

UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS

Departamento de Óptica



**FORMACIÓN Y DINÁMICA DE PATRONES TRANSVERSOS EN
LÁSERES DE COLORANTE Y CO₂**

MEMORIA PARA OPTAR AL GRADO DE DOCTOR

PRESENTADA POR

Inmaculada Leyva Callejas

Bajo la dirección del doctor

José Manuel Guerra Pérez

Madrid, 2001

ISBN: 84-669-1745-4

UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID

FACULTAD DE CIENCIAS FISICAS

**FORMACION Y DINAMICA
DE PATRONES TRANSVERSOS
EN LASERES DE COLORANTE
Y CO₂**

Inmaculada Leyva Callejas

TESIS DOCTORAL

DEPARTAMENTO DE OPTICA
UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID
FACULTAD DE CIENCIAS FISICAS

**FORMACION Y DINAMICA
DE PATRONES TRANSVERSOS
EN LASERES DE COLORANTE
Y CO₂**

Inmaculada Leyva Callejas

*Memoria presentada para optar al grado de
Doctor en Ciencias Físicas
por la Universidad Complutense de Madrid.*

Dirigida por:

Dr. D. José Manuel Guerra Pérez

A mis padres

A José Ramón

*Es necesario llevar un caos dentro de si
para dar a luz una estrella*

F. W. Nietzsche

Agradecimientos

Mucha gente es responsable de estas páginas, y no solo por lo que respecta a estos intensos años, sino por todos los anteriores. La redacción de la tesis doctoral no es más que el punto final de un proceso que empezó aun antes de que yo tuviera conciencia de ello. O mejor dicho, el punto y seguido.

Con todo, mi agradecimiento empieza por el profesor José Manuel Guerra, quien creyó un día que esto podía salir adelante, que yo sería capaz de hacerlo. Su sabiduría enciclopédica, su paciencia, su amor contagioso por la ciencia y su entusiasmo y honestidad inquebrantables han sido el germen y la sabia de este trabajo. El resto de los miembros de su grupo han sido también fuente de apoyo y experiencia. Con el Dr. Oscar Gómez Calderón di mis primeros pasos, trabajando codo con codo en los agotadores experimentos del láser de colorantes. Su consejo ha sido fundamental en el resto de la tesis, sin que haya podido aun dejar de asombrarme de su capacidad de cálculo. El Dr. Fernando Encinas es responsable de la parte experimental del Capítulo 3; con él aprendí lo que significa el rigor experimental. Las Dras. Margarita Sánchez y Rosa Weigand me ayudaron, aconsejaron y apoyaron, personal y científicamente, a lo largo de este tiempo, y espero que no dejen de hacerlo.

En el Istituto di Ottica Applicata de Florencia realicé el trabajo, todavía en curso, del Capítulo 4. El Prof. Arecchi y sus colaboradores, Dr. Riccardo Meucci y Enrico Allaria, me ofrecieron sus medios, su confianza y hospitalidad, haciéndome sentir parte del grupo desde el principio. Espero que la colaboración científica y amistad iniciada tenga larga andadura.

Isabel, Merche, y sobre todo Isabel Gema, que caminan conmigo desde hace tanto tiempo, saben y comparten cada paso que me llevó hasta aquí; cuánto hemos cambiado. Jesús, Oscar, Gemma, Alejandra, Carla, Iván, Juanjo, fundaron conmigo *el club del Tupper*, y al calor del microondas y el café han sabido también de cada peripecia de mis láseres y mis cuentas, de los triunfos y los sinsabores.

El trabajo ha tenido continuidad gracias a la financiación del Ministerio de Educación y Ciencia, mediante una beca de Formación del Personal Investigador y proyectos concedidos por la Dirección General de Investigación. También agradecer al profesor Dr. Eusebio Bernabeu, director del Depar-

tamento de Optica, el haber puesto a mi disposición los medios colectivos necesarios para la realización de este trabajo.

El consejo, el cariño y el aliento de José Ramón, de lejos, de cerca, y en todas las *circunstancias especiales*, luchando desde el primer día contra mi poderoso impulso destructivo, están escritos entre cada línea de este trabajo. Mi gratitud por eso y por todo lo demás está entre las cosas de las que no se puede hablar.

Pero como dije antes, este camino empezó mucho antes de que yo fuera consciente de ello. A mis padres es a quien debo la misma existencia del camino, el que yo tenga un sitio al que dirigirme. El ejemplo y el suave pero constante impulso de mi padre hacia la carrera científica tiene mucho que ver con esto. Su búsqueda de la perfección, junto con la sensibilidad y el amor por la belleza de mi madre, se combinaron para despertar en mi la fascinación por la Naturaleza que me trajo hasta aquí.

I. Leyva

Marzo de 2001

Índice General

1	Introducción	1
2	Teoría del láser de gran apertura.	5
2.1	Formación de estructuras transversas	5
2.2	El láser de alto número de Fresnel	8
2.3	Ecuaciones de amplitud	13
LASER CLASE B		16
3	Dinámica espacio-temporal del láser de clase B de gran apertura	19
3.1	El sistema experimental.	21
3.1.1	El láser TEA de CO ₂	21
3.1.2	El sistema de medida	22
3.2	Régimen cuasiestacionario	24
3.2.1	Resultados experimentales	24
3.2.2	Modelo y resultados teóricos	31
3.3	Régimen transitorio	45
3.3.1	Sistema experimental	45
3.3.2	Resultados experimentales	46
3.3.3	Modelo y resultados teóricos	51
4	Dinámica de polarización en un láser de CO₂ cuasi-isotrópo	55
4.1	Procedimiento experimental	56
4.2	Dinámica del modo fundamental	57

4.2.1	Resultados experimentales	57
4.2.2	Modelo y simulaciones	59
4.3	Dinámica del modo anular	62
4.3.1	Resultados experimentales	62
4.3.2	Modelo y simulaciones	66
 LASER CLASE A		 72
5	Dinámica molecular del láser de colorante de gran apertura	75
5.1	Antecedentes en el estudio del láser de colorantes	76
5.2	Método experimental	78
5.2.1	Sistema experimental	78
5.2.2	Análisis de datos	80
5.3	Resultados experimentales	81
5.3.1	Medida de la influencia de la molécula de colorante	81
5.3.2	Medida de la influencia de la viscosidad	84
5.4	Modelos estacionarios de la dinámica rotacional	88
5.4.1	Modelo clásico	89
5.4.2	Modelo semiclásico	94
6	Formación de patrones en el láser de colorante de gran apertura.	101
6.1	Sistema experimental	101
6.2	Resultados experimentales	103
6.2.1	De número de Fresnel moderado a grande	103
6.2.2	Coexistencia de estructuras	107
6.3	Modelo dinámico de la rotación molecular	108
6.3.1	Ecuaciones de Maxwell-Bloch con contribución rotacional	108
6.3.2	Análisis de estabilidad	111
6.4	Modelo discreto: la filamentación de la ganancia	114
6.4.1	Estabilidad de la solución nula	116
6.4.2	Estabilidad de la solución homogénea	119
6.5	El fondo de ruido y la dimensionalidad del sistema	121

7 Conclusiones y vías de ampliación	123
7.1 Conclusiones	123
7.2 Vías de ampliación	126

APÉNDICE **129**

A Teoría Semiclásica del láser	131
A.1 Ecuaciones de la materia	131
A.2 Ecuación del campo	135
A.3 Aproximación de la onda rotante	136
A.4 Aproximación de la amplitud lentamente variable	137
A.5 Eliminación de la frecuencia de batido y adimensionalización de las ecuaciones	139
A.6 Aproximación de campo medio	140

Capítulo 1

Introducción

La dinámica de sistemas complicados y no lineales es uno de los campos de la Física que más auge está teniendo en los últimos años. La extraordinaria variedad de fenómenos que pueden ser incluidos bajo este epígrafe rebasa de hecho los dominios de la Física para abarcar la Química, la Biología, la Economía, y tantos otros. Pero a pesar de esta diversidad, gran parte del atractivo de esta disciplina radica en saber buscar los rasgos comunes con que el caos y la no linealidad se manifiesta en muy distintos sistemas. Así, las rutas al caos, la formación de patrones, el crecimiento fractal o la generación de defectos, son fenómenos que se repiten con asombrosa universalidad. El profundo alcance de estas simetrías en la Naturaleza está aún por descubrir.

Entre los muchos sistemas que exhiben este tipo de comportamientos está el láser. Tras algunas décadas como paradigma del orden, en los años 80 el láser comenzó su historia como fuente de caos tras demostrar Haken el isomorfismo de las ecuaciones semiclásicas del láser con el modelo de Lorenz [Haken, 1975]. Desde entonces, el láser ha resultado ser uno de los laboratorios más fructíferos para el estudio de la dinámica no lineal. Primero se focalizó el trabajo en su vertiente temporal, pero en los últimos años se ha desarrollado el interés por la dinámica espacio-temporal y la formación de estructuras transversas, campo en el que se han realizado numerosos experimentos. En el esfuerzo por comprender estos fenómenos, a la pura investigación básica se une el creciente interés tecnológico del láser para la industria, la medicina o la comunicación.

En este trabajo se han estudiado, experimental y teóricamente, diversos aspectos fundamentales de la dinámica espacio-temporal de láseres, principalmente de gran apertura.

En el Capítulo 2 se hace un breve repaso de los mecanismos de formación de estructuras transversas en el láser, las ecuaciones fundamentales y los tipos de láseres. Esta parte nos servirá para presentar los objetivos del trabajo. En concreto, en el estudio de las ecuaciones veremos que la dinámica interna del medio láser está determinada, en sus rasgos más generales, por los tiempos de vida de los campos, y eso permite agrupar los láseres en clases A, B y C, según que el campo dominante sea la polarización, el campo eléctrico, o bien si ambos son comparables, respectivamente. Según esto, el trabajo original se divide en dos partes, en cada una de las cuales se estudia la dinámica de sendos láseres representativos de las dos primeras clases.

En la primera parte, constituida por los Capítulos 3 y 4, se estudian varios aspectos de la dinámica espacio-temporal del láser de CO_2 , representativo de la clase B. En el primero de estos Capítulos se presentan los que, hasta donde se nos alcanza, son los primeros experimentos de observación resuelta en el tiempo de la formación y evolución del patrón láser en régimen desordenado ¹. En él hallamos también fenómenos de promediado desde el estado desordenado a uno ordenado dominado por las condiciones de contorno, fenómeno que ha sido observado en otros sistemas formadores de patrones y que liga entre sí dinámicas cuyo origen es muy distinto. Un estudio teórico que incluye simulaciones y análisis de estabilidad permite comprender la mayoría de las características observadas en el experimento.

Sin dejar el láser de CO_2 , en el Capítulo 4 se hace una incursión en el otro tipo de dinámica transversa, la que se genera en láseres de bajo número de Fresnel y puede ser fácilmente caracterizada en función de unos pocos modos de la cavidad. Además, se introduce otra variable importante en el láser y que es también fuente de inestabilidades: el estado de polarización. En esta parte del trabajo se unen ambas cosas, en un estudio teórico y experimental de la competición de varios modos transversales simultánea con una competición

¹En adelante, nos permitiremos un abuso del lenguaje y traduciremos libremente el término inglés “patterns” para llamar “patrones” a estas estructuras o distribuciones transversas de intensidad, que son el objeto principal de este trabajo.

de polarizaciones, en el estado transitorio de un láser continuo.

En la segunda parte, que incluye los Capítulos 5 y 6, se estudian diversos aspectos de la dinámica espacio-temporal de un láser de colorante, representativo de la clase A, y que viene siendo objeto de estudio por nuestro grupo desde hace algún tiempo. En trabajos anteriores se había observado en este láser la existencia de unas fluctuaciones irregulares de intensidad, de carácter local, que no podían ser explicadas por argumentos geométricos. En el Capítulo 5 damos evidencia experimental de la relación de esta fluctuación irregular con la dinámica rotacional de los centros activos. Veremos como el fenómeno depende del tamaño molecular del colorante y de la viscosidad del medio disolvente. A continuación completamos nuestra hipótesis con un modelo estático basado en las ecuaciones de Maxwell-Bloch que permite reproducir ambas dependencias.

En paralelo a lo hecho en el Capítulo 3 con el láser de clase B, en el Capítulo 6 se muestran los resultados de la observación resuelta en el tiempo de la formación de los patrones del láser de clase A. Un resultado importante mostrado en este Capítulo es la observación de la coexistencia de estructuras espaciales de dos tamaños distintos, separados entre sí por varios órdenes de magnitud.

Como resumen, en el Capítulo 7 se extraen algunas conclusiones del trabajo realizado, y se exponen varias posibles líneas de ampliación del mismo.

Finalmente, en el Apéndice se dan los detalles de los conocidos fundamentos teóricos en que se basa el trabajo: la teoría semiclásica de la interacción de la radiación con la materia. En él, partiendo de las ecuaciones de Maxwell para el campo electromagnético, y de la ecuación de Schrödinger para la materia, llegaremos a deducir las ecuaciones de Maxwell-Bloch que rigen el comportamiento del láser.

Capítulo 2

Teoría del láser de gran apertura.

El estudio del láser como sistema formador de estructuras transversas se remonta casi a su nacimiento, cuando Fox y Li [Fox y Li, 1963] realizaron los primeros cálculos sobre los autoestados de la cavidad. Sin embargo, no ha sido hasta recientemente, cuando se han podido hacer funcionar sistemas láser de aperturas verdaderamente altas, que se ha tomado interés en la riqueza de este fenómeno. En este Capítulo se hace un breve recordatorio de los conceptos básicos de la teoría de la formación de estructuras transversas en el láser, a la vez que se expone el marco en que se encuadra esta memoria.

2.1 Formación de estructuras transversas

Los efectos transversos en láseres y otros sistemas ópticos tienen su origen en dos mecanismos. Como en otros sistemas formadores de patrones, el parámetro que separa los dos comportamientos es la relación de aspecto, cuantificado en el caso de los sistemas ópticos por el parámetro adimensional llamado *número de Fresnel*:

$$\mathcal{F} = \frac{b^2}{\lambda L} \quad (2.1)$$

que no es sino la razón entre la dimensión transversa del láser, b , y la longitudinal, L , siendo λ la longitud de onda de la emisión. Cuando \mathcal{F} es pequeño, el sistema está dominado por las condiciones de contorno, es decir, por la difrac-

ción. Cuando \mathcal{F} es grande, el contorno pierde influencia sobre la dinámica, que queda libre de evolucionar según el dictado de los mecanismos internos del sistema. Naturalmente, la transición entre ambos tipos de dinámica no es discreta, sino que es posible hallar todo tipo de comportamientos intermedios. En todo caso, los estudios experimentales sitúan la transición alrededor de $\mathcal{F} \simeq 10$ [Arecchi et al., 1993, Farjas et al., 1994].

El tratamiento teórico de ambos mecanismos se funda en las ecuaciones de Maxwell-Bloch, cuya deducción desde primeros principios se detalla en el Apéndice, y de las cuales hablaremos extensamente en el resto del trabajo. Sin embargo, veremos que la forma de afrontar las ecuaciones es muy distinta en cada caso.

La mayoría de los láseres que se diseñan son de *bajo número de Fresnel*. Su salida puede ser expresada fácilmente en términos de unos pocos modos de la cavidad vacía, en la mayoría de los casos modos Gauss-Laguerre (simetría circular) o Gauss-Hermite (simetría rectangular) [Siegman, 1986, D'Alessandro y Oppo, 1992]. Así pues, su estudio se simplifica al ser posible expandir los campos en las ecuaciones de Maxwell-Bloch como una superposición de estos modos. Esto no quiere necesariamente decir que la dinámica vaya a ser sencilla, ya que el acoplo de los modos es no lineal, y basta que un pequeño número de ellos esté activo para observar una dinámica espacio-temporal complicada [Brambilla et al., 1994, Encinas-Sanz et al., 1999]. En el Capítulo 4 veremos un ejemplo de este comportamiento, y se hablará más extensamente del tratamiento teórico de la dinámica de pocos modos. La aparición de estructuras de orden alto reduce la calidad del haz, lo que es en general indeseable para las aplicaciones, por lo que se suele forzar a los sistemas a operar sólo en el modo gaussiano fundamental. Sin embargo, esta restricción limita la posibilidad de alcanzar altas potencias, dado que los láseres admiten un aumento de densidad de energía por área hasta un cierto límite, superado el cual se traspasa el umbral de daño del material activo y del resonador.

La manera de incrementar la potencia una vez alcanzada la máxima densidad de energía es aumentar el área de material que es bombeada, es decir, la sección transversa del láser. El inconveniente es que este tipo de diseños conduce inmediatamente a la excitación de un gran número de modos trans-

versales, peor calidad de haz y dinámicas complicadas. En esta situación, el descomponer el campo en sus componentes modales se convierte en prohibitivo. Por ello, para el estudio de estos sistemas de *alto número de Fresnel* se impone una visión distinta del problema teórico. En estos casos, el tratamiento usual considera las ecuaciones de Maxwell-Bloch con espejos planos y condiciones de contorno periódicas, esto es, como si el sistema fuese indefinidamente extendido en su dimensión transversal. Con estas condiciones, se deja al campo desarrollar libremente la estructura transversa que prefiera, sin la restricción *a priori* que supone el desarrollo modal. Las ventajas de esta aproximación son variadas. Una de ellas es que permite expresar las ecuaciones en forma normalizada, enfatizando así las analogías formales entre los láseres y otros sistemas formadores de patrones en óptica y otros campos [Cross y Hohenberg, 1993]. Pero la ventaja más importante es que en esta forma las ecuaciones de Maxwell-Bloch admiten soluciones exactas, en forma de ondas planas que viajan en el plano transversal [Jacobsen et al., 1992]:

$$\vec{E}(\vec{x}, t) = \vec{A}e^{i(\vec{k}\cdot\vec{x}-\omega t)} , \quad (2.2)$$

donde \vec{E} es el campo eléctrico, \vec{A} la amplitud de la onda, \vec{k} el vector de ondas transverso, \vec{x} las coordenadas espaciales, ω la frecuencia y t el tiempo. Permite, por tanto, analizar el sistema en términos de modos de Fourier k , que son base como los gaussianos, pero continúa en lugar de discreta como aquellos.

La zona intermedia entre ambos mecanismos, en la que los modos presentes son ya numerosos pero las condiciones de contorno ejercen aún una influencia significativa, es la más inexplorada. Sin embargo, los láseres de gran apertura reales están en su mayoría en esta zona. En algunos estudios teóricos se concluye que las soluciones en forma de onda viajera aún existen cuando el sistema no es infinitamente extendido [Harkness et al., 1994], lo que nos permite hacer uso de las técnicas de análisis desarrolladas bajo la suposición de sistemas infinitamente extensos.

Sin embargo, se debe tener presente que algunos trabajos experimentales muestran las limitaciones de este enfoque, evidenciando diferencias entre las predicciones teóricas y las observaciones en láseres reales [Hegarty et al., 1999, Encinas-Sanz et al., 2000a, Encinas-Sanz et al., 2000b]. En el Capítulo 3

nuestro objetivo será estudiar en profundidad un sistema de número de Fresnel moderado, en el que tendremos ocasión de analizar con detalle estas diferencias.

Cuando el tamaño del sistema es tal que las condiciones de contorno han perdido la mayor parte de su influencia, la dinámica interna del medio láser prevalece, y llega el momento en que las ecuaciones de Maxwell-Bloch en su forma más simple pueden ser insuficientes para explicar los procesos internos. La dinámica molecular, la difusión u otras características del medio activo pueden hacer divergir la dinámica real de las predicciones extraídas de las ecuaciones de Maxwell-Bloch, presentándose nuevos fenómenos, como filamentación de la emisión [Hess et al., 1995, Fisher et al., 1996]. En la segunda parte de este trabajo (Capítulos 5 y 6) completaremos el estudio de un láser de colorante de este tipo, que viene siendo objeto de interés de nuestro grupo en los últimos años. Hemos podido finalmente comprobar que las peculiaridades que presenta, como filamentación de la ganancia y fluctuaciones de intensidad de origen no geométrico [Pastor y Guerra, 1991, Pérez-García y Guerra, 1994, Pérez-García et al., 1995] se ven afectadas por la dinámica molecular.

2.2 El láser de alto número de Fresnel

Puesto que la mayor parte del trabajo de esta memoria se centra en la dinámica transversa de láseres de número de Fresnel de moderado a alto, haremos un breve recordatorio sobre las ecuaciones de Maxwell-Bloch en su forma no modal, y cómo extraer de ellas la primera información sobre la emisión del láser. Haremos especial hincapié en las razones físicas que hacen de la onda viajera transversa la solución natural del láser.

En el Apéndice se deducen las ecuaciones desde sus primeros principios, es decir, desde las ecuaciones de Maxwell del campo electromagnético y la ecuación de Schrödinger del medio material. En esta sección continuamos el estudio desde la forma que usaremos en casi todo el trabajo, es decir, las ecuaciones de Maxwell-Bloch monocromáticas, para un sistema de dos niveles en un láser con espejos planos, en las aproximaciones de onda rotante,

amplitud lentamente variable y campo medio (A.56,A.58,A.58):

$$\frac{\partial E}{\partial t} = -\kappa[(1 - i\delta) - i\frac{a}{2}\Delta_{\perp}]E - \kappa r P, \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} = -\gamma_{\perp}[(1 + i\delta)P + DE], \quad (2.4)$$

$$\frac{\partial D}{\partial t} = -\gamma_{\parallel}[D - 1 - \frac{1}{2}(EP^* + E^*P)], \quad (2.5)$$

donde, como se explica con detalle en el Apéndice:

- $E=E(\vec{x},t)$ es la envolvente lentamente variable del campo eléctrico, $P=P(\vec{x},t)$ la de la polarización de la materia, $D=D(\vec{x},t)$ la inversión de población y $r=r(\vec{x},t)$ el bombeo reescalado. Salvo en el Capítulo 4, se supondrá que los campos E y P son escalares, es decir, que el láser está linealmente polarizado.
- κ , γ_{\perp} y γ_{\parallel} representan los ritmos de decaimiento del campo eléctrico, la polarización de la materia y la inversión de población, respectivamente.
- $\delta = \frac{\omega_{21} - \omega}{\gamma_{\perp} + \kappa}$ es la desintonización reescalada, donde ω_{21} es la frecuencia de la transición y ω es la frecuencia del campo eléctrico.
- $a = \frac{c\lambda}{2\pi\kappa}$ es un coeficiente de difracción, siendo λ la longitud de onda de la emisión.
- Δ_{\perp} es el Laplaciano en las coordenadas transversas del sistema $\vec{x}=(x,y)$.

La primera y obvia solución que admiten estas ecuaciones es $E_n = P_n = 0, D_n = 1$, es decir, la solución no láser. Sólo si ésta es inestable a perturbaciones se obtendrá emisión láser. Para comprobar esto, realizamos el *análisis de estabilidad lineal* de la solución nula, verificando si la solución compuesta por ella más una pequeña perturbación en forma de onda viajera transversa de número de onda \vec{k} podrá amplificarse. Es decir, si

$$\begin{aligned} E &= E_n + \delta e^{i\vec{k}\cdot\vec{x}} e^{\lambda t}, \\ P &= P_n + \delta p e^{i\vec{k}\cdot\vec{x}} e^{\lambda t}, \\ D &= D_n + \delta d e^{\lambda t}, \end{aligned}$$

crece hasta desestabilizar la solución no láser y sustituirla ($Re(\lambda)$ positivo) o decrece hasta extinguirse ($Re(\lambda)$ negativo). Sustituimos las expresiones anteriores en las ecuaciones (2.5) y linealizamos en términos de las amplitudes de perturbación δe , δp , δd para obtener el siguiente determinante del sistema:

$$\begin{pmatrix} -\kappa \left[1 - i(\delta - \frac{a}{2}k^2) \right] - \lambda & -\kappa r & 0 \\ -\gamma_{\perp} & -\gamma_{\perp}(1 + i\delta) - \lambda & 0 \\ 0 & 0 & -\gamma_{\parallel} - \lambda \end{pmatrix}. \quad (2.6)$$

El correspondiente problema de autovalores lleva a las ecuaciones características:

$$\lambda = -\gamma_{\parallel} \quad (2.7)$$

$$\left(\kappa \left(1 - i(\delta - \frac{a}{2}k^2) \right) + \lambda \right) (\gamma_{\perp}(1 + i\delta) + \lambda) - \kappa r \gamma_{\perp} = 0. \quad (2.8)$$

Siendo siempre $\gamma_{\parallel} > 0$, la primera conduce a un decrecimiento de las perturbaciones. Para la segunda, se obtiene que la solución nula se inestabiliza ($Re(\lambda) > 0$) cuando se cumple la siguiente condición:

$$r \geq 1 + \left(\frac{\delta(\gamma_{\perp} + \kappa) - \kappa \frac{a}{2}k^2}{\gamma_{\perp} + \kappa} \right)^2. \quad (2.9)$$

El caso de verificación de la igualdad en (2.9) (equivalente a $Re(\lambda) = 0$) se conoce como *estabilidad neutral*, y dado un conjunto de parámetros, la correspondiente curva (k, r) se conoce como *curva de estabilidad neutral*. Físicamente, esta curva se corresponde con el primer umbral del láser para cada modo de Fourier \vec{k} de la perturbación.

Analizando la curva de estabilidad neutral, encontramos que el comportamiento transversal en el umbral se bifurca en función del valor de la desintonización δ :

- Para desintonización negativa, $\delta < 0$, el umbral más bajo corresponde a la onda homogénea, $k_0 = 0$, lo que sucede para $r = 1 + \delta^2$ (Fig 2.1 (a)).
- Para $\delta > 0$, por el contrario, el umbral más bajo sucede para $r = 1$, y corresponde a la onda viajera:

$$k_0 = \sqrt{\frac{2\delta(\gamma_{\perp} + \kappa)}{\kappa a}}, \quad (2.10)$$

a la que en adelante nos referiremos como *onda crítica* (Fig 2.1 (b)). Físicamente, un modo con un vector transverso distinto de cero implica que la dirección de propagación forma un ángulo con el eje óptico. Veamos cual es el origen físico de esta diferencia de comportamiento. El vector de onda con el umbral más bajo, k_0 , es favorecido por ser el que permite al campo “inclinado” de esta manera compensar la desintonización y entrar en resonancia con la línea de ganancia. El argumento físico queda ilustrado por la figura 2.2, que

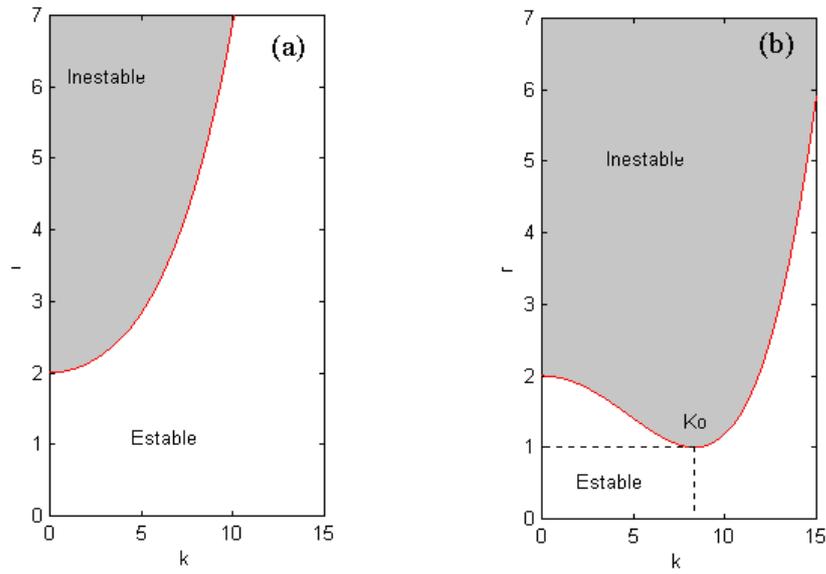


Figura 2.1: Curvas de estabilidad neutral de la solución nula para $\kappa = 1$, $\gamma_{\perp} = 1000$ a) $\delta = -1$, b) $\delta = 1$

representa el caso $\delta > 0$. El vector $\vec{k}_{cavidad}$ es el que en módulo corresponde a la longitud de onda de emisión $k_{cavidad} = \frac{\omega}{c}$, y el modulo del vector $\vec{k}_{transicion}$ viene dado por $k_{transicion} = \frac{\omega_{21}}{c}$. El dibujo corresponde al caso de desintonización positiva, es decir, $k_{transicion} > k_{cavidad}$. Con esta construcción, \vec{k}_0 es el vector transverso a $\vec{k}_{cavidad}$ de longitud tal que:

$$\vec{k}_{transicion} = \vec{k}_{cavidad} + \vec{k}_0, \quad (2.11)$$

o equivalentemente:

$$k_{transicion}^2 = k_{cavidad}^2 + k_0^2 \quad (2.12)$$

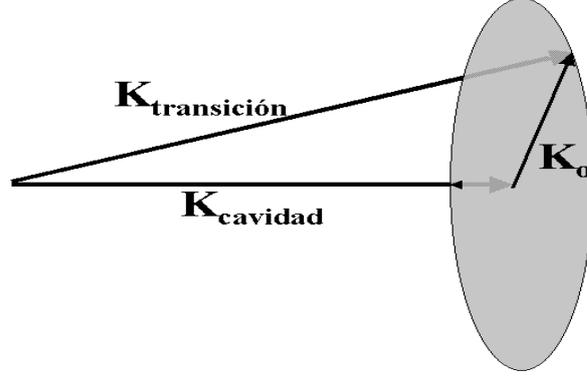


Figura 2.2: La compensación de la desintonización de la cavidad mediante la emisión fuera de eje en el caso $\delta > 0$

Bajo la suposición de que $k_0 \ll k_{cavidad}$, lo que es inherente a la aproximación paraxial, podemos desarrollar en serie de Taylor,

$$k_{transicion} \approx k_{cavidad} + \frac{k_0^2}{2k_{cavidad}}. \quad (2.13)$$

Sustituyendo por las correspondientes frecuencias:

$$\frac{\omega_{21}}{c} \approx \frac{\omega}{c} + \frac{k_0^2 c}{2\omega} \quad (2.14)$$

Recordando que $\delta = \frac{\omega_{12} - \omega}{\gamma_{\perp}}$ y $a = \frac{c\lambda}{2\pi\kappa}$, se llega efectivamente a obtener:

$$k_0^2 = \frac{2\delta(\kappa + \gamma_{\perp})}{\kappa a} \quad (2.15)$$

como dedujimos en la ecuación (2.10). Sin embargo, cuando la desintonización es negativa, $k_{transicion} < k_{cavidad}$, el añadir un vector $\vec{k}_0 \neq 0$ no favorece la resonancia, sino al contrario. Por tanto, el caso más favorable cuando $\delta < 0$ es la onda homogénea, como se ha deducido de las ecuaciones.

Nótese que la condición umbral solo da la amplitud de k_0 , y no su dirección, que puede reposar en cualquier punto del círculo de la figura 2.2. En principio, todas las ondas transversas sobre el círculo $k = k_0$ son excitadas y pueden amplificarse, pero el efecto conjunto de las condiciones iniciales y la competición no lineal entre las ondas hará que se rompa la simetría, de forma que el estado estacionario conste de una sola de estas ondas [Harkness et al., 1994].

Pero este escenario ideal de la formación del patrón inmediatamente después del umbral puede quedar seriamente distorsionado por la realidad experimental:

- Cuando se tiene en cuenta la dimensión finita de la apertura, se comprueba que en el estado final domina el número de onda k predicho por la teoría, pero presentado en forma de onda estacionaria en lugar de viajera. Esto hecho fue predicho por diversos autores [Harkness et al., 1994, Feng et al., 1994] y recientemente observado experimentalmente en láser de semiconductor [Hegarty et al., 1999, Ackemann et al., 2000]. Así, aún en los casos en los que la difracción está debilitada, la condición de contorno cumple un papel fundamental.
- En muchas realizaciones experimentales la condición de monomodo longitudinal no puede cumplirse, pero la teoría expuesta no predice el comportamiento en estos casos en que la desintonización no es univaluada.
- Es importante saber qué sucede más allá del umbral, es decir, las inestabilidades a las que a su vez está sujeta la primera solución láser, sea viajera u homogénea.

Estas cuestiones se tratarán a lo largo de la memoria, cuando nuestros experimentos nos den ejemplos de diferencias con el caso ideal aquí expuesto.

2.3 Ecuaciones de amplitud

Los medios láser se clasifican en tres tipos, dependiendo de la magnitud relativa de las constantes de tiempo del campo eléctrico, la polarización y la inversión de población:

- Clase A, cuando las constantes de polarización e inversión son mucho mayores que las pérdidas del campo eléctrico ($\gamma_{\perp}, \gamma_{\parallel} \gg \kappa$), de forma que las variables de la materia siguen al campo. A esta clase pertenecen los láseres de colorante. Se ha comprobado que existe una equivalencia teórica entre este tipo de láseres y sistemas ópticos pasivos como el oscilador fotorrefractivo (OPO) [Staliunas et al., 1995].

- Clase B, en los que la constante de decaimiento de la polarización es mucho mayor que las otras dos $\gamma_{\perp} \gg \gamma_{\parallel}, \kappa$. A este tipo pertenecen sistemas tan importantes como los láseres de CO_2 o los de semiconductores.
- Clase C, cuando las tres constantes son comparables en magnitud, $\gamma_{\perp} \sim \gamma_{\parallel} \sim \kappa$.

Las diferentes escalas de tiempo involucradas, permiten en algunos casos hacer aproximaciones a las ecuaciones de Maxwell-Bloch que simplifiquen el problema sin perder los rasgos fundamentales.

Así, en los láseres de clase A, como se ha dicho, las variables materiales varían rápidamente para después ajustarse y seguir fielmente la evolución del campo E . Por lo tanto podemos eliminarlas adiabáticamente ($\partial_t P, \partial_t D \simeq 0$) para obtener una única ecuación para el campo:

$$\frac{\partial E}{\partial \tau} = -(1 - i\delta) \left(\frac{r}{1 + \delta^2} + 1 \right) E + \frac{ia}{2} \Delta_{\perp} E + \frac{1 - i\delta}{1 + \delta^2} |E| E, \quad (2.16)$$

donde $\tau = t\kappa$, y se han supuesto condiciones próximas al umbral. Sin embargo, esta ecuación, que se conoce como de Ginzburg-Landau, dista en muchas ocasiones de ser una aproximación realista. Un método más completo de eliminación adiabática iterativa, o de escalas múltiple, conduce a la ecuación de Swift-Hohenberg compleja (CSHE) [Staliunas, 1993]:

$$\frac{\partial E}{\partial \tau} = -(1 - i\delta) \left(\frac{r}{1 + \delta^2} + 1 \right) E + \frac{ia}{2} \Delta_{\perp} E - \frac{\kappa^2}{(\kappa + \gamma_{\perp})^2} \left(\frac{a}{2} \Delta - \delta \right)^2 E + \frac{1 - i\delta}{1 + \delta^2} |E| E, \quad (2.17)$$

que difiere de la anterior en que incluye un término de difusión, que refleja el carácter finito de la línea de ganancia. Esta ecuación es válida para los láseres de clases A y C [Lega et al., 1994] en las proximidades del umbral y alrededor de la resonancia. Uno de sus intereses es su universalidad: los láseres comparten la CSHE con sistemas químicos, superfluidos o superconductores, por citar ejemplos de su extensión en la descripción de sistemas formadores de patrones.

En los láseres de clase B, la primera simplificación sencilla consiste en eliminar adiabáticamente sólo la polarización.

$$\frac{\partial E}{\partial t} = -\kappa \left[(1 - i\delta) \left(1 + \frac{D}{1 + \delta^2} \right) - \frac{ia}{2} \Delta_{\perp} \right] E, \quad (2.18)$$

$$\frac{\partial D}{\partial t} = -\gamma_{\parallel} \left[\left(\frac{1 + \delta^2 - |E|}{1 + \delta^2} \right) D - 1 \right], \quad (2.19)$$

que también es válida sólo en las proximidades del umbral.

A lo largo del trabajo se abordará el estudio de láseres representativos de la clase B (CO₂, Capítulo 3 y 4) y de la clase A (colorantes, Capítulos 5 y 6). En general operarán lejos del umbral, o bien estaremos interesados en comportamientos transitorios, lo que no nos permitirá hacer uso seguro de las ecuaciones de amplitud ni de ecuaciones reducidas. Así pues, en lo que sigue sólo se usarán las ecuaciones de Maxwell-Bloch completas.

LASER CLASE B

Capítulo 3

Dinámica espacio-temporal del láser de clase B de gran apertura

Como ya se dijo en la introducción, cuando la apertura es pequeña, el comportamiento del sistema láser puede ser fácilmente explicado en términos de dinámica modal. Pero cuando el tamaño transverso aumenta, el comportamiento del sistema se hace más y más independiente del contorno, y la formación de estructuras empieza a ser dominada por la dinámica intrínseca y las no linealidades del medio activo. Cuando esto ocurre, patrones, turbulencia y defectos aparecen espontáneamente.

Todos estos fenómenos se repiten sorprendentemente en muchos otros tipos de sistemas formadores de patrones, tales como hidrodinámicos, ondas de Faraday, reacciones químicas no lineales, etc. En particular, en muchos de ellos se han observado procesos de promediado que llevan de un patrón turbulento a cortas escalas de tiempo, a una estructura ordenada cuando el sistema es observado durante un tiempo suficiente, que obviamente depende del sistema concreto [Ning et al., 1993, Gluckman et al., 1993, Bosh et al., 1994]. Un proceso similar había sido predicho por numerosos autores para sistemas ópticos formadores de patrones, tales como láseres de gran apertura [Harkness et al., 1994, Feng et al., 1994, Huyet et al., 1995, Staliunas, 1995, Huyet y Rica, 1996].

En el área experimental se han realizado interesantes trabajos en láseres continuos de CO₂ de gran apertura [Dangoisse et al., 1992, Huyet et al., 1995, Huyet y Tredicce, 1996, Lovergneaux et al., 1996, Labate et al., 1997a], y recientemente, en láseres de semiconductor de emisión vertical con números de Fresnel muy altos [Fisher et al., 1996, Hegarty et al., 1999]. Mucho menos trabajo se ha dedicado a los láseres pulsados de CO₂, por otra parte de uso frecuente en las aplicaciones. Sin embargo, su característico bombeo lejos del umbral los hacen muy interesantes al permitir explorar rangos prohibidos a los láseres continuos.

Por desgracia, la extremadamente rápida evolución de la dinámica de estos láseres (algunos nanosegundos para el CO₂, y picosegundos para los láseres de semiconductor), había impedido hasta ahora registrar patrones con la resolución temporal suficiente como para ser capaces de apreciar su evolución. Como solución parcial, la demostración de la equivalencia teórica de los láseres de clase A con sistemas de evolución lenta como el OPO, con tiempos característicos de segundos, nos ha permitido tener una imagen de la dinámica implicada [Staliunas et al., 1995, Vaupel et al., 1996, Weiss et al., 1999], así como algunos estudios que tratan el papel de las condiciones de contorno sobre las simetrías y escalas espaciales del patrón [Farjas et al., 1994, Arecchi et al., 1993]. En particular, [Farjas et al., 1994] muestra la transición del patrón desordenado en observación instantánea al patrón simétrico en promedio temporal en uno de estos sistemas, cuando el número de Fresnel es moderado, como en nuestro caso.

Sin embargo, no existe tal especie de sistemas equivalentes para la clase B. La cámara “streak”, con resolución de picosegundos, es lo suficientemente rápida como para seguir la evolución del láser de semiconductor unidimensional [Fisher et al., 1996], pero no permite tomar instantáneas del patrón completo de un láser bidimensional típico. Por tanto, hasta la fecha, el análisis experimental de la dinámica espacio-temporal del láser quedaba limitado a medida de patrones bidimensionales integrados en el tiempo o unidimensionales, por un lado, y la evolución en el tiempo de la dinámica local, por otro. No obstante, quedaba por resolver la cuestión de cuál ha sido la “historia” del patrón (es decir, la evolución de la dinámica transversa resuelta en el tiempo), medida clave para contrastar las muchas predicciones teóricas

dadas al respecto, y así tener un más profundo conocimiento de la dinámica.

Con este fin, nuestro grupo ha desarrollado un sistema experimental que permite tomar instantáneas del patrón transversal con un tiempo de resolución de ~ 2 ns. Gracias a esto, en este Capítulo estudiaremos, tanto experimental como teóricamente, la dinámica espacio-temporal de un láser pulsado de CO_2 de apertura moderada.

3.1 El sistema experimental.

3.1.1 El láser TEA de CO_2

La parte principal del sistema experimental es el láser de CO_2 de excitación transversal a presión atmosférica (TEA), desarrollado también por el grupo [Encinas-Sanz y Guerra, 1991, Encinas-Sanz et al., 1996]. El resonador semisimétrico, de $L=112$ cm de longitud, lo forman un espejo plano de reflectividad $r_1 = 0.6$ y uno esférico de radio de curvatura $R_2 = 10$ m y reflectividad $r_2 = 1$.

En el láser TEA- CO_2 sólo oscila una transición molecular: la correspondiente a la línea P20 [Vorobeva et al., 1994]. Se puede obtener el número de modos axiales que soporta el resonador bajo esta línea, a partir de la anchura colisional $\Delta\nu_c$ de la transición láser y de la separación en frecuencia $\Delta\nu_a$ de los modos axiales. La primera de ellas depende de la presión y composición de la mezcla, y para nuestro sistema resulta ser de $\Delta\nu_c \simeq 2.5 - 3$ GHz [Wittman, 1987]. La segunda la fija la longitud del resonador, y resulta ser $\Delta\nu_a = \frac{c}{2L} \simeq 160$ MHz, siendo c la velocidad de la luz. Por tanto, el número de modos axiales que caen dentro de la anchura de amplificación del láser es de aproximadamente 15 modos, sin que se haya introducido ningún dispositivo que seleccione o reduzca esta cifra.

En cuanto a los modos transversos, su número depende de la dimensión transversal. En la Fig. 3.1(a) se observa un esquema de la estructura transversal del láser. En nuestro caso, la apertura la limita la separación entre los electrodos $2b \simeq 20$ mm, lo que, siendo $\lambda = 10.6 \times 10^{-6}$ m la longitud de onda láser, da lugar a un número de Fresnel $\mathcal{F} \simeq 10$, que si bien no es muy grande, veremos que basta para sobrepasar el límite de la dinámica modal sencilla.

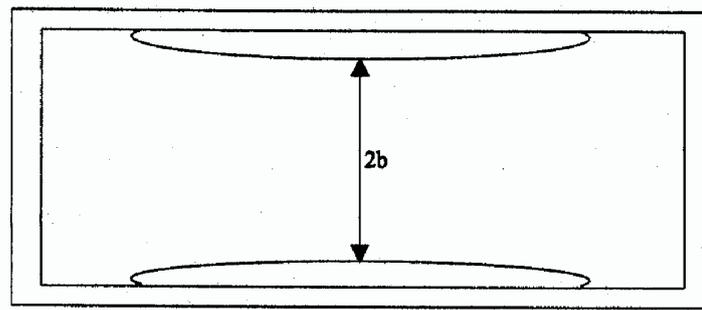
Dentro del resonador se introdujo una ventana de Brewster para obtener luz linealmente polarizada a la salida del láser.

El láser TEA CO₂ es un sistema muy versátil que puede funcionar en dos regímenes dinámicos principales, dependiendo de la mezcla que compone el medio activo:

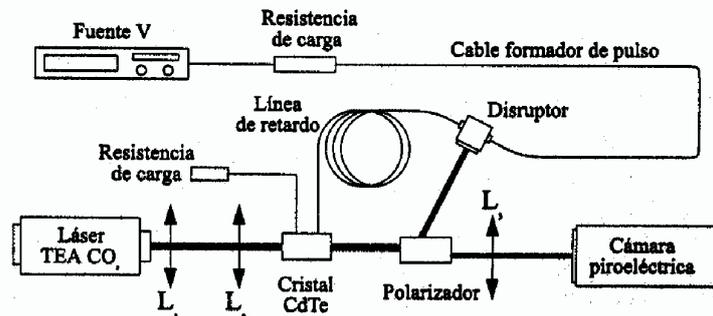
- *Régimen de pulso largo.* La mezcla activa la componen He, N₂ y CO₂ en proporciones 1:2:3, respectivamente. En estas condiciones, el láser produce un pulso de $\simeq 3 \mu\text{s}$ de duración total, formado por un breve pico intenso de alta potencia seguido de una cola larga de menor potencia. El pico intenso, de unos 60 ns de anchura, recibe el nombre de *pico de conmutación de ganancia*, y corresponde a la excitación directa de las moléculas de CO₂ por el pulso de bombeo, lo que conduce a un rápido incremento de la inversión de población muy por encima del umbral. La cola, de menor potencia, tiene su origen en el bombeo indirecto que supone la transferencia resonante colisional de la excitación entre las moléculas de N₂ y las de CO₂. Esta parte es tanto más larga cuanto mayor sea la proporción de N₂, y puede considerarse como cuasiestacionaria. Un estudio completo de la dinámica en este régimen se verá en la Sección 3.2
- *Régimen de pulso corto.* En este caso la mezcla carece de N₂, y como consecuencia, el pulso láser se reduce a la conmutación de ganancia, teniendo una longitud en torno a 100 ns. Este régimen no puede en ningún caso ser considerado cuasiestacionario, y veremos sus peculiaridades dinámicas en la Sección 3.3

3.1.2 El sistema de medida

Las medidas instantáneas de la distribución transversa de intensidad del láser se obtuvieron mediante un interruptor electroóptico (Fig. 3.1(b)). El sistema consta principalmente de un cristal de CdTe y un polarizador por reflexión en ángulo de Brewster, cuyo eje de transmisión es perpendicular a la polarización del láser. Cuando la luz alcanza el polarizador, parte de ella es transmitida hacia un disruptor óptico, que al ser activado genera un pulso eléctrico de



(a)



(b)

Figura 3.1: Sistema experimental: (a) estructura transversal de la cavidad láser, (b) sistema cortador del pulso

alto voltaje ($V_{\pi} = 8.48$ kV). Este viaja por una línea de retardo hasta el cristal de CdTe, generando en él un efecto Pockels, que hace girar 90 grados la dirección de polarización del haz láser, que ahora puede ser transmitido por el polarizador en tanto dure el pulso de alto voltaje y por ende el efecto Pockels. Así, finalmente hemos obtenido una estrecha sección o rodaja del pulso, cuya anchura temporal está controlada por la longitud del pulso de voltaje, que a su vez está regido por la longitud de la línea formadora de pulso que enlaza el disruptor con una resistencia de carga. La posición relativa de la sección respecto del pulso total también puede ser controlada, cambiando la longitud de la línea de retardo. La distribución de intensidad transversa así obtenida se registra finalmente en una cámara piroeléctrica (Spiricon PYROCAM I, 0.1 mm de resolución espacial).

La parte más importante del sistema de medida es el polarizador, formado por dos prismas de germanio sobre los que la luz linealmente polarizada del

láser sufre dos reflexiones consecutivas bajo ángulo de Brewster, obteniéndose una extinción de más del $1:10^3$. Esta clase de polarizador lineal no introduce distorsión en la estructura espacial del haz. Además, proporciona un haz secundario para la activación del disruptor, como se ha mencionado. Para evitar efectos de difracción de borde en la entrada de la célula Pockels, el tamaño transversal del haz se reduce mediante el sistema telescópico formado por las lentes L_1 y L_2 , de distancias focales $f_1 = 50$ cm y $f_2 = 12.5$ cm. Una tercera lente L_3 ($f_3 = 25$ cm) ajusta el tamaño del haz a las dimensiones de la matriz piroeléctrica de la cámara.

En resumen, el sistema descrito nos permite obtener secciones transversales de los pulsos del láser, en cualquier momento a lo largo de la duración del mismo, y con cualquier anchura temporal. En las Secciones que siguen veremos cómo, gracias a esto, se puede seguir la evolución de la distribución transversal de la intensidad de principio a fin, así como el proceso de promediado temporal del mismo.

3.2 Régimen cuasiestacionario

3.2.1 Resultados experimentales

Como primer paso en el estudio de la dinámica, se hace necesario saber las escalas de tiempo involucradas. En esta línea, empezamos por estudiar la evolución temporal de la intensidad en un área pequeña ($\simeq 1$ mm²). Esta intensidad local resulta oscilar de forma completamente desordenada, pero con un tiempo característico promedio en torno a los 10 ns (Fig. 3.2 (a)). Además, la correlación cruzada entre la intensidad local tomada en dos puntos distintos del patrón es ya muy baja a una distancia de 6 mm, lo cual nos da una primera idea del tamaño característico de estructura espacial que habremos de encontrar [Pastor et al., 1991]. El espectro de potencia de la serie temporal confirma la complejidad de la dinámica, como se puede ver en la Fig. 3.2(c). Allí, los espectros de potencia de la señal y el ruido de fondo han sido separados para mostrar los varios órdenes de magnitud que median entre la amplitud de ambos, y cómo todos los picos del espectro de la señal son significativos.

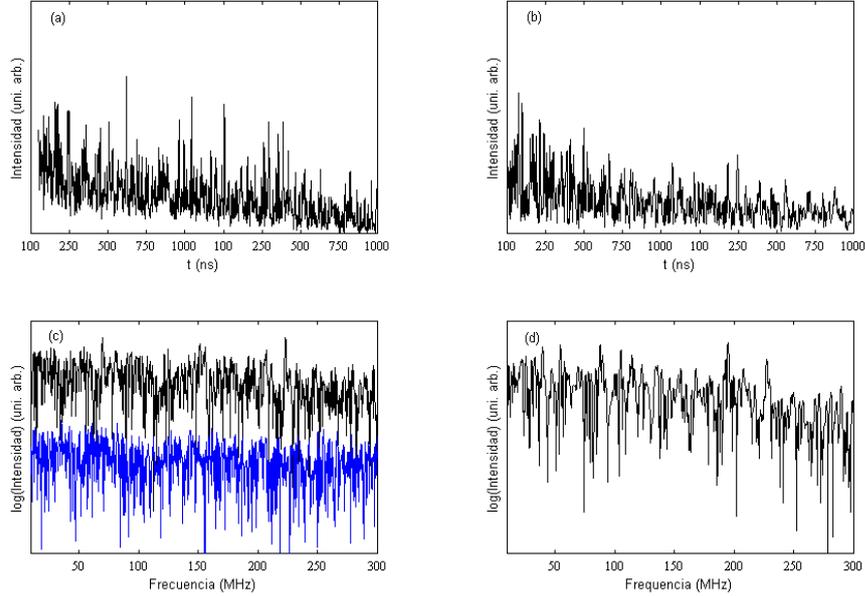


Figura 3.2: Evolución temporal de la intensidad local: (a) Experimental, (b) generada numéricamente para $r_{max}=25.0$, $\delta = 0.25$. Espectros de potencia correspondientes, en escala logarítmica decimal: (c) Experimental, con el ruido (línea de puntos) separado de la señal (línea sólida), (d) numérico.

No obstante, nuestro objetivo principal es la medida resuelta en el tiempo de la dinámica espacio-temporal, mediante la toma de instantáneas del pulso. Una vez que ya sabemos que el periodo característico de las fluctuaciones locales de intensidad es de unos 10 ns, para que la medida pueda ser considerada verdaderamente instantánea será necesario reducir la anchura de la ventana temporal tanto como sea posible por debajo de este valor. De no ser así, esto es, con una exposición más larga, se integraría sobre varios periodos temporales y se perdería el carácter de “instantáneo”. Por otro lado, si se reduce demasiado, no se dejarán pasar los suficientes fotones como para obtener una buena razón señal-ruido. Estas consideraciones justifican la elección de 3-6 ns que se ha hecho en la ventana temporal, aún cuando el sistema permita reducirla hasta 2 ns.

La figura 3.3 muestra algunos ejemplos de patrones tomados en la misma

posición temporal para diferentes pulsos (300 ns de retardo desde el pico de intercambio de ganancia), con una ventana temporal de 3 ns. Se puede ver que todos los patrones instantáneos son desordenados, y no reproducibles de disparo a disparo. No se ha encontrado ninguna señal de defectos en el patrón: la intensidad no se anula en ningún punto. El contraste del patrón puede definirse como:

$$C = \frac{I_{max} - I_m}{I_m}, \quad (3.1)$$

donde I_{max} y I_m son las intensidades máxima y promedio del patrón, respectivamente. Si promediamos el contraste de una serie de patrones instantáneos, obtenemos $C = 2.3$.

Los ejemplos dados en la Fig. 3.3 corresponden todos a un mismo retardo en diferentes pulsos. Cabe preguntarse si la estructura se mantiene desordenada a lo largo de todo el pulso. Efectivamente, los patrones instantáneos medidos en diferentes posiciones a lo largo del pulso (Fig. 3.4) prueban que esta estructura irregular del patrón observada a cortas escalas de tiempo está presente en todos los estadios de la emisión láser.

Sin embargo, esta apariencia irregular esconde un cierto orden. Una comparación con los patrones integrados en el tiempo revela que esta complicada dinámica se convierte en orden en promedio, siendo los patrones integrados en el tiempo ordenados y reproducibles (Fig. 3.5(d)), observándose en ellos nueve rollos paralelos a los electrodos, que son casi planos. En otras palabras, la condición de contorno contribuye a determinar la simetría y orientación de los patrones. El periodo espacial de estos rollos o bandas, medido de máximo a máximo, es $S_{exp} \simeq 1.8 - 2.0$ mm, similar al tamaño promedio de los máximos que aparecen en el patrón desordenado. Al igual que hace con la orientación del patrón, la condición de contorno selecciona también su escala espacial, o equivalentemente, el vector de onda transversal dominante $k_0 \simeq \frac{\pi}{S_{exp}} \simeq 1700$ m⁻¹, como aquél que produce un mejor ajuste entre los modos transversos compatibles con la cavidad, y la optimización del uso de la ganancia. Siguiendo este argumento, se puede hacer una estimación de la escala espacial característica que se puede esperar como la razón entre la apertura del láser, $2b = 20$ mm, y el número de Fresnel $\mathcal{F} \simeq 10$, que se corresponde con el orden del modo transversal más alto posible en el resonador

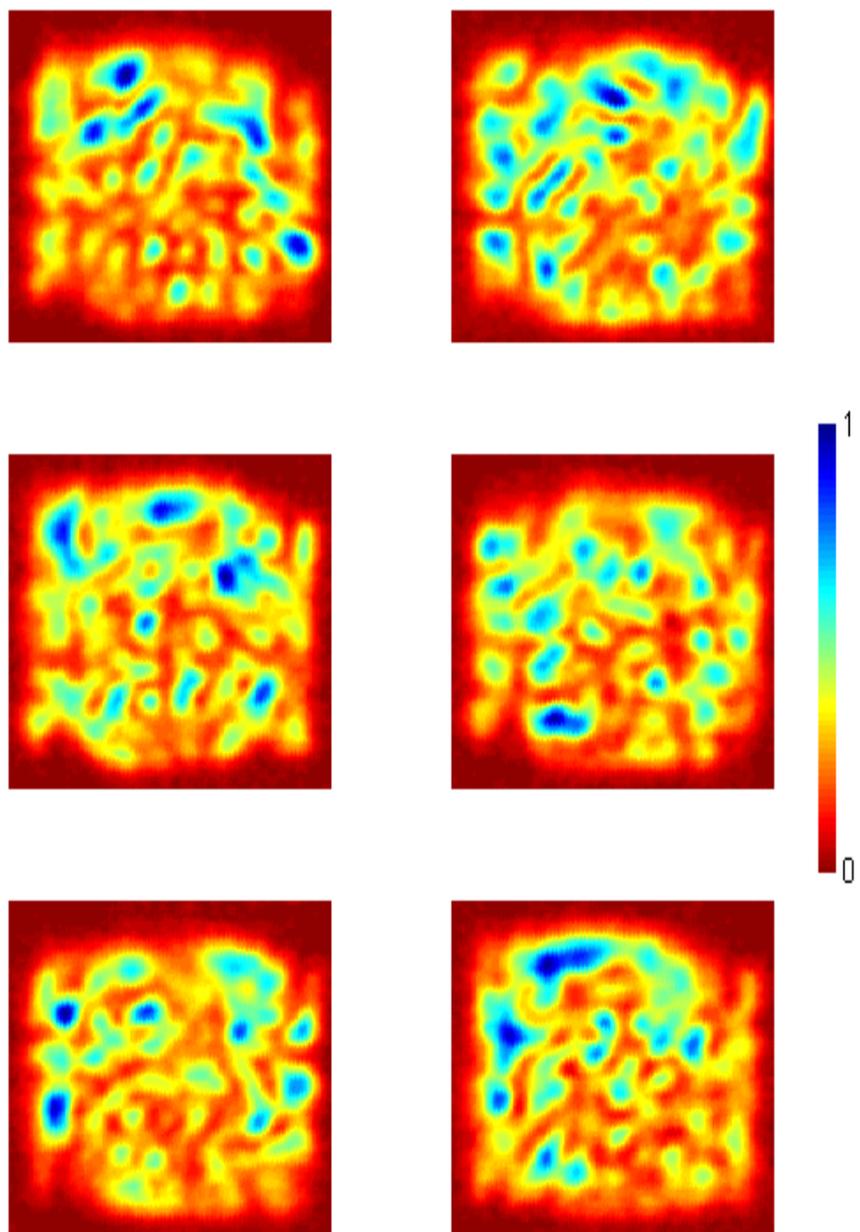


Figura 3.3: Patrones instantáneos tomados en diferentes pulsos con un retardo de 300 ns desde el pico de intercambio de ganancia. Dimensiones reales del patrón 20×20 mm.

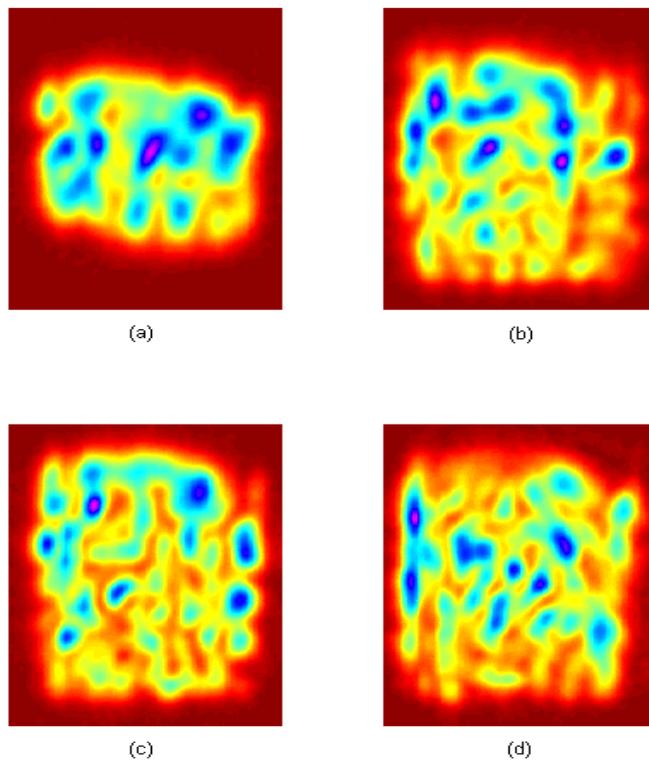


Figura 3.4: Patrones instantáneos tomados en diferentes momentos del pulso: (a) 0 ns, (b) 150 ns (c) 300 ns y (d) 500 ns de retardo desde el pico de conmutación de ganancia.

[Siegman, 1986]. En nuestro caso, esta estimación nos lleva a que la escala espacial esperada es $\frac{2b}{\mathcal{F}} \simeq 2$ mm, que está perfectamente de acuerdo con las observaciones.

Como se ha dicho, este comportamiento, turbulento cuando se observa a escalas cortas de tiempo, pero regular o periódico por influencia de las condiciones de contorno cuando es integrado en el tiempo, ha sido previsto en estudios teóricos de la dinámica transversa del láser de tipo B [Feng et al., 1994, Harkness et al., 1994, Staliunas y Weiss, 1995, Huyet y Rica, 1996]. Es de señalar que la misma estructura regular se recupera cuando el promedio se hace sobre muchos patrones instantáneos equivalentes tomados con el mismo tiempo de retardo, observación sugerida por los similares resultados en [Encinas-Sanz et al., 1996]. En este sentido, el sistema presenta ergodicidad.

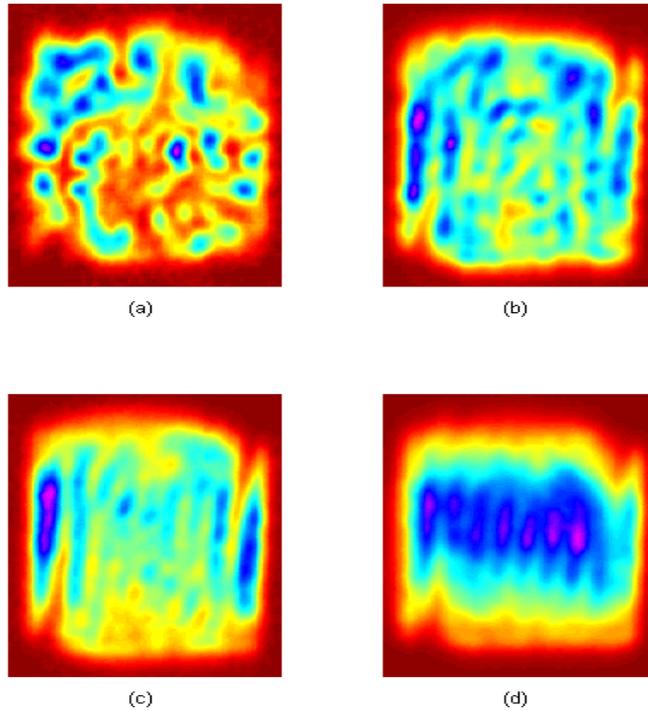


Figura 3.5: Patrones experimentales registrados con distintos tiempos de exposición: (a) 3 ns, (b) 30 ns, (c) 100 ns, (d) pulso completo integrado.

También podemos obtener información sobre los patrones a través de su espectro de potencia espacial. Así, el espectro de potencia de patrones instantáneos revela la presencia de un estrecho anillo de vectores de onda espacial (Fig. 3.6(a)), pero no muestra sino débilmente cuál será la dirección preferida. Sólo para el patrón integrado el espectro de potencia correspondiente muestra qué dirección ha sido seleccionada por la condición de contorno, revelándose en ella el espectro característico de la onda estacionaria (Fig. 3.6(c)).

Sería interesante saber cuánto tiempo de exposición se precisa para obtener un patrón suficientemente ordenado. La forma más directa de medir esto sería tomar varias instantáneas consecutivas durante un mismo pulso. Sin embargo, nuestro dispositivo no permite esta medida repetitiva. Como

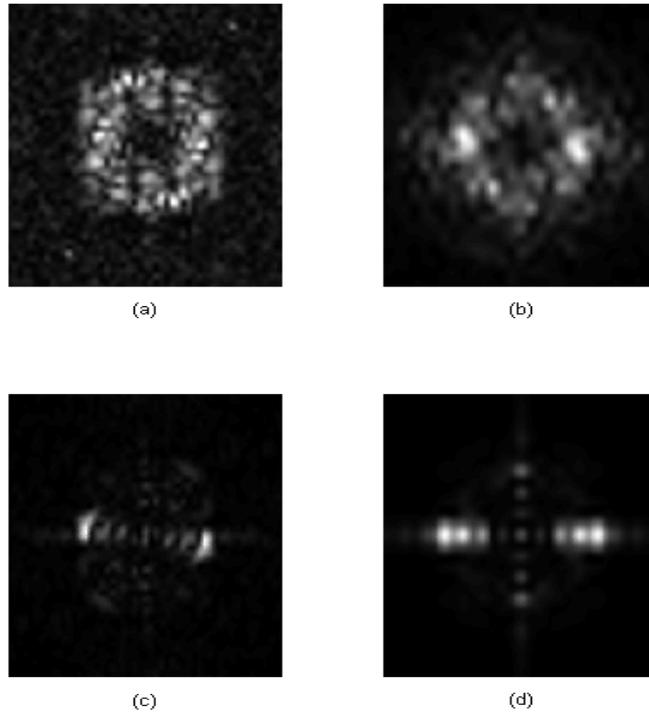


Figura 3.6: Espectro de potencia espacial. Experimental:(a) instantáneo y (c)integrado. Generado numéricamente ($r_{max}=25.0, \delta = 0.25$):(b) instantáneo y (d) integrado.

alternativa, los patrones de distintos pulsos se miden tomando patrones progresivamente integrados por medio de ensanchar la ventana temporal (Fig. 3.5). Se han realizado mediciones con tiempos de exposición de 3, 30 y 100 ns, correspondientes a la Fig. 3.5 (a), (b) y (c), respectivamente. En todos los casos, el tiempo de retardo de las medidas fue 300 ns, esto es, en la cola del pulso, donde la emisión está más próxima a ser cuasiestacionaria. Vemos que cuanto más larga sea la exposición, mayor es el número de máximos que aparecen en el patrón, y más bajo el contraste de la estructura espacial. Se revela que la posición de los máximos, que en los patrones instantáneos parecía aleatoria, en realidad no es tal, sino que aparecen con más probabilidad en determinadas zonas de forma que, según aumenta el tiempo de exposición, la distribución de la intensidad se aproxima al orden

del patrón integrado del pulso completo (Fig. 3.5 (d)), cuyos rollos o bandas se reconocen ya claramente cuando el tiempo de integración es de 100 ns, aún mucho más corto que el pulso completo. Vemos también claramente cómo el orden se propaga desde el contorno difractante hacia el centro del patrón, exactamente el mismo comportamiento encontrado en observaciones de patrones progresivamente integrados en el tiempo en sistemas no ópticos [Ning et al., 1993, Gluckman et al., 1993]. Este resultado había sido pronosticado para láseres como el resultado de la reflexión de ondas viajeras en la condición de contorno, y la subsiguiente generación de ondas estacionarias [Feng et al., 1994, Harkness et al., 1994, Staliunas y Weiss, 1995].

3.2.2 Modelo y resultados teóricos

A. Simulación

Nuestra aproximación teórica al problema incluye simulaciones y análisis de estabilidad lineal de las ecuaciones de Maxwell-Bloch (MB) para el láser de dos niveles.

Para las simulaciones, integraremos directamente las ecuaciones MB en su forma (A.55-57) [Huyet y Rica, 1996]:

$$\frac{\partial E}{\partial t} = -\kappa[(1 - i\delta) - i\frac{a}{2}\Delta_{\perp}]E - \kappa rP, \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} = -\gamma_{\perp}[DE + (1 + i\delta)P], \quad (3.3)$$

$$\frac{\partial D}{\partial t} = -\gamma_{\parallel}[D - 1 - \frac{1}{2}(EP^* + E^*P)]. \quad (3.4)$$

En un láser a presión atmosférica, el ritmo de decaimiento de la polarización puede tomarse como $\gamma_{\perp} = 3 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$ y el de la inversión de población como $\gamma_{\parallel} = 10^7 \text{ s}^{-1}$. Tomaremos el coeficiente de pérdidas como $\kappa = -c \ln(R)/4L = 9.0 \times 10^7 \text{ s}^{-1}$. Considerando su gran radio de curvatura ($R_2 = 10 \text{ m}$), se ha despreciado el efecto del espejo, aproximando la cavidad semisimétrica por una de espejos planos.

El perfil transverso de la ganancia se considera homogéneamente distribuido a lo largo de un eje transverso y gaussiano en el otro, con lo que se pretende reproducir la distribución espacial de la descarga eléctrica difusa

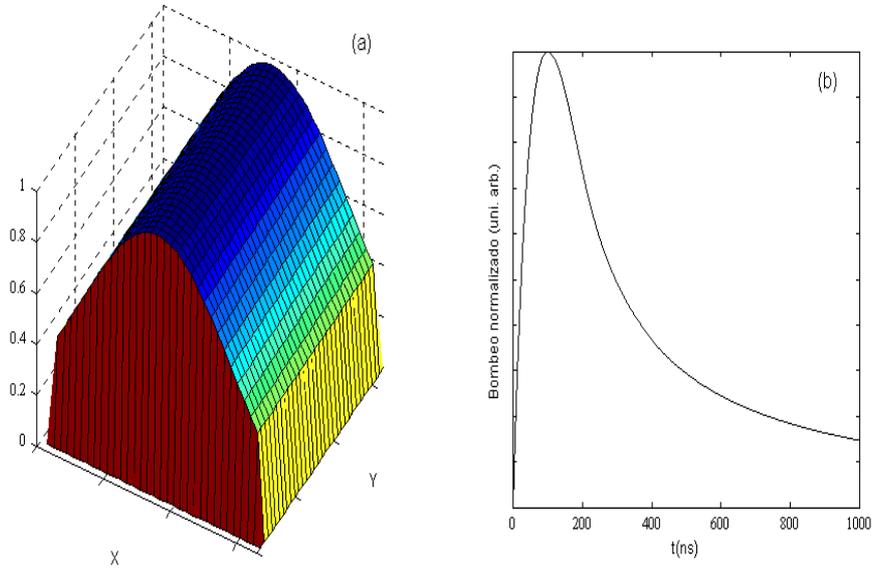


Figura 3.7: Perfiles numéricos de ganancia usados en las simulaciones: a) transverso, (b) temporal.

que bombea el láser (Fig. 3.7(a)). En cuanto a la forma temporal, la aproximamos mediante una función generada *ad hoc*, con valores típicamente grandes en el máximo ($r_{max} \simeq 15-25$), como en el láser real (Fig. 3.7(b)). La integración numérica de las ecuaciones se realiza por una técnica estándar (algoritmo de Runge-Kutta de orden 4 en la parte temporal, y diferencias finitas en la espacial), en una malla suficientemente fina como para resolver el tamaño de estructuras observadas. Además de esto, se usa una condición de contorno nula, con lo que se mantiene en cero el valor del campo en los límites de la apertura del láser. Para modelizar el efecto semilla de la emisión espontánea, ausente en el tratamiento semiclásico, se simuló la condición inicial de los campos por un débil ruido blanco.

Con este modelo, sencillo pero adaptado específicamente a nuestro caso, hemos reproducido la mayor parte de las observaciones anteriormente descritas. Así, la evolución local de la intensidad y los patrones obtenidos son muy parecidos a los registrados experimentalmente.

Los parámetros de la simulación han sido elegidos de acuerdo con el experimento. Sin embargo, el valor de la desintonización no puede ser extraído

directamente de los valores experimentales ya que, como se dijo en la Sec. 3.1.1, en nuestro caso la anchura colisional ($\delta\omega \simeq \gamma_{\perp}$) incluye un gran número de modos axiales (~ 15), con un rango espectral libre de $\frac{c}{2L} \simeq 150$ MHz [Pastor et al., 1991]. Por tanto, en nuestro láser oscilan simultáneamente modos cuyos valores de desintonización yacen principalmente en el intervalo $-1 \leq \delta \leq 1$. Sin embargo, aunque debido a esto el valor de la desintonización no está bien definido en nuestro sistema experimental, mediante una comparación extensiva entre el experimento y la simulación, observamos que la coincidencia de resultados es mucho mejor cuando $\delta \simeq 0.2 - 0.4$. Parece, pues, que una desintonización positiva domina la emisión, probablemente debido a la competencia entre la anchura de la línea de ganancia y el quemado espacial de los modos de orden más bajo.

Vemos también que la simulación de la evolución temporal de la intensidad local (Fig. 3.2(b)) resulta completamente irregular, compartiendo el tiempo característico de su equivalente experimental (Fig. 3.2(a)) y el espectro de potencia ensanchado típico de las series temporales caóticas (Fig. 3.2(d)).

En el dominio espacial, los patrones instantáneos son muy bien reproducidos, como se puede ver en Fig. 3.8, en la que una pareja de patrones experimentales (Fig. 3.8 (a),(b)) se comparan con otro par de patrones generados numéricamente (Fig. 3.8 (c),(d)). Estos últimos son también completamente desordenados y no reproducibles, destacándose en ellos sólo una escala espacial de estructuras de alrededor de 2 mm, de acuerdo con el experimento. Sin embargo, la razón señal-ruido es $C \simeq 4.5$, cerca del doble de la experimental, lo que indica que en el experimento aparecen contribuciones residuales de modos que el modelo monofrecuencia no puede reproducir. Este punto se tratará en la próxima sección.

Naturalmente, también en el espectro de potencia espacial los resultados reproducen el experimento, tanto para el patrón instantáneo (Fig. 3.6(b)) como para el integrado (Fig. 3.6(d)). Esto da otro ejemplo del papel clave que juegan las condiciones de contorno en la selección del patrón.

También se ha reproducido numéricamente el experimento de la integración progresiva de los patrones, mostrado anteriormente en la Fig. 3.5. La figura 3.9 muestra los patrones integrados teóricos que corresponden a ex-

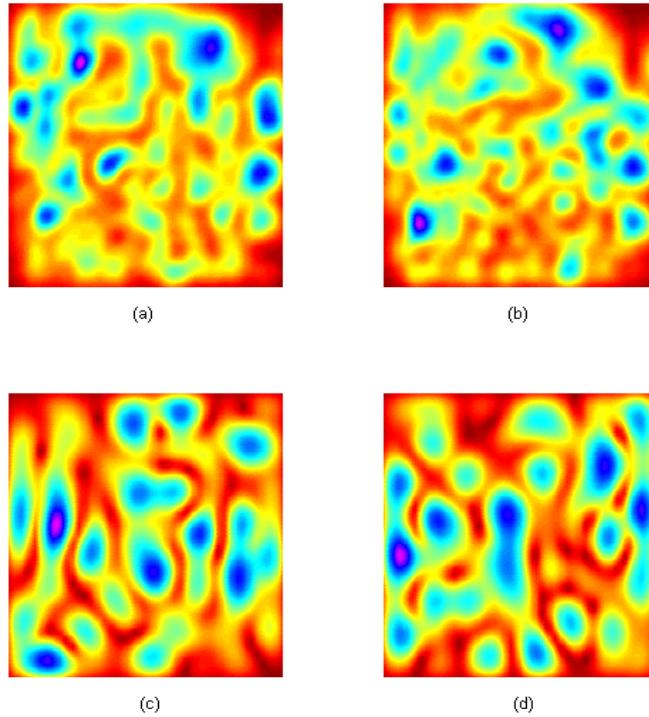


Figura 3.8: Comparación entre patrones instantáneos: (a),(b) experimentales y (c),(d) numéricos, para $r=25$ y $\delta = 0.25$.

posiciones de 3, 30 y 100 ns (Fig. 3.9(a),(b) y (c) respectivamente), donde se puede ver el notable acuerdo con sus equivalentes experimentales (Fig. 3.5(a),(b) y (c)), siguiendo la misma evolución desde el comportamiento turbulento al orden inducido por las condiciones de contorno. Finalmente, en la Fig. 3.9(d) se muestra el patrón completamente integrado, que muestra las mismas nueve franjas paralelas a los electrodos que su equivalente experimental (Fig. 3.5(d)).

Por tanto, el modelo parece retener las principales características de nuestro sistema, y por tanto puede ser considerado fiable para hacer predicciones sobre condiciones hasta ahora no alcanzables experimentalmente, como evolución cerca del umbral y sintonización (Fig. 3.10). En la Fig. 3.10 (a) se muestra un patrón instantáneo para $r_{max} = 25$ y $\delta = -0.5$. Se puede

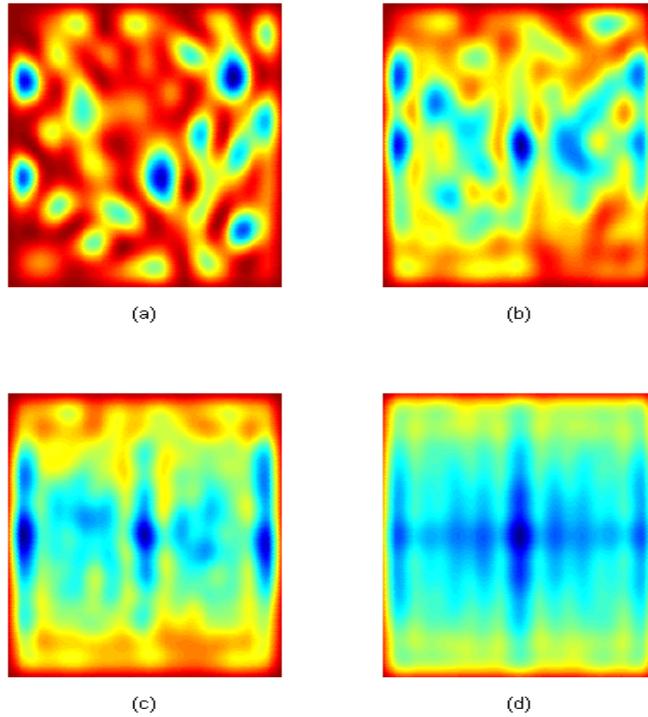


Figura 3.9: Patrones numéricos ($r_{max}=25.0, \delta = 0.25$) con distintos tiempos de integración: (a)3 ns ,(b)30 ns (c)100 ns. (d) Pulso completo integrado.

observar que, pese a la desintonización negativa, el patrón no es puramente homogéneo, sino que presenta inestabilidades con emisión fuera de eje. Aunque nosotros no podemos observar este hecho, se han obtenido recientemente ejemplos experimentales en laser de semiconductor de emisión vertical en [Hegarty et al., 1999, Ackemann et al., 2000]. Por su parte, en la Fig 3.10 (b) se observa un patrón instantáneo numérico obtenido para $r_{max} = 2$ y $\delta = 0.25$, es decir, muy cerca del umbral. Se observa que el patrón instantáneo presenta la estructura de bandas claramente definida, sin que la turbulencia haya tenido ocasión de desarrollarse. Analizaremos estos resultados en la próxima Subsección.

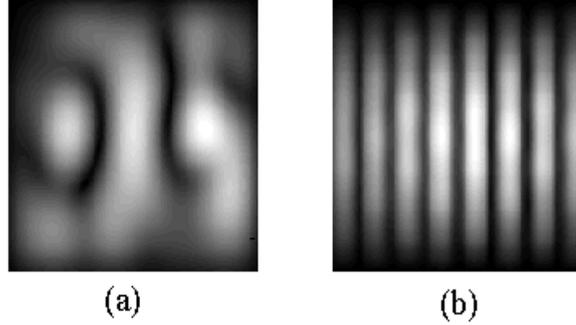


Figura 3.10: (a) Patrón instantáneo teórico obtenido para $r_{max}=25.0$, $\delta=-0.5$, (b) Patrón instantáneo teórico obtenido para $r_{max}=2.0$, $\delta=0.25$

B. Análisis de estabilidad lineal

Como se ha mencionado, la escala de tiempo de las oscilaciones irregulares de la intensidad local es de unos pocos nanosegundos (Fig. 3.2), en tanto que la duración del pulso completo está en torno a $3 \mu s$. Como consecuencia de esta gran diferencia entre las escalas de tiempo involucradas, es una buena aproximación considerar como cuasiestacionaria la dinámica medida en la cola del pulso [Biswas y Harrison, 1986]. Por tanto, nos permitimos hacer uso de las propiedades del análisis de estabilidad lineal para aprender algo más sobre la dinámica observada.

Así pues, emprendemos el estudio linealizando las ecuaciones (3.2)-(3.4). Como se dijo en el Capítulo 2 y es bien sabido, del estudio de la estabilidad lineal de la solución no láser ($E_0 = P_0 = 0$, $D_0 = 1$) se desprende que la geometría de la solución láser con el umbral más bajo depende del signo de la desintonización δ de la cavidad [Jacobsen et al., 1994]. Así, cuando $\delta < 0$, la solución emergente es espacialmente homogénea, es decir, con un número de onda transversal $k_0 = 0$, pero cuando $\delta > 0$, el láser selecciona una solución en forma de onda viajera con una contribución transversal al vector de ondas

$$k_0 = \sqrt{\frac{2(\gamma_{\perp} + \kappa)}{a\kappa}} \delta, \quad (3.5)$$

que se manifiesta como una emisión láser fuera de eje.

Ya habíamos notado, de la comparación entre el experimento y la simulación, que la desintonización positiva parece dominar. Sin embargo, estando

nuestro láser muy por encima del umbral, es de esperar que el comportamiento incluya características de todos los modos que pueden ser excitados. Por tanto, si queremos analizar la estabilidad de nuestro sistema, debemos considerar en nuestro estudio la solución de ambas ramas de la bifurcación: desintonización positiva y negativa.

El análisis de estabilidad que aquí se presenta puede considerarse estándar, y encontrarse a menudo en la literatura [Feng et al., 1993, Harkness et al., 1994, Jacobsen et al., 1994, Lega et al., 1995, Huyet y Rica, 1996]. Es una poderosa herramienta teórica, cuyo principal inconveniente desde el punto de vista experimental es que requiere asumir el sistema como infinitamente extenso en el plano transversal. Sin embargo, si pretendemos sacar de él información significativa, debemos tener en cuenta que los sistemas reales son limitados, lo que les hace comportarse de forma obviamente distinta de las expectativas teóricas en tres aspectos, principalmente. En primer lugar, como hemos señalado en la Sec 3.2.1, el vector de ondas dominante está también seleccionado por la condición de contorno, y de la Ec. 3.5 se puede deducir que, en un sistema multimodo, ésto implica que el correspondiente valor de la desintonización δ se verá así mismo favorecido por el contorno.

En segundo lugar, el modo favorecido por el láser real justo por encima del umbral cuando $\delta > 0$ resulta ser una onda estacionaria, y no una onda viajera como predice el análisis lineal [Feng et al., 1994, Harkness et al., 1994, Staliunas y Weiss, 1995]. Este hecho también ha sido observado experimentalmente en [Hegarty et al., 1999].

Y por último, no todas las longitudes de onda transversa que se supone deben surgir pueden ser mantenidas por el sistema. En nuestro caso, toda oscilación transversa con $k < k_{dif} \simeq \pi/b \simeq 315 \text{ m}^{-1}$ será suprimida por difracción. Tal y como mostraremos más adelante, esta restricción tiene importantes repercusiones sobre la estabilidad del sistema.

Así pues, la Ec. 3.5 nos permitirá saber qué desintonización corresponde a nuestro vector de ondas experimental. El tamaño promedio de los pequeños máximos de los patrones instantáneos, y el periodo espacial de las franjas que aparecen en el patrón integrado es $S_{exp} \sim 1.8 \times 10^{-3} \text{ m}$, lo que, como se dijo antes, corresponde a la intensidad de una onda estacionaria de $k_0 = \pi/S_{exp} \simeq 1700 \text{ m}^{-1}$, que a su vez es la primera solución láser para

$\delta \sim 0.25$ (Ec. 3.5). Esta estimación es consistente con los resultados de la Sec 3.2.2, donde se obtuvo un buen acuerdo con los patrones observados para un rango de desintonización $\delta \simeq 0.2 - 0.4$. Por consiguiente, nótese que esta forma indirecta de seleccionar un único valor de la desintonización por medio de la condición de contorno nos da una explicación de por qué el modelo “monomodo” es suficiente para reproducir la dinámica del láser multimodo. No obstante, aún queda el hecho de que, a pesar del notable acuerdo, los patrones experimentales presentan un fondo constante mayor que sus equivalentes numéricos, como se vio en las Secs. 3.2.1 y 3.2.2, y que, como ya se ha señalado, puede interpretarse como señal de la presencia de modos no favorecidos de desintonización positiva y negativa.

Por tanto, calcularemos la estabilidad de la primera solución láser tanto si esta es homogénea (lo que sucede si $\delta < 0$) como si es una onda viajera ($\delta > 0$), siguiendo un procedimiento equivalente al utilizado para la solución nula. Linealizamos el sistema (3.2)-(3.4) en torno a la solución $E_t = E_o e^{i(\vec{k} \cdot \vec{x} - \omega t)}$, $P_t = P_o e^{i(\vec{k} \cdot \vec{x} - \omega t)}$ y $D_t = D_o$, donde \vec{k} es la componente transversa del vector de onda.

Para ello, escribimos los campos complejos en su forma polar $E = |E_o| e^{i\Phi_E}$ y $P = |P_o| e^{i\Phi_P}$, [Huyet y Rica, 1996]. Es útil definir la variable vectorial:

$$\vec{U} = \begin{pmatrix} \frac{E}{|E_h|} \\ \Phi_E \\ \frac{P}{|P_h|} \\ \Phi_P \\ \frac{D}{D_h} \end{pmatrix}, \quad (3.6)$$

pues así podemos expandir \vec{U} en la forma $\vec{U} = \vec{U}_0 + \vec{U}_1 e^{i\vec{q} \cdot \vec{x}}$, donde \vec{U}_0 es la solución que queremos perturbar y $\vec{U}_1(\vec{q}, t) e^{i\vec{q} \cdot \vec{x}}$ es una perturbación periódica pequeña.

Introducimos pues \vec{U} en el sistema (3.2)-(3.4) para obtener la ecuación lineal $\partial_t \vec{U}_1 = \mathcal{L}_q \vec{U}_1$, donde \mathcal{L}_q es una matriz de quinto orden. Como \mathcal{L}_q es independiente del tiempo, la solución está dada por la exponencial $\vec{U}_1 = \vec{u}_q e^{\lambda(q)t}$ donde $\lambda(q)$ son los exponentes de Liapunov, es decir, los autovalores de \mathcal{L}_q [Huyet y Rica, 1996]. El signo de la parte real de los autovalores indica que la correspondiente perturbación de vector de onda \vec{q} crecerá hasta

inestabilizar la solución, si es positiva, o bien decaerá hasta desaparecer, si es negativa, caso en el que la solución inicial será estable ante esta perturbación.

Estabilidad de la solución homogénea: $\delta < 0$

Por la misma razón que expusimos en la sección anterior, en un sistema real la expresión “solución homogénea” significa, obviamente, tan homogénea como sea compatible con las condiciones de contorno. Dicha solución es:

$$|E_h|^2 = r - (1 + \delta^2) \quad ; \quad P_h = -(1 - i\delta) \frac{E_h}{r} \quad (3.7)$$

$$D_h = \frac{1 + \delta^2}{r} . \quad (3.8)$$

En este caso, la componente transversa del vector de onda es $\vec{k} = 0$. La matriz de autovalores del sistema resulta ser:

$$\mathcal{L}_q = \begin{pmatrix} -\kappa & -\kappa(\delta - \frac{a}{2}q^2) & \kappa & \kappa\delta & 0 \\ -\kappa(\delta + \frac{a}{2}q^2) & -\kappa & -\kappa\delta & \kappa & 0 \\ \gamma_{\perp} & -\gamma_{\perp}\delta & -\gamma_{\perp} & \gamma_{\perp}\delta & \gamma_{\perp} \\ \gamma_{\perp}\delta & \gamma_{\perp} & -\gamma_{\perp}\delta & -\gamma_{\perp} & \gamma_{\perp}\delta \\ -\gamma_{\parallel} \frac{|E_h|^2}{1+\delta^2} & \gamma_{\parallel} \frac{|E_h|^2}{1+\delta^2} \delta & -\gamma_{\parallel} \frac{|E_h|^2}{1+\delta^2} & -\gamma_{\parallel} \frac{|E_h|^2}{1+\delta^2} \delta & -\gamma_{\parallel} \end{pmatrix} \quad (3.9)$$

Los autovalores $\lambda(q)$ buscados son las raíces de una ecuación de quinto grado, que en este caso no pueden ser obtenidas en forma cerrada y por tanto ha de acudir al análisis numérico para completar la discusión. No obstante, es posible obtener alguna información directamente de la ecuación secular. Para láseres clase B, una de las raíces es real y el resto aparecen en pares complejos conjugados, con lo que el signo del orden cero del polinomio secular, escrito en forma unitaria ($a_5 = 1$) es el opuesto al de la raíz real. En nuestro caso:

$$a_0 \propto - \left(\frac{r}{\sigma} - (1 + \delta^2) \right) \delta + \frac{ar}{2\sigma^2} b^2 q^2 > 0 \quad (3.10)$$

que es siempre positiva para $\delta \leq 0$, y por tanto deducimos que esta raíz real no afecta a la estabilidad de la solución homogénea.

Por otra parte, sabemos que el coeficiente de la cuarta potencia del polinomio secular es la suma de las partes reales de las raíces. En nuestro caso:

$$a_4 = -\gamma_{\parallel} - 2(\kappa + \gamma_{\perp}) \quad (3.11)$$

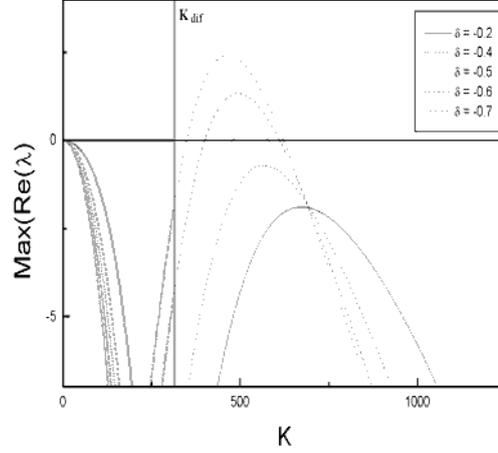


Figura 3.11: Máximo de $\text{Re}(\lambda)$ para varios valores negativos de δ , siendo K_{dif} el límite de difracci3n.

siendo $\gamma_{\perp}, \kappa, \gamma_{\parallel} \gg 0$, concluimos que dos raíces complejas conjugadas tienen su parte real negativa y muy grande, y tampoco daran lugar a desestabilizaci3n.

Por tanto, la única fuente posible de inestabilidad es el segundo par de raíces complejas. En la Fig. 3.11 se dibuja la mayor parte real de los cinco autovalores ($\text{Max}(\text{Re}(\lambda))$) para varios valores negativos de δ y $r = 6$, un valor razonable del bombeo en la cola del pulso. Observamos que el valor de la desintonizaci3n δ determina la estabilidad, encontrando que la soluci3n homogéneas es estable cerca de la resonancia ($\delta = 0$), e inestable para $\delta < -0.5$, valor a partir del cual aparece una inestabilidad viajera alrededor de $q \sim 500 \text{ m}^{-1}$ (Fig.3.11). Como ya hemos señalado, esta inestabilidad de la soluci3n homogéneas para $\delta < 0$ ha sido experimentalmente observada en [Hegarty et al., 1999, Ackemann et al., 2000]. En nuestro caso, la inestabilidad no está eliminada por el borde difractante, y efectivamente da lugar a la inestabilizaci3n de la onda homogéneas a través del crecimiento de soluciones secundarias con un número de onda q con longitud de onda pr3ximo al tamaño de la apertura. Desgraciadamente, nuestro sistema experimental no puede ser sintonizado para comprobar esto, pero sí podemos simular numéricamente estas condiciones, como se puede ver en la ya mencionada

Fig. 3.10 (a), en la cual se muestra un patrón instantáneo para $\delta = -0.5$ y $r = 25.0$. Todos estos modos de desintonización negativa pasarán a contribuir al fondo observado en el patrón.

Estabilidad de la solución viajera: $\delta > 0$

Más complicado es el caso para $\delta > 0$, cuya primera solución láser predicha es una onda viajera con $\vec{k} \neq 0$. En este caso la matriz tiene la misma forma que en el caso homogéneo (3.9) salvo por los siguientes cambios:

$$\delta \rightarrow \delta' = \delta + \frac{\omega}{\gamma_{\perp}} \quad (3.12)$$

$$q^2 \rightarrow q^2 + 2\vec{k} \cdot \vec{q} \quad (3.13)$$

donde $\omega = \frac{a\kappa\gamma_{\perp}}{2(\kappa+\gamma_{\perp})}k^2$ es la frecuencia de oscilación de la solución viajera \vec{k} cuya estabilidad se trata de comprobar. Vemos que en este caso los autovalores dependen no solo del vector de onda de la perturbación \vec{q} , sino también del vector de ondas de la onda viajera cuya estabilidad tratamos de comprobar, \vec{k} , y de las direcciones respectivas. Para el análisis, elegiremos algunos valores concretos del ángulo relativo entre ambos vectores, α , y sustituiremos el término $\vec{k} \cdot \vec{q}$ por $kq \cos \alpha$.

En concreto, elegimos el valor de la desintonización calculado anteriormente, $\delta \sim 0.25$, que parece ser bastante representativo, y los valores extremos del ángulo: $\alpha = 0$ (Fig 3.12) y $\alpha = \pi/2$ (Fig 3.13), es decir, perturbación con ondas \vec{q} paralelas y ortogonales, respectivamente, al vector principal \vec{k} . Para ambos valores, se calcula la correspondiente curva de estabilidad neutral (Figs. 3.12 (a) y 3.13 (a)), indicando con sombreado la zona de estabilidad, es decir, los pares de valores (k,r) que son estables para toda perturbación q . Esta zona es llamada también *balón de Busse* [Busse, 1978].

El balón de Busse está limitado por los umbrales de las distintas inestabilidades que aparecen en el sistema, marcadas como **s1 - s6**. Fuera de estos límites, para cada punto (k,r) existen ciertos valores de q que inestabilizan la solución y se amplificarán. Como ejemplos de las posibles situaciones, se han seleccionado algunos puntos (k,r), numerados como **p1 - p4** y situados en las diferentes zonas inestables del espacio de parámetros, para los cuales se dibuja la mayor parte real de los autovalores ($Max(Real(\lambda))$), a fin de dar

muestra de cómo se manifiestan las inestabilidades **s1** – **s6**, y cuáles serán los nuevos vectores de onda \vec{q} que surgirán como consecuencia de ellas (Figs. 3.12 (b),(c) y Fig 3.13 (b),(c)).

Antes de ver la tipología de las inestabilidades, veamos cual es su origen físico: en su búsqueda de la eficiencia, el láser trata siempre de emitir en el estado que le es más favorable, es decir, k_0 , o un entorno próximo a él. Este conjunto lo forman los vectores transversos k del balón de Busse. Pero si aparecen otros que se alejan demasiado de este criterio, el láser trata de regresar a su estado más favorable inestabilizándolos, es decir, repartiendo la energía de la onda de frecuencia k indeseada en otras ondas q más favorables, que podrán amplificarse.

Por tanto, como vemos en Fig 3.12 y Fig. 3.12, las zonas de estabilidad están centradas en torno a la onda crítica, que en nuestro caso es $k_0 = 1750 \text{ m}^{-1}$, según se deduce de la Ec. 3.5, coincidiendo con el valor experimental. Las inestabilidades no se producen simétricamente, habiendo de distinguirse los casos en que $k > k_0$ y $k < k_0$, como veremos a continuación:

- **Caso** $\alpha = 0$ (Fig.3.12): Cuando la perturbación q tiene la misma dirección que la onda primaria k , se encuentran tres inestabilidades, las dos primeras para $k < k_0$ (punto **p1**, Fig.3.12 (b)), y la tercera para $k > k_0$ (punto **p2**, Fig.3.12 (c)):

- **s1**, conocida como *inestabilidad de Eckhaus*, surge en torno a $q \sim 0$, y por tanto yace en el área geoméricamente prohibida $q < k_{dif} = \frac{\pi}{b}$ (sombreada en (Figs. 3.12 (b-c))), lo que significa que no puede ser soportada por el sistema y será suprimida.

- **s2**, aparece para números de onda q en torno a k_0 . Las inestabilidades de este tipo ($q \neq 0$) se les da el nombre de *inestabilidades de amplitud*.

- **s3**, la única inestabilidad para vectores $k > k_0$ también queda anulada por difracción, por lo que la zona de estabilidad se extiende a todo el semiplano derecho del espacio de parámetros.

- **Caso** $\alpha = \pi/2$ (Fig. 3.13): Para perturbaciones ortogonales también se encuentran tres inestabilidades, dos para $k < k_0$ (punto **p3**, Fig.3.13

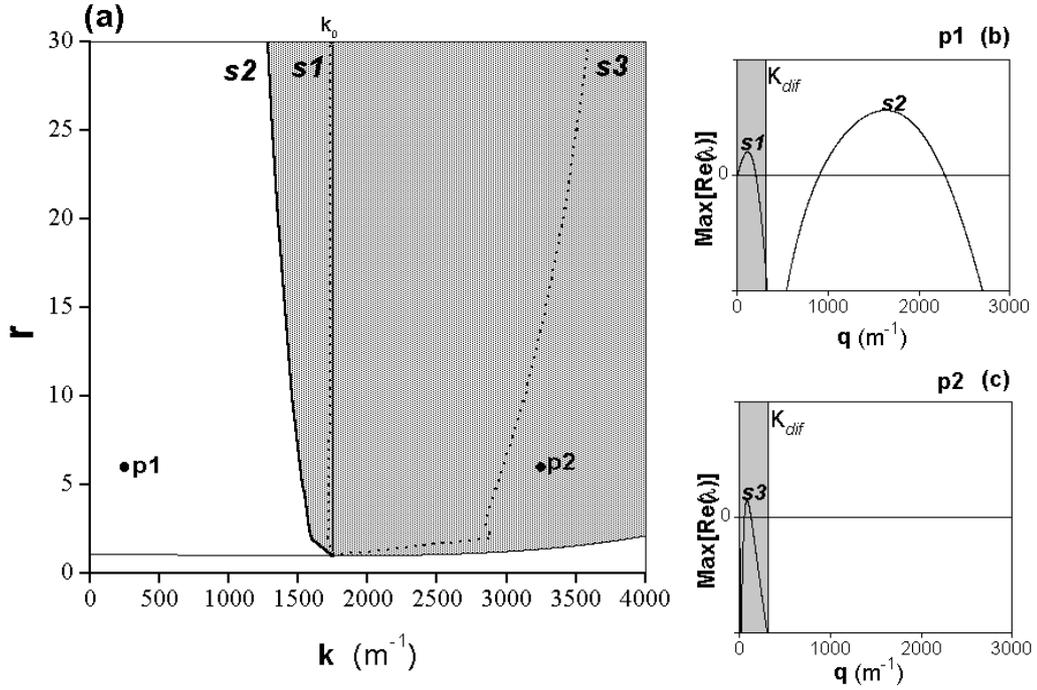


Figura 3.12: Estabilidad del caso $\alpha = 0$: (a) Curva de estabilidad neutral (k, r). La zona de estabilidad se indica con sombreado, y los umbrales de las inestabilidades como **s1-s3**, señalándose las que están activas con línea continua, y las suprimidas con línea discontinua. (b) Mayor autovalor ($\text{Max}(\text{Re}(\lambda))$) en el punto **p1**, con $r = 6$, $k = k_0 - \Delta k$, siendo $\Delta k = 1500 \text{ m}^{-1}$. (c) Mayor autovalor ($\text{Max}(\text{Re}(\lambda))$) en el punto **p2**, donde $r = 6$ y $k = k_0 + \Delta k$.

(b)), y una para $k > k_0$ (punto **p4**, Fig.3.13 (c)):

- **s4**, inestabilidad ortogonal que surge para valores de q alrededor del origen, se conoce como de *zig-zag*, y para la mayoría de los casos no es soportada por el sistema.

- **s5**, también es una inestabilidad de amplitud, similar a **s2**.

- **s6**, es así mismo de amplitud, pero surge para valores de q menores que **s2** y **s5**.

Cualquier otro ángulo α entre \vec{k} y \vec{q} distinto de 0 y $\pi/2$ tendrá una zona de estabilidad y unas inestabilidades de un tipo intermedio entre las que

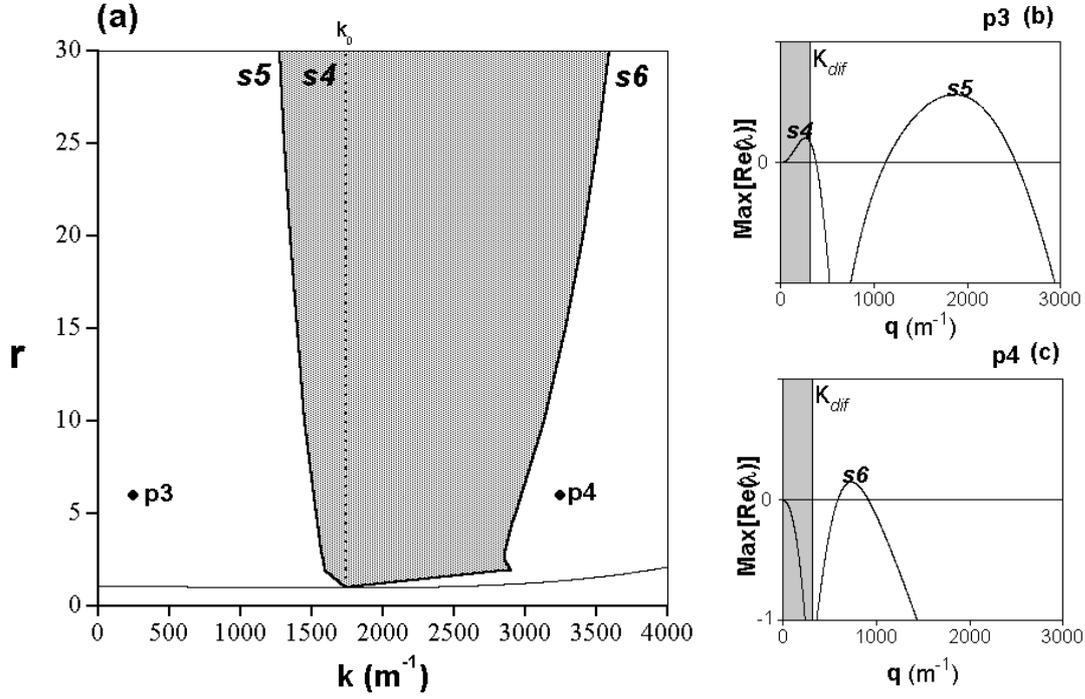


Figura 3.13: Estabilidad del caso $\alpha = \pi/2$: (a) Curva de estabilidad neutral (k,r). La zona de estabilidad se indica con sombreado, y los umbrales de las inestabilidades como $s4$ - $s6$, señalándose las que están activas con línea continua, y las suprimidas con línea discontinua. (b) Mayor autovalor ($\text{Max}(\text{Re}(\lambda))$) en el punto $p3$, donde $r = 6$ y $k = k_0 - \Delta k$, siendo $\Delta k = 1500 \text{ m}^{-1}$ (c) Mayor autovalor ($\text{Max}(\text{Re}(\lambda))$) en el punto $p4$, donde $r = 6$ y $k = k_0 + \Delta k$. K_{dif} señala el límite de difracción.

aquí hemos calculado. Vemos la importancia de considerar el contorno difractante: el sistema finito es mucho más estable a perturbaciones periódicas y ortogonales que el caso ideal infinitamente extendido, ya que el sistema elimina muchas de estas inestabilidades.

Aparte de la información sobre las nuevas frecuencias espaciales, del análisis de estabilidad es también posible obtener información sobre las escalas de tiempo que se observarán en el sistema, ya que la parte imaginaria de los autovalores da la frecuencia de oscilación de las soluciones. Así, para el mismo caso $\delta = 0.25$ en estudio, obtenemos que todas las inestabilidades activas en el sistema tienen frecuencias en el rango $\omega \sim 100 - 300$

MHz, correspondientes a periodos de 10 – 30 ns (Fig. 3.2), lo que está en muy buen acuerdo con los periodos de fluctuación obtenidos experimental y numéricamente.

En resumen, y buscando interpretar la dinámica irregular observada, concluimos que la condición de contorno difractante elige el vector de onda primario k_0 , y por consiguiente favorece el correspondiente valor de la desintonización δ . Además, la condición de contorno influye sobre la estabilidad de esta solución a través de la supresión de varias de las posibles inestabilidades, impidiendo que puedan estar en el origen de los patrones instantáneos desordenados. No obstante, diversas inestabilidades permanecen activas. La competición entre la onda principal k_0 y las ondas secundarias q con un vector de onda próximo a aquella, pueden dar cuenta de la turbulencia observada.

Así mismo, no podemos olvidar los otros modos axiales con todos los posibles valores de la desintonización, cuya contribución conjunta forma el fondo homogéneo del patrón, que hace que la intensidad sea distinta de cero en todo punto, a diferencia de lo esperado para la onda estacionaria pura.

3.3 Régimen transitorio

El láser de CO₂ de gran apertura también puede ser operado en régimen de pulso corto (pulso de conmutación de ganancia, de anchura $\simeq 10^{-7}$ s), que en ningún caso puede ser considerado como cuasiestacionario, sino que se trata de un régimen puramente transitorio. Esta forma de emisión rara vez es considerada en los estudios de dinámica láser, aún cuando la operación pulsada es la más común en muchos láseres reales, especialmente en los de gran apertura. En esta Sección mostramos que incluso esta dinámica transitoria muestra las señales de turbulencia espacio-temporal con orden subyacente en promedio temporal.

3.3.1 Sistema experimental

El sistema experimental es idéntico al utilizado para las medidas en régimen cuasiestacionario, con la única excepción de que la mezcla gaseosa del láser carece de N₂, de forma que la emisión se limita al pulso de conmutación de

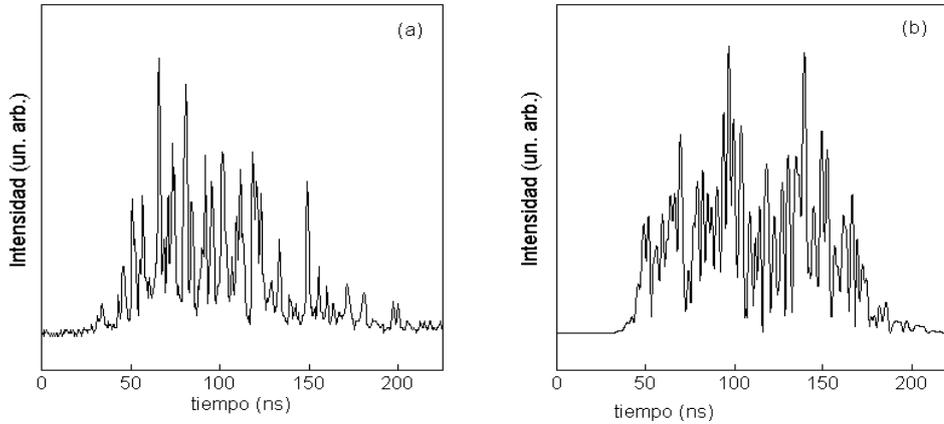


Figura 3.14: Evolución temporal de la intensidad local del pulso láser: (a) experimental, (b) numérica, para $r_{max}=70$, $\delta=0.25$.

ganancia, de unos 100 ns de anchura.

3.3.2 Resultados experimentales

Al igual que en el estudio previo, antes de comenzar con la formación del patrón hemos de conocer la evolución temporal, para saber las escalas de tiempo implicadas en la dinámica. Como en el otro caso, la intensidad local se midió a través de un pequeño diafragma con un diámetro de $\simeq 1$ mm. Observamos un perfil de intensidad sumamente irregular, (Fig. 3.14(a)), con un periodo característico de unos pocos nanosegundos ($\simeq 6$ ns).

Una vez sabemos las características temporales de la emisión, podemos investigar las espaciales por el mismo procedimiento del caso cuasiestacionario. En este régimen, la potencia media del pulso es mucho mayor, llegando a las 80 veces por encima del umbral, lo que nos permite apurar al máximo las posibilidades del sistema de medida, acortando la exposición hasta los 2 ns. La figura 3.15 muestra un ejemplo de patrones medidos con esta anchura de 2 ns en la misma posición temporal de distintos pulsos, correspondiente a un retardo de 75 ns desde el pico de conmutación ganancia (Fig. 3.16(b)). Puede verse que en este experimento se repite la alta irregularidad e irreproducibilidad de los patrones.

Para saber si la apariencia del patrón es irregular a lo largo del pulso,

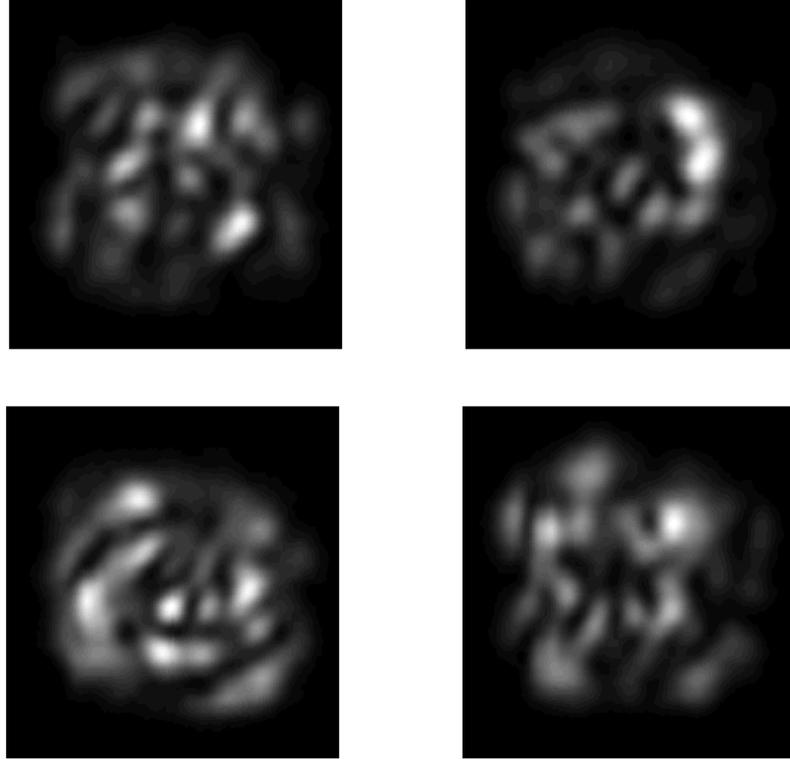


Figura 3.15: Patrones instantáneos tomados en diferentes pulsos con una anchura de ventana temporal de 2 ns y un retardo de 75 ns medido desde el pico de ganancia. Dimensión real del patrón $\simeq 20 \times 20$ mm.

repetimos el experimento de la Fig. 3.15, pero ahora centrado en el máximo del pico de intercambio de ganancia, que correspondería a una medida sin retardo, según el criterio que estamos utilizando (Figs. 3.16(b) y 3.17(a),(b)). Como en el caso anterior (retardo de 75 ns), la apariencia general es desordenada, mostrando una profunda modulación espacial con un pequeño número de máximos locales. Esta observación sugiere que la distribución de intensidad sigue siendo irregular a lo largo de los 100 ns que dura el pulso.

Naturalmente, como hicimos para el caso cuasiestacionario, la descripción de la dinámica se completará si sabemos si la distribución instantánea de la intensidad se mantiene estática o evoluciona a través de la duración del pulso. En concreto, se midieron patrones con exposiciones de 2, 3, 6, 10, 30,

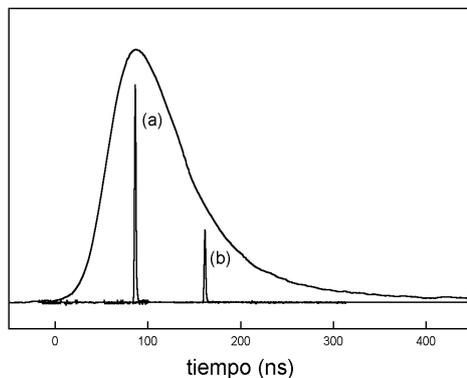


Figura 3.16: Dos cortes temporales sincronizados con el pulso completo: (a) cerca del pico, (b) 75 ns después. Duración de los cortes: 2 ns. Se ha filtrado la oscilación irregular de la intensidad.

60 ns y el pulso completo. Las correspondientes imágenes aparecen en la Fig 3.18. Como en la Sec. 3.2, más y más máximos locales instantáneos aparecen según progresa el tiempo de integración. Además, la posición de estos no es completamente arbitraria: la estructura desordenada que se observa en las imágenes de exposición corta (Fig. 3.18 (a)), da lugar a distribuciones de intensidad progresivamente más ordenadas, descubriendo la simetría determinada por la condición de contorno. Por tanto, el orden espacial se manifiesta incluso en esta evolución turbulenta y no estacionaria, la cual, en conjunto, no es más larga que 30 periodos de las fluctuaciones de intensidad (Fig. 3.14), [Encinas-Sanz et al., 2001].

El espectro de potencia espacial también resulta ser irreproducible y desestructurado en cada pulso individual (Fig.3.19(a)). Pero si se promedian los espectros de Fourier de 100 patrones instantáneos, pueden observarse dos máximos bien definidos (Fig.3.19(c)), señal de la escondida regularidad.

A primera vista es posible observar cómo el contraste entre los picos y valles de intensidad decrece cuando el tiempo de integración se alarga. Para cada tiempo de integración Δt medido en la Fig. 3.18, se han promediado los contrastes de 100 patrones para dar un valor significativo del contraste C , definido como en la Sec. 3.2.1. Los resultados de C en función de Δt

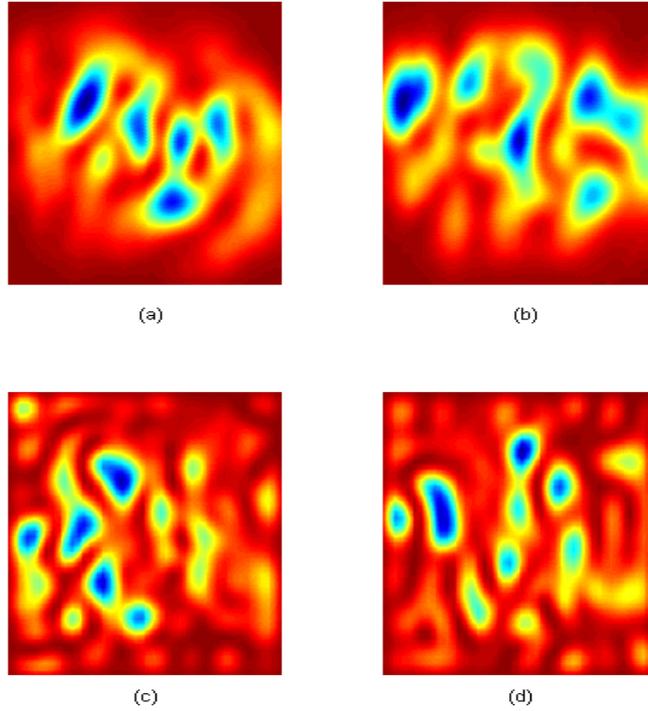


Figura 3.17: Patrones instantáneos (cortes de 2 ns), medidos en el máximo del pico de ganancia (retardo nulo): (a)-(b) experimentales, (c)-(d) numéricos, para $r=70$, $\delta = 0.25$.

se muestran en la Fig.3.20. Los datos se ajustan bien a una hipérbola de la forma (Fig.3.20(a)):

$$C(\Delta t)^{n_e} = \alpha \quad (3.14)$$

donde $n_e = 0.36 \pm 0.02$, α es una constante de normalización, y Δt se da en nanosegundos. Esta pérdida del contraste da cuenta del número creciente de máximos locales repartidos por el patrón cuando la exposición aumenta (Fig.3.18), y puede considerarse un parámetro representativo para cuantificar la dinámica turbulenta y su proceso de promediado.

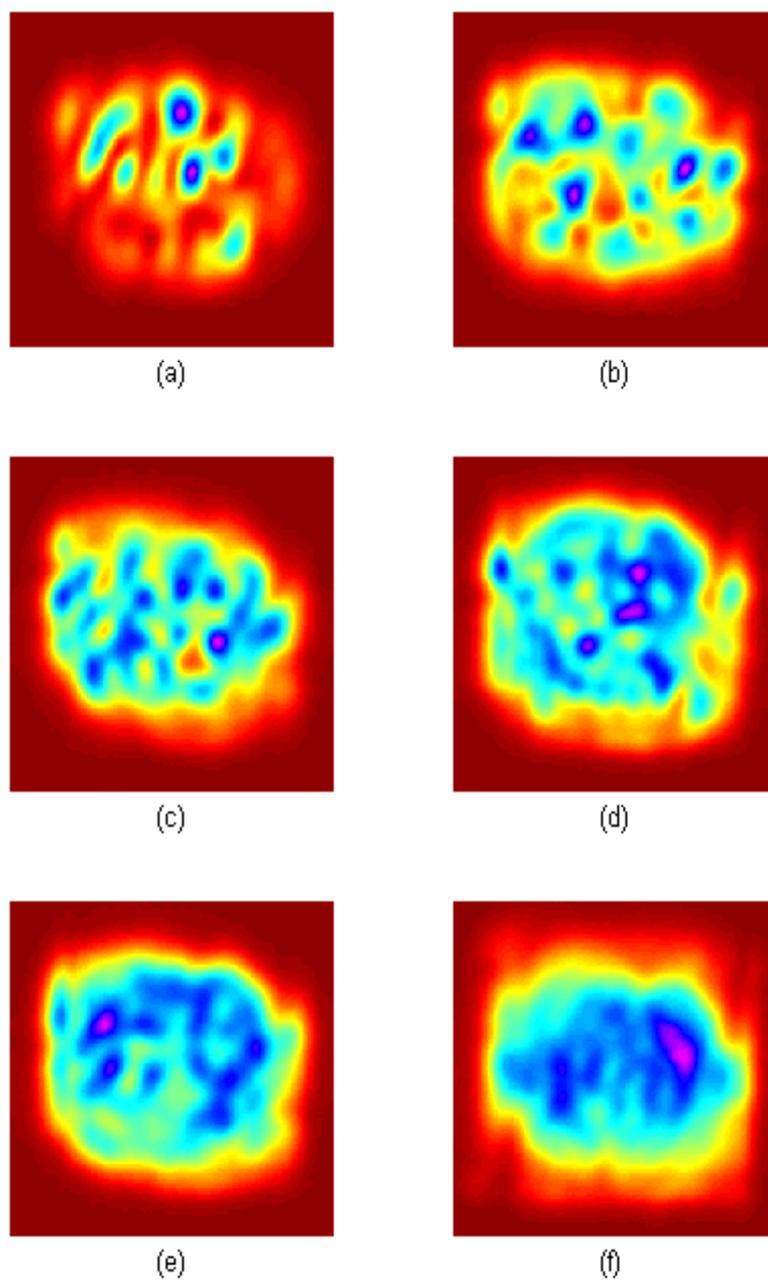


Figura 3.18: Patrones experimentales integrados para distintos tiempos de exposición: (a) 2 ns, (b) 6 ns, (c) 11 ns, (d) 30 ns, (e) 60 ns, (f) pulso de conmutación de ganancia completo.

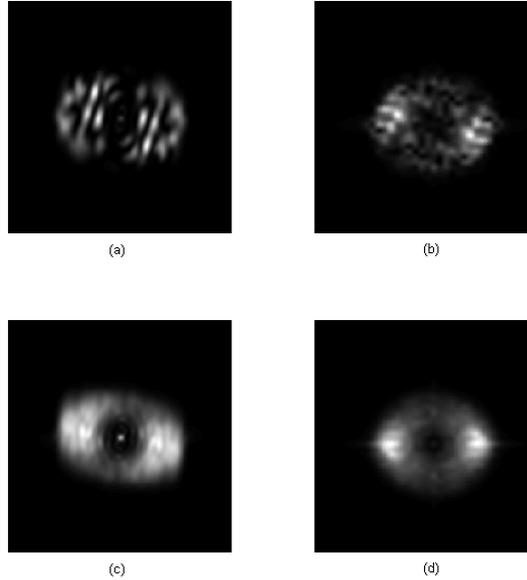


Figura 3.19: Espectro de potencia espacial para un único patrón: (a) experimental, (b) numérico. Espectro de potencia promedio de: (b) 100 patrones experimentales instantáneos, (d) 50 patrones instantáneos numéricos.

3.3.3 Modelo y resultados teóricos

Para la reproducción numérica de estos experimentos utilizaremos el mismo modelo de Maxwell-Bloch (Ecs. 3.2-3.4) que nos permitió simular el caso cuasiestacionario, con la excepción del perfil temporal de la excitación, que es sustituida por una función cosenoidal con un parámetro de bombeo alto en el máximo ($r_{max} \simeq 60-70$), y una anchura a media altura de 100 ns, tal y como sucede en el láser real.

En este caso la simulación numérica también reproduce con notable éxito las características de las observaciones experimentales. Así, el perfil temporal local del pulso (Fig. 3.14(b)) muestra la misma longitud y características que su equivalente experimental.

En el dominio espacial, la similitud puede verse en la Fig. 3.17, en la que una pareja de patrones experimentales (Fig. 3.17 (a),(b)) se comparan con sus equivalentes numéricos 3.17 (c),(d)). El tamaño promedio de los máximos

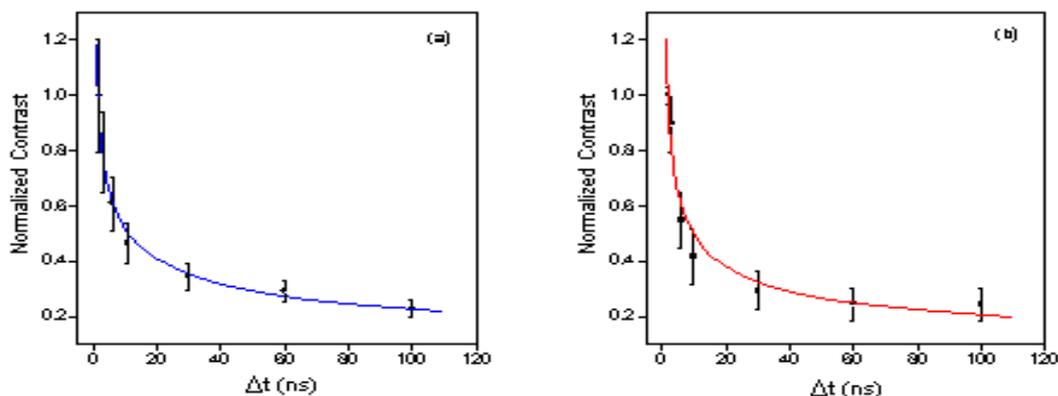


Figura 3.20: Contraste del patrón como una función del tiempo de exposición o anchura del corte: (a) experimental, (b) numérico.

en este caso es de ~ 1.5 mm.

En el dominio de frecuencias espaciales, se observa como tanto el espectro de potencia de un único patrón instantáneo, (Fig. 3.19(b)), como el promedio sobre 50 muestras (Fig. 3.19(d)) reproduce el experimento. Esto prueba el papel esencial que la condición de contorno juega aún sobre la selección del patrón.

La figura 3.21 muestra los patrones numéricos obtenidos para “exposiciones” integradas de 2, 6, 10, 30, 60 y 100 ns (Fig. 3.21(a)-(f), respectivamente), que han de ser comparadas con sus equivalentes experimentales en la Fig. 3.18. La pérdida de contraste de los patrones numéricos integrados sobre intervalos de tiempo progresivamente mayores, calculados como en el caso experimental, puede también ser aproximado por una función hiperbólica $C(\Delta t)^{n_t} = \alpha'$. Se promedió el contraste de 50 patrones teóricos para cada Δt , obteniendo $n_t = 0.38 \pm 0.04$ (Fig.3.20(b)), valor compatible con el obtenido para el caso experimental.

Como resumen, en esta sección hemos realizado un estudio resuelto en el tiempo de la dinámica espacio temporal del láser TEA-CO₂ en régimen

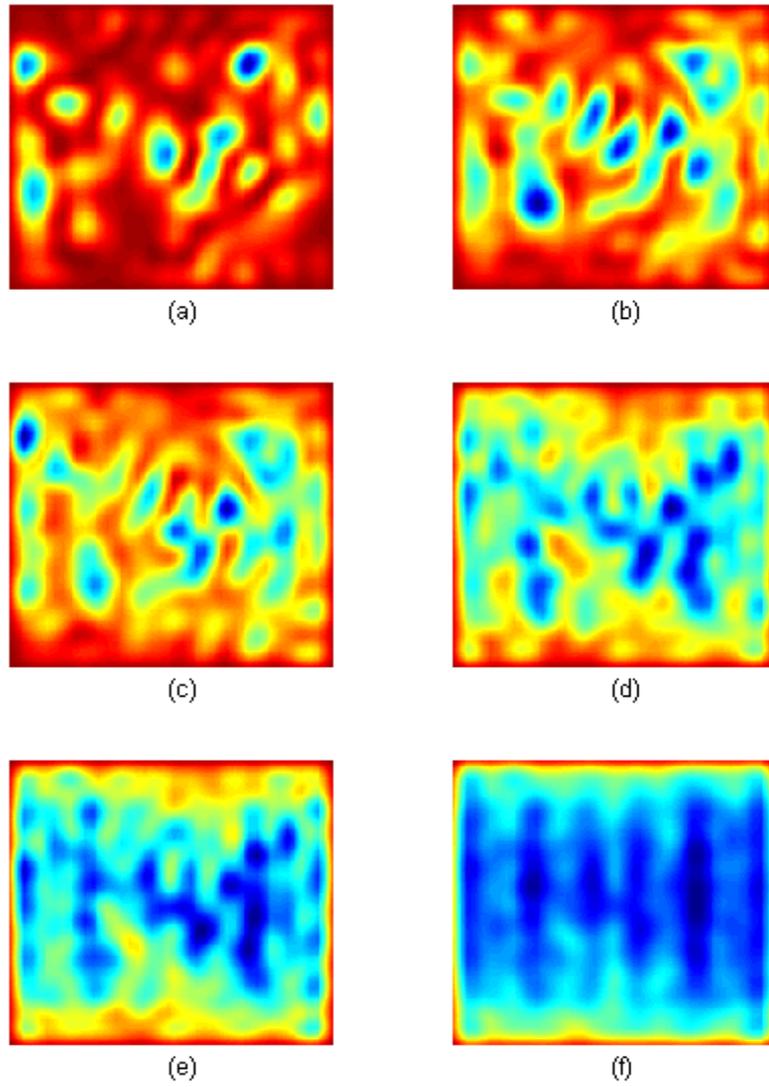


Figura 3.21: Patrones teóricos integrados para distintos tiempos de exposición: (a) 2 ns, (b) 6 ns, (c) 10 ns, (d) 30 ns, (e) 60 ns, (f) pulso de conmutación de ganancia completo.

de pulso corto, concluyendo que en este estado no estacionario también se hallan en la dinámica las características del caos espacio-temporal, incluyendo la evolución de la turbulencia al orden al realizar observaciones a tiempos largos. Todos los resultados experimentales se pueden reproducir gracias al modelo de Maxwell-Bloch de una única frecuencia. Además, hemos propuesto la medida del contraste como parámetro para cuantificar la evolución del proceso.

Capítulo 4

Dinámica de polarización en un láser de CO₂ cuasi-isotrópo

La dinámica del campo láser es habitualmente estudiada como si éste fuese un campo escalar, ya que en la mayoría de los sistemas, como en el láser de CO₂ del Capítulo anterior, el estado de polarización queda impuesto por las anisotropías de la cavidad. En nuestro caso, por ejemplo, la polarización quedaba determinada mediante una ventana de Brewster. Sin embargo, en cavidades láser perfectamente cilíndricas sin elementos para seleccionar la polarización, el estudio de la dinámica hace necesario considerar la naturaleza vectorial del campo eléctrico y la polarización de la materia.

Experimentalmente, esta situación se manifiesta en la alternancia entre dos estados de polarización, o incluso dinámicas más complicadas como la emisión simultánea y la competición de varios modos con distintas polarizaciones, preferentemente circulares en los láseres de semiconductor de emisión vertical (VCSEL) [Degen et al., 2000], y lineales en láseres de gas [Puccioni et al., 1989, Taggiasco et al., 1997].

Varios trabajos teóricos han estudiado esta dinámica de competición, elaborando modelos basados normalmente en anisotropías en las frecuencias [Paddon et al., 1992], o últimamente, en el acoplo de dos estados de polarización con la coherencia de cuadrupolo magnético [G. C. Puccioni y Oppo, 1987, Matlin et al., 1995, Abraham et al., 1996]. Generalmente, los estudios suponian condiciones de perfecta resonancia para un láser Zeeman con un estado

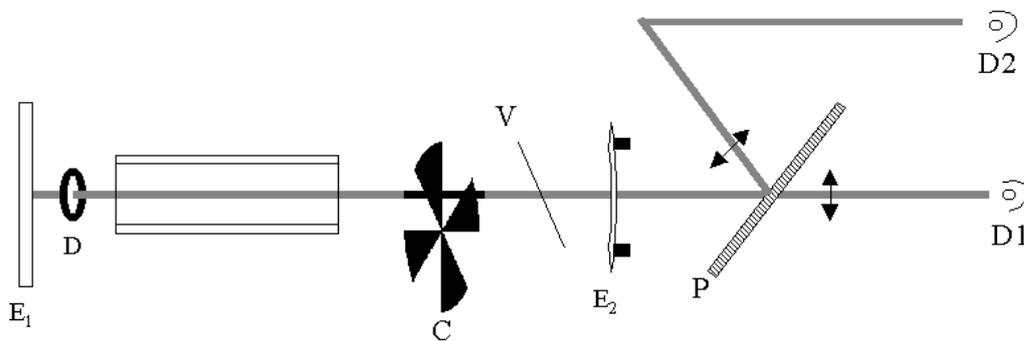


Figura 4.1: Montaje experimental: E_1 : Espejo de reflexión total, D: Diafragma, C: Cortador intracavitario, V: Ventana intracavitaria, E_2 : Espejo de salida, P: Polarizador, D1: Fotodetector para la componente transmitida, D2: Fotodetector para la componente reflejada.

atómico superior con $J = 1$ y un estado inferior $J = 0$, siendo J el momento angular. El principal resultado consistía en la predicción de un estado oscilante estable en ambos campos polarizados y la intensidad total.

En este Capítulo presentamos resultados experimentales y teóricos sobre la dinámica espacio-temporal y de polarización de un láser cuasi-isotrópico continuo de baja presión, operando en bajo número de Fresnel. Contrastando con lo visto en el Capítulo anterior, tendremos aquí un ejemplo de dinámica que puede explicarse como interacción de un pequeño número de modos.

4.1 Procedimiento experimental

En este experimento se usó un láser continuo no polarizado de CO_2 a baja presión (Fig. 4.1) cuya cavidad está formada por un espejo plano de reflexión total (E_1), y un espejo esférico de salida (E_2), con un radio de curvatura de $R_2 = 3$ m y reflectividad $r_2 = 0.914$, montado sobre un soporte piezoeléctrico que permitía controlar la línea de emisión (P20) y la desintonización de la cavidad. La longitud del resonador era de $L = 1.3$ m y la apertura de $2b=20$ mm, pudiendo ésta ser reducida mediante un diafragma intracavidad (D). El medio era bombeado por una descarga eléctrica continua, que mantenía la ganancia a 2 veces por encima del umbral.

Como estamos interesados en estudiar el estado transitorio del láser, este se inducía mediante un cortador mecánico (C) con una frecuencia de alrededor de 120 Hz, que introducía en la cavidad las pérdidas necesarias. Finalmente, para controlar la anisotropía de la cavidad, se usó una ventana plano-paralela antirreflectante de ZnSe (V) dentro de cavidad, que podía ser inclinada micrométricamente, introduciendo así astigmatismo por incidencia oblicua.

El estado de polarización de la emisión del láser ha sido analizado mediante un polarizador de malla (P), que tiene la propiedad de transmitir una de las polarizaciones de la radiación incidente y reflejar la ortogonal. Este tipo de polarizador nos permite analizar simultáneamente las dos componentes, con un coeficiente de extinción de 1:180. Ambas polarizaciones, reflejada y transmitida, son dirigidas a sendos detectores (D1 y D2), con un ancho de banda de 100 MHz, cuyas áreas sensibles son mucho más pequeñas que el haz. Finalmente, ambas señales locales son registradas en un osciloscopio digital (Lecroy LT423L), con 500 MHz de ancho de banda.

En este estudio de la dinámica de polarización del transitorio de encendido del láser, se han realizado dos experimentos. En el primero (Sec. 4.2), el diafragma se reducía hasta permitir la emisión solamente en el modo fundamental TEM_{00} , para estudiar las bases que rigen esta dinámica [Leyva et al., 2001b]. Posteriormente, el diafragma se abre hasta que las dos primeras familias de modos están presentes: el fundamental, TEM_{00} , y los de segundo orden TEM_{01} y TEM_{10} (Sec. 4.3) [Leyva et al., 2001a].

4.2 Dinámica del modo fundamental

4.2.1 Resultados experimentales

Con esta configuración, en la que sólo el modo Gaussiano fundamental está activo, el estado estacionario del láser (sin inducir el transitorio ni la ventana inclinada (V)) está siempre polarizado en la dirección horizontal, condición que queda fijada por las anisotropías residuales del láser [Taggiasco et al., 1997]. Al inducir el transitorio, la emisión presenta las características oscilaciones de relajación antes de alcanzar el estado estacionario (Fig 4.2 (a)).

En cambio, si se observa sólo una dirección de polarización (Fig 4.2 (b)), el láser muestra, junto con la relajación, otra oscilación que no está correlacionada con la primera. Comparando ambas componentes observamos que (prescindiendo de la relajación) oscilan en oposición de fase (Fig 4.2 (c)).

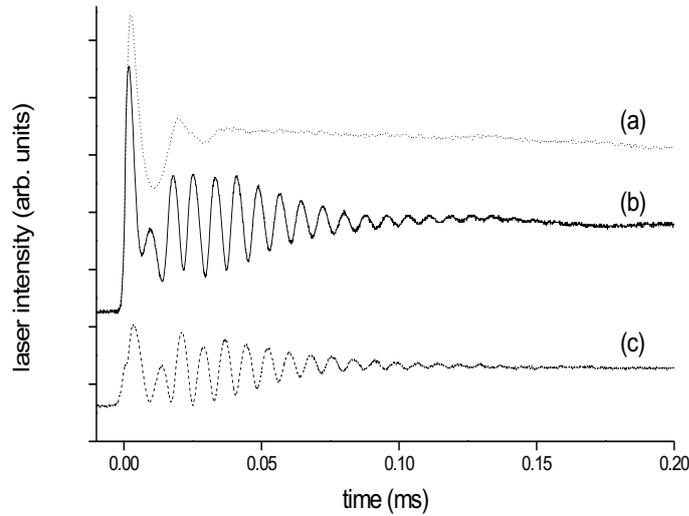


Figura 4.2: Medida experimental de: (a) intensidad total, (b) componente transmitida, (c) componente reflejada. Las curvas no están a escala debido a la distinta sensibilidad de los detectores.

Este fenómeno puede ser interpretado como competición entre dos campos de polarizaciones cuasi-ortogonales. Durante el transitorio, estos estados pierden su ortogonalidad inicial e interactúan con la misma inversión de población, dando lugar a una fuerte competición. Finalmente, ambos estados colapsan a un solo campo, polarizado según la dirección preferida por la cavidad.

La frecuencia y duración de estas oscilaciones puede modificarse actuando sobre la cavidad. En particular, la frecuencia de oscilación depende linealmente de las anisotropías de la cavidad, las cuales pueden modificarse variando la inclinación de la ventana intracavidad (V). Esta dependencia queda ilustrada en la Fig. 4.3 (a). Como la oscilación de competición puede variar desde 20 a 450 KHz, queda probado que es completamente indepen-

diente de la oscilación de relajación que, en nuestro caso, dado que el bombeo es constante, está fijada a 53 KHz.

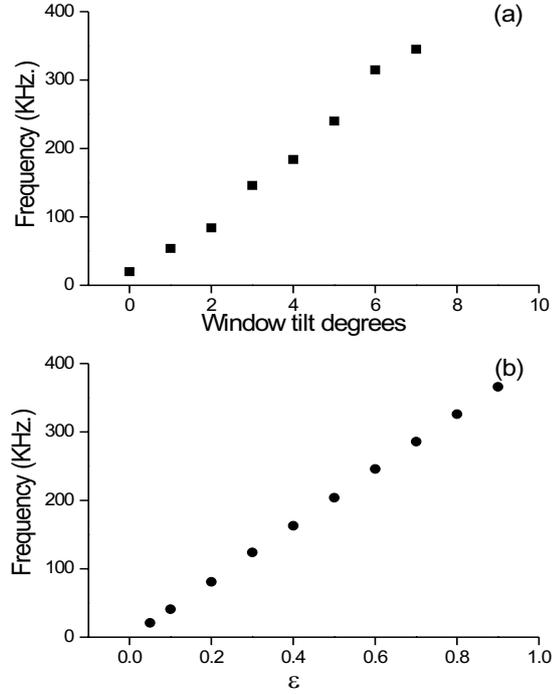


Figura 4.3: Comportamiento de la frecuencia de la oscilación de competición de polarización. (a) Experimental, en función de la inclinación de la ventana intracavidad (V), (b) Numérica, en función del parámetro de acoplo ϵ .

En cuanto a la duración del estado oscilatorio, depende fuertemente de la desintonización de la cavidad. Pequeñas variaciones de este parámetro (debidas al inevitable ensanchamiento de frecuencias en el encendido) provocan cambios en dicha duración, como se ilustra en la Fig.4.4 (a) y (b). En cualquier caso, comprobamos cualitativamente que, cuanto más pequeña es la desintonización, más tiempo dura la oscilación de competición.

4.2.2 Modelo y simulaciones

Siguiendo nuestra interpretación, la dinámica observada puede ser reproducida por medio de un modelo basado en las ecuaciones de Maxwell-Bloch que

venimos usando a lo largo de este trabajo, pero en este caso con dos campos polarizados acoplados a través de las variables de polarización de la materia [Leyva et al., 2001b]:

$$\frac{\partial E_\alpha}{\partial t} = -\kappa[(1 - i\delta)]E_\alpha - \kappa r P_\alpha, \quad (4.1)$$

$$\frac{\partial E_\beta}{\partial t} = -\kappa[(1 - i\delta)]E_\beta - \kappa r P_\beta, \quad (4.2)$$

$$\frac{\partial P_\alpha}{\partial t} = -\gamma_\perp[(1 + i\delta)P_\alpha + D(E_\alpha + \epsilon E_\beta)], \quad (4.3)$$

$$\frac{\partial P_\beta}{\partial t} = -\gamma_\perp[(1 + i\delta)P_\beta + D(E_\beta - \epsilon E_\alpha)], \quad (4.4)$$

$$\frac{\partial D}{\partial t} = -\gamma_\parallel[D - 1 - \frac{1}{2}(E_\alpha P_\alpha^* + E_\alpha^* P_\alpha + E_\beta P_\beta^* + E_\beta^* P_\beta)], \quad (4.5)$$

donde $E_\alpha(t), E_\beta(t)$ son los campos lentamente variables de las dos componentes de polarización del campo eléctrico, $P_\alpha(t), P_\beta(t)$ las polarizaciones de la materia correspondientes y $D(t)$ la inversión de población común. El parámetro adimensional ϵ cuantifica el acoplo entre los campos. En el láser de CO₂ de baja presión, el ritmo de decaimiento de la polarización de la materia puede elegirse como $\gamma_\perp = 4.4 \times 10^8 \text{ s}^{-1}$, y el de la inversión como $\gamma_\parallel = 1.95 \times 10^5 \text{ s}^{-1}$. La dinámica transitoria del campo ha sido modelizada por medio de un coeficiente de pérdidas dependiente del tiempo, [Labate et al., 1997b]:

$$\kappa(t) = K_1 + (K_2 - K_1) e^{-t/s} \quad (4.6)$$

el cual decrece desde el valor inicial $K_2 = 3.3 \times 10^6 \text{ s}^{-1}$ (estado no láser) hasta el valor final $K_1 = -c \log(R)/4L = 1.3 \times 10^6 \text{ s}^{-1}$, siendo c la velocidad de la luz, $L = 1.3 \text{ m}$ la longitud de la cavidad y $R = \sqrt{r_1 r_2} = 0.95$ la reflectividad.

Nótese que el acoplo fenomenológico no es simétrico en ambas ecuaciones (4.3),(4.4). Esta asimetría se revela fundamental para obtener la oscilación en oposición de fase de los campos, tal como fue observado en el experimento. En este modelo, al no ser los campos ortogonales, cada campo afecta al otro a través de su proyección sobre la polarización de la materia. Este acoplo es similar al propuesto en Refs.[G. C. Puccioni y Oppo, 1987, Abraham et al., 1996] para tener en cuenta los términos de coherencia del cuadrupolo, que aquí no son aplicables, al no ser el de CO₂ un láser Zeeman.

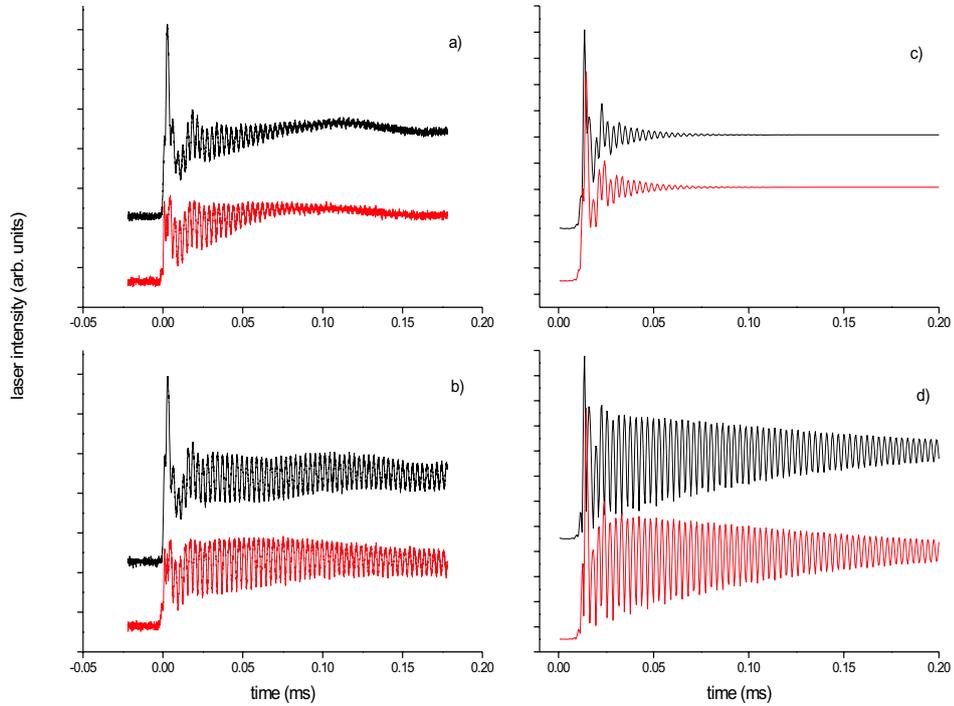


Figura 4.4: (a),(b) Ejemplos experimentales de distinta duración de la oscilación de competición. Resultados numéricos equivalentes obtenidos para: (c) $\delta = 0.05$, $\epsilon = 0.8$, $\nu = 330$ KHz. (d) $\delta = 0.005$, $\epsilon = 0.8$, $\nu = 330$ KHz.

Los resultados numéricos obtenidos con este modelo están de acuerdo con las observaciones. Como en el experimento, la frecuencia de las oscilaciones depende linealmente de la fuerza del acoplo ϵ (Fig.4.3(b)), lo que nos permite asimilar este parámetro al astigmatismo introducido por la inclinación de la ventana intracavitaria. De hecho, esto sugiere un método práctico de generación de luz modulada en intensidad, con una frecuencia arbitraria, lo que puede ser de importantes usos prácticos.

Como se ha mostrado en (Fig 4.4 (a) y (b)), en la observación experimental la oscilación queda amortiguada tras un tiempo que varía entre 0.1 y 0.5 ms, dependiendo de la desintonización de la cavidad. Este fenómeno también está correctamente descrito en nuestro modelo, al contrario que en

otros en los que sólo se consideraba perfecta resonancia. En Fig. 4.4 (c) y (d) se dibujan casos numéricos obtenidos para dos valores de la desintonización δ , para ser comparados con los experimentales antes mencionados. El modelo predice oscilación estable para condiciones de resonancia, $\delta = 0$. Sin embargo, esta condición es muy difícil de obtener experimentalmente durante el transitorio, y en consecuencia la oscilación siempre se amortigua.

4.3 Dinámica del modo anular

4.3.1 Resultados experimentales

Para el segundo experimento, el diafragma se abre hasta permitir la aparición de los modos de segundo orden. La observación del patrón durante la emisión estática (sin cortador) muestra que, en este caso, el patrón es de tipo anular. Inicialmente, se observa sin polarizador la evolución temporal de la intensidad total recogido con el fotodiodo. Vemos que en el estado estacionario existen dos soluciones dependiendo de la desintonización [Leyva et al., 2001a]: constante, si la emisión se realiza cerca de la resonancia, y periódico a partir de cierto valor de la desintonización.

En el estado transitorio inducido por el cortador, tres estadios pueden diferenciarse claramente en la evolución de la intensidad total (Fig 4.5):

- En un primer momento se observa la oscilación de relajación correspondiente al nacimiento del modo fundamental TEM_{00} , equivalente a lo descrito en la sección anterior.
- Unos 0.2 ms después aparece la oscilación de relajación correspondiente al nacimiento de los modos TEM_{01} y TEM_{10} .
- Por último, algunos nanosegundos después se encuentra el estado final hallado en la observación estática, que como se ha dicho puede ser constante (Fig 4.5 (a)), o periódico (Fig 4.5 (b)). En este último caso, la amplitud relativa de las oscilaciones depende del punto del patrón en el que se haga la medida, siendo mínima en el centro del anillo (Fig 4.6 (a)) y máxima en la zona de más intensidad de la corona

(Fig 4.6 (b)). Esto parece indicar que la oscilación periódica se debe fundamentalmente a la dinámica de los modos de segundo orden TEM_{01} y TEM_{10} .

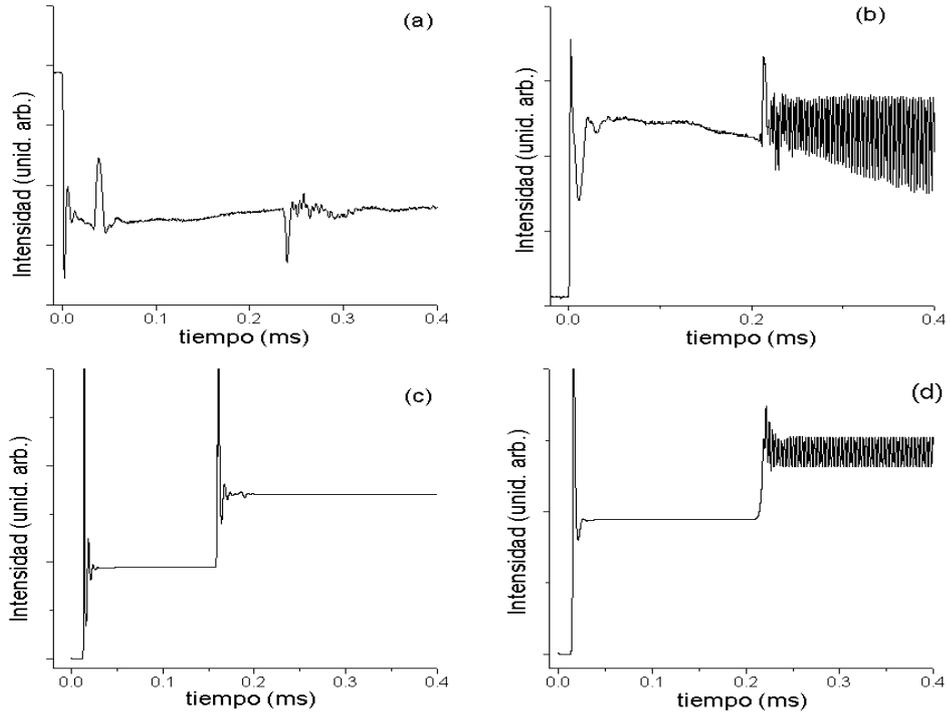


Figura 4.5: Intensidad total en el estado transitorio de la configuración multimodo. Experimental: (a) para el caso en el que estado final es constante, (b) para el caso en el que estado final es periódico. Numérico: (c) caso con estado final constante ($\epsilon = 0.25, \delta = 0.05, d\omega = 0, \theta = 0$), (d) caso con estado final periódico, ($\epsilon = 0.25, \delta = 0.05, d\omega = 10^{-3}, \theta = 0.6$).

Al contrario que la oscilación de competición de polarización, cuya frecuencia variaba con la inclinación de la ventana intracavidad (V), esta oscilación parece mantener fija su frecuencia en torno a los 300 KHz. Recordamos que la contribución transversa a la frecuencia del modo TEM_{nm} es [Siegman, 1986]

$$\nu_{nm} = \frac{c}{2\pi L}(1 + n + m) \cos^{-1} \left(\sqrt{1 - \frac{L}{r_2}} \right) \quad (4.7)$$

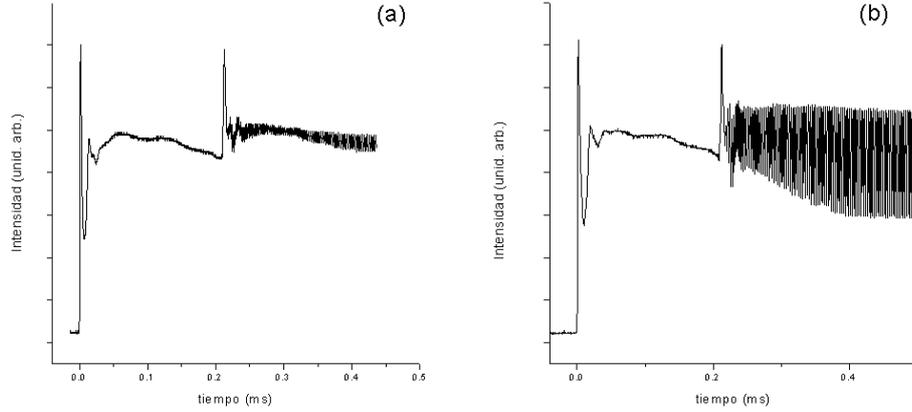


Figura 4.6: Variación experimental de la amplitud de las oscilaciones periódicas en el transitorio de la configuración multimodo: (a) amplitud mínima, centro del patrón, (b) amplitud máxima, en la zona de máxima intensidad del anillo.

Por tanto, la frecuencia de batido correspondiente a dos modos transversos de orden consecutivo es:

$$\nu_{nm} = \frac{c}{2\pi L} \cos^{-1} \left(\sqrt{1 - \frac{L}{r_2}} \right) \simeq 26 \text{ MHz} , \quad (4.8)$$

y por tanto, ha de descartarse que la frecuencia estacionaria de en torno a 300 KHz. observada se trate del batido de frecuencias entre el modo fundamental y los modos de segundo orden. Discutiremos su posible origen en la siguiente Subsección.

Cuando se introduce el polarizador, se evidencia de nuevo la oscilación de competición de polarización que vimos en la sección anterior para el caso de la configuración de modo fundamental (Fig 4.7). En la primera parte de la emisión, que corresponde al nacimiento del modo fundamental, se observa la oscilación de competición de polarización, correspondiente a la dinámica descrita en la Sec. 4.2. Aproximadamente a 0.2 ms desde el principio de la emisión, se observa la oscilación de relajación de los modos de segundo orden, e inmediatamente después la oscilación de competición de polarización correspondiente. Esta última tiene la misma frecuencia que la del modo fundamental (30-500 KHz.), y depende también por tanto de la inclinación

de la ventana intracavidad (V) que introduce la anisotropía. La oscilación

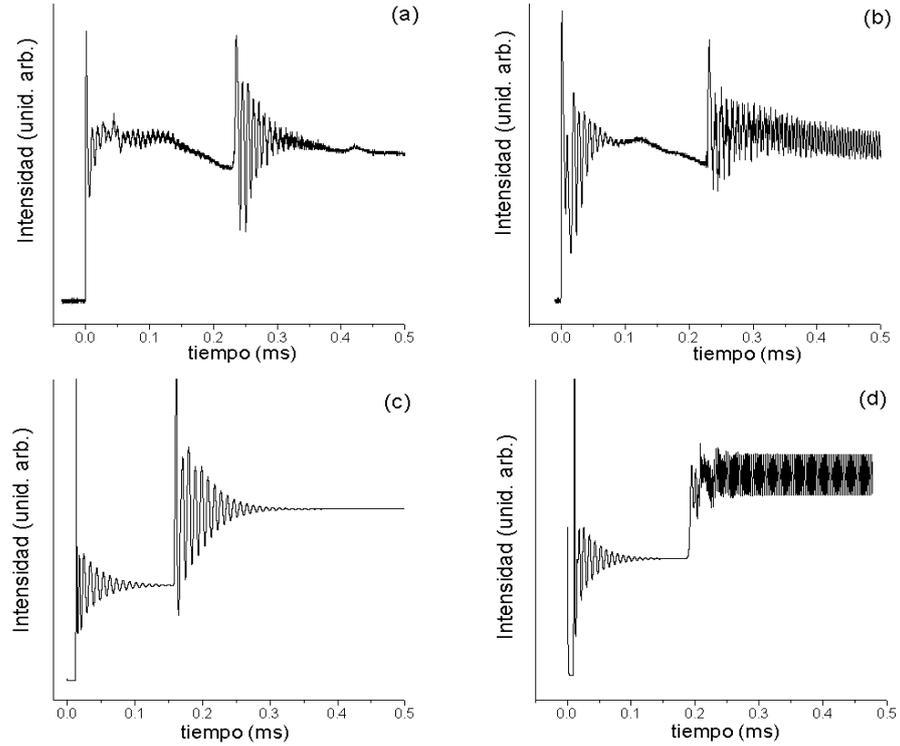


Figura 4.7: Intensidad de la componente polarizada en el estado transitorio de la configuración multimodo. Experimental: (a) para el caso en el que estado final es constante, (b) para el caso en el que estado final es periódico. Numérico: (c) caso con estado final constante ($\epsilon = 0.25, \delta = 0.05, d\omega = \theta = 0$), (d) caso con estado final periódico, ($\epsilon = 0.25, \delta = 0.05, d\omega = 10^{-3}, \theta = 0.6$)

de relajación de los modos de segundo orden se observa mejor cuando el estado final es constante (Fig 4.7 (a)), ya que en el otro caso queda confundido con la oscilación periódica estacionaria (Fig 4.7 (b)). Esta última no varía respecto de la observación de la intensidad no polarizada, oscilando en fase la componente transmitida con la reflejada. También ha de descartarse entonces que se trate de otro efecto asociado a la competición entre estados de polarización.

4.3.2 Modelo y simulaciones

La modelización del caso multimodo parte de la misma idea que en la sección 4.2.2, pero el tratamiento ha de cambiar para incluir los nuevos modos. Se debe recuperar por tanto el término de Laplaciana espacial, no necesario en el tratamiento del modo fundamental. Además, en este caso debe considerarse la influencia del espejo esférico, pues al ser su curvatura mucho mayor, no puede considerarse la aproximación de espejos planos como se hizo en el Capítulo anterior. Las ecuaciones que se obtienen son [D'Alessandro y Oppo, 1992, Encinas-Sanz et al., 1999, Leyva et al., 2001a]:

$$\begin{aligned}\dot{E}_\alpha &= -\kappa \left[(1 - i\delta) - i\frac{a}{2w_0^2}(\Delta - 4\rho^2) \right] E_\alpha - \kappa r P_\alpha \\ \dot{E}_\beta &= -\kappa \left[(1 - i\delta) - i\frac{a}{2w_0^2}(\Delta - 4\rho^2) \right] E_\beta - \kappa r P_\beta\end{aligned}\quad (4.9)$$

$$\dot{P}_\alpha = -\gamma_\perp [(1 + i\delta)P_\alpha + D(E_\alpha + \epsilon E_\beta)], \quad (4.10)$$

$$\dot{P}_\beta = -\gamma_\perp [(1 + i\delta)P_\beta + D(E_\beta - \epsilon E_\alpha)],$$

$$\dot{D} = -\gamma_\parallel \left[D - 1 + \frac{1}{2}(E_\alpha P_\alpha^* + E_\alpha^* P_\alpha + E_\beta P_\beta^* + E_\beta^* P_\beta) \right],$$

Por conveniencia las coordenadas transversas han sido adimensionalizadas como $(\nu, \eta) = (x, y)/w_0^2$, siendo $w_0^2 = \lambda\sqrt{L(R2 - L)}/\pi$ la cintura mínima del haz. El factor $\rho^2 = \nu^2 + \eta^2$ es la distancia transversal al centro del espejo. De esta manera $\Delta = \partial_\nu^2 + \partial_\eta^2$ es la laplaciana transversa y $a = c\lambda/2\pi\kappa$ es el coeficiente de difracción.

Para conseguir que el sistema anterior pase a ser un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias [Tamm y Weiss, 1990, Staliunas et al., 1993, Encinas-Sanz et al., 1999], usaremos la técnica de expansión en modos tanto en los campos como en las variables materiales. De los resultados experimentales deducimos que en la dinámica solo participan los modos TEM₀₀, TEM₀₁ y TEM₁₀, y por tanto la expresión general de las variables como combinación lineal de estos tres únicos modos será:

$$\begin{aligned}E_{\alpha(\beta)}(\nu, \eta, t) &= \sum_{j=0}^2 A_j(\nu, \eta) e_{j\alpha(\beta)}(t), \\ P_{\alpha(\beta)}(\nu, \eta, t) &= \sum_{j=0}^2 A_j(\nu, \eta) p_{j\alpha(\beta)}(t),\end{aligned}\quad (4.11)$$

$$D(\nu, \eta, t) = \sum_{k=0}^5 B_k(\eta, \nu) d_k(t) ,$$

donde $e_{j\alpha(\beta)}(t)$, $p_{j\alpha(\beta)}(t)$ y $d_k(t)$ son los perfiles de la evolución temporal de las variables. Las funciones espaciales de la expansión $A_j(\nu, \eta)$, $j = 0, 1, 2$ son los tres primeros modos, TEM₀₀, TEM₀₁ y TEM₁₀, de la base Gauss-Hermite estándar:

$$\begin{aligned} A_0(\nu, \eta) &= \sqrt{\frac{2}{\pi}} e^{-\rho^2} , \\ A_1(\nu, \eta) &= 2\eta A_0(\nu, \eta) , \\ A_2(\nu, \eta) &= 2\nu A_0(\nu, \eta) . \end{aligned} \quad (4.12)$$

A su vez, la inversión de población ha sido expandida en la base ortonormal [Encinas-Sanz et al., 1999]:

$$\begin{aligned} B_0(\nu, \eta) &= \sqrt{\pi} A_0^2(\nu, \eta) , \\ B_1(\nu, \eta) &= \sqrt{\pi} (A_1^2(\nu, \eta) - A_2^2(\nu, \eta)) , \\ B_2(\nu, \eta) &= \sqrt{\pi} (A_1^2(\nu, \eta) + A_2^2(\nu, \eta) - A_0^2(\nu, \eta)) \\ B_3(\nu, \eta) &= \sqrt{2\pi} A_0(\nu, \eta) A_1(\nu, \eta) , \\ B_4(\nu, \eta) &= \sqrt{2\pi} A_0(\nu, \eta) A_2(\nu, \eta) , \\ B_5(\nu, \eta) &= \sqrt{4\pi} A_1(\nu, \eta) A_2(\nu, \eta) . \end{aligned} \quad (4.13)$$

Insertando las expansiones (4.11)-(4.12) en las ecuaciones (4.9)-(4.11), obtenemos el siguiente conjunto de ecuaciones en el cual interaccionan los 6 modos (3 para cada estado de polarización) presentes en la dinámica [Encinas-Sanz et al., 1999]:

$$\begin{aligned} \partial_t e_{j,\alpha(\beta)} &= -\kappa [(1 - \Delta_j + \Omega_j) e_{j,\alpha(\beta)} - r_j p_{j,\alpha(\beta)}] \\ \partial_t p_{0,\alpha} &= -\gamma_{\perp} \left[(1 + i\Delta_0) p_{0,\alpha} + \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left(f_0 d_0 + \frac{1}{\sqrt{2}} (f_1 d_3 + f_2 d_4) \right) \right] \\ \partial_t p_{0,\beta} &= -\gamma_{\perp} \left[(1 + i\Delta_0) p_{0,\beta} + \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left(g_0 d_0 + \frac{1}{\sqrt{2}} (g_1 d_3 + g_2 d_4) \right) \right] \\ \partial_t p_{1,\alpha} &= -\gamma_{\perp} \left[(1 + i\Delta_1) p_{1,\alpha} + \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{f_0 d_3}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2} (f_1 (d_0 + d_1 + d_2) + f_2 d_5) \right) \right] \\ \partial_t p_{1,\beta} &= -\gamma_{\perp} \left[(1 + i\Delta_1) p_{1,\beta} + \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{g_0 d_3}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2} (g_1 (d_0 + d_1 + d_2) + g_2 d_5) \right) \right] \\ \partial_t p_{1,\alpha} &= -\gamma_{\perp} \left[(1 + i\Delta_2) p_{1,\alpha} + \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{f_0 d_4}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2} (f_2 (d_0 - d_1 + d_2) + f_1 d_5) \right) \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\partial_t p_{1,\beta} &= -\gamma_{\perp} \left[(1 + i\Delta_2) p_{1,\beta} + \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{g_0 d_4}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2} (g_2 (d_0 - d_1 + d_2) + g_1 d_5) \right) \right] \\
\partial_t d_0 &= -\gamma_{\parallel} \left[d_0 - 2\sqrt{\pi} + \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \left(h_0^* p_0 + \frac{1}{2} (h_1^* p_1 + h_2^* p_2) + c.c. \right) \right] \\
\partial_t d_1 &= -\gamma_{\parallel} \left[d_1 + \frac{1}{4\pi} (h_1^* p_1 - h_2^* p_2 + c.c.) \right] \\
\partial_t d_2 &= -\gamma_{\parallel} \left[d_2 - \sqrt{\pi} + \frac{1}{4\sqrt{\pi}} (h_1^* p_1 + h_2^* p_2 + c.c.) \right] \\
\partial_t d_3 &= -\gamma_{\parallel} \left[d_1 + \frac{1}{2\sqrt{2}\pi} (h_0^* p_1 + h_1^* p_0 + c.c.) \right] \\
\partial_t d_4 &= -\gamma_{\parallel} \left[d_4 + \frac{1}{2\sqrt{2}\pi} (h_0^* p_2 + h_2^* p_0 + c.c.) \right] \\
\partial_t d_5 &= -\gamma_{\parallel} \left[d_5 + \frac{1}{4\sqrt{\pi}} (h_1^* p_2 + h_2^* p_1 + c.c.) \right]
\end{aligned} \tag{4.14}$$

donde, por claridad, se han omitido las dependencias temporales, y se han definido las siguientes variables auxiliares:

$$\begin{aligned}
f_j(t) &= e_{j,\alpha}(t) + \epsilon e_{j,\beta}(t) , \\
g_j(t) &= e_{j,\beta}(t) - \epsilon e_{j,\alpha}(t) , \\
h_j(t) &= e_{j,\alpha}(t) + e_{j,\beta}(t) .
\end{aligned} \tag{4.15}$$

La modelización de la dinámica transitoria del campo incluye ahora dos aspectos. Por un lado, la dependencia con el tiempo del coeficiente de pérdidas κ , tal y como se explicó para el caso del modo fundamental en la ecuación 4.6. Por otro lado, para modelar el efecto del barrido relativamente lento del cortador intracavidad, la ganancia se supondrá de crecimiento ligeramente más rápido para el modo fundamental ($r_0(t)$) que para los modos del anillo ($r_2(t)$), donde:

$$\begin{aligned}
r_0(t) &= r(1 - e^{-\frac{t_0-t}{a}}) , \\
r_1(t) &= r_2(t) = r(1 - e^{-\frac{t_2-t}{a}}) ,
\end{aligned} \tag{4.16}$$

siendo $r = 2$ el valor final del bombeo, y $t_0 = 200\gamma_{\perp}$, $t_2 = 4500\gamma_{\perp}$, $a=15\gamma_{\perp}$ los parámetros del bombeo.

Para explicar las observaciones, hay que considerar que se dan aquí dos efectos de desplazamiento de las frecuencias de los modos reales del experimento respecto de las frecuencias de los modos de la cavidad vacía correspondientes. La situación ha sido esquematizada en la Fig. 4.8. Por

un lado, el fenómeno de “empujado de modos” (“mode pushing”), que en los láseres de clase B sustituye como estado de menor energía al “estirado de modos” (“mode pulling”) típico de los láseres de clase A [Haken, 1975, Staliunas et al., 1993, Prati y Zucchetti, 1995, Zehlé, 1998]). Este efecto, que puede ser muy considerable, va a ser representado en el modelo por el parámetro θ , que aparta el modo fundamental TEM_{00} de los modos de segundo orden TEM_{01} y TEM_{10} . Por tanto, la desintonización de los modos se puede escribir como:

$$\Delta_0 = \delta + \Omega_{00} , \quad (4.17)$$

$$\Delta_1 = \delta + \Omega_{01} + \theta , \quad (4.18)$$

$$\Delta_2 = \delta + \Omega_{10} + \theta , \quad (4.19)$$

donde $\delta = (\omega_a - \omega)/\gamma_{\perp}$ es la desintonización reescalada tal como se definió para el modo axial. Por otro lado, las anisotropías de la cavidad, rompen ligeramente la degeneración entre los modos de segundo orden, lo que representamos escribiendo sus frecuencias propias como:

$$\Omega_{01} = 2\Omega_{00}(1 + d\omega) \quad , \quad \Omega_{10} = 2\Omega_{00}(1 - d\omega) , \quad (4.20)$$

en lugar de lo que predice la teoría (es decir, $\Omega_{01} = \Omega_{10} = 2\Omega_{00}$), siendo $\Omega_{00} = 4a$ la frecuencia propia del modo fundamental [D’Alessandro y Oppo, 1992]. Como veremos a continuación, con este modelo hemos reproducido lo esencial de la dinámica descrita en la Subsección 4.3.1 sobre los resultados experimentales. Así, dependiendo de los parámetros, en la intensidad total sin polarizador se encuentran también los dos estados posibles observados en el experimento (Fig 4.2):

- El primero, que corresponde al caso en que no hay “empujado de modos” ($\theta = 0$), y no se rompe la degeneración entre los modos TEM_{01} y TEM_{10} ($d\omega = 0$), se obtiene que la emisión estacionaria es constante, tras las oscilaciones de relajación sucesivas del modo fundamental y los modos de segundo orden (Fig. 4.5(c)). Como se observa en la figura, se reproduce con fidelidad el caso experimental en que la desintonización era pequeña (Fig. 4.5(a))

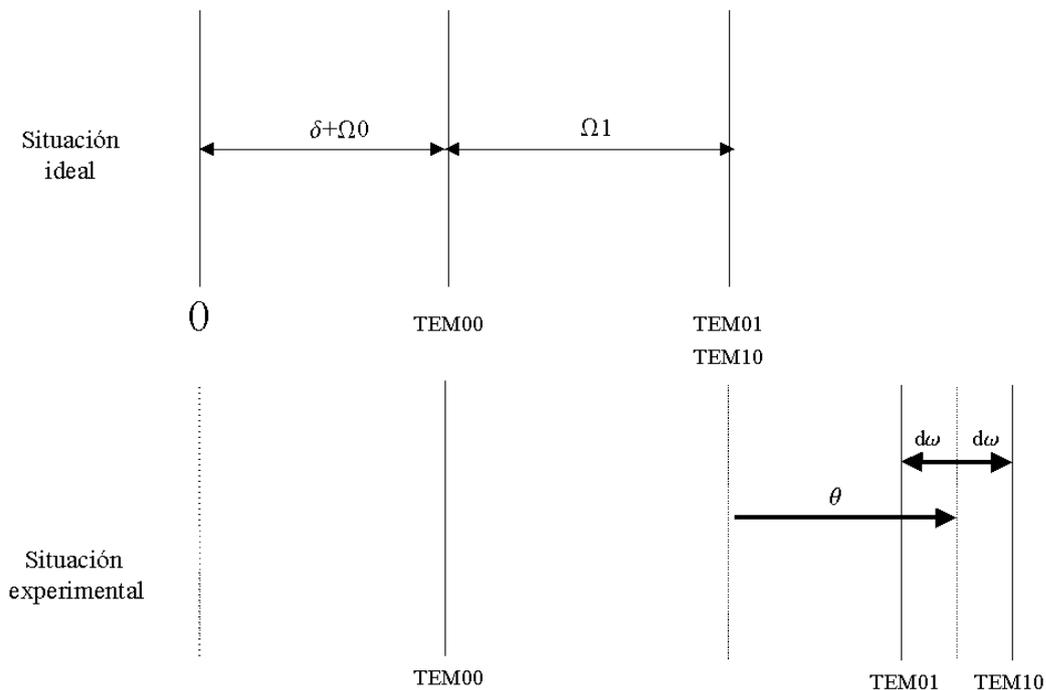


Figura 4.8: Esquema del desplazamiento de las frecuencias de los modos en situación de “empujado de modos” (“mode-pushing”) y ruptura de simetría.

- El segundo caso experimental, observado cuando la desintonización se alejaba de la resonancia, correspondía a una emisión periódica (Fig 4.5(b)). Para simular este caso es preciso que, según el modelo, el parámetro de “empujado de modos” sea apreciablemente alto ($\theta = 0.6$ en el ejemplo), y que además esté rota la degeneración entre los modos de segundo orden, $d\omega = 10^{-3}$). El resultado se observa en la Fig 4.5(d). La frecuencia de oscilación depende del valor de $d\omega$, que es la diferencia en frecuencias entre los modos TEM_{01} y TEM_{10} (ver Fig. 4.8), que en el ejemplo es de ~ 300 KKz tanto en el caso experimental como en el teórico. La transición del estado de emisión final constante al estado periódico se produce de forma brusca, por lo que se puede suponer que se trata de una bifurcación.

Igualmente, el modelo reproduce las observaciones de la dinámica de una componente polarizada (Fig 4.7):

- Primero se presenta el caso de estado final estacionario, en el que se

aprecian claramente las oscilaciones de competencia de polarización tanto para el modo fundamental como para los modos de segundo orden (Fig 4.7(c)). Como en el caso experimental equivalente (Fig 4.7 (a)), las frecuencias son similares y dependen del parámetro de acoplo ϵ , equiparable con la anisotropía asociada a la ventana intracavidad (V). En el caso presentado, con $\epsilon = 0.25$ y $\theta = d\omega = 0$, la simulación reproduce la frecuencia del caso experimental presentado, que era de 115 KHz.

- En el segundo caso, la simulación del caso oscilante (Fig 4.7(d)), sólo se aprecia con claridad la oscilación de polarización del modo fundamental, ya que la de los modos de segundo orden queda encubierta por la oscilación de batido entre los modos TEM_{01} y TEM_{10} debida a la ruptura de la degeneración, como se explicó anteriormente ($\theta=0.6$, $d\omega = 10^{-3}$). Así pues, el modelo parece retener todas las particularidades de la dinámica.

En resumen, en este Capítulo se ha presentado un estudio experimental y teórico de la dinámica espacio-temporal y de polarización de un láser de CO_2 cuasi-isótropo. Cuando sólo el modo fundamental está activo, se observa una dinámica de competición entre polarizaciones que da lugar en las componentes polarizadas del campo a una fuerte oscilación, cuya frecuencia se puede controlar introduciendo anisotropías en la cavidad. Cuando también los modos de segundo orden están presentes, a la oscilación debida a la competición de polarización puede unirse otra debida al batido entre los modos de segundo orden TEM_{01} y TEM_{10} , cuya degeneración inicial queda rota por efecto de las anisotropías de la cavidad. Toda la dinámica observada puede reproducirse mediante un modelo basado en las ecuaciones de Maxwell-Bloch, en el que se incluye un término de acoplo entre las componentes polarizadas del campo eléctrico E.

LASER CLASE A

Capítulo 5

Dinámica molecular del láser de colorante de gran apertura

En éste y el siguiente capítulo se trata, experimental y teóricamente, la dinámica espacio-temporal de un láser de colorantes. Este tipo de láseres pertenece a la clase A [Tredicce et al., 1985], con lo que esperamos encontrar una dinámica algo distinta de la del láser de clase B tratado en el capítulo anterior. Pero sobre todo, el sistema del que aquí se habla tiene un número de Fresnel mucho más alto, en torno a 110. Por tanto, la influencia de las condiciones de contorno será mucho más débil, lo que permitirá la manifestación de comportamientos complejos que no estén influidos por difracción de borde, sino por mecanismos internos que dependen sólo del medio activo. En particular, observaremos indicios de una fuerte filamentación de la ganancia, situación que es característica de láseres de muy alta apertura y resonador de espejos planos, efecto ya observado en otros láseres de importancia, como el de semiconductor [Hess et al., 1995] o el de rubí.

La naturaleza de esos mecanismos internos no está muy clara en la mayoría de los casos. Se han estudiado algunas posibilidades, como activación-reacción, difusión o autofocalización, pero no ha sido mucho el trabajo experimental dedicado a clarificar la estructura microscópica de estos procesos.

Siguiendo esta línea, en esta segunda parte del trabajo mostramos evidencia experimental de la importancia de la dinámica molecular rotacional

en el proceso de formación del patrón del láser de colorantes, tema en el que nuestro grupo tiene larga experiencia. Así mismo, introduciremos una serie de modelos, de complejidad creciente, con los que lograremos explicar la mayoría de las características que presenta la dinámica que a continuación se detalla [Calderón et al., 1997a, Calderón et al., 1998, Guerra et al., 1998, Calderón et al., 1999, Leyva y Guerra, 2000, Leyva et al., 2001c].

5.1 Antecedentes en el estudio del láser de colorantes

En anteriores trabajos del grupo se había observado la dinámica local irregular de un láser de colorante, cuando la intensidad de salida del láser era medida en pequeñas áreas de la sección transversal del láser (área de medida menor de $1000 \mu\text{m}^2$, en una sección de más de 400mm^2) [Pastor y Guerra, 1991, Pérez-García y Guerra, 1994, Pérez-García et al., 1995]. A primera vista, esta fluctuación aparece ruidosa, y así queda confirmado por el espectro de potencia de un pulso individual. Sin embargo, el espectro de potencia promedio de muchos de estos pulsos presenta una banda de frecuencia situada en torno a los 60 MHz. Este pico de frecuencia no depende de la geometría del resonador, como su longitud o configuración de espejos, ni tampoco del bombeo o las pérdidas. Por tanto, parece ser un caso de los antes mencionados de dinámica intrínseca del láser, bastante independiente de las condiciones de contorno. En los trabajos previos del grupo no se había encontrado que ningún factor experimental influyera sobre esta banda de frecuencia.

Otra importante observación fue que cuando el área medida se hacía mayor (1mm^2), la amplitud de la fluctuación caótica disminuía hasta desaparecer. Esta extinción ocurre cuando el área medida es aún mucho más pequeña que la de la sección transversa total, y por tanto, una interpretación basada en dinámica modal puede quedar descartada. Este hecho indicaba la presencia de una dinámica local caótica de baja correlación transversa, cuyo origen es desconocido [Pastor et al., 1991].

También se observó una fuerte reducción en la amplitud de las fluctuaciones locales irregulares si la disolución líquida de Rhodamina 6G en metanol,

que es el medio activo usual de este láser, se sustituía por una disolución sólida de la misma molécula en un copolímero. En este último caso, la fluctuación casi desaparecía, lo que dio el primer indicio de la importancia de la viscosidad del disolvente en este fenómeno, y la idea de que podía tratarse de un efecto influido por la dinámica molecular [Calderón et al., 1997a].

Partiendo de estas hipótesis, en esta parte del trabajo nos centramos en intentar reconocer factores que influyan sobre la amplitud y frecuencia de dichas fluctuaciones a fin de conocer su naturaleza y origen. Sin embargo, el sistema que tratamos es sumamente complejo, y son muchísimas las variables que en él intervienen. A fin de aislar las que nos interesan, a lo largo de los distintos trabajos se han ido descartando posibles factores espúreos como los siguientes:

- Se consideraron inestabilidades en la polarización como un posible origen [Pérez-García y Guerra, 1994, Pérez-García et al., 1995]. Para comprobar esto, las fluctuaciones fueron registradas introduciendo en la cavidad una ventana en ángulo de Brewster la cual fija la polarización de la luz. En estas medidas no se observaron cambios respecto al caso en el que la polarización no está fijada, por lo que puede considerarse la luz como linealmente polarizada en el tratamiento teórico.
- Como se detallará en el esquema experimental (Sec. 5.2.1), el láser opera en régimen de pulso simple, y todas las medidas se realizaron a la misma temperatura, mantenida por un circuito de intercambio de calor. No obstante, se debe considerar la posible influencia de lentes térmicas sobre el sistema. Se sabe que la dependencia del índice de refracción con la temperatura para el caso del metanol puede expresarse como $dn/dT \simeq -47 \times 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ [Lusty y Dunn, 1987]. Considerando que el disolvente absorbe en forma de calor un 30% de la energía suministrada por el condensador, el cambio sobre el índice de refracción del disolvente es menor del 0.3%. Este cambio se produce de una forma monótona durante el pulso láser y suavemente distribuido en el medio activo, por lo que no interviene en la dinámica rápida.
- El disolvente fluye a través de la lámpara a una velocidad de aproximadamente 6 l min^{-1} , por lo que se establece un régimen turbulento en el

fluido. Sin embargo, recordemos que la frecuencia de las fluctuaciones es $\simeq 60$ MHz, es decir, un periodo de alrededor de 20 ns, con lo que podremos suponer con seguridad que el flujo aparece como estacionario a efectos de la dinámica. No obstante, es conocido que el flujo en el colorante puede inducir inestabilidades en la anchura de la línea espectral [Duarte et al., 1991]. Para mayor seguridad, se repitieron las medidas en ausencia de flujo, obteniendo el mismo resultado que el encontrado con el líquido en circulación.

5.2 Método experimental

5.2.1 Sistema experimental

La parte principal del sistema experimental es un láser de colorante no sintonizado, excitado coaxialmente mediante una lámpara flash de simetría cilíndrica. En la figura 5.1 podemos observar una imagen real de la lámpara flash utilizada en los experimentos. Las dimensiones del medio excitado son 18 mm de diámetro y 320 mm de largo. El resonador está formado por dos espejos planos de reflectividades $r_1 = 1$ y $r_2 = 0.3$ respectivamente. La longitud de la cavidad se mantuvo a $L = 1$ m. La figura 5.2 muestra un esquema del láser.

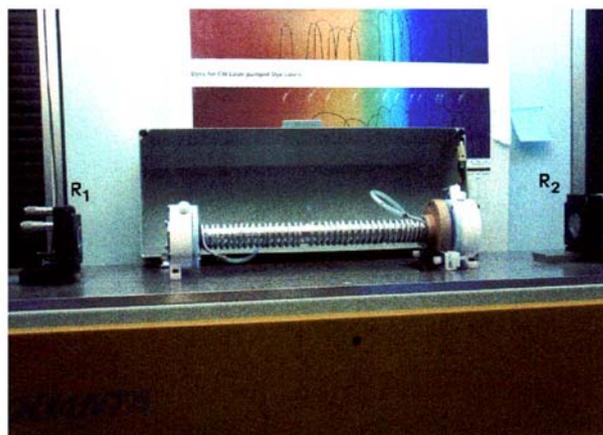


Figura 5.1: Imagen real de la lámpara flash y de los espejos que forman el resonador.

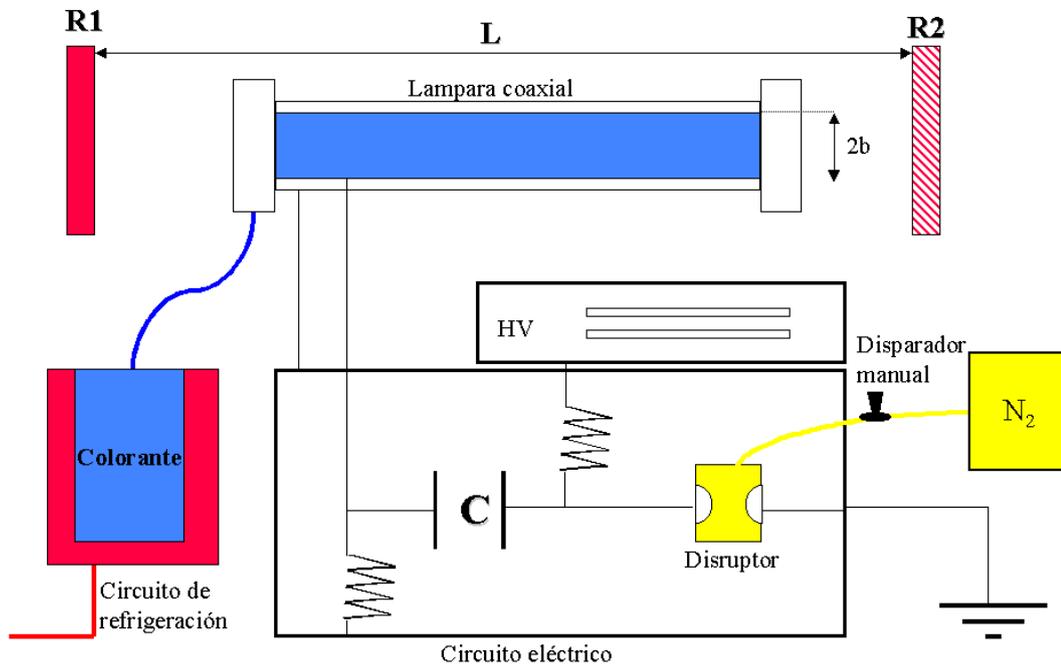


Figura 5.2: Componentes del láser de colorantes.

La disolución de colorante circula a través del tubo interior de la lámpara flash coaxial, cuyos extremos han sido cerrados con dos ventanas de cuarzo. Un circuito de refrigeración mantiene la mezcla a $20\text{ }^{\circ}\text{C}$. Para evitar problemas de descomposición por fotólisis, la mezcla se cambiaba cada 100 disparos. La excitación se realiza utilizando una fuente de alimentación (máximo voltaje 30 kV) que carga un condensador de $C=0.5\text{ }\mu\text{F}$. El disparo se hace manualmente, mediante un disruptor presurizado con N_2 .

En los experimentos de este Capítulo se estudia sólo la dinámica local. Para ello se seleccionan pequeñas áreas del haz láser mediante un diafragma (diámetro $20\text{ }\mu\text{m}$) colocado detrás del espejo de salida. El haz que atraviesa el diafragma es recogido mediante una fibra óptica que lleva la luz al interior de una jaula de Faraday donde incide sobre un fotodiodo polarizado a 90 V con un tiempo de respuesta menor de 1 ns . Este fotodiodo está conectado a un registrador rápido de transitorios (TeKtronix SCD1000) de 1 GHz de anchura de banda en tiempo real que proporciona 1024 puntos temporales de un pulso. El registrador se controla mediante un ordenador, que además almacena los datos para su posterior análisis. Toda la electrónica de detección

y control está situada en el interior de la jaula de Faraday para reducir las interferencias o influencias radioeléctricas espúreas. La figura 5.3 muestra un esquema del sistema de medida.

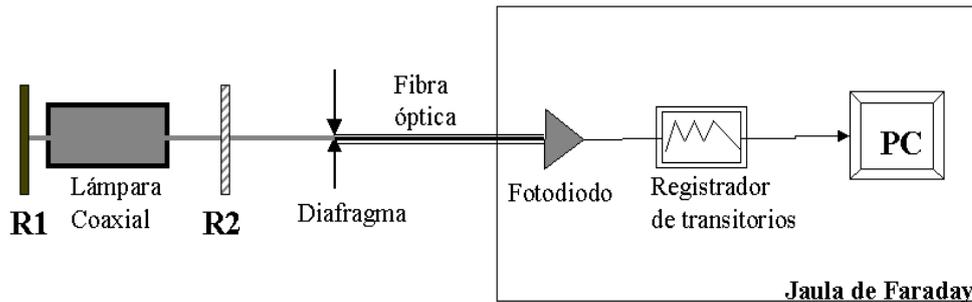


Figura 5.3: Esquema del sistema de medida

5.2.2 Análisis de datos

Las medidas fueron tratadas numéricamente mediante el siguiente proceso. Para separar las fluctuaciones locales de frecuencia rápida del pulso completo implementamos un filtro numérico de paso alto cuya frecuencia de corte puede variarse [Pastor y Guerra, 1991], y nos permite separar el pulso en una evolución lenta (que sigue fielmente al bombeo) y una evolución rápida y desordenada. Este proceso fue repetido con varios pulsos (entre 20 y 40) en las mismas condiciones experimentales, y posteriormente los resultados de los pulsos individuales fueron promediados para calcular los dos parámetros que nos interesan:

- La amplitud relativa promedio de las fluctuaciones, es decir la razón entre la amplitud de la parte rápida del pulso y la lenta.
- El espectro de potencia promedio de las fluctuaciones, calculando la transformada de Fourier de cada pulso individual, y promediando los espectros.

con los que esperamos caracterizar las fluctuaciones y sacar conclusiones los parámetros que les afectan.

5.3 Resultados experimentales

En esta sección estudiamos experimentalmente el papel de la dinámica orientacional de los centros activos inducida por el campo. Todos los experimentos anteriormente mencionados, los cuales permitían relacionar las fluctuaciones con la dinámica rotacional de las moléculas, sugerían que aquellos parámetros que influyan en la rotación molecular afectarán también a la dinámica local irregular. Esto nos lleva al estudio de la influencia de aquellos parámetros con más probabilidad de estar involucrados en la rotación: la viscosidad del disolvente y el volumen molecular activo [Calderón et al., 1997a, Calderón et al., 1998, Calderón et al., 1999]. Nuestro objetivo es observar como estos parámetros afectan a la amplitud relativa y frecuencia de las fluctuaciones locales de intensidad, de la misma manera que mostraron ser responsables de otros fenómenos en láseres de colorante, como anisotropías en la emisión láser [Smirnov y Yarsev, 1993], eficiencia [Costela et al., 1998] o polarización [Morgan y Dugan, 1979].

Se han llevado a cabo dos experimentos. En el primero, en el mismo disolvente (metanol) se disuelven moléculas de distintos colorantes, para observar la importancia del tamaño y forma molecular en la dinámica. En el segundo, la misma molécula (Rhodamina 6G) es disuelta en varios líquidos polares, lo que nos da información sobre la influencia de la viscosidad.

5.3.1 Medida de la influencia de la molécula de colorante

Los colorantes son compuestos orgánicos con dobles enlaces conjugados, es decir, con una o varias parejas de enlaces dobles alternados con enlaces simples. Esta característica hace que estos compuestos tengan una absorción y emisión, muy intensa en la parte visible del espectro, casi siempre en longitudes de onda por encima de los 200 nm.

Existen numerosas familias de moléculas de colorantes, cada una de ellas caracterizada por una misma estructura básica, en general compuesta por un grupo de anillos benzénicos. Los distintos componentes de la familia se diferencian por la colección de radicales que se añaden a la estructura base,

que en general modifican sus propiedades espectroscópicas. No obstante, todos ellos comparten un mismo esquema radiativo, mostrado en la figura 5.4 [Schafer, 1973].

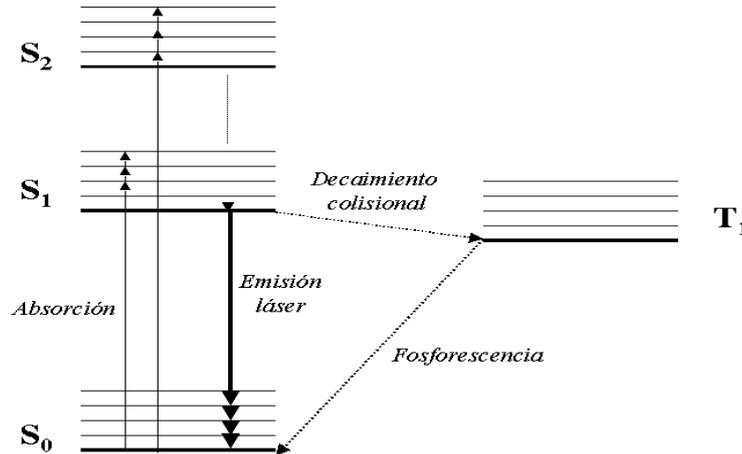


Figura 5.4: Diagrama de niveles de una molécula de colorante, indicando las transiciones radiativas (línea continua) y no radiativas (línea discontinua)

El criterio seguido para elegir las moléculas es maximizar el rango de sus tamaños. En la figura 5.5 se muestran esquemas de las estructuras de las moléculas seleccionadas: (a) Coumarina 504, (b) Rhodamina 6G, (c) Cresyl Violeta y (d) Rhodamina-Bz-Et), molécula de la familia de la Rhodamina, modificada para añadir un radical muy largo a la estructura básica de la Rhodamina 6G sin modificar la longitud de onda de emisión [Arbeloa et al., 1997].

Sabiendo de anteriores trabajos que la concentración de la disolución de colorante no afecta a las fluctuaciones [Pastor y Guerra, 1991], elegimos para cada colorante la concentración óptima para disolución en metanol que recomienda el fabricante, que variaban entre $10^{-4}M$ para la Coumarina 504 hasta $10^{-5}M$ para las Rhodaminas. Con estas concentraciones tan bajas, los efectos difusivos quedan además reducidos al mínimo.

Las longitudes de onda de emisión y los tamaños pueden verse en la Tabla 5.1. Como tamaño característico se ha elegido el eje de mayor longitud, considerando que esta distancia será la que presente mayor resistencia al giro. Se ha procurado además que la variación de las longitudes de onda de

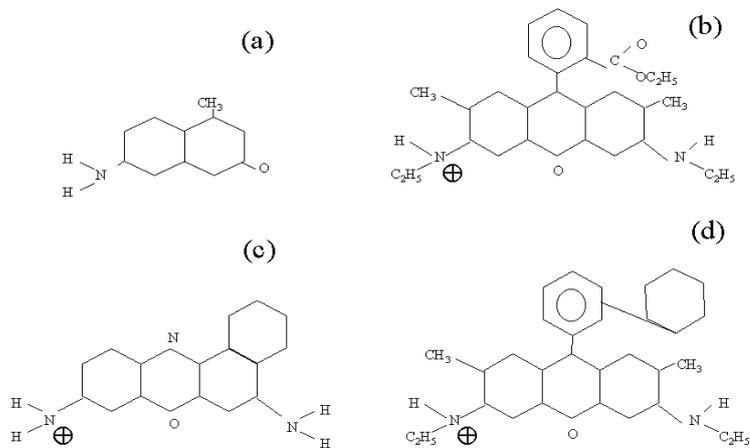


Figura 5.5: Estructuras de las moléculas usadas en el experimento: (a) Coumarina 504, (b) Rhodamina 6G, (c) Cresyl Violeta y (d) Rhodamina-Bz-Et).

emisión no tuviese el mismo (o inverso) orden que los tamaños, para mejor identificar los resultados. Así mismo, se procuró que la excitación sobre el umbral fuese aproximadamente la misma ($\simeq 2$ veces sobre el umbral), si bien no es fácil precisar experimentalmente este punto, dado las distintas eficiencias cuánticas de las moléculas.

También en la Tabla 5.1 se presentan los resultados de las amplitudes relativas de las fluctuaciones y de la frecuencia central de las mismas. Vemos que ambos parámetros disminuyen monótonamente con el tamaño de la molécula. En la figura 5.6 se da un ejemplo de los pulsos láser para diferentes colorantes ((a) Rhodamina-Bz-Et, y (c) Coumarina 504) y sus correspondientes espectros de potencia promedio ((b) y (d)). En esta figura puede apreciarse que el pulso para la Coumarina 504 muestra fluctuaciones más pronunciadas y rápidas que para Rhodamina-Bz-Et. Esto último se puede apreciar en los espectros de potencia, donde se observa que el pico de frecuencias para la Coumarina 504 está desplazado hacia frecuencias mayores.

Otro punto a tener en cuenta es que ambas clases de Rhodamina (6G y Bz-Et), que tienen la misma longitud de onda de emisión pero distinto tamaño, dan lugar a resultados distintos. Esto es otra evidencia que juega a favor de la hipótesis de la influencia de la dinámica rotacional como responsable del fenómeno observado.

Molécula	Dimensión característica (Å)	λ (nm.)	Peso molecular (u.m.a)	Amplitud fluctuaciones (%)	Frecuencia fluctuaciones (MHz.)
Rhodamina Bt-Ez	19.70	580	614	13 \pm 4	\sim 45
Cresyl Violeta	14.60	670	362	17 \pm 1	\sim 50
Rhodamina 6G	13.90	580	530	21 \pm 1	\sim 60
Coumarina 504	7.15	504	313	20 \pm 2	\sim 80

Tabla 5.1: Tabla de datos y resultados de las medidas con distintas moléculas. Los datos del tamaño de las moléculas han sido facilitados por el Dr. Sastre, del Instituto de Química-Física Rocasolano (CSIC).

Por tanto, la principal conclusión a extraer de este experimento es que moléculas grandes dan lugar a fluctuaciones de más baja amplitud y frecuencia. Este resultado apoya la hipótesis de la influencia rotacional en el efecto, que aquí se manifiesta en el hecho de que moléculas grandes tienen una mayor inercia rotacional en la matriz líquida [Calderón et al., 1998, Leyva y Guerra, 2000].

5.3.2 Medida de la influencia de la viscosidad

Para el segundo experimento, se elige una molécula particular (Rhodamina 6G) y varios disolventes con distintas viscosidades, para estudiar la posible influencia de la viscosidad sobre las fluctuaciones [Guerra et al., 1998, Calderón et al., 1999]. Al elegir los disolventes se trató de cubrir el rango de viscosidades más amplio posible, así como que éstas estuvieran en progresión exponencial. En la tabla 5.2 se muestran las viscosidades de los distintos disolventes a 20°C. Los errores han sido estimados considerando una dependencia exponencial de la viscosidad con la temperatura y un error en la medida de la temperatura de $\pm 1^\circ\text{C}$.

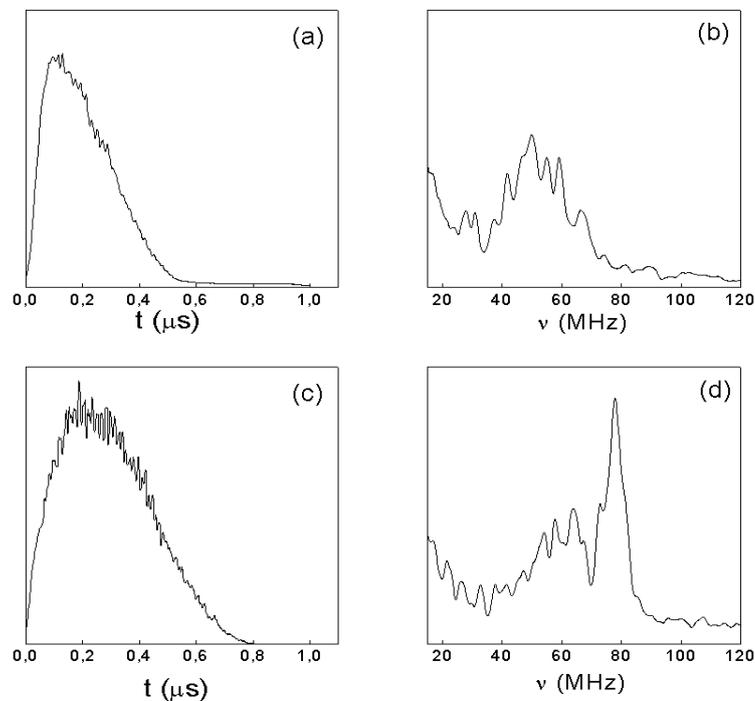


Figura 5.6: Intensidad de los pulsos obtenidos experimentalmente usando una disolución de (a) Rhodamina Bz-Et y (c) Coumarina 504. Correspondientes espectros de potencia de las fluctuaciones relativas, promediados sobre 40 pulsos: (b) Rhodamina Bz-Et y (d) Coumarina 504

Como se ve en la tabla 5.2, las viscosidades están más o menos equiespaciadas en escala logarítmica. Hemos tenido en cuenta, no obstante, que el cambio de disolvente supone un cambio en la constante dieléctrica del medio. Las constantes dieléctricas de algunos de los disolventes son: 32.6 para el metanol, 18.3 para el alcohol isopropílico, 37.7 para el etilenglicol, 46 para la glicerina. Como reflejan estos datos la variación de la constante dieléctrica no es proporcional a la variación de la viscosidad, lo que permite descartar o detectar su influencia sobre la dinámica observada.

Para poder comparar la amplitud relativa de las fluctuaciones obtenida con cada disolvente es necesario medir cada uno de ellos con la misma energía

Disolvente	Viscosidad (P.)	log(viscosidad)
Metanol	0.0060 ± 0.0001	-5.12 ± 0.02
Alcohol isopropílico	0.0225 ± 0.0009	-3.79 ± 0.04
Etilenglicol	0.20 ± 0.02	-1.61 ± 0.08
Glicerina 88% + H ₂ O 12%	1.37 ± 0.04	0.31 ± 0.03
Glicerina 92% + H ₂ O 8%	3.8 ± 0.1	1.34 ± 0.03
Glicerina	15 ± 2	2.7 ± 0.1
Polímero	∞	∞

Tabla 5.2: Viscosidades de los disolventes usados a T=20°C [HAN, 1972]

de salida del pulso láser. Realizamos dos series de medidas utilizando dos energías de excitación: la serie I, usando una energía de excitación muy alta respecto al umbral (68 J), y la serie II, usando una energía más baja (14 J). Previamente debemos encontrar la energía umbral de cada uno de los disolventes: en la Tabla 5.3 se encuentran estos umbrales y los valores empleados de la tensión para cada serie.

Disolvente	(V_{umbral} ± 0.5) kV	(V ± 0.5) kV	
		Serie I	Serie II
Metanol	13.0	21.0	15.0
Alcohol isopropílico	13.0	21.0	
Etilenglicol	13.0	21.0	15.0
Glicerina 88% + H ₂ O 12%	28.0		29.0
Glicerina 92% + H ₂ O 8%	23.0		24.0
Glicerina	20.5	25.0	23.0

Tabla 5.3: Tensiones usadas y umbrales.

Algunos de los disolventes no han podido utilizarse en la serie I porque la energía de excitación requerida sobrepasaba la capacidad del sistema, de ahí que la correspondiente casilla aparezca en blanco.

En la figura 5.7 se muestran registros de pulsos individuales tomados para diferentes disolventes. Podemos apreciar en esta figura cómo van desapare-

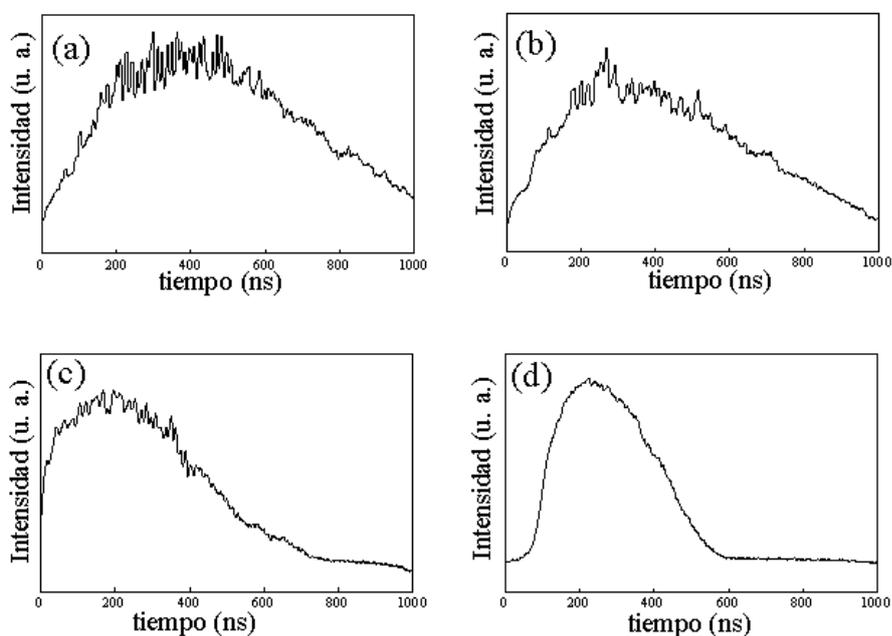


Figura 5.7: Pulsos de la intensidad local para distintos disolventes: (a) metanol, (b) alcohol isopropílico, (c) etilenglicol, y (d) glicerina.

ciendo las fluctuaciones a medida que aumenta la viscosidad del disolvente. Finalmente obtenemos el porcentaje de la amplitud relativa de las fluctuaciones para cada disolvente (tabla 5.4). En la figura 5.9 representamos estos mismos datos, siendo las barras de error de los datos experimentales el error cuadrático medio obtenido en el promedio estadístico sobre los distintos pulsos (entre 20 y 30 pulsos). Las barras de error horizontales, correspondientes a los errores en los logaritmos de las viscosidades (ver tabla 5.2), no se han dibujado en la figura 5.9 debido a que apenas se aprecian. En ambas series observamos una disminución de la amplitud relativa de las fluctuaciones a medida que aumenta la viscosidad del disolvente, resultado que una vez más apoya la interpretación rotacional del fenómeno, basada en los resultados obtenidos en [Calderón et al., 1997a] en los que se observaba la drástica reducción de las fluctuaciones en una disolución sólida. Resaltamos que la influencia de la viscosidad depende del rango de frecuencias analizadas. En la figura 5.8 mostramos la amplitud relativa de las fluctuaciones en función de la

Disolvente	% Fluctuaciones	
	Serie I	Serie II
Metanol	17.8 ± 0.9	21 ± 1
Alcohol isopropílico	16 ± 1	
Etilenglicol	13.2 ± 0.8	23 ± 1
Glicerina 88% + H ₂ O 12%		18 ± 4
Glicerina 92% + H ₂ O 8%		14 ± 4
Glicerina	6.3 ± 0.4	13 ± 3
Polímero	5.8±0.3	13.0±0.6

Tabla 5.4: Porcentaje de la amplitud relativa de las fluctuaciones para los distintos disolventes.

frecuencia de corte del filtro matemático para ambas series. Para frecuencias inferiores a 20 MHz la amplitud relativa de las fluctuaciones depende cada vez menos de la viscosidad. Por lo tanto sólo las fluctuaciones de frecuencia rápida ($\nu > 20$ MHz) están relacionadas con el proceso de orientación de las moléculas, y por lo tanto la viscosidad del disolvente afectará a su amplitud. Comparando los resultados de ambas series concluimos que la amplitud relativa de las fluctuaciones disminuye al aumentar la energía de bombeo (ver figura 5.9). Nótese que el error en la medida también disminuye con mayor bombeo, lo que es indicio de que efectos de umbral están incrementando la incertidumbre de la amplitud de fluctuaciones. No se aprecian cambios en la amplitud relativa de las fluctuaciones ni con la variación de la concentración del colorante ni con el tamaño del diafragma usado para seleccionar pequeñas áreas del haz láser (20 o 30 μm de diámetro), siempre que sea menor de 40 μm .

5.4 Modelos estacionarios de la dinámica rotacional

Nuestra primera aproximación al problema será un tratamiento estacionario, lo que supone que nos limitaremos a considerar los factores que afectan a la

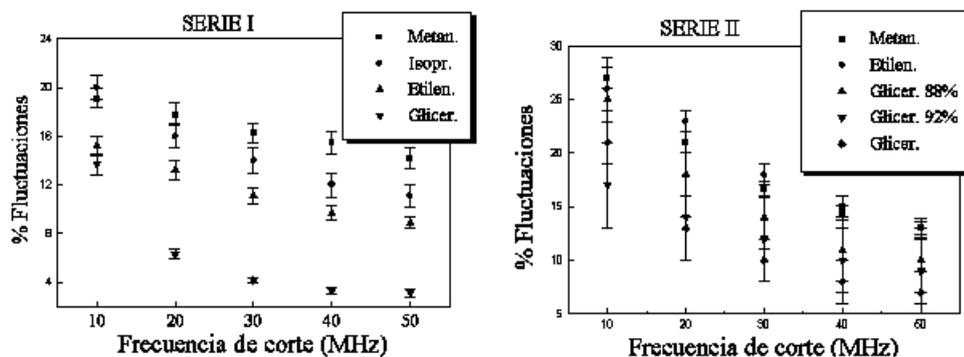


Figura 5.8: Porcentaje de la amplitud relativa de las fluctuaciones en función de la frecuencia de corte del filtro matemático para la serie I.

amplitud, ya que el estudio de las frecuencias de las fluctuaciones requiere de otro tipo de tratamiento, que será abordado en el próximo Capítulo.

Estudiamos en lo que sigue el movimiento de una molécula en un medio viscoso en presencia de un campo láser. Con el fin de analizar el fenómeno de la forma más sencilla posible desarrollamos un modelo en donde tanto el campo como la materia son tratados clásicamente. En lo que se refiere a la dependencia con la viscosidad, este modelo ofrece una descripción razonable cuando se utilizan los resultados experimentales asociados a una misma energía de excitación. Posteriormente se describe un segundo modelo más riguroso en el que la materia es tratada cuánticamente, permitiendo ajustar los datos experimentales para distintas energías de excitación. Ambos modelos siguen la tendencia hallada en el experimento de la dependencia de las fluctuaciones con el tamaño molecular.

5.4.1 Modelo clásico

Como mencionamos previamente, asumimos que el proceso de filamentación depende de la orientación de los dipolos inducidos por el campo láser. Vamos a estudiar el comportamiento de una molécula de colorante en presencia del campo láser y teniendo en cuenta la fricción sufrida debido al disolvente [Calderón et al., 1997b, Calderón et al., 1998]. El momento inducido en la dirección de polarización de la molécula es $p = \alpha E \cos \theta$, donde θ es el ángulo

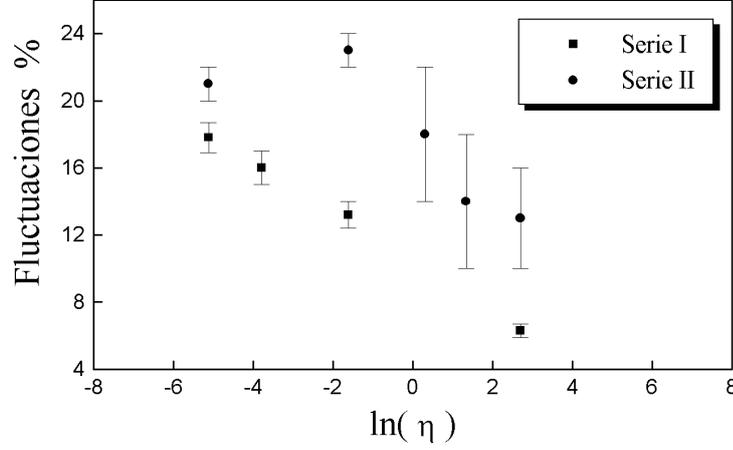


Figura 5.9: Porcentaje de la amplitud relativa de las fluctuaciones de intensidad para los distintos disolventes.

entre el campo eléctrico \vec{E} y el eje de polarización, y $\alpha = e^2\lambda/(4\pi mc\gamma_{\perp})$ es la polarizabilidad clásica en resonancia de una molécula de colorante [Stepanov y Gribkovskii, 1968], siendo m la masa del electrón, y λ la longitud de onda de la luz. La molécula intenta rotar para poner su momento dipolar paralelo al campo. Esta rotación viene dada por la siguiente ecuación de movimiento [Fowler, 1966]:

$$I \frac{d^2\theta}{dt^2} + \varphi a^3 \eta \frac{d\theta}{dt} + Ep \sin\theta = 0, \quad (5.1)$$

donde I es el momento de inercia, η es la viscosidad del disolvente, a es el radio efectivo de giro de la molécula y φ es una constante de proporcionalidad de tipo Stokes [Happel y Brenner, 1965]. El término inercial en la ecuación (5.1) es despreciable, ya que el momento de inercia puede estimarse en $I \simeq 10^{-43}$ kg m². Si tomamos el campo eléctrico linealmente polarizado en el eje z , podemos escribirlo como una onda plana viajando en el eje x con una amplitud lentamente variable (como en la ecuación A.28),

$$\vec{E} = \vec{e}_z E_0 \cos(\omega t - kx + \phi), \quad (5.2)$$

donde ω es la frecuencia del campo y E_0 su amplitud. Usando el momento de polarización inducido integramos la ecuación (5.1) durante el tiempo de

duración del pulso láser (t_{pulso}), teniendo en cuenta la aproximación de la amplitud lentamente variable

$$\tan \theta = \tan \theta_0 \times \exp\left(-\frac{\beta}{2\eta}\right). \quad (5.3)$$

donde θ_0 es la orientación inicial de la molécula, y $\beta \equiv 2\alpha E_0^2 t_{pulso} / \varphi a^3$. La proyección de la polarización molecular lentamente variable en la dirección de polarización del láser es:

$$p_z = \alpha E_0 \cos^2 \theta = \frac{\alpha E_0}{1 + \tan^2 \theta_0 \times \exp\left(-\frac{\beta}{\eta}\right)}. \quad (5.4)$$

Esta polarización depende de la condición inicial (ángulo inicial θ_o), por lo tanto debemos promediar sobre todas las posibles orientaciones iniciales para obtener la polarización media inducida en la dirección del eje z

$$\overline{p_z} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} p_z \sin \theta_o d\theta_o, \quad (5.5)$$

así obtenemos:

$$P_f \equiv \frac{\overline{p_z}}{\alpha E_0} = \frac{1}{1 - \exp\left(-\frac{\beta}{\eta}\right)} \left[1 - \frac{1}{\sqrt{\exp\left(\frac{\beta}{\eta}\right) - 1}} \tan^{-1} \left(\sqrt{\exp\left(\frac{\beta}{\eta}\right) - 1} \right) \right], \quad (5.6)$$

La ecuación (5.6) muestra cualitativamente el mismo comportamiento que el observado en los experimentos. La función decrece a medida que la viscosidad aumenta o la molécula se hace más grande, y los límites, $\eta \rightarrow 0$, $\eta \rightarrow \infty$, así como $a \rightarrow 0$ y $a \rightarrow \infty$, son finitos. Esta polarización P_f así definida nos informa sobre la capacidad de orientación de las moléculas de colorante en el medio viscoso, es decir, la facilidad que tienen las moléculas para efectuar giros. Ya que la fuerza del acoplo entre el momento inducido y el campo depende del ángulo formado por el eje de la molécula y el campo, parece claro en este modelo que habrá una relación entre el proceso estimulado y la viscosidad del medio, así como el tamaño de la molécula.

Enlazando este proceso con el modelo filamentario ya mencionado, las moléculas así orientadas minimizan la energía de interacción dipolo-dipolo

agrupándose en filamentos de coherencia [Emelyanov y Yukalov, 1986]. Estos filamentos se comportan como láseres puntuales relativamente independientes, acoplando sus oscilaciones por medio del campo difractado. Adquieren así una dinámica colectiva que estaría en el origen de las fluctuaciones locales de la intensidad. Teniendo en cuenta esto, parece razonable pensar que la amplitud relativa de las fluctuaciones sea una función de la polarización media P_f , es decir de la capacidad de orientación de las moléculas.

Los procesos de amplificación o absorción usualmente vienen descritos mediante dependencias exponenciales de las variables físicas del problema, siendo esta también en nuestro caso la dependencia que parece acercarse más a los datos experimentales. Por ello representamos el porcentaje de la amplitud relativa de las fluctuaciones (F) mediante la siguiente función:

$$F \propto \exp(u P_f) , \quad (5.7)$$

donde u es una constante. De la ecuación de la polarización (5.6) se puede obtener $\lim_{\eta, a \rightarrow \infty} P_f = 1/3$. Este límite representa la polarización media inducida cuando las rotaciones no son posibles, siendo este el origen de las fluctuaciones que se observan cuando la viscosidad o el volumen molecular tienden a infinito. Teniendo en cuenta este límite, usamos la siguiente función para representar F :

$$F = F_\infty \exp\left(u \left(P_f - \frac{1}{3}\right)\right) , \quad (5.8)$$

donde $F_\infty \equiv F(\eta \rightarrow \infty)$ es el porcentaje de la amplitud relativa de las fluctuaciones de la intensidad cuando la viscosidad tienden hacia infinito, es decir, al valor experimental de las fluctuaciones medido con la muestra sólida.

Comparación con los datos experimentales

Comparamos ahora este modelo con los resultados obtenidos en los experimentos con distintos disolventes y moléculas, que se detallaron en la sección anterior.

Para probar nuestro modelo necesitamos conocer los siguientes parámetros de nuestro láser de colorantes [Calderón et al., 1998]: $\lambda = 600 \times 10^{-9}$ m, $t_{pulso} = 0.5 \times 10^{-6}$ s y $\gamma_\perp^{-1} = 1 \times 10^{-12}$ s. El valor de φ depende de la forma del sólido que se encuentre rotando en el fluido, elegiremos $\varphi = 1$.

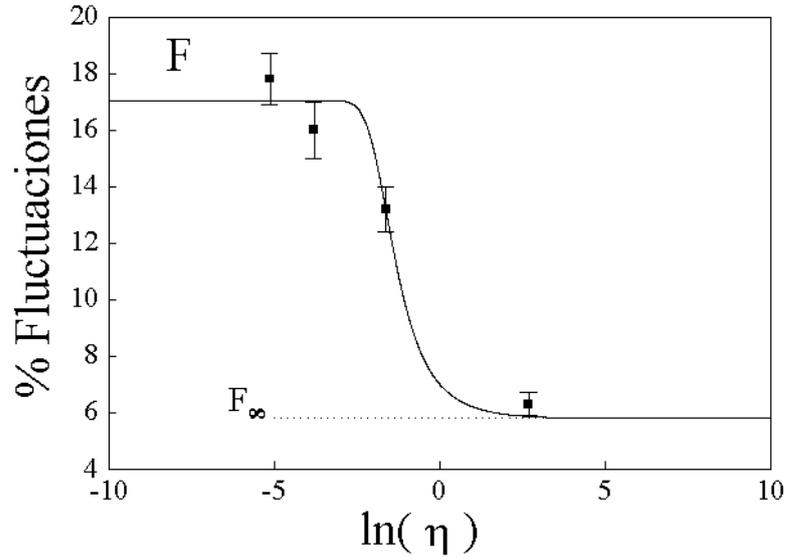


Figura 5.10: Porcentaje de la amplitud relativa de las fluctuaciones en función de la viscosidad, datos experimentales (puntos) y función teórica (línea continua).

Dependencia con la viscosidad. Ajuste a la serie I

En este caso, la energía de salida del láser es 240 mJ. Tomamos como radio efectivo $a \simeq 6.0 \times 10^{-10}$ m, aproximadamente el radio de la molécula de Rhodamina 6G (Tabla 5.5). Con estos datos podemos calcular $E_0 = 1.7 \times 10^6$ V m⁻¹, $\alpha = 4.3 \times 10^{-36}$ C² m² J⁻¹, y $\beta = 0.2$ poisses, los cuales son valores razonables. Usamos las fluctuaciones residuales de la disolución sólida $F_\infty \simeq 5.8\%$ como límite cuando la viscosidad tiende a infinito (ver Tabla 5.4). Para calcular el valor del parámetro u realizamos un ajuste por mínimos cuadrados para obtener $u = 1.65$. En la figura 5.10 mostramos la función propuesta junto a los datos experimentales; como puede verse el comportamiento similar. Dado el escaso número de datos, no parece de interés profundizar en la estadística.

Dependencia con la molécula

En el caso de la dependencia con la molécula, el hecho de que la polarizabilidad α dependa de la longitud de onda hace más difícil un ajuste con cierta

fiabilidad. Bástenos comprobar que la función P_f tiene el comportamiento esperado en el rango de tamaños moleculares que aquí hemos usado. Para ello, seguimos utilizando la longitud de onda de emisión de la Rhodamina, $\lambda = 600$ nm, que es un buen promedio del rango experimental (Tabla 5.1), y como energía la de la Serie II, ya que todas las moléculas emitían cerca del umbral. En la figura 5.11 dibujamos P_f en función de a . Observamos

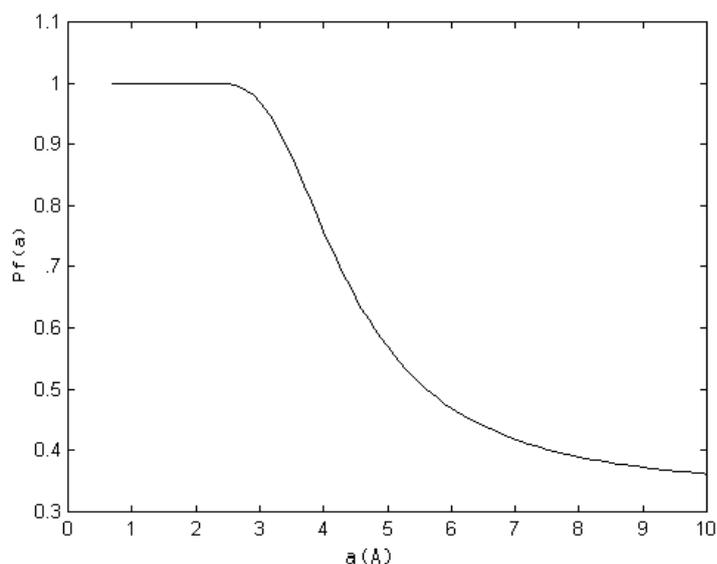


Figura 5.11: Dependencia de P_f con a

que con estos parámetros la función decae cuando los radios están entre 2 y 10 Å, lo que coincide con el rango de observación (ver Tabla 5.1). Por tanto consideramos que, dentro de las aproximaciones, el modelo propuesto contiene lo esencial de los comportamientos hallados experimentalmente.

5.4.2 Modelo semiclásico

Este segundo modelo se basa en la misma idea que el anterior, es decir, en el estudio del comportamiento de la molécula de colorante en presencia del campo láser teniendo en cuenta la fricción sufrida debida al disolvente. Sin embargo, damos un paso más al tratar el problema en el marco de la teoría semiclásica, es decir, hacemos uso de un tratamiento cuántico para describir

las moléculas [Calderón et al., 1999].

Partiremos de las ecuaciones microscópicas de una molécula en interacción con un campo resonante (A.10)-(A.11), o lo que es igual, con las ecuaciones materiales en las que se ha supuesto que todas las moléculas están igualmente orientadas

$$\frac{\partial \vec{p}^{(+)}}{\partial t} = -(\gamma_{\perp} + i\omega_{21}) \vec{p}^{(+)} - i \frac{(\vec{\mu}_{12} \cdot \vec{E})}{\hbar} \vec{\mu}_{12} d, \quad (5.9)$$

$$\frac{\partial d}{\partial t} = \gamma_{\parallel}(d_0 - d) - \frac{2i}{\hbar} \vec{E} \cdot (\vec{p}^{(+)} - \vec{p}^{(-)}). \quad (5.10)$$

Seguimos el procedimiento del Apéndice para aplicar la aproximación de la onda rotante y la de la amplitud lentamente variable. Escribimos el campo como $\vec{E} = \vec{e} (E^{(+)} + E^{(-)})$, con $E^{(\pm)} = E_0^{(\pm)} e^{\pm i(kx - \omega t)}$, y la polarización de forma equivalente $\vec{p}^{(\pm)} = \vec{p}_0^{(\pm)} e^{\pm i(kx - \omega t)}$, quedando las ecuaciones

$$\frac{\partial \vec{p}_0^{(+)}}{\partial t} = -(\gamma_{\perp} + i(\omega_{12} - \omega)) \vec{p}_0^{(+)} - i \frac{(\vec{\mu}_{12} \cdot \vec{E}_0^{(+)})}{\hbar} \vec{\mu}_{12} d, \quad (5.11)$$

$$\frac{\partial d}{\partial t} = \gamma_{\parallel}(d_0 - d) - \frac{2i}{\hbar} (\vec{E}_0^{(-)} \vec{p}_0^{(+)} - \vec{E}_0^{(+)} \vec{p}_0^{(-)}). \quad (5.12)$$

Siguiendo un procedimiento similar al utilizado anteriormente tomamos el campo (linealmente polarizado) en la dirección del eje z , $\vec{E}_0^{(+)} = E_v \vec{e}_z$. Siendo θ el ángulo entre el campo láser $\vec{E}_0^{(+)}$ y la polarización inducida $\vec{p}_0^{(+)}$ (o el momento dipolar $\vec{\mu}_{12}$), i.e., θ es el ángulo del momento dipolar de la transición con el eje z . Redefinimos la polarización $\vec{p}_0^{(+)} = -i\vec{p}_v$. Si consideramos al láser esta muy cerca de la resonancia con el medio ($\omega_{12} - \omega \simeq 0$) podemos tomar las variables del campo eléctrico y de la polarización como variables reales. En el régimen cuasi-estacionario las variables materiales quedan:

$$d \simeq \frac{d_0}{1 + \frac{E_v^2}{E_{\text{sat}}^2} \cos^2 \theta}, \quad (5.13)$$

$$\vec{p}_v \simeq \frac{\alpha_0 E_v \cos \theta}{1 + \frac{E_v^2}{E_{\text{sat}}^2} \cos^2 \theta} \frac{\vec{\mu}_{12}}{\mu_{12}}, \quad (5.14)$$

donde $\alpha_0 \equiv \mu_{12}^2 d_0 / (\hbar \gamma_{\perp})$ juega el papel de la polarizabilidad de la molécula y $E_{\text{sat}} = \sqrt{\hbar^2 \gamma_{\parallel} \gamma_{\perp} / (4\mu_{12}^2)}$ es el campo de saturación.

Vemos que la polarización inducida depende del ángulo θ entre el campo láser y el momento dipolar de la transición. La molécula intentará rotar para

colocar su momento dipolar paralelo al campo. La rotación sigue la misma ecuación (5.1) que en el apartado anterior, que ahora escribimos como:

$$I \frac{d^2\theta}{dt^2} + \varphi a^3 \eta \frac{d\theta}{dt} + E_v p_v \sin\theta = 0, \quad (5.15)$$

con las mismas variables que hemos definido previamente. Despreciando de nuevo el término inercial de la ecuación (5.15) y usando la polarización (5.14) integramos la ecuación sobre el tiempo de duración del pulso láser (t_{pulso})

$$\int_{\theta_0}^{\theta} \frac{1 + \frac{E_v^2}{E_{\text{sat}}^2} \cos^2\theta'}{\cos\theta' \sin\theta'} d\theta' = - \int_0^{t_{\text{pulso}}} \frac{\alpha_0 E_v^2}{\varphi a^3 \eta} dt. \quad (5.16)$$

Así obtenemos

$$\left(\frac{\tan\theta}{\tan\theta_0} \right) \left(\frac{\sin\theta}{\sin\theta_0} \right)^{\frac{E_v^2}{E_{\text{sat}}^2}} = \exp\left(- \frac{\alpha_0 E_v^2 t_{\text{pulso}}}{\varphi a^3 \eta} \right). \quad (5.17)$$

La polarización en la dirección del campo es $p_z = p_v \cos\theta$. Como ocurría en el caso anterior esta polarización depende de la condición inicial (ángulo inicial θ_0), por lo tanto debemos promediar sobre todas las posibles orientaciones iniciales (ángulos iniciales) para obtener la polarización media inducida en la dirección del eje z

$$\overline{p_z} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta_0 \sin\theta_0 p_z. \quad (5.18)$$

Para calcular la expresión de $\overline{p_z}$ vamos a suponer que durante el transcurso del pulso láser, el ángulo girado es mucho más pequeño que el inicial, i.e., $\Delta\theta \equiv \theta - \theta_0 \ll \theta_0$. Usando esta aproximación en (5.17) obtenemos

$$\Delta\theta \simeq \frac{\sin 2\theta_0}{2 \left(1 + \frac{E_v^2}{E_{\text{sat}}^2} \cos^2\theta_0 \right)} \left(\exp\left(-\frac{\beta}{\eta} \right) - 1 \right). \quad (5.19)$$

donde $\beta \equiv \frac{\alpha_0 E_v^2 t_{\text{pulso}}}{\varphi a^3}$. Esta misma aproximación aplicada ahora a la polarización en el eje z nos lleva a la expresión.

$$p_z \simeq \frac{\alpha_0 E_v \cos^2\theta_0}{1 + \frac{E_v^2}{E_{\text{sat}}^2} \cos^2\theta_0} - \frac{\alpha_0 E_v \sin^2 2\theta_0}{2 \left(1 + \frac{E_v^2}{E_{\text{sat}}^2} \cos^2\theta_0 \right)^3} \left(\exp\left(-\frac{\beta}{\eta} \right) - 1 \right). \quad (5.20)$$

Introducimos esta ecuación (5.20) en (5.18) para llevar a cabo la integración sobre todos los posible ángulos iniciales θ_0

$$P_f \equiv \frac{\overline{p_z}}{\alpha_0 E_{\text{sat}}} = P_c - P_l \left(\exp\left(-\frac{\beta}{\eta}\right) - 1 \right) . \quad (5.21)$$

Esta es la polarización media en la dirección del campo láser alcanzada al final del pulso $t = t_{\text{pulso}}$, y representa la capacidad de orientación de la molécula en el medio viscoso. El valor de los parámetros P_c y P_l es

$$P_c \equiv \frac{E_{\text{sat}}}{E_v} \left(1 - \frac{E_{\text{sat}}}{E_v} \arctan\left(\frac{E_v}{E_{\text{sat}}}\right) \right) , \quad (5.22)$$

$$P_l \equiv \frac{1}{4} \left(\frac{E_{\text{sat}}}{E_v} \right)^3 \left[1 + \frac{2}{1 + \frac{E_v^2}{E_{\text{sat}}^2}} + \left(1 - 3 \frac{E_{\text{sat}}^2}{E_v^2} \right) \frac{E_v}{E_{\text{sat}}} \arctan\left(\frac{E_v}{E_{\text{sat}}}\right) \right] . \quad (5.23)$$

En la figura 5.12 observamos como la ecuación (5.21) se comporta cuali-

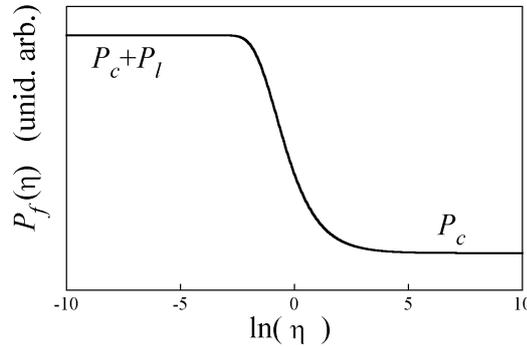


Figura 5.12: P_f en función de la viscosidad del disolvente.

tativamente de la misma forma que nuestros resultados experimentales (ver figura 5.9), y vemos cual es el significado físico de P_c y P_l . La función P_f decrece cuando la viscosidad η aumenta o a se hace mayor, y tanto los límites, $\eta \rightarrow 0$ y $\eta \rightarrow \infty$, como $a \rightarrow 0$ y $a \rightarrow \infty$ son finitos. Hacemos uso del mismo razonamiento que en el caso anterior para justificar que la amplitud relativa de las fluctuaciones es una función de la polarización P_f , o sea, de la capacidad de giro de las moléculas. Por lo tanto representamos el porcentaje de la amplitud relativa de las fluctuaciones mediante la siguiente función

$$F \propto \exp(uP_f) , \quad (5.24)$$

donde u es una constante arbitraria para cada una de las series medidas a la misma energía de excitación por encima del umbral. El porcentaje de la amplitud relativa de las fluctuaciones cuando la viscosidad tiende a infinito ($F_\infty \equiv F(\eta \rightarrow \infty)$) es equivalente a las fluctuaciones presentes en el copolímero. Por tanto, como ya hicimos antes, las medidas obtenidas con esta muestra son identificadas con el límite F_∞ , por lo que reescribimos la función (5.24) como

$$F = F_\infty \exp \left[-uP_l \left(\exp \left(-\frac{\beta}{\eta} \right) - 1 \right) \right] , \quad (5.25)$$

Teniendo en cuenta lo anterior, la función que representa la amplitud de las fluctuaciones (5.25) queda

$$F = F_\infty \exp \left[-g \left(\exp \left(-\frac{\beta}{\eta} \right) - 1 \right) \right] . \quad (5.26)$$

Comparación con los datos experimentales

Ajuste a los datos de la viscosidad

Vamos a comparar la función propuesta (5.26) con nuestros resultados del experimento de la dependencia con la viscosidad dados en la Tabla 5.4. Usamos los mismos parámetros del apartado anterior; $\lambda = 600 \times 10^{-9}$ m, $t_{pulso} = 0.5 \times 10^{-6}$ s, $\gamma_\perp^{-1} = 1 \times 10^{-12}$ s, $\gamma_\parallel^{-1} = 4 \times 10^{-9}$ s, $a = 6.0 \text{ \AA}$, $\varphi = 1.0$ y $d_0 \simeq 1$. La eficiencia cuántica en la Rhodamina 6G es muy alta, lo que permite aproximar el tiempo de vida de la inversión de población por el tiempo de vida espontáneo. De esta forma conseguimos un valor para el momento dipolar de la transición, $\mu_{12}^2 \simeq 3\hbar\epsilon_0\gamma_\parallel\lambda^3 / (8\pi^2)$ que nos lleva a una polarizabilidad y a un campo de saturación de:

$$\alpha_0 \simeq \frac{3\epsilon_0\lambda^3 d_0 \gamma_\parallel}{8\pi^2 \gamma_\perp} = 1.8 \times 10^{-35} C^2 m^2 J^{-1} , \quad (5.27)$$

$$E_{\text{sat}} \simeq \sqrt{\frac{2\pi^2 \hbar \gamma_\perp}{3\epsilon_0 \lambda^3}} = 1.9 \times 10^4 V m^{-1} . \quad (5.28)$$

Las energías de salida del láser son 240 mJ y 50 mJ para las series I y II, respectivamente. Estos valores son proporcionales a sus respectivas energías de excitación por encima del umbral. De esta forma se obtiene $\beta_I = 1.4$ poisses, y $\beta_{II} = 0.3$ poisses. Tomamos las fluctuaciones residuales encontradas en la muestra sólida, $F_{I\infty} \simeq 5.8\%$ y $F_{II\infty} \simeq 13.0\%$, como límites de F_I y F_{II} . Para calcular los valores de los parámetros g_I y g_{II} realizamos un ajuste por mínimos cuadrados, obteniendo los valores $g_I = 2.1 \cdot 10^{-4}$ y $g_{II} = 2.6 \cdot 10^{-3}$. En la figura 5.13 representamos las funciones propuestas (5.26) para las dos

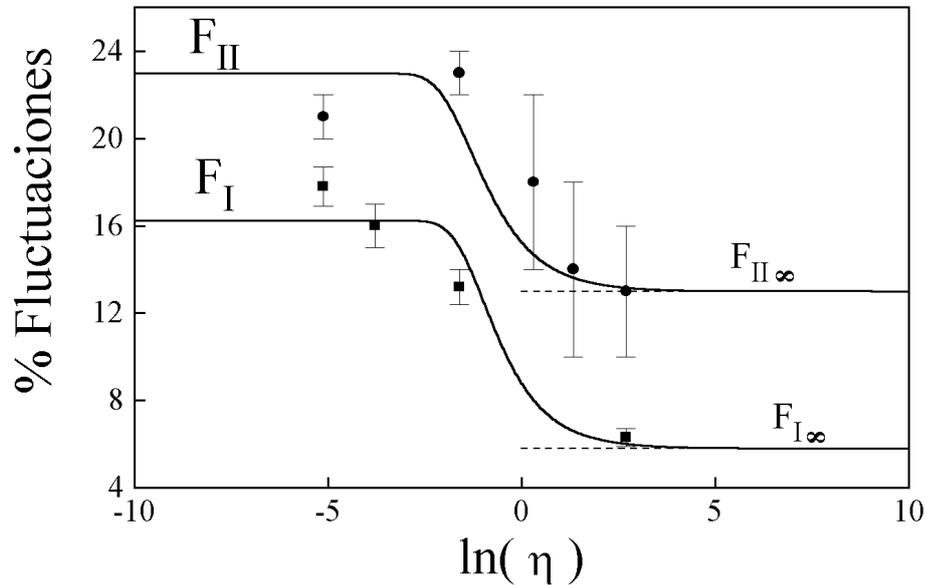


Figura 5.13: Porcentaje de la amplitud relativa de las fluctuaciones en función de la viscosidad, datos experimentales (puntos) y función teórica (línea continua).

series (F_I y F_{II}) junto a los datos experimentales. Como puede observarse se consigue un parecido razonable en ambas series, con lo que podemos considerar que nuestro modelo se aplica al caso experimental con bastante acierto.

Ajuste a los datos de la variación de la molécula

Como en el caso del modelo clásico, la dependencia en la longitud de onda de α_0 dificulta el ajuste. Sin embargo, aproximaremos como en el otro

modelo la longitud de onda a la de la Rhodamina, y la energía de salida a la de la Serie II. Con esto, volvemos a comprobar en la figura 5.14, cómo la función $P_f = P_f(a)$ decae rápidamente en el rango de radios moleculares usado experimentalmente (2-10 Å).

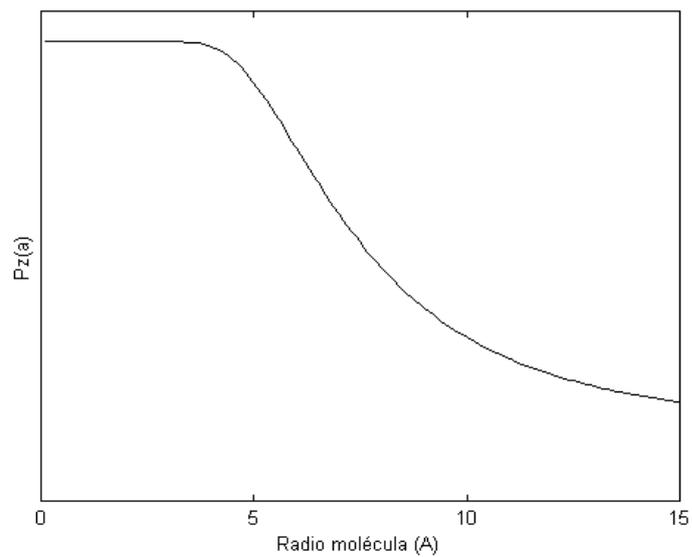


Figura 5.14: Dependencia de P_f con a en el caso semiclásico

Capítulo 6

Formación de patrones en el láser de colorante de gran apertura.

Paralelamente a lo que se hizo con el láser de CO_2 , en este Capítulo presentamos las primeras imágenes experimentales de la dinámica instantánea del patrón transversal del láser de colorantes de gran apertura, cuya dinámica temporal tratamos en el capítulo anterior. Como principal resultado, veremos cómo las dos escalas temporales allí encontradas tienen su correspondencia espacial. En el estudio teórico, veremos así mismo cómo las ecuaciones de Maxwell-Bloch se revelan insuficientes para dar cuenta de las observaciones, siendo preciso acudir a un modelo discreto, en el que la filamentación de la ganancia se ha introducido explícitamente.

6.1 Sistema experimental

En la figura 6.1 se presenta un esquema del sistema experimental, cuyo elemento principal es el mismo que en el Capítulo anterior, el láser de colorantes de gran apertura. En este caso, en el interior del resonador se introducirá en ocasiones un diafragma (D) que permite cambiar el número de Fresnel de 10 a 110 y así estudiar la evolución del patrón.

A continuación, la luz pasa a través de un divisor de haz (DH), lo cual nos

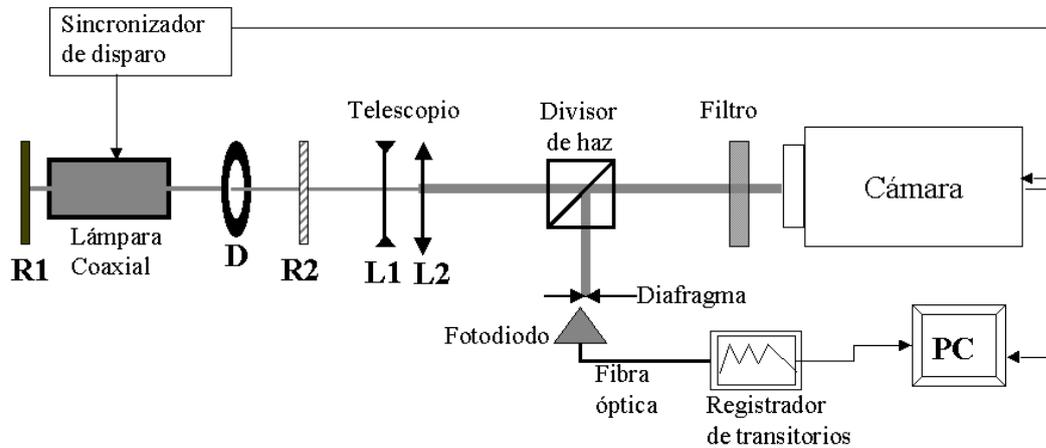


Figura 6.1: Esquema experimental usado para la medida de los patrones del láser de colorantes, donde R_1 y R_2 son los espejos, D es el diafragma intracavidad y las lentes L_1 y L_2 forman el telescopio de aumento de la imagen.

permite medir simultáneamente el patrón transversal instantáneo y la evolución temporal local, con el método detallado en el Capítulo anterior. Por su parte, el patrón es registrado mediante una cámara de alta velocidad (4Quik 054, Standford Light), que incorpora un placa micro-canal intensificadora. La resolución temporal máxima de la cámara es de 10 ns, que puede considerarse lo bastante rápida como para obtener imágenes cuasiinstantáneas, ya que, como se vio anteriormente, la frecuencia característica de pulso láser es de $\simeq 60$ MHz, o lo que es lo mismo, un periodo de $\simeq 20$ ns. Esto nos evita en este caso el diseñar un cortador de pulsos especial, como se tuvo que hacer en el caso del CO_2 para realizar las medidas equivalentes.

Así mismo, la resolución espacial de la cámara es de $30 \mu\text{m}$, lo que permite resolver los detalles del patrón. El sistema de disparo de la cámara está sincronizado con el disparo del láser. Un mecanismo interno de retardo permite observar el patrón en diferentes instantes a lo largo del pulso láser, si bien con la misma limitación que se tenía en el caso del láser de CO_2 : sólo se puede tomar una imagen por pulso.

6.2 Resultados experimentales

En el capítulo anterior, así como en trabajos previos [Pastor et al., 1991, Pérez-García y Guerra, 1994, Pérez-García et al., 1995], se observa que en la dinámica del láser de colorantes coexisten dos escalas temporales. La dinámica más rápida, por encima de 50 MHz, cuyas dependencias ya hemos analizado, tiene asociada una distancia de correlación muy corta (menos de $100 \mu\text{m}$). Ya hemos comentado cómo cuando la zona de observación aumenta, las rápidas fluctuaciones de esta dinámica pierden amplitud hasta desaparecer. Sin embargo, cuando esto ocurre, aún se aprecia en el sistema otra dinámica, más lenta (alrededor de 5 MHz), que no presenta dependencias de tipo rotacional (ver Sección 5.3). Esta dinámica lenta tiene una distancia de correlación mucho más larga, de algunos milímetros, pero aún no se extiende coherentemente a todo el patrón.

Esta información de la dinámica temporal nos lleva a preguntarnos si las dos escalas temporales tienen correspondencia espacial observable, como parece indicar sus longitudes de correlación. Con este propósito, en esta sección presentamos los resultados experimentales de las medidas de la distribución espacial de intensidad del láser de colorantes.

Se han realizado dos experimentos [Leyva et al., 2001c]. En el primero, se obtienen registros cuasiinstantáneos del patrón completo, observando la evolución desde un número de Fresnel moderado a alto. Veremos como se desarrolla la turbulencia, desde un estado influido por la condición de contorno como era el caso del láser de CO_2 , a uno dominado por la dinámica interna, algunas de cuyas características exploramos en el Capítulo anterior.

En el segundo experimento, partiendo de la configuración de máximo número de Fresnel, ampliamos parte del patrón hasta poder observar las estructuras de baja longitud de correlación cuya dinámica da origen a las fluctuaciones estudiadas en el Capítulo 5.

6.2.1 De número de Fresnel moderado a grande

Por medio del diafragma intracavidad **D**(Fig. 6.1), realizamos una reducción sistemática de la apertura del sistema, desde el máximo número de Fresnel posible $\mathcal{F} \simeq 110$, hasta un mínimo de $\mathcal{F} \simeq 10$, a partir del cual la ganancia se

hace insuficiente y el láser cae por debajo del umbral incluso para la excitación más alta que permite el sistema de bombeo. Considerando esta elevación del umbral al reducir el diafragma, las medidas se realizaron tomando una excitación en torno a dos veces la umbral para cada caso presentado. Por tanto, incluso la apertura menor que podemos obtener es aún demasiado grande para obtener un patrón modal sencillo.

En la figura 6.2 se muestran algunos resultados de patrones obtenidos con una exposición de 10 ns, y aperturas de 6, 8, 9, 12, 14 y 16 mm, respectivamente. En algunos casos, las imágenes han sido tratadas para incrementar el contraste y así apreciar mejor los detalles.

Vemos que cuando $\mathcal{F} \simeq 10$ (Fig. 6.2(a)), el patrón consiste en una serie de bandas, con un periodo espacial de alrededor de 0.5 mm. La inclinación de las bandas, que varía entre disparos, parece debida a una ruptura de simetría causada por casi imperceptibles desalineamientos del resonador, o por anisotropías en el bombeo debidas a la lámpara.

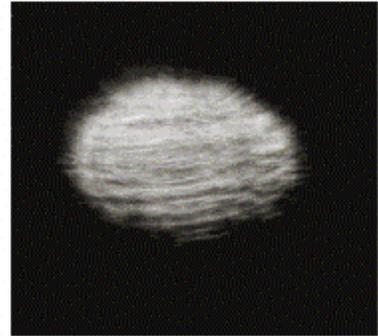
Cuando \mathcal{F} aumenta, (Figura 6.2(b-d)), las bandas, que para pequeña apertura se extienden de lado a lado del patrón, parecen perder coherencia y “quebrarse” en estructuras más pequeñas. Finalmente, para números de Fresnel aún más grandes (Figura 6.2(e-f)), las franjas han dejado paso a una distribución de aspecto granular, sin mostrar una dirección privilegiada. En (Figura 6.2(f)) pueden distinguirse incluso pequeñas franjas distribuidas en dominios, con distintas inclinaciones.

Este cambio en la estructura espacial puede verse también en la Fig. 6.3, en la que se presentan los espectros de potencia espacial del patrón instantáneo cuando la apertura es 6 mm (Fig. 6.3(a)) y cuando es 16 mm (Fig. 6.3(b)). Se aprecia como en el patrón de pequeño tamaño la dirección preferente está fuertemente marcada, en tanto que en el de mayor tamaño el espectro de potencia en forma de anillo indica la existencia de contribuciones de frecuencias espaciales en todas direcciones. Sin embargo, el valor de la frecuencia espacial predominante no varía apreciablemente.

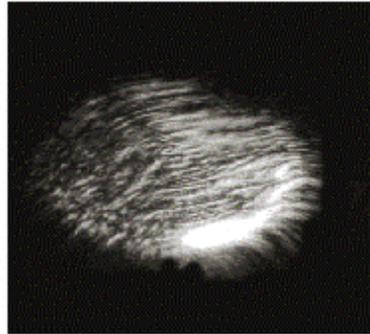
Se observa por tanto la evolución desde un comportamiento dominado por condición de contorno (Fig. 6.2(a)), cuando el número de Fresnel es $\simeq 10$, hasta una turbulencia desarrollada cuando $\mathcal{F} > 100$ (Fig. 6.2(f)), como se esperaba.



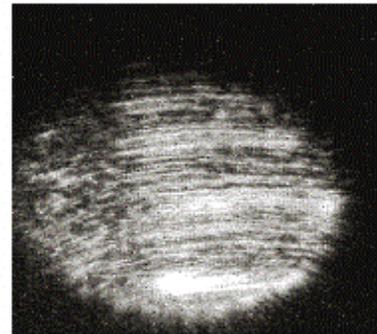
(a)



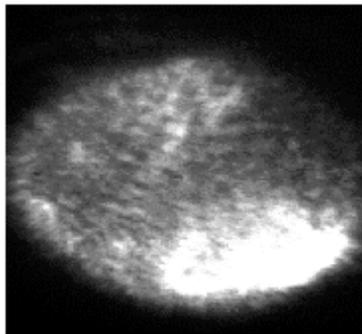
(b)



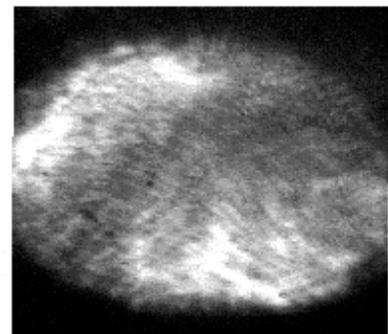
(c)



(d)



(e)



(f)

Figura 6.2: Patrones instantáneos del láser de colorantes obtenidos con exposición de 10 ns y aperturas de: (a) 6, (b) 8, (c) 9, (d) 12, (e) 14 y (f) 16 mm. Tamaño real de las imágenes: 20×20 mm.

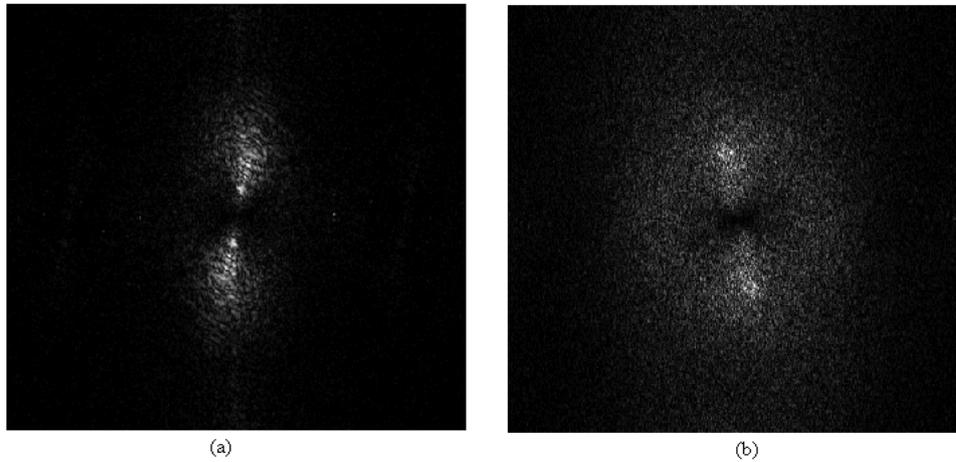


Figura 6.3: Espectro de potencia espacial de las distribuciones de intensidad instantáneas del láser de colorante, para distintos valores del diafragma intracavidad: (a) 6 mm (b) 16 mm.

Recuérdese que, en el caso del CO_2 , un número de Fresnel en torno a 10 era ya suficiente para que la imagen instantánea careciera de estructura ordenada extensible a todo el patrón y su apariencia fuese turbulenta. Esto se correspondía bien con el valor de $\mathcal{F} \sim 10 - 20$ que se encontraba en la literatura como límite de la turbulencia [Farjas et al., 1994]. Sin embargo, en este caso la correlación espacial a larga distancia parece conservarse hasta números de Fresnel mucho más altos. Este hecho ya fue observado en [Chuartzman et al., 1995, Fondevilla y Hnilo, 1999] en otros experimentos de formación de patrones con láser de colorante, donde se sugería la existencia en estos sistemas de un mecanismo adicional de acoplo del campo eléctrico, de más largo alcance que el habitual.

Para estar seguros de que las estructuras observadas son debidas a efectos dinámicos, y no a otros efectos como inhomogeneidades en el medio activo debido al flujo turbulento de la disolución de colorante, el mismo experimento se ha repetido en ausencia de flujo. Los resultados son esencialmente los mismos, lo que permite desechar esta posibilidad.

6.2.2 Coexistencia de estructuras

Una vez que la existencia de la estructura de gran escala en el patrón ha sido observada, buscamos las pequeñas estructuras filamentosas de las que tenemos evidencia indirecta, como se vio en el Capítulo anterior. Para esto situamos tras la salida del láser un telescopio de gran apertura que permite aumentar la imagen hasta 10 veces su tamaño original, lo que eleva la resolución espacial del sistema hasta $3 \mu m$.

Las instantáneas muestran cómo cada estructura de las que se observaron en la medida sin magnificación consiste en realidad en un grupo de estructuras filamentosas con un tamaño medio en torno a $30 \mu m$. En la figura 6.4 se muestra un ejemplo de estas formaciones. Se trata pues de un caso de coexistencia de estructuras a dos escalas espaciales con dos órdenes de magnitud de diferencia [Leyva et al., 2001c].

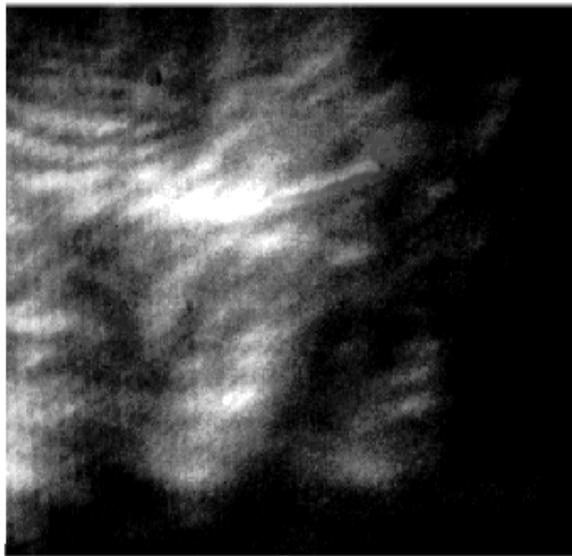


Figura 6.4: Imagen de los filamentos. Tamaño real de la imagen: $1 \text{ mm} \times 1 \text{ mm}$

6.3 Modelo dinámico de la rotación molecular

Llegados a este punto, el paralelismo con el caso del láser de CO_2 descrito en el Capítulo 3 nos lleva a abordar teóricamente el problema. Allí, este estudio incluía la integración de las ecuaciones de Maxwell-Bloch y el análisis de estabilidad correspondiente. Sin embargo, en el caso del colorante la simulación numérica de la dinámica se ve dificultada por dos factores. Primero, la aparición de las dos escalas simultáneas espaciales requiere que la malla de discretización sea suficientemente fina para resolver ambas, lo que en este caso supone no menos de 1000×1000 puntos en la malla. Segundo, la gran diferencia entre las escalas temporales implicadas ($\gamma_{\parallel}/\gamma_{\perp} \simeq 10^{-4}$) hace que se trate de un problema extremadamente rígido. Las consecuencias de estos factores sobre el gasto computacional y la estabilidad del esquema numérico, hacen que la integración de las ecuaciones de Maxwell-Bloch para el caso del láser de colorantes resulten prohibitivas para las capacidades de computación de nuestro grupo. Por ello, una vez que en la siguiente Subsección se deduzcan las ecuaciones correspondientes, el estudio teórico habrá de limitarse al análisis de estabilidad.

6.3.1 Ecuaciones de Maxwell-Bloch con contribución rotacional

En el Capítulo anterior desarrollamos dos modelos estacionarios que daban cuenta de la polarización promedio en función del ángulo entre la molécula y el campo. En esta Sección, desarrollaremos un modelo dinámico del proceso de rotación de la molécula por influencia del campo, basado en las ecuaciones de Maxwell-Bloch. Esperamos así explicar otras propiedades del mismo proceso, como la aparición de la frecuencia característica, y buscar indicios sobre el origen de los tamaños de las estructuras observadas, como se hizo en el Capítulo 3.

Partimos en este caso de las ecuaciones del campo eléctrico (ver Apéndice), en aproximación de onda rotante, envolvente lentamente variable y campo

medio:

$$-\frac{ic\lambda}{2\omega}\Delta_{\perp}E_0^{(+)} + \frac{\partial E_0^{(+)}}{\partial t} = -\kappa E_0^{(+)} + \frac{i\omega}{2\varepsilon_0}P_0^{(+)}. \quad (6.1)$$

Y las ecuaciones materiales en variables microscópicas:

$$\frac{\partial p_0^{(+)}}{\partial t} = -(\gamma_{\perp} + i(\omega_{21} - \omega))p_0^{(+)} - \frac{i\vec{\mu}_{12}}{\hbar}(\vec{E}_0^{(+)} \cdot \vec{\mu}_{12})d, \quad (6.2)$$

$$\frac{\partial d}{\partial t} = \gamma_{\parallel}(d_0 - d) - \frac{2i}{\hbar} \left[(\vec{E}_0^{(+)})^* \cdot \vec{p}_0^{(+)} - \vec{E}_0^{(+)} \cdot (\vec{p}_0^{(+)})^* \right]. \quad (6.3)$$

Teniendo en cuenta que $\vec{\mu}_{12} \parallel \vec{p}_0^{(+)}$ podemos escribir $\vec{E}_0^{(+)} \cdot \vec{p}_0^{(+)} = |E_0||p_0| \cos \theta$ y $\vec{E}_0^{(+)} \vec{\mu}_{12} = |E_0||\mu_{12}| \cos \theta$, donde $\cos \theta$ es el ángulo que forma en cada instante el momento dipolar $\vec{\mu}_{12}$ con el campo eléctrico E_0 . Sustituyendo en las ecuaciones (6.2), (6.5) queda:

$$\frac{\partial p_0^{(+)}}{\partial t} = -(\gamma_{\perp} + i(\omega_{21} - \omega))p_0^{(+)} - \frac{i|\mu_{12}|^2}{\hbar}E_0^{(+)}d \cos \theta, \quad (6.4)$$

$$\frac{\partial d}{\partial t} = \gamma_{\parallel}(d_0 - d) - \frac{2i}{\hbar} \left[(E_0^{(+)})^* p_0^{(+)} - E_0^{(+)} (p_0^{(+)})^* \right] \cos \theta. \quad (6.5)$$

Si multiplicamos la Ec. (6.4) por $\cos \theta$, queda

$$\frac{\partial (p_0^{(+)} \cos \theta)}{\partial t} = -p_0^{(+)} \sin \theta \frac{d\theta}{dt} - (\gamma_{\perp} + i(\omega_{21} - \omega))p_0^{(+)} \cos \theta - \frac{i|\mu_{12}|^2}{\hbar}E_0^{(+)}d \cos^2 \theta. \quad (6.6)$$

Suponemos que $\sin \theta \frac{d\theta}{dt} \ll \gamma_{\perp} \cos \theta$, esto es, consideramos que la variación del ángulo es lenta y por tanto despreciamos ese término en la Ec.(6.6). Como en el Capítulo anterior, tomamos promedio respecto de los ángulos iniciales θ en (6.6) y (6.5), quedando:

$$\frac{\partial \langle p_0^{(+)} \cos \theta \rangle}{\partial t} = -(\gamma_{\perp} + i(\omega_{21} - \omega)) \langle p_0^{(+)} \cos \theta \rangle - \frac{i|\mu_{12}|^2}{\hbar}E_0^{(+)}d \langle \cos^2 \theta \rangle, \quad (6.7)$$

$$\frac{\partial d}{\partial t} = \gamma_{\parallel}(d_0 - d) - \frac{2i}{\hbar} \left((E_0^{(+)})^* \langle p_0^{(+)} \cos \theta \rangle - E_0^{(+)} \langle (p_0^{(+)})^* \cos \theta \rangle \right). \quad (6.8)$$

Pasamos a variables macroscópicas de la materia siendo:

$$P_0^{(+)} = N \langle p_0^{(+)} \cos \theta \rangle \quad D = Nd \quad D_0 = Nd_0 \quad (6.9)$$

y llegamos finalmente a:

$$\frac{\partial E_0^{(+)}}{\partial t} = -\kappa E_0^{(+)} + \frac{i\omega}{2\varepsilon_0} P_0^{(+)} + \frac{ic\lambda}{4\pi\varepsilon_0} \Delta_t E_0^{(+)} , \quad (6.10)$$

$$\frac{\partial P_0^{(+)}}{\partial t} = -(\gamma_{\perp} + i(\omega_{21} - \omega)) P_0^{(+)} - \frac{i\mu_{12}^2 E_0^{+} D}{\hbar} \langle \cos^2 \theta \rangle , \quad (6.11)$$

$$\frac{\partial D}{\partial t} = \gamma_{\parallel} (Nd_0 - D) - \frac{2i}{\hbar} \left((E_0^{(+)})^* P_0^{(+)} - E_0^{(+)} (P_0^{(+)})^* \right) . \quad (6.12)$$

Que son equivalentes a las ecuaciones (A.40),(A.41),(A.42) deducidas en el Apéndice, salvo por el parámetro rotacional $\langle \cos^2 \theta \rangle$. Por tanto, realizando la eliminación de la frecuencia de batido, la adimensionalización de las variables y la aproximación de campo medio como allí se detalla, se llega a:

$$\frac{\partial E}{\partial t} = -\kappa \left[1 - i\delta - \frac{ia}{2} \Delta_{\perp} \right] E - \kappa r P , \quad (6.13)$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} = -\gamma_{\perp} \left[(1 + i\delta) P + ED \langle \cos^2 \theta \rangle \right] , \quad (6.14)$$

$$\frac{\partial D}{\partial t} = -\gamma_{\parallel} \left[D - 1 - \frac{1}{2} (E^* P + EP^*) \right] . \quad (6.15)$$

que son equivalentes a las usadas en el Capítulo 3, salvo por el término rotacional, que es dependiente del tiempo ($\langle \cos^2 \theta \rangle = \langle \cos^2 \theta \rangle (t)$), y puede interpretarse como el ángulo promedio que en cada momento forman los ejes axiales moleculares de los centros activos con el campo láser. Antes de que comience la emisión, este término tiende al promedio estadístico, y por tanto $\langle \cos^2 \theta \rangle (0) = 1/3$. Cuando la rotación es muy rápida, como en los láseres de gas, puede considerarse que tan pronto como empieza la emisión las moléculas se orientan en la dirección del campo láser. En ese caso, en el instante en que se supera el umbral t_u ya se tiene $\langle \cos^2 \theta \rangle (t_u) = 1$ y se recuperan las ecuaciones de Maxwell-Bloch como las estudiamos para el láser de CO₂. Cuando la rotación se hace muy difícil, por la viscosidad del medio solvente o por el gran tamaño de la molécula, el parámetro de rotación aumenta más lentamente durante la evolución. En el caso extremo de viscosidad infinita, como en la matriz de copolímero del Capítulo 5, el parámetro continúa teniendo su valor estadístico durante todo el proceso. En general, y por simplicidad en los cálculos, dados unos valores de la viscosidad y el tamaño molecular, sustituiremos el parámetro dependiente lentamente

del tiempo $\langle \cos^2 \theta \rangle (t)$ por su valor promedio temporal a lo largo de la evolución del pulso, al que denotaremos como:

$$\Theta = \overline{\langle \cos^2 \theta \rangle (t)}. \quad (6.16)$$

Este cálculo es coherente con los modelos estáticos del Capítulo anterior, pero en este caso se integra el proceso rotacional de la moléculas en las ecuaciones de Maxwell-Bloch, dándole el caracter dinámico que allí no se contemplaba.

6.3.2 Análisis de estabilidad

Como se dijo, en el caso del colorante, el estudio teórico ha de reducirse al análisis de estabilidad de las ecuaciones de Maxwell-Bloch (6.13)-(6.15) con término rotacional. Siguiendo el método del Capítulo 2 para el cálculo de la inestabilidad de la solución nula, vemos que la introducción del parámetro de rotación Θ eleva el primer umbral láser, que de (2.9) pasa a ser:

$$r(k) = \left(\frac{1}{\Theta} \right) \left[1 + \left(\frac{\delta(\gamma_{\perp} + \kappa) - \frac{a}{2}\kappa k^2}{\gamma_{\perp} + \kappa} \right)^2 \right] \quad (6.17)$$

En el láser de colorante nos encontramos nuevamente con el problema de la indefinición del valor de la desintonización. Haciendo una estimación, si tomamos la anchura en frecuencias de ganancia como $\delta\nu \sim \gamma_{\perp} \simeq 1$ THz, y el rango espectral libre como $c/2L = 150$ MHz, vemos que el número de modos longitudinales incluidos bajo la línea de emisión es de ~ 6600 . Sin embargo, como hicimos para el láser de CO₂, podemos estimar un valor efectivo viendo cual sería la desintonización necesaria para obtener una onda estacionaria con la frecuencia espacial observada en las medidas. Así, considerando un periodo espacial pequeño de $S_{exp} \simeq 30\mu\text{m}$, corresponde a una onda crítica de $k_0 = \pi/S_{exp} \simeq 10^5 \text{ m}^{-1}$. De la ecuación (6.17) deducimos que la onda crítica es independiente del parámetro rotacional, y sigue respondiendo a la ecuación (3.5). Sustituyendo para los valores del láser de colorantes tomados del Capítulo 5, resulta un valor de la desintonización de $\delta \simeq 0.04$.

Cuando el parámetro de rotación Θ es distinto de 1, actúa debilitando el acoplo entre el campo eléctrico y la inversión de población, lo que redonda en una elevación del umbral. Cuando es mínimo, $\Theta = 1/3$, el umbral es el

triple que en el caso de rotación libre, $\Theta = 1$, lo que se corresponde con las observaciones hechas en el Capítulo anterior para los casos de alta viscosidad. Esto puede observarse en la figura 6.5 en los que se representa un ejemplo de las curvas de estabilidad neutral para los dos casos extremos $\Theta = 1$ (Fig. 6.5 (a)) y $\Theta = 0.3$ (Fig. 6.5 (b)), para el caso $\delta = 0.04$.

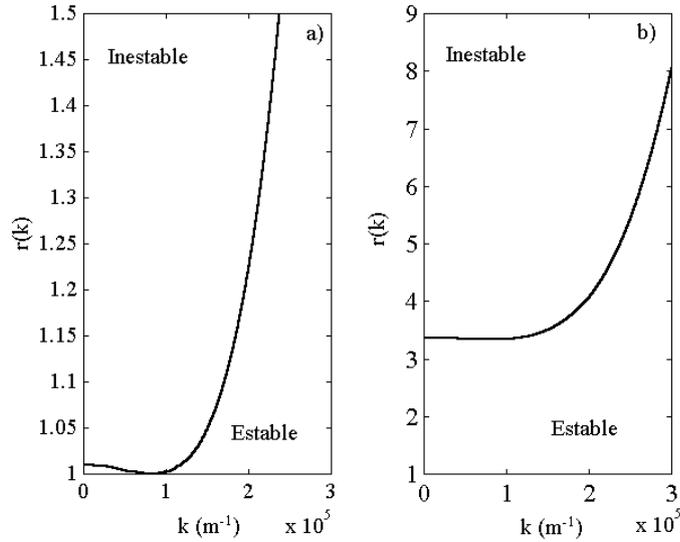


Figura 6.5: Curvas de estabilidad neutral para el caso $\delta = 0.04$ para valores del parámetro de rotación: (a) $\Theta = 1.0$, (b) $\Theta = 0.3$.

Realizamos ahora el mismo cálculo que en la Sección 3.3.3 (B) sobre la estabilidad de la solución viajera seleccionada en el primer umbral del láser k_0 . Para todos los casos se encuentra que, inmediatamente después del umbral, aparecen dos inestabilidades, como se observa en la figura 6.6, donde se representa $\text{Max}(\text{Re}(\lambda))$ frente al número de onda de la perturbación q , para el caso $\delta = 0.04$, y $r = 4.0$, y para dos valores del parámetro de rotación, $\Theta = 1$ (línea discontinua) y $\Theta = 0.3$ (línea continua). En la figura 6.6 sólo se representan las bandas de inestabilidad para vectores de la perturbación \vec{q} perpendiculares a la onda crítica \vec{k}_0 , ya que el otro caso estudiado (perturbación paralela) es cualitativamente igual. Se aprecia que una primera inestabilidad aparece alrededor de la onda crítica, esto es, nuevamente para periodos espaciales en torno a k_0 . En la Fig. 6.6(b) se dibuja una ampliación de la curva alrededor del origen, para observar la segunda inestabilidad, que

se produce para vectores de onda en torno a $q = 1100 \text{ m}^{-1}$, es decir, para periodos espaciales del orden de $S=0.5 \text{ mm}$. Como vemos en la figura, el término rotacional promedio afecta a la amplitud de la inestabilidad y, para valores altos de Θ , desplaza ligeramente las bandas de inestabilidad hacia números de onda menores, pero no modifica sustancialmente el resultado.

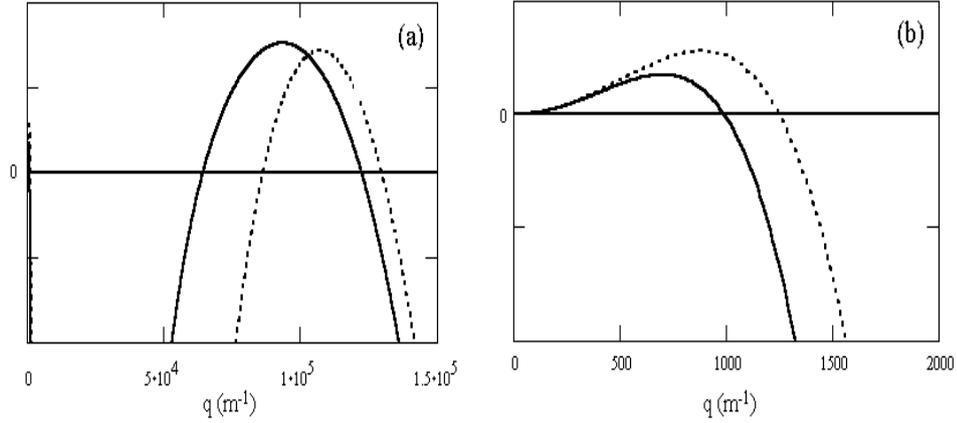


Figura 6.6: (a) $\text{Max}(\text{Re}(\lambda))$ para $\delta = 0.04$, $r = 4.0$, para los casos de $\Theta = 1$ (línea discontinua) y $\Theta = 0.3$ (línea continua)). (b) Detalle de (a) alrededor del origen.

La aparición de dos inestabilidades simultáneas era algo ya encontrado en el láser de CO_2 , como vimos en el Capítulo 3. No obstante, existe una diferencia fundamental: para el láser de colorantes el límite de difracción es $k_{dif} \simeq \pi/b = \pi/9 \times 10^{-3} \simeq 350 \text{ m}^{-1}$, y por tanto queda por debajo de ambas inestabilidades, que ahora podrán ser soportadas por el sistema. Se obtienen, pues, dos inestabilidades activas, con periodos espaciales de $\sim 30 \mu\text{m}$ y 1 mm respectivamente, lo que se corresponde con las observaciones experimentales de la Sección 6.2 sobre los tamaños de estructuras observados en el patrón.

Sin embargo, esta sencilla interpretación de las escalas espaciales observadas deja de ser satisfactoria al calcular las frecuencias de oscilación correspondientes, por hallarse que, para las inestabilidades de longitud de onda corta, la oscilación se sitúa en el orden de $\omega \simeq 10 \text{ GHz}$, varios órdenes de magnitud por encima de las observadas, que están en el orden de los MHz. A pesar, pues, del éxito en la predicción de los tamaños de las estructuras, hemos de descartar esta interpretación, que en este caso se revela ingenua, y

buscar otro modelo que satisfaga mejor las observaciones.

6.4 Modelo discreto: la filamentación de la ganancia

Puesto que no hemos podido explicar todas las observaciones con el modelo de Maxwell-Bloch sencillo, hemos de suponer que la dinámica del láser de colorantes incluye algún mecanismo que no está representado en el modelo. Esto fue también sugerido en otro estudio sobre la formación de patrones en láser de colorante [Fondevilla y Hnilo, 1999], en el que se estudiaba la interacción entre dos modos gaussianos que eran bombeados en una misma cavidad de láser de colorante de muy alto número de Fresnel, con una cierta distancia entre ellos. Allí se observaba que los modos acoplaban su fase a enormes distancias, cuando la influencia mutua por difracción debía haber perdido toda influencia. El este trabajo se concluía que algún otro mecanismo de acoplo, ajeno a la difracción, debía estar presente en este tipo de láseres, señalando la emisión espontánea o el scattering (ambos muy altos en el láser de colorantes) como posibles fuentes de acoplo adicional.

Recordemos por otro lado que algunos tipos de láseres, como los de semiconductor o los de guía de onda, son a veces agrupados formando matrices bidimensionales al objeto de obtener emisiones más potentes. En estos casos se produce frecuentemente el acoplo entre próximos vecinos, a través del campo difractado lateralmente, el campo evanescente en la guía u otros motivos. Por otro lado, es sabido que en algunos láseres no gaseosos de muy alta apertura, como los de semiconductor, en ciertas circunstancias se adopta un régimen en el cual la ganancia se agrupa en filamentos axiales [Hess et al., 1995], que podrían ser considerados como una matriz (generalmente desordenada) o distribución transversa de láseres individuales. Estos filamentos estarían acoplados por los campos difractados lateralmente como en los casos descritos anteriormente.

Tomando estas ideas, abordaremos el problema orientando nuestra aproximación teórica en este sentido, como se hizo en [Pérez-García y Guerra, 1994, Pérez-García et al., 1995]. Consideraremos pues que los filamentos (enten-

diendo por tales las estructuras de pequeño tamaño observadas) están efectivamente constituidos en el medio, o si se prefiere, que se trata de una de las mencionadas matrices, que supondremos cuadrada, de $N \times N$ elementos, separados una distancia h . Por tanto, el tamaño transversal de la distribución es $Nh = 2b$. Cada láser o filamento individual i, j de la malla se considera de pequeña apertura, y se comporta según las ecuaciones de Maxwell-Bloch, incluyendo el término rotacional anteriormente calculado. Se tendrá entonces un conjunto de ecuaciones acopladas, en el que no habrá Laplaciana transversal, pero sí se supondrá que cada láser o filamento actúa sobre sus próximos vecinos, lo que se traduce en la aparición en la ecuación del campo eléctrico del término:

$$g[E_{i+1,j} + E_{i-1,j} + E_{i,j+1} + E_{i,j-1} - 4E_{i,j}], \quad (6.18)$$

donde $E_{i+1,j} + E_{i-1,j} + E_{i,j+1} + E_{i,j-1}$ representa el campo producido en el punto i, j de la malla por los elementos próximos vecinos; el término $-4E_{i,j}$ representa el campo difractado por el elemento situado en i, j hacia los próximos vecinos de una malla. El parámetro g representa la fuerza del acoplo, incluyendo la difracción y todos los otros mecanismos que a él contribuyan. El sistema queda entonces:

$$\frac{\partial E_{i,j}}{\partial t} = -\kappa [1 - i\delta] E_{i,j} - \kappa r P_{i,j} - ig[E_{i+1,j} + E_{i-1,j} + E_{i,j+1} + E_{i,j-1} - 4E_{i,j}], \quad (6.19)$$

$$\frac{\partial P_{i,j}}{\partial t} = -\gamma_{\perp} [(1 + i\delta)P_{i,j} + E_{i,j}D_{i,j}\Theta_{i,j}], \quad (6.20)$$

$$\frac{\partial D_{i,j}}{\partial t} = -\gamma_{\parallel} \left[D_{i,j} - 1 - \frac{1}{2} (E_{i,j}^* P_{i,j} + E_{i,j} P_{i,j}^*) \right]. \quad (6.21)$$

Puesto que todos los elementos se supondrán compuestos por el mismo tipo de medio láser, se tomará $\Theta_{i,j} = \Theta$. Nótese que, aunque el conjunto de ecuaciones tiene la misma forma que si se tratara de la discretización de las ecuaciones de Maxwell-Bloch, se trata de un concepto distinto del problema.

Consideremos el punto fijo dado por la solución de tipo homogéneo $E_{0i,j}$, $P_{0i,j}$, $D_{0i,j}$. Para estudiar la estabilidad de este punto, consideraremos pequeñas perturbaciones, con lo que el campo perturbado será:

$$E_{ij} = E_{0i,j} + \delta e_{i,j}, \quad (6.22)$$

$$P_{ij} = P_{0i,j} + \delta p_{i,j}, \quad (6.23)$$

$$D_{ij} = D_{0i,j} + \delta d_{i,j}, \quad (6.24)$$

como en el caso continuo se hizo con los modos de Fourier k , buscaremos aquí también un conjunto de variables o modos normales en los que las ecuaciones se desacoplan, y en los que se puedan descomponer las variables en el punto i, j de la malla. Estos modos representarán oscilaciones colectivas de la matriz de láseres, por lo que la perturbación se escribirá:

$$\delta e_{i,j} = \sum_{l,m}^N \delta \epsilon_{i,j} e^{\frac{2\pi i}{N}(il+jm)} , \quad (6.25)$$

$$\delta p_{i,j} = \sum_{l,m}^N \delta \eta_{i,j} e^{\frac{2\pi i}{N}(il+jm)} , \quad (6.26)$$

$$\delta d_{i,j} = \sum_{l,m}^N \delta \zeta_{i,j} e^{\frac{2\pi i}{N}(il+jm)} . \quad (6.27)$$

Consideremos el significado físico de estas variables. Si $\vec{r}_{i,j} = (hi, hj)$ es el vector de posición del láser individual situado en el punto i, j , entonces puede interpretarse que :

$$e^{\frac{2\pi i}{N}(il+jm)} = e^{i\vec{k}_{l,m} \cdot \vec{r}_{i,j}} , \quad (6.28)$$

donde

$$\vec{k}_{l,m} = 2\pi \left(\frac{k}{Nh}, \frac{l}{Nh} \right) \quad (6.29)$$

es el vector de ondas de la onda transversa que se propaga por la malla con longitud de onda:

$$\lambda_{l,m} = \frac{2\pi}{|\vec{k}_{l,m}|} = \frac{Nh}{\sqrt{l^2 + m^2}} = \frac{2b}{\sqrt{l^2 + m^2}} . \quad (6.30)$$

Vemos pues que los modos de oscilación normales de la malla representan modos transversos colectivos, que se propagan coordinando las oscilaciones de los láseres o filamentos de ganancia que la forman.

6.4.1 Estabilidad de la solución nula

Estamos ahora en condiciones de efectuar un análisis de estabilidad de la solución nula $E_{0i,j} = P_{0i,j} = 0, D_{0i,j} = 1$, que cumple la condición de ser de tipo homogéneo como la considerada antes. Sustituyendo la solución

perturbada y linealizando, se llega al siguiente sistema de ecuaciones para las amplitudes de las ondas de perturbación (k, l) :

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \epsilon_{l,m} \\ \eta_{l,m} \\ \zeta_{l,m} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\kappa(1 - i\delta + ig\alpha_{l,m}) & -\kappa\delta & 0 \\ -\gamma_{\perp}\Theta & -\gamma_{\perp}(1 + i\delta) & 0 \\ 0 & 0 & -\gamma_{\parallel} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_{l,m} \\ \eta_{l,m} \\ \zeta_{l,m} \end{pmatrix}, \quad (6.31)$$

donde:

$$\alpha_{l,m} = 4 \left[\sin^2 \left(\frac{\pi l}{N} \right) + \sin^2 \left(\frac{\pi m}{N} \right) \right]. \quad (6.32)$$

Vemos que la matriz es la misma que la obtenida en el caso continuo, salvo que el término difractivo $ak^2/2$ queda sustituido por el parámetro de acoplo entre filamentos vecinos $g\alpha_{l,m}$. El cálculo de la estabilidad neutral lleva a la condición:

$$r_{l,m} = \left(\frac{1}{\Theta} \right) \left[1 + \left(\frac{\delta(\gamma_{\perp} + \kappa) - \kappa g \alpha_{l,m}}{\gamma_{\perp} + \kappa} \right)^2 \right]. \quad (6.33)$$

Sigue siendo válida la discusión hecha en el caso continuo que nos llevó a la conclusión de que $1 > \delta > 0$. Siendo así, vemos que para valores de g no demasiado grandes ($g < 30$ si $\delta = 0.04$), $r_{l,m}$ es mínimo para el valor $\max(\alpha) = \alpha_{N/2, N/2} = 8$, como se puede observar en la Fig. 6.7, donde se representa el valor del parámetro de bombeo r en función de α (lo que en este caso constituye la curva estabilidad neutral), para varios valores de g . Por tanto, $\alpha_{N/2, N/2}$ será el valor que corresponderá a la primera solución láser, lo que espacialmente se traduce en un número de onda:

$$k_{N/2, N/2} = \pi \left(\frac{1}{2h}, \frac{1}{2h} \right) \quad (6.34)$$

que a su vez corresponde a una longitud de onda espacial:

$$\lambda_{N/2, N/2} = \frac{4b}{N\sqrt{2}}. \quad (6.35)$$

En nuestro caso ya hemos dicho que $b = 9 \times 10^{-3}$ m, y podemos estimar, por las observaciones de los patrones, que el número de filamentos en cada eje es de algunos centenares. Con $N = 300$, la longitud de onda de las estructuras de la primera solución láser sería $\lambda_{N/2, N/2} \simeq 85 \mu\text{m}$, bastante de acuerdo

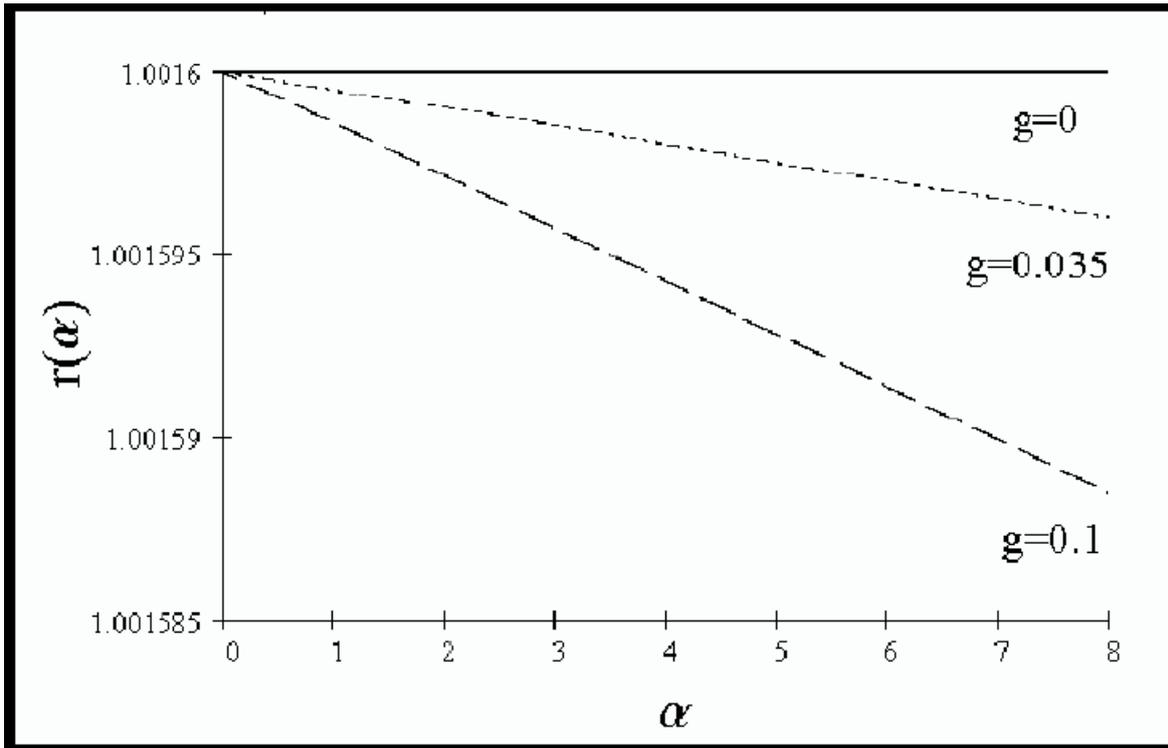


Figura 6.7: Curvas de estabilidad neutral (α, r) para el modelo filamentario, para valores del parametro de acoplo $g = 0$ (linea continua), $g = 0.035$ (linea de puntos) y $g = 0.1$ (linea discontinua)

con las observaciones. Hay que notar que la principal diferencia con el caso continuo consiste en que las longitudes de onda que soporta el sistema están acotadas, no sólo inferiormente, sino también superiormente. De cualquier modo, esta solución de corta longitud de onda corresponde físicamente al caso en que los filamentos no se asocian, o lo hacen en grupos muy pequeños.

Vemos que, salvo que no sea muy alto, hasta ahora no se ha hecho ninguna suposición concreta sobre el parámetro g , que no modifica las propiedades espaciales de este primer umbral. Para completar el cálculo, consideremos los autovalores del sistema (6.31). El resultado es que la solución nula es inestable para todo valor de Θ , g y $r > 1$.

Más interesante es la discusión de las frecuencias correspondientes a estas inestabilidades, es decir la parte imaginaria de los autovalores del sistema (6.31). En la Fig 6.8 se representan las frecuencias frente al valor del parámetro g en el intervalo $g = [0 : 0.1]$, para los valores extremos del parámetro de rotación $\Theta = 0.3$ (línea continua) y $\Theta = 1.0$ (línea disconti-

na). Vemos que las frecuencias se mantienen en el rango $[0 : 100]$ MHz, lo que se corresponde con las observaciones experimentales.

También puede observarse que, dado un valor de g , la frecuencia disminuye cuando lo hace el parámetro rotacional Θ , tendencia que se corresponde con las observaciones del Capítulo anterior. Por ejemplo, para $g \simeq 0.04$, se obtiene un rango de frecuencias que varía entre 55 y 75 MHz, que son valores muy próximos a los hallados experimentalmente (ver Tabla 5.1).

Esto es, con el modelo filamentario se ha logrado pasar de frecuencias no físicas de oscilación a valores que se corresponden totalmente con lo observado, lo que supone un importante argumento a favor de que la filamentación y un acoplo no difractivo sean las características predominantes de la dinámica.

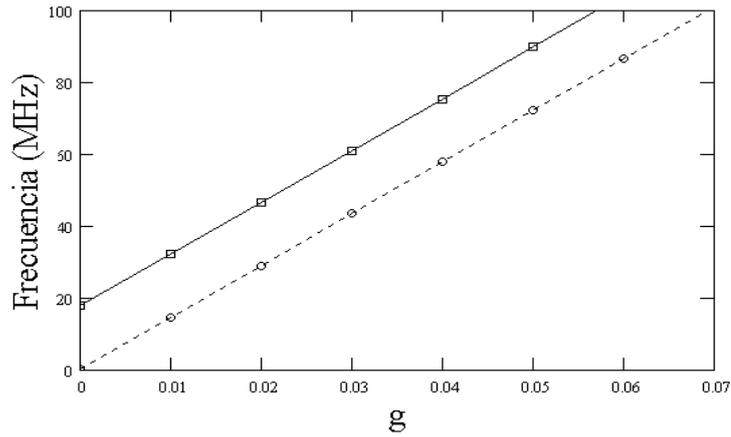


Figura 6.8: Frecuencias de oscilación de los modos de inestabilidad de la solución nula, para $\alpha_{k,l} = 8$, $\delta = 0.04$, $r = 3.5$. Casos (a) $\Theta = 1$ (línea continua), (b) $\Theta = 0.3$ (línea discontinua)

6.4.2 Estabilidad de la solución homogénea

Hemos visto en la Sección anterior que la solución de periodo espacial mínimo $\alpha_{N/2, N/2}$ y la de periodo espacial máximo $\alpha_{0,0}$ nacen casi a la vez. En la Fig. 6.7 se aprecia que, para $g = 0.1$, la diferencia del valor umbral de r entre ambas soluciones es del 0.001 %. Además, el valor de la desintonización δ estimado es compatible con cero.

Consideramos entonces que no se puede descartar en absoluto la aparición simultánea de otras soluciones, y como ejemplo calculamos la estabilidad de la solución homogénea:

$$E_{l,m} = |E_0| = \sqrt{r - \frac{1 + \delta^2}{\Theta}}, \quad P_{l,m} = P_0 = -(1 - i\delta) \frac{E_0}{r},$$

$$D_{l,m} = D_0 = \frac{1 + \delta^2}{r\Theta}. \quad (6.36)$$

Es posible también aquí seguir un método equivalente al usado en la Sec. 3.3.3 (B), escribiendo los campos en forma polar $E = |E_{i,j}|e^{i\Phi E_{i,j}}$, $P = |P_{i,j}|e^{i\Phi P_{i,j}}$, e introduciendo una perturbación con la misma forma espacial que (6.25). Con esto se llega finalmente a una matriz de autovalores:

$$\mathcal{L}_{l,m} = \begin{pmatrix} -\kappa & -\kappa(\delta - g\alpha_{l,m}) & \kappa & \kappa\delta & 0 \\ \kappa(\delta - g\alpha_{l,m}) & -\kappa & -\kappa\delta & \kappa & 0 \\ \gamma_{\perp} & -\gamma_{\perp}\delta & -\gamma_{\perp} & \gamma_{\perp}\delta & \gamma_{\perp} \\ \gamma_{\perp}\delta & \gamma_{\perp} & -\gamma_{\perp}\delta & -\gamma_{\perp} & \gamma_{\perp}\delta \\ -\gamma_{\parallel} \frac{|E_0|^2\Theta}{1+\delta^2} & \gamma_{\parallel} \frac{|E_0|^2\Theta}{1+\delta^2} \delta & -\gamma_{\parallel} \frac{|E_0|^2\Theta}{1+\delta^2} & -\gamma_{\parallel} \frac{|E_0|^2\Theta}{1+\delta^2} \delta & -\gamma_{\parallel} \end{pmatrix}. \quad (6.37)$$

Vemos que la matriz tiene la misma forma que la hallada en la Sec. 3.3.3(B) para el caso homogéneo, salvo el término $g\alpha_{l,m}$. Por simplicidad, se escoge el caso simétrico $\alpha_{l,l}$, sin pérdida de generalidad. Tomando como referencia los valores $g = 0.04$, $\delta = 0.04$ y $N=300$, que se estiman como más apropiados según los resultados de la sección anterior, en la Fig. 6.9 se dibuja el máximo de las partes reales de los autovalores de $\mathcal{L}_{l,l}$ frente a l , el índice del modo discreto, que hace las veces de número de onda. Se observa que aparecen dos bandas de inestabilidad, una para pequeños valores de l , centrada en $l \simeq 15$ y otra simétricamente dispuesta en el otro extremo del rango $l \simeq N - 15$, que por simetría corresponden a un mismo valor de la longitud de onda espacial. Sustituyendo el valor aproximado de l en la Ec. (6.30) se obtiene una onda viajera con un periodo espacial de $\lambda \simeq 0.85$ mm. Además, esta inestabilidad resulta ser estacionaria, es decir, su frecuencia de oscilación asociada (o la parte imaginaria del autovalor correspondiente) es nula. Estas características se corresponden con bastante acierto con las de la estructura grande observada en los patrones, cuyo tamaño estaba en el orden de 0.5 - 1 mm, y aparecía asociada a una frecuencia lenta.

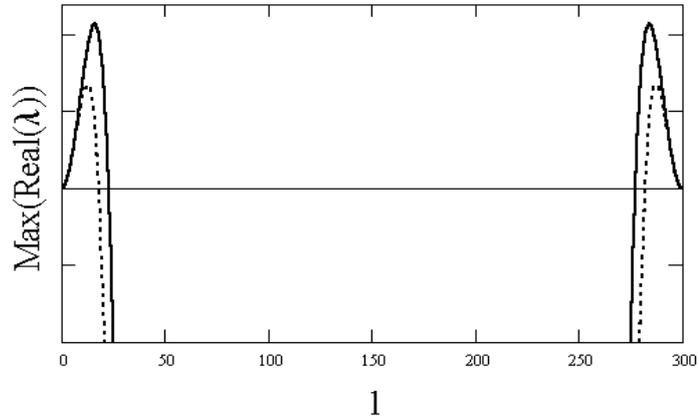


Figura 6.9: $Max(Real(\lambda))$ frente a l . Casos: $\Theta = 1$ (línea continua), $\Theta = 0.3$ (línea discontinua)

En conclusión, el conjunto de estas estimaciones se puede considerar como buen indicio de que la fuerte filamentación de la ganancia a nivel macroscópico, junto con la influencia de la dinámica rotacional en el nivel microscópico, dan una imagen bastante completa de los procesos que tienen lugar en el láser de colorante, tras comprobar que no pueden ser explicados sencillamente en el marco de las ecuaciones de Maxwell-Bloch.

6.5 El fondo de ruido y la dimensionalidad del sistema

Aún se puede obtener otra señal de que el láser de colorantes se está comportando de forma esencialmente distinta a lo que la teoría de Maxwell-Bloch podría esperar atendiendo sólo a sus características geométricas. Últimamente se está estudiando la posibilidad de obtener información sobre la dimensionalidad de los sistemas complicados a partir del ruido de fondo que producen en su espectro de potencia de fluctuaciones [Staliunas, 2000]. Se ha observado que sistemas de distinta dimensionalidad producen ruidos de fondo que siguen leyes de potencias que están directamente relacionadas con la dimensión. En concreto, para un sistema formador de patrones N-dimensional,

se espera que el espectro de potencia de las fluctuaciones esté saturado para bajas frecuencias, y decaiga como $1/\nu^s$, con $s = 2 - \frac{N}{2}$, para altas frecuencias.

Veamos que información puede obtenerse sobre nuestro sistema de esta manera. En la figura 6.10 pueden verse espectros de potencia promedio de una serie de pulsos del láser de colorante. Si se prescinde del pico característico, el fondo se ajusta a una función $a\nu^{-2}$, donde $a \simeq 250$ es un parámetro de ajuste. Este ley de potencia es típica de un sistema de Lorenz cero-dimensional, distinta de la esperada ley ν^{-1} , propia de un sistema formados de patrones bidimensional con ruido aditivo. Sin embargo, esta característica está de acuerdo con un comportamiento independiente de la condición de contorno. En otras palabras, localmente el sistema “olvida” su bidimensionalidad y actúa como uno puntual. Esto apoya el modelo de emisión láser filamentada, en el que cada filamento de ganancia (que es un sistema 0-dimensional en la dimensión transversal), actúa cuasi-independientemente del resto, o al menos más independientemente que lo haría en un sistema puramente bidimensional [Leyva y Guerra, 2000] .

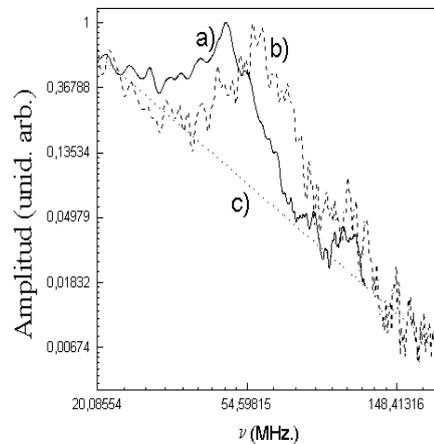


Figura 6.10: Espectro de potencia de fluctuaciones (escala log-log), promediado sobre 30 pulsos de una solución de Rhodamina 6G en: a) Etilenglicol $\eta = 0.2$ P b) Metanol $\eta = 6.010^{-3}$ P c) Ajuste lineal aproximado del fondo de ruido a $a\nu^{-2}$, con $a \simeq 250$

Capítulo 7

Conclusiones y vías de ampliación

Presentamos aquí las conclusiones obtenidas en las investigaciones realizadas y que han sido aquí expuestas a lo largo de la memoria, así como algunas posibles vías de extensión de este trabajo.

7.1 Conclusiones

Láser de CO₂.

Los detalles de nuestro trabajo sobre este tipo de láseres, representativos de la clase B, se dieron en los capítulos 3 y 4. Los principales resultados alcanzados son los siguientes:

1. Hemos estudiado, experimental y teóricamente, la dinámica espacio-temporal de un láser pulsado de CO₂ de apertura moderada ($\mathcal{F} \simeq 10$) en régimen cuasiestacionario. Mediante un sistema cortador de pulsos desarrollado en el grupo, se ha registrado la dinámica instantánea de la distribución transversa bidimensional de intensidad, siendo éstas las primeras medidas de este tipo en láseres.
2. Nuestras medidas muestran que el láser presenta caos espacio-temporal, siendo la dinámica instantánea desordenada e irreproducible de disparo

a disparo. La turbulencia se observa a lo largo de todo el pulso, teniendo un tiempo propio de evolución de unos 10 ns, y un tamaño característico de las estructuras espaciales de 2 mm.

3. Bajo la apariencia desordenada de las medidas instantáneas, se conserva un orden subyacente determinado por las condiciones de contorno, que sólo se hace evidente cuando el sistema es observado durante un tiempo largo comparado con el tiempo característico. Esta emergencia del orden a tiempos largos es característica de los sistemas formadores de patrones de extensión finita, como ha sido observado en varias ocasiones en distintos tipos de sistemas no ópticos. Este fenómeno había sido predicho para láseres, pero no confirmado hasta nuestras observaciones.
4. Hemos realizado el análisis de estabilidad del sistema, teniendo en cuenta su extensión finita. Se ha mostrado que esta característica modifica las propiedades de estabilidad respecto del caso infinitamente extendido, eliminando inestabilidades de longitud de onda grande, que son suprimidas por difracción. Las escalas temporales y espaciales que se deducen de este análisis coinciden plenamente con las observadas experimentalmente.
5. Todas las características de las que se ha hablado pueden ser reproducidas mediante la simulación de las ecuaciones de Maxwell-Bloch de dos niveles.
6. Se ha realizado un estudio similar para el régimen de pulso corto, no estacionario, del láser. Se ha comprobado que la mayoría de los fenómenos observados para el régimen estacionario, como la aparición de orden en la observación promediada, se conservan, aún cuando la longitud del pulso no sea más de 30 veces el tiempo característico. Se ha encontrado que la medida de la pérdida del contraste al aumentar el tiempo de observación es un parámetro estadístico que permite caracterizar la evolución hacia el orden.
7. Se ha presentado un estudio experimental y teórico de la dinámica espacio-temporal y de polarización de un láser de CO_2 cuasi-isótropo.

Cuando sólo el modo fundamental está activo, se observa una dinámica de competición entre polarizaciones que da lugar en las componentes polarizadas del campo a una fuerte oscilación, cuya frecuencia se puede controlar por medio de introducir anisotropías en la cavidad. Cuando también los modos de segundo orden están presentes, a la oscilación debida a la competición de polarización puede unirse otra debida al batido entre los modos de segundo orden TEM_{01} y TEM_{10} , cuya degeneración inicial queda rota por efecto de la ruptura de simetría. Toda la dinámica observada puede reproducirse mediante un modelo basado en las ecuaciones de Maxwell-Bloch, en el que se incluye un término de acoplo entre las componentes polarizadas del campo láser.

Láser de colorantes.

Aquí resumimos los resultados y conclusiones obtenidos en el estudio de este tipo de láser, paradigma de la clase A, que fueron detallados en los Capítulos 5 y 6:

8. Hemos estudiado experimentalmente la dinámica temporal de un láser de colorantes de gran apertura ($\mathcal{F} \simeq 110$). Se observan fluctuaciones en la intensidad, de muy baja correlación espacial, en torno a los $50 \mu\text{m}$. Se ha comprobado que su frecuencia y amplitud promedio dependen sólo de parámetros internos, como la viscosidad del disolvente y el tamaño de los centros activos, y no de características geométricas, como los parámetros del resonador. Efectivamente, las fluctuaciones son más rápidas y profundas cuando la viscosidad del medio es menor o el tamaño molecular es relativamente pequeño. Esto ha permitido relacionar las fluctuaciones con la dinámica molecular rotacional en el seno del medio láser. Se han desarrollado dos modelos teóricos estáticos de la rotación que permiten explicar la dependencia de la amplitud de las fluctuaciones con la viscosidad y el tamaño molecular.
9. Como se hizo con el láser de CO_2 , se ha estudiado la dinámica instantánea de formación de patrones en el láser de colorantes. El principal resultado es la aparición de dos órdenes distintos de estructuras

espaciales, el primero con un tamaño en torno a los μm , coincidiendo con la correlación espacial de las fluctuaciones, y el segundo, con un tamaño en torno a los milímetros.

10. Para el láser de colorantes, el análisis de estabilidad de las ecuaciones de Maxwell-Bloch se revela insuficiente, siendo necesario acudir a un modelo discreto de filamentación de la ganancia para poder explicar la aparición de los dos tamaños y las frecuencias asociadas.

7.2 Vías de ampliación

Sugerimos algunas posibles vías de ampliación del trabajo aquí desarrollado:

1. La dinámica del láser de CO_2 presenta aún algunos interrogantes, como cuál es el proceso de evolución al caos desde un número de Fresnel muy pequeño hasta el máximo posible. Sería de mucho interés realizar las mismas medidas de la dinámica instantánea para diferentes tamaños de diafragma, observando la pérdida progresiva de influencia de la condiciones de contorno.
2. Como se ha comentado en el Capítulo 3, el sistema cortador de pulsos sólo puede tomar una imagen por pulso, con lo que el seguimiento de la evolución del patrón es indirecto, mediante exposiciones largas o promedio colectivo. Para seguir realmente la evolución, sería preferible tomar varias imágenes en el mismo pulso. Actualmente se está diseñando un sistema de corte doble, que permitirá tomar dos imágenes del pulso arbitrariamente cerca una de otra, con lo que se podrá tener una visión “tridimensional” del pulso.
3. Otro de los problemas señalados en el Capítulo 3 a la hora de comparar los resultados experimentales con la teoría es el hecho de que el láser no está sintonizado, e incluye varios modos axiales. Para resolver esto, se planea modificar la cavidad sustituyendo el espejo de reflexión total por una red de difracción.

4. El máximo número de Fresnel que permite el sistema es aún demasiado pequeño para observar un caos espacio-temporal plenamente desarrollado, como se ha podido comprobar en el Capítulo 3. Por eso, durante estos años se ha trabajado también en el diseño y construcción de un sistema TEA-CO₂ con las mismas características que el aquí estudiado, pero con un número de Fresnel de cerca de 100, y una superficie de haz de 36 cm². Este prototipo, que se encuentra actualmente en fase de montaje, incluye innovaciones técnicas, como un nuevo tipo de electrodos de muy alta homogeneidad de campo y compactificación máxima [Leyva y Guerra, 1999], por los que se han interesado algunas empresas. En la figura 7.1 se observa una imagen real del resonador, en la que se ven estos electrodos. Con este sistema se pretende repetir el estudio



Figura 7.1: Imagen real del resonador del láser TEA-CO₂ en construcción, con los electrodos de alta compactificación.

desarrollado en el Capítulo 3, esperando encontrar una turbulencia más desarrollada.

5. La oscilación debida a la competición de polarización observada en el

Capítulo 4 tenía una frecuencia que dependía de la anisotropía de la cavidad, pudiendo manipularse mediante un elemento intracavitario introducido a tal propósito. Se planea estudiar la forma de optimizar este control de la modulación de la intensidad del láser, que puede ser de utilidad práctica. Así mismo, se planea explorar sistemáticamente las implicaciones sobre evolución de la distribución transversa de intensidad de esta dinámica de modos y de polarización.

6. Debido a las dificultades de computación, no se han podido simular las ecuaciones de Maxwell-Bloch para el láser de colorantes. En un futuro, se planea una colaboración con otro grupo para abordar esta tarea.
7. Finalmente, en este trabajo se ha realizado el estudio de la dinámica espacio-temporal de un láser de clase A y otro de clase B. Para cerrar este ciclo, se planea el estudio de un láser de clase C, concretamente, de un láser YAG:Nd de gran apertura. Para el estudio experimental, podemos valernos del sistema cortador de pulsos usado para el CO₂, y la implementación de las simulaciones también podría basarse en el trabajo previo.

APÉNDICE

Apéndice A

Teoría Semiclásica del láser

La mayor parte del trabajo teórico que se presenta en esta memoria se enmarca dentro de la teoría semiclásica de la interacción entre la radiación y la materia. En este capítulo desarrollaremos de una manera exhaustiva la obtención de las ecuaciones que rigen la dinámica en los láseres dentro de esta teoría (ecuaciones de Maxwell-Bloch) [Haken, 1985, Siegman, 1986]. Trataremos la radiación (el campo eléctrico) clásicamente mediante las ecuaciones de Maxwell, en tanto que seguiremos un formalismo cuántico para la materia (átomos o moléculas).

Por último, comentaremos las distintas aproximaciones o transformaciones que se aplican para reducir la complejidad del problema original.

A.1 Ecuaciones de la materia

Tenemos un medio material formado por N átomos o moléculas idénticas por unidad de volumen. Describimos cada uno de ellos mediante su hamiltoniano libre H_0 , el cual contiene sus niveles de energía E_i (autovalores de H_0) y sus autoestados $|i\rangle$ (autofunciones de H_0), $H_0|i\rangle = E_i|i\rangle$. La presencia de un campo eléctrico \vec{E} en el medio induce en los átomos o moléculas unos momentos dipolares eléctricos $\vec{\mu} = -e\vec{x}$, donde e es el valor absoluto de la carga del electrón. Estos momentos dipolares interactúan con el campo eléctrico para dar una energía $H^{e-r} = -\vec{\mu} \cdot \vec{E}$. Así el hamiltoniano total para cada uno de los N átomos o moléculas está formado por el hamiltoniano libre

más el hamiltoniano de interacción dipolar eléctrica con la radiación

$$H = H_0 + e\vec{x} \cdot \vec{E} . \quad (\text{A.1})$$

Podemos representar el estado del átomo o molécula como una combinación lineal de los autoestados del hamiltoniano libre

$$|\Psi(t)\rangle = \sum_i C_i(t) e^{-i\frac{E_i}{\hbar}t} |i\rangle , \quad (\text{A.2})$$

donde hemos escrito explícitamente la evolución debida al hamiltoniano libre, $e^{-i\frac{E_i}{\hbar}t}$, para dejar únicamente en los coeficientes $C_i(t)$ la influencia del hamiltoniano de interacción (imagen de interacción). El estado debe satisfacer la ecuación de Schrödinger

$$(H_0 + e\vec{x}\vec{E}) |\Psi(t)\rangle = i\hbar \frac{\partial |\Psi(t)\rangle}{\partial t} . \quad (\text{A.3})$$

Proyectando sobre el estado $\langle j|$ conseguimos las ecuaciones de evolución de los coeficientes $C_j(t)$

$$i\hbar \frac{dC_j(t)}{dt} = \sum_i C_i(t) e^{i\omega_{ji}t} \vec{E} \cdot \vec{\mu}_{ji} , \quad (\text{A.4})$$

donde $\vec{\mu}_{ji} = \langle j|e\vec{x}|i\rangle$ son los elementos de matriz característicos del átomo o la molécula, y $\omega_{ji} = (E_j - E_i)/\hbar$ son las frecuencias de las transiciones. Estamos considerando un campo eléctrico oscilando con una frecuencia en el rango óptico ($\nu \simeq 10^{15}$ Hz) en resonancia con los niveles 1 y 2 (niveles láser), ($\omega \simeq \omega_{21}$). Se trata de un láser de dos niveles conectados por transiciones a un fotón. Estudiamos la evolución de las amplitudes asociadas a los niveles láser.

$$i\hbar \frac{dC_1}{dt} = \vec{E} \vec{\mu}_{12} e^{-i\omega_{21}t} C_2 , \quad (\text{A.5})$$

$$i\hbar \frac{dC_2}{dt} = \vec{E} \vec{\mu}_{21} e^{i\omega_{21}t} C_1 . \quad (\text{A.6})$$

Si el átomo o molécula es invariante bajo paridad (cambiar \vec{x} por $-\vec{x}$), los autoestados tendrán paridad definida, por lo tanto los elementos de matriz $\vec{\mu}_{jj} = \langle j|e\vec{x}|j\rangle$ serán nulos, ya que al ser impar el operador dipolar $e\vec{x}$, sólo permite transiciones entre niveles de distinta paridad. Como este es el caso

que trataremos en el trabajo, hemos eliminado los elementos de matriz μ_{11} y μ_{22} .

Resolviendo las ecuaciones (A.5) y (A.6) se puede conocer el estado del sistema $|\Psi(t)\rangle$ en cada instante de tiempo, y calcular los valores esperados de cualquiera de los observables. El momento dipolar es

$$\vec{p} = \langle \Psi | -e\vec{x} | \Psi \rangle = -\vec{\mu}_{12} C_1^* C_2 e^{-i\omega_{21}t} - \vec{\mu}_{21} C_1 C_2^* e^{i\omega_{21}t} . \quad (\text{A.7})$$

Definimos $\vec{p}^{(+)} \equiv -\vec{\mu}_{12} C_1^* C_2 e^{-i\omega_{21}t}$ (parte de frecuencia positiva) y $\vec{p}^{(-)} \equiv (\vec{p}^{(+)})^*$ (parte de frecuencia negativa). Haciendo uso de las ecuaciones (A.5) y (A.6) obtenemos la evolución temporal de la parte de frecuencia positiva

$$\frac{d\vec{p}^{(+)}}{dt} = -i\omega_{21}\vec{p}^{(+)} - \frac{i\vec{\mu}_{21}\vec{E}}{\hbar}\vec{\mu}_{12} (|C_2|^2 - |C_1|^2) . \quad (\text{A.8})$$

En esta ecuación aparece la magnitud conocida como inversión de población $d \equiv |C_2|^2 - |C_1|^2$ cuyo significado físico es la probabilidad de encontrar al átomo en el nivel de energía superior menos la probabilidad de encontrarlo en el inferior ($|C_2|^2 + |C_1|^2 = 1$). Como es bien conocido, uno de los requisitos fundamentales para el funcionamiento de la emisión láser es que la población del nivel superior que el inferior ($d > 0$). La evolución de d se calcula igualmente usando las ecuaciones (A.5) y (A.6)

$$\frac{dd}{dt} = -\frac{2i\vec{E}}{\hbar} (\vec{p}^{(+)} - \vec{p}^{(-)}) . \quad (\text{A.9})$$

Este conjunto de ecuaciones (A.8) y (A.9) describe la evolución de un sistema de dos niveles resonante con el campo eléctrico.

Consideremos ahora la dinámica de esta última ecuación en ausencia de campo eléctrico, $\vec{E} = 0$. Como es bien sabido, los átomos se desexcitan espontáneamente debido a su interacción con la radiación de cero fotones, hecho que no ha sido tenido en cuenta en la teoría, y que sólo aparece en el tratamiento puramente cuántico. Además, otros efectos de importancia no son considerados en la teoría, en particular las colisiones elásticas e inelásticas. Estos procesos han de ser introducidos fenomenológicamente, en forma de términos de amortiguamiento:

- Debido a la emisión espontánea y las colisiones, la polarización se desorienta con un tiempo de vida γ_{\perp}^{-1} , que se representará por el término $-\gamma_{\perp}\vec{p}^{(+)}$.

- Debido a las colisiones inelásticas, la inversión de población decae a un ritmo $-\gamma_{\parallel}d$, donde γ_{\parallel}^{-1} es el tiempo de vida.
- Finalmente incluimos el efecto del bombeo, es decir, la energía que mediante mecanismos externos es suministrada para conseguir invertir las poblaciones de los niveles láser. Aparece como $\gamma_{\parallel}d_0$, donde d_0 es la inversión de población estacionaria alcanzada en ausencia del campo.

Introduciendo estos términos las ecuaciones, éstas quedan:

$$\frac{d\vec{p}^{(+)}}{dt} = -(\gamma_{\perp} + i\omega_{21})\vec{p}^{(+)} - \frac{i\vec{\mu}_{21}\vec{E}}{\hbar}\vec{\mu}_{12}d, \quad (\text{A.10})$$

$$\frac{dd}{dt} = \gamma_{\parallel}(d_0 - d) - \frac{2i\vec{E}}{\hbar}(\vec{p}^{(+)} - \vec{p}^{(-)}). \quad (\text{A.11})$$

Estas ecuaciones tienen en cuenta la contribución de un solo átomo o molécula, debemos por tanto aplicar estas ecuaciones a cada miembro l del colectivo

$$\frac{d\vec{p}_l^{(+)}}{dt} = -(\gamma_{\perp l} + i\omega_{21})\vec{p}_l^{(+)} - \frac{i\vec{\mu}_{21l}\vec{E}(\vec{x}_l)}{\hbar}\vec{\mu}_{12l}d_l, \quad (\text{A.12})$$

$$\frac{dd_l}{dt} = \gamma_{\parallel l}(d_0 - d_l) - \frac{2i\vec{E}(\vec{x}_l)}{\hbar}(\vec{p}_l^{(+)} - \vec{p}_l^{(-)}), \quad (\text{A.13})$$

y promediar estas magnitudes microscópicas para obtener las magnitudes macroscópicas del medio, la polarización por unidad de volumen y la inversión de población

$$\vec{P}(\vec{x}, t) = \sum_{l=1}^N (\vec{p}_l^{(+)} + \vec{p}_l^{(-)}) \delta(\vec{x} - \vec{x}_l), \quad (\text{A.14})$$

$$D(\vec{x}, t) = \sum_{l=1}^N d_l \delta(\vec{x} - \vec{x}_l). \quad (\text{A.15})$$

Para ello suponemos que:

- Todos los átomos o moléculas interactúan de la misma manera con la radiación (ensanchamiento homogéneo), $\gamma_{\perp l} = \gamma_{\perp}$, $\gamma_{\parallel l} = \gamma_{\parallel}$.
- El campo eléctrico está linealmente polarizado $\vec{E} = E\vec{e}$, y los elementos de matriz asociados a la transición son paralelos al campo ($\vec{\mu}_{12l} = \vec{\mu}_{12} \parallel \vec{E}$). Existen trabajos recientes en el ámbito de la óptica no lineal

mostrando una rica variedad de comportamientos espacio-temporales al incluir el vector de polarización del campo [Sanmiguel, 1995]. También existen estudios que incluyen los procesos de relajación rotacionales de las moléculas en la dinámica de láseres de colorantes pulsados [Haas y Rotter, 1991]. S. V. Sergeyeu analizó el efecto de la relajación rotacional en la operación bicromática de un láser de colorantes [Sergeyeu, 1996], y en la ruptura espontánea de simetría de la polarización en láseres de clase A con absorbente saturable [Sergeyeu y Krylov, 1997].

Finalmente obtenemos las ecuaciones macroscópicas de la materia teniendo en cuenta al promediar sobre los miembros del colectivo que el campo es una función lentamente variable

$$\frac{\partial P^{(+)}}{\partial t} = -(\gamma_{\perp} + i\omega_{21}) P^{(+)} - \frac{i\mu_{12}^2 ED}{\hbar}, \quad (\text{A.16})$$

$$\frac{\partial D}{\partial t} = \gamma_{\parallel} (Nd_0 - D) - \frac{2iE}{\hbar} (P^{(+)} - P^{(-)}). \quad (\text{A.17})$$

A.2 Ecuación del campo

Partimos de las ecuaciones de Maxwell para un medio material sin cargas libres (S.I.)

$$\nabla \cdot \vec{D} = 0, \quad (\text{A.18})$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad (\text{A.19})$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0, \quad (\text{A.20})$$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}. \quad (\text{A.21})$$

En el rango de frecuencias ópticas, los momentos magnéticos no responden al campo y por tanto la relación entre \vec{B} y \vec{H} es la del vacío.

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}, \quad (\text{A.22})$$

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}. \quad (\text{A.23})$$

La corriente eléctrica está relacionada con el campo a través de la constante de conductividad del medio, $\vec{J} = \sigma_c \vec{E}$. Derivando la ecuación (A.21) respecto al tiempo se obtiene

$$\nabla \times \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = \frac{\partial \vec{J}}{\partial t} + \frac{\partial^2 \vec{D}}{\partial t^2} . \quad (\text{A.24})$$

Usando la ecuación (A.22) en (A.19) para introducirla en (A.24) se obtiene

$$-\frac{1}{\mu_0} \nabla \times \nabla \times \vec{E} = \frac{\partial \vec{J}}{\partial t} + \frac{\partial^2 \vec{D}}{\partial t^2} . \quad (\text{A.25})$$

Considerando la condición de transversalidad del campo eléctrico $\nabla \cdot \vec{E} = 0$, queda la siguiente ecuación

$$\Delta \vec{E} - \sigma_c \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{P}}{\partial t^2} , \quad (\text{A.26})$$

Podemos escribir la ecuación prescindiendo del caracter vectorial pues como dijimos anteriormente el campo esta linealmente polarizado y la polarización inducida es paralela a él ($\vec{P} \parallel \vec{E} \equiv E \vec{e}$)

$$\Delta E - \sigma_c \mu_0 \frac{\partial E}{\partial t} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} . \quad (\text{A.27})$$

A.3 Aproximación de la onda rotante

Recordemos que la polarización oscilante con la frecuencia de la transición ω_{21} fue dividida en dos partes, la parte de frecuencia positiva $P^{(+)} \propto e^{-i\omega_{21}t}$ y la parte de frecuencia negativa $P^{(-)} \propto e^{i\omega_{21}t}$. El campo eléctrico lo escribimos como una onda plana viajando en la dirección del eje z , pero con una amplitud lentamente variable con las coordenadas espaciales y la temporal,

$$\vec{E} = \vec{e} E_0(\vec{x}, t) \cos(kz - \omega t + \varphi) , \quad (\text{A.28})$$

con $k = n\omega/c = 2\pi n/\lambda$. Este tipo de solución aparece en el caso de láseres de anillo. Separamos el campo en una parte de frecuencia positiva $E^{(+)}$ y otra negativa $E^{(-)}$

$$\vec{E} = \vec{e} (E^{(+)} + E^{(-)}) . \quad (\text{A.29})$$

$$E^{(\pm)} = E_0^{(\pm)} e^{\pm i(kz - \omega t)}, \quad (\text{A.30})$$

donde $E_0^{(\pm)} = (E_0/2) e^{\pm i\varphi}$. La ecuación del campo queda

$$\Delta \left(E^{(+)} + E^{(-)} \right) - \sigma_c \mu_0 \frac{\partial (E^{(+)} + E^{(-)})}{\partial t} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 (E^{(+)} + E^{(-)})}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2 (P^{(+)} + P^{(-)})}{\partial t^2}. \quad (\text{A.31})$$

Si multiplicamos la ecuación por $e^{i\omega_{21}t}$ quedarán términos provenientes de la parte de frecuencia negativa que oscilan de la forma $e^{i(\omega_{21} + \omega)t}$ y $e^{i2\omega_{21}t}$, esta oscilación es demasiado rápida ($\simeq 10^{15} Hz$) para que los aparatos de medida puedan seguirla, y al detectarla se observa su promedio temporal cuyo valor es cero. Por otro lado, los términos correspondientes a la parte de frecuencia positiva oscilan lentamente gracias a la condición de resonancia ($\omega_{21} \simeq \omega$), así, la fase del campo es $e^{i(\omega_{21} - \omega)t}$ y la de la polarización $e^{i(\omega_{21} - \omega)t}$. Podemos de esta manera estudiar la ecuación quedándonos con los términos asociados a la parte de frecuencia positiva.

$$\Delta E^{(+)} - \sigma_c \mu_0 \frac{\partial E^{(+)}}{\partial t} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E^{(+)}}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2 P^{(+)}}{\partial t^2}. \quad (\text{A.32})$$

Aplicando el mismo argumento a las ecuaciones materiales obtenemos

$$\frac{\partial P^{(+)}}{\partial t} = -(\gamma_{\perp} + i\omega_{21}) P^{(+)} - \frac{i\mu_{12}^2 E^{(+)} D}{\hbar}, \quad (\text{A.33})$$

$$\frac{\partial D}{\partial t} = \gamma_{\parallel} (Nd_0 - D) - \frac{2i}{\hbar} (E^{(-)} P^{(+)} - E^{(+)} P^{(-)}). \quad (\text{A.34})$$

A.4 Aproximación de la amplitud lentamente variable

La condición de resonancia ($\omega \simeq \omega_{21}$) nos permite escribir la polarización de forma equivalente al campo

$$P^{(\pm)}(\vec{x}, t) = P_0^{(\pm)}(\vec{x}, t) e^{\pm i(kz - \omega t)}, \quad (\text{A.35})$$

siendo $P_0^{(-)} = (P_0^{(+)})^*$. Al igual que ocurría con $E_0^{(+)}(\vec{x}, t)$, $P_0^{(+)}(\vec{x}, t)$ es una amplitud lentamente variable, esto significa que tanto la dependencia temporal como la espacial de estas amplitudes es mucho más lenta que la de

la onda plana

$$\left| \frac{\partial E_0^{(+)}}{\partial t} \right| \ll \left| \omega E_0^{(+)} \right|, \quad \left| \frac{\partial^2 E_0^{(+)}}{\partial t^2} \right| \ll \left| \omega \frac{\partial E_0^{(+)}}{\partial t} \right|, \quad \left| \frac{\partial^2 E_0^{(+)}}{\partial z^2} \right| \ll \left| k \frac{\partial E_0^{(+)}}{\partial z} \right|. \quad (\text{A.36})$$

Teniendo en cuenta estas relaciones vamos a deducir las ecuaciones para las amplitudes lentamente variables realizando las siguientes aproximaciones

$$\begin{aligned} \frac{\partial E^{(+)}}{\partial t} &\simeq -i\omega E_0^{(+)} e^{i(kz-\omega t)}, \\ \frac{\partial^2 E^{(+)}}{\partial t^2} &\simeq \left(-2i\omega \frac{\partial E_0^{(+)}}{\partial t} - \omega^2 E_0^{(+)} \right) e^{i(kz-\omega t)}, \\ \Delta E^{(+)} &\simeq \left(\Delta_t E_0^{(+)} + 2ik \frac{\partial E_0^{(+)}}{\partial z} - k^2 E_0^{(+)} \right) e^{i(kz-\omega t)}, \end{aligned} \quad (\text{A.37})$$

con $\Delta_t \equiv \partial_x^2 + \partial_y^2$. En la ecuación del campo eléctrico, la derivada segunda de la polarización se desprecia en un orden más que la del campo debido a que la polarización es inducida por el campo y se supone menor

$$\frac{\partial^2 P^{(+)}}{\partial t^2} \simeq -\omega^2 P_0^{(+)} e^{i(kz-\omega t)}. \quad (\text{A.38})$$

La ecuación final para la amplitud lentamente variable del campo es

$$\Delta_t E_0^{(+)} + 2ik \frac{\partial E_0^{(+)}}{\partial z} + \frac{2i\omega}{c^2} \frac{\partial E_0^{(+)}}{\partial t} = -i\mu_0 \sigma_c \omega E_0^{(+)} - \mu_0 \omega^2 P_0^{(+)}, \quad (\text{A.39})$$

o bien

$$-\frac{ic\lambda}{4\pi} \Delta_t E_0^{(+)} + c \frac{\partial E_0^{(+)}}{\partial z} + \frac{\partial E_0^{(+)}}{\partial t} = -\kappa E_0^{(+)} + \frac{i\omega}{2} P_0^{(+)}. \quad (\text{A.40})$$

Donde $\kappa \equiv \frac{\sigma_c}{2}$, que es el término de amortiguamiento del campo, se puede relacionar con el tiempo de permanencia del fotón en la cavidad $\sigma_c/\varepsilon_0 \simeq 1/t_c$, siendo la principal contribución las pérdidas en los espejos ($t_c = -L/(c \log(\sqrt{r_1 r_2}))$), donde r_1, r_2 son las reflectividades de los espejos y L la longitud de la cavidad.

En las ecuaciones de la polarización y de la inversión de población no es necesario despreciar ningún término.

$$\frac{\partial P_0^{(+)}}{\partial t} = -(\gamma_{\perp} + i(\omega_{21} - \omega)) P_0^{(+)} - \frac{i\mu_{12}^2 E_0^+ D}{\hbar}, \quad (\text{A.41})$$

$$\frac{\partial D}{\partial t} = \gamma_{\parallel} (Nd_0 - D) - \frac{2i}{\hbar} \left[(E_0^{(+)})^* P_0^{(+)} - E_0^{(+)} (P_0^{(+)})^* \right]. \quad (\text{A.42})$$

Este sistema de ecuaciones (A.40)-(A.42) corresponde a un láser de anillo de dos niveles linealmente polarizado, y con ensanchamiento homogéneo.

A.5 Eliminación de la frecuencia de batido y adimensionalización de las ecuaciones

Si hacemos el cambio

$$\begin{aligned} E_0^{(+)} &= E_g e^{i\omega_0 t}, \\ P_0^{(+)} &= -iP_g e^{i\omega_0 t}, \\ D &= D_g, \end{aligned} \quad (\text{A.43})$$

eliminaremos de las ecuaciones la frecuencia de batido procedente de la desintonización ω_0 con la que oscilan las envolventes de los campos $E_0^{(0)}$ y $P_0^{(0)}$, siendo:

$$\omega_0 = -\frac{\kappa\Delta}{\kappa + \gamma_{\perp}} \quad (\text{A.44})$$

donde $\Delta = \omega_{21} - \omega$. Las ecuaciones quedan:

$$\frac{\partial E_g}{\partial t} = -\kappa(1 - i\delta)E_g + \frac{\omega}{2\varepsilon_0}P_g + \frac{ic\lambda}{4\pi}\Delta_{\perp}E_g - c\frac{\partial E_g}{\partial z}, \quad (\text{A.45})$$

$$\frac{\partial P_g}{\partial t} = -\gamma_{\perp}(1 + i\delta)P_g + \frac{\mu_{12}^2}{\hbar}E_g D_g, \quad (\text{A.46})$$

$$\frac{\partial D_g}{\partial t} = \gamma_{\parallel}(Nd_0 - D_g) - \frac{2}{\hbar}(E_g^* P_g + E_g P_g^*). \quad (\text{A.47})$$

donde hemos definido una desintonización reescalada $\delta = \frac{\Delta}{\kappa + \gamma_{\perp}}$.

Antes de comenzar a analizar un sistema de ecuaciones conviene hacer los cambios de variable necesarios para trabajar con magnitudes adimensionales y cuyos valores sean próximos a las unidades. Este escalamiento facilita el análisis teórico y evita muchos problemas desde el punto de vista de la resolución numérica del sistema. Realizamos por tanto las siguientes

transformaciones para las variables dependientes del problema

$$E_g = \frac{\hbar\sqrt{\gamma_\perp\gamma_\parallel}}{2\mu_{12}} E \quad (\text{A.48})$$

$$P_g = -\frac{\mu_{12}}{2} \sqrt{\frac{\gamma_\parallel}{\gamma_\perp}} N d_0 P \quad (\text{A.49})$$

$$D_g = N d_0 D \quad (\text{A.50})$$

Con lo que obtenemos las ecuaciones de Maxwell-Bloch en la forma en que serán manejadas a lo largo del trabajo:

$$\frac{\partial E}{\partial t} = -\kappa \left[1 - i\delta - \frac{ia}{2} \Delta_\perp \right] E - \kappa r P - c \frac{\partial E}{\partial z}, \quad (\text{A.51})$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} = -\gamma_\perp [(1 + i\delta)P + ED], \quad (\text{A.52})$$

$$\frac{\partial D}{\partial t} = -\gamma_\parallel \left[D - 1 - \frac{1}{2} (E^* P + EP^*) \right], \quad (\text{A.53})$$

$$(\text{A.54})$$

donde hemos definido los siguientes parámetros:

$$a \equiv \frac{c\lambda}{2\pi\kappa} \quad r \equiv \frac{\omega\mu_{12}^2 N d_0}{2\kappa\epsilon_0 \hbar \gamma_\perp} \quad (\text{A.55})$$

donde a el coeficiente de difracción y r es un parámetro adimensional que representa la razón entre la ganancia d_0 y las pérdidas κ , y cuyo máximo se obtiene al tomar la mayor ganancia posible: $d_0 = 1$. En general, r representa el número de veces sobre el umbral a las que se sitúa la inversión de población.

A.6 Aproximación de campo medio

Las ecuaciones de Maxwell-Bloch que se acaban de deducir son un conjunto de ecuaciones en derivadas parciales con dimensión 3+1 (3 espaciales y 1 temporal). Se trata de un problema difícil de abordar, que sin embargo muchas veces se puede simplificar reduciéndolo a un sistema más sencillo que retenga, al menos cualitativamente, el comportamiento. En concreto, se puede eliminar alguna de las dimensiones del problema.

Frecuentemente, para el estudio de la formación de patrones transversales en láseres se usa la aproximación del campo medio, en la cual se desprecia la dependencia en la coordenada longitudinal [Brambilla et al., 1994,

Prati et al., 1994]. Esta aproximación corresponde a tener un solo modo longitudinal en la cavidad, aunque también es utilizada para el caso de varios modos longitudinales dinámicamente independientes. Si además consideramos el caso de espejos planos las ecuaciones quedan:

$$\frac{\partial E}{\partial t} = -\kappa \left[1 - i\delta - \frac{ia}{2} \Delta_{\perp} \right] E - \kappa r P, \quad (\text{A.56})$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} = -\gamma_{\perp} [(1 + i\delta)P + ED], \quad (\text{A.57})$$

$$\frac{\partial D}{\partial t} = -\gamma_{\parallel} \left[D - 1 - \frac{1}{2} (E^* P + EP^*) \right]. \quad (\text{A.58})$$

De esta forma se reduce el problema inicial a uno de menor dimensión (2+1), Éste será el sistema básico que utilizaremos a lo largo de este trabajo de investigación.

Otras veces sin embargo, se desprecian precisamente los efectos transversales, reteniendo únicamente la dinámica longitudinal y temporal, o únicamente la temporal. En este último caso se obtiene un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias que equivalen a las conocidas ecuaciones de Lorenz, paradigma del caos [Haken, 1975].

Bibliografía

- [Abraham et al., 1996] Abraham, N. B., Matlin, M. D., y Gioggia, R. S. (1996). *Phys. Rev. A* 53, 3514.
- [Ackemann et al., 2000] Ackemann, T., Barland, S., Cara, M., Balle, S., Tredicce, J. R., Jager, R., Grabherr, M., Miller, M., y Ebelling, K. J. (2000). "Spatial mode structure of bottom-emitting broad-area vertical-cavity surface-emitting lasers". *J. Opt. B: Quantum Semiclass. Opt* 2, 406.
- [Arbeloa et al., 1997] Arbeloa, F. L., Arbeloa, T. L., Arbeloa, I. L., Costela, A., García-Moreno, I., Figuera, J. M., y Amat-Guerri, F. (1997). "Relations between photophysical and lasing properties of rodamines in solid polymeric matrices". *Appl. Phys. B* 64, 651.
- [Arecchi et al., 1993] Arecchi, F. T., Boccaletti, S., Ramazza, P. L., y Residori, S. (1993). "Transition from Boundary-to Bulk-Controlled Regimes in Optical Pattern Formation". *Phys. Rev. Lett* 70, 2277.
- [Biswas y Harrison, 1986] Biswas, D. J. y Harrison, R. G. (1986). "Observation of pulsating instabilities and chaos in a transversely excited atmospheric pressure CO₂ laser". *Opt. Comm.* 47, 3.
- [Bosh et al., 1994] Bosh, E., Lambermont, H., y van der Water, W. (1994). "Averaged patterns in Faraday waves". *Phys. Rev. E* 49, R3580.
- [Brambilla et al., 1994] Brambilla, M., Cattaneo, M., Lugiato, L. A., Pirovano, R., Prati, F., Kent, A. J., Oppo, G. L., Coates, A. B., Weiss, C. O., Green, C., D'Angelo, E. J., y Tredicce, J. R. (1994). "Dynamical transverse laser patterns. I. Theory". *Phys. Rev. A* 49, 1427.

- [Busse, 1978] Busse, F. H. (1978). *Rep. Prog. Phys.* 41, 1929.
- [Calderón et al., 1997a] Calderón, O. G., Guerra, J. M., Costela, A., García-Moreno, I., y Sastre, R. (1997a). "Laser emission of a flash -lamp pumped Rhodamine 6G solid copolymer solution". *Appl. Phys. Lett.* 70, 25.
- [Calderón et al., 1997b] Calderón, O. G., Leyva, I., y Guerra, J. M. (1997b). Intensity fluctuations in lasers. effect of the solvent viscosity. *Proceedings of the VIII spanish meeting on statistical physics FISES'97* Anales de Física, Monografías RSEF 4, 185.
- [Calderón et al., 1998] Calderón, O. G., Leyva, I., y Guerra, J. M. (1998). "The role of the solvent viscosity on the spatiotemporal instabilities of large aperture dye lasers". *Appl. Phys. Lett.* 73, 557.
- [Calderón et al., 1999] Calderón, O. G., Leyva, I., y Guerra, J. M. (1999). "Effect of the solvent viscosity on the local irregular intensity fluctuations in high Fresnel number dye lasers". *IEEE J. Quantum Electron.* 35, 1.
- [Chuartzman et al., 1995] Chuartzman, S. G., Krygier, D., y Hnilo, A. A. (1995). "Pattern formation in a large Fresnel number dye laser". *Optics Comm.* 121, 1.
- [Costela et al., 1998] Costela, A., García-Moreno, I., Barroso, J., y Sastre, R. (1998). *J. Appl. Phys.* 83, 650.
- [Cross y Hohenberg, 1993] Cross, M. C. y Hohenberg, P. C. (1993). "Pattern formation outside of equilibrium". *Rev. Mod. Phys.* 65, 851.
- [D'Alessandro y Oppo, 1992] D'Alessandro, G. y Oppo, G. L. (1992). "Gauss-Laguerre modes: a sensible basis for laser dynamics". *Opt. Commun.* 88, 130.
- [Dangoisse et al., 1992] Dangoisse, D., Hennequin, D., Lepers, C., Lovergneaux, E., y Glorieux, P. (1992). "Two dimensional optical lattices in a CO₂ laser". *Phys. Rev. A.* 46, 5955.
- [Degen et al., 2000] Degen, C., Krauskopf, B., Jennemann, G., Fisher, I., y Elsasser, W. (2000). . *J. Opt. B: Quantum Semiclass. Opt.* 2, 517.

- [Duarte et al., 1991] Duarte, F. J., Davenport, W. E., Ehrlich, J. J., y Taylor, T. S. (1991). "*Ruggedized narrow-linewidth dispersive dye laser oscillator*". *Opt. Commun.* 84, 310.
- [Emelyanov y Yukalov, 1986] Emelyanov, V. I. y Yukalov, V. I. (1986). "*Formation of inversion filaments in laser media due to interatomic interactions via the superradiation field*". *Opt. Spectros. (USSR)* 60, 634.
- [Encinas-Sanz et al., 1999] Encinas-Sanz, F., Calderón, O. G., Gutiérrez-Castrejón, R., y Guerra, J. (1999). "*Measurement of the spatio-temporal dynamics of simple transverse patterns in a pulsed transversely excited atmospheric CO₂ laser*". *Phys. Rev. A* 59, 1.
- [Encinas-Sanz y Guerra, 1991] Encinas-Sanz, F. y Guerra, J. (1991). "*Peaking capacitor in a incomplete corona surface discharge preionized TEA CO₂ laser*". *IEEE J. Quantum Electron.* 27, 891.
- [Encinas-Sanz et al., 1996] Encinas-Sanz, F., Guerra, J. M., y Pastor, I. (1996). "*Transverse pattern morphogenesis in a CO₂ laser*". *Optics Lett.* 21, 1153.
- [Encinas-Sanz et al., 2000a] Encinas-Sanz, F., Leyva, I., y Guerra, J. (2000a). "*Time resolved pattern evolution in a large aperture laser*". *Phys. Rev. Lett.* 84, 883.
- [Encinas-Sanz et al., 2000b] Encinas-Sanz, F., Leyva, I., y Guerra, J. (2000b). "*Time resolved spatio-temporal dynamics in a broad area CO₂ laser*". *Phys. Rev. A.* 62, 43821.
- [Encinas-Sanz et al., 2001] Encinas-Sanz, F., Leyva, I., y Guerra, J. (2001). "*Time resolved spatio-temporal dynamics in a broad area CO₂ laser*". *Int. J. Bifurcation and Chaos*, aceptado para publicación.
- [Farjas et al., 1994] Farjas, J., Hennequin, D., Dangoisse, D., y Gloriex, P. (1994). "*Role of symmetries in the transition to turbulence in optics*". *Phys. Rev. A.* 57, 580.

- [Feng et al., 1993] Feng, Q., Moloney, J., y Newell, C. (1993). " *Amplitude instabilities of transverse travelling waves in lasers*". *Phys. Rev. Lett.* 71, 1705.
- [Feng et al., 1994] Feng, Q., Moloney, J., y Newell, C. (1994). " *Transverse patterns in lasers*". *Phys. Rev. A.* 50, R3601.
- [Fisher et al., 1996] Fisher, I., Hess, O., Elsaßer, W., y Gobel, E. (1996). " *Complex spatio-temporal dynamics in the near field of a broad-area semiconductor laser*". *Europhys. Lett.* 38, 579.
- [Fondevilla y Hnilo, 1999] Fondevilla, D. M. y Hnilo, A. A. (1999). " *Coupled dye modes: experimental study of the dynamics*". *Opt. Commun.* 162, 324.
- [Fowler, 1966] Fowler, R. H. (1966). *Statistical Mechanics*. Cambridge University Press, London.
- [Fox y Li, 1963] Fox, A. G. y Li, T. (1963). " *Modes in a maser interferometer with curved and tilted mirrors*". *Proc. IEEE* 51, 80.
- [G. C. Puccioni y Oppo, 1987] G. C. Puccioni, M. V. Trantnik, J. S. y Oppo, G. L. (1987). . *Opt. Lett.* 12.
- [Gluckman et al., 1993] Gluckman, B. J., Arnold, C., y Gollub, J. (1993). " *Time averaging of chaotic wave patterns*". *Phys. Rev. Lett.* 71, 2034.
- [Guerra et al., 1998] Guerra, J. M., Leyva, I., y Calderón, O. G. (1998). " *Local irregular intensity fluctuations in high Fresnel number dye lasers*". *Proceedings of the SPIE* 3265, 29.
- [Haas y Rotter, 1991] Haas, R. A. y Rotter, M. D. (1991). " *Theory of pulsed dye lasers including dye-molecule rotational relaxation*". *Phys. Rev. A* 43, 1573.
- [Haken, 1975] Haken, H. (1975). *Phys. Lett. A.* 53, 77.
- [Haken, 1985] Haken, H. (1985). *Light Vol. 2 Laser Light Dynamics*. North-Holland, Amsterdam.

- [HAN, 1972] (1972). *Handbook of Chemistry and Physics, 53rd ed.* CRC, Cleveland.
- [Happel y Brenner, 1965] Happel, J. y Brenner, H. (1965). *Low Reynolds number hydrodynamics*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N. J. (USA).
- [Harkness et al., 1994] Harkness, G. K., Firth, W. J., Geddes, J. B., Moloney, J. V., y Wright, E. M. (1994). "Boundary effects in large-aspect-ratio lasers". *Phys. Rev. A* 50, 4310.
- [Hegarty et al., 1999] Hegarty, S. P., Huyet, G., y McInerney, J. G. (1999). "Pattern formation in the transverse section of a laser with a large Fresnel number". *Phys. Rev. Lett.* 82, 1434.
- [Hess et al., 1995] Hess, O., Koch, S., y Moloney, J. V. (1995). "Filamentation and Beam Propagation in Broad-Area Semiconductor Lasers". *IEEE J. Quantum. Elec.* 31, 35.
- [Huyet et al., 1995] Huyet, G., Martinoni, M. C., Tredicce, J. R., y Rica, S. (1995). "Spatiotemporal Dynamics of Lasers with a Large Fresnel Number". *Phys. Rev. Lett.* 75, 4027.
- [Huyet y Rica, 1996] Huyet, G. y Rica, S. (1996). "Spatio-temporal instabilities in the transverse patterns of lasers". *Physica D* 96, 215.
- [Huyet y Tredicce, 1996] Huyet, G. y Tredicce, J. (1996). "Spatio-temporal chaos in the transverse section of lasers". *Physica D* 96, 209.
- [Jacobsen et al., 1994] Jacobsen, P., Lega, J., Feng, Q., a.d J.V. Moloney, M. S., y Newell, A. (1994). "Nonlinear transverse modes of large-aspect-ratio homogeneously broadened lasers: I. Analysis and numerical simulation". *Phys. Rev. A* 49, 4189.
- [Jacobsen et al., 1992] Jacobsen, P., Moloney, J., Newell, A., y Indik, R. (1992). "Spatio-time dynamics of wide-gain-section lasers". *Phys. Rev. A* 45, 81299.

- [Labate et al., 1997a] Labate, A., Ciofini, M., Meucci, R., Boccaletti, S., y Arecchi, F. (1997a). "Pattern dynamics in a large Fresnel number laser close to threshold". *Phys. Rev. A*. 56, 2237.
- [Labate et al., 1997b] Labate, A., Meucci, R., y Ciofini, M. (1997b). . *Optics Comm.* 141, 150.
- [Lega et al., 1995] Lega, J., , Moloney, J., y Newell, A. (1995). "Universal description of laser dynamics near threshold". *Physica D* 83, 478.
- [Lega et al., 1994] Lega, J., Moloney, J., y Newell, A. (1994). "Swift-Hohenberg equation for lasers". *Phys. Rev. Lett.* 73, 2978.
- [Leyva et al., 2001a] Leyva, I., Allaria, E., y Meucci, R. (2001a). "Polarization competition in a multimode quasi-isotropic CO₂ laser". *Phys. Rev. A*, en preparación.
- [Leyva et al., 2001b] Leyva, I., Allaria, E., y Meucci, R. (2001b). "Polarization competition in a quasi-isotropic CO₂ laser". *Optics Lett.*, aceptado para publicación.
- [Leyva et al., 2001c] Leyva, I., Calderín, O. G., y Guerra, J. M. (2001c). "Time resolved pattern formation in a broad aperture class A laser". *Phys. Rev. A*, en preparación.
- [Leyva y Guerra, 1999] Leyva, I. y Guerra, J. (1999). "A compacted Ernst electrodes profile for pulsed high pressure lasers". *Meas. Sci. Technol.* 10, N1.
- [Leyva y Guerra, 2000] Leyva, I. y Guerra, J. (2000). "The role of the molecular dynamics in the local intensity instabilities of large aperture dye lasers". *Appl. Phys. Lett.* 77.
- [Lovergneaux et al., 1996] Lovergneaux, E., Hennequin, D., Dangoisse, D., y Glorieux, P. (1996). "Transverse mode competition in a CO₂ laser". *Phys. Rev. A*. 53, 4435.
- [Lusty y Dunn, 1987] Lusty, M. E. y Dunn, M. H. (1987). *Appl. Phys. B* 44, 193.

- [Matlin et al., 1995] Matlin, M. D., Gioggia, R. S., Abraham, N. B., Glorieux, P., y Crawford, T. (1995). . *Opt. Comm.* 120, 204.
- [Morgan y Dugan, 1979] Morgan, F. y Dugan, H. (1979). *Appl. Opt.* 18, 4112.
- [Ning et al., 1993] Ning, L., Hu, Y., Ecke, R., y Ahlers., G. (1993). "*Spatial and temporal averages in chaotic patterns*". *Phys. Rev. Lett.* 71, 2216.
- [Paddon et al., 1992] Paddon, P., Sjerve, E., May, A. D., Bourois, M., y Stephan, G. (1992). . *J. Opt. Soc. Am. B.* 9, 574.
- [Pastor et al., 1991] Pastor, I., Encinas-Sanz, F., y Guerra, J. M. (1991). "*Spatio-temporal instabilities from a transversely excited atmospheric CO₂ laser*". *Appl. Phys. B* 52, 184.
- [Pastor y Guerra, 1991] Pastor, I. y Guerra, J. M. (1991). "*Fast local intensity fluctuations in a pulsed untuned dye laser*". *Appl. Phys. B* 52, 184.
- [Pérez-García y Guerra, 1994] Pérez-García, V. M. y Guerra, J. M. (1994). "*Weak turbulent behaviour and dynamical frequency locking in a high-fresnel-number laser*". *Phys. Rev. A* 50, 1646.
- [Pérez-García et al., 1995] Pérez-García, V. M., Pastor, I., y Guerra, J. M. (1995). "*Order-disorder transitions in the dynamics of a dye laser*". *Phys. Rev. A* 52, 2392.
- [Prati et al., 1994] Prati, F., Brambilla, M., y Lugiato, L. A. (1994). "*Pattern Formation in Lasers*". *Riv. Nuovo Cimento* 17, 1.
- [Prati y Zucchetti, 1995] Prati, F. y Zucchetti, L. (1995). "*Rotating patterns in class-B laser with cylindrical symmetry*". *Phys. Rev. A* 51, 4093.
- [Puccioni et al., 1989] Puccioni, G. C., Lippi, G. L., y Abraham., N. B. (1989). . *Optics Comm.* 72, 361.
- [Sanmiguel, 1995] Sanmiguel, M. (1995). "*Phase instabilities in the laser vector complex Ginzburg-Landau equation*". *Phys. Rev. Lett.* 75, 425.

- [Schafer, 1973] Schafer, F. P. (1973). *Dye lasers*. Springer-Verlag, Berlin.
- [Sergeyev, 1996] Sergeyev, S. V. (1996). "Orientational-relaxation dependent bichromatic operation of a ring cavity dye laser with polarized pumping". *Opt. Commun.* 128, 101.
- [Sergeyev y Krylov, 1997] Sergeyev, S. V. y Krylov, G. G. (1997). "Dynamics operations and chaos control for an anisotropic class A laser with a saturable absorber". *Opt. Commun.* 139, 270.
- [Siegman, 1986] Siegman, A. E. (1986). *Lasers*. Oxford University Press, Walton Street, Oxford.
- [Smirnov y Yarsev, 1993] Smirnov, V. y Yarsev, I. (1993). *Opt. Spectrosc.* 75, 530.
- [Staliunas, 1993] Staliunas, K. (1993). "Laser Ginzburg-Landau equation and laser hidrodynamics". *Phys. Rev. A* 48, 1573.
- [Staliunas, 1995] Staliunas, K. (1995). "Transverse pattern formation in optical parametric oscillators". *J. Mod. Optics.* 42, 1261.
- [Staliunas, 2000] Staliunas, K. (2000). *Phys. Rev. Lett.*, submitted .
- [Staliunas et al., 1995] Staliunas, K., Tarroja, M. F., Sleky, G., y Weiss, C. O. (1995). "Analogy between photorefractive oscillators and class A laser". *Phys. Rev. A* 51, 4140.
- [Staliunas et al., 1993] Staliunas, K., Tarroja, M. F. J., y Weiss, C. O. (1993). "Transverse mode locking, antilocking and self-induced dynamics of class B lasers". *Opt. Comm.* 69, 102.
- [Staliunas y Weiss, 1995] Staliunas, K. y Weiss, C. O. (1995). "Nonstationary vortex lattices in large-aperture class B lasers". *J. Opt. Soc. Am. B* 12, 1142.
- [Stepanov y Gribkovskii, 1968] Stepanov, B. I. y Gribkovskii, V. P. (1968). *Theory of luminescence*. Iliffe books ltd, London.

- [Taggiasco et al., 1997] Taggiasco, C., Meucci, R., Miofini, C., y Abraham., N. B. (1997). "*Polarization states and dynamics of the lowest order transverse modes in a Fabry-Perot CO₂ laser*". *Optics Comm.* 133, 507.
- [Tamm y Weiss, 1990] Tamm, C. y Weiss, C. O. (1990). "*bistability and optical switching of spatial patterns in a laser*". *J. Opt. Soc. Am. B* 7, 1034.
- [Tredicce et al., 1985] Tredicce, J., Arecchi, F. T., y Lippi, G. L. (1985). "*Instabilities in laser with an injected signal*". *J. Opt. Soc. Am. B* 2, 173.
- [Vaupel et al., 1996] Vaupel, M., Staliunas, K., y Weiss, C. O. (1996). "*Hydrodynamics phenomena in laser physics: modes with flows and vortices behind an obstacle in a optical channel*". *Phys. Rev. A* 54, 880.
- [Vorobeva et al., 1994] Vorobeva, N.Ñ., Galushkin, M. G., Glotov, E. P., Lyakishev, V. G., Rodionov, V. I., Seregin, A. M., Cheburkin, N. V., y Chekin., S. K. (1994). *Sov. J. Quantum Electron.* 14, 7.
- [Weiss et al., 1999] Weiss, C. O., Vaupel, M., Staliunas, K., Slekyš, G., y Taranenko, V. (1999). "*Solitons and vortices in lasers*". *Appl. Phys. B* 68, 151.
- [Witteman, 1987] Witteman, W. J. (1987). *The CO₂ laser*. Springer, Berlin.
- [Zenhlé, 1998] Zenhlé, V. (1998). "*Theoretical analysis of a bimode laser*". *Phys. Rev. A* 57, 629.