EN MASA**  
**MEDIANTE SIMULACION ANALOGICA**  
**ELECTRICA "RIC"**

## SEGUNDA PARTE. ESTUDIO DEL CAMPO TERMICO EN RECINTOS DE HORMIGONEN MASA MEDIANTE SIMULACION ANALOGICA ELECTRICA "RIC"

En esta segunda parte de la tesis se integran todos aquellos *elementos no experimentales* directa e inmediatamente relacionados con el objeto y los objetivos de la misma.

El Capítulo 4 se dedica al hormigón en dos aspectos: 1º) una descripción básica del mismo en tanto que material de construcción; y 2º) unas consideraciones sobre la índole y actualidad de los problemas objeto de estudio y de resolución.

El Capítulo 5 trata específicamente del problema central, desde el punto de vista físico-matemático, de la tesis: el campo térmico en obras de hormigón en masa. En él se explicitan las hipótesis fundamentales que se requieren para el estudio físico-matemático de un material tan complejo como el hormigón en los aspectos relativos a la naturaleza del medio y a las magnitudes físicas que lo describen, a las ecuaciones del campo térmico en diferentes condiciones de régimen de transmisión de calor. Se aplican, además, a las diferentes condiciones térmicas de contorno que pueden presentarse en las distintas fases de la construcción y explotación de una obra de hormigón en masa refiriéndose de modo especial a una presa de gravedad, obra de hormigón en masa por excelencia; así se consideran las superficies de contacto directo con el terreno, de contacto con la atmósfera, con líquidos, contacto hormigón fresco-hormigón endurecido y superficies encofradas y armaduras interiores; se estudian diferentes tongadas, la presa en un estado determinado y durante la explotación. En síntesis, se hace una aplicación completa pormenorizada del Capítulo 1 -teoría analítica del calor- a los recintos de hormigón en masa.

El Capítulo 6 integra los *estudios teóricos necesarios para simular eléctricamente mediante redes RIC* -resistencias, intensidades, capacidades- el campo térmico en un recinto de hormigón en masa: se establecen las ecuaciones físico-matemáticas para una 'modelación continua' eléctrica, se caracteriza la red RIC elemental, se definen las constantes analógicas, se determina la simulación de las posibles condiciones de contorno, se define la concepción del modelo y se resuelve, finalmente, la simulación

del calor fraguado.

El Capítulo 7 describe el modelo analógico RIC (tipo de modelo) que resuelve físicamente, mediante simulación analógica eléctrica, los problemas térmicos relativos al campo térmico y a la generación y transmisión del calor en los recintos de hormigón en masa. En concreto, se ha concebido un tipo de modelo que se adecúa a cualesquiera condiciones geométricas de la obra, características térmicas del hormigón, condiciones ambientales y de contorno, curva de generación de calor de fraguado, proceso de hormigonado y temperatura de puesta en obra del hormigón.

Se define la estructura electrónica básica del modelo, el modo de simular la generación de calor, los métodos para representar las condiciones de contorno e iniciales y el proceso de hormigonado, así como el complejo sistema electrónico requerido para establecer el necesario plan de sincronización. Finalmente, se describe, con carácter general, el equipo e instrumental utilizado en el modelo para su construcción, alimentación y registro de resultados eléctricos.

# CAPITULO 4. EL HORMIGON

## I. ACERCA DEL HORMIGON

### 4.1. Introducción

Desde el punto de vista físico-químico, el hormigón es una sustancia compuesta de cemento, áridos, agua y aditivos adicionales; y desde el punto de vista de la ingeniería es el material de construcción estructural por excelencia, variable en sus características.

En este capítulo haré una síntesis de lo que es estrictamente necesario conocer para el desarrollo posterior de la investigación, a modo de glosario de términos.

### 4.2. Componentes

#### 4.2.1. Los cementos

Los cementos son polvos finos obtenidos por cocción a alta temperatura (hacia los 1450 °C) y trituración de una mezcla mineral (caliza + arcilla, en general). Estos polvos, constituidos por sales minerales anhidras inestables, forman con el agua una pasta capaz, por "hidratación", de fraguar y endurecer progresivamente.

Los constituyentes base son los siguientes:

- a) *Clínker*. Es un producto obtenido por cocción hasta la fusión parcial (clinkerización) de una mezcla de caliza + arcilla, dosificada y homogeneizada, que se compone principalmente de cal ( $\text{CaO}$ ), sílice ( $\text{SiO}_2$ ) y alúmina ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ ). La mezcla se obtiene, en general, a partir de productos naturales de cantera, como son caliza, arcilla, marga, etc. El clínker, una vez triturado con la adición de un poco de sulfato cálcico (yeso) se convierte en "portland" y confiere a los cementos de este grupo sus propiedades características.
- b) *Escoria*. Es un residuo mineral que se obtiene de la fundición en altos hornos a partir del mineral de hierro y del cok metalúrgico. Solidificado por enfriamiento brusco, resulta un producto granulado que se añade al clínker en proporción variable para ser triturado finalmente con él. Su hidratación es menos rápida que la del portland, sobre todo en su periodo inicial. Desprende, paralelamente, menos calor, y acusa una mayor sensibilidad a las variaciones de temperatura.



de necesarias, para establecer una analogía concreta entre un *problema de conducción térmica* y su analógico de *conducción eléctrica*:

- a) *Semejanza geométrica* entre el sólido (en el que se estudia el campo térmico) y el medio conductor (eléctrico).
- b) *Correspondencia de magnitudes fundamentales*, que se establece en el cuadro n° 3 para estas teorías físicas.

	Campo térmico		Campo eléctrico
Causa	<i>Temperatura (Potencial térmico)</i>	$T \leftrightarrow V$	<i>Potencial eléctrico</i>
Efecto	<i>Densidad de flujo calorífico</i>	$\vec{q} \leftrightarrow \vec{i}$	<i>Densidad de corriente</i>
	<i>Flujo calorífico</i>	$\Phi \leftrightarrow I$	<i>Intensidad de corriente</i>
Medio	<i>Conductividad térmica</i>	$K \leftrightarrow \sigma$	<i>Conductividad eléctrica</i>

Cuadro n° 3. Correspondencia analógica de magnitudes

- c) *Correspondencia de ecuaciones de recinto* que, por ejemplo, en el caso de medios homogéneos e isotrópicos, en régimen permanente, son:

dosificaciones adaptadas a cada tipo. Constituyen prácticamente la mayor parte de los cementos empleados para la fabricación del hormigón.

#### 4.2.2. Los áridos

Se denominan *áridos* aquellos materiales inertes, tales como arenas, gravillas o gravas, que sirven de base a la composición del hormigón.

Su clasificación se realiza en función de sus dimensiones, determinadas por cribado en tamices de mallas cuadradas cuya dimensión interior se expresa en mm. Se llama "tamizado" a la parte de los áridos que pasa por el tamiz, y "retenido", a la parte que ha quedado retenida en éste.

Con respecto a los áridos, hay que tener muy clara la diferencia entre la *densidad de conjunto* (masa de un cuerpo por unidad de volumen total, incluyendo los huecos entre los granos que lo constituyen), *densidad específica* (masa de un cuerpo por unidad de volumen de materia llena, sin ningún hueco entre los granos), *densidad absoluta* (relación de la densidad específica y la masa de un volumen igual de agua a +4 °C) y *densidad aparente* (que es a la densidad de conjunto, lo que la densidad absoluta es a la densidad específica).

Para la composición de los hormigones se utilizan, por lo general, materiales naturales de origen aluvial: arenas y gravas; pero cuando estos materiales son defectuosos, se utilizan rocas eruptivas o sedimentarias transformadas en áridos mediante machaqueo. Existen distintos tipos de áridos:

- a) *Aridos corrientes*. Los más utilizados son: sílex, calcáneos duros, basalto, cuarcitas, arenisca, pórfido, diorita, granitos, esquisto y escoria (no deben emplearse con el cemento aluminoso).
- b) *Aridos pesados*. Se emplean para la confección de hormigones pesados a utilizar en la construcción de obras que precisan protección biológica contra las radiaciones. Estos son: baritina, magnetita, chatarra y granalla de fundición.
- c) *Aridos ligeros*. Se utilizan cuando se quiere obtener hormigones ligeros. Son: arcilla expandida (arcilla introducida en un horno rotativo especial), esquistos expandidos, escorias expandidas, piedra pómez, puzolanas, perlita y vermiculita.
- d) *Aridos muy duros*: cuarzo, corindón, carborundo, lentejuelas de fundición, etc. Se les suele incorporar al hormigón con fines de antidesgaste.

#### 4.2.3. Agua de amasado

En presencia de agua, las sales minerales amorfas, anhidras e inestables se hidratan; se produce entonces una cristalización que finaliza en un nuevo sistema de constituyentes hidratados estables. La formación de cristales en agujas más o menos entrelazadas produce el "fraguado".

La cantidad de agua que es necesario añadir para el amasado correcto del cemento es superior a la cantidad estrictamente necesaria para las reacciones químicas. En efecto, es necesario distinguir:

- a) El agua de cristalización o de hidratación, fijada químicamente en los nuevos constituyentes hidratados y necesaria a su estructura cristalina. Es, en general, del orden del 25 al 30 % del peso del cemento.
- b) El agua absorbida que penetra más o menos en el interior de los áridos, según su porosidad.
- c) El agua libre (en redes capilares) y que se elimina más o menos por secado. Únicamente es necesaria para obtener la viscosidad, la plasticidad y la untuosidad indispensable en el amasado y en la colocación correcta del hormigón en los encofrados y entre las armaduras.

#### 4.2.4. Aditivos

Se entiende por *aditivo* el producto que, añadido al hormigón en pequeña cantidad, permite mejorar ciertas propiedades o ciertas cualidades deseadas tanto para el hormigón fresco como para el endurecido. Un aditivo tiene, por lo general, una acción principal, por la que se halla definido y clasificado, aunque puede presentar igualmente ciertas acciones secundarias.

La clasificación de los aditivos se basa en las propiedades que confieren al hormigón. Se considera la siguiente:

- a) *Plastificantes*. Son aditivos en polvo extremadamente finos que, añadidos al hormigón, le confieren una mejor plasticidad, mejorando, de este modo, sus cualidades de manejabilidad y docilidad.
- b) *Fluidificantes*. Químicamente son productos muy distintos de los anteriores. Producen defloculación en la pasta de cemento y las burbujas de aire comprendidas entre los grumos que se dispersan son liberadas por su efecto. Su

segunda acción, de mayor importancia, consiste en jugar el papel de lubricante por adsorción, en la pared de los granos, con moléculas largas que hacen de lubricante graso. Se presenta en forma de producto líquido soluble en agua.

- c) *Aireantes*. Son compuestos generalmente resinosos o a base de aceites vegetales o minerales que no hay que confundir con los productos espumantes. Se presentan en forma líquida, de sales solubles o de polvos insolubles que se deben añadir en el momento de amasado.
- d) *Acelerantes*. Son productos solubles en agua que actúan químicamente aumentando la velocidad de hidratación del cemento; esto significa activar el fraguado, acompañado de un desprendimiento de calor más importante. Se emplean en tiempo frío o para trabajos urgentes. Se distinguen dos tipos: los acelerantes de fraguado (álcalis, carbonatos y sulfatos de sosa o de potasa) y los acelerantes de endurecimiento (cloruros y carbonatos).
- e) *Retardantes*. Actúan químicamente como los acelerantes pero retardando la hidratación y el inicio del fraguado del cemento. Entre los productos retardantes del fraguado se pueden citar los azúcares y gluconatos, los ácidos cítrico y tartárico, el óxido de zinc y los fosfatos alcalinos.
- f) *Hidrófugos*. Son productos que mejoran la estanqueidad de los hormigones, protegiéndolos de la humedad al detener la absorción capilar. Se distinguen: los hidrófugos de masa (se añaden al hormigón en forma líquida o en forma de polvo a mezclar con el agua de amasado) y los hidrófugos de superficie (que se aplican como tratamiento superficial y están fabricados a base de siliconas, de silicatos o de fluosilicatos).
- g) *Anticongelantes*. Evitan la formación de hielo en el hormigón fresco. Por hinchamiento, el hielo destruye la compacidad y detiene el fraguado del cemento, por lo que habrá que acelerarlo, al mismo tiempo que hay que reducir la dosificación de agua.
- h) *Antiheladizos*. Evita que el hormigón, una vez endurecido, se disgregue progresivamente con el tiempo, debido a heladas sucesivas.
- i) *Productos de curado*. No son en realidad aditivos; son productos de tratamiento externo que se pulverizan sobre el hormigón fresco para impedir la evaporación del agua del amasado. Son emulsiones resinosas directas que se rompen

instantáneamente cuando entran en contacto con el hormigón fresco.

- j) *Aditivos para inyecciones*. Se emplean particularmente para fabricar mortero de inyección de vainas de cables de pretensado; son plastificantes, o bien productos a base de polvo de aluminio.

### **4.3. Composición de los hormigones**

El estudio de la composición conveniente de un hormigón consiste en determinar la mezcla óptima de los distintos áridos presentes, así como la dosificación de cemento y de agua y los aditivos complementarios, con objeto de conseguir un hormigón cuyas cualidades sean las necesarias para la obra a construir.

### **4.4. Características y propiedades esenciales**

#### **4.4.1. Fraguado**

Se denomina fraguado al proceso químico de hidratación del cemento, proceso exotérmico de solidificación y endurecimiento que origina el hormigón.

El principio del fraguado corresponde al momento en el cual se verifica un aumento relativamente brusco de la viscosidad de la pasta con desprendimiento de calor. El final del fraguado corresponde al momento en el cual la pasta ha llegado a ser un bloque rígido aunque se considera que no se puede definir con precisión.

#### **4.4.2. Endurecimiento**

Tras el fraguado, prosigue el fenómeno de hidratación; es el considerado período de endurecimiento, el cual es mucho más largo.

#### **4.4.3. Resistencia**

La principal característica del hormigón es su resistencia a la compresión, que dependerá en buena parte del contenido en agua de la mezcla primitiva, aunque también varía en función de otros factores como tiempo, condiciones de fraguado y calidad de los materiales.

#### **4.4.4. Retracción**

Es un fenómeno de acortamiento que acompaña al fraguado del cemento; puede

asimilarse a un descenso de la temperatura, con el consiguiente acortamiento.

#### **4.4.5. Dilatación**

Es un fenómeno de aumento del volumen de la masa al producirse un aumento de la temperatura.

#### **4.4.6. Fluencia**

Es un fenómeno de deformación diferida bajo carga fija aplicada indefinidamente.

#### **4.4.7. Elasticidad**

La noción del coeficiente de elasticidad según su definición

$$E = \frac{\textit{Tensión unitaria}}{\textit{deformación relativa}}$$

es bastante imprecisa debido a la fluencia.

#### **4.4.8. Efecto "Poisson"**

En compresión, como en tracción, la deformación longitudinal se acompaña por una deformación transversal. El coeficiente de Poisson es la relación entre la deformación transversal y la deformación longitudinal en valores relativos.

### **4.5. Clasificación**

Entre las distintas clases de hormigón que existen, pueden citarse las siguientes.

#### **4.5.1. Hormigón en masa**

Está constituido por una argamasa de hormigón normal, propiamente sin refuerzos o armaduras. No obstante, para reducir el peligro de contracciones y esfuerzos térmicos, a veces se colocan pocas armaduras y de pequeño diámetro. Las presas de gravedad constituyen la estructura típica de uso del hormigón en masa.

#### **4.5.2. Hormigón pretensado**

Es un tipo de hormigón armado en el cual la armadura se mantiene bajo tensión

hasta que el hormigón haya fraguado. Si se procede a un estiramiento después del fraguado, la operación recibe el nombre de postensado.

#### **4.5.3. Hormigón prefabricado**

Supone el moldeado previo de piezas de hormigón para ser utilizadas luego como unidades de construcción. A veces se acelera el fraguado utilizando el baño de vapor. Este sistema reduce considerablemente el trabajo y facilita la colocación de la armadura y el hormigón.

El objeto de esta tesis se refiere a los grandes recintos de hormigón en masa donde los problemas térmicos adquieren especial relevancia.

### **4.6. Preparación y puesta en obra**

#### **4.6.1. Preparación**

Una vez determinada la dosificación más conveniente para preparar la masa de hormigón hay que medir los materiales. El agua se mide en volumen y el cemento y los áridos en peso.

El hormigón debe amasarse en *hormigonera* o *amasadora* siendo conveniente, por razones de homogeneidad, verter los materiales en el orden siguiente:

- una parte de la dosis de agua (del orden de la mitad)
- el cemento y el agua simultáneamente
- el árido grueso
- el resto del agua

La duración del amasado debe ser la necesaria para conseguir una mezcla íntima y homogénea de los distintos componentes, debiendo resultar el árido bien recubierto de parte de cemento.

Durante el amasado del hormigón sucede algunas veces que la masa adquiere una cierta rigidez prematura, observable por el operador. Se trata del fenómeno de *falso fraguado* del cemento, cuyo peligro reside en que, habitualmente, la persona que está a cargo de la hormigonera reacciona añadiendo agua a la masa, lo que hará bajar la resistencia. Si no se hace esto, es decir, si se prolonga el amasado sin adición de agua, la anomalía queda corregida totalmente sin perjuicio para la resistencia.

El fenómeno de *falso fraguado* no debe confundirse con el de *fraguado rápido*,

el cual se produce con gran desprendimiento de calor y con rigidez irreversible.

#### **4.6.2. Transporte**

El transporte del hormigón, desde la amasadora hasta el tajo de colocación, puede hacerse por múltiples procedimientos, entre los cuales puede citarse las carretillas, baldes, vagonetas, camiones, canaletas, cintas transportadoras, etc.

Cualquiera que sea la forma del transporte, deben cumplirse las condiciones siguientes:

- a) No debe transcurrir mucho tiempo entre el amasado y la puesta en obra.
- b) Durante el transporte no deben segregarse los áridos gruesos, lo que provocaría en el hormigón pérdidas de homogeneidad y resistencia.
- c) Debe evitarse, en lo posible, que el hormigón se seque durante el transporte.
- d) Como las características de la masa varían del principio al final de cada descarga de la amasadora, no es conveniente dividir una misma amasada en distintos recipientes para su transporte.
- e) Cuando se emplean hormigones de diferente tipo de cemento, se limpiará cuidadosamente el material de transporte antes de hacer el cambio.
- f) Si al llegar al tajo de colocación, el hormigón acusa un principio de fraguado, la masa debe desecharse y no ser puesta en obra.

#### **4.6.3. Empleo de hormigón preparado**

En general, el hormigón preparado se suministra ya amasado, llamándose entonces *hormigón preamasado*. Pero puede suministrarse también *hormigón preparado seco*, consistente en una mezcla predosificada de cemento y áridos, y, eventualmente, aditivos en polvo, a falta sólo de aditivos de amasado. Este tipo de hormigón presenta ventajas en zonas de clima caluroso, en las que el hormigón preamasado podría experimentar pérdidas de agua durante el transporte, y cuando la distancia entre la fábrica y la obra sea importante.

El hormigón preamasado se dosifica en central y puede amasarse bien en ésta, bien durante el transporte, bien parcialmente en ambas. En el primer caso, el transporte se verifica en *cubas rotatorias*, o en *cubas vasculantes* con o sin elementos agitadores. En el segundo y tercer caso, el transporte se realiza en *camiones hormigoneras* que



amasan la mezcla durante el mismo.

#### **4.6.4. Vertido y colocación**

El vertido y colocación del hormigón deben efectuarse de manera que no se produzca la disgregación de la mezcla. El peligro de disgregación es mayor, en general, cuando más grueso es el árido, y más discontinua su granulometría, siendo sus consecuencias peores cuando menor es la sección del elemento que se hormigona.

Son aplicables las siguientes recomendaciones:

a) El vertido no debe efectuarse desde gran altura, procurando que su dirección sea vertical y evitando desplazamientos horizontales de la masa. El hormigón debe ir dirigido durante el vertido, mediante canaletas u otros dispositivos que impidan su choque libre contra el encofrado o las armaduras.

b) La colocación se efectuará por capas o tongadas horizontales de espesor inferior al que permita una buena compactación de la masa. Las distintas capas se consolidarán sucesivamente, "cosiendo" cada una a la anterior con el medio de compactación que se emplee y sin que transcurra mucho tiempo entre capas para evitar que la masa se seque o comience a fraguar.

c) No se arrojará el hormigón con pala a gran distancia, ni se distribuirá con rastrillos para no disgregarlo, ni se le hará avanzar más de un metro dentro de los encofrados.

d) En las piezas muy armadas y, en general, cuando las condiciones de colocación son difíciles, puede ser conveniente, para evitar coqueas y falta de adherencia con las armaduras, colocar primero una capa de dos o tres centímetros del mismo hormigón exento del árido grueso, vertiendo inmediatamente después el hormigón ordinario.

e) En el hormigonado de superficies inclinadas, el hormigón fresco tiene tendencia a correr o deslizar hacia abajo, especialmente bajo el efecto de la vibración. Si el espesor de la capa y la pendiente son grandes, es necesario utilizar un encofrado superior.

En la colocación del hormigón debe evitarse la proyección directa del chorro de hormigón sobre las armaduras; vigilar que el hormigón no aparezca segregado a causa del aire comprimido; y adoptar precauciones en materia de seguridad de los operarios.

Para que resulte compacto debe emplearse el medio de consolidación más adecuado a su consistencia, de manera que se eliminen los huecos y se obtenga un completo cerrado de la masa, sin que llegue a producirse segregación. El proceso de compactación debe prolongarse hasta que refluya la pasta a la superficie.

#### **4.6.5. Homigonado en tiempo frío**

Está perfectamente demostrado que el hormigón no adquiere la resistencia necesaria cuando su fraguado y primer endurecimiento tienen lugar en tiempo de heladas, debido a la acción expansiva del agua intersticial, que impide la evolución normal de estos procesos<sup>1</sup>. Por esta causa, *lo mejor es suspender el hormigonado cuando se prevean bajas temperaturas*, siendo lo deseable que la temperatura de la superficie más expuesta del hormigón no baje de 5° durante las 72 primeras horas después del hormigonado.

#### **4.6.6. Hormigonado en tiempo caluroso**

Cuando el hormigonado se efectúe en tiempo caluroso, deben adoptarse medidas para impedir la evaporación del agua de amasado, especialmente durante el transporte del hormigón, y para reducir, en su caso, la temperatura de la masa. No hay que olvidar que el calor, la sequedad y el viento provocan una evaporación rápida del agua -también de la del hormigón ya compactado- lo que trae consigo pérdidas de resistencia, fisuras y aumento de la retracción en las primeras edades.

#### **4.6.7. Curado del hormigón**

De las operaciones necesarias para la ejecución de elementos de hormigón, posiblemente sea el curado la más importante, por la influencia decisiva que tiene en la resistencia y demás cualidades del elemento final.

Durante el proceso de fraguado y primeros días de endurecimiento, se producen pérdidas de agua por evaporación, creándose una serie de huecos o capilares en el hormigón que disminuyen su resistencia. Para compensar estas pérdidas y permitir que se desarrollen nuevos procesos de hidratación con aumento de resistencias, el hormigón

---

<sup>1</sup> No se confunda este concepto con la acción de la helada sobre los hormigones ya endurecidos.

debe curarse con abundancia de agua.

Como es obvio, la duración e intensidad del curado dependen, fundamentalmente, de la temperatura y humedad del ambiente, así como de la acción del viento y del soleamiento directo.

#### **4.6.8. Encofrados**

La misión del encofrado es contener y soportar el hormigón fresco hasta su endurecimiento, sin experimentar asientos ni deformaciones, dándole la forma deseada. Cuando, en vez de obras "in situ", se trata de prefabricación en taller, los encofrados se denominan *moldes*.

Los encofrados o moldes son generalmente de madera o metálicos, exigiéndoseles como cualidades principales las de ser rígidos, resistentes, estancos y limpios. Su montaje debe efectuarse de forma que queden perfectamente sujetos, para que durante la consolidación y endurecimiento del hormigón no se produzcan movimientos perjudiciales.

Los encofrados de madera deben humedecerse antes de la colocación del hormigón, para que no absorban el agua de éste.

Cuando sea necesario, y con el fin de evitar la formación de fisuras en los paramentos de las piezas, deben proyectarse los encofrados de tal modo que no impidan el acortamiento del hormigón por retracción.

La acción principal a que se ve sometido un encofrado es la presión que el hormigón fresco ejerce sobre él, la cual aumenta con la altura de la masa contenida en el mismo. El fondo del encofrado soporta todo el peso del hormigón.

Para realizar el desencofrado, los costeros y fondos del encofrado deben retirarse transcurridos los plazos oportunos, sin producir sacudidas ni choques. El plazo de retirada depende de la evolución del endurecimiento del hormigón y, por consiguiente, del tipo de cemento y de la temperatura ambiente.

## **CAPITULO 5. CAMPO TERMICO EN OBRAS DE HORMIGON EN MASA: ECUACIONES DE RECINTO Y CONDICIONES DE CONTORNO**

### **5.1. Introducción: objeto del capítulo**

El *objeto* de este capítulo consiste en el estudio del campo térmico -es decir, de la función temperatura,  $T(x,y,z,t)$ - en un recinto de hormigón en masa en el devenir temporal desde la puesta en obra del material teniendo en cuenta las diferentes y variables condiciones a que pueden estar sometidas las superficies de contorno. El objeto es el "estudio" (en la línea de sabia modestia) del campo térmico y de la transmisión del calor, aunque mi deseo sería poder hablar de "conocimiento"; aún más restrictivo, me conformaré en esta ocasión con el estudio y el conocimiento de las ecuaciones que debe cumplir el campo  $T(x,y,z,t)$  en el interior de los recintos hormigonados y con el análisis de diferentes condiciones de contorno a que pueden estar sometidos dichos recintos.

El capítulo, a pesar de su concepción y desarrollo teóricos, se estructura con una clara *orientación* hacia una posterior aplicación que permita algún tipo de "conocimiento" suficiente del campo térmico y de los flujos caloríficos mediante modelos de fundamentación física (simulación analógica) y de fundamentación matemática (modelos matemáticos).

Y, finalmente, tiene como trasfondo y como horizonte los hechos primariamente preocupantes a los proyectistas y a los constructores de obras de hormigón: los *problemas tan frecuentes que se presentan de origen térmico, como son los métodos de curado, los fenómenos de retracción térmica, el control de la generación y de la evacuación del calor; en resumen, los esfuerzos térmicos.*

### **5.2. Hipótesis fundamentales para el estudio físico-matemático del campo térmico en un recinto de hormigón.**

#### **5.2.1. Consideraciones previas**

El hormigón, como se ha descrito en el capítulo anterior, es un material compuesto dosificado de un conglomerante hidráulico (normalmente cemento portland),

áridos, agua y a veces cantidades complementarias de aditamentos de diferente naturaleza.

Inicialmente es una mezcla plástica que puede moldearse. Su resistencia posterior es consecuencia de la reacción de hidratación entre el conglomerante y el agua. El producto resultante del fraguado o hidratación envuelve a los áridos en una masa endurecida.

Los recintos de hormigón en masa constituyen estructuras destinadas a soportar fundamentalmente cargas de compresión; sólo en algunas zonas especiales sometidas a esfuerzos de otra naturaleza el hormigón se refuerza con armaduras.

Como consecuencia de estas breves consideraciones introductorias y de la naturaleza de las *propiedades características del hormigón desde el punto de vista de la conducción del calor: conductividad térmica, masa específica* (o densidad) y *calor específico*, puede afirmarse:

- 1°. El hormigón es un *medio heterogéneo*. (Así, por ejemplo, sus propiedades son diferentes en los puntos geométricos interiores a los dominios ocupados por grava y en los puntos ocupados por la pasta de cemento; son, por tanto, funciones dependientes de las variables espaciales o de punto).
- 2°. El hormigón es un *medio discontinuo* en su estructura interna macroscópica. (Por supuesto ningún medio material es continuo microscópicamente dada la naturaleza discontinua de la materia). Las propiedades se definen mediante funciones de punto discontinuas.
- 3°. El hormigón es un material cuyas *propiedades físicas (mecánicas y térmicas) son variables en el tiempo*, de manera muy apreciable en su primera etapa durante el proceso de fraguado; son funciones del tiempo.
- 4°. Las propiedades características térmicas son también funciones de la temperatura y, como consecuencia, a través de ésta también de las variables espaciales y del tiempo.

No obstante, la posibilidad de efectuar estudios teóricos exige la aceptación de un conjunto de hipótesis que se establecen en los párrafos siguientes.

### **5.2.2. Hipótesis de continuidad mecánica y térmica**

Se acepta, en primer lugar, que el hormigón en masa es un *medio continuo* tanto

para su tratamiento *mecánico* como *térmico*. En esta línea su estudio teórico puede enmarcarse en la "Mecánica de los medios continuos".

Con esta hipótesis, las propiedades características térmicas del hormigón tienen naturaleza de campos (o funciones) tensoriales continuos que se suponen además diferenciables de cualquier orden. En un recinto hormigonado, respecto a un sistema de referencia ortonormal  $(0,xyz)$ , dichas propiedades se definen como funciones de punto y del tiempo con la naturaleza físico-matemática siguiente:

*Densidad*:  $\rho(x,y,z,t)$ , campo escalar o campo tensorial de orden 0.

*Calor específico*:  $c(x,y,z,t)$ , campo escalar o campo tensorial de orden 0.

*Conductividad térmica*:  $K(x,y,z,t)$ , campo tensorial de 2º orden simétrico.

Se destaca la importancia de la variable tiempo dado que las propiedades térmicas sufren evoluciones muy importantes durante el fraguado, y para el hormigón ya endurecido dependen de la temperatura que es función del tiempo físico por serlo del tiempo atmosférico, climatología, variable en el físico.

Como consecuencia de la naturaleza simétrica del campo tensorial de la conductividad térmica existe un sistema de referencia principal en el cual  $K$  se expresa como matriz diagonal:

$$K(x,y,z,t) = \begin{bmatrix} k_1(x,y,z,t) & 0 & 0 \\ 0 & k_2(x,y,z,t) & 0 \\ 0 & 0 & k_3(x,y,z,t) \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

### 5.2.3. Hipótesis de isotropía térmica

Se acepta también que el campo de la conductividad térmica (de naturaleza algebraica tensorial de 2º orden) en el hormigón es isótropo; es decir, que las componentes principales del tensor son idénticas según todas las direcciones en cada punto, o matricialmente que sus componentes principales son idénticas, es decir:

$$k_1(x,y,z,t) = k_2(x,y,z,t) = k_3(x,y,z,t) = k(x,y,z,t) \quad (5.2)$$

de modo que la matriz (5.1) puede expresarse:

$$K(x,y,z,t) = \begin{bmatrix} k(x,y,z,t) & 0 & 0 \\ 0 & k(x,y,z,t) & 0 \\ 0 & 0 & k(x,y,z,t) \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

En resumen, el campo tensorial conductividad térmica del hormigón se considera isótropo.

#### 5.2.4. Hipótesis de homogeneidad de las propiedades térmicas

Las dos hipótesis anteriores (continuidad mecánica y térmica e isotropía térmica) no crean problemas importantes desde el punto de vista científico y pueden aceptarse sin escrúpulos.

Las propiedades características térmicas ( $\rho$ ,  $c$ ,  $K$ ) son funciones de la temperatura en cualquier sólido y en concreto para el hormigón endurecido. Dado que el campo térmico (objeto de estudio y obtención) no es constante en un recinto hormigonado, con dificultades puede aceptarse que sus valores sean independientes del punto considerado, con referencia a un recinto de hormigón ya endurecido o incluso a un recinto de hormigón de la misma mezcla. (Para un recinto en fase de hidratación y otro ya endurecido por supuesto que los valores son muy diferentes aunque se tratase de idénticos componentes e idéntica dosificación).

No obstante, al menos en una primera etapa de estudio, puede aceptarse la hipótesis de homogeneidad de las propiedades térmicas en cada tongada y para todo recinto suficientemente reducido, utilizando valores medios adecuados.

Con esta hipótesis, y en los recintos que se consideren, las propiedades características térmicas pueden expresarse como funciones exclusivas del tiempo:

- \* densidad:  $\rho(t)$
- \* calor específico:  $c(t)$
- \* conductividad térmica:  $K(t)$ ; o bien matricialmente:

$$K(t) = \begin{bmatrix} k(t) & 0 & 0 \\ 0 & k(t) & 0 \\ 0 & 0 & k(t) \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

### 5.2.5. Hipótesis de permanencia térmica

En el apartado anterior se ha aceptado que las características térmicas son independientes del punto. En éste se considera otra hipótesis también teóricamente atrevida: las funciones que definen dichas propiedades son independientes del tiempo, o quizá más propiamente, que los estudios se refieren a períodos de tiempo determinados en los cuales pueden considerarse unos valores medios aceptables.

Por tanto, con el conjunto de hipótesis establecidas sucesivamente para la definición de las características térmicas, resulta:

- \* densidad:  $\rho$ , campo escalar constante
- \* calor específico:  $c$ , campo escalar constante
- \* conductividad térmica:  $K$ , campo tensorial de 2º orden isótropo constante.

Matricialmente:

$$K = \begin{bmatrix} k & 0 & 0 \\ 0 & k & 0 \\ 0 & 0 & k \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

## 5.3. Ecuación del campo térmico en un sólido continuo, homogéneo e isótropo

### 5.3.1. Ley de Fourier de la conducción del calor

La *Teoría analítica del calor* en un sólido con las características teóricas enunciadas se basa en la hipótesis legaliforme de que el flujo de calor que atraviesa (por unidad de tiempo) una sección plana dada cualquiera del sólido es proporcional al gradiente de temperaturas según la normal a dicha sección (ley de Fourier). Esta teoría se ha desarrollado con extensión suficiente en el capítulo 1.

La ecuación general que representa la ley de Fourier es

$$\vec{q} = -K \text{grad}T \quad (5.6)$$



### 5.3.2. Ecuación de balance energético (calorífico): ecuación general del campo térmico

Este apartado puede considerarse como complemento, de aplicación a recintos de hormigón, de lo expuesto en 1.13.

Se considera un volumen  $V$  limitado por una superficie  $S$  cerrada, orientable y lisa cualquiera en el interior del sólido.

- a) La cantidad total de calor que sale de  $V$  por conducción a través de  $S$ , por unidad de tiempo, es

$$\iint_S \vec{q} \cdot \vec{n} \, dS$$

donde  $\vec{n}$  es el campo de los versores normales exteriores a  $S$  en cada punto.

De la aplicación del teorema de la divergencia al volumen  $V$  encerrado por  $S$  se obtiene

$$\iint_S \vec{q} \cdot \vec{n} \, dS = \iiint_V \operatorname{div} \vec{q} \, dV$$

- b) El calor que se almacena (en lenguaje fourieriano; en el termodinámico se diría el incremento de energía interna) en el interior de  $V$ , por unidad de tiempo, es

$$\iiint_V c \, \rho \, \frac{\partial T}{\partial t} \, dV$$

- c) En el interior de  $V$  se genera o produce calor durante el fraguado. Se supone que esta generación de calor puede expresarse como función espacial y temporal continua,  $\dot{q}(x,y,z,t)$ , calor generado por unidad de tiempo y unidad de volumen.

El calor total generado en  $V$  por unidad de tiempo es

$$\iiint_V \dot{q} \, dV$$

Puede establecerse, por tanto, la siguiente ecuación de balance calorífico (en lenguaje fourieriano) por unidad de tiempo

$$\iiint_V c \rho \frac{\partial T}{\partial t} dV = \iiint_V \dot{q} dV - \iiint_V \operatorname{div} \vec{q} dV$$

(calor almacenado) = (calor generado) + (calor recibido)

Dado que esta ecuación es válida para cualquier  $V$  interior al recinto sólido, por ser todos los integrandos funciones continuas en todo el sólido, se obtiene

$$c \rho \frac{\partial T}{\partial t} = \dot{q} - \operatorname{div} \vec{q}$$

y sustituyendo  $\vec{q}$  por su expresión en la ley de Fourier, resulta:

$$c \rho \frac{\partial T}{\partial t} = \dot{q} - \operatorname{div} (-K \operatorname{grad} T)$$

o bien, dado que  $K$  se considera como tensor isótropo, homogéneo y permanente:

$$c \rho \frac{\partial T}{\partial t} = \dot{q} - \operatorname{div} (-k \operatorname{grad} T)$$

o

$$c \rho \frac{\partial T}{\partial t} = \dot{q} + k \Delta T$$

es decir

$$\Delta T = \frac{c \rho}{k} \frac{\partial T}{\partial t} - \frac{\dot{q}}{k} \quad (5.7)$$

que es la ecuación general del campo térmico en un recinto sólido continuo, homogéneo, estable e isótropo, donde  $c$ ,  $\rho$  y  $k$  son constantes y  $T$  y  $\dot{q}$  son funciones de punto y de tiempo.

Se denomina *difusividad térmica* de un sólido continuo, homogéneo e isótropo a

$$D \equiv \frac{k}{\rho c} \quad (5.8)$$

siendo  $D$ , por tanto, otra propiedad característica de los sólidos. Sustituyendo en la

ecuación anterior resulta:

$$\Delta T = \frac{1}{D} \frac{\partial T}{\partial t} - \frac{\dot{q}}{k} \quad (5.9)$$

que es otra expresión frecuentemente utilizada de la ecuación general del campo térmico en un recinto sólido.

### 5.3.3. El problema del calor generado en el hormigón

La cantidad de calor  $\dot{q}(x,y,z,t)$  generado por unidad de tiempo y unidad de volumen en el seno de un recinto de hormigón durante su proceso de fraguado se ha supuesto función continua en el espacio y en el tiempo.

Se acepta normalmente como hipótesis que  $\dot{q}(x,y,z,t)$  es independiente del punto, es decir, que la distribución de focos creadores de calor es continua y uniforme u homogénea (idéntica en todos los puntos) y que el calor generado fluye radialmente desde todos los puntos isotrópicamente. En consecuencia, dicha densidad de generación interna de calor es sólo función del tiempo,  $\dot{q}(t)$ .

El proceso de generación de calor de hidratación tiene lugar según representan las curvas siguientes:

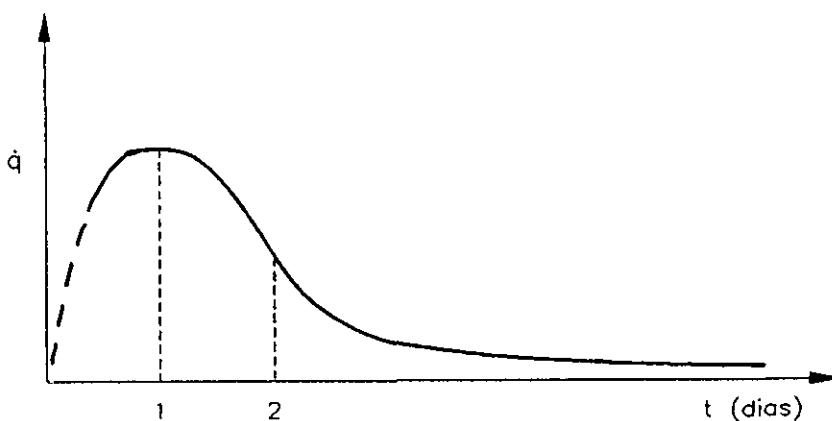


Fig. 5.1. Representación cualitativa de la función  $\dot{q}$  de generación del calor de fraguado del hormigón.

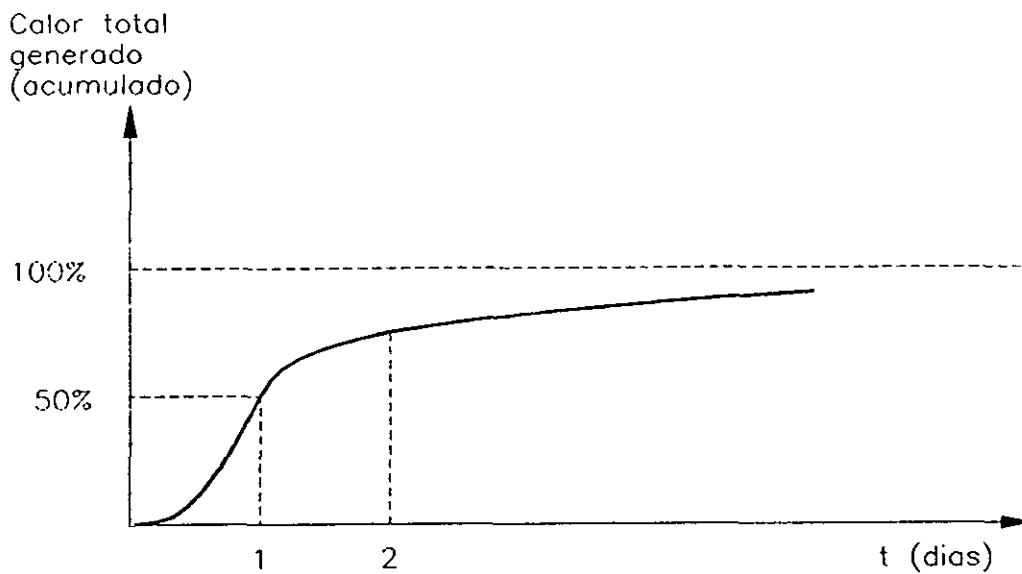


Fig. 5.2. Representación cualitativa del calor total generado

#### 5.3.4. Ecuación del campo térmico con generación interna de calor en régimen permanente o estacionario

En el caso de que la temperatura en el recinto de hormigón no fuese o no se considerase función del tiempo y  $\dot{q}$  fuese o se considerase constante, tendría lugar un régimen permanente de flujo calorífico hacia el exterior del recinto. Entonces la ecuación general clásica del campo térmico se reduciría a

$$\Delta T = - \frac{\dot{q}}{k} \quad (5.10)$$

ecuación de tipo Poisson.

No obstante, conviene señalar que el proceso térmico en un recinto de hormigón durante el fraguado es claramente transitorio, entre otras, por las siguientes causas fundamentales:

- a) La generación interna de calor durante el fraguado, fig. 5.1. (reacción exotérmica de hidratación del cemento), es variable en el tiempo.
- b) La oscilación temporal de la temperatura ambiente en los contornos del recinto hormigonado.

### 5.3.5. Ecuación del campo térmico sin generación interna de calor

Finalizado el proceso de fraguado (es decir, concluida la reacción exotérmica de hidratación del cemento) se anula la generación interna de calor haciéndose  $\dot{q}(x,y,z,t)$  idénticamente nula.

$$\dot{q}(x,y,z,t) = 0 \quad (5.11)$$

En esta situación la ecuación que verifica el campo térmico en un recinto de hormigón se reduce a

$$\Delta T = \frac{c \rho}{k} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (5.12)$$

### 5.3.6. Ecuación del campo térmico sin generación interna de calor y en régimen permanente

En este caso  $\dot{q}(x,y,z,t) = 0$  y  $T$  no depende del tiempo; por tanto, la ecuación anterior se reduce a la ecuación de Laplace

$$\Delta T = 0 \quad (5.13)$$

de forma que el campo térmico,  $T$ , es una función armónica en el recinto de hormigón.

### 5.3.7. Resolución de las ecuaciones del campo térmico

La resolución de las ecuaciones diferenciales en derivadas parciales (5.7), (5.10), (5.12) y (5.13) en un recinto de hormigón sometido a diferentes condiciones de contorno que se analizarán a continuación es imposible por los métodos analíticos vigentes. Objetivo importante de esta tesis es el estudio de dichas ecuaciones en distintos recintos de hormigón en masa durante la construcción y posterior explotación de la obra, mediante simulación analógica eléctrica.

## 5.4. Análisis de condiciones térmicas de contorno que pueden presentarse en las distintas fases de construcción y explotación de una obra de hormigón

Conviene insistir previamente en la gran complejidad de todos los fenómenos superficiales de transmisión del calor y, como consecuencia, destacar la enorme

dificultad del conocimiento cualitativo y posterior estimación cuantitativa de los valores de las variables correspondientes. En este marco de insuficiencia teórica y dificultades prácticas se intenta, a continuación, describir un cuadro suficiente de condiciones de contorno que pueden presentarse en recintos de hormigón, condiciones especialmente complicadas en las primeras etapas del proceso constructivo de las obras.

Existen otros numerosos tipos posibles de condiciones de contorno reales aún más complejas; no obstante, con las que se describen hay suficiente información para el análisis.

#### 5.4.1. Superficies de contacto directo con el terreno

El proceso de transmisión del calor en un contacto hormigón-terreno puede considerarse exclusivamente como de conducción con una resistencia térmica en la superficie de contacto. En consecuencia, el campo térmico en estas superficies sufre una discontinuidad -caída térmica- y al mismo tiempo existe normalmente una discontinuidad de la derivada según la normal a la superficie. Una posible representación gráfica se esquematiza en la figura 5.3. suponiendo unos ejes  $(T, \bar{n})$  sobre un croquis de un contacto hormigón-terreno.

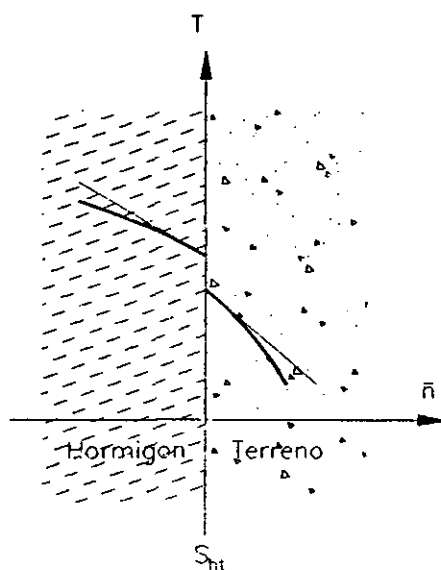


Fig. 5.3.

### 5.4.2. Superficies en contacto con la atmósfera (o conductos interiores)

El aire es un fluido. La transmisión del calor desde un sólido a un fluido -o viceversa- puede considerarse que tiene lugar en la tradicionalmente denominada forma convectiva según la ley de Newton.

El proceso de transmisión del calor hacia el fluido se interpreta como consecuencia del movimiento real de las partículas fluidas originado por diferencias de temperatura (de densidad) en el seno del fluido debido a la acción de la gravedad. Si existen otras fuerzas exteriores que ocasionan el movimiento del fluido (laminar, de transición, turbulento,...) independientes de la temperatura, la transmisión del calor tendrá lugar según un proceso denominado de convección forzada.

Las leyes de la transmisión del calor por convección son muy complejas. El flujo calorífico depende de muchas causas: diferencia de temperaturas entre el sólido y el fluido; velocidad del fluido; densidad, viscosidad, calor específico y conductividad térmica del fluido; naturaleza, forma, dimensiones y orientación del sólido. Por otra parte, como las características del fluido dependen de la temperatura y de la presión, el cálculo teórico del flujo de convección es prácticamente imposible y hay que recurrir a métodos experimentales.

En las superficies de contacto sólido-fluido existe una resistencia térmica al flujo de calor que puede suponerse concentrada en una película denominada "capa límite convectiva" del fluido, de pequeño espesor y no perfectamente definida, tal que dicho espesor puede aproximarse por extrapolación lineal de las temperaturas en la proximidad de la superficie hasta el valor  $T_a$  de la temperatura ambiente  $T_a$  (véase Fig. 5.4).

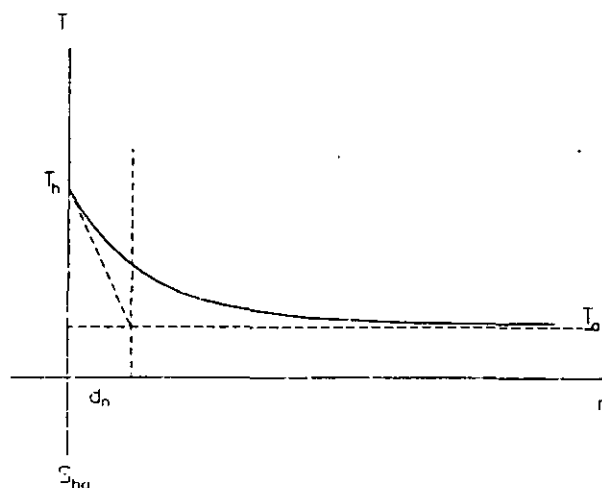


Fig. 5.4

De esta forma puede aplicarse la estructura de la ley de Fourier de la conducción térmica a dicha capa límite de la forma

$$\phi = k S \frac{T_h - T_a}{dn} \quad (5.14)$$

El conocimiento de  $dn$  es sumamente difícil y se introduce un coeficiente denominado a veces de convección, y con más propiedad coeficiente de transmisión superficial,  $h$ , de manera que el flujo de calor convectivo en régimen estacionario viene dado por

$$\phi = h S (T - T_a) \quad (5.15)$$

que suele denominarse ley de Newton.

En nuestro caso, superficies de hormigón al aire libre, a las dificultades teóricas expuestas se añaden las siguientes:

- 1) La imposibilidad práctica de conocer el movimiento del aire en las inmediaciones de las superficies. (En consecuencia, se ha de considerar exclusivamente convección natural).
- 2) El calentamiento directo por la acción solar de las superficies expuestas al sol que modifican el proceso específico de la transmisión del calor desde el hormigón a la atmósfera (o viceversa).
- 3) Las modificaciones introducidas en el proceso de transmisión del calor a través de estas superficies por la acción del riego o, en general, procesos de curado, prácticamente imposibles de controlar.

Caso análogo teóricamente es el constituido por las superficies interiores de galerías, conducciones, pozos, etc.

### **5.4.3. Superficies en contacto con líquidos**

Se presentan con frecuencia casos como los de agua dulce en embalses o canales, de agua salada en muelles, de líquidos o gases licuados en depósitos, etc. En estas superficies de contacto hormigón-líquido la transmisión de calor tiene lugar también de forma convectiva (ver párrafo anterior) aunque en este caso se reducen las dificultades complementarias.



#### 5.4.4. Superficies de contacto hormigón fresco-hormigón endurecido

De forma análoga a lo indicado en 5.4.1, la transmisión del calor puede suponerse exclusivamente como de conducción, existiendo una resistencia térmica en el contacto que irá disminuyendo a medida que avanza el fraguado, de tal modo que se hará nula dicha resistencia de contacto si se acepta que la superficie de separación desaparece como tal al concluirse la primera etapa del fraguado, constituyendo un cuerpo único continuo toda la obra hormigonada.

#### 5.4.5. Superficies encofradas

El período de mayor producción de calor, que crea más preocupaciones y que, por tanto, exige atenciones especiales de vigilancia y control, y que ofrece condiciones más complejas y difíciles, es el correspondiente a los primeros días de la puesta en obra, y particularmente la etapa en la que existen encofrados.

El flujo de calor a través de un encofrado teóricamente no presenta nuevos problemas: hay que considerar una resistencia térmica en el contacto, conducción de calor a través del encofrado y convección hacia (o desde) la atmósfera.

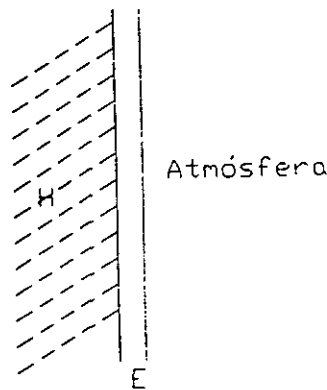


Fig. 5.5

#### 5.4.6. Armaduras interiores

Otro tipo de condición de contorno para un recinto de hormigón lo constituye la presencia interior de armaduras o perfiles metálicos.

En estos casos deben tenerse en cuenta (supuesto aislado el recinto hormigonado, objeto del estudio) la superficie de contacto hormigón-acero y la mayor conductividad del último, de modo que las armaduras pueden llegar a comportarse como superficies

casi isotérmicas o como auténticos drenes de flujo calorífico.

Este tema concreto debería ser objeto de una atención complementaria.

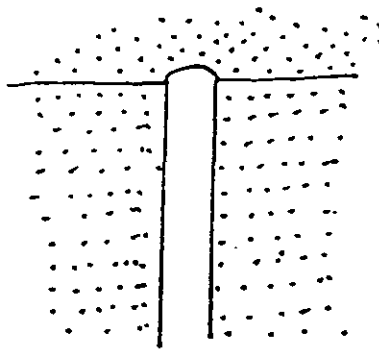


Fig. 5.6

### 5.5. Ejemplo simplificado de aplicación: presa de gravedad

El caso más general y más importante técnica y económicamente de recintos de hormigón en masa es el de presas de gravedad. A él, lógicamente, refiero mi trabajo.

#### 5.5.1. Estudio de una tongada de cimentación

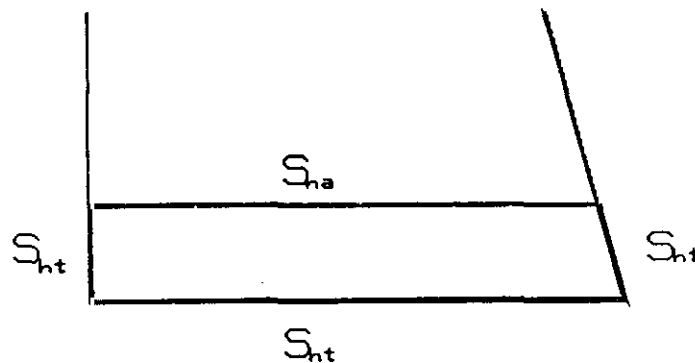


Fig. 5.7

La ecuación que verifica el campo térmico en el recinto de hormigón durante el fraguado es:

$$\Delta T = \frac{c\rho}{k} \frac{\partial T}{\partial t} - \frac{\dot{q}}{k}$$

que debería resolverse imponiendo las condiciones de contorno correspondientes

siguientes:

- a) *Contacto hormigón-terreno* ( $S_{ht}$ ): resistencia térmica de contacto y conducción en el terreno hasta una superficie hipotética considerada de inercia térmica infinita.
- b) *Contacto hormigón-atmósfera* ( $S_{ha}$ ): convección según la ecuación (5.15)

$$\phi = h S (T - T_a)$$

### 5.5.2. Estudio de una tongada superior

Tongadas superiores son, por ejemplo, los casos indicados con A y B en la Fig. 5.8 de la página siguiente.

De manera análoga al caso anterior, la ecuación del campo térmico en el interior del recinto A, o del B, es la (5.7) que debería resolverse con las condiciones de contorno siguientes:

- a) *Contacto hormigón fresco-hormigón endurecido* ( $S_{hh}$ )
  - \* Resistencia térmica de contacto que irá disminuyendo a medida que avanza el fraguado del hormigón fresco.
  - \* Conducción térmica hacia el hormigón endurecido.
- b) *Contacto hormigón-atmósfera* ( $S_{ha}$ ). Convección según (5.15).
- c) *Contacto hormigón-encofrado* ( $S_{he}$ ) durante el tiempo de encofrado. (En un momento posterior, al retirar el encofrado, esta superficie es del tipo  $S_{ha}$ ). Convección con una resistencia de contacto.

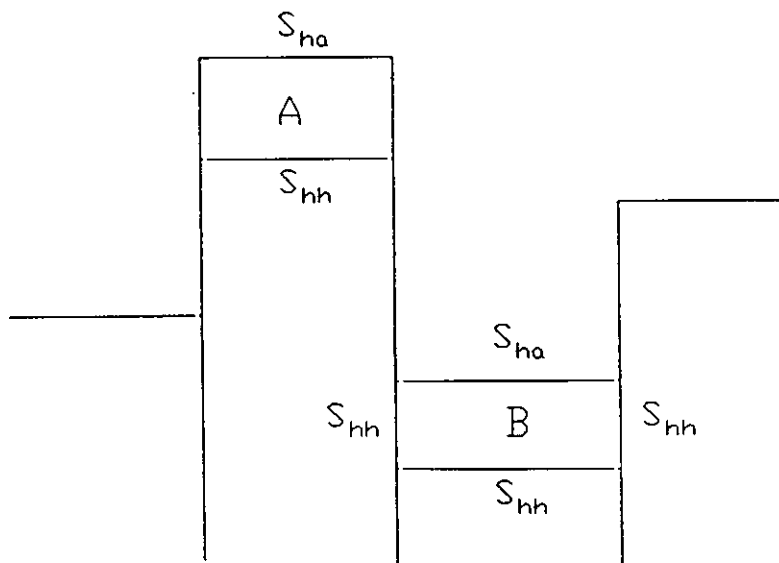


Fig. 5.8. Sección-perfil de una presa de gravedad en fase de construcción.

### 5.5.3. Estudio de la presa en un momento dado de la construcción

El recinto hormigonado podría dividirse en recintos parciales correspondientes a las diferentes tongadas teniendo en cuenta en cada una de ellas su estado relativo a la cantidad generada de calor fraguado en función del tiempo transcurrido desde su puesta en obra. La ecuación del campo térmico en cada tongada y los diferentes tipos de condiciones de contorno que pueden presentarse se han analizado en los apartados anteriores.

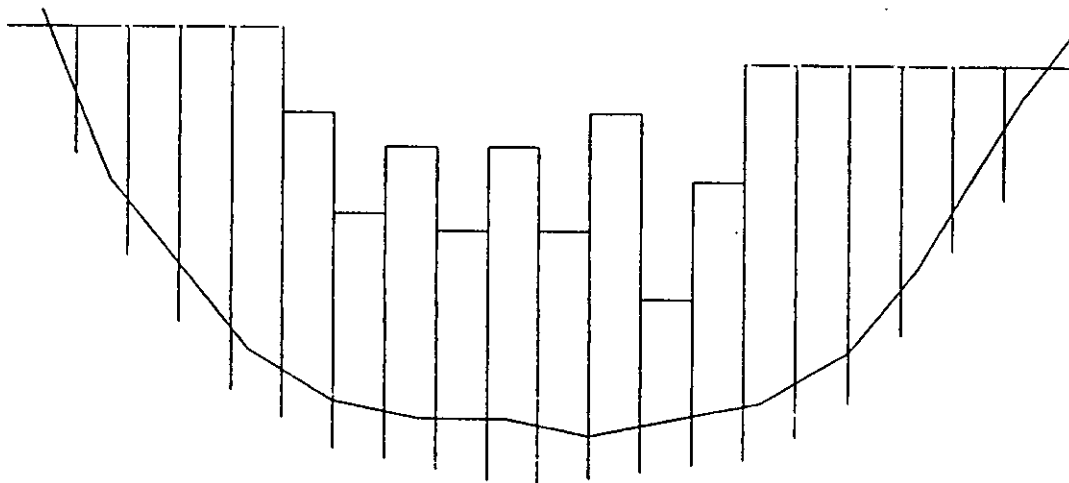


Fig. 5.9

### 5.5.4. Estudio de la presa durante la explotación

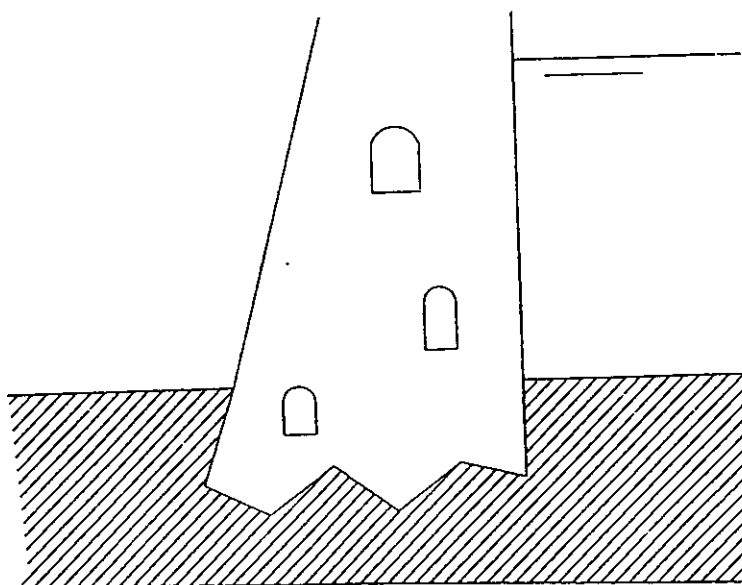


Fig. 5.10

El campo térmico es transitorio como consecuencia de las oscilaciones térmicas ambientales, particularmente apreciables en las superficies de contacto con la atmósfera. Para el estudio analógico podría prescindirse lógicamente de las posibles armaduras correspondientes a trampolín, pilas, cajeros, galerías, etc.

El fraguado se supone acabado, de tal modo que  $\dot{q} = 0$ , y la ecuación de la conducción en el recinto de la presa es

$$\Delta T = \frac{c \rho}{k} \frac{\partial T}{\partial \tau}$$

con las condiciones de contorno siguientes:

- a) *Contacto hormigón-terreno* ( $S_{ht}$ ). Resistencia térmica de contacto y conducción en el terreno hasta una superficie hipotética de inercia térmica infinita.
- b) *Contacto hormigón-atmósfera* ( $S_{ha}$ ). Convección según (5.15).
- c) *Contacto hormigón-agua embalsada* ( $S_{hl}$ ). Convección según (5.15).

## CAPITULO 6. SIMULACION ANALOGICA DEL CAMPO TERMICO MEDIANTE REDES "RIC"

### 6.1. El problema térmico objeto de estudio

Se pretende resolver, mediante simulación analógica eléctrica, la ecuación general del campo térmico

$$\Delta T = \frac{\rho c}{k} \frac{\partial T}{\partial t} - \frac{\dot{q}}{k} \quad (6.1)$$

con diferentes, y determinadas en cada caso, condiciones de contorno. O, llamando, como es usual, difusividad

$$D \equiv \frac{k}{\rho c} \quad (6.2)$$

la ecuación

$$\Delta T = \frac{1}{D} \frac{\partial T}{\partial t} - \frac{\dot{q}}{k} \quad (6.3)$$

donde las variables representan y se miden (con orientación o criterio técnico como corresponde al material objeto de estudio -hormigón- y a la aplicación a obras de grandes dimensiones), respectivamente:

$T$  ; temperatura (°C)

$\rho$  ; densidad (kg/m<sup>3</sup>)

$c$  ; calor específico (kcal/kg.°C)

$k$  ; conductividad térmica (kcal/m.s.°C)

$t$  ; tiempo (s)

$\dot{q}$  ; calor generado por unidad de tiempo y de volumen (kcal/s.m<sup>3</sup>)

$D$  ; difusividad (m<sup>2</sup>/s)

$\Delta T$  ; laplaciano de  $T \equiv \text{div} (\text{grad } T)$  (°C/m<sup>2</sup>)

A la luz de la ecuación de Fourier

$$\vec{q} = -k \operatorname{grad} T$$

conviene considerar también

$$\vec{q} ; \text{ flujo vectorial de calor o densidad de flujo de calor } \left( \frac{\text{kcal}}{\text{s.m}^2} \right)$$

y de la definición escalar de flujo

$$\Phi = \iint_S \vec{q} \cdot d\vec{S}$$

$$\vec{S} ; \text{ vector superficie (m}^2\text{)}$$

## 6.2. Ecuaciones y magnitudes analógicas eléctricas continuas

En los párrafos 2.2 y 2.3 del Capítulo 2 se han recordado algunas ecuaciones fundamentales del campo eléctrico y, en particular, las siguientes:

$$\vec{i} = \sigma \vec{E} \quad (\text{Ley de Ohm generalizada})$$

$$\Delta V = 0 \quad (\text{Ecuación de Laplace})$$

siendo esta última la ecuación que describe la distribución de potenciales en un medio conductor continuo, homogéneo e isótropo en régimen permanente.

Puede imaginarse un recinto (teórico) caracterizado por las siguientes propiedades eléctricas:

$\sigma$  ; conductividad eléctrica (S/m)

$C$  ; capacidad eléctrica por unidad de volumen (F/m<sup>3</sup>)

Hay que resaltar que este concepto de "C" es puramente hipotético en los medios continuos físicos reales, pero no hay ningún inconveniente en admitirlo formalmente como extensión puntual del concepto de capacidad concentrada que se encuentra en las redes reales construidas con elementos discretos. De hecho, hay estructuras físicas como las líneas de transmisión en las que el concepto de capacidad eléctrica distribuida tiene pleno sentido (si bien, es verdad, limitado a una sola dirección espacial). En definitiva, esta característica "C" del medio cuantificaría su poder de almacenamiento puntual (por

unidad de volumen) de cargas con arreglo a la ecuación

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = C \frac{\partial V}{\partial t} \quad (6.4)$$

en donde  $\rho$  es la *densidad volumétrica de carga eléctrica* (C/m<sup>3</sup>).

Se considera ahora un volumen,  $V$ , limitado por una superficie,  $S$ , y se establece en él la ecuación de balance de carga eléctrica por unidad de tiempo:

$$\text{carga que sale} = \text{carga generada} - \text{carga almacenada}$$

Si se supone que la "generación" de cargas se debe exclusivamente a una inyección puntual de corriente,  $i$ ,

$$\text{carga generada por unidad de tiempo y de volumen} = i \quad (\text{A/m}^3)$$

puede escribirse

$$\iint_S \vec{i} \cdot d\vec{S} = \iiint_V i \, dV - \iiint_V \frac{\partial \rho}{\partial t} \, dV$$

Aplicando el teorema de la divergencia y teniendo en cuenta (6.4) resulta

$$\iiint_V \text{div } \vec{i} \, dV = \iiint_V i \, dV - \iiint_V C \frac{\partial V}{\partial t} \, dV$$

Como esta ecuación es válida para cualquier volumen dentro del recinto considerado, resulta

$$\text{div } \vec{i} = i - C \frac{\partial V}{\partial t} \quad (6.5)$$

pero como

$$\text{div } \vec{i} = \text{div } (\sigma \vec{E}) = \text{div } (-\sigma \text{grad} V) = -\sigma \Delta V$$

se deduce



$$-\sigma \Delta V = i - C \frac{\partial V}{\partial t}$$

o sea,

$$\sigma \Delta V = C \frac{\partial V}{\partial t} - i \quad (6.6)$$

Comparando las ecuaciones (6.3) y (6.6) puede establecerse inmediatamente la siguiente correspondencia entre magnitudes analógicas:

**REALIDAD ↔ MODELO**

$$T (^{\circ}C) \leftrightarrow V(V)$$

$$\dot{q} \left( \frac{kcal}{s.m^3} \right) \leftrightarrow i \left( \frac{A}{m^3} \right)$$

$$\bar{q} \left( \frac{kcal}{s.m^2} \right) \leftrightarrow \bar{i} \left( \frac{A}{m^2} \right)$$

$$k \left( \frac{kcal}{m.s.^{\circ}C} \right) \leftrightarrow \sigma \left( \frac{S}{m} \right)$$

$$c \rho \left( \frac{kcal}{m^3.^{\circ}C} \right) \leftrightarrow C \left( \frac{F}{m^3} \right)$$

$$t_r (s) \leftrightarrow t_m (s)$$

### 6.3. Red "RIC" elemental

En el estado actual de la técnica no es posible la construcción de un modelo eléctrico que permita la inclusión puntual de la capacidad "C" introducida en el párrafo anterior ni la inyección de corriente "i" repartida uniformemente. Por ello es preciso "discretizar" el modelo eléctrico en volúmenes suficientemente pequeños que permitan una incorporación concentrada, en ciertos puntos (nudos), de la capacidad y de la corriente.

El procedimiento más directo para definir el modelo eléctrico de resistencias y

condensadores de naturaleza discreta es partir de un "modelo eléctrico continuo ficticio" y seguir el llamado "método de los volúmenes vectoriales" (áreas en el caso de modelos de campos bidimensionales, es decir, aquellos que no varían según una dirección). La aproximación del laplaciano por el método de las "diferencias finitas" conduce a análogos resultados.

En cualquier caso, se llega a la conclusión de que una red formada por un conjunto de elementos discretos como el indicado en la Fig. 6.1 sustituye al modelo continuo con tanta mayor aproximación cuanto menores sean los volúmenes elementales discretizados.

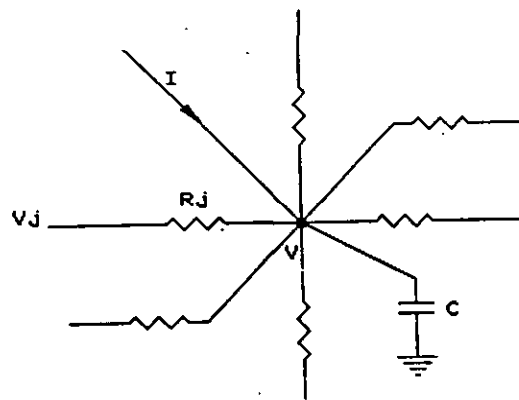


Fig. 6.1.

Aplicando la ley de Kirchoff a las corrientes que afluyen al nudo representado se obtiene

$$\sum_{j=1}^n \frac{V_j - V}{R_j} + I = C \frac{dV}{dt} \quad (6.7)$$

que es la ecuación "discretizada" correspondiente a la (6.6), y siendo

- $R_j$  ; resistencias eléctricas ( $\Omega$ )
- $I$  ; intensidad de la corriente eléctrica (A)
- $C$  ; capacidad eléctrica (F)
- $V$  ; tensión en el nudo considerado (V)
- $V_j$  ; tensión en el nudo contiguo (V)

estando referidas al volumen unitario correspondiente a ese elemento de la red.

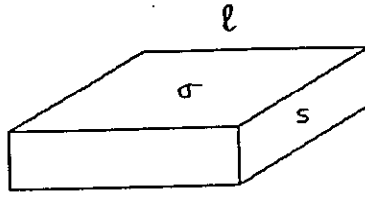


Fig. 6.2

El valor de la resistencia "direccional" de un modelo de elementos discretos en función de la conductividad y de la geometría del modelo continuo es (Fig. 6.2):

$$R = \frac{1}{\sigma} \frac{\ell}{S} \quad (6.8)$$

#### 6.4. Constantes analógicas

Introduciendo factores apropiados, pueden establecerse las correspondencias numéricas, entre los valores (medidas) de magnitudes análogas, siguientes

$$\begin{aligned}
 T &= C_1 V \\
 \dot{q} &= C_2 \dot{i} \\
 (\bar{q} &= C_2 \bar{i}) \\
 k &= C_3 \sigma \\
 c \rho &= C_4 C \\
 t_r &= C_5 t_m
 \end{aligned} \quad (6.9)$$

De momento, no se ha supuesto ningún valor de la escala geométrica.

El sistema (6.9) constituye una ampliación de (3.10) y (3.14). Siguiendo un proceso análogo al desarrollado en 3.6 se obtienen las relaciones que ligan, limitando los grados de libertad, las "constantes analógicas"; es decir:

- a) Condición impuesta por las leyes analógicas de Fourier y de Ohm

$$\bar{q} = -k \text{ grād } T ; \quad \bar{i} = -\sigma \text{ grād } V$$

$$C_2 \vec{i} = - (C_3 \sigma) \text{ grād } (C_1 V) = C_1 C_3 (-\sigma \text{ grād } V)$$

o sea

$$C_2 = C_1 C_3 \quad (6.10)$$

- b) Condición impuesta por la aplicación de los principios "de conservación" analógicos (del calor y de la carga eléctrica) en un volumen  $V = \ell.S$

$$(\vec{q} \cdot \vec{S}) = \frac{c \rho V T}{t_r}$$

$$C_2 (\vec{i} \cdot \vec{S}) = \frac{C_4 C V C_1 V}{C_5 t_m} = \frac{C_1 C_4}{C_5} \frac{C V V}{t_m} = \frac{C_1 C_4}{C_5} (\vec{i} \cdot \vec{S})$$

o sea,

$$C_2 C_5 = C_1 C_4 \quad (6.11)$$

o, si se prefiere, comparando (6.10) y (6.11)

$$C_4 = C_3 C_5 \quad (6.12)$$

Se ve, pues, que al margen de la relación de escala geométrica, existen cinco constantes analógicas con dos condiciones que las ligan. Se tiene, por tanto, la posibilidad de elegir tres variables con entera libertad. Normalmente se eligen  $R$ ,  $i$  y  $C$  después de un riguroso estudio que asegure la idoneidad del equipo electrónico disponible para operar con los valores que resultan, en consecuencia, para  $t_m$  y  $V$ .

### 6.5. Simulación de las condiciones de contorno convectivas

En términos usuales, el balance térmico que se ha de verificar en el contorno es

$$\text{calor que llega} = \text{calor evacuado}$$

o, más concretamente,

$$\text{calor que llega por conducción} = \text{calor que se transmite por convección}$$

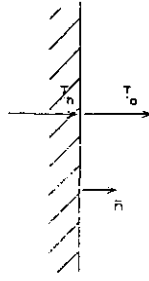


Fig. 6.3

Es decir, formalmente:

$$q_{\text{conducción}} = q_{\text{convección}}$$

$$-k S \frac{\partial T_h}{\partial n} = h S (T_h - T_a) \quad (6.13)$$

$$\frac{\partial T_h}{\partial n} = -\frac{h}{k} (T_h - T_a) \quad (6.14)$$

La expresión

$$T_h + \frac{k}{h} \frac{\partial T_h}{\partial n} = T_a \quad (6.15)$$

se denomina, a veces, *condición de Fourier*. Naturalmente,  $h$  es el coeficiente de convección (o de transmisión superficial del calor) introducido en el párrafo 5.4.2.

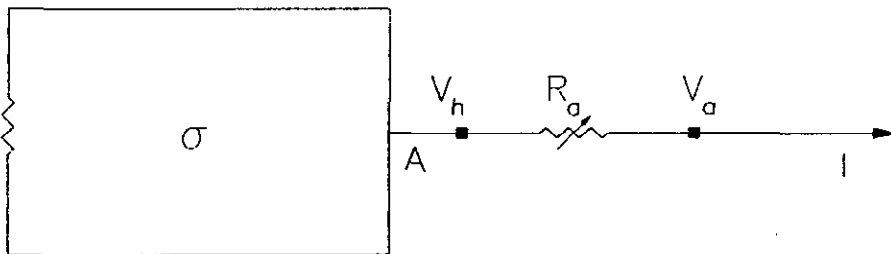


Fig. 6.4

En el modelo eléctrico continuo y tridimensional (Fig. 6.4) las ecuaciones correspondientes son

$$I = \frac{V_h - V_a}{R_a}$$

$$I = \vec{i} \cdot \vec{A} = \sigma \cdot \vec{E} \cdot \vec{A} = -\sigma \frac{\partial V_h}{\partial n} A$$

$$\frac{V_h - V_a}{R_a} = -\sigma \frac{\partial V_h}{\partial n} A$$

$$\frac{\partial V_h}{\partial n} = -\frac{1}{\sigma R_a A} (V_h - V_a) \quad (6.16)$$

Comparando (6.14) y (6.16) se observa que se ha de verificar

$$\frac{h}{k} = \frac{1}{\sigma R_a A}$$

de donde resulta

$$R_a = \frac{k}{\sigma h A} \quad (6.17)$$

o bien,

$$R_a = \frac{C_3}{h A} \quad (6.18)$$

Por supuesto, puede llegarse a este mismo resultado sustituyendo en (6.14) los valores térmicos por los eléctricos mediante las relaciones (6.9) y comparando con (6.16), de la forma siguiente:

$$C_1 \frac{\partial V_h}{\partial n} = -\frac{h}{C_3 \sigma} C_1 (V_h - V_a)$$

$$\frac{\partial V_h}{\partial n} = -\frac{h}{C_3 \sigma} (V_h - V_a) = -\frac{1}{\sigma R_a A} (V_h - V_a)$$

$$\frac{h}{C_3} = \frac{1}{R_a A}$$

o sea, la misma expresión (6.18).

### 6.6. Definición del modelo eléctrico discreto

Suponiendo que la retícula elemental del modelo eléctrico discreto corresponde a un volumen  $V$  del problema real, la capacidad eléctrica correspondiente,  $C_V$ , es

$$C_V = C V$$

Por otra parte:

$$t_m = \frac{t_p}{C_5} = t_p \frac{C_3}{C_4} = t_p \frac{\frac{kSR}{\ell}}{\frac{c\rho}{C}} = t_p \frac{kS \frac{R}{\ell}}{\frac{c\rho V}{C_V}}$$

pero dado que  $V = S\ell$

$$t_m = t_p \frac{kRC_V}{c\rho \ell^2} = \frac{DRC_V}{\ell^2} t_p \quad (6.19)$$

o bien:

$$C_V R = \frac{\ell^2}{D} \frac{t_m}{t_p} \quad (6.20)$$

que es una relación fundamental a tener en cuenta en la elección de los valores de las resistencias y condensadores que formen la red básica.

De las relaciones (6.8), (6.9) y (6.18) se obtienen las expresiones siguientes:

$$C_3 = \frac{k}{\sigma} = \frac{kRS}{\ell} = R_a h A$$

y

$$R_a = \frac{k S}{\ell h A} R \quad (6.21)$$

Normalmente se elige  $A = S$ , con lo que

$$R_a = \frac{k}{h} \frac{R}{\ell} \quad (6.22)$$

Las expresiones (6.20) y (6.22) hay que tenerlas presentes simultáneamente para que resulten valores de componentes fáciles de encontrar en el mercado. Normalmente se eligen valores fijos (comerciales) para  $R$  y se obtiene  $R_a$  ajustando resistencias variables.

La elección del "tiempo de modelo",  $t_m$ , o duración en el modelo del fenómeno de interés, está sometida a las limitaciones inherentes a la técnica empleada. Así, en los modelos de simulación denominados de "tiempo lento" ("long-time" o "one-shot") la presentación de resultados se realiza en pliego de papel y se emplean registradores de tipo potenciométrico. En este caso,  $t_m$  podrá variar usualmente entre 5 segundos y 10 minutos. Por el contrario, en los de tipo rápido ("short-time") la visualización del fenómeno se realiza con un osciloscopio, y los ciclos de simulación han de repetirse a velocidad suficiente como para permitir su seguimiento cómodo en la pantalla.

Atendiendo a la "situación" geométrica de las ramas del modelo discreto con respecto a la geometría del modelo continuo, pueden concebirse dos representaciones ligeramente diferentes, según se hagan coincidir los nudos de la red de resistencias discretas con los de una retícula que se extienda hasta los bordes del modelo continuo, o esté "centrada" con respecto a la retícula de los elementos continuos a los que sustituye. A veces, estas representaciones se denominan en " $\pi$ " o en " $T$ ", respectivamente. La Fig. 6.5 aclara estas ideas. Para simplificar, no se han incluido en los nudos los condensadores ni las resistencias de inyección de corriente.

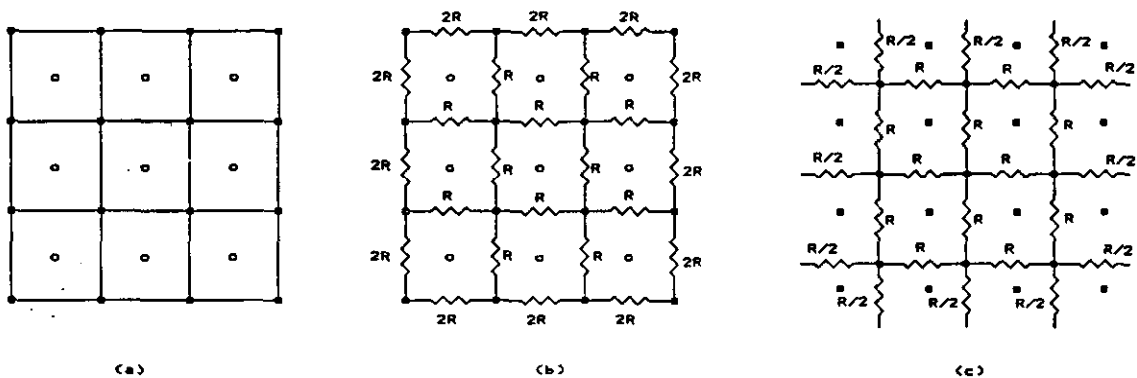


Fig. 6.5. (a) Partición del modelo continuo para la simulación con elementos discretos. (b) Simulación en " $\pi$ ". (c) Simulación en " $T$ ".



Realmente, la diferencia entre estos dos modos de representación sólo se hace patente en los bordes. La elección de la forma en "T" resulta aconsejable, por ejemplo, para confinar solamente en los nudos interiores (con la consiguiente reducción y uniformización) los generadores de corriente que puede requerir un determinado problema de simulación (caso de generación interna de calor).

Además de las dos mencionadas, pueden concebirse otras configuraciones para las mallas y nudos tendentes siempre a conseguir con elementos discretos una aproximación al modelo continuo. Por ejemplo, la misma retícula del caso considerado puede simularse con un modelo de resistencias en "diagonal", véase Fig. 6.6, que tiene las ventajas (refiriéndose, por supuesto, a modelos uniformes) de ofrecer más nudos accesibles y estar constituido por resistencias iguales, facilitando, por tanto, la selección de los componentes resistivos. Sin embargo, presenta los inconvenientes de precisar un 50% más de resistencias que los modelos anteriores en " $\pi$ " o en "T" y requerir condensadores y resistencias de inyección más difíciles de definir, según el nudo considerado.

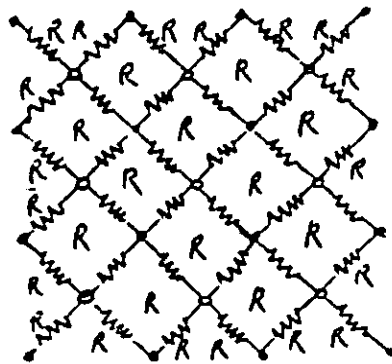


Fig. 6.6

### 6.7. Simulación del calor fraguado

Como se ha indicado en el párrafo 5.3.3, la generación de calor que se produce al fraguar el hormigón sigue una ley del tipo de la curva de la Fig. 6.7. En el modelo eléctrico la generación de calor,  $\dot{q}$ , se simula mediante la inyección en cada nudo de la red R-C de la corriente eléctrica correspondiente,  $i$ , de acuerdo con la relación (6.9)

$$I_i = i V = \frac{\dot{q}}{C_2} V \quad (6.23)$$

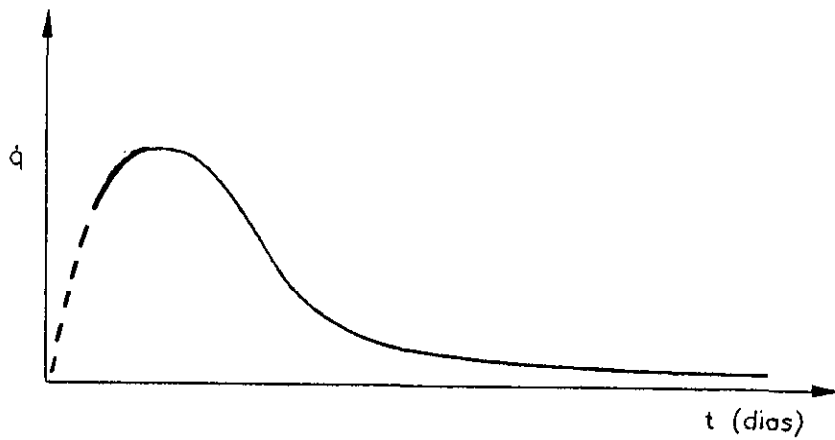


Fig. 6.7

Por su sencillez, el procedimiento más utilizado para realizar esta inyección de corriente consiste en unir los nudos de la red a generadores de tensión (suficientemente alta) a través de grandes resistencias, con lo que las corrientes inyectadas se independizan prácticamente de las condiciones de potencial que puedan existir en los nudos, véase Fig. 6.8.

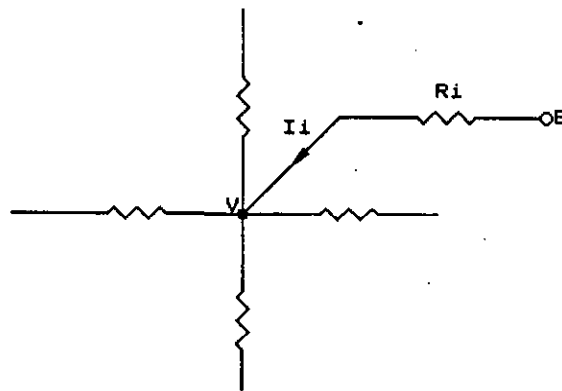


Fig. 6.8

En efecto, si  $E \gg V$

$$I_i = \frac{E - V}{R_i} \approx \frac{E}{R_i} \quad (6.24)$$

En la práctica  $R_i$  se elige entre 1 y 10  $M\Omega$ .

## **CAPITULO 7. EL MODELO ANALOGICO "RIC" DEL COMPORTAMIENTO TERMICO DEL HORMIGON EN MASA**

### **7.1. Características de los recintos de hormigón en masa**

#### **7.1.1. Geometría de los recintos**

La unidad básica que se considera en el estudio es la "tongada", cuya geometría se define mediante un paralelepípedo recto rectangular de grandes longitudes de las aristas de la base y pequeña la de la altura, aunque las tres longitudes son parámetros libres (variables) con objeto de tener en cuenta todos los posibles tamaños de tongadas.

Se ha previsto (de modo concreto) el estudio conjunto de hasta tres tongadas superponibles sucesivamente según el ritmo de hormigonado deseado.

#### **7.1.2. Características térmicas del hormigón**

Las características térmicas ordinarias (de naturaleza 'pasiva' o 'permanente') del hormigón usual en la construcción de presas se definen mediante los siguientes valores medios:

\* Conductividad térmica

$$k = 3 \cdot 10^{-4} \text{ kcal/m.s.}^\circ\text{C} = 0'003 \text{ cal/cm.s.}^\circ\text{C}$$

\* Densidad

$$\rho = 2400 \text{ kg/m}^3$$

\* Calor específico

$$c = 0'23 \text{ kcal/kg.}^\circ\text{C}$$

que suponen un coeficiente de difusividad

$$D = 5'435 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$$

Estos valores se consideran constantes desde la puesta en obra del hormigón.

El modelo permanente es independiente de estos valores concretos cuyo papel se limita a ser utilizados en las ecuaciones analógicas; es decir, el modelo permite con versatilidad, como es lógico, la variación de estos valores.

El fraguado o hidratación del cemento produce una generación interna de calor, denominado *calor de fraguado*, característica térmica del hormigón que puede catalogarse como de naturaleza "activa", "variable" en el tiempo. Para esta investigación se ha considerado la curva de generación de calor de la Fig. 7.1 como dato fijo,

propiedad característica, correspondiente a un hormigón usual que se utiliza en las presas.

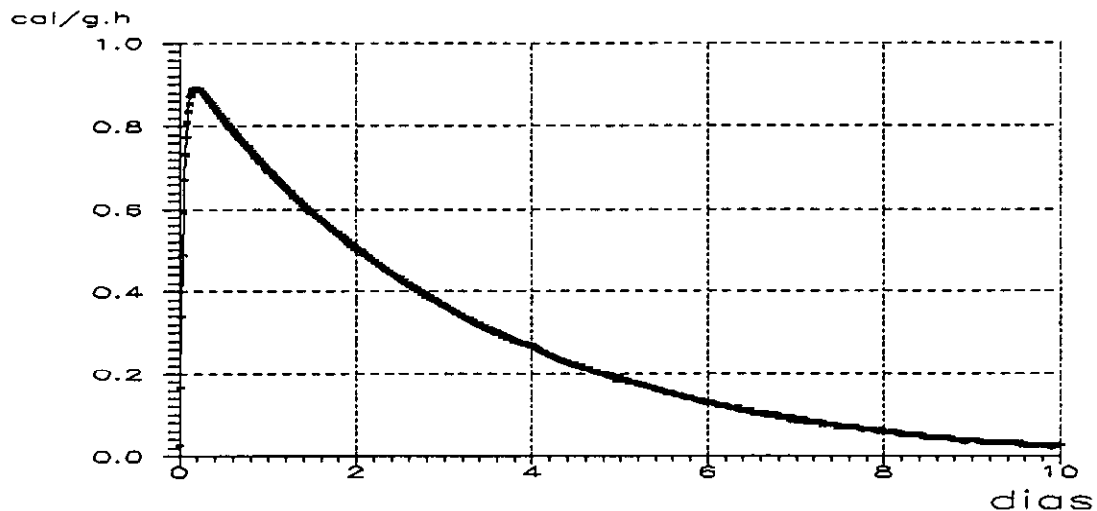


Fig. 7.1. Curva de generación del calor.

La modificación de las características térmicas 'pasivas' como la de la 'activa' no crea ningún problema especial.

### 7.1.3. Características ambientales y condiciones de contorno

Los datos relativos a la temperatura ambiente (su evolución) en el entorno natural de una presa en zona calurosa, a efectos de este estudio y como ejemplo, se representan en la Fig. 7.2., de forma que la temperatura queda definida mediante una función sinusoidal de amplitud correspondiente a 10 °C, entre 20 °C de mínima a las 4 de la mañana y 30 °C de máxima a las 4 de la tarde, y período correspondiente a un día. La consideración de otra función  $T(t)$  cualquiera no crearía ningún problema y el modelo está preparado para utilizar aquella que se considerara más representativa en cada caso. La de la figura se utiliza como referencia para el contraste de resultados experimentales.

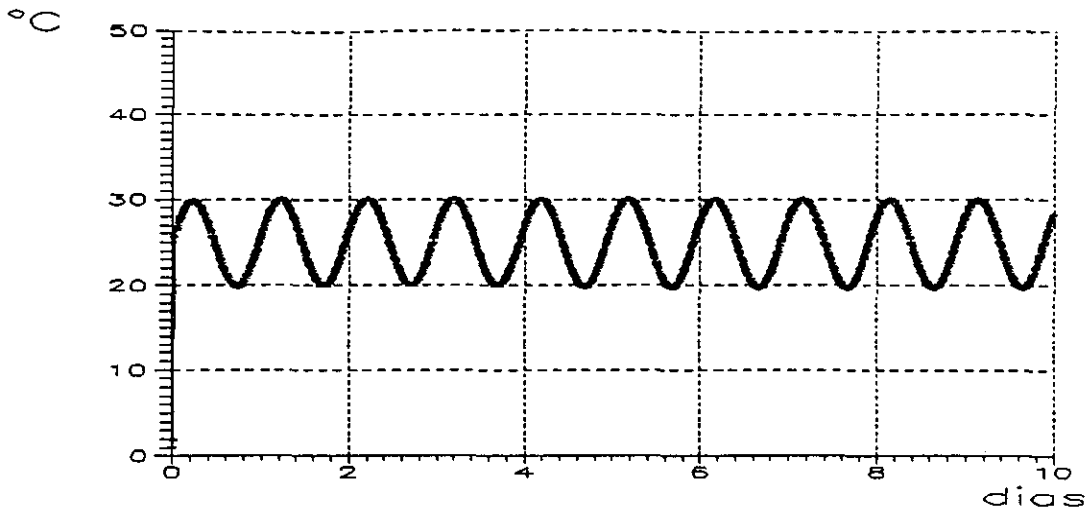


Fig. 7.2. Temperatura ambiental.

Las condiciones de contorno, a los efectos de referencia común para el estudio, se establecen por las características siguientes (Fig. 7.3): el suelo o terreno tiene una temperatura constante y uniforme (de 25 °C), no existen resistencias térmicas en las superficies de contacto suelo-tongada y tongada-tongada, la temperatura ambiental evoluciona de acuerdo con lo expuesto en el párrafo anterior y los planos verticales de la presa paralelos al paramento a suficiente distancia de éste constituyen superficies de flujo (perpendiculares a las superficies isotérmicas que a esas distancias pueden suponerse planos horizontales).

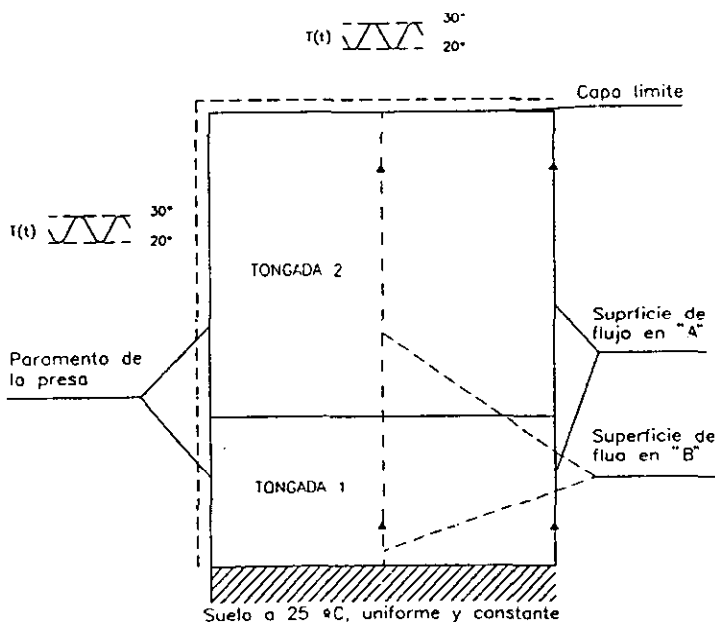


Fig. 7.3

Párrafo aparte debe dedicarse al coeficiente de transmisión superficial en el contacto hormigón atmósfera. El problema del valor real de este parámetro es, probablemente, el menos resuelto, al margen del perfecto conocimiento que se posee de su complejidad y de su variabilidad con las condiciones atmosféricas y con el tratamiento superficial que se le dé al hormigón durante el fraguado. Debido a esta complejidad, se tendrá en cuenta la posibilidad de considerar valores en un amplio rango, indicando como referencias: (a) uno que puede estimarse como "relativamente bajo":  $h = 4 \cdot 10^{-4}$  kcal/m<sup>2</sup>.s.°C y (b) otro que puede estimarse como "relativamente alto":  $h = 40 \cdot 10^{-4}$  kcal/m<sup>2</sup>.s.°C, aunque puedan considerarse otros valores exteriores a dicho rango. No obstante, con objeto de precisar más el significado que se le ha dado a este tema, los valores del coeficiente de transmisión superficial del calor, para cada experiencia concreta, se supondrán constantes: a) en el tiempo (es decir, durante todo el proceso); b) en todo el contorno (superficie superior y paramento, encofrado, atmósfera) y c) en ambos sentidos de fluencia de calor: evacuación e intrusión.

Conviene insistir en que no plantea ningún problema especial la consideración de otros valores cualesquiera de las características ambientales y de las condiciones de contorno.

#### **7.1.4. Proceso de hormigonado**

El proceso temporal de construcción de grandes recintos de hormigón en masa (por ejemplo, una presa) que se considera es todo lo flexible que se desee, de modo que pueda colocarse en obra una tongada determinada sobre la inferior transcurrido el tiempo que se considere conveniente desde que ésta última se colocó, encontrándose en el estado térmico que le corresponda. Por otra parte, el instante inicial, o cero de tiempos, es el momento de referencia elegido de la puesta en obra de una determinada tongada.

#### **7.1.5. Temperatura de puesta en obra de hormigón**

Se considera la posibilidad de poner en obra el hormigón a la temperatura que se desee, con absoluta flexibilidad, aunque los valores inicialmente previstos para el estudio son los del intervalo 12 °C a 20 °C.

## 7.2. Descripción eléctrica (o electrónica) del modelo

### 7.2.1. Estructura básica del modelo

Como se ha repetido en varias ocasiones el objeto o la finalidad del estudio es el conocimiento del campo térmico en el hormigón en masa puesto en obra y de los flujos de calor en el interior y hacia (y desde) el exterior. Para ello conviene disponer de un número adecuado de puntos de registro.

El flujo térmico en una tongada de hormigón es prácticamente bidimensional, tiene lugar según planos verticales perpendiculares al paramento. Por tanto, el modelo se concibe bidimensional.

Una "tongada" de hormigón (su sección vertical perpendicular al paramento) se representa en el esquema de la Fig. 7.4. en el que se divide según una retícula cuadrada uniforme en 6 capas horizontales.

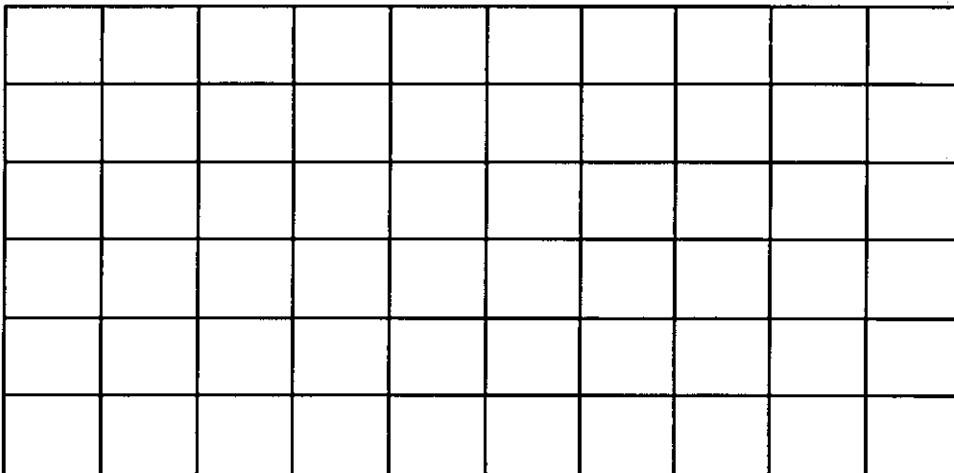


Fig. 7.4.

Entre los diferentes tipos básicos de redes discretas posibles (véase párrafo 6.6) se ha considerado como más útil para este estudio el representado en las Fig. 7.5 y 7.6.

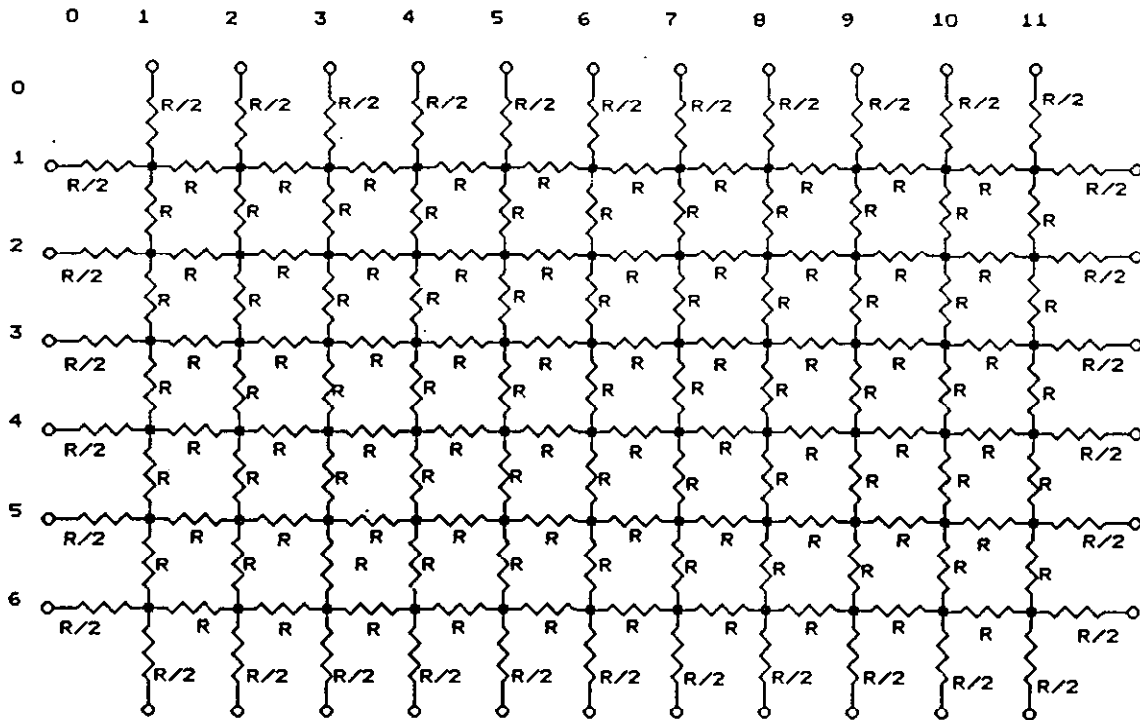


Fig. 7.5. Esquema de la estructura básica de las resistencias de la red RIC correspondiente a una tongada.

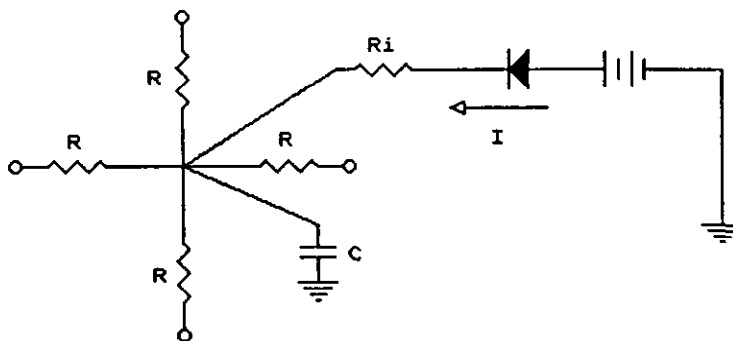


Fig. 7.6. Esquema de la estructura general de un nudo central de la red RIC correspondiente a una tongada con capacidad de generación de calor.

Para la elección de los valores de  $R$  y  $C$  se han tenido en cuenta, entre otras, consideraciones relativas a los siguientes temas: 1) la relación conveniente entre  $R_i$  y  $R$  para una adecuada corriente de inyección en los nudos del modelo, que debe trabajar a pequeños potenciales con objeto de facilitar dicha inyección sin problemas de seguridad personal en el manejo; 2) las relaciones entre tiempos reales, de modelo, de descarga, etc; 3) las limitaciones asociadas al uso del osciloscopio como registrador y, en su caso,



medidor (empleo de altas frecuencias); 4) la anulación de capacidades parásitas y el eventual empleo posterior de equipos de tratamiento de la información que invitan a "moderar" la frecuencia; 5) los valores comerciales existentes con sus márgenes de calidad, la economía conjunta; etc. A la luz de un extenso estudio se concluyó como más conveniente la selección de los siguientes valores:  $R = 10 \text{ k}\Omega$  y  $C = 3.9 \text{ nF}$ .

Debe destacarse como nota primordial la gran flexibilidad del modelo con respecto a todos los parámetros que pueden considerarse en el problema.

### 7.2.2. Simulación en el modelo de la generación de calor

El problema consiste en inyectar en cada nudo la corriente  $I$  de la ecuación (6.7) que simula el calor de fraguado correspondiente al elemento o celda de simulación escogido. Como este calor sigue una ley variable en el tiempo (véase Fig. 7.1) es preciso inyectar en los nudos corrientes analógicas que sigan la ley correspondiente. Si se expresa dicha ley en el campo térmico por

$$\dot{q} = Q_m f(t_p) \quad (7.1)$$

siendo

$$\dot{q} ; \text{ calor generado por unidad de tiempo y de volumen } \left( \frac{\text{kcal}}{\text{s.m}^3} \right)$$

$$Q_m ; \text{ valor máximo de } \dot{q}$$

$$f(t_p) ; \text{ función "normalizada" del tiempo (de la realidad) tal que}$$

$$0 \leq f(t_p) \leq 1$$

la correspondiente expresión de la corriente a inyectar, en el campo eléctrico, es

$$i = I_m \Psi(t_m) \quad \left( \frac{\text{A}}{\text{m}^3} \right) \quad (7.2)$$

siendo

$$\Psi(t_m) = f(t_r) \quad \forall t_m \leftrightarrow t_r$$

y, según (6.9),

$$I_m = \frac{1}{C_2} Q_m$$

$$t_m = \frac{1}{C_5} t_r$$

$I_m$  representa la intensidad máxima de la corriente de inyección requerida por cada "trozo" de modelo correspondiente a 1 m<sup>3</sup> de la realidad simulada. Naturalmente, una vez definida la correspondencia geométrica modelo/realidad lo que hay que buscar es la intensidad,  $I_1$ , a inyectar en cada nudo del modelo

$$I_1 = I_{m1} \Psi(t_m) \quad (7.3)$$

con

$$I_{m1} = I_m V \quad (7.4)$$

siendo  $V$  el volumen (m<sup>3</sup>) de la celda elemental simulada.

No hay, sin embargo, ninguna limitación formal en la elección de  $I_{m1}$  y su valor se establece por consideraciones operativas del equipo electrónico utilizado para su obtención. Una vez determinado el valor que se quiera (y se pueda) dar a  $I_{m1}$  queda fijado unívocamente el de  $C_2$ .

El método seguido para la inyección de la intensidad en cada nudo de la red analógica es el llamado "de las grandes resistencias". Consiste en conectar a los nudos de la red un mismo generador de tensión a través de resistencias iguales, muy grandes,  $R_i$ , como se indica en el siguiente esquema

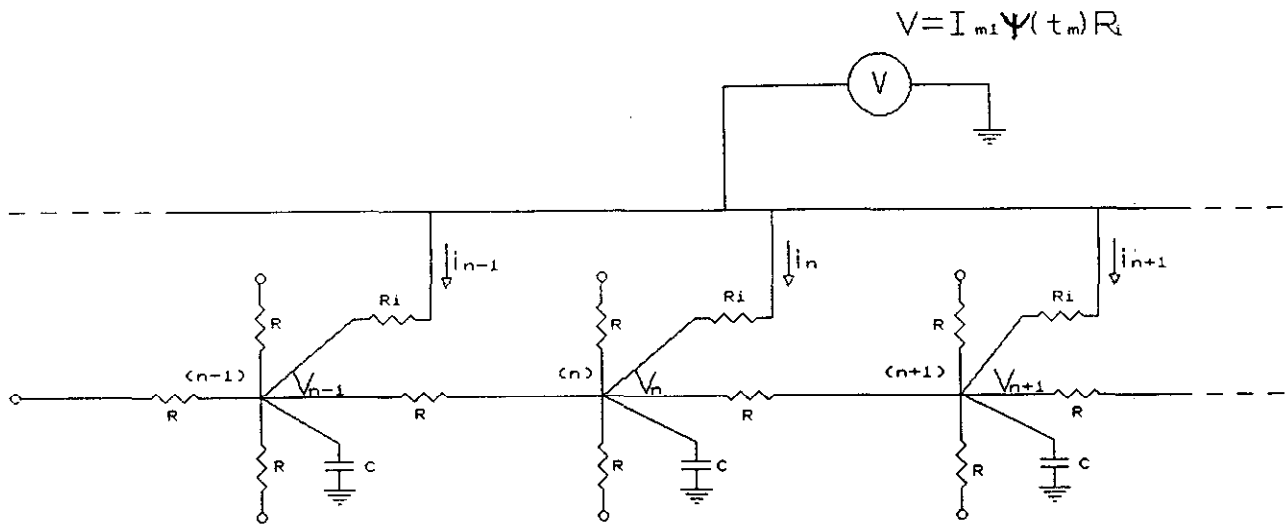


Fig. 7.7

En efecto, con este montaje, la corriente inyectada en cada nudo ( $n$ ) es

$$i_n = \frac{V - V_n}{R_i} \quad (3.5)$$

Si se mantiene la tensión  $V$  suficientemente grande, o sea, si  $V \gg V_n$

$$i_n \approx \frac{V}{R_i} = I_{mi} \Psi(t_m) = I_1$$

El valor de  $R_i$  se elige grande con objeto de introducir la menor perturbación posible en la red.

Se ve, pues, que, con este procedimiento, el problema de la inyección de corrientes se reduce al de la obtención de una tensión  $V$ , suficientemente grande, que siga la ley

$$V = I_{mi} R_i \Psi(t_m) \equiv V_m \Psi(t_m) \quad (3.6)$$

Aunque es posible encontrar en el mercado "generadores de forma de onda arbitraria" que podrían proporcionar una tensión de las características deseadas, su precio es muy elevado y se ha preferido diseñar un generador adecuado para proporcionar la forma de onda requerida de modo completamente satisfactorio, considerada la precisión con la que se conoce la mencionada curva de calor de fraguado

del hormigón.

El esquema simplificado del equipo utilizado es el siguiente:

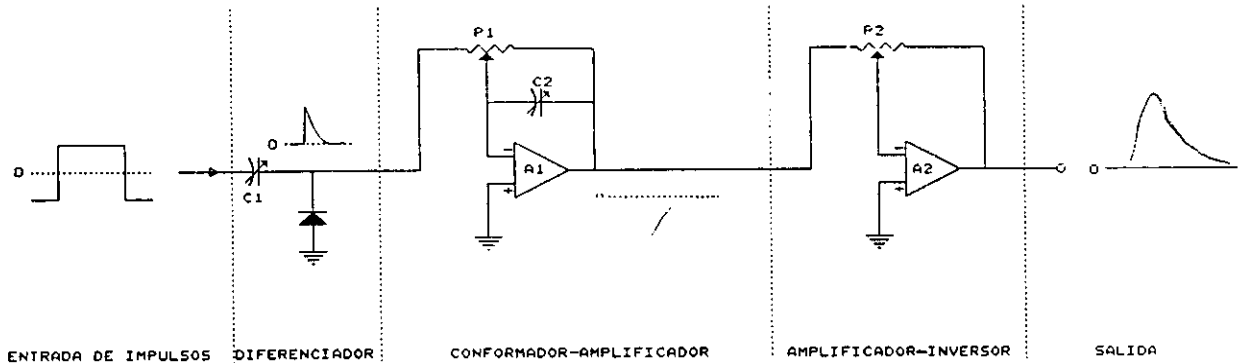


Fig. 7.8.

Mediante el ajuste del potenciómetro  $P_1$  y de los condensadores  $C_1$  y  $C_2$  se consigue la forma de la función deseada. El potenciómetro  $P_2$  permite ajustar la amplitud final de salida.

Los dos amplificadores operacionales,  $A_1$  y  $A_2$ , son de respuesta rápida ("slew rate" elevado) para poder garantizar la simulación del rápido crecimiento de la temperatura (voltaje) durante las primeras horas de fraguado del hormigón. El amplificador  $A_2$  es de salida relativamente elevada (30 V) para realizar la inyección de corrientes aceptables a través de resistencias de inyección,  $R_i$ , grandes.

### 7.2.3. Simulación en el modelo de las condiciones de contorno

#### 7.2.3.1. Contacto hormigón-atmósfera

En la simulación de las condiciones térmicas variables a que están sometidas las superficies de los elementos de una presa en construcción se han tratado de una manera conjunta los efectos del intercambio de calor debidos a la convección y a la radiación, englobándolos en un "coeficiente superficial de transmisión del calor" o coeficiente de convección,  $h$ , tratado en los párrafos 5.4.2. y 6.5.

Desde el punto de vista de la construcción del modelo, el problema se resuelve disponiendo en contacto inmediato con los extremos de las resistencias correspondientes

a las superficies en las que existe intercambio calorífico con la atmósfera (superficies "exteriores" durante la construcción) unas resistencias variables ajustadas al valor dado por la ecuación (6.17)

$$R_a = \frac{C_3}{h A}$$

siendo

$h$  ; coeficiente superficial de transmisión del calor o de convección.

$A$  ; área de la superficie en la que se realiza el fenómeno de intercambio de calor correspondiente al elemento de retícula simulado por la resistencia a la que se conecta  $R_a$ .

Las fluctuaciones ambientales de período corto (día-noche, principalmente) se han simulado conectando a las " $R_a$ " una tensión ( $V_a$ ) obtenida mediante el dispositivo electrónico indicado esquemáticamente en la fig. 7.9, cuya misión es la de asegurar durante el período de interés, para la simulación, una tensión sinusoidal con baja resistencia interna que, sin embargo, debe reducirse a cero durante la fase preparatoria, o sea, mientras se establecen las condiciones iniciales (véase apartado 7.2.4).

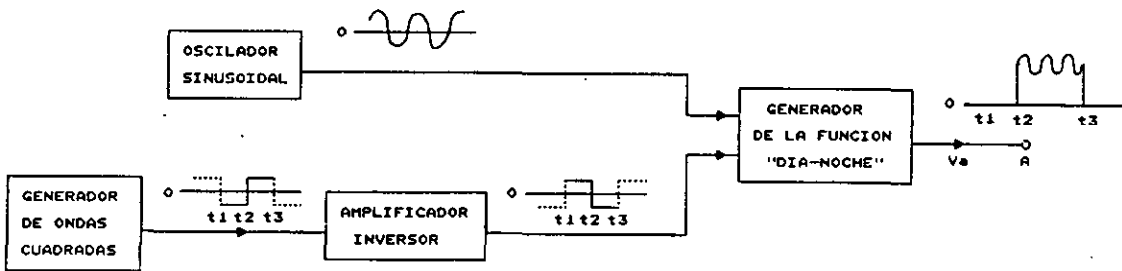


Fig. 7.9

### 7.2.3.2. Contacto hormigón-suelo

A los efectos del modelo analógico, se ha considerado que el suelo es una masa de capacidad térmica infinita y conductividad perfecta, de modo que mantiene invariable su temperatura aún en la zona de contacto con cualquier otra masa (hormigón) a temperatura distinta. Debido a la baja conductividad térmica del hormigón se ha

despreciado la resistencia térmica del contacto hormigón-suelo. Con estos supuestos, la simulación del suelo se realiza fijando el potencial eléctrico que corresponda a su temperatura mediante una fuente de tensión estabilizada a la que deben unirse los puntos del modelo correspondientes a los de contacto con el suelo. Asimismo, se considera innecesario introducir resistencia térmica adicional en los contactos entre tongadas.

#### **7.2.4. Simulación en el modelo de las condiciones iniciales**

El establecimiento en el modelo de las condiciones iniciales, es decir, del potencial eléctrico correspondiente a la temperatura que tienen los elementos simulados (tongadas antigua y fresca, por ejemplo) hay que realizarlo de forma que sea compatible con las otras operaciones de simulación: descarga de los condensadores, condiciones de contorno, inyección de corrientes, etc, y se consigue mediante los dispositivos electrónicos que se describen en el apartado 7.3.

La aproximación previa que se ha admitido para imponer las condiciones iniciales es la de suponer que todos los puntos de una misma tongada, sea ésta reciente, en pleno fraguado o ya completamente fraguada, están a la misma temperatura. Con este supuesto, la idea básica desarrollada con vistas a reducir el número de elementos electrónicos que serían precisos para llevar al potencial deseado cada uno de los nudos por separado, consiste en imponer dicho potencial en los nudos de un perímetro (cerrado, en principio, o completado con una "pared adiabática") suficientemente grande como para abarcar a todos los puntos de interés (nudos con condensadores).

La realización práctica de esta idea debe adaptarse en cada caso a la posición concreta que ocupen en el modelo los diferentes puntos. Si, por ejemplo, se trata de resolver este problema para el caso de la construcción de una tongada,  $T_2$ , sobre otra ya fraguada,  $T_1$ , habrá que imponer dos potenciales (distintos en general) a los nudos de las tongadas  $T_1$  y  $T_2$  (véase fig. 7.10). Para ello hay que distinguir dos procedimientos, según se trate de puntos del tipo " $P_1$ ", es decir, en contacto con la atmósfera, o del tipo " $P_2$ ", o sea, de los de contacto entre tongadas adyacentes.

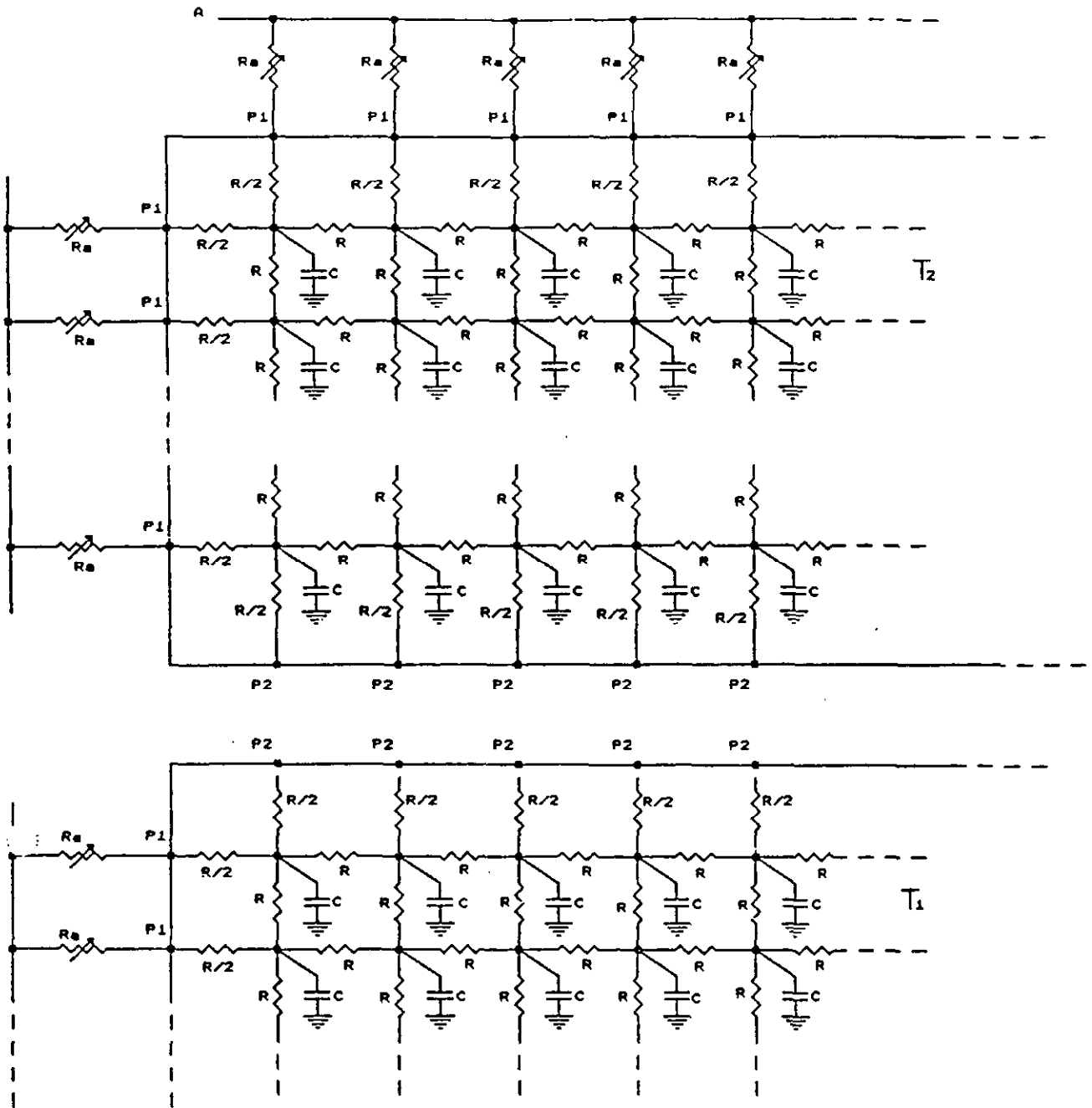


Fig. 7.10

En la Fig. 7.11 se esquematiza el procedimiento seguido para llevar puntos "P<sub>1</sub>" al potencial deseado. Mediante ajustes iterativos sucesivos de las resistencias variables "R<sub>v</sub>" se consigue que durante el intervalo positivo de la tensión de entrada, V<sub>e</sub>, pase a través del diodo, D, una corriente, i, tal que  $iR_a = V_{p1}$ , es decir, el potencial deseado. Téngase en cuenta que cuando se alcanza la situación final de ajuste, no hay paso de

corriente hacia el "núcleo" del modelo de tongada porque todos los condensadores estarán ya cargados al potencial deseado. Durante el intervalo de tiempo previsto para esta operación el extremo A de las resistencias "de convección", " $R_c$ ", estará a potencial cero (véase Fig. 7.9), permitiendo el paso de las corrientes,  $i$ , precisas.

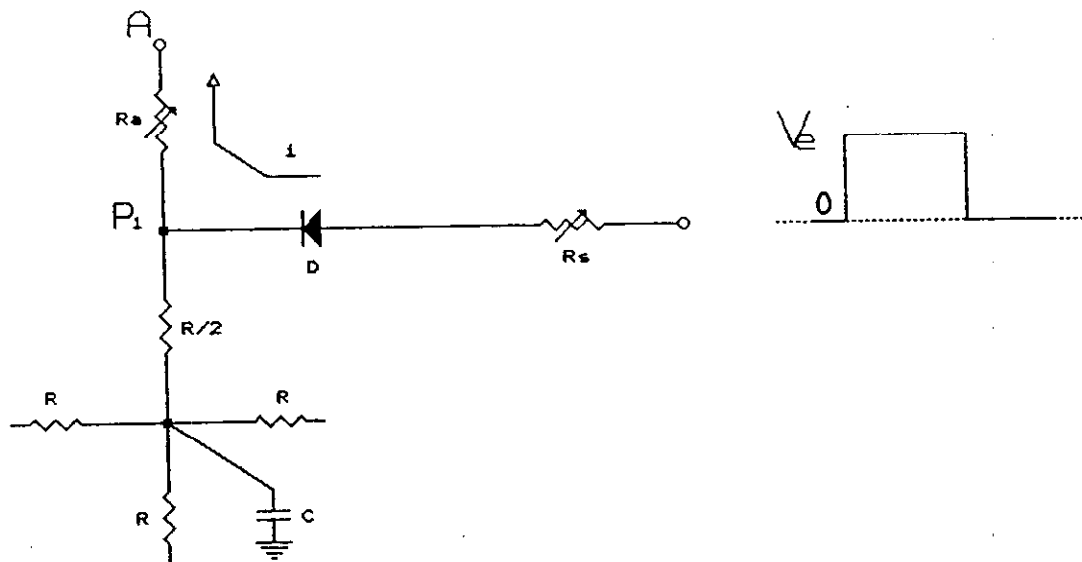


Fig. 7.11

En el caso de los puntos del tipo " $P_2$ ", o sea, "interiores" el procedimiento varía ligeramente como se indica en la Fig. 7.12.

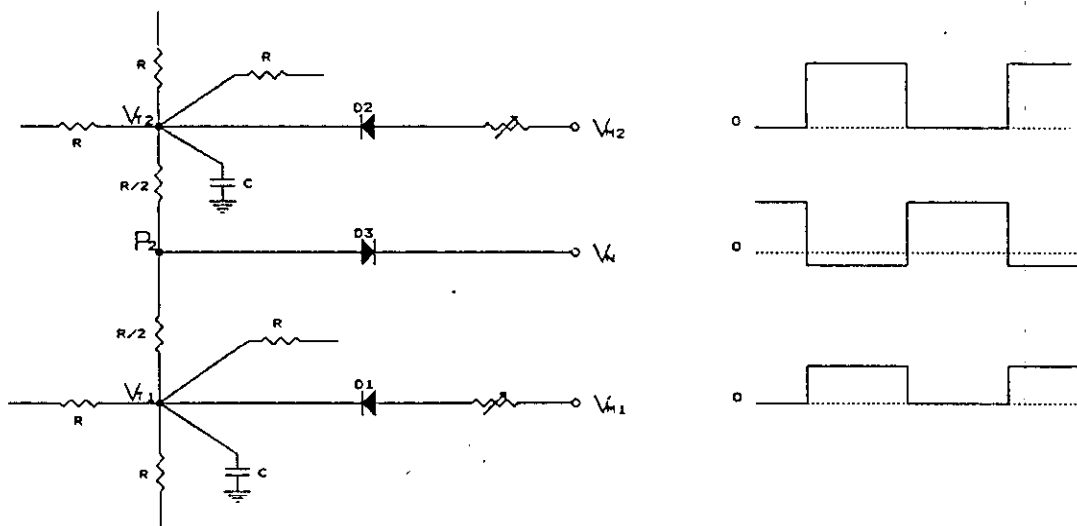


Fig. 7.12



Mediante ajustes sucesivos de las resistencias variables, en serie con los diodos " $D_1$ " y " $D_2$ ", se consigue llevar todos los puntos a los potenciales  $V_{T1}$  y  $V_{T2}$  deseados. Los diodos " $D_3$ ", polarizados convenientemente mediante  $V_N$ , impiden la salida de corrientes de la red cuando ha terminado el proceso de imposición de las condiciones iniciales.

#### 7.2.5. Simulación del proceso de hormigonado

Cuando, avanzando en el proceso de simulación, se plantea la necesidad de simular la puesta en obra de una tongada sobre otra ya construida, pero todavía no fraguada totalmente, surge la dificultad principal al intentar realizar la unión entre tongadas respetando las condiciones de contorno que tiene la parte superior de la tongada antigua antes y después del vertido de la nueva. En efecto, el proceso de evacuación de calor a través de la superficie superior de la tongada ya terminada queda perturbado al depositar encima la nueva que, a su vez, comienza a generar calor a partir de unas condiciones iniciales.

Como siempre, la simplificación fundamental que se admite es suponer que la nueva tongada se vierte instantáneamente, con las mismas condiciones iniciales en toda su masa (temperatura uniforme), y que desde entonces comienza a generar calor en todos los puntos.

Dada la baja conductividad térmica del hormigón, se desprecia la resistencia térmica de contacto entre tongadas.

La realización experimental de este proceso se lleva a cabo mediante interruptores electrónicos (tecnología CMOS) que permiten efectuar las conexiones y desconexiones al rápido ritmo que precisa el sistema de simulación repetitivo de alta velocidad seguido, con objeto de poder visualizar los resultados en un osciloscopio convencional. En la Fig. 7.13 se esquematiza el método seguido. Los interruptores electrónicos  $S_1$ ,  $S_2$  y  $S_3$  indicados para una de las uniones entre las resistencias " $R/2$ " de final del modelo, se disponen, por supuesto, para cada una de esas uniones. Dichos interruptores están cerrados mientras permanecen "altas" ("1") las señales de mando, que se eligen complementarias, de modo que cuando  $S_1$  y  $S_3$  están cerradas,  $S_2$  está abierto y viceversa. El instante,  $t_2'$ , de la conmutación es, naturalmente, el correspondiente al comienzo del hormigonado de la tongada superior.

En la misma figura se han indicado las formas de onda de las tensiones que se conectan a los diferentes puntos del modelo. Los números rodeados de circulitos hacen referencia a las correspondientes señales de las Fig. 7.14 y 7.15 del párrafo siguiente.

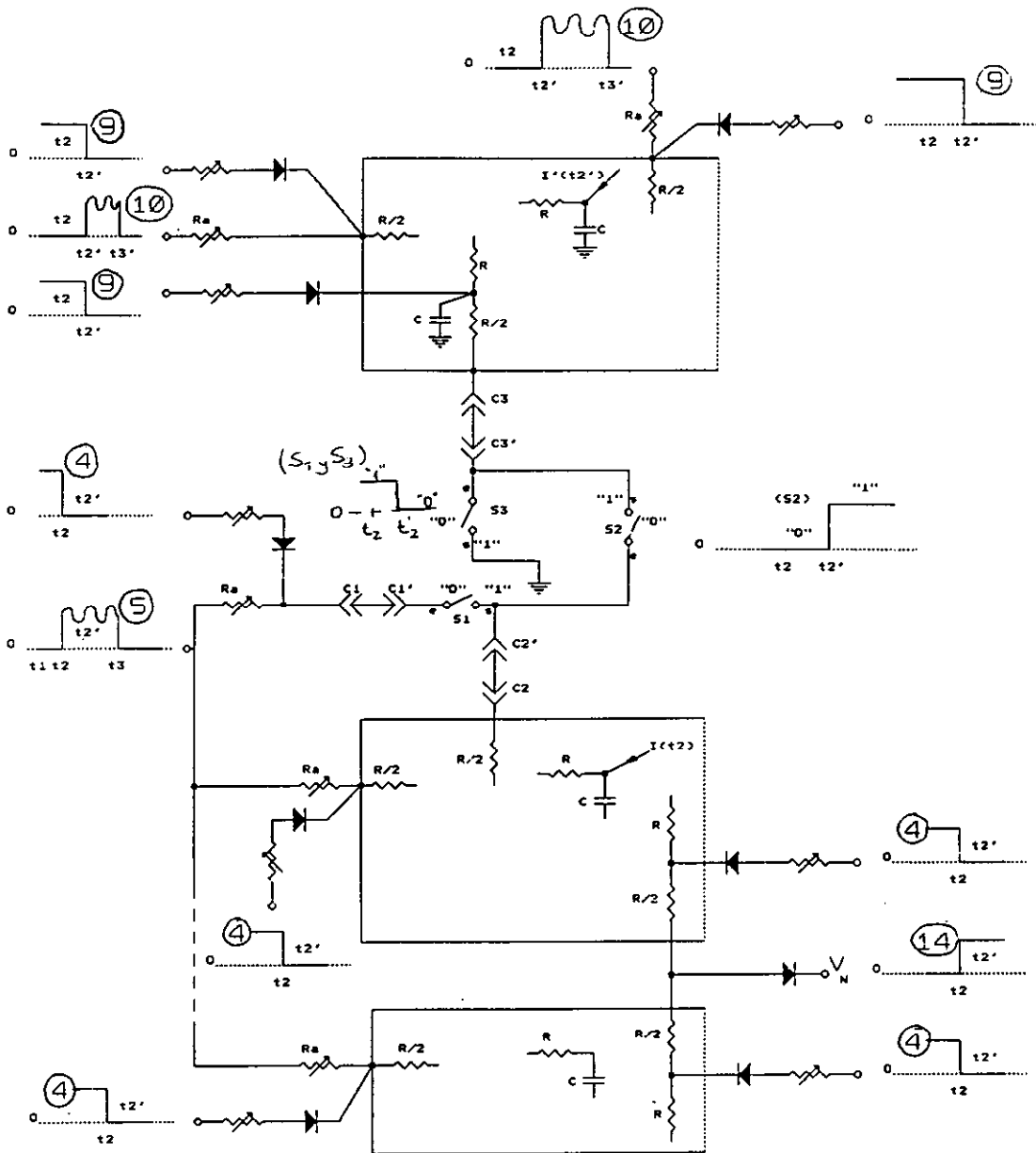


Fig. 7.13

### 7.2.6. Plan de sincronización

Evidentemente, todo el método de simulación seguido se apoya en la exactitud

y "repetitividad" de los fenómenos eléctricos simuladores de los térmicos, pues el procedimiento de medida se basa en las señales observadas en el osciloscopio, las cuales han de ser idénticas para todos los ciclos que se superponen en los diferentes barridos de la pantalla. De aquí la gran importancia que tiene el asegurar la sincronización de las diferentes señales que intervienen con el barrido horizontal del osciloscopio.

En la Fig. 7.14 se muestra el esquema general de bloques de los elementos que intervienen para el caso de simular dos tongadas frescas. Los números indicados en los rectángulos corresponden a los equipos que se describen en los apartados 7.3.1 y 7.3.2., y las formas de onda existentes se indican en la Fig. 7.15 (véanse los números rodeados de circulitos).

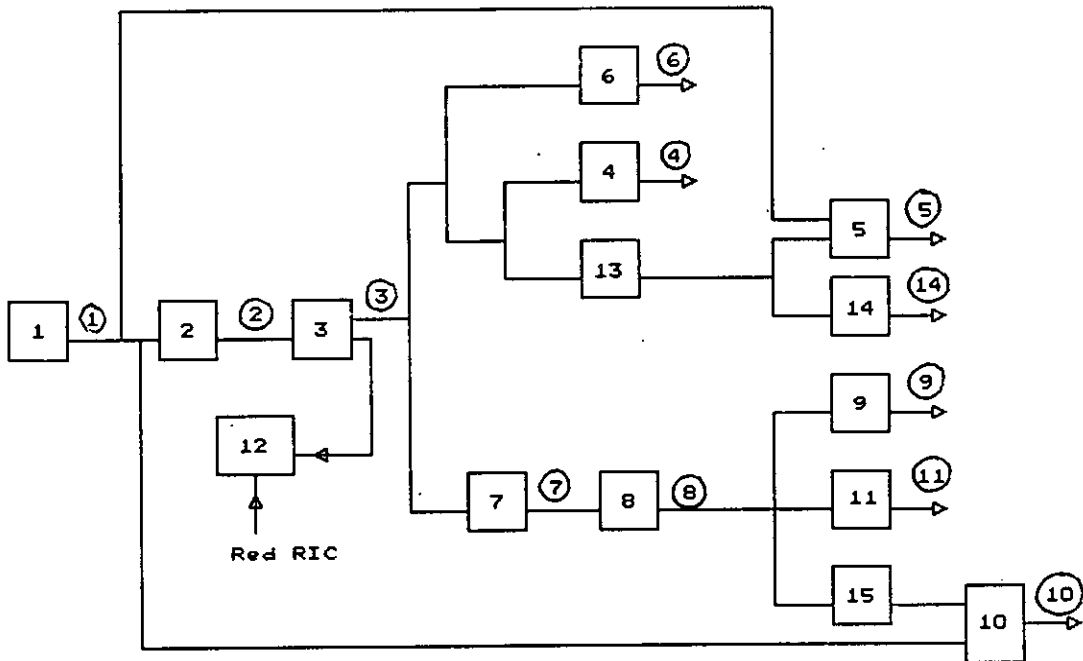


Fig. 7.14

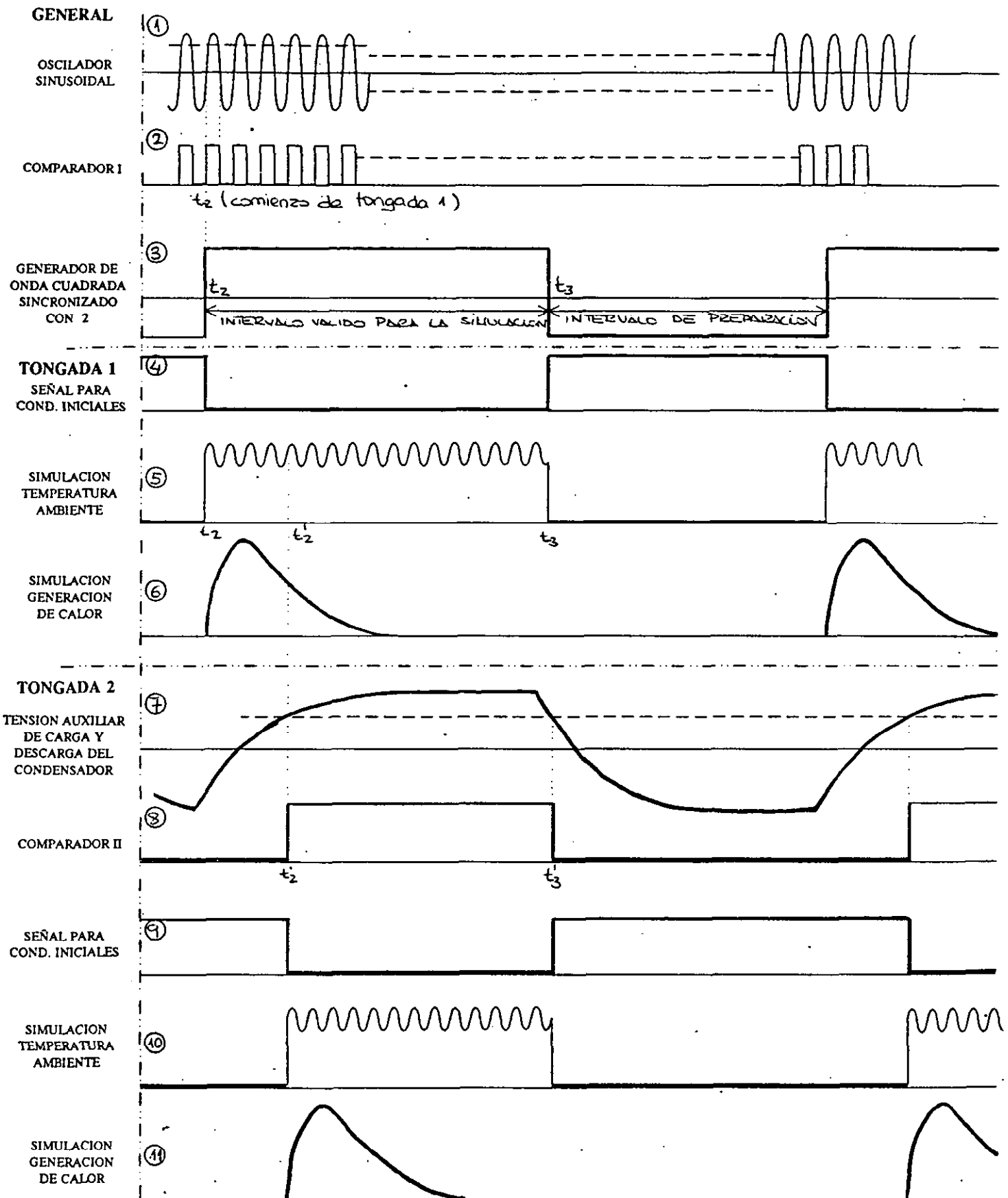


Fig. 7.15

### 7.3. Descripción físico-geométrica del modelo

#### 7.3.1. El modelo en sentido estricto

Para facilitar la comprensión de la estructura y distribución del modelo se adjuntan las Fotos 1 y 2.

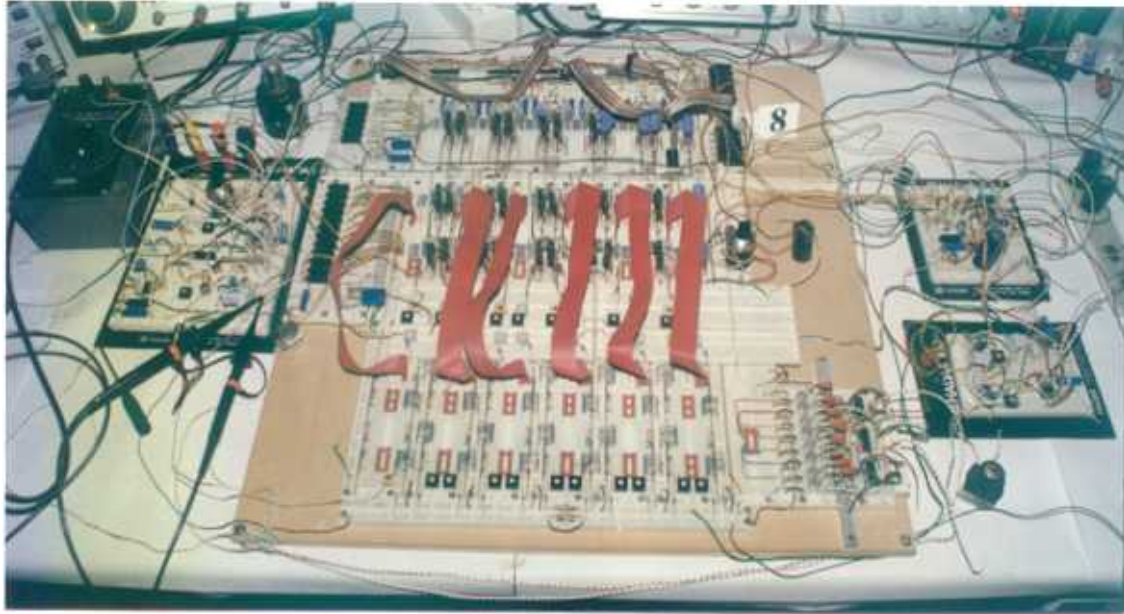


Foto 1

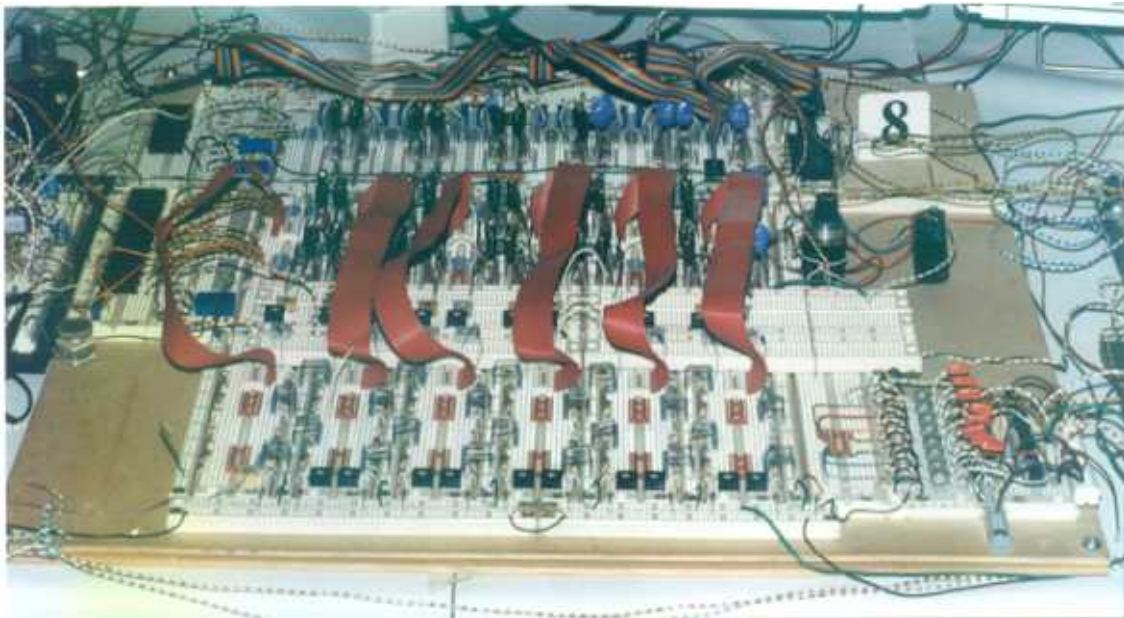
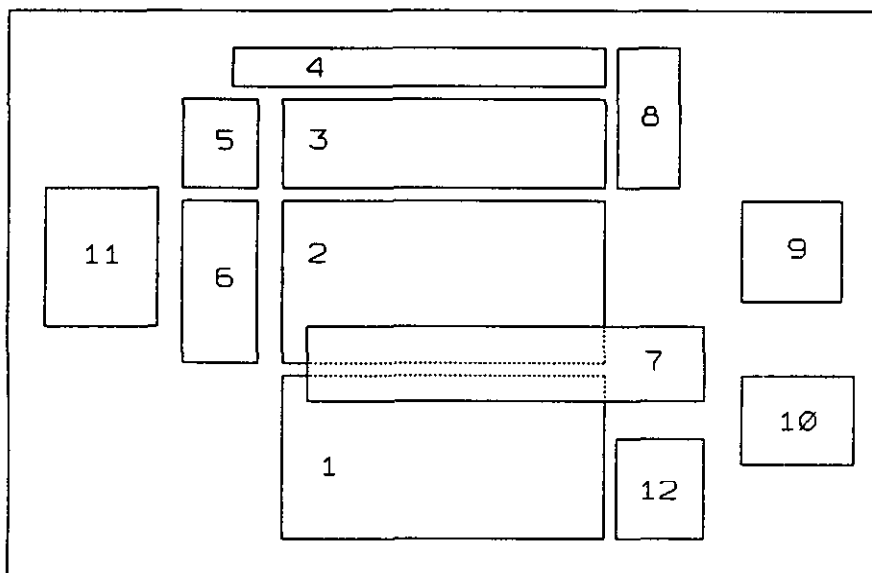


Foto 2

El modelo está constituido por un conjunto de *buses* (paneles de conexiones de material plástico que se utilizan para hacer montajes experimentales electrónicos sin soldaduras) sobre los cuales están colocados todos los componentes electrónicos. Hay cuatro tipo de buses:

- A) de 59 líneas independientes entre sí, cada una de las cuales tiene 5 puntos conectados entre sí.
- B) de 2 líneas independientes, cada una de ellas con 50 puntos conectados entre sí.
- C) de 35 líneas independientes, con 5 puntos conectados entre sí.
- D) de 2 líneas independientes, con 30 puntos conectados entre sí.

Un esquema orientativo de la distribución de los buses puede ser el formado por los bloques siguientes:



El *bloque 1* está formado por 12 buses de tipo A y 7 del tipo B, colocados verticalmente uno del tipo B por cada dos del tipo A alternativamente de izquierda a derecha. En éste tenemos conectadas las resistencias de alto valor ( $R_i$ ) por las que se inyectan las intensidades que simulan el calor generado en las tongadas 2 y 3, así como los puntos de registro de estas tongadas. También se tienen 11 potenciómetros (10 negros y 1 amarillo) de 50 k $\Omega$ , con los cuales se realiza el ajuste fino de la temperatura inicial del hormigón en la parte inferior de la tongada 3.

El *bloque 2* es igual que el anterior. En él tenemos los puntos de registro de la tongada 1, así como las resistencias y condensadores que forman las mallas (ver Fig.

7.5) que simulan las tongadas 1 y 2. Cada nudo está formado por cuatro resistencias fijas de 10 kΩ y un condensador de 3'9 nF (ver Fig. 7.6). Para facilitar la distribución de los componentes se han utilizado 10 puntos (2 líneas de cada bus unidas mediante un cable conductor) para cada nudo (de los buses A). Los buses B se utilizan de masa.

La distribución del *bloque 3* es análoga a las anteriores pero los buses que antes eran del tipo A ahora son del tipo C, y los que eran del tipo B ahora son del D. En este bloque está colocada la estructura de la tongada 3, también con 10 puntos para cada nudo. Además, hay 11 potenciómetros de 100 kΩ (grises) a partir de los cuales se establece el coeficiente de convección de la parte superior de la tongada 3, utilizando la expresión

$$h = \frac{k}{R_a} \cdot \frac{R}{\ell}$$

siendo  $k = 3 \cdot 10^{-4}$  kcal/m.s.°C,  $R = 10$  kΩ y  $\ell$  (de valor distinto según cada caso de los estudiados) constantes. También hay 11 potenciómetros (azules) que sirven para establecer el ajuste fino de la temperatura inicial del hormigón en la parte superior de la tongada 3.

El *bloque 4* está formado por 8 buses del tipo B y 4 del tipo A, colocados horizontalmente de la forma siguiente:

B	B
B	B
A	A
A	A
B	B
B	B

En él hay 9 interruptores CMOS (4066) que son los que sirven para la conmutación en el estudio de la 3ª tongada (capítulo 10).

El *bloque 5* está formado por buses colocados verticalmente de la forma DCCCCD. Tiene 6 potenciómetros de 100 kΩ (negros) a partir de los cuales se establece el coeficiente de convección en el lateral izquierdo de la tongada 3 (capítulo 10) [o en la mitad superior de la tongada 2 en el estudio del capítulo 9]. Se procede de forma análoga a la expuesta anteriormente. También hay dos potenciómetros de 50 kΩ (azules) con los cuales se realiza el primer ajuste (global) de la temperatura inicial del hormigón en la parte superior y lateral izquierdo (el lateral derecho se considera infinito, por lo

que en él no se ponen condiciones de contorno) de la tongada 2; 6 potenciómetros de 10 k $\Omega$  (amarillos) con los cuales se realiza el ajuste fino de la temperatura inicial del hormigón en el lateral izquierdo de la tongada 3.

Los buses del *bloque 6* están colocados verticalmente de la forma BAAAAB. Sobre él hay colocados 12 potenciómetros de 100 k $\Omega$  (negros) con los que se establece el coeficiente de convección del lateral izquierdo de las tongadas 1 y 2 (los 6 primeros de la tongada 1 y los otros 6 de la tongada 2), de la forma ya expuesta. Además hay 12 potenciómetros de 10 k $\Omega$  (grises) con los cuales se realiza el ajuste fino de la temperatura inicial del hormigón en el lateral izquierdo de las tongadas 1 y 2 (se recuerda que en lateral derecho no se ponen condiciones de contorno por considerarlo infinito). También hay 4 potenciómetros de 50 k $\Omega$  (azules) con los cuales se establece de forma global la temperatura inicial del hormigón en la parte superior y lateral de la tongada 1, y de la parte inferior de la tongada 2.

El *bloque 7* está colocado sobre los bloques 1 y 2, y está formado por buses distribuidos de la forma siguiente:

B	B
A	A
A	A
B	B
B	B
A	A

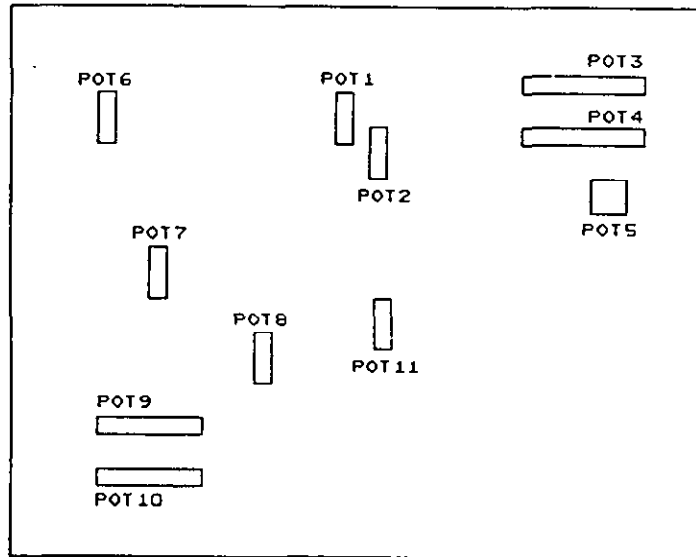
En él tenemos 22 potenciómetros, 2 para cada punto con el fin de obtener mayor precisión (negros, grises y amarillos, indistintamente), que sirven para realizar el ajuste fino de la temperatura inicial del hormigón en la parte superior de la tongada 1. También hay 11 potenciómetros (grises) que se utilizan para el ajuste fino de la temperatura inicial del hormigón en la parte inferior de la tongada 2.

El *bloque 8* está formado por los buses BAAB. En éste tenemos 11 potenciómetros de 100 k $\Omega$  (negros) mediante los cuales se establece el coeficiente de convección de la parte superior de la tongada 2 (capítulo 8), de la misma forma que se ha visto. Además hay otros 11 potenciómetros de 50 k $\Omega$  (negros) que sirven para realizar el ajuste fino de la temperatura inicial del hormigón en la parte superior de la tongada 2.

El *bloque 9* está formado por buses colocados verticalmente de la forma



DCCDCCD. En éste tenemos 11 potenciómetros con funciones muy distintas, todas ellas relacionadas con la puesta en obra de la 3ª tongada (capítulo 10). Vamos a verlo con más detalle mediante el esquema simplificado siguiente:

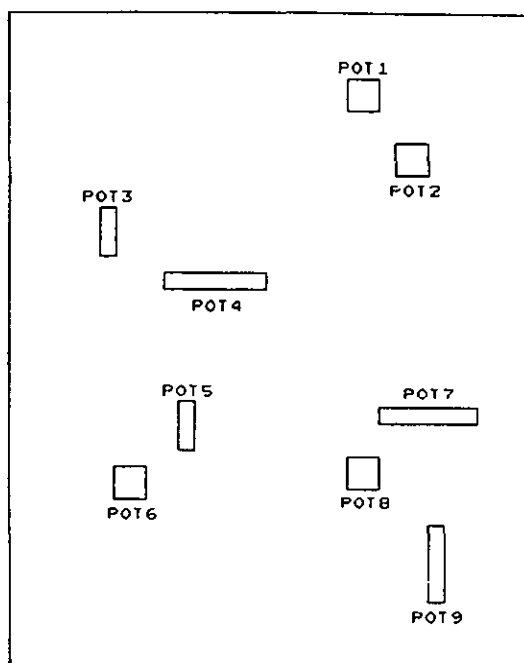


### BLOQUE 9

El POT 1 se utiliza para el ajuste global de la temperatura inicial del hormigón en la parte lateral izquierda y parte superior de la tongada 3. El POT 2 se utiliza para ajustar globalmente la temperatura inicial del hormigón en la parte inferior de la tongada 3. El POT 3 y el POT 4 sirven para elegir el día que se pone en obra la 3ª tongada con respecto a la 2ª, ya colocada. El POT 5 es para estabilizar la señal con la que se trabaja. El POT 6 se precisa para ajustar el punto de funcionamiento del transistor que produce la señal de ajuste de condiciones iniciales. El POT 7 tiene la finalidad de variar la amplitud de la señal día-noche. El POT 9 sirve para desplazar verticalmente la señal día-noche. El POT 8 y el POT 10 se utilizan para ajustar finalmente la señal día-noche. El POT 11 proporciona la señal de disparo para los interruptores CMOS.

El *bloque 10*, con una distribución de buses de la forma CCDCC, es el que genera la señal correspondiente a la curva de inyección de calor (corriente) en la tongada 3 (capítulo 10).

El *bloque 11*, cuya distribución de buses es BAABAABAAB, es análogo a los bloques 9 y 10 conjuntamente, pero referido a las tongadas 1 y 2. Un esquema de este bloque puede ser el siguiente:



BLOQUE 11

donde los potenciómetros numerados del 1 al 6 se utilizan para establecer la señal día-noche. El POT 1 sirve para estabilizar el funcionamiento del amplificador operacional (comparador) que produce la señal de sincronismo para el generador de ondas rectangulares. El POT 2 se utiliza para definir exactamente a qué hora se quiere poner en obra el hormigón. El POT 3 sirve para variar la amplitud de la señal día-noche; el POT 4, para desplazar verticalmente esta señal. Los POT 5 y 6 sirven para estabilizarla. Los potenciómetros 7, 8 y 9 intervienen en la definición de la curva de inyección de corriente (ver Fig. 7.8). El POT 7 ajusta el pico y la pendiente; el POT 8 estabiliza la curva; y el POT 9 regula la amplitud de la curva.

El *bloque 12* es un dispositivo electrónico que tiene por objeto posibilitar la visualización en la pantalla del osciloscopio el estado térmico en los puntos de una misma vertical.

### 7.3.2. El modelo como instalación completa

La instalación completa del modelo queda reflejada en la Foto 3, donde están numerados los distintos aparatos en concordancia con las descripciones que siguen:



Foto 3

*Osciloscopio digital* (nº 1). El aparato fundamental, bajo cuyo control se han realizado los ajustes precisos para obtener las condiciones iniciales, de contorno, la forma de onda correspondiente a la ley de generación del calor y la visualización de las temperaturas en los diferentes nudos del modelo, es un osciloscopio digital de doble haz, con posibilidad de utilización en modo "diferencial" (para la medida indirecta de corrientes) y sincronismo exterior. Además, permite la transferencia (vía RS232) de la información almacenada en su memoria digital al ordenador (IBM 386). Una de las ventajas de este osciloscopio es la posibilidad de mejorar las señales debido al procedimiento de muestreo que utiliza.

*Generador sinusoidal* (nº 2). Proporciona la señal que simula la variación de temperatura día-noche (Fig. 7.16) y establece el "tiempo de modelo" que rige los fenómenos en el modelo eléctrico.

*Generador de onda "cuadrada"* (nº 3). Proporciona señales rectangulares con componente continua variable, sincronizadas con el generador sinusoidal mediante un comparador (que produce impulsos cuya duración se corresponde con el tiempo durante el cual su señal de entrada supera un valor de referencia), que sirven para la excitación de los dispositivos electrónicos siguientes y para el sistema de sincronismo de la segunda tongada. Proporciona también una señal de sincronismo para el barrido horizontal del osciloscopio.

*Fuentes de alimentación.* La fuente 4 (Promax, FAC-302, de 0-30 V variable)

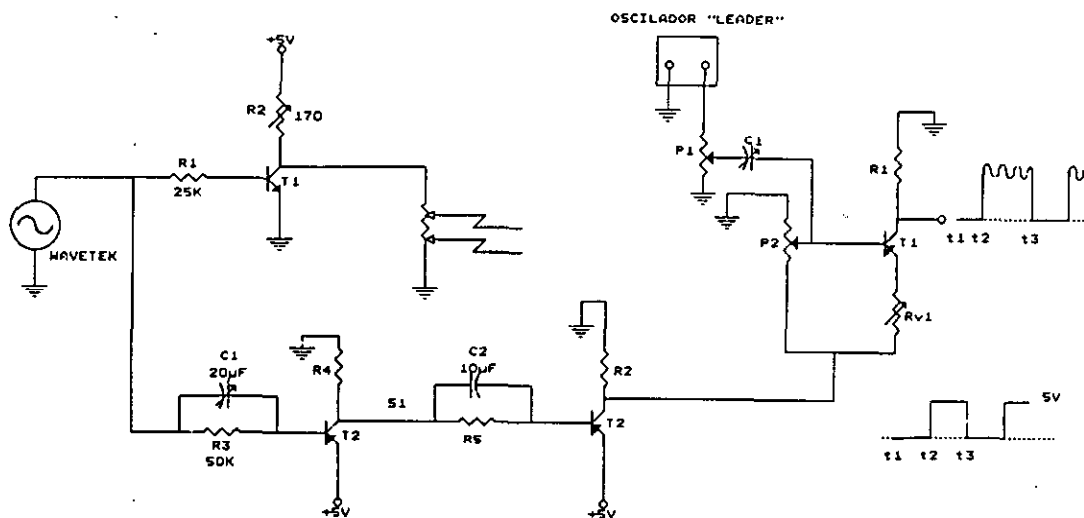


Fig. 7.16

proporciona 5 V estabilizados para la alimentación de los transistores que intervienen en la imposición de las condiciones iniciales, incluyendo (por división) la tensión que simula la temperatura (fija) del terreno sobre el que se asienta la tongada (que posteriormente será primera). Las fuentes 5 (idéntica a la anterior) que proporciona 8 V y 6 (Lambda, LOS-W-28, de 28 V fija) se conectan en serie para obtener las tensiones de 32 V y -4 V necesarias para los amplificadores operacionales que proporcionan las corrientes de simulación de la generación de calor (ver Fig. 7.17), y, también, para los operacionales comparadores que intervienen en el establecimiento de los tiempos de puesta en obra de las tongadas 2 y 3. La fuente 7 (Promax, FA-8B, de 0-30 V variable) proporciona una tensión de 3 V aproximadamente para hacer trabajar a los interruptores electrónicos CMOS.

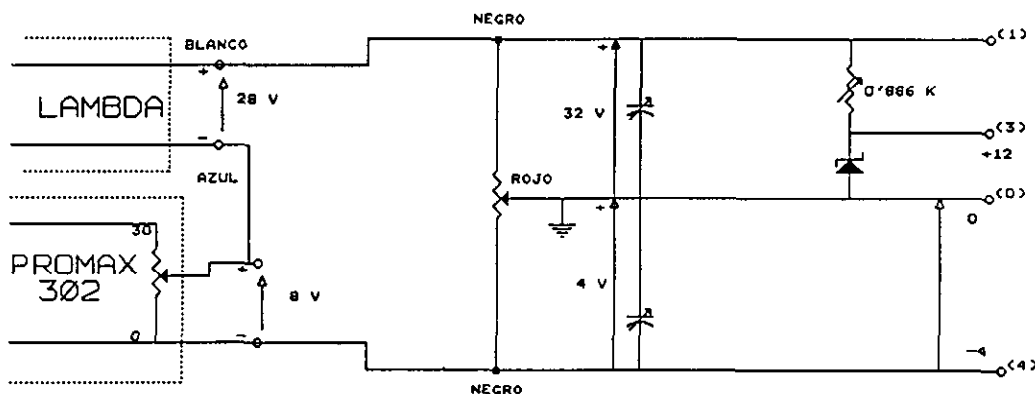


Fig. 7.17

El *modelo estricto* (nº 8), visto con detenimiento en el apartado anterior.  
*Multímetro* (nº 9), para uso general y ajustes varios.

**TERCERA PARTE**

**LA EXPERIMENTACION**

## TERCERA PARTE. LA EXPERIMENTACION

En esta tercera parte de la tesis se da cabida a los *resultados experimentales* obtenidos del modelo, seleccionando y describiendo aquéllos considerados como de mayor interés, organizados en capítulos de progresiva complejidad y mayor detalle.

La experimentación se ha orientado, prioritariamente, por razones de actualidad científica, técnica y económico-financiera, al estudio del hormigonado en zonas geográficas de clima caluroso, dado que en los últimos años se pretende imponer el procedimiento denominado de 'hormigonado con hielo' con objeto de evitar las altas temperaturas que alcanza el hormigón durante la primera etapa del fraguado. Esta es la causa (al parecer) del proceso de fisuración, como consecuencia de la retracción por el enfriamiento posterior debido a la evacuación del calor. Estas condiciones 'extremas' orientadoras de la investigación han sido las expresamente tratadas pero, obviamente, pueden estudiarse cualesquiera otras.

El proceso de hormigonado con hielo (hielo en escamas uniformemente diseminado en la masa de hormigón) en zonas cálidas (p.e. de 25 °C de media y pequeñas oscilaciones de temperatura) supone:

- a) desde el punto de vista científico-técnico colocar el hormigón en obra a una temperatura, por ejemplo, de unos 12 a 15 °C, siendo así que todos los restantes componentes tienen una temperatura media del orden de 25 °C. Las escamas de hielo no soldables (sí dispersables) pueden estar, por ejemplo, a -10 °C, lo que permite colocar el hormigón en obra a una temperatura deseada;
- b) desde el punto de vista técnico-económico significa que exige disponer de costosas fábricas de producción de hielo en escamas (cuyo precio unitario puede ser del orden de unos 400 millones de pesetas). Una obra de hormigón en masa de cierta envergadura, a un ritmo adecuado de hormigonado, podría requerir del orden de unas seis unidades. Fácilmente se comprenden las luchas de intereses entre constructores y vendedores de estas instalaciones, la necesidad de estudios científico-técnicos que las eviten y la pretensión de aquéllos por introducir las como exigencia en 'normas oficiales' o 'pliegos de concursos' sobre construcción de grandes obras civiles.

Mi investigación se ha centrado en el estudio científico del campo térmico

analizando la influencia de los diferentes parámetros en los resultados térmicos con objeto de ofrecer, siempre que sea posible y en la medida que lo fueren, *alternativas científicamente válidas* y, en consecuencia, técnica y económicamente óptimas sin necesidad de recurrir a instalaciones tan costosas, o al menos reducir el número de éstas.

El capítulo 8 se dedica a la fase primera de la experimentación consistente en el estudio general de una tongada en la hipótesis de que fuera puesta en obra en su totalidad simultáneamente, y en el contexto constructivo de "ritmo lento de hormigonado". El parámetro objeto de estudio más relevante es la *temperatura de puesta en obra del hormigón*, valor condicionado por la novedosa 'solicitud/exigencia' de hormigonar con hielo. El comportamiento térmico se refiere, prioritariamente, a la primera etapa de la vida del hormigón, determinando experimentalmente el campo térmico (distribución de temperaturas y evolución térmica; es decir,  $T(P,t)$ ) y los flujos de calor ( $\bar{q}(P,t)$ ). Los resultados estimados como más relevantes (selección de numerosísimas experiencias) se exhiben mediante gráficas de valores registrados en osciloscopio y tratados mediante ordenador.

El capítulo 9 recoge los estudios de la considerada como segunda fase de la experimentación en la que se profundiza en tres direcciones capitales: primera, el estudio de la *zona parasuperficial*; segunda, el *espesor de la tongada* con objeto de determinar su influencia en los valores del campo térmico,  $T(P,t)$ , y de los flujos caloríficos,  $\bar{q}(P,t)$ ; y tercera, la consideración de un extenso intervalo de valores del coeficiente de transmisión superficial del calor. La versatilidad del modelo ha permitido enfrentarse con relativa facilidad a estos nuevos problemas. Los resultados más relevantes se exhiben mediante los correspondientes gráficos obtenidos informáticamente del osciloscopio, como en el capítulo anterior.

El capítulo 10 trata de la considerada como tercera fase de la experimentación en la que se analizan y estudian en el modelo los problemas de mayor envergadura: primero, la consideración de tres (en general, cualquier número) *tongadas en diferentes estados de fraguado*, y, segundo, teniendo en cuenta la *puesta en obra del hormigón a ritmo usual*. En el modelo se resuelven los nuevos problemas mediante los correspondientes dispositivos de generación, control, sincronización y conmutación. Como en los capítulos precedentes se exhiben en gráficas los resultados más relevantes.

## **CAPITULO 8. FASE PRIMERA DE LA EXPERIMENTACION: ESTUDIO GENERAL DE UNA TONGADA CONSIDERADA PUESTA EN OBRA EN SU TOTALIDAD SIMULTANEAMENTE, A DIFERENTES TEMPERATURAS, CON RITMO LENTO DE HORMIGONADO**

### **8.1. Objeto de la experimentación en esta primera fase**

El objeto de este primer estudio sobre modelo analógico consiste en conocer el *comportamiento térmico del hormigón en masa* referido a una *tongada* considerada puesta en obra en su totalidad simultáneamente, de tal forma que se hormigona sobre otra que concluyó su fraguado y que no recibirá sobre sí la siguiente hasta que ella, a su vez, hubiese completado el suyo; a este proceso lo denomino *ritmo lento de hormigonado*.

El estudio experimental, en esta primera fase, se ha concebido dando valores fijos al mayor número posible de parámetros (magnitudes propiamente físicas y geométricas) con el fin de centrar la atención en la variable que se considera fundamental: la *temperatura de puesta en obra* del hormigón; se han seleccionado, para ella, los valores de 12, 14, 16 y 20 °C, respectivamente.

El comportamiento térmico que se desea conocer mediante el modelo se refiere a la primera etapa de la vida del hormigón y a las dos cuestiones primordiales que se tratan en las teorías de transmisión del calor aplicadas en este caso al hormigón:

- a) El *campo térmico* en una tongada durante la primera etapa de su vida, teniendo en cuenta su capacidad generadora de calor; es decir, la *distribución de temperaturas* en el recinto de hormigón y la *evolución térmica* en el mismo, de modo que pueda conocerse el campo  $T(P,t)$  de las temperaturas en función del punto y del tiempo.
- b) Los *flujos de calor* (cantidades de calor por unidad de tiempo) que atraviesan diferentes superficies (principalmente las de contorno) con el fin de conocer los procesos de evacuación hacia el exterior y de transmisión interna del calor generado durante la hidratación del cemento, referidos también a la primera etapa



de la vida del hormigón. Estos flujos de calor se han registrado mediante las *diferencias de temperatura asociadas* a los mismos.

Los resultados relativos a los primeros días (diez) desde la puesta en obra se exponen con profusión y detalle, algunos se amplían hasta un plazo medio (veinte, cuarenta y cinco y noventa días, respectivamente).

## 8.2. Condiciones de la experimentación

Los resultados experimentales que se ofrecen en el apartado 8.3, y que constituyen el primer fruto importante del modelo analógico, deben interpretarse a la luz de las condiciones que se describen en este apartado ya que son consecuencia de dichas condiciones y no tienen validez al margen de ellas. Es de sumo interés, por tanto, conocer, valorar, enjuiciar y rectificar y/o modificar estas condiciones, en su caso, para posibles investigaciones futuras complementarias o diferenciadas.

### 8.2.1. Parámetros con valores fijos

#### a) Geometría

La geometría (del proceso constructivo del hormigón de la presa) representada en el modelo se define en la Fig. 8.1, de tal modo que se consideran inicialmente tongadas de 2.00 m de espesor, con paramento vertical y divididas para su estudio analógico en celdas de 0'33 m de lado.

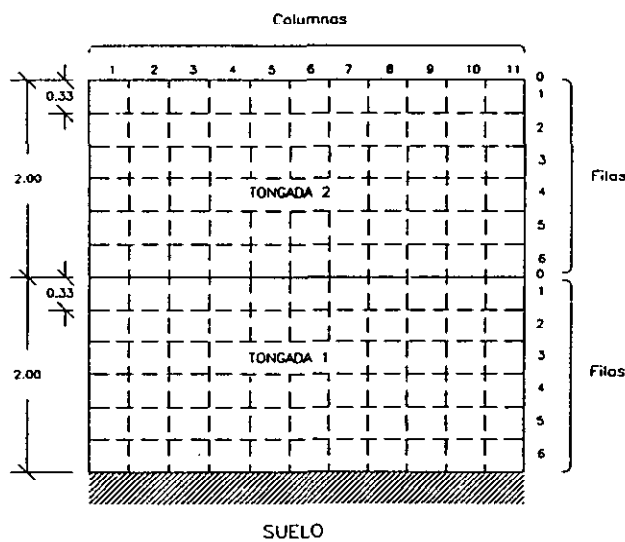


Fig. 8.1. Sección vertical transversal representada en el modelo.

## b) Características térmicas del hormigón

Las características térmicas del hormigón, de naturaleza *pasiva* o permanente, consideradas se definen mediante los siguientes valores fijos:

$$* \text{ Conductividad térmica : } k = 3 \cdot 10^{-4} \frac{\text{kcal}}{\text{m} \cdot \text{s} \cdot ^\circ\text{C}} = 0'003 \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot \text{s} \cdot ^\circ\text{C}}$$

$$* \text{ Densidad : } \rho = 2400 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$* \text{ Calor específico : } c = 0'23 \frac{\text{kcal}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$$

que suponen un coeficiente de difusividad

$$D = \frac{k}{c\rho} = 5'435 \cdot 10^{-7} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

El fraguado o hidratación del cemento origina una generación interna de calor, calor de fraguado, característica térmica del hormigón que puede considerarse de naturaleza *activa*, variable en el tiempo. Para esta investigación utilizo una curva de generación de calor (ver Fig. 8.2) que se considera también como dato fijo, propiedad característica, correspondiente al hormigón en masa que se utiliza de ordinario en los grandes recintos.

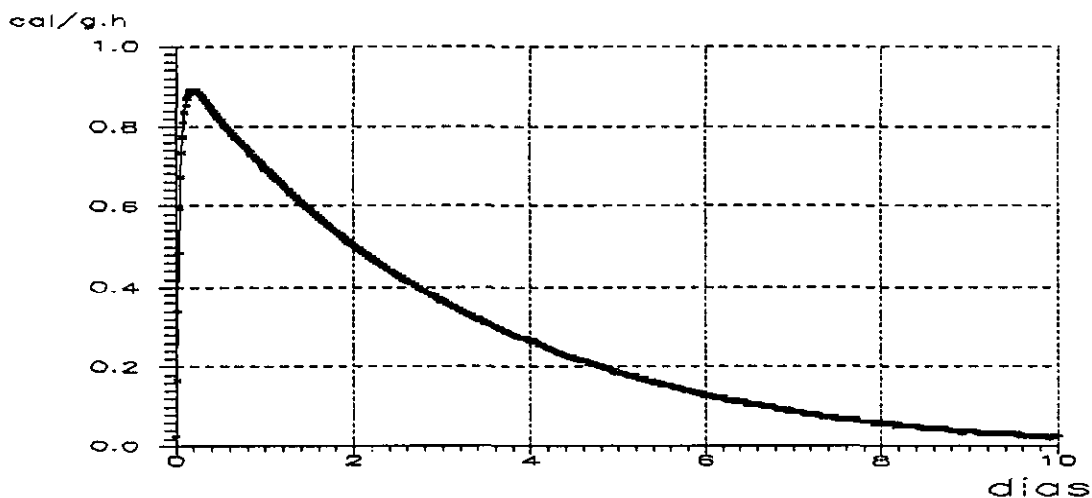


Fig. 8.2. Curva de generación de calor.

c) Características ambientales y condiciones de contorno

Los datos relativos a la temperatura ambiente, su evolución, en el entorno natural de una presa en clima cálido a efectos del estudio, se representan en la Fig. 8.3, de forma que la temperatura queda definida mediante una función senoidal de amplitud correspondiente a 10 °C, entre 20 °C de mínima a las 4 de la noche y 30 °C de máxima a las 4 de la tarde, y período correspondiente a 1 día.

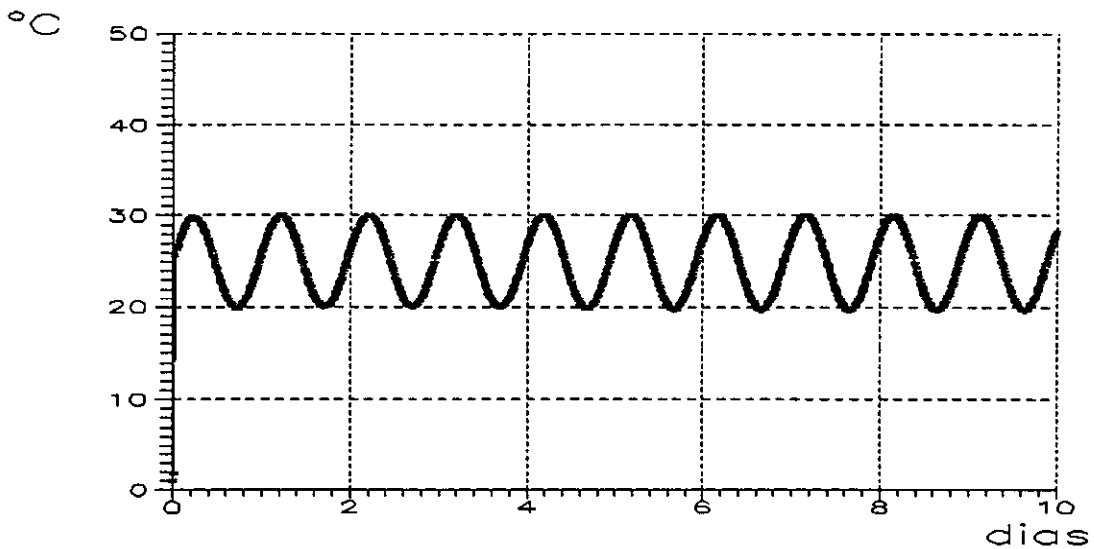


Fig. 8.3. Temperatura ambiental.

Las condiciones de contorno del modelo se establecen por las características siguientes (ver Fig. 8.4): el suelo o terreno tiene una temperatura constante y uniforme de 25 °C, no existen resistencias térmicas en las superficies de contacto suelo-tongada o tongada-tongada, el coeficiente de convección en las superficies expuestas a la atmósfera es

$$h = 4 \cdot 10^{-4} \frac{\text{Kcal}}{\text{m}^2 \cdot \text{s} \cdot ^\circ\text{C}},$$

la temperatura ambiental, la descrita en el párrafo anterior, y el plano vertical del recinto hormigonado, paralelo al paramento, separador de las celdas de columnas 11 y 12, es una superficie de flujo (perpendicular a las superficies isotérmicas, que en esa zona son planos horizontales).

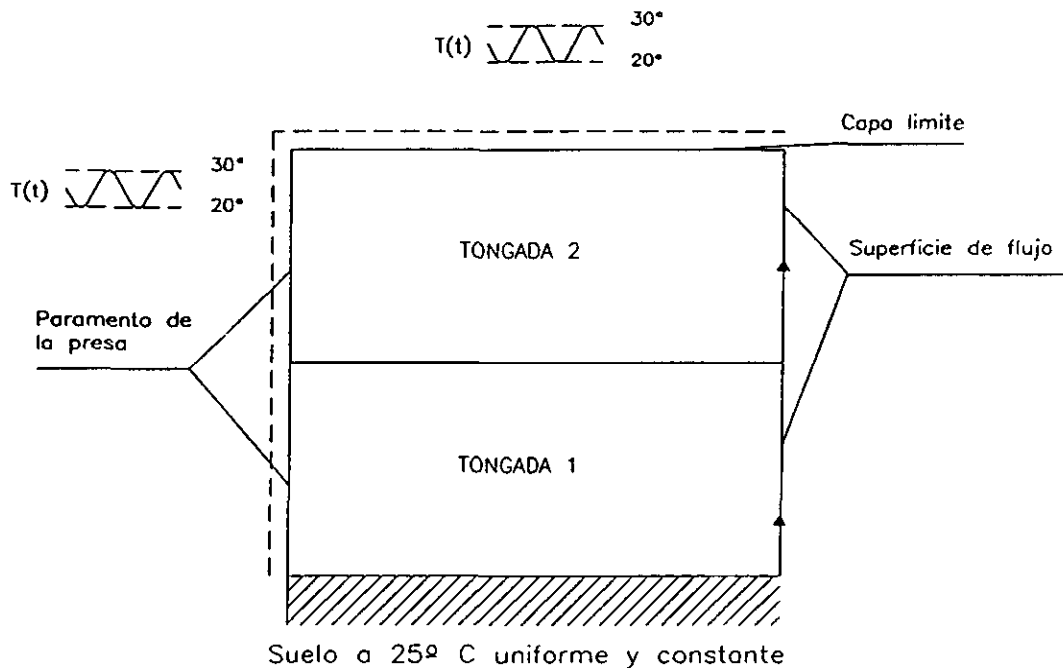


Fig. 8.4. Condiciones de contorno del modelo

#### d) Proceso de hormigonado

El proceso de construcción de la obra supuesto para este primer estudio y denominado *de ritmo lento* consiste en colocar una tongada cuando la precedente inferior ha concluido su fraguado y alcanzado prácticamente la temperatura media considerada en la zona (25 °C).

El problema se define en el espacio (Fig. 8.5) por un suelo a temperatura de 25 °C uniforme y constante; sobre él una tongada inferior pasiva, es decir, que se hormigonó hace mucho tiempo (suficiente para haber generado todo su calor fraguado y evacuado el exceso sobre las condiciones medias de temperatura), pero que es capaz de intercambiar -ceder y recibir- calor con el hormigón de la tongada superior y con el ambiente; y, por encima, la tongada objeto de estudio principal, activa, generadora de un calor de fraguado según la curva representada en la Fig. 8.2.

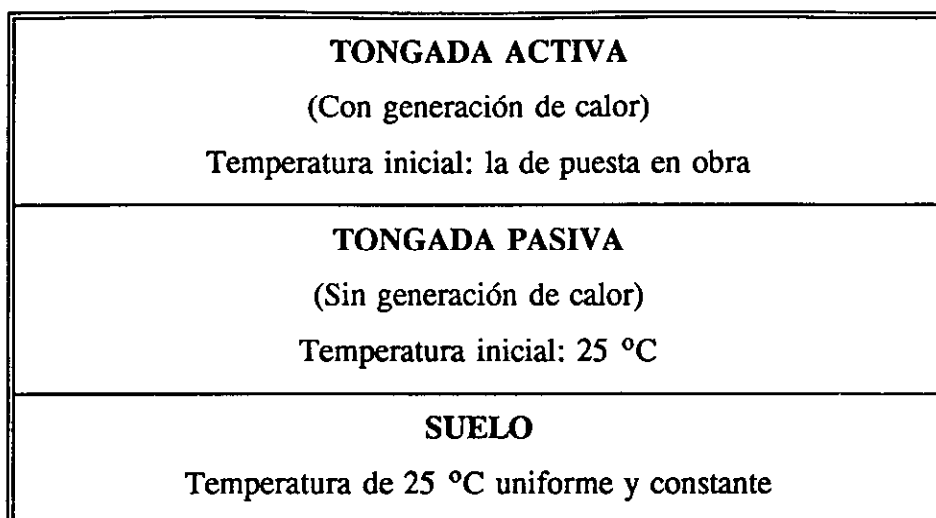


Fig. 8.5. Proceso de hormigonado de "ritmo lento"

Desde la perspectiva temporal se define como *instante inicial*, u origen de tiempos, el momento de puesta en obra de la tongada activa, supuesto a las 12 horas del mediodía. En la Fig. 8.6 se superponen, con referencia a dicho origen de tiempos, la curva de generación de calor y la correspondiente a la temperatura ambiental; este origen es el cero para los estudios experimentales cuyos resultados se describen en el apartado 8.3.

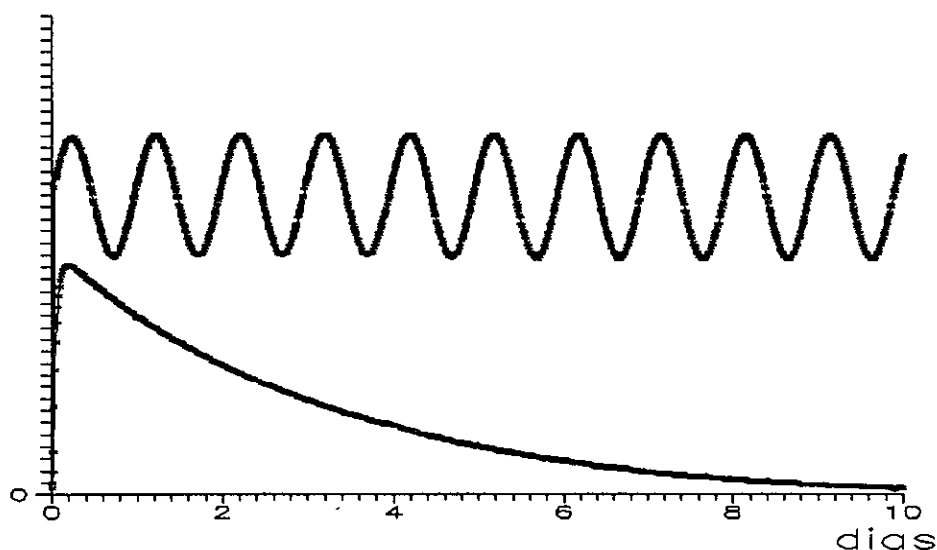


Fig. 8.6. Fijación del instante inicial.

### **8.2.2. Condición variable: temperatura de puesta en obra del hormigón**

Consideraciones de índoles económica y técnica hacen que el *problema fundamental* que se presenta (y, en consecuencia, constituye *objeto prioritario de este estudio* mediante modelo analógico) sea el relativo a la *temperatura de puesta en obra del hormigón* de la tongada activa.

La experimentación, en esta fase, se ha extendido a los siguientes valores: 12, 14, 16 y 20 °C, respectivamente.

## **8.3. Resultados de la experimentación**

### **8.3.0. Estructuración de los resultados**

#### **8.3.0.1. Objetivos experimentales**

Los objetivos experimentales que se persiguen desde la perspectiva inmediata de resultados directos (o registros) del modelo, previos a los estudios conjuntos, conjeturas y conclusiones posteriores, consisten en conocer:

- a) La *evolución térmica* -temperatura en función del tiempo,  $T(t)$ - en los recintos hormigonados durante la primera etapa de la vida del hormigón (desde la puesta en obra, fraguado inicial).
- y b) Los *flujos de calor*; sobre todo la evacuación al exterior del calor generado durante la hidratación del cemento. Estos flujos se registran mediante las diferencias de temperatura asociadas.

La pregunta básica que surge es ¿dónde se registran la evolución térmica y los flujos de calor? ¿en qué puntos o entre qué puntos?. Por otra parte, debe establecerse una estructuración para el proceso experimental; es decir, determinar los casos objeto de estudio. A estas cuestiones se dedican los apartados siguientes.

#### **8.3.0.2. Denominación de las celdas y de las zonas de contorno (puntos posibles de registro).**

La concepción del modelo mediante red discreta RIC permite disponer de un total de [(8 filas x 11 columnas + 6 de contorno) x 2 tongadas = ] 188 puntos de registro correspondientes a centros de celdas y de zonas de contorno por sus puntos geométricos medios que son los de registro en el modelo, según se representa en la Fig. 8.7. Para investigaciones próximas, más complejas, parece necesario un convenio de esta

naturaleza, aunque para las presentes pudiera prescindirse de él.

Primer índice: tongada

Segundo índice: fila de la tongada

Tercer índice: columna

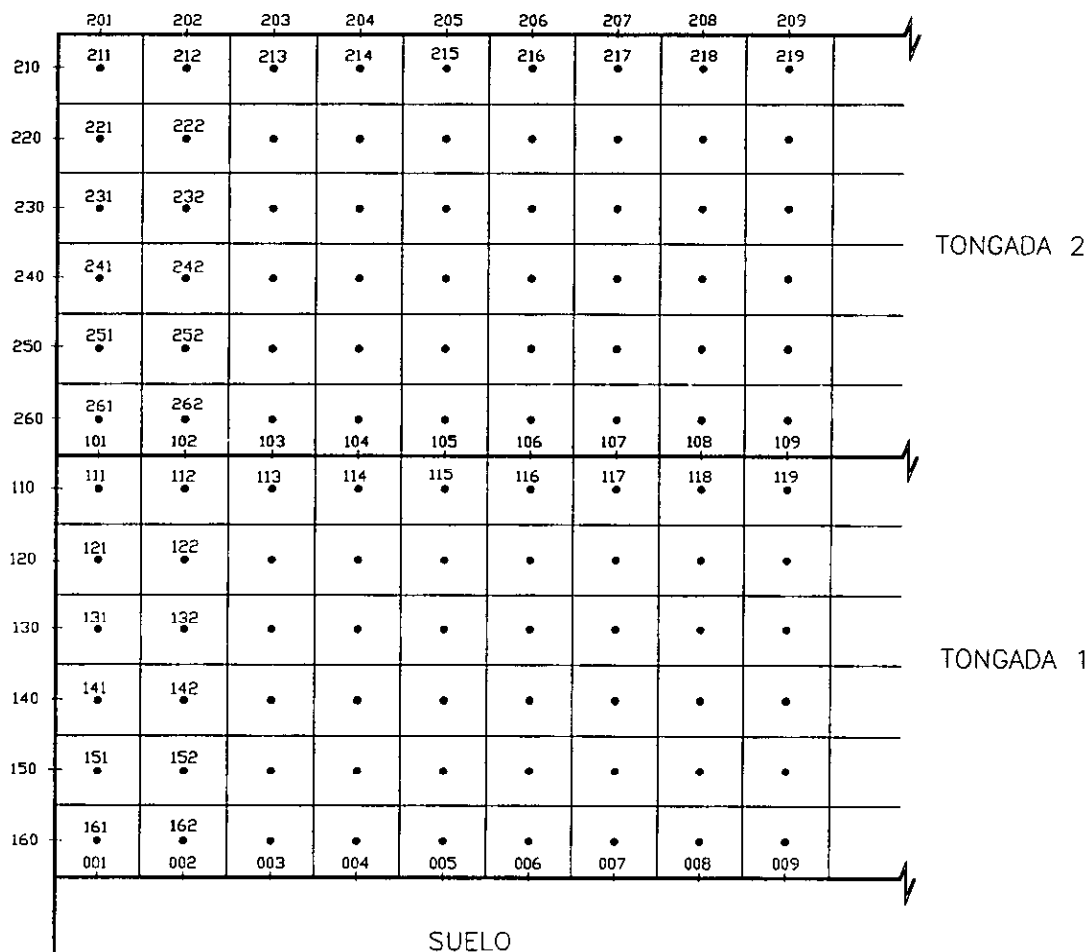


Fig. 8.7. Convenio para la denominación de los puntos

### 8.3.0.3. Casos o hipótesis objeto de experimentación

En el ámbito delimitado por los parámetros con valores fijos y por la condición variable correspondientes a esta primera fase resultan un total de 4 casos o hipótesis diferentes que han sido objeto de estudio y se definen por la temperatura de puesta en

obra del hormigón, que son las siguientes:

Hipótesis 1. Temperatura de puesta en obra: 12 °C.

Hipótesis 2. Temperatura de puesta en obra: 14 °C.

Hipótesis 3. Temperatura de puesta en obra: 16 °C.

Hipótesis 4. Temperatura de puesta en obra: 20 °C.

#### 8.3.0.4. Explicación general de la presentación de los resultados

Dada la naturaleza del modelo y el uso de osciloscopio como registrador de resultados (funciones continuas) el análisis relativo a éstos se concibe como esencialmente informático. En el osciloscopio se establecen en ordenadas las variables cuya evolución se desea conocer en función del tiempo (abscisas) fijando en los ejes las escalas consideradas como más adecuadas para cada variable analizada. Las experiencias seleccionadas se envían desde la memoria del osciloscopio hasta el ordenador. En éste se procesan los datos y se elaboran las gráficas que posteriormente se imprimen mediante la impresora láser conectada a él.

##### a) Resultados relativos a la evolución térmica, $T(P,t)$

En las figuras correspondientes a la evolución térmica, en los diferentes puntos e hipótesis, se ofrece una *exhaustiva e interesante información sobre el estado térmico del hormigón* de la tongada activa y del de la tongada pasiva inferior, información referida a las zonas (puntos) consideradas como más representativas. Las figuras se han obtenido enviando cada curva del osciloscopio al ordenador, correspondiendo cada una de ellas a la evolución térmica en un punto determinado de la tongada; de esta manera las gráficas constan de unos conjuntos de curvas significativas que permiten hacer fácil el contraste directo de las mismas, es decir, de la temperatura y su evolución en los puntos seleccionados.

La explicación de las figuras es muy sencilla: cada curva lleva asociado un número de tres cifras que corresponde a un punto concreto del modelo. La primera cifra corresponde a la tongada en la que nos encontremos (1 ó 2), la segunda cifra corresponde a la fila de la tongada (0, 1, ... , 6) y la tercera cifra a la columna (0, 1, ... , 11).

En las experiencias de la evolución térmica se presta una atención especial a los primeros días (diez, determinado por las escalas del osciloscopio y las conveniencias del



registro informático), desde el "instante inicial" del momento de puesta en obra de la tongada (12 del mediodía de una fecha arbitraria); se completa con registros correspondientes a plazo medio a lo largo de una franja vertical central.

*b) Flujos de calor (caloríficos)*

Se han analizado directamente en el modelo, visualizado en osciloscopio y registrado informáticamente las diferencias de temperatura entre determinados puntos contiguos. Se han seleccionado para explicitar en la tesis los estudios relativos a una franja vertical interior, a la capa (horizontal) superior (superficial) de la tongada activa y al paramento vertical de ambas tongadas. Estas diferencias de temperatura podrían haberse calculado a partir de los registros de evolución térmica correspondientes; sin embargo, es más cómoda, rápida y rigurosa su obtención directa.

La cantidad de calor que se transmite de una zona a otra (en el modelo la variable analógica es la intensidad de corriente que circula de un punto a otro) puede estimarse por medio de la ley de Fourier de la conducción del calor

$$\bar{q} = -K \text{ grad}T$$

que, en forma escalar, puede expresarse

$$q = \frac{Q}{S.t} = -k \frac{T_1 - T_2}{\ell}$$

A partir de las curvas de diferencias de temperatura entre dos puntos adyacentes (que se conoce registrando las diferencias de potencial entre los homólogos del modelo analógico) y utilizando la expresión anterior se obtienen las curvas de flujos caloríficos en función del tiempo (cal/cm<sup>2</sup>.h).

### 8.3.1. Hipótesis 1. Temperatura de puesta en obra: 12 °C

#### 8.3.1.1. Evolución térmica

a) Durante los primeros días

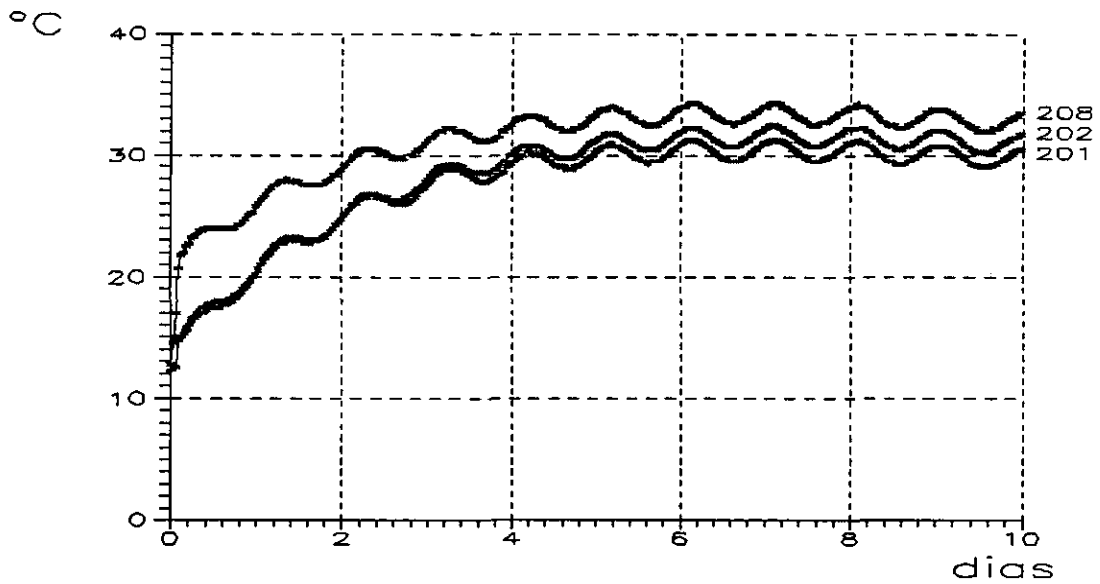


Fig. 8.8. Evolución térmica de la superficie superior (contorno en contacto con la atmósfera) de la tongada activa.

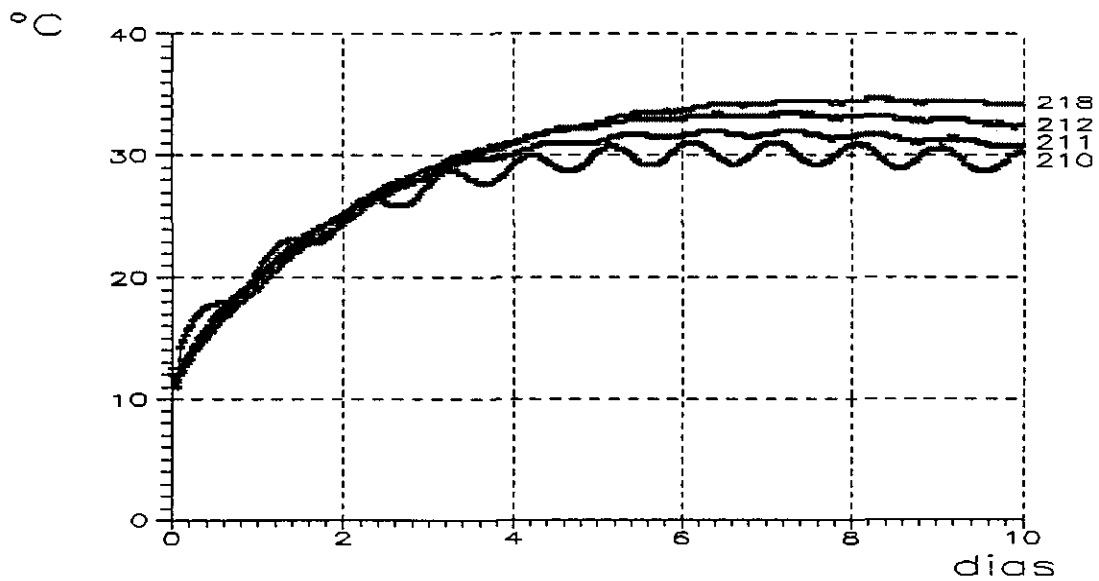


Fig. 8.9. Evolución térmica de la capa superior de la tongada activa.

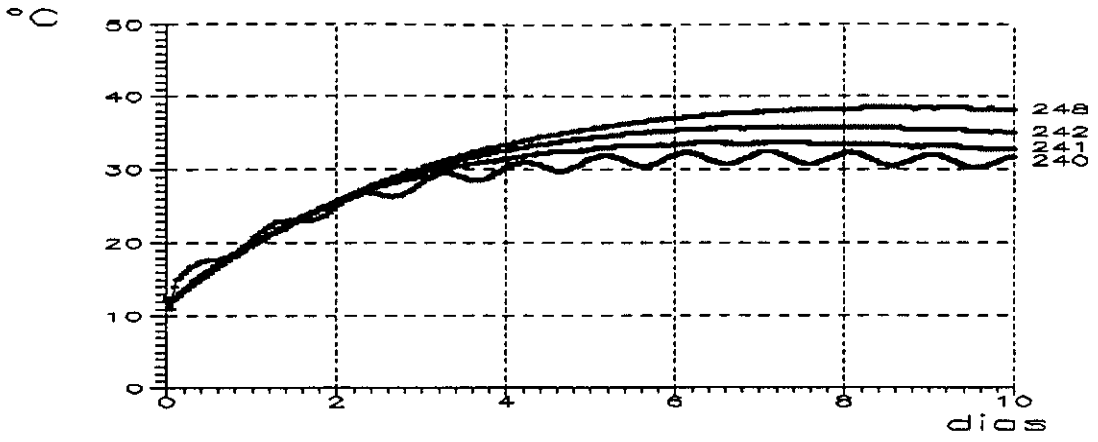


Fig. 8.10. Evolución térmica de una capa central de la tongada activa.

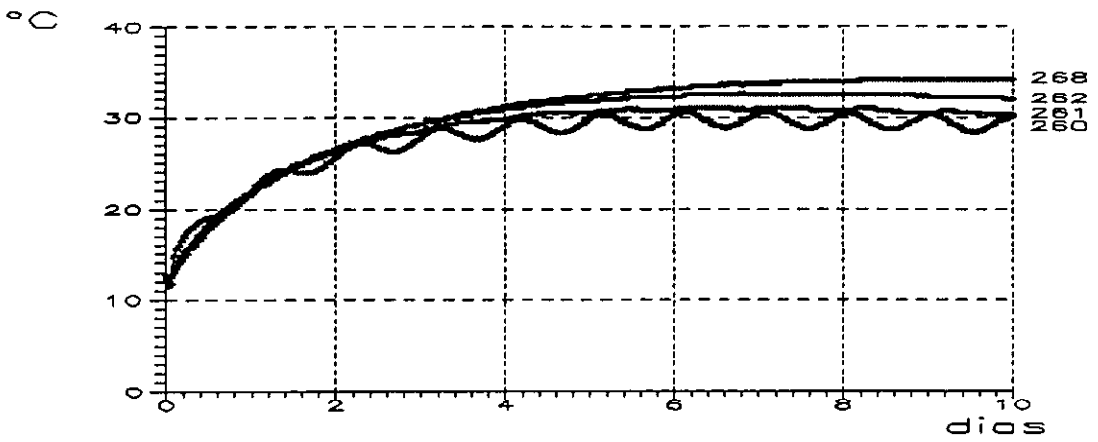


Fig. 8.11. Evolución térmica de la capa inferior de la tongada activa.

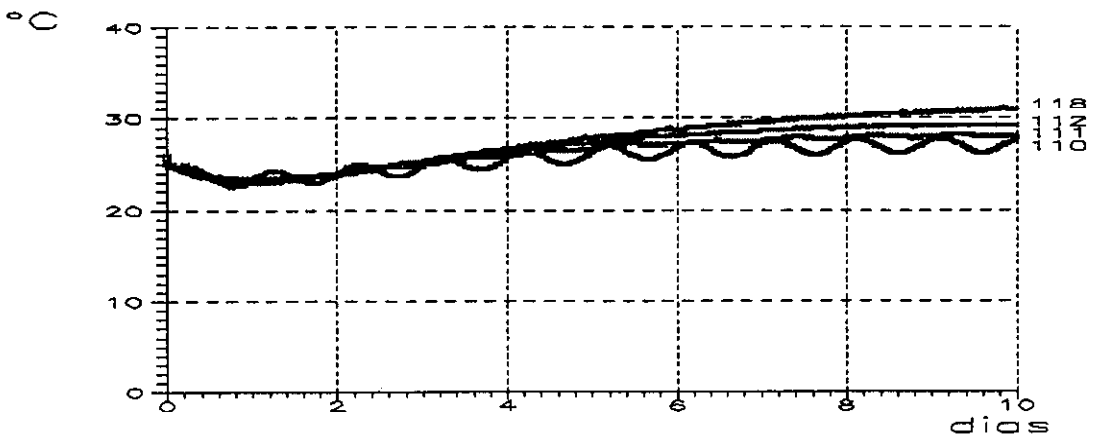


Fig. 8.12. Evolución térmica de la capa superior de la tongada pasiva.

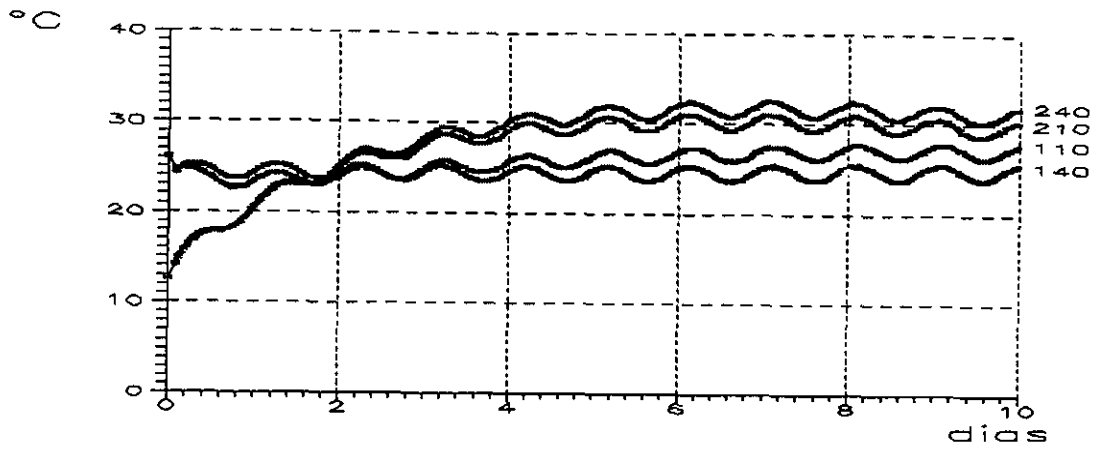


Fig. 8.13. Evolución térmica del paramento (ambas tongadas).

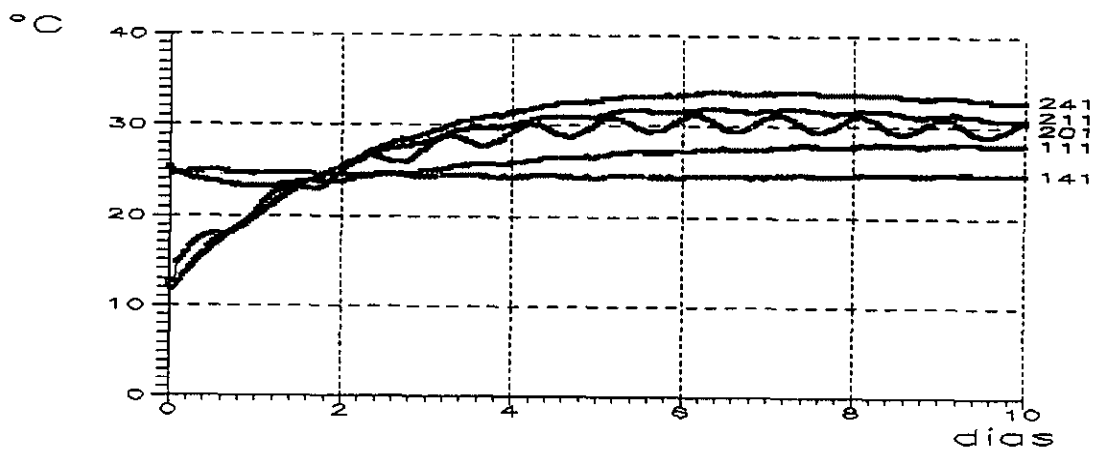


Fig. 8.14. Evolución térmica de la franja del paramento (ambas tongadas).

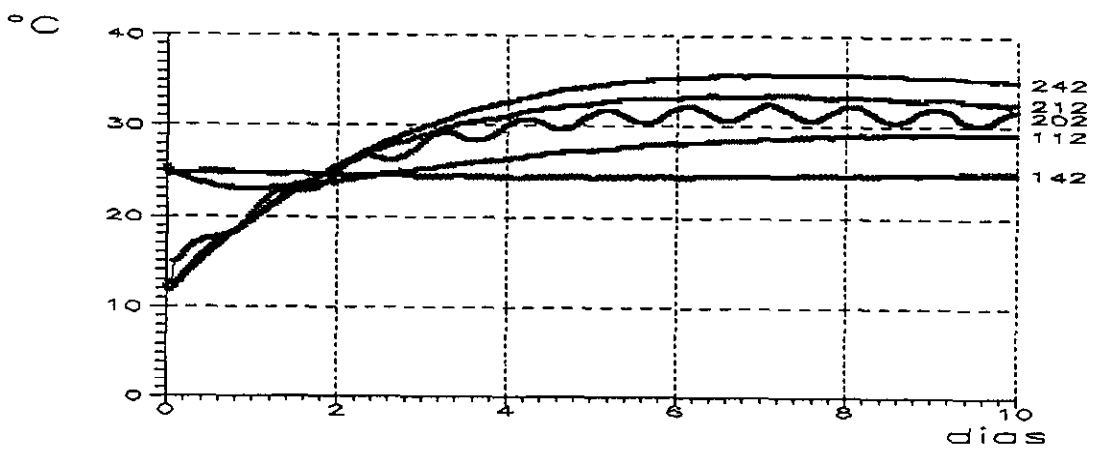


Fig. 8.15. Evolución térmica de la franja 2 (ambas tongadas).

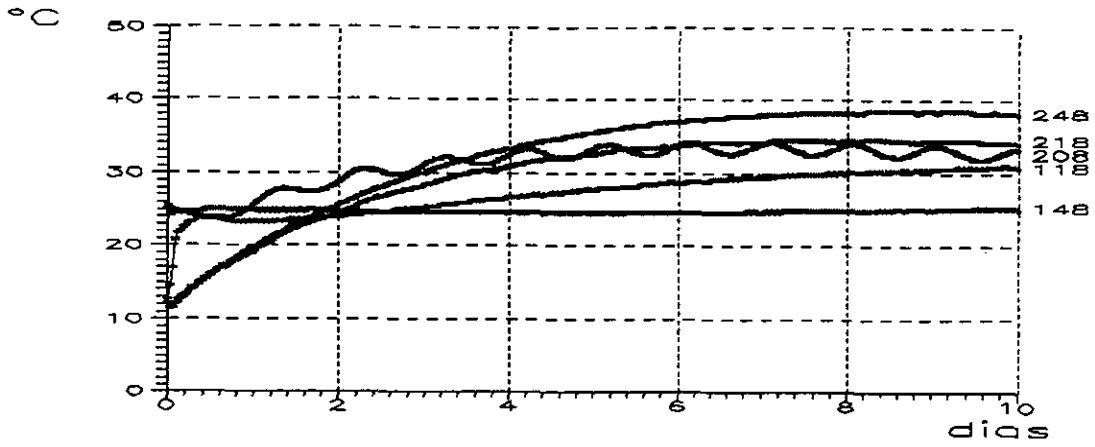


Fig. 8.16. Evolución térmica de una franja interior (ambas tongadas).

b) Hasta medio plazo

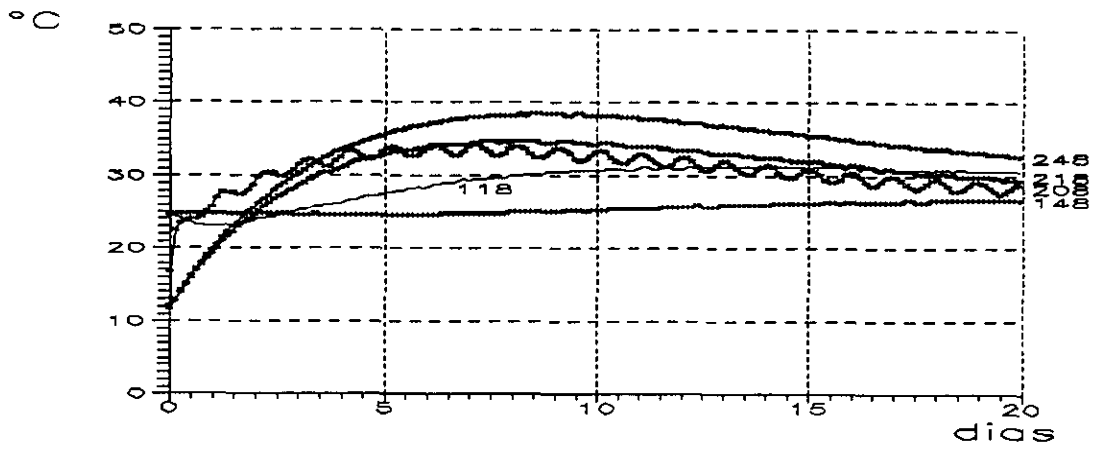


Fig. 8.17. Evolución térmica de una franja interior durante los 20 primeros días.

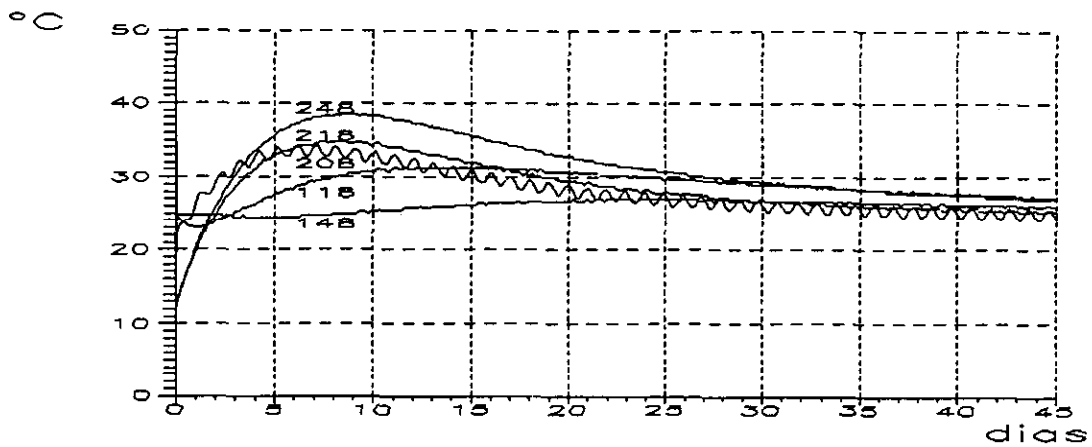


Fig. 8.18. Evolución térmica de una franja interior durante los 45 primeros días.

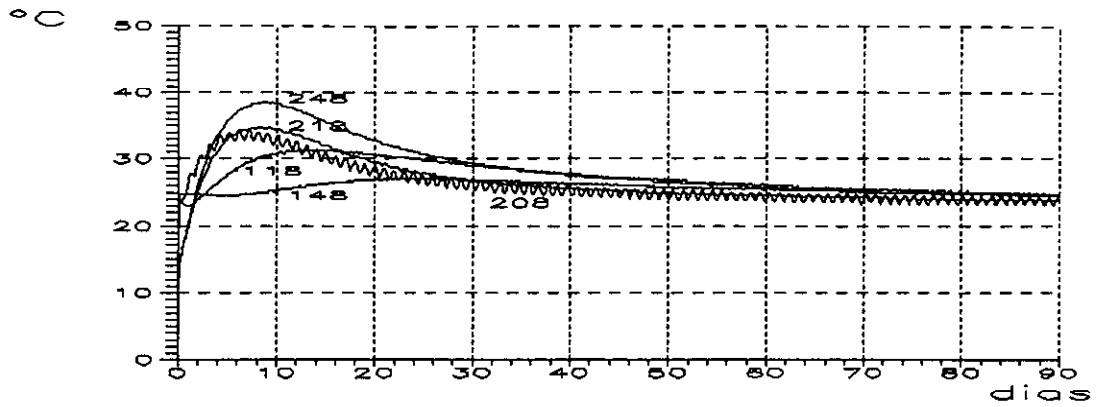


Fig. 8.19. Evolución térmica de una franja interior durante los primeros 90 días.

### 8.3.1.2. Flujos caloríficos

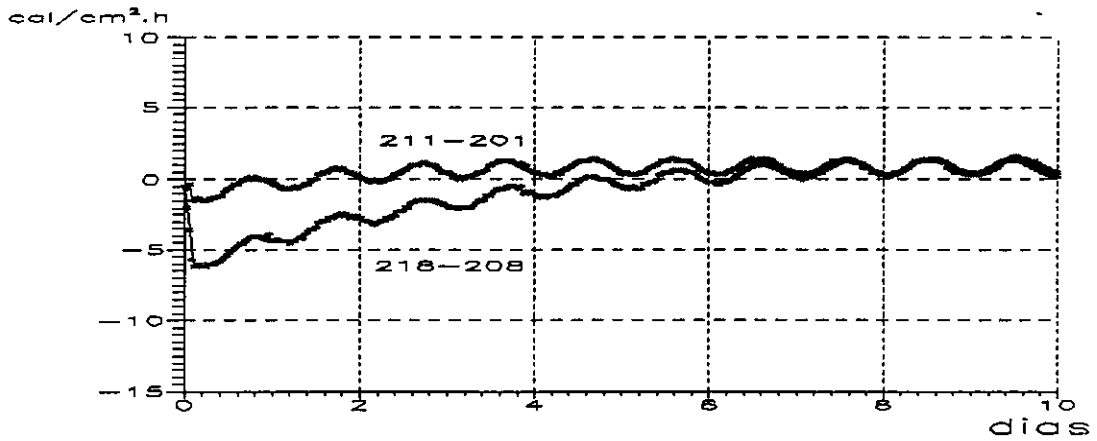


Fig. 8.20. Flujos caloríficos en la capa superior durante los 10 primeros días.

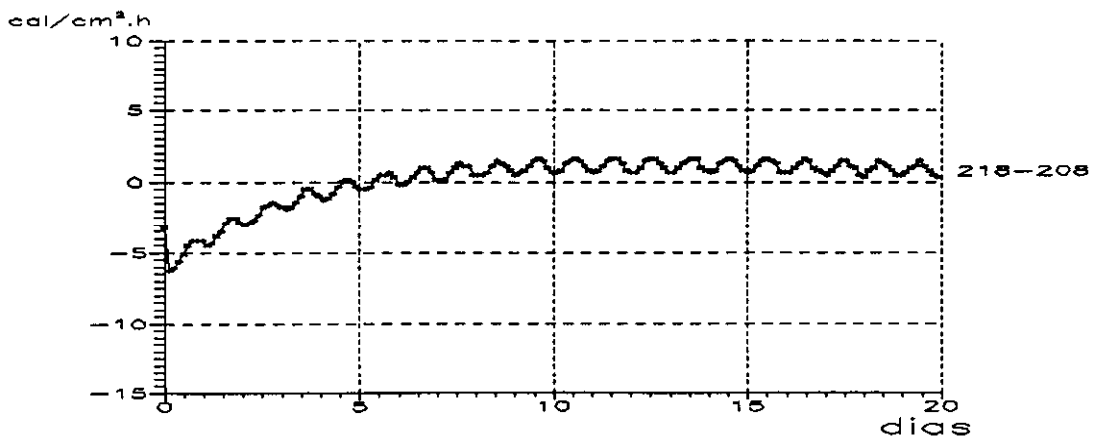


Fig. 8.21. Flujos caloríficos en la capa superior durante los 20 primeros días.

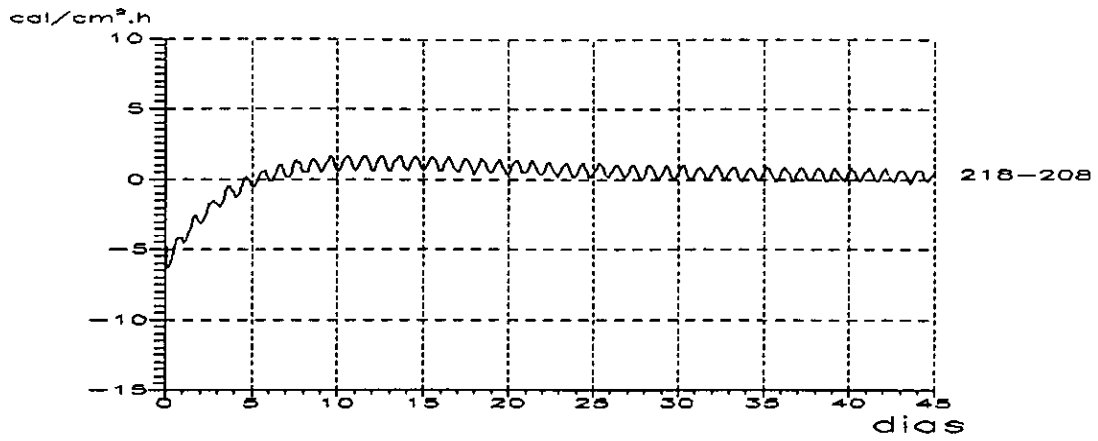


Fig.8.22. Flujos caloríficos en la capa superior durante los 45 primeros días.

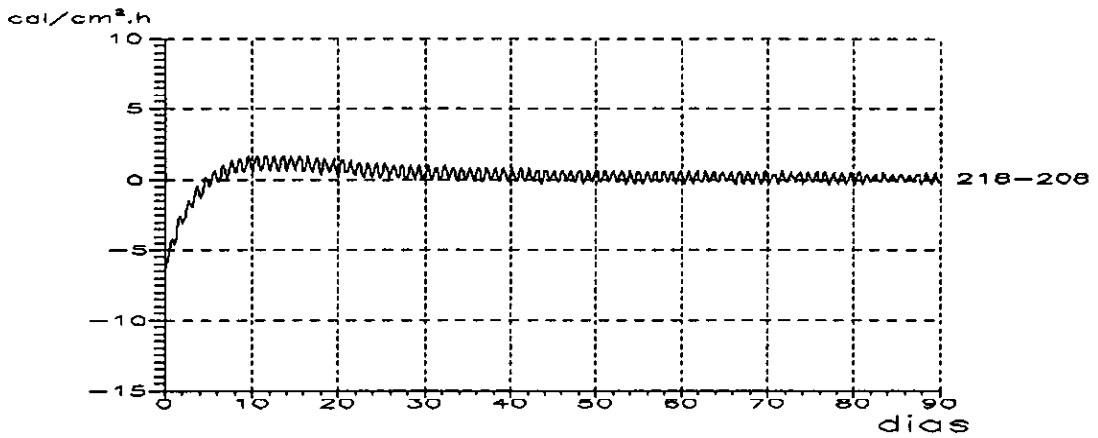


Fig. 8.23. Flujos caloríficos en la capa superior durante los 90 primeros días.

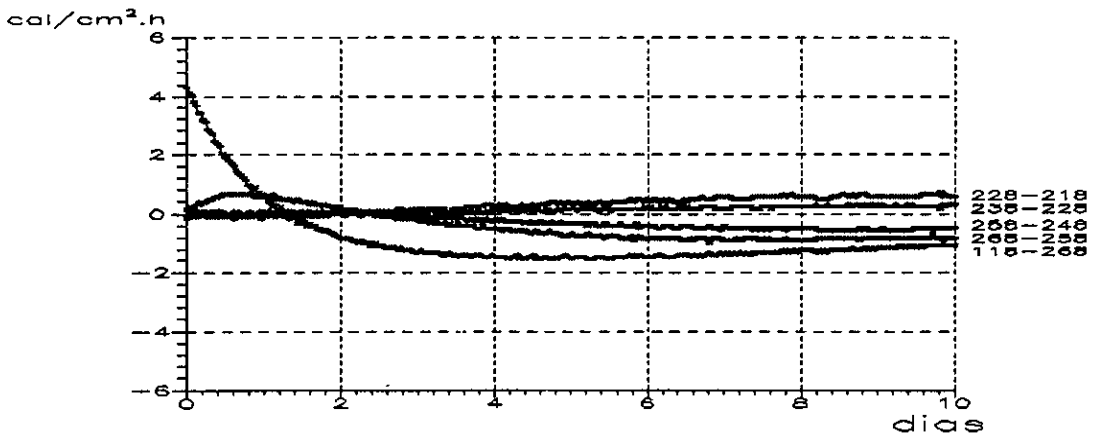


Fig. 8.24. Flujos caloríficos en una franja interior durante los 10 primeros días.

### 8.3.2. Hipótesis 2. Temperatura de puesta en obra: 14 °C

#### 8.3.2.1. Evolución térmica

a) Durante los primeros días.

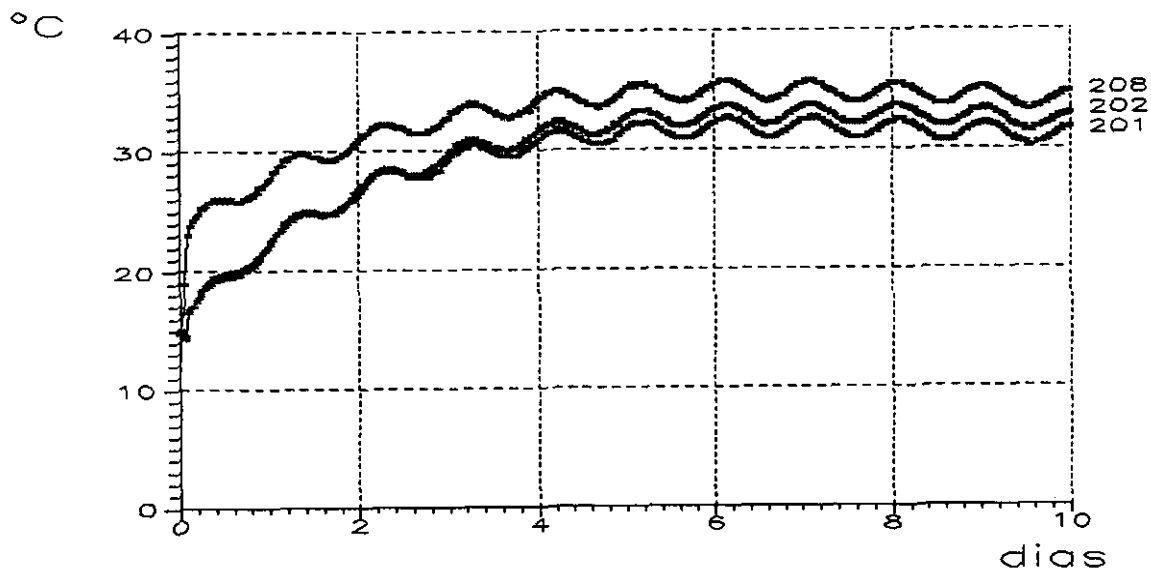


Fig. 8.25. Evolución térmica de la superficie superior (contorno en contacto con la atmósfera) de la tongada activa.

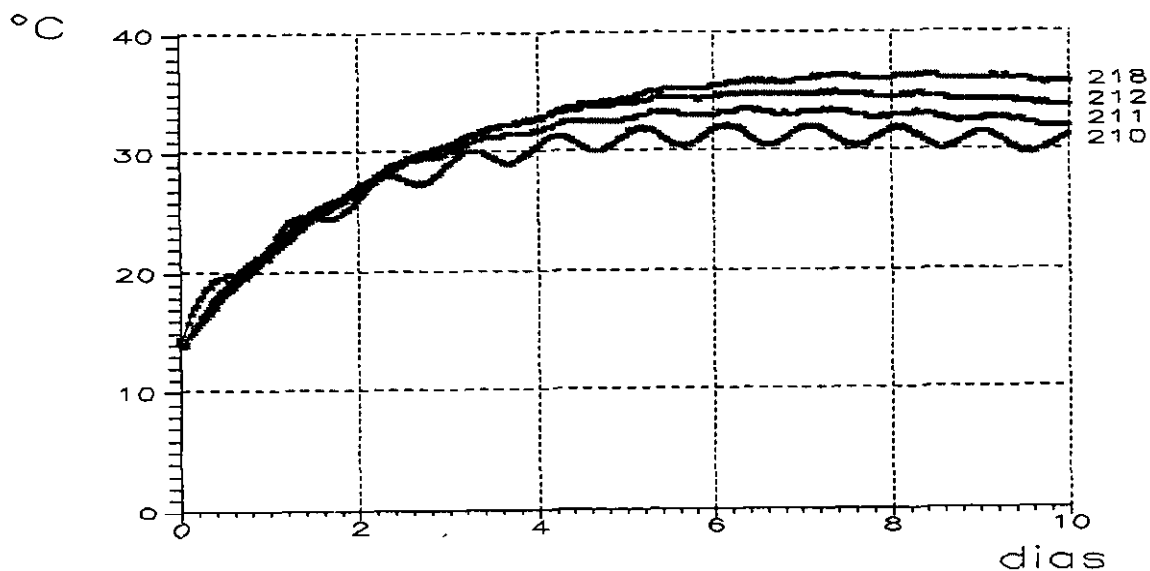


Fig. 8.26. Evolución térmica de la capa superior de la tongada activa.



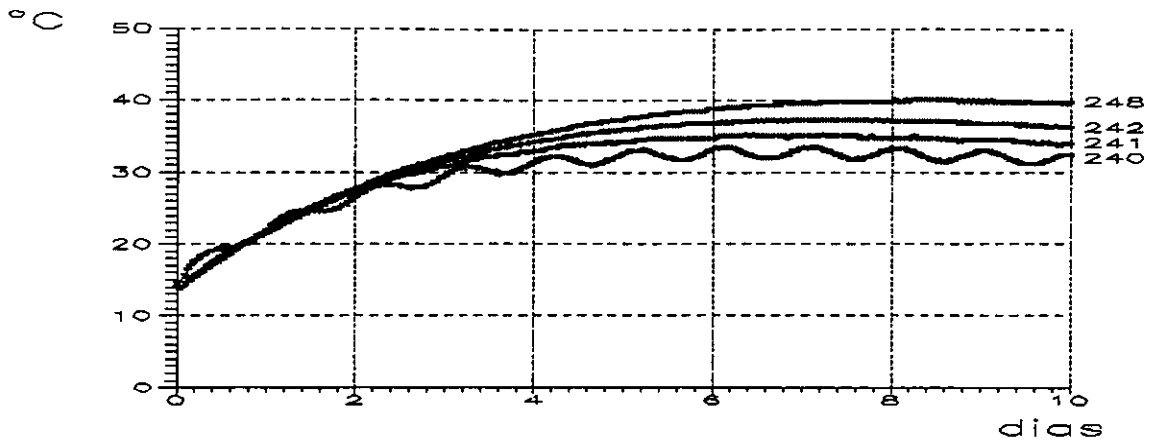


Fig. 8.27. Evolución térmica de una capa central de la tongada activa.

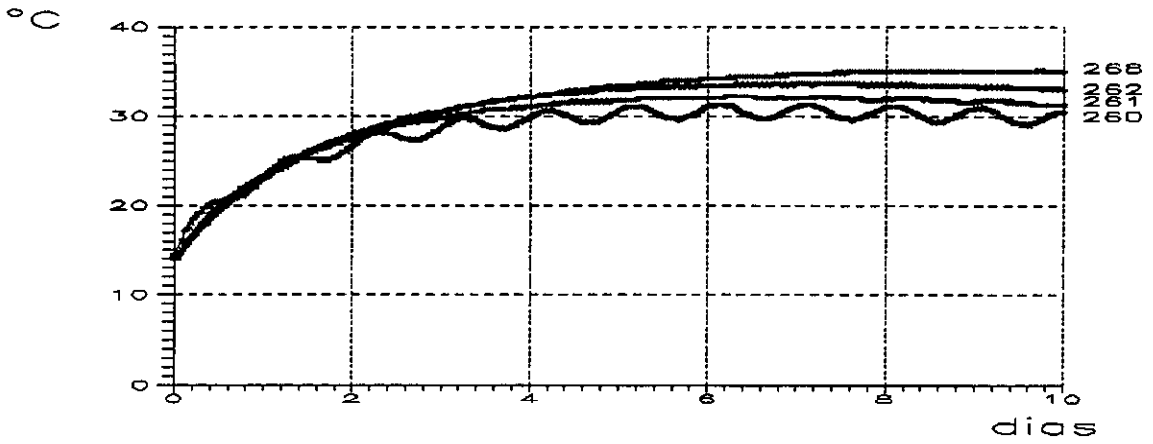


Fig. 8.28. Evolución térmica de la capa inferior de la tongada activa.

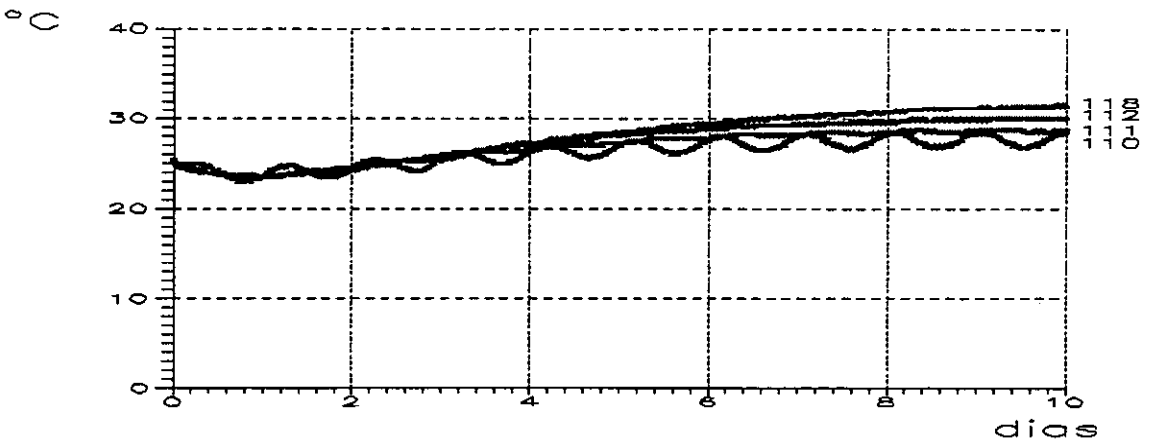
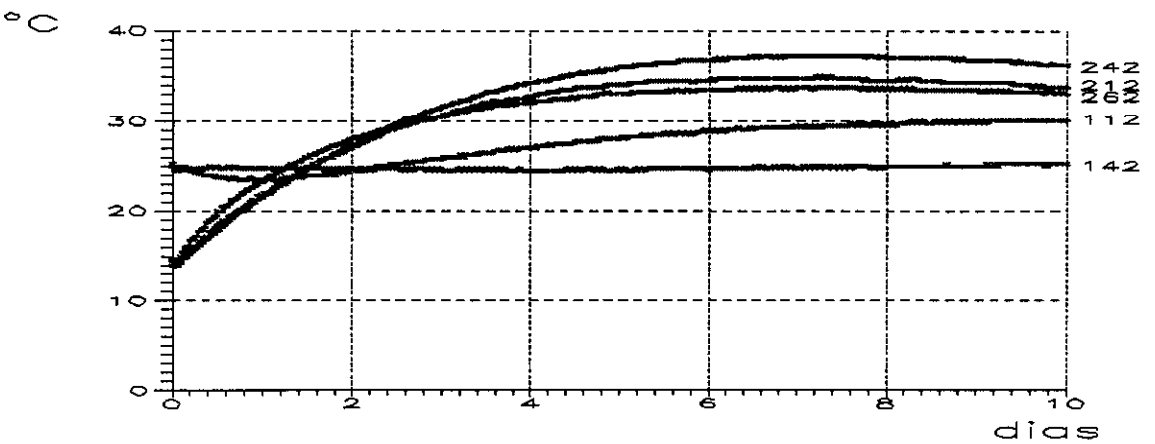
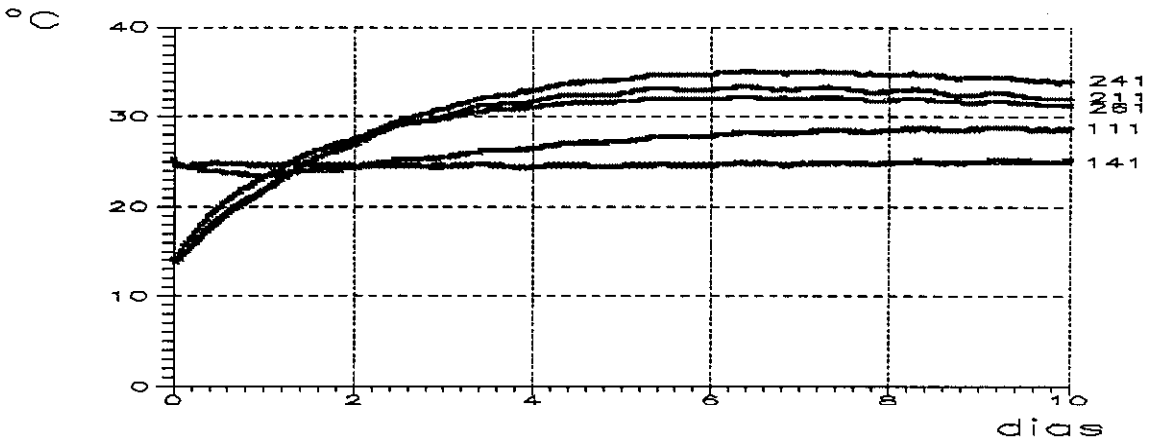
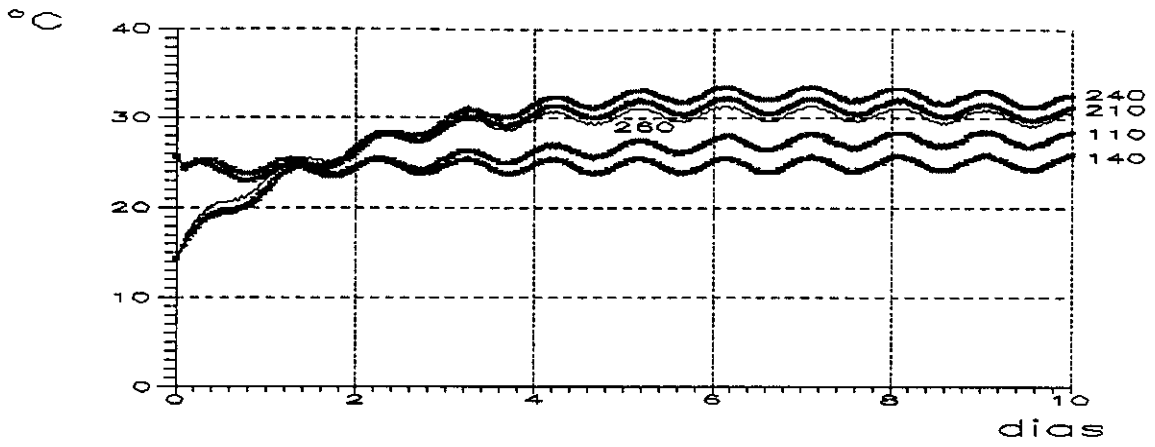


Fig. 8.29. Evolución térmica de la capa superior de la tongada pasiva.



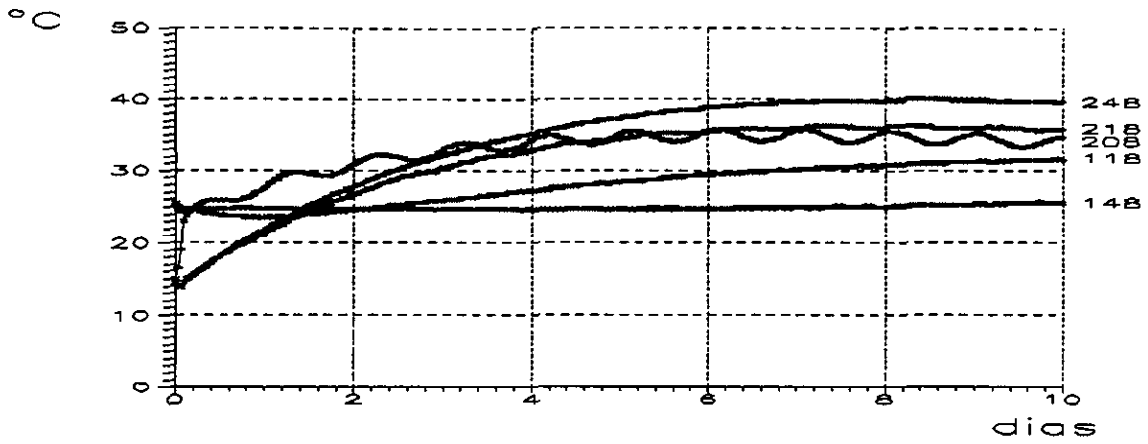


Fig. 8.33. Evolución térmica de una franja interior (ambas tongadas).

b) Hasta medio plazo

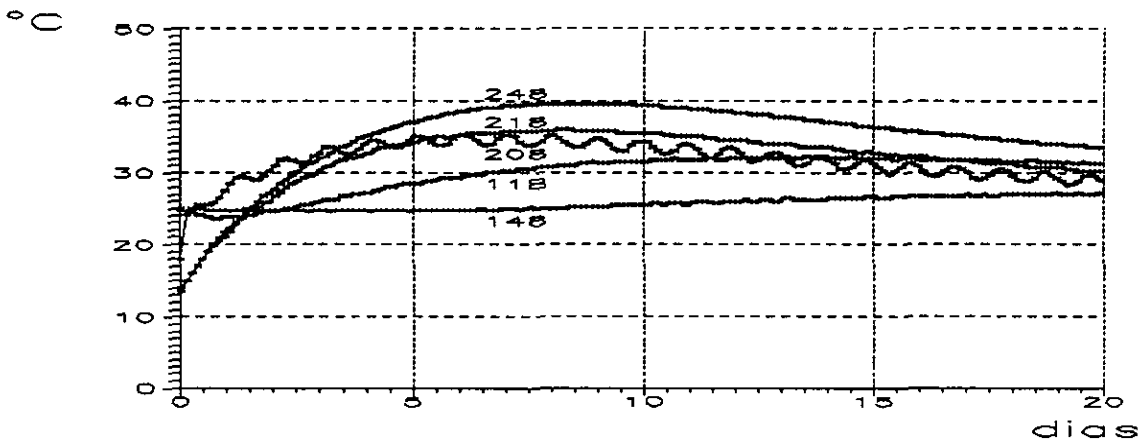


Fig. 8.34. Evolución térmica de una franja interior durante los 20 primeros días.

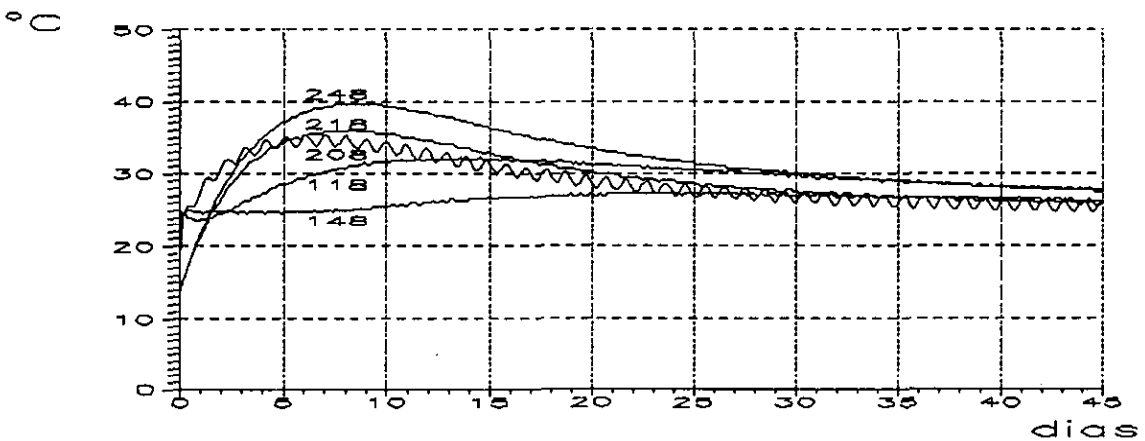


Fig. 8.35. Evolución térmica de una franja interior durante los 45 primeros días.

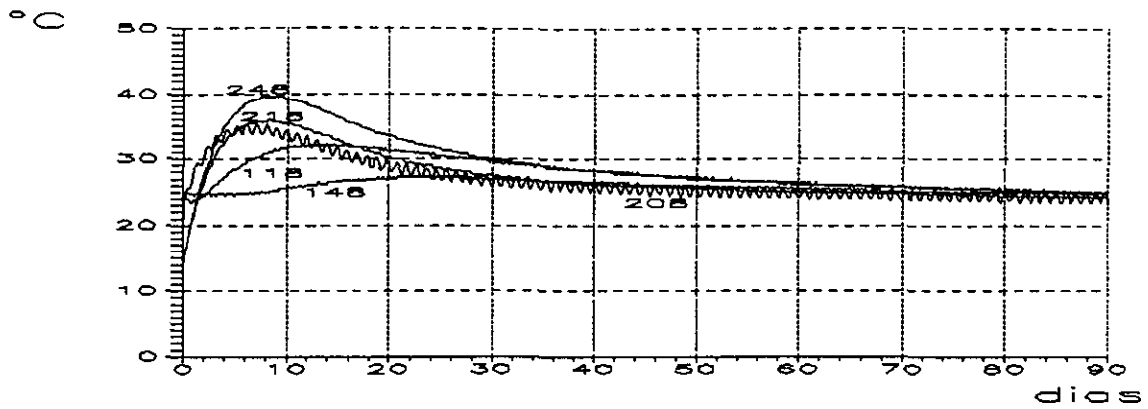


Fig. 8.36. Evolución térmica de una franja interior durante los 90 primeros días.

### 8.3.2.2. Flujos caloríficos

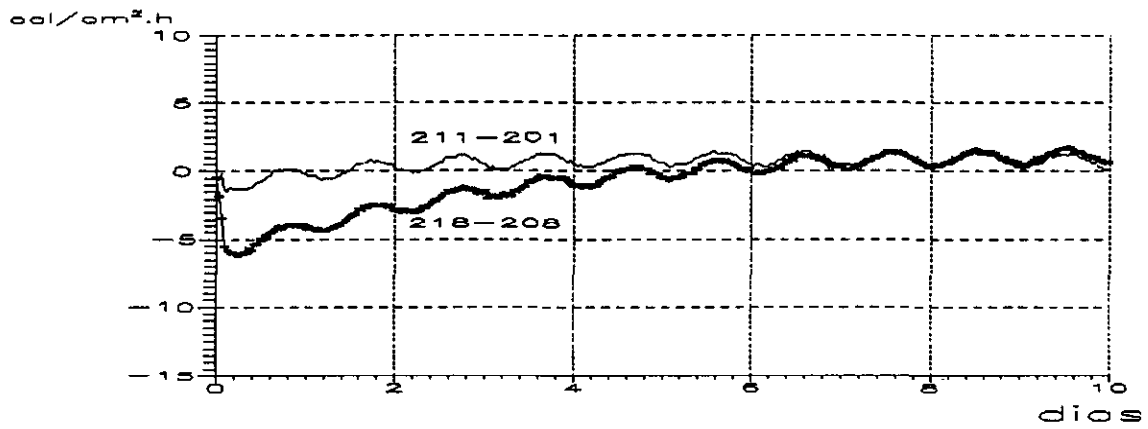


Fig. 8.37. Flujos caloríficos en la capa superior durante los 10 primeros días.

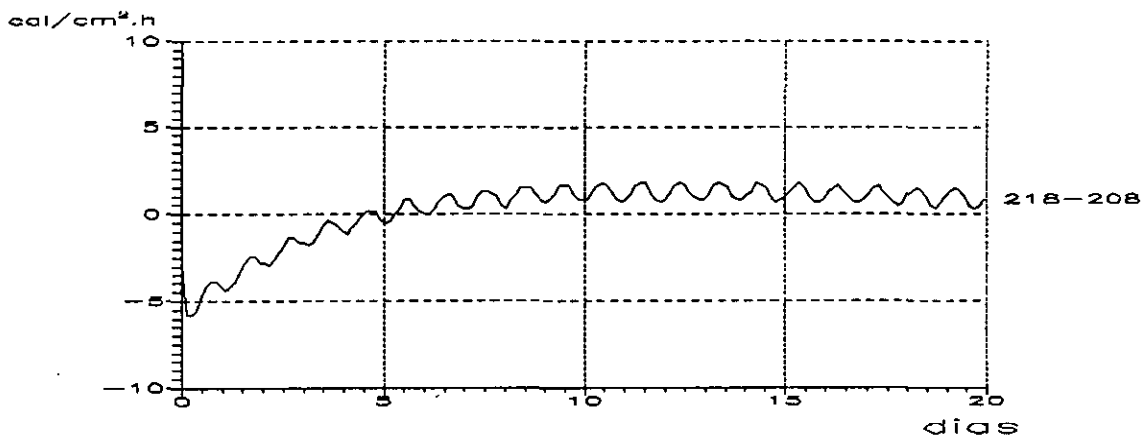


Fig. 8.38. Flujos caloríficos en la capa superior durante los 20 primeros días.

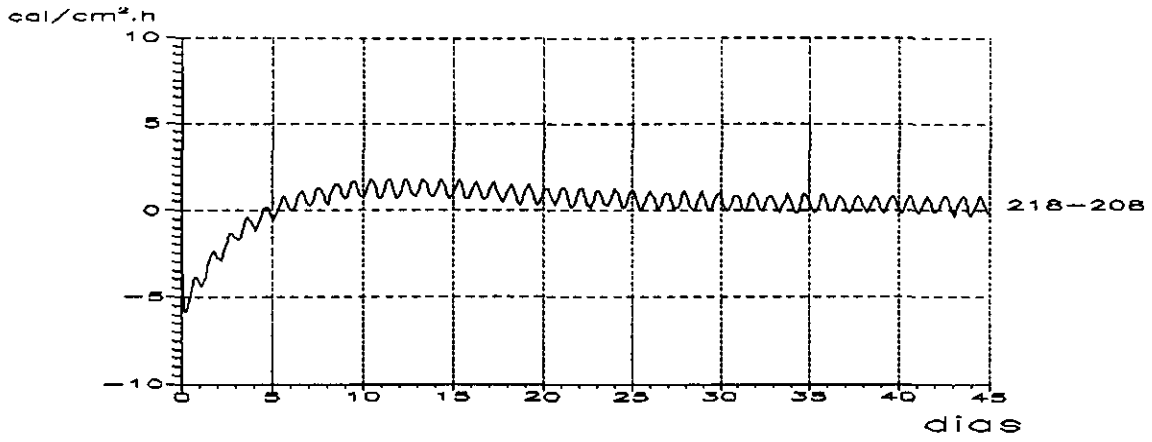


Fig. 8.39. Flujos caloríficos en la capa superior durante los 45 primeros días.

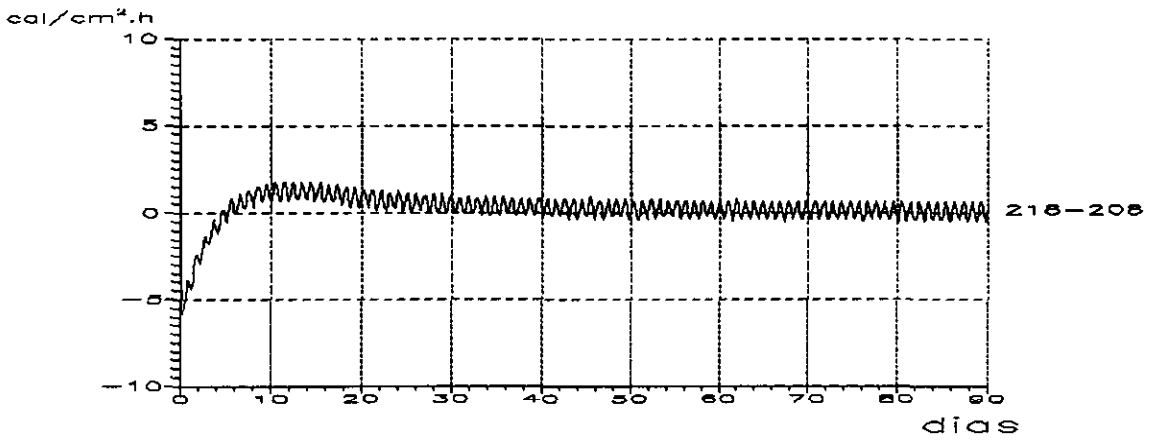


Fig. 8.40. Flujos caloríficos en la capa superior durante los 90 primeros días.

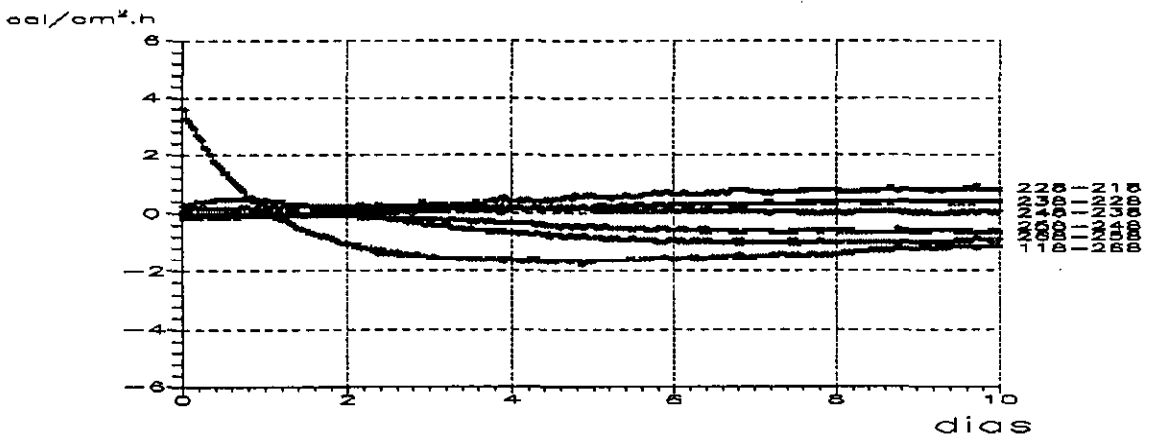


Fig. 8.41. Flujos caloríficos en una franja interior durante los 10 primeros días.

### 8.3.3. Hipótesis 3. Temperatura de puesta en obra: 16 °C

#### 8.3.3.1. Evolución térmica

a) Durante los primeros días

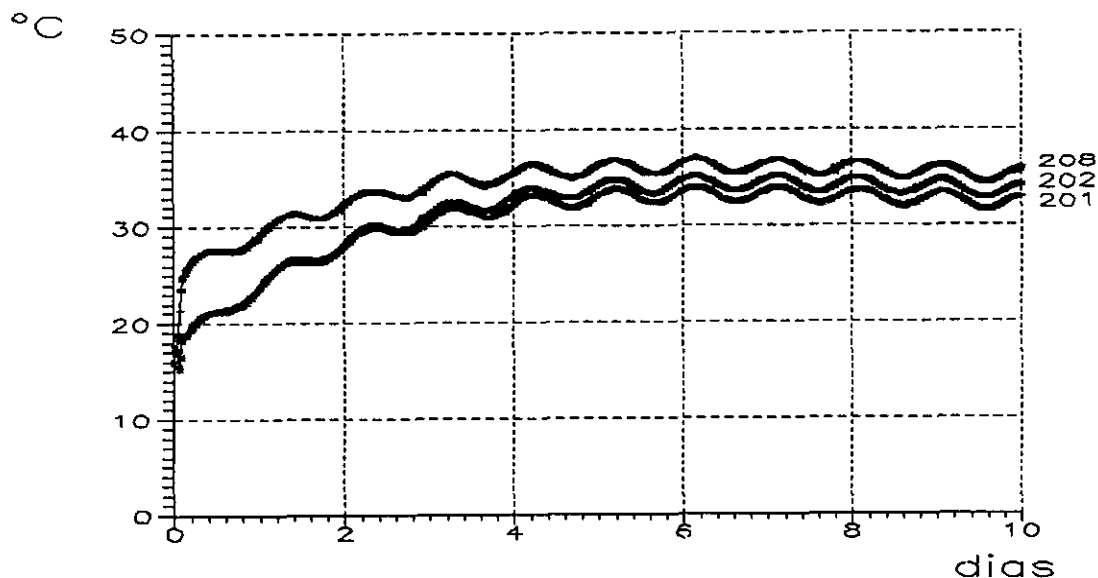


Fig. 8.42. Evolución térmica de la superficie superior (contorno en contacto con la atmósfera) de la tongada activa.

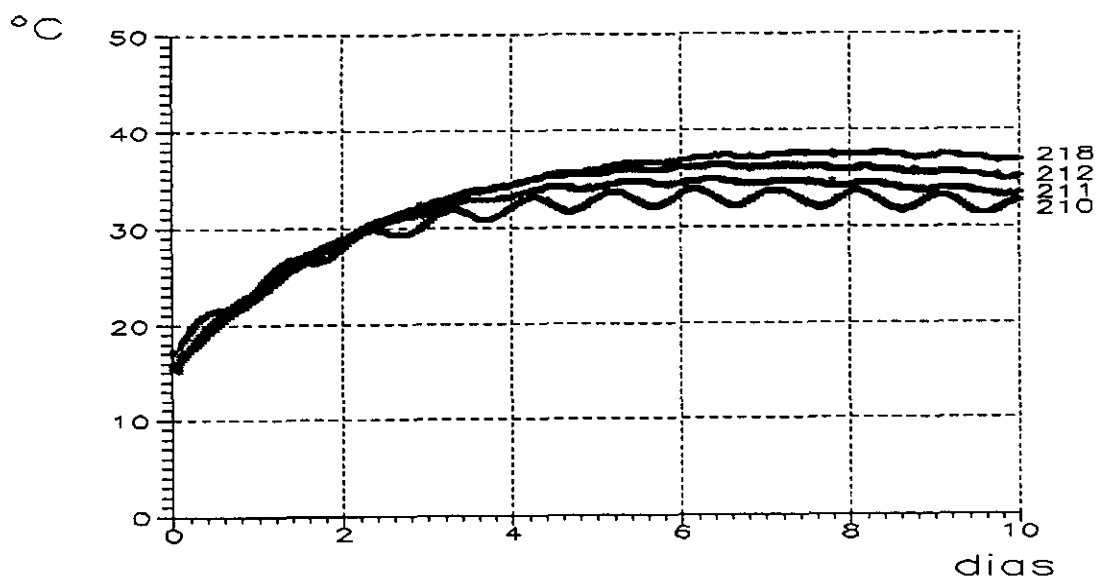


Fig. 8.43. Evolución térmica de la capa superior de la tongada activa.

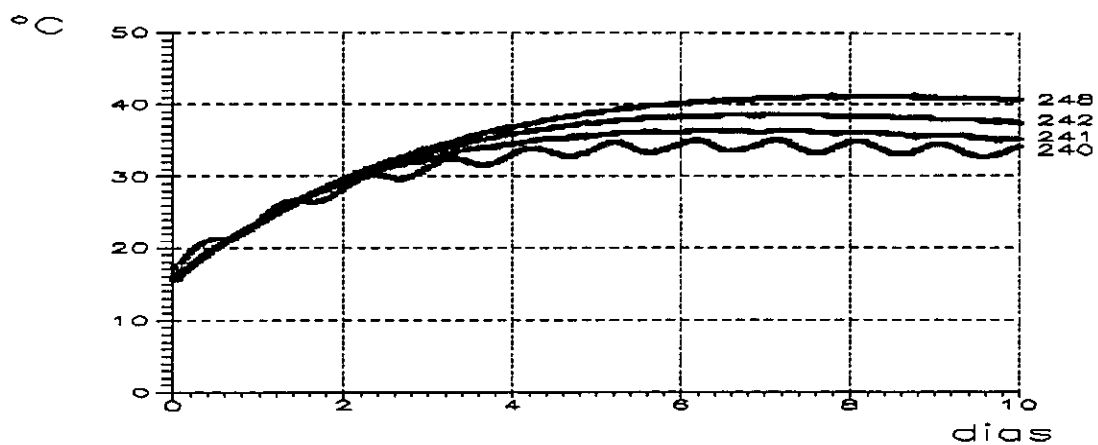


Fig. 8.44. Evolución térmica de una capa central de la tongada activa.

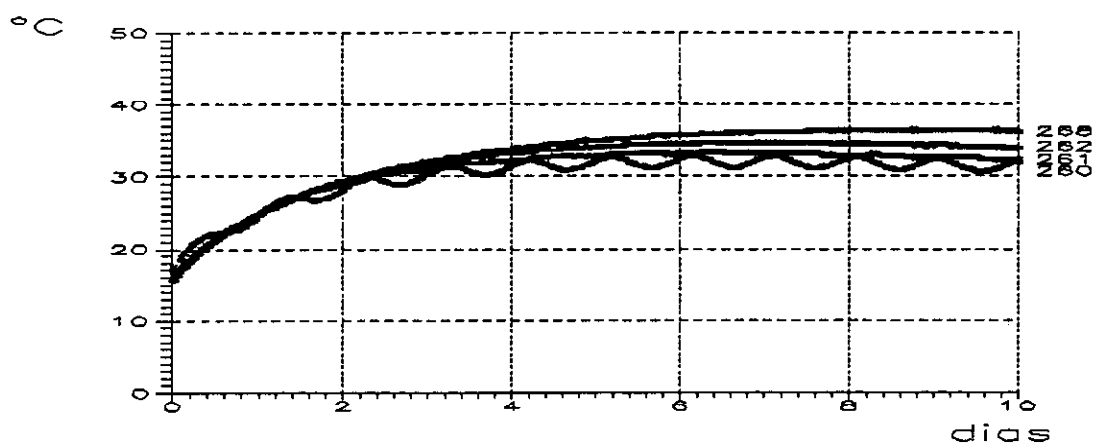


Fig. 8.45. Evolución térmica de la capa inferior de la tongada activa.

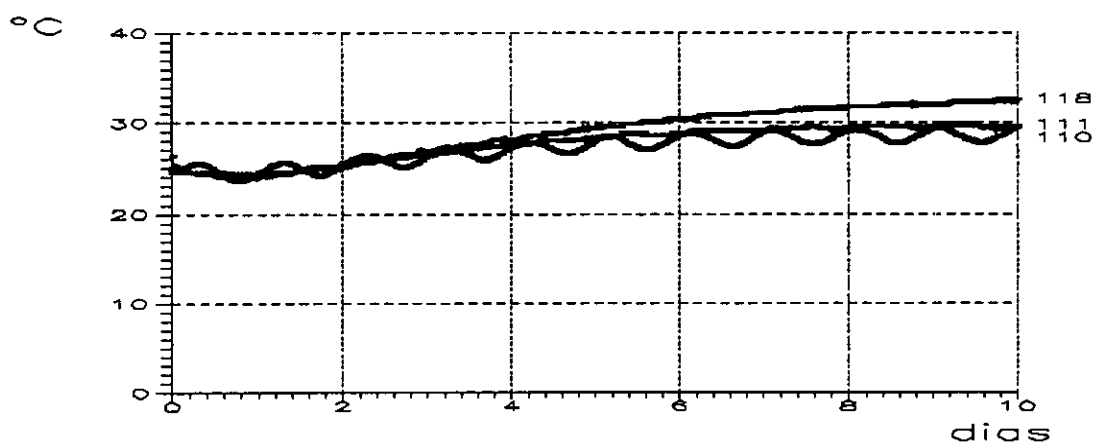
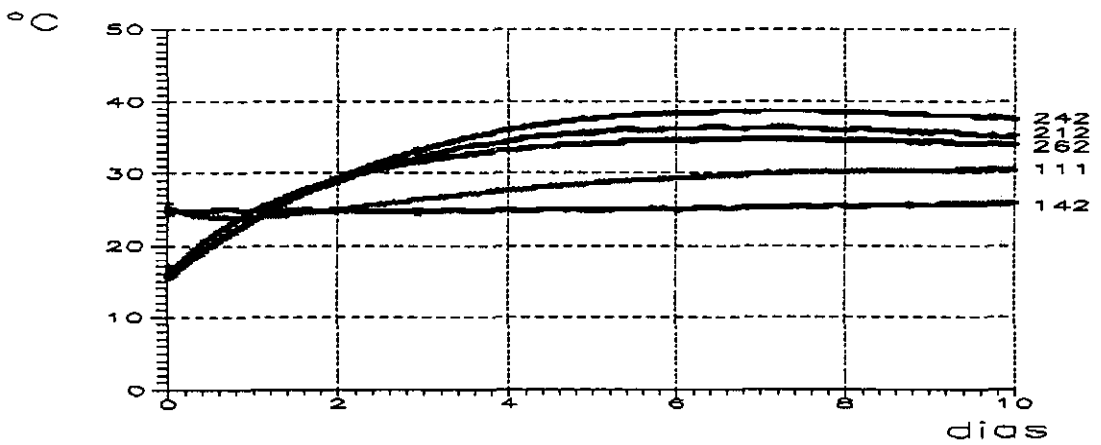
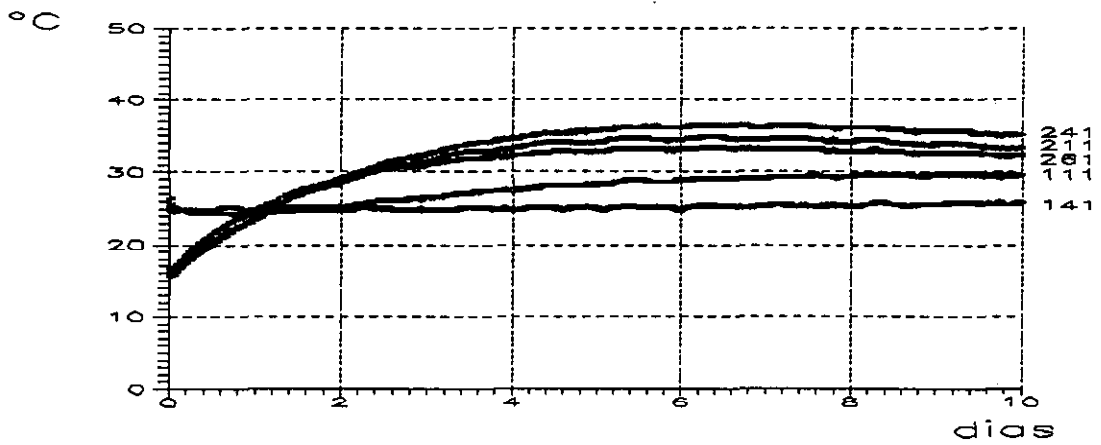
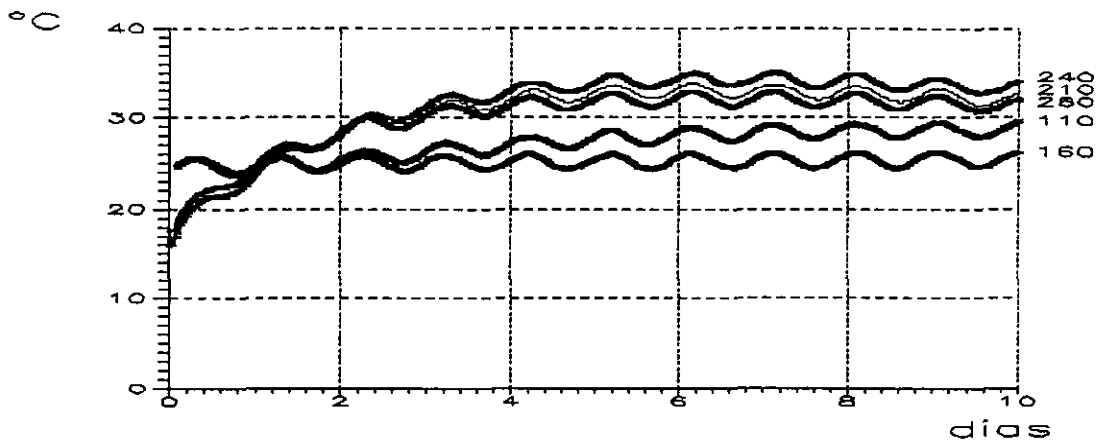


Fig. 8.46. Evolución térmica de la capa superior de la tongada activa.





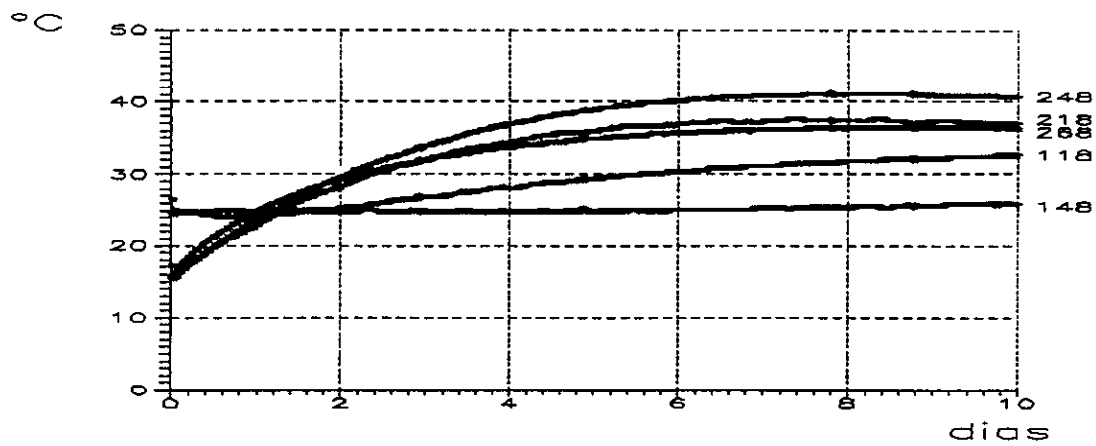


Fig. 8.50. Evolución térmica de una franja interior (ambas tongadas).

b) Hasta medio plazo

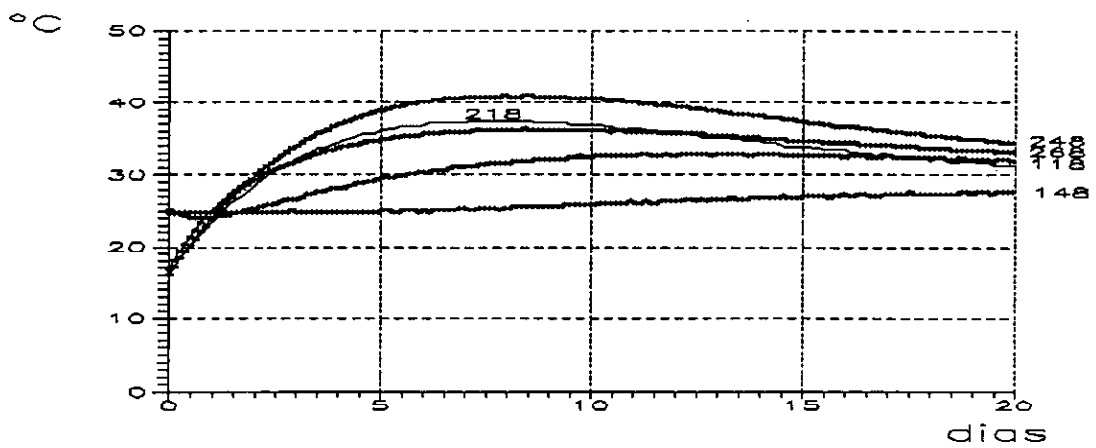


Fig. 8.51. Evolución térmica de una franja interior durante los 20 primeros días.

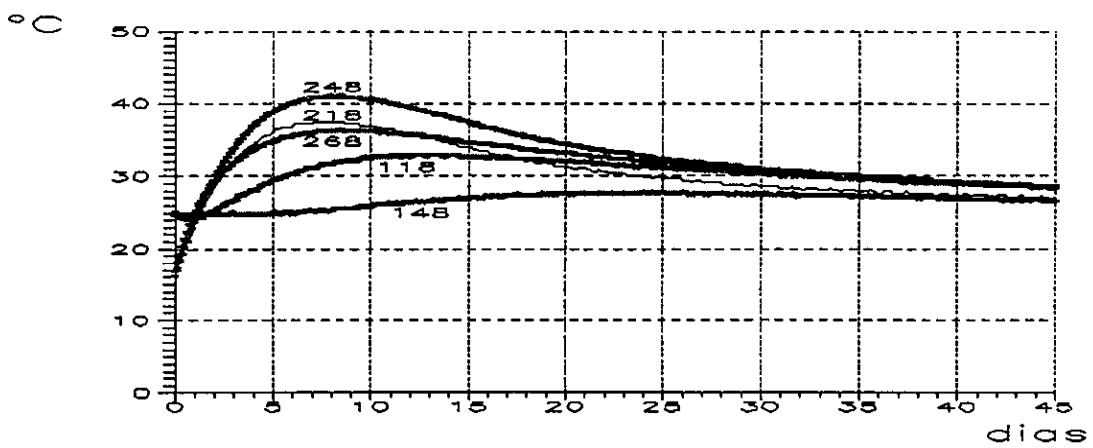


Fig. 8.52. Evolución térmica de una franja interior durante los 45 primeros días.

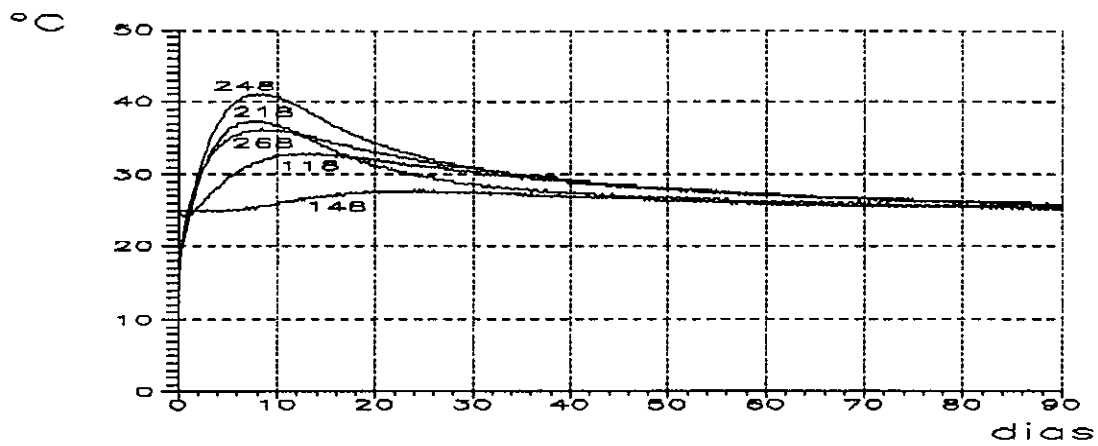


Fig. 8.53. Evolución térmica de una franja interior durante los 90 primeros días.

### 8.3.3.2. Flujos caloríficos

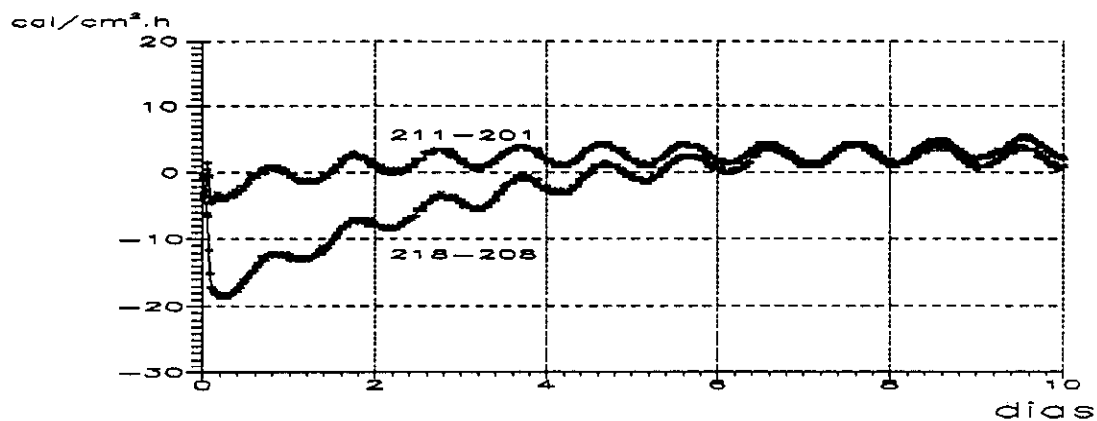


Fig. 8.54. Flujos caloríficos en la capa superior durante los 10 primeros días.

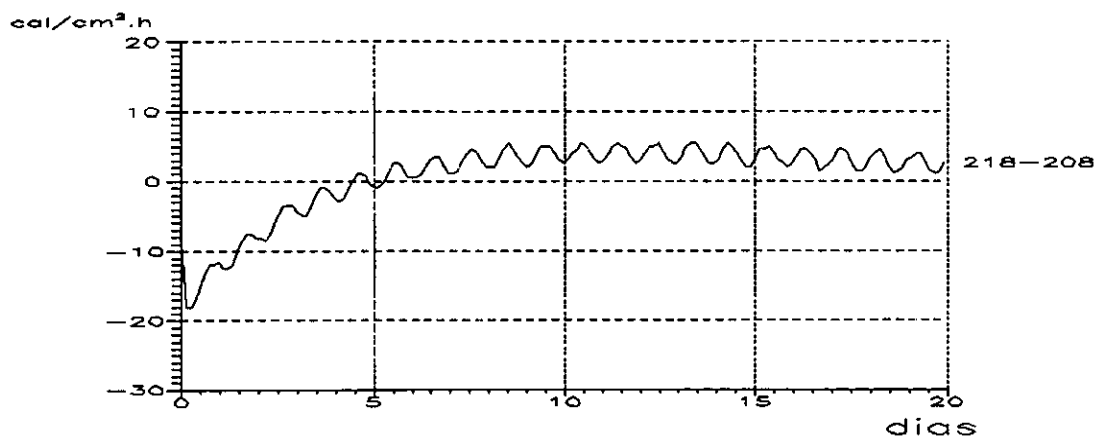


Fig. 8.55. Flujos caloríficos en la capa superior durante los 20 primeros días.

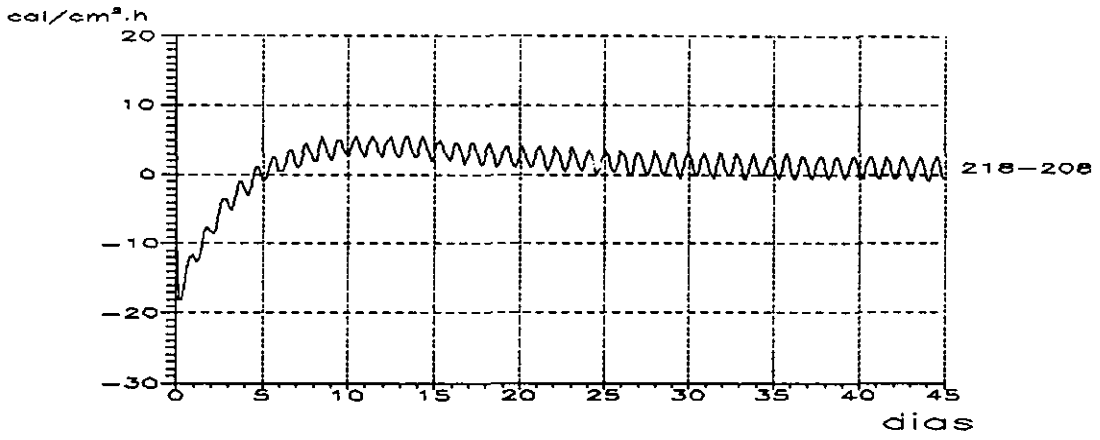


Fig. 8.56. Flujos caloríficos en la capa superior durante los 45 primeros días.

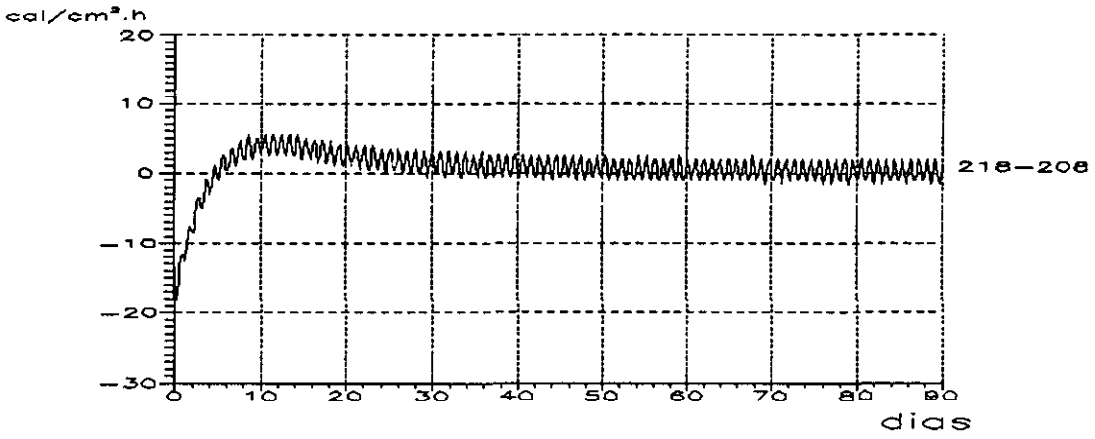


Fig. 8.57. Flujos caloríficos en la capa superior durante los 90 primeros días.

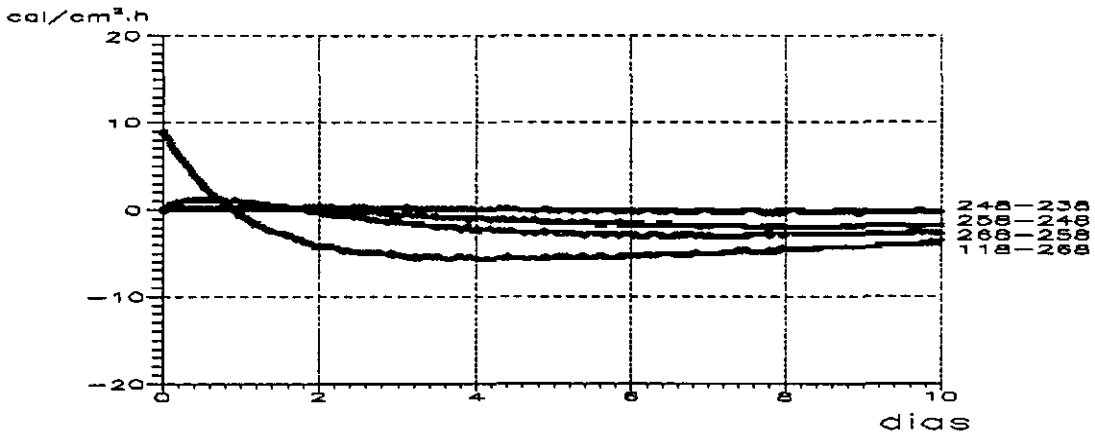


Fig. 8.58. Flujos caloríficos en una franja interior durante los 10 primeros días.

### 8.3.4. Hipótesis 4. Temperatura de puesta en obra: 20 °C

#### 8.3.4.1. Evolución térmica

a) Durante los primeros días

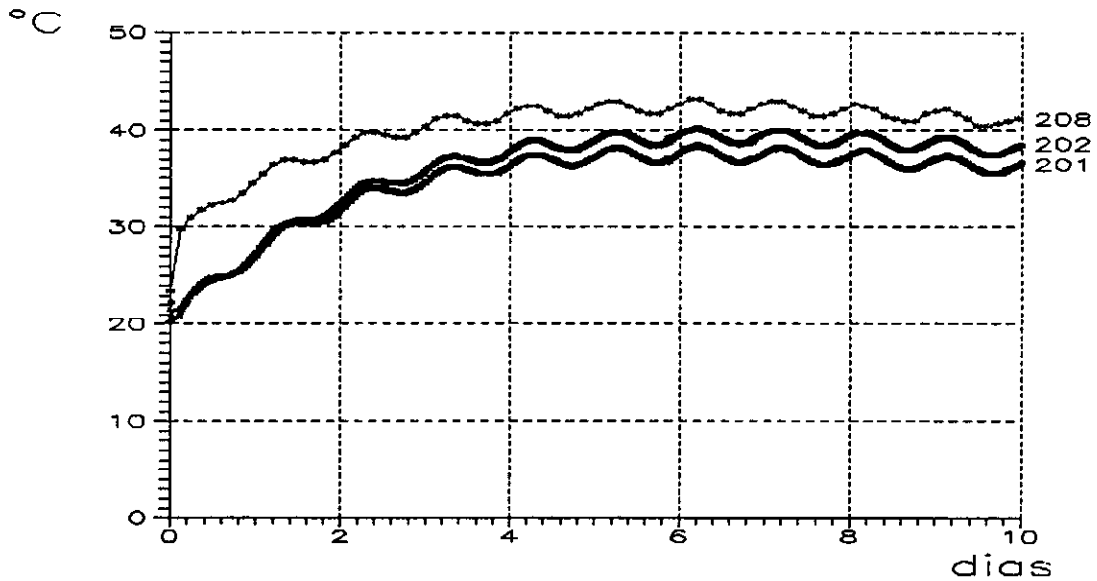


Fig. 8.59. Evolución térmica de la superficie superior (contorno en contacto con la atmósfera) de la tongada activa.

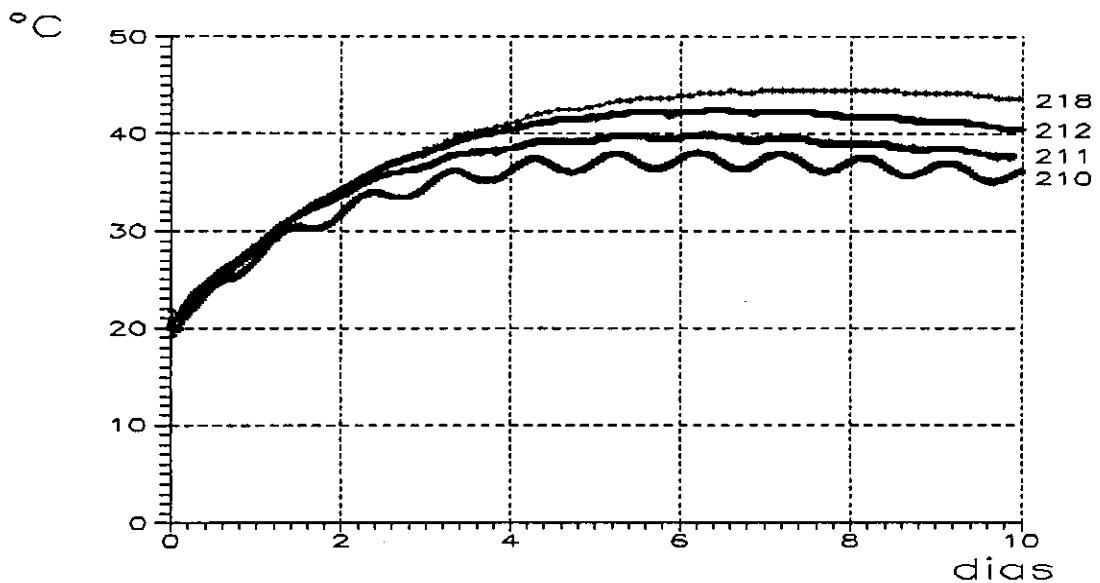


Fig. 8.60. Evolución térmica de la capa superior de la tongada activa.

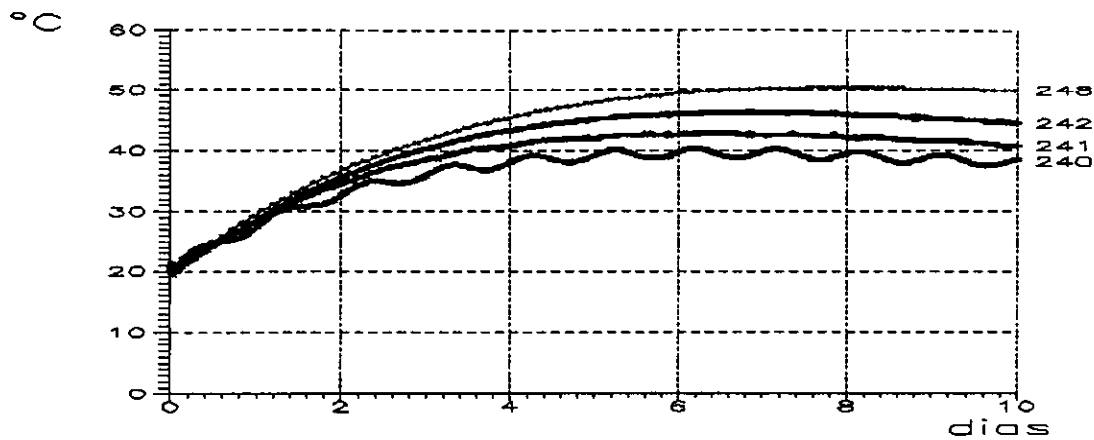


Fig. 8.61. Evolución térmica de una capa central de la tongada activa.

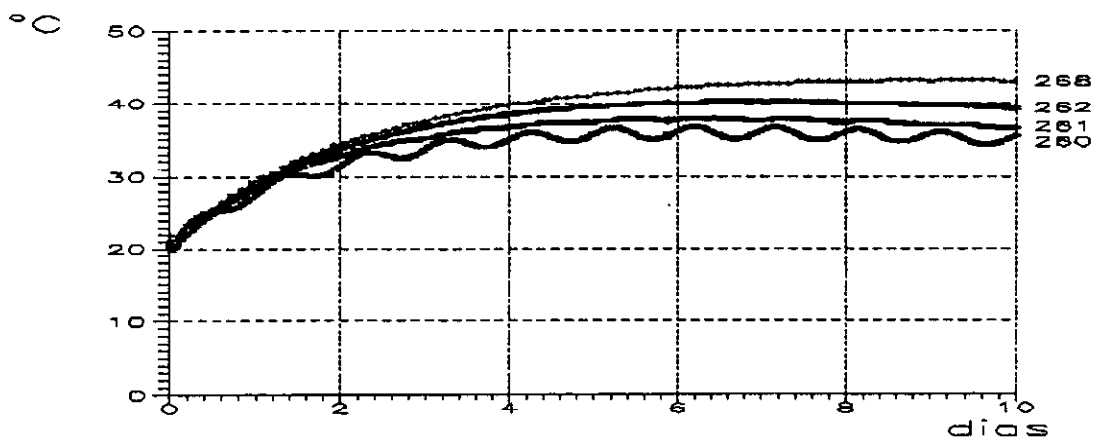


Fig. 8.62. Evolución térmica de la capa inferior de la tongada activa.

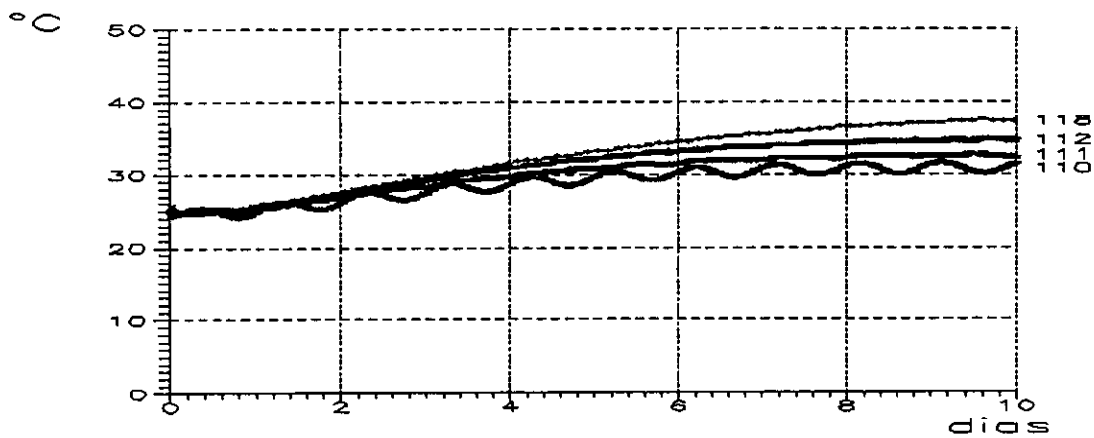


Fig. 8.63. Evolución térmica de la capa superior de la tongada pasiva.

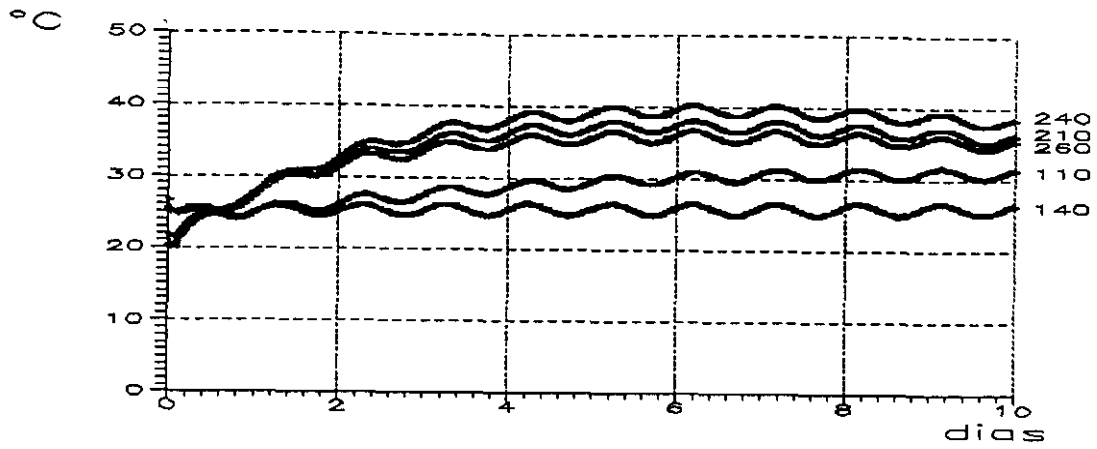


Fig. 8.64. Evolución térmica del paramento (ambas tongadas).

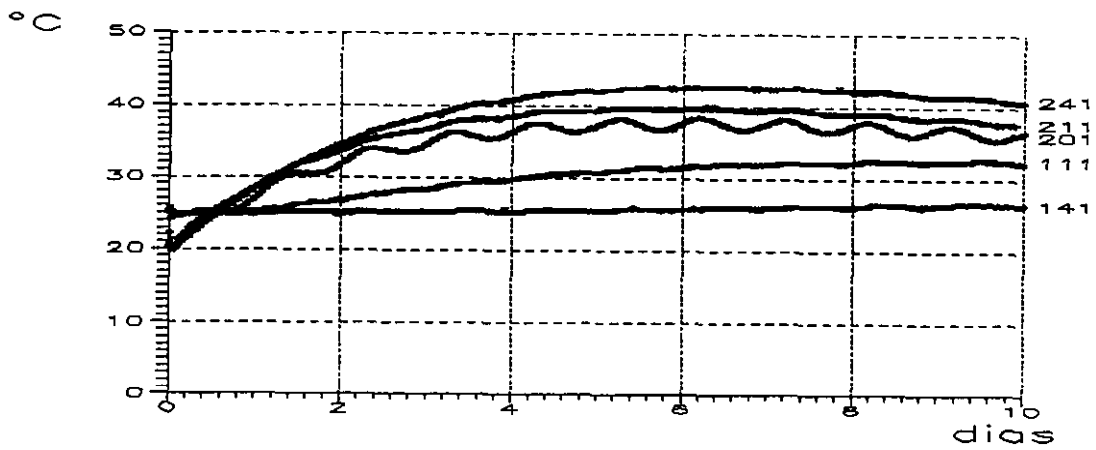


Fig. 8.65. Evolución térmica de la franja del paramento (ambas tongadas).

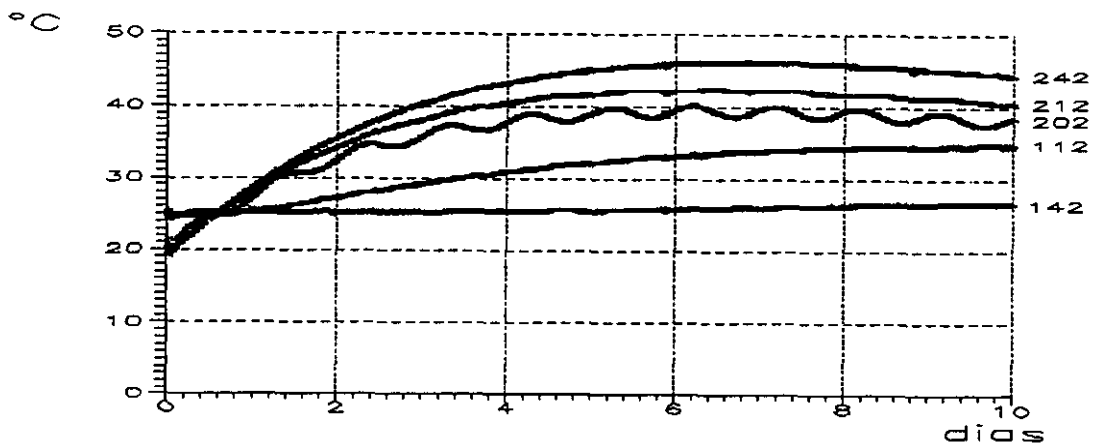


Fig. 8.66. Evolución térmica de la franja 2 (ambas tongadas).

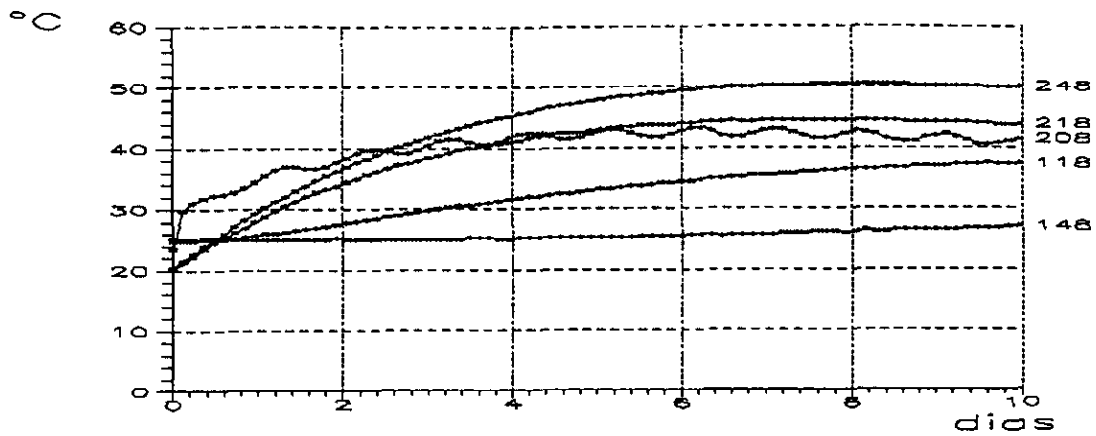


Fig. 8.67. Evolución térmica de una franja interior (ambas tongadas).

b) Hasta medio plazo

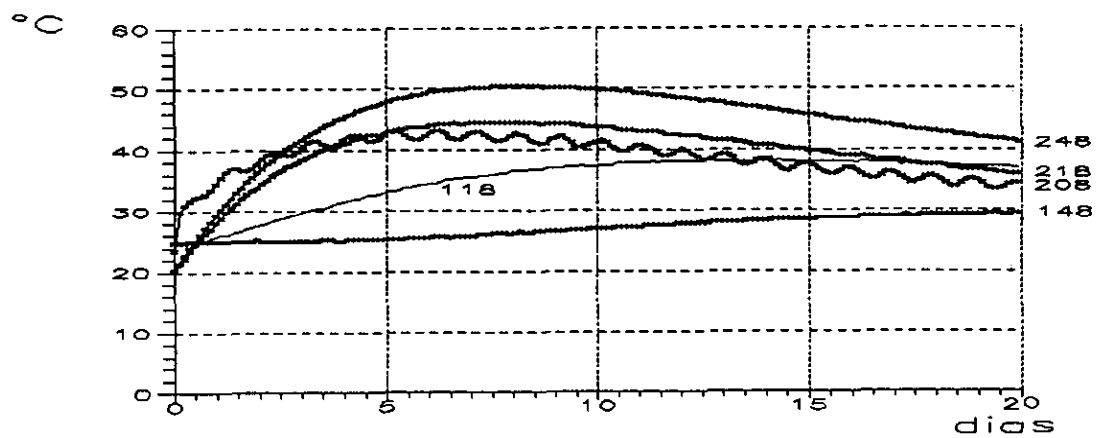


Fig. 8.68. Evolución térmica de una franja interior durante los 20 primeros días.

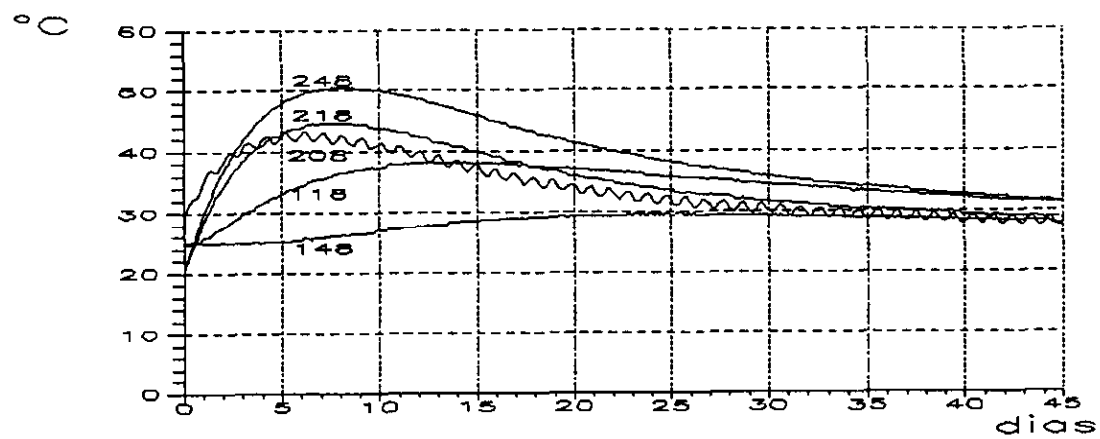


Fig. 8.69. Evolución térmica de una franja interior durante los 45 primeros días.

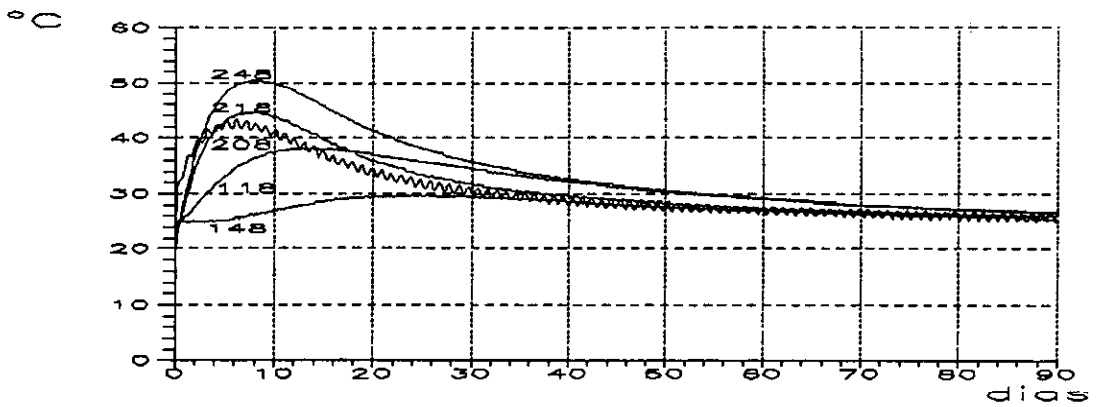


Fig. 8.70. Evolución térmica de una franja interior durante los 90 primeros días.

### 8.3.4.2. Flujos caloríficos

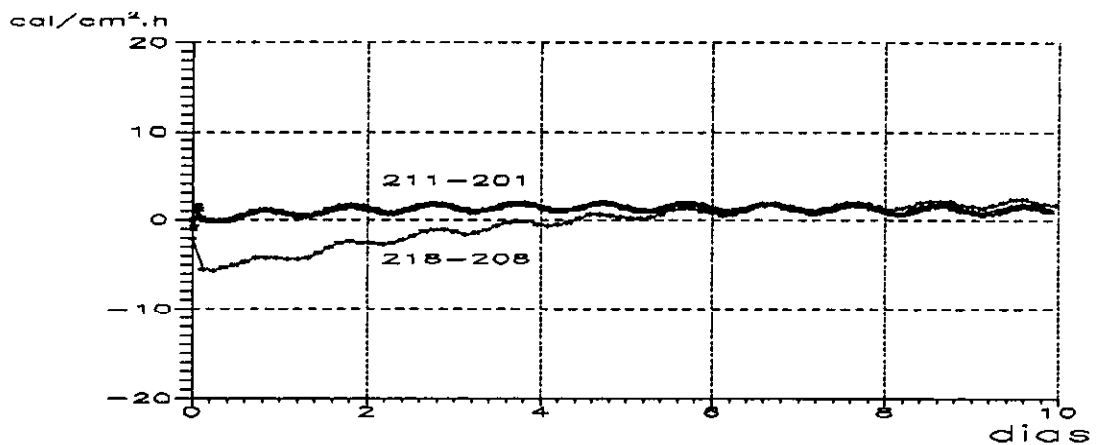


Fig. 8.71. Flujos caloríficos en la capa superior durante los 10 primeros días.

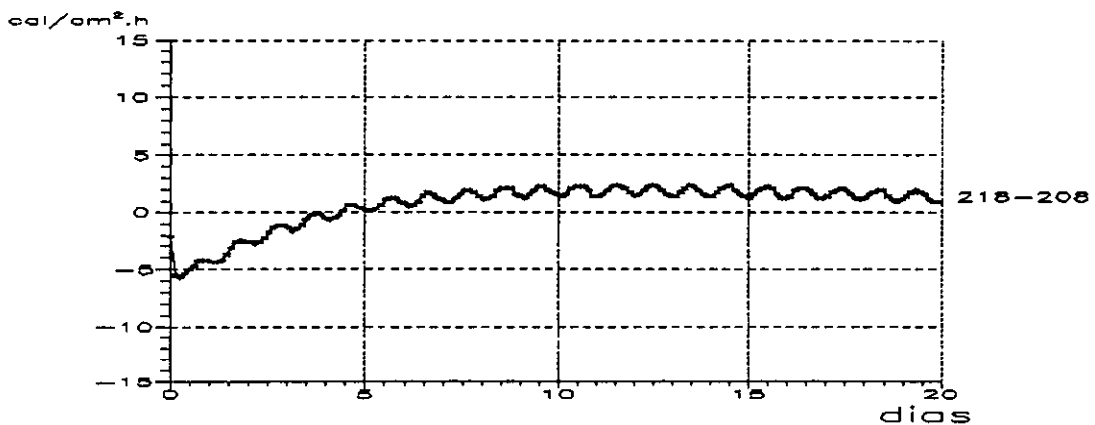
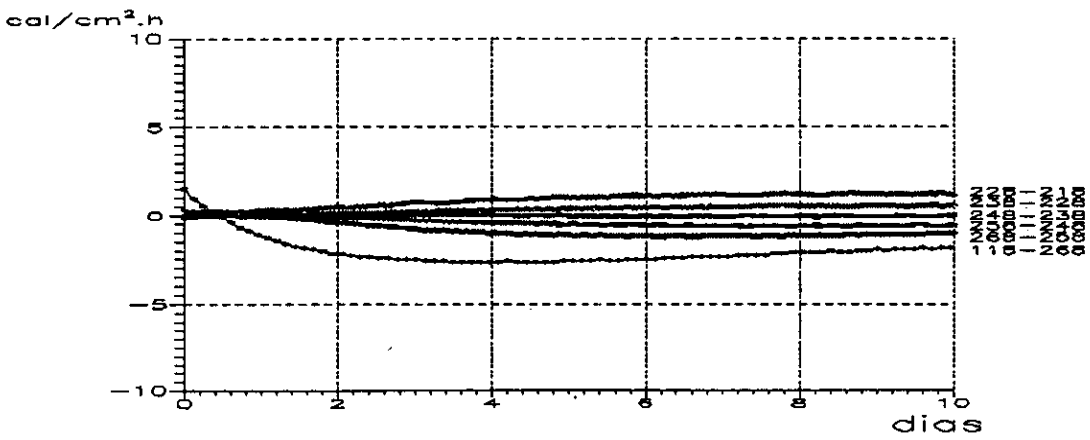
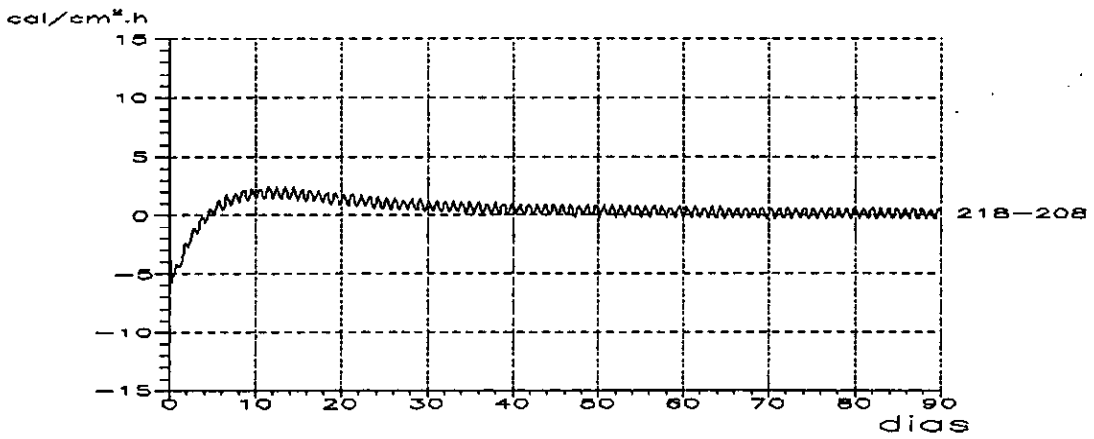
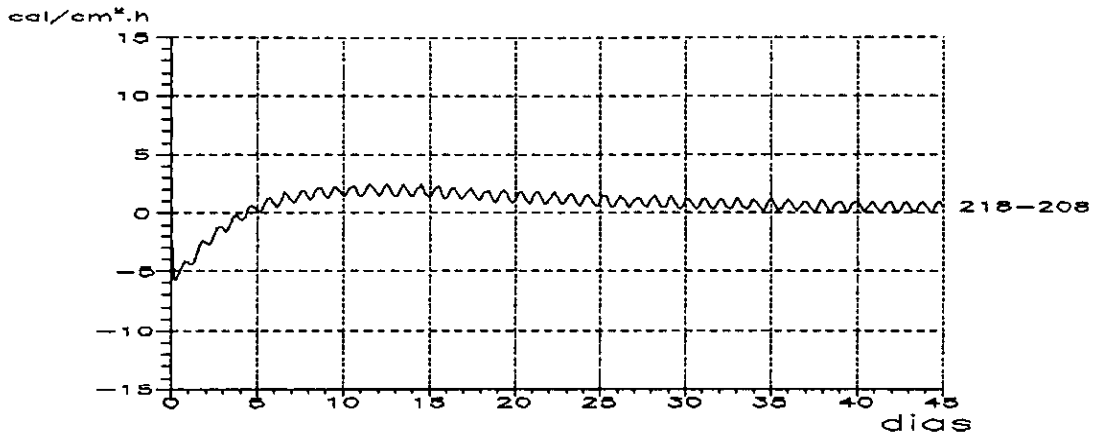


Fig. 8.72. Flujos caloríficos en la capa superior durante los 20 primeros días.





#### 8.4. Consideraciones complementarias

1ª. El conjunto de resultados obtenidos de la investigación sobre el modelo, clasificados y expuestos con suficiente detalle en el apartado 8.3 de este capítulo, ordenados en función de la temperatura de puesta en obra del hormigón, permiten una fácil reelaboración complementaria: representar en los distintos puntos de registro las curvas de evolución térmica según la temperatura de puesta en obra del hormigón, dibujando las cuatro curvas relativas a 12, 14, 16 y 20 °C en cada punto de interés (análogamente los flujos caloríficos entre cada dos puntos adyacentes). En la Fig. 8.76 se representa un caso: la evolución térmica en el punto 248, interior en la tongada activa, según las diferentes hipótesis de temperatura de puesta en obra.

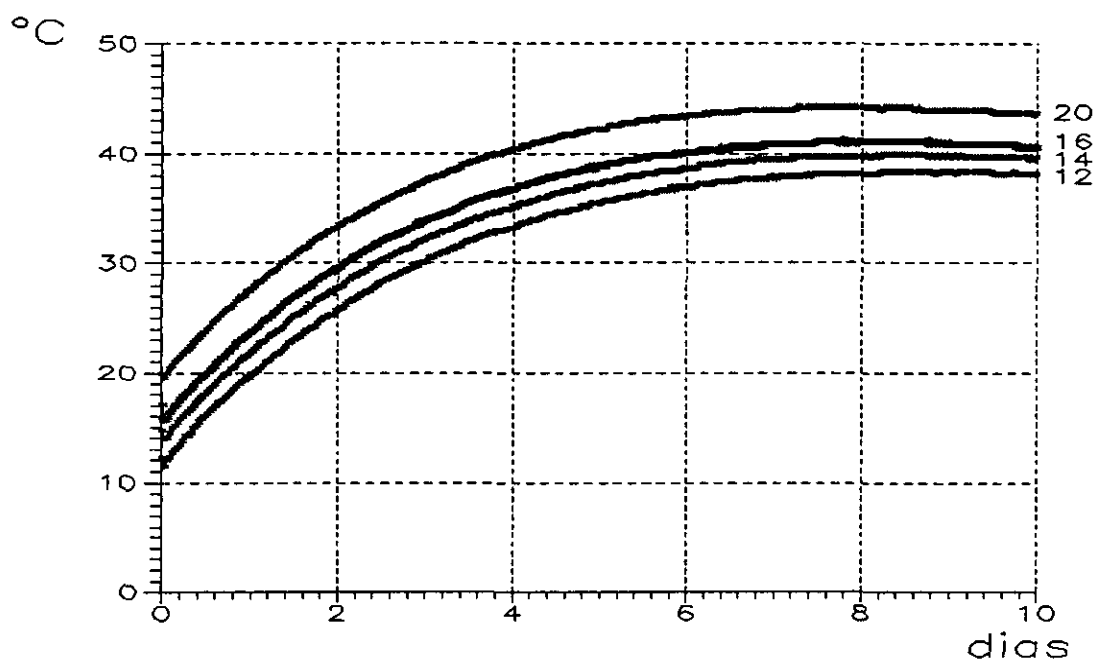


Fig. 8.76. Evolución térmica del punto 248 para diferentes temperaturas de puesta en obra.

2ª. Los resultados obtenidos se refieren a unas determinadas condiciones de la experimentación que se han explicitado en el apartado 8.2, tales que se han supuesto todos los parámetros fijos salvo la temperatura de puesta en obra del hormigón. La información que puede deducirse del modelo (dadas las posibilidades de éste por su flexibilidad) es de espectro muy extenso; en particular, pueden variarse, entre ciertos límites amplios y con diferentes grados de complejidad, los parámetros siguientes:

- a) Los espesores de las tongadas (y, en consecuencia, las dimensiones de las celdas y, por ello, las distancias correspondientes entre puntos de registro).
- b) Las características térmicas pasivas del hormigón: conductividad térmica, densidad y calor específico.
- c) La curva de generación de calor de la hidratación del cemento.
- d) Las condiciones ambientales de temperatura.
- e) El coeficiente de convección (en la capa límite) hormigón-atmósfera.
- f) El proceso de hormigonado. (El modelo se ha concebido con tres tongadas: una inferior pasiva, una intermedia activa y otra superior también activa; de modo que la superior pueda colocarse sobre la intermedia con el intervalo de tiempo que se desee. En esta primera fase de la experimentación sólo se han considerado dos tongadas: una inferior pasiva y otra superior activa).

A la luz de estas grandes posibilidades deben concebirse y planificarse las investigaciones sucesivas.

3ª. He considerado, con unas u otras palabras, a lo largo de esta tesis, que se ha llegado casi tan lejos ... como es posible en el ámbito de las teorías físicas del calor, de los medios continuos y de la simulación analógica en sus aspectos fundamentales. Dado que los estudios realizados se refieren al hormigón en masa, previsto principalmente para grandes presas, debe aprovecharse la circunstancia de sus procesos de construcción para utilizarlas como laboratorios especializados de registros reales de temperaturas, permitiendo así el contraste con los resultados del modelo. [En la presa de El Gergal (Sevilla) y en Daule-Peripa (Ecuador) se han hecho estudios directos de interés relevante en los que he participado].

4ª. El fenómeno de la transmisión del calor en las superficies exteriores (contorno) -en ambos sentidos: evacuación e intrusión- es enormemente complejo; señalo, entre otras, las siguientes causas: convección en la capa límite atmosférica, cubrimiento por encofrados en el paramento durante la primera etapa, insolación (radiación solar) o no, acción variable del viento, posible riego o curado superficial, lluvia, etc... Este conjunto de posibles acciones aún no se ha cuantificado con garantía suficiente y mucho menos su acción conjunta; no bastaría, por otra parte, con la acción

conjunta media sino que sería preciso conocer su evolución temporal (en particular, la notable diferencia día-noche, días de sol-días nublados, etc).

En los ensayos cuyos resultados se recogen en esta primera fase dicho conjunto de fenómenos se representa como se ha indicado en el apartado 8.2, de acuerdo con las características medias usuales, por un valor único fijo que los englobe definido por el coeficiente de convección, o mejor, coeficiente global de transmisión superficial del calor,  $h = 4 \cdot 10^{-4} \text{ kcal/m}^2 \cdot \text{s} \cdot ^\circ\text{C}$ . Considero, también, muy interesante efectuar *in situ* un adecuado seguimiento de las condiciones reales atmosféricas y del tratamiento superficial del hormigón durante la construcción de la obra. Para el futuro convendría conocer datos lo más completos posibles relativos a ambas cuestiones con objeto de estimar (calcular) valores más apropiados para el coeficiente de transmisión superficial del calor.

Quiero, finalmente, comentar (con espíritu autocrítico) el fruto de algunas reflexiones:

a) El valor de  $h$  utilizado en esta primera fase de la investigación puede considerarse netamente bajo; no obstante, es útil como referencia para la fijación de condiciones de baja evacuación (y, también, de baja intrusión) del calor, es decir, con otras palabras, sitúa la experimentación del lado de la seguridad desde la perspectiva de las temperaturas que alcanza el hormigón en el interior de las tongadas que resultan, en consecuencia, más altas.

b) Los resultados relativos a las temperaturas en puntos próximos al contorno, por el contrario, se presentan en estos ensayos con oscilaciones menores que en la realidad (o bien, notablemente suavizados); sin embargo, las diferencias de temperaturas entre puntos próximos varían poco con la temperatura de puesta en obra del hormigón, 12, 14, 16 ó 20 °C.

c) En los próximos estudios relativos al análisis particular de la zona parasuperficial debo tratar esta cuestión con más detalle y rigor.

## **CAPITULO 9. FASE SEGUNDA DE LA EXPERIMENTACION: ESTUDIO DETALLADO DE LA ZONA PARASUPERFICIAL Y DE LAS INFLUENCIAS DEL ESPESOR DE LAS TONGADAS Y DEL COEFICIENTE DE TRANSMISION SUPERFICIAL DEL CALOR EN LOS RECINTOS DE HORMIGON PUESTO EN OBRA EN SU TOTALIDAD SIMULTANEAMENTE, A DIFERENTES TEMPERATURAS, CON RITMO LENTO DE HORMIGONADO**

### **9.1. Objeto de estudio**

#### **9.1.1. Objeto fundamental**

El objeto fundamental (e inicial) de este estudio consiste en conocer

- \* el *campo térmico* (es decir, el campo de las temperaturas,  $T(P,t)$ , en el espacio y en el tiempo) con *detalle* y *rigor*.
- \* y los *flujos de calor*

en la *zona parasuperficial* de una tongada de hormigón desde su puesta en obra.

Esta región presenta un interés especial dado que las superficies de las tongadas se encuentran sometidas a condiciones muy variables tanto naturales (temperatura, pluviometría, humedad, viento, ... [día-noche, invierno-verano, ...] ) como artificiales (encofrados, riego, curado, ...). Desde el punto de vista mecánico las variaciones de estas condiciones de contorno generan unas tensiones de origen térmico que pueden ser causa de fisuración superficial. En el caso del paramento, en principio, no afectaría a la estabilidad de la presa (sí a la estética, a la apariencia), pero podría crear problemas de resistencia mecánica en el caso de fisuración superficial en las uniones de tongadas (posteriormente, en el seno del cuerpo de hormigón de la presa), lo que invita y obliga a cuidar con esmero las uniones entre tongadas.

El conocimiento que se desea de la zona parasuperficial puede concretarse en puntos situados a 0 (superficie), 5, 10 y 15 cm, respectivamente, de la superficie.

El fenómeno físico de la *transmisión del calor* a través de las superficies exteriores (contorno) -en ambos sentidos: evacuación e intrusión- es enormemente complejo debido a las variaciones de las condiciones externas indicadas anteriormente; las acciones motivadas por esos elementos, que sepamos, no se han cuantificado con

garantía suficiente y mucho menos su acción conjunta; no bastaría, por otra parte, con la acción conjunta media sino que sería preciso conocer su evolución temporal (en particular, la notable diferencia día-noche, días de sol-días nublados, etc).

En el capítulo 8 "Estudio general de una tongada considerada puesta en obra en su totalidad simultáneamente, a diferentes temperaturas, con ritmo lento de hormigonado" se prestó una atención preferente al campo térmico en el interior del recinto hormigonado, tongadas de 2'00 m, y para su conocimiento se consideró que la acción conjunta se representase por un valor fijo único que englobara las diferentes acciones definido por el coeficiente de convección  $h = 4.10^{-4}$  kcal/m<sup>2</sup>.s.°C entre hormigón y atmósfera (en ambos sentidos) con ésta a una temperatura de variación sinusoidal de amplitud 10 °C (entre 20 °C a las 4 de la mañana y 30 °C a las 4 de la tarde). Este valor de  $h$  para los fenómenos de transmisión superficial del calor en obras al aire libre, en general, puede considerarse "relativamente bajo"; actúan a su favor, por ejemplo, la insolación diurna, la ausencia de viento, el curado al vapor, los encofrados; con él las temperaturas en el seno del hormigón resultan más altas, en general, y, por tanto, desde esta perspectiva supone la introducción de un coeficiente de seguridad.

En esta ocasión el objeto fundamental es el estudio con detalle y rigor de la zona parasuperficial; ello exige considerar, además, un valor "relativamente alto" para  $h$  se ha tomado  $h = 40.10^{-4}$  kcal/m<sup>2</sup>.s.°C ), con el fin de que los valores parasuperficiales no queden tan "suavizados"; actúan a favor de esta opción, por ejemplo, la noche, la mayor velocidad del viento, el riego.

El análisis de los resultados obtenidos para cada una de estas opciones y su contraste suponen una interesante aportación para avanzar en el conocimiento de la transmisión del calor en superficies de hormigón, y, por otra parte, muestra las posibilidades que ofrecen estos modelos para un estudio completo mediante la variación de las condiciones exteriores, estudio que podría resultar casi "definitivo" si se completase con un adecuado programa complementario en la realidad.

### **9.1.2. Objeto complementario**

La experimentación intensa relativa a la zona parasuperficial se ha realizado sobre las mismas estructuras básicas de modelo analógico que la descrita en capítulos anteriores, aprovechando la versatilidad del modelo. El análisis de las posibilidades del

modelo ha recomendado, como se explica en el apartado 9.2, simular tongadas de 1'20 m de espesor. He considerado de sumo interés, como objeto complementario, registrar resultados del comportamiento del hormigón considerado en la hipótesis de que las tongadas fuesen de 1'20 m; la comparación con los resultados relativos a tongadas de 2'00 m es muy instructiva y supongo que esta comparación puede resultar muy útil durante la etapa de definición del proceso de hormigonado y, posteriormente, durante la construcción de la obra, en función de las condiciones climáticas.

## **9.2. Condiciones de la experimentación**

### **9.2.1. Nota preliminar**

Los resultados experimentales que se ofrecen en el apartado 9.3, que constituyen la parte fundamental de este informe, deben interpretarse y valorarse a la luz de las condiciones que se describen en este apartado 9.2 ya que son consecuencia de estas condiciones y no tienen validez al margen de ellas. Es de sumo interés, por tanto, mejorar el conocimiento de las características térmicas del hormigón, de los parámetros ambientales y del proceso de transmisión superficial del calor; cuanto más acorde con la realidad sea dicho conocimiento tanto más acordes serán con ella los resultados que se obtengan del modelo; conviene tener esto presente para investigaciones futuras.

### **9.2.2. Recinto geométrico de hormigón simulado; modelos analógicos para la investigación.**

#### **9.2.2.1. Consideraciones relativas a la geometría de las tongadas y a las estructuras básicas del modelo**

La condición peculiar que debe cumplir el modelo analógico en esta ocasión consiste en disponer de puntos de registro situados a 5, 10 y 15 cm, respectivamente, de la superficie de contacto con la atmósfera.

Las estructuras básicas construidas en el modelo previamente al inicio de la experimentación respondían a la simulación de tres tongadas (ver Fig. 9.1), de modo que la inferior ya hubiese concluido su fraguado, la 2ª se pusiera en obra en un determinado momento (considerado como instante inicial) y la tercera se hormigonase en el momento posterior que se deseara (4, 6, 10, ... días) antes de que la 2ª hubiese acabado su fraguado. Unos complejos sistemas de conmutación y temporización permitían simular

este proceso. Cada tongada se había representado mediante una red RIC correspondiente a 6 capas horizontales y 11 franjas verticales, lo que supone, con el contorno, un total de  $(8 \times 11 + 6 = )$  94 puntos de registro (ver Fig. 9.2 y 9.3).

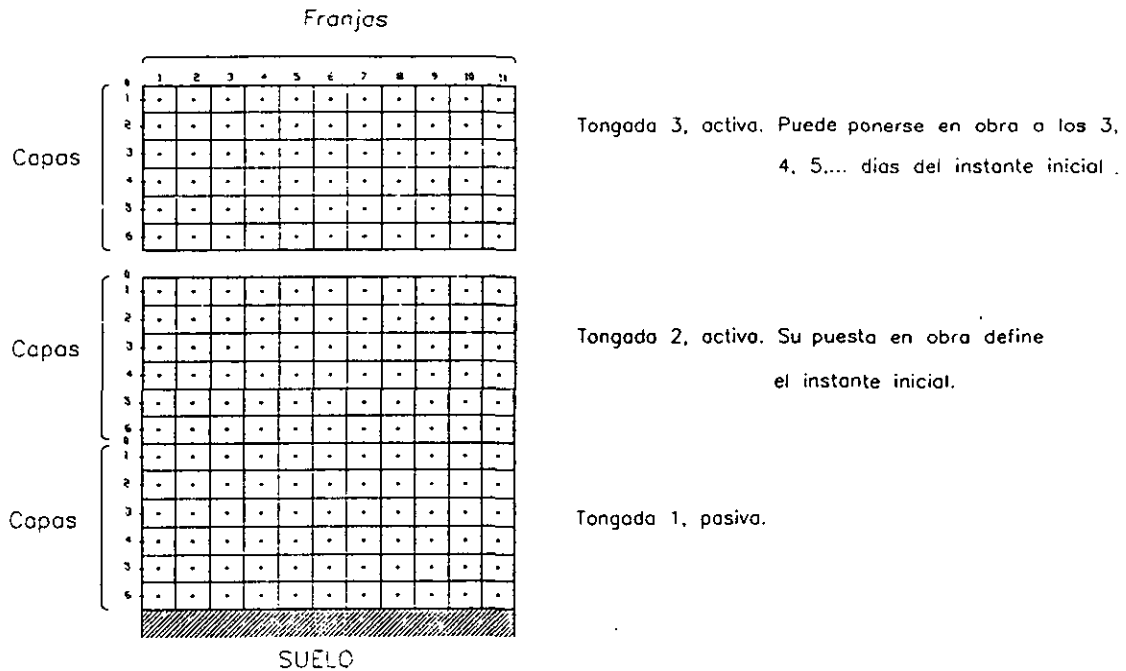


Fig. 9.1. Sección transversal, máxima, representable en el modelo (1ª etapa).

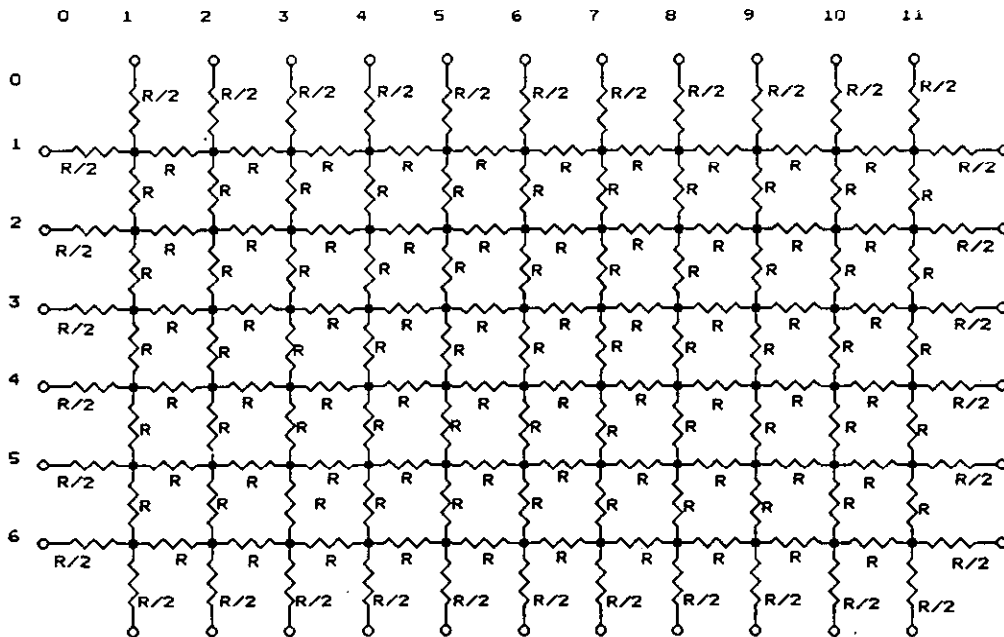


Fig. 9.2. Esquema de la estructura básica de las resistencias de la red RIC correspondiente a una tongada.



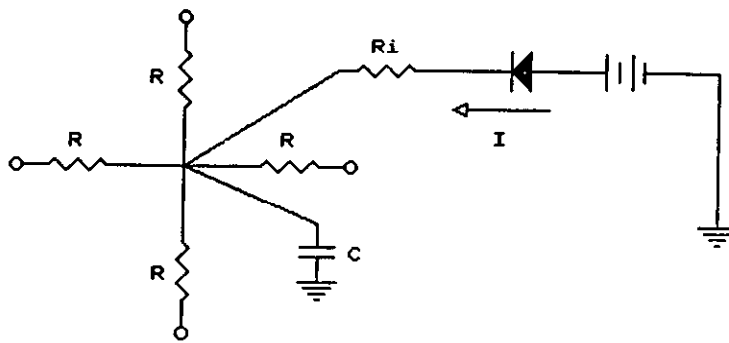


Fig. 9.3. Esquema de la estructura general de un nudo central de la red RIC correspondiente a una tongada con capacidad de generación de calor.

Un análisis exhaustivo de las posibilidades y limitaciones de estas estructuras básicas (sin recurrir al proyecto y construcción de otras más adecuadas) para responder al reto de registros a 5, 10 y 15 cm me condujo a la conclusión de experimentar sobre dos modelos diferentes, del mismo problema, con distinta discretización, con la única condición de que el problema simulado debía corresponder a una tongada (la misma) de 1'20 m de espesor.

#### 9.2.2.2. El modelo "A"

Se ha utilizado para este modelo como tongada "activa" (con capacidad de generación de calor) la estructura básica correspondiente a la 2ª tongada general asociándola a un espesor de 1'20 m (ver fig. 9.4), de forma que las celdas son de 0'20 x 0'20 m<sup>2</sup>, las capas de 0'20 m de espesor y se representa una profundidad de 2'20 m desde el paramento. Con este modelo pueden registrarse las medidas correspondientes a la superficie y a 10 cm de ella (y a 30, 50, ...).

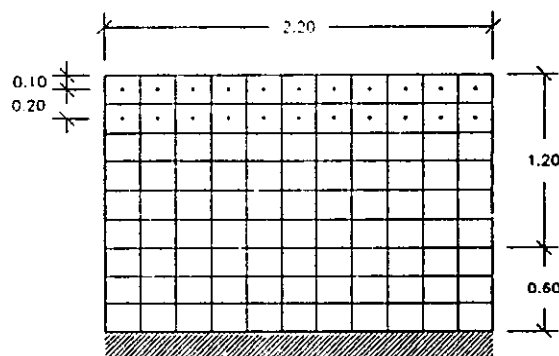


Fig. 9.4. Problema simulado con el modelo "A".

Esta tongada "activa" se coloca sobre otra "pasiva" (sin capacidad generadora de calor; puesta en obra hace mucho tiempo) de 0'60 m de espesor con discretización de idénticas dimensiones, obtenida mediante anulación para este modelo de las tres capas restantes del modelo inicial (referido en el capítulo 8).

### 9.2.2.3. El modelo "B"

Se han utilizado en este modelo, para simular la tongada "activa", las estructuras básicas de las dos tongadas "activas" superiores del modelo inicial mediante conexión de las mismas después de aislar los dispositivos de conmutación, de temporización y de condiciones iniciales proyectados para simular el ritmo o proceso temporal de hormigonado (capítulo 10); de tal modo que en conjunto la tongada, también de 1'20 m de espesor, está dividida en celdas de 0'10 x 0'10 m<sup>2</sup> y se representa mediante una profundidad de 1'10 m desde el paramento. Los puntos de registro se encuentran situados a 0, 5, 15, 25, ... cm, respectivamente, de la superficie.

Esta tongada "activa" se coloca sobre otra "pasiva" de 0'60 m, con discretización de idénticas dimensiones, constituida por la estructura básica inicial correspondiente adecuada al nuevo modelo (ver Fig. 9.5).

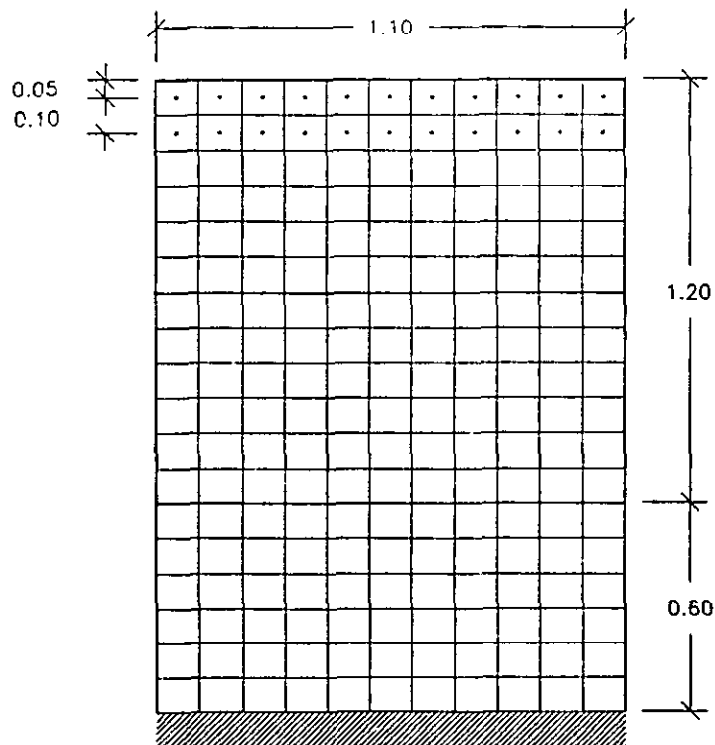


Fig. 9.5. Problema simulado con el modelo "B".

En consecuencia, se dispone de dos modelos diferentes -calculados sus parámetros y establecidas sus características, respectivamente- que simulan un mismo problema. (Conviene señalar que existe una diferencia: la distinta profundidad, 2'20 y 1'10, en dirección perpendicular al paramento; no obstante, se ha podido comprobar, en ellos como en modelos anteriores, que a partir de los 70 cm, aproximadamente, las isotermas son, en la práctica, superficies planas horizontales, y, por tanto, los flujos de calor son verticales). Entre ambos modelos pueden registrarse resultados, o efectuarse medidas, entre otras distancias, a 0, 5, 10 y 15 cm de la superficie.

### 9.2.3. Características térmicas del hormigón

Las características térmicas del hormigón, de naturaleza "pasiva" (expresión, quizás, más correcta lingüísticamente desde la perspectiva del modelo eléctrico en cuanto se simula mediante componentes de valor determinado), o "permanente", consideradas se definen mediante los siguientes valores fijos:

\* Conductividad térmica

$$k = 3 \cdot 10^{-4} \frac{\text{kcal}}{\text{m.s.}^{\circ}\text{C}} = 0'003 \frac{\text{cal}}{\text{cm.s.}^{\circ}\text{C}}$$

\* Densidad

$$\rho = 2400 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

\* Calor específico

$$c = 0'23 \frac{\text{kcal}}{\text{kg.}^{\circ}\text{C}}$$

que suponen un coeficiente de difusividad

$$D = \frac{k}{c \rho} = 5'435 \cdot 10^{-7} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

Estos valores se consideran constantes desde la puesta en obra del hormigón.

El fraguado o hidratación del cemento origina una generación interna de calor, calor de fraguado, característica térmica del hormigón que puede catalogarse de

naturaleza "activa", "variable" en el tiempo. Para esta investigación se dispone de la curva de generación de calor (ver Fig. 9.6) que se considera también como dato fijo, propiedad característica, correspondiente al hormigón de referencia.

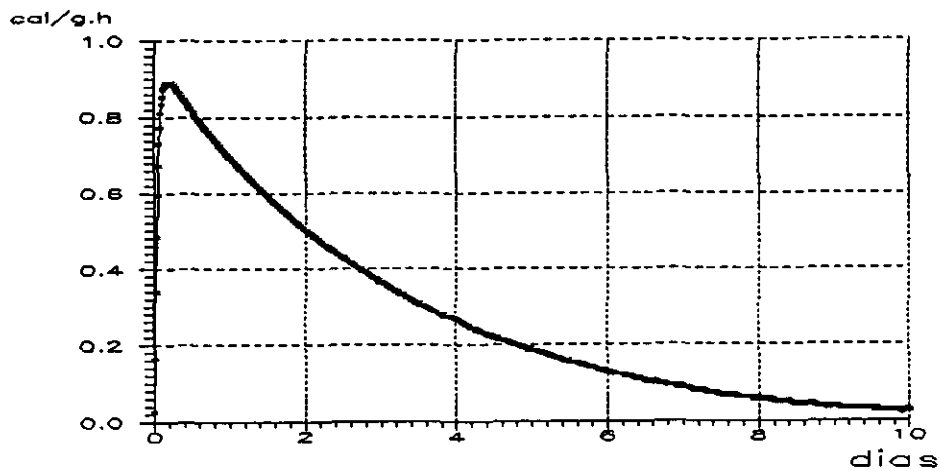


Fig. 9.6. Curva de generación de calor.

#### 9.2.4. Características ambientales y condiciones de contorno

Los datos relativos a la temperatura ambiente, su evolución, en el entorno natural de la presa a efectos del estudio, se representan en la Fig. 9.7, de forma que la temperatura queda definida mediante una función sinusoidal de amplitud correspondiente a 10 °C, entre 20° de mínima a las 4 de la noche y 30° de máxima a las 4 de la tarde, y período correspondiente a un día.

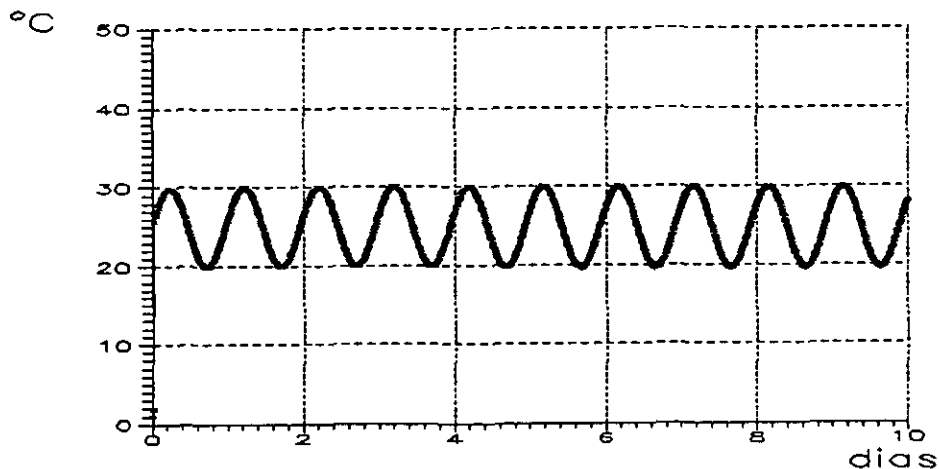


Fig. 9.7. Temperatura ambiental.

Las condiciones de contorno de los modelos se establecen por las características siguientes (ver Fig. 9.8): el suelo o terreno tiene una temperatura constante y uniforme de 25 °C, no existen resistencias térmicas en las superficies de contacto suelo-tongada y tongada-tongada, la temperatura ambiental evoluciona de acuerdo con lo expuesto en el párrafo anterior y los planos verticales de la presa paralelos al paramento (separadores de las celdas 11 y 12) a distancias de 2'20 y de 1'10 m, respectivamente, en los modelos "A" y "B", constituyen superficies de flujo (perpendiculares a las superficies isotérmicas que en esa zona pueden suponerse planos horizontales).

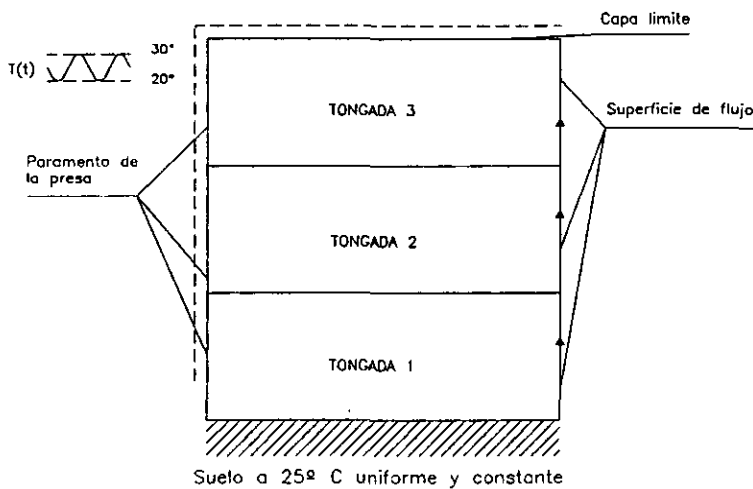


Fig. 9.8. Condiciones de contorno del modelo.

Párrafo aparte debemos dedicar al *coeficiente de transmisión superficial* en el contacto hormigón-atmósfera, aunque sólo fuese para referirnos, de nuevo, a lo expuesto en las "consideraciones complementarias" del capítulo 8 y en el apartado "9.1. Objeto de este estudio" del presente capítulo 9. El tema del valor real de este parámetro es probablemente el menos resuelto, al margen del perfecto conocimiento que se posee de su complejidad y de su variabilidad con las condiciones atmosféricas y con el tratamiento superficial que se le dé al hormigón durante el fraguado. A la luz de esta complejidad he considerado oportuno, como ya he indicado, elegir dos valores diferentes, uno que puede estimarse como "relativamente bajo" ( $h = 4 \cdot 10^{-4} \text{ kcal/m}^2 \cdot \text{s} \cdot \text{°C}$ , considerado en la experimentación descrita en el capítulo 8 orientado primordialmente al estudio de las temperaturas en el seno del hormigón) y otro que puede estimarse como "relativamente

alto" ( $h = 40 \cdot 10^{-4} \text{ kcal/m}^2 \cdot \text{s} \cdot ^\circ\text{C}$ , que también debe tenerse en cuenta cuando se trate de estudiar la zona parasuperficial). Resulta de interés insistir en el adverbio "relativamente" ya que no pueden considerarse, con razón, valores extremos. (Así, p.e., un día de fuerte insolación -radiación solar- sobre la superficie del hormigón, sin ningún tratamiento artificial, se producirá una auténtica "barrera térmica" de tal modo que aunque la temperatura del hormigón fuera superior a los  $30^\circ\text{C}$  (la atmósfera se ha supuesto a un máximo de  $30^\circ\text{C}$ ) en la zona parasuperficial podría no fluir el calor hacia el exterior sino producirse, por el contrario, una intrusión; en este caso, el valor del coeficiente denominado "relativamente bajo" hubiese significado, de hecho, un valor "notablemente alto". Otro ejemplo, de signo contrario, sería el de una noche con fuerte viento; no obstante, el valor denominado "relativamente alto" puede estimarse que responde mejor al nombre que le hemos asignado).

Con objeto de precisar aún más el significado de este asunto destaco que dichos valores del coeficiente de transmisión superficial del calor se han supuesto constantes:

- a) en el tiempo (es decir, durante todo el proceso);
- b) en todo el contorno (superficie superior y paramento; encofrado, atmósfera);
- c) en ambos sentidos de fluencia del calor: evacuación e intrusión.

Puede comprenderse fácilmente que existe una interesante tarea de investigación por delante.

#### **9.2.5. Proceso de hormigonado**

El proceso de construcción supuesto para estos primeros estudios y denominado de "ritmo lento" consiste en colocar una tongada cuando la precedente inferior ha concluido su fraguado y alcanzado prácticamente la temperatura media considerada en la zona ( $25^\circ\text{C}$ ).

El problema se define en el espacio (Fig. 9.9) por un suelo a temperatura de  $25^\circ\text{C}$  uniforme y constante; sobre él una tongada inferior pasiva, es decir, que se hormigonó hace tiempo (suficiente para haber generado todo su calor fraguado y evacuar el exceso sobre las condiciones medias de temperatura), pero que es capaz de intercambiar -ceder y recibir- calor con el hormigón de la tongada superior y con el ambiente; y, por encima, la tongada objeto de estudio principal, activa, generadora de un calor de fraguado según la curva representada en la Fig. 9.6.

<p style="text-align: center;"><b>TONGADA ACTIVA</b> (con generación de calor) Temp. Inicial: la de puesta en obra</p>
<p style="text-align: center;"><b>TONGADA PASIVA</b> (sin generación de calor) Temp. inicial: 25 °C</p>
<p style="text-align: center;"><b>SUELO</b> Temp. de 25 °C uniforme y constante</p>

Fig. 9.9. Proceso de hormigonado de "ritmo lento".

Desde la perspectiva temporal se define como *instante inicial*, u origen de tiempos, el momento de puesta en obra de la tongada activa, supuesto a las 12 horas del mediodía. En la Fig. 9.10 se superponen, con referencia a dicho origen de tiempos, la curva de generación de calor y la correspondiente a la temperatura ambiental; este origen es el cero para los estudios experimentales cuyos resultados se describen en el apartado 9.3.

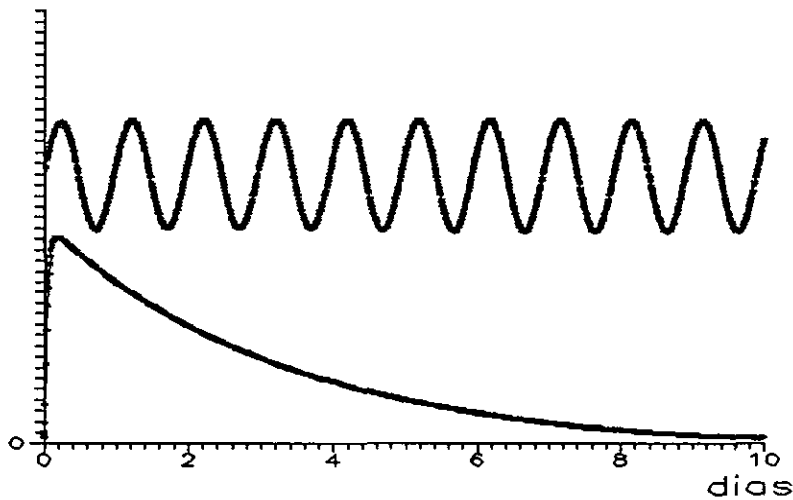


Fig. 9.10. Fijación del instante inicial.

La temperatura de puesta en obra del hormigón de la tongada activa se ha considerado variable, eligiéndose para el estudio 12, 16 y 20 °C, respectivamente.

### 9.2.6. Condiciones variables en la experimentación

En la investigación relatada en el capítulo 8 sólo se consideró una condición variable: la temperatura de puesta en obra del hormigón de la tongada activa, seleccionándose las de 12, 14, 16 y 20 °C, respectivamente.

En la investigación que se está describiendo en el presente informe las condiciones variables (como ya se han explicitado y ahora se resume conjuntamente) han sido las siguientes:

- a) El *tamaño de las celdas*, con dos opciones cuadradas: una de 0'20 m (modelo "A") de lado y otra de 0'10 m (modelo "B") de lado.
- b) El *coeficiente de transmisión superficial del calor*, con dos posibilidades: uno, "relativamente bajo",  $h = 4 \cdot 10^{-4} \text{ kcal/m}^2 \cdot \text{s} \cdot \text{°C}$ , y otro, "relativamente alto",  $h = 40 \cdot 10^{-4} \text{ kcal/m}^2 \cdot \text{s} \cdot \text{°C}$ .
- c) La *temperatura de puesta en obra del hormigón* de la tongada activa, con tres hipótesis: 12, 16 y 20 °C.

### 9.2.7. Planificación experimental

La investigación sistemática, lógicamente, se ha concebido y desarrollado, en función de las características que hacen más cómodo y rápido el trabajo analógico, según la planificación que, en síntesis, se expone a continuación.

1. Experimentación sobre el modelo "A".
  - 1.1. Con bajo coeficiente de transmisión superficial del calor.
    - 1.1.1. Hipótesis de temperatura inicial 12 °C.
    - 1.1.2. Idem de 16 °C.
    - 1.1.3. Idem de 20 °C.
  - 1.2. Con alto coeficiente de transmisión superficial del calor.
    - 1.2.1. Hipótesis de temperatura inicial de 12 °C.
    - 1.2.2. Idem de 16 °C.
    - 1.2.3. Idem de 20 °C.
2. Experimentación sobre el modelo "B".
  - 2.1. Con bajo coeficiente de transmisión superficial del calor.
    - 2.1.1. Hipótesis de temperatura inicial de 12 °C.
    - 2.1.2. Idem de 16 °C.



2.1.3. Idem de 20 °C.

2.2. Con alto coeficiente de transmisión superficial del calor.

2.2.1. Hipótesis de temperatura inicial de 12 °C.

2.2.2. Idem de 16 °C.

2.2.3. Idem de 20 °C.

Establecidas las características del modelo "A" (resistencias, intensidades, capacidades y geometría simulada por la red) se efectuaron los cálculos específicos para obtener la escala de tiempos, la frecuencia asociada, la relación voltajes-temperaturas y la elección de escala adecuada del osciloscopio. El cálculo del valor de las resistencias simuladoras del coeficiente de transmisión superficial del calor "relativamente bajo" y el ajuste de los potenciómetros correspondientes permite disponer del modelo "A".1. En él se imponen, en todas las hipótesis, las condiciones generales (temperatura ambiente, generación de calor y la temperatura de 25 °C en suelo y tongada pasiva inferior) y, sucesivamente, la condición de temperatura inicial del hormigón de 12, 16 y 20 °C procediéndose a estudiar los resultados y a registrar informáticamente los más significativos.

El cálculo del valor de las resistencias simuladoras del coeficiente de transmisión superficial del calor "relativamente alto" y el nuevo ajuste de los potenciómetros correspondientes a dichos valores permite disponer del modelo "A".2. El proceso, a partir de aquí, es igual al seguido con el "A".1.

Concluida la experimentación sobre el modelo "A" se procedió análogamente con el modelo "B": proyecto, construcción, ajuste y sistemática investigación.

### **9.3. Resultados de la experimentación**

#### **9.3.0. Estructuración de los resultados**

##### **9.3.0.1. Objetivos experimentales**

Los objetivos de la experimentación que se relatan en este capítulo se han descrito con una perspectiva general cualitativa y concreta en lo referente a puntos a distancias de 5, 10 y 15 cm de la superficie en el apartado 9.1. "Objeto de este estudio" y con más concreción, desde la perspectiva de la investigación sobre modelo en el subapartado 9.2.7. "Planificación experimental". En forma resumida los objetivos experimentales que se pretenden conseguir con los modelos, de modo directo, conjeturas y conclusiones

posteriores, consisten en conocer, en el marco de las condiciones expuestas en el capítulo anterior:

a) La *evolución térmica* -temperatura en función del tiempo,  $T(t)$ - en la zona parasuperficial de una tongada activa de 1'20 m de espesor, durante la primera etapa de la vida del hormigón, referida a puntos situados a 0, 5, 10 y 15 cm, respectivamente, de distancia de la superficie.

b) Los *flujos caloríficos* durante la primera etapa de la vida del hormigón entre los puntos situados a 5 y 10 cm, respectivamente, de la superficie y los situados en ésta.

c) La evolución térmica y la transmisión interna de calor (flujos caloríficos en el interior) en una tongada activa de 1'20 m de espesor durante la primera etapa de la vida del hormigón.

Los resultados que se obtienen del logro de estos objetivos experimentales, registrados informáticamente, permiten, posteriormente, deducir un conjunto de conclusiones e invitan a completar la investigación con otras.

### **9.3.0.2. Denominación de las celdas y de las zonas de contorno (puntos posibles de registro)**

#### **a) En el modelo "A"**

La concepción del modelo "A" mediante la red discreta RIC descrita en 9.2.2.2. permite disponer de un total de [8 filas (superficie, 6 capas horizontales, base) x 11 columnas + 6 de contorno en el paramento =] 94 puntos de registro en la tongada activa, y de un total de [4 filas (3 capas horizontales, base) x 11 columnas + 3 de contorno en el paramento =] 47 puntos de registro en la tongada pasiva inferior; es decir, de 141 puntos de registro correspondientes a centros de celdas y de zonas de contorno. Este conjunto de puntos, como se dijo en el capítulo anterior, exige una nomenclatura sencilla que permita identificar fácilmente el lugar que ocupa cada uno; se ha elegido un sistema de numeración matricial para denominar las celdas y las zonas de contorno por sus puntos geométricos medios, que son los de registro en el modelo, según se representa en la Fig. 9.11.

Primer índice: tongada, empezando por la inferior en la realidad y siguiendo el orden natural. (El suelo, número 0).

Segundo índice: número de fila de la capa en la tongada empezando por arriba y siguiendo el orden natural. (La superficie, número 0).

Tercer índice: columna. (El paramento, número 0).

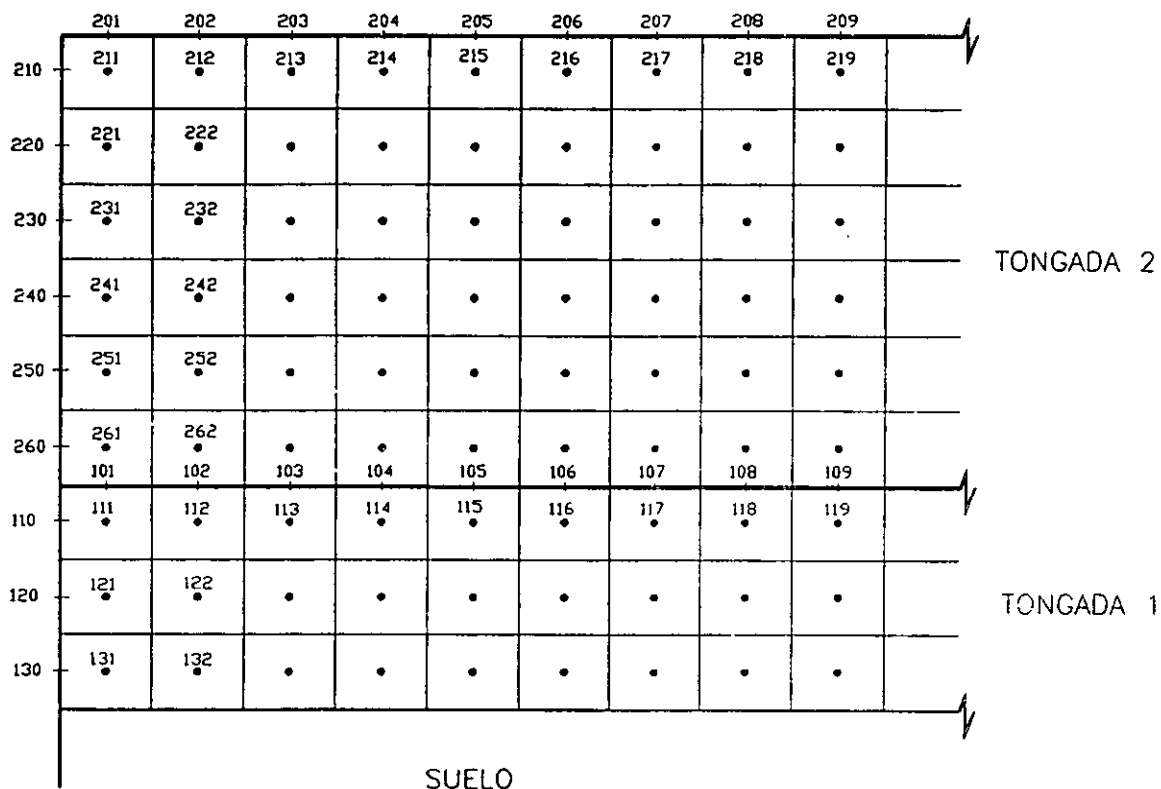


Fig. 9.11. Convenio para la denominación de puntos del modelo "A".

### b) En el modelo "B"

La concepción del modelo "B" mediante la red discreta RIC descrita en 9.2.2.3 permite disponer de un total de [(8 filas x 11 columnas + 6 de contorno en el paramento) x 3 tongadas =] 282 puntos de registro correspondientes a centros de celdas y de zonas de contorno; es decir, un número doble de puntos que en el modelo "A". La conveniencia de establecer una nomenclatura sencilla y clara se hace aún más patente que en el caso de los modelos anteriores. El criterio expuesto en el apartado precedente se ha utilizado también en este caso y con él se ha construido la Fig. 9.12.

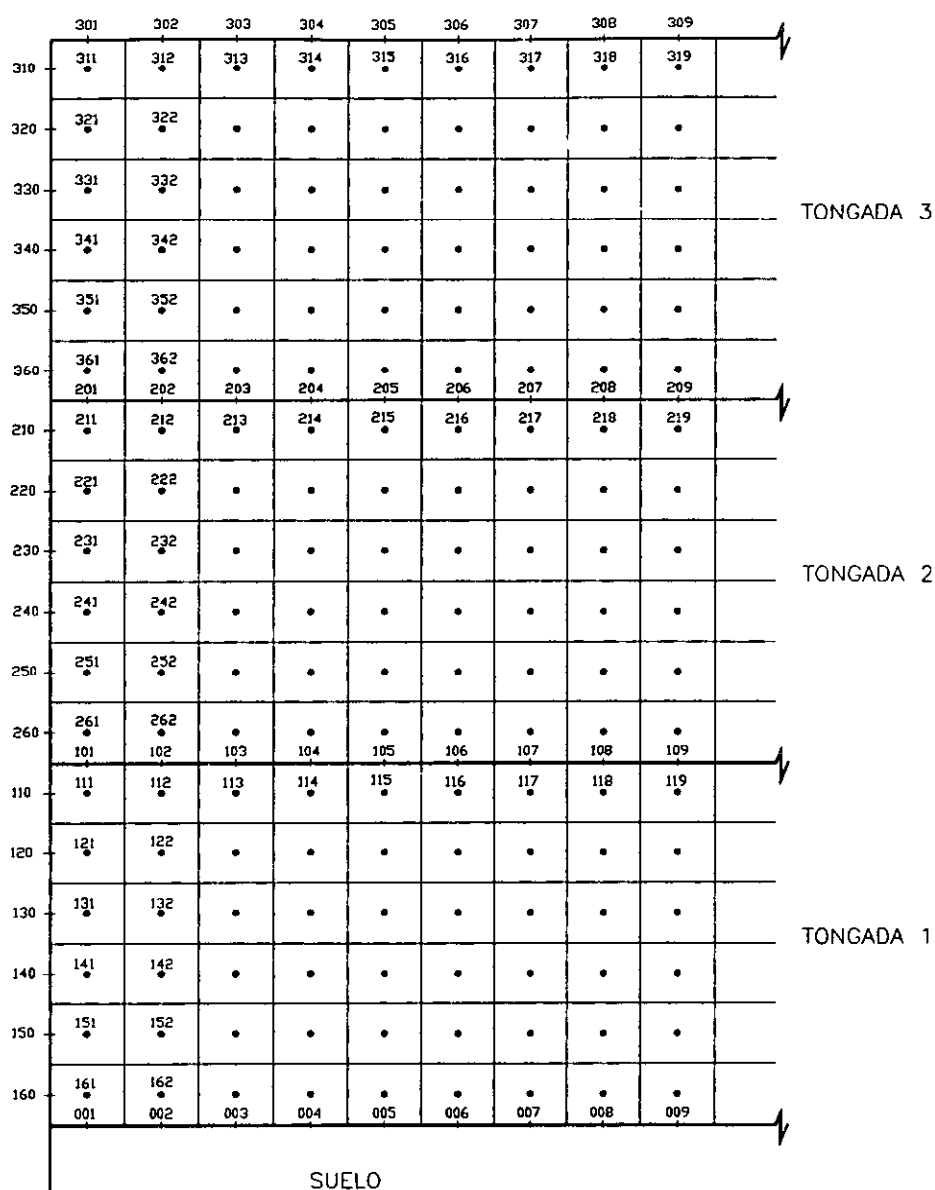


Fig. 9.12. Convenio para la denominación de los puntos del modelo "B".

Puede observarse que la tongada 2 de la realidad se ha subdividido en dos dado que se ha simulado mediante la unión de las estructuras básicas del modelo previstas como representativas de las tongadas 2 y 3; de esta manera se evita la confusión a que daría lugar el uso de subíndices mayores de 9.

### 9.3.0.3. Casos o hipótesis objeto de experimentación

En el ámbito delimitado por las condiciones relativas a los parámetros con valores fijos y por los distintos valores considerados para las condiciones variables resultan un

total de  $(2 \times 2 \times 3 =)$  12 casos o hipótesis diferentes que han sido objeto de estudio y que se han definido, desde la perspectiva del modelo, en el subapartado 9.2.7. "Planificación experimental". No obstante, es de mayor interés presentar los resultados de la siguiente manera:

1. Hipótesis de bajo coeficiente de transmisión superficial del calor.
  - 1.1. Caso de puesta en obra del hormigón a la temperatura de 12 °C.
  - 1.2. Idem a 16 °C.
  - 1.3. Idem a 20 °C.
2. Hipótesis de alto coeficiente de transmisión superficial del calor.
  - 2.1. Caso de puesta en obra del hormigón a la temperatura de 12 °C.
  - 2.2. Idem a 16 °C.
  - 2.3. Idem a 20 °C.

Con este criterio se han redactado los subapartados 9.3.1. y 9.3.2. que constituyen la parte fundamental del estudio.

También podría haberse utilizado otro criterio coherente con la obra real que invitaría a organizar los resultados de esta forma:

1. Caso de puesta en obra del hormigón a la temperatura de 12 °C.
  - 1.1. Hipótesis de bajo coeficiente de transmisión superficial del calor.
  - 1.2. Idem de alto.
2. Idem a 16 °C.
3. Idem a 20 °C.

Bastaría hacer una reordenación de las páginas de los subapartados 9.3.1. y 9.3.2. para disponer de los resultados organizados según este criterio.

#### **9.3.0.4. Explicación general de la presentación de los resultados**

Dada la naturaleza de los modelos y el uso de osciloscopio como registrador de resultados (funciones continuas) el estudio relativo a éstos se realiza enviando las curvas del osciloscopio al ordenador, procesándolas en éste. En el osciloscopio se establecen en ordenadas las variables cuya evolución se desea conocer en función del tiempo (abscisas) fijando en los ejes las escalas consideradas como más adecuadas para cada variable analizada. Las experiencias seleccionadas se registran definitivamente mediante la impresora conectada al ordenador.

En las gráficas correspondientes a los resultados relativos a la evolución térmica en los diferentes puntos e hipótesis de temperatura de puesta en obra del hormigón y de coeficiente de transmisión superficial del calor que se adjuntan se ofrece una exhaustiva e interesante información sobre el estado térmico del hormigón de la tongada activa y del de la tongada pasiva inferior, información referida sobre todo a la zona parasuperficial, en los puntos considerados como más representativos. Las figuras están compuestas de las curvas correspondientes a la evolución térmica en diferentes puntos; de esta manera las figuras están formadas por unos conjuntos de curvas significativas que permiten hacer fácil el contraste directo de las mismas, es decir, de la temperatura y su evolución en los puntos seleccionados.

La explicación de las figuras es muy sencilla. Cada curva lleva asociado un número de tres cifras el cual corresponde a un punto concreto del modelo. La primera cifra corresponde a la tongada en la que se encuentre (1 ó 2), la segunda cifra corresponde a la fila de esa tongada (0, 1, ... , 6) y la tercera cifra indica la columna (0, 1, ... , 11).

Se ha analizado directamente en el modelo, visualizado en osciloscopio y registrado en el ordenador, la evolución térmica en determinados puntos. Se han seleccionado para el informe los estudios relativos a una franja vertical interior, destacando los resultados correspondientes a la zona parasuperficial. A partir de estas curvas de evolución térmica, y mediante un programa de ordenador, se han obtenido las curvas de los flujos caloríficos entre determinados puntos contiguos.

Las figuras se numeran correlativamente, según el orden natural, con el prefijo numérico 9 que simboliza el capítulo en el que nos encontramos como las del anterior se numeraron con el prefijo 8.

La cantidad de calor que se transmite de una zona a otra, o a través de la superficie inter-celdas perpendicular a la línea que une los puntos contiguos de registro, (en el modelo la variable analógica es la intensidad de corriente que circula de un punto a otro) puede estimarse por medio de la ley de Fourier de la conducción del calor

$$\bar{q} = - K \text{ grad}T$$

que, en forma escalar, puede expresarse

$$q = \frac{Q}{S \cdot t} = -k \frac{T_1 - T_2}{\ell}$$

A partir de las curvas de diferencias de temperatura, y utilizando la expresión anterior, se obtienen las curvas de generación de calor ( $k = 3 \cdot 10^{-4}$  kcal/m.s. °C y  $\ell$  varía según a la distancia de la superficie que se encuentren los puntos considerados).

### 9.3.1. Hipótesis de bajo coeficiente de transmisión superficial del calor

#### 9.3.1.1. Caso de puesta en obra del hormigón a la temperatura de 12 °C

##### a) Evolución térmica

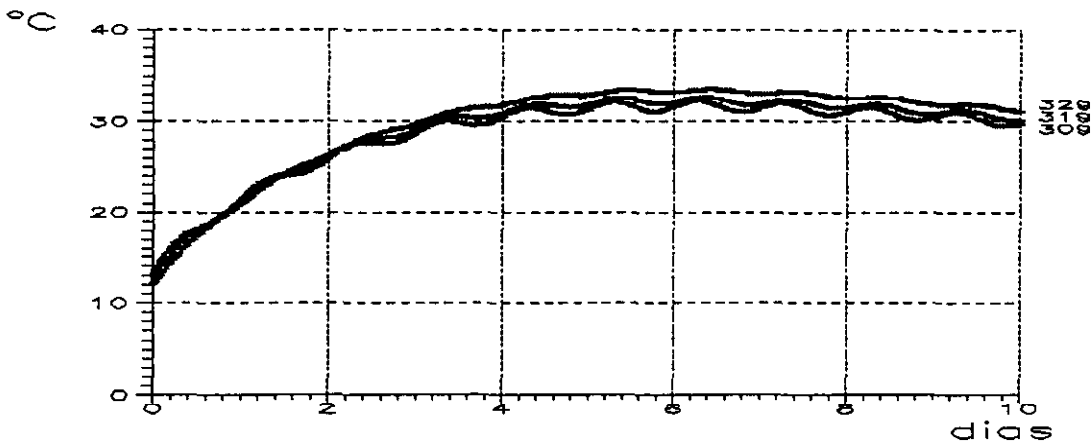


Fig. 9.13. Evolución térmica a 85 cm del paramento, zona parasuperficial.

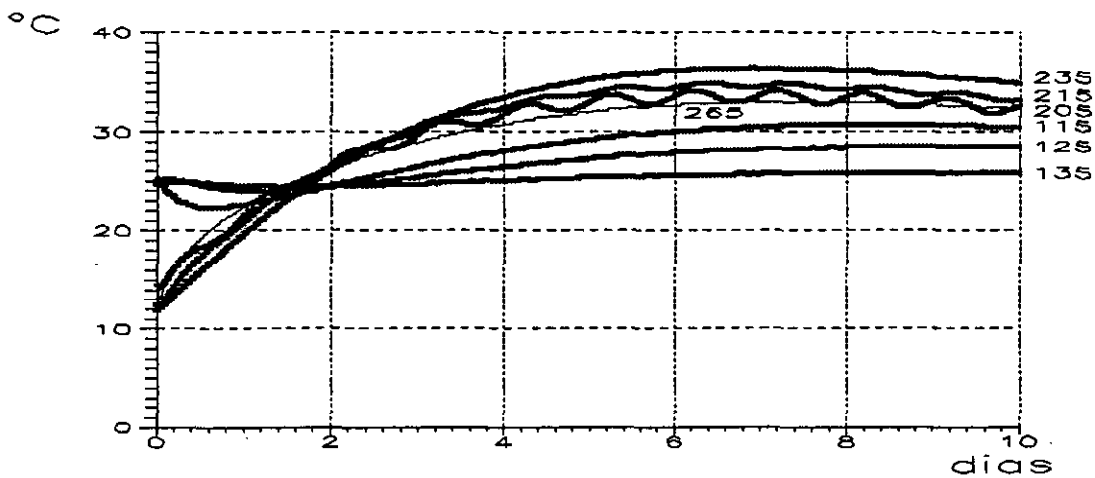


Fig. 9.14. Evolución térmica a 90 cm del paramento.

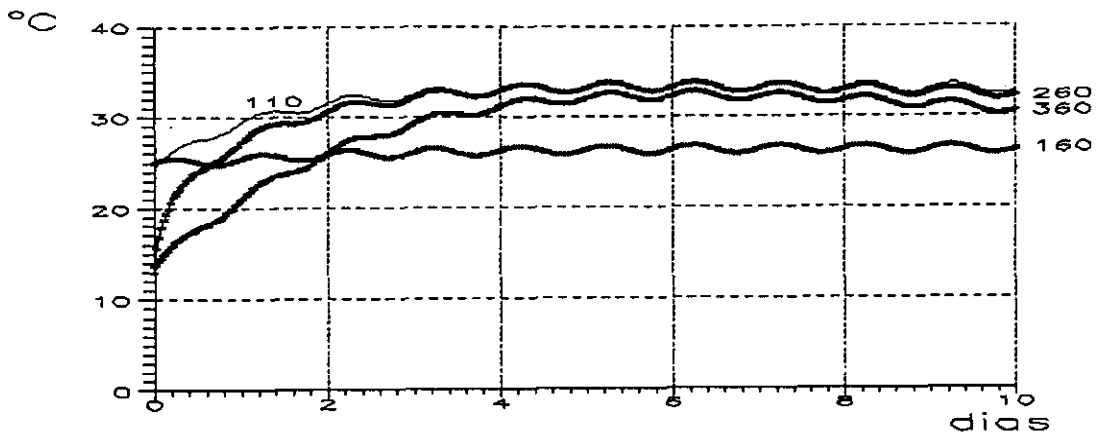


Fig. 9.15. Evolución térmica del paramento.

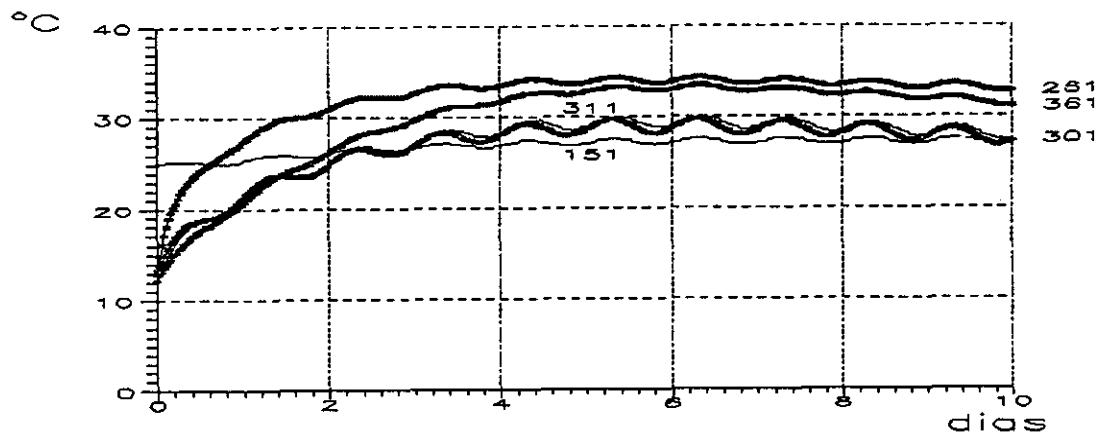


Fig. 9.16. Evolución térmica a 5 cm del paramento.

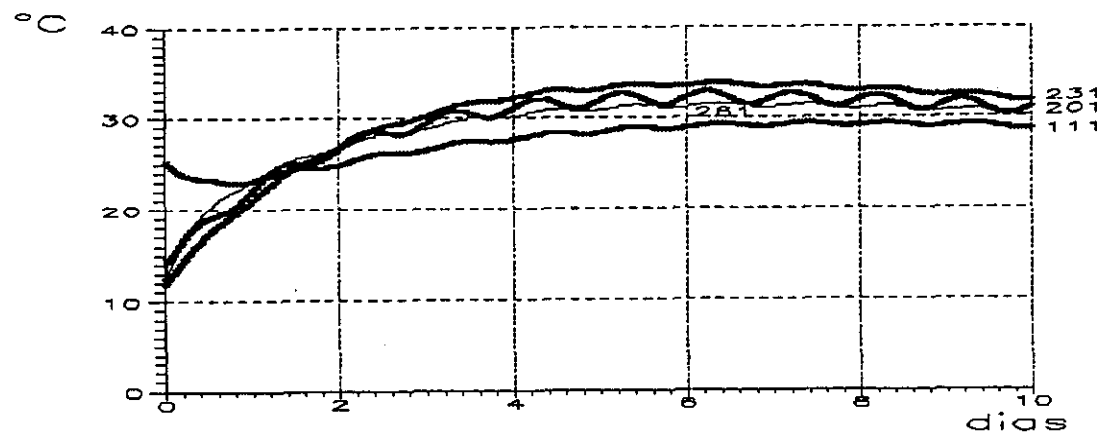


Fig. 9.17. Evolución térmica a 10 cm del paramento.



**b) Flujos caloríficos**

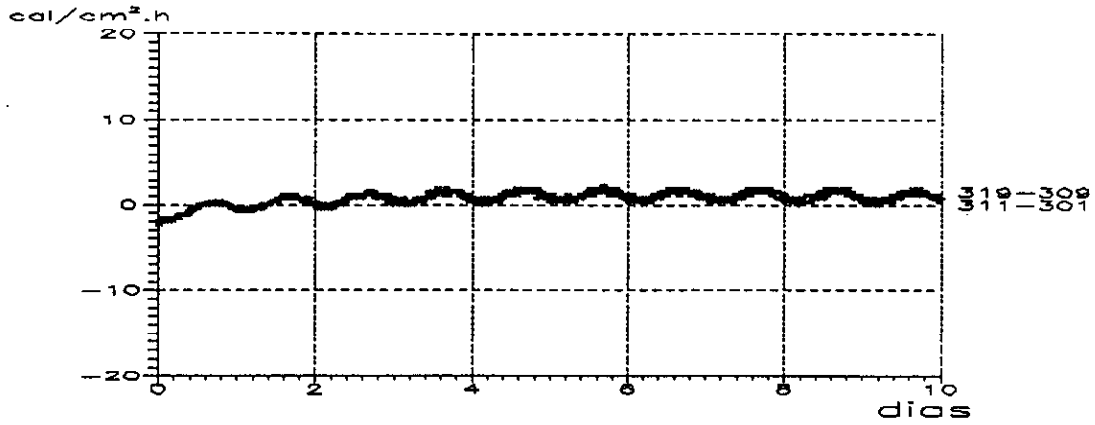


Fig. 9.18. Flujos en la capa superficial de 5 cm de espesor.

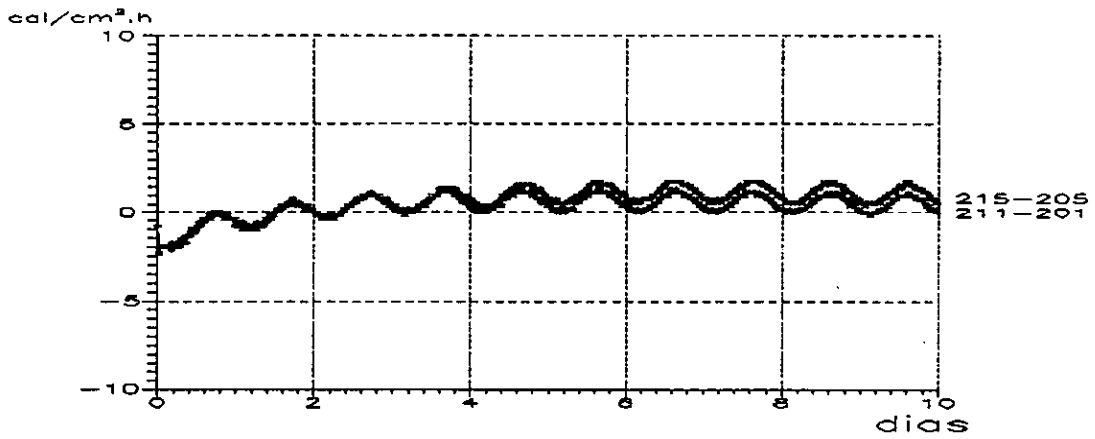


Fig. 9.19. Flujos en la capa superficial de 10 cm de espesor.

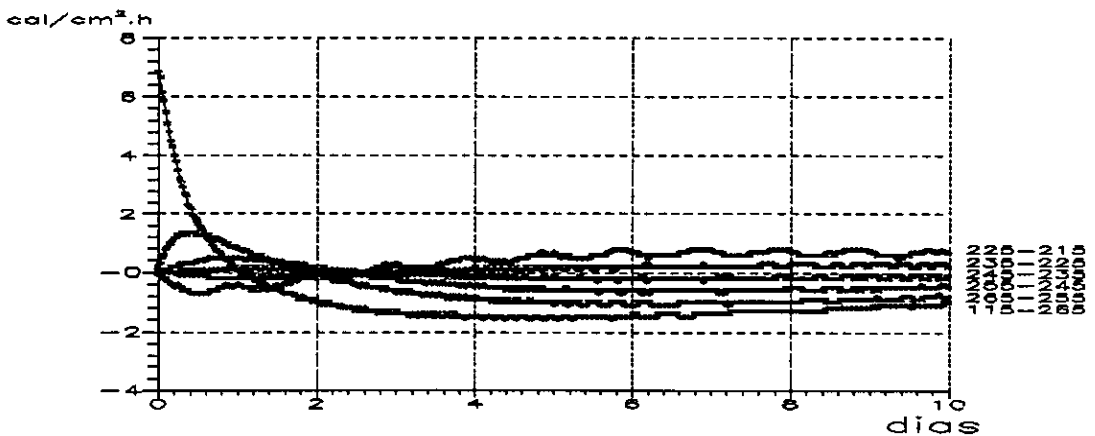


Fig. 9.20. Flujos en el interior, a 90 cm del paramento.

### 9.3.1.2. Caso de puesta en obra del hormigón a la temperatura de 16 °C

#### a) Evolución térmica

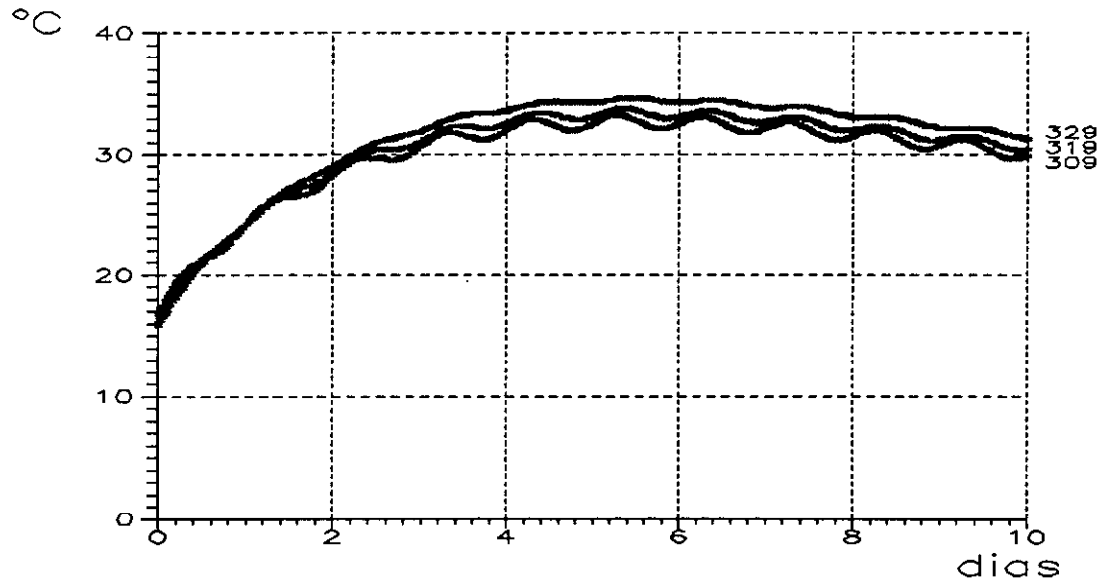


Fig. 9.21. Evolución térmica a 85 cm del paramento, zona parasuperficial.

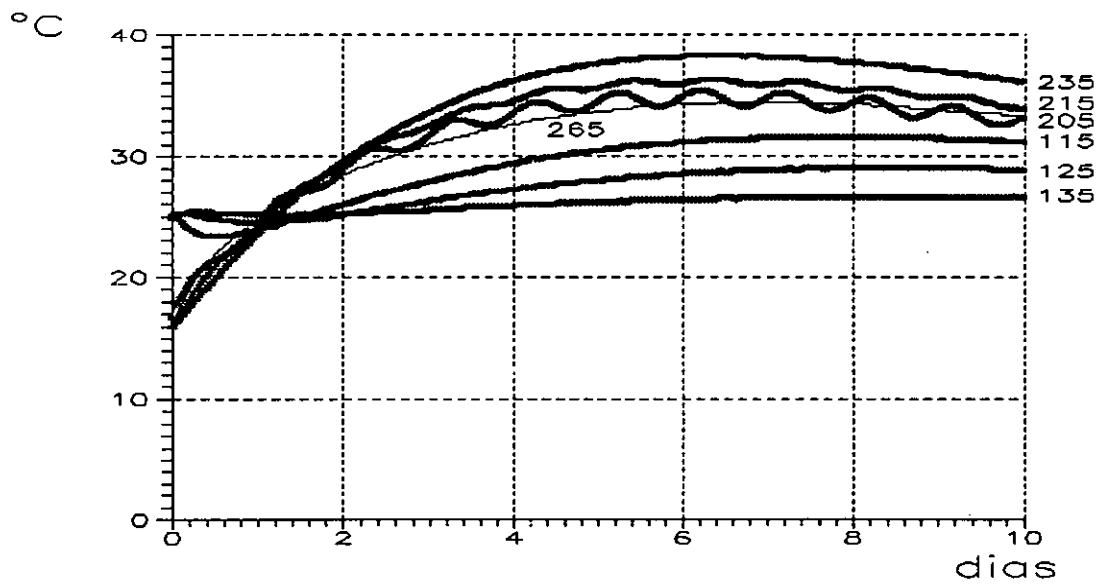


Fig. 9.22. Evolución térmica a 90 cm del paramento.

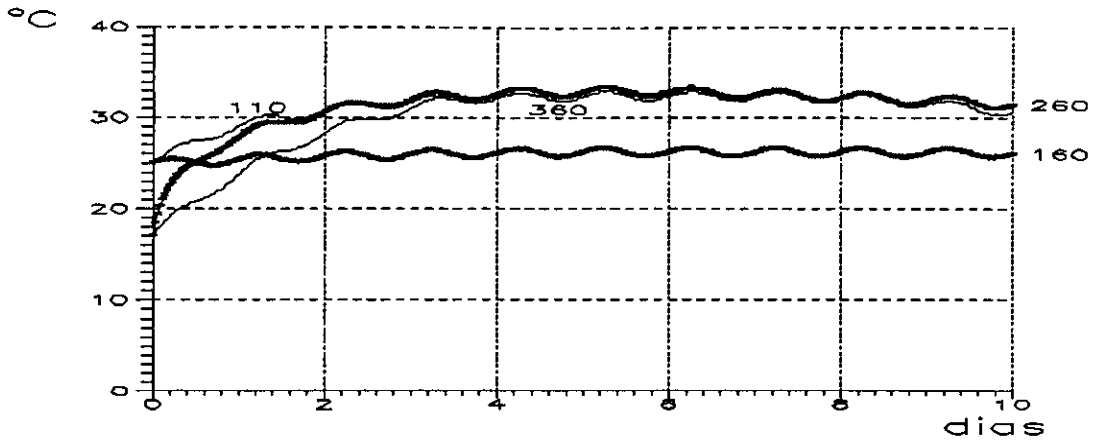


Fig. 9.23. Evolución térmica del paramento.

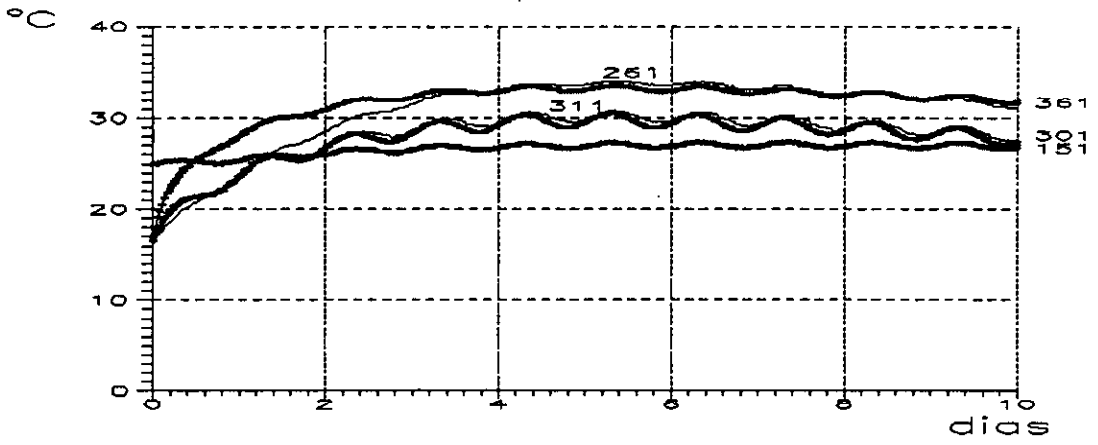


Fig. 9.24. Evolución térmica a 5 cm del paramento.

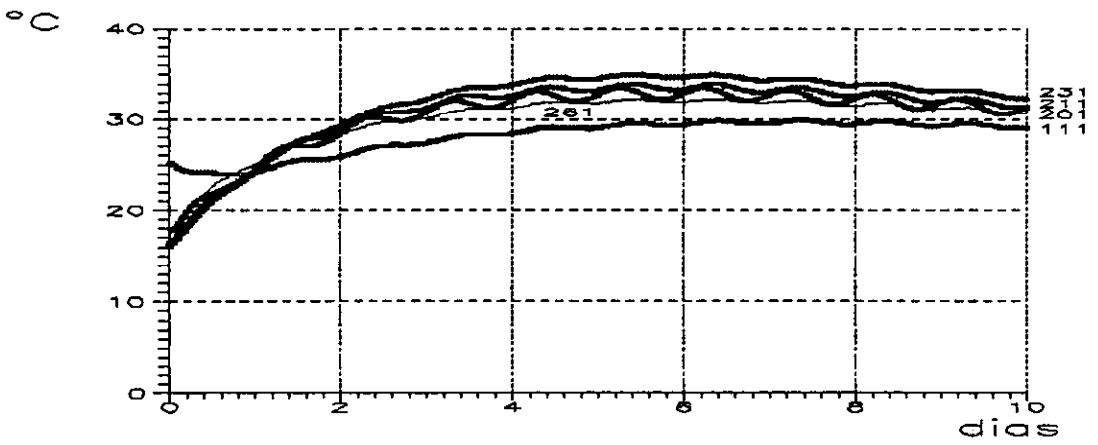


Fig. 9.25. Evolución térmica a 10 cm del paramento.

**b) Flujos caloríficos**

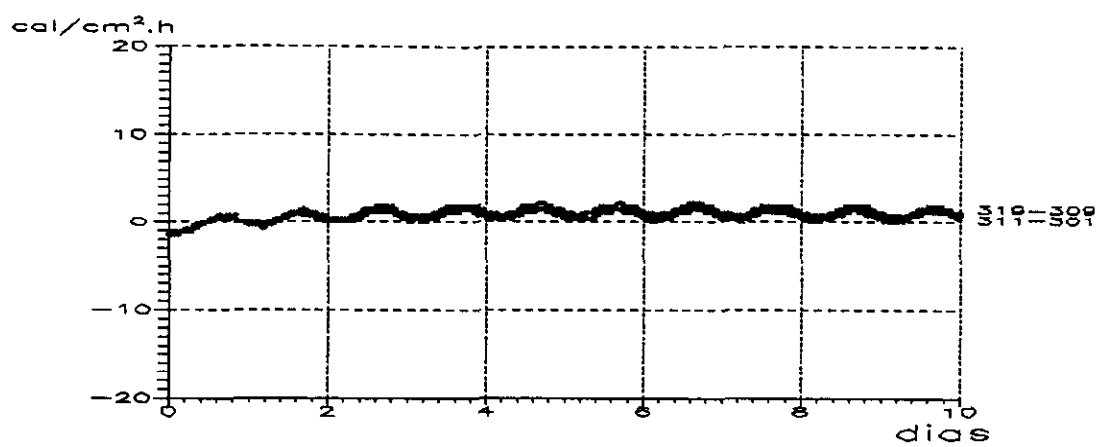


Fig. 9.26. Flujos en la capa superficial de 5 cm de espesor.

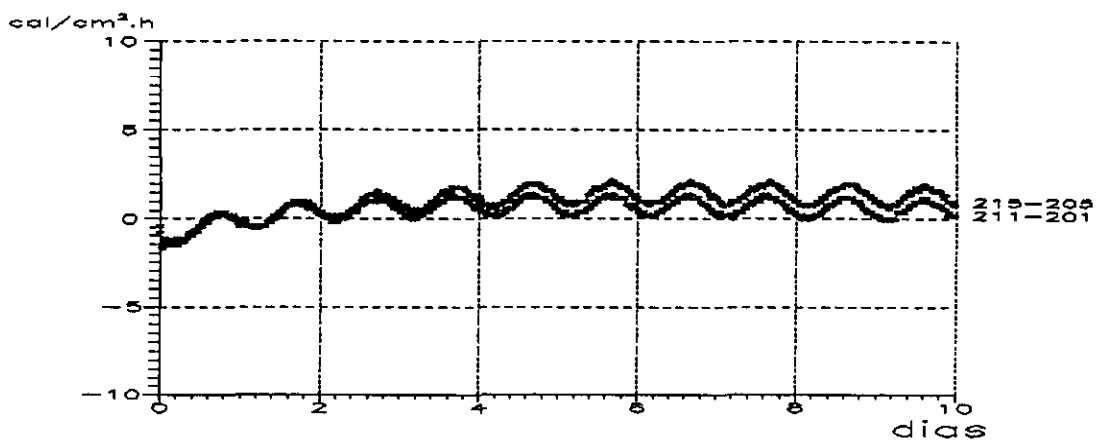


Fig. 9.27. Flujos en la capa superficial de 10 cm de espesor.

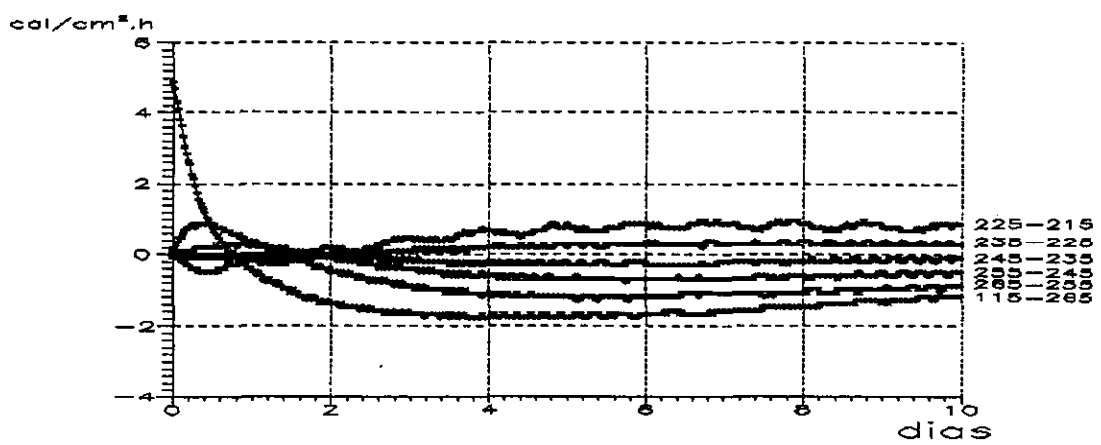


Fig. 9.28. Flujos en el interior, a 90 cm del paramento.

### 9.3.1.3. Caso de puesta en obra del hormigón a la temperatura de 20 °C

#### a) Evolución térmica

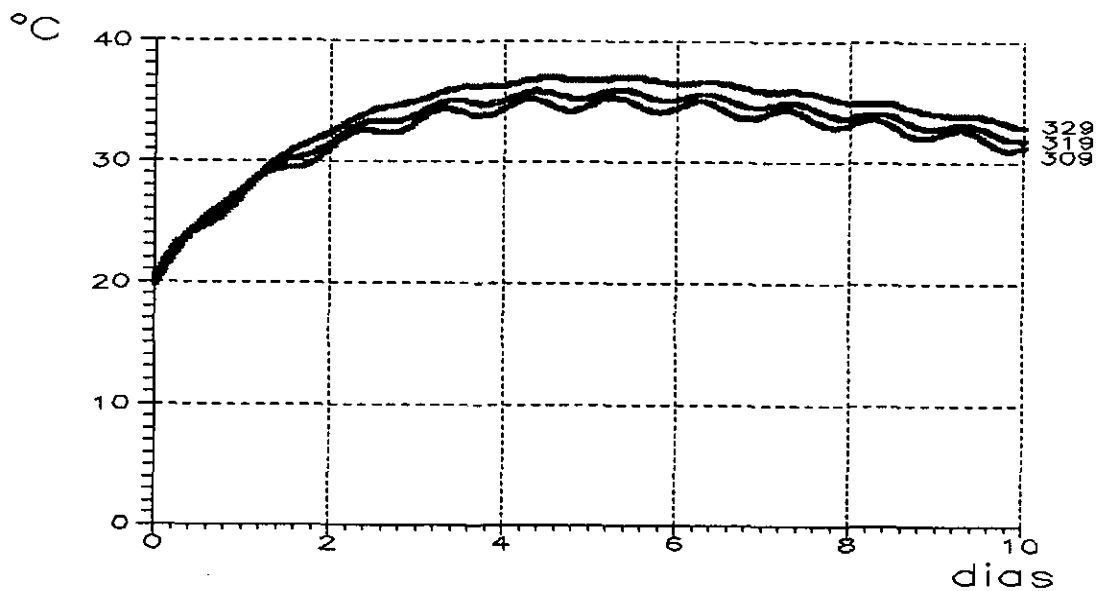


Fig. 9.29. Evolución térmica a 85 cm del paramento, zona parasuperficial.

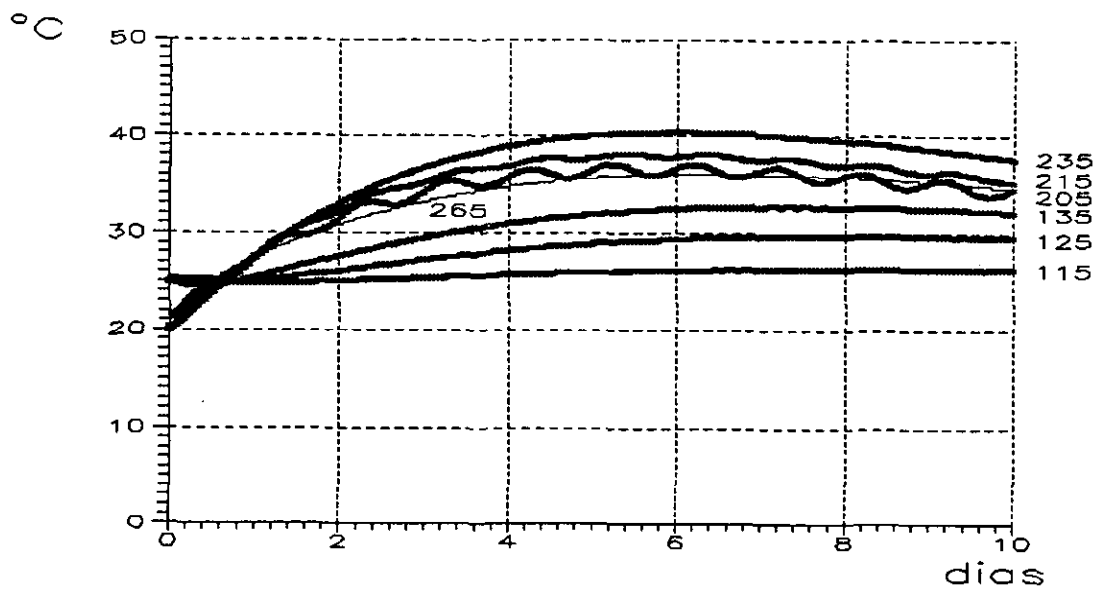


Fig. 9.30. Evolución térmica a 90 cm del paramento.

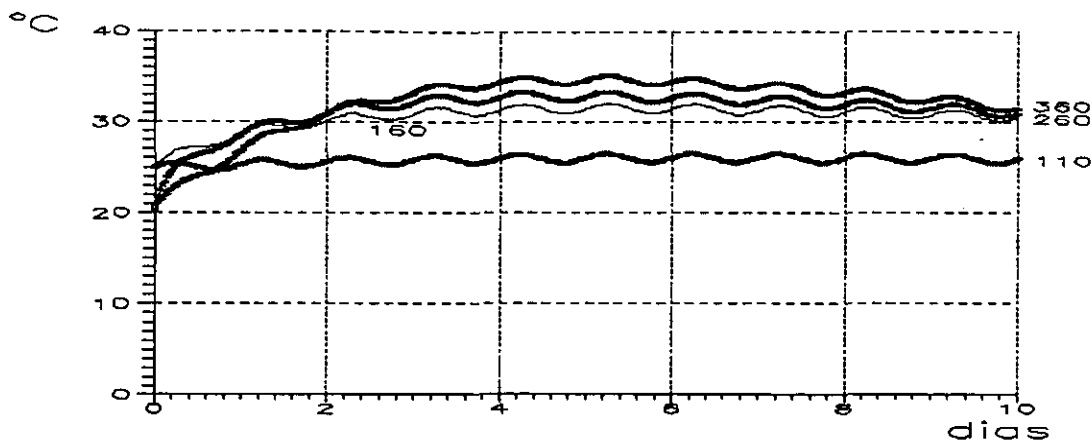


Fig. 9.31. Evolución térmica del paramento.

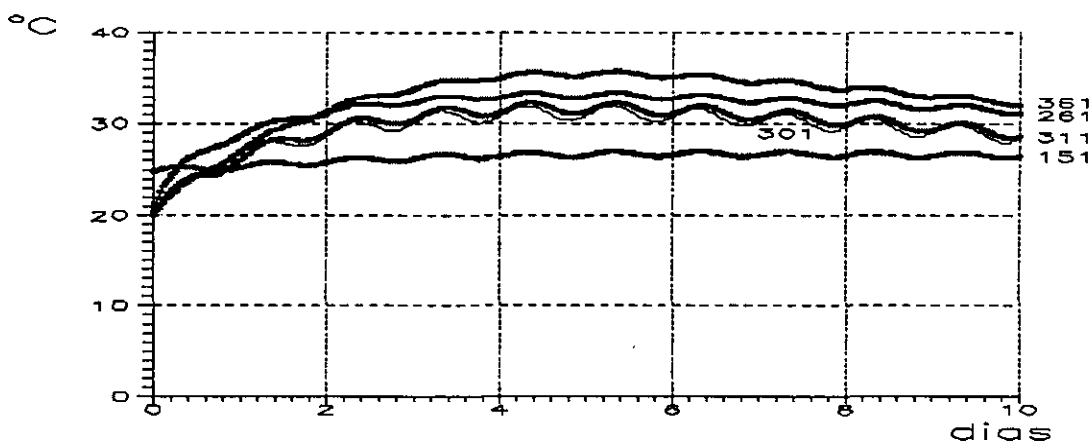


Fig. 9.32. Evolución térmica a 5 cm del paramento.

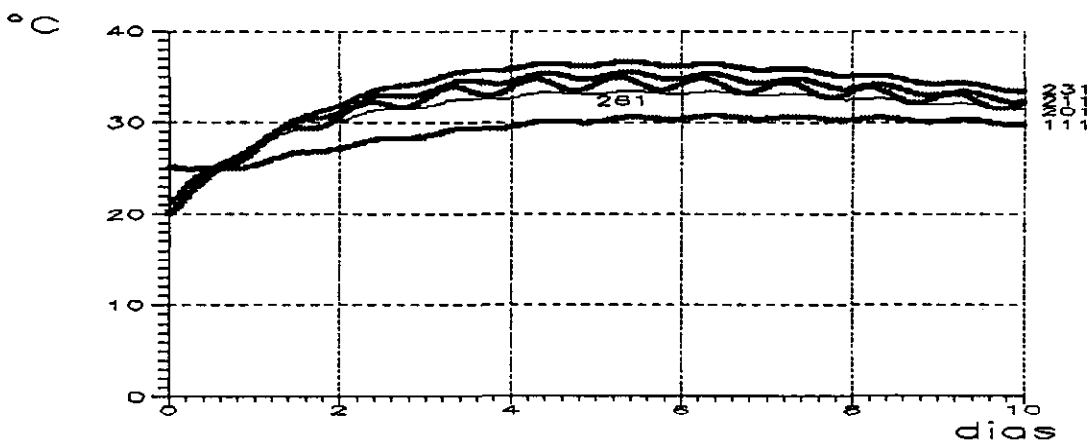


Fig. 9.33. Evolución térmica a 10 cm del paramento.

## b) Flujos caloríficos

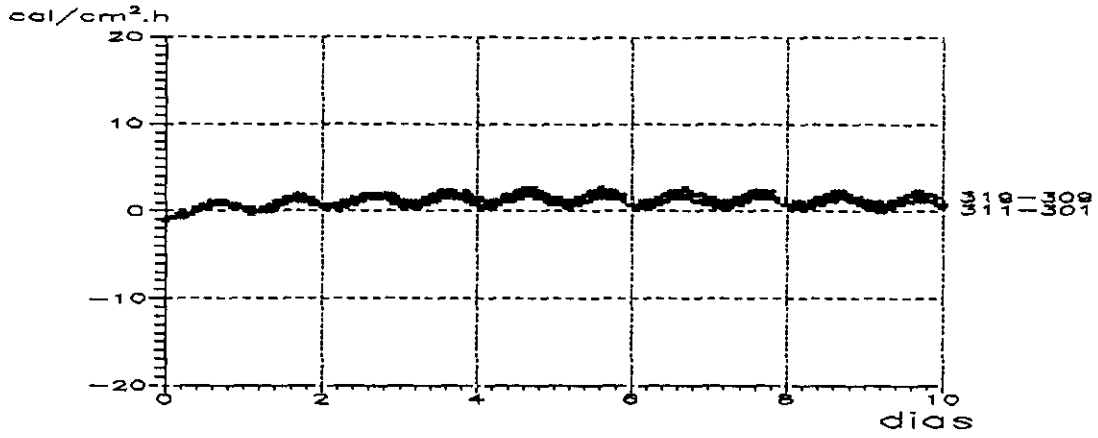


Fig. 9.34. Flujos en la capa superficial de 5 cm de espesor.

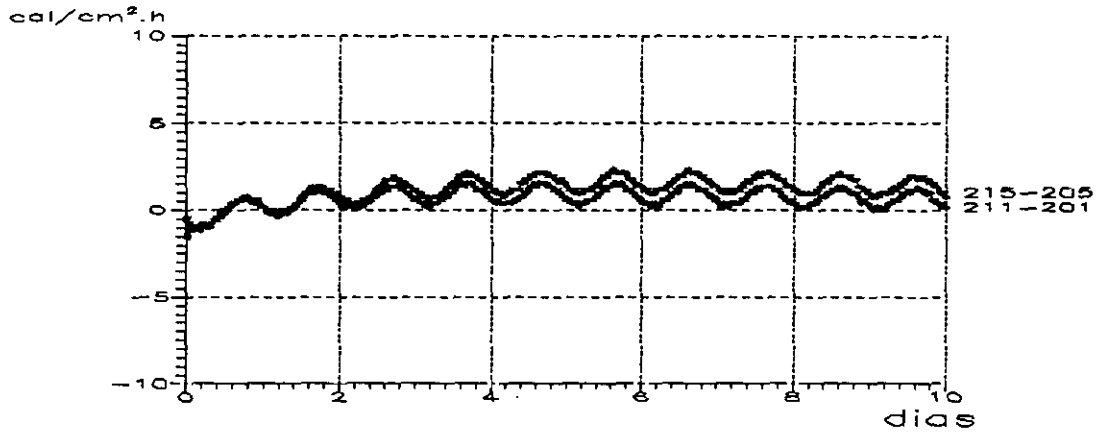


Fig. 9.35. Flujos en la capa superficial de 10 cm de espesor.

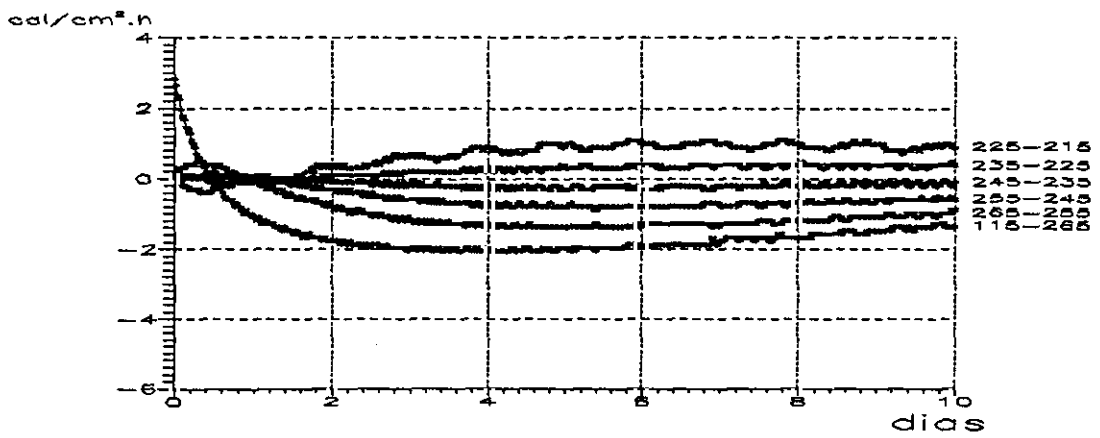


Fig. 9.36. Flujos en el interior, a 90 cm del paramento.

### 9.3.2. Hipótesis de alto coeficiente de transmisión superficial del calor

#### 9.3.2.1. Caso de puesta en obra del hormigón a la temperatura de 12 °C

##### a) Evolución térmica

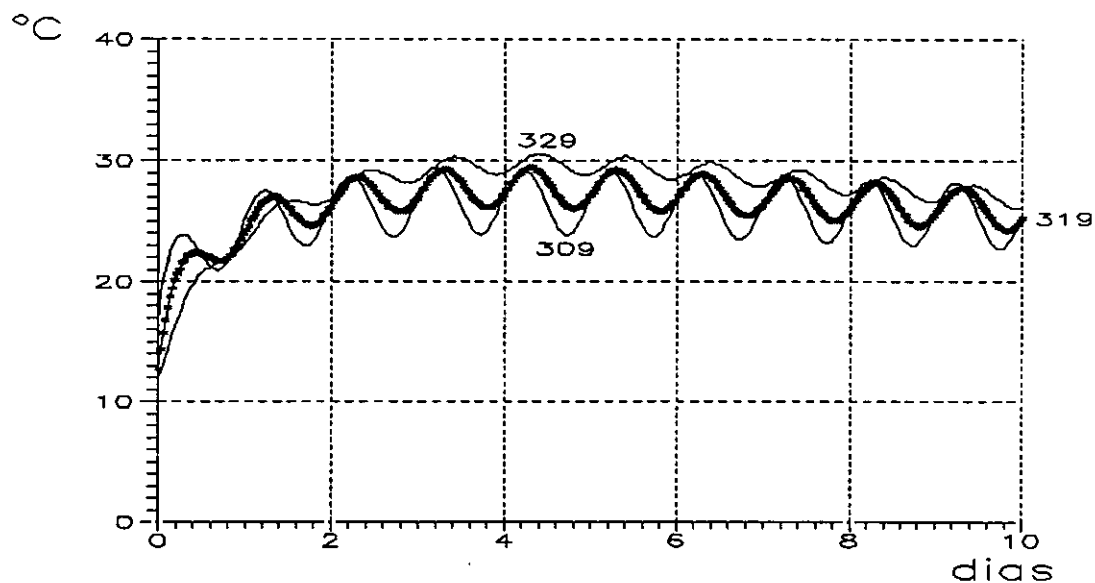


Fig. 9.37. Evolución térmica a 85 cm del paramento, zona parasuperficial.

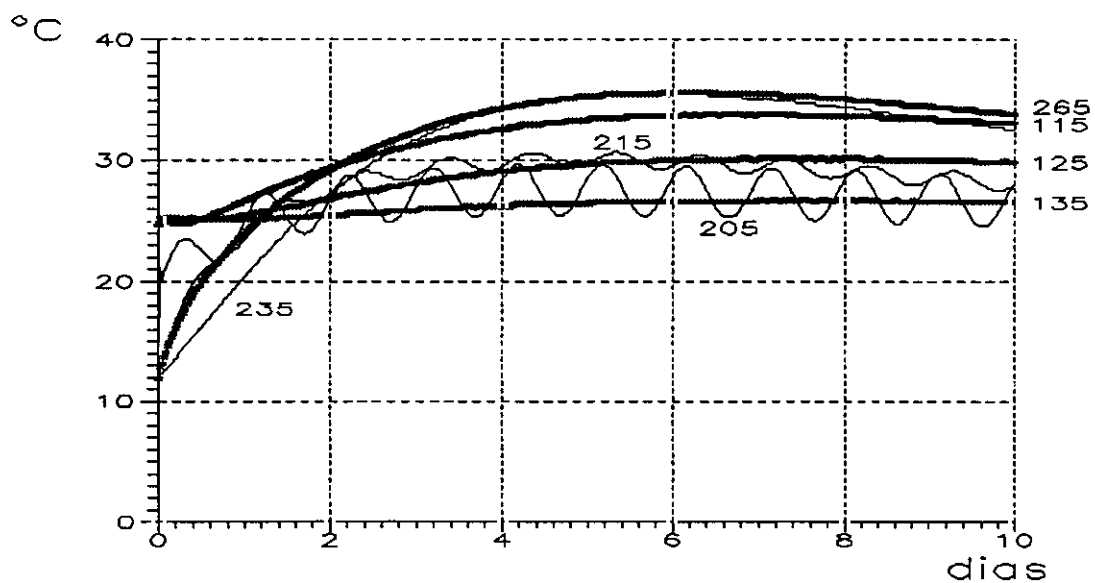


Fig. 9.38. Evolución térmica a 90 cm del paramento.



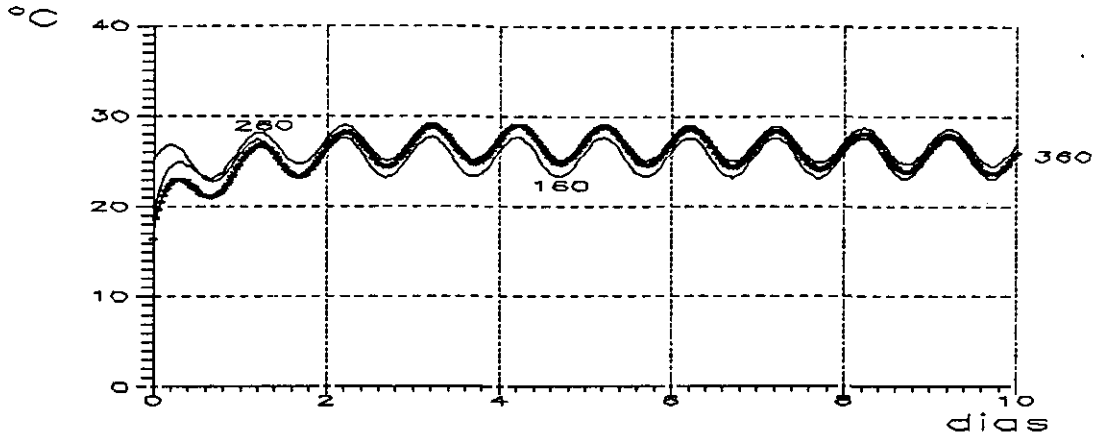


Fig. 9.39. Evolución térmica del paramento.

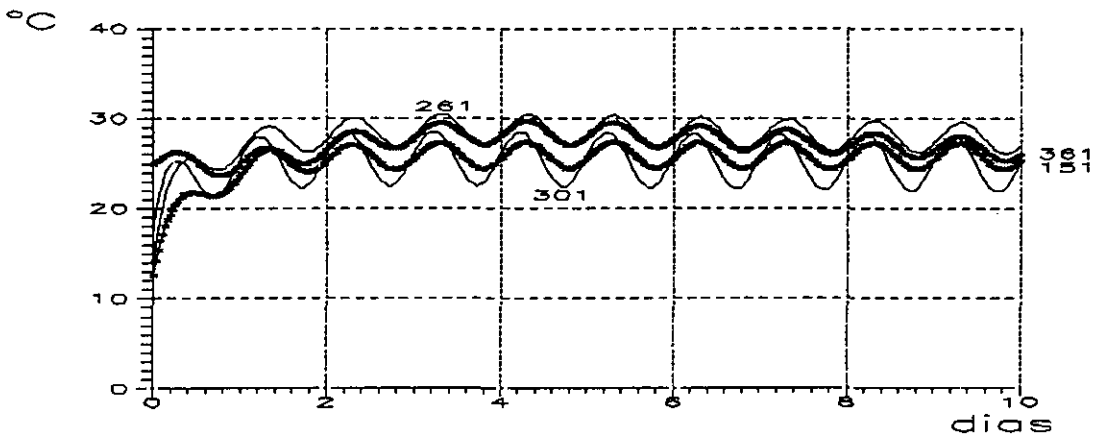


Fig. 9.40. Evolución térmica a 5 cm del paramento.

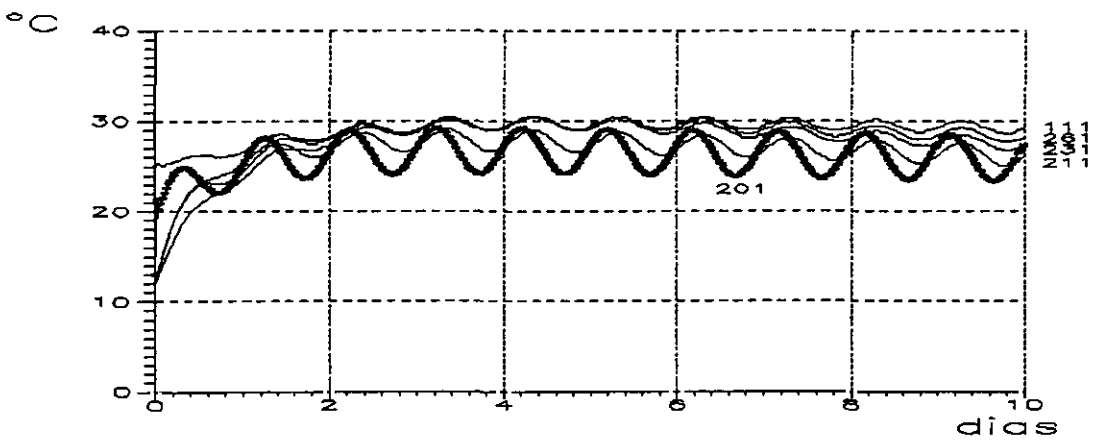


Fig. 9.41. Evolución térmica a 10 cm del paramento.

**b) Flujos caloríficos**

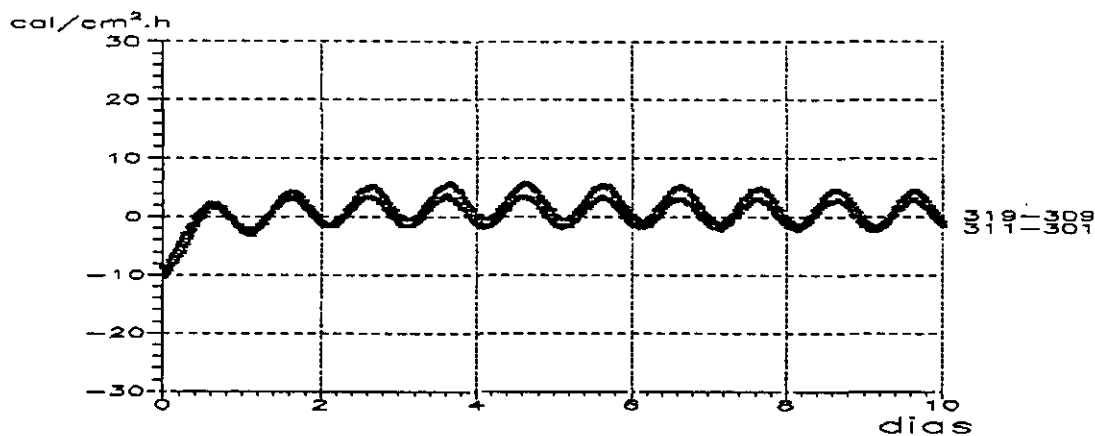


Fig. 9.42. Flujos en la capa superficial de 5 cm de espesor.

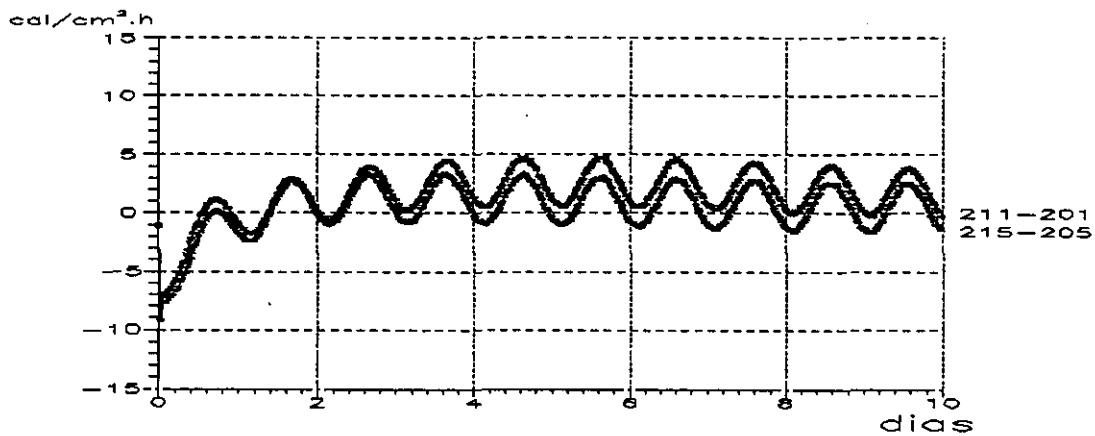


Fig. 9.43. Flujos en la capa superficial de 10 cm de espesor.

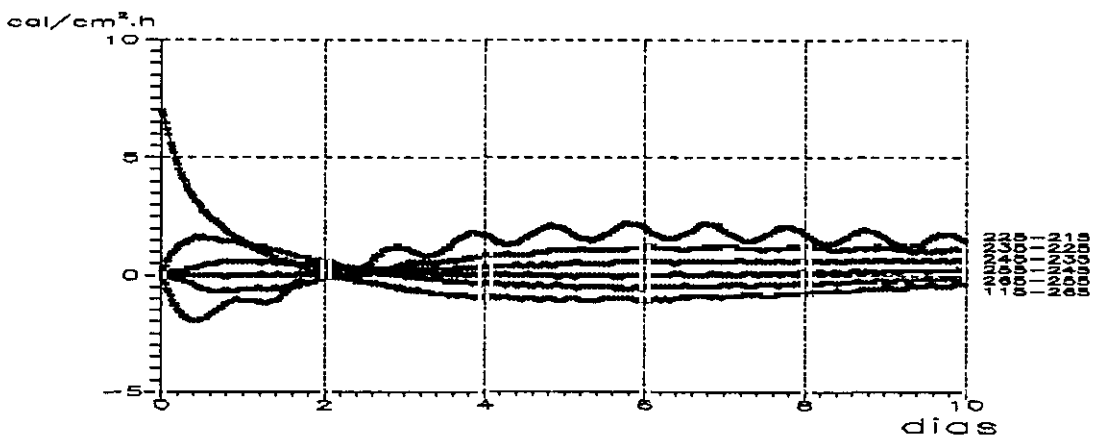


Fig. 9.44. Flujos en el interior, a 90 cm del paramento.

### 9.3.2.2. Caso de puesta en obra del hormigón a la temperatura de 16 °C

#### a) Evolución térmica

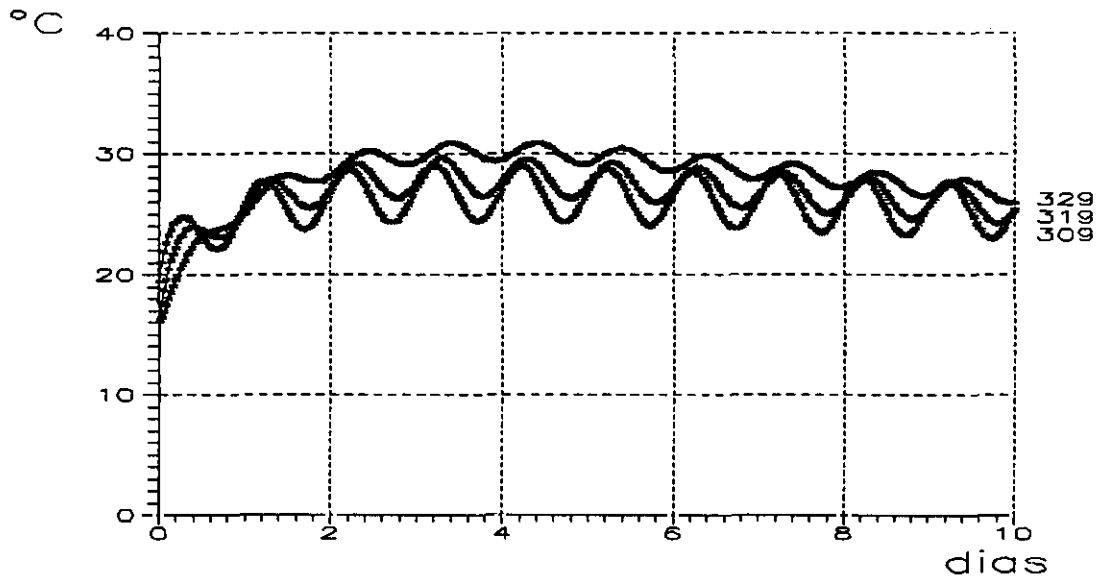


Fig. 9.45. Evolución térmica a 85 cm del paramento, zona parasuperficial.

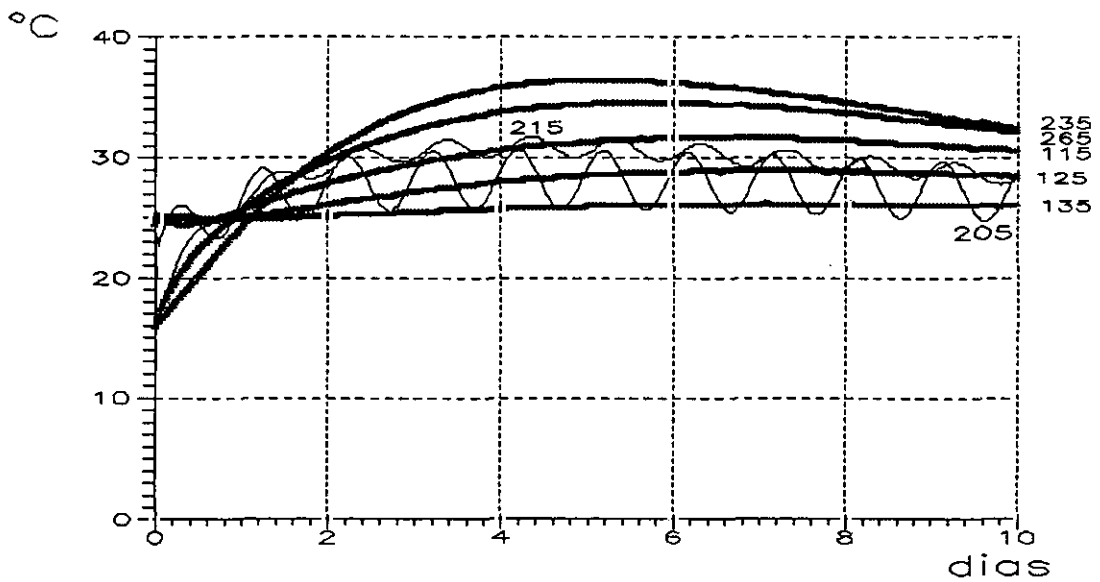


Fig. 9.46. Evolución térmica a 90 cm del paramento.

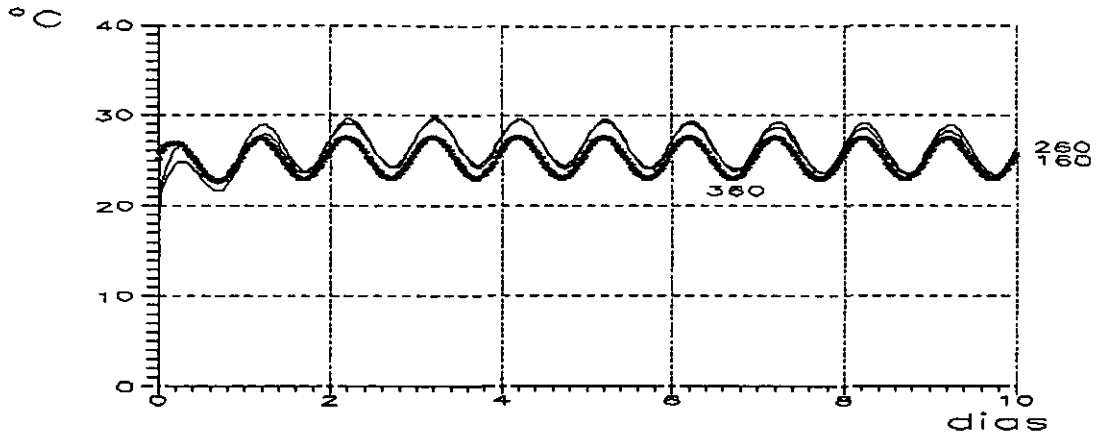


Fig. 9.47. Evolución térmica del paramento.

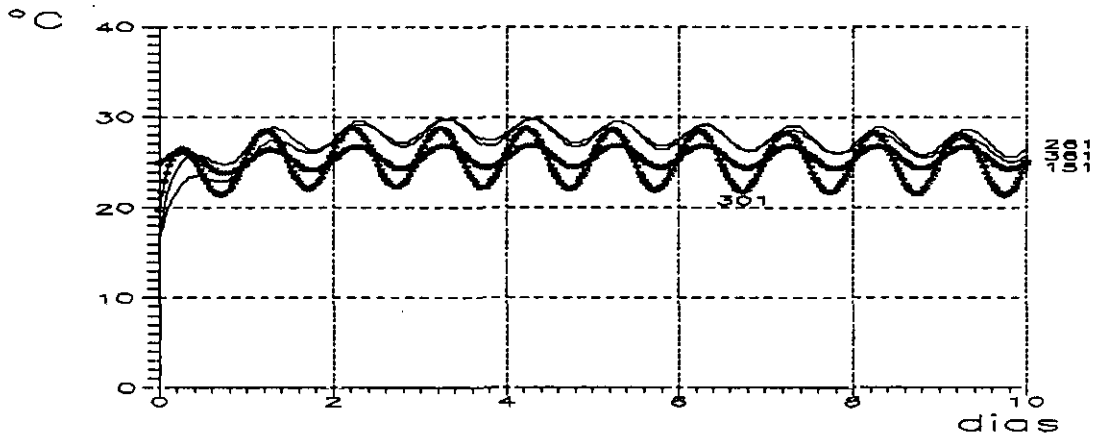


Fig. 9.48. Evolución térmica a 5 cm del paramento.

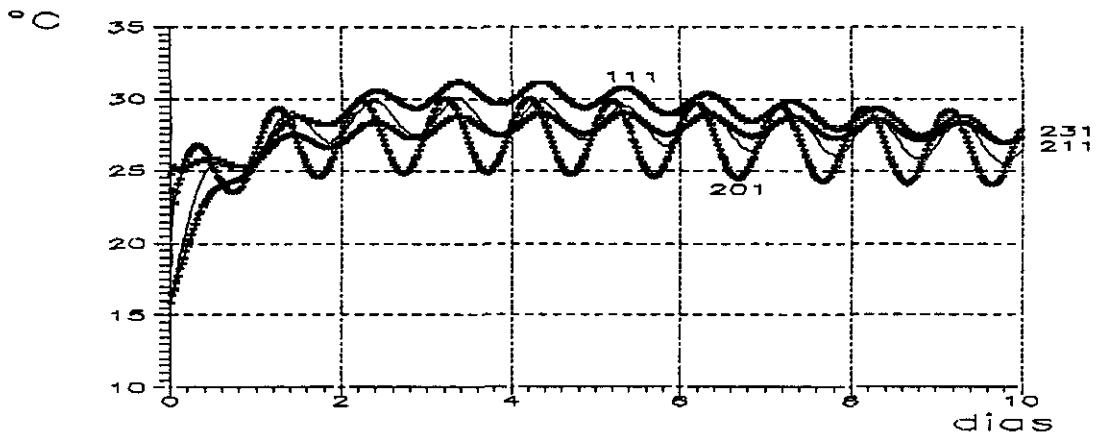


Fig. 9.49. Evolución térmica a 10 cm del paramento.

### b) Flujos caloríficos

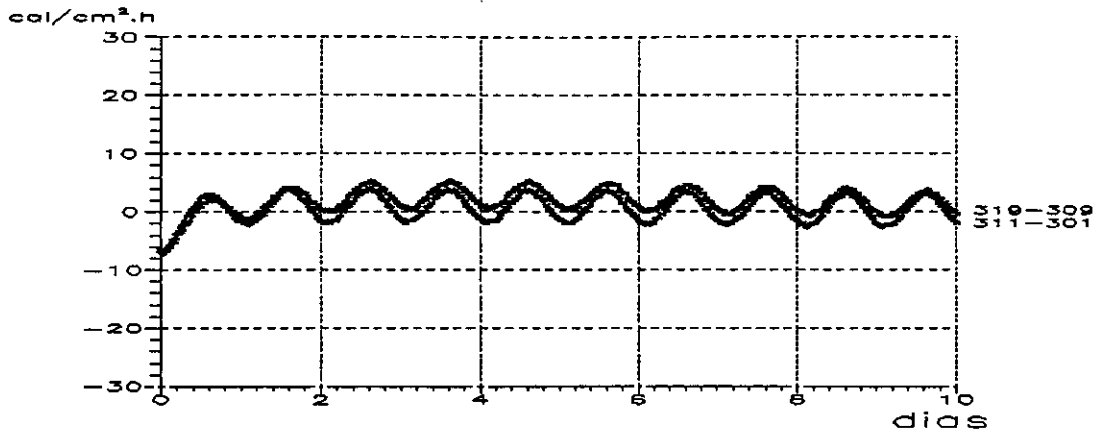


Fig. 9.50. Flujos en la capa superficial de 5 cm de espesor.

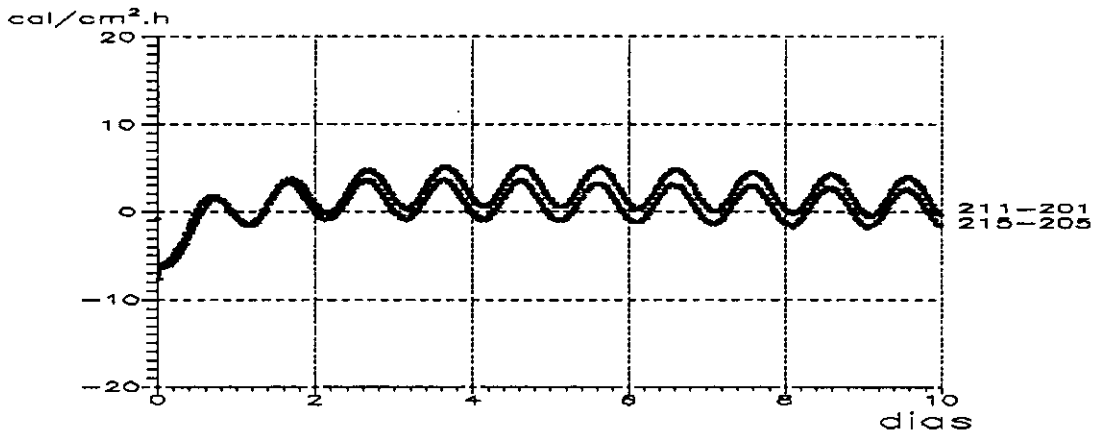


Fig. 9.51. Flujos en la capa superficial de 10 cm de espesor.

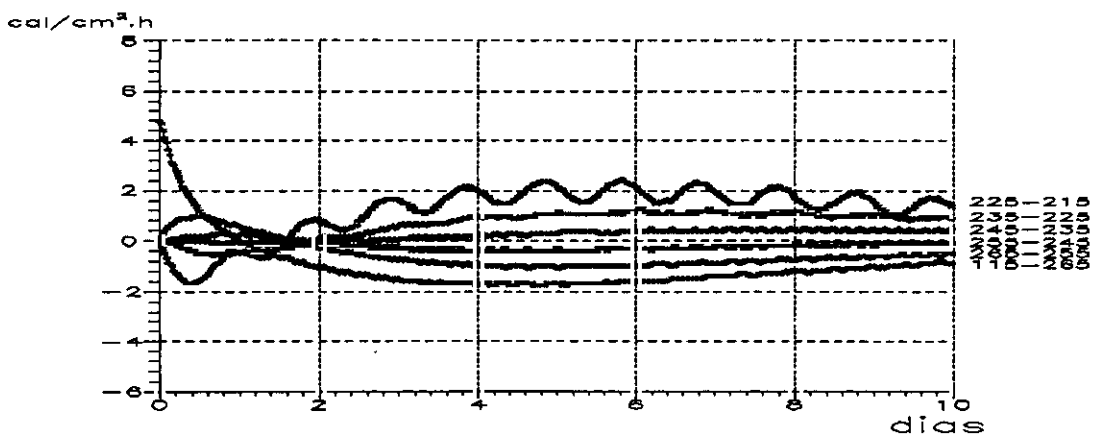


Fig. 9.52. Flujos en el interior, a 90 cm del paramento.

### 9.3.2.3. Caso de puesta en obra del hormigón a la temperatura de 20 °C

#### a) Evolución térmica

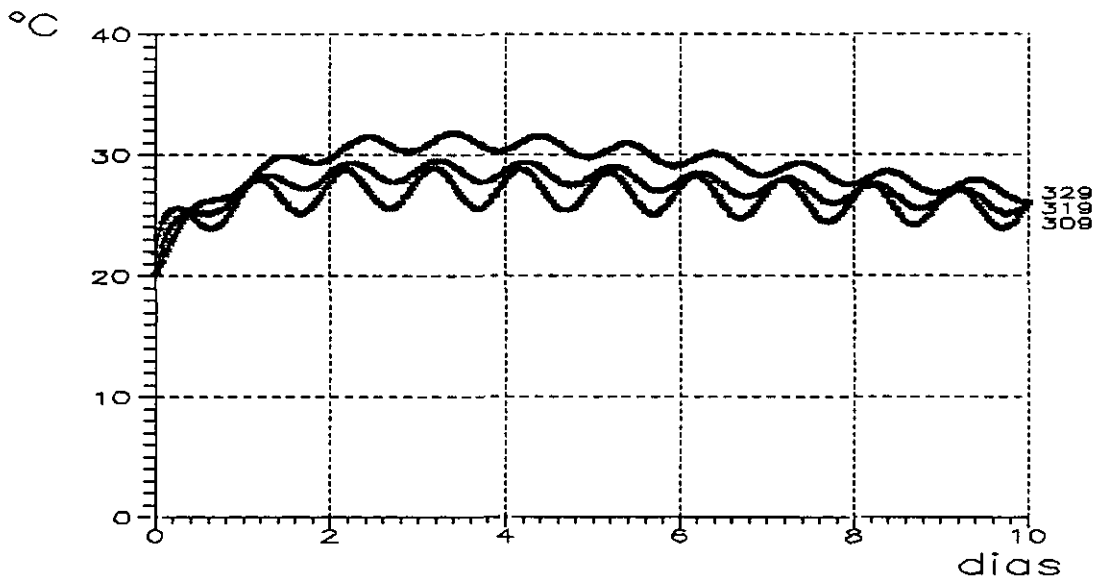


Fig. 9.53. Evolución térmica a 85 cm del paramento, zona parasuperficial.

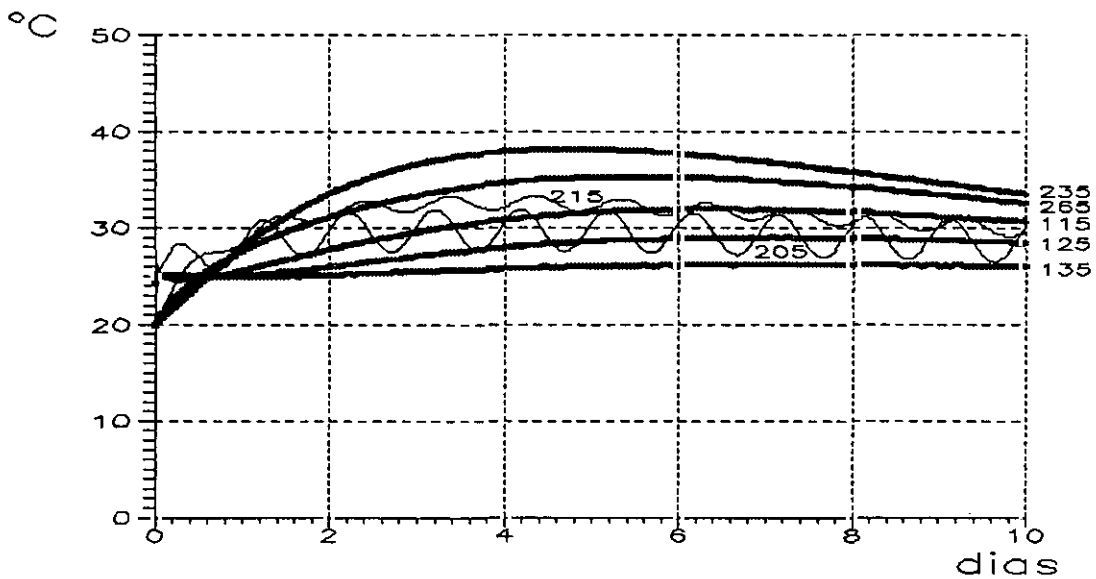


Fig. 9.54. Evolución térmica a 90 cm del paramento.

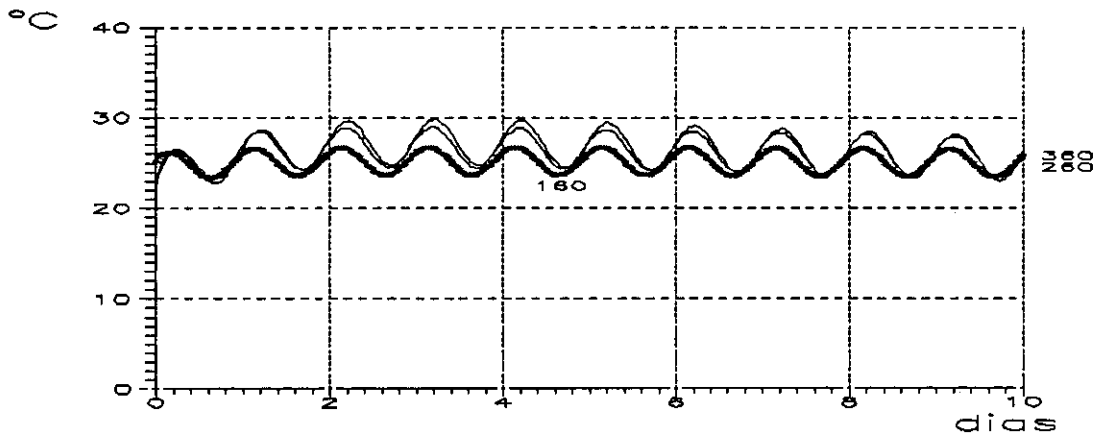


Fig. 9.55. Evolución térmica del paramento.

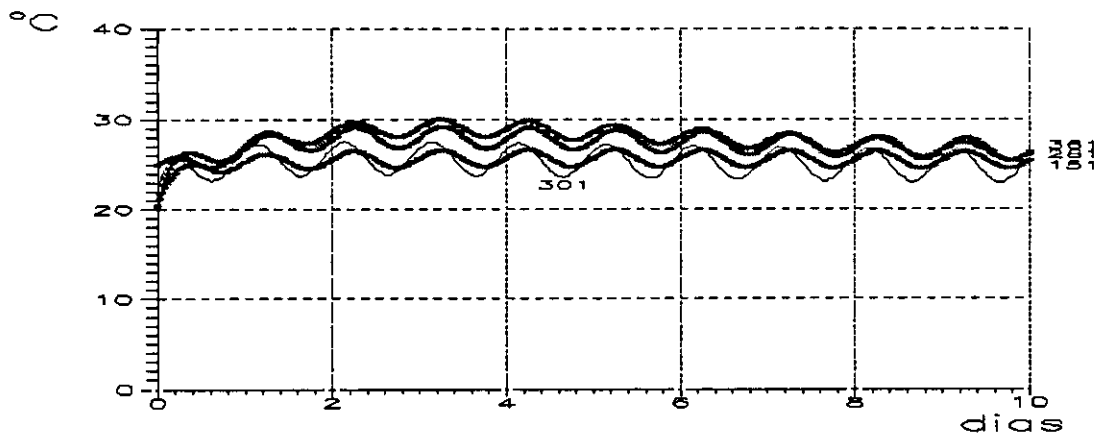


Fig. 9.56. Evolución térmica a 5 cm del paramento.

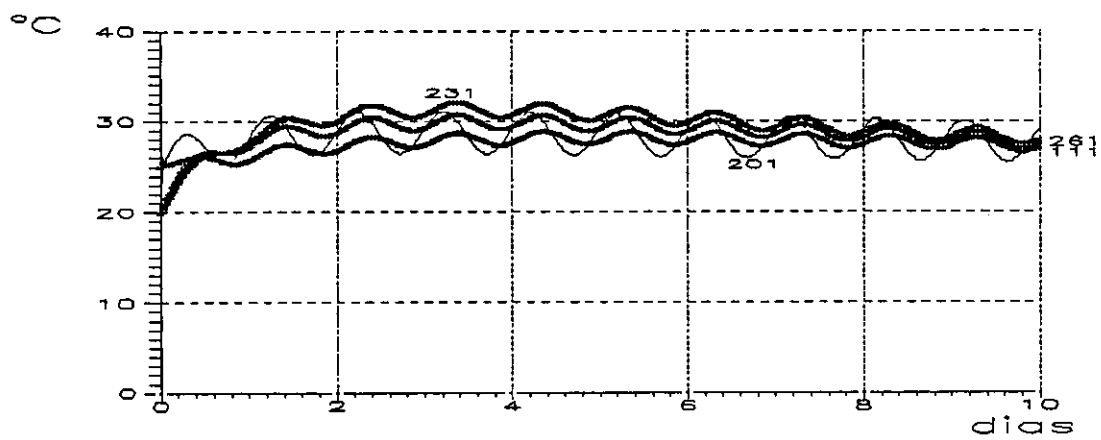


Fig. 9.57. Evolución térmica a 10 cm del paramento.

b) Flujos caloríficos

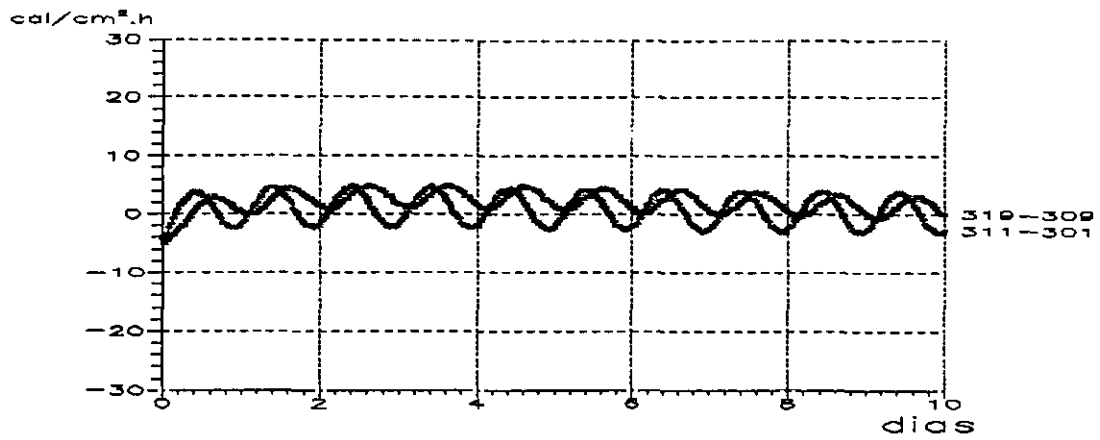


Fig. 9.58. Flujos en la capa superficial de 5 cm de espesor.

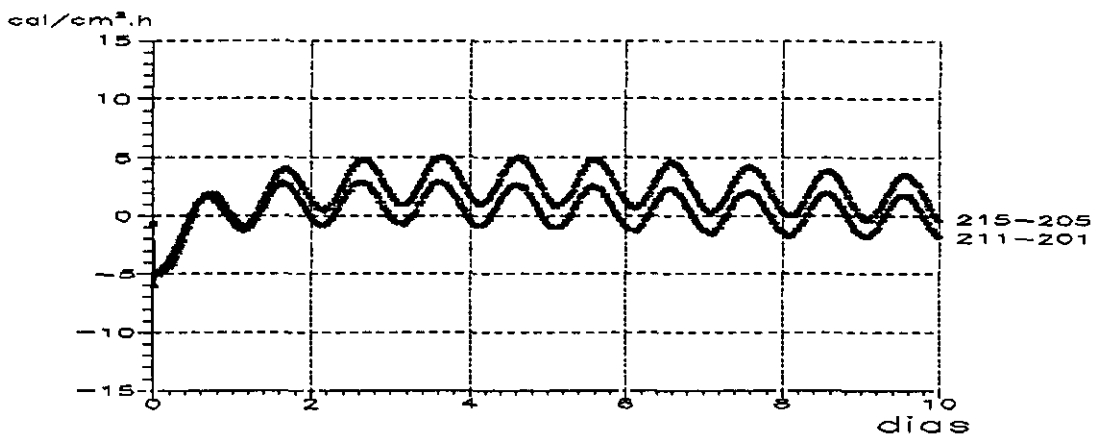


Fig. 9.59. Flujos en la capa superficial de 10 cm de espesor.

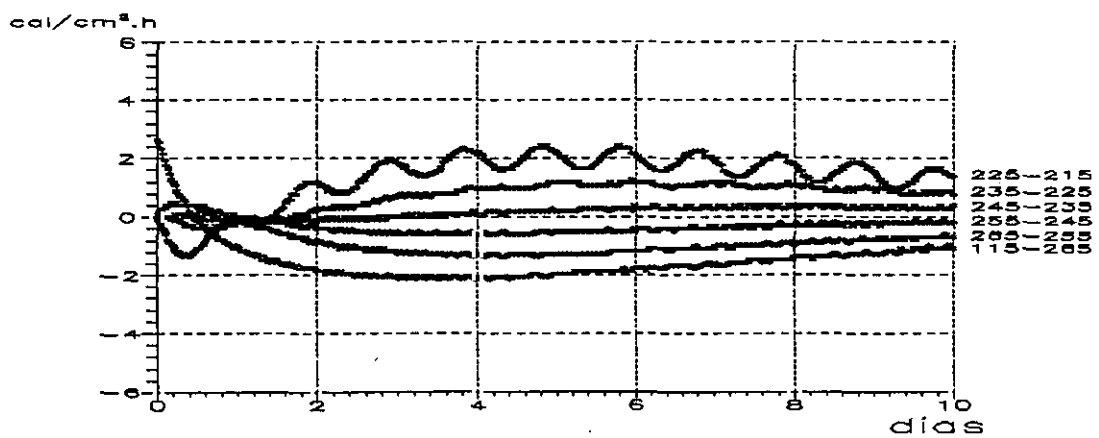


Fig. 9.60. Flujos en el interior, a 90 cm del paramento.



#### 9.4. Consideraciones complementarias

1<sup>a</sup>. El estudio relativo a la *zona parasuperficial* permite deducir, entre otras, las siguientes conclusiones:

- a) Los *flujos caloríficos* entre los puntos situados a 5 cm de la superficie y los de ésta, en el caso de puesta en obra del hormigón a 20 °C, no alcanzan
  - a.1) 3 cal/cm<sup>2</sup>.h en la hipótesis de "bajo" coeficiente de transmisión superficial del calor (Véanse las Fig. 9.18, 9.26 y 9.34).
  - a.2) 6 cal/cm<sup>2</sup>.h en la hipótesis de "alto" coeficiente de transmisión superficial de calor (Véanse las Fig. 9.42, 9.50 y 9.58).y valores menores en los casos de puesta en obra a 12 y 16 °C.
- b) Los *flujos caloríficos* entre dichos puntos aunque crecen, lógicamente, con la temperatura de puesta en obra del hormigón (consecuencia de que es mayor la temperatura en el interior de la tongada y permanece la ambiental) este crecimiento es muy pequeño; el paso de los 12 °C a los 20 °C en la temperatura de puesta en obra sólo induce un aumento de la diferencia de temperaturas que no llega a los 0'5 °C en ninguna de las hipótesis consideradas de coeficiente de transmisión superficial del calor.

2<sup>a</sup>. Las *oscilaciones térmicas* en la superficie del hormigón varían de forma apreciable con el valor supuesto del coeficiente de transmisión superficial del calor. Así, la oscilación de 10 °C en el ambiente (de 20 °C a las 4 de la mañana a 30 °C a las 4 de la tarde) se reduce a unos 6 °C en la hipótesis de valor "alto" de  $h$  (véanse las Fig. 9.37, 9.38, 9.39, 9.40, 9.41, 9.45, 9.46, 9.47, 9.48, 9.49, 9.53, 9.54, 9.55, 9.56 y 9.57) y a unos 2 °C en la hipótesis de valor "bajo" de  $h$  (véanse las Fig. 9.13, 9.14, 9.15, 9.16, 9.17, 9.21, 9.22, 9.23, 9.24, 9.25, 9.29, 9.30, 9.31, 9.32 y 9.33). (Para completar esta perspectiva de coeficiente "relativamente bajo" se remite al lector, con especial hincapié, al subapartado 9.2.4).

3<sup>a</sup>. Un mayor valor del coeficiente de transmisión superficial del calor hace que la evacuación de éste desde el interior del hormigón hacia la atmósfera (y, en sentido contrario, la intrusión) tenga lugar más rápidamente y, en consecuencia, las *temperaturas en el seno de la tongada* sean inferiores. (Véanse las Fig. 9.13 y 9.37, 9.14 y 9.38, etc,

relativas a la evolución térmica, parejas de figuras asociadas a los valores de  $h$  denominados "relativamente bajo" y "relativamente alto", respectivamente). Esta cuestión puede apreciarse con mayor claridad en las parejas de Fig. 9.29 y 9.53, 9.30 y 9.54, correspondientes a la mayor temperatura, 20 °C, investigada. Así, por ejemplo, la temperatura máxima en el punto 329 baja, aproximadamente, de 36 a 33 °C, en el 220 de 38 a 35 °C, etc. Conviene también señalar, por otra parte, que las temperaturas máximas se alcanzan en un plazo de tiempo más corto en el caso de más "altos" coeficientes de transmisión superficial.

Nótese la relación, y la importancia, que tienen estas conclusiones para *determinar científicamente* (dada su precisa cuantificación) las *características térmicas del hormigón* que debe utilizarse, el *proceso de hormigonado* y el posible *tratamiento del hormigón* después de su puesta en obra, superando el recurso a las tradicionales recetas de la "experiencia del buen constructor" (popularmente "ojo clínico") o a las "normas" cualitativas vigentes en la actualidad.

4ª. El *espesor de la tongada* constituye otra variable de suma importancia que debe tenerse en cuenta y valorarse adecuadamente a la hora de analizar problemas térmicos en el hormigón. Así, por ejemplo, el contraste de los resultados expuestos en el capítulo 8 relativos a tongadas de 2'00 m de espesor con  $h = 4 \cdot 10^{-4}$  kcal/m<sup>2</sup>.s.°C y los del presente capítulo relativos a tongadas de 1'20 m de espesor con el mismo valor de  $h$  permiten estimar que las temperaturas máximas alcanzadas son de unos 38 °C en torno a los 8 días (punto 248, Fig. 8.10) y de unos 34 °C en torno a los 6 días (punto 235, Fig. 9.14) para espesores de 2'00 y 1'20 m, respectivamente, si la temperatura de puesta en obra del hormigón es de 12 °C; de unos 41 °C en torno a los 8 días (punto 248, Fig. 8.54) y de unos 36'5 °C en torno a los 6 días (punto 235, Fig. 9.22) para espesores de 2'00 y 1'20 m, respectivamente, si la temperatura de puesta en obra del hormigón es de 16 °C; y de unos 44 °C en torno a los 8 días (punto 248, Fig. 8.76) y de unos 39 °C en torno a los 6 días (puntos 235, Fig. 9.30) para espesores de 2'00 y 1'20 m, respectivamente, si la temperatura es de 20 °C.

Se constata, de esta manera, una notable disminución de las temperaturas al considerar tongadas de 1'20 m en lugar de tongadas de 2 m en igualdad de los demás parámetros.

Reiterando lo escrito en la consideración anterior, conviene destacar también la relación (y la importancia) que tienen estas conclusiones para seleccionar científicamente, dada la precisión cuantitativa que puede obtenerse, las características del hormigón a utilizar, el proceso de hormigonado y el posible tratamiento posterior a la puesta en obra.

5ª. No debe olvidarse que los resultados expuestos tanto en el capítulo 8 como en este capítulo 9 corresponden al estudio de una tongada con ritmo lento de hormigonado, es decir, que no recibe otra sobre sí misma durante su fraguado. Un *ritmo aceptable de hormigonado* (de 4, 6, 8 ó 10 días por tongada) *modificaría notablemente el campo térmico* y, en consecuencia, modificaría las diferencias de temperaturas y los flujos caloríficos, tanto más cuanto más rápido fuera dicho ritmo. Esta cuestión se estudiará en la fase siguiente de la experimentación.

6ª. El estudio con detalle de un nuevo problema (el comportamiento térmico del hormigón, desde su puesta en obra, en la zona parasuperficial) y la referencia a tongadas de diferente espesor sobre dos modelos distintos (pero equivalentes), ha puesto de manifiesto (una vez más) la calidad del *sistema de simulación analógica*. El modelo es de aplicación general a cualquier tipo de obras de hormigón, con las características que éste tenga y en cualesquiera ambientes.

7ª. El modelo construido que había permitido, a la luz de lo experimentado en la primera fase, reproducir un macizo de hormigón simulando:

- a) Sus características térmicas pasivas;
- b) su capacidad de generación de calor;
- c) su geometría; y
- d) las condiciones ambientales de contorno.

y registrando:

- e) el campo térmico, y
- f) los flujos caloríficos,

ha facilitado en esta segunda fase:

- 1) el estudio detallado de la zona parasuperficial;

- 2) simular diferentes espesores de tongada; y
- 3) considerar un amplio intervalo de valores del coeficiente de transmisión superficial del calor.

En el próximo capítulo se tendrá en cuenta otro parámetro de importancia capital: el ritmo de hormigonado.

## CAPITULO 10. FASE TERCERA DE LA EXPERIMENTACION: ESTUDIO DE TRES TONGADAS PUESTAS EN OBRA A RITMO USUAL

### 10.1. Objeto de estudio

La finalidad del estudio térmico del hormigón cuyas condiciones y resultados se detallan y comentan en este capítulo puede resumirse, como los anteriores, en la obtención mediante modelo analógico RIC: a) *del campo térmico*,  $T = T(p,t)$ ; y b) de los *flujos de calor* intercambiados con el medio ambiente y entre tongadas. La novedad (doble y de suma importancia) radica, por una parte, en la consideración de *tres tongadas* (en general, de cualquier número) y, por otra, en el establecimiento de un *ritmo de hormigonado* como variable primordial. En la Fig. 10.1 se esquematizan las características y condiciones iniciales de esta nueva fase de la experimentación y en la 10.2 los puntos principales de registro.

TONGADA 3 (puesta en obra a 12 °C, 16 °C y 20 °C a los 4 días)
TONGADA 2 (puesta en obra a 12 °C, 16 °C y 20 °C en el instante inicial)
TONGADA 1 (ya fraguada, con temperatura uniforme de 25 °C en el instante inicial)
SUELO DE GRAN INERCIA TERMICA (25 °C)

Fig. 10.1.

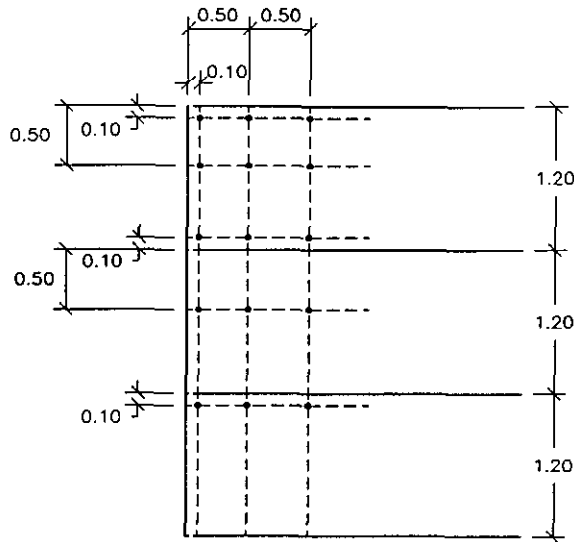


Fig. 10.2. Puntos principales de registro (distancias en m).

## 10.2. La "realidad" a simular. Condiciones de la experimentación

En la línea descrita en los capítulos precedentes, números 8 y 9, se resumen, a continuación, los datos correspondientes a las condiciones fundamentales relativas a la realidad supuesta: naturaleza del hormigón, forma y proceso de hormigonado, condiciones ambientales, etc.

### A) El recinto

#### 10.2.1. Naturaleza del hormigón

Las características del hormigón, que se consideran constantes desde su puesta en obra (permanente en el tiempo), son:

- \* Conductividad térmica.

$$k = 3 \cdot 10^{-4} \text{ kcal/m.s.}^{\circ}\text{C} = 0'003 \text{ cal/cm.s.}^{\circ}\text{C}.$$

- \* Calor específico.

$$c = 0'23 \text{ kcal/kg.}^{\circ}\text{C}.$$

- \* Densidad.

$$\rho = 2400 \text{ kg/m}^3$$

- \* Difusividad.

$$D = 5'435 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$$

El fraguado o hidratación del cemento da lugar a una característica térmica del hormigón variable en el tiempo. Para esta experimentación utilizo la curva de generación de calor que se representa en la Fig. 10.3.

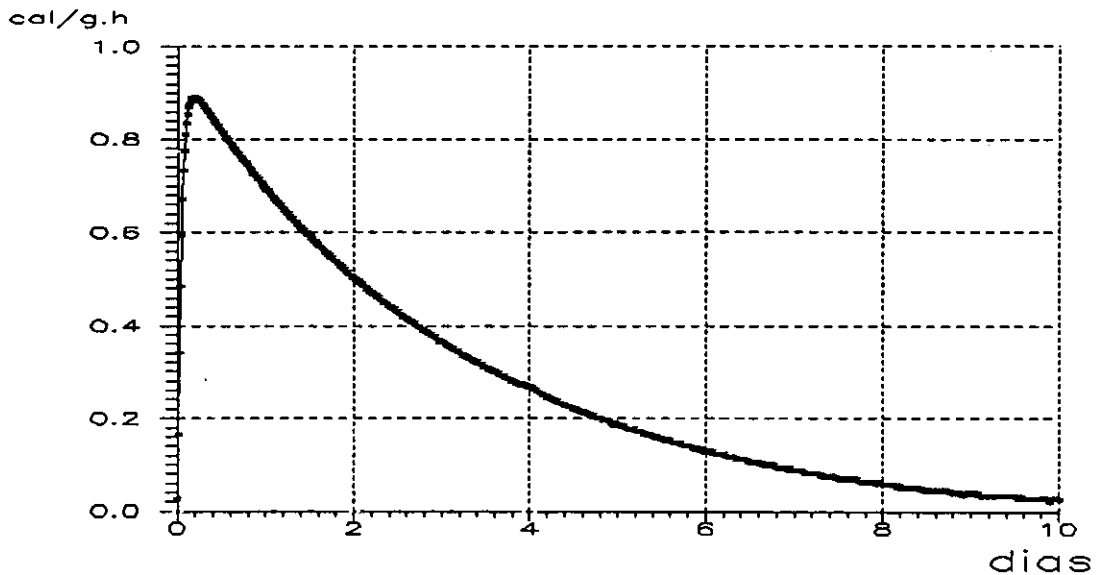


Fig. 10.3. Curva de generación de calor del hormigón.

### 10.2.2. Forma de los recintos de hormigón

Las tongadas de hormigón se suponen paralelepípedicas de gran extensión superficial respecto de su espesor de 1'20 m, lo que permite considerar el problema como bidimensional.

### B) El contorno

#### 10.2.3. Contorno inferior

El contorno inferior es el suelo, base o apoyo, considerado como de inercia térmica infinita, de modo que se encuentra a 25 °C de manera uniforme y permanente.

#### 10.2.4. Condiciones ambientales

Los datos relativos a la temperatura ambiente, su evolución en el entorno natural del recinto de hormigón, se representan en la Fig. 10.4, de forma que la temperatura se define mediante una función sinusoidal de amplitud correspondiente a 10 °C, entre 20

°C de mínima a las cuatro de la mañana y 30 °C de máxima a las cuatro de la tarde, y período correspondiente a un día.

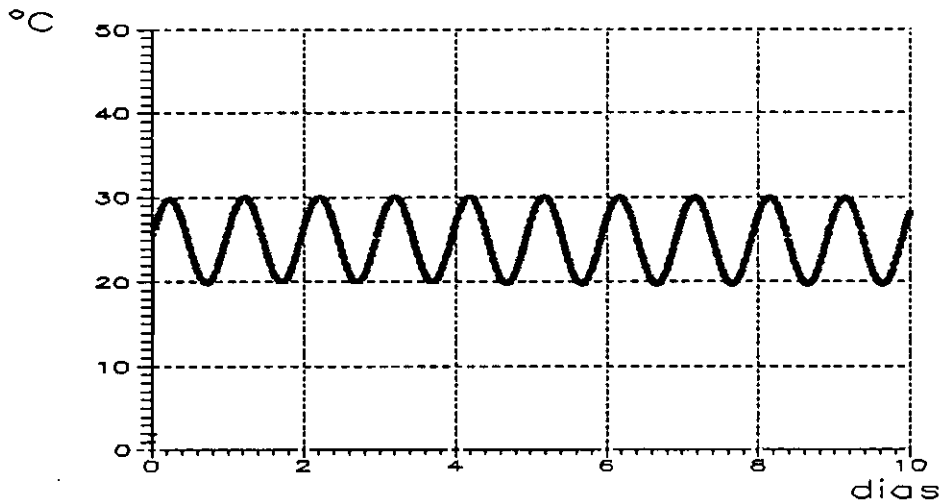


Fig. 10.4. Temperatura ambiental.

#### 10.2.5. Coeficiente de transmisión superficial

Se han supuesto dos valores extremos constantes en el tiempo (es decir, durante todo el proceso) en el contorno (superficies superiores y paramento) y en ambos sentidos de fluencia de calor (evacuación e intrusión) denominados, respectivamente:

. Bajo:  $h = 4 \cdot 10^{-4} \text{ kcal/m}^2 \cdot \text{s} \cdot \text{°C}$ .

. Alto:  $h = 40 \cdot 10^{-4} \text{ kcal/m}^2 \cdot \text{s} \cdot \text{°C}$ .

#### 10.2.6. Contornos de contacto de diferentes tongadas

Se supone que existe continuidad de naturaleza en el espacio, es decir, que no existen resistencias térmicas de contacto suelo-tongada y tongada-tongada, siendo  $k$  uniforme y constante en todas las tongadas.

En consecuencia, no existen contornos "interiores" en ningún instante; dichas superficies son "exteriores" a subrecintos temporales.

#### 10.2.7. Límite interior del modelo

Se supone (con vistas a limitar el modelo) que las superficies del flujo son planos verticales a cierta distancia del paramento; en este caso a 2'10 m. (La experimentación viene demostrando la validez de esta hipótesis).



### C) El proceso de hormigonado

#### 10.2.8. Situación previa

La situación previa que existe se representa en la Fig. 10.5, definida por un suelo de inercia térmica infinita a 25 °C, uniforme y permanente, sobre el que se encuentra una tongada ya fraguada, antigua, a 25 °C uniforme, que se denomina "tongada 1".

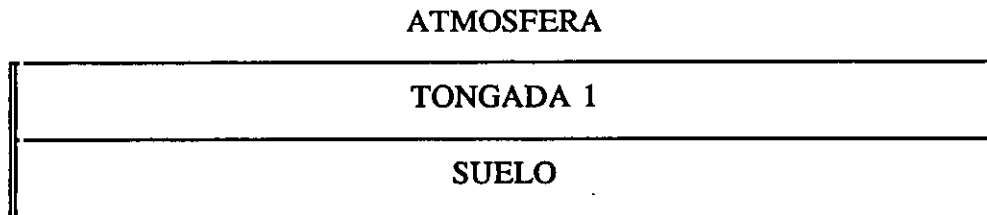


Fig. 10.5. Situación previa.

#### 10.2.9. Instante inicial

El instante inicial se define por la colocación de una tongada "activa" (no fraguada) en su totalidad simultáneamente a las 12 de la mañana de un determinado día (respecto de la temperatura ambiente que ordena el control de horario), tal que la tongada (denominada 2) se pone en obra a 12, 16 o 20 °C. En ese instante se sustituye la atmósfera de la parte superior de la tongada 1 por el contacto directo entre las tongadas 1 y 2 sin resistencia de contacto entre ellas; la colocación de la tongada 2 representa un impacto o discontinuidad térmica brusca, instantánea. Véase Fig. 10.6.

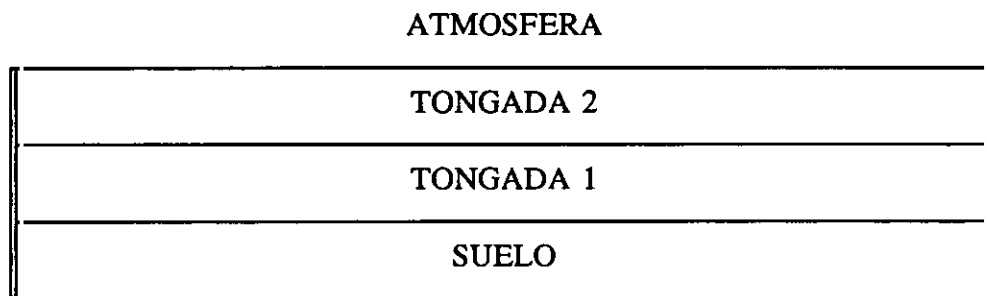


Fig. 10.6. Fijación del instante inicial.

### 10.2.10. Puesta en obra de la tongada 3

Al cuarto día, por ejemplo (buen ritmo de hormigonado), de la puesta en obra de la tongada 2, a las 12 de la mañana, se coloca la tongada 3, hipotéticamente de forma instantánea también y toda ella simultáneamente, produciéndose un choque o discontinuidad térmica en el contacto de ambas al sustituir la temperatura ambiente con el coeficiente de transmisión superficial del calor, por la presencia directa de la tongada 3 sin resistencia térmica de contacto. La tongada 3 se pone en obra a 12, 16, o 20 °C. Véase de nuevo la Fig. 10.1.

En la Fig. 10.7 se registran las curvas de generación de calor de las tongadas 2 y 3 con el desfase adoptado de 4 días.

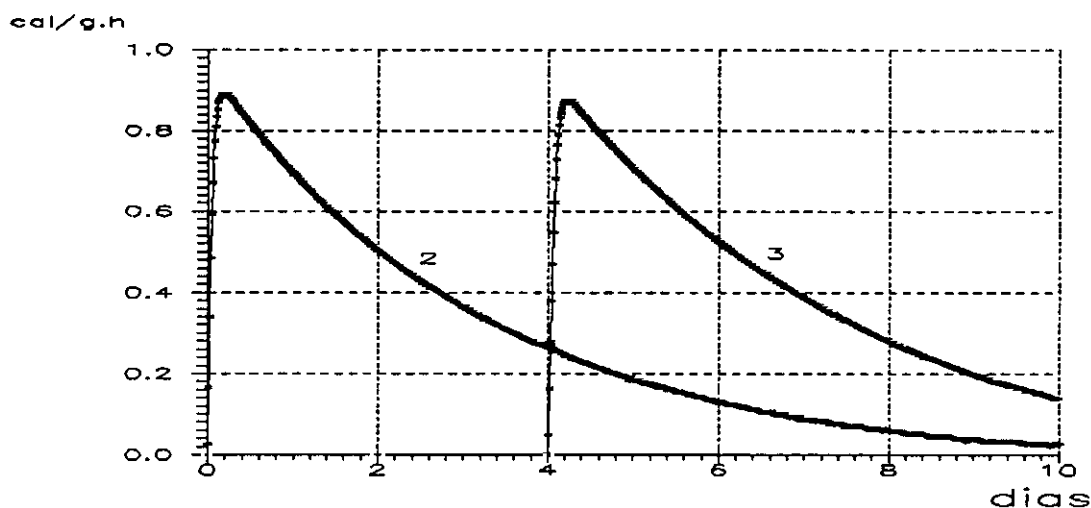


Fig. 10.7. Curvas de generación de calor de las tongadas 2 y 3.

## 10.3. El modelo

### 10.3.1. Fundamentos teóricos

Los fundamentos teóricos de este uso más completo del modelo se han descrito con extensión y rigor en el capítulo 6 "Simulación analógica eléctrica del campo térmico. Descripción del modelo RIC".

### 10.3.2. Características generales

Se detallan y explican suficientemente las características generales del modelo en el capítulo 7, "El modelo analógico RIC del comportamiento térmico del hormigón en masa".

### 10.3.3. Utilización concreta para este estudio

Las estructuras básicas construidas en el modelo, previas al inicio de la experimentación, estaban previstas para simular el comportamiento de tres tongadas (véase Fig. 10.8) de modo que la inferior (la 1) ya hubiera concluido su fraguado, la 2 se pusiera en obra en un determinado momento, considerado como instante inicial, y la 3 se hormigonase en el momento posterior que se deseara, antes de que la 2 hubiera acabado su fraguado. Cada tongada está representada mediante una red RIC correspondiente a seis capas horizontales y 11 franjas verticales, lo que supone, con el contorno, un total de  $(8 \times 11 + 6 =)$  94 puntos de registro por tongada. Para la utilización del modelo según estas previsiones se ha completado con el instrumental y los componentes básicos necesarios para simular la temporización adecuada de la puesta en obra de la tongada 3 y para simular también la conmutación correspondiente al hecho de que la superficie de la tongada 2 deja de estar en contacto con la atmósfera cuando recibe sobre ella la tongada 3. Así, por ejemplo, las condiciones de contorno de la tongada 3 en el instante de su puesta en obra son: en la base, la tongada 2 en el estado térmico en el que se encuentra al cuarto día; en la superficie y el paramento, la situación atmosférica, y en el interior la superficie de flujo vertical.

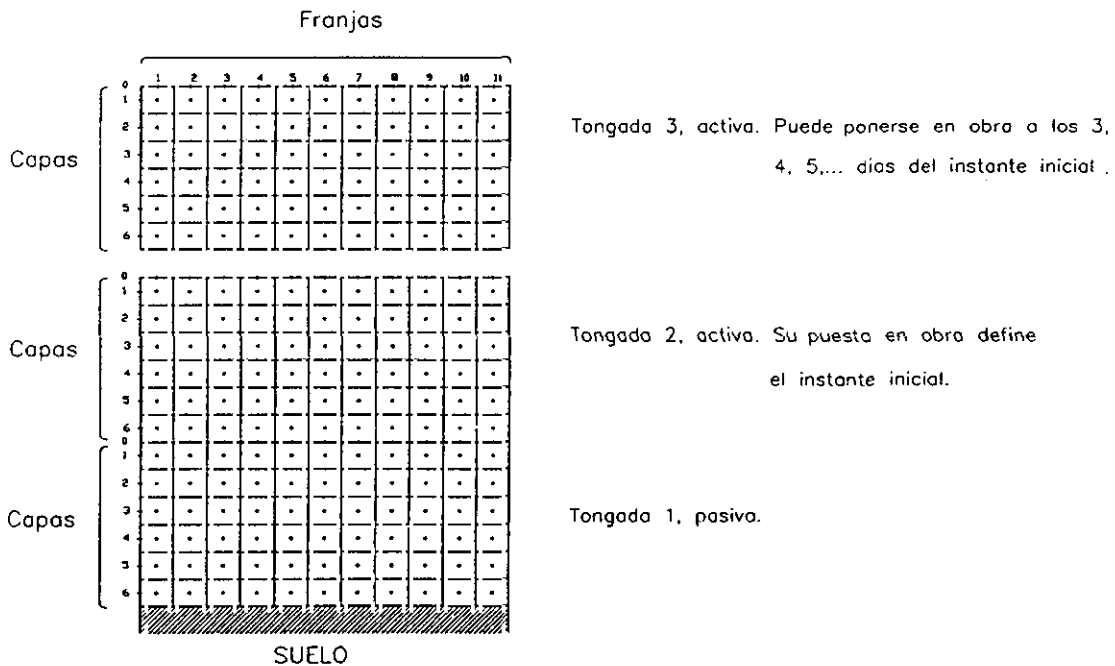
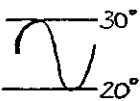


Fig. 10.8. Sección transversal completa representable en el modelo en su estado actual.

Un adecuado ajuste y una rigurosa puesta a punto de todos los elementos de generación, control, sincronización, conmutación, medida y registro han permitido realizar la experimentación, cuya organización se describe en el apartado 10.4 y cuyos resultados más interesantes se detallan gráficamente en el apartado 10.5.

## 10.4. Organización de la experimentación

### 10.4.1. Casos objeto de experimentación

Propiedades hormigón	Tiempo real investigación	Espesor tongadas	Condiciones ambientales	Coefficiente transmisión superficial (kcal/m <sup>2</sup> .s.°C)	Temperat. puesta en obra (°C)	Caso
$k = 3 \cdot 10^{-4} \frac{\text{Kcal}}{\text{m.s.}^\circ\text{C}}$  $c = 0,23 \frac{\text{Kcal}}{\text{Kg.}^\circ\text{C}}$  $\rho = 2400 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3}$  $\dot{q}$ , curva suministrada	20 días	1'20 m		4.10 <sup>-4</sup>	12	1
					16	2
					20	3
				40.10 <sup>-4</sup>	12	4
					16	5
					20	6

Casos objeto de investigación sistemática.

En el cuadro anterior se describen, en forma resumida, los seis casos objeto de investigación sistemática en el ámbito de las condiciones enunciadas en el apartado 10.2 (en el cuadro se consideran sólo las fácilmente expresables).

La investigación sistemática se ha concebido y desarrollado en función de las características propias de la simulación analógica discreta con control osciloscópico y registro informático de los resultados. En síntesis, el programa experimental que se ha seguido, que sirve de base a los resultados que se exponen en el apartado 10.5, ha sido el siguiente:

1. Hipótesis de bajo coeficiente de transmisión superficial del calor.
  - 1.1. Caso de puesta en obra del hormigón a 12 °C.
  - 1.2. Idem a 16 °C.
  - 1.3. Idem a 20 °C.
2. Hipótesis de alto coeficiente de transmisión superficial del calor.
  - 2.1. Caso de puesta en obra del hormigón a 12 °C.
  - 2.2. Idem a 16 °C.
  - 2.3. Idem a 20 °C.

#### **10.4.2. Objetivos experimentales**

En la línea expuesta en el apartado 10.1 "Objeto del estudio" los objetivos experimentales que se pretenden conseguir en el modelo, de modo directo (mediante registros), previos a estudios de conjunto, conjeturas y conclusiones posteriores, consisten, para cada uno de los casos descritos anteriormente, en conocer:

a) La *evolución térmica* en diferentes puntos de las tres tongadas tanto en el interior de las mismas como en las superficies inferior y superior de ellas y en la proximidad del paramento durante los primeros días de vida del hormigón.

b) Los *flujos de calor* entre tongadas y en la zona parasuperficial de la tongada 3 durante la primera etapa de la vida del hormigón.

#### **10.4.3. Convenio para la denominación de los puntos de control y registro**

La concepción del modelo mediante red discreta RIC explicada con cierto detalle en capítulos anteriores, permite disponer de [(8 filas x 11 columnas + 6 de contorno en el paramento) x 3 tongadas =] 282 puntos de control y registro correspondientes a centros de celdas y de zonas del contorno. Se adoptó, como más adecuada, la nomenclatura sencilla y clara, de raíz matricial, que se explicita en la Fig. 10.9 y se explica a continuación:

Primer índice : tongada, empezando por la inferior en la realidad y siguiendo el orden natural (El suelo, nº 0).

Segundo índice: número de fila de la capa en la tongada empezando por arriba y siguiendo el orden natural. (La superficie, nº 0).

Tercer índice: número de la columna desde el paramento. (El paramento,

nº 0).



Fig. 10.9. Convenio para la denominación de puntos.

#### 10.4.4. Presentación de los resultados

Los resultados fundamentales se presentan mediante gráficas, de manera análoga a las de los capítulos 8 y 9; están obtenidas de las distintas curvas que se han ido enviando desde el osciloscopio hasta el ordenador, donde se han procesado para su adecuada presentación.

En las figuras relativas a la evolución térmica de los puntos de la tongada 3 que se conecta al resto del modelo "activo" al cuarto día aparecen unos primeros tramos horizontales asociados a los cuatro primeros días de la experimentación conjunta y con temperaturas correspondientes a la de puesta en obra del hormigón en cada caso, como condición inicial.

En las figuras relativas a los flujos caloríficos, éstos se han estimado por medio de la Ley de Fourier de la conducción del calor

$$\bar{q} = - K \text{ grād } T$$

utilizada unidireccionalmente entre puntos adyacentes de registro en el modelo, según la fórmula

$$\frac{Q}{S.t} = k \frac{T_1 - T_2}{\ell}$$

de modo que se expresan los flujos a partir de las diferencias de temperatura (ya que los demás parámetros son constantes) mediante un programa de ordenador.

La explicación de las figuras es muy sencilla: cada curva tiene asociado un número de tres cifras. La primera cifra (1, 2 ó 3) se refiere a la tongada en la que está el punto considerado del modelo, la segunda cifra corresponde a la fila (0, 1, ..., 6) y la tercera cifra a la columna (0, 1, ..., 11). La correspondencia numérica entre curvas y puntos facilita la comprensión inmediata de los resultados sin necesidad de comentarios complementarios.

## 10.5. Resultados experimentales

### 10.5.1. Hipótesis de bajo coeficiente de transmisión superficial del calor

#### 10.5.1.1. Caso de puesta en obra del hormigón a 12 °C

##### a) Evolución térmica

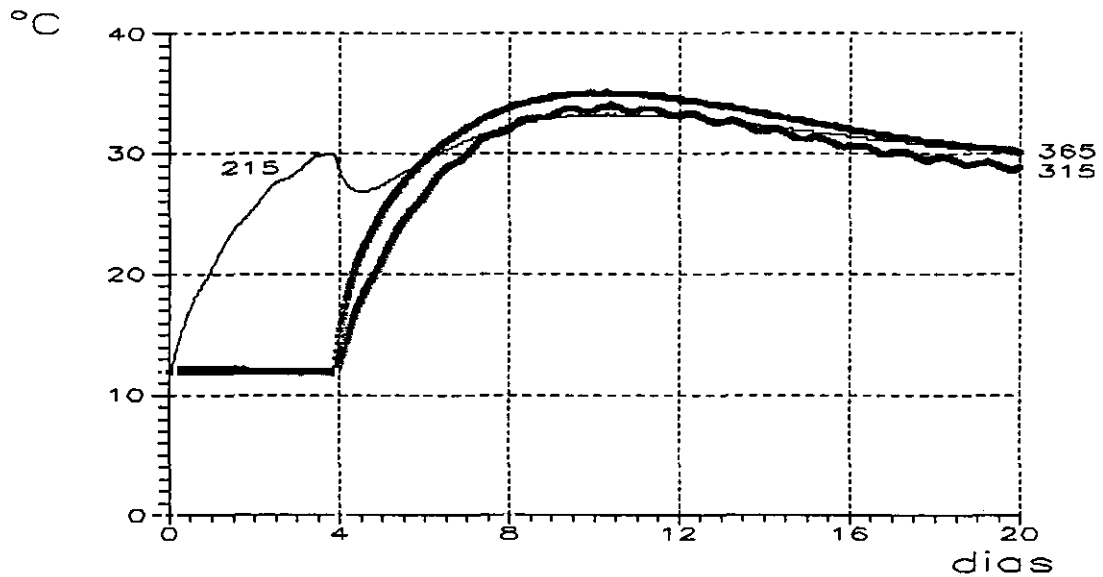


Fig. 10.10. Evolución térmica a 90 cm del paramento (3ª tongada).

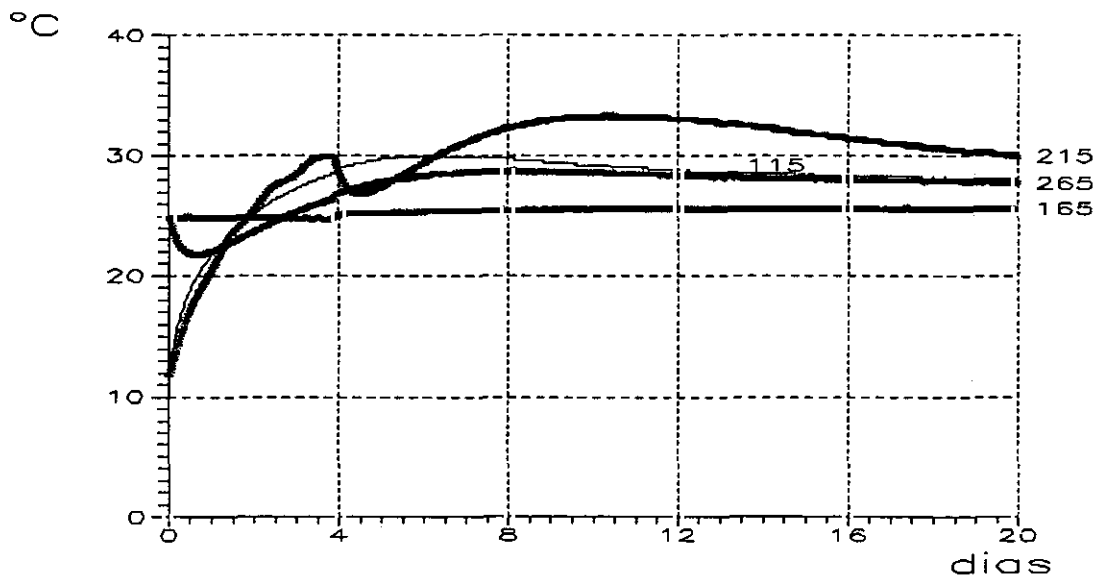


Fig. 10.11. Evolución térmica a 90 cm del paramento (1ª y 2ª tongada).



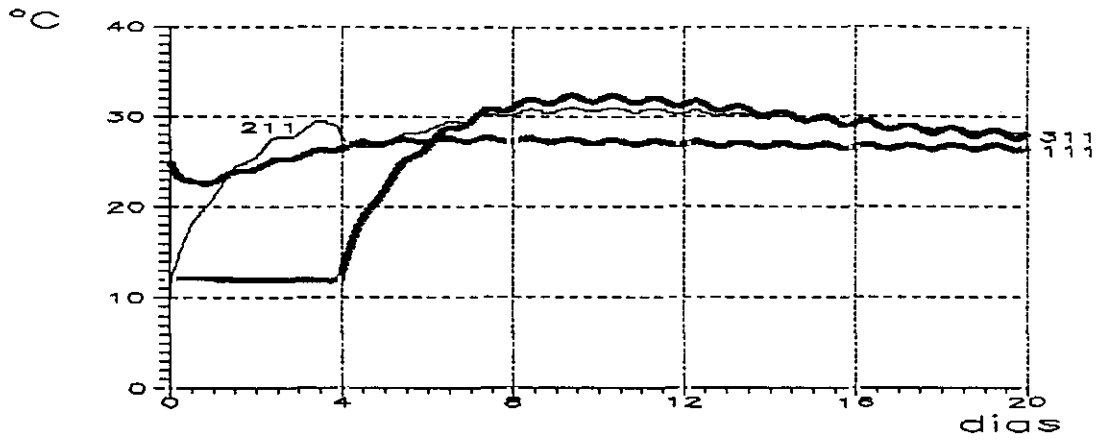


Fig. 10.12. Evolución térmica a 10 cm del paramento.

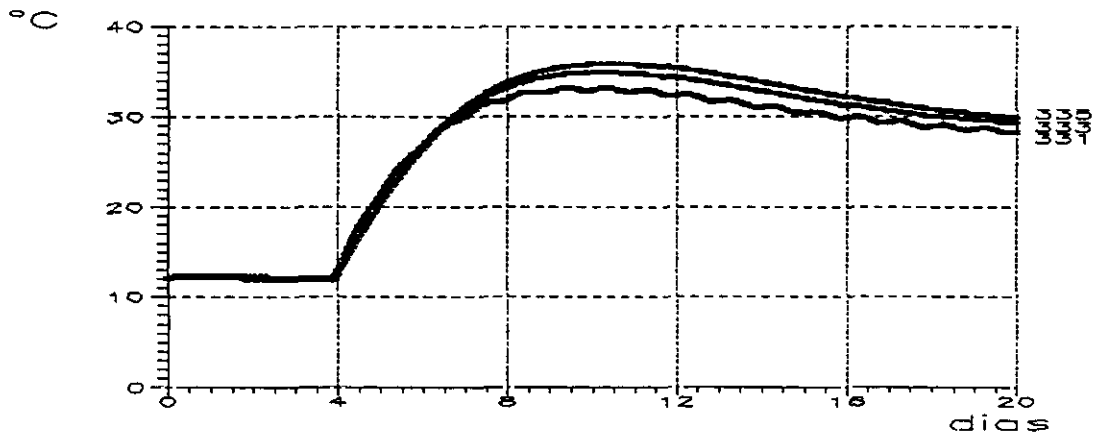


Fig. 10.13. Evolución térmica de la zona media de la tongada 3.

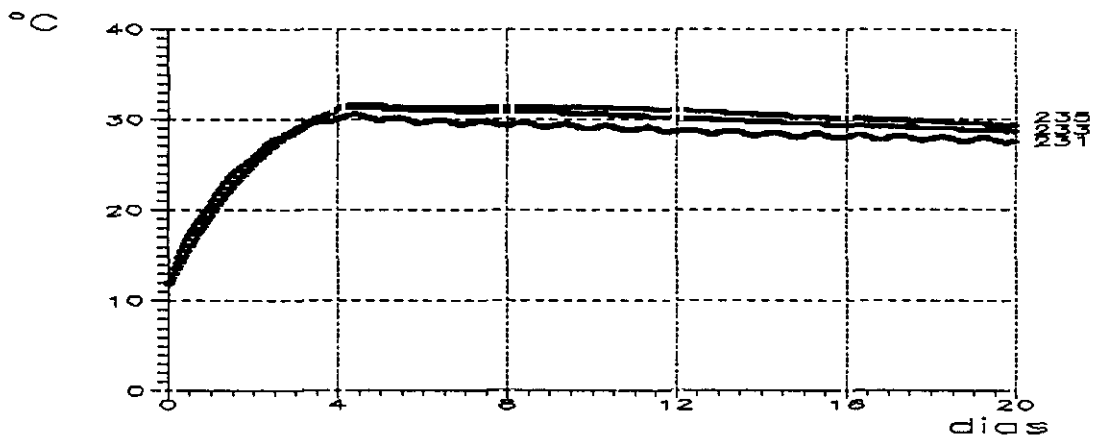


Fig. 10.14. Evolución térmica de la zona media de la tongada 2.

b) Flujos caloríficos

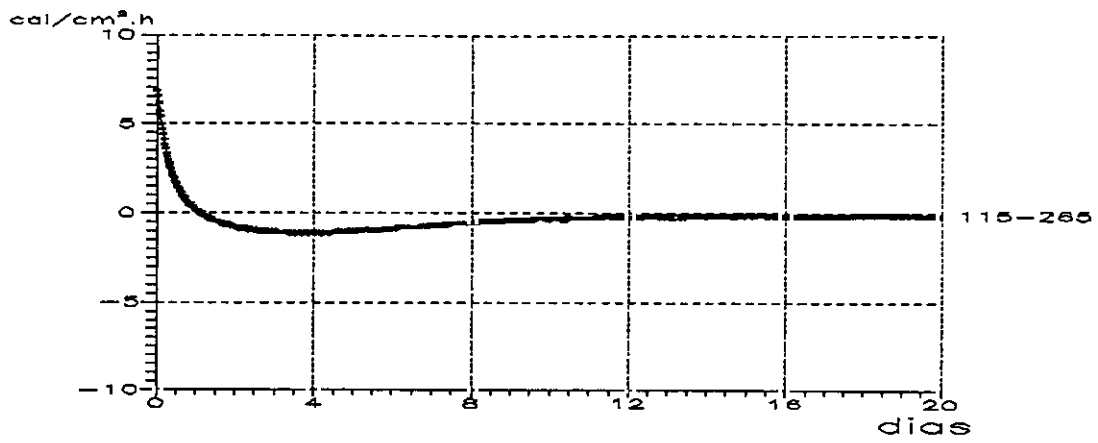


Fig. 10.15. Flujo entre las tongadas 1 y 2.

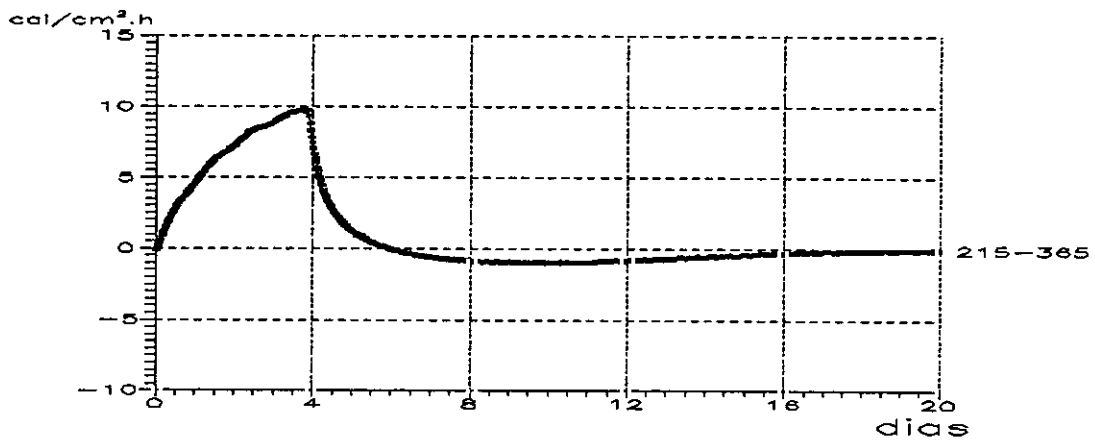


Fig. 10.16. Flujo entre las tongadas 2 y 3.

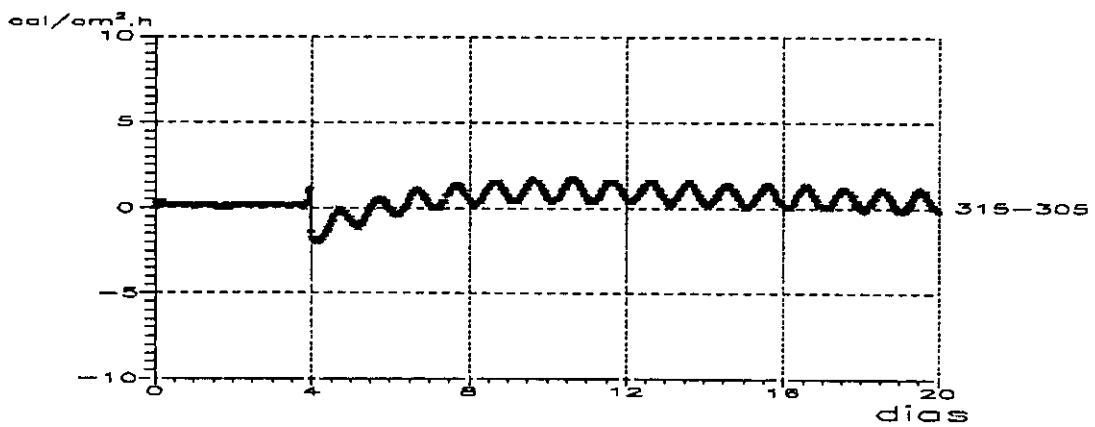


Fig. 10.17. Flujo en la zona parasuperficial de la tongada 3.

### 10.5.1.2. Caso de puesta en obra del hormigón a 16 °C

#### a) Evolución térmica

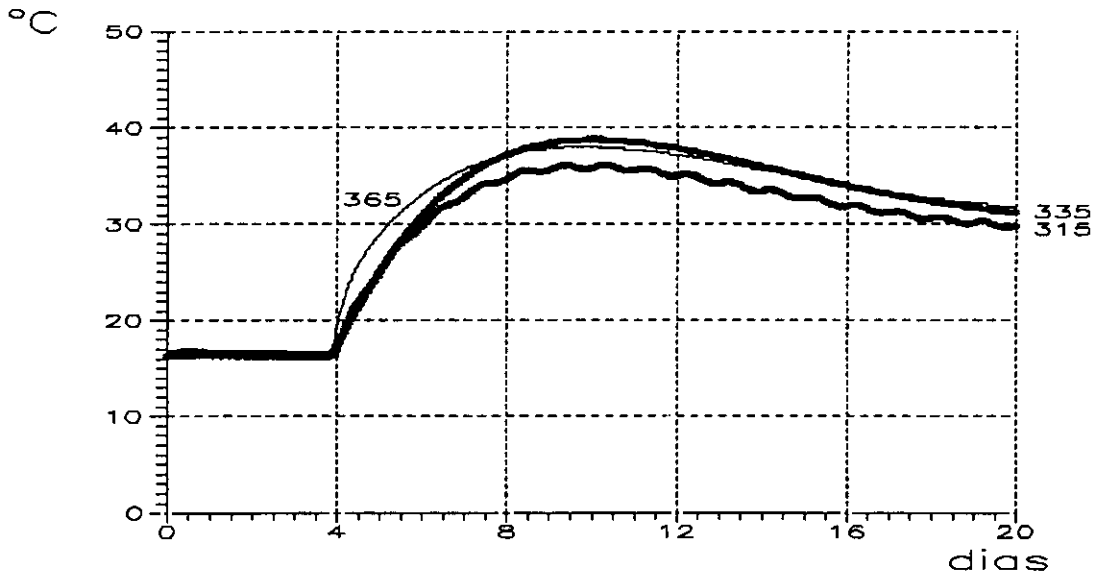


Fig. 10.18. Evolución térmica a 90 cm del paramento (3ª tongada).

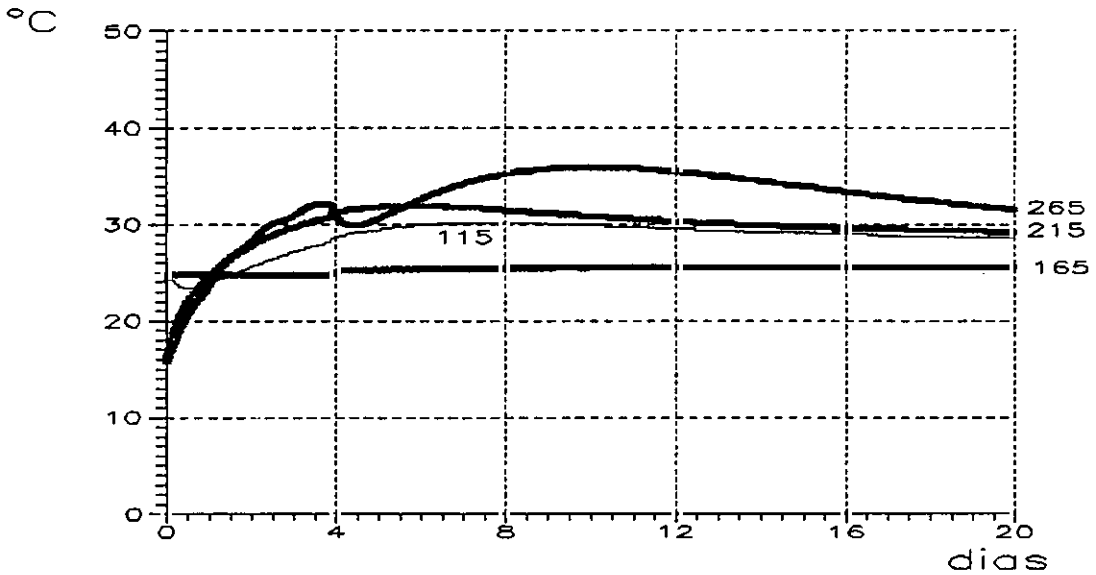


Fig. 10.19. Evolución térmica a 90 cm del paramento (1ª y 2ª tongada).

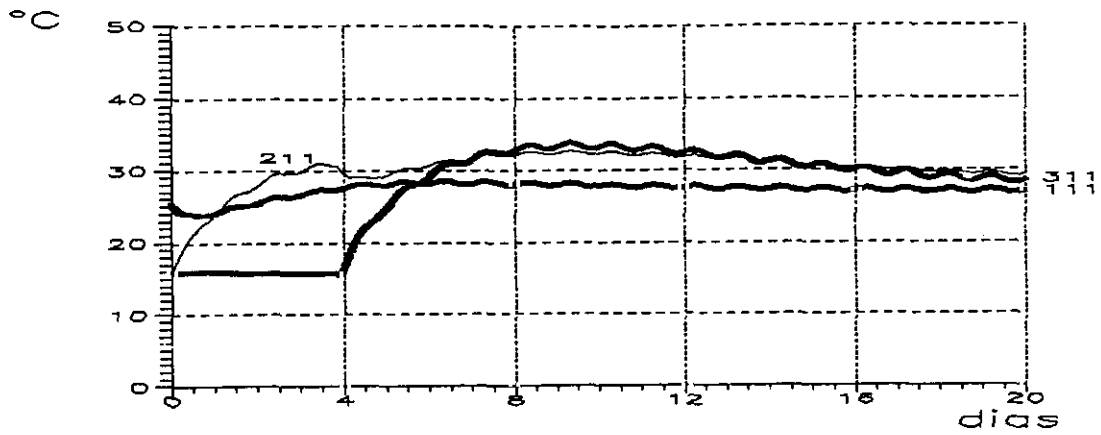


Fig. 10.20. Evolución térmica a 10 cm del paramento.

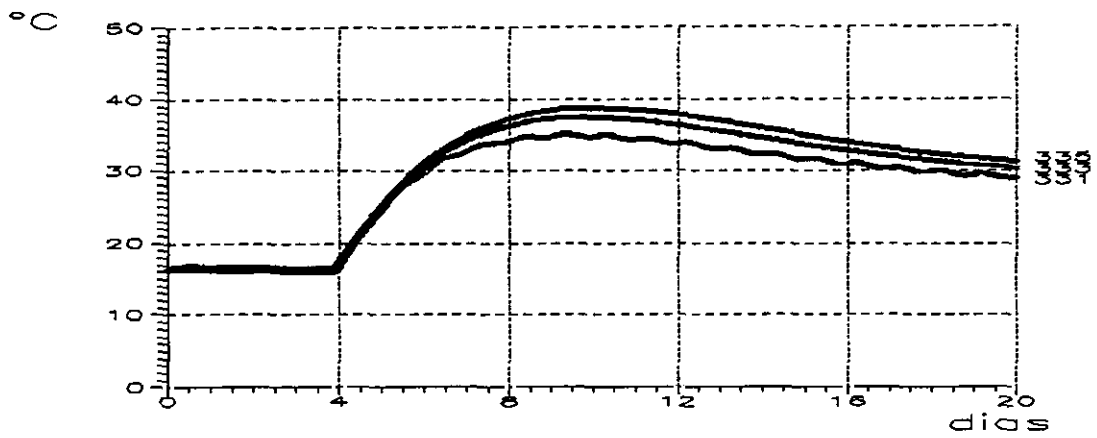


Fig. 10.21. Evolución térmica de la zona media de la tongada 3.

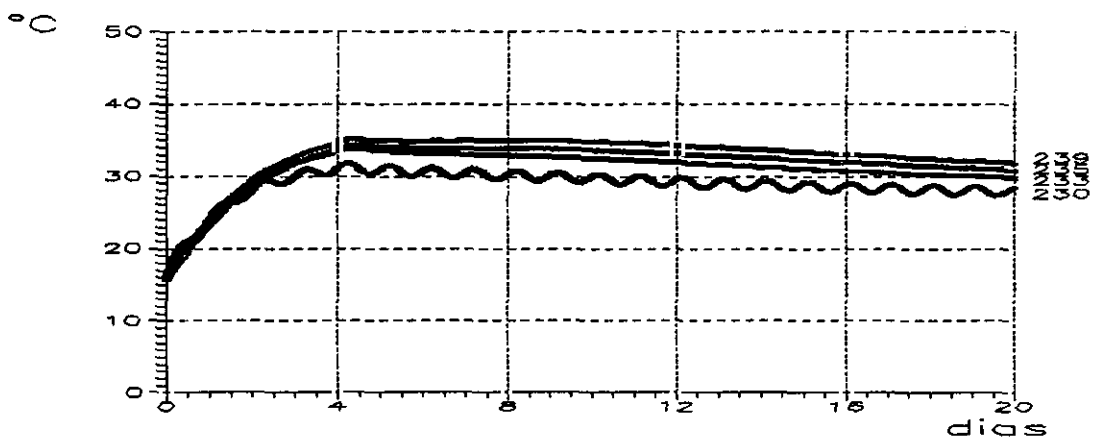


Fig. 10.22. Evolución térmica de la zona media de la tongada 2.

**b) Flujos caloríficos**

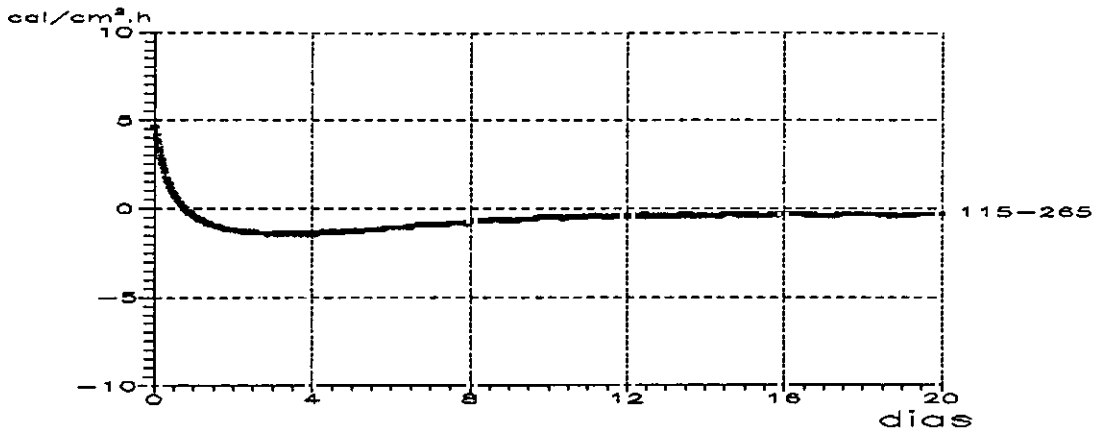


Fig. 10.23. Flujo entre las tongadas 1 y 2.

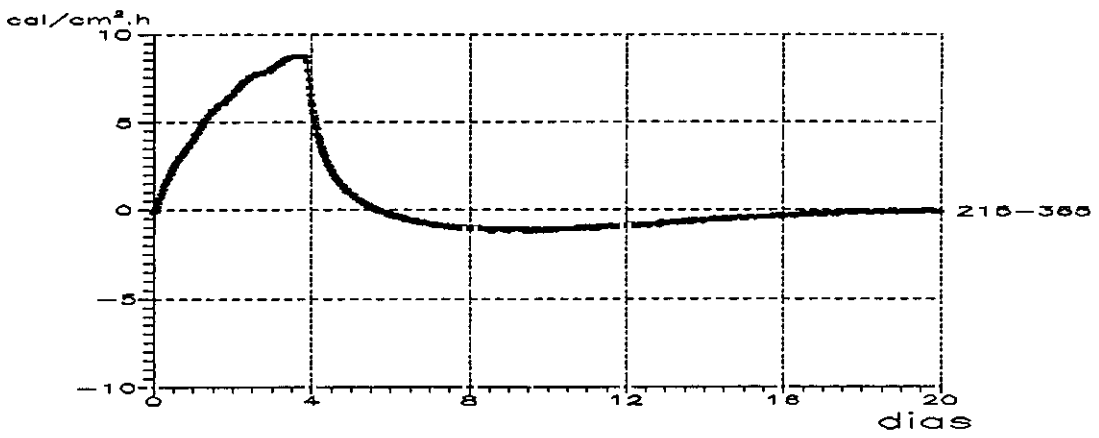


Fig. 10.24. Flujo entre las tongadas 2 y 3.

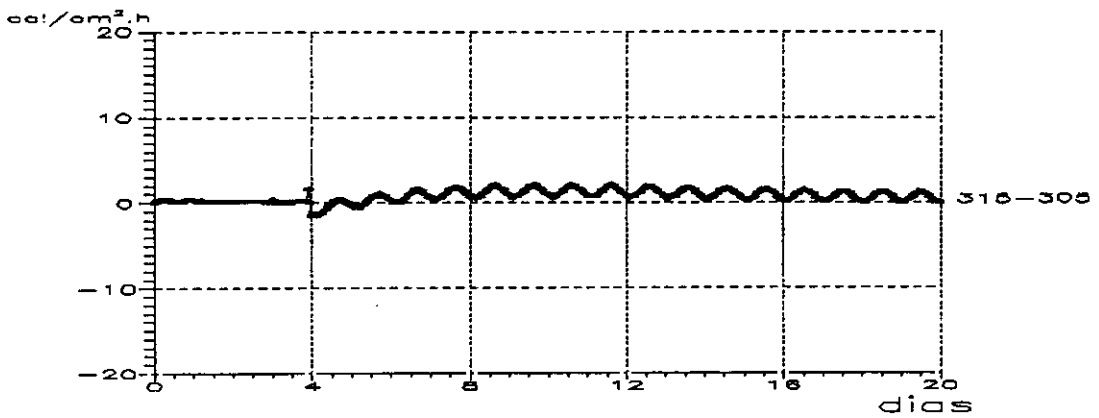


Fig. 10.25. Flujo en la zona parasuperficial de la tongada 3.

### 10.5.1.3. Caso de puesta en obra del hormigón a 20 °C

#### a) Evolución térmica

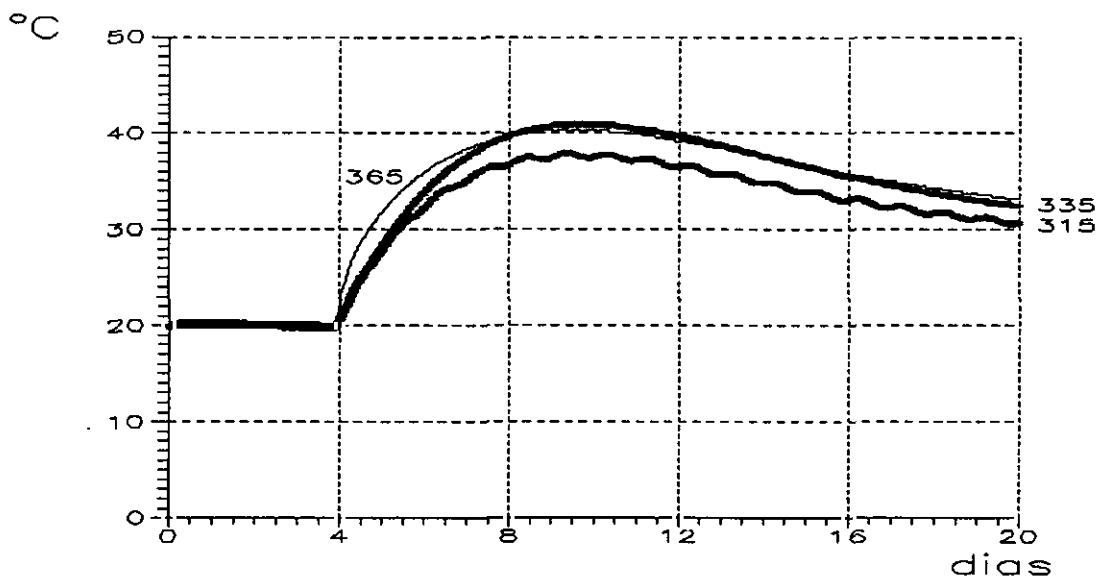


Fig. 10.26. Evolución térmica a 90 cm del paramento (3ª tongada).

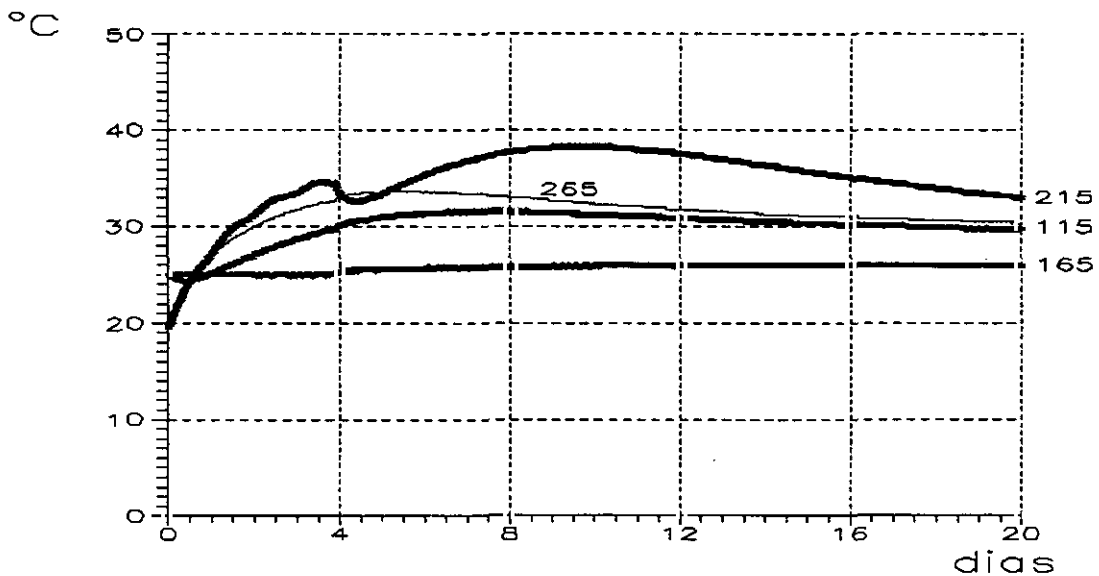


Fig. 10.27. Evolución térmica a 90 cm del paramento (1ª y 2ª tongada).

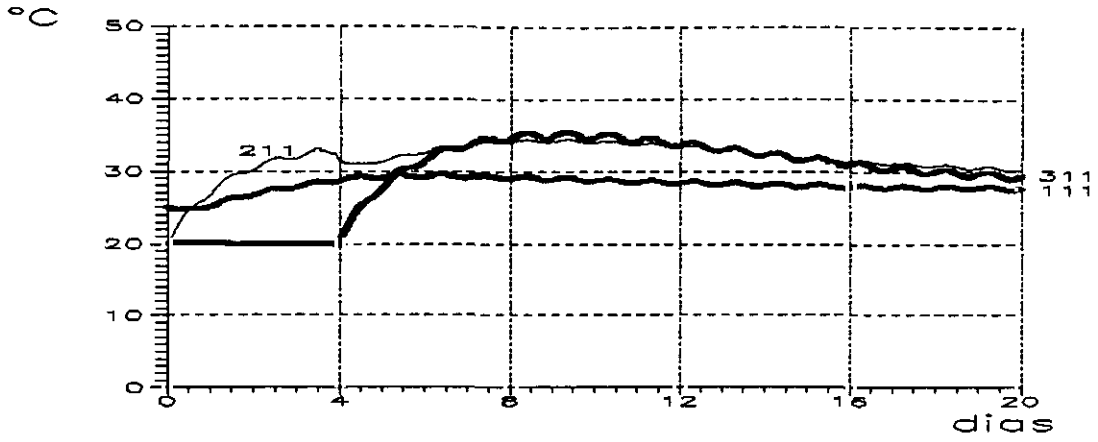


Fig. 10.28. Evolución térmica a 10 cm del paramento.

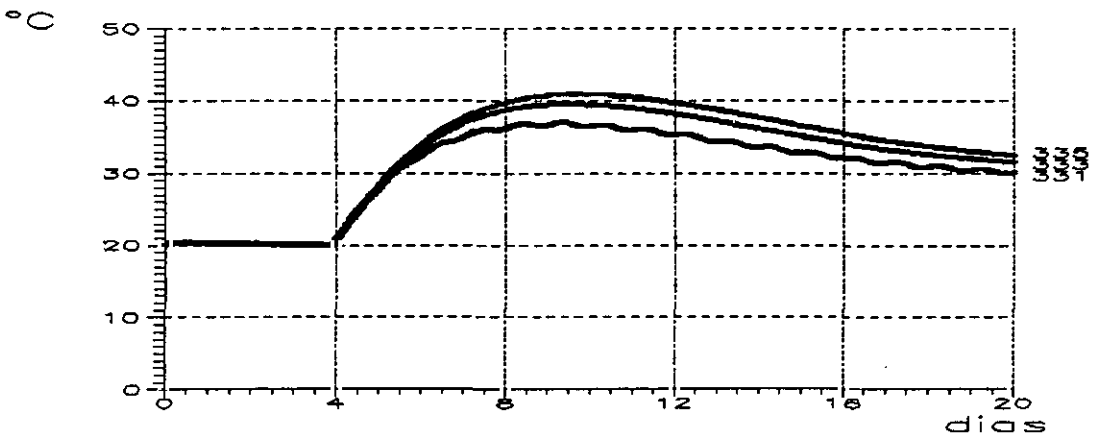


Fig. 10.29. Evolución térmica de la zona media de la tongada 3.

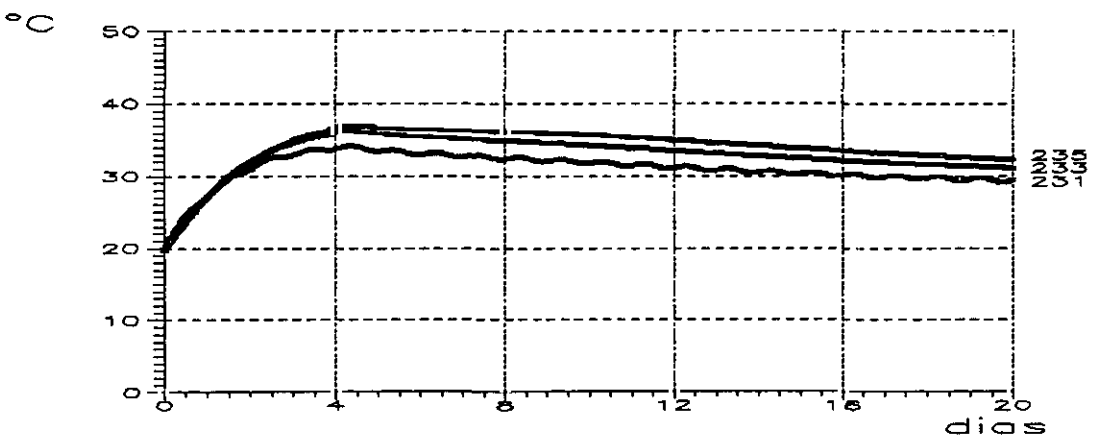


Fig. 10.30. Evolución térmica en la zona media de la tongada 2.

b) Flujos caloríficos

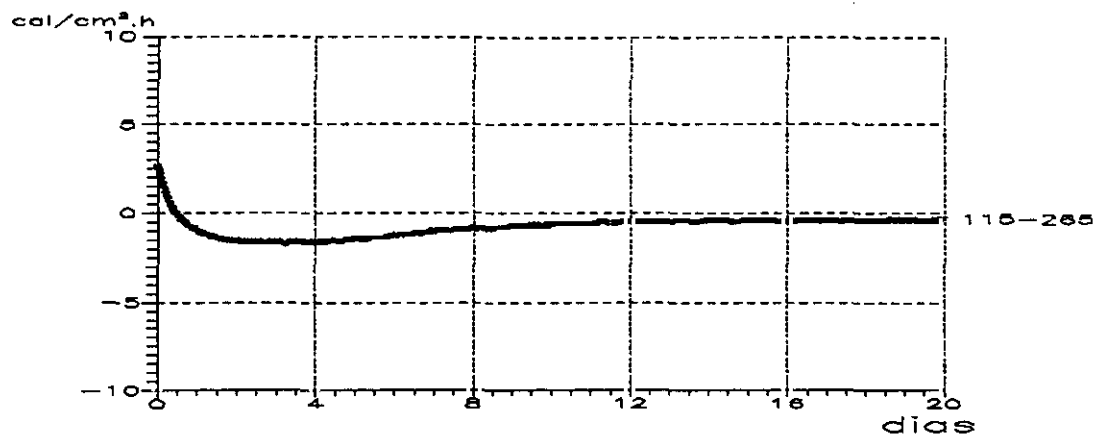


Fig. 10.31. Flujo entre la tongada 1 y 2.

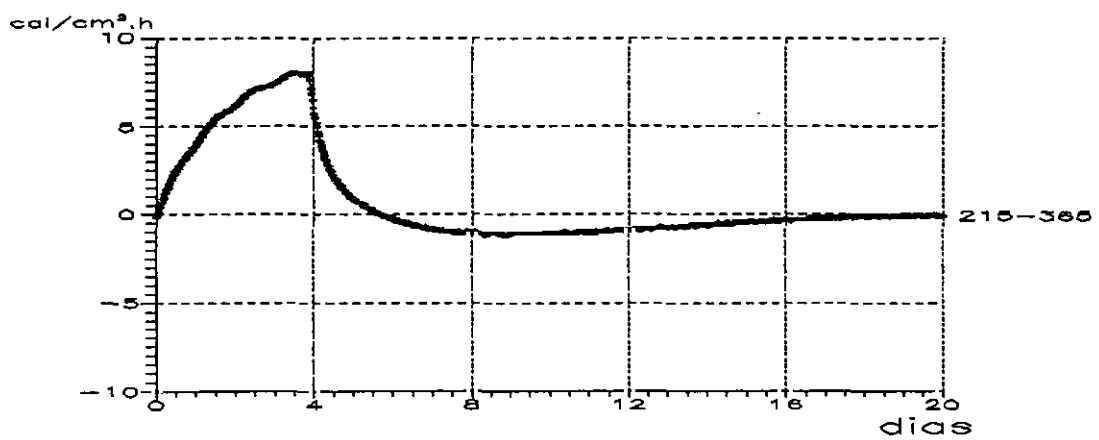


Fig. 10.32. Flujo entre las tongadas 2 y 3.

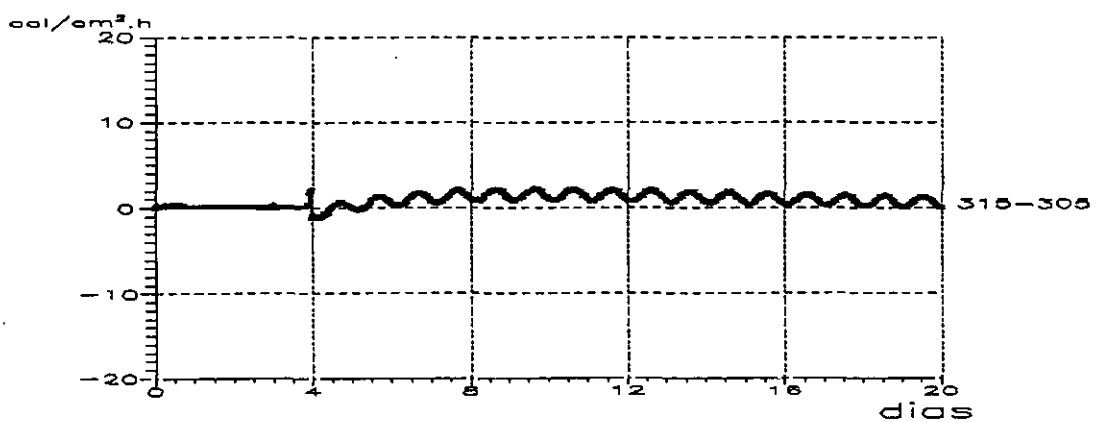


Fig. 10.33. Flujo en la zona parasuperficial de la tongada 3.



## 10.5.2. Hipótesis de alto coeficiente de transmisión superficial del calor

### 10.5.2.1. Caso de puesta en obra del hormigón a 12 °C

#### a) Evolución térmica

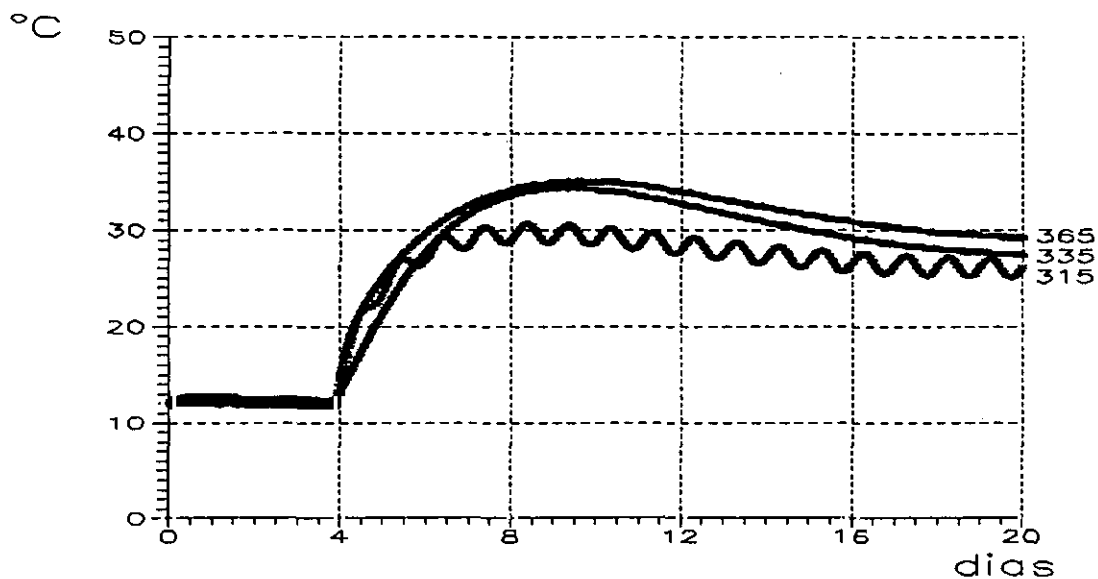


Fig. 10.34. Evolución térmica a 90 cm del paramento (3ª tongada).

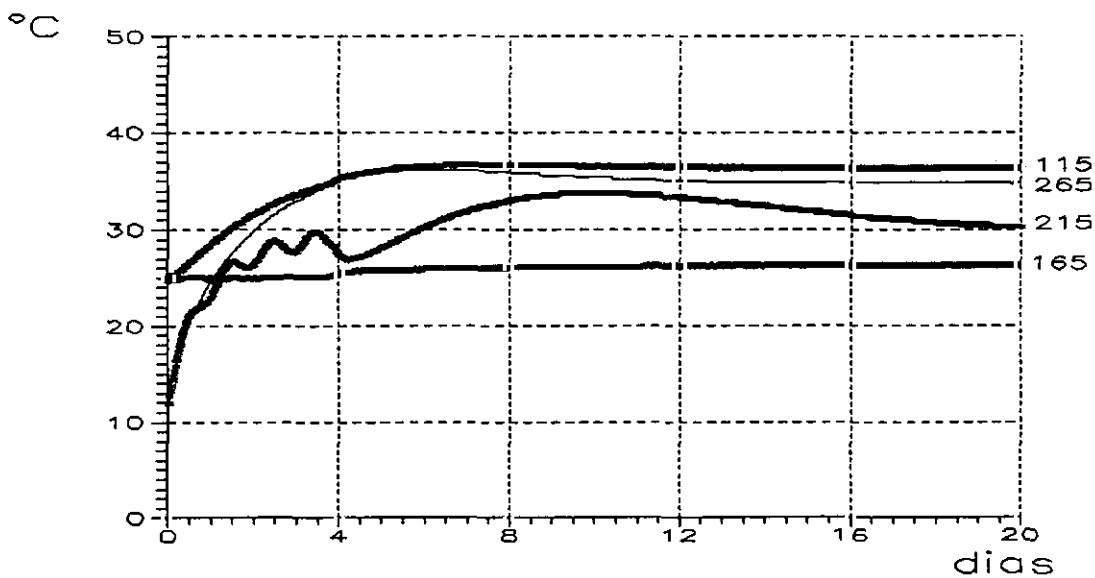


Fig. 10.35. Evolución térmica a 90 cm del paramento (1ª y 2ª tongada).

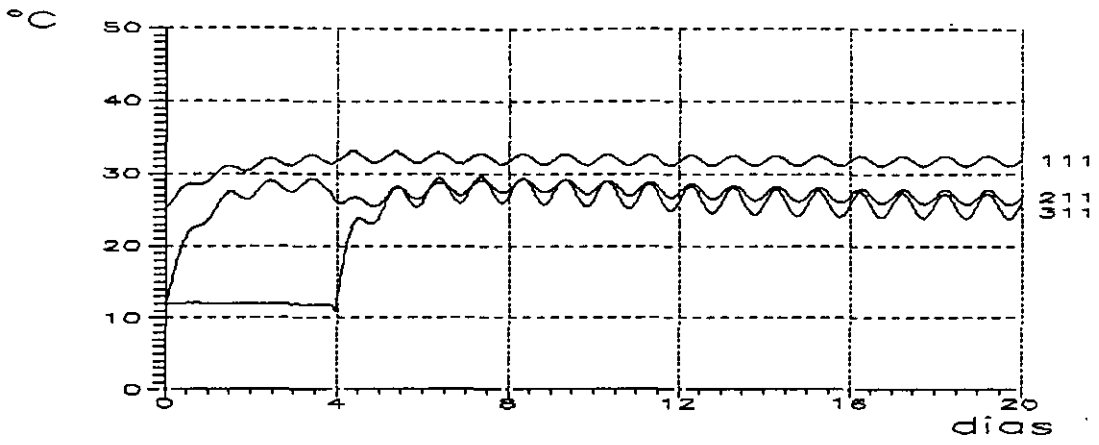


Fig. 10.36. Evolución térmica a 10 cm del paramento.

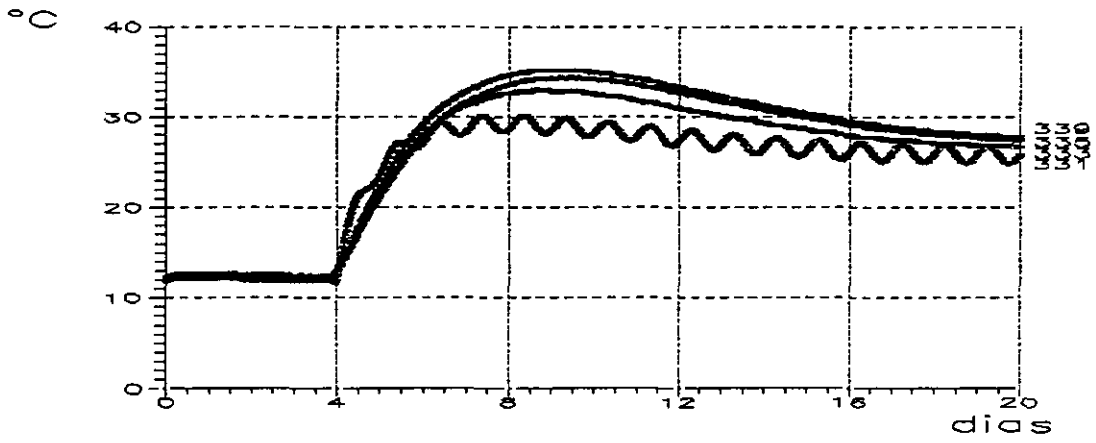


Fig. 10.37. Evolución térmica de la zona media de la tongada 3.

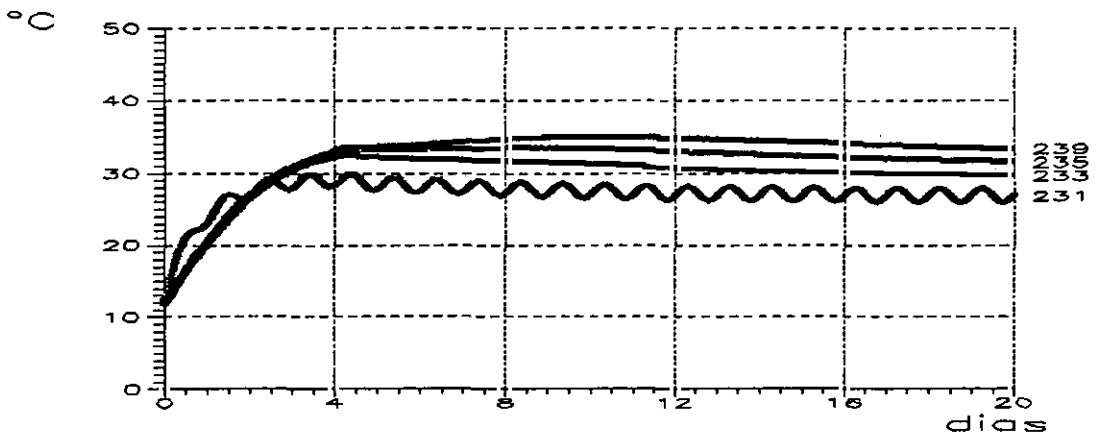


Fig. 10.38. Evolución térmica de la zona media de la tongada 2.

b) Flujos asociados

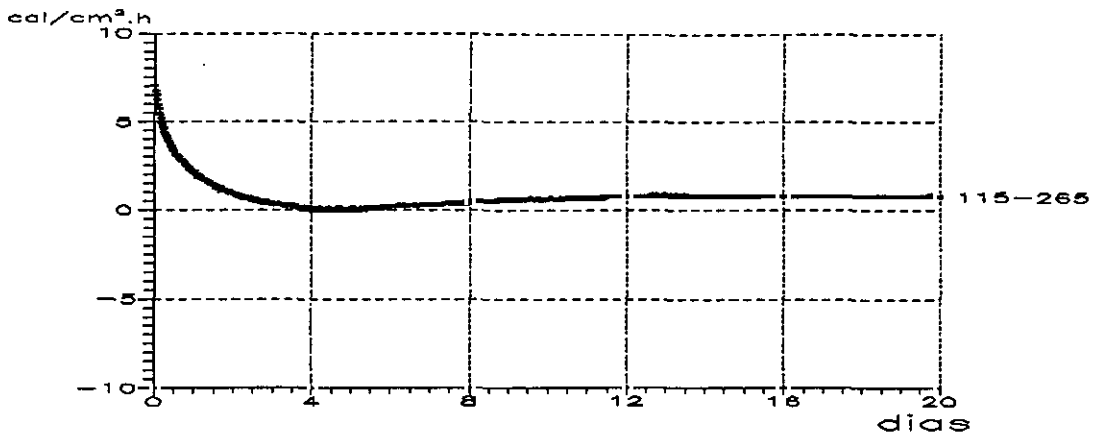


Fig. 10.39. Flujo entre las tongadas 1 y 2.

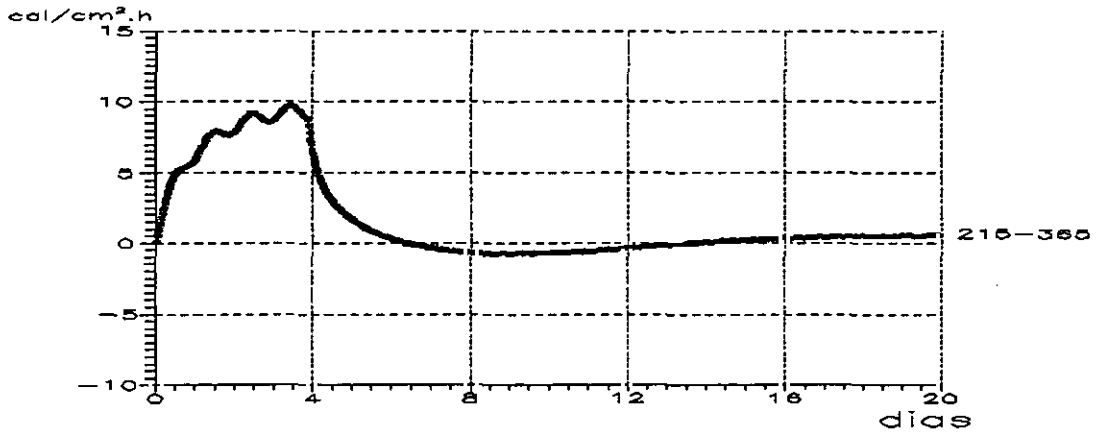


Fig. 10.40. Flujo entre las tongadas 2 y 3.

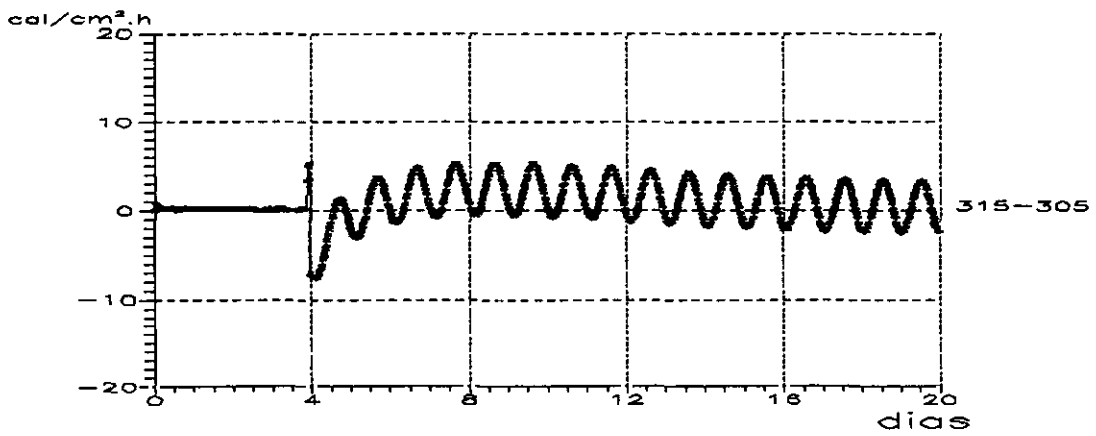


Fig. 10.41. Flujo en la zona parasuperficial de la tongada 3.

### 10.5.2.2. Caso de puesta en obra del hormigón a 16 °C

#### a) Evolución térmica

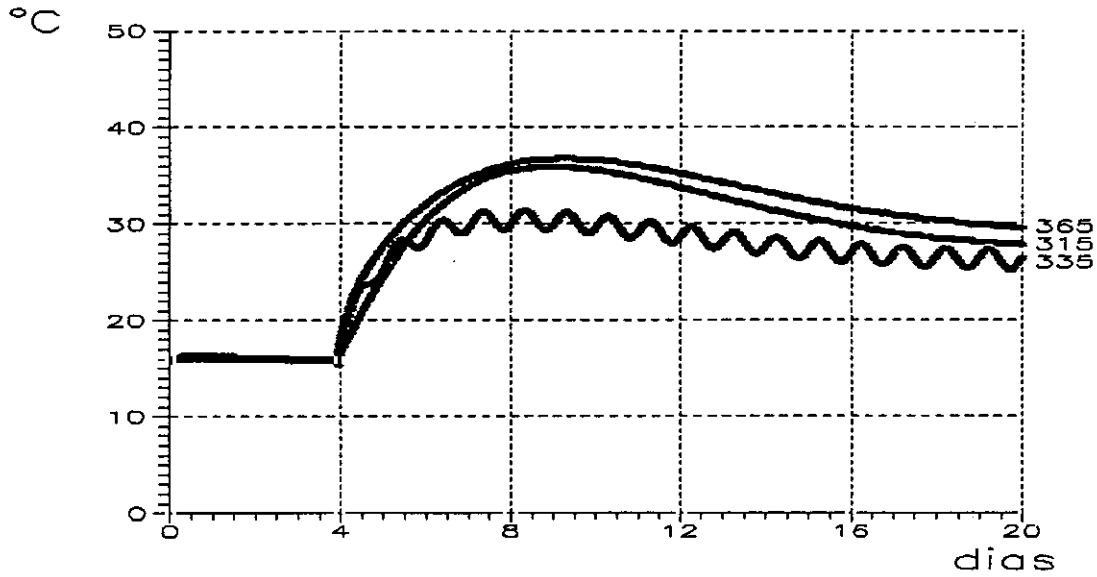


Fig. 10.42. Evolución térmica a 90 cm del paramento (3ª tongada).

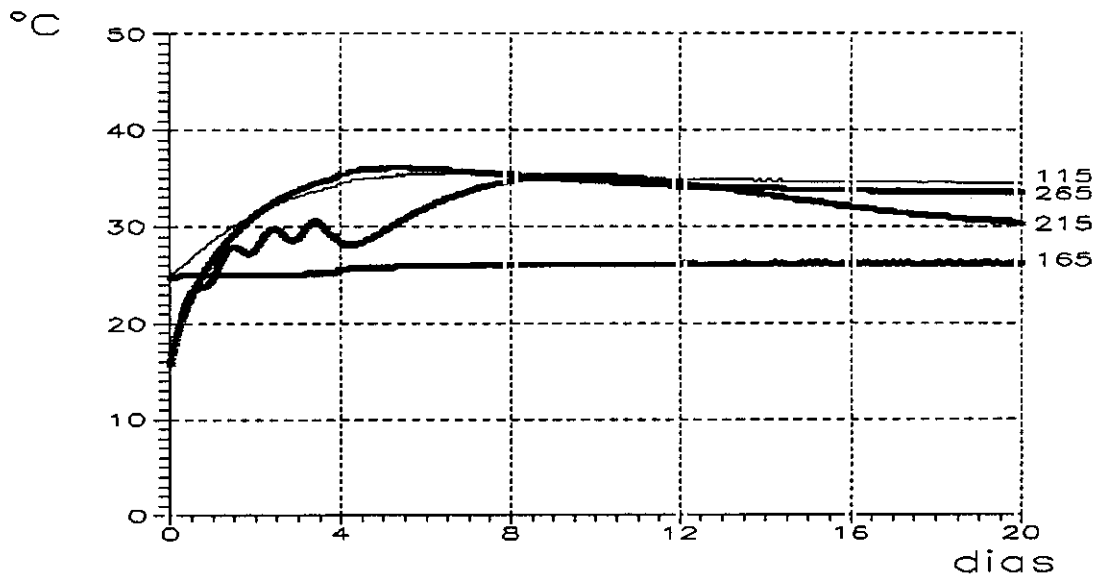


Fig. 10.43. Evolución térmica a 90 cm del paramento (1ª y 2ª tongada).

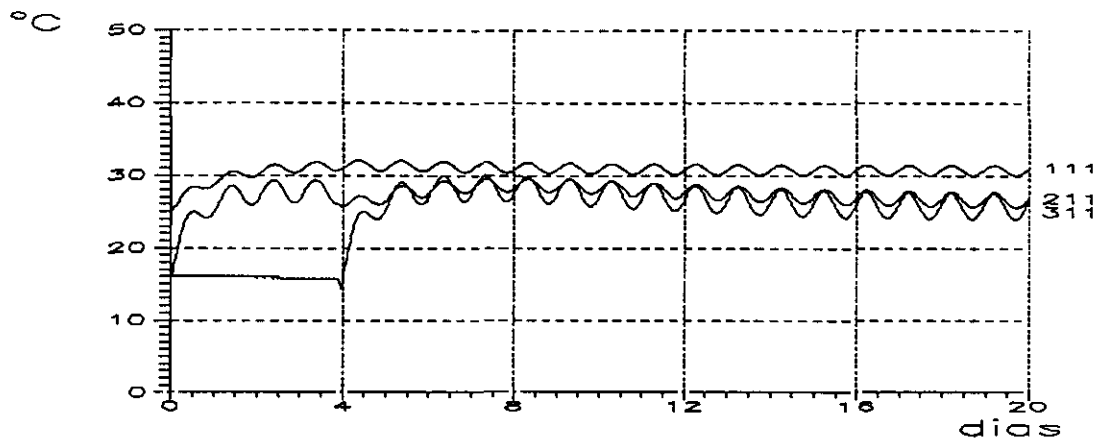


Fig. 10.44. Evolución térmica a 10 cm del paramento.

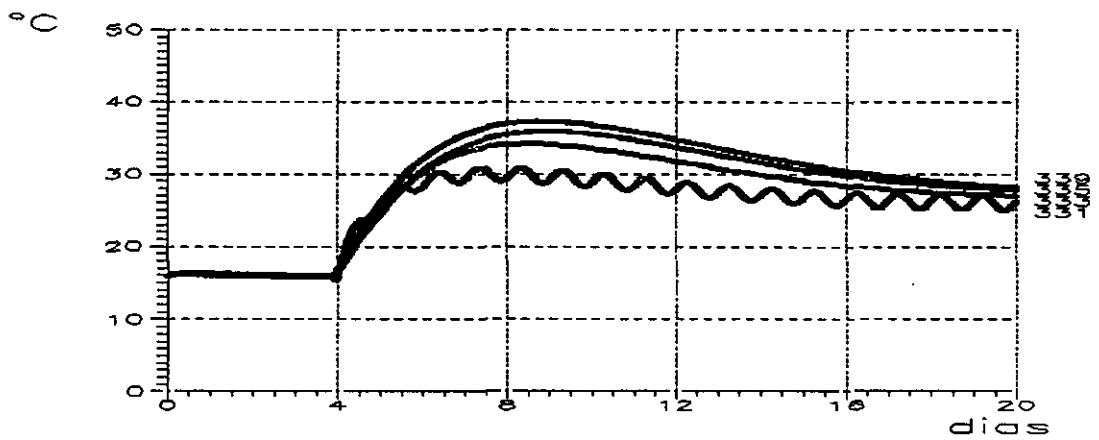


Fig. 10.45. Evolución térmica de la zona media de la tongada 3.

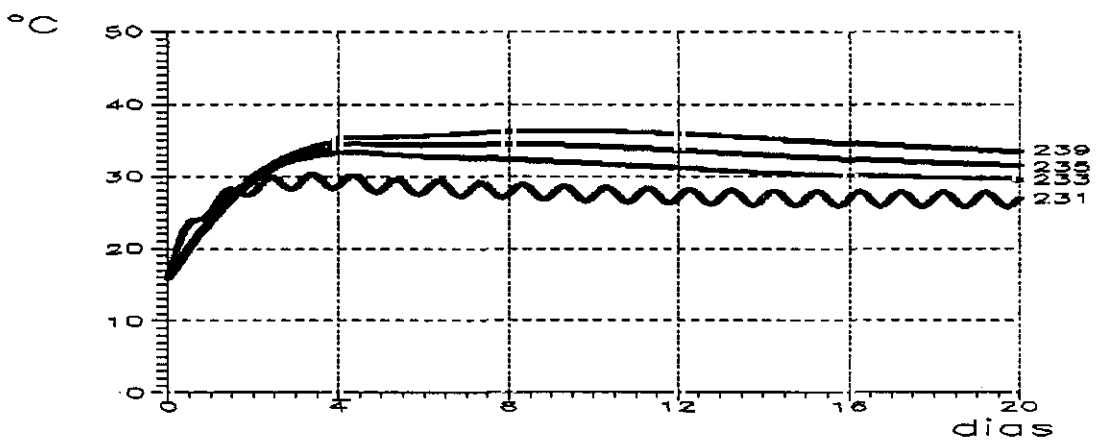


Fig. 10.46. Evolución térmica de la zona media de la tongada 2.

**b) Flujos caloríficos**

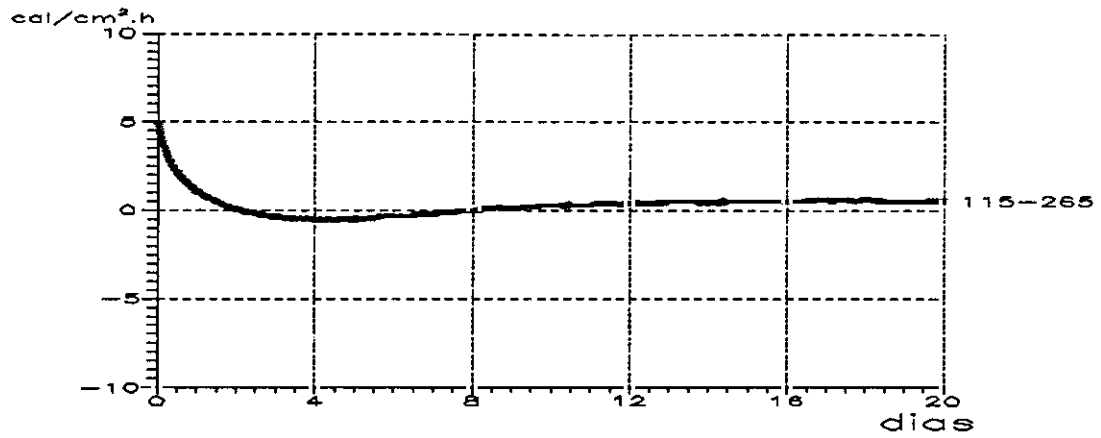


Fig. 10.47. Flujo entre las tongadas 1 y 2.

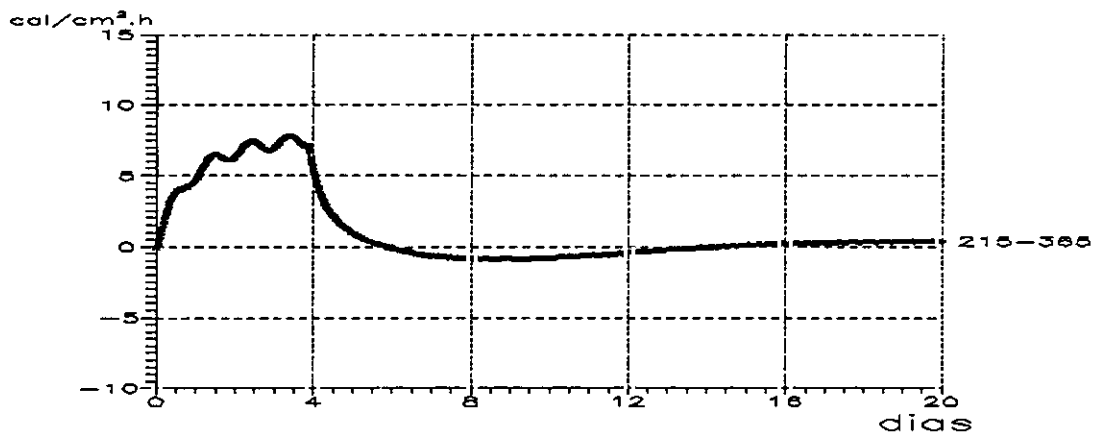


Fig. 10.48. Flujo entre las tongadas 2 y 3.

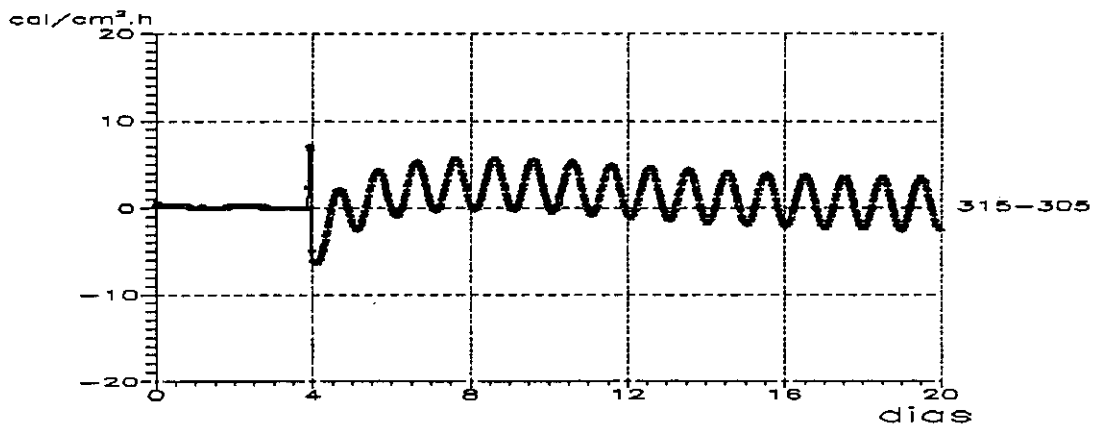


Fig. 10.49. Flujo en la zona parasuperficial de la tongada 3.

### 10.5.2.3. Caso de puesta en obra del hormigón a 20 °C

#### a) Evolución térmica

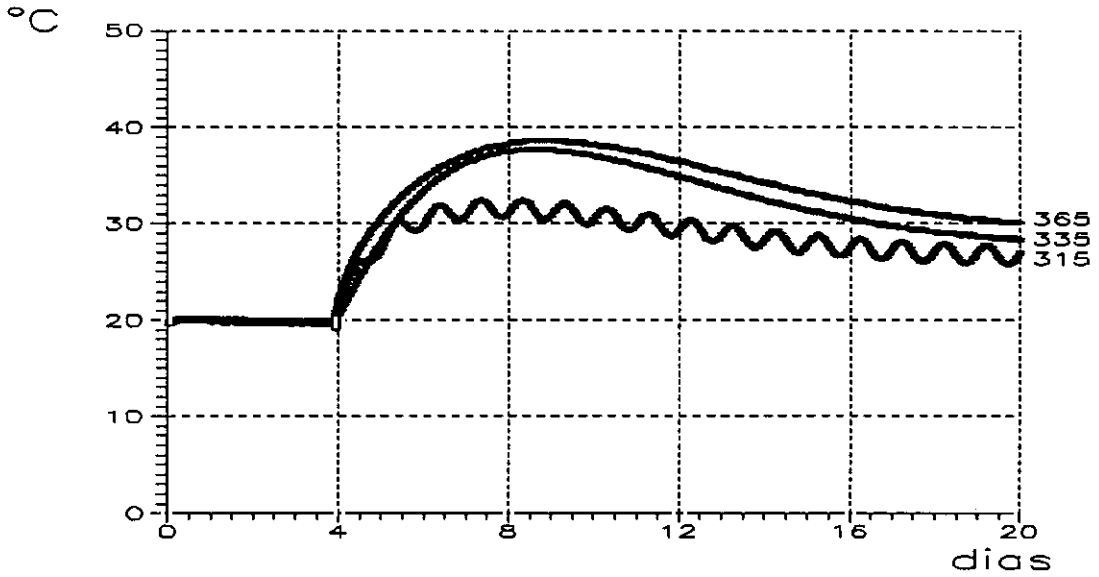


Fig. 10.50. Evolución térmica a 90 cm del paramento (3ª tongada).

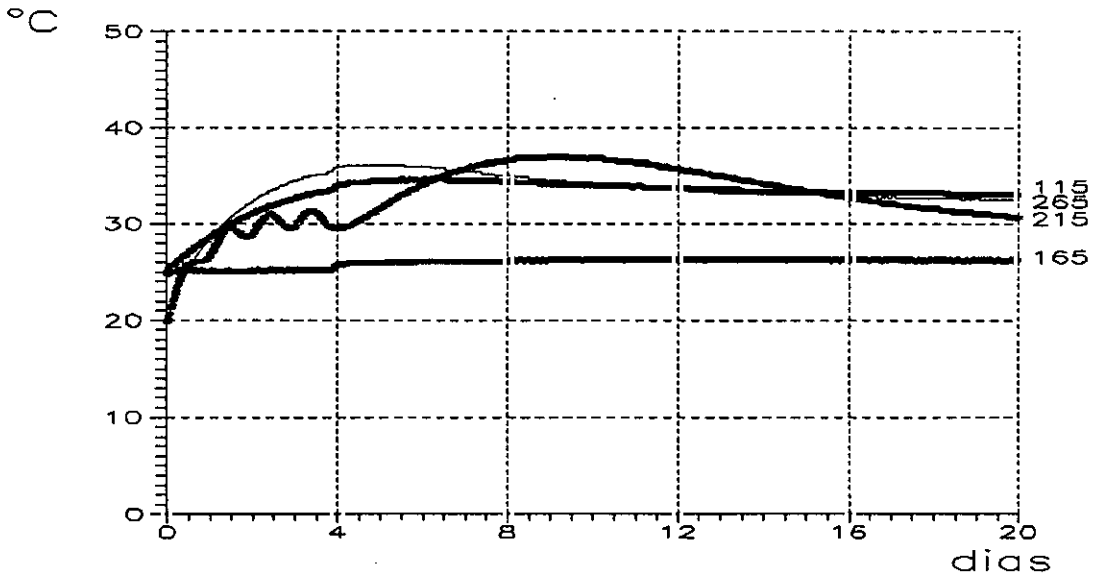


Fig. 10.51. Evolución térmica a 90 cm del paramento (1ª y 2ª tongada).

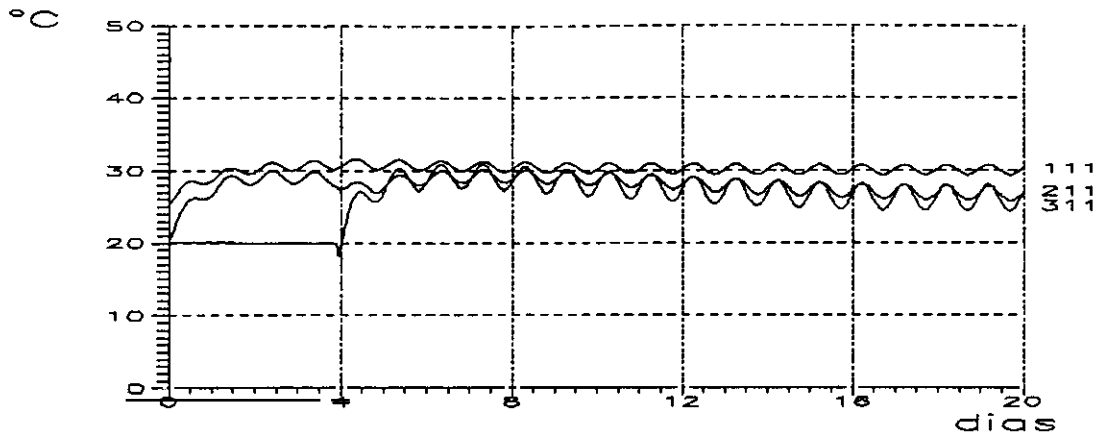


Fig. 10.52. Evolución térmica a 10 cm del paramento.

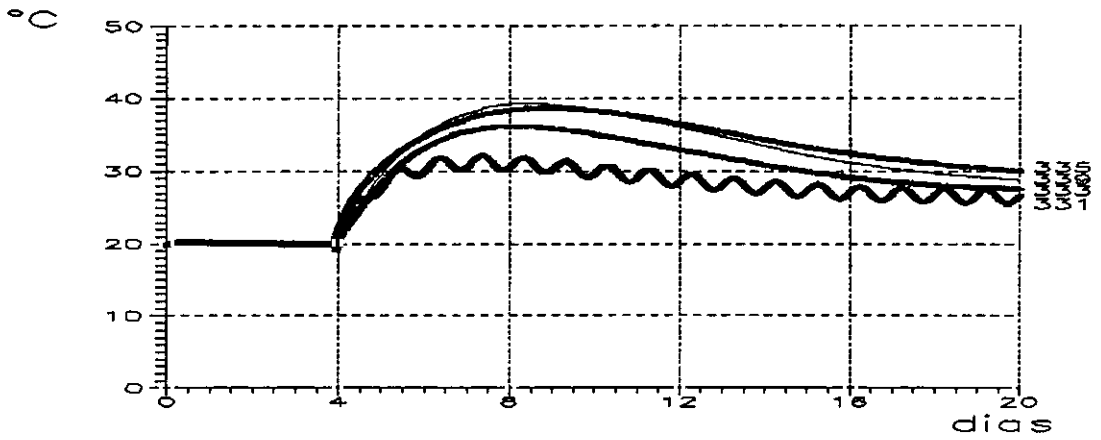


Fig. 10.53. Evolución térmica de la zona media de la tongada 3.

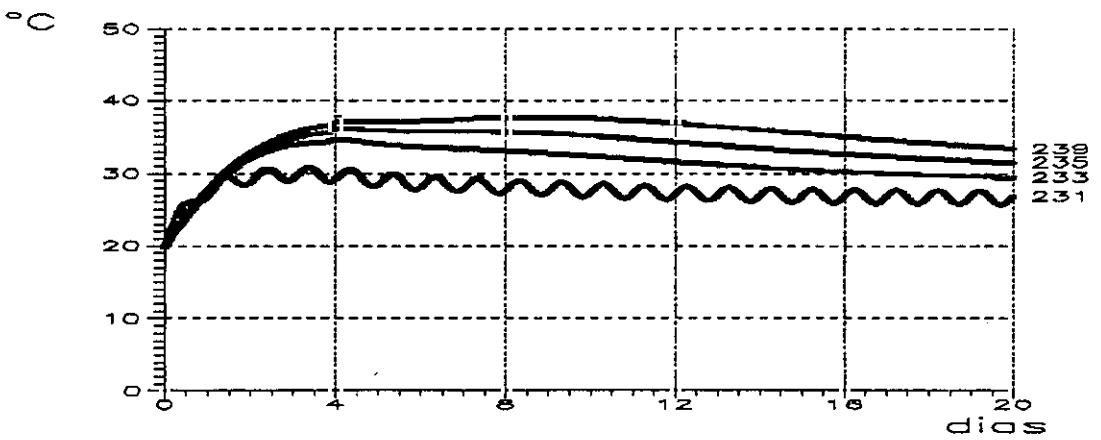


Fig. 10.54. Evolución térmica en la zona media de la tongada 2.



b) Flujos caloríficos

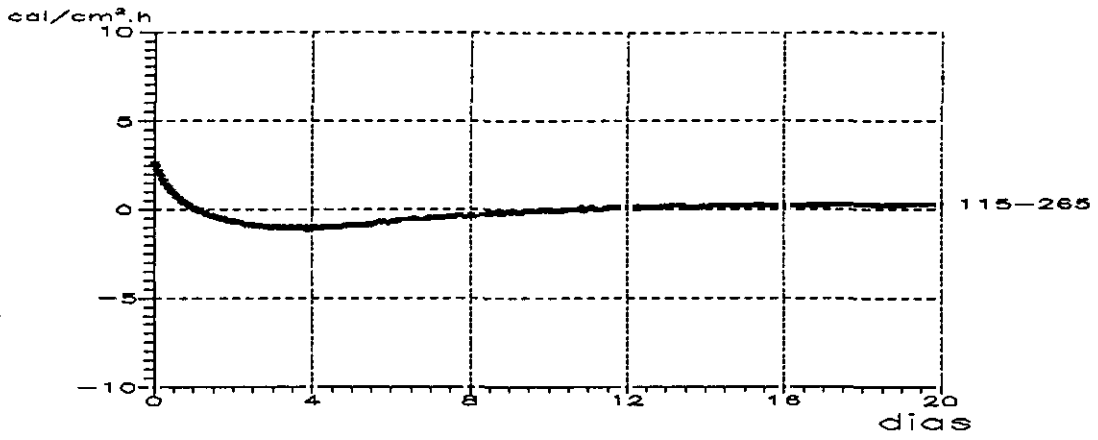


Fig. 10.55. Flujo entre la tongada 1 y 2.

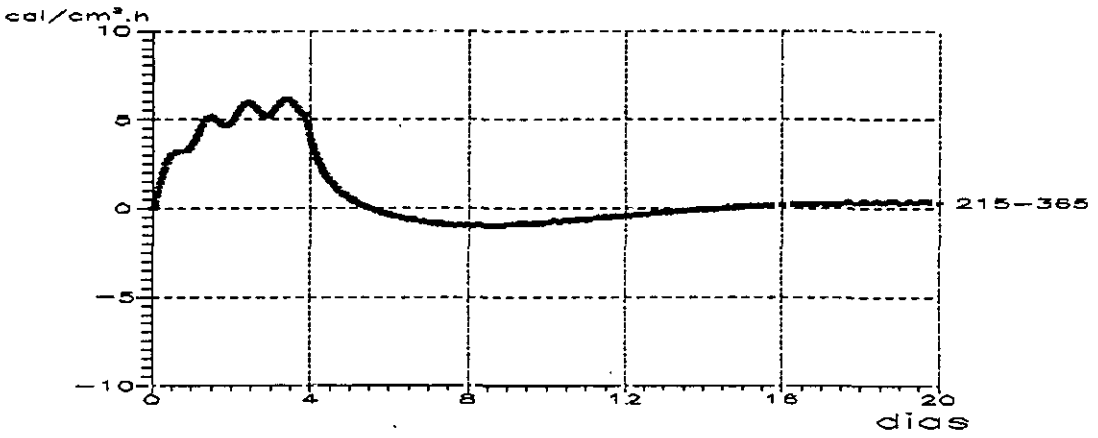


Fig. 10.56. Flujo entre las tongadas 2 y 3.

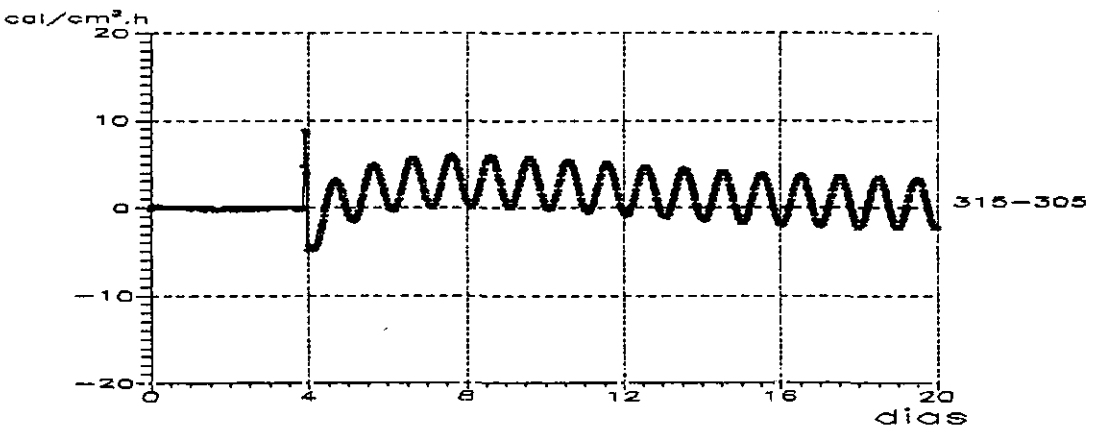


Fig. 10.57. Flujo en la zona parasuperficial de la tongada 3.

## 10.6. Consideraciones complementarias

1ª. Conviene llamar la atención sobre un aspecto del modelo (en uso actual) sólo parcialmente indicado en los capítulos anteriores: la relación geométrica anchura/altura representada. El tramo del contorno del modelo correspondiente a la zona "interior" del macizo hormigonado se ha definido por la hipótesis del flujo vertical de calor a una distancia adecuada del paramento. Esta hipótesis se comprobaba experimentalmente en los sucesivos modelos; el paso de una tongada a dos y tres ha demostrado, lógicamente, la necesidad de modelos de mayor anchura para mayor altura. (Véase Fig. 10.58).

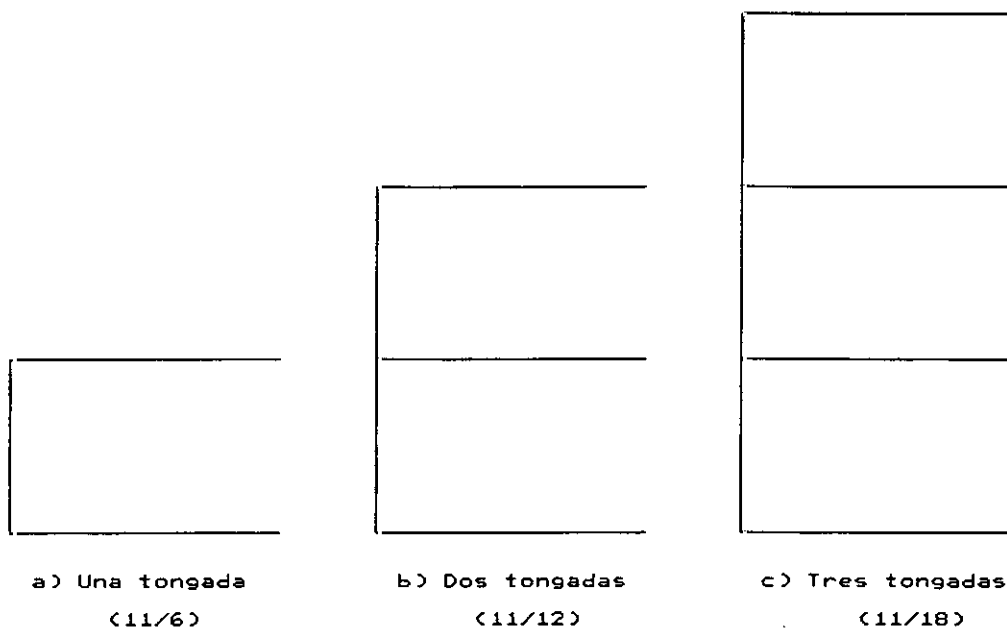


Fig. 10.58. Relaciones anchura/altura modeladas.

No obstante, dicha hipótesis se ha comprobado como suficientemente aceptable para la relación anchura/altura equivalente de 11/18 que corresponde a las tres tongadas, situación para la que se había proyectado el modelo inicialmente, de modo que la anchura de éste era bastante superior a la necesaria en las investigaciones recogidas en los capítulos 8 y 9. En caso contrario, sólo hubiera sido necesario ampliar la red RIC uniformemente hacia el interior.

2ª. Los resultados experimentales que se han ofrecido en el apartado 10.5, y que constituyen la parte fundamental de este estudio, deben interpretarse y valorarse

exclusivamente en el marco definido por las condiciones de la experimentación relativas a la "realidad supuesta" que se han detallado en el apartado 10.2, ya que aquellos resultados son consecuencia de estas condiciones y no tienen validez al margen de ellas. Es de sumo interés, por tanto, en los casos en que pudiera aplicarse el modelo a obras concretas, conocer con la mayor precisión posible las características térmicas del hormigón, los valores de los parámetros ambientales y los del proceso de transmisión superficial del calor; cuanto más acorde con la realidad sea dicho conocimiento, tanto más acordes serán con ella los resultados que se obtengan del modelo; conviene tener esto presente para investigaciones futuras y en aplicaciones concretas.

3<sup>a</sup>. Estos resultados, tanto en sus aspectos cualitativos como cuantitativos, pueden servir de base para definir las características térmicas adecuadas del hormigón que debe utilizarse, seleccionando sus componentes y la dosificación y determinando las mejores condiciones para organizar el proceso de hormigonado y para estudiar el posible tratamiento del hormigón desde su puesta en obra.

4<sup>a</sup>. La marcha de la obra sugerirá, probablemente, la conveniencia de estudios complementarios relativos a variaciones de diferentes parámetros tales como:

- a) Las características térmicas del hormigón, y, en concreto, la curva de generación de calor.
- b) El espesor de tongada.
- c) El coeficiente de transmisión superficial del calor.
- d) El ritmo de hormigonado.

Dichos estudios pueden abordarse cómodamente con el modelo y la instrumentación actuales. (Puede verse la consideración complementaria 7<sup>a</sup> del capítulo 9).

5<sup>a</sup>. El modelo actual podría ampliarse sin dificultad en caso de que se deseara una investigación relativa a tres tongadas "activas" o a un número mayor de tongadas.

Por otra parte, conviene indicar que los resultados expuestos en estos tres últimos capítulos son de temperaturas en un punto y de flujos caloríficos en las superficies de simetría entre cada dos puntos, en función del tiempo. Es posible obtener del modelo los resultados de diferentes maneras, p.e. en un conjunto de puntos simultáneamente, (es

decir, las temperaturas en un instante, en función de su posición) según varios procedimientos:

- a) mediante un programa de ordenador a partir de las señales digitalizadas almacenadas en la memoria del osciloscopio.
- b) mediante elementos electrónicos de "sample and hold" y de visualización secuencial.

**CUARTA PARTE**  
**CONSIDERACIONES FINALES. A MODO DE**  
**CONCLUSIONES**

## CONSIDERACIONES FINALES. A MODO DE CONCLUSIONES

Es usual concluir la tesis doctoral con la lectura de unas consideraciones finales acerca del trabajo de investigación realizado. Esta costumbre induce a seleccionar, ordenar y condensar aquellos aspectos de especial relevancia que pueden considerarse frutos primordiales.

He aquí, pues, a modo de conclusiones, las consecuencias más importantes, a mi juicio, de la tesis.

### **Primera.**

Los dos primeros capítulos (Teoría analítica del calor y Teoría de la conducción eléctrica en medio continuo), en los que no caben aportaciones propiamente intrínsecas ya que las teorías físicas correspondientes se deben a sus autores (Fourier y Ohm-Maxwell), son introductorios. No obstante:

- a) se han escrito con una organización orientada a la Simulación Analógica; es decir, a la correspondencia y contraste de ambas teorías;
- b) la Teoría analítica del calor, específicamente, se ha desarrollado en la línea sugerida por la disciplina reciente *Fundamentos de Física*, entre cuyos objetivos adquiere un papel prioritario la exigencia de *claridad y orden*, destacando aquellas características básicas fundamentales que sitúan esta teoría analítica del calor en el marco de las teorías físicas clásicas: teoría termológica, necesitada de los referenciales de espacio y tiempo absolutos, determinista y del continuo;
- c) se profundiza en el esquema filosófico-matemático de las teorías fenomenológicas de transporte del tipo denominado de Fourier: causa, medio y efecto, caracterizando algebraica, topológica, geométrica y analíticamente las magnitudes físicas; y
- d) se ponen de manifiesto las relaciones interteóricas y la peculiar filosofía de estas conexiones entre diferentes teorías físicas.

### **Segunda.**

La aplicación del *Análisis Dimensional* ha permitido, en el capítulo tercero,

obtener las ecuaciones de la analogía de manera sencilla y rigurosa mediante dos orientaciones metodológicamente novedosas que se denominan, respectivamente, *orientación física* y *orientación matemática*, que resuelven perfectamente el establecimiento de la analogía y el juego de libertades de las constantes analógicas.

### **Tercera.**

Se estudian con todo rigor, con la máxima generalidad teórica y por completo, experimentalmente, los siguientes aspectos básicos de índole térmica, en cualquier recinto de hormigón en masa:

a) El *campo térmico*,  $T(P,t)$ , en todo recinto hormigonado u hormigonable. De este conocimiento se deducen teórica y experimentalmente (midiendo y registrando directamente del modelo) los 'gradientes temporales' en un punto arbitrario y los 'gradientes espaciales', dado que se obtiene la evolución térmica en todos los puntos considerados del recinto.

b) Los *flujos caloríficos*,  $\vec{q}(P,t)$ , que se determinan por medio de los flujos escalares  $\left[\phi = \iint \vec{q} \cdot d\vec{S}\right]$  que atraviesan las superficies intermedias entre los puntos de registro que pueden ser tantos como se desee.

Estos resultados termológicos se estudian con más detalle en la denominada *zona parasuperficial* considerada como la de mayor peligro para los efectos térmicos complementarios de la retracción térmica del hormigón y posible fisuración consiguiente.

### **Cuarta.**

Se pone de manifiesto que es posible no sólo *concebir* sino *realizar* y *experimentar sobre* un modelo analógico eléctrico, denominado RIC, constituido por redes RC (de resistencias y condensadores) y completados con dispositivos específicos para la simulación de la generación interna de calor (es decir, inyecciones puntuales distribuidas de intensidades) y para el establecimiento de condiciones de contorno e iniciales. Estos dispositivos electrónicos consisten en:

- Un oscilador de onda sinusoidal para el establecimiento de la frecuencia básica correspondiente a la simulación del período día-noche.

- Circuitos electrónicos (comparadores y amplificadores) para obtener las señales de imposición de las condiciones ambientales (día-noche) cuando se combinan con la señal anterior.
- Generadores de onda rectangular, sincronizados con el oscilador sinusoidal en las relaciones de fase adecuadas, para imponer las condiciones iniciales en los diversos elementos del modelo.
- Generadores de formas de onda especiales y tensiones de pico relativamente altas (30 V) para simular el proceso de generación de calor durante el fraguado.

En síntesis, de alguna manera, se reivindica prácticamente la posibilidad, en consonancia con los medios de la electrónica actual, de *concebir, realizar y experimentar* sobre modelos físicos que, además, son relativamente sencillos, de uso múltiple, de cómoda variación de los parámetros, de asequible registro de resultados y de fácil contraste con los resultados observacionales en la realidad.

#### **Quinta.**

El *modelo* realizado es de *utilidad general*; es decir, utilizable para el estudio de cualquier problema térmico en cualquier recinto de hormigón en masa. Es, en consecuencia, versátil. Admite la consideración simultánea de las variables puestas en juego con los valores adecuados para cualquier proyecto o con los valores correspondientes a cualquier obra en ejecución. En concreto, considero oportuno explicitar su validez:

- 1º) Para cualesquiera valores de las propiedades del hormigón consideradas *pasivas*, tales como: a) Composición y dosificación; b) Densidad,  $\rho$ ; c) Calor específico,  $c$ ; y d) Conductividad térmica,  $k$  (y/o difusividad,  $D$ );
- 2º) Para cualquiera que sea la función de generación de calor  $\dot{q}(x,y,z,t)$  debida al proceso de fraguado (reacción exotérmica de hidratación del cemento); y
- 3º) Para cualesquiera que sean las condiciones de contorno e iniciales que se consideren: a) en el cimientto para las primeras tongadas o capas; b) entre tongadas o capas, en las diversas condiciones de proceso de hormigonado concebible (entre los extremos de hormigonar sobre hormigón ya fraguado -ritmo



lento- y de extender una nueva capa sobre otra en proceso de fraguado -ritmo rápido-); c) en los paramentos exteriores en contacto con la atmósfera o con otros fluidos (por ejemplo, obras submarinas, embalses en explotación, etc.); y d) cualesquiera condiciones iniciales para cada tongada; es decir, imposición del ritmo de hormigonado que se desee en cada momento.

#### **Sexta.**

La experimentación se ha orientado, prioritariamente, por razones de actualidad científica, técnica y económico-financiera, al estudio del hormigonado en zonas geográficas de clima caluroso, dado que en los últimos años se pretende imponer el procedimiento denominado de 'hormigonado con hielo' con objeto de evitar las altas temperaturas que alcanza el hormigón durante la primera etapa del fraguado. Esta es la causa (al parecer) del proceso de fisuración, como consecuencia de la retracción por el enfriamiento posterior debido a la evacuación del calor. Estas condiciones 'extremas' orientadoras de la investigación han sido las expresamente tratadas pero, obviamente, pueden estudiarse (como se ha dicho en la conclusión anterior) cualesquiera otras.

Como conclusión cualitativa de suma importancia puede afirmarse que en las normas oficiales y en los pliegos de condiciones de las obras deben exigirse condiciones científicas del tipo "el hormigón puesto en obra no debe alcanzar una temperatura superior a los (p.e. 18 °C)" pero nunca las del tipo "hay que hormigonar con hielo". En el entorno de estas disyuntivas adquiere un valor considerable el estudio que he realizado teniendo en cuenta las diferentes variables que pueden considerarse en el problema con objeto de obtener condiciones científicas equivalentes a las técnicamente sugeridas o exigidas.

Mi investigación se ha centrado en el estudio científico del campo térmico analizando la influencia de los diferentes parámetros en los resultados térmicos con objeto de ofrecer, siempre que sea posible y en la medida que lo fueren, *alternativas científicamente válidas* y, en consecuencia, técnica y económicamente óptimas sin necesidad de recurrir a instalaciones tan costosas, o al menos reducir el número de éstas.

#### **Séptima.**

Una primera variable objeto de atención especial, en consecuencia, ha sido la

rango suficientemente amplio.

#### **Décima.**

Se ha considerado también con especial interés la influencia del *espesor de las tongadas* como variable fundamental en el estudio termológico. La reducción del espesor (altura  $H$ ) supone una reducción en la misma proporción del volumen ( $V=S.H$ ) y, en consecuencia, de la cantidad de calor total generada por unidad de tiempo ( $Q = \dot{q} V$ ); además, los 'focos productores de calor' se encuentran más cercanos a los contornos (las medias de sus distancias) con lo que la evacuación es notablemente más rápida y, por tanto, el calentamiento menor.

La reducción del espesor de las tongadas es una práctica recomendable desde este punto de vista, mucho más aún si se opta por la solución de hormigonado continuo (rollcrete) frente a la de franjas con tongadas clásicas. Los estudios sobre el modelo han permitido cuantificar para cada caso los efectos comparables con los de las soluciones alternativas.

#### **Décimoprimer.**

El modelo permite tener en cuenta el *ritmo de hormigonado*, es decir, el período de tiempo de puesta en obra de una tongada (o capa) sobre la precedente que puede encontrarse, según el período que se considere, en cualquier momento de su fraguado. Del estudio sobre el modelo (para cada tipo de hormigón, condiciones de hormigonado, etc.) puede decidirse el momento óptimo para colocar la capa inmediata superior.

#### **Décimosegunda.**

El modelo, por su versatilidad geométrica, permite también estudiar con detalle la *zona parasuperficial* (paramento y superficie superior de cada tongada o capa) que será la más afectada por los gradientes térmicos espaciales y temporales. El modelo informa con detalle de los campos  $T(P,t)$  y  $\bar{q}(p,t)$  en las proximidades de los contornos donde son más determinantes las influencias de las condiciones ambientales.

### **Décimotercera.**

Se han puesto de manifiesto las diferentes posibilidades que existen para limitar, reduciendo hasta lo científicamente necesario, la tendencia a hormigonar con hielo mediante una adecuada conjugación de otras variables tales como: espesor de las tongadas o capas, coeficientes de transmisión superficial del calor y ritmo de hormigonado.

### **Décimocuarta.**

Se destaca el importante papel de *contraste* con la 'vida real' de las obras que desempeña (y puede desempeñar el modelo). La instalación de termopares *in situ* permite el *seguimiento y control* de la obra desde el modelo, mediante el ajuste de los valores de los parámetros de la misma. En consecuencia, es importante conocer los datos de comportamiento de la realidad para mejorar el estudio termológico de los recintos de hormigón en masa.

### **Décimoquinta.**

Como resumen final del estudio realizado en la tesis, puede decirse:

1º) que se ha resuelto por completo y rigurosamente, el problema científico del conocimiento del *campo térmico* y de los *flujos caloríficos* en todos los casos que pueden presentarse de recintos de hormigón en masa, en el ámbito teórico delimitado por las teorías físicas siguientes: a) conducción del calor en sólidos según la teoría analítica del calor de Fourier; b) conducción eléctrica en medio continuo de Ohm; y c) teoría de la simulación analógica;

2º) que se ha resuelto técnicamente mediante la concepción, construcción y uso de un modelo analógico RIC versátil que permite considerar todas las condiciones usuales: pasivas y activas del hormigón, iniciales (en procesos sucesivos) y de contorno, ambientales y de ritmo de hormigonado; y

3º) que se dispone no sólo de un sistema de modelación sino de un modelo sumamente versátil que es prácticamente utilizable (a lo sumo con conexiones o desconexiones complementarias) para cualquier tipo de recinto de hormigón en masa, y que permite: a) controlar cualquier gran obra de hormigón; b) predecir su conducta térmica; c) mejorar su calidad; y d) reducir notablemente sus costes globales.

### **Décimosexta.**

La aparente glorificación anunciada en la consideración-conclusión anterior debe completarse con una expresión de modestia de la índole siguiente "se ha logrado tanto como se ha escrito, sí, pero se ha logrado sólo lo escrito": disponer de un *modelo físico* para estudiar con rigor cualquier problema de índole intrínsecamente termológica: *campo térmico*,  $T(P,t)$ , y *flujos caloríficos*,  $\vec{q}(P,t)$  .

Pero sólo eso; "tiempos vendrán" (parece oportuno recordar a Galileo en su autocrítica científica y esperanza en una ciencia mejor) en los que sea posible disponer de teorías fecundas y de modelos físicos o matemáticos útiles para estudiar y remediar el tema prioritariamente ingenieril pendiente: *la fisuración del hormigón por retracción térmica postfraguado*, efecto de las (entre otras) causas [ $T(P,t)$ ,  $\vec{q}(P,t)$ ] que he estudiado en esta tesis. En el lenguaje filosófico-físico clásico estos resultados o efectos,  $T(P,t)$  y  $\vec{q}(P,t)$ , serán causas de esos otros efectos que deben estudiarse: *esfuerzos térmicos y fisuración*, de forma que al menos puedan establecerse los límites de aquéllos para que éstos no produzcan efectos nocivos en las estructuras. En esta tarea trabaja en la actualidad el equipo de investigación en el que me encuentro. Es de esperar que constituyan nuevas tesis doctorales que aquí y ahora sólo pueden anhelarse por el bien de la ciencia y de la técnica, es decir, del progreso humano.

## REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

A.C.I. (American Concrete Institute), Committee 207, "Effect of Restraint, Volume Change and Reinforcement on Cracking of Massive Concrete", A.C.I. 07-2R-73 (Reaffirmed 1980).

"Guide for Measuring, Mixing, Transporting and Placing Concrete", A.C.I. 304R-89 (1989).

"Manual of concrete Practice" (5 tomos), A.C.I. Publication. Detroit, 1983.

Committee 207, "Mass Concrete for Dams and other Massive Structures", A.C.I. 207-1R-70 (Reaffirmed 1980).

Committee 304, "Placing concrete by pumping methods", A.C.I. 304-2R-71 (Revised 1982).

Committee 609, "Recommendations for Placing Concrete Vibration" A.C.I. Journal, Proceedings V. 32, nº 4, Marzo-Abril 1936, pp. 445-457.

207-5R-80, "Roller Compacted Concrete", A.C.I. Manual of Concrete Practice, part. 1. 1983.

309-72, "Standard Practice for Consolidation of Concrete" (Revised 1982).

ADAM, M. (1975): *Aspectos del hormigón*. Editores Técnicos Asociados: Barcelona.

AGUADO, A.; AGULLO, L; CALMON, J.L.; MIRAMBELL, E. (1994): "Efectos térmicos en presas de hormigón: desde la construcción hasta la explotación". Jornadas sobre efectos térmicos en presas y embalses. E.T.S. d'Enginyers de Camins, Canal i Ports de Barcelona. Universidad Politécnica de Barcelona.

AGUILAR PERIS, J. (1981): "Procesos de transmisión del calor (visión física general)". Cátedra de Fundamentos Físicos de las Técnicas. E.T.S. Caminos, Canales y Puertos. Universidad de Santander.

(1984): *Curso de Termodinámica*. Madrid: Alhambra.

AGUILAR PERIS, J.; ALVARO, V.; DE LA RUBIA, J.; DORIA, J. (1968): "Estudio de la propagación de ondas térmicas en una pared en régimen transitorio por el método de Liebmann". Anales de la Real Sociedad Española de Física y Química. Tomo LXIV. Pág. 107. Nº 3 y 4. Marzo-Abril.

AGUILAR PERIS, J.; ARAÑA, V.; CALLEJA, J.M.; DE LA RUBIA, J.; DORIA, J.

- (1970): "Estudio analógico de las características térmicas de la formación de un magma sálico". XXIX Congreso Luso-Español para el Progreso de las Ciencias.
- AGUILAR PERIS, J.; DE LA RUBIA, J.; DORIA, J. (1969): "Determinación de la distribución relativa de temperaturas en un reactor nuclear homogéneo por un método analógico iterativo". Anales de Física. Tomo LXV. Pág. 149. N° 5 y 6. Mayo-Junio.
- AGUILAR PERIS, J.; DE LA RUBIA, J.; DORIA, J.; FERNANDEZ PINEDA, C.; ORTIZ, R. (1969): "Estudio de la transmisión del calor en medios de conductividad variable por técnicas de simulación analógicas". XIV Reunión bienal de Física y Química. Sevilla. Septiembre.
- AGUILAR PERIS, J.; DE LA RUBIA, J.; DORIA, J.; MISSEN, J.L. (1969): "Simulación analógica de condiciones límites en problemas de radiación térmica". Anales de Física. Tomo LXV. Pág. 143. N° 5 y 6. Mayo-Junio.
- AGUILAR PERIS, J.; DE LA RUBIA, J.; DORIA, J.; ORTIZ, R.; OSORIO, A. (1967): "Estudio de procesos intermitentes en la transmisión de calor según el método Beuken". XIII Reunión bienal de la Real Sociedad Española de Física y Química. Pamplona - San Sebastián. Junio.
- ANDRES, M.C.; DORIA, J.; ORTIZ, R. (1982): "Fenómenos de inestabilidad en el modelo analógico de Liebmann". Anales de Física. Serie B. Vol. 78.
- ANDREWS, J.G.; MC. LONE, R.R. (1976): *Mathematical Modelling*.
- ARENAS DE PABLO, J.J.; APARICIO BENGOCHEA, A. (1982): "Gradientes térmicos en puentes de hormigón". Cátedra de Fundamentos Físicos de las Técnicas. E.T.S. Caminos, Canales y Puertos. Universidad de Santander.
- ARPACI, V.S. (1966): *Conduction Heat Transfer*. Palo Alto: Addison Wesley.
- ARREDONDO VERDU, F. (1969): *Dosificación de hormigones*. Instituto Eduardo Torroja: Madrid.
- (1981): "Características térmicas del hormigón (visión del hormigón como material constructivo)". Cátedra de Fundamentos Físicos de las Técnicas. E.T.S. Caminos, Canales y Puertos. Universidad de Santander.
- BACHELARD, G. (1973): *Etude sur l'évolution d'un problème de Physique. La propagation thermique dans les solides*. París: Librairie Philosophique J. Vrin.
- BALCKLEDGE, G.F. (1980): *Dry Lean Concrete*. CECA (Coment and Concrete Association).
- BLACK, M. (1962): *Models and Metaphors: Studies in Language and Philosophy*.

- BIRD, R.B.; STEWART, W.E.; LIGHTFOOT, E.N. (1982): *Fenómenos de transporte* (ed. española de la obra *Transport phenomena*. Nueva York: John Wiley & Sons).
- BRANSON, D.E.; CHRISTIASON, M.L. (1971): "Time dependent Concrete Properties Related to Design-Strength and Elastic Properties, Creep and Shrinkage". Symposium on Creep, Shrinkage and Temperature Effects, SP-27-13. American Concrete Institute: Detroit.
- BREBBIA, C.A. (1978): *The Boundary Element Method for Engineers*. London: Pentech Press.
- BROWN, A.I.; MARCO, S.M.(1958): *Introduction to heat transfer*. Nueva York: Mac Graw-Hill.
- BUNGE, M. (1973): *Philosophy of Physics*. Dordrecht: Reidel (Versión castellana, 1978. Barcelona: Ariel).
- CALAVERA, J. *et al* (1977): "Influencia de las compresiones previas en el hormigón sobre su microfisuración y resistencia a compresión". ASIC.
- CALLEN, H.B. (1960): *Thermodynamics*. Nueva York: John Wiley & Sons.
- CARINO, N.J.; SLATE, F.O. (1976): "Limiting tensile strain criterion for failure of concrete". A.C.I. Journal. Marzo.
- CARRASQUILLO, R.L.; SLATE, F.O.; NILSON, A. (1981): "Microcracking and behaviour of high strength concrete subject to short-term loading", A.C.I. Journal, nº 78-15. Mayo-Junio.
- CARRASQUILLO, R.L.; SLATE, F.O. (1983): "Microcracking and definition of failure of high normal strength concretes". Cement, Concrete and Aggregates, CCAGDP, Vol. 5, nº 1.
- CARREIRAS, D.J.; CHU, K.H. (1986): "Stress-strain relationship for reinforced concrete in tension". A.C.I. Journal. Enero-Febrero.
- CASTILLO DIAZ, R. (1994): "Procedimientos de construcción para disminución de tensiones producidas por efectos térmicos". Jornadas sobre efectos térmicos en presas y embalses. E.T.S. d'Enginyers de Camins, Canal i Ports de Barcelona. Universidad Politécnica de Barcelona.
- CEDOLIN, L.; DEI POLI, S; IORI, I (1983): "Experimental determination of the fracture process zone in concrete", Cement and Concrete Research, Vol. 13, pp. 557-567.
- CHADDOCK, J.B.; TODOROVIC, B. (1990): *Heat and Mass Transfer in Building*

*Materials and Structures*. Hemisphere Publishing Corporation.

CHAN, K.S.; RUSHTON, K.R. (1964): "The Simulation of Boundary Conditions in Heat Conduction Problems in a Resistance-capacitance Electrical Analogue". *Journal of Scientific Instruments* (Septiembre).

CHAPMAN, A.J. (1967): *Heat Transfer*. Nueva York: The Macmillan Company.

C.I.B. (International Council for Building Research). Commission W.29. "Concrete finishes-Tolerances for Blebishes". Report, nº 24. Rotterdam, 1972.

Commission W.29, "Concrete surface finishings". Report, nº 5. Rotterdam, 1966.

CLARAMUNT, A; LIDIANA, M. (1994): "Instrumentación de presas desde el punto de vista térmico. Experiencia de La Llosa del Cavall. Jornadas sobre efectos térmicos en presas y embalses. E.T.S. d'Enginyers de Camins, Canal i Ports de Barcelona. Universidad Politécnica de Barcelona.

CLARK, L.E.; GERSTLE, K.H.; TULIN, L.G. (1967): "Effect of strain gradient on the stress-strain curve of mortar and concrete", *A.C.I. Journal*. Septiembre.

CONCRETE SOCIETY (1978-1979): "Painting of Concrete". *Revista Concrete*.

CRUCES DE ABIA, J. (1981): "Conducción de calor en sólidos (visión matemática general)". Cátedra de Fundamentos Físicos de las Técnicas. E.T.S. Caminos, Canales y Puertos. Universidad de Santander.

CRUCES DE ABIA, J.; GONZALEZ DE POSADA, F. (1978): "Teorías físicas analógicas. Simulación: Teoría y práctica". Cátedra de Fundamentos Físicos de las Técnicas. E.T.S. Caminos, Canales y Puertos. Universidad de Santander.

DANLOUX-DUMENSNILS, M. (1954): *Le Calcul Analogique par Courants Continus*. París: Dunod.

DE LA RUBIA, J.; DORIA, J.; ORTIZ, R.; OSORIO, A. (1968): "Métodos analógicos y su aplicación a la transmisión del calor". Memorial de Ingeniería de armamento.

DE LA RUBIA, J.; DORIA, J.; FAURE, R.; OSORIO, A. (1969): "Estudio de la distribución de temperaturas en un reactor mediante su simulación en una cuba analógica". XIV Biental de Física y Química. Sevilla.

DELIBES LINIERS, A.; GONZALEZ ISABEL, G.; GONZALEZ NUÑO, L. (1981): "Estudio de la influencia de las compresiones previas del hormigón sobre su módulo dinámico y adherencia de las armaduras". ASIC, Estudios e Investigaciones, nº 23.



- DELIBES LINIERS, A. (1993): *Tecnología y propiedades mecánicas del hormigón*. Madrid: Intemac Ediciones.
- DEWAR, J.D.; ANDERSON, R. (1984): *Manual of ready-mixed concrete*. Nueva York: Blackie Academic & Professional.
- DHIR, R.H.; SANGHA, M. (1974): "Development and propagation of microcracks in plain concrete". *Journal of the A.C.I. Proc.* Vol. 60.
- DIAZ-SANTIAGO, S.; HILSDORF, H.K. (1973): *Fracture mechanism of concrete under compressive loads*. *Cement and Concrete Research*. Vol. 3, nº 4.
- DIEZ GONZALEZ, R.; DOLZ PLANAS, M.; BUENDIA GOMEZ, M. (1982): "Estudio experimental de la convección libre alrededor de un cilindro situado en el aire, análisis de la variación de los coeficientes locales y medios con la temperatura". *Anales de Física. Serie B*. Vol. 78.
- DOMONE, P.L. (1974): "Uniaxial tensile creep and failure of concrete". *Magazine of Concrete Research*, Vol. 26, nº 88. Septiembre.
- DORIA RICO, J. (1968): "Estudio de procesos transitorios e intermitentes por técnicas analógicas en la transmisión de calor". Tesis doctoral. Facultad de Ciencias. Universidad de Madrid.
- DUSINBERRE, G.M. (1949): *Numerical Analysis of Heat Flow*. Nueva York: Mac Graw-Hill.
- ELICES, M.; LLORCA, J.; INGRAFFEA, A.R. (1985): "Fractura del hormigón en régimen elástico y lineal. Un ejemplo: la presa de Fontana". *Informes de la Construcción*. Julio.
- ELLIS, B (1966): *Basic concepts of measurement*. Cambridge: Cambridge U.P.
- EVANS, R.J. (1991): "Simulation in infrared imaging: using electrical circuit principles to model heat transfer". New York: Dayton University.
- FAURE BENITO, R. (1972): "Resolución directa de funciones armónicas en dominio plano, limitado o ilimitado, mediante cubas analógicas". Tesis doctoral. Facultad de Ciencias. Universidad Complutense de Madrid.
- FENWICK, R.C; SUE, C.F.C. (1982): "The influence of water gain upon the tensile strength of concrete". *Magazine of Concrete Research*, Vol. 34, nº 120. Septiembre.
- FOURIER, J. (1822): *Théorie Analytique de la Chaleur*. París: Firmin Didot. (2ª ed., París: Gauthier-Villars, 1888). [ed. en castellano *Teoría analítica del calor*.

- Madrid: Grupo de Trabajo de Análisis Dimensional. E.T.S. Arquitectura. Universidad Politécnica de Madrid. 1992. Trad.: M.D. REDONDO ALVARADO].
- FRANÇOIS, D. (1981): "Les fissurations des betons. Resistance à la fissuration du beton", Annales ITBTP, n° 398. Octubre.
- GALLIGO ESTEVEZ, J.M.; ALAEJOS GUTIERREZ, M.P. (1990): *Hormigón de alta resistencia. Estado actual de conocimientos*. MOPU.
- GARCIA GUILLEN, P (1991): *Orcad SDT/III. Diseño de esquemas electrónicos por ordenador*. Madrid: Paraninfo.
- GASPAR-TEBAR, D. (1989): "Aditivos para el hormigón. La normalización en España y la futura normativa Europea". III Simposio sobre Aditivos para el Hormigón. Agrupación Nacional de Fabricantes de Aditivos para Hormigón (ANFAH). Madrid.
- GEORGES DREUX (1981): *Guía práctica del hormigón*. Editores técnicos asociados.
- GILBERT, R.I. (1988): *Time effects in Concrete Structures*. Elsevier: Oxford.
- GOICOLEA ZALA, F.J. (1982): "Esfuerzos térmicos. Problemas térmicos en recintos de hormigón en centrales nucleares". Cátedra de Fundamentos Físicos de las Técnicas. E.T.S. Caminos, Canales y Puertos. Universidad de Santander.
- GOMEZ LAA, G. (1982): "Problemas térmicos en presas de hormigón". Cátedra de Fundamentos Físicos de las Técnicas. E.T.S. Caminos, Canales y Puertos. Universidad de Santander.
- GONZALEZ DE POSADA, F. (1981): *Problemas de Estructuras Algebraicas Tensoriales*. Madrid: Alhambra.
- (1983): *Estructuras Algebraicas Tensoriales*. Madrid: Alhambra.
- (1989): "El concepto de temperatura" en *Homenaje a D. José Aguilar Peris*. Madrid: Facultad de Ciencias Físicas. Universidad Complutense de Madrid.
- (1993): "Guías de estudio del curso Teoría Dimensional". Madrid. Grupo de Trabajo de Análisis Dimensional. E.T.S. Arquitectura.
- (1994): *Breviario de Teoría Dimensional*. Madrid: E.T.S. Arquitectura.
- GONZALEZ DE POSADA, F.; REDONDO ALVARADO, M.D, (1982): *Teorías Físicas Analógicas*. E.T.S. de Ingenieros de Caminos. Universidad de Santander.
- GONZALEZ DE POSADA, F.; GONZALEZ REDONDO, F.A. (1993): "Las

relaciones interteóricas en la Física. Punto de vista de la Teoría Dimensional". Bustos, E. *et al.* (eds.). *Actas del I Congreso de la Sociedad de Lógica, Metodología y Filosofía de la ciencia*. Madrid: UNED (pp. 383-386).

GONZALEZ DE POSADA, F.; GONZALEZ REDONDO, M.; REDONDO ALVARADO, M.D. (1992a): *Teorías termológicas pre-termodinámicas*. E.T.S. Arquitectura. Universidad Politécnica de Madrid.

(1992b): *Fundamentos de Termodinámica Clásica*. E.T.S. Arquitectura. Universidad Politécnica de Madrid.

GONZALEZ DE POSADA, F.; GONZALEZ REDONDO, M.; PLANA CLAVER, J.; REDONDO ALVARADO, M.D. (1992c): *Teorías físicas analógicas de transporte de tipo Fourier*. E.T.S. Arquitectura. Universidad Politécnica de Madrid.

GONZALEZ SAN JOSE, M.A. (1983): *Estudio de la transmisión del calor mediante Análisis Dimensional*. Tesina de licenciatura en Ciencias Físicas. Universidad de Santander.

GORISSE, F. (1980): *Ensayos y control de los hormigones* (Traducción). E.T.A., S.A. Barcelona.

GRAY and MEYER (1984): *Analysis and design of analog integrated circuits*. Nueva York: John Wiley & Sons.

HAUSER, W (1971): *Introduction to the principles of Electromagnetism*. Nueva York: Addison-Wesley.

HESSE, M.B. (1963): *Models and Analogies in Science*.

HOLMAN, J.P. (1968): *Heat transfer*. Nueva York: Mac Graw-Hill.

HOLT, C.A. (1978): *Electronic Circuits*. Nueva York: John Wiley & Sons.

HOROWITZ and HILL (1985): *The art of electronics*. Cambridge University Press.

HOUGHTON, D.L. (1976): "Determining tensile strain capacity of mass concrete". A.C.I. Journal. Diciembre.

HSU, T.T.C. (1984): "Fatigue and microcracking of concrete". *Matériaux et Constructions*. RILEM, Vol. 17, nº 97. Enero-Febrero.

HSU, T.T.C.; SLATE, F.O.; STURMAN, G.M.; WINTER, G. (1963): "Microcracking of plain concrete and the shape of the stress-strain curve". *Journal of the A.C.I.*, nº 60. Febrero.

- IRVINE, T.F.; HARTNETT, J.P. (1973): *Advances in heat transfer*. Nueva York: Academic Press.
- ISOVER (1988): *Manual de aislamiento*.
- JACKSON, J.D. (1980): *Electrodinámica Clásica*. Madrid: Alhambra.
- JAKOB, M. (1949): *Heat Transfer*. Vol I. Nueva York: John Wiley.
- JEKL, M.; ZUPANCIC, B.; MATKO, D.; SEHIC, Z. (1991): "The role of analog simulation in the hybrid simulation system". Yugoslavia: Ljubljana Univ.
- JIMENEZ MONTOYA, P.; GARCIA MESEGUER, F.; MORAN CABRE, F. (1991): *Hormigón armado*. Barcelona: Gustavo Gili (13ª ed).
- KARPLUS, W. (1958): *Analog Simulation*. Nueva York: Mac Graw-Hill.
- KAYS, W.M.; CRAWFORD, M.E. (1989): *Convective Heat and Mass Transfer*. Nueva York: Mac Graw-Hill.
- KITTEL, C. (1969): *Thermal Physics*. Nueva York: John Wiley & Sons.
- KNAB, L.I.; BLESSING, G.V.; CLIFTON, J.R. (1983): "Laboratory evaluation of ultrasonics for crack detection in concrete". A.C.I. Journal. Enero-Febrero.
- KORN, G.A. KORN, T.M. (1964): *Electronic Analog and Hybrid Computers*. Nueva York: Mac Graw-Hill.
- KOTSOVOS, M.D.; NEWMAN, J.B. (1981): "Fracture mechanics and concrete behavior". Magazine of Concrete Research, Vol. 33, nº 115. Junio.
- KROES, P. (1989): "Structural Analogies Between Physical Systems". The British Journal for the Philosophy of Science. Vol. 40. Nº 2. Junio.
- LAVOISIER, A.L.; LAPLACE, P.S. (1780): *Mémoire sur la chaleur*. [ed. bilingüe francés-español (1992). *Mémoire sur la chaleur / Memoria sobre el calor*. Trad. REDONDO ALVARADO, M.D. E.T.S. Arquitectura. Universidad Politécnica de Madrid].
- L'HERMITE, R.G. (1960): "Volume changes of concrete". Proc. IV Int. Symposium on Chemistry of Cement. NBS Monograph, nº 43. Washington.
- LOWE, P.G. (1978): "Deformation and fracture of plain concrete". Magazine of Concrete Research, Vol. 30, nº 105. Diciembre.
- MAC. ADAMS, W.H. (1954): *Heat Transmision*. Nueva York: Mac Graw-Hill.

Complutense de Madrid.

OSORIO SAINZ, A. (1972): "Estudio numérico analógico de problemas térmicos no lineales y convectivos". Tesis doctoral. Facultad de Ciencias. Universidad Complutense de Madrid.

PALACIOS, J. (1941): "Magnitudes y unidades electromagnéticas". Madrid: R. Acad. Cien. Ex. Fís. y Nat. 35, 148..

(1952): "La dimensión de la temperatura". Madrid: Asoc. Esp. Progr. Cienc. Congreso de Málaga.

(1956): *Análisis Dimensional*. Madrid: Espasa-Calpe (2ª ed. corregida y ampliada: Madrid: Espasa-Calpe. 1964) [ed. francés: *L'Analyse Dimensionnelle*. París: Gauthier-Villars. 1960. ed. inglés: *Dimensional Analysis*. Londres: Macmillan. 1964]

PANOFSKY and PHILLIPS (1971): *Classical Electricity and Magnetism*. Addison-Wesley.

PASCHKIS, V.; RYDER, F.L. (1968): *Direct Analog Computers*. Nueva York: John Wiley & Sons.

PEREZ SAINZ, A. (1982): "Instrumentación, métodos y control térmico en recintos de hormigón". Cátedra de Fundamentos Físicos de las Técnicas. E.T.S. Caminos, Canales y Puertos. Universidad de Santander.

PEREZ SANZ, J.; LOPEZ FERNANDEZ-SANTOS, E. (1980): *Simulación Analógica aplicada a sistemas nucleares*. Madrid: Laboratorio de tecnología nuclear.

PLANA CLAVER, J.; REDONDO ALVARADO, M.D. (1982): *Técnicas de Simulación Analógica eléctrica*. E.T.S. de Ingenieros de Caminos. Universidad de Santander.

PRIGOGINE, I. (1974): *Introducción a la Termodinámica de los procesos irreversibles*. Madrid: Selecciones científicas.

REBOLLO, J. (1994): "Comportamiento térmico de la presa de Susqueda. Metodología y experiencia de explotación". Jornadas sobre efectos térmicos en presas y embalses. E.T.S. d'Enginyers de Camins, Canal i Ports de Barcelona. Universidad Politécnica de Barcelona.

REDONDO ALVARADO, M.D. (1980): "Análisis Dimensional y Simulación Analógica del flujo a través de diques sobre terrenos permeables cortados por pantallas impermeables empotradas en la base del dique". Tesis doctoral. Facultad de Ciencias. Universidad de Santander.

(1983a): *Simulación Analógica. Prácticas de laboratorio para alumnos I: régimen*

- permanente, conductor sólido bidimensional*. E.T.S. de Ingenieros de Caminos. Universidad de Santander.
- (1983b): *Simulación Analógica. Prácticas de laboratorio para alumnos II: problemas tridimensionales, régimen transitorio y modelos discretizados*. E.T.S. de Ingenieros de Caminos. Universidad de Santander.
- ROBERTS, F.S. (1979): *Measurement theory*. Reading (Mass.): Addison-Wesley.
- ROCLAINE (1989): *Manual de aislamiento en la industria*.
- RODRIGUEZ MARTIN, L.F. (1980): *Instrucción para el proyecto y la ejecución de obras de hormigón en masa o armado*. Colegio Oficial de Arquitectos.
- (1983): *Curso de hormigón armado*. Colegio Oficial de Arquitectos.
- RUSSEL TRENHOLME (1994): "Analog Simulation". *Philosophy of Science*, 61. pp. 115-131.
- SAN JUAN, R. (1947): *Teoría de las magnitudes físicas y sus fundamentos algebraicos*. Madrid: Bermejo. (Anteriormente en *Rev. R. Acad. Cien. Ex, Fís., Nat.* **39** - 1945- y **40** -1946-).
- SANCHEZ SUDON, J.F.; MAÑUECO PFEIFFER, G. (1994): "Análisis térmico en las presas de hormigón compactado con rodillo. Evolución de temperaturas en la presa del Cenza". *Jornadas sobre efectos térmicos en presas y embalses*. E.T.S. d'Enginyers de Camins, Canal i Ports de Barcelona. Universidad Politécnica de Barcelona.
- SCHNEIDER, P.J. (1957): *Conduction Heat Transfer*. Addison Wesley Publishing Company.
- SNEED, J.D. (1971): *The Logical Structure of Mathematical Physics*. Dordrecht: Raidel.
- SOROKA, W.W. (1954): *Analog Methods in Computation and Simulation*. Nueva York: Mac Graw-Hill.
- STEGMÜLLER, W. (1973): *Theorie und Erfahrung*. Heidelberg: Springer-Verlag. [ed. castellano: *Teoría y Experiencia*. Barcelona: Ariel, 1983].
- SWAMY, R.N. (1979): "Fracture mechanics applied to concrete". Del libro *Developments in concrete technology*. F.D. Lydon. Applied Science Pub. Londres.
- STRATTON, J.A. (1941): *Electromagnetic theory*. Nueva York: Mac Graw-Hill.

- SYCHEV, V.V. (1983): *The differential equations of Thermodynamics* (Trad. del ruso por Eugene Yankovsky. Mir Publishers Moscow).
- TOWNSEND, C.L. (1965): *Control of cracking in Mass Concrete Structures*. Washington: Bureau of Reclamation.
- VARONA RUIZ, J.M. (1980): "Estudio mediante Análisis Dimensional de los esfuerzos axiales, flectores, cortantes y de torsión considerados en resistencia de materiales". Tesis doctoral. E.T.S. de Caminos, Canales y Puertos. Universidad de Santander.
- VITKOVITCH, D. (ed.) (1966): *Field Analysis*. London: Van Nostrand.
- WEDLOCK, B.D.; ROBERGE, J.K. (1973): *Componentes Electrónicos y Mediciones*. Prentice-Hall Internacional.
- WILSON, E.L.; BATHE, K.J.; PETERSON, F.E. (1974): *Finite Element Analysis of Linear and Nonlinear Heat Transfer*. Nucl. Eng. Des.
- WITTMAN, F.H. (1983): *Fracture mechanics of concrete*. Elsevier.