

UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID
FACULTAD DE CIENCIAS POLÍTICAS Y SOCIOLOGÍA
Departamento de Cambio Social (Sociología I)



**VIVIR LA ECUACIÓN DE SCHROEDINGER : UNA
APROXIMACIÓN ANTROPOLÓGICA AL
CONOCIMIENTO CIENTÍFICO**

**MEMORIA PRESENTADA PARA OPTAR AL GRADO DE
DOCTOR POR**

Miguel Angel Vázquez Ferreira

Bajo la dirección de los Doctores:

Ramón Ramos Torre
Francisco Castejón Magaña

Madrid, 2004

ISBN: 84-669-2652-6



Universidad Complutense de Madrid
Facultad de CC. Políticas y Sociología
Departamento de Cambio Social (Sociología I)

Tesis Doctoral

Vivir la Ecuación de Schroedinger:
Una aproximación antropológica al conocimiento
científico

Miguel Ángel Vázquez Ferreira

Directores:
Ramón Ramos Torre
Francisco Castejón Magaña

Vivir la Ecuación de Schroedinger:
Una aproximación antropológica al conocimiento
científico

Miguel Ferreira

Directores:
Ramón Ramos Torre
Francisco Castejón Magaña

Índice

I. INTRODUCCIÓN	ix
II. LA ECUACIÓN DE SCHROEDINGER (ESH)	1
II.1. Presentación de la Ecuación	1
II.2. Presentación del artefacto	14
II.3. Presentación de la Controversia	20
La interpretación probabilística	27
II.4. El sentido de la presentación del artefacto	37
II.4.i. Objetivos	38
a) El conocimiento como actividad	40
b) El conocimiento científico como competencia	46
c) El conocimiento científico como práctica colectiva	49
d) El proceso de «producción de los productores de hechos científicos»	52
II.5. Salirse del Laboratorio: Presupuestos a cuestionar	55
II.5.i. Los límites de la investigación en el laboratorio	56
II.5.ii. Versatilidades etnográficas	64
II.5.iii. Metodología: una condición de posibilidad	70
III. [PARTICIPACIÓN:] EL APRENDIZAJE DE LA EC. DE SCHROEDINGER	75
III.1. El trabajo de campo: del laboratorio a la licenciatura en CC. Físicas	75
III.2. Primera dimensión metodológica	78
III.2.i. Cuestionamiento de la frontera sujeto / objeto	81
III.2.ii. Equiparación entre investigador e investigados	84

III.3. Reconstrucción del artefacto	86
III.3.i. ¿Cómo se hace de una Ecuación un «hecho estabilizado»?	86
a) La ESH: entre la Electrodinámica y la Relatividad	92
b) La ESH: entre la Física y la Topología	104
c) La ESH: entre la Exactitud y la Aproximación.....	123
IV. [OBSERVACIÓN:] EL SUBSTRATO VIVENCIAL DEL APRENDIZAJE	135
IV.1. El aprendizaje «crítico» y la reconstrucción retrospectiva (Segunda dimensión metodológica)	135
IV.2. Empezando a (ver) construir(se) la «laboratoriedad» de la Ciencia	148
IV.2.i. Ondas, fantasmas y boniatos rebozados	149
IV.2.ii. Unos cuantos cuantos	163
IV.2.iii. Principios analógicos	174
IV.2.iv. Un paréntesis pre-transductivo	179
IV.2.v. Dos escenarios paralelos	185
IV.2.vi. ¿Entre el cristal y el humo?	198
IV.2.vii. Espacios en conflicto	206
IV.3. Saliendo «más allá» de la Ecuación.....	212
IV.3.i. La ecuación bajo las premisas de la SCC	214
IV.3.ii. La construcción textual de objetividad: los «textos/ prácticas»	236
IV.4. A modo de «justificación»	246
V. [AUTO-OBSERVACIÓN:] UNA FORMALIZACIÓN ENCARNADA	253
V.1. La reconstrucción textual de un fracaso	255
V.1.i. Re-presentación de la ecuación	257
V.1.ii. Re-presentación del artefacto	261
V.1.iii. Re-presentación de la controversia.....	263
V.1.iv. Re-presentación del sentido.....	265
V.2. De la socialidad de un sujeto singular y de la carencia de pruebas legítimas para la defensa de su causa... ..	270

V.3. La transducción: fundamento de la reflexividad constitutiva	274
APÉNDICES.....	285
Apéndice A1.....	287
Apéndice A2.....	305
Apéndice A3.....	337
Apéndice A4.....	361
Apéndice A5.....	393
Apéndice A6.....	407
BIBLIOGRAFÍA	425

I. INTRODUCCIÓN

Tras la publicación de *La estructura de las revoluciones científicas* de Thomas Kuhn, el modo de concebir la ciencia sufrió un giro significativo. Kuhn enfatizaba, en su visión del progreso histórico de la ciencia, la importancia de las comunidades científicas en el mantenimiento, avance y, en su caso, sustitución de los paradigmas en torno a los cuales se desarrollaba el conocimiento científico en cada disciplina. Para entender la ciencia era necesario, según se desprendía de las formulaciones de Kuhn, considerar el substrato social que implicaba su producción: para llegar a una verdadera comprensión del significado y alcance de un determinado paradigma científico, había que determinar cómo la comunidad que trabajaba con él había llegado a crearlo, desarrollarlo y sostenerlo. No sólo esta relevancia otorgada por Kuhn al «factor sociológico» socavaba la visión tradicional que hasta entonces se venía manteniendo sobre la naturaleza del conocimiento científico, pero es la que sin duda resulta más significativa para nosotros, porque propició que se inaugurase una línea de investigación sociológica de la ciencia que superaba los límites que hasta ese momento imponía esa forma particular de entender el significado y naturaleza del conocimiento científico a su estudio sociológico.

Se abría la posibilidad de una comprensión sociológica de la ciencia que tomara en consideración la incidencia de factores sociales en la producción del conocimiento científico, entendiendo que tales factores no constituían un simple contexto «externo» y, mucho menos, elementos únicamente perturbadores del buen discurrir de la ciencia. Se trataba de mostrar cómo dichos factores afectaban substancial, y no sólo contextualmente, a la constitución de la propia naturaleza del conocimiento científico. Con ello, obviamente, tratar de entender la ciencia basándose únicamente en sus productos formales, en las construcciones teóricas fundamentadas en la consistencia lógica y matemática, con las que los mismos se expresan, no era suficiente. Hacer sociología de la ciencia suponía transgredir la frontera entre lo sociológico y lo epistemológico, pues se entendía que lo social podía constituir parte de los fundamentos epistémicos en virtud de los cuales la ciencia producía sus resultados.

El debate se inició en los años setenta y todavía hoy, treinta años después, la polémica continúa. Parte de ese debate está inevitablemente incluido en el presente trabajo, porque hemos realizado una investigación sociológica sobre la ciencia; o más exactamente, una investigación empírica que, sirviéndose de una metodología antropológica, pretende dar una interpretación sociológica de la actividad científica. Eso nos sitúa en la tradición de los estudios sociales de la ciencia que se inauguró tras la publicación de la obra de Kuhn, y que por esa implicación con cuestiones epistemológicas dejó de denominarse *sociología de la ciencia* para pasar a definirse como *sociología del conocimiento científico* (SCC). Dentro de esa tradición se han desarrollado investigaciones empíricas de corte antropológico que han estudiado la actividad que los científicos realizan en el laboratorio, cuyo precedente fundamental ha sido *La vida en el laboratorio* (*Laboratory Life*) de Steve Woolgar y Bruno Latour.

Nuestro trabajo tiene como referencia originaria el estudio de Woolgar y Latour por muchas razones; razones que se desarrollan a lo largo de este texto y algunas de las cuales aquí trataremos de resumir brevemente.

Entender que existen razones para justificar una fundamentación sociológica de la ciencia implica considerar que la producción de conocimiento científico es una práctica social, en la que participan sujetos que trabajan colectivamente. Así, lo más natural pareciera que, para analizar esa constitución sociológica del conocimiento científico, habría que observar cómo se desarrollan esas prácticas. Una forma de hacerlo es trasladarse al lugar privilegiado en el que esa práctica social se lleva a cabo: el laboratorio científico. Eso es lo que han hecho Woolgar y Latour, y muchos otros después. Estos estudios antropológicos del laboratorio, a través del trabajo de campo y de la metodología de la observación participante, han llegado a diversas interpretaciones de esas prácticas que han evidenciado que la naturaleza social de la actividad desarrollada en el laboratorio tiene significativas consecuencias en los resultados científicos que el laboratorio produce, que no son prácticas constitutivamente diferentes de cualesquiera otras prácticas sociales que se puedan considerar y que la singularidad del conocimiento científico es el resultado del modo en que los propios científicos entienden la ciencia más que de la forma en que la realizan. Singularmente, ese modo que los científicos tienen de entender la ciencia coincide con la visión que considera que una interpretación sociológica de la misma no puede obtener conclusiones relevantes acerca de su naturaleza.

Esas son las premisas que dan pie a la presente investigación, premisas según las cuales se puede abordar una investigación sociológica de carácter empírico de la ciencia cuyos resultados son significativos para la comprensión de la propia constitución epistemológica del conocimiento científico. Ese tipo de investigación es el que hemos realizado, sin embargo, lo hemos hecho sobre la base de una crítica a los presupuestos teóricos y metodológicos que se han utilizado para realizar dichas investigaciones hasta el presente; y no creemos ser demasiado pretenciosos al apuntar que este trabajo inaugura una línea de investigación absolutamente novedosa.

Para resumir la perspectiva alternativa que aquí desarrollamos a partir de dicha crítica sintetizaremos primero la estructura del texto, con la intención de que resulte más fácil establecer las relaciones entre nuestra perspectiva teórico-metodológica y los resultados a la que la misma da lugar en el presente trabajo.

Nuestro punto de referencia central es la ecuación de Schroedinger, hito inaugural de la Física Cuántica. Tras esta introducción, que constituye el **capítulo I**, en el **capítulo II** se presenta al lector la ecuación desde un punto de vista histórico; el capítulo constituye un «relato» de los acontecimientos históricos en el campo de la física que propiciaron la formulación de la ecuación y las implicaciones radicales que supuso para los presupuestos hasta entonces establecidos. Esa interpretación no se ajusta a la que aquí daremos a la ecuación porque no tiene en cuenta el substrato sociológico que le podría dar sentido como producto del conocimiento científico; por ello, a continuación, anticipamos cuál es el sentido en el que queremos entender la ecuación y las razones teóricas y metodológicas por las que pretendemos llegar a cierta interpretación de la misma. Una crítica al trabajo de Woolgar y Latour nos servirá para plantear qué insuficiencias de su aproximación empírica al estudio de la práctica científica consideramos fundamental superar para lograr nuestro objetivo,

anticipando la necesidad de tomar en consideración la reflexividad constitutiva de las prácticas sociales que propuso Garfinkel como una referencia central para su consecución.

El **capítulo III** expone los fundamentos de la metodología autobservacional que hemos aplicado para el estudio de la ecuación. Esta primera dimensión metodológica afecta a las categorías epistemológicas de sujeto y objeto, y se justifica por la necesidad de superar una asimetría inscrita en la relación entre el investigador social de la ciencia y los sujetos, científicos, que son su objeto de estudio. Con ello exponemos las razones que nos han llevado a no tratar de analizar la práctica científica de los laboratorios, sino la práctica social en la cual los sujetos que desarrollan dicha práctica se forman como científicos (el «proceso de producción de los productores de hechos científicos»). A continuación se exponen los fundamentos físicos y matemáticos que permiten alcanzar una comprensión rigurosa en términos físicos de la ecuación. Al lector no familiarizado con la física, estos apartados, junto con los apéndices a los que remiten, le resultarán «poco sociológicos» y en extremo técnicos, pero por las razones que se aducen en el texto y por lo que anticiparemos en esta introducción, constituyen un elemento básico y fundamental de nuestro trabajo.

En el **capítulo IV** se expone una segunda dimensión metodológica derivada de nuestra perspectiva autobservacional. A esas alturas del texto, el lector ya sabe que el trabajo de campo sobre el que versa la investigación ha consistido en la asistencia a clases en una facultad de ciencias físicas durante un período de dos años y que lo que se expuso en el capítulo precedente relativo a los fundamentos físicos y matemáticos de la ecuación de Schroedinger es el resultado de dicho trabajo de campo. Pero sólo es una faceta de él, aquélla en la que se recoge el fruto de haber sido *participante* en un proceso de aprendizaje (la componente participativa de la autobservación): como observador antropológico de ese aprendizaje (componente observacional), le resta sacar a la luz las anotaciones de su cuaderno de campo. Esas anotaciones antropológicas constituyen la segunda parte del capítulo en la que se exponen algunas vivencias singularmente significativas para ampliar el sentido rigurosamente físico que en el precedente capítulo se había formulado de la ecuación. A continuación se realiza una revisión sucinta de algunas propuestas interpretativas que se han dado en el seno de la SCC que podríamos aplicar en nuestro intento de interpretación sociológica de la ecuación de Schroedinger pero que desecharemos por muy buenas razones que también se expondrán. Concluye el capítulo con una «justificación» de todo lo expuesto hasta ese momento, así como de la investigación empírica realizada. Una justificación que el autor considera suficiente para que a esas alturas el trabajo pueda ser considerado en alguna medida relevante, pero que no resulta plenamente satisfactoria, y que por ello nos conduce a una la última operación.

En el **capítulo V** se aplica la metodología autobservacional para la reconsideración de todo lo anterior. Ello significa realizar una re-presentación de la ecuación, una re-presentación que va a conjugar el sentido que la misma tiene tanto en función de la visión histórica con la que se la hemos presentado al lector, como de sus fundamentos físico-matemáticos y de la observación antropológica que se realizó al tiempo que se aprendían tales fundamentos. La conclusión de tal re-presentación será la propuesta de nuestra particular visión de la ecuación: la ecuación de Schroedinger es un «sujeto social», y lo es, para nosotros, porque el sentido que adquiere

la ecuación para un alumno de licenciatura resulta de un proceso de aprendizaje en el que se da una dimensión social reflexiva que, por su peculiar naturaleza, y para diferenciarla de lo que se ha consolidado como reflexivo en la interpretación sociología actual, y que nos parece insuficiente, denominamos «reflexividad transductiva». De modo significativo, señalamos también las afinidades que nuestra propuesta tiene con el concepto de prudencia aristotélica.

Por lo tanto, en virtud de los contenidos expuestos, podríamos resumir nuestro trabajo como el resultado de un estudio antropológico, realizado durante dos años en una facultad de ciencias físicas, asistiendo regularmente a clases como alumno, que, aplicando una metodología antropológica autobservacional, llega a una particular interpretación de la ecuación de Schroedinger: la ecuación es un sujeto social inscrito en un proceso de aprendizaje caracterizado por la que se ha decidido denominar reflexividad transductiva.

Orientativamente, lo antedicho sería un buen comienzo introductorio; sin embargo, carece absolutamente de sentido para nosotros. Podría entenderse que hemos llevado a cabo una investigación de la ecuación de Schroedinger, sustentada por cierta perspectiva teórica y cierta metodología, cuyo resultado es una determinada interpretación sociológica de la ecuación. El problema consiste en considerar que lo relevante de la presente investigación es que se haya obtenido un «resultado». No hemos mencionado ningún capítulo de conclusiones; y no lo hemos hecho porque no hay tal capítulo. En virtud de la perspectiva que tratamos de aplicar, sería impropio su inclusión en el texto; igual de impropio que sería darle sentido a la investigación hablando de unos resultados.

Porque ello atentaría contra la crítica que nuestro trabajo pretende ser de la visión ortodoxa o heredada de la ciencia, visión cuyo cuestionamiento propició la obra de Kuhn. Si pretendiésemos que lo que hemos realizado se entienda en virtud de los resultados que haya producido, más bien que a partir de los fundamentos sociológicos que han permitido su producción, estaríamos aplicando sobre nuestro trabajo el mismo tipo de interpretación que esa visión que aquí criticamos aplica a la ciencia como conocimiento. Por lo tanto, si queremos justificar su pertinencia como conocimiento sociológico de la ciencia, hemos de entenderlo de otro modo. Y no porque el autor pretenda rizar el rizo de la reflexividad (de un cierto tipo de reflexividad que aquí también se critica), sino porque es necesario exponer el trabajo propio en coherencia con lo que el mismo trabajo pretende defender que constituye el conocimiento científico en cuanto actividad social.

La ecuación de Schroedinger no era en un inicio el objeto de estudio: resultó serlo en virtud de la realización práctica del trabajo de campo. Nuestro punto de partida era la crítica al modo en el que los investigadores sociales se habían enfrentado al estudio empírico de la ciencia como actividad social. Para realizar esa tarea, en primer lugar, se decidió que el «lugar» adecuado en el que se podía encontrar esa actividad en acción era el laboratorio. Eso excluía cualesquiera otros lugares posibles. Pero podemos aceptar preliminarmente que ese primer paso era adecuado. El segundo paso fue ponerse las gafas del antropólogo, del observador participante de la tribu científica. Al hacerlo, se suponía que el investigador se enfrentaba a una cultura desconocida, y que su objetivo era llegar a entender esa cultura. ¿Cuál es la particular cultura de la ciencia? El concepto «cultura», concepto maldito (Morin,

1995), engloba más cosas de las que se pueden abarcar, pero es de significativa importancia en lo relativo a lo cultural la dimensión simbólica, y dentro de ella, el lenguaje. Para llegar a entender la cultura científica (la cultura particular de la comunidad científica específica que se estudie), entre otras cosas, habrá que entender el lenguaje característico de esa cultura. Este punto es el que han obviado sistemáticamente los estudios empíricos de la ciencia.

El lenguaje científico, en cualquier ámbito particular de la ciencia natural del que se trate, es el lenguaje lógico-matemático; ése es el lenguaje que se utiliza cuando se hace ciencia; es evidente que los científicos forman parte de una cultura más amplia que la de su comunidad científica, y que ello les permite poder comunicarse con más gente que sólo entre ellos mismos; pero en lo que se refiere a la cultura científica que los hace ser lo que son, el lenguaje lógico-matemático es un ingrediente fundamental. El investigador social que pretenda estudiar antropológicamente las prácticas de un laboratorio científico tiene que llegar a entender ese lenguaje tan específico que en él se utiliza como parte de las prácticas cotidianas; si no lo hace, esa «cultura» no puede ser accesible a su investigación. Las investigaciones que se han venido realizando no han tenido en cuenta este «pequeño» obstáculo; y las consecuencias son significativas, como en el texto se expone a partir del trabajo de Woolgar y Latour.

Que manejar ese lenguaje científico (su lenguaje específico y característico, seña de identidad cultural, como lo es el de cualquier tribu australiana o africana que haya sido objeto de estudio antropológico) es de fundamental importancia para el investigador social de la ciencia, se hace aún más evidente si consideramos las propuestas etnometodológicas de Garfinkel. Una de las características que Garfinkel atribuye a las prácticas sociales es su carácter reflexivo: los sujetos miembros de una colectividad, por el hecho de ser miembros de ella, comparten todo un conjunto de representaciones, que incluyen el sentido que para ellos tiene ser quienes son y lo que hacen, de las prácticas que realizan; esas representaciones se actualizan en la propia práctica para darle sentido, un sentido social: la práctica se nutre y se constituye en virtud de la representación que de ella se hacen sus agentes. La práctica es la que es, y no otra cualquiera, porque los sujetos que la llevan a cabo incorporan determinadas representaciones de la misma, en virtud de cómo se entienden y del sentido que le dan a lo que hacen, y al realizarla, los sujetos van constituyendo a su vez las representaciones que se hacen de sí mismos y de esa práctica para seguir actualizándolas en el futuro. Las prácticas se constituyen como tales en virtud de las representaciones que de ellas tienen sus agentes, al tiempo que las representaciones se constituyen en virtud de las prácticas que las van configurando. Esta reflexividad constitutiva de las prácticas sociales implica una conjugación indisociable de lo práctico y de lo cognitivo.

Trasladado esto a la práctica social que se presupone que es la actividad científica de un laboratorio, significaría que para entenderla en su constitución como práctica social habría que acceder a esa conjugación reflexiva de lo práctico y lo cognitivo que en ella se daría. Supondría considerar, como dice Garfinkel, que las representaciones no son simples representaciones, sino que por actualizarse en la práctica son ingredientes de esa misma práctica. Habría, entonces, que acceder a las representaciones que los científicos (y por ser científicos y no cualquier otra cosa) actualizan en sus prácticas; representaciones en virtud de las cuales la actividad

que realizan tiene, para ellos, determinado sentido y que, al mismo tiempo, constituyen ellas mismas ingredientes prácticos. Los estudios empíricos de la ciencia, como mucho, han accedido a las representaciones que los científicos han suministrado al investigador social, en el lenguaje propio de la cultura de la que ambos participan y no en el lenguaje propio de la cultura científica, que el investigador les ha demandado. Esas representaciones no son, de hecho, las que el científico actualiza y que, de aceptar las premisas etnometodológicas, pone en juego en su actividad práctica como científico; esas no son las representaciones en virtud de las cuales se entiende a sí mismo como científico y su actividad como científica. Luego a partir de ellas no se puede acceder a la cultura del laboratorio.

No decimos que los estudios como el de Woolgar y Latour no produzcan resultados relevantes; pero esos resultados no pueden aprehender la actividad científica sobre la base de la reflexividad constitutiva de las prácticas que se desarrollan en el laboratorio. Las representaciones que se aplican para la comprensión de la cultura de laboratorio no pertenecen al repertorio de esa propia cultura; son una sobreimposición producida por el investigador, que efectivamente puede arrojar unos resultados sociológicamente significativos, pero que habrá obviado la naturaleza constitutivamente reflexiva de la actividad social del laboratorio.

Por lo tanto, si se quiere acceder a una comprensión de la actividad científica que se realiza en el laboratorio mediante un estudio antropológico, habrá de aprender la lengua de la tribu; eso le permitirá inscribirse, más que desde la observación participante, desde la participación observante, en las prácticas del laboratorio, pudiendo así compartir las representaciones que se ponen en juego en ella, para entenderla en los términos en los que las entienden y aplican los propios científicos; así, se podrá dar una interpretación, anclada en esa conjugación práctico-cognitiva que implica la reflexividad constitutiva, de la actividad social que se desarrolla en el laboratorio.

Nuestra intención inicial era, en consecuencia, aprender el lenguaje de la tribu, entendiendo que ello era el paso previo necesario para poder acceder a una investigación empírica de la actividad científica que tuviese en consideración la reflexividad social. Por eso nuestro trabajo de campo se ha desarrollado en una facultad de ciencias físicas y no en un acelerador de partículas. (En ambos «lugares» podríamos haber encontrado, de un modo u otro, la ecuación de Schroedinger.)

Esa intención inicial sigue presente y da sentido a este trabajo: ahora entendemos la ecuación de Schroedinger de un modo que no nos sería posible antes de haber estudiado la física que estudiamos asistiendo a clases en la facultad. Entendiéndolo como un paso preliminar para un acceso ulterior a las prácticas de laboratorio, todavía nos restaría concluir la licenciatura, alcanzar una comprensión aún más física de las representaciones que un físico cuántico puede tener en el ejercicio de su actividad como tal. Una vez obtenida esa competencia en la lengua de la tribu, nos podríamos trasladar al laboratorio para observar cómo se actualizan en él, reflexivamente, esas representaciones en la práctica.

Pero desde esa perspectiva, tomar como punto de referencia la ecuación de Schroedinger no tendría mucho sentido; la ecuación se inscribiría en el conjunto de conceptos y herramientas teóricas y metodológicas que configuran las capacidades

representativas del físico en tanto que físico. Si la ecuación se ha convertido en el punto de referencia central es porque, como ecuación de la física, tiene unas implicaciones que exceden el propio ámbito de la ciencia física: es un exponente de la ruptura que supuso la física cuántica respecto a los fundamentos en los que se asentaba la física clásica.

En la ecuación de Schroedinger están implícitos principios que podemos entender que nosotros mismos hemos aplicado a la hora de interpretarla: está implícito el principio de incertidumbre de Heisenberg, la constitución probabilística de la materia y su dualidad ondulatorio-corpúscular. Y lo están de determinada forma, pues, por ejemplo, la interpretación probabilística desde la que se aplica la ecuación de Schroedinger es eso, una «interpretación», lo que significa que hay otras interpretaciones posibles que se pueden aplicar a la ecuación. Forman parte de nuestras consideraciones sociológicas el hecho de que existiendo alternativas interpretativas posibles a la probabilística, éstas no aparezcan más que testimonialmente durante la licenciatura.

De todas las implicaciones asociadas a la ecuación de Schroedinger, probablemente el principio de incertidumbre sea de especial relevancia en nuestro caso, pues contribuye con un nuevo argumento a la crítica que planteamos a los estudios antropológicos de laboratorio. La crítica la hemos expresado en abstracto, atendiendo a las premisas que se pueden aplicar para llevar a cabo una investigación de ese tipo: quien rechaza la propuesta etnometodológica de la reflexividad constitutiva de las prácticas sociales tiene todo el derecho a calificar nuestro trabajo, según lo hemos expuesto aquí, como absolutamente irrelevante. La perspectiva antropológica no es monolítica, y muchos antropólogos han defendido una postura opuesta a la que aquí nos hemos adherido: es posible, defienden, interpretar una cultura extraña con completo desconocimiento de su lenguaje; basta ir allí, observar lo que hacen los nativos y tratar de entenderlo desde nuestros propios patrones culturales; no es relevante entender el sentido que los propios nativos atribuyen a lo que hacen y de lo que se trata es de darle un sentido a partir de nuestras propias capacidades interpretativas.

Suponiendo que aceptáramos dicha postura (que no lo hacemos), podríamos alegar una segunda razón para haber realizado un estudio de campo en una facultad de ciencias físicas en lugar de haberlo hecho en el laboratorio, aunque nuestra pretensión no fuera la de adquirir la competencia suficiente en el lenguaje nativo. La razón es metodológica y tiene que ver con el principio de incertidumbre de Heisenberg. Según el mismo, no es posible determinar de forma simultánea algunas variables dinámicas de los sistemas físicos que estudia la mecánica cuántica, como posición y velocidad, o energía y tiempo. La razón de ello es que la medición altera las condiciones físicas del sistema que se está midiendo: el acto de medir varía las condiciones en las que estaba aquello que se pretendía medir. Si registro la velocidad de un electrón, no podré, por la alteración que supone sobre el electrón esa medición, determinar su posición. Toda medida en física cuántica es un acto perturbador.

La implicación metodológica del principio de Heisenberg es fundamental. Podemos considerar que «medir» y «observar» son términos equivalentes en física cuántica, pues la realización de una medición implica una observación (dejando de lado que dicha observación no sea directa y que no se asimile con lo que entende-

mos habitualmente por observar). Por lo tanto, la observación, como acto práctico para la realización de una medida, supone la alteración del objeto que se desea observar / medir. No se trata de un defecto que se pueda corregir mediante unos procedimientos metodológicos rigurosos, sino que es una consecuencia inevitable de la constitución corpuscular-ondulatoria de la materia. ¿Se puede aceptar que este condicionante metodológico afecte no sólo a las mediciones que pueda hacer la física cuántica? Según nuestro parecer, esa indeterminación inscrita en la observación de los fenómenos es, si cabe, más relevante en el terreno sociológico.

No es muy difícil aceptar que la presencia de un antropólogo en un laboratorio sea perturbadora para la marcha usual del mismo. Al igual que sucede en física cuántica, los resultados que pueda obtener serán fruto de la alteración que haya producido sobre la actividad del laboratorio su presencia como observador, su acto práctico y metodológico de observación. Si atendemos a la dimensión metodológica que conlleva aceptar la reflexividad constitutiva, podemos considerar que un observador ajeno a la actividad normal del laboratorio será un ingrediente que alterará las prácticas del mismo, y como consecuencia, las representaciones que los científicos incorporarán a dichas prácticas, pues éstas toman en consideración a la propia práctica y en ella estará presente un ingrediente novedoso que tendrán que integrar. Hemos de aceptar que esa actividad no será la misma que sería sin la presencia del antropólogo. Así pues, entendemos que la observación participante, como acto práctico que supone, por inscribirse en unas prácticas caracterizadas por la reflexividad constitutiva, implica una interferencia y alteración sobre aquello a lo que dirige su observación; está sometida al principio de incertidumbre.

¿Cabría superar este obstáculo? Según la física cuántica no. Pero lo que sí cabe es tenerlo en consideración y aceptar que nuestro objeto de estudio es alterado por la observación que le aplicamos; ello supone un punto de partida para el cuestionamiento de las categorías epistemológicas tradicionales de sujeto y objeto, pues esa interferencia que supone toda observación sobre lo observado apunta hacia la imposibilidad de trazar una frontera entre sujeto y objeto que el primero pueda atravesar mediante su conocimiento, manteniendo inalteradas las condiciones según las cuales se puede definir a sí mismo como sujeto y al objeto que pretende conocer. Todo acto de conocimiento supone la interpenetración entre sujeto que conoce y objeto conocido, una afectación mutua que es la que permite que el acto de conocer pueda llevarse a cabo. Y ello es así porque, desde nuestra perspectiva, el conocimiento no es una operación abstracta, sino práctica, y como tal, socialmente constituida: ese es el punto de partida en el que nos hemos situado, la perspectiva que suscitó el debate tras la publicación de la obra de Kuhn.

¿Esto a dónde nos conduce? Hemos de buscar una forma de acceso al conocimiento científico entendido como una práctica social, que reconozca la importancia del lenguaje lógico-matemático como ingrediente fundamental de la cultura en la que se inscribe esa práctica, que tenga en cuenta la constitución reflexiva de la misma y que, además, sea consciente de la incertidumbre heisenbergiana que todo acto (práctico y socialmente constituido) de conocimiento implica. La única forma de hacerlo consistiría en: inscribirse en esa misma práctica para adquirir en ella, junto con los propios científicos, la misma competencia cultural (pues sólo así podremos rescatar la reflexividad constitutiva de la práctica científica) que ellos actualizan cuando actúan como científicos; accederíamos de manera práctica a la constitución de esas re-

presentaciones lógico-matemáticas que forman parte de la actividad científica; pero habríamos de hacerlo de tal manera que no fuésemos un observador ajeno a esa misma práctica, un observador perturbador, para garantizar que la interferencia de nuestra observación fuese la mínima posible (nunca nula), para que nuestra inscripción práctica en esa actividad no fuese un elemento que la alterase.

Digámoslo de la siguiente forma: necesitamos un objeto de estudio que no sea tal, de modo que no lo alteremos al observarlo; pudiera ser un objeto de estudio en proceso de constitución, un proceso en el cual nos pudiéramos integrar, constituyéndonos nosotros mismos, también, en ese proceso, a la vez como sujeto y como objeto. De tal modo que no habría que asumir de partida frontera alguna entre ambos, sujeto y objeto, y se pudiera reconocer la mutua constitución de ambos, y reconocerla de manera práctica. ¿Y si nuestro objeto de estudio pudiera ser entendido en sí mismo como un proceso? Resulta plausible aceptar el carácter procesual de la actividad científica, pues presuponemos a unos individuos realizando ciertas cosas, en interacción entre sí, conjugando en su práctica lo puramente práctico con lo cognitivo. Aceptemos la procesualidad de la actividad científica, en consecuencia. Seguimos teniendo un objeto, procesual pero objeto; y lo que necesitamos es un objeto en proceso de constitución. Es importante considerar esa dimensión procesual de la actividad científica pues, al no dirigir nuestra atención a la actividad ya constituida, sino a su proceso de constitución, en última instancia estaríamos accediendo a algo de la misma naturaleza: un proceso.

Ahora digámoslo así: entender el conocimiento científico como una actividad implica considerar que existen unos sujetos, los científicos, que la realizan; para poder realizar esa actividad han tenido que llegar a adquirir la «cultura» específica que la misma implica, lo cual supone que habrán tenido que vivir un proceso de aprendizaje. El proceso de aprendizaje de un científico es el proceso en el que se forma como tal, como sujeto competente para el ulterior ejercicio de la actividad científica. Luego si dirigimos nuestra atención hacia el proceso de formación del científico, lo estaremos haciendo hacia el proceso de formación de quienes en el futuro constituirán lo que de partida es nuestro objeto de estudio (la actividad científica). Y para tener en consideración el principio de incertidumbre, habremos de hacer eso de una manera determinada: habremos de formar parte junto con ellos de ese mismo proceso de aprendizaje.

El proceso de formación del científico es el proceso de formación de nuestro objeto de estudio, la actividad científica; nuestro trabajo de campo se ha llevado a cabo en una facultad de ciencias físicas para acceder a dicho proceso. Pero nuestro objetivo no era observar cómo los alumnos aprenden física, sino participar en ese aprendizaje, aprendiendo física como los alumnos lo hacen. Ninguno de los que por entonces fueron los compañeros de clase del autor de este trabajo supieron que además de ser como ellos un alumno de ciencias físicas era un antropólogo realizando su trabajo de campo; y en cierto sentido, no lo era, pues el objetivo inmediato de la asistencia a clases era el mismo que tenían ellos: aprender física.

Ahora bien, en la realización práctica de ese aprendizaje, era obvio que estaba presente que además de estar aprendiendo física se estaba realizando una actividad que ulteriormente habría de ser entendida como un trabajo de campo antropológico. El trabajo de campo era plenamente participativo, pero la observación de ese apren-

dizaje era una virtualidad inscrita en la participación que se sabía habría de ser utilizada en el futuro. Eso nos sitúa de pleno en la metodología autobservacional y evidencia la dualidad que la misma supone: el investigador es a un tiempo participante y observador de la participación (a diferencia de la observación participante, que supone una prioridad metodológica de lo observacional y una participación residual — siempre nos ha resultado difícil de entender que lo que hace un antropólogo cuando se traslada al hábitat de su tribu de estudio se califique como participativo: una observación participante de la estructura de parentesco implicaría participar en esa estructura de parentesco, por ejemplo, cosa que si ha hecho algún antropólogo, nunca ha sido confesada en monografía alguna—).

Nuestra investigación ha sido y es autobservacional porque se fundamenta en la práctica efectiva como participante pleno en un proceso que luego se analiza desde la observación de la propia práctica, desde la auto-observación de la práctica. Pero para llevar eso a cabo hay que convivir con la contradicción lógica de ser, al mismo tiempo y de manera indisociable, participante (y presupuestamente «ingenuo» en tanto que tal) y observador, y decimos contradicción lógica porque significa, desde las categorías epistemológicas tradicionales, ser a un tiempo sujeto y objeto en una empresa de conocimiento. Y puesto que la pretensión es un conocimiento sociológico, esa circularidad no se traduce en un ejercicio introspectivo o de autoanálisis, sino que considera que a través de la experiencia práctica de la participación se accede a los mecanismos sociales que configuran el proceso en el que se está participando, mecanismos que, por la dualidad observacional adherida a la práctica participativa, luego se estará en condiciones de evidenciar.

Puesto que partimos del presupuesto de que toda práctica social, entre ellas la actividad científica desarrollada en un laboratorio tanto como la actividad de aprendizaje en una facultad de ciencias físicas, es constitutivamente reflexiva, para interpretar autobservacionalmente el proceso de aprendizaje del científico habrá que tener en cuenta esa conjugación práctico-cognitiva que tal reflexividad implica: el proceso de aprendizaje en una facultad de ciencias físicas conjuga ingredientes cognitivos con ingredientes prácticos, en esa mezcla insoluble que presupone la reflexividad constitutiva, implica una práctica que se constituye en virtud de las representaciones que en ella actualizan los sujetos participantes, representaciones que a su vez se van configurando en virtud de esa misma actualización práctica.

Y con ello llegamos finalmente a la ecuación de Schroedinger como referencia fundamental de nuestro estudio del proceso de formación del científico. Podemos entenderla como parte de esas representaciones que se actualizan en el ejercicio reflexivo de la actividad científica en proceso de formación que supone el aprendizaje en una facultad de ciencias. Siendo eso así, no sería posible entenderla más que a través de las prácticas en las que es incluida. No bastaría conocer sus fundamentos puramente formales sino que habría que entender que su sentido integral depende de cómo los sujetos que la tienen por parte de sus representaciones la llevan como tal a la práctica, la incluyen reflexivamente en ella.

Es decir, la comprensión estrictamente formal, lógico-matemática de su sentido como ecuación física es la que el alumno tendrá como representación de la ecuación y la que actualizará en sus prácticas cotidianas; pero desde nuestra perspectiva, nosotros, como intérpretes sociológicos, habremos de conjugar ambos aspectos, su

sentido puramente formal (el que tiene para los sujetos que la utilizan) y el sentido práctico y vivencial (la utilización efectiva que de ella hacen en virtud de tal sentido); seremos partícipes del sentido que cualquier alumno le atribuye a la ecuación, porque habremos accedido a él bajo las mismas condiciones prácticas en las que ellos lo han hecho (dimensión participativa de la autoobservación) pero podremos, además, darle un sentido sociológico al conjugar esa dimensión estrictamente formal de la ecuación con su dimensión práctica. Podemos dar un sentido sociológico y reflexivo de la ecuación porque hemos accedido al sentido estrictamente físico que la ecuación tiene para sus usuarios. Esto debe quedar claro desde el principio: el sentido que aquí atribuimos a la ecuación de Schroedinger nunca podrá coincidir con el que le atribuye un físico, pero podemos dárselo porque conocemos cuál es ese sentido estrictamente físico que la ecuación tiene para sus usuarios.

La física cuántica, por todas las implicaciones epistemológicas y metodológicas que conlleva, era ya un punto de referencia antes de iniciar la investigación; no sabíamos en concreto cual sería el producto final de nuestro trabajo, pero de alguna manera tenía que incluir algo de física cuántica. Cuando en el primer año de clases la ecuación apareció en un encerado, en la asignatura de Química de primer curso, y el profesor informó de que en tercero de carrera había una asignatura en la que nos explicarían la ecuación y podríamos entenderla, cosa que de momento era imposible, la ecuación se convirtió ya en referencia central de la investigación. Se convirtió en imperativo entenderla, como punto de partida para luego dar sentido a lo que fuera que acabase conduciendo la investigación. Se trataba, entonces, de hacer pasar a través de la ecuación nuestras premisas interpretativas de la actividad científica, y eso es lo que hemos intentado.

Por todo lo dicho, para nosotros no tiene sentido nuestro trabajo en términos de los resultados a los que hayamos podido llegar, sino por los fundamentos sociológicos que se han puesto en juego para realizarlo; en último extremo, si se quiere, nuestros resultados, entendidos como resumen formal de lo que el trabajo ha sido, son prescindibles. Tal vez sea demasiado prematuro decir esto, pero esperamos que la experiencia práctica de la lectura haga que esta afirmación cobre un sentido más integral para el lector.

Nos resta una última aclaración ahora que aún es tiempo de evitar malentendidos. Tiene que ver con los contenidos estrictamente físicos que se incluyen en el texto. Al lector no familiarizado le resultarán sumamente difíciles de encajar: ¿no se habría podido evitar todo ese tecnicismo? Sí, se podría haber evitado, pero a costa de desvirtuar el sentido que para nosotros tiene el presente trabajo. Esos contenidos ponen en evidencia, y creemos que lo hacen de manera clara e inequívoca, que nuestra interpretación sociológica de la ecuación de Schroedinger es resultado de que hemos podido acceder a su comprensión estrictamente física, y que de no haberlo hecho no habríamos podido llegar a entenderla, en un sentido sociológico, como lo hacemos. Es posible alcanzar una comprensión suficiente de nuestros argumentos obviando los contenidos físicos que se incluyen (apartados II.1, III.3 y apéndices), pero ello será a costa de no poder acceder a la reflexividad que los fundamenta: el lector que no contraste nuestras afirmaciones sociológicas con los fundamentos físicos que se aportan en su defensa, podrá entender lo que queremos decir, pero no estará en condiciones de alcanzar en integridad su sentido.

Como argumentamos más adelante en el texto, es imposible transcribir textualmente el sentido de lo que en realidad ha sido un proceso vivencial; es ese proceso vivencial el que nos ha situado en disposición de afirmar cuanto afirmamos; y para justificar que en ese proceso ha sido de fundamental relevancia el aprendizaje físico adquirido era necesario que el mismo tuviera su espacio en este texto: la reflexividad constitutiva de la práctica social que es el aprendizaje de un físico tiene una clara traducción textual aquí: la componente cognitiva remite a esos apartados más arduos para el lector no acostumbrado al lenguaje de la tribu, la componente práctica corresponde al apartado destinado a la recopilación de las notas de campo (curiosamente, la primera duplica en volumen a la segunda: el lenguaje de la tribu no es sencillo), la reflexividad constitutiva implica la conjugación indisociable de ambas y por eso ambas deben ser incluidas aquí.

El título, «vivir la ecuación de Schroedinger» significa que efectivamente se ha vivido una experiencia; que, por tanto, esto es el relato de una experiencia vivida. La experiencia fue singular, el modo de vivirla y de entenderla fue singular. El relato había de ser por necesidad singular. Por eso, nos hemos limitado en esta introducción a señalar sólo unos pocos aspectos que pueden ayudar a enfrentarse al texto con cierta predisposición; hemos dejado otros muchos de lado, quizá alguno más significativo que los que se han recogido, pero en definitiva se trataba de «introducir» mediante un texto al propio texto: lo que sigue es un relato peculiar de una vivencia.

«Describir la mecánica cuántica solamente con palabras da inevitablemente sólo una vaga impresión de lo que realmente es»

«La mayoría de los físicos utilizan todos los días la mecánica cuántica en sus trabajos sin necesidad de preocuparse sobre los problemas fundamentales de su interpretación»

(Weinberger)

II. LA ECUACIÓN DE SCHROEDINGER (ESH)

II.1. Presentación de la ecuación

«A finales del siglo pasado, tras el establecimiento de la teoría electromagnética de la luz y su posterior aplicación al estudio de la emisión de radiación por los átomos, la física clásica podía proporcionar explicaciones satisfactorias, confirmadas por los experimentos, de casi la totalidad de los fenómenos observados hasta entonces. Existían, no obstante, algunos desajustes importantes entre la previsiones teóricas clásicas y la experiencia [, entre ellos,] el que históricamente puso en cuestión los conceptos tradicionales de la física clásica, introduciendo una profunda revisión del formalismo de la mecánica y de la electrodinámica. Nos estamos refiriendo a la emisión de radiación por determinados cuerpos en equilibrio térmico». (Sánchez del Río, 1997: 21)

Históricamente, la ecuación inaugura una *Revolución Científica* en el ámbito de la microfísica: a finales del s. XIX proliferaban toda una serie de resultados experimentales para cuya explicación los paradigmas hasta entonces vigentes, la Electrodinámica Maxwelliana y la Mecánica Newtoniana, resultaban ineficaces.

El conjunto de *anomalías* (Kuhn, 1981) es amplia y reiteradamente comentado, tanto en los textos que el alumno de CC. Físicas maneja en aquellas materias que incluyan contenidos acerca de Física Relativista o Cuántica, como, incluso, en las exposiciones en clase de las asignaturas de carácter más general e introductorio, como pueden ser Física General o Química, de 1^{er} curso.

El fenómeno que acabó conduciendo a la formulación de la ESH fue la emisión de radiación por la materia. Por la época en la que esto se constituyó en un problema relevante para la ciencia física, la base sobre la que se podía llegar a encontrar una explicación del fenómeno era la Electrodinámica formulada por Maxwell. Rezaba, más o menos, «toda carga eléctrica en movimiento genera un campo de influencia a su alrededor que afecta a todas las demás cargas que se encuentren en él». Ese campo de influencia se expresaba por medio de las fórmulas de Maxwell y es lo que se conoce como *Campo Electromagnético*: si la ra-

diación podía interpretarse como un fenómeno de carácter electromagnético, si se adecuaba al modelo disponible, entonces el problema quedaba explicado y simplemente había que presuponer que la materia, en determinadas circunstancias, además de su carácter gravitatorio (su masa, se podría decir) manifestaba su carácter electromagnético (su carga), y esto último lo hacía emitiendo una radiación. En lo que se refería a la naturaleza gravitatoria de la materia, la mecánica newtoniana poseía los instrumentos para su tratamiento físico; para su naturaleza electromagnética, sería la electrodinámica la que los proporcionaría; no había incompatibilidad entre ambas y la aplicación de una u otra, dependería de los fenómenos particulares de los que se estuviese tratando así como del comportamiento observado de la materia en los mismos.

Pero esta solución no resultó posible. La naturaleza de esa radiación escapaba a las explicaciones electrodinámicas de las que se disponía. El hecho crucial en este caso fue la que se conoce como *Catástrofe del Ultravioleta*, nombre que se le dio a la incompatibilidad que por entonces se produjo entre las predicciones teóricas que resultaban del tratamiento del llamado *Cuerpo Negro* (CN) desde la perspectiva electrodinámica clásica y los resultados experimentales de los que se disponía.

Los cuerpos emiten radiación permanentemente debido a la vibración que las partículas atómicas que los componen experimentan por efecto de la temperatura. Esto es obvio para el caso de sustancias que se calientan —piénsese en la resistencia de una estufa, por ejemplo— porque la radiación está en el rango del espectro visible, pero no lo es tanto a temperaturas normales¹ pues dicha radiación se encuentra cerca del espectro infrarrojo. Cuando se habla de absorción o reflexión de radiación se está aludiendo a un intercambio energético: lo que una radiación transporta es energía, y es eso lo que puede ser absorbido o reflejado, en tanto que la radiación, en sí misma, es el fenómeno de transporte de dicha energía. Más adelante veremos que una radiación es una *onda*, y una de las principales diferencias entre un fenómeno ondulatorio típico y un fenómeno corpuscular típico es que en el primero no hay transporte de materia.² A esta energía electromagnética que emiten los cuerpos como consecuencia de su temperatura se la denomina *radiación térmica*. Ahora bien, en condiciones normales vemos los cuerpos no por la radiación que emiten sino por la que reflejan procedente de alguna fuente externa, por ejemplo el sol. En general, de la radiación recibida de la fuente externa, los cuerpos reflejan tan sólo una parte de ella, en tanto que el resto es absorbida: se denomina *Cuerpo Negro* a aquél que absorbe la totalidad de la radiación recibida; dicho cuerpo, por lo tanto, sólo emite radiación térmica y no en cambio radiación reflejada. No existe un CN perfecto, incluso los cuerpos que son efectivamente negros —los que vemos de co-

¹ «Normales» en la tierra, esto es, las temperaturas a las que estamos habituados; más correctamente habría que hablar de «temperatura ambiente».

² Estrictamente hablando, sí que hay ondas en las que se produce transporte de materia, lo cual tiene que ver con la dirección de propagación de la onda: una onda es una perturbación de un medio (material); si esa perturbación es longitudinal podemos hablar de transporte de materia, pues medio y perturbación caminan en el mismo sentido; cuando la onda es transversal no hay transporte. Substancialmente, la diferencia entre un fenómeno ondulatorio y uno corpuscular radica en su «localización»: una onda se expande, tiende a deslocalizarse, un corpúsculo no.

lor negro— reflejan una pequeña porción de la radiación que reciben.³ A efectos prácticos, no obstante, se puede considerar como un CN el interior de una cavidad cerrada en la que se haya practicado un pequeño orificio, cuyo tamaño sea ínfimo comparado con el área total de las paredes internas de la cavidad. Ello es así porque la probabilidad de que vuelva a salir la radiación que entre en la cavidad a través del orificio es casi nula: ésta terminará por ser absorbida por las paredes tras múltiples reflexiones en el interior de la cavidad. De esta forma, la emisión de radiación que se produzca por el orificio se puede considerar como radiación térmica, esto es, radiación emitida por las paredes de la cavidad causada por su temperatura. Este orificio será un absorbente perfecto: un CN.

A finales del siglo XIX, los experimentos realizados con dispositivos que trataban de operativizar de forma práctica el concepto de CN condujeron a una expresión que describía cómo era su radiación térmica. Dicha expresión, conocida como *Fórmula de Rayleigh-Jeans*, establecía que la densidad espectral de energía de la radiación en equilibrio térmico con las paredes de una cavidad valdría:

$$r(\mathbf{n}, T) = \frac{8\pi^2}{c^3} K_B T$$

Dicha densidad es la cantidad de energía electromagnética (radiación) de frecuencia \mathbf{n} a la temperatura T , de equilibrio,⁴ por unidad de volumen en el interior de la cavidad. En la expresión aparecen dos constantes: c , la velocidad de la luz, y k_B , la *Constante de Boltzman*;

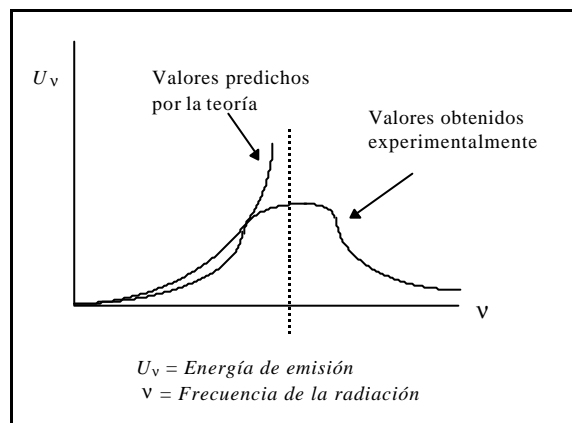
³ Un CN, al igual que gran cantidad de conceptos físicos, es una abstracción teórica: no existe un CN «puro», todo cuerpo emite siempre algo de radiación; un CN auténtico, es decir no emisor, sólo podría darse a la temperatura de cero absoluto —unos -273 grados centígrados—, una imposibilidad física pues presupone la ausencia de todo tipo de movimiento, ya que, como se ha mencionado, la temperatura está relacionada con el movimiento de las partículas atómicas y subatómicas que componen la estructura última de la materia. Sin embargo, se puede considerar como cuerpo negro uno cuya emisión de radiación no sea resultado de la reflexión de aquella radiación externa bajo cuya influencia se encuentra. Asimismo, el color es una propiedad que está en estrecha relación con esta particularidad de la materia, de toda materia, de emitir radiación; de hecho, lo que nosotros percibimos como «color» es la manifestación óptica del tipo de radiación que el cuerpo que lo posee está emitiendo; lo que vemos como *color negro* puede interpretarse como la radiación de un cuerpo que absorbe toda la luz solar que recibe, un cuerpo rojo, o verde, o azul, absorbe una cierta parte de ella y refleja otra cierta parte.

⁴ Es muy importante el concepto de *Equilibrio Térmico*, para entender lo que ello significa en el caso de una cavidad que se comporta como un CN, supongamos lo siguiente: tenemos una cavidad vacía cuya superficie interior es perfectamente reflectante, y en ella se sitúa un cuerpo aislado térmicamente de las paredes —suspendido, por ejemplo, por un hilo delgado de material no conductor—; suponiendo que las paredes de la cavidad se mantienen a temperatura constante, en virtud de dicha temperatura, éstas emitirán radiación térmica. Cuando sobre el cuerpo en suspensión incida esta radiación, parte de ella será reflejada y parte será absorbida y, así, transformada en calor; este calentamiento hará que el cuerpo, a su vez, emita radiación térmica, que se distribuirá por la cavidad y será reflejada por las paredes. De esta forma, se establece un intercambio energético entre el cuerpo suspendido y las paredes de la cavidad, debido exclusivamente a la radiación. Pues bien, el equilibrio térmico se alcanzará cuando el cuerpo emita la misma cantidad de energía que la que absorbe, y de esta manera, la temperatura del cuerpo será la misma que la de las paredes de la cavidad. Lograr que efectivamente se dé una temperatura estable y uniforme es una de las principales dificultades prácticas a la hora de diseñar modelos experimentales de cuerpo negro.

ésta última surge de la aplicación del denominado *Teorema de Equipartición* de la energía, basado en criterios estadísticos.⁵

Tal expresión guarda un considerable acuerdo con los resultados experimentales que se obtienen para energías a bajas frecuencias; sin embargo, al depender la densidad espectral del cuadrado de la frecuencia, ello supondría que a medida que aumenta la frecuencia debería aumentar correlativamente la energía radiada: de ser esto cierto, y según la fórmula de Rayleigh-Jeans, cualquier pedazo de hierro incandescente nos abrasaría con su emisión de rayos X, cosa que no sucede de hecho.

Esta discordancia de las predicciones en la franja de las altas frecuencias es lo que se conoció como la *Catástrofe del Ultravioleta*. La solución de dicha «catástrofe» fue obtenida por Max Planck, y era un anticipo de la revolución que se avecinaba. Las implicaciones de dicha solución determinaron, entre otras cosas, que la Física Cuántica tenga el nombre que tiene, amén de que una nueva constante universal hubiese de ser agregada a las ya conocidas.



DISCORDANCIA ENTRE LAS PREDICCIONES TEÓRICAS Y LOS RESULTADOS EXPERIMENTALES EN LA RADIACIÓN DEL CN

En su modelo de CN, Planck asimiló los átomos que constituían las paredes de la cavidad a cargas moviéndose como *osciladores lineales* e interaccionando, intercambiando energía, con la radiación térmica existente en el interior de la cavidad. Lo cual encajaba tanto con la electrodinámica clásica como con la teoría desarrollada por Hertz para la emisión y absorción de radiación por dipolos oscilantes.⁶

⁵ El mencionado teorema establece que a cada grado de libertad de una molécula le corresponde una energía cinética *promedia*:

$$\bar{E}_{\text{cinética}} = \frac{1}{2} k_B T$$

⁶ Un dipolo es un sistema formado por dos cargas iguales pero de signo opuesto situadas a una distancia fija, una actuando como polo positivo y la otra como polo negativo; un dipolo oscilante sería aquél que a lo largo del tiempo va alternando el signo de sus polos, su polaridad «oscila».

4 La ecuación de Schroedinger

Hay que tener en cuenta que la fórmula que obtuvo Planck era una fórmula que simplemente explicaba los datos experimentales, pero no los fenómenos físicos subyacentes; estaba basada en las suposiciones anteriores acerca de la naturaleza de las partículas de la cavidad así como en principios termodinámicos, y llegó a ella aplicando técnicas matemáticas de interpolación. Dicha fórmula sí concordaba con los resultados empíricos:

$$r(\mathbf{n}, T) = \frac{8\mathbf{p}}{c^3} \frac{a\mathbf{n}^2}{e^{a/T} - 1} ; a = A\mathbf{n}, A = \text{constante}$$

Una vez alcanzada la expresión «correcta» para la emisión de radiación térmica del CN, Planck estableció una argumentación que justificaba la misma; pero dicha deducción abandonaba la Termodinámica y se apoyaba en una interpretación estadística, introducida previamente por Boltzman, del concepto de *entropía*.

La hipótesis de la que partió Planck fue que el modelo estadístico en el que se apoyaba el principio de equipartición era erróneo, y propuso como alternativa un tratamiento del problema que utilizaba técnicas análogas a las que se aplicaban en la teoría cinética de gases, otro área de la Física, dedicada al estudio de la evolución dinámica de las partículas que componen los gases. Para ello, y simplemente como una herramienta de trabajo, supuso que la energía, una magnitud continua, podría ser tratada como un conjunto de elementos discretos: la energía total de la radiación sería un paquete de *quantos* elementales de energía de magnitud ϵ , es decir, la energía total, E_T , sería un múltiplo de cierta cantidad discreta elemental de energía, todo sistema contendría un cierto número n de quantos energéticos:

$$E_T = n\epsilon$$

Esta consideración, que en un principio estaba destinada a ser más bien un *truco* para el cálculo que debería ser eliminado una vez éste fuese desarrollado de modo completo, fue sin embargo la que le permitió a Planck obtener la anterior expresión para la energía de radiación de un CN.

Este resultado imprevisto, que inicialmente produjo a Planck un cierto disgusto, era el primer pilar sobre el que se habría de establecer la Física Cuántica. La energía de la radiación contenía *quantos* de valor:

$$\epsilon = h\nu$$

La h de la expresión pasaría a ser una nueva constante universal y recibiría el nombre de su descubridor, la *Constante de Planck*.

Tras el avance de Planck,⁷ nuevos experimentos en el ámbito de la microfísica continuaron arrojando resultados que era imposible ajustar a los supuestos físicos de los que se disponía: de la existencia de esta serie de fenómenos se derivó la extensión del concepto de *quanto* de energía, aplicado en un principio por Planck al caso del CN, a la radiación electromagnética en general, y esto a su vez llevó al establecimiento de la naturaleza corpuscular de la misma.

Entre esos experimentos estaba el denominado *Efecto Fotoeléctrico*, observado por Hertz: éste comprobó que una descarga eléctrica entre dos electrodos se producía más fácilmente si uno de ellos era iluminado con luz ultravioleta; es decir, la radiación lumínica generaba efectos eléctricos. A los electrones emitidos en virtud de este efecto se los denomina *fotoselectrones*. Según la teoría clásica, debía existir una estrecha relación entre la intensidad luminosa aplicada y la velocidad de los fotoselectrones emitidos; en contradicción con tal predicción, lo que se comprobó experimentalmente era que dicha intensidad dependía del número de fotoselectrones emitidos, pero no de su velocidad. Además, y también según la teoría clásica, debería producirse un pequeño retardo, medible, entre el momento en el que la luz comenzase a incidir en el electrodo y la emisión subsecuente del electrón desde éste hacia el otro electrodo. Se comprobó con diversos experimentos que dicho retardo, en caso de existir, era de un orden de magnitud enormemente pequeño comparado con los valores que se podían predecir teóricamente.

Otro de los fenómenos que se habían observado tenía que ver con la emisión de una radiación de naturaleza desconocida, que se producía al hacer colisionar un haz de electrones previamente acelerados. Se detectó la emisión de un espectro continuo de radiación con valores predominantes en longitudes de onda inferiores a 1 Angstrom.⁸ Fueron denominados *Rayos X*, porque su naturaleza electromagnética, comprobada posteriormente, era por entonces desconocida. El proceso de emisión de esta radiación se da cuando los electrones son desviados y frenados por el material que sirve de blanco, y ello se debe a la atracción que los núcleos atómicos del blanco ejercen sobre ellos; la deceleración o frenado de los electrones supone una pérdida de energía y conduce a la emisión de radiación en una cantidad tal que compensa dicha pérdida. En este caso, la teoría clásica no podía dar explicación a la existencia de una longitud de onda mínima por debajo de la cual no se produce emisión de radiación. También relacionado con la nueva radiación de R_x ⁹ podemos mencionar un último fenómeno, conocido como el *Efecto Compton*: experimentos realizados con esa radiación recientemente descubierta para analizar su dispersión revelaban que para longitudes de onda

⁷ Kuhn (1980) estudia cómo llegó Planck a la cuantificación de la energía a través de sus trabajos sobre el CN; en este ejemplo histórico Kuhn nos muestra una transición en la concepción que tenía Planck del problema suscitado por la catástrofe del ultravioleta, transición que confirmaría su tesis sobre la ruptura conceptual que suponen los cambios paradigmáticos en la evolución histórica del conocimiento científico.

⁸ El Angstrom es la unidad de longitud típica en microfísica, su símbolo es Å, y equivale a:

$$1\text{Å}=10^{-10}\text{ metros}=1/10.000.000.000\text{ m}=0'0000000001\text{ m}$$

⁹ «La dispersión de rayos x constituye uno de los fenómenos en los que se pone de manifiesto de forma más evidente la insuficiencia de una teoría puramente ondulatoria de la radiación» (Sánchez del Río, 1997: 57).

cortas ni ésta ni la composición espectral o obtenida podían ser explicadas mediante la teoría ondulatoria clásica. En concreto, se observaba que los haces de Rx dispersados después de un impacto sobre un blanco sufrían una variación en su frecuencia, variación no admisible a partir de la teoría clásica.

En el caso de la emisión de fotoelectrones, Einstein fue quien aportó la explicación que no podía ser obtenida a partir de la teoría ondulatoria clásica. Él extendió la idea de la cuantificación de la energía a la propia radiación, considerándola constituida por un conjunto discreto de cuantos indivisibles que interactuaban con la materia de una forma localizada. Es decir, la luz incidente se compone de cuantos de radiación, cuantos de luz que sólo pueden interactuar cada uno con un único electrón comunicándole *toda* su energía en el «choque», y siendo esta energía la que, transformada en energía cinética, permitiría al electrón abandonar el material del electrodo y establecer la corriente eléctrica observada. Estos cuantos de luz son los que se conocen desde entonces como *fotones*, partículas de radiación lumínica.

Cuando uno de estos electrones absorbe un fotón de energía, de valor $h\nu$, según se deduce de la teoría del CN desarrollada por Planck, si es de aquéllos que adquieren la máxima velocidad posible,¹⁰ su energía cinética K será:

$$K_{\max} = h\nu - w_0$$

En donde la magnitud w_0 se denomina *función de trabajo del material* y es el trabajo mínimo necesario para arrancar un electrón de la superficie del metal (esto es: la energía que hay que aportar para vencer la fuerza de ligadura que mantiene unido al electrón al átomo del que forma parte, un átomo constituyente del material en cuestión y que está situado en la superficie del mismo). Esta hipótesis explicaría ya que la velocidad de los electrones emitidos no dependa de la intensidad de la luz incidente, esto es, de la cantidad de fotones presentes en la radiación lumínica: cada fotón interactuaría únicamente con un solo electrón, de forma que la mayor o menor cantidad de electrones presentes no afecta de ningún modo a cada proceso individual. A su vez, este carácter corpuscular de la radiación —una radiación localizada e espacialmente y constituida por partículas fotónicas indivisibles— permite explicar que la transferencia de energía entre fotón y electrón se realice prácticamente de manera instantánea, sin ningún tipo de retardo.¹¹

¹⁰ El material del electrodo tendrá un cierto grosor, de forma que los electrones más internos tendrán que invertir una cierta parte de la energía adquirida en alcanzar la superficie del material —energía que se empleará tanto en salvar la distancia hasta la superficie como en las posibles colisiones que puedan producirse en dicho recorrido con otras partículas del metal—, siendo así que su velocidad de emisión será menor que la de aquellos electrones que se encuentren en la superficie; éstos últimos serán los que sean emitidos con la velocidad máxima posible.

¹¹ Una onda, que en lo que estamos considerando puede ser interpretada como una perturbación de un cierto medio en el cual se expande, tiene su energía distribuida en su frente de ondas —si se tratase de ondas esféricas, por ejemplo, el frente de ondas sería la superficie de una esfera; una esfera que se va haciendo progresivamente mayor a medida que la onda avanza en el espacio—. Al considerar partículas de radiación, toda la energía que clásicamente se supone distribuida en ese frente de ondas, que es una superficie que aumenta en

En lo que respecta a los Rx, aplicando la idea de Einstein de una radiación compuesta por unidades discretas o cuantos de radiación, si se supone el caso en el que el electrón es completamente frenado por la colisión y toda su energía cinética transferida a la radiación que emite, radiación que ahora se supone compuesta de partículas fotónicas con energía, como se veía, $h\nu$; al ser el caso de un frenado total, esta energía fotónica será máxima: dado que h es una constante, este valor máximo dependerá de la frecuencia que entonces será máxima, $\nu_{\text{máx}}$. De la relación conocida entre frecuencia y longitud de onda de una radiación, $\lambda = c/\nu$, se deduce que cuando la frecuencia es máxima, la longitud de onda ha de ser mínima, y como no puede existir una transferencia de energía mayor que la de este caso límite, ello explica que por debajo de esa longitud mínima no se produzca emisión de radiación.

Por último, el efecto Compton también encontraba explicación considerando la radiación compuesta de partículas fotónicas o cuantos. Siendo esto así, la dispersión de los Rx producida como resultado de la interacción entre la radiación y los electrones podía considerarse como un choque entre partículas, entre fotones y electrones. Aplicando a este problema las ecuaciones de conservación de la energía y el momento cinético, tal como es usual en el tratamiento mecánico de colisiones, se obtenía para la radiación dispersada una variación en su longitud de onda —y, por lo tanto, en su frecuencia— de:

$$\lambda_{\text{final}} - \lambda_{\text{inicial}} \equiv \Delta\lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \theta)$$

m_e = masa del electrón
 θ = ángulo de dispersión

$$\frac{h}{m_e c} \equiv \lambda_C = 0.02426 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

Donde la magnitud constante λ_C se conoce como *Longitud de Onda de Compton*.¹²

Los dos pasos preliminares, pues, estaban dados: el primero, la interpretación de la radiación térmica emitida por la materia, llevó a Planck a la afirmación de que la energía involucrada en este proceso se intercambia en paquetes discretos, la energía se distribuye en cuantos elementales e indivisibles; el segundo, la extensión del carácter discreto de la energía de radiación a la propia radiación, conducía al establecimiento del carácter corpuscular de la misma. Falta aún un tercer paso.

el tiempo, estaría toda ella concentrada, localizada en el punto en el que el fotón se encontrase; no habría expansividad implicada en la transmisión de energía, y de ahí la ausencia de retardo.

¹² Es de notar que el efecto Compton es observable en el caso de la radiación de Rx debido a su alto valor energético; cuando se trata de haces incidentes del rango visible, menos energéticos, el valor de la energía de ionización de los electrones atómicos del blanco —la energía que es necesario aportar para separarlos del núcleo al cual están ligados— sería comparable o incluso superior a la energía del fotón incidente, y no se observa entonces en este rango del espectro el efecto Compton.

«[L]a luz, aún cuando clásicamente presentaba aspectos típicamente ondulatorios, sin embargo, en determinadas circunstancias, manifestaba un comportamiento corpuscular. La doble naturaleza ondulatoria-corporal que esto comporta para la radiación (...) es extensiva igualmente a partículas materiales, postulando la conexión formal que liga ambas descripciones. (...) [L]a revisión de las nociones clásicas de medida y de trayectoria de un corpúsculo nos conducirá a ciertas relaciones de indeterminación y al denominado principio de complementariedad, que constituyen piedras angulares de la estructura conceptual de la física cuántica». (Sánchez del Río, 1997: 74)

Este paso consistió en una nueva extensión de las ideas de Einstein y fue dado por Louis De-Broglie. La idea era establecer una entidad dual para lo material, simultáneamente corpuscular y ondulatoria, de forma simétrica a como se había hecho con la radiación. Partía de la suposición de que a toda partícula material podría asignársele una cierta frecuencia característica, al modo en que Einstein lo formulaba para los fotones, que tendría que describir algún tipo de comportamiento periódico interno; esto significaba considerar que toda partícula material llevaba asociada, por la propia naturaleza de su constitución, una onda. Las partículas materiales supuestas por De-Broglie, partículas micro-atómicas, han de obedecer en su comportamiento los supuestos relativistas, dadas las magnitudes energéticas implicadas.

«A fin de compatibilizar su argumentación con los resultados de la relatividad especial, De-Broglie se vio precisado a relacionar la frecuencia [asociada supuesta] no directamente con la del hipotético proceso periódico interno sino con una onda, en analogía con la onda-guía de Einstein, que viajase con la partícula manteniendo en todo momento su fase en coincidencia con la de dicho proceso interno». (Sánchez del Río, 1997: 79)

El problema de tal propuesta era cómo conjugar el hecho de que una onda, siendo algo que se propaga, extensivo, sin embargo debía, en este caso, asociarse a una partícula de naturaleza esencialmente puntual; ¿era posible la existencia de un tipo de ondas muy localizadas, en el espacio y en el tiempo, cuya presencia fuese compatible con la puntualidad de una partícula? De-Broglie logró efectivamente diseñar un modelo teórico de tal tipo de ondas.

Supuso que toda partícula llevaba asociado un *quanto* de energía debido a un movimiento vibratorio periódico interno; es decir, toda partícula debería tener asociado un movimiento oscilatorio de una frecuencia determinada, ν_0 , de manera que en estado de reposo (o sea, sin la existencia de energía cinética) la energía total de la partícula debería ser, por un lado, la energía en reposo que predecía la relatividad einsteniana, mc^2 , siendo c la velocidad de la luz y m la masa de la partícula [para ver de dónde resulta esta energía relativista, véase el apéndice A3]; y por otra parte, tal energía debía corresponderse a la del movimiento vibratorio supuesto por De-Broglie, cuya expresión obedecería a la propiedad cuántica de la energía descubierta por Planck, por lo tanto:

$$E_0 = h\nu_0 = mc^2$$

Si ahora se considera que la partícula está en movimiento al ser sometida a la acción de un campo externo, su frecuencia de radiación interna dependerá de su velocidad \mathbf{u} , pero además existirá una cantidad adicional de energía como resultado de la acción del campo externo: un cuanto de la energía del campo. A partir de las fórmulas relativistas de Lorentz, se obtiene esta nueva frecuencia de vibración en movimiento, ν . A diferencia del caso de la partícula en reposo, la frecuencia considerada por la presencia del campo ya no se corresponde con la frecuencia asociada al movimiento vibratorio interno (es distinta de ν). Pero De-Broglie *conjeturó* que tal correspondencia no tenía por qué darse; ahora bien, dichas frecuencias tampoco podían ser independientes: lo que sugirió es que había una relación entre ellas porque ambos movimientos ondulatorios debían *estar en fase*.¹³ A partir de ello se puede obtener la relación en que han de estar las frecuencias de ambas ondas, y de ahí deducir la segunda de las relaciones importantes que conducirán a la ESH:

$$\mathbf{I} = \frac{h}{p}$$

Con este resultado, De-Broglie mostraba que toda partícula podía ser asociada a una longitud de onda característica, y relacionaba una magnitud típicamente mecánica, la cantidad de movimiento p , con otra típicamente ondulatoria. Si recordamos la expresión que resultaba del planteamiento de Planck para el valor de la energía de radiación, tenemos:

$$\begin{cases} p = h/\lambda \\ E = h\nu \end{cases}$$

De este modo, De-Broglie terminó por deducir de su hipótesis las mismas ecuaciones para la materia que las que ya habían sido postuladas para la radiación. Estas dos relaciones, en las que propiedades mecánicas de una partícula se vinculaban con propiedades ondulatorias, y deducidas a partir de consideraciones bien establecidas en las que la «única» novedad consistía en suponer que la partícula, por su propia naturaleza, estaba asociada a un movimiento vibratorio interno, sentaban la base de la mecánica ondulatoria: a nivel microfísico, la materia se manifestaba simultáneamente como corpúsculo y como onda, una partícula era, a la vez que partícula, onda. La *revolución* (Kuhn, 1981) estaba en marcha.

¹³ La relación entre las frecuencias de la partícula en movimiento y de la partícula en reposo obedece al llamado efecto Doppler relativista: aplicando las definiciones del momento, la energía total y la energía en reposo relativistas, $p = m\mathbf{v}\mathbf{g}$, $E = h\mathbf{u} = mc^2\mathbf{g}$, $E_0 = h\mathbf{u}_0 = mc^2$, se obtiene que ambas frecuencias, las propias del estado en reposo y del estado en movimiento, están relacionadas por el factor de Lorentz: $\mathbf{u} = \mathbf{g}\mathbf{u}_0$. Este efecto relativista hace que la fase del movimiento no varíe porque lo mismo que sucede con las frecuencias ocurre con la longitud de onda: $\lambda = \mathbf{g}\lambda_0$

El problema teórico al que había que enfrentarse consistía en encontrar un modelo que interpretase esta dualidad desde un punto de vista físico. Pensemos en la mecánica newtoniana: se necesitan unas leyes que expliquen en términos de la misma el comportamiento de la materia. Éstas son las conocidas leyes de Newton, que se enuncian en forma de tres ecuaciones correlacionadas, a partir de las cuales cualquier sistema físico particular puede ser tratado. De igual manera, como hemos visto, la cuantificación energética derivada por Planck, junto a la hipótesis de la dualidad onda-corpúsculo de De-Broglie, constituían principios físicos que carecían aún de un modelo legaliforme que diese cuenta del comportamiento de los sistemas físicos que se ajustaban a tales principios: la ESH, precisamente, iba a ser esa ley, ese modelo interpretativo y/o explicativo.

Las leyes explicativas disponibles eran modelos matemáticos basados en ecuaciones diferenciales; y dado que la recién aceptada dualidad de la materia implicaba su naturaleza ondulatoria, como herramientas para construir el nuevo modelo, los físicos ya tenían las llamadas *ecuaciones de ondas*.¹⁴ Las propiedades de este tipo de ecuaciones proporcionarían los criterios para la elección de la ecuación adecuada a la propagación de las ondas asociadas a la materia planteadas por De-Broglie. En analogía a cómo son las ecuaciones de ondas conocidas en física clásica, se trataba de obtener una ecuación que se ajustase al nuevo fenómeno ondulatorio preservando el mayor número de las propiedades formales ya conocidas.

Lo que se tiene como sistema físico es una partícula microscópica de una cierta masa m moviéndose libremente —es decir, no sometida a la acción de ninguna fuerza externa o, equivalentemente, de ningún potencial de campo—; una partícula que lleva asociada una onda de materia u onda de De-Broglie u onda guía en todo punto del espacio \vec{r} y en cada instante t de tiempo; a dicha onda se le asocia a su vez una magnitud física que se denomina **Función de Onda** (f.o.) y se representa por $\psi(\vec{r}, t)$. Según la mecánica clásica, una partícula libre en movimiento sólo puede desplazarse de forma rectilínea y de modo uniforme —al no estar sometida a fuerzas externas, no poseerá aceleración de ningún tipo; la ausencia de aceleraciones impide que la velocidad de la partícula varíe, tanto en magnitud (uniformidad) como en

¹⁴ Las ecuaciones de ondas describen propagaciones de fenómenos físicos de tipo ondulatorio, así, la propagación del sonido en un fluido, físicamente, puede interpretarse como la perturbación en la presión del fluido debida a las ondas sonoras; esa perturbación se propaga en el fluido a lo largo del tiempo obedeciendo a la ecuación:

$$\Delta p(\vec{r}, t) \equiv \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2}(\vec{r}, t), \quad \vec{r} = (x, y, z)$$

También las ondas electromagnéticas se propagan, en el vacío, según un movimiento que viene descrito por una ecuación de ondas del tipo:

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial z^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

Donde \vec{E} es el vector que representa el campo eléctrico.

dirección (linealidad)¹⁵—. Puesto que la onda «acompaña» a la partícula, ψ sólo tendrá valores significativos en las inmediaciones de ésta, valores que se desplazarán siguiendo el movimiento de la partícula. De ello resulta que la onda guía puede llegar a constituir un frente de ondas aproximadamente plano y, así, ψ habrá de ser, en virtud de las propiedades matemáticas de las funciones que representan a este tipo de ondas, y también aproximadamente, periódica en el tiempo y en el espacio.¹⁶

«Dos cuestiones fundamentales se plantean: 1) ¿Cómo se propaga la magnitud ondulatoria $\psi(\mathbf{r},t)$ en el espacio y en el tiempo? Esto es, ¿Cuál es la ecuación de ondas general satisfecha por $\psi(\mathbf{r},t)$, cualesquiera que sean λ y ν [la longitud de onda y la frecuencia, respectivamente]? 2) ¿Cuál es el significado físico de $\psi(\mathbf{r},t)$?» (Sánchez del Río, 1997: 176-177).

Sin embargo, mediante pruebas tentativas se puede comprobar que ninguna de las funciones que pueden ser solución de las ecuaciones de onda usuales satisfacen las condiciones requeridas para la longitud de onda y la frecuencia y, simultáneamente, las condiciones de De-Broglie para las ondas de materia (recordemos: $\mathbf{I}=\hbar/\mathbf{p}$, $E=\hbar\omega$). Hay que introducir una novedad radical: considerar un tipo de función que admita variables de tipo complejo. Se comprueba que una f.o. del tipo

$$\mathbf{y}(\vec{r}, t) \equiv \mathbf{y}(\mathbf{s}) = a \cdot e^{i2\mathbf{p}\mathbf{s}} \quad \langle 1 \rangle$$

sí que cumple tales requisitos. Y la ecuación de ondas de la cual una función de este tipo puede ser solución será de la forma:

$$i \frac{\hbar}{2m} \nabla^2 \mathbf{y} = - \frac{\hbar^2}{2m} \Delta \mathbf{y}$$

Ésta es, ni más ni menos, que la ecuación de Schroedinger para el caso de una partícula libre.¹⁷

¹⁵ «Cuando la partícula se mueve, la magnitud de la velocidad puede cambiar, y este cambio está relacionado con la aceleración tangencial. También la dirección de la velocidad cambia y este cambio está relacionado con la aceleración normal» (Alonso y Finn, 1995 (I): 104).

¹⁶ La onda guía constituirá un paquete de ondas, suma de ondas planas, cuya extensión espacial es tanto menor cuantas más ondas planas sean necesarias para representar dicho paquete de ondas. La incertidumbre en el momento de la partícula vendrá dada por la anchura del espectro de Fourier de las ondas planas necesarias para representar su paquete de ondas de probabilidad. Si la partícula está muy deslocalizada y hay gran incertidumbre en su posición se cumplirá que la onda es aproximadamente plana, dándose en este caso la periodicidad espacial y temporal. (Esto se aclarará una vez introducida la interpretación probabilística —véase el apartado III.3.c y el apéndice A6— y los métodos matemáticos de aproximación mediante series de Fourier desarrollados en la exposición de los espacios de Hilbert —apéndice A4—.)

¹⁷ Si se tiene en cuenta que $\hbar \Rightarrow \hbar/2\mathbf{p}$ la ecuación es análoga a la que para nosotros será la ESH (véase el apartado III.3.i) sólo que sin la presencia del potencial $V(\mathbf{r}, t)$, lo cual es resultado de la hipótesis original de considerar una partícula, precisamente, *no sometida a la acción de ningún potencial de campo externo*.

Para su obtención se ha considerado la existencia de *una única* onda asociada a *una única* partícula, y una onda de las más elementales, una *onda plana*. Es decir, dicha ecuación no es el modelo genérico del fenómeno ondulatorio asociado a la materia, sino el caso particular más sencillo de los posibles. Ahora bien, se puede suponer una onda un tanto más compleja: podría tratarse de un grupo o paquete de ondas, compuesto por una gran cantidad de ondas elementales planas. Esto es lo que se conoce como una *superposición infinita y continua* de ondas, que se representa mediante una integral:

$$\mathbf{y}(\bar{r}, t) = \int (d^3\bar{k}) A(\bar{k}) e^{i[\bar{k} \cdot \bar{r} - 2\pi\nu t]} \quad \langle 2 \rangle$$

$$\frac{\bar{k}}{|\bar{k}|} = \bar{u}; \quad |\bar{k}| = \frac{2\mathbf{p}}{\mathbf{I}} \quad (\bar{k} \equiv \text{vector de onda})$$

Esta nueva f.o., resultado de una superposición infinita y continua de ondas elementales, también podrá ser solución de la ecuación de Schroedinger, porque todas sus componentes lo son y la ecuación es lineal.¹⁸

Por otro lado, se comenzó suponiendo que la partícula era una partícula *libre*. Si el caso que se considera es el de una partícula *ligada*, una partícula sometida a un potencial exterior cuyo valor varíe dependiendo de la posición de la partícula pero sea independiente del tiempo, $V=V(\mathbf{r})$, entonces, la energía total y la relación de la longitud de onda asociada con la misma, según la hipótesis de De-Broglie, serán:

$$E = \frac{\bar{p}^2}{2m} + V(\bar{r}) \quad \mathbf{I} = \frac{h}{|\bar{p}|} = \frac{h}{\sqrt{2m|E - V(\bar{r})|}}$$

Partiendo de ello, introduciendo algunas hipótesis adicionales de tipo técnico, y por analogía con el caso de la partícula libre, la f.o. asociada ahora a la partícula debería ser de la forma:

$$\mathbf{y}(\bar{r}, t) \approx \exp\{i2\mathbf{p}[\bar{r} \cdot \bar{u} - \mathbf{t}]\} \quad \text{nota 19}$$

¹⁸ «Aceptaremos que [⟨1⟩ y ⟨2⟩] representan posibles ondas de materia que pueden existir físicamente. En general, haremos la hipótesis de que la función de onda obtenida al formar combinaciones lineales de ondas de materia representa una nueva onda de materia, que puede existir también realmente asociada a la partícula. Esta nueva hipótesis junto con la linealidad de [las funciones ψ que puedan ser soluciones de la ecuación] constituyen el llamado principio de superposición en Mecánica Cuántica: éste es el análogo (...) del principio de superposición para fenómenos ondulatorios clásicos...» (Sánchez del Río, 1997:180). El concepto de «combinación lineal» así como el «principio de superposición» se verán algo más en detalle; ambos están en relación con el hecho de que el conjunto o paquete de ondas supuesto como agregación de ondas elementales sea expresado como una integral, la cual puede interpretarse como una «suma», sólo que sobre un conjunto de valores que forman un continuo —en lugar de constituir unidades discretas— e infinitos. Ambos principios, nuevamente, son consecuencia de que la ecuación de Schroedinger es una ecuación lineal.

¹⁹ La función «exponencial», e^x , suele expresarse también « $\exp(x)$ ».

Y de lo que se trata es de encontrar, al igual que antes, la ecuación de ondas que satisface dicha función. Mediante un tratamiento matemático análogo al del caso de la partícula libre, se obtiene que la ecuación buscada es:

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta + V(\vec{r})\right]\psi(\vec{r}, t) = i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi(\vec{r}, t)$$

Dadas las analogías estructurales entre ambas ecuaciones, y puesto que la generalización que conduce de la primera de ellas a esta otra no altera la forma de la ley diferencial descrita por la ecuación, sino que simplemente hay que «agregar» el potencial adicional, en una forma, además, que está en concordancia con los resultados conocidos ya en mecánica clásica,²⁰ el paso subsecuente es una nueva generalización:

«Más en general, supongamos una partícula microscópica no relativista que puede estar en cualquier punto del espacio, sometida al potencial $V(\mathbf{r}, t)$ (dependiente de \mathbf{r} , t en general) y que lleva una onda de materia asociada $\psi = \psi(\mathbf{r}, t)$. Aceptaremos como un *POSTULADO GENERAL* que esta última se propaga según la ecuación de Schroedinger

$$\boxed{\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta + V(\vec{r})\right]\psi(\vec{r}, t) = i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi(\vec{r}, t)} \gg \text{(Sánchez del Río, 1997:182; subr. ntro.)}$$

II.2. Presentación del Artefacto²¹

²⁰ Se verá más adelante que esta analogía tiene que ver con una magnitud típicamente dinámica, el *Hamiltoniano* de un sistema físico, que contiene la información energética del mismo, en general, la suma de las energías potencial y cinética (en el caso de la partícula libre, la energía potencial sería nula, y de ahí que el paso a una partícula ligada a un cierto potencial implique la agregación de un término en la ecuación en el cual se incorpora la existencia del potencial).

²¹ Empleamos el concepto «artefacto» en el particular sentido en el ciertos autores lo han aplicado en el campo de la sociología del conocimiento científico (Lynch, 1985; Woolgar y Latour, 1986; Latour, 1992). La disociación entre «hechos», reales y objetivos, y «artefactos», ficticios, frutos de errores subjetivos y artificiales sería una componente fundamental del trabajo científico. En este epígrafe se presentan algunos antecedentes de la ESH que podrían ser catalogados como artefactos (actualmente, por los propios científicos, pues constituirían indicios preliminares, imperfectos, de lo que finalmente sería la propia ecuación). Ahora bien, en atención a la dimensión reflexiva de la investigación, la alusión a esa disociación que se ha interpretado como componente de la actividad científica, la hacemos también para recalcar que, tanto como los científicos, nosotros mismos nos hallamos inmersos en un campo agónico cuya lógica es la constatación de «hechos». Para nosotros implica la aceptación de un marco formal en el que estamos obligados a desplegar nuestras jugadas: en lo que se refiere a la ESH, su factualidad o artefactualidad dependerá de la particular perspectiva que trate de aprehenderla, y nosotros aceptamos ya de antemano que emprendemos la tarea de construir un artefacto que obedece a la singular posición en la que hemos decidido situarnos. En definitiva, no nos interesa cuál pueda ser el estatuto objetivo que se derive de nuestra interpretación de la ecuación sino, como señalaremos, la consistencia vivencial y práctica de la que dicha interpretación emerge; por eso no tenemos pudor alguno en presentarla de antemano como un artefacto creado a la medida de nuestras necesidades (pero estamos adelantando acontecimientos...).

De los experimentos que evidenciaban las carencias de las teorías clásicas se derivó una segunda consecuencia, que también tendría implicaciones en la formulación de la Mecánica Cuántica (MC). Gracias a ellos, se iba a dar impulso a una nueva orientación de la investigación en el campo de la microfísica: la naturaleza de los componentes elementales últimos de la materia, la estructura física del átomo, no era lo suficientemente conocida, y parecía que dicho conocimiento era cada vez más necesario si se quería dar respuesta a todas las interrogantes abiertas por esos nuevos fenómenos. Esto hizo que el hidrógeno se convirtiese en el gran foco de atención: al tratarse del átomo más sencillo de todos los conocidos, su estudio podría suministrar indicios acerca de la estructura atómica en general. Se iniciaba la búsqueda de un *modelo de átomo* adecuado, un modelo atómico consistente internamente y compatible con los resultados que se venían dando en el campo de la espectroscopia.

El primero de los que fueron planteados se debió a Thomson. Según él, los electrones, dotados de carga negativa, estarían incrustados en el interior de una esfera con una distribución de carga eléctrica de signo positivo y uniforme. Tales electrones se suponía que estarían en reposo excepto cuando fuesen perturbados externamente —p.e. por una fuente de radiación—, lo que les llevaría a efectuar oscilaciones en torno a su posición de equilibrio originaria. Para comprobar la bondad de dicho modelo, había que comparar la frecuencia de oscilación calculada en función de la predicción de la teoría con los resultados espectroscópicos. Aplicando las leyes conocidas para la determinación de las fuerzas eléctricas, se obtenía, para el caso del hidrógeno, una longitud de onda de aproximadamente 1.200 Å. Experimentalmente, en cambio, se había comprobado que el átomo de hidrógeno no emitía una única longitud de onda, sino que su espectro estaba compuesto por una variedad de frecuencias distintas que el modelo de Thomson no podía explicar.

Experiencias realizadas con partículas α descartaron definitivamente dicho modelo.²² Dichas partículas, lanzadas sobre blancos metálicos, se dispersan al atravesarlos, siendo motivada dicha dispersión por su penetración en el interior de los átomos constituyentes de tales blancos. Si el átomo fuese tal como el modelo de Thomson afirmaba que era, las partículas α deberían sufrir una desviación de ángulos muy pequeños. Pero los experimentos de Geiger y Marsden encontraron que un pequeño porcentaje de las partículas α se desviaba con ángulos bastante considerables llegando a ser superiores a 90°, y algunas incluso con un ángulo de 180° (esto es, salían «rebotadas» en sentido contrario al de incidencia).

La alternativa al modelo de Thomson fue el de Rutherford. Propuso un átomo en el que la carga positiva se encontraba concentrada en una región central, un «núcleo», de dimensiones extremadamente pequeñas en relación en el tamaño total del átomo. Los electrones girarían

²² «Las partículas α son emitidas espontáneamente a gran velocidad por diversos materiales radioactivos como, por ejemplo, el uranio o el radio. Son desviadas por campos eléctricos y magnéticos, lo que implica que poseen cargas eléctricas (...) Una partícula α no es más que un átomo de helio doblemente ionizado (...) La velocidad con que son emitidas depende de la sustancia radiactiva emisora y su valor ronda los 2×10^7 m/s (...) que corresponde aproximadamente a la veinteava parte de la velocidad de la luz» (Sánchez del Río, 1997: 103-4, not.1).

alrededor de este núcleo con un movimiento similar al de las órbitas planetarias, y lo que mantendría unido al conjunto sería la fuerza de atracción eléctrica entre ese núcleo, de carga positiva, y los electrones de carga negativa. Este modelo explicaba los resultados experimentales obtenidos con las partículas α : los ángulos elevados de dispersión se deberían a la repulsión que se produciría entre estas partículas y el núcleo, no incidiendo en ella los electrones circundantes al ser muy pequeña comparativamente su masa (las partículas α «rebotadas» serían aquellas que incidiesen frontalmente sobre el núcleo). El modelo atómico de Rutherford permitía la deducción de una fórmula aproximada que expresaba el número de partículas α dispersadas en un cierto intervalo angular respecto a la dirección de incidencia, fórmula que proporcionaba resultados acordes con los datos registrados en los experimentos. Existían, no obstante, discrepancias cuando los blancos utilizados se componían de átomos ligeros, y se hacían mayores para el caso de las partículas con la dispersión máxima de 180° . Para un valor suficientemente alto de velocidad de incidencia de las partículas en el átomo, el número de partículas dispersadas sufría un enorme descenso en comparación con las predicciones de la teoría de Rutherford.

El modelo de Rutherford explicaba algunos de los resultados experimentales que el de Thomson no podía, sin embargo, se enfrentaba a dos problemas que en el marco de la teoría electromagnética clásica no encontraban solución: por una parte, la composición del espectro de la radiación emitida por el átomo de hidrógeno seguía sin poder ser explicada completamente a partir del nuevo modelo atómico; por otra, la estabilidad de un modelo como el de Rutherford, de tipo planetario, con electrones orbitando en torno a un núcleo, tampoco estaba garantizada.

Aunque mecánicamente sí que el modelo planetario debía ser estable, en analogía a los sistemas planetarios con órbitas gravitacionales, la presencia de cargas y fuerzas eléctricas suponía la emisión de radiación electromagnética por parte de los electrones; dicha emisión, efecto de la aceleración orbital que es la que le confiere estabilidad mecánica, supondría una pérdida continua de energía, y con ello una progresiva «caída» de los electrones hacia el núcleo describiendo una trayectoria espiral. Además, de ser esto así, este proceso de deceleración continuo y decaimiento orbital hacia el núcleo, supondría la emisión de un espectro de radiación continuo, en contradicción con la composición experimental comprobada de dicho espectro, formado por franjas de emisión a distintas frecuencias, con discontinuidad entre niveles sucesivos.

Suponiendo que por algún mecanismo todavía desconocido el átomo postulado por Rutherford fuese estable—esto es: que no se produjese en él la pérdida progresiva de energía debido a la radiación electromagnética emitida por los electrones—, seguiría sin poder explicarse a partir de él y mediante la teoría electromagnética clásica la composición discreta del espectro de emisión de radiación. Según esta teoría, el modelo de fuente de luz elemental es una partícula con carga eléctrica sometida a un movimiento oscilatorio. Si se consideran órbitas circulares, dicho movimiento oscilatorio, según el método bien conocido de descomposición de todo movimiento circular en dos movimientos periódicos lineales (un doble movimiento simultáneo y perpendicular de oscilación armónica), y debido a las características matemáticas del problema (al tratarse de dos movimientos que tienen que ir «acompañados»,

aunque con un cierto «desfase» uno respecto del otro, han de tener la misma frecuencia angular), implicaría una única franja de emisión en el espectro—téngase en cuenta que cada una de las rayas que componen la emisión espectral del átomo corresponde a una frecuencia distinta de radiación—. Por otra parte, si se considerasen órbitas elípticas, también mediante la aplicación del usual método de descomposición en series de Fourier de movimientos periódicos de carácter sinusoidal y no estrictamente armónicos, resultarían unas frecuencias de emisión del tipo: $a, 2a, 3a, 4a, \dots$ (siendo a la frecuencia principal de emisión y las demás sus «armónicos»), que tampoco se correspondería con los resultados experimentales conocidos.²³

Estas dificultades fueron resueltas, por decirlo de algún modo, mediante «decreto». Fue Niels Bohr, mediante la enunciación de una serie de postulados, quien obtuvo esta respuesta:

- **PRIMER POSTULADO (P1):** *Los electrones del átomo se encontrarían girando en torno al núcleo en unas órbitas llamadas estados estacionarios, sin que se produzca ninguna emisión de radiación, incluso aunque tal emisión sea esperable de acuerdo a la electrodinámica clásica.*
- **(P2):** *El equilibrio dinámico de los electrones en los estados estacionarios está regido por las leyes ordinarias de la mecánica. Sin embargo, dichas leyes no serán aplicables cuando se produzcan «saltos» de unas órbitas a otras, transiciones entre estados estacionarios.*
- **(P3):** *Serán precisamente estas transiciones entre dos estados estacionarios las que generen los procesos de emisión y absorción de radiación por parte de los electrones. Esta radiación corresponderá a un cuanto de energía cuya frecuencia ν cumplirá la relación*

$$h\nu = |E_i - E_f|$$

donde E_i y E_f serán las energías propias de los estados estacionarios entre los que se produce la transición (estados inicial y final de la transición).

- **(P4):** *La energía, en valor promedio, de un electrón que gira alrededor de un núcleo será*

$$E_{\text{promedio}} \equiv \langle E \rangle = \frac{1}{2} n h f$$

siendo f la frecuencia de la rotación, y n un número entero positivo.

²³ «...el espectro de radiación emitida por un electrón describiendo órbitas elípticas estaría formado por líneas espectrales correspondientes a la frecuencia principal y sus armónicos, esto es, $\alpha, 2\alpha, 3\alpha, \dots$. Desgraciadamente, sin embargo, en los espectros de emisión de los átomos no se observan armónicos de ninguna clase, por lo que estaremos lejos de justificar las series espectrales encontradas experimentalmente...» (Sánchez del Río, 1997: 128).

Mediante tales postulados, Bohr consiguió obtener la «coherencia» buscada para el modelo atómico: los dos primeros de ellos «decretan» que las observaciones empíricas se ajusten a las leyes conocidas prohibiendo determinadas condiciones de aplicabilidad de las mismas o, más bien, restringiendo en qué circunstancias son o no aplicables y cuáles. Cómo se ve, dichos postulados no explican *por qué* eso haya de ser así, simplemente lo estipulan— de ahí que sean postulados, precisamente—, para que se ajusten teoría y experiencia. Mediante ellos se introduce, además, un concepto nuevo, el de *estado estacionario*, del cual se afirma una especificidad tal que permite dicho reajuste: un estado estacionario, conceptualmente, implica una realidad física nueva, de la cual se acepta su comportamiento especial aún no pudiendo dar cuenta teórica de él.

Ahora bien, preservando la estabilidad del modelo, sin embargo, estos dos primeros postulados no tienen en cuenta la radiación: ésta debe estar asociada con lo que en ellos (P2) se denomina *transiciones*, y que son las que permiten la vinculación de los supuestos cuánticos descubiertos por Planck con la estructura atómica cuyo modelo se trataba de establecer.²⁴

Resumiendo: todo funciona según las leyes usuales de la mecánica mientras no se produzcan «saltos» entre los niveles estables de las órbitas decretadas por el modelo —existe equilibrio dinámico, sin pérdida ni ganancia de energía, sin emisiones de radiación, sin cuantificación—, y serán precisamente esos «saltos», esas transiciones, las que introduzcan los fenómenos cuánticos en el modelo. Por su parte, el tercero de los postulados decreta que cuando se den este tipo de transiciones, las leyes usuales dejan de ser válidas: se cancela el equilibrio dinámico y entra en juego la hipótesis de la cuantificación de la energía de Planck. El problema entonces es establecer cuál sea esa energía, la que se da en los niveles estables, ya que de ella depende la frecuencia de la radiación que se absorba o emita.

Esta energía característica de los estados estacionarios, en virtud del segundo postulado, puede obtenerse a partir de las leyes de la mecánica newtoniana. A partir de dicha energía, y por analogía con la expresión de Planck para la radiación del CN, Bohr supuso que entre la energía del electrón y su frecuencia de rotación f existía una relación de proporcionalidad del tipo $-E = hf$. Asimismo, y siguiendo en ello también con la analogía del CN y su cuantificación energética, supuso que en los distintos estados estacionarios las energías debían diferir en cantidades que fuesen múltiplos enteros de la frecuencia f .²⁵

²⁴ «el comportamiento de los sistemas en los procesos de emisión y absorción de radiación fue establecido por Bohr a partir de una ingeniosa adaptación de la teoría de Planck. Bohr supuso que en el paso de un estado estacionario a otro de energía inferior era emitido un cuanto de energía. En la absorción se producía el proceso inverso (...) En ambos casos la energía de dicho cuanto la escribió como el producto de la constante de Planck por una frecuencia adecuada. Estas consideraciones las resumió Bohr en el [tercero de sus] postulado[s]» (Sánchez del Río, 1997: 131).

²⁵ «Esta hipótesis, que relaciona cierta cuantificación de la energía de los átomos con las frecuencias de rotación del electrón, recuerda formalmente la hipótesis de Planck que conectaba la cuantificación de la energía de los osciladores de las paredes de la cavidad resonante con sus frecuencias de vibración» (Sánchez del Río, 1997: 133).

Para la formulación matemática del cuarto postulado, Bohr se sirvió además de una hipótesis auxiliar conocida como *Principio de Correspondencia*, que establecía el modo en que se podían vincular los conceptos clásicos que estaba empleando con los nuevos supuestos cuánticos:

«Podría enunciarse este principio afirmando que *en el límite de los números cuánticos grandes (tendiendo a infinito) los resultados de la física cuántica deben coincidir con los de la física clásica*. Dicho de otro modo, las leyes clásicas y cuánticas deben converger cuando hacemos tender n a infinito» (Sánchez del Río, 1997: 134).

Considerando este caso límite, esta zona de *convergencia*, y calculando las expresiones de la energía en función de las consideraciones cuánticas introducidas por Bohr, por un lado, y su valor según viene dado por las leyes clásicas de la electrodinámica, por otro, se obtiene la fórmula explícita del cuarto y último de sus postulados. Es éste, efectivamente, el que confiere carácter cuántico al modelo atómico, pues estipula que la energía del electrón puede tomar sólo determinados valores discretos.

Mediante su modelo teórico, Bohr pudo deducir una fórmula general que representaba los valores de las rayas del espectro de emisión del hidrógeno, y que coincidía con la fórmula descriptiva ya conocida —una fórmula que era, simplemente, la expresión matemática que mejor se ajustaba a los datos experimentales de los que se disponía, que mejor describía los resultados empíricos; una fórmula, en definitiva, fuera de teoría—. Esto suponía una confirmación experimental de su teoría, y no fue el único de los fenómenos para los que su modelo aportó una explicación. Por ejemplo, Pickering (Fowler, 1997) había descubierto una serie espectral de emisión procedente de una estrella que se ajustaba a la fórmula general de las series hidrogenoideas, para valores de n enteros —que era lo que estipulaba el modelo de Bohr—, pero que también presentaba líneas que corresponderían a valores de n semienteros ($n = 2, 2.5, 3, 3.5, \dots$): Bohr logró interpretar este espectro afirmando que, en contra de lo que se pensaba, la composición estelar causante de dicha emisión no era una especie de hidrógeno con propiedades distintas a las usuales, sino que se trataba de helio ionizado.²⁶

La teoría de Bohr, que consideraba la existencia de órbitas circulares únicamente, fue extendida a movimientos periódicos más generales por Sommerfeld, Wilson e Ishiwara en 1915, incluyendo el caso de órbitas de tipo elíptico.

²⁶ La carga eléctrica de un electrón se representa por la letra e , y es la misma que la de un protón, solo que de signo opuesto. El átomo de helio es el segundo más ligero después del hidrógeno, se compone de un núcleo con dos protones de carga positiva total, entonces, $+2e$, y dos electrones orbitales con carga $-2e$. El helio ionizado, que se suele denotar como He^+ , es un átomo de Helio con un único electrón, de forma que en lugar que una carga eléctrica total—electrones y protones— neutra, posee carga positiva: $+2e - e = +e$. «Bohr fue también capaz de predecir la existencia de series espectrales de tipo hidrogenoideo para el litio doblemente ionizado, Li^{2+} , y el berilio triplemente ionizado, Be^{3+} , las cuales fueron efectivamente observadas en espectros estelares» (Sánchez del Río, 1997: 142).

Pese a todo, la que se conoció como «teoría cuántica antigua» no dejaba de tener defectos: no poseía toda la consistencia interna deseable, ya que en ella se hacía uso de conceptos y leyes clásicas con ideas y postulados puramente cuánticos;²⁷ la existencia de estados estacionarios en los átomos es postulada sin justificación de ningún tipo; cuando se trató de considerar fenómenos de colisión, resultó imposible su explicación empleando el modelo; los resultados que proporciona son bastante satisfactorios en el caso de átomos monoeléctricos y alcalinos (los pertenecientes al grupo del litio en la tabla periódica), esto es, átomos «pequeños», pero falla estrepitosamente si se consideran átomos más complejos —fue imposible construir una teoría adecuada para el átomo de helio—. Y lo que para nosotros es más importante: no da ninguna explicación acerca de la dualidad onda-corpúsculo de la radiación o de la materia, lo cual significa que no se puede establecer conexión formal alguna entre la teoría atómica de Bohr y la ESH, pese a que las modificaciones introducidas en el modelo respecto a los tipos de átomo que se habían propuesto antes que él consistían principalmente en la incorporación de supuestos cuánticos.

La resolución de estas imperfecciones tuvo que venir de la mano de un nuevo «enfoque conceptual», enfoque que constituiría, precisamente, la formulación de la MC. Para poder conciliar los avances que se venían dando en el conocimiento de la estructura interna del átomo, por una parte, y los descubrimientos acerca de la naturaleza dual de la materia, por otra, lo que se requería era saber qué *significado* tenían esas ondas-guía propuestas por De Broglie, el significado físico de esa magnitud, la función de onda, a partir de la cual se había obtenido la ley dinámica expresada por la ESH.

II.3. Presentación de la Controversia

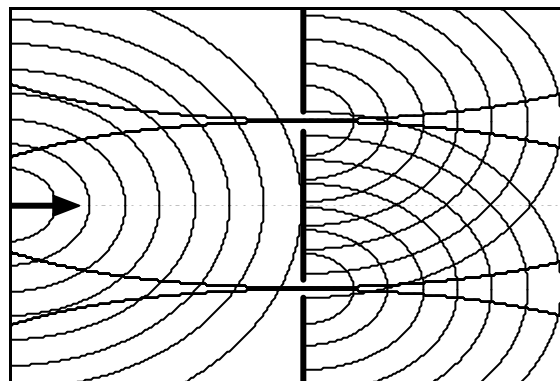
El punto de arranque para la interpretación de la f.o. lo constituyó el experimento de la doble rendija de Young-Taylor (1909). El experimento consiste en lo siguiente: se hace incidir, en dirección perpendicular, sobre una pared vertical una fuente de luz de intensidad muy débil (de un orden de emisión de unos muy pocos fotones por segundo); en dicha pared se practican dos agujeros y tras ella se sitúa una placa fotográfica que registra la radiación que ha atravesado la pared. Si se mantiene abierto sólo una de los agujeros o rendijas, el resultado es típicamente ondulatorio: la radiación se difracta. Si se mantienen abiertas ambas de forma simultánea, también se produce un efecto típicamente ondulatorio, la interferencia de las ondas resultantes tras atravesar la pared (véase la figura siguiente).

Con estos resultados, parecería quedar desestimada la naturaleza corpuscular de la radiación, más aún si se consiguiese realizar el experimento haciendo que los fotones emiti-

²⁷ Expresión muy ilustrativa de ello es una sarcástica afirmación atribuida a Bragg, según la cual «es como si hubiera que aplicar las leyes clásicas los lunes, miércoles y viernes, y las cuánticas los martes, jueves y sábados» (citada por el profesor de la asignatura de Mecánica Cuántica (MC) de 3^{er} curso; año académico 1995/96); (¿se debe suponer que la Física descansa en domingo...?).

dos atravesasen de uno en uno la pared: en caso de que efectivamente fuesen partículas de radiación, no podría darse ningún tipo de interacción entre ellos y no deberían observarse fenómenos de interferencia. Lo que se observa de hecho experimentalmente es lo siguiente:

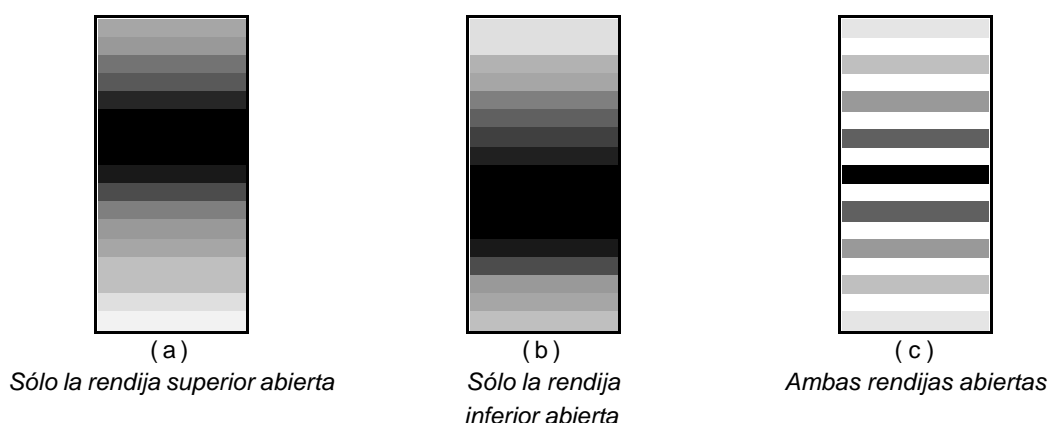
- Si el tiempo de exposición de la placa fotográfica es suficientemente largo, las franjas de interferencia se mantienen (lo cual descarta una descripción corpuscular)
- Si el tiempo de exposición es suficientemente corto como para que sobre la placa incidan tan sólo unos pocos fotones en total, cada uno de ellos producirá un impacto perfectamente localizado en lugar de una figura de interferencia (esto descarta una interpretación ondulatoria).
- Los impactos se distribuyen en la placa fotográfica de forma totalmente aleatoria, y a medida que aumenta su número, van adquiriendo un aspecto continuo en lugar de puntual.
- La densidad de los impactos registrados en la placa es proporcional a la intensidad de la emisión correspondiente al caso de interferencia (suele decirse: según van alcanzando la placa los fotones mediante impactos localizados, *reconstruyen punto a punto* las franjas de interferencia).²⁸



EXPERIMENTO DE LA DOBLE RENDIJA
(DIFRACCIÓN / INTERFERENCIA)

EN LA PLACA SE REGISTRA:

²⁸ «De hecho, en el experimento de la doble rendija, la distribución de impactos sobre la placa al comienzo de la exposición presentará un aspecto moteado, pero conforme transcurre el tiempo, y el número de fotones incidentes aumente, las fluctuaciones serán cada vez menos significativas y dicha distribución tenderá a la prevista por el modelo ondulatorio clásico (figura de interferencia de aspecto continuo)» (Sánchez del Río, 1997: 77).



Resulta entonces que ni una interpretación puramente ondulatoria (maxwelliana clásica) de dicha radiación de baja intensidad, ni una puramente corpuscular (einsteniana cuántica) sirven para explicar los resultados del experimento —al igual que en el caso de la hipótesis de De-Broglie²⁹—: el problema que debía plantearse era el de la interpretación de esta dualidad de las entidades físicas.

Una de las primeras consideraciones que los resultados experimentales hacían surgir era el hecho de que, tal cual se daban las cosas, éstos ponían en cuestión el determinismo clásico, esto es, el supuesto central de la mecánica newtoniana según el cual si podían ser conocidas en un cierto instante las condiciones dinámicas de un sistema físico, a partir de ellas quedaría perfectamente determinado su estado en cualquier otro instante posterior.

«...según [el determinismo clásico] a partir de la posición y velocidad inicial de una partícula en un cierto instante, conocidas las fuerzas externas, se estaba en condiciones de calcular exactamente su trayectoria —posición y velocidad— posterior. [Nota a pie:] El tratamiento estadístico que se aplica en la mecánica estadística clásica es simplemente un instrumento de manejo de sistemas muy complicados. Las leyes básicas de la física que rigen los movimientos de cada partícula individual —leyes de Newton— siguen siendo completamente deterministas» (Sánchez del Río, 1997: 90, y nota 11).

Pero dicho determinismo se vinculaba muy estrechamente con el concepto de «medición» que se podía poner en juego a la hora de determinar su pertinencia o no. Es decir: el concepto de causalidad que quedaba en entredicho era, tanto el de la causalidad intrínseca de los fenómenos considerados, como el concepto asociado de precisión de las medidas efectuables para su confirmación o no, en los procedimientos experimentales que se estaba

²⁹ Dado el postulado de De-Broglie, si el experimento de la doble rendija se llevase a cabo empleando no una fuente de radiación (un haz fotónico) sino una que emitiese partículas, los resultados deberían ser los mismos. De hecho, se han realizado experiencias de esta clase empleando electrones y neutrones, con resultados análogos a los que se dan al utilizar fotones.

en condiciones de llevar a cabo como método de validación empírico. Veámoslo un poco más en detalle.

Al contrario de lo que es opinión generalizada, no es estrictamente cierto que el hecho de interactuar con aquello que se está observando / midiendo sea una «característica cuántica»: en física clásica se admite la posibilidad de que al realizar una medida sobre un sistema se interactúe con él. Sin embargo,

«Implícitamente se admite que la perturbación ejercida es despreciable y no afecta al movimiento posterior de dicho sistema» (Sánchez del Río, 1997: 91).

Para observar algo, para verlo, se necesita alguna fuente de luz —recordemos que nosotros «vemos» los objetos que vemos (hay, según la ciencia física, queremos decir, muchos objetos que no podemos ver, pero que no obstante están ahí) gracias a la reflexión de la luz que reciben de alguna fuente de radiación externa—, de forma que toda observación experimental implica algún modo de iluminación de lo observado. Cuando se trata de la observación de un objeto macroscópico, la interacción radiación / materia que se produce entre la fuente de luz y el objeto es de una magnitud despreciable respecto a la escala de medida que se ha de utilizar: por decirlo de otra manera, se produce también en este caso efecto Compton, pero no es apreciable en los órdenes de magnitud que se están manejando. Así, pese a que esa interferencia de hecho tiene lugar, se puede seguir la evolución del objeto punto a punto sin alterar —«significativamente»— su recorrido. Ahora bien, cuando lo que se trata de observar es, por ejemplo, un electrón, la interacción del mismo con los fotones de la fuente de luz que se ha de emplear para poder «verlo» es lo suficientemente importante como para alterar la trayectoria que dicho electrón poseía antes de la observación: el resultado del «choque» entre el fotón iluminador y el electrón iluminado es tal que las condiciones dinámicas de este último, en principio, podrían ser cualesquiera que satisficiesen las correspondientes leyes de conservación de energía y momento cinético. La pregunta a la que hay que enfrentarse, a partir de ello, no sería la de si es posible «conocer» las condiciones dinámicas de lo que se observa, sino si es posible hacerlo con la «precisión» suficiente.³⁰

Esto es, el problema que surge, tal cual los físicos lo conciben, es no tanto el de la fidelidad o confianza del conocimiento obtenible en estas condiciones, sino el de la posibilidad de la construcción de un dispositivo experimental adecuado a las mismas: antes que la naturaleza de lo observado lo que se trata de comprobar es la naturaleza de la observación, se debe clarificar *qué significa medir* en tales condiciones.

³⁰ «Siguiendo a Heisenberg, para el cual cualquier argumento físico tiene sentido sólo si maneja magnitudes observables experimentalmente, podremos hablar de posición y momento de un electrón si somos capaces de idear un experimento en el cual ambas magnitudes puedan medirse a la vez» (Sánchez del Río, 1997: 91).

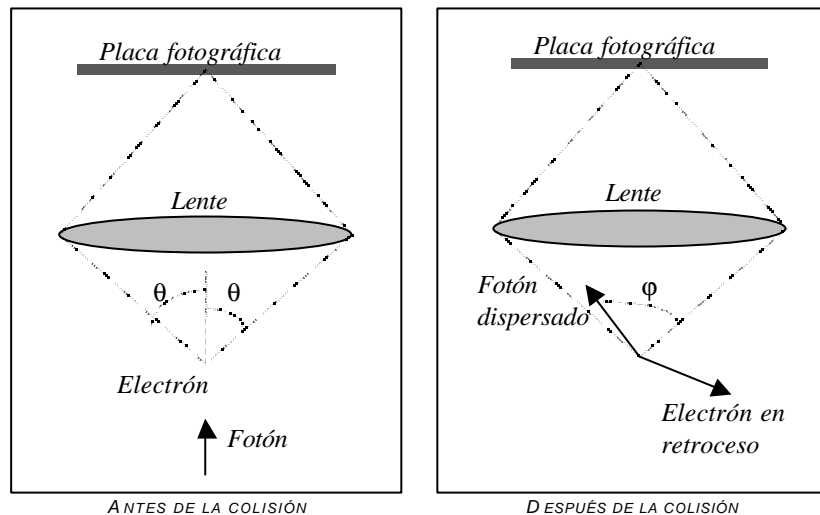
Niels Bohr, al modo de los experimentos ideales de los que se servía Galileo,³¹ propuso una interpretación cualitativa del problema, tratando de darle un soporte conceptual sencillo que facilitase su comprensión. Supongamos un microscopio elemental, compuesto por un único fotón a modo de fuente de luz, una lente y una placa fotográfica, con el que se va a observar un electrón. Lo que vamos a «ver» con este microscopio va a ser el impacto del fotón en la placa fotográfica —en este caso el «observador», en los términos experimentales planteados, es la placa—. Como lo que se quiere observar es el electrón, para que exista efectivamente observación, ha de producirse la colisión entre fotón y electrón (por eso se supone un único fotón, para que la perturbación que posibilita la observación sea la mínima posible). Entonces, suponiendo conocidas velocidad y trayectoria iniciales del fotón, y con ello el punto de impacto del mismo en la placa en caso de que la colisión no se produjese,³² la variación, respecto a ese impacto predeterminable, del que efectivamente registre la placa servirá para determinar las condiciones dinámicas del electrón (véase la figura siguiente).

Supongamos un electrón inicialmente en reposo, sin velocidad, del que se quiere medir su posición exacta (situación antes de la colisión): lo que permitirá hacerlo será la medición de la dispersión del fotón que se registre en la placa, ahora bien, una vez dispersado, el fotón será registrado siempre y cuando pase a través de la lente; esto es, si la dispersión es demasiado grande, no atravesará la lente y en consecuencia no será registrado. Lo que es lo mismo: que la observación pueda ser efectuada o no depende del ángulo de amplitud de la lente:

³¹ Es de reseñar la fuerza argumentativa y la importancia que en las disputas acerca de la validez de la interpretación probabilística —interpretación que, veremos, es la conclusión de toda esta «historia»— dada por la Escuela de Copenhague a la onda-guía asociada a la materia, tuvo el concepto de *experimento ideal*. Quien pudiera suponer que tomar como criterio de decibilidad una concepción abstracta de lo que podría ser un experimento que se sabe, de antemano, irrealizable —que aquí debe ser entendido como «no construible técnicamente»—, cuando la argumentación está asentada precisamente en lo que se puede obtener como corroboración empírica de hipótesis teóricas aún no demasiado clarificadas, que piense en la fuerza argumentativa que el concepto weberiano de *tipo ideal* (1984) ha tenido en el ámbito de las Ciencias Sociales. Las disputas entre Bohr y Einstein que consideraremos inmediatamente giraron en torno a la capacidad teórica de las hipótesis aplicadas en las explicaciones para predecir el resultado probable de experimentos ideales, dado que los experimentos reales efectivamente disponibles no podían ser empleados decisivamente en un sentido u otro. La mayoría de las paradojas que en sus inicios surgieron en la teoría relativista y en la cuántica fueron resultado de la transposición de fenómenos bien asentados en las tradiciones teóricas en vigencia a las condiciones hipotéticas —«ideales»— que resultaban de las nuevas formulaciones, y dado que se trataba de condiciones todavía poco familiares, que implicaban modos de pensar lo ya conocido de forma distinta, lo que a su vez suponía una menor capacidad de traducción en términos de condiciones experimentales pertinentes, los campos de disputa eran experimentos hipotéticos de los cuales, o bien no se tenía garantía alguna de que fuese posible llevarlos a cabo de forma efectiva, o bien se sabía de forma segura que no lo eran. Todas ellas fueron progresivamente «resueltas» más bien dando un nuevo sentido a las hipótesis tradicionales puestas en juego en los términos que entraban en contradicción que a una resolución formal, lógica, de la contradicción en sí misma (volvemos a adelantar acontecimientos...).

³² Esta *suposición* es una de las condiciones experimentales que hacen del experimento un experimento *ideal*: es inmediato que «conocer» dichas condiciones iniciales del fotón habría de suponer la posibilidad —recordemos que de lo que se trata es de verificar la validez del concepto, experimental, de medida que se puede poner en juego— de su verificación experimental, lo que implicaría la necesidad de algún dispositivo que *midiese* tales condiciones; el fotón pasaría a ocupar el lugar del electrón, y su observabilidad sería condición previa a la observabilidad del electrón; se tendría el mismo problema, digámoslo así, en un momento previo.

cuanto mayor sea éste más posibilidades hay de que se pueda tener conocimiento de la posición del fotón tras el impacto.



Suponiendo que la amplitud de la lente sea suficiente, las expresiones mediante las cuales se puede obtener información de la velocidad del fotón detectado dependen del inverso de su longitud de onda λ .

Por otro lado, hay que considerar la resolubilidad de la lente: toda lente posee imperfecciones en su superficie que producen la difracción de las ondas incidentes en ella; esto significa que un objeto puntual visto a través de una lente no será exactamente puntual, se verá un tanto borroso. Ese borrón supone entonces una incertidumbre en lo que se refiere a la determinación de la posición exacta del impacto en la placa. Esta imperfección es bien conocida en Óptica y se sabe que su magnitud depende, directamente, de la longitud de onda λ , e, inversamente, del ángulo de apertura de la lente.

Con esto, y dado el problema del que se trata, lo que se debería obtener es un dispositivo experimental que redujera al mínimo ambas incertidumbres, que dependen simultáneamente de la apertura angular de la lente y de la longitud de onda de la fuente de iluminación. ¿Cómo obtener dicho dispositivo? Evidentemente, para mejorar la resolubilidad en lo que se refiere a la medición de la velocidad, habría que emplear una lente con la máxima apertura angular posible, al tiempo que una fuente de luz de longitud de onda todo lo grande que se pudiera; «curiosamente», mejorar la resolubilidad en la medición de la posición conllevaría precisamente todo lo contrario, una lente y una fuente de iluminación con las menores apertura y longitud de onda posibles, respectivamente. Es decir, suponiendo casos extremos — condiciones de precisión total (algo que, como ya se ha dicho, ni siquiera se admite en física clásica) —, esto nos indica que es imposible determinar de modo simultáneo y con total precisión la velocidad y la posición de una partícula: absoluta precisión en una de ellas significaría precisión nula en la otra.

Combinando las expresiones que relacionan la amplitud angular y la longitud de onda ya mencionadas puede obtenerse una de las denominadas *relaciones de indeterminación* propuestas por Heisenberg:

$$\Delta p \Delta x \geq \left(\frac{1}{2} \hbar \sin \mathbf{q} \right) (2 \hbar \sin \mathbf{q} / \lambda) \rightarrow \Delta p \Delta x \geq \hbar$$

λ = longitud de onda
 \mathbf{q} = amplitud angular

Lo que esta expresión significa es que no pueden conocerse simultáneamente en un mismo experimento la posición y el momento —consecuentemente, posición y velocidad, pues el momento es $p = mv$ — de una partícula más allá de lo que permite dicha relación; esto es, el orden de magnitud de la «incertidumbre» en la medida simultánea de ambas siempre será superior al de la constante de Planck. De esta forma, dicha constante adquiere un significado añadido, que nuevamente ha de ser entendido como una característica intrínseca a la naturaleza física de aquello a lo que se refiere: es una medida de las posibilidades de medición que de los fenómenos cuánticos tiene un observador.

¿Cuáles son las implicaciones que pueden extraerse inmediatamente de la relación de indeterminación presentada? En primer lugar, es preciso abandonar el concepto clásico de trayectoria continua de una partícula.

«En efecto, si fuéramos capaces de medir con total precisión la posición de una partícula, nada sabríamos acerca de su momento, desconociendo completamente, por tanto, la dirección de su movimiento en un instante posterior (...) Para trazar el recorrido de una partícula es necesario, pues, efectuar sucesivas medidas de su posición, de manera que no podremos lograr en ningún caso una observación continua. Dicho de otro modo, las observaciones deben ser consideradas como sucesos discretos» (Sánchez del Río, 1997: 93).

En segundo lugar, y como ya se había anticipado, el determinismo clásico también debe ser abandonado: se hace necesario recurrir a una formulación estadística para analizar el comportamiento de los objetos que intervienen en un sistema físico, debido a que no se pueden determinar con precisión las condiciones iniciales que permitirían calcular su evolución posterior.

Por último, si se considera un sistema compuesto por un conjunto de partículas, en lugar de una única, el resultado de las mediciones que se efectúen sobre cada una alterará de tal modo la evolución de las mismas, de una manera impredecible, generando interacciones no controlables, que el seguimiento de una de tales partículas individuales se hace imposible:

«La distribución del sistema de [p.e.] electrones que, en algún instante inicial, podía haber estado bien definida, queda así indeterminada por el proceso mismo de localización y seguimiento de cada

electrón individual. Esta dificultad fundamental en el seguimiento de cada electrón hace que pierda sentido la propia individualidad de cada partícula, esto es, la distinción entre partículas diferentes de la misma clase (electrones, neutrones, protones, etc.)» (Sánchez del Río, 1997: 94).

Pese a todo, el hecho de que tanto la materia como la radiación manifestasen propiedades y comportamientos de carácter dual, corpuscular y ondulatorio, resultaba en principio paradójico, dado que onda y partícula eran conceptos físicos contradictorios entre sí. Niels Bohr «resolvió» dicha paradoja mediante la formulación del llamado *Principio de Complementariedad*, que postulaba:

«No pueden observarse *simultáneamente en un mismo experimento* los aspectos ondulatorios y corpuscular de un ente físico. Esto ya había sido señalado para la radiación en conexión con el experimento de la doble rendija de Young. La afirmación de Bohr es, sin embargo, más general y se extiende a toda clase de sistemas físicos. Lo esencial del principio de Bohr es que evita la contradicción entre ambas descripciones, afirmando que cada aspecto se observa en instantes y con experimentos diferentes» (Sánchez del Río, 1997: 96-97).

Según dicho principio, por tanto, aunque la dualidad onda / corpúsculo es aceptada como constitutiva de la naturaleza intrínseca de las entidades físicas, dicha dualidad es, sin embargo, excluyente a nivel interpretativo. Es decir: la realidad cuántica se manifiesta como algo novedoso, para lo cual los recursos disponibles no dan respuestas «globales».

Esta novedad era la que demandaba una renovación conceptual: por una parte, los avances teóricos derivados de los experimentos espectroscópicos conducían a la construcción de un modelo atómico según el cual y dada su estructura interna, se daban fenómenos que implicaban condiciones de indeterminación en la medida de las magnitudes físicas de las partículas elementales, requiriéndose la formulación de principios radicales como el de complementariedad o el de correspondencia; por otra, la aceptación de la naturaleza dual de la materia suponía la introducción de una f.o. que se suponía era la representación más adecuada de la onda material asociada a toda partícula, y de la cual se había obtenido un modelo dinámico: la ESH. En ambos casos, la novedad más significativa era el hecho de que los fenómenos implicados parecían estar sometidos a ciertas condiciones intrínsecas de cuantificación en virtud de las cuales las magnitudes físicas fundamentales podían tomar sólo determinados valores discretos de entre todos los, en principio, posibles. ¿Cómo dar una interpretación física de todo ello, de forma que la teoría cuántica antigua de Bohr pudiese conjugarse con la ESH y la f.o. que contenía como magnitud fundamental? ¿Cuál era el significado de dicha f.o.?

La interpretación probabilística³³

«La ecuación de Schroedinger y la interpretación probabilística constituyen la base de la Mecánica de las partículas microscópicas, o Mecánica Cuántica, de la misma forma que las leyes de Newton son el fundamento de la Mecánica Clásica, de los cuerpos macroscópicos (...) Dado que $\psi(\mathbf{r},t)$ va asociada a la partícula, *parece físicamente natural* que, en cada instante t , la magnitud de $\psi(\mathbf{r},t)$ (...) i) será apreciable en un entorno de la partícula, ii) tenderá a cero en zonas cada vez más alejadas de aquélla» (Sánchez del Río, 1997: 187, 189, subr. ntro.).

Recordemos que el problema al que se enfrentaba De-Broglie al construir su modelo ondulatorio era que tenía que conjugar la naturaleza extensiva de la onda asociada a una partícula con el carácter localizado de la propia partícula, de ahí que las dos condiciones mencionadas en los párrafos precedentes para la f.o. sean «físicamente naturales». Por otro lado, según el experimento de la doble rendija, pareciera que los fotones, «sabiendo» cuando estaban abiertas las dos rendijas o bien sólo una de ellas, manifestaban selectivamente ambas propiedades. Si se obvia lo que sucede, precisamente, en el momento en el que el fotón atraviesa las rendijas, lo que se tiene es una partícula: sale de la fuente emisora y llega a la placa produciendo un impacto puntual. O bien: mientras la partícula está bajo observación su comportamiento es perfectamente corpuscular. Sin embargo algo sucede justo en el momento de atravesar las rendijas, momento en el cual la partícula deja de ser observable, que hace que esos impactos puntuales se agrupen no de forma aleatoria, tal cual sería previsible, sino generando figuras de interferencia: cuando la partícula no está sometida a observación algo hace que se comporte como una onda.

Se tiene entonces que en términos macroscópicos es posible predecir la estadística de los impactos, y puede hacerse aplicando las leyes de la mecánica ondulatoria. Las franjas de interferencia y la difracción resultante se ajustan, estadísticamente, a ella, pese a que microscópicamente esas franjas estén constituidas por impactos puntuales. Por lo tanto, si se renuncia a saber qué es lo que sucede cuando la partícula no está sometida a observación, su comportamiento puede ser interpretado estadísticamente como el de una onda: se puede predecir la probabilidad que tiene de impactar en una u otra zona de la placa fotográfica, aunque no se pueda determinar exactamente para cada fotón en particular cuál será su punto de impacto. Es decir, se tiene una partícula, que se comporta corpuscularmente pero que a la vez, en virtud de algo que hemos renunciado previamente a conocer, manifiesta un carácter ondulatorio tal que hace posible la predicción estadística de su evolución, que elimina la aleatoriedad y determina que haya comportamientos más probables que otros.

Interpretando de este modo el experimento, la onda asociada a una partícula ha de ser una **onda de probabilidad**, y entonces, la f.o. $\Psi(\mathbf{r},t)$ que la representa, una función de la posición y del tiempo, ha de expresar de algún modo la probabilidad de presencia de la partícula:

³³ Más adelante se ofrecerá una exposición detallada de la interpretación probabilística en la que se desarrollarán todos los conceptos que aquí se van a anticipar (véase el apartado III.3.c y el apéndice A6).

$\Psi(\mathbf{r}, t)$ representará la probabilidad de que en el instante t la partícula se encuentre en la posición \mathbf{r} .

Como se ha visto, la f.o. es una función de variable compleja: estará compuesta, por tanto, de una parte imaginaria y una parte real,³⁴ y su magnitud, como es usual en el caso de funciones complejas puede medirse mediante el cuadrado de su módulo,³⁵ esto es:

$$\text{magnitud de } \mathbf{y} \circ |\mathbf{y}(\mathbf{r}, t)|^2 = |\text{Re}\mathbf{y}(\mathbf{r}, t)|^2 + |\text{Im}\mathbf{y}(\mathbf{r}, t)|^2$$

Por otro lado, se sabe que, considerando un número N de partículas, y realizando el suficiente número de experimentos de detección, la densidad de probabilidad de que cierto número infinitesimal de partículas dN se encuentren en una cierta región, infinitesimal también, del espacio dV , se calcula mediante la expresión:

$$\text{Densidad de Probabilidad: } P(\bar{\mathbf{r}}, t) = \frac{dN}{N \times dV}$$

Esta densidad de probabilidad es lo que tiene que «medir» de algún modo la f.o., y lo que se establece (y he aquí el paso decisivo) es que su módulo cuadrado—¡ojo!: no la propia función— es la magnitud buscada. Esto es:

$$P(\bar{\mathbf{r}}, t) \equiv |\Psi(\bar{\mathbf{r}}, t)|^2$$

Considerar la función como una medida de probabilidad, en lugar de su magnitud o módulo cuadrado, resultaría ser incoherente dado que sus valores pueden ser complejos—no se trataría de una probabilidad *real*— y también reales negativos. Por eso se emplea una medida de su *magnitud* como expresión de la probabilidad. Sin embargo, el módulo cuadrado no es la única medida (matemáticamente) posible de la magnitud de una función compleja. Veremos más adelante que es posible dar una justificación de esta elección, mediante un argumento que se sirve de la analogía que se puede establecer entre la evolución temporal de las funciones de probabilidad y la de cualquier fluido de los tratados por la Hidrodinámica.

³⁴ Al igual que en el caso de un número complejo simple, que se puede descomponer en dos sumandos que representan sus partes imaginaria y real, $z \in \mathbb{C} \text{ } \mathbb{R}_z \circ x + iy$, y las cuales suelen denotarse como *Rez* y *Imz* (esto es: $x \circ \text{Re}z$, $y \circ \text{Im}z$ $\mathbb{R}_z = \text{Re}z + i\text{Im}z$), en el caso de una función, de una expresión más complicada que involucra números y variables pertenecientes al dominio de los complejos, dicha descomposición, al menos en principio, también es posible; así, $\mathbf{y} = \text{Re}\mathbf{y} + i\text{Im}\mathbf{y}$. (Véase el apéndice A1.)

³⁵ Se trata de un módulo de tipo vectorial. Aunque más adelante se verá qué es un módulo, tengamos en cuenta de momento que las magnitudes vectoriales y las complejas son «cantidades orientadas» en un espacio: su módulo es su magnitud numérica, independientemente de la orientación espacial que tengan.

¿Cuál será la probabilidad de encontrar a la partícula en *cualquier* posición de todas las posibles? Obviamente, de existir, la partícula habrá de ser detectada en *alguna* posición, de forma que si se considera el espacio total en lugar de una región determinada, la probabilidad debe ser «certeza», o sea $P = 1$. Esto equivale a «sumar» todas las probabilidades particulares referidas a todos los volúmenes dV posibles, o dicho de forma un poco más rigurosa, es la integración extendida a todo el espacio de la densidad de probabilidad:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} dV P = \int_{-\infty}^{+\infty} dV |\Psi|^2 = 1$$

Esta interpretación probabilística fue dada por Max Born. Para ver cómo la enunció hemos de comenzar introduciendo una hipótesis preliminar:

— **Hipótesis:** *la magnitud de la f.o. es tal que si se extiende a todo el espacio tridimensional, su valor permanecerá siendo finito. Para ser más precisos, lo que se requiere es una propiedad matemática de la f.o. conocida como Cuadrado Integrable. Que «se extienda» a todo el espacio significa que el resultado de la integral tridimensional en los intervalos $(-\infty, +\infty)$ en las tres direcciones espaciales de la función debe ser de valor no-infinito. O expresado formalmente:*

— **Hipótesis** (ψ es de cuadrado integrable):

$$\int_{-\infty}^{+\infty} dx \int_{-\infty}^{+\infty} dy \int_{-\infty}^{+\infty} dz |\psi(\vec{r}, t)|^2 \equiv \int_{-\infty}^{+\infty} d\vec{r} |\psi(\vec{r}, t)|^2 = N < +\infty$$

Esta hipótesis acerca de la integrabilidad de la magnitud de ψ se introduce para garantizar que aún cuando la región sobre la que se suma sea de dimensiones infinitas, la suma en sí misma resultará un valor finito: la f.o., como propuso De-Broglie, está localizada en alguna región particular del espacio, mientras que se anula («tiende a cero») fuera de ella (es decir: la condición *ii* enunciada por Sánchez del Río en la cita previa). Y no en una región arbitraria, sino en las proximidades de la partícula (condición *i*). De esta forma, que la f.o. sea de cuadrado integrable es la forma matemática de expresar las características físicas que debe poseer la función para que pueda ser aceptada como representación de la onda asociada a la partícula.

La interpretación probabilística fue enunciada por Max Born mediante las dos afirmaciones siguientes:³⁶

³⁶ Evitando de momento la notación rigurosa, a las «sumas» integrales del tipo de N las llamaremos simplemente:

$$N \equiv \int_{-\infty}^{+\infty} |\Psi|^2$$

(1) La probabilidad de que la partícula se encuentre en el volumen v en torno a la posición \mathbf{r} en un cierto instante es:

$$\frac{v \times |\Psi|^2}{N} = \frac{v \times |\Psi|^2}{\int_{\infty} |\Psi|^2}$$

(2) La probabilidad de que la partícula se encuentre en una región R del espacio en un cierto instante es:

$$\frac{S}{N} = \frac{\int_R |\Psi|^2}{\int_{\infty} |\Psi|^2}$$

Estas afirmaciones resumen lo expuesto previamente: que la suma de todas las probabilidades de encontrar a la partícula en cualquier punto habrá de ser la unidad se puede comprobar en (2): dicha suma será la probabilidad extendida a una región R que coincidirá con todo el espacio, con lo cual resultará $N/N=1$.

Un paso más: ¿cómo calcular la posición de una partícula cuántica? Para una partícula microscópica que lleva asociada una f.o., dada la interpretación probabilística, en principio, todas las posiciones \mathbf{r} del espacio son posibles, sólo que unas con más probabilidad que otras. De esta forma, lo que caracterizaría a la partícula, en lugar de una posición bien determinada como en el caso de la partícula clásica, será un *valor medio* de la posición, un valor medio que represente el más probable de todos los posibles. Para obtener esta posición media mediante un experimento de detección, habrá que considerar cuántas veces se detecta un valor de posición determinado, \mathbf{r} , en el total de las mediciones efectuadas para el volumen dV , que será:

$$\bar{\mathbf{r}} \times dN$$

Para obtener todas las posiciones detectadas en todo el espacio, esto es, el conjunto total de detecciones para todas las partículas, habrá que integrar; dividiendo por el total de partículas, se obtendrá el valor medio por partícula buscado:

$$\text{Valor medio de la posición: } \langle \bar{\mathbf{r}} \rangle = \frac{1}{N} \int_{-\infty}^{+\infty} dN \bar{\mathbf{r}} = \int_{-\infty}^{+\infty} dV \bar{\mathbf{r}} P$$

Que expresa «suma continua extendida a todo el espacio (∞) de la magnitud de ψ ($|\psi|^2$)». Si en lugar de considerarse todo el espacio, se toma sólo una parte de él, una *región* R , finita, tendremos:

$$S \equiv \int_R |\Psi|^2$$

Esto es: «suma continua extendida a la región R de la magnitud de ψ ».

Es decir, en términos de la f.o. (expresado en nuestra notación):

$$\langle \bar{r} \rangle = \int_{\infty} \left(|\Psi|^2 \times \bar{r} \right)$$

De la misma forma que diversas posiciones son posibles, otro tanto sucederá con las velocidades, aunque en lugar de la velocidad es más usual emplear como variable dinámica el momento cinético o lineal p , que es el producto de la velocidad por la masa ($p=mv$); e igualmente sucederá con la energía total H . Todas ellas serán magnitudes promedio: cantidades estadísticas de las variables dinámicas de la partícula. Ahora bien, las propias variables todavía no han sido definidas. Es decir, se han obtenido expresiones mediante las cuales *calcular* las magnitudes de la posición, el momento y la energía de la partícula, pero no se han definido posición, momento y energía como tales variables. Aquí es donde aparece una diferencia fundamental entre la mecánica clásica y la cuántica: las variables dinámicas cuánticas serán *operadores* matemáticos que actúan sobre la f.o. —operadores a partir de los cuales se pueden calcular esas magnitudes promedio—. Comparemos las expresiones de dichas magnitudes:

$$\begin{aligned} \langle \bar{r} \rangle &= \int_{\infty} \bar{r} |\Psi|^2 \\ \langle \bar{p} \rangle &= \int_{\infty} (-i\hbar \nabla) |\Psi|^2 \\ \langle H \rangle &= \int_{\infty} \left(\frac{(-i\hbar \nabla)^2}{2m} + V \right) |\Psi|^2 \end{aligned}$$

Como se ve, la estructura de las expresiones es muy similar: las tres magnitudes se obtienen mediante la suma, continua e infinita (integración) del módulo cuadrado de la f.o. sometida a unas ciertas operaciones. Serán, precisamente, tales operaciones las que representen las magnitudes dinámicas buscadas, y de ahí que se les conozca como operadores —que suelen representarse con un “^” sobre el símbolo clásico—:

$$\hat{r} \equiv \bar{r} \cdot \quad \hat{p} \equiv -i\hbar \nabla \quad \hat{H} \equiv \frac{(-i\hbar \nabla)^2}{2m} + V \cdot$$

Así, la variable dinámica *posición* es «multiplicación del vector de posición por» la f.o.; la variable *momento*, «menos i por la constante de Planck por el operador diferencial habla aplicado a» la f.o.; y la variable *hamiltoniano* o energía, «momento al cuadrado dividido por el doble de la masa más el potencial por» la f.o.. Con estos nuevos conceptos, definidos a partir de una interpretación probabilística de la f.o., la ESH puede expresarse de una forma más compacta; se trata de una *expresión simbólica*, es decir, los símbolos que van a aparecer en ella no tenían un significado en MC hasta que no se han definido tanto las magnitudes como las variables.

Así, tenemos dos formas distintas para expresar la ESH:

$$\frac{\hbar}{i} \nabla \Psi = \left(V \Psi - \frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi \right)$$

Ecuación de Schroedinger (ESH)

$$\hat{H} \Psi = i \hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t}$$

Expresión simbólica de la ESH

Puesto que tratamos con variables estadísticas y probabilísticas, surge inmediatamente una pregunta: ¿cuál será el error asociado a los cálculos de las mismas? Dado que tenemos valores medios, la incertidumbre en su medición debe ser una medida del grado de dispersión de los valores posibles respecto a dicha media, el valor más probable, medida que corresponde estadísticamente a la *desviación cuadrática media*.³⁷ Para el caso de la posición, tendremos:

$$\text{Desviación: } \sqrt{\langle \bar{r} - \langle \bar{r} \rangle \rangle^2}$$

Pero la incertidumbre, a su vez, será también una magnitud cuántica, y en consecuencia tendrá que ser un valor promedio calculable a partir de dicha desviación, o sea:

$$\text{Incertidumbre en la posición: } \Delta \bar{r} \equiv \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} (\bar{r} - \langle \bar{r} \rangle)^2 |\Psi|^2}$$

Y otro tanto sucede para el momento y la energía.

A partir de estas definiciones y las correspondientes para las demás coordenadas de posición y momento, se puede demostrar, aunque es bastante formal,³⁸ que se cumplen las *relaciones de indeterminación*:

³⁷ «¿Cómo caracterizar, en general, el grado de concentración de $\Psi(\mathbf{r}, t)$ en torno a $\langle r \rangle$? O bien ¿Cómo medir, en general, el tamaño de la región tridimensional en torno a $\langle r \rangle$ y en la que $\Psi(\mathbf{r}, t)$ es apreciablemente diferente de cero en el instante t ? La Estadística nos sugiere cómo: evaluemos $(x - \langle x \rangle)^2$ para cada valor de la componente x , «pesémoslo» con la correspondiente probabilidad $|\Psi|^2 d^3 r$ (todo lo cual indica como se «dispersa» x respecto a $\langle x \rangle$), efectuemos la suma infinita y continua para todo \mathbf{r} (es decir, la integral) y tomemos la raíz cuadrada. Se obtiene, así, lo que en Mecánica Cuántica se denomina la incertidumbre Δx de la componente x de la posición en el instante t (lo cual en Estadística correspondería a la noción de desviación cuadrática media)» (Sánchez del Río, 1997: 209).

³⁸ La mencionada demostración se obtiene mediante un teorema matemático conocido como la *desigualdad de Schwarz*.

$$\Delta r_i \Delta p_j \geq s_{ij} \frac{\hbar}{2} \quad i, j = x, y, z$$

$$s_{ij} = 1 \quad \text{si } i = j$$

$$s_{ij} = 0 \quad \text{si } i \neq j$$

Que tres de estas relaciones no sean nulas se va a deber a una propiedad de las variables cuánticas que tiene que ver con una operación llamada *Conmutación*, que habremos de ver más adelante: en el caso de las tres no nulas, la conmutación de las coordenadas correspondientes de posición y momento da un resultado no nulo, mientras que sucede lo contrario para el resto de las combinaciones posibles.

Con la energía y el tiempo sucede otro tanto: obedecen a una relación de indeterminación que, como se ha señalado anteriormente, indica que no pueden ser medidos de forma simultánea más allá de un cierto grado de precisión:

«Hemos obtenido, por lo tanto, que existen magnitudes, variables dinámicas complementarias pero que se excluyen mutuamente en cuanto a la incertidumbre de su medición simultánea. La física cuántica está plagada de dualidades que contradicen, bien la lógica, bien los fundamentos matemáticos habituales, y ha dado lugar a varias interpretaciones, fundamentalmente a dos contrapuestas: i) La de Bohr, adscrito a la Escuela de Copenhague, defensora de la dualidad, de la naturaleza estadística de las entidades duales, etc., que es la que hemos desarrollado. ii) La de Einstein, que consideraba que la teoría estaba incompleta. De su negativa a la aceptación de la teoría probabilística surgieron toda una serie de intentos que, principalmente, buscaban una interpretación coherente en términos de «trayectoria» y que son conocidas como teorías de variables ocultas. Einstein y Bohr se enzarzaron durante años en el debate»³⁹

Los partidarios de las teorías no probabilísticas no han conseguido proponer un modelo teórico que pueda explicar los fenómenos cuánticos de forma alternativa a la MC: se las conoce como teorías de variables *ocultas* porque no aceptan la naturaleza estadística de los fenómenos cuánticos y, según quienes las defienden, que las predicciones que puede ofrecer la MC de los mismos no sean deterministas se debe, no a que la naturaleza de éstos no lo sea sino a que han de existir más variables implicadas que la MC no tiene en cuenta, y mediante las cuales, una vez sean conocidas, se podrá construir un modelo perfectamente determinista. La naturaleza probabilística y estadística de la MC sería resultado de la ignorancia de ciertas características de los fenómenos estudiados y no de la naturaleza física de los mismos.

El debate, la «controversia», entre ambas posturas se inició ya con los padres fundadores. Einstein planteó una serie de experimentos ideales que trataban de refutar la interpreta-

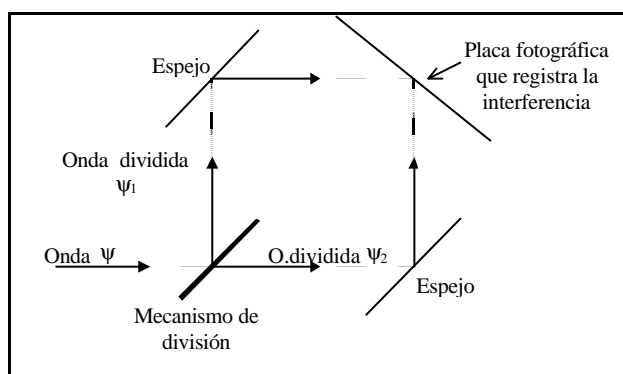
³⁹ Notas tomadas en clase de la asignatura de MC.

ción probabilística, y a los cuales Bohr dio respuesta en términos coherentes con tal interpretación.

El primero de ellos tiene que ver con el experimento de la doble rendija. Einstein propuso considerar el experimento con una ligera variación: la pared en la cual se hallaban las rendijas estaría suspendida de un muelle. De esta forma, la partícula, al atravesar una de las rendijas —según Einstein, al no existir dualidad, la partícula sólo atravesaría una de ellas— sufrirá una variación en su momento cinético que provocará otra correlativa y opuesta en la rendija, según el principio de conservación del momento en situaciones, como ésta, de choque o colisión elástica (sin pérdida de energía del sistema físico afectado), haciendo que el muelle se contraiga o se dilate según cuál sea la rendija atravesada. De esta forma, cabría siempre determinar cuál de las rendijas es la que atraviesa la partícula observando el comportamiento del muelle, recuperándose así el concepto de trayectoria, y entonces la naturaleza ondulatoria del fenómeno debería ser resultado de otras circunstancias desconocidas. Bohr replicó afirmando que la variación en el momento de las rendijas tendría que obedecer al principio de incertidumbre, esto es, para su medición habría que aceptar la imprecisión asociada a toda medición cuántica. Al calcular dicha incertidumbre, el resultado es que su magnitud se corresponde con la de la distancia entre las franjas de interferencia que se registran en la placa fotográfica. Esto significaría que la inclusión del muelle altera de tal forma el experimento que ya no se da interferencia, debido a que la variación en el momento de las rendijas supone un incremento en la indeterminación de las posiciones de impacto lo suficientemente grande como para que no se puedan predecir como franjas de interferencia: puesto que justamente la distancia (que, en el experimento Young-Taylor, era igual entre todas las franjas) entre cada franja y las contiguas es la magnitud del error de medición de las posiciones. Según el dispositivo experimental ha sido diseñado, la posición de cada franja puede estar, con la máxima probabilidad, en cualquier lugar entre las franjas inmediatamente contiguas: no tiene sentido hablar de franjas como posiciones más probables y la figura de interferencia se «destruye»; y ello debido, justamente, a que se preservan las condiciones probabilísticas que establece la MC.

Otro de tales experimentos consistía en la suspensión de una caja, también por medio de un muelle, en cuyo interior existiría un mecanismo de relojería que permitiría abrir y cerrar, con la precisión temporal que se quisiera, una pequeña rendija en la caja. Suspendida la caja, se abre la rendija hasta que salga un fotón, y se vuelve a cerrar inmediatamente. La salida del fotón supondrá una pérdida de energía de la caja y el muelle se contraerá: comenzará a oscilar hasta retornar de nuevo al equilibrio. Así sería posible determinar la energía de la emisión del fotón en un instante perfectamente conocido, con lo que la relación de indeterminación energía / tiempo quedaría refutada. Bohr replicó a Einstein haciendo uso de su propia teoría de la relatividad: dadas las características del fotón, la variación en la posición de la caja como resultado de su emisión implicará una alteración relativista del tiempo en el sistema de referencia de la caja, una variación en la marcha del reloj del mecanismo de precisión que nos permite fijar el instante de emisión del fotón; ello implica nuevamente una incertidumbre en la medición del tiempo, cuya magnitud se puede calcular aplicando las fórmulas de conversión de variables entre sistemas de referencia que proporciona la teoría de la Relatividad, y con ello se restaura el principio de indeterminación que relaciona la energía y el tiempo.

Un tercer experimento, conocido como el *Interferómetro*, es una variante del de las rendijas. Se emite una partícula —con la consiguiente onda asociada— en cuya trayectoria se sitúa un mecanismo de división; la onda asociada se divide en dos nuevas ondas y a éstas se las hace incidir en dos espejos de forma tal que estas dos ondas, después de ser reflejadas por los espejos converjan y se produzca interferencia. (Véase el diagrama a continuación). Si en cada uno de los espejos se coloca un muelle, se tiene el caso anterior de la doble rendija, puesto que el paso por cualquiera de ellos (y sólo uno, según la hipótesis de Einstein de que existe efectivamente una trayectoria) supone una alteración del momento que repercute en un movimiento del muelle. Pero si se coloca sólo un muelle en uno de los espejos, la situación cambia: si se produce una figura de interferencia sin que el muelle se mueva, significará que la onda ha pasado por el otro y, entonces, en el camino, en la «trayectoria», no se habrá efectuado ninguna medida, aunque la existencia de interferencia indicará la presencia de una onda que habrá pasado por ambos espejos. Se conservaría el concepto de trayectoria para la partícula a la vez que su naturaleza ondulatoria, que, entonces, tendría que deberse a características desconocidas.

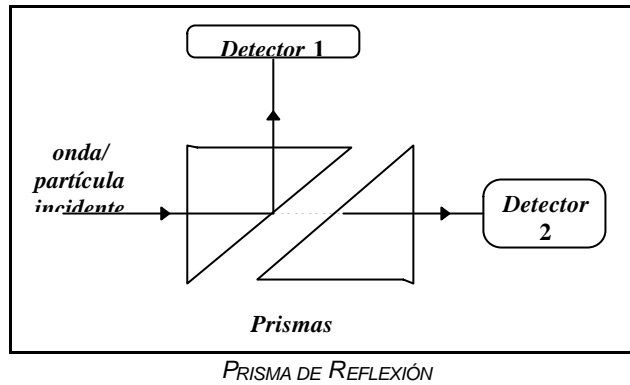


INTERFERÓMETRO DE ONDAS

La respuesta de Bohr en este caso es especialmente significativa, y da una idea bastante clarificadora del tipo de razonamientos que se aplican en MC, de su «lógica interpretativa». Según Bohr, independientemente de que el muelle detecte o no el paso de la partícula / onda, no se obtendrán nunca figuras de interferencia —y de hecho no se obtienen— porque basta con que las trayectorias sean *distinguibles en principio* para que se tenga que considerar que sí ha tenido lugar una medida. La teoría es estadística, y sus predicciones se basan en las probabilidades de ocurrencia de los fenómenos estudiados: la colocación de un muelle supone una alteración de dichas probabilidades respecto a las que se dan en la situación sin muelle, de forma que la colocación del muelle es una alteración de la estadísticas del fenómeno: la variación del dispositivo es, en sí misma, una medida efectuada sobre el sistema físico; la onda siempre «sabrà» que existe el muelle y no se producirá dualidad, la onda quedará «colapsada» debido al dispositivo de medición aplicado.

Podemos citar otro dispositivo experimental, del tipo de los mencionados en relación al debate Bohr / Einstein, que parece reforzar la concepción dual-probabilística de la mecánica

ondulatoria cuántica. Se trata del llamado *Prisma de Reflexión*. El dispositivo consta de dos prismas que se van acercando progresivamente, pero sin llegar a contactar nunca:



Las partículas emitidas son todas reflejadas por el primer prisma, de manera que si el detector 2 detecta algo, habrá de ser resultado de que el intervalo entre los prismas haya sido atravesado por ondas y éstas captadas por el segundo de ellos. Según la teoría probabilística, si se emiten fotones de uno en uno, tendrá que darse una perfecta anticoincidencia entre los detectores, pues cada fotón individual producirá un único impacto, o sea, si uno de los detectores se activa, el otro no podrá hacerlo. Este resultado es el que se obtiene experimentalmente de hecho: se activa o uno de los detectores o el otro, y pueden hacerlo tanto el uno como el otro. De esta forma, cuando es el detector 2 el que registra un impacto, significa que ha existido trayectoria, pero, simultáneamente, que en el intervalo inter-prismático de ella lo que había era una onda. Esto indicaría que la dualidad onda / corpúsculo no es, en sí misma, una complementariedad, como ya se ha señalado, sino que la complementariedad se refiere a las variables utilizadas, a determinadas variables dinámicas incompatibles entre sí, puesto que en este dispositivo se dan a la vez onday trayectoria sin que el experimento anule una de ambas.

Mediante experimentos de este tipo, la controversia entre la interpretación probabilística y la realista o de variables ocultas se ha mantenido abierta desde la época de Einstein y Bohr, sin que ninguna de ambas perspectivas haya logrado vencer «definitivamente». Lo que sí se ha dado es un consenso mayoritario en torno a la primera de ellas: es la concepción probabilística la que se ha aplicado desde la formulación de la ESH y es de ella de la que han surgido los avances en la física cuántica. No obstante, en tanto que la física cuántica y la teoría relativista manifiesten incompatibilidades de principio, en tanto que no se llegue a la tan deseada teoría unificada, los partidarios de la concepción realista seguirán teniendo voz en la controversia, una voz crítica que está latente en un segundo plano, proponiendo permanentemente la posibilidad de que una vía alternativa a la MC podría conducir a la recuperación de los conceptos clásicos arrojados por la borda. De esta posibilidad latente, sin embargo, de su interpretación alternativa, nada se le dirá al alumno de licenciatura, salvo que efectivamente está vigente, hasta los últimos cursos, correspondientes a la especialización en *Física Fundamen-*

tal; aquéllos que sólo tomen contacto con la física cuántica a través del curso introductorio del tercer año, únicamente conocerán la versión «ortodoxa» de la física cuántica, es decir:

La ESH es la Ecuación de Estado de los sistemas físicos de naturaleza dual, ondulatoria y corpuscular, afectados (de forma significativa) por las condiciones de cuantificación de la materia y la radiación. En cuanto ley dinámica, dicha ecuación de estado define la evolución temporal de la f.o. asociada a tales sistemas, f.o. que define a su vez el estado dinámico de éstos y que es la representación matemática de una onda de probabilidad, de forma que la ESH expresa la evolución en el tiempo de la probabilidad de presencia del sistema en una cierta región del espacio.

II.4. El sentido de la presentación del artefacto

La ecuación de Schroedinger, desde el punto de vista de la historia de la ciencia, inaugura una nueva etapa en el campo de la teoría física; representa un «cambio de paradigma» (Kuhn, 1981), una ruptura en las concepciones que sobre la materia, su constitución y su comportamiento, se tenían.

Ahora bien, no nos interesa esta interpretación de la ecuación; queda abierta la polémica en torno a la continuidad o discontinuidad que la Mecánica Cuántica representa, junto con la Teoría de la Relatividad, respecto de la física newtoniana, esto es, el sentido socio-histórico de la ecuación, el significado a ella atribuible desde una perspectiva histórico-evolutiva que la entiende como un elemento constitutivo de una determinada teoría científica y del cual se puede formular una perspectiva sociológica, sea en lo relativo a su génesis, sea en lo relativo a su papel epistemológico en dicha teoría.⁴⁰ Lo que nos interesa es una concepción, un «sentido» antropológico de la ecuación; un sentido fundado en la práctica vivencial que el futuro usuario de la ecuación va adquiriendo de la misma.

Hemos presentado al lector la ecuación desde esta perspectiva histórica, de modo preliminar, porque tal sentido pertenece a la visión ortodoxa, al ámbito de lo comúnmente reconocido, porque esa visión expresa el sentido que, en abstracto, la ecuación ha adquirido. Pero también, y sobre todo, porque ése es el modo en el que la ecuación le es presentada al futuro físico, a su potencial usuario futuro, en su proceso de formación como tal.

⁴⁰ En este sentido, Forman (1984) ha realizado un estudio en el que considera la influencia del «clima intelectual» de la Alemania de Weimar en el surgimiento de la física cuántica; esto es, interpreta que la ruptura conceptual que ésta supone es resultado de las condiciones socio-históricas de la época: «el movimiento para prescindir de la causalidad en la física, que surgió tan abruptamente y floreció tan profusamente en la Alemania posterior a 1918, fue sobre todo un esfuerzo de los físicos alemanes por adaptar el contenido de su ciencia a los valores de su medio ambiente intelectual» (Forman, 1984: 7).

Digno de mención es el hecho de que dicha visión ortodoxa no es presentada al futuro físico como una narración fidedigna de los hechos históricos, puesto que éstos entrañan un componente de controversia que dicha versión tiende a ocultar, dotando a la ecuación de una consistencia que, por sí misma, pudiera no poseer. Tampoco es, empero, este sesgo interpretativo el que nos interesa, sino, repetimos, el sentido vivencial de la ecuación que la práctica cotidiana en el aprendizaje de su manejo procura.

Más aún: no se trata de dar una visión «alternativa» de la ecuación, es decir, tomarla como dada y aportar un nuevo sentido de la misma derivado de la práctica vivencial que ha supuesto el trabajo de campo llevado a cabo. Se trata, al contrario, de construir, o reconstruir, la propia ecuación en sí misma en virtud de una interpretación de cuyo sentido se derive lo que la ecuación es, y no a la inversa.⁴¹

En definitiva; la presentación de la ecuación, del «artefacto», no es más que un preliminar fundado en la necesidad de un punto de partida, puesto que es imposible comenzar de cero; pero como tal, dicha presentación ha de ser abandonada en el camino de construir el sentido que a dicho artefacto aquí se pretende dar. Dicho sentido va a ser construido atendiendo a los objetivos que han determinado la particular forma de acceso al conocimiento científico que se ha puesto en práctica en la presente investigación.

II.4.i. Objetivos

En primer lugar, vamos a abandonar esa práctica tan común de tomar lo hecho por dado, es decir, de partir de las realizaciones, de los productos, del punto de llegada—en lo relativo, claro está, al conocimiento, en general, y al conocimiento científico, en particular—, puesto que la intención es construir un sentido del cual deducir lo que ese hecho «es». Como señala Woolgar (1992) es una práctica extendida culturalmente la presuposición de que los objetos son entidades pre-existentes a la representación que nos los da a conocer e independientes de la misma; ese realismo cognitivo está tan fuertemente instalado en nuestro modo de ver las cosas que una «inversión» (Woolgar, 1992) del mismo encuentra fuertes resistencias.⁴² Dicha inversión sería la contraparte constructivista, según la cual la constitución de los

⁴¹ Woolgar (1992) y Potter (1998) defienden una perspectiva en función de la cual no es el objeto el que antecede, en virtud de su independencia y autonomía, a la representación que nos lo da a conocer, sino a la inversa; desde este punto de vista, para Potter lo fundamental es determinar el tipo de operaciones (retóricas) que dotan a ciertas representaciones de más «factualidad» que a otras: «en cualquier situación, apelar a los hechos, a lo que realmente ha sucedido y a lo que sólo es una invención, puede constituir un potente mecanismo (...) ¿cómo se produce una descripción para que se considere factual? (...) El (...) objetivo (...) es explicar algunos de los procedimientos básicos para construir la factualidad de las descripciones y cómo intervienen estas descripciones en la acción» (Potter, 1996: 13-14); en última instancia, por lo tanto, la inscripción práctica de nuestras representaciones forma parte de sus condiciones de factualidad; conocimiento y práctica se conjugan indisolublemente.

⁴² Deleuze y Guattari corroboran la visión de Woolgar y nos recuerdan que nuestras representaciones conceptuales no están prediseñadas (por la objetividad a la que supuestamente aluden) esperando en nuestro confiado descubrimiento, sino que hemos de *inventarlas*, dejando nuestra impronta en ellas y procediendo, según lo

objetos es consecuencia, en lugar de causa, de la representación que de ellos nos hacemos; es decir, no hay objetos sin representación.⁴³

Siguiendo las indicaciones de Woolgar, no se trata de partir del hecho ya establecido, la ecuación de Schroedinger, en tanto que producto consolidado del conocimiento científico, para a continuación interpretarlo dándole un sentido sociológico. La operación es exactamente la inversa: se trata de construir, en el desarrollo de la investigación, un sentido del proceso vivencial de aprendizaje por parte del sujeto-científico, del futuro físico, cuyo resultado final sea la ecuación de Schroedinger. Se trata de averiguar con qué objeto nos topamos en virtud de la representación que de él nos hacemos.⁴⁴ Significa esto, en términos reflexivos y en gran medida paradójicos si nos adscribimos a una perspectiva clásica u objetivista, que vamos a construir, en la investigación, aquello que es *a priori* su objeto de estudio. Nuevamente, esto atañe a este cambio de óptica que supone trasladarse de lo producido o resultante, al proceso de su producción.

Así, nuestro punto de referencia es el proceso antecedente al hecho; el proceso que conduce a su materialización o reificación. La ecuación de Schroedinger no es un conjunto de instrucciones simbólicas; no es tampoco la demostración teórica de una nueva física; ni es tampoco una simple herramienta de trabajo de cierto ámbito particular de la ciencia. Esta interpretación de su significado es la forma de traducirla de quienes la «usan», de los sujetos competentes en su manipulación. Una interpretación que es, en principio, la única válida, la «correcta», la «verdadera» precisamente debido a que sólo ellos están en disposición, por dicha competencia o cualificación, de utilizarla en su práctica diaria. Nos interesa, por el contrario, el camino recorrido para llegar a ese producto final o resumen o interpretación de la ecuación. Un camino que, simultáneamente, nos permite atribuir un sentido específico a la ecuación y acceder al proceso mediante el cual esa competencia es construida o formada.

[«¿Qué es entonces la verdad? Una hueste en movimiento de metáforas, metonimias, antropomorfismos, en resumidas cuentas, una suma de relaciones humanas que han sido realzadas, extrapo-

formulaba Nietzsche, con desconfianza: «Los conceptos no nos están esperando, hechos y acabados (...) Hay que inventarlos, fabricarlos o más bien crearlos, y nada serían sin la firma de quien los crea. Nietzsche (...) escribió: "(...) Hasta ahora (...) cada cual confiaba en sus conceptos como en una dote milagrosa procedente de algún mundo igualmente milagroso", pero hay que sustituir la confianza por la desconfianza» (Deleuze y Guattari, 1993: 11).

⁴³ Nos parece mucho más «productiva» esta forma de abordar la cuestión, pero ello no implica que nos declaremos constructivistas; lo epistemológico nutre substancialmente este trabajo, pero se evitarán las discusiones acerca de los fundamentos epistemológicos que nos sirven de referencia; están ahí y se hacen explícitos; la discusión queda abierta. Pero nuestro objetivo es trabajar con ellos, no justificarlos en sí mismos; existen muchas alternativas a la que aquí se propone, y desde ellas cabría esa discusión, una discusión que, en cualquier caso, no constituye parte del presente trabajo (aunque entendemos que sí lo habrá de ser en un futuro inmediato). Los argumentos que puede apuntar en su defensa, frente al realismo, la corriente constructivista son desarrollados en Ashmore, Edwards y Potter (1995).

⁴⁴ Asumimos que «...para el espíritu científico, todo fenómeno es un momento del pensamiento teórico, un estadio en el pensamiento discursivo, un resultado *preparado*. Es más producido que inducido» (Bachelard, 1993: 121). Con ello evitamos caer en la *pereza* pues «(t)oda designación de un fenómeno conocido a través de un nombre científico aporta una satisfacción a un pensamiento perezoso» (Ibíd.: 116).

ladas, adornadas poética y retóricamente y que, después de un prolongado uso, un pueblo considera firmes, canónicas y vinculantes; las verdades son ilusiones de las que se ha olvidado que lo son» (Nietzsche, 1998: 25)]

Atendiendo a este objetivo central, en función del cual hemos de fijar nuestra atención en el proceso productivo, ciertas premisas interpretativas, relativas a la naturaleza y funcionamiento del conocimiento han de ser puestas en juego. La perspectiva que aquí se defiende implica una concepción del conocimiento científico que trata de poner en evidencia la constitución procesual del mismo, dejando de lado sus productos acabados; que trata de «encarnarlo» (García Selgas, 1994)⁴⁵ en unos sujetos y en el proceso vivencial en el que los mismos toman parte.

a) El conocimiento como actividad

En sus primeras etapas, la sociología de la ciencia sirvió de caja de resonancia a las propuestas de la filosofía de la ciencia, que concebía el conocimiento científico como un conjunto coherente y bien fundado de proposiciones, como un constructo teórico anclado en la lógica, en la experimentación y en la confrontación con la realidad. Dicho sistema de proposiciones se convertía en una entidad cerrada y auto-consistente de la que no cabía proponer interpretación alguna que pretendiese fundamentarse en el marco o contexto—social, histórico, político...— en el cual tales proposiciones eran enunciadas. La consistencia lógica garantizaba su veracidad de tal modo que resultaba superfluo entrar en consideraciones mundanas.⁴⁶

⁴⁵ García Selgas defiende la «encarnación» de toda acción social, esto es, que la configuración de la corporalidad humana es un proceso básico en la constitución de los marcos de sentido de la acción: «...vemos aparecer la encarnación bajo las siguientes formas: i) como esquemas corporales que tienen un cierto correlato con las redes neurales; ii) como una parte o aspecto comprensivo y global de la conducta (maneras de andar, moverse, comportarse, etc.); iii) como clasificaciones o taxonomías prácticas (arriba-abajo; derecha-izquierda; de frente-detrás; masculino-femenino) que son primariamente patentes o tienen sentido porque están enraizadas en la organización, la experiencia y la ordenación corporal de los agentes; iv) como el porte o estilo con que se presentan y actúan los agentes (gesto, aire, ademán, garbo, paso, etc.) (...) la encarnación está ligada al conocimiento práctico (...) tiene un carácter histórico y narrativamente estructurado (...) habita el ámbito mediacional entre lo natural y lo cultural...» (García Selgas, 1994: 59). Mulkahy (1999) ha estudiado la importancia de lo corporal (*embodiment*) en los procesos de aprendizaje y entrenamiento científicos.

⁴⁶ La «excelencia» del conocimiento científico, en virtud de la cual no cabía una interpretación que tratara de comprenderlo en función de su contexto de producción fue sancionada por Mannheim (1963, 1973), que con su sociología de la ideología, y en el afán de determinar las bases existenciales del conocimiento, definió una «zona de exclusión» en virtud de la cual el conocimiento científico quedaba al margen del análisis sociológico debido a que su naturaleza sería tal que no incidirían en su elaboración factores de tipo social. Según Mannheim, «Se puede considerar la determinación existencial del pensamiento como un hecho demostrado en aquellos ámbitos del pensamiento donde podemos mostrar (...) que el proceso de conocer no se desarrolla, de hecho, históricamente de acuerdo a leyes inmanentes, que no resulta sólo de la “naturaleza de las cosas” o de las “posibilidades lógicas puras”, y que no está orientado por “una dialéctica interna”» (Mannheim, 1973: 339).

Ahora bien, quienes están en disposición de elaborar, comprender y ampliar ese sistema auto-consistente, lo están en virtud de que han adquirido la capacitación y competencia para hacerlo: los científicos llegan a serlo; dicho de otro modo, el *hardware* humano de ese *software* teórico⁴⁷ ha de ser «construido». Existe, entonces, un proceso en virtud del cual quienes están en disposición de producir ese sistema abstracto son, a su vez, producidos como sujetos aptos y competentes para hacerlo.⁴⁸

Sirviéndonos de esta premisa, la naturaleza del conocimiento científico ya no reside en su formulación abstracta, en su materialización en proposiciones matemáticas lógicamente consistentes, sino en el modo en el que los sujetos que las producen «viven» esa producción. Y esos sujetos no viven en el vacío, son sujetos inscritos en unas condiciones sociales amplias, en unas condiciones institucionales restringidas y en unas condiciones psicológicas particulares.

Cuando aquí se afirma que el conocimiento es una actividad, una práctica, se señala la cuestión, diríamos trivial, de que ese sistema abstracto de proposiciones que constituye el resultado final es, precisamente, eso, un «resultado», y que por tanto implica algo antecedente que permite llegar a él.

El cambio de óptica, y que da pie a una aproximación sociológica más sustantiva al análisis del conocimiento científico, consiste en considerar dicho proceso previo como la materia prima del conocimiento científico, como su fuente real, y no dejarlo de lado como algo prescindible y accesorio.

⁴⁷ Obsérvese la permeación creciente que, en virtud de la tecnología, como materialización del conocimiento científico, hace que se vaya constituyendo a nuestro alrededor una realidad cada vez más afín a las formulaciones que de ella produce la ciencia; una realidad que precisamente por ser un producto, mediado por la tecnología, científico, obviamente se ajusta a lo que la ciencia afirma de ella. Hardware / Software, como metáfora de la oposición material / ideacional, y que en última instancia remite a la tradicional dicotomía cuerpo / mente, es una oposición que se toma del mundo informático, que actualmente constituye un entorno en el que cada vez mayor número de individuos y grupos han de desenvolverse. Si este trabajo se hubiese realizado hace 20 años, quizá al autor no le constase la existencia de esa «realidad» de la que resulta tal oposición y hubiese apelado a otro recurso metafórico, pero por realizarse en el momento presente encuentra, aquí, delante de la pantalla del ordenador, ante el procesador de textos, una directa y concreta materialización de dicha tecnologización de nuestro entorno.

⁴⁸ La procesualidad como fundamento de la constitución, tanto biológica como cognitiva, de los seres vivos ha sido destacada por Maturana y Varela (1980), que defienden que la «identidad» (producto) del ser vivo es el resultado inestable de su constante interacción (proceso) con el entorno: «Si un sistema vivo se implica en una interacción cognitiva, su estado interno se transforma de un modo relevante para su mantenimiento, y el sistema se implica en una nueva interacción sin pérdida de identidad» (1980: 13). En virtud de esta primacía de lo procesual en el funcionamiento de los seres vivos, estos autores desarrollan una concepción autopoiética de nuestro substrato biológico que, a su vez, sería fundamento de la lógica autopoiética de nuestros procesos cognitivos (Maturana y Varela, 1995); reclamando un compromiso ético con ésta nuestra «auto-procesualidad» constitutiva, tratarán de elucidar los orígenes de la cultura patriarcal europea, que determina una particular relación madre-hijo, para de ahí poder derivar un fundamento biológico, anclado en el «amor» y en el «juego», sobre el que consolidar los actuales sistemas democráticos mediante una adecuada educación de nuestros hijos (Maturana y Varela, 1995b). Luhmann (1991) también desarrolla una concepción autopoiética de lo social (el substrato o fundamento no sería biológico en este caso, sino comunicacional).

Que dicho proceso de producción fuese concebido como prescindible provenía de esa interpretación de la ciencia, en tanto que sistema consistente de proposiciones teóricas, que entendía que sus afirmaciones acerca del mundo eran necesariamente verdaderas, las únicas posibles en virtud de dicha veracidad, y que por tanto cuál fuese el modo en el que se hubiese llegado a ellas no tenía ninguna importancia porque, de una forma u otra, el resultado habría de ser siempre el mismo, el único posible.⁴⁹

Sólo si alguna de las proposiciones que constituían ese sistema se demostraba falsa, errónea, sólo entonces cabía remitirse a su proceso de producción, a las condiciones sociales de su producción, pues ahí habrían de encontrarse las razones de tal error. Esto es, las condiciones sociales de la producción del conocimiento científico sólo podían ser relevantes en la medida en que se entendiesen como factores distorsionantes, como perturbaciones de la intrínsecamente buena marcha de la ciencia:

«Según la perspectiva clásica el conocimiento consiste en creencias verdaderas, y éstas son mantenidas por razones sólidas que provienen del mero hecho de que son verdaderas. Los factores sociológicos no son relevantes para el mantenimiento de las creencias verdaderas excepto en tanto que estén ausentes. Esto es, en ausencia de distorsiones ideológicas la mente tiende naturalmente a la verdad (...) Esta perspectiva sólo concede a los sociólogos la tarea de explicar las creencias falsas, las aberraciones del pensamiento. Tanto el contenido como la expansión de creencias falsas puede explicarse a través de factores sociológicos, pero el contenido de las creencias verdaderas viene determinado por cómo son las cosas y su expansión requiere sólo libertad de investigación y de comunicación» (Gellatly, 1980: 326).

Esta idea, que las condiciones sociales de la producción del conocimiento científico son significativas sólo cuando constituyen elementos distorsionantes, ha sido ampliamente cuestionada en los numerosos estudios sociales de la ciencia que se han desarrollado tras la fundación del Programa Fuerte (PF) en Sociología del Conocimiento.⁵⁰ Se ha llegado a consoli-

⁴⁹ Esta visión implicaba una demarcación entre ciencia (conocimiento) y no-ciencia (opinión o enunciados sin sentido). Para sostener esta demarcación, Carnap construyó una metodología realista para la verificación empírica (Brown, 1984; Hacking, 1985b; Kolakowski, 1981; Medina, 1989); por su parte, Popper, rechazando el método inductivo como fundamento, consideraba que el conocimiento científico se fundamentaba en estructuras deductivas que constituían conjeturas audaces cuya verosimilitud se sostiene en tanto no sean falsadas (Popper, 1970, 1985, 1989, 1992). Substrato empírico o verosimilitud lógica, el fundamento del conocimiento científico residiría en la abstracción de sus formulaciones teóricas.

⁵⁰ En 1964 se funda la *Science Studies Unit* en la facultad de ciencias de la Universidad de Edimburgo. En ella, Barry Barnes y David Bloor constituirán el PF: tomando elementos diversos de la filosofía de Wittgenstein, de la sociología de Mannheim y Durkheim, de la antropología de Douglas, propugnan el estudio sustantivo del conocimiento científico desde una perspectiva sociológica. Afirman que la ciencia es una práctica local, convencional y contingente, históricamente situada y socialmente configurada, practicada por actores guiados por intereses particulares. La producción de conocimiento está sujeta a negociación y el sentido de lo que se dice y lo que se hace surge de la práctica cotidiana y no de patrones abstractos normativos que dicten el modo de actuar. En Barnes (1974) y Bloor (1974, 1976, 1981) se explicitan los principios del PF. Con él se iniciará el «giro sociológico en la teoría de la ciencia» (Iranzo, 1992).

dar toda una corriente de investigación empírica que pone en evidencia que la forma de proceder de los científicos, las relaciones en las que se imbrican sus prácticas, las motivaciones que los animan, las estrategias de micro y macro-poder que utilizan, los intercambios materiales y simbólicos en que se traducen algunas de sus acciones, etc., constituyen elementos de ese proceso vivencial de «hacer ciencia» que tienen incidencia en el resultado final del mismo, en su objetivación en forma de proposiciones teóricas.

Entender el conocimiento científico como una actividad supone considerar ese proceso práctico en el que el científico toma parte en tanto que tal como el fundamento «real» de los productos científicos que de él resultan; o dicho de otra forma, el conocimiento científico se materializa y substancia, no en sus formulaciones teóricas, sino en sus sujetos productores, en la práctica en la que se involucran en tanto que científicos —o más bien, en tanto que seres humanos que hacen ciencia—.

En este punto, el objeto particular de esta tesis se fractura. Y ello es así porque esa actividad que es el objeto de estudio en esta investigación tiene lugar en el laboratorio; dicha actividad constituye nuestro objeto de estudio porque como parte de nuestros objetivos se ha establecido la adquisición de las mismas aptitudes que poseen los sujetos que llevan a cabo dicha actividad con pleno derecho, adquisición necesaria cuando la intención es poder participar en igualdad de condiciones en dicha actividad con los propios científicos. Sin embargo, en un sentido «material», la actividad sobre la que se ha llevado a cabo la investigación empírica que da soporte a la presente tesis no es, en cambio, la actividad que se lleva a cabo en el laboratorio. No lo es porque previamente, según ya se ha expresado, entendemos imprescindible la adquisición de las mencionadas aptitudes. La dimensión empírica de la investigación se desarrolla en el terreno de ese aprendizaje, y en consecuencia, la actividad que tiene como objeto de estudio inmediato es la que se produce en dicho proceso de aprendizaje. O si se quiere: la actividad científica hacia la que se ha dirigido el soporte empírico de la presente investigación no es, propiamente hablando, la actividad científica ya constituida como tal, sino, cabría decir, la actividad que constituye el proceso de aprendizaje de esa plenamente constituida actividad científica.

Resulta entonces que nuestro objeto de estudio se nos escapa de las manos en el mismo intento de tratar de aprehenderlo; y se nos escapa de las manos por la naturaleza que adquiere en virtud de la particular perspectiva desde la cual se pretende enfocar su estudio. Esto, que es un problema lógico desde una perspectiva objetivista, no lo es desde la perspectiva en la que aquí nos situamos, que trata de romper con las rigideces de ese objetivismo y situarse en una *praxis*, en su pleno sentido marxista de conjugación de teoría y práctica, que constituye al sujeto investigador en un sujeto en proceso, un sujeto inscrito en un proceso que es el de su propia constitución como investigador y el de la constitución de su objeto de estudio. Esto es: en términos empíricos, la actividad objeto de estudio ha sido aquella que constituye el fundamento, vivencial, de la actividad científica propiamente dicha (el fundamento-del-fundamento, la procesualidad constructiva de la procesualidad activa del conocimiento científico en tanto que actividad... el antes-del-antes del producto acabado «ciencia»).

(Cuentan de un sabio, que un día

tan pobre y mísero estaba,
que sólo se sustentaba
de unas yerbas que cogía.
«Habrá otro», entre sí decía,
«más pobre y triste que yo?»
Y cuando el rostro volvió,
halló la respuesta, viendo
que iba otro sabio cogiendo
las hojas que él arrojó.)⁵¹

Entender el «objeto» ciencia como una actividad o, más explícitamente, como una práctica cotidiana, nos sitúa en el campo de los estudios antropológicos de la ciencia que han tenido como punto de referencia la actividad desarrollada por los científicos en los laboratorios. La presente investigación, al igual que tales estudios, se fundamenta en un trabajo de campo antropológico orientado a la observación *in situ* de la práctica cotidiana de los sujetos objeto de estudio. Pero una diferencia fundamental nos distancia de tales estudios y tiene que ver con el modo de entender esa práctica, esa actividad sujeta a observación.

Tales estudios son víctimas del mismo error ya mencionado de tomar como referencia el producto, el hecho consumado, en lugar de su proceso de producción. Aquí el error se expresa en la aceptación sin cuestionamiento de la actividad científica, la actividad de laboratorio como plenamente constituida: dicha actividad es encarnada por unos sujetos en su quehacer cotidiano y el antropólogo únicamente puede acceder a la mera formalidad de la misma, a sus manifestaciones externas, a la pura y simple ejecución material de dicha actividad, puesto que detrás y antes de dicha actividad hay un proceso vivencial en el que esos sujetos han adquirido las capacidades que los hacen ejecutores competentes de la actividad científica del laboratorio, encarnaciones legítimas de esa actividad científica. El antropólogo, dejando de lado ese proceso vivencial previo y constitutivo, constructor, de la actividad científica del laboratorio, no puede acceder al pleno sentido vivencial inscrito en la realización cotidiana de dicha actividad por parte de los científicos, y ha de aceptar el sentido que a la misma ellos le atribuyen —o peor: aquella parte de dicho sentido que decidan compartir con él—.

La presente investigación supera la simple formalidad externa de la actividad científica para acceder, en cambio, a su substancia, al significado inscrito en la misma que la hace ser tal, a lo que comporta para el propio físico, científico, realizarla. La operación se inscribe en esa «inversión» de perspectiva apuntada en lo referente al significado de la ecuación de Schroedinger: del mismo modo que sucede con el sentido de la ecuación, el sentido de la práctica científica se construye en el proceso de su aprendizaje, cotidiano y vivencial. De la

⁵¹ ¿Tenemos la posibilidad siquiera de saber lo atinado de nuestra visión siempre relativa de las cosas...? Calderón de la Barca da verso y rima al problema neurálgico en física de los sistemas de referencia: «Quejoso de mi fortuna / yo en este mundo vivía, / y cuando entre mí decía: / ¿habrá otra persona alguna / de suerte más importuna? / Piadoso me has respondido. / Pues, volviendo a mi sentido, / hallo que las penas mías, / para hacerlas tú alegrías, / las hubieras recogido» (Calderón de la Barca, 1983). Lo que para Calderón es la relativa perspectiva con la que evaluamos nuestra fortuna, en ciencia física se traduce como un problema de «ecuaciones de transformación»: cada sistema de referencia produce sus particulares mediciones del mundo (las penurias de un sistema de referencia podrían ser alegrías en otro).

misma forma que no queremos dar por supuesto lo que la ecuación sea para producir una interpretación alternativa de ella, tampoco pretendemos dar por supuesto la actividad científica —aquello que los científicos «hacen» en el laboratorio— para re-interpretarla, formal y externamente, según una visión alternativa a la de sus propios practicantes; en ambos casos, retrocediendo a su proceso de construcción—de una formulación matemática, en un caso, de una competencia práctica, en el otro— se trata de subsumirse en la práctica cotidiana de dicho proceso para que de esa implicación práctica surja el sentido de aquello que resulta al final del proceso.

[El antropólogo ingenuo observa un incidente en la calle: dos individuos se encuentran, se saludan, intercambian unas frases y a continuación se enzarzan en una especie de forcejeo pugilístico. Observador de una cultura ajena y desconocedor de las claves simbólicas de los participantes, se ve abocado a una interpretación basada en sus conocimientos adquiridos; una interpretación del tipo, pongamos por caso: «las tensiones de la vida urbana nos provocan una ansiedad crónica, la cual hace que en ciertas ocasiones, como les ha sucedido a estos dos individuos, las relaciones sociales se deterioren y produzcan agresividad» —o cualquier otra interpretación, habría alternativas múltiples, que resulte plausible a los ojos «ingenuos» de un observador externo.

El antropólogo no-inocente⁵² partirá de una premisa: no puedo llegar a interpretación alguna sin haber adquirido previamente las claves de ese código simbólico puesto en juego. Y descubre (no sabemos por qué método, eso habrá sido resultado de su capacidad operativa como investigador) que ambos individuos son miembros de un club de ex-alumnos de una universidad que han establecido entre sus protocolos que siempre que se encuentren han de saludarse de determinada manera, que simbolice la «lucha» que para ellos supuso la época de universidad, y así han establecido una especie de representación o simulación de pelea pugilística como saludo.

A la opinión del lector queda decidir cuál de ambas interpretaciones es preferible, la formal que remite a un código impuesto externamente por el antropólogo, o la substantiva, que resulta de la adquisición de las competencias que los sujetos a analizar poseen]

En definitiva, el contenido de la actividad científica, el sentido que para su agente tiene, sólo puede obtenerse mediante otra actividad o proceso: el proceso de adquisición de la cultura y lenguaje científicos que constituyen la competencia y las aptitudes del agente y sujeto de esa actividad.

Anticipamos aquí ya un problema fundamental: al final del proceso que constituye la investigación, pese a las premisas ancladas en la substancia práctica y vivencial del conocimiento, resultará necesaria la operación de recorte formal que re-construya retrospectivamente tal vivencia. ¿Es posible formalizar ese proceso de aprendizaje que dota a un sujeto de las aptitudes, conocimientos, disposiciones y experiencia para ser pleno practicante de la actividad científica? O, por el contrario, ¿consistirá más bien ese proceso en una experiencia vivencial que tan sólo experimentándola nos puede dotar de esas mismas aptitudes y disposiciones, sin que dicha experiencia pueda ser traducida a representación formal ni codificación abstracta alguna? Se trata más bien, a nuestro modo de ver, de lo segundo, de tal manera

⁵² Barley (1993) caricaturiza esa imagen del «antropólogo inocente» al desvelar las claves vivenciales de la investigación antropológica, los imperativos nunca explicitados en los informes de investigación que aluden a la política institucional, las presiones académicas, los rigores económicos, las dificultades operativas, etc., que van marcando el rumbo del trabajo de campo pero que nunca formarán parte de la información que el antropólogo suministrará de su trabajo.

que esta tesis, en el sentido de una reconstrucción formal de lo que en su momento fue un proceso vivencial, nunca podrá dar plena cuenta de la naturaleza de tal proceso—este texto es, entre otras cosas, la transcripción formal de dicha práctica; por eso, en tanto que operación de formalización, nunca puede llegar a «traducir» adecuadamente ese proceso vivencial del que resulta *sensu stricto* el significado real de la práctica científica⁵³—. La ventaja fundamental de la presente formalización, a diferencia de las que se han realizado en los estudios de laboratorio hasta la fecha, es que se nutre de la práctica vivida por los propios científicos en lugar de hacerlo de criterios de clasificación, interpretación y análisis incorporados a dicha práctica desde afuera (la práctica que «produce» a esos sujetos científicos es la que produce, también, los criterios puestos aquí en juego).

Pero nuevamente, esta imposibilidad lógica sólo invalida los frutos de la presente investigación si la consideramos desde una perspectiva objetivista; en términos de la perspectiva aquí propuesta, la praxis emprendida en la tarea empírica de enfrentarse al proceso de producción de las aptitudes propias de la actividad científica desplegadas en el laboratorio, ha transformado al sujeto investigador, y de esa transformación ha resultado un producto «peculiar»; conviene considerar si la atención ha de enfocarse a ese producto o más bien al proceso que lo tiene por fundamento, es decir, si la presente tesis tiene sentido en tanto que producto acabado o bien si ha de considerarse como un puente de comunicación, un punto de acceso inestable a un tipo de conocimiento cuyo fundamento real es procesual, vivencial y cotidiano, no formal o representacional.⁵⁴

b) El conocimiento científico como competencia

Desde esta perspectiva que entiende el conocimiento científico como una actividad o práctica, como se ha señalado, una importante corriente de estudios empíricos se ha impli-

⁵³ Tenemos aquí una manifestación de la recursividad inscrita en el «espíritu» de la presente tesis; una noción de recursividad que nos conducirá a la reformulación del concepto de reflexividad en tanto que elemento metodológico nodular de esta investigación. La ecuación de Schroedinger adquirirá su sentido a partir de la práctica vivencial de aprendizaje del investigador; dicha práctica es a su vez el fundamento de la actividad científica y en consecuencia, acceder al sentido de la ecuación equivale a acceder al fundamento práctico del conocimiento científico; no son operaciones sucesivas: obtener las herramientas teóricas y conceptuales propias del quehacer científico, a la vez que paso previo para una adecuada observación de la práctica científica de laboratorio, nos permite construir un sentido de la ecuación. Sólo que se va a tratar de un sentido peculiar, una bifurcación de la posible trayectoria de aprendizaje práctico del futuro físico. (Por eso esto es una tesis —presuntamente— sociológica sobre física y no física propiamente dicha...)

⁵⁴ Queda abierta la posibilidad de que cualquier investigador en el futuro tome el presente producto del mismo modo que aquí se toma la ecuación de Schroedinger, para tratar de acceder procesualmente al sentido práctico de lo que aquí se trata de representar; podemos suponer puntos de partida infinitos para tal operación: del mismo modo que aquí se entrecruzan física y sociología, cabe la posibilidad de múltiples otros entrecruzamientos que atravesando la práctica vivencial de ese hipotético investigador produzcan significados muy otros de los que han resultado en la presente investigación. Creemos lejana tal posibilidad: la ecuación de Schroedinger será siempre mucho más digna de atención como punto de acceso para cualquier investigación que «esto» que versa sobre ella.

cado en la práctica antropológica de laboratorio, en el estudio sobre el terreno de esa práctica científica que se lleva a cabo en el laboratorio. Estos estudios han evidenciado que mucho del esoterismo que tiende a ser asociado con la actividad científica se diluye ante la evidencia de que las prácticas del laboratorio son fácilmente asimilables a las cotidianas de la gente común, que no hay una magia especial en el hacer de los científicos y que su actividad puede ser interpretada desde una perspectiva sociológica y antropológica; y, lo que para muchos de los estudiosos en este campo resulta crucial, que se puede dar tal interpretación sin atentar contra el estatus de la ciencia, contra la validez del conocimiento que ésta produce.

Este último punto es de suma importancia. La información al alcance del investigador social de la ciencia depende, en gran medida, de la predisposición que tengan esos científicos objeto de su estudio a facilitársela, puesto que, entendiendo que la substancia o contenido de dicha práctica es significativo a la hora de su interpretación, que no hemos de quedarnos en la mera formalidad, dicha información no es asequible en su totalidad sin la competencia adecuada. Eso es así porque la «cultura» científica, fundamentalmente el «lenguaje» científico, construido sobre la lógica y las matemáticas, no está al alcance del científico social, que por ello requiere de la «traducción» de los expertos.⁵⁵

En otros términos, no aceptar las premisas aquí defendidas implica que el investigador social que quiera dedicarse al trabajo de campo en el laboratorio ha de asumir la posición de «extranjero», aceptar su incompetencia en la cultura nativa y dejar que sus «informantes» sean los intérpretes de todo cuanto él no pueda entender de primera mano.

Esto lleva a la necesidad de una negociación *política* con los propios científicos en la que se acepte sin ser cuestionada la frontera que divide los ámbitos de competencia respectivos; para el investigador social no existe en esa negociación la posibilidad de obtener un balance positivo si no hay una predisposición favorable de los científicos que pretende investigar, y una tal predisposición difícilmente se conseguirá si su perspectiva pretende cuestionar la validez o legitimidad del conocimiento producido en el laboratorio.

Esta negociación pone en evidencia la asimetría existente entre los campos de competencia respectivos, el del investigador social y el del científico natural. Pone en evidencia el estatuto de superioridad del que actualmente goza la ciencia, como forma de conocimiento y como institución social. Así, esta asimetría determina fundamentalmente las posibilidades de cualquier aproximación sociológica o antropológica al conocimiento científico, y condiciona de manera substancial las herramientas metodológicas que la misma puede poner en juego.

Esta asimetría apunta a una cuestión central en esta tesis: el problema de la compartimentación del saber, el hecho de que existen unas barreras instituidas *a priori* que determinan

⁵⁵ Traducción que implica una operación en absoluto neutra, en la que siempre se da una «traslación» del sentido, interés, política, economía... originales; toda operación de traducción altera en algún sentido lo traducido —esta idea de la traducción-traslación es desarrollada por Callon (1980), Latour (1986) y Law (1986 y 1986b)—. Esta traslación / alteración de lo traducido anticipa un aspecto de la perspectiva «transductiva» que aquí propondremos (véase el apartado V.3).

qué ámbitos de competencia son aptos para qué investigador o científico. Las diferentes ramas del saber han ido operando una especie de cuadrícula del mundo, en la que cada cual tiene asignada su particular casilla, de forma que nadie debe salirse de la casilla que le corresponde.⁵⁶ Y ello con el agravante añadido de que hay casillas «privilegiadas», en el sentido de que el saber en ellas implicado posee un estatuto y una legitimidad superiores a los de los demás.

La ciencia, la ciencia natural o «dura», ha obtenido históricamente el derecho a reivindicarse como el conocimiento por excelencia, la máxima expresión de la racionalidad humana; y con la inestimable colaboración del progreso tecnológico, ha conseguido hacerse, además de la principal intérprete del mundo, una «constructora» de ese mundo. Gran parte de los ámbitos de la realidad hacia los que se orienta la ciencia son, a su vez, un resultado de las transformaciones que la ciencia ha permitido operar sobre la naturaleza. Es evidente que si ese mundo construido por la ciencia lo ha sido basándose en fundamentos y presupuestos científicos, necesariamente lo que la ciencia afirme de él será verdadero; estamos ante una tautología materializada en artefactos tecnológicos.

En cualquier caso, el discurso científico es actualmente el principio de autoridad fundamental del conocimiento humano. Ahora bien, desde la premisa de que el conocimiento científico es una actividad, no hemos de fijarnos en dicho discurso ya construido, sino en el proceso que antecede a dicho discurso. Nuevamente, ese discurso hemos de entenderlo como un resultado, como el resultado de la elaboración práctica de unos sujetos, portadores de su sentido y concededores de su lógica interna.

Y el hecho, aparentemente trivial, de que dichos sujetos «puedan» ser portadores efectivos de ese discurso porque han aprendido a serlo, nos indica cuál es el camino a seguir: si la asimetría entre el científico social y el científico natural se expresa en un problema de competencias, asimétricas, respectivas, la única forma de eludir esa negociación *a priori* es situarse en pie de igualdad, obtener el reconocimiento, por parte del científico, de que las afirmaciones que sobre él se puedan producir gozan del mismo estatuto y legitimidad que las que él hace sobre el mundo. Necesariamente, uno ha de «hacerse nativo», pues sólo así obtendrá ese reconocimiento.

⁵⁶ Nos referimos a la tan abundantemente discutida profesionalización de los saberes. Durkheim se debatía, hace un siglo, entre la opción por el saber omnicompreensivo o la especialización: «se plantea una cuestión urgente: ¿cuál de las dos direcciones hay que tomar? ¿nuestro deber es acaso volvernos un ser acabado y completo, un todo que se basta a sí mismo o, por el contrario, no ser más que la parte de un todo, un órgano del organismo» (Durkheim, 1973: 41); obviamente, ya entonces la apuesta se decantaba por la compartimentación y la tesis defendida por Durkheim era a favor de una «división del trabajo» que extendía sus efectos también al ámbito intelectual y científico. Más recientemente, Morin se ha referido también a la cuestión de la compartimentación del saber, aludiendo, no ya a la percelización de los distintos saberes, sino a su fraccionamiento interno, aludiendo a la propia sociología: «...las especializaciones en el seno de la sociología (...) han conducido a una compartimentación interna que destruye la multidimensionalidad y la complejidad de las realidades sociales, y esa compartimentación desintegra toda posibilidad de concebir la sociedad como un todo constituyente de una *unitas multiplex*» (Morin, 1995: 14-15).

Pero esta necesidad obedece no sólo a este problema que podríamos catalogar como político, sino también a una cuestión metodológica crucial: hacerse nativo, adquirir la competencia propia del científico al que se pretende investigar significa, también, estar en disposición de participar de la cultura científica, de perder la extranjería, de ser capaz de interpretar de primera mano todos los componentes simbólicos y formales de la práctica científica; para el antropólogo del conocimiento científico ya no será necesaria la figura del informante, puesto que pleno conocedor de la cultura nativa podrá acceder por sus propios medios al sentido interno de la misma.

Esta adquisición de competencia es, entonces, la que permitirá pasar de la mera formalidad en la interpretación de la práctica científica a su contenido. No sólo se evitará la necesidad de recurrir a las traducciones que los propios científicos suministren del sentido de su actividad, sino que los criterios aplicados a su interpretación no serán fruto de la incorporación de categorías externas a dicha práctica, elementos conceptuales pertenecientes a la cultura del investigador, que mal pueden adecuarse a la verdadera naturaleza de esa actividad a la que se pretenden aplicar.

En este aspecto son de especial importancia, como se verá más adelante, las propuestas de la etnometodología (Garfinkel, 1984): según veremos, es posible llevar a la práctica con mucho más rigor de lo que el propio Garfinkel hizo en sus estudios de caso la perspectiva teórica defendida por la etnometodología, según la cual actividad práctica y representación son elementos indisolubles de la vivencia colectiva de los individuos; un componente fundamental de las prácticas sociales son las representaciones que de las mismas los sujetos se forman, el sentido informal que les atribuyen como parte del acervo que los hace miembros de esa colectividad. Según Garfinkel defiende, es imposible una traducción formal de ese sentido representacional incorporado en las prácticas colectivas, precisamente por ser parte consubstancial de la práctica misma: la representación de una práctica es a su vez también una práctica y como tal, la competencia para producirla sólo puede ser adquirida en la práctica

Quiere esto decir que toda práctica implica un contexto social en el que la misma adquiere su pleno sentido. Los sujetos que encarnan el fundamento práctico del conocimiento científico no actúan en el vacío, sino que son partícipes de una determinada cultura que los adscribe a la comunidad más o menos amplia de la que forman parte. No es lo mismo dedicarse a la física de altas energías que a la bioquímica molecular, la práctica implicada en el quehacer cotidiano de esas distintas comunidades científicas es muy distinta (Knorr-Cetina, 1999).⁵⁷ Esto nos conduce a una tercera caracterización de la actividad científica como fundamento del conocimiento que de ella resulta, su carácter colectivo.

⁵⁷ En esta obra la autora demuestra cómo la práctica de dos comunidades científicas particulares, orientadas a ámbitos muy distintos del mundo natural, difieren de manera muy significativa; diferencias que tienen que ver con los patrones culturales puestos en juego, con las diferentes significaciones, representaciones, diría Garfinkel, que sus prácticas llevan asociadas, y que todos los miembros de tales comunidades comparten precisamente por el hecho de ser miembros de las mismas. Como ya señalara M. King (1971), los diferentes paradigmas científicos en torno a los que se articulaba la actividad de las comunidades científicas, según la formulación de Kuhn, no eran más que las distintas alternativas prácticas en que se organizaban los distintos conjun-

c) El conocimiento científico como práctica colectiva

Como último aspecto relevante en esta perspectiva de aproximación al conocimiento científico, que tiene que ver con la naturaleza y dimensiones que posee esa actividad o práctica, es su carácter social o colectivo. Se trata de una práctica colectiva porque en ella están implicados unos sujetos que no actúan de manera aislada o solipsista, sino que establecen todo tipo de relaciones entre sí y que se inscriben en un contexto en el que muchos de los elementos puestos en juego forman parte de un bagaje compartido.

Recurriendo nuevamente a la concepción kuhneana, todo científico forma parte de una «comunidad», y es en ese seno comunitario en el que se constituyen las herramientas — heurísticas, metodológicas, procesuales, interpretativas, etc. — que dicho científico va a poner en juego en su actividad práctica.⁵⁸

Si se acepta que la naturaleza del conocimiento científico, más allá de su formulación abstracta, de su materialización en proposiciones matemáticas lógicamente consistentes, depende fundamentalmente del modo en el que los sujetos que producen tales afirmaciones «viven» esa producción, habrá que aceptar a su vez que esa vivencia se desarrolla en contextos sociales e históricos determinados, que no son simples entornos de la misma, factores periféricos, sino, al contrario, elementos substanciales y determinantes en los resultados de ese proceso: las relaciones en las que los científicos se imbrican en sus prácticas, las motivaciones que los animan, las estrategias de poder que utilizan, los intercambios materiales y simbólicos en que se traducen algunas de sus acciones, todo aquello que apunta al hecho de que la práctica científica es una práctica social, son factores constitutivos de la actividad científica, de ese «hacer» ciencia que constituye nuestro foco de atención.⁵⁹

tos, de carácter esencialmente local, de normas morales y técnicas de dichas comunidades; cada una de ellas operaba una síntesis particular de dichas normas en su quehacer práctico.

⁵⁸ El estudio de Bix (1997) corrobora el substrato comunitario en el que se desarrolla la práctica científica. Demuestra como a principios del siglo XX los profesionales en el trabajo de campo reclutados para la recolección de datos para estudios eugenésicos en Estados Unidos (un 85% de los cuales eran mujeres) acabaron consolidando una fuerte comunidad con su particular cultura, la cual fue evolucionando en función del clima intelectual que en el país se dio en torno a la eugenesia (siendo de singular importancia la militarización y politización de las investigaciones que se produjo tras la I Guerra Mundial).

⁵⁹ Evidenciar la contextualidad de la producción de conocimiento científico permite la superación del debate entre «internalismo» y «externalismo» en la concepción de la ciencia. La postura internalista niega la influencia de factores no-científicos en la construcción racional de la ciencia (Agassi, 1981), un proceso en el que no intervienen factores externos; la postura externalista considera relevante la influencia de dichos factores. Esta dicotomía sería artificial e improductiva para la comprensión del conocimiento científico según Johnston (1976): las condiciones del contexto de producción del conocimiento científico son fundamentales para entender sus productos; así, Ophir y Shapin (1991) defienden la contextualidad inscrita en las relaciones entre conocimiento y poder y en la percepción de la validez del conocimiento producido; Bloor (1984) sostiene que la objetividad es una definición contextual y por lo tanto variable, que requiere consenso grupal y por lo tanto implica un uso social y la puesta en juego de los intereses del grupo. En definitiva, ninguna visión particular de la realidad puede

Esa actividad de aprendizaje hacia la que se ha orientado la investigación es, igualmente que la actividad científica plenamente constituida, una actividad social. Una facultad de CC. Físicas es una institución educativa y, cómo tal, está encuadrada en un marco social, del cual depende y en virtud del cual se establece su funcionamiento. Pero, mucho más determinante para la presente investigación que esa conformación institucional del proceso de aprendizaje del científico, es el hecho de que la vivencia en el seno de esa institución por parte del futuro científico es un proceso vital que cotidianamente se desenvuelve en un entorno social: aprender física es un proceso que se da en compañía de otros; el alumno comparte su convivencia con sus compañeros, al tiempo que la figura del profesor traduce vivencialmente para él la existencia de una jerarquía; los exámenes son protocolos normalizados de procedimiento, y junto a ellos existen todo un conjunto de normas formales e informales acerca de lo que es relevante y lo que no, cómo hay que enfrentarse a los problemas, resolver, buscar la respuesta adecuada, etc.

Constatamos, entonces, que ya en su proceso de aprendizaje el científico adquiere, junto con los conocimientos formales que lo capacitarán profesionalmente, todo un amplio conjunto de normas, convenciones, modos de comprensión, actuación y relación que son fruto de la contextualidad social en la que su actividad se inscribe; puesto que nos orientamos hacia la encarnación práctica del conocimiento científico y no hacia los resultados de ella derivados, habremos de entender que este entorno social en el que se desenvuelve la práctica científica es el *magma* (Castoriadis, 1998)⁶⁰ del que se deriva la particular forma de proceder del científico, y que la socialidad que supone su aprendizaje contribuye a dotar de determinado sentido —y no de cualquier otro posible— a sus representaciones, al tiempo que genera ciertos patrones de actuación. Hemos de aceptar esa socialidad no como mero contexto, sino como ingrediente constituyente de la práctica científica; la socialidad de la práctica se traduce en las representaciones formales que de ella surgen; así, cuando más adelante hagamos el recorrido por los registros informales que en el proceso de aprendizaje van configurando una determinada comprensión de los contenidos formales, entenderemos que dichos registros surgen de esa socialidad que supone el proceso y la vivencia del aprendizaje. En última instancia, evidencian la tesis de Kuhn sobre el anclaje comunitario de los paradigmas científicos y la

reclamar una posición privilegiada y es el acto productivo el que determina el sentido del producto: «En última instancia, es la acción la que determina el significado, y no el significado el que determina la acción» (Bloor, 1984: 235). Esta perspectiva que disolvía la dicotomía entre internalismo y externalismo haciendo de lo contextual (externo e irrelevante para los internalistas) ingrediente constitutivo de lo interno, dio origen al «programa empírico del relativismo» de Collins (1981, 1983).

⁶⁰ Castoriadis (1989, 1998, 2002) se ha enfrentado a la insuficiencia de nuestra lógica clásica, que él denomina conjuntista-identitaria, para la aprehensión sistemática y exhaustiva de lo vivo, humano y social, mediante una reconstrucción epistemológica que se apoya en la noción de «magma», sustancia sin forma pero creadora de formas, el sustrato genésico de toda creación. Su proyecto de «repensar» lo social está en estrecha coincidencia con los intentos de aprehensión de la complejidad por parte de Morin (2002, 1998, 1994, 1993): «cómo él, creo en la autonomía, que yo llamo auto-organización; como él, me niego a dejar disolver la idea de creación; como él, creo en el carácter real y radical del imaginario; como él, creo en la posibilidad de una cultura que ponga en marcha al saber; como él, creo en la necesidad y en la insuficiencia de la lógica clásica; como él, creo en la virtud genésica de lo que él llama *magma*, y de lo que él llama *laberinto* que yo llamo *complejidad*» (Morin, 2004).

traducen en términos del proceso de formación de dichas comunidades, que implicaría una socialización en esa comunalidad que el futuro físico compartirá.

Sin embargo, del mismo modo que el marco institucional en el que se encuadra el aprendizaje del físico no nos interesa en sí mismo como contexto regulador, sino que buscamos entender la vivencia práctica que se produce en dicho marco institucional, del mismo modo, evidenciar la comunalidad de la práctica científica no orientará nuestra atención hacia los condicionantes contextuales que se pueden derivar de la misma; no trataremos de traducir la práctica de aprendizaje en «clave» de proceso de socialización, sino que entenderemos que su procesualidad se configura constitutivamente como social, y trataremos de evidenciar dicha configuración práctica en su substancia constitutiva; aceptando que ésta es social, nos centraremos en su comprensión como un «proceso (social) de producción de sujetos (sociales)», sujetos que en ésta su constitución se están formando como los futuros productores de hechos científicos.

d) El proceso de «producción de los productores de hechos científicos»

En virtud de los presupuestos antedichos, el objetivo de esta tesis consiste en la interpretación de la actividad científica como un proceso de construcción: se trata del proceso que da forma al sujeto que más adelante habrá de tomar parte en la actividad científica de laboratorio; se trata del proceso que construye al constructor, ulterior, de ese conocimiento científico.

Entender la actividad científica como una práctica tiene, como ya hemos señalado, implicaciones metodológicas para quien pretenda investigarla. Lo veremos más detenidamente en el apartado siguiente, pero la cuestión que aquí queremos señalar es que toda práctica, en sentido sociológico, supone componentes irreductibles a una racionalidad formal, a una interpretación reconstructora de su sentido. Toda práctica comporta aspectos que sólo se pueden adquirir «practicándola» y que de ninguna otra forma pueden llegar a ser accesibles.⁶¹

Por altamente institucionalizado y formalizado que esté ese procedimiento mediante el cual los sujetos científicos adquieren su capacitación como tales, por muy pormenorizadamente codificado que esté ese proceso de producción de los productores de conocimiento científico, en tanto que proceso, implica una vivencia concreta, la inmersión en una práctica cotidiana, la participación en todo un conjunto de referencias inmediatas, concretas, informa-

⁶¹ Esto nos conducirá a la consideración de los presupuestos etnometodológicos propuestos por Garfinkel, y que trataremos más adelante. Aceptar esta «irreductibilidad» a una racionalidad representativa de la acción social implicaría contradecir el presupuesto weberiano de que, aún aceptando la existencia de componentes irracionales en la acción social de los sujetos, desde una perspectiva comprensiva, el observador de la acción siempre podrá reconducir, interpretativamente, dicha irracionalidad a categorías racionales (Weber, 1984, 1993); esta disociación, implícita en el planteamiento weberiano, entre la agencialidad social propiamente dicha y la agencialidad comprensiva del sujeto observador de la misma, impediría la consideración de la reflexividad constitutiva de las prácticas sociales: la acción social que es observar una acción social no aceptaría, para sí, componentes irracionales.

les, multidimensionales, no susceptibles de formalización alguna. Ninguna narración, en definitiva, puede narrar adecuadamente ese proceso; sólo la experiencia práctica de vivirlo da acceso a la integridad de su naturaleza.⁶²

No es esto otra cosa que esa necesidad de hacerse nativo traducida al interés concreto de la presente investigación: entender el proceso de producción de los productores de hechos científicos significa, inexorablemente, la participación en dicho proceso en las mismas condiciones y bajo las mismas circunstancias en las que lo experimentan esos sujetos que son, en un sentido material, el objeto de nuestra investigación. Esto conlleva dejar de lado algunas dimensiones harto relevantes en el estudio del conocimiento científico y que pudieran tener cabida en los intereses del presente estudio.

Por un lado, aunque dicho proceso se desarrolle en un entorno institucional específico, ello no significa que nuestro interés se centre en esa dimensión institucional. Es decir: no se pretende hacer sociología de la educación, pues si bien con lo que nos enfrentamos es con un proceso de socialización encuadrado en el terreno educativo, nuestro interés está en el conocimiento, implicado en la práctica, puesto en juego.

Se pretende, no entender el proceso educativo que vive el científico para llegar a serlo, sino acceder, mediante dicho proceso, a las claves interpretativas del conocimiento y la práctica —o del conocimiento práctico— que ese científico adquiere. Nos interesa, por expresarlo de alguna forma, la materialización práctica que el conocimiento científico va cobrando en el proceso de su aprendizaje institucional. Por eso, los mecanismos propios de la institución en la que se lleva a cabo ese proceso no nos interesan —o, si se prefiere, los dejamos consciente y deliberadamente de lado, pese a reconocer su importancia— y nuestra vista se dirige a las jugadas sustantivas de tal proceso, en lugar de a las reglas que rigen su desarrollo.

Esto hace que nuestro estudio se diferencie sustancialmente de los que se han realizado hasta la fecha orientados al análisis de ese proceso de formación del científico. Campbell (2003) trata de demostrar la afinidad entre el modo en que se entrena a los estudiantes y la práctica diaria que se supone habrán de desempeñar como científicos, lo que, según él, significa que el aprendizaje formal es mucho menos relevante que aquello que los alumnos aprenden en el ejercicio práctico y cotidiano de las tareas que realizan.⁶³ Slaughter et. al.

⁶² Esa indeterminación vital de la práctica nos invita a considerar la visión que Aubenque (1999) propone de la prudencia aristotélica: en un mundo constitutivamente contingente, que la providencia divina ha dictaminado de modo insuficiente y lejano, y que la ciencia no puede abarcar en integridad, el hombre queda sometido a la precariedad de sus recursos prácticos, orientados por una deliberación que únicamente se puede instalar en un punto intermedio entre la necesidad de lo inmutable y el puro azar irreductible a comprensión alguna: «la prudencia es el sustituto propiamente humano de una Providencia falible. Es de entrada la previsión que trata de penetrar un futuro incierto (...) Saber nos aleja de actuar, dispensándonos de escoger (...) La prudencia será la virtud de los hombres obligados a deliberar en un mundo oscuro y difícil (...) la prudencia, dirá en *Magna Moralia*, es “una disposición a escoger y actuar concerniente a lo que está en nuestro poder hacer o no hacer”» (Aubenque, 1999: 111). La virtud de la prudencia supone, en consecuencia, una implicación inmediata con la contingencia práctica en la que hemos de desenvolvemos.

⁶³ La conclusión es que lo que realmente sucede en el aprendizaje de las disciplinas científicas se aleja bastante de la visión rígida y prescriptiva con la que se tiende a considerarlo. Lo fundamental del aprendizaje

(2002) centran su atención en los condicionamientos que en el proceso de formación de los alumnos de disciplinas científicas conllevan las interrelaciones con el sector industrial; así, tratan de ver el modo en que la facultad define y redefine qué es lo apropiado como «entrenamiento» en función del tipo de investigación que los alumnos realizarán en el campo industrial o empresarial, así como las dificultades derivadas de integrar a los alumnos en proyectos financiados por el sector industrial.⁶⁴ Delamont y Atkinson (2001) muestran como los estudiantes de doctorado han de aprender a enfrentarse en su trabajo diario a una práctica para la que de hecho no habían sido preparados en los estudios predoctorales; acostumbrados a unas prácticas de laboratorio «artificiosas», diseñadas para que produzcan resultados y que les hacen concebir un mundo fundamentalmente estable y predecible, cuando inician sus estudios de doctorado comprueban que la realidad es bien distinta; eso implica la adquisición de «conocimiento tácito» (véase apartado IV.3.i) y de habilidades más bien artesanales que técnicas con las que enfrentarse a la indeterminación del laboratorio; ese conocimiento y esas habilidades, señalan los autores, son eliminados completamente de los informes de investigación (algo, por lo demás, que ha sido abundantemente considerado desde hace ya bastante tiempo; véase IV.3.I).

Estos estudios se inscriben en la institución educativa sin la intención de acceder de primera mano a la experiencia práctica que constituye el soporte fundamental del aprendizaje del alumno (de una u otra forma, los tres estudios ratifican este punto), de manera que no aciertan a desvelar el carácter «productivo» que supone, como proceso, ese aprendizaje. Extraen sus resultados a partir de la simple formalidad institucional del aprendizaje, atendiendo a las representaciones extraídas de sus sujetos protagonistas y aplicando interpretaciones más bien simplistas que utilizan argumentos harto consolidados en los estudios sociales de la ciencia. Nuestra intención es bien distinta y se plantea desde una aproximación práctica inmediata.

Ahora bien, para fundamentar esta aproximación práctica al estudio del conocimiento científico necesitamos proveernos de las herramientas convenientes. El cuestionamiento operativo de las posibilidades alternativas que se nos ofrecen para llevar a cabo un estudio de este tipo hace necesaria la elaboración de un nuevo marco de referencia en el que situar el estudio.

Este nuevo marco surge de la puesta en evidencia de las carencias que afectan a los estudios de campo realizados hasta la fecha en laboratorios científicos. Dichas carencias, como vamos a ver inmediatamente, se derivan de que los investigadores se han instalado en

emergería de las interacciones sociales en las que se pondrían en juego, de manera relevante, las singularidades personales, los contextos y la particularidad de las situaciones. Las conclusiones se obtienen a partir de entrevistas semi-abiertas, tanto a estudiantes como a profesores, de modo que esa substancial importancia de lo práctico diario, de la singularidad personal y de la contextualidad local quedan muy lejos del alcance del investigador, que como tal, se sitúa fuera de esa práctica, singularidad y localidad.

⁶⁴ Se produce una tensión de intereses que afecta a cuestiones como la pertinencia de publicar o no y el sentido que se puede dar, desde la facultad, a los resultados obtenidos. Por lo demás, esta investigación vuelve a eludir la interpretación basada en una experiencia directa (vivencial) puesto que la metodología se basa también en entrevistas a estudiantes universitarios.

la clásica posición antropológica del extranjero, desconocedor de la cultura nativa: no habiendo accedido a la construcción práctica de la cultura nativa puesta en juego en el laboratorio, no están en disposición de interpretarla con conocimiento de causa y han de operar un proceso de traducción que se sirve de categorías interpretativas provenientes de la cultura particular del investigador, ajenas a la naturaleza práctica de la cultura nativa.

Ajenos a la substancia constitutiva práctica de la producción de conocimiento científico que se lleva a cabo en el laboratorio, los investigadores terminan vaciando de sentido la práctica científica: fijan su atención en su mera exterioridad formal, único aspecto al que pueden acceder, y es a ella a la que aplican sus criterios interpretativos propios, que nada tienen que ver con aquello que pretenden interpretar. Fijaremos nuestra atención en el estudio fundacional realizado por Woolgar y Latour (1986): ejemplo paradigmático de esas carencias que hemos apuntado y de la impotencia en la que se ve confinado el científico social que desembarca en un laboratorio sin haber tomado contacto práctico con la cultura nativa en su proceso de construcción.

II.5. Salirse del laboratorio: presupuestos a cuestionar

«...la perpetuación de los modos de conocimiento y las verdades establecidas obedece a procesos culturales de reproducción: una cultura produce modos de conocimiento en los hombres de esa cultura, los cuales, con su modo de conocimiento, reproducen la cultura que produce estos modos de conocimiento. Las creencias que se imponen se ven fortificadas por la fe que han suscitado. De este modo se reproducen no sólo los conocimientos, sino las estructuras y los modos que determinan la invarianza de los conocimientos (...) Y, sin embargo, las ideas se agitan, cambian...» (Morin, 1998: 30)

Ya hemos señalado la existencia de una «visión heredada» del conocimiento científico en la cual no tenía cabida ninguna interpretación sociológica de la misma. Dicha visión proviene del campo de la filosofía analítica: en esta disciplina se diseñaron los parámetros de lo que habría de ser la visión ortodoxa del conocimiento científico. Como forma de conocimiento por excelencia, la ciencia debía ser concebida de modo que su fundamentación obedeciese a criterios de formalidad férreos y bien establecidos. Según la filosofía analítica, la ciencia se construye mediante procedimientos deductivos, encadenando proposiciones lógicas que se siguen unas a otras de forma necesaria y sobre las cuales se erige el armazón de la teoría científica, abstracta, impersonal, rigurosa y precisa.

La visión heredada será puesta en cuestión por un conjunto de autores inscritos en el campo de la sociología a partir de los años setenta, fundadores del ya mencionado Programa Fuerte (PF) en Sociología del Conocimiento. El detonante en este giro en la concepción de la ciencia fue, sin lugar a dudas, Thomas S. Kuhn, quien en su obra *La estructura de las revolu-*

ciones científicas presentó una visión histórica de la ciencia que chocaba frontalmente con aquella que propugnaba la visión heredada (Kuhn, 1981).⁶⁵

A partir de la obra de Kuhn se fue desarrollando una corriente de investigación sociológica que se enfrentaba al estudio del conocimiento científico liberada de los lastres heredados del pasado. La transición desde las concepciones tradicionales de la ciencia, bien filosóficas, bien históricas, hacia una interpretación sociológica de la misma⁶⁶ que abandona la «zona de exclusión» dictaminada por Mannheim es ampliamente descrita y analizada por Blanco (1995), Blanco e Irazo (1999), Irazo (1992) y Cotillo (1996). A estos estudios remitimos para comprobar la constitución y consolidación de un campo disciplinar que abordará el estudio sociológico de la ciencia desde la premisa de que lo social es ingrediente constitutivo del conocimiento que ésta produce. En esta tradición disciplinar se han emprendido estudios empíricos dedicados a la investigación de la actividad científica que se desarrolla en los laboratorios, estudios cuyo precursor fundamental fue el trabajo de Woolgar y Latour que también hemos mencionado, y al cual dirigiremos inmediatamente nuestra atención para evidenciar las carencias asociadas a la perspectiva que dichos estudios han puesto en juego.

II.5.i. Los límites de la investigación en el laboratorio

«Los éxitos aplastantes, pero también exaltados, de las técnicas surgidas de las ciencias de la naturaleza han hecho que en nuestra época sólo esté el científico: el resto no cuenta. Hemos creído que lo único verdadero es lo científico. Sólo la ciencia se ocuparía, sin ilusionarse, de buscar la Verdad acerca de la naturaleza y de nosotros mismos. El resto (nuestra subjetividad en nuestras pasiones, el arte y el mito, para no hablar de la religión) sólo sería, en el mejor de los casos, un ornamento mental, cuando no un engaño. En la sucesión de ilusiones del Siglo de las Luces, nos han sido necesarias las desilusiones del siglo XX para comprender que también la Verdad científica es un ornamento de lo real (...) Lo real no es verdadero. Se contenta con ser. Y nosotros construimos una verdad en torno a él, y después otra, como un ornamento; no de forma arbitraria, naturalmente, sino con vistas a ciertos objetivos» (Atlan, 1991: 25-26).

⁶⁵ Este detonante fue el que permitió elaborar las críticas al funcionalismo institucional y normativo con el que Merton se había enfrentado al estudio sociológico de la ciencia; estas críticas (Mulkay, 1972, 1974; Ziman, 1972) evidenciaron que la regulación normativa de la conducta y la prescripción de la acción mediante reglas técnicas es algo que cambia en el tiempo, y que ese cambio tiene lugar por y desde contextos sociales, afectando a la propia substancia del conocimiento producido por los sujetos implicados en la actividad científica. De este modo, sociología y epistemología, lejos de ser interpretaciones distintas del hecho científico, tenderían, más bien, a asimilarse. La tarea sería, entonces: «Discutir, no lo que debe contar como conocimiento científico, sino lo que realmente se tiende a tomar como tal» (Dolby, 1971: 12).

⁶⁶ Todavía hoy en día el debate acerca de las competencias respectivas sigue vigente; Jasanoff (2000) reclama el interés común que historiadores y sociólogos de la ciencia tienen en hacer a ésta más transparente de lo que permitía la visión ortodoxa; para que así, quienes entienden aún hoy que la sociología de la ciencia atendería contra una reconstrucción del pasado tendente a reforzar la fe en el conocimiento científico, abandonen su hostilidad y aúnen sus esfuerzos cara a una mayor «democratización» de la ciencia.

Woolgar y Latour publicarían en 1979 el primer estudio etnográfico de un laboratorio científico, basado en un trabajo de campo que aplicaba una metodología plenamente antropológica: la observación participante en un laboratorio californiano dedicado a la neuroendocrinología a lo largo de un período de tiempo de dos años. Precedente ilustre, en él se evidencian las claves antropológicas que ulteriormente han sido aplicadas en los estudios empíricos dedicados a la observación de la actividad científica desarrollada en los laboratorios.⁶⁷ Su análisis crítico nos dará idea de los límites a que dichos estudios quedan sujetos.

Esquemáticamente, en *Laboratory Life* los autores van a realizar una serie de operaciones, cuyo resultado, como vamos a ver, será la construcción de un gran artificio textual —elegante, todo hay que decirlo—; dichas operaciones son las siguientes:

Primero, definirán *a priori* una determinada perspectiva desde la que observar; y, mediante ella, realizarán un doble movimiento: establecerán una distancia analítica respecto al objeto de investigación, e instaurarán unos criterios de organización, extrínsecos al proceso que analizan.

Segundo, justificarán, al amparo de dicha perspectiva, su metodología sirviéndose de la antropología tradicional, lo cual les permitirá no tomar en consideración la falta de competencia técnica desde la cual se ven obligados a hablar.

Tercero, anunciándonos la amenaza que, según ellos, supondría «convertirse en nativo», combinarán las dos previas operaciones de modo que consigan derivar la cuestión hacia el problema de la mitificación del científico y de su actividad, cosa que, dirán, habrán conseguido evitar mediante los pasos previos.

Cuarto, inventarán un «principio de organización», la *inscripción literaria*, mediante el cual generalizarán la dimensión textual de la actividad científica vaciándola, en el mismo movimiento, de contenido.

Quinto, reconceptualizarán todas las operaciones mediante la incorporación del principio de *organización a partir del caos*, que les permitirá mantener un doble discurso: cara a los «collegas» y cara a los científicos objeto de estudio, mediante el cual pretenderán sostener el carácter reflexivo de la investigación.

Woolgar y Latour, efectivamente, deciden adoptar una determinada perspectiva en la que situarse como observadores, toman una decisión *a priori* acerca de su estatus como ta-

⁶⁷ Entre las aportaciones más recientes de investigaciones empíricas en el ámbito de la Sociología del Conocimiento Científico, podemos citar: Oudshoorn, Rommes y Stienstra (2004); Crist (2004); Tchalakov (2004); Mort, May y Williams (2003); Hermanowicz (2003); Kivinen y Varelius (2003); Kleif y Faulkner (2003); Rochel de C. (2002); Palladino (2002); Mody (2001); Fox y Stephan (2001); Saari y Miettinen (2001); Rees (2001); Guillemin (2000); Blume (2000); Layne (2000); Sims (1999); Jordan y Lynch (1998); Mallard (1998); Miettinen (1998); Velho y Pessoa (1998); Timmermans y Berg (1997); Knorr-Cetina y Mertz (1997); Cussins (1996); Hartland (1996); Tumbull (1995); Knorr-Cetina (1995). Las perspectivas, metodologías, interpretaciones y objetos de análisis son muy diversas, sin embargo, en todos ellos podemos encontrar el trazo *a priori* de una distancia analítica entre observador y observados análoga a la que discutimos en el caso de Woolgar y Latour, con consecuencias análogas.

les.⁶⁸ No es el curso de la investigación el que desarrolla la posición observacional de forma inherentemente reflexiva sino que, antes de «ponerse a observar», los investigadores optan por una forma determinada de observación:

«En la práctica, los observadores adoptan una senda intermedia entre los dos roles extremos de completo recién llegado (un ideal inalcanzable) o de participante pleno (el cual, convirtiéndose en nativo, es incapaz de comunicarse con su comunidad de colegas observadores) (...) Su problema es el de **seleccionar un principio de organización** que le permita realizar un informe del laboratorio suficientemente interesante tanto para los científicos como para los lectores no familiarizados con la Biología. En breve, el principio de organización del observador deberá suministrar un hilo de Ariadna en un laberinto de aparente caos y confusión» (Woolgar y Latour, 1986: 19; subr. nro.)

De este modo, el observador asume, primero, su distancia epistemológica respecto a los nativos (ha de conservar la identidad comunitaria con sus «colegas») y, segundo, la prevalencia de sus criterios organizacionales (de atribución de significado) sobre los de los nativos. Los propios autores son conscientes de la importancia que tiene para el curso de la investigación la perspectiva desde la cual asuman públicamente situarse; en principio, pareciera que su intención es bien distinta a la que ha de resultar finalmente:

«...resulta claro que el tipo de información que proporcionan los científicos tendrá un efecto importante en la configuración de los informes de los investigadores y que la información proporcionada depende, a su vez, de la naturaleza de la relación entre el científico y el investigador. Por ello es importante examinar brevemente la naturaleza de esa relación y el modo en que puede afectar la producción de los informes sobre la ciencia» (Ibíd.: 26-27).

Pareciera, pues, que antes de iniciar la investigación van a emprender un análisis en profundidad de las implicaciones que la relación entre investigador y científico tiene sobre la misma, con el objeto de emplear las conclusiones obtenidas de dicho análisis para configurar las líneas teóricas de la investigación. Pero no es eso lo que efectivamente realizan. Pese a que apuntan la importancia de la competencia técnica a la hora de enfrentarse al estudio de la ciencia⁶⁹ —atribuyendo en consecuencia un papel muy relevante a dicha competencia en la naturaleza de la relación investigador / científico—, los autores no sólo no analizan cómo es esa relación —a lo sumo, se puede llegar a la conclusión de que el primero está en disposición de una determinada capacitación técnica que el segundo no posee, pero que eso, al final, no importa— sino que amparan su posición remitiéndose a la antropología tradicional para, así, desdejar de esa previamente señalada importancia de la competencia técnica:

⁶⁸ Lo cual, como se verá más adelante, está en directa contradicción con la que Woolgar ha de denominar *reflexividad constitutiva* de toda investigación (Woolgar, 1988).

⁶⁹ «Mulkay (...) mantiene que el estudio sociológico de la ciencia requiere un estrecho examen de su cultura técnica y, por consiguiente, la cooperación activa de participantes técnicamente competentes» (Ibíd.: 34).

«Consideramos que la aparente superioridad en cuestiones técnicas de los miembros de nuestro laboratorio es insignificante, en el sentido de que *no* consideramos que un conocimiento previo (o en el caso del ex-participante, una socialización previa) sea un prerrequisito necesario para entender el trabajo de los científicos. Esto es semejante a la negativa de un antropólogo a inclinarse ante el conocimiento de un hechicero primitivo. Para nosotros, los peligros de «convertirse en nativo» son mayores que las ventajas de fácil acceso y establecimiento rápido de compenetración con los participantes. Los científicos de nuestro laboratorio constituyen una tribu en la que se corre el peligro de malentender la manipulación y producción de objetos cotidianos, si se les otorga el alto estatus que el mundo externo da, a veces, a sus resultados» (Ibíd.: 38).

No sólo no se nos dice cuáles sean esos peligros de «convertirse en nativo» sino que, al parecer, de lo que se trata es de no caer en la común mitificación del científico y de su actividad, anclada en el alto estatus alcanzado por esta actividad en nuestras sociedades. Hemos de señalar, además, que los autores incurren en un cierto «defecto de forma» en relación a lo que han dado en denominar «cuestiones técnicas» puesto que, si bien deciden no considerar la competencia técnica relevante a la hora de interpretar la conducta de los científicos en el laboratorio, sí admiten la importancia de lo técnico en la configuración de dicha actividad:

«Queremos prestar atención a las cuestiones «técnicas» en el sentido de que la utilización que los científicos hacen de los términos «técnico» e «intelectual» constituye una característica importante de su actividad. Pero consideramos que el uso de tales conceptos es un fenómeno que hay que explicar. De un modo más significativo, lo consideramos tan importante que la explicación que demos de la actividad científica no debe depender de un modo importante del uso acrítico de los mismos conceptos y terminología que actúan como parte de esa actividad» (Ibíd.: 35).

¿Cómo se puede dar cuenta de la importancia constitutiva de lo técnico en la configuración de la actividad del científico en el laboratorio, así como en la atribución de sentido que hagan ellos mismos de dicha actividad, tanto como de sus resultados, si se carece de la competencia técnica necesaria para acceder a esa componente propia de la actividad científica?⁷⁰ Cerrada *a priori* esta opción, habrá de ser tomada otra vía para determinar los objetivos que la investigación deberá perseguir, y así se nos desvela, entonces, la verdadera naturaleza de la investigación, condicionada por esta particular forma de delimitar *a priori* las fronteras de su objeto:

«...es necesario recuperar parte del carácter artesanal de la actividad científica mediante *observaciones in situ* de la práctica científica. Dicho más concretamente, es necesario mostrar a través de la investigación empírica cómo se organizan esas prácticas artesanales mediante un informe de in-

⁷⁰ La cuestión se hace más significativa si consideramos que la dificultad para la comprensión en ausencia de la competencia técnica adecuada se da entre los propios científicos, como demuestran algunos estudios sobre la investigación científica multidisciplinar (Jeffrey, 2003; Duncker, 2001; Chompalov y Shrum, 1999; Goodwin, 1995).

investigación sistemático y ordenado. **En resumen, ¿cómo se transforman las realidades de la práctica científica en afirmaciones acerca de cómo se ha hecho ciencia?»** (Ibíd.: 37; subr. ntro.).

Obsérvese la circularidad de la última interrogación que se hacen los autores: plantea que lo que se debe averiguar es cómo la práctica científica, en cuanto realidad (material, que-remos entender), se transforma en afirmaciones «acerca de cómo se ha hecho ciencia», de donde resulta que se delega en los propios sujetos investigados la tarea de atribuir sentido a su actividad, y al investigador tan sólo le resta comprender la «práctica artesanal» según la cual se da ese proceso. Esto es: **la incompetencia técnica del investigador determina que el paso de lo material a lo simbólico—de la actividad a la atribución de significado— quede fuera de su alcance**, en manos de los propios científicos, y por ello, su objeto habrá de ser otro. Por esta razón, a la hora de construir el analista su propia interpretación, deberá recurrir, como se verá, a herramientas extrínsecas al propio proceso investigado, salvando formalmente el expediente gracias a que dicha interpretación, efectivamente, va a constituir un «informe de investigación sistemático y ordenado», pero según el sistema y el orden propios de la comunidad de los colegas del investigador, no de los de la práctica científica de laboratorio objeto de estudio.⁷¹

En este punto los autores tienden el puente que les permitirá, simultáneamente, preservar esa neta separación dada por la competencia técnica de la cual han decidido prescindir, además, afirmar no obstante ello, que su estudio sí que presenta un claro carácter reflexivo:

«La utilización especial que hacemos de la perspectiva antropológica con respecto a la ciencia entraña un grado de reflexividad que, por lo general, no resulta evidente en muchos estudios de la ciencia. Al hablar de reflexividad, pretendemos referirnos a la conciencia de que quienes observan la actividad científica emplean métodos esencialmente similares a los de los participantes que estudian» (Ibíd.: 38).

Así determinado el sentido que dan a la dimensión reflexiva de la investigación (reflexividad es analogía de métodos), tan sólo les resta dar otro paso para, a partir de él, indicar en qué modo la observación del objeto va a resultar en la aplicación extrínseca de un criterio interpretativo y de organización:

«Nos interesa de qué manera se construye el orden científico a partir del caos (...) los observadores externos parecen estar en una posición esencialmente similar a la de los científicos, pues se enfrentan a la tarea de construir una explicación ordenada a partir de una disposición desordenada de obser-

⁷¹ Pese a lo dicho, más adelante los autores no tienen rubor alguno a la hora de afirmar que: «...como definición de trabajo, se podría decir que nos interesa la construcción social de conocimiento científico, en la medida en que ésta presta atención a los procesos mediante los que los científicos dan sentido a sus observaciones» (Ibíd.: 41).

vaciones. Aprovechando la reflexividad de la situación del observador, esperamos poder obtener un asidero analítico interesante sobre nuestro entendimiento de la práctica científica. Así mantendremos que, al darse cuenta y examinar subsiguientemente esa similitud esencial del método, el observador puede entender mejor ciertos detalles de la actividad científica» (Ibíd.: 42-43).

Desvinculado de la necesidad de una competencia técnica similar a la de los miembros del laboratorio, pero partiendo de una postura pretendidamente reflexiva sugerida por la similitud de métodos entre científicos e investigador, la introducción del concepto de «organización a partir del caos» le va a permitir a éste subsumir, como se verá, la actividad científica bajo la etiqueta de «producción de inscripciones literarias», indicando que, así, tanto él como los sujetos investigados, en substancia, están haciendo lo mismo. Naturalmente, esto es falso.

Los autores van a afirmar, además, que el informe que produzcan deberá satisfacer también a los científicos —lo cual está a su vez, en cierta medida, en contradicción con la postura que han asumido, consistente en distanciarse epistemológicamente de los sujetos bajo estudio (recordemos que buscan un informe sistemático y ordenado que satisfaga las expectativas de los colegas) y de hacer prevalecer sus criterios organizacionales respecto a los de los nativos— lo que supone, implícitamente, que se está aceptando la capacidad de éstos para enfrentarse a las definiciones y objetivaciones que el antropólogo pueda hacer (¡he aquí esa negociación desventajosa de la que hablábamos!). El problema metodológico de la observación está planteado en los términos más clásicos; la distancia sigue concibiéndose como el enfrentamiento a lo «exótico»: la aproximación a una cultura en principio esotérica. Ello es así porque los términos del problema se han transpuesto tal cual los mismos estaban planteados en la antropología clásica: el investigador se acerca a la cultura nativa, ya constituida y en acción, a los científicos en el laboratorio.

La implicación subsiguiente es la invención de un artificio textual que emplearán como «principio de organización»: el concepto de *inscripción literaria*. Desde la posición externa que se ha adoptado (la posición del escéptico como posteriormente la denominará Latour⁷²), la actividad del laboratorio se interpreta como un proceso cuyo fin último es la producción de inscripciones que reifican los resultados de dicha actividad, y son generados como soporte—evidencia— de los textos y artículos en los que la realidad es construida como tal; textos e inscripciones son los auténticos constructores de hechos (científicos):

«Persiguiendo la noción de inscripción literaria, nuestro observador ha sido capaz de encontrar su camino a través del laberinto. Ahora puede explicar los objetivos y productos del laboratorio en sus propios términos, y puede comenzar a entender cómo se organiza el trabajo y por qué la producción literaria es valorada de forma tan elevada (...) Más aún, el antropólogo se siente orgulloso de

⁷² Latour (1992) utilizará la figura literaria del escéptico representando al supuesto receptor del discurso científico reacio a aceptar sus afirmaciones, y sobre el que la red de alianzas que constituye la actividad científica ejercerá un efecto persuasivo intentando convencerlo de la veracidad y factualidad de sus enunciados. También aquí el escéptico es un artificio textual, una representación metafórica que, como afirma Atkinson (1990), contribuye a dar veracidad al texto al potenciar la identificación del lector con dicho personaje.

haber conservado su perspectiva antropológica frente a los hechizos y encantos de sus informantes...» (Ibíd.: 87-88).⁷³

De esta forma, la dimensión textual de la actividad científica se generaliza hasta el punto de transformarla en la única práctica relevante de la misma, su objetivo y su función. Los textos sólo serían una forma más de inscripción literaria, y su especificidad textual no sería tan importante como su función en cuanto método de reificación. Desde tal perspectiva, la construcción textual en sí misma, en cuanto herramienta, queda fuera del análisis; inserta en un proceso más general, se analiza su papel en el mismo pero no se afronta un estudio «literario» de su forma, del tipo que se ha podido hacer en el caso de la literatura etnográfica. Se asume de partida, nuevamente, la falta de competencia, en este caso lingüística, para tal tipo de análisis:

«...nuestro observador no estaba convencido de que [realizar un análisis matemático más sofisticado y complejo de la historia de las citas que estudiaba] aliviara su dificultad básica (...). En cambio, razonaba que debía haber algo en el *contenido* de los artículos que explicara cómo eran evaluados. En consecuencia, nuestro observador comenzó a examinar con detenimiento algunos de los artículos para descubrir las posibles razones de su valor relativo. ¡Ay! ¡Para él era chino! Reconocía que muchos términos eran nombres (...) de aparatos y sustancias químicas con las que se había topado. También se dio cuenta de que ni la gramática ni la estructura básica de los enunciados era distinta de la que él mismo utilizaba. Pero se sentía completamente **incapaz de captar el «significado»** de esos artículos, no digamos ya entender cómo ese significado sustentaba toda una cultura (...) Desesperado, se volvió a los participantes. Pero cuando pidió que le aclararan el significado de los artículos se encontró con que le replicaban que los artículos no tenían significado o interés *en sí mismos...*» (Ibíd.: 89-90, subr. ntro.).

⁷³ Los autores no se cansan de reiterar el «alivio» que produce en el observador haber encontrado ese principio explicativo que surge del concepto de «inscripción gráfica»: «...el observador sintió que el laboratorio no era tan confuso como había pensado al principio. Parecía que hubiera una similitud esencial entre las capacidades de inscripción del aparato, la pasión maníaca por marcar, codificar y archivar y las habilidades gráficas de escritura, persuasión y discusión. Por tanto, el observador incluso pudo dar sentido a estas actividades oscuras, como la de un técnico que muele el cerebro de unas ratas, dándose cuenta de que el producto final de esa actividad podría ser un diagrama sumamente valioso. Incluso el revoltijo más complicado de cifras podría terminar finalmente como parte de alguna discusión entre los «doctores». Para el observador, pues, el laboratorio comienza a tener la apariencia de un sistema de inscripción gráfica» (Ibíd.: 63). Y no dejan de recalcar la importancia constitutiva, en la actividad del laboratorio, de ese artefacto interpretativo que han puesto en escena: «Lo específico de este laboratorio son las configuraciones concretas del aparato que hemos denominado instrumento de inscripción. La importancia fundamental de esa disposición material es que ninguno de los fenómenos «sobre los que» hablan los participantes podría existir sin ella. (...) No se trata sólo de que los fenómenos dependen de ciertos instrumentos materiales, sino que el escenario material del laboratorio constituye completamente los fenómenos. La realidad artificial, que los participantes describen en términos de una entidad objetiva, ha sido de hecho construida utilizando instrumentos de inscripción. Semejante realidad, que Bachelard (...) denomina la «fenomenotécnica», adquiere la apariencia de un fenómeno en virtud de su construcción mediante técnicas materiales» (Ibíd.: 77).

El investigador, enfrentado a la textualidad de la ciencia a partir de una previa asunción de su incompetencia técnica, es incapaz de aprehender el significado, la sustancia, el contenido de los artículos que trata de interpretar. Naturalmente, para poder darle algún tipo de sentido a todo ese conjunto de bibliografía que ha acumulado sobre su mesa, habrá de inventarse algún artificio, y es eso, exactamente, lo que hará:

«...nuestro observador decidió examinar cuidadosamente los diferentes tipos de enunciados de los artículos. En concreto, le interesaba delimitar en qué medida parece que unos enunciados son más fácticos que otros (...) Aunque entendía poco de los artículos que leía, **había desarrollado una técnica gramatical simple para distinguir entre tipos de enunciados**. Pensaba que eso le permitía acercarse a la sustancia misma de los enunciados de los científicos sin tener que confiar completamente en los participantes para su elucidación o para que le ayuden» (Ibíd. 91, 96, subr. ntro.).

Cabe señalar, entonces, la incongruencia analítica que supone definir la actividad científica como una gran máquina productora de inscripciones para dedicarse luego, no al análisis del contenido de tales inscripciones, sino a la elaboración de una tipología de artículos — aunque no las únicas, sí las principales de tales inscripciones— basada en unas cuantas «reglas gramaticales simples» (¡recalquemos lo de «simples»!). En último término, esto no deja de ser un guiño a la comunidad de colegas, bastante familiarizados ya con los estudios cuantitativos de las citas científicas sostenidos en base a criterios que nada tienen que ver con los contenidos de tales citas.⁷⁴

⁷⁴ Hablando de «guiños», hemos de señalar como éstos aparecen destinados, también, a la comunidad científica objeto de estudio. Veamos cómo formalmente los autores parecen pretender desmarcarse de los «dejes» propios de la comunidad que están investigando: «En este punto tenemos que observar un aspecto importante de nuestra discusión hasta ahora. Hemos intentado evitar términos que cambiaran la naturaleza de las cuestiones que tratamos. Así, al subrayar el proceso por el que se construyen cualesquiera sustancias, hemos tratado de evitar describir los bioensayos que consideran que no plantean problemas las relaciones entre los signos y lo que significan. A pesar del hecho de que nuestros científicos creían que las inscripciones podían ser representaciones o indicadores de alguna entidad con existencia independiente «externa», hemos mantenido que solamente el uso de estas inscripciones constituyeron esas entidades. No se trata simplemente de que las diferencias en las curvas indiquen la presencia de una sustancia; se trata de que la sustancia es idéntica a las diferencias percibidas entre las curvas. Para subrayar esa cuestión hemos renunciado a usar expresiones tales como «se descubrió la sustancia haciendo un bioensayo» o «como resultado de la identificación de las diferencias entre los dos picos se encontró el objeto». Emplear estas expresiones sería transmitir la impresión equívoca de que la presencia de ciertos objetos estaba dada de antemano y que la existencia de esos objetos simplemente estaba esperando a ser revelada oportunamente por los científicos. En cambio, no concebimos que los científicos utilicen diversas estrategias que descorran las cortinas sobre las verdades dadas de antemano, aunque hasta ahora ocultas. Más bien, la ingeniosa capacidad de los científicos constituye los objetos (en este caso las sustancias). De modo interesante, intentar evitar terminología que implica la preexistencia de objetos posteriormente descubiertos por los científicos nos ha llevado a ciertas dificultades de estilo. Sugerimos que eso se debe precisamente al uso frecuente de cierta forma de discurso en las descripciones del proceso científico. Por ello, hemos encontrado tremendamente difícil formular descripciones de la actividad científica que no conduzcan a la impresión confundente de que la ciencia trata del descubrimiento (en vez de la creatividad y la construcción). No se trata sólo de que haya que cambiar el centro de atención; se trata de que hay que limpiar las formulaciones que caracterizan las descripciones históricas de la práctica científica antes de poder entender esa práctica» (Ibíd.: 145-146). Pese a todo lo dicho, los autores no encuentran ningún reparo en introducir terminología que, explícitamente, asimilan con la terminología estrictamente científica: «El término campo se utiliza

Queda manifiesto, entonces, cómo la carencia de competencia técnica impide el acceso al contenido sustantivo de la producción textual científica. Sobre la base de los presupuestos con los que afrontan la investigación, Woolgar y Latour han desembarcado demasiado pronto en el laboratorio. **No se puede aprehender la dinámica de la práctica científica sin haber accedido previamente al proceso mediante el cual el científico está en disposición de comenzar a ejercer esa actividad**; a diferencia del antropólogo clásico, el antropólogo de la ciencia puede «aprender a ser nativo» con los propios nativos. **Ese producto cultural ya constituido, el del laboratorio, es el resultado de un proceso de aprendizaje altamente institucionalizado** en nuestras sociedades, y perteneciente a la propia cultura del antropólogo, por lo tanto, accesible a él; un proceso mediante el cual el científico adquiere su cultura específica, la cultura de la tribu, y ese proceso debe ser estudiado antes de tratar de entender cuál es la práctica cotidiana articulada sobre la base de dicha cultura específica. **El antropólogo puede aprender reflexivamente la ciencia que los científicos aprenden y ponen en práctica de forma no reflexiva** (ese universo de «aparente caos y confusión» cobraría una apariencia menos caótica entonces).

El «exotismo» de la ciencia puede ser desentrañado sin la necesidad de asumir de partida la imposibilidad de comunicación perfecta entre el investigador de la ciencia y los científicos investigados por él.⁷⁵ Dicho intento, frente al de Woolgar y Latour, daría efectivamente a los estudios sociales de la ciencia una dimensión mucho más plenamente reflexiva, una dimensión que habremos de denominar «transductiva». Para la formulación de nuestra alternativa, y tomando en consideración los déficits señalados, nos serviremos de algunas de las propuestas teóricas de la etnometodología.

II.5.ii. Versatilidades etnometodológicas

Las propuestas teóricas de la etnometodología resultan de especial utilidad porque resaltan la importancia de lo cotidiano en un sentido muy alejado de lo anecdótico. Toda práctica social se circunscribe en un ámbito comunitario en el cual, y sólo en el cual cobra sentido.

simultáneamente para denotar el sentido de campo científico y para expresar la idea de «campo agonístico». En este segundo sentido «campo» (el término francés que utiliza Bourdieu es «champ») denota el efecto en un individuo de los movimientos y afirmaciones de los demás, en vez de una estructura u organización. De este modo, no es diferente al sentido de campo magnético o sus similares en física (campos magnéticos, teorías del campo, etc.)» (Ibíd.: 238, nota 11). Y no sólo asimilan terminología, sino que llegan a importarla directamente: «Medimos el contenido informativo de un mensaje en un conjunto dado mediante el logaritmo de la probabilidad de su ocurrencia. Ese modo de definir la información tiene un precedente anterior en la mecánica estadística en donde la medida de la entropía es idéntica en su forma a la de información (Singh...)» (Ibíd. 267). Por lo tanto, aunque formalmente los autores se desmarquen de las formas propias del proceder de los científicos que estudian, sustantivamente están reproduciendo esa misma práctica, y así la monografía que nos ofrecen está plagada de gráficos, fotografías, análisis cuantitativos, etc.

⁷⁵ «...la comunicación entre el científico social y su objeto es un *a priori* epistemológico de las ciencias sociales» (Lamo, 1990: 121-122).

Los sujetos implicados en tales prácticas cotidianas son poseedores de una competencia, para su ejercicio y para su comprensión, que escapa a toda representación formal debido a su naturaleza, precisamente, práctica, e incluso esos mismos sujetos suelen ser incapaces de reconstruir formalmente el sentido de sus acciones, pese a lo cual, su competencia para llevarlas a cabo no se ve en absoluto menoscabada.

Para Garfinkel, el elemento clave de todo estudio etnometodológico es la consideración de las actividades cotidianas como conjuntos organizados y racionales de prácticas, aunque no explícitamente ejecutadas como tales (Garfinkel, 1984), lo cual guarda una estrecha relación con la noción de *habitus* propuesta por Bourdieu (1991). La principal preocupación de Bourdieu será la de interpretar «la lógica de la práctica», es decir, la coherencia estructural de las prácticas aparentemente rutinarias de la vida cotidiana, coherencia de naturaleza distinta a la lógica representacional con la que dichas prácticas son habitualmente encapsuladas:

«...no se puede entender la lógica de la práctica si no es a través de construcciones que la destruyen en tanto que tal, mientras uno no cuestiona lo que son, o mejor, lo que hacen los instrumentos de objetivación, genealogías, esquemas, cuadros sinópticos, planos, mapas, a lo que añadí después, gracias a los trabajos más recientes de Jack Goody, la mera transcripción escrita» (Bourdieu, 1991: 29).

Otro factor a tener en cuenta, dentro de las consideraciones que Garfinkel hace respecto a la «política» que han de seguir los estudios etnometodológicos, es el hecho de que las prácticas diarias y habituales de los miembros de toda colectividad poseen una estructura formal, una coherencia organizacional y, en tanto que ello sea así, los propios miembros han de ser capaces de reproducirlas narrativa e informativamente; han de estar en disposición de «informar» sobre ellas —hacerlas visibles y racionales—. Ahora bien, la peculiaridad del enfoque etnometodológico consiste en no aceptar de forma directa dichas objetivaciones, pues no dejan de ser representaciones de las actividades, no las actividades mismas y, además, dichas objetivaciones son en sí mismas parte de las propias actividades que objetivan.⁷⁶

Abundando en ello, y en el mismo sentido en el que Bourdieu nos dice que hay una diferencia de naturaleza en la lógica que rige las prácticas y la lógica que las representa de modo racional, Garfinkel asume la imposibilidad de codificación estricta de esa «práctica organizacional» que los sujetos aplican en sus afirmaciones acerca de las actividades que realizan como miembros de una colectividad: no existe ningún modo de «programar» de forma axiomática y sistemática, mediante reglas de procedimiento, los distintos pasos a efectuar en una determinada actividad. Ello es debido en gran medida a que dichas actividades se desarrollan en un contexto práctico determinado que impone prioridades y restringe cursos de acción formalmente posibles.

⁷⁶ Aceptar esto implicaría que cualquier interpretación del sentido, de la «lógica», de la actividad llevada a cabo en un laboratorio producida por cualquiera de sus participantes debería ser abandonada: dicha representación forma parte de la práctica de laboratorio, es algo que el sujeto incorpora en su quehacer y que lo configura en su sentido práctico... ¿cómo podría entonces el antropólogo acceder al sentido de dicha práctica?

Para la comprensión de las estructuras sociales que subyacen implícitamente, compartidas de forma unánime pero no visible por los sujetos investigados, el investigador deberá valerse del discurso de los sujetos, pero dicho discurso encierra significados sólo descifrables a partir de ese conocimiento implícito, de forma que, en algún modo, el analista ha de tener un conocimiento previo de lo que precisamente trata de conocer. Se trata de una circularidad intrínseca a la investigación; una circularidad, nuevamente, irresoluble desde una perspectiva objetivista tradicional, pero que se resuelve en la práctica si el enfoque con el que se afronta el estudio rompe con los presupuestos de dicha perspectiva.⁷⁷ En nuestro caso, dicha circularidad es tomada en sí misma como substancia de la investigación empírica: tratamos de acceder a la práctica que construye todo ese conjunto de significados implícitos que los sujetos participantes van a incorporar en su práctica cotidiana y que no están en condiciones de formalizar.

Siguiendo con las directrices presentadas por Garfinkel, cualquier estructura social debe ser vista como auto-organizativa, en tanto que sus actividades son estructuradas de forma que generan un entorno práctico que puede ser detectado, reconocido y reproducido como tal. Esto es, los métodos empleados para su organización son exactamente los mismos que los que utilizan sus miembros para hacerlos evidentes, para garantizar su claridad, coherencia, planificación, etc.: para garantizar su «racionalidad».

La etnometodología se enfrenta a estas estructuras como objeto de estudio, por lo cual y, dado que ella misma es una práctica, a la vez que analiza es analizada, y cada caso concreto, cada situación particular debe ser evaluada en el propio proceso de la investigación, con las habilidades que simultáneamente se van adquiriendo de y en el proceso mismo, teniendo en cuenta que dicha evaluación forma también parte del objeto de la investigación. Todo sujeto inscrito en una práctica es, como decíamos, un sujeto en proceso, en proceso de

⁷⁷ Esta circularidad es tratada por Woolgar (1988) que la define como un «proceso de ida-y-vuelta». El artículo arranca con la presentación de una fotografía de Malinowski tomando notas de campo mientras es observado por los nativos a los que está estudiando. Según el nivel de observación que se decida tomar, la propia observación cambia de sentido: el fotógrafo observa a Malinowski, Malinowski observa a los nativos, que, a su vez, mientras él toma notas, lo observan a él; uno de los nativos mira, no a Malinowski sino a la cámara, de forma que observa la observación del observador. Surgen, pues, niveles de observación múltiples e interconectados, que conducen a plantearse sobre qué bases se establece la distinción entre etnógrafo y nativo, entre observador y observado. Utilizando la analogía de las fotografías y los títulos, Woolgar rechaza lo que él denomina el mito de la triangulación. La fotografía es una imagen en-marcada; se presenta bajo la apariencia de un simple extracto del mundo; variando el encuadre, se transformaría en otro extracto del mismo mundo. A su vez, el título tan sólo sería un comentario de la fotografía en cuanto fragmento de mundo, ajeno tanto al uno como a la otra. Sin embargo, como instrumentos textuales, fotografía, marco y título están directamente implicados en el mundo del cual se reclaman distantes y neutrales. La selección refuerza, así, la existencia misma de una realidad, al presentar como la realidad algo que tan sólo es una de entre múltiples alternativas. El título, a su vez, refuerza la idea de objetividad, la idea de que esa realidad constituye un mundo objetivo del que podemos escoger ítems que someter a consideración, sin por ello alterar la naturaleza del mundo. El sentido de conjunto se obtiene, de este modo, por la mutua referencia que se incita al receptor del texto a establecer entre la fotografía, el marco y el título. El significado de cada uno depende en parte del de los otros elementos que, a su vez, dependen de él para que su significación sea completa; se trata de un proceso recursivo, de ida-y-vuelta constante entre los significados parciales de cada elemento particular.

construcción como tal: es imposible desvincular la investigación de la práctica que investiga, en tanto que el investigador se ve inmerso en esa misma práctica, aprendiendo de ella el sentido que habrá ulteriormente de aplicarle.⁷⁸

La aceptación de estas directrices teóricas propuestas desde la etnometodología constituye un serio óbice para las investigaciones empíricas emprendidas por la SCC (incluso para aquéllas que se pretenden etnometodológicas) y, por supuesto, para *Laboratory Life*, estudio en el que la posición del investigador, definida desde la distancia tradicional que separa al extranjero de la tribu, impide todo acceso a esos conocimientos socialmente condicionados de la actividad concreta, implícitos en ella y parte en sí mismos de la propia actividad. Con la perspectiva del antropólogo clásico, ignorante y escéptico, la transición entre lo estructurado y lo estructurante,⁷⁹ en lo que se refiere a las pautas y disposiciones que sustentan el ejercicio de la actividad diaria —sea ésta la que se da en el ámbito de las relaciones familiares, en el seno de un sindicato o en las tareas de un laboratorio—, quedan fuera del alcance de la investigación; el *habitus* permanece indescifrable.

Es fundamental tener en cuenta esa inextricable imbricación entre práctica y lógica o, para ser más exactos, entre lógica de la práctica y lógica de la representación de la práctica. Está en juego una única racionalidad, que orienta tanto la actuación como la asignación de sentido que a esa actuación se dé, pero dicha racionalidad se pone en juego en la ejecución práctica de las tareas propias de la actividad que se esté realizando: no es posible deslindar la actividad de la racionalidad que la sustenta; son la misma cosa. De este modo, en *Laboratory Life*, al aproximarse al estudio de las prácticas de laboratorio sin un conocimiento práctico de dichas actividades, en lugar de poner en juego la racionalidad propia de las mismas —un primer paso hacia la reflexividad de la investigación—, los autores se ven en la necesidad de construir una racionalidad representacional extrínseca a dichas actividades —de la cual surgen los conceptos de *inscripción literaria* y de *organización a partir del caos*—.

Woolgar y Latour se enfrentan a un objeto de estudio que, en virtud de su constitución práctica y cultural, es eminentemente local, y al incorporar herramientas heurísticas ajenas a

⁷⁸ Ciertamente, desde esta perspectiva, toda pretensión de generalidad se ve seriamente restringida, sino directamente eliminada. Pero esa idea de generalidad es, a su vez, un sentido agregado a la idea de conocimiento que nuestra cultura propugna y por ello cuestionable en la misma medida en que es cuestionable la prioridad de lo abstracto sobre lo concreto, lo formal sobre lo práctico, etc. En este texto somos prisioneros de una «singularidad» y creemos que gran parte de la significación del mismo proviene de que eso sea así; es decir: ante la posible acusación de falta de relevancia —generalidad— responderemos que es cuestionable que eso sea algo «negativo».

⁷⁹ Esta relación entre lo estructurado y lo estructurante la explicita Bourdieu refiriéndose a la noción de *habitus*: «Los condicionamientos asociados a una clase particular de condiciones de existencia producen *habitus*, sistemas de disposiciones duraderas y transferibles, estructuras estructuradas predispuestas para funcionar como estructuras estructurantes, es decir, como principios generadores y organizadores de prácticas y representaciones que pueden estar objetivamente adaptadas a su fin sin suponer la búsqueda consciente de fines y el dominio expreso de las operaciones necesarias para alcanzarlos, objetivamente “reguladas” y “regulares” sin ser el producto de la obediencia a reglas, y, a la vez que todo esto, colectivamente orquestadas sin ser producto de la acción organizadora de un director de orquesta» (Bourdieu, 1991: 92).

él, lo han «deslocalizado». No obstante, el primer paso en el camino de esta deslocalización se ha dado previamente. Siguiendo las directrices de Garfinkel, el laboratorio debería ser considerado como el «marco social» en el cual se desarrolla la actividad científica, esa «estructura organizacional» que da soporte a la formalidad implícita de las prácticas. Lo que ocurre es que, dada la incompetencia técnica de los autores, en lugar de establecer, sobre la base de una práctica compartida con los sujetos de estudio, cuál sea la delimitación práctica de dicho marco social y estructural, se ven obligados a incorporar desde fuera del laboratorio una definición del laboratorio.⁸⁰

En cuanto «estructura organizacional» se ven en la necesidad—ignorantes de la regulación práctica de su funcionamiento y constitución— de concebirlo como algo regulado por algún tipo de código escrito de actuaciones y con procedimientos de toma de decisiones codificados de antemano. Se afirmará que dichas prescripciones no son cumplidas rigurosamente, que se actualizan conocimientos tácitos no explicitados en ningún momento, que las prescripciones efectivas no son las tipificadas por el protocolo, sino que son del tipo de «reglas flojas» descrito por Garfinkel, pero todo ello se hará habiendo asumido previamente que, tanto los actores como los investigadores—separados por su competencia en cuanto miembros de dicho conjunto organizativo—, aceptan una «definición» del laboratorio ajustada a características formales verificables, por ejemplo, en los documentos protocolarios y en las estructuras jerárquicas y organizativas oficiales, y no a las características que se entresacan de su funcionamiento práctico. Aunque sólo sea para refutarlo, habrá un modelo previo de laboratorio (es decir: un criterio de evaluación extrínseco al propio laboratorio; en contra de la prescripción de Garfinkel, se habrá trazado una frontera entre los métodos de los «miembros» y los del investigador porque se ha elaborado una definición del laboratorio que no es el laboratorio mismo, una representación cuya lógica es extrínseca a la lógica práctica de lo representado).⁸¹

⁸⁰ Esta predefinición del laboratorio como espacio geográfico limitado dista mucho de la concepción que Latour planteará posteriormente (Latour, 1991, 1992): considerará el conocimiento científico como resultado de una operación de traducción inserta en un marco reticular, complejo y heterogéneo, que implica una modificación de los contenidos y significados de lo que es transportado: una traducción. La operación de traducción transforma «datos» en «conocimiento» y, en ella, se produce un cambio en la naturaleza de la materia prima originaria: si se da con éxito, el dato habrá alcanzado el estatuto de hecho. Si la empresa científica fracasa, los datos adquirirán el carácter de *artefactos*, entre ambos polos extremos, las trayectorias de las controversias científicas—las traducciones— se desplazan por las regiones intermedias del mapa: poseen una historia. La inscripción literaria es la traducción definitiva de todo el proceso pero, a lo largo de él, no dejan de operarse traducciones intermedias, de un nivel de abstracción menos depurado. **El laboratorio es el Centro de Cálculo de la Red:** en él se procesa la información. Unas inscripciones son recogidas y transfiguradas en nuevas modalidades que, a su vez, salen del laboratorio y se introducen en el circuito reticular, para ser sometidas a ulteriores traducciones, contrastadas, refutadas o apoyadas, consolidadas o debilitadas, en cuanto representantes de la realidad. Las fronteras del laboratorio sobrepasan enormemente su localización geográfica particular: éste se extiende por toda la sociedad. En *Laboratory Life*, por el contrario, el laboratorio es abstraído de la red en la que se inscribirían sus operaciones de traducción.

⁸¹ En relación a esto, cabe señalar que el propio Garfinkel, una vez planteados los presupuestos teóricos que debería seguir una investigación de corte etnometodológico, los deja manifiestamente de lado a la hora de delimitar operativamente las condiciones prácticas de las investigaciones que lleva a cabo; así, los «contextos situacionales» en los cuales se desarrollan las prácticas cotidianas, operativamente, terminan por transformarse en «instituciones», mientras que las propias prácticas, en general, a la hora de su especificación operativa, se

Esa definición *a priori* del laboratorio como marco social en el que se desarrolla la práctica objeto de estudio contradice las propuestas del propio Latour relativas a la constitución reticular de la ciencia, un flujo heterogéneo de información en el que participan elementos de naturaleza muy variable y en el cual las fronteras del laboratorio se desdibujan en virtud de las múltiples alianzas que establecen los agentes más allá de los espacios geográficos particulares. Frente al nódulo expansivo que es el laboratorio para el Latour / filósofo, encontramos un espacio geográfico limitado e institucionalmente codificado como configuración cerrada y estanca de laboratorio par el Latour / antropólogo.

Habremos, pues, de aceptar la contextualidad local, concreta, práctica, de la actividad científica, pero es necesario para ello como requisito un paso previo, aquél que nos permite entender cómo el nativo llega a ser reconocido como tal. La ciencia se hace en el laboratorio, pero ¿dónde se hace al hacedor de la ciencia? Si es cierto que se puede afrontar una perspectiva empírica para interpretar la inmanencia práctica de la construcción del conocimiento científico, también ha de ser posible analizar de igual modo la construcción del constructor; las convenciones que rigen la validación y significatividad del producto científico como tal no han de ser diferentes a las que sancionan la validez del validador (si es que aceptamos los presupuestos etnometodológicos). Con este paso previo será posible realizar una investigación de las prácticas del laboratorio en la que el investigador pueda poner en juego la lógica de la práctica propia de ese marco social organizativo que es el laboratorio, de modo que la atribución de sentido resulte de la práctica misma y no de una definición externa construida *a priori*.

Con ello, evitamos la adopción de una determinada perspectiva observacional *a priori*, así como la necesidad de justificar dicha perspectiva debida a la falta de competencia técnica —primera y segunda operaciones realizadas por los autores de *Laboratory Life*—. Nos habremos situado, de partida, en la práctica misma del laboratorio y no en una impostura observacional del mismo. La contextualidad situacional y la autorreferencialidad de las prácticas, entendidas tal como la Etnometodología las expresa, nos permiten afrontar, de este modo, un estudio práctico de las prácticas.

Por otro lado, teniendo en cuenta ese carácter auto-organizativo que, según la Etnometodología tienen las prácticas —el sentido adscrito a las prácticas por sus ejecutores puede ser actualizado en situaciones ulteriores para solventar problemas novedosos, o rganizando, en base a prácticas pretéritas, situaciones, prácticas, actuales—, evitaremos la invención de criterios organizacionales —*inscripción literaria*—, así como su reconceptualización operativa —*organización a partir del caos*— (operaciones cuarta y quinta que señalamos en el caso de la obra de Woolgar y Latour). El sentido de la práctica vendrá dado por la práctica misma: su organización no obedecerá a algún criterio dictado por un observador externo sino que resultará del ejercicio mismo de esa práctica. No queremos decir que los conceptos de *inscripción literaria* y de *organización a partir del caos* no sean pertinentes, sino que su perti-

transforman en simples procesos de toma de decisiones precodificados por el investigador. Esto es, el propio Garfinkel genera categorías formales *a priori* para la representación de las prácticas objeto de estudio, construye un sentido de tales prácticas al margen de las mismas, ajeno a ellas.

nencia no puede ser defendida ni justificada desde la posición externa de un observador ajeno a la práctica que observa.

En este sentido, la incompetencia técnica y lingüística del investigador es determinante a la hora de errar en la construcción de una representación plausible del objeto de investigación. La distancia instrumental del lenguaje es doble: por una parte, es la distancia entre el investigador y lo investigado; la mediación del lenguaje transforma la situación práctica de la observación en una perspectiva de conocimiento cuando, entre el observador y el nativo, se produce el acto comunicativo; por otra parte, es la distancia entre el observador-que-conoce y el observador-que-no-conoce; la mediación del texto transforma la comunicación en persuasión, a un observador en autor (autorizado) y al otro en lector (convencido). Pero cuando, por incompetencia, se privilegia el lenguaje del nativo de tal modo que su discurso permanece autónomo a la investigación, y que no es el lenguaje nativo el soporte del acto comunicativo, sino el del observador (compartido culturalmente con el del nativo), la mediación se rompe, y el texto ulterior transforma al autor en observador convencido y al lector en observador escéptico. Prevalece, en definitiva, el discurso del nativo, inaccesible a ambos observadores.

En resumen, en cuanto que toda actividad implica una cierta lógica de la práctica, que no se puede verbalizar ni formalizar, que simplemente «se pone en juego», y de la cual ni los actores ni los observadores son plenamente conscientes, la aproximación empírica es necesaria para el acercamiento al conocimiento científico si éste lo entendemos como una actividad, y una aproximación empírica que habría de acercarse más a la «vivencia» que a la simple observación (en lugar de la clásica *observación participante* habría que emprender una *participación observante*, en el sentido de que el significado de la distancia analítica respecto al objeto debe ser reducida en términos prácticos):

«En lugar de tratar las **propiedades de racionalidad** como principio metodológico para la interpretación de las actividades, deben ser tratadas solamente como **material empírico problemático**. **Tendrían únicamente el carácter de datos y deberían ser consideradas en el mismo modo en el que lo son las propiedades más familiares de la conducta (...)** En una palabra, las propiedades racionales de la conducta pueden ser desplazadas por los sociólogos del dominio del comentario filosófico y trasladadas a la **investigación empírica**» (Garfinkel, 1984: 277-278, 282; subr. ntro.).

II.5.iii. Metodología: una condición de posibilidad

Nuestra sorpresa no puede ser mayor cuando comprobamos que Woolgar y Latour, aun cuando pudiera parecer paradójico según lo expuesto, están de acuerdo, en principio, con el planteamiento que aquí se defiende:

«...aunque en principio era necesario y deseable, no hay que estudiar el laboratorio como una unidad aislada; simplemente, forma parte de una historia más amplia» (Woolgar y Latour, 1986: 301).

Pero ellos omiten el estudio de esa «historia más amplia» como si, al hacerlo, dejaran pendiente para otros una tarea complementaria a la suya, cuando, en realidad, esa tarea es requisito previo fundamental para el estudio de la vida en el laboratorio.⁸² Y no deja de ser irónico que, habiendo rechazado de antemano la tarea de una interpretación propia de la materialidad de la actividad científica —recordemos que ellos sitúan su actividad interpretativa en el proceso «artesanal» que lleva de la materialidad de la actividad a la asignación del sentido que los científicos dan a esa actividad, siendo así los científicos los que poseen la potestad de esa asignación—, declaren, sin embargo, que la especificidad de la ciencia es una cuestión de exégesis, más que de matemáticas o de lógica.⁸³ Puede ser cierto, pero esa labor hermenéutica de la ciencia opera utilizando las matemáticas y la lógica, y éstas han de ser entendidas antes de entender cómo se realiza esa específica labor hermenéutica en que consiste la ciencia.

En la presente investigación se ponen en juego de un modo plenamente reflexivo las proposiciones que la Etnometodología apunta en relación a la naturaleza constitutiva de las prácticas, entendiendo el conocimiento como una actividad, antes que como un producto abstracto y reificado. Evitamos con ello enfrentarnos a productos acabados, para inscribir la investigación en el proceso de constitución de esos productos.

Esto es lo que nos lleva, por una parte, a hablar de prácticas en lugar de conocimientos en abstracto. La contextualidad situacional de las prácticas tal como las entiende la Etnometodología nos orienta en este sentido: al entender la ciencia como una actividad, la imbricación entre sentido práctico y sentido representacional significa que no es distinto lo que hace el científico del producto resultante de su actuación; la presunta universalidad de la ciencia es una construcción, también, de su práctica cotidiana, de modo que la ecuación de Schroedinger no significa lo mismo en un acelerador de partículas que en una asignatura de tercer curso de licenciatura: ese sentido depende de la situación contextual, práctica, en la que la ecuación es puesta en juego.

⁸² Ellos mismos reconocen la insuficiencia de su trabajo debida a la carencia de ese estudio preliminar de la historia que conduce hasta el laboratorio: «El observador se encuentra con una dificultad mayor y es que, por lo general, llega a la escena demasiado tarde, sólo puede registrar anécdotas retrospectivas de cómo este o ese científico tuvo tal idea...» (Woolgar y Latour, 1986: 193).

⁸³ «Puede que el principio básico de la actividad científica no se encuentre en el dominio de las matemáticas ni de la lógica, sino, como Nietzsche (...) y Spinoza (...) señalaron, en el trabajo de exégesis. La exégesis y la hermenéutica son los instrumentos alrededor de los cuales se ha forjado históricamente la idea de producción científica. Afirmamos que las observaciones empíricas de la actividad del laboratorio que hemos hecho apoyan plenamente ese audaz punto de vista; por ejemplo, no hay que tomar a la ligera la noción de inscripción (Derrida...)» (Ibíd.: 288, nota 24). Si bien podemos estar de acuerdo en que sí que *Laboratory Life* apoya esta hipótesis, ciertamente no estamos de acuerdo en que sus autores sean consecuentes con ella ni que la apliquen hasta sus últimas —o primeras— consecuencias.

Pero además, por otra parte, la consideración de la naturaleza discursiva que conlleva la actividad científica nos pone de manifiesto una dualidad constitutiva de dicha actividad: la ciencia nos dice cómo es el mundo—la realidad que objetiva— y al tiempo, nos dice también que sólo ella está en disposición de lograr dicha objetivación. La ciencia es capaz de hablar de realidades inaccesibles a los observadores que la analizan y, al tiempo, se autoconstituye (discursivamente) a sí misma, frente a dichos observadores como el único discurso capaz de producir objetivaciones (incluida su propia auto-objetivación como único discurso objetivante). Con su discurso construye una realidad a la que modela porque es, para ella, un objeto mudo, en tanto que, cuando es ella misma la que es sometida a objetivación, se rebela frente a ese discurso objetivante—los científicos niegan a los sociólogos el derecho a decir cómo es la ciencia—. Por eso el investigador debe acceder a la práctica científica para evitar las consecuencias de esta operación retórica. Tres conclusiones, con claras implicaciones metodológicas, resultan de lo antedicho.

En primer lugar, dada la inconmensurabilidad anunciada por Garfinkel y Bourdieu entre la lógica de la práctica y la lógica que la representa y, puesto que esas prácticas son auto-organizativas (el propio desarrollo de la actividad define el curso adecuado de la misma) y auto-referentes (el sentido de dichas prácticas se encuentra inscrito en su misma ejecución; no hay un programa que aplicar: la práctica se «hace» y se «dice» a un mismo tiempo, en la misma operación), entonces, una aproximación empírica a la ciencia ha de afrontarse desde la inevitable necesidad de «aprender practicando lo que la práctica es». Más aún si tenemos en cuenta que no existen recetas lógicas—ni ontológicas, ni epistemológicas— para construir herramientas nuevas con las que enfrentarse a situaciones novedosas (evitemos, pues, la «receta» de la inscripción literaria).

En segundo lugar, como parte de la actividad científica, ciertamente está la producción de textos: con ellos aprenden los neófitos y se comunican entre sí los expertos. Aceptamos la propuesta de Woolgar y Latour de que un laboratorio puede ser concebido como una máquina productora de textos pero, sin la competencia técnica requerida para la comprensión de dichos textos, su sentido real queda fuera de nuestro alcance. Por eso, para acceder a la dimensión discursivo-textual de la actividad científica es necesaria la competencia lingüística propia de la tribu. Nada habremos avanzado si, tras concebir a la ciencia como una actividad productora de inscripciones literarias, dichas inscripciones son «chino» para nosotros como investigadores: ¿cómo interpretar entonces el sentido de la lógica práctica incorporada en tales inscripciones?

Y, en tercer lugar, como consecuencia de todo ello, el laboratorio ha de ser el último lugar visitado por el antropólogo: sus presupuestos iniciales han de permitirle obviar la negociación de su estatus con los nativos y la opción a la que tenía que enfrentarse en un principio—extranjero recién llegado o participante plenamente asimilado— deberá ser diluida. La negociación se dará indefectiblemente, pues su posición siempre estará suspendida entre la dualidad discursiva de su objeto, y aunque haya «aprendido», como científico estará sometido a los mismos impedimentos a que estaba sometido en cuanto antropólogo, sólo que ahora dicha negociación se producirá desde dentro, con el lenguaje de los nativos, no con el de su observador, restableciéndose el acto comunicativo propio de la actividad observacional.

Así pues, el antropólogo del conocimiento científico ha de partir de una concepción según la cual dicho conocimiento es una actividad, actividad vinculada a una lógica, eminentemente práctica, que conlleva la necesidad de un aprendizaje cuya racionalización, su reducción a la lógica representacional, es insuficiente. Dicha actividad, comprometida con el objetivo de desentrañar la naturaleza de lo real, forma parte de la realidad que es su objeto y ello la convierte constitutivamente en una actividad reflexiva; reflexividad sobre-añadida desde la perspectiva del observador que, analizando la ciencia, trata de desentrañar la naturaleza de dicha actividad mediante una actividad que pretende sea científica. Pero dicha reflexividad no comporta una especial conciencia por parte del observador, o una mayor meticulosidad a la hora de manejar las herramientas representacionales de las que se valga; supone que ha de resolver situaciones novedosas construyendo medios novedosos,⁸⁴ que no puede fijar un determinado protocolo de actuación con el que orientarse ni partir de algún modelo preestablecido, ha de «inventar» una práctica.

Nos encontramos aquí con la siguiente paradoja: la comunidad científica del laboratorio objeto de estudio se constituye como tal comunidad científica mediante un proceso generativo. Desde nuestra perspectiva, el resultado final, una comunidad científica, no puede aprehenderse como objeto si no se aprehende el proceso de su generación; siendo dicho proceso un proceso de adquisición, de aprendizaje, desde la perspectiva empírica de una aproximación (práctica) a las prácticas cotidianas, la aprehensión del objeto implica nuestra inclusión en el mismo: sólo se podrá conocer qué es una comunidad científica—un laboratorio—, concreta, determinada y localizada aprendiendo su aprendizaje. En contra de la concepción objetivista tradicional, nos encontramos aquí ya con la interpenetración entre sujeto y objeto de conocimiento, algo que no se da en el caso de *Laboratory Life*.

En el intento de procurar la comprensión de la lógica no explícita que configura el sentido del proceso de constitución del científico, la lógica inscrita en el *habitus* científico, el antropólogo abandona finalmente el mito del extranjero y se convierte en «nativo»; sin embargo, ya el mero hecho de la conciencia de su posición particular, junto con la intención de hacer explícito aquello que sólo de manera tácita e inconsciente contribuye a la formación, y posterior actualización práctica, de dicho *habitus*, lo sitúa en una extranjería interior; la reflexividad i-

⁸⁴ La necesidad de un replanteamiento radical está también expresada por Woolgar y Latour en *Laboratory Life*, pero se apunta para rechazar inmediatamente emprenderla como tarea: «...esta objeción [la objeción de que no han dicho por qué se resuelve una controversia o se estabiliza un enunciado] sólo tiene sentido en la medida en que se presupone que preexiste orden de algún tipo antes de que la ciencia lo «revele», o que resulta, de algún modo, de alguna otra cosa que no sea el desorden. Ese supuesto filosófico básico se ha cuestionado recientemente y (...) **pretendemos mostrar cómo se aclara la actividad del laboratorio si se modifica ese supuesto. Hacerlo completamente supondría ir más allá del dominio de las argumentaciones usuales en sociología de la ciencia y ciertamente más allá del alcance de esta monografía.** Por ello restringiremos nuestra discusión a otra descripción analógica del laboratorio» (Woolgar y Latour, 1986: 227, subr. nuestro).

herente a tal posición epistemológica es una reflexividad de segundo orden: la observación es en sí misma autoobservación debido precisamente a su carácter práctico y concreto.⁸⁵

Dada esta peculiar posición del investigador, se nos aparece una segunda paradoja: para él, la adquisición del conocimiento científico implica que sus representaciones del mundo son «traducciones», neutras, de la realidad—así es como las consideran los científicos—, en tanto que el ejercicio del conocimiento científico implica que sus representaciones son «construcciones» de la realidad—así es como el investigador las considera *a priori*—. El antropólogo del conocimiento científico ha de aceptar y rechazar simultáneamente la *Realidad* de la que habla dicho conocimiento; como sujeto / objeto de la investigación, debe convivir con esa ambivalencia (y no resolverla arbitrariamente en un determinado sentido, por ejemplo, el de *inscripción literaria*).⁸⁶

Aquí, como en cualquier investigación, la tarea consiste en construir un proyecto de conocimiento. Y sabemos que en esa tarea, parte del objeto se pierde inevitablemente en el intento de aprehenderlo: «La sociología es una actividad destructora del mundo (...). En el acto de describir el objeto comenzamos a destruirlo» (Lamo, 1990: 177-178).

⁸⁵ Esto significa, como mostraremos posteriormente, que la reflexividad de la investigación (una reflexividad *analítica*) no es más que la consecuencia inevitable de la reflexividad *constitutiva* de la práctica en la que se ha implicado; si nos declaramos reflexivos, no es para fundamentar una determinada interpretación (que se pretendería a sí misma «mejor» que una no reflexiva) de aquello que tratamos de comprender, sino para constatar que nos vemos condicionados en nuestra actividad práctica por la reflexividad que dicha actividad comporta.

⁸⁶ La centralidad otorgada a las inscripciones para la interpretación de la práctica científica ha seguido manteniéndose en numerosos estudios: Roth et. al. (2002, 1999) estudian la forma de interpretar gráficos que aplican los científicos y los estudiantes de disciplinas científicas; Beaulieu (2002, 2001) considera las representaciones del cerebro utilizadas por los investigadores como «conocimiento visual», así como los recursos electrónicos utilizados como productores de «objetividad digital»; Smith et. al. (2000) realizan un estudio de lo que ellos mismos denominan «investigación latouriana de las prácticas de inscripción»; Garrouste (1999) explora una filosofía alternativa del lenguaje para la interpretación de los modos de representación científicos; Helmreich (1998) analiza los textos producidos por los investigadores dedicados al estudio de algoritmo genético; Francoeur (1997) analiza los modelos moleculares utilizados en las prácticas químicas interpretándolos como una conjugación de representaciones gráficas y materiales; Sinding (1996) estudia los mecanismos literarios mediante los que se construyen nuevos conocimientos en Biología; Lewenstein (1995) estudia la variedad y heterogeneidad de inscripciones intercambiadas entre los científicos implicados en la investigación de la fusión fría.

III. [PARTICIPACIÓN:] EL APRENDIZAJE DE LA EC. DE SCHROEDINGER

III.1. El trabajo de campo: del laboratorio a la licenciatura en CC. Físicas

Sobre los presupuestos establecidos, se ha llevado a cabo una investigación empírica durante dos años participando como un alumno más, en igualdad de condiciones, en ese proceso de aprendizaje que el futuro físico adquiere en una Facultad de CC. Físicas. Durante esos dos años se ha asistido con regularidad a las distintas asignaturas que todo alumno ha de superar hasta completar el primer ciclo de la licenciatura.

No era posible abarcar en dos años el conjunto de asignaturas que un alumno recorre durante los tres primeros cursos de la licenciatura, de manera que se hubo de proceder a una selección de aquellas materias que más sentido tenía seguir con el fin de alcanzar unas mínimas bases conceptuales sobre los contenidos teóricos que se pretendía manejar. En un principio, no se había presentado la ESH como el punto de referencia central, sino en un sentido amplio, esa rama de la física surgida a principios del s. XX que, junto con la teoría de la relatividad, supuso una revolución en la teoría física que rompía con el paradigma newtoniano, que era la física cuántica.

Con este objetivo en mente, se trataba de abarcar en dos años la máxima cantidad de asignaturas posibles que un alumno recorre a lo largo de sus tres primeros cursos de licenciatura. Nos pareció evidente la necesidad de adquirir los fundamentos matemáticos necesarios para la comprensión de las asignaturas más avanzadas, de manera que todas las asignaturas de 1^{er}, 2^o y 3^{er} curso de contenido matemático debían entrar en la selección: álgebra lineal y geometría, análisis matemático I y II y métodos matemáticos de la física I y II.

Las asignaturas introductorias de Física General y Química también constituían materias que se consideró necesario seguir, pues su generalidad permitía obtener una visión de conjunto a la hora de seleccionar los aspectos concretos de más interés. Y por último, como materias propiamente físicas, Mecánica y Ondas y Mecánica Cuántica. De esta manera, a lo largo de los dos años de trabajo de campo, se asistió a todas las asignaturas de primer curso, tres de segundo y dos de tercero; en total, las nueve asignaturas que se detallan en la siguiente tabla.

En esta primera aproximación a la ESH se van a utilizar los materiales obtenidos en los apuntes y las distintas bibliografías sugeridas en los programas de las asignaturas a las que se asistió. El volumen total de este material sobre el que se trabajó, obviamente, es imposible trasvasarlo en integridad como parte constitutiva de este texto, así pues se ha tenido que proceder a una segunda selección.

En esta segunda selección se han aplicado los mismos criterios: tratar de aportar los fundamentos matemáticos necesarios para la comprensión de los conceptos físicos más básicos implicados en la ESH, al tiempo que hacer un recorrido sucinto por los conceptos mecánicos que son antecedentes, en el marco de la física newtoniana, de aquellos que se

aplican en la ecuación. También se han incluido materiales de Física Relativista, pues algunos de los conceptos dinámicos de la misma son casi imprescindibles para la comprensión de los análogos sobre los que se aplica la ESH.

	1 ^{er} año	2 ^o año
1 ^{er} curso	Física General (*) Química (*) Análisis Matemático I Álgebra lineal y geometría	
2 ^o curso	Mecánica y Ondas	Análisis Matemático II Métodos Matemáticos de la Física I
3 ^{er} curso		Mecánica Cuántica Métodos Matemáticos de la Física II

(*) En ambas asignaturas se impartía una hora semanal de «laboratorio»

El resultado de esa selección son un total de aproximadamente 200 páginas. En ellas se condensan los conceptos físicos y matemáticos implicados en la ESH, así como los fundamentos de los unos y los otros. Este material es **absolutamente necesario** para la plena comprensión de la interpretación que aquí se propone de la ecuación, pues constituyen el «arsenal» conceptual que se ha apropiado el alumno para llegar a entenderla; son las representaciones formales que resultan del proceso de aprendizaje y, en consecuencia, la materia prima sobre la que poder elaborar una interpretación de la ecuación que aplique las categorías analíticas que el propio proceso pone en juego. Para una comprensión intrínseca de dicho proceso vital que atienda a la reflexividad constitutiva de la práctica social que hemos recogido de las propuestas etnometodológicas, evitando la traducción a categorías analíticas incorporadas desde la cultura, incommensurable con la que del propio proceso surge, del analista, esas 200 páginas representan la síntesis formal de los esquemas interpretativos que se adquieren en tanto que miembro participante de dicho proceso de aprendizaje; son una síntesis condensada de la «cultura» nativa, del marco de referencia sobre el que los miembros de la tribu llevan a cabo sus operaciones de representación e interpretación (la síntesis particular a la que el investigador ha llegado en virtud de su plena integración en ese proceso de aprendizaje).

En cierta medida, esta exposición representa una especie de «manual personalizado», un punto de referencia en el que se incluyen los elementos conceptuales necesarios para una comprensión estrictamente física de la ecuación. Es evidente que no representa, ni mucho menos, el conjunto total de los conocimientos que se requieren para dicha comprensión y es, más bien, un índice condensado de los mismos. Se trata de reflejar, selectiva y condensadamente, las herramientas formales que se van adquiriendo en el proceso de aprendizaje que desemboca en la ecuación.

Nos parecía evidente que la inclusión del conjunto completo de ese material en el texto principal de la tesis era inviable, tanto por el volumen exagerado que así adquiriría dicho texto como, sobre todo, por las posibles dificultades de lectura que supondría para quienes no estén familiarizados con la cultura lógico-matemática de la ciencia física. De este modo, se ha optado por reducir dicho material en el texto principal a las 51 páginas que integran el apartado III.3.1; en ellas se recoge lo fundamental en términos conceptua-

les, junto con las formalizaciones físico-matemáticas estrictamente necesarias; el resto ha sido incluido en forma de apéndices, en los que se desarrolla y amplía de manera más técnica el contenido de dicho apartado.¹

Nuestros argumentos ulteriores tendrán por referencia este material, de forma que para su comprensión plena debería ser leído en integridad; no obstante, creemos que el lector que prescindiera de los apéndices podrá llegar a una comprensión adecuada de dichas argumentaciones, aunque en muchas ocasiones habrá de aceptar nuestras afirmaciones sin cuestionamiento posible a falta de la evidencia técnica en la que se apoyan. Animamos, en consecuencia, al lector, a enfrentarse a esas doscientas páginas: el esfuerzo que ello le suponga quedará ampliamente recompensado a la hora de la comprensión del conjunto total del presente trabajo.

A la hora de la reconstrucción formal del proceso vivencial que ha representado el estudio de campo, dada la imposibilidad de traducir la multidimensionalidad del mismo en forma de narración —todo texto es necesariamente lineal—, se ha procedido a una tripartición de dicho proceso: «participación» expresa la primacía de la implicación vital del investigador en ese proceso; en esta parte, en consecuencia, se incluyen los contenidos más propiamente físicos, científicos *sensu stricto*, de la investigación. «Observación» expresa la primacía del interés antropológico puesto en juego en el desarrollo de la investigación empírica; en esta parte, entonces, se procede a una reconsideración de los materiales expuestos en la precedente desde la óptica, ya no del sujeto plenamente participante en el proceso de aprendizaje, sino del científico social, del analista.

«Autobservación», por su parte, expresa el hecho de que las dos dimensiones precedentes son indisociables en tanto que vivencialmente son experimentadas de manera simultánea y, por tanto, alude a la dimensión reflexiva de la investigación; por lo tanto, en esta parte se trata de operar una especie de cortocircuito lógico, se trata de establecer un diálogo constructivo entre las dos partes precedentes, se pretende poner en evidencia que la particular posición del investigador, al tiempo participante y observador, al tiempo físico y sociólogo, implica la «emergencia» de una perspectiva *sui generis*, intrínsecamente incompatible tanto con una visión puramente física como con una puramente sociológica.

Lo autobservacional constituye la evidencia formal o analítica de la reflexividad constitutiva en la que nos hemos visto inmersos en tanto que sujetos participantes de un proceso de aprendizaje y evidencia que, a partir de ella, la propia investigación adquiere, a su vez, un carácter reflexivo. Pero dado que, como se verá, dicha reflexividad no es equiparable a la que ha sido aplicada en los estudios sociales de la ciencia, hemos optado por incorporar un concepto distinto que refleje, a nivel analítico, esa reflexividad constitutiva. La autobservación será, entonces, el fundamento metodológico que nos conduzca a la *transductividad* como interpretación formal del proceso mismo en el que dicha metodología ha sido aplicada vivencialmente.

¹ Al final de cada sub-apartado correspondiente se especifica a qué apéndice en particular remite el contenido del mismo y qué materiales son tratados en él.

III.2. Primera dimensión metodológica

La aproximación autobservacional debe ser entendida como la puesta en práctica de una metodología que cuestiona la división sujeto / objeto, tanto en el plano analítico como en el disciplinar. Retrospectivamente —ahora—, el proceso de investigación puede ser reconstruido teniendo en cuenta su perspectiva antropológica: el investigador se inserta en el proceso de constitución de un potencial objeto de estudio que sus premisas problematizan como tal objeto, esto es, participa de los mecanismos de producción. Se constituye simultáneamente en participante privilegiado,² en la medida en que su adquisición no es «neutral», pero su parcialidad queda puesta en paréntesis: no en el sentido tradicional de un distanciamiento tendente a la «objetividad», sino en la medida en que trata de equipararse a un participante.³

² La metodología autobservacional requiere la presencia de un «observador principal», un sujeto participe de la práctica colectiva que ulteriormente actualice de manera práctica (por ejemplo, mediante un relato textual) la dimensión observacional que compartió entonces como participante con el resto de «observadores». Esto apunta a la pluralidad observacional puesta en juego —multiplicidad derivada de la existencia de interacciones en las que participan sujetos cognoscentes—. Desde un punto de vista cibernético, Von Foerster (1981: 257) ha vinculado esta multiplicidad «existencial» con lo que podemos denominar un «principio de relatividad universal» de toda observación: las observaciones son relativas al punto de vista adoptado por un observador. En esta línea, Flores y Winograd (1989: 81) señalan que toda construcción de conocimiento está sujeta a la premisa de que las distinciones cognitivas son generadas por algún observador y son, en consecuencia, relativas a la naturaleza del mismo. En palabras de Maturana: «Un observador es un ser humano, una persona, un sistema vivo que puede hacer distinciones y especificar qué es capaz de distinguirse como una unidad (...) y es capaz de cooperar como si fuera externo a (distinto de) las circunstancias en las cuales el observador se encuentra a sí mismo. Todo lo que se diga se hace desde un observador a otro observador, que puede ser él mismo» (Maturana, 1978: 31). Podemos ilustrar esta relatividad observacional, derivada de una inscripción práctica en las interacciones que constituyen lo observado, con una cita de Von Foerster: «Asumamos por el momento que yo soy el hombre de éxito de negocios con sombrero hongo (...) y que yo insisto en que soy la única realidad, mientras que todo lo demás es sólo parte de mi imaginación. No puedo negar que en mi imaginación aparecerá gente, científicos, otro hombre de negocios con éxito, etcétera (...) Desde el momento en que encuentro a estas apariciones similares a mí en muchos aspectos, tengo que darles el derecho de que ellos mismo aseveren que son la única realidad y que todo lo demás es sólo una maquinación de su imaginación. Al mismo tiempo ellos no pueden negar que sus fantasías están pobladas por gente, ¡y uno de ellos puede ser yo, con sombrero hongo y todo lo demás! Con esto hemos cerrado el círculo de nuestra contradicción: si yo asumo que soy la única realidad, resulta que yo soy parte de la imaginación de algún otro que, a su vez, asume que él es la única realidad. Esta paradoja se resuelve fácilmente, por supuesto, postulando la realidad del mundo en el que alegremente florecemos» (Von Foerster, 1991: 43).

³ En la medida en que trata de «ponerse en la piel de las cosas» (Thom, 1991). Lejos de distanciamiento, supone acercamiento, «proximidad»: es necesario tener experiencia en/de algo para poder conocerlo: «...sin no es, tal y como estamos inclinados a creer, a través de ningún tipo de sensibilidad extraordinaria, y una capacidad innata para pensar, sentir y percibir como un nativo (una palabra, urge decir, que uso “en el estricto sentido del término”), ¿cómo es posible el conocimiento antropológico de la manera en que los nativos piensan, sienten y perciben?» (Geertz, 1983: 56). La respuesta de Geertz aplica la «distinción formulada por el psicoanalista Heinz Kohut entre los conceptos de experiencia-próxima y experiencia-distante» (Ibíd. 57), en virtud de la cual se podría llegar a alcanzar ese conocimiento mediante una experiencia-próxima, es decir, «una (experiencia) que alguien pudiera espontáneamente y sin esfuerzo utilizar para definir lo que él o sus personas próximas ven, sienten, piensan, imaginan, etc.» (Ibíd.). Una tal proximidad es la que hemos tratado de obtener en nuestra participación; y en esa medida, cabe entender la autobservación como una *arqueología vivencial*—la posibilidad de actualizar retrospectivamente, como observador, la precedente experiencia participativa se deriva de que dicha participación se «vivió» como una relación llena de contenido, una «relación nosotros realizada y llena de contenido» (Schütz, 1972: 195) (donde el «nosotros»

En esta primera dimensión metodológica se fundamenta la posibilidad de acceder al «artefacto» en igualdad de condiciones que los sujetos cuya competencia profesional viene garantizada (institucionalmente), precisamente, por ese acceso privilegiado.

La investigación, en tanto que proceso abierto, y la temporalidad inevitablemente secuencial, permiten diseccionar analíticamente lo que en su momento deben ser experiencias vividas: el investigador, a la vez participante y observador, a la vez alumno de físicas y científico social, a la vez actor de un proceso e intérprete del sentido⁴ de dicho proceso, está en condiciones de establecer fronteras estrictamente formales sobre su objeto, y delimitar con ello dicho objeto, en el momento en el que puede construir desde un *a posteriori* la narración textual de lo que ha sido / es la experiencia de investigación. La autoobservación, en este primer momento, es el presupuesto de trabajo según el cual se sabe— se ha estipulado así, a nivel metodológico, la investigación— que en un momento ulterior, diferido en el tiempo, la posición ambivalente del investigador permitirá que su perspectiva analítica sea la de un participante que está en condiciones de relatar su «participación» en un proceso desde una perspectiva externa al proceso (la de un observador), pero con las herramientas —heurísticas y materiales— que ha ido recabando internamente, en la vivencia del propio proceso relatado. La narración puede constituir una interpretación, un análisis, del proceso porque el proceso, en su momento, se ha vivido desde la inmediatez de la participación.⁵

remite a la pluralidad observacional inscrita en la participación que se ha señalado y de la cual surge un «observador principal» o «participante privilegiado» —privilegiado, claro está, desde su particular singularidad como observador—).

⁴ En términos autoobservacionales, podemos considerar que el «sentido» indicaría la actividad selectiva heterogénea que el sujeto aplicaría a la interpretación «creativa» (Varela, 1990: 109) de la complejidad que lo circunda, al tiempo que su atribución de aspectos genéticos, históricos, a aquello que es objeto de su interpretación (con lo que indicaría la premisa de que la temporalidad vivencial en la que se ancla participativamente esa aprehensión de sentido se inscribe en una dinámica temporal irreversible). Desde una perspectiva fenomenológica, Dávila, Delgado y Gutierrez (1992) han incidido en esa cuestión del sentido desde una perspectiva autoobservacional: diferencian entre significación subjetiva y significación objetiva; la primera conlleva una interpretación que necesariamente se refiere a una persona en particular, una persona de la cual el intérprete ha de tener alguna clase de experiencia, en tanto que la segunda supone una interpretación independiente de personas particulares. Así, mientras un significado objetivo presupone un observador, un significado subjetivo señala la existencia de un «actor», esto es, un intérprete que es o ha sido partícipe de los esquemas interpretativos de los observados; así pues, la autoobservación, tratando de aprehender el sentido, el significado subjetivo, ha de fundamentarse en una práctica próxima.

⁵ Pero, en cualquier caso, la narración *no* es el proceso (es una parte de él, en el sentido de que se inscribe en la procesualidad de la investigación, pero no es más que la representación de lo que en su momento fue, como proceso, la participación). Aubenque (1999) señala cómo no se puede equiparar una concepción silogística de la acción con la acción en sí: «En el silogismo práctico, una vez establecidas las dos premisas, la conclusión es inmediata; por el contrario, la elección va precedida de una larga *deliberación* (...) el silogismo práctico es sólo la reconstrucción abstracta del acto terminal de la decisión (...) el silogismo expresa en términos de causalidad *formal* lo que el análisis de la deliberación y de la acción describe en términos de *eficiencia* (...) la causalidad formal se *conoce*, mientras que la causalidad eficiente se *ejerce*» (Aubenque, 1999: 160). La vivencia constituye una acción práctica que puede reconstruirse formal o textualmente, pero la formalidad o el texto dejarán siempre de lado la eficiencia inscrita en la ejecución práctica, una práctica *deliberativa* (una práctica reflexiva, una acción / cognición). Consideraremos más adelante la noción aristotélica de la prudencia que trata en este texto Aubenque en relación con nuestra propuesta transductiva.

La procesualidad del objeto sólo puede ser recortada analíticamente cuando la investigación, a su vez inscrita en su particularidad procesual, determine su cierre temporal.⁶ La materialidad de una experiencia «real», vivida como real y experimentada participativamente, hace posible, por su propia naturaleza y en virtud de las premisas de partida, la reconstrucción formal de dicha experiencia como una investigación: sólo en la reconstrucción, en el *a posteriori*, se constituyen, analíticamente un objeto, un sujeto y un (doble) proceso.⁷

Durante todo el transcurso de la investigación empírica, la asistencia a clases fue la actividad cotidiana. Dicha asistencia compartía la misma vivencia e intereses que los de cualquier alumno de licenciatura. El objetivo primero era «aprender» los contenidos de las distintas materias impartidas en las asignaturas. Y de este modo, en total equiparación con los demás alumnos, se iban acumulando los apuntes pertinentes, se consultaban las bibliografías recomendadas y se hacían los ejercicios correspondientes —esto último, todo hay que decirlo, con bastante peor resultado del esperado⁸—. Esto es, la dimensión participativa de la investigación empírica equiparaba, en términos de proceso vivencial, al investigador con los sujetos que constituían el soporte humano de su objeto de estudio: él, al igual que ellos, se inscribía de pleno en ese proceso de «hacerse científico».

No obstante, una diferencia fundamental separaba al investigador de los sujetos con los que compartía ese proceso vivencial. En el horizonte de sus intenciones estaba presente el objetivo último de la investigación, el objetivo de dar un sentido a dicho proceso vivencial, que en la práctica se estaba llevando a cabo con plena dedicación. Esto implicaba una disociación de difícil resolución en términos formales: ¿se puede ser y no ser al mismo tiempo un alumno más entre todos, sabiendo que el proceso vivencial implica, para

⁶ El cierre analítico nos señala también la apuntada irreversibilidad temporal en la que se inscribe el proceso práctico de la investigación. Los sujetos cognoscentes son sujetos históricos de una experiencia cognitiva. La asunción de tal irreversibilidad tiene consecuencias fundamentales para la metodología autobservacional: de ella deduce Von Foerster que nuestras capacidades cognitivas son «procesos infinitamente recursivos de computación (de descripciones de la realidad)» (Von Foerster, 1981: 296), en virtud de las cuales, esa historicidad irreversible del entorno en el que actuamos «tal y como lo percibimos es nuestra invención» (Ibíd.: 288), lo cual le conduce a un «Imperativo estético: si deseas ver (conocer), aprende cómo actuar» (Ibíd.: 308), pues la cognición en abstracto no puede dar el «salto» intemporal que nos garantice su efectividad en un entorno temporal irreversible. Varela incluye en su definición de conocimiento explícitamente esta historicidad irreversible, junto con la indisociabilidad de la práctica en la que nuestro conocer se genera: conocer implica una «acción efectiva: historia del acoplamiento estructural que enactúa (hace emerger) un mundo» (Varela, 1990: 109). En última instancia, como momento posterior, la representación nunca podrá coincidir con la práctica previa en la que se inscribió efectivamente el conocimiento que trata de reflejar

⁷ Ineludiblemente, esta materialidad encarnada del proceso práctico sobre el que operamos ahora esta reconstrucción textual nos lleva a constatar la tesis marxiana de la primacía de «existencia» sobre la «conciencia» (Marx, 1970): «La primera premisa de toda historia humana es, naturalmente, la existencia de individuos humanos vivientes (...) Lo que los individuos son depende (...) de las condiciones materiales de su producción (...) Los hombres son los productores de sus representaciones, de sus ideas (...) La conciencia no puede ser nunca otra cosa que el ser consciente, y el ser de los hombres es su proceso de vida real» (Marx, 1974: 19-20, 26). Sobre esta premisa material de la existencia, la noción de *praxis* establece una enorme afinidad entre el planteamiento marxiano y la aquí defendida como reflexividad social constitutiva.

⁸ Más adelante se abundará en esta dificultad evidente de traducir en términos prácticos los contenidos teóricos que se iban asimilando. Si la vivencia fue en sí misma frustrante, retrospectivamente se ha encontrado significativo, y significativo en apoyo de la tesis aquí propuesta, esta incapacidad.

el investigador, una tarea paralela de recopilación de «datos», cuyo objetivo ya no es parte de dicho proceso vivencial? La respuesta es una respuesta pragmática: sí, se *pudo*.

Se hubo de convivir durante dos años con la ambivalencia inscrita en esa disociación, y la prueba práctica de que esa dualidad era, no sólo posible, sino productiva, es que en las relaciones informales no había ningún problema de comunicación, ninguna dificultad en inscribirse en las preocupaciones, intereses y preferencias de los que por entonces eran sus compañeros de clase.⁹

III.2.i. Cuestionamiento de la frontera sujeto / objeto

Esa disociación supone la fractura del sujeto de conocimiento. En términos prácticos representaba una situación de tensión entre los intereses inmediatos, aprender física, y los mediatos, acumular información relevante para la ulterior reinterpretación de ese proceso de aprendizaje. En términos teóricos, significaba la imposibilidad de instalarse en el punto de vista de una perspectiva objetivista. Esa fractura vivencial se traduce, a nivel epistemológico, en la interpenetración del sujeto y el objeto de la investigación: el proceso práctico de la investigación comporta una dimensión empírica en la que el objeto último de la misma, la actividad científica, no está todavía constituido—el objeto *práctico* de la investigación no coincide con su objeto *teórico*—, puesto que es precisamente su proceso de constitución lo que busca analizar; simultáneamente, dada esa dimensión práctica y participativa de la investigación, el propio sujeto de la investigación, al inscribirse en esa práctica vivencial, está en proceso de transformarse en aquello que es su objeto último, es decir, un sujeto que habrá adquirido las aptitudes, competencia y legitimidad propias de quienes desempeñan en el laboratorio la actividad científica.

Quiere esto decir que la perspectiva metodológica que aquí se propone no es una perspectiva decidida *a priori*, un punto de partida que determina el sentido que la investigación ha de tomar. Al contrario, dicha perspectiva es la resultante, precisamente, de la peculiaridad del objeto de estudio, un objeto que es una actividad, una actividad que la desempeñan unos sujetos y que es prerrequisito y fundamento de otra actividad. Y la perspectiva metodológica propuesta no es otra que la de la autoobservación.

Por autoobservación entendemos la dinámica en la cual un sujeto de conocimiento se define como tal en virtud de su indisociabilidad respecto de aquello que constituye su objeto de estudio;¹⁰ un sujeto que entiende su tarea de conocer como una tarea en la que, en

⁹ En apoyo de lo cual cabe decir que el investigador prestó a algunos de aquellos compañeros, a requerimiento de ellos, los apuntes que tomó en la asignatura de Mecánica Cuántica (3er curso). Significa esto, en primer lugar, que se compartía esa práctica común que es el intercambio de apuntes, pero sobre todo, y más significativamente, que aquellos sujetos que participaban de ese proceso de aprendizaje consideraban las capacidades del investigador como dignas de crédito.

¹⁰ Un sujeto «a la vez perturbado y perturbador. Está perturbado por su punto de observación (...) también perturbado por la presión de la sociedad, que actúa sobre él sin que él se dé cuenta (...) Al mismo tiempo, es perturbador por el propio acto de su conocimiento que interviene en la situación del fenómeno observado» (Morin, 1995: 29). Un sujeto que ya no puede corresponderse con la categoría «sujeto» propia de la epistemología clásica, una categoría que, siendo fundamento de la presunta objetividad del conocimiento producido, ella misma, lejos de la objetividad sería un constructo metafísico: «¿Qué era, entonces, el

última instancia, el conocimiento producido revierte sobre sí mismo, pues todo conocimiento implica una acción práctica sobre lo conocido, acción que supone una modificación de ese objeto, la inscripción en él de la acción cognitiva del sujeto, y en consecuencia, la imposibilidad de trazar nunca una frontera entre ambos, sujeto y objeto.¹¹

Entendemos que esta posición es congruente con las premisas planteadas: el conocimiento es una actividad —en particular, el conocimiento científico, tomado de partida como objeto de investigación—, y la pretensión de la presente investigación es adquirir conocimiento acerca del conocimiento científico, lo que significa una actividad enfrentada a otra actividad. Conocimiento del conocimiento. Es inmediata la puesta en evidencia de una dimensión recursiva en esta tarea.

Tratar de entender la actividad científica como fundamento del conocimiento científico es una tarea que se pretende a sí misma conocimiento científico. Producir conocimiento acerca del conocimiento científico es, en consecuencia, producir conocimiento acerca de ese mismo intento de conocimiento-del-conocimiento-científico. Se trata de un acto autorreferente.¹²

concepto de sujeto? Era un concepto inasimilable por el conocimiento científico puesto que era metafísico, trascendental, y puesto que nacía de un tipo de conocimiento que no tenía los criterios objetivos de verificabilidad y de observabilidad propios del conocimiento científico» (Ibíd.).

¹¹ Una implicación inmediata de esta caracterización metodológica de la autoobservación (implicación reflexiva, en términos de los contenidos que aquí se tratan) es la aceptación del principio de incertidumbre como condición de toda observación: «Las observaciones afectan a lo observado hasta anular la predicción del observador (esto es, su incertidumbre es absoluta: Heisenberg)» (Von Foerster, 1981: 257). Jesús Ibáñez ha señalado la traducción formal de este principio de incertidumbre en términos lógicos (Gödel) y en términos prácticos (Heisenberg) (Ibáñez 1990b), al tiempo que ha considerado cómo las dos grandes físicas han reducido hacia uno de los polos en disolución de la dualidad sujeto / objeto dicha indeterminación metodológica: la física relativista implica un «arrastre» del sujeto por parte del objeto (el polo objeto prima en la determinación de la incertidumbre), mientras que la física cuántica supone una «perturbación» del objeto por parte del sujeto (Ibáñez, 1990c); en cualquier caso, la dualidad sujeto / objeto se codetermina mutuamente. Operativamente, la traducción de esta indeterminación sería «conocer es hacer», lo cual nos sitúa, nuevamente por las implicaciones prácticas derivadas de todo acto de observación, en la irreversibilidad temporal en la que se inscribe la observación.

¹² La autorreferencia sería, según algunos autores (Ashmore, 1989; Ramos, 1993) una de las posibles manifestaciones de la reflexividad, pero no la única: auto-consciente, auto-referente y constitutiva serían las tres formas bajo las que se manifestaría toda acción reflexiva. La primera implica un sujeto que toma conciencia del carácter reflexivo de sus acciones; la segunda supone un agente (no necesariamente un sujeto individual) que actúe sobre sí mismo y de modo recursivo tomando en consideración las consecuencias de sus acciones; la tercera expresaría que, al margen de la conciencia del actor o de la reversión de sus acciones sobre sí mismo, la realidad en la que se desenvuelve está constituida como tal por las definiciones de la situación que éste tiene. Estos intentos de categorización rigurosa de la reflexividad pretenden evitar la confusión entre los aspectos que ésta implica, en última instancia, para evitar una transposición de lo reflexivo en emergencia de una «posición-sujeto» de conocimiento aún más férrea que la que suponía la epistemología no reflexiva (García Selgas, 1999). Entendemos que la inmediatez práctica de la reflexividad supone, de hecho, la mezcla indisociable de esas tres caracterizaciones de la misma señaladas, y que toda disociación sería un ejercicio analítico que separaría lo que de por sí no está disociado: toda acción (social) constitutivamente reflexiva supone auto-conciencia, por la implicación de un sujeto cognoscente y autorreferente, por la reversión de la acción sobre dicho sujeto. La autoobservación tan sólo evidencia, como metodología, esa reflexividad constitutiva, autoconsciente y autorreferente.

No obstante, repetimos, esta dimensión autorreferencial de la investigación no es una premisa teórica de partida. Es la consecuencia inevitable de las condiciones desde las que se plantea la realización práctica de la investigación. Tenemos, como producto de la propia práctica de la investigación, un «sujeto en proceso»,¹³ un sujeto que se constituye en sujeto de conocimiento por la propia práctica de su interpenetración con aquello que de partida toma como su objeto de estudio, objeto que a su vez se constituye —no en un sentido ontológico, sino desde la perspectiva epistemológica que lo define como tal— como resultado de su interpenetración con el sujeto que aspira a su conocimiento. Desde la perspectiva propuesta, en definitiva, es imposible establecer una frontera entre sujeto y objeto.

Apelando a la dimensión empírica de la investigación, la imposibilidad de trazar esa frontera se materializa en el hecho ya señalado: la imposibilidad de trazar una frontera entre el investigador en tanto que tal y el investigador en tanto que un sujeto más de aquellos que constituyen su objeto inmediato de estudio. Es una dualidad constitutiva de la propia práctica de la investigación.

Ahora bien, la investigación no culmina con el trabajo de campo. Una vez éste ha concluido es necesario «traducir» dicho proceso vivencial en términos formales. El fundamento del conocimiento que se pueda producir como resultado de esa formalización es la actividad desarrollada durante el trabajo de campo pero, al igual que se ha señalado para el conocimiento científico, esa actividad concluye con unos resultados, con un producto, con una transcripción simbólica que es el punto de llegada del proceso —concluye con esta narración textual que trata de atribuir un significado a la ESH—. ¹⁴ ¿En qué sentido defendemos la necesidad de una perspectiva autoobservacional?

Nuevamente, reproduciendo la dualidad inscrita en el proceso práctico de la investigación, entendemos que esta perspectiva es necesaria por una doble razón. En primer lugar, es necesaria para conjugar de manera práctica esa fractura que constituye al investigador como sujeto en proceso: el investigador ha de participar del proceso de aprendizaje que constituye su objeto de estudio inmediato, pero ha de distanciarse de él sabiendo de esa necesidad ulterior de formalización. Prácticamente, la autoobservación es necesaria porque la actividad práctica que constituye la dimensión empírica de la investigación es, tanto el fundamento del conocimiento que adquiere el futuro físico como el fundamento del conocimiento que producirá la propia investigación. Autoobservación aquí significa convivir cotidianamente durante dos años con la imposibilidad lógica de ser un sujeto ingenuo a la vez que un sujeto cognoscente (al tiempo científico en formación —y nada más— y observador práctico de sí mismo como tal). Imposibilidad lógica porque

¹³ Sujeto en proceso propuesto por Ibáñez y que apunta hacia una metodología auto-transformadora o «transductiva»: «El camino transductivo es una (re)construcción permanente del método o meta camino a lo largo del camino, por un sujeto en proceso que sigue al ser en su génesis, en su incesante producción de nuevas estructuras» (Ibáñez, 1985: 264).

¹⁴ Una vez explorado el territorio, habrá que construir el mapa, pero el mapa no es el territorio, el territorio no aparece nunca; de hecho, lo único que pasa del territorio al mapa es la «diferencia»; siempre manejamos representaciones de representaciones: «El proceso de la representación siempre lo filtrará, excluyéndolo, de manera que el mundo mental es sólo mapas de mapas de mapas, al infinito. Todos los fenómenos son, literalmente, “apariencias”» (Bateson, 1985: 485). Construimos mundos en lugar de reflejarlos (Varela, 1990: 108), nuestros mapas resultan de nuestra interpretación, que es una «actividad circular que eslabona la acción y el conocimiento, al conocedor y lo conocido, en un círculo indisociable» (Ibíd.: 90)

vador práctico de sí mismo como tal). Imposibilidad lógica porque «saber» y «no saber» son posibilidades lógicamente incompatibles.¹⁵

Cuando algo es, a la vez, necesario e imposible, ha llegado el momento de inventar (Ibáñez, 1994):¹⁶ la autoobservación es nuestro intento de invención para la resolución de un doble problema, el de la fractura del sujeto investigador —con su correlato: la interpenetración e indisociabilidad sujeto / objeto—, por un lado; el de la formalización de un proceso vivencial, en sí mismo no formalizable, por otro. Un problema lógico, el primero, que afecta a dimensión empírica de la investigación; un problema analítico, el segundo, que remite a su dimensión teórica. Ambos, en cualquier caso, derivaciones de un punto de vista objetivista, y que desde la óptica de la presente investigación no constituyen problemas: únicamente evidencian la necesidad de una perspectiva que se desembarace de los lastres heredados relativos al modo «correcto» de producir conocimiento relevante.

III.2.ii. Equiparación entre investigador e investigados

La autoobservación, pues, constituye nuestra principal herramienta metodológica: implica un procedimiento que pone en cuestión las premisas tradicionales relativas a la consideración del sujeto de conocimiento como un sujeto transcendente, neutro y puro, así como a los modos adecuados de representación que han de aceptarse como válidos para dar cuenta de la acción de ese sujeto sobre el mundo. Conocer y conocerse son una y la misma acción, práctica, resultado de la interrelación con nuestro objeto de conocimiento; una interrelación en la que se opera una alteración mutua de sujeto y objeto.

Y precisamente es esta dimensión reflexiva y autorreferencial que comporta la autoobservación la que nos va a permitir romper con esa asimetría señalada al principio que se refiere al diferente estatuto otorgado *a priori* al científico social y al científico natural, en función del tipo de conocimiento que cada cual produce.

En su dimensión empírica, la quiebra de esa frontera se manifiesta de manera inmediata por el hecho de que el investigador ha compartido con el resto de alumnos de licenciatura que eran sus compañeros ese proceso vivencial de aprendizaje durante dos años en completa igualdad de condiciones. Investigador e investigados participaban de la misma actividad sin necesidad de negociación alguna *a priori* sobre el estatus respectivo. Es

¹⁵ Simmel (1988) nos muestra cómo imposibilidad lógica y posibilidad psicológica son perfecta y comúnmente compatibles: «Puede suceder incluso que en círculos enteros de una amplia sociedad se ponga de moda ir contra la moda, lo que constituye una de las más singulares complicaciones psicológicas sociales (...) Una asociación de los enemigos de toda asociación no sería más lógicamente imposible ni psicológicamente más posible» (Simmel, 1988: 40) (se puede ser y no ser al mismo tiempo partidario de las asociaciones). No es de extrañar que Simmel coincida en concebir, al igual que aquí se hace, la *dualidad* como constituyente real de la vivencia: «...se manifiesta precisamente en su dualismo la unidad de la vida integral (...) No es posible describir directamente este dualismo; sólo cabe hacerlo a partir de las contraposiciones aisladas que son típicas de nuestra existencia y que son percibidas como su forma última y configuradora» (Ibíd.: 26-27).

¹⁶ «Cuando algo es necesario e imposible (dentro de los límites marcados por la ley que lo funda y distribuye sus lugares) es precisa la subversión imaginaria: imaginaria, porque sólo imaginariamente es posible ir más allá de los límites» (Ibáñez, 1994: 54-55, n. 27).

fundamental este aspecto: para poder llevar a cabo su trabajo de campo, el investigador no hubo de hacer declaración de principios alguna a nadie; simplemente tuvo que coger sus bártulos e irse a clase con los que iban a ser, a la vez, sus compañeros y su objeto de estudio.

Científicos en formación, y en consecuencia un objeto de estudio aún no plenamente constituido, si nos referimos al objeto último de la investigación, el conocimiento científico en tanto que actividad, esos sujetos no pretendían ser los portadores del conocimiento por excelencia; todavía estaban en camino de adquirir el privilegio de ostentar ese estatuto.

Pero además, puesto que esa investigación empírica consistía en la implicación vivencial en la práctica que ellos mismos llevaban a cabo, al investigador no le era en absoluto necesario presentarse como tal, poner en evidencia su posición de «extranjería», reclamar su lugar en el mundo: le bastaba con ir a clase todos los días y hacer lo mismo que sus compañeros hacían. Su «hacer» como investigador era exactamente el mismo que el de sus compañeros / científicos-en-formación / objeto-material-de-estudio.

Es decir: las condiciones prácticas de la investigación hacían que las posiciones relativas de investigador e investigados fuesen radicalmente distintas que las que se dan en los estudios antropológicos de laboratorio: sujeto y objeto se hayan en proceso de constitución, vinculados por una y la misma práctica cotidiana. No tiene sentido a lguno negociar de antemano qué estatuto es atribuible a cada cual. Ni unos ni otro pretenden ser nada distinto de aquello que son en virtud del proceso vivencial que comparten.

En un punto intermedio entre la dimensión empírica y la teórica de la investigación, también se manifiesta la potencialidad de la autoobservación como método para la ruptura de esa frontera asimétrica entre científicos naturales y científico social: a la hora de la recopilación de los materiales que componen la parte en la que se recogen los contenidos más «técnicos», más propiamente físicos de la ESH, se ha evidenciado que esos dos años de implicación en el proceso de aprendizaje han cumplido la función instrumental que se pretendía: el investigador había asimilado una parte suficiente de la competencia propia del científico natural como para poder establecer una comunicación simétrica con él sobre los contenidos científicos que manejaba.

Las ulteriores interpretaciones de dichos materiales sustentadas por la perspectiva autoobservacional han sido producto de un conocimiento compartido por el investigador con los científicos naturales que son su objeto de estudio. Esas interpretaciones o reinterpretaciones de dichos materiales que, en última instancia, apuntan a una visión de la ESH que no coincide con la que sus usuarios tienen de ella, remiten a la vertiente teórica en la que la autoobservación se manifiesta como herramienta para la ruptura de la asimetría señalada.

[«Sí: aquí dice que es un pato; tiene aspecto de pato; si lo escucho dice «cua»... a mí no me lo parece, no veo un pato... pero seguramente sea de verdad un pato»

Este era el contundente argumento que en su día me diera J.M.D. para expresar que cierta solicitud de financiación tenía altas posibilidades de ser aceptada pese a que la única justificación «real» para la misma era lo que se decía en el impreso de solicitud: el impreso remitía a fundamentos reales que supuestamente lo respaldaban, y que de hecho no existían; el impreso decía «cua», luego debía haber algún pato en algún sitio...]

El investigador, tras sus dos años de trabajo de campo operó un deslizamiento en la posición que le debería corresponder de aceptar la existencia de tal frontera asimétrica: no se trasladó de uno a otro lado de ella, como muchos pudieran deducir de los argumentos hasta ahora expuestos; no abandonó su extranjería para hacerse plenamente nativo, no pretendió «elevar» su estatus, en tanto que sujeto de conocimiento, desde el ámbito de las ciencias sociales al de las ciencias naturales. No: el investigador se situó, precisamente, en el punto fronterizo, en una posición singular, perteneciente a ambos ámbitos de competencia y, por consiguiente, a ninguno de ellos en particular. El investigador decidió adoptar esa posición fronteriza para evidenciar que la frontera no existe—lo único que existe es la aceptación generalizada de su existencia, una aceptación que es el resultado histórico de la evolución cultural en la que nos ha tocado en suerte participar; queremos creer en la existencia de un mundo objetivo fracturado en ámbitos diversos cada uno de los cuales debe ser reservado para su comprensión y análisis al «experto» competente—.

La autoobservación implica la fractura existencial del sujeto investigador; implica la quiebra de las premisas cognitivas objetivistas; implica la irreversibilidad del proceso vital de conocer y, en consecuencia, la imposibilidad de una reconstrucción formal del mismo que sea fiel a su naturaleza constitutiva; implica la dualidad intrínseca de todo acto de conocimiento en tanto que actividad—ser lo que se es y entenderse «siendo»; entenderse siendo para, entonces, ya no ser lo que se es por ese acto reflexivo; acceder a un objeto para su conocimiento y descubrir que ese acceso que nos procura el conocimiento ha operado una alteración en él y en nosotros mismos; conocer y actuar... actuar para conocer—.

Esa puesta en cuestión, empírica y teórica, de nuestras premisas clásicas de conocimiento que supone la autoobservación conduce a la construcción de un conocimiento acerca de la ESH en el que no tiene cabida asimetría alguna entre científico social y científico natural, porque es un conocimiento fronterizo, un conocimiento instalado «fuera» de los patrones jerárquicos que dictaminan dicha asimetría. Vayamos erigiendo ya, pues, los primeros pilares de esa singularidad fronteriza.

III.3. Reconstrucción del artefacto

III,3.i. ¿Cómo se hace de una ecuación un «hecho estabilizado»?¹⁷

Conocemos ya la expresión matemática de la ESH, una expresión matemática determinada de la misma, no la única. Se trata de su formulación en las coordenadas cartesianas posición / tiempo. Recordémosla; la ESH de un sistema físico caracterizado por una f.o. asociada y y sometida a la acción de un potencial V obedece a la expresión:

¹⁷ Un «hecho estabilizado», según Latour (1992) es el resultado de una controversia científica: mediante la adhesión de un número de aliados suficiente en el entramado reticular heterogéneo que constituiría la dinámica científica, determinada afirmación (por ejemplo, una ecuación) logra estabilizarse como definición de la realidad, como «hecho» tras vencer a sus posibles rivales; dicha afirmación pasa a convertirse en «representante» (Latour, 1991) objetivo del mundo natural.

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(\vec{r}; t) = V(\vec{r}; t) \psi(\vec{r}; t) - \frac{\hbar^2}{2m} \Delta \psi(\vec{r}; t)$$

¿Cómo se «lee» esta ecuación? Quien no esté familiarizado, bastante familiarizado, con el lenguaje matemático, es probable que frente a esta expresión se encuentre en la misma posición que un neófito ante un jeroglífico egipcio, por poner un ejemplo. Podemos considerar la pregunta, entonces, desde esta presunción y detenernos en primer lugar en los «símbolos» que contiene dicha expresión de la ESH. Pero para ello vamos a transformarla un poco.

De los elementos matemáticos que contiene la ecuación, dos de ellos son funciones: $\psi(\vec{r}, t)$ y $V(\vec{r}, t)$, funciones de dos variables. Esto lo sabemos, precisamente, por los paréntesis que las acompañan, cuyo objeto no es otro que éste de especificar las variables de las cuales dependen dichas funciones. Teniendo esto en cuenta y si omitimos dicha especificación, la ecuación podría ser re-escrita de la siguiente forma:

$$\frac{\partial}{\partial t} \psi = \frac{1}{i\hbar} \left(V \psi - \frac{\hbar^2}{2m} \Delta \psi \right) \quad (1)$$

La única operación matemática que se ha empleado para transformar la ecuación ha sido la división: se ha dividido ambos miembros de la igualdad por el factor constante “ $i\hbar$ ”. Podemos entonces comenzar por el primero de los signos que cabe suponer represente un obstáculo para un «lector» no familiarizado:

$$\frac{\partial}{\partial t} \equiv \text{derivación parcial respecto del tiempo}^{18}$$

Este símbolo nos está indicando una operación matemática, la derivación parcial, y su colocación en la ecuación determina cuál es el elemento sobre el que hay que efectuar dicha operación: la función ψ . Pero podemos obtener una interpretación distinta si consideramos la operación y el operando en conjunto:

$$\frac{\partial}{\partial t} \psi \equiv \text{derivada parcial de } \psi \text{ respecto del tiempo}$$

¹⁸ El símbolo “ \equiv ” expresa una identidad entre dos términos que es resultado de una definición; también suele ser traducido como «idénticamente igual a». Hay una clara diferencia con el símbolo tradicional de la identidad, “=”, pues éste último se aplica en cadenas de razonamientos en los que los términos que relaciona son iguales como resultado de la aplicación de reglas, instrucciones, operaciones, etc., que ya han sido definidos previamente; así: “ $2+2=4$ ” es una identidad en tanto que se apoya en una definición de la operación «suma», así como de los números sobre los cuales se aplica (en este caso, podemos suponer que “2”, “4” pertenecen al conjunto de los números reales, y así la relación que entre ellos establece la operación suma en la expresión anterior es correcta: la identidad es un resultado que se deriva directamente de las propiedades de la operación “+” y de las del conjunto de los números reales).

Este símbolo, agregación de otros dos, nos indica ahora *una función*; pero no sólo eso sino que simultáneamente especifica la operación mediante la cual dicha función se obtiene, así como la función original de la que se debe partir. Podemos darle un nombre a esta función *derivada*, y simplificar así la expresión de la ecuación todavía más:

$$\frac{d}{dt}\mathbf{y} \equiv \mathbf{y}' \rightarrow \mathbf{y}' = \frac{1}{i\hbar} \left(V\mathbf{y} - \frac{\hbar^2}{2m} \Delta \mathbf{y} \right)$$

El siguiente símbolo que aparece en (I) es "=", el usual de la igualdad o identidad matemática entre dos términos y es de esperar que no supondrá dificultad alguna para un lector avezado. Pero quizá la cosa se complique con lo que sigue a continuación:

$$\frac{1}{i\hbar} \equiv \text{inverso del producto de la unidad imaginaria por una constante real}$$

«Inverso» nos está indicando que una fracción con numerador unitario puede ser entendida como «lo contrario» de multiplicar. Presupongamos que esto tampoco entraña mayor dificultad y que un número fraccionario es más o menos accesible a cualquier lector. Lo que nos preocupa es, precisamente, el denominador de dicha fracción, el factor "*iħ*".

La "*ħ*" es un número, una magnitud, que se conoce como *Constante de Planck*, relacionada con la *h* de Planck que ya ha sido mencionada, y cuyo valor explícito es:

$$\hbar \equiv \frac{h}{2\pi} = 1,0545 \times 10^{-34} \text{ (en unidades del Sist. Internacional)}$$

Que este valor numérico venga dado en función de un sistema métrico, el sistema internacional de medida, quiere decir que no se trata de un número abstracto, puramente matemático, sino que es una magnitud física; si se quiere, es la «medida» de algo de naturaleza física. Lo fundamental por el momento es que se trata de una «constante»; esto es, que su valor es fijo en cualesquiera circunstancias en las cuales podamos considerar aquello que mida.

La "*i*" es la anteriormente mencionada *unidad imaginaria*, y al contrario que la constante de Planck, sí que es una magnitud matemática pura, es un número abstracto. Cuando aparecen números imaginarios en una expresión matemática, y si ésta es matemáticamente correcta, ello nos está indicando que el tipo de objetos, entidades o como se le quiera llamar, de los que trata dicha expresión pertenecen al conjunto de los denominados *números complejos*. La "*i*" que tenemos en la ESH, por lo tanto, es el análogo del "1" de los números reales para este otro conjunto de números, los imaginarios, y su naturaleza matemática es equivalente; esto es, se trata pura y simplemente de un «número», sólo que con unas propiedades notoriamente distintas que aquéllas que poseen los números a los que un lector no especializado está acostumbrado: los números *reales*.¹⁹

¹⁹ Cuando previamente se ha especificado que la constante de Planck es una *constante real* era para remarcar que aunque el conjunto de números sobre los que está definida la ESH es el de los complejos, dicha constante pertenece al habitual de los números reales: los números reales son un *subconjunto* del conjunto de los números complejos.

Podemos también dar un nombre a este segundo símbolo que nos encontramos en la ESH, y simplificarla todavía un poco más:

$$\frac{1}{i\hbar} \equiv C_1 \rightarrow \mathbf{y}_t = C_1 \left(V\mathbf{y} - \frac{\hbar^2}{2m} \Delta\mathbf{y} \right)$$

Pasemos de momento por alto las funciones V y \mathbf{y} , que nos aparecen a continuación, y vayamos con lo que sigue:

$$\frac{\hbar^2}{2m} \equiv \text{el cuadrado de la constante de Planck} \\ \text{dividido por el doble de la masa}$$

Ya hemos visto la constante de Planck; lo que merece aquí atención es esa «masa» que en la ecuación viene representada por la letra “ m ”. Vuelve a tratarse de una magnitud o número de carácter físico: llevará también asociadas unas unidades de medida; pero al contrario de lo que sucede con la constante de Planck, esta masa no es una constante *universal*. Dependiendo del tipo del sistema físico concreto que se esté considerando, dicha masa tomará distintos valores; se trata por lo tanto de una magnitud física, numérica, que representa una *propiedad del sistema considerado*. Además, y aunque lo usual—al menos en los procesos físicos que trata la mecánica clásica— es que la masa de un sistema permanezca *constante*, esto no es necesariamente cierto: la masa, como propiedad física de un sistema, puede ser una magnitud variable. Supongamos, no obstante, que no es éste el caso: podemos nuevamente asignar un nombre a este elemento de la ecuación:

$$\frac{\hbar^2}{2m} \equiv C_2 \rightarrow \mathbf{y}_t = C_1 (V\mathbf{y} - C_2 \Delta\mathbf{y})$$

Llegamos así al siguiente de los símbolos posiblemente desconocidos para el lector no acostumbrado a tratar con ecuaciones diferenciales:

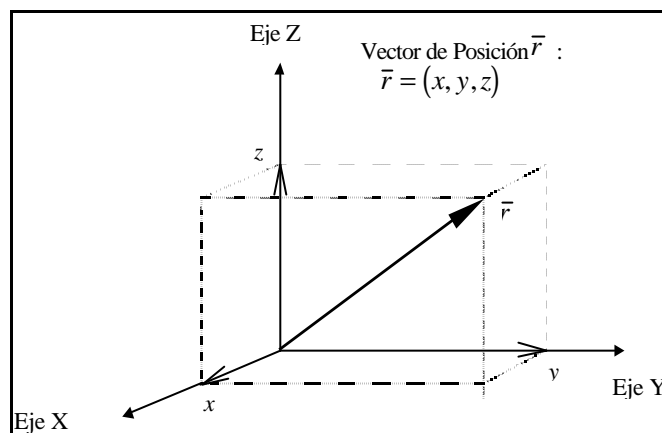
$$\Delta \equiv \frac{\mathcal{I}^2}{\mathcal{I}k^2} + \frac{\mathcal{I}^2}{\mathcal{I}y^2} + \frac{\mathcal{I}^2}{\mathcal{I}k^2} \equiv \text{Operador Laplaciano} \\ \text{(en coordenadas cartesianas)}^{20}$$

En primer lugar, vemos que la delta griega es un «nombre», análogo a los que previamente hemos asignado aquí a otros elementos de la ESH, y que designa un determinado conjunto de operaciones. Es un nombre cuyo objeto es abreviar y simplificar la escritura; ahora bien, su presencia en una expresión matemática indica indirectamente dos cosas: en primer lugar, que se está tratando con *magnitudes vectoriales*; en segundo lugar, que están involucradas derivaciones de *segundo orden*. Ambas cuestiones afectan a las funciones que habíamos dejado momentáneamente de lado así como a las variables de las cuales dependen: comencemos por las segundas. En la ecuación aparecen dos variables independientes:

²⁰ El operador laplaciano puede ser definido en otros sistemas de coordenadas distintos del cartesiano y en todos ellos se denota igual.

$\vec{r} \equiv$ Vector de Posición
 $t \equiv$ tiempo

El vector de posición es una variable tridimensional: una variable espacial de un espacio de tres dimensiones. Como toda magnitud vectorial, para poder realizar operaciones con ella es necesario especificar un sistema de coordenadas en función del cual poder representar sus tres dimensiones como coordenadas; lo que caracteriza a las magnitudes vectoriales es que están *orientadas*, además de magnitud, indican una dirección. En este caso, como ya se ha anticipado, el vector posición viene dado en coordenadas cartesianas: tres coordenadas que son a su vez posiciones sobre los tres ejes perpendiculares entre sí que representan las tres direcciones espaciales.



Estas coordenadas cartesianas son las que se nos presentaban antes en el operador laplaciano: significa esto que las derivadas involucradas en el mismo se refieren a las coordenadas de la variable espacial de la función \mathbf{y} , y que ya no son, entonces, derivadas respecto al tiempo.

El tiempo es, a su vez, la otra variable independiente; no requiere de momento mayor explicación: la “ t ” simplemente mide el tiempo. Se trata de una magnitud *escalar*, esto es, no especifica ninguna orientación: es de carácter unidimensional.

Podemos ahora detenernos un poco más en el operador laplaciano Δ : al igual que sucede con la derivación parcial respecto al tiempo, podemos considerarlo aislado, en tanto que conjunto de instrucciones, o bien junto con la función sobre la que actúa:

$$\Delta \equiv \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \equiv \text{Operador Laplaciano} \\ \text{(en coordenadas cartesianas)}$$

$$\Delta \mathbf{y} \equiv \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \mathbf{y} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} \mathbf{y} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \mathbf{y} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \mathbf{y} \equiv \text{Laplaciana de } \mathbf{y}$$

Del mismo modo que en el caso de la derivada parcial respecto al tiempo, la primera expresión indica una operación o instrucción, mientras que la segunda es una función e especificada mediante la función original y esas operaciones que hay que efectuar sobre la misma para obtener la nueva función. Como se decía también antes, las derivadas parciales que incluye el operador laplaciano son de *segundo orden*; ¿Qué significa esto?:

$$\frac{\nabla^2}{\nabla x^2} \equiv \frac{\nabla}{\nabla x} \left(\frac{\nabla}{\nabla x} \right) \equiv \text{Derivación de segundo orden respecto a la coordenada } x$$

$$\frac{\nabla^2}{\nabla x^2} \mathbf{y} \equiv \frac{\nabla}{\nabla x} \left(\frac{\nabla}{\nabla x} \mathbf{y} \right) \equiv \text{Derivada segunda de } \mathbf{y} \text{ respecto de } x$$

Es decir: una derivada de segundo orden es la derivada de una derivada. Podemos proceder tal como se hacía cuando hablábamos de la derivada respecto al tiempo, asignando nombres (lo especificaremos sólo para una de las coordenadas cartesianas, puesto que con las otras el procedimiento es análogo):

$$\frac{\nabla}{\nabla x} \mathbf{y} \equiv \mathbf{y}_x \quad \rightarrow \quad \frac{\nabla^2}{\nabla x^2} \mathbf{y} = \frac{\nabla}{\nabla x} \mathbf{y}_x \equiv \mathbf{y}_{xx} \equiv \text{Derivada segunda de } \mathbf{y} \text{ respecto a } x$$

Y tenemos así una nueva expresión para la ESH:

$$\Delta \mathbf{y} \equiv \mathbf{y}_{xx} + \mathbf{y}_{yy} + \mathbf{y}_{zz} \quad \rightarrow \quad \mathbf{y}_t = C_1 (V \mathbf{y} - C_2 (\mathbf{y}_{xx} + \mathbf{y}_{yy} + \mathbf{y}_{zz}))$$

De esta forma se ha hecho explícito que, en realidad, la ESH involucra dos factores constantes —pertenecientes, además, al conjunto de los números complejos— y seis funciones distintas —aunque cuatro de ellas se derivan de la misma—. Volvamos con las dos funciones que teníamos en un principio:

$$\mathbf{y} = \mathbf{y}(\bar{r}; t) \equiv \text{Función de Ondas}$$

$$V = V(\bar{r}; t) \equiv \text{Potencial o Energía Potencial}$$

Ambas funciones poseen un significado físico, contienen información sobre la naturaleza dinámica del fenómeno al cual se ha de aplicar la ESH; la función de ondas es algo típicamente cuántico, en tanto que la energía potencial es una característica o propiedad que poseen todos los sistemas físicos, de tipo cuántico o no,²¹ debido a su interacción con el medio que les rodea.

²¹ De aceptar la mecánica cuántica no tendría sentido, en principio, distinguir entre sistemas físicos cuánticos y no cuánticos: la mecánica / interpretación clásica debería ser entendida como una «aproximación», de manera que todo sistema físico sería cuántico y definirlo como clásico sería definirlo de manera aproximada.

- En **Mecánica Clásica**, el **estado dinámico** de un sistema viene determinado por la **Cantidad de Movimiento**, y la **Ecuación de Estado** es la que se obtiene a partir de las **Leyes de Newton**: una ecuación diferencial.
- En **Electrodinámica Clásica**, el **Estado Dinámico** de un sistema físico lo miden los vectores **B** y **E**, del campo electromagnético; la **Ecuación de Estado** es la relación entre ambos vectores según viene dada por las **Leyes de Maxwell**, también se trata de una ecuación diferencial.
- El propio **Einstein** (1904) enunció explícitamente su **Principio de Relatividad**: «Las leyes de variación de estado en los sistemas físicos deben ser iguales en todos los sistemas de referencia inerciales».
- Por lo tanto, la **Mecánica Cuántica** debe definir 1º) **Qué es el estado dinámico de un sistema**, y 2º) **Las leyes de su variación**. La **función de onda ψ** define el estado dinámico del sistema pues si ésta es conocida, todo lo demás puede ser deducido a partir de ella [y la **ESH** es, consecuentemente, la ley de variación de ψ].²²

La ESH, entonces, contiene un conjunto de símbolos que son instrucciones y objetos de carácter matemático, pero algunos de los cuales, además, incluyen información de tipo físico: podríamos decir que expresa en una sintaxis matemática afirmaciones de significado físico. En consecuencia, para poder llegar a una «lectura» más cercana a la que realmente efectúa un físico de la ESH será necesario:

- Entender el sentido matemático de las operaciones.
- Entender el sentido físico de los elementos.

La derivada: operación y funciones. Los números complejos y los vectores

El punto de arranque para llegar a esa doble comprensión, matemática y física, es el concepto, básico, de «derivada», junto con la caracterización de los números complejos así como su estrecha relación con las magnitudes vectoriales. Derivación, unidades complejas y vectores constituyen tres pilares básicos que nos abren el camino hacia la ESH. En el **apéndice A1** se tratan con cierto detenimiento estos tres ingredientes fundamentales: recomendamos al lector un recorrido por él.

²² Extracto de las notas de clase tomadas en la asignatura «Mecánica Cuántica», de tercer curso de licenciatura (año académico 1995/96).

a) La ESH: entre la Electrodinámica y la Relatividad

Ya conocemos la sintaxis, la estructura o composición simbólica de la ESH, pero todavía no nos hemos adentrado en su significado en cuanto ley física, en tanto modelo matemático que especifica el estado dinámico y evolución de los sistemas físico-cuánticos: aún no sabemos cómo extraer de la estructura simbólica información acerca de las probabilidades ondulatorias asociadas a la f.o., no sabemos a estas alturas del texto «cómo funciona» la ESH.

La ESH integró en un modelo teórico una serie de fenómenos y resultados experimentales de los que las interpretaciones clásicas no pudieron dar cuenta. Como ya se ha mencionado, el principal de tales fenómenos fue el de la emisión de radiación por la materia, que condujo al modelo cuántico de CN de Planck. La teoría clásica que se aplicaba a la radiación era la Electrodinámica de Maxwell, y fue el punto de partida para la formulación de una teoría ondulatoria alternativa que incorporó el fenómeno recién descubierto de la cuantificación de los procesos microfísicos. Según la electrodinámica clásica, toda partícula acelerada emite radiación electromagnética. Una partícula emisora de radiación que describiera un movimiento oscilatorio regular sería además un *Oscilador Armónico* (OA). Una partícula cargada eléctricamente y con un movimiento vibratorio periódico conjugaba, como vamos a ver, la naturaleza puramente mecánica de una cierta masa en movimiento, con la naturaleza electrodinámica de su carga eléctrica asociada.

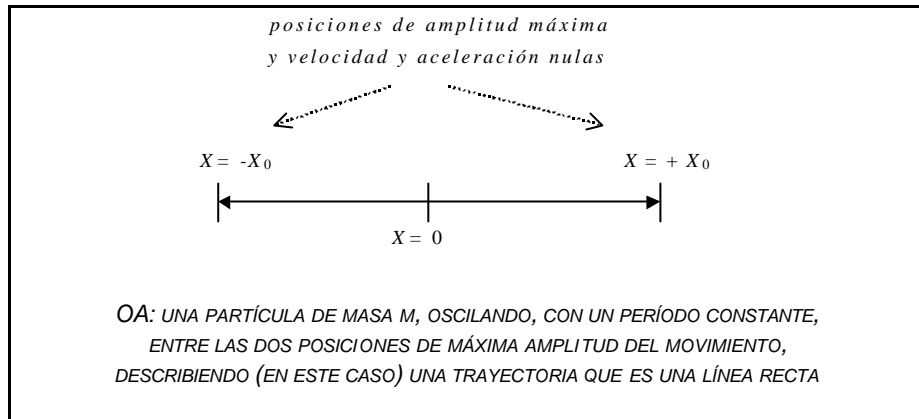
El OA es uno de los modelos dinámicos más simples, y sus propiedades mecánicas eran bien conocidas. Una partícula, esto es, una masa puntual o adimensional, que se mueve sobre una línea recta a derecha e izquierda entre dos puntos extremos, con un movimiento sucesivamente acelerado y decelerado (cada vez que pasa por el punto central, tanto en un sentido como en el otro, la partícula lleva las máximas aceleración y velocidad en valor absoluto,²³ y ambas van decreciendo progresivamente hasta anularse al llegar a uno de los extremos; entonces, se invierte el sentido del movimiento y comienzan a aumentar progresivamente de nuevo velocidad y aceleración, que alcanzan sus valores máximos —iguales en magnitud pero de sentido contrario a los valores máximos anteriores— cuando la partícula pasa otra vez por el punto medio camino del otro extremo; se repite el proceso con éste y la partícula retorna al punto medio iniciándose otro ciclo completo), y que invierte exactamente el mismo tiempo en recorrer la distancia entre los dos extremos cada una de las veces, es un ejemplo de OA (véase la figura siguiente).²⁴

Se sabe que la fuerza causante de tal movimiento obedece a una ecuación del tipo:

²³ Dado que aceleración y velocidad son magnitudes vectoriales, al considerar una partícula recorriendo un segmento de línea recta, cuando la partícula se desplaza en un sentido, tendrán un valor positivo, cuando lo hace en el opuesto, el signo será negativo; en consecuencia, en el sentido positivo, cuando la partícula atraviese el punto central tendrá las máximas velocidad y aceleración (positivas), pero cuando lo haga en el sentido negativo, serán mínimas (las más negativas); no considerando el signo, en valor absoluto, en ambos casos serán máximas.

²⁴ Ejemplos físicos de OA serían el movimiento de vibración del extremo de un muelle tras ser desplazado de su posición de equilibrio (después de darle un tirón, por ejemplo) si no hubiese fuerzas externas que amortiguasen el movimiento (como el rozamiento con el aire o la gravedad, por ejemplo). O también el movimiento de un péndulo (igualmente sin acción de fuerzas externas), sólo que en este caso la trayectoria no sería una línea recta sino un arco de circunferencia.

$$F \equiv m \frac{d^2}{dt^2}(x) = -Kx \quad (K = \text{constante})$$



Cuya solución es una función $x(t)$, que expresa la posición de la partícula en cualquier instante t , de la forma:

$$x(t) = x_0 \text{sen} \left[\sqrt{\frac{K}{m}}(t - t_0) \right] \quad \text{donde: } \begin{cases} \sqrt{K/m} \equiv \boldsymbol{\omega} & (\text{frecuencia}) \\ T \equiv 2\pi/\boldsymbol{\omega} & (\text{período}) \end{cases}$$

Cuando se dan la condición $x(0)=0$, es decir, que la variable espacial se anula en el instante cero, entonces la ecuación se transforma en:

$$x(t) = x_0 \text{sen}(\boldsymbol{\omega}t)$$

La energía total, suma de la cinética, T , y de la potencial, V , es constante y su valor es:

$$W = T + V = \frac{1}{2}m \left[\frac{d}{dt}(x) \right]^2 + \frac{1}{2}Kx^2 = \frac{1}{2}m\boldsymbol{\omega}_0^2 x_0^2$$

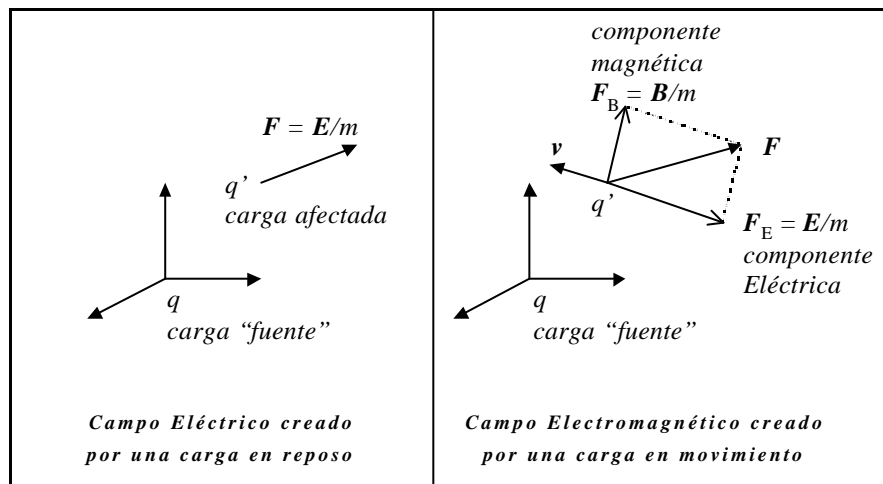
Puesto que tal partícula emite radiación, a esta parte puramente mecánica habrá que agregar la que corresponde al campo electromagnético que la partícula genera debido a su carga eléctrica. Es decir, además de su masa m , la partícula tendrá una carga q causante de una perturbación eléctrica en su entorno. Una carga eléctrica en reposo produce un campo eléctrico que afecta a todas las cargas situadas en su área de influencia. Pero si dicha carga está en movimiento, junto al campo eléctrico, generará un campo magnético en dirección perpendicular. La fuerza con la que actúa dicha partícula sobre otra que se halle en su campo de influencia es la llamada *fuerza de Lorentz*:

$$\vec{F} = q[\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}]$$

En la cual \mathbf{E} representa el campo eléctrico o fuerza eléctrica ejercida por unidad de carga, y cuya dirección es paralela a la de la velocidad relativa de ambas partículas, \mathbf{v} , mientras que \mathbf{B} representa el campo magnético, la fuerza magnética por unidad de carga, en dirección perpendicular a la de la velocidad.

Maxwell consiguió formular las ecuaciones dinámicas de este tipo de cargas eléctricas en movimiento, las ecuaciones del campo electromagnético. Se trata de dos ecuaciones diferenciales que nos dicen cómo es su evolución temporal. Es usual expresarlas, no directamente mediante los campos \mathbf{E} y \mathbf{B} , sino en función de unas nuevas variables definidas a partir de ellos, llamadas *potenciales del campo electromagnético*: el potencial magnético vector \mathbf{A} , y el potencial eléctrico escalar \mathbf{f} . Es decir, se hace un cambio de variables reduciendo con ello el número de coordenadas del problema de seis (tres por cada uno de los campos, correspondientes a sus coordenadas vectoriales) a cuatro (tres del potencial vector y una del potencial escalar):

$$\text{Cambio de variables: } \begin{cases} \bar{\mathbf{B}} \rightarrow \bar{\mathbf{A}} \\ \bar{\mathbf{E}} \rightarrow \mathbf{f} \end{cases} \quad \text{con: } \begin{cases} \bar{\mathbf{B}} \equiv \nabla \times \bar{\mathbf{A}} \\ \bar{\mathbf{E}} \equiv -\left[\frac{d}{dt}(\bar{\mathbf{A}}) + \nabla \mathbf{f}\right] \end{cases}$$



Tal como se definen las nuevas variables respecto a los campos magnético y eléctrico originales, no quedan unívocamente determinadas. Esto significa que otros potenciales vector y escalar distintos de los así definidos —aunque no arbitrarios, sino guardando ciertas relaciones convenientes con éstos— pueden también satisfacer las mismas ecuaciones de campo; o dicho de forma alternativa: dado un campo electromagnético, definido mediante las ecuaciones de Maxwell, su naturaleza no se altera—las ecuaciones permanecen invariantes— si se cambian los potenciales del campo \mathbf{A} y \mathbf{f} así definidos por ciertos otros \mathbf{A}' , \mathbf{f}' distintos. Para corregir esto es necesario imponer alguna condición adicional sobre estas variables que las fije unívocamente. Es posible elegir entre múltiples posibilidades dicha condición, pero lo más natural es optar por alguna que haga las ecuaciones del campo lo más sencillas y manejables que sea posible para el problema que se esté considerando. Es decir, la elección óptima estará asociada al caso particular del que se trate. En nuestro caso, esta condición óptima es la que se conoce como *Condición de*

Lorentz, que anula varios de los términos que aparecen en las ecuaciones del campo. Aplicándosela a \bar{A} y a $\bar{\mathbf{f}}$, las ecuaciones de Maxwell que se deducen son:

$$\begin{cases} \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\bar{A}) - \nabla^2 \cdot \bar{A} = \mathbf{m}\bar{\mathbf{v}} & (\text{nota 25}) \\ \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\bar{\mathbf{f}}) - \nabla^2 \bar{\mathbf{f}} = \mathbf{r}/e \end{cases}$$

En las cuales la carga eléctrica ya no se representa por un valor numérico q , sino mediante una *función de distribución de carga*, la densidad de carga eléctrica \mathbf{r} ; pues las fórmulas son válidas para una fuente eléctrica del campo más general que el caso sencillo de una partícula puntual: podría tratarse de un conjunto de cargas desigualmente repartidas en un cierto volumen, de forma que en cada región de ese volumen varía la carga eléctrica, que será entonces una función dependiente de la posición, $\mathbf{r} = \mathbf{r}(\mathbf{r})$; también podría tratarse de un cuerpo macroscópico, con una cierta forma que habría que tener en cuenta y estando en él la carga no sólo distribuida de forma desigual según las zonas, sino variando dicha distribución en el tiempo, y así $\mathbf{r} = \mathbf{r}(\mathbf{r}, t)$; etc.

Para que la electrodinámica de Maxwell pueda explicar el fenómeno de la emisión de radiación por la materia, sus ecuaciones de campo deberían conjugarse con las ecuaciones mecánicas del OA en un modelo matemático que se ajustase a los resultados experimentales que se daban: se trata de *acoplar* las partes mecánica y electromagnética del problema, la masa en movimiento oscilatorio que, además, por poseer una carga eléctrica no neutra, genera un campo electromagnético con dicho movimiento.

El tratamiento matemático de estas ecuaciones es bastante complicado, sin embargo se pueden introducir algunas consideraciones que llevan a una simplificación notable. La principal ya ha sido hecha, al tratar el modelo más simple posible, el de una única partícula moviéndose de una forma muy elemental. Aplicando esta hipótesis de que la carga que produce el campo es una partícula puntual, de forma que su densidad de carga \mathbf{r} está «concentrada» en un punto del espacio, las ecuaciones para el campo electromagnético en todo el espacio, excepto en las inmediaciones (en un entorno infinitesimal) de la carga perturbada, pasan a ser:

$$\begin{cases} \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\bar{A}) - \nabla^2 \cdot \bar{A} = 0 \\ \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\bar{\mathbf{f}}) - \nabla^2 \bar{\mathbf{f}} = 0 \end{cases}$$

²⁵ Las ecuaciones de Maxwell generales, sin la condición de Lorentz, son:

$$\begin{aligned} \nabla^2 \cdot \bar{A} - \mathbf{ne} \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\bar{A}) - \nabla \left[\bar{\nabla} \cdot \bar{A} + \mathbf{ne} \frac{\partial}{\partial t} (\bar{\mathbf{f}}) \right] &= -\mathbf{m}\bar{\mathbf{v}} \\ \mathbf{e} \left[\nabla^2 \bar{\mathbf{f}} + \bar{\nabla} \cdot \frac{\partial}{\partial t} (\bar{A}) \right] &= -\mathbf{r} \end{aligned}$$

Y la condición de Lorentz es:

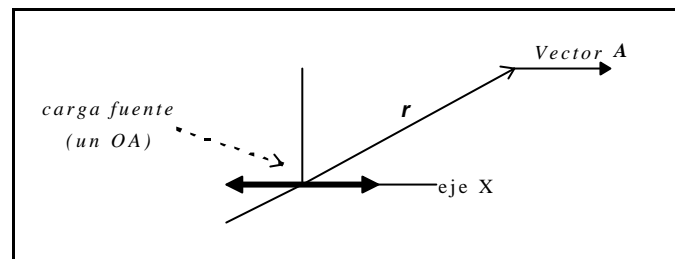
$$\bar{\nabla} \cdot \bar{A} + \mathbf{ne} \frac{\partial}{\partial t} (\bar{\mathbf{f}}) = 0$$

Que aplicada a las ecuaciones precedentes las transforma en las que aparecen en el texto (teniendo en cuenta que $1/c^2 = \mu\epsilon$)

En segundo lugar, se supone que el campo vector A tiene una dirección paralela a la del movimiento de oscilación de la carga-fuente y que, además, sólo depende de la distancia entre cargas pero no del tiempo, es decir:

$$\begin{aligned}\bar{A} &= (A_x, A_y, A_z) \rightarrow (A_x, 0, 0) \quad [A_y = A_z = 0] \\ \bar{A} &= \bar{A}(\bar{r}, t) \rightarrow \bar{A}(\bar{r})\end{aligned}$$

Lo que podría representarse gráficamente así:



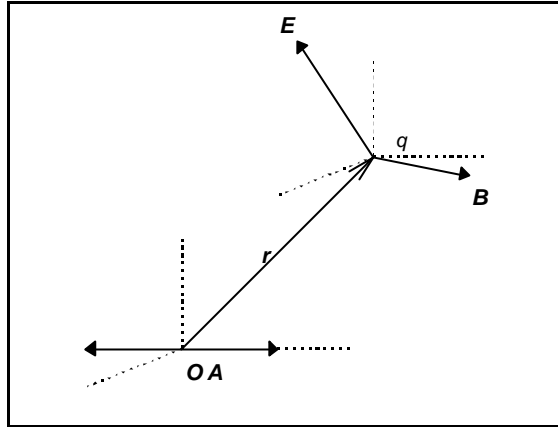
RESTRICCIONES IMPUESTAS SOBRE EL POTENCIAL VECTOR A .

Esto permite que ya no haya que efectuar cálculos con las tres componentes de la magnitud vectorial A , sino con una única componente A_x de dicho vector, reduciéndose las dimensiones espaciales a una sola, puesto que el movimiento del OA se produce en la misma dirección que la del potencial magnético vector. Con estas restricciones, se obtendrán unas soluciones que van a tener la forma general siguiente:

$$\begin{aligned}A_x &= \frac{m}{4\pi r} \frac{d}{dt} [F(t - \frac{r}{c})] \\ \mathbf{f} &= \frac{1}{4\pi e} x \left[\frac{1}{c^2 r^2} \frac{d}{dt} (F) + \frac{1}{r^3} F \right]\end{aligned}$$

F es una función por determinar, que depende de la variable $t - r/c$, lo cual está expresando que se da un *retardo* en el tiempo entre el movimiento de oscilación y su efecto electromagnético, ya que éste depende de una variable temporal «menor» que la variable mecánica t . Por su parte, r es el módulo de \mathbf{r} , o sea, $r \equiv |\mathbf{r}|$, y x la componente según la dirección del eje X de dicho vector. A partir de estas soluciones se pueden determinar los campos eléctrico y magnético que se tenían como variables originales, y que son los que realmente interesa conocer: tras los cálculos pertinentes, se obtiene que son perpendiculares entre sí y respecto al vector de posición \mathbf{r} (que mide la posición de la carga afectada por el campo respecto al punto de equilibrio, o punto medio, del OA que representa a la partícula carga que lo genera. Véase el cuadro siguiente).

Este resultado es válido para distancias grandes (cuando r tiende a infinito). Además, de los valores que se obtienen para \mathbf{B} y \mathbf{E} se deduce que en la dirección de oscilación de la carga-fuente no existe campo electromagnético, mientras que en dirección perpendicular éste alcanza sus valores máximos (véase la figura).



ORIENTACIONES RELATIVAS DE LOS VECTORES DE LOS CAMPOS ELÉCTRICO Y MAGNÉTICO RESPECTO A LA DIRECCIÓN DE OSCILACIÓN Y AL VECTOR DE POSICIÓN (LOS EJES DE COORDENADAS CARTESIANOS APARECEN PUNTEADOS PARA AYUDAR A LA VISUALIZACIÓN DE LA PERPENDICULARIDAD EN TRES DIMENSIONES)

Por lo tanto, lo que se tiene es una partícula material que, por efecto de un movimiento vibratorio «emite» una radiación de carácter electromagnético. Pero aún no se ha establecido la relación entre las variables mecánicas y las electromagnéticas, en concreto, entre las energías: entre la energía E del OA y las de los campos eléctrico y magnético.

Aplicando las expresiones anteriores se puede calcular la energía W_e de emisión del campo durante un cierto intervalo de tiempo: puesto que la causa del mismo es un movimiento oscilatorio, la energía de emisión también oscilará, aumentando y disminuyendo periódicamente acompasada con el movimiento del OA. Debido a esto, la energía electromagnética varía en el tiempo, y lo usual es expresarla mediante un valor promedio referido a un cierto intervalo de tiempo. El intervalo más lógico en este caso será el que corresponda al período de oscilación del OA, esto es, el tiempo que tarda en recorrer la distancia entre los extremos de máxima amplitud. Se obtiene:

$$W_e = \frac{1}{12\pi\epsilon_0 c^3} (qx_0 \mathbf{w}^2)^2$$

Y si se compara con la expresión de la energía mecánica del OA se puede ver que ambas están relacionadas según:

$$W = \frac{1}{2} m \mathbf{w} \mathbf{w}_0^2 \quad \rightarrow \quad W_e = \left(\frac{q^2 \mathbf{w}^2}{6\pi\epsilon_0 c^3} \right) W$$

Según esto, ambas energías son proporcionales, pero no coinciden; el sistema invierte su energía mecánica en energía de radiación y recíprocamente al moverse, las oscilaciones mecánica y electromagnética van acompasadas, y dado que se debe cumplir el principio de conservación de la energía, al no coincidir ambas energías, habrá que suponer que existe una *fuerza de disipación* que causa un amortiguamiento progresivo en el sistema: parte de la energía mecánica se invierte en energía de emisión y otra parte de ella en vencer dicha fuerza de amortiguamiento.

Es decir: según el modelo clásico, una partícula material cargada oscilando periódicamente emite radiación electromagnética, pero su movimiento, en virtud de dicha emisión, se va amortiguando progresivamente hasta pararse. Para que esto no suceda, hay que suponer que sobre la partícula actúa algún campo externo que compensa la disipación debida a la emisión, que le aporta energía adicional, y en una cantidad y periodicidad tal que consiga que la oscilación y, por tanto, el campo electromagnético total, esté en equilibrio. De esta forma, la ecuación dinámica del oscilador pasaría a ser:

$$F = F_{\text{oscilador}} + F_{\text{disipación}} - F_{\text{campo externo}}$$

Que, recordando la ecuación del OA, será:

$$F \equiv m \frac{d^2}{dt^2} x = -Kx - \underbrace{\frac{q^2 w^2}{6\pi \epsilon_0 c^3} \frac{d}{dt} x}_{F_{\text{disipación}}} + F_{c.\text{ext}}$$

En estas condiciones, el campo externo supuesto compensaría la disipación debida a la emisión electromagnética, esto es, $F_{\text{disipación}} = F_{c.\text{ext.}}$, y se recuperaría la ecuación dinámica de equilibrio del OA:

$$F_{c.\text{ext}} = \frac{q^2 w^2}{6\pi \epsilon_0 c^3} \frac{d}{dt} (x) \Rightarrow F \equiv m \frac{d^2}{dt^2} (x) = -Kx$$

Como se decía, este campo externo habrá de compensar no sólo en magnitud a la energía disipada sino también en la periodicidad de la misma. Para representar la periodicidad del campo, se va a suponer que está compuesto, no por una única fuerza, sino por un conjunto de fuerzas causantes de aportes de energía, cada una, de distinta periodicidad en el tiempo, con distintas frecuencias, por tanto. Intervendrán en el fenómeno de emisión de radiación, entonces, por una parte la frecuencia de oscilación del OA, ω , y por otra distintas frecuencias de oscilación, ω_n ($n=1,2,\dots$), de este conjunto de fuerzas del campo externo.

Aplicando el tratamiento matemático adecuado,²⁶ se encuentra que, por efecto de este campo externo, el OA es «forzado» a oscilar no con su frecuencia propia sino con aquéllas del campo cuya magnitud más se aproxima a la frecuencia propia del OA: se produce un efecto de *Resonancia*: algunas de las frecuencias del campo externo actúan eficazmente sobre el oscilador reforzando su frecuencia original hasta llevarla al equilibrio (la vuelven a hacer aproximadamente constante, tal cual sucedería de tratarse de un OA puramente mecánico), en tanto que otras prácticamente no repercuten sobre su movimien-

²⁶ Consiste, esencialmente, en considerar ese conjunto de fuerzas que componen el campo externo como una *serie de Fourier* (véase el apéndice A4, dedicado a los espacios de Hilbert) de la función que se supone que representa la fuerza total; es decir, la función que describe el campo se considera como una suma de funciones más elementales, se *desarrolla en series de Fourier*.

$$F_{\text{ext}} \equiv \sum_{n=0}^{\infty} F_n \cos \mathbf{q}_n e^{i\omega_n t}$$

to.²⁷ Y, además, en el acoplamiento entre el OA y el campo externo existe un desfase temporal: el campo puede ir ligeramente «retrasado» o ligeramente «adelantado» respecto al OA.²⁸

Finalmente, se obtiene una expresión que da la energía de radiación absorbida del campo externo por el OA:

$$W_a = \frac{q^2}{12\pi\epsilon_0} U(\mathbf{n})$$

Donde $U(\nu)$ representa la radiación por unidad de intervalo de frecuencias (la frecuencia de la radiación es $\nu = \omega/2\pi$, siendo ω la frecuencia del campo externo), la cantidad de radiación en función de la frecuencia del campo.

Esta expresión y la que se deducía para la energía de emisión del OA constituyen la base conceptual de la electrodinámica clásica para evaluar los fenómenos de emisión de radiación por la materia. En concreto, en el caso del CN, que fue el modelo experimental que sirvió para la contrastación de la teoría, al tratarse del caso de un absorber perfecto, se tienen que igualar ambas magnitudes, de forma que:

$$\begin{aligned} W_e = W_a &\Rightarrow \frac{1}{12\pi\epsilon_0 c^3} (q\dot{x}_0 \mathbf{w}^2)^2 = \frac{q^2}{12\pi\epsilon_0} U(\mathbf{n}) \Rightarrow \\ &\Rightarrow U(\mathbf{n}) = \frac{8\pi\mathbf{n}^2}{c^3} E \end{aligned}$$

Que es la expresión que habíamos anticipado al hablar de la *catástrofe del Ultravioleta*; expresión que no se correspondía con los resultados experimentales.

Así pues, ésta que hemos visto era la teoría clásica que hubo de dar paso a la mecánica ondulatoria cuántica: la electrodinámica maxwelliana «tropezó» con los fenómenos de emisión de radiación asociados al movimiento mecánico vibratorio de materia cargada eléctricamente. El modelo había de ser perfeccionado: las ondas electromagnéticas radiadas por los cuerpos materiales poseían alguna característica desconocida que el modelo ondulatorio clásico no podía explicar, o bien la materia tenía asociado algún tipo de

²⁷ Piénsese en un columpio y alguien impulsándolo «externamente»; si el columpio ya se hallaba en movimiento cuando se empieza a empujar, la experiencia nos muestra como, para que el empuje que se le aplique tenga efecto, hay que «acompañar» el impulso con el movimiento del columpio. El movimiento del columpio tiene una frecuencia propia de oscilación que se va amortiguando: nuestro impulso externo compensa ese amortiguamiento y permite que el movimiento no se detenga, pero sólo lo hará eficazmente si lo aplicamos con una frecuencia próxima a la del columpio.

²⁸ Esto quiere decir que cuando el OA alcanza sus puntos de máxima o de mínima velocidad (correlativamente, de mínima o máxima amplitud), el campo externo ya los habrá alcanzado ligeramente antes o bien los alcanzará ligeramente después. El ejemplo del columpio también es ilustrativo en este caso: hay que empujar, no justo cuando el columpio «se para» en su ascenso y comienza a descender, sino un poco después o un poco antes (en realidad, en el caso del columpio, ambas cosas a la vez, pues se suele acompañar con las manos el movimiento del columpio durante un cierto intervalo de tiempo, el que va desde ese «un poco antes» hasta el «un poco después», en lugar de darle un empujón seco... sobre todo si se quiere que nuestro/a sobrinito/a, hermanito/a o similares, no padezca traumáticamente los efectos de la gravedad terrestre...)

fenómeno ondulatorio que no era estrictamente electromagnético y que era el que producía ese comportamiento extraño, esa «anomalía».

Como hemos visto, De-Broglie planteó una asociación materia / onda radicalmente distinta de la que se derivaba del modelo electrodinámico clásico, y a partir de la hipótesis cuántica de Planck, lo cual, debido a que ésta se derivó originalmente del tratamiento del CN, vinculaba ambos modelos, clásico-electrodinámico y cuántico-probabilístico. Ahora bien, la hipótesis de De-Broglie requería supuestos relativistas: al contrario del modelo mecánico clásico del OA, el movimiento de las partículas que suponía De-Broglie tenía que ser un *movimiento relativista*.

De-Broglie logró efectivamente diseñar un modelo teórico en el cual la naturaleza del fenómeno ondulatorio asociado a la materia y causante de las anomalías detectadas no era de tipo electromagnético: la emisión de radiación por la materia obedecía a otro tipo de causa ondulatoria. Siguiendo la hipótesis de Planck, supuso que toda partícula llevaba asociado un *quanto* de energía debido a un movimiento vibratorio periódico interno; es decir, toda partícula debería tener asociado un movimiento oscilatorio de una frecuencia determinada, ν_0 , de manera que en *estado de reposo*, sin la existencia de energía cinética, la energía total de la partícula debería ser, por un lado, la *energía en reposo* que predecía la relatividad einsteniana, mc^2 , siendo c la velocidad de la luz y m la masa de la partícula, y por otra parte, tal energía debía corresponderse a la del movimiento vibratorio supuesto por De-Broglie, cuya expresión obedecería a la propiedad cuántica de la energía descubierta por Planck, por lo tanto:

$$E_0 = h\nu_0 = mc^2$$

¿De dónde procedía la plausibilidad de esta hipótesis; de dónde se extraía la coherencia de la suposición de una partícula que, sin estar sometida a ningún tipo de potencial externo ni poseer movimiento, sin embargo, tuviese una energía no nula, la cual, entonces, podía considerarse que se correspondía con la de cierto fenómeno ondulatorio interno desconocido? Naturalmente, la respuesta está en la teoría de la Relatividad Especial o Restringida: para poder postular la existencia de cierta energía intrínseca a cualquier partícula, independientemente de su estado dinámico, había que partir como hipótesis de una partícula relativista. De esta forma, en lugar de tener que suponer un modelo dinámico tal como el del OA, de cuyas propiedades mecánicas, de su movimiento, se pudiesen deducir las condiciones energéticas requeridas, y luego acoplar dicho modelo mecánico a un fenómeno ondulatorio específico, el electromagnético, bastaba suponer que, como característica intrínseca de la partícula —sin la necesidad, por tanto, de postular ninguna condición dinámica particular para ella—, su condición relativista implicaba la existencia de una cierta energía. Esta energía, que se sabía que «existía», podía considerarse resultado de algún movimiento ondulatorio, desconocido, que, por tanto, habría de ser también intrínseco a la partícula. No había necesidad de construir ningún tipo de modelo dinámico particular, ningún acoplamiento mecánico-electromagnético, bastaba suponer condiciones relativistas y asociarlas a la hipótesis de la cuantificación de Planck.²⁹

²⁹ En el apéndice A3 se puede consultar de dónde surge esa *energía en reposo* relativista.

Ahora bien, la hipótesis debía ser también aplicable a las partículas que sí se mueven, puesto que lo que se trataba de probar era que la naturaleza dual de la materia era una característica universal. Así, De-Broglie supuso, para tratar el caso de una partícula en movimiento, la existencia de un campo externo a cuya acción estaría sometida la partícula, y que sería la causa del movimiento. Pero, nuevamente, no era necesario definir la naturaleza específica de dicho campo, sino que bastaba suponer que tendría una cierta energía asociada. De esta forma, la frecuencia de la vibración o radiación interna que se le suponía a la partícula, ahora dependería, además de su velocidad u , de la de energía adicional resultado de la acción del campo externo, la cual, a su vez, se suponía cuantificada aplicándole también la hipótesis de Planck: junto al cuanto asociado a la energía en reposo, habría además un cuanto adicional correspondiente a la energía del campo. A partir de las fórmulas relativistas de Lorentz, se obtiene esta nueva frecuencia de vibración para una partícula en movimiento:

$$n_1 = n_0 \sqrt{1 - (u/c)^2}$$

Y estableciendo la relación entre la nueva energía total—la energía relativista de una partícula sometida a la acción de un campo externo de frecuencia conocida— y la hipótesis cuántica, se debía cumplir que:

$$E = \underbrace{\frac{mc^2}{\sqrt{1 - (u/c)^2}}}_{\text{energía relativista}} = \overbrace{h\mathbf{n}}^{\text{hipótesis cuántica}} \rightarrow \mathbf{n} = \frac{mc^2}{h} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - (u/c)^2}} = \frac{\mathbf{n}_0}{\sqrt{1 - (u/c)^2}}$$

Resulta así que la nueva frecuencia de la partícula asociada al movimiento vibratorio interno ν_1 , no coincide con la frecuencia ν considerada por la presencia del campo, a diferencia del caso de la partícula en reposo. Pero De-Broglie *conjeturó* que tal correspondencia no tenía por qué darse. Sin embargo, dichas frecuencias tampoco podían ser independientes: lo que sugirió es que debían *estar en fase*. Llamando m la velocidad de fase de la onda asociada, las fases de ambas se definen como:

$$\begin{cases} \mathbf{f} = 2\mathbf{p}\mathbf{n}(t - x/m) \\ \mathbf{f}_1 = 2\mathbf{p}_1 t \end{cases}$$

En estas dos expresiones, x es la distancia recorrida por la partícula, con velocidad u , en un tiempo t (según el sistema de referencia situado en la propia partícula—las correspondientes velocidad, distancia y tiempo relativos al sistema de referencia del campo se obtienen a partir de las ecuaciones de transformación de Lorentz, en virtud de las condiciones relativistas del problema—). Y lo que establece la hipótesis es que ambas fases han de ser iguales en todo punto x , igualdad de la que se deduce la relación en que han de estar las frecuencias de ambas ondas:

$$n(1 - u/m) = n_1$$

Considerando los valores previos dados para ambas frecuencias, de esta relación se obtiene que la velocidad de fase de la onda asociada es:

$$m = c^2/v$$

Y con esto, y sabiendo que la *Longitud de Onda*, λ , se define como el cociente entre la velocidad de fase y la frecuencia, y que la *cantidad de movimiento* relativista será en este caso:

$$p = \frac{mu}{\sqrt{1-(u/c)^2}}$$

Se deduce la segunda de las relaciones importantes que conducirán a la ESH:

$$\lambda = \frac{m}{n} = \frac{c^2/v}{\frac{mc^2}{h} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-(u/c)^2}}} = h \left(\frac{mu}{\sqrt{1-(u/c)^2}} \right)^{-1} \Rightarrow \lambda = \frac{h}{p}$$

Con este resultado, De-Broglie mostraba que toda partícula podía ser asociada a una longitud de onda característica, y relacionaba una magnitud típicamente mecánica, la cantidad de movimiento, con otra típicamente ondulatoria. Si recordamos la expresión que resultaba del planteamiento de Planck para el valor de la energía de radiación del CN, las dos relaciones fundamentales obtenidas para la caracterización de la naturaleza ondulatorio-corpúscular de las entidades físicas son:

$$\begin{cases} p = h/\lambda \\ E = hn \end{cases}$$

En ellas, propiedades mecánicas, típicamente corpusculares, se vinculan con propiedades ondulatorias. Deducidas a partir de consideraciones bien establecidas en las que la «única» novedad consistía en suponer que la partícula, por su propia naturaleza, estaba asociada a un movimiento vibratorio interno, sentaban la base de la mecánica ondulatoria: a nivel microfísico, la materia se manifestaba simultáneamente como corpúsculo y como onda, una partícula era, a la vez que partícula, onda. Una especie de *revolución* estaba en marcha. Pero, como se ha señalado, ningún modelo teórico estaba detrás de este resultado: la hipótesis que permitía deducir la existencia de una manifestación ondulatoria en cualquier partícula sólo asumía condiciones genéricas: una partícula de naturaleza relativista, sometida a la acción de un campo externo cualquiera y con una energía, partícula y campo, cuantificada según la hipótesis de Planck. De este modo, tanto la cuantificación energética derivada por Planck como la hipótesis de la dualidad onda-corpúsculo de De-Broglie, constituían principios físicos que carecían aún de un modelo legaliforme que diese cuenta del comportamiento de los sistemas físicos que se ajustaban a tales principios: la ESH, precisamente, iba a ser esa ley, ese modelo interpretativo y/o explicativo.

El punto de partida para llegar al modelo dinámico que representa la ESH fue la electrodinámica clásica: con las ecuaciones de Maxwell, con las correspondientes consideraciones mecánicas y electromagnéticas (una materia representada mediante un OA que además de masa poseyese carga eléctrica), sí se podía construir un modelo teórico con el que explicar la emisión de radiación por la materia. Esta emisión sería el campo electromagnético producido por las masas con carga que se suponía en el modelo, la conjugación de la naturaleza mecánica y eléctrica del modelo de materia que se estaba aplicando. Pero este modelo clásico se enfrentó sin éxito al problema del CN de Planck, del cual se derivaba, en cambio, la existencia de una propiedad inexplicable: la energía de la radiación emitida se repartía en cuantos elementales de carácter discreto. El punto intermedio, pasando de la electrodinámica a la teoría de la Relatividad, fue la hipótesis de De-Broglie, que asentó la posibilidad de una naturaleza dual de la materia (y recordemos que previamente Einstein —punto de paso adicional, aunque indirecto, por la teoría de la Relatividad— había establecido dicha naturaleza dual también para la radiación), al conseguir definir propiedades ondulatorias sobre una partícula material, independientemente de su estado dinámico, recurriendo simplemente a sus propiedades relativistas y a la hipótesis de Planck. Pero lo que no hizo De-Broglie fue establecer la naturaleza de esa onda asociada, qué clase de fenómeno ondulatorio implicaba. Sabemos que, para llegar a eso, se requirió otro punto de paso: la concepción probabilística del experimento de la doble rendija de Young.

Lo sorprendente de todo este periplo es que la ESH no es el resultado inmediato de ninguna de las vías en paralelo que se iban abriendo: simplemente, la acumulación de evidencia empírica en favor de la existencia de fenómenos ondulatorios asociados a las partículas microscópicas, junto con el hecho de que el único modelo ondulatorio disponible no servía, condujo a la proposición de un modelo matemático que, se sabía, era la ley de evolución de una onda. Pues, al fin y al cabo, la ESH es solamente una ecuación de ondas y, en cuanto tal, nada novedosa. Dicho modelo se construía, en un sentido técnico, apoyándose en las propiedades genéricas de las ondas conocidas, de las ondas «clásicas», con una novedad: se necesitaba introducir magnitudes complejas y ello, precisamente, como ya se ha dicho, para que el modelo preservase la mayor cantidad posible de las propiedades ondulatorias ya conocidas pero fuese al mismo tiempo compatible con las propiedades ondulatorias que la hipótesis de De-Broglie le atribuía. Siendo esto así, y puesto que en dicha hipótesis las condiciones relativistas de las partículas son cruciales, es cierto que la ESH está efectivamente entre la electrodinámica y la relatividad: como modelo dinámico de la evolución de una onda, su coherencia no se ve afectada porque la onda de la cual predice su evolución temporal sea una onda de probabilidad o de cualquier otro tipo, no se ve afectada por el tipo de interpretación física que de esa onda se dé.

En tanto que modelo matemático de un fenómeno físico-ondulatorio, entre la electrodinámica y la relatividad, lo único que la ESH garantiza es que se refiere a una *onda*.

Ondas y teoría de la Relatividad

En virtud de lo visto, hemos de determinar el sentido físico de una «onda» y desarrollar, además, algunos conceptos de física relativista; el sentido ondulatorio

que implica la ESH, junto con la aplicación de supuestos relativistas por De-Broglie hacen necesario un tratamiento detallado de ambas cuestiones.

En el **apéndice A2** se desarrolla con detalle el procedimiento para la construcción de dicho modelo matemático, así como las implicaciones físicas asociadas a los fenómenos ondulatorios (puesto que la ESH es una ecuación de *ondas*, en este apéndice se incluye información de especial relevancia para su comprensión).

En el **apéndice A3** se desarrollan con detalle toda una serie de conceptos físicos relativistas, mostrando la deducción de las ecuaciones de transformación de Lorentz así como la complicación que conllevan los conceptos de masa y energía relativistas. También se incluye un importante argumento que demuestra que la velocidad de la luz es un «caso límite». Y se muestra una conclusión muy significativa en nuestro caso: la ESH no es un «invariante» relativista, se transforma al aplicársele las ecuaciones de Lorentz.³⁰

b) La ESH: entre la Física y la Topología

Hemos visto en la introducción cómo la ESH se formuló considerando: i) que el fenómeno asociado a las partículas materiales causante de la emisión de radiación era una onda, ii) que la ecuación dinámica de dicho fenómeno debía ser, por tanto, una ecuación de ondas, iii) que dicha onda debía ser de la forma de las ondas conocidas, pero cumplir al mismo tiempo las propiedades que se deducían de la hipótesis de De-Broglie, y iv) que al margen de la ulterior interpretación probabilística, cierto tipo de funciones ψ , dependientes de la posición y del tiempo, y conteniendo variables complejas, llamadas funciones de onda, se ajustaban a todas estas condiciones y la ecuación de ondas de la cual podían ser solución era, precisamente, la ESH.

Esto significa que primero se determina la forma matemática que ha de tener el fenómeno físico en cuestión, la f.o., y a partir de ella, y teniendo en cuenta ecuaciones, modelos matemáticos, ya conocidos, se deduce cuál será el tipo de ecuación que se ajusta a dichas funciones como representación matemática de su evolución temporal.

Ya sabemos cuál es el significado físico de una onda: la perturbación de un medio que se propaga en él a lo largo del tiempo; una onda de probabilidad tendrá también ese significado, y por lo tanto, todas las características propias de una tal perturbación: una amplitud, un vector de onda, una longitud de onda y una frecuencia, una velocidad de propagación, etc. Pero todas estas características ondulatorias, debido a esa particularidad de las f.o. de ser funciones de variable compleja, se corresponderán con una estructura matemática que se aparta de la «tradicional» de las ondas mecánicas habituales. La representación matemática de las propiedades ondulatorias de la f.o. está asociada a un tipo de espacios muy particular; un tipo de espacios matemáticos abstractos que ya no se corresponde con el espacio tridimensional usual cuya representación matemática es el

³⁰ Una excelente exposición de los conceptos básicos y fundamentos de la teoría de la relatividad especial se encuentra en Martín (1990).

espacio euclídeo. Son los llamados *espacios de Hilbert*, dotados de una «geometría» propia, una geometría en la que los elementos fundamentales ya no van a ser «puntos» sino funciones; y en la que el álgebra en el que se expresarán sus leyes y propiedades ya no será el álgebra vectorial de tres dimensiones convencional, sino un álgebra «generalizada», adecuada al tipo de funciones al que se aplica.

Decimos «generalizada» porque los conceptos fundamentales generalizan conceptos homólogos de la geometría euclídea: así, por ejemplo, el producto escalar entre vectores (véase el apéndice A1) existirá como operación en los espacios de Hilbert —de hecho, su existencia es una de las condiciones de la definición algebraica de tales espacios—; de igual modo que el producto escalar entre dos vectores perpendiculares es cero, el producto escalar entre dos funciones de onda «perpendiculares» también lo será, una vez que la propiedad de perpendicularidad entre funciones, en este caso generalizada por el concepto de ortogonalidad, haya sido convenientemente definida.

En el apéndice A2 se puede comprobar que el tipo más simple de función que puede representar una onda que satisfaga, tanto las propiedades de las funciones que representan fenómenos ondulatorios, como la hipótesis de De-Broglie, es la de una onda plana de la forma:

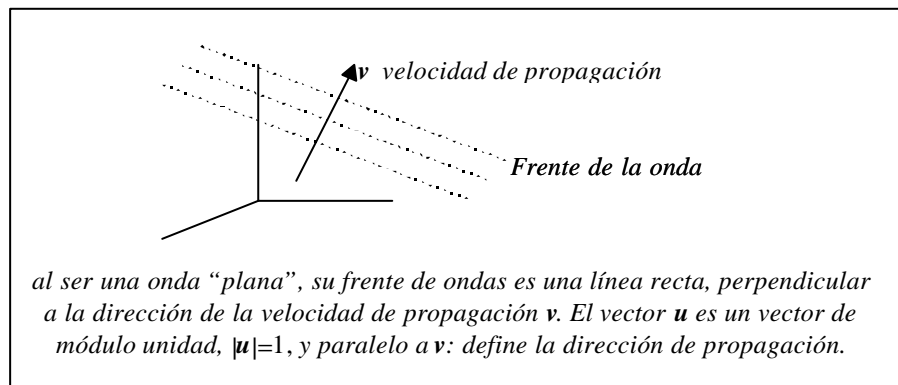
$$\Psi(\vec{r}, t) = a \cdot \exp[i2\mathbf{p}(\vec{r} \cdot \vec{u} - vt)]$$

*Onda Plana propagándose con velocidad v
en la dirección \mathbf{u}*

Pero dicha f.o. representaba una única onda asociada a una única partícula; si se supone que, en lugar de una onda tan elemental, la partícula llevaba asociada una onda más compleja, una onda resultado de la superposición de muchas ondas elementales planas de este tipo, entonces su representación matemática será una integral:

$$\Psi(\vec{r}, t) = \int A(\vec{k}) \exp[i(\vec{k} \cdot \vec{r} - 2\mathbf{p}t)] d^3\vec{k}$$

con : $\vec{k} = \frac{2\mathbf{p}}{\hbar} \cdot \vec{u}$ (vector de onda)



Que entendemos como «suma continua e infinita» de ondas planas elementales, y que también es una representación matemática adecuada de una onda. Esto significa que tanto la primera como la segunda son elementos de un espacio de Hilbert,³¹ y que la relación entre ambas, la integración, es una operación realizable en su estructura algebraica. No sólo eso, sino que el tipo de representación de un elemento o función de dicho espacio, sea como una función simple, sea como una suma continua e infinita de funciones simples, es una propiedad característica de este tipo de espacios.

Ahora bien, en cuanto se introducía la interpretación de estas f.o. como funciones de probabilidad, era necesario imponer algunos requisitos o restricciones sobre ellas: en primer lugar, había que definir su «magnitud», en segundo lugar, dado que dicha magnitud se interpretaba como una probabilidad, tenía que ser una cantidad finita, real y positiva. En tercer lugar, y por tratarse de una probabilidad de «presencia» de una partícula en una cierta región del espacio, cuando se consideraba el espacio total, y puesto que la partícula debía encontrarse en *algún* punto de él, la probabilidad de presencia en *cualquier* punto del espacio debía ser la unidad, la «certeza». Todo lo cual se traducía diciendo que las funciones debían ser de cuadrado integrable y, además, debían estar normalizadas a la unidad. Esto es, debían cumplir las propiedades:

$$\text{i) } |\Psi|^2 = \text{magnitud de la f.o.} = \text{Probabilidad}$$

$$\text{ii) } \int_R |\Psi|^2 dV = N < \infty \quad (\text{cuadrado integrable})$$

$$\text{iii) } \int_{\mathbb{R}^3} |\Psi|^2 dV = 1 \quad (\text{normalización a la unidad})$$

La primera nos dice que la magnitud de la f.o. se define como su módulo cuadrado; según la segunda, dicha magnitud, una probabilidad, referida a una cierta región R del espacio, debe ser de valor finito; la tercera, por su parte, establece que cuando la región considerada es todo el espacio (el «espacio» habitual, esto es: el espacio euclídeo de tres dimensiones correspondientes cada una a los números reales: \mathbb{R}^3) la probabilidad ha de ser uno. Como la función Ψ depende de la posición y del tiempo, para cada valor particular de r y de t se tendrá un valor particular de Ψ : un número complejo $z = a + ib$, con una componente real a y otra imaginaria b . Entonces, el módulo de dicho número al cuadrado, $|z|^2 = |a|^2 + |b|^2$, representará la probabilidad de presencia de la partícula en el punto r en el instante t . Pero si se quiere saber la probabilidad para un cierto volumen finito, habrá que sumar las probabilidades puntuales de todos los r que contiene, de ahí que se integre el módulo cuadrado respecto a la variable de posición, nuevamente, una suma continua e infinita, puesto que los puntos de esa región o volumen forman un continuo en todo el cual la función Ψ toma distintos valores dependiendo de la variable, continua, r . Y lo mismo cuando se trata del espacio completo.

³¹ Es digno de mención que dichas ondas elementales que mediante la integración representan funciones pertenecientes a los espacios de Hilbert de las f.o., ellas mismas no pertenecen a tales espacios: no cumplen una condición fundamental que han de satisfacer tales funciones porque el producto escalar por sí mismas no está definido, es infinito (véase el apéndice A4).

También esto tiene un fundamento algebraico relativo a los espacios de Hilbert de los que las f.o. forman parte: de entre todos los tipos de funciones con las cuales es posible construir espacios matemáticos de este tipo, sólo van a poder ser válidas como f.o. aquéllas que cumplan las propiedades *ii* y *iii* anteriores (la propiedad *i* es una «interpretación» del significado físico de un elemento matemático: no define ninguna propiedad matemática por sí misma); es decir: el concepto «espacio de Hilbert» es más amplio que el concepto «espacio matemático al que pertenecen las f.o. de la MC», el segundo es un tipo particular del primero, es el «espacio de Hilbert de las funciones de cuatro variables reales —tres coordenadas espaciales correspondientes al vector r y una coordenada temporal t —, cuyos valores son números complejos, de cuadrado integrable y normalizadas a la unidad». Los espacios de Hilbert se representan con la letra H , y una manera de expresar formalmente este conjunto de funciones sería:

$$\cdot \text{ siendo } \mathbf{y} \text{ una función: } \begin{cases} \mathbf{y}: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{C} \\ (x, y, z, t) = (\bar{r}, t) \rightarrow \mathbf{y}(\bar{r}, t) = z \end{cases}$$

$$\text{en donde: } \begin{cases} x, y, z, t \in \mathbb{R} \\ \bar{r} = (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \\ z = a + ib \in \mathbb{C} \end{cases}$$

• *el espacio de Hilbert correspondiente a las f.o. \mathbf{y} será:*

$$H = \left\{ \mathbf{y} / \int_V |\Psi|^2 dV < \infty, \int_{V=\mathbb{R}^3} |\Psi|^2 dV = 1 \right\}^{\circ}$$

° el conjunto de todas las funciones \mathbf{y} definidas supra tales que son de cuadrado integrable y están normalizadas a la unidad

Así que ya tenemos dos espacios implicados en la representación matemática de las f.o. o funciones de estado de la ESH: el espacio usual, que es el espacio al que corresponden todas las variables dinámicas: posición, velocidad, aceleración, fuerza, momento, energía, etc., y un espacio algebraico de funciones o espacio de Hilbert, que es el espacio propio, la estructura matemática, de tales funciones. Uno es el espacio físico en el cual tienen lugar los fenómenos que trata la MC —que a su vez se corresponde con una representación matemática o estructura algebraica dada por la geometría euclídea—; el otro es el espacio abstracto de las funciones matemáticas \mathbf{y} —que a su vez se corresponde con una interpretación física según la cual las magnitudes de los elementos del espacio representan probabilidades de presencia en el espacio usual de partículas usuales—. Físicamente hablando, el espacio propio de los fenómenos cuánticos sigue siendo el espacio euclídeo, es en ese espacio en el que los fenómenos mecano-cuánticos se manifiestan, evolucionan y miden; matemáticamente hablando, el espacio propio de los fenómenos cuánticos es el espacio de Hilbert, la estructura algebraica propia de las funciones que representan el estado dinámico de tales fenómenos, que define las propiedades y operaciones válidas para dichos elementos.

Obviamente, no se puede «trabajar» matemáticamente con variables de un espacio en el otro espacio. Y he aquí una de las más exquisitas sutilezas inscritas en la formulación de la MC: las magnitudes físicas son efectivamente magnitudes, física y matemáticamente, reales, pero las variables dinámicas mediante las cuales dichas magnitudes se expresan, física y matemáticamente, no lo son: las variables dinámicas correspondientes a las magnitudes cuánticas son *operadores*, conjuntos de instrucciones a aplicar a las f.o., resultado de cuya aplicación son las magnitudes representadas.

¿La sutileza? La sutileza es el concepto de «medición»: las magnitudes son *medidas*, las variables son *mediciones posibles*. Supóngase una partícula cualquiera cuya f.o. se conoce, y de la cual se quiere saber su posición. La posición es una variable dinámica, es un vector de posición r , y saberla significa poder determinarla en cualquier instante de tiempo, medirla. Esto es trivial en mecánica clásica, puesto que el acto de medir se presupone que no altera las condiciones de aquello que se mide, en consecuencia, saber una posición es simplemente conocer la función $r(t)$ que determina la posición para cada instante de tiempo: fijado un instante concreto, dicha función nos da un valor concreto para la posición, valor que se sabe coincidirá con el que se obtiene si se realiza la medida correspondiente; la variable dinámica $r(t)$ tiene un correlato directo con cualquier magnitud concreta r que se quiera conocer o medir.

Pero en MC, dado que la acción de medir altera las condiciones preexistentes, sucede que, en primer lugar, no existe una tal función $r(t)$, puesto que al no tener sentido la noción de trayectoria, no puede haber una función que determine la posición para cualquier instante; en segundo lugar, lo que se conoce es una función a partir de la cual calcular probabilidades, y en tercer lugar, el paso del conocimiento de la f.o. al conocimiento, a partir de ella, de una magnitud implica una medición que altera dicha f.o.; ya no hay una correspondencia directa entre una variable dinámica y su magnitud en cualquier instante. Conocer, en el sentido de saber el estado dinámico de la partícula, es equivalente a conocer no una función de su posición, sino una f.o., una función de probabilidad; conocer, en el sentido de predecir el resultado de una medida de posición, significa dos cosas: conocer la medida efectuada, la magnitud de la posición correspondiente al instante de tiempo considerado, y conocer la alteración resultante de dicha medición; lo cual viene dado por el hecho de que toda magnitud o medida realizada en MC se ha de expresar como un valor medio, el valor más probable de todos los posibles, y su correspondiente incertidumbre, el error asociado a dicho valor promedio. Volvamos al principio: tenemos una partícula de f.o. conocida, ¿cuál será su posición en cierto instante? Veámos en apartado II que sería el valor promedio:

$$\langle \bar{r} \rangle = \int \bar{r} \cdot |\Psi(\bar{r}; t_0)|^2 dV$$

En el cual la f.o. es sólo función de la posición, pues el tiempo está fijado para un cierto $t=t_0$ concreto, y se refiere a una cierta región V del espacio; pero, además, se trata de un valor medio «más probable» con un error, con una incertidumbre:

$$(\Delta \bar{r})^2 = \int [\bar{r} - \langle \bar{r} \rangle]^2 |\Psi|^2 dV$$

Entonces, «conocer» la posición de la partícula será «saber que el resultado de una medición efectuada en un cierto V en el instante t_0 tendrá la máxima probabilidad de ser $\langle r \rangle$, con un error Δr »; está claro que la magnitud medida / conocida es el valor medio $\langle r \rangle$, pero ¿cuál es la variable dinámica asociada a dicha magnitud, la variable cuántica de la posición? Sencillamente, aquella que nos dice qué hay que hacer con la f.o. para obtener $\langle r \rangle$, o más concretamente, qué hay que hacer con la probabilidad definida en V por la f.o. de la partícula para que ésta corresponda a una probabilidad de medida de la posición. Si comparamos:

$$\text{Probabilidad en } V: \int_V |\Psi|^2 dV$$

$$\text{Magnitud de la posición en } V: \int_V \bar{r} \cdot |\Psi|^2 dV$$

Lo que hay que hacer, vemos, es multiplicar por el vector r , y «ello» es la variable buscada: se trata de un operador:

$$\text{Variable dinámica de posición: } \hat{r} \equiv [\bar{r} \cdot]$$

operador posición \circ «vector de posición multiplicado por»

Que como se decía es una instrucción a aplicar al módulo cuadrado de la f.o. en la expresión de éste como magnitud de una onda de probabilidad, lo cual se suele expresar, de forma abreviada, diciendo que es un operador que «actúa sobre la f.o.». Pero la magnitud de la posición implica un error de medición o incertidumbre que, a su vez, corresponde a una magnitud asociada a la medida de esa magnitud posición, y en cuanto tal, debe corresponderle una variable dinámica también, la variable «incertidumbre en la medida de posiciones». Y si hacemos la comparación análoga, buscando la instrucción que defina dicha variable, vemos que la correspondencia es

Variable dinámica de incertidumbre en la posición:

$$(\Delta \bar{r})^2 \equiv [(\bar{r} - \langle \bar{r} \rangle)^2 \cdot]$$

Operador incertidumbre \circ «vector de posición menos magnitud de posición, todo ello al cuadrado y multiplicado por»

Aunque no es usual denominar operador a esta expresión de la incertidumbre, ni considerarla una variable dinámica en sentido estricto, sí que es correcta tal interpretación y su consiguiente formulación.

En consecuencia, lo que tenemos es lo siguiente: conocida la f.o. de una partícula, y por lo tanto su estado dinámico en términos mecano-cuánticos, la variable que especifica su posición para un cierto instante es un operador de posición, y su correlativo operador de incertidumbre, que, al actuar sobre la f.o., nos determinan, respectivamente, la probabilidad de que una medida realizada en un cierto instante arroje como resultado más proba-

ble una determinada magnitud (que se denomina *valor esperado*), y el error asociado a dicha probabilidad.

Conocida la f.o., la medición de la posición conlleva, como resultado, como medida, una magnitud promedio, y como «acto» de medición una alteración de la f.o., la correspondiente actuación del operador sobre ella, puesto que después de medir, y eso es lo que expresa la variable dinámica «actuando sobre» la f.o., la partícula habrá visto alterado su estado dinámico y su f.o. será distinta a la original.³²

La sutileza mencionada, cuya importancia es crucial si se quiere estar en disposición de aprehender conceptualmente los fundamentos de la MC, consiste en esa nítida separación entre variables y magnitudes, que es un correlato directo de la presencia conjunta de dos espacios físico-matemáticos en la formulación de la ESH: separadas en cuanto entidades físicas porque unas son cantidades reales de variables físicas mientras que las otras son expresiones matemáticas, representaciones formales y genéricas de dichas variables, separadas matemáticamente porque unas son números en tanto que las otras son un tipo de operaciones específico de los espacios de funciones de Hilbert conocidas como operadores, y separadas conceptualmente porque unas son resultados de medidas realizables mientras que las otras son, simultáneamente, actos de medición posibles y alteraciones, resultado de dicho acto, de las condiciones preexistentes. Esta última distinción es la que recoge, de una forma práctica y palpable podríamos decir, la especificidad de la MC en comparación con la física clásica sintetizada en el principio de incertidumbre y expresada en la afirmación «toda observación es una alteración de lo observado».

Si nos fijamos detenidamente en lo anterior, comparando las condiciones clásicas y las cuánticas en lo que se refiere a la medida de las posiciones, se puede detectar una asimetría. En el caso clásico, en el que el concepto de trayectoria—y trayectoria determinista— tiene sentido, el problema de la medición puede desglosarse en tres niveles:

1. Una trayectoria conocida: una función $r(t)$ que expresa el estado dinámico de la partícula para cualquier instante de tiempo.
2. Una magnitud conocida: el valor que toma la función $r(t)$ en un cierto instante.
3. Una medida posible: la medida de la posición de la partícula en cierto instante, que coincide con el valor de la función.

Mientras que en el caso cuántico dichos niveles serían:

1. No hay trayectoria: una f.o. $\psi(r,t)$ conocida que, también, expresa el estado dinámico de la partícula en cualquier instante de tiempo (siempre que no se efectúe una medida que altere dicho estado).

³² Una cuestión importante relativa al problema de la medida en MC es la del tiempo que se tarda en transformar la f.o. al medirla: ¿es una transformación instantánea? Si lo fuera, contradiría la relatividad, luego hay que presuponer que la medición implica un tiempo de alteración de la f.o. (o bien, claro está, presuponer la radical incompatibilidad entre MC y relatividad).

2. Una magnitud conocida: el valor medio más probable o valor esperado de la posición obtenido aplicando un operador a la f.o..
3. Una medida posible: la medida de la posición de la partícula en cierto instante, que debería estar en el rango de valores predichos por la incertidumbre asociada a 2, pero que podría ser cualquiera, y cuyo efecto sería la modificación de la f.o. según expresa el operador asociado a la variable dinámica posición.

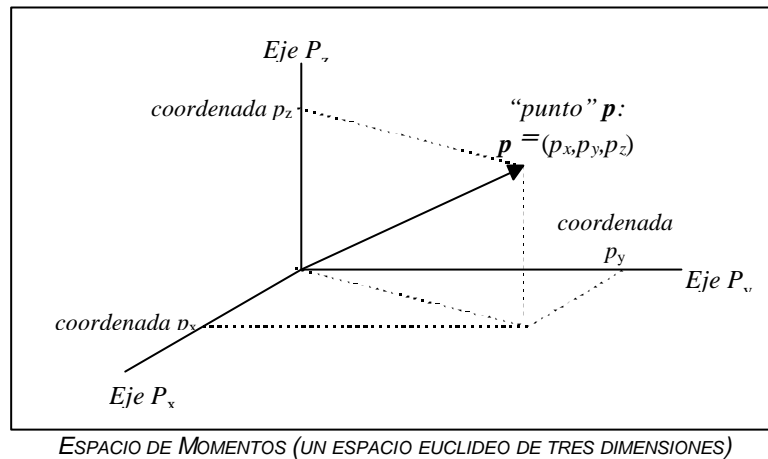
Si consideramos que 1 corresponde a *conocimiento deducible* de la teoría mecánica correspondiente, 2 a *resultados derivables* de dicha teoría y 3 a *resultados obtenidos experimentalmente*, en el caso clásico 2 y 3 se corresponden biunívocamente y es indistinto hablar de magnitudes conocidas o magnitudes medidas, resultado, claro está, del carácter determinista de la teoría que se aplica en 1. Sin embargo, en el caso cuántico, 2 y 3 ya no se corresponden, y además se da un entrecruzamiento: los resultados derivables de la teoría son las magnitudes físicas, reales, promedio, calculables con la f.o., mientras que en una medida experimental lo único determinable de antemano es la alteración dada por el operador o variable dinámica sobre el estado preexistente.

En los datos deducidos teóricamente lo relevante es la magnitud promedio; en los datos obtenidos experimentalmente lo relevante es la variable dinámica (teórica) u operador. Por otro lado, mientras la teoría clásica «conoce» la posición como una función del tiempo, la teoría cuántica «conoce» la f.o. como una función del tiempo y de la posición: en el primer caso, la posición es la función conocida, la magnitud deducible y la magnitud medible (sólo hay una variable, el tiempo); en el segundo, la posición es una variable de la función conocida cuya expresión es un operador que actúa sobre dicha función, y una magnitud deducible estadísticamente.

La asimetría a la que nos referíamos tiene que ver con esto último: el estado dinámico de la partícula viene dado por una función del tiempo y, además, de la posición, que es, precisamente, aquello que se trata de conocer. Conceptualmente el problema se resuelve haciendo explícito que en un caso se trata de conocimiento determinista y en el otro de conocimiento probabilístico, sin embargo, está indicando una carencia real en la formulación de la f.o. tal cual la hemos visto. Una f.o. expresada como $\psi(r,t)$ es una de las formas posibles de representarla: es su expresión en coordenadas cartesianas en la «*representación de posiciones*», pero esa misma f.o. podría ser expresada en otras coordenadas cartesianas —en principio cualesquiera—: su forma matemática variaría, sería una función matemática ϕ distinta de la ψ , pero representaría el mismo estado dinámico; así, una representación posible sería $\phi(p,t)$, la f.o. en coordenadas cartesianas en la «*representación de momentos*», y se tendría una función distinta con unas variables distintas (el momento y el tiempo) pero caracterizando el mismo estado dinámico de la partícula: la misma f.o. pero con dos representaciones matemáticas distintas.

Esto es lo que el alumno conocerá como «el problema de las representaciones», que entra de lleno en las características formales de los espacios de Hilbert y en las propiedades de las funciones que los componen: la geometría de tales espacios, su estructura algebraica, es la que posibilita que las ondas de probabilidad tengan representaciones alternativas en función de las variables respecto a las cuales se expresan. Al igual que se ha partido de una f.o. en la representación de posiciones y se ha interpretado como la proba-

bilidad de presencia de la partícula en una cierta región espacial V en un cierto instante de tiempo, se podría haber comenzado con una f.o. expresada en la representación de momentos: su interpretación sería la de una probabilidad, no ya de presencia, sino de existencia de un cierto valor del momento de la partícula en una región, ya no espacial, sino de un cierto «espacio de momentos» para un cierto instante. Se trataría de una región tridimensional no espacial, sino determinada por las coordenadas del vector momento, un espacio abstracto aunque con una geometría euclídea:



En esta nueva representación tendríamos para la f.o.:

- i) $|\mathbf{j}|^2 = \text{magnitud de la f.o.} = \text{Probabilidad}$
- ii) $\int_R |\mathbf{j}|^2 d\bar{p} = N < \infty$ (cuadrado integrable)
- iii) $\int_{R^3} |\mathbf{j}|^2 d\bar{p} = 1$ (normalizada a la unidad)

Pero ahora la probabilidad de i sería una probabilidad referida a las mediciones del momento de la partícula; esto es, en lo relativo a la magnitud momento:

$$\int_R |\mathbf{j}(\bar{p}, t)|^2 d\bar{p}$$

Representa la probabilidad de que el momento que p posee la partícula en un cierto instante t pertenezca a una cierta región R del espacio de momentos, se encuentre en un cierto «volumen» de dicho espacio. Del mismo modo:

$$\langle \bar{p} \rangle = \int_R \bar{p} \cdot |\mathbf{j}(\bar{p}, t)|^2 d\bar{p}$$

Es la magnitud promedio más probable que puede corresponder a la partícula en dicha región; o dicho de otro modo, es el valor que tiene más probabilidades de ser recogido como medida del momento de la partícula en ese instante de tiempo, de todos los que

contiene el volumen R del espacio de momentos, de forma que, en esta representación, la variable dinámica momento vendrá dada por el operador:

$$\hat{p} \equiv [\bar{p} \cdot]$$

Que se corresponde de forma exacta con el operador posición en la representación de posiciones, y que es la instrucción que hay que hacer actuar sobre la f.o. para que el resultado sea una magnitud promedio de la variable momento. Esto es: el operador posición en la representación de posiciones y el operador momento en la representación de momentos tienen la misma forma, son la instrucción «variable vectorial (r o p , en cada caso) multiplicada por». ¿Pero qué sucede cuando tratamos de determinar el momento en la representación de posiciones o la posición en la representación de momentos? ¿Qué sucede cuando queremos determinar una variable dinámica, un operador, en una representación que no es la suya? Para saber cuál es la situación entonces, o bien podemos establecer la relación que hay entre las dos representaciones de la f.o., esto es, transformar la f.o. mediante la relación entre un espacio de representación y otro, o bien hemos de conocer la expresión del operador de dicha variable en la representación de la otra. Tanto uno como el otro camino requieren el paso intermedio por el espacio de Hilbert al que pertenecen las f.o., estén expresadas en la representación que sea, pues todas las posibles representaciones son funciones pertenecientes al mismo espacio de funciones H . Lo cual significa que las operaciones involucradas en ello conciernen al álgebra propia de dichos espacios.

Esta duplicidad en lo que se refiere a la representación de las f.o. no sólo se da en las coordenadas que se utilicen, sino que se extiende a otros dos ámbitos —por lo menos—. Por una parte, basándose en la estructura algebraica de los espacios H , es posible construir una formulación de la MC válida para cualquier tipo de coordenadas particular que se quiera tomar, de forma que un mismo estado dinámico pueda ser «traducido» a funciones de onda particulares dependiendo de la elección de coordenadas concreta que se quiera o sea más oportuno emplear. Se tendrán lo que se conoce como *vectores de estado*, representaciones abstractas de los estados dinámicos de los sistemas e independientes de las coordenadas: un vector de estado se representa mediante el símbolo “ $|\psi\rangle$ ”. Así, p.e., el vector de estado $|\psi\rangle$ puede representar indistintamente una f.o. $\psi_1(r,t)$ o una f.o. $\psi_2(p,t)$ que correspondan al mismo estado dinámico de un sistema en las representaciones de posición y momento respectivamente. La duplicidad aquí surge a la hora de representar las variables dinámicas, los operadores asociados a las magnitudes físicas medibles.

Al igual que las f.o. propias de la MC son un tipo particular de las funciones que pueden constituir espacios de Hilbert, los operadores que representan variables mecano-cuánticas son también un tipo particular de los operadores que pueden ser definidos como instrucciones aplicables a las funciones constituyentes de los espacios de Hilbert. Son los que se conoce como *operadores autoadjuntos* (véase su definición en el apéndice A4). Cuando una magnitud dinámica cualquiera lleve asociado un operador autoadjunto, ésta podrá ser efectivamente medida, significándose con ello que los valores resultantes de su actuación sobre una f.o. cualquiera serán matemáticamente coherentes con las propiedades de toda magnitud física real (no serán, por ejemplo, valores de tipo complejo).

Por eso se los denomina *observables*: un observable cuántico es una variable dinámica cuya representación matemática es un operador autoadjunto o, equivalentemente, es una variable cuyo operador asociado actúa sobre la f.o. de cualquier sistema produciendo magnitudes promedio que corresponden a alguna magnitud física real. Los observables cuánticos son los que determinan, al ser aplicados a las f.o. según prescriba la ESH adecuada al sistema físico que se esté considerando, las condiciones de cuantificación de dicho sistema.

El proceso técnico, como veremos más adelante, mediante el que se obtienen estas condiciones de cuantificación es el siguiente: dado un cierto sistema físico, p.e. una partícula sometida a la acción de un cierto potencial, se formula la ESH particular que le corresponde (será la ESH que hemos visto formalmente que incluya el potencial particular del que se trate: la función V que forma parte del operador hamiltoniano es el elemento variable de la ESH: cada sistema particular estará sometido a la ley definida por la ESH particularizada al tipo de función V que represente el potencial concreto que se tenga; una partícula libre, p.e., es un sistema físico particular que corresponde al caso $V=0$); planteada la ecuación, se busca la f.o. particular que es solución de ella: esto significa que hay que resolver, mediante las técnicas matemáticas correspondientes, una ecuación diferencial en derivadas parciales. En esta resolución, junto con lo que es la ecuación en sí misma, las propiedades físicas del sistema particular que se esté tratando van a determinar la existencia de unas ciertas restricciones matemáticas a los valores que la f.o. puede tomar en ciertos puntos concretos del espacio (del espacio euclídeo usual), conocidas como *condiciones de contorno*.

Lo que hay que resolver es una ecuación sometida a unas ciertas condiciones de contorno, hay que encontrar una *solución particular* de la ESH, la solución particular que, además de ser solución de la ecuación, satisface las restricciones dadas por las condiciones de contorno. Esto es algo característico de la resolución de ecuaciones diferenciales en general, y que se puede entender recurriendo a las ecuaciones algebraicas: una ecuación algebraica es una expresión en la que aparece una incógnita cuya entidad matemática es numérica:

$$3x^2 - 4x + 5 = 0$$

Es una expresión en la que la “ x ”, la incógnita, es un número (naturalmente, dado que las operaciones y funciones que integren una ecuación algebraica pueden tener significados distintos dependiendo del tipo de número que sea x , hay que especificar a qué conjunto numérico pertenece la incógnita). La solución de la ecuación será, idealmente, *un* número, pero, como es probable que el lector sepa ya, puede haber más de un número que cumpla las condiciones impuestas en la ecuación: en general, una ecuación algebraica tiene tantas soluciones como indique el grado de la potencia mayor de la incógnita que aparezca en su expresión; en el caso anterior tenemos una x^2 , de manera que habrá dos soluciones posibles para la ecuación.

De ese conjunto de soluciones numéricas pueden interesarnos sólo aquellas que, además de satisfacer la ecuación, tengan otras propiedades adicionales, p.e., que no

sean mayores que un cierto valor prefijado, o que sean sólo positivas, etc. Estas propiedades adicionales serían el equivalente de las condiciones de contorno de una ecuación diferencial: las soluciones posibles de la ecuación algebraica son un conjunto de valores, y de él puede interesarnos sólo un subconjunto particular; el conjunto de todas las soluciones se llama *solución general* de la ecuación; el subconjunto de la solución general que, además, cumple esas otras condiciones adicionales o restrictivas se llama *solución particular* de la ecuación.

Pues bien, en el caso de las ecuaciones diferenciales, en las que la incógnita ya no es una magnitud numérica sino una función, sucede otro tanto: una ecuación tendrá una solución general constituida por un conjunto de funciones,³³ (para el caso de la ESH, pueden aparecer infinitas soluciones para un determinado problema, correspondientes a los infinitos estados del sistema considerado) pero si además se exigen ciertas condiciones de contorno específicas, de ese conjunto sólo una parte será solución válida del problema

³³ Digamos que el «tamaño» de ese conjunto, lo que se conoce como *dimensión* del espacio de funciones que constituyen, depende también del grado, en este caso, de derivación mayor que contenga la ecuación: si aparecen derivadas segundas, p.e., la solución general de la ecuación será de dos dimensiones. La dimensión es también aquí un concepto análogo al de dimensión de un espacio vectorial: el espacio euclídeo tiene tres dimensiones, lo que, entre otras cosas, equivale a decir que dados tres vectores distintos que no pertenezcan simultáneamente los tres, a un mismo plano, se puede construir, utilizando las operaciones definidas para los vectores —en particular, la suma vectorial y el producto de constantes o escalares por vectores—, cualquier vector de tres dimensiones: tres vectores no coplanarios forman una *base* del espacio euclídeo y, así, la dimensión, tres, se corresponde con el número mínimo de vectores que forman una base, que forman un conjunto mediante el cual se puede obtener cualquier otro elemento del espacio. Las soluciones de ecuaciones diferenciales forman espacios de funciones: la solución general de una ecuación diferencial es un conjunto de infinitas funciones, pero todas las cuales se pueden construir a partir de las que constituyen una base de ese espacio de funciones; la dimensión de la solución general se corresponderá con el número de funciones necesarias para formar una de esas bases (que puede ser, a su vez, infinito). La operación de derivación no establece una relación biunívoca entre función y función-derivada (véase el apéndice A1), p.e.:

$$\frac{d}{dx}(\sin x + 5) = \frac{d}{dx}(\sin x - \log 2'6788) = \frac{d}{dx}(\sin x) = \cos x$$

Es decir, las funciones $f_1(x)=\sin x+5$, $f_2(x)=\sin x-\log 2'6788$, $f_3(x)=\sin x$ tienen la misma derivada $g(x)=\cos x$, la misma que cualquier función construida a partir de la función seno agregándole como sumando una constante cualquiera. Dicha no-biunivocidad es la causa de esta pluralidad de soluciones. Pluralidad que, además, tiene que ver con esas constantes aditivas que se pueden agregar a una función cualquiera sin que se altere la función derivada: son constantes indefinidas, y su número también determinará la dimensión de la solución general de la ecuación de que se trate. Por ejemplo, todas las funciones anteriores, funciones de la forma $f_i(x)=\cos x+c_i$, con c_i constante (un elemento del conjunto de números sobre los que está definida la función, p.e. los números reales), son soluciones de la ecuación:

$$\frac{d^2}{dx^2} f = -f + c_i, \quad f = f(x)$$

Pero también son solución de esta ecuación las funciones $g_i(x)=\sin x+c_i$. Quiere esto decir que hay dos conjuntos de funciones, cada uno con una sola constante indeterminada, que son soluciones de la ecuación anterior: la solución general de la ecuación (véase que es de segundo grado, pues aparece una derivada segunda) es de dos dimensiones. Sirva lo dicho a modo orientativo, simplemente, pues una descripción más rigurosa nos llevaría a la introducción de conceptos algebraicos adicionales, como los de espacio vectorial, conjuntos linealmente independientes, sistemas de generadores, etc. (sirviéndonos de estos conceptos, podríamos ver, p.e., cómo la solución general de esta última ecuación puede expresarse como una única función que contiene dos constantes indeterminadas: grado de diferenciación y número de constantes indefinidas son propiedades equivalentes de los espacios de funciones que constituyen soluciones generales de ecuaciones diferenciales).

completo y se tendrá una solución particular de la ecuación. La «particularización» que impondrán las condiciones de contorno implicará, en el caso de las ecuaciones mecano-cuánticas, la aparición de condiciones de cuantificación, en primer lugar, en la f.o. solución particular, y en segundo y como consecuencia de que toda variable dinámica se define por la actuación de un cierto operador sobre la f.o., dichas condiciones también afectarán a las propias variables dinámicas del sistema, como p.e. la energía.

De esta forma, resuelta la ecuación y conocida la f.o. propia del sistema, esta solución particular impondrá restricciones sobre los valores posibles de las magnitudes dinámicas del sistema: cada operador u observable estará asociado a un conjunto de valores permitidos de la variable que representa al actuar sobre la f.o., mientras que el resto de valores, aquéllos que no cumplan las condiciones de cuantificación, aún siendo valores matemáticamente válidos—corresponderían a la solución general de la ESH obviadas las condiciones de contorno que, recordemos, son resultado de características físicas específicas del sistema del que se esté tratando— no serán tenidos en cuenta.

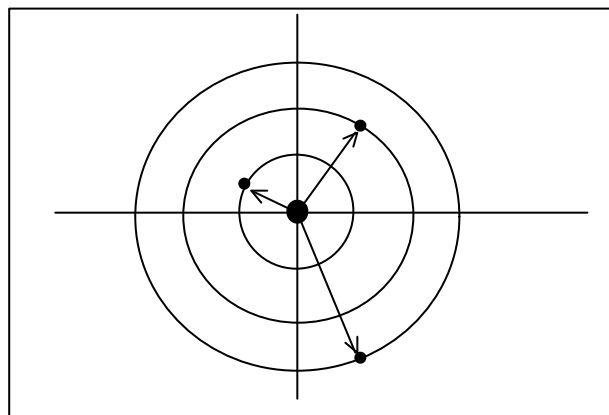
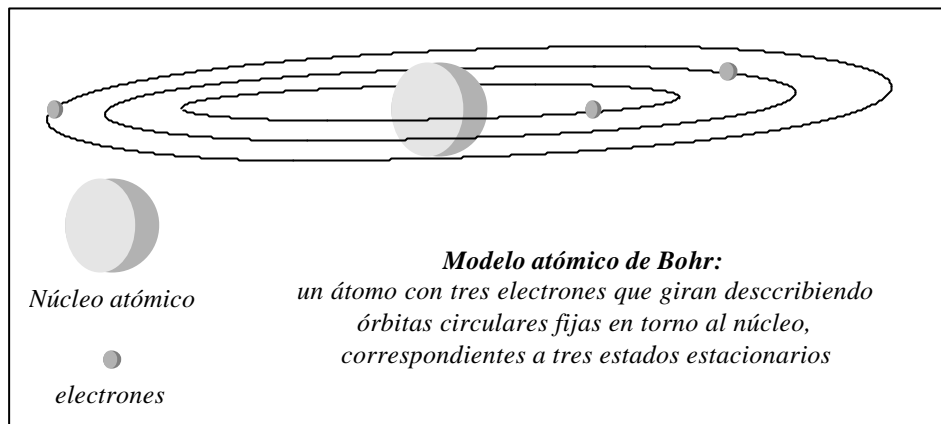
El conjunto de valores permitidos asociados a un observable se conoce como su espectro y es, precisamente, de las características de estos espectros de lo que depende una nueva duplicidad representacional vinculada a la ESH y a la MC en general. Los operadores cuánticos pueden tener espectros continuos o discretos, o una combinación de ambos; es decir, el conjunto de valores permitidos de la magnitud dinámica representada por el operador como su variable cuántica asociada, puede ser un conjunto discreto o un conjunto continuo. Característicamente, la posición lleva asociada un espectro continuo de valores: el valor medio de la posición resultante de la aplicación del operador posición sobre la f.o. pertenece al conjunto de valores vectoriales propios de un espacio euclídeo normal, que es un espacio continuo. Lo mismo puede decirse del operador momento. En cambio, la energía está típicamente asociada a un espectro discreto de valores permitidos (excluido el caso «ideal» de una partícula libre).

Pues bien, dependiendo de que el espectro de un operador sea discreto (esté, propiamente hablando, cuantizado) o continuo (no lo esté), su representación matemática será diferente; hablamos de la representación matemática en términos de vectores de estado desvinculados de cualquier tipo de sistema de coordenadas particular.

La segunda peculiaridad representacional a la que se aludía tiene que ver con el tipo de representaciones gráficas que se pueden hacer de las f.o. solución de la ESH, en particular, de las f.o. que representan los estados dinámicos de los electrones de un átomo. Esta peculiaridad se refiere, por lo tanto, a la representación geométrica de las funciones de probabilidad, a su visualización espacial («espacial», en el sentido de «forma» que tienen en el espacio euclídeo habitual). Si recordamos el modelo atómico de Bohr, el tipo de átomo que proponía la teoría cuántica antigua, se trataba de una especie de minisistema planetario: por hipótesis, existían unos estados estacionarios u órbitas circulares, caracterizados por una cierta energía del electrón que giraba en torno al núcleo *en* ellos. No se trataba de un modelo probabilístico: el electrón o estaba o no estaba en una cierta órbita fija. Así, un átomo de tres electrones se podría representar como aparece en la figura siguiente.

Esta sería una visualización del tipo de átomo que postulaba Bohr; su representación geométrica podría hacerse sobre un plano, situando en el centro de los ejes al núcleo, y

representando los distintos estados estacionarios como circunferencias concéntricas, cada una de ellas con un cierto radio R_n y asociada a una energía E_n , cuyos valores se obtienen a partir de las leyes mecánicas aplicables según los postulados ya vistos (véase la figura siguiente).



Partiendo del caso más sencillo, el átomo de hidrógeno, el tipo de potencial que interviene es aquél que liga a electrón y núcleo: son partículas cargadas eléctricamente, de manera que el potencial de atracción entre ambas será de tipo eléctrico; es lo que se conoce como *potencial coulombiano*. Éste será el único presupuesto que haya que introducir en el modelo atómico, junto con, naturalmente, la suposición de que las partículas atómicas están en el rango de medida de la teoría ondulatoria cuántica y por tanto sometidas a la ley dinámica de la ESH. El sistema físico de partida, entonces, es el de una partícula, el electrón, sometida al potencial de atracción eléctrica debido al núcleo. Recalquemos esto: el sistema físico es el electrón, no el átomo total, es una única partícula sometida a un cierto potencial, siendo dicho potencial el que introduce, digámoslo así, indirectamente la presencia de un núcleo en el sistema. Al contrario que en el modelo de Bohr, lo que sea el átomo será resultado de lo que dicte la ESH para el electrón: no se postula ningún tipo de condiciones mecánicas de antemano, pues la resolución de la ESH será la que nos proporcione el comportamiento dinámico del electrón.³⁴

³⁴ Que el modelo atómico de Bohr y la teoría cuántica antigua sigan siendo útiles como introducciones conceptuales a la MC se debe, claro está, a que pueden establecerse muchos puntos de continuidad; o si

La función V que representa un potencial de tipo coulombiano es una función de una única variable escalar: V sólo depende de la distancia entre la fuente y la partícula afectada por el campo que genera o, lo que es lo mismo, V sólo depende del módulo del vector de posición de la partícula sometida a la acción del campo:

$$\text{Potencial coulombiano: } V = V(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qq}{r}, \quad r \equiv |\vec{r}|$$

Donde Q representa la carga eléctrica de la fuente del potencial, q la de la partícula afectada y ϵ_0 es una constante conocida como *constante dieléctrica en el vacío* (una más de las constantes físicas universales). Como el caso particular que vamos a considerar es el de un átomo de hidrógeno, la carga fuente y la de la partícula afectada serán iguales en magnitud pero de sentido opuesto: el núcleo de un átomo de hidrógeno está constituido por un protón, de carga $+e$, mientras que la carga de la partícula afectada, que es un electrón, es $-e$, de manera que, en este caso, el potencial V será:

$$V(r) = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r}$$

Y éste es el potencial que forma parte del hamiltoniano H que interviene en la ESH, que entonces tendrá la forma:

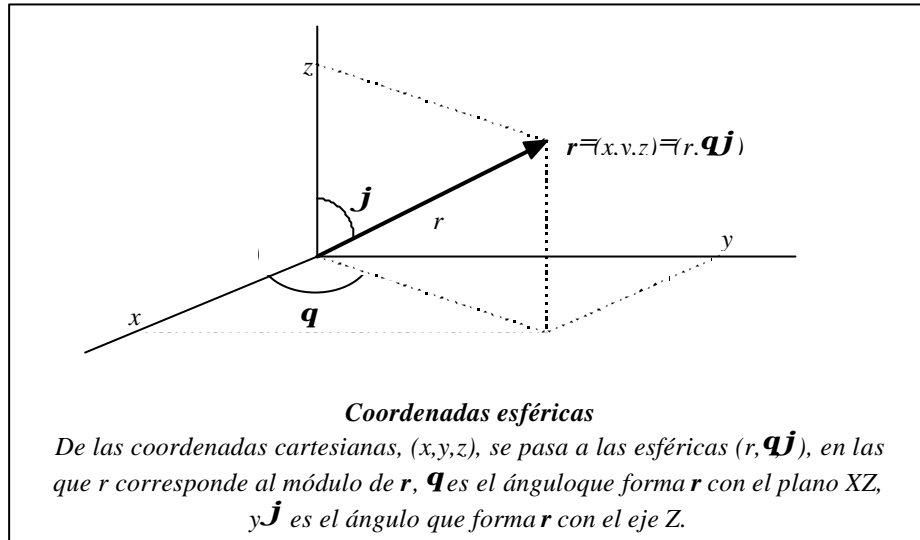
$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{Y} = -\left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r} + \frac{\hbar^2}{2m} \Delta \right) \mathbf{Y}$$

La particularidad de este potencial V , un potencial constante en el tiempo (no depende de la variable temporal), y que también es invariante respecto a la orientación angular de la partícula sometida a su acción (depende sólo de la magnitud del vector de posición, pero no de su orientación en el espacio, de su dirección y sentido), confiere al sistema una simetría esférica; es decir, en toda superficie esférica con centro en la fuente del potencial el valor de la función V es el mismo. Es por esto que a este tipo de funciones de potencial se les conoce como *potenciales centrales*. El hecho de que, en lugar de tratarse de una función de cuatro variables escalares, dependa únicamente de una única variable de tipo escalar simplifica notablemente la resolución de la ESH. Es más, dada la simetría del sistema, una parte de la f.o. es conocida de antemano: debido al tipo particular de potencial del que se trata, se sabe que la f.o. es factorizable:

$$\mathbf{Y}(\vec{r}, t) = R(r)Y(\mathbf{q}, \mathbf{j})T(t)$$

se quiere decir de otro modo: los postulados de Bohr, a la luz de los resultados de la MC, no estaban tan desencaminados. Pero, en principio, el tipo de f.o. que se obtendrán como ondas de probabilidad asociadas a las partículas-electrones podrían ser todo lo distintas que se pudiera imaginar en relación a las funciones orbitales del modelo de Bohr. Mientras que en dicho modelo la evolución dinámica de los electrones es consecuencia de la conjugación electrodinámica y mecánica dada por los postulados, en MC, esa evolución es puramente eléctrica: lo que se postula es la pertinencia de la ESH, la teoría física a aplicar, y el tipo particular de función potencial que interviene, un potencial eléctrico; de las propiedades mecánicas del sistema no se anticipa absolutamente nada.

Es decir, se puede expresar como un producto de funciones sólo dependientes de determinadas variables. En todo problema que posea simetría esférica conviene utilizar unas coordenadas distintas de las cartesianas, llamadas precisamente *coordenadas esféricas*, cuya relación con las anteriores se puede ver gráficamente en la figura siguiente.



En estas coordenadas, el potencial es independiente de los ángulos θ , ϕ y de ello resulta que la f.o. de cualquier sistema con simetría esférica va a tener siempre la misma parte angular; es decir, la función $Y(\theta, \phi)$, conocida como *armónico esférico*, será siempre la misma, sea cual sea el potencial central particular del que se trate. Otro tanto sucede con la función $T(t)$, la parte temporal de la f.o., pues V también es independiente del tiempo. El problema se reduce, entonces, a calcular la parte radial de la f.o., esto es, la función $R(r)$. La f.o. total que se obtiene una vez aplicados los métodos matemáticos adecuados para la resolución de las sucesivas ecuaciones diferenciales que se derivan de la factorización es la siguiente:

$$\begin{aligned}
 \psi_{n,l,m}(\vec{r}, t) = & \underbrace{\frac{R(r)}{n^2} \left(\frac{1}{a_0}\right)^{3/2} \left[\frac{(n-l-1)!}{(n+l)!}\right] \exp\left(-\frac{1}{na_0} r\right) \left(\frac{2}{na_0} r\right)^{n-l-1} \sum_{k=0}^{n-l-1} \left\{ (-1)^{k+2l+1} \frac{(n+l)! \left(\frac{2}{na_0} r\right)^k}{(n-l-k)! (2l+k)! k!} \right\}}_{Y(\mathbf{q}, \mathbf{j})} \\
 & \cdot \underbrace{\left[\frac{2l+1}{4\pi} \cdot \frac{(l-|m|)!}{(l+|m|)!} \right]^{1/2} (1 - \cos^2 \mathbf{q})^{l/2} \frac{1}{2^l l!} \sum_{k=k'}^l \left\{ (-1)^{l-k} \frac{l!}{(1-k)! k!} \frac{(2k)!}{(2k-l)!} (\cos \mathbf{q})^{2k-l} \right\} \exp(im\mathbf{j}) (-1)^{|m|}}_{T(t)} \cdot \exp\left(-i \frac{E}{\hbar} t\right) \\
 \text{con } & \begin{cases} n = 1, 2, \dots, l \geq |m|, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \\ E \equiv E_n = n^2 \left(\frac{4\pi e_0 \hbar}{e^2}\right)^2 \frac{2}{m}, \quad m \equiv \text{masa} \\ a_0 \equiv \frac{1}{4\pi e_0} \cdot \frac{e^2}{2E_1} = 5,292 \cdot 10^{-11} \text{ metros (radio de Bohr)} \end{cases}
 \end{aligned}$$

Hemos expresado de forma explícita la f.o. para que el lector tenga una idea del tipo «real» de funciones que son las f.o. de la MC. Téngase en cuenta que este caso del átomo de hidrógeno es el caso más sencillo posible de entre todos los ejemplos de sistemas físi-

cos reales que se pueden considerar. De hecho, dada la complejidad de la f.o. resultante, no es de extrañar que sea también uno de los tres únicos casos (junto al del oscilador armónico y al del sólido rígido) en los que se puede obtener una solución «exacta» de la ESH; esto es, una f.o. cuya expresión analítica se corresponde completamente con la función incógnita de la ecuación. En general, las funciones solución de la ESH no van a poder obtenerse más que mediante aproximaciones, no se llegan a obtener soluciones exactas en la inmensa mayoría de los casos sino soluciones aproximadas.

La f.o. del átomo de hidrógeno está triplemente cuantizada: los valores permitidos dependen de los tres *números cuánticos* n, l, m , llamados, respectivamente, número cuántico *principal*, *magnético* y *orbital*, que son resultado del proceso matemático de resolución de las ecuaciones al considerar las condiciones de contorno adecuadas al problema. Cada una de las partes de la f.o., la radial, la angular (los armónicos esféricos) y la temporal, dependen de alguno de tales números, pero no de todos, lo cual se expresa mediante subíndices:

$$\mathbf{y}_{n,l,m}(\bar{r}, t) \equiv \mathbf{y}_{n,l,m}(r, \mathbf{q}, \mathbf{j}) = R_{n,l}(r) Y_{m,l}(\mathbf{q}, \mathbf{j}) T_n(t)$$

Y así, p.e., la f.o. solución del átomo de hidrógeno para los valores particulares $n=1, l=0, m=0$, conocida como *estado fundamental*, pues corresponde al caso con el nivel más bajo de energía posible, se representaría como:

$$\mathbf{y}_{1,0,0}(r, \mathbf{q}, \mathbf{j}) = R_{1,0}(r) Y_{0,0}(\mathbf{q}, \mathbf{j}) T_1(t)$$

Cualquier otra combinación posible de valores de los índices cuánticos correspondería a estados excitados del átomo, estados en los que debido a algún aporte externo de energía, el electrón «saltaría» a un nivel energético superior.

Ahora bien, ¿cómo se pueden representar estos estados dinámicos del electrón del átomo de hidrógeno dados por las funciones solución de la ESH? En primer lugar, hay que tener en cuenta que dada la interpretación probabilística de la f.o., toda representación geométrica o visualización del estado dinámico del electrón, en analogía con las trayectorias deterministas clásicas (recordemos: órbitas circulares), debería hacerse de las regiones espaciales con máxima probabilidad de presencia del electrón; es decir, lo que hay que representar son probabilidades espaciales de presencia de la partícula. Si se traspusiese esta interpretación al modelo de Bohr, que la representación sean órbitas circulares se debería a que se trata de las regiones espaciales con la máxima probabilidad de que el electrón se encontrase; no se da una posición concreta del electrón, sino una región espacial, en este caso una línea circular, en la cual se sabe que el electrón se encuentra «girando». Por lo tanto, se tendrá que buscar una forma de representar el módulo cuadrado de la f.o. obtenida, o bien, la función $P_{n,l,m}(r, \theta, \varphi) = |\psi|^2$.

Resultado de las propiedades y simetría del potencial del problema, se puede comprobar que la función P tiene simetría esférica, es decir, no depende de las variables angulares; o dicho de otra forma, los armónicos de la f.o. no afectan a la función de probabilidad. En estas condiciones, para la representación geométrica de la probabilidad, basta tomar una esfera. Como los valores de P no varían sobre una superficie esférica cualquie-

ra, obteniendo los valores que toma en ese radio, se puede visualizar su forma tridimensional.

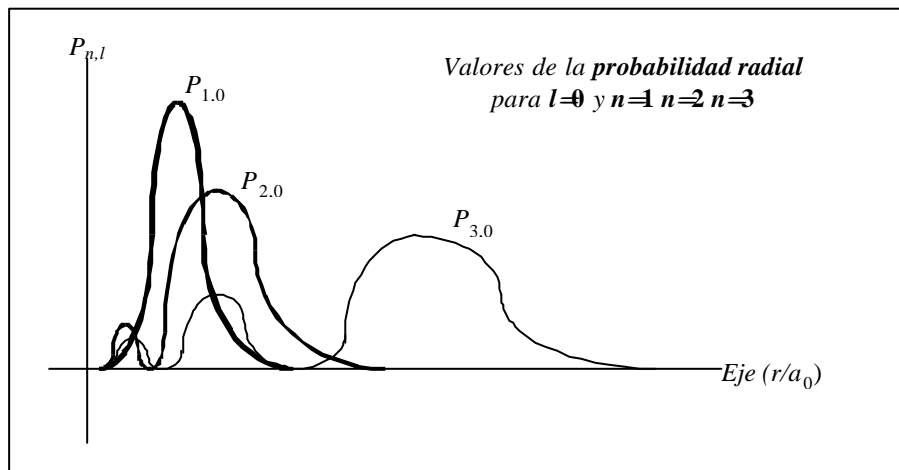
La cosa se complica todavía un poco más. Dado que la probabilidad no depende de las variables angulares, la parte de la función P que realmente varía será aquella que dependa de la variable radial r , y será ésta, y no la probabilidad total, la que interesa conocer, y es por ello que se define una nueva función de probabilidad:

$$P_{n,l} \equiv r^2 [R_{n,l}(r)]^2 \equiv \text{Probabilidad Radial}$$

(es la probabilidad por unidad de radio)

Esta función representa, cualitativamente, la probabilidad de que el electrón se encuentre «cerca» o «lejos» del núcleo (pues recordemos que la distancia del electrón al núcleo, con independencia de la orientación angular, la mide r , y esta función de probabilidad radial sólo depende de esta variable).

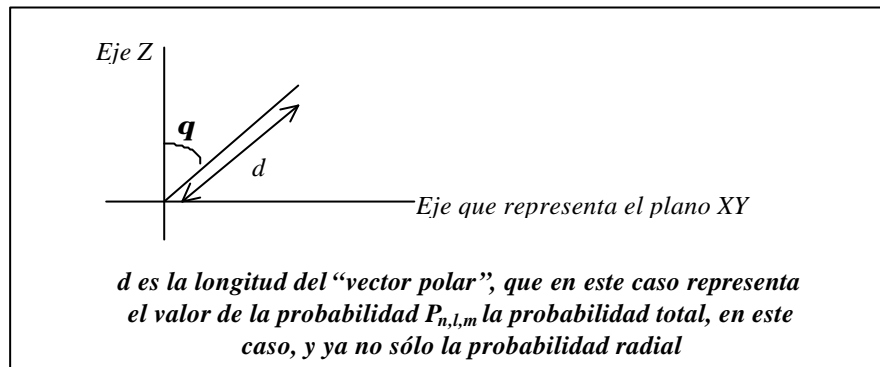
Pues bien, utilizando un plano de representación en el que sobre la horizontal se sitúan los valores de r , mientras que sobre la vertical se representan los valores de la probabilidad radial, y se eligen unas unidades adecuadas (en lugar de metros o centímetros o amstrongs se van a expresar las longitudes en función del radio de Bohr a_0 , que es un valor constante con dimensiones de longitud y, por tanto, puede emplearse perfectamente como unidad de medida para r), se obtienen las funciones que se representan en la figura siguiente.



Se puede comprobar que lo que aquí está representado únicamente para el valor fijo $l=0$, se cumple para todos los valores posibles de este número cuántico orbital (l puede tomar valores entre 0 y $n-1$): la distancia del electrón al núcleo depende esencialmente del número cuántico principal n , algo que está en concordancia con la predicción de Bohr. Así, estas distancias, es decir los valores medios $\langle r \rangle$, que se obtienen haciendo actuar el ope-

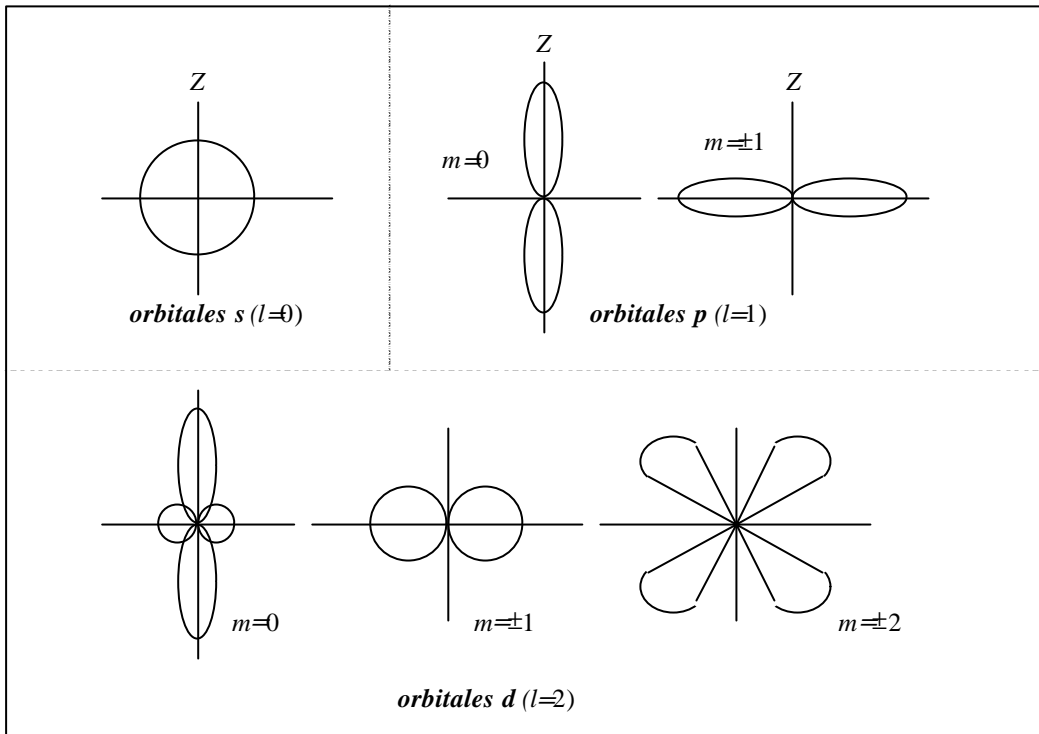
radior posición (radial) sobre la f.o., aunque dependen de los números cuánticos n y l , es respecto al primero de ellos que manifiestan las variaciones más importantes. Es por esto que para estas distancias se conserva el nombre de «orbital», en referencia a las órbitas del modelo de Bohr, y porque, además, dichos valores radiales medios se parecen notablemente a las distancias o radios de las órbitas de Bohr.

Ya por fin, para una representación visual que dé una idea de la forma geométrica de estos orbitales atómicos, se emplea lo que se conoce como *diagrama polar*.



Utilizando un diagrama polar de este tipo, los «orbitales» del átomo de hidrógeno, los distintos valores de la probabilidad asociada a las f.o. según los distintos valores de los números cuánticos de los que dependen, son los que aparecen en la siguiente figura.

La simetría esférica del potencial se rompe para los valores excitados (cuando l no es cero), y en estos casos, el diagrama polar representa la probabilidad de encontrar al electrón a ángulos determinados. Así, para $l=0$ todas las direcciones son igualmente probables, para $l=1$ y $m=0$ la máxima probabilidad se da en la dirección del eje Z , para $l=1$ y $m=\pm 1$ la máxima probabilidad se da en el plano XY , y así sucesivamente, como se ve en el diagrama.



Espacios de Hilbert

En este apartado hemos comprobado la fundamental relevancia de la topología que lleva asociada la ESH: los espacios de Hilbert constituyen una geometría generalizada (una geometría de funciones) que es la estructura matemática que contiene a las f.o.; sobre la base de dicha geometría se definen, tanto los operadores que se utilizan en MC como unas herramientas tan fundamentales como las series de Fourier, al igual que las distribuciones (entre las que se encuentra la Delta de Dirac). En el **Apéndice A4** se desarrolla con detenimiento la estructura matemática de los espacios de Hilbert, su geometría asociada y cuantos conceptos de aplicación en MC se derivan de ella.

C) La ESH: entre la exactitud y la aproximación

Vista la estructura simbólica de la ESH así como las características, propiedades y significado físico del principal de sus «componentes», la f.o., podemos intentar aplicarla, ver cómo efectivamente es el instrumento básico para el tratamiento de los fenómenos mecano-cuánticos. Comencemos por un ejemplo sencillo, un caso simplificado elemental de posible sistema físico sometido a la ley dinámica de la ESH: una partícula bajo la acción de lo que se conoce como *pozo de potencial unidimensional infinito*. El objeto de este ejemplo es el de comprobar cómo mediante la aplicación de la teoría ondulatoria cuántica que da soporte a la ESH, el fenómeno de la cuantificación introducido por Planck como hipótesis o postulado en su tratamiento del CN, se convierte en un «resultado directo», se deduce de la teoría en vez de dar pie a ella.

«Hemos visto que la “energía de masa” de la partícula, es decir, la energía asociada a la frecuencia de su movimiento periódico interno, está cuantizada; pero la energía relativa a la frecuencia asociada a la partícula y deducida a partir del principio de De-Broglie no aparecía cuantizada. Es decir: la cuantificación de la energía de masa no explica la cuantificación de la energía mecánica, por ejemplo, la del OA que representa, a partir del modelo electrodinámico, a la partícula; o bien, la de las órbitas del átomo de hidrógeno. Por lo tanto, tenemos ondas, pero no cuantos. Vamos a ver cómo la cuantificación no hay que imponerla externamente, mediante hipótesis *ad hoc*, sino que está implícita en la misma teoría ondulatoria, en el tratamiento matemático que implica»³⁵

Para comprobar esto, se procede a «construir» un ejemplo teórico lo más simplificado posible, un sistema físico hipotético cuyas características permitan un tratamiento físico-matemático sencillo.³⁶ En general, la construcción de estos ejemplos se sirve de dos

³⁵ Notas de la asignatura de MC.

³⁶ Hay que tener en cuenta que por la propia naturaleza de la teoría ondulatoria que se aplica, un sistema físico cuántico requiere una enorme complejidad matemática para su tratamiento si se compara con el

tipos de simplificaciones: aquéllas que se apoyan en principios físicos generales bien establecidos, como, p.e. el principio de conservación de la energía, de los cuales se pueden derivar, como consecuencia, aplicaciones matemáticas más sencillas de las que se tendrían en caso de tener que suponer condiciones más generales; y, por otro lado, dados dichos principios, se consideran casos particulares cuya representación matemática es también sencilla en comparación con la que se tendría para otro tipo de sistemas. Dicho de otra manera: se consideran sistemas físicos ideales (sencillos) sometidos a condiciones físicas ideales (sencillas) cuyo tratamiento es lo más elemental (sencillo) posible.

En el caso de una partícula sometida a un pozo de potencial unidimensional infinito, las restricciones que de partida se imponen son las siguientes:

- 1) El sistema físico es una única partícula puntual, que además se mueve sólo en una dimensión del espacio, es decir, a lo largo de una recta (esto reduce las dimensiones espaciales de las variables, a la vez que masa y posición del sistema se pueden referir a un punto matemático, sin extensión)
- 2) El potencial que actúa sobre la partícula es conservativo. Esto significa que el sistema partícula-fuente (del potencial) es un sistema aislado, sin interacción con el medio que le rodea, y que cumple el principio de la conservación de la energía: la energía total del sistema permanece constante.
- 3) Además, dicho potencial va a ser constante en la región en la que actúa, y de tal naturaleza que no hay que preocuparse por lo que suceda fuera de dicha región.
- 4) Como consecuencia de lo anterior, la evolución en el tiempo del sistema, y por lo tanto de la f.o., puede ser, paradójicamente, omitida, salvo que se alteren las condiciones presupuestas; en este sentido, una medida real del estado de dicho sistema ya sería una alteración de tales condiciones, pues, como se ha visto, implica una modificación de la f.o. asociada a la partícula. Es decir: el sistema ideal considerado tiene una f.o. «estacionaria», que no depende del tiempo en tanto el sistema permanezca en las condiciones físicas supuestas.

Que el sistema sea conservativo se traduce matemáticamente en un hamiltoniano, esto es en una función que representa la energía total del sistema, que no depende explícitamente del tiempo —a este hamiltoniano también se lo llama conservativo—, esto es, el operador:

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + V(x)$$

No tendrá como variable (explícita) el tiempo: de esta manera, se requiere un potencial que sea a su vez una función que depende sólo de la variable espacial (en este caso de una sola dimensión), y que la f.o. sea de tal forma que su derivada segunda respecto al tiempo sea también una función sólo de la coordenada x . La ESH correspondiente a dicho hamiltoniano será:

que habría que utilizar para estudiarlo si se aplicase la mecánica clásica. En este apartado, precisamente, tratamos de dar una idea de cómo dicha complejidad comparativa implica el abandono de la ESH como instrumento efectivo de aplicación, y su sustitución por herramientas más «útiles».

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(x,t) = \hat{H} \Psi(x,t)$$

Se trata de una ecuación lineal, en la que no intervienen ni potencias de la f.o. o sus derivadas, ni productos de las mismas;³⁷ una consecuencia inmediata de esto, un resultado bien conocido de la teoría de ecuaciones diferenciales, es que para una ecuación de este tipo, las soluciones van a ser funciones en las que las variables, en este caso, posición y tiempo, aparecerán separadas; es decir, la f.o. solución de esta ESH podrá expresarse como el producto de dos funciones de una sola variable, o bien, como se suele decir, la f.o. va a estar *factorizada*. Su forma será, entonces,

$$\Psi(x,t) = \mathbf{j}(x)\mathbf{f}(t)$$

Conocida que la forma general de la f.o. va a ser ésta, se la puede reemplazar en la ESH por dicha expresión, esto es:

$$\left. \begin{array}{l} i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(x,t) = \hat{H} \Psi(x,t) \\ \Psi = \mathbf{j}(x)\mathbf{f}(t) \end{array} \right\} \rightarrow i\hbar \frac{\partial}{\partial t} [\mathbf{j}(x)\mathbf{f}(t)] = \hat{H} [\mathbf{j}(x)\mathbf{f}(t)]$$

Y como ahora se tienen funciones de una sola variable, las derivadas parciales se van a transformar en derivadas ordinarias; aplicando las reglas oportunas de derivación para el producto de dos funciones, y reorganizando términos, se llega a:

$$i\hbar \frac{1}{\mathbf{f}} \frac{d}{dt} \mathbf{f} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{1}{\mathbf{j}} \frac{d^2}{dx^2} \mathbf{j} + V$$

Se tienen dos términos, uno correspondiente a la función ϕ , dependiente sólo de la posición, y el otro a la función ψ , que depende sólo del tiempo, e igualados: la única función que puede depender simultáneamente, sólo del tiempo y sólo del espacio ha de ser una función constante, es decir, una función que no depende de ninguna variable, y no es, entonces, una función sino un cierto valor constante. De este modo, la ESH se ha transformado en dos ecuaciones distintas en derivadas ordinarias, cada una correspondiente a una de las funciones de una variable en que se ha factorizado la f.o., en lugar de una sola ecuación en derivadas parciales:

$$i\hbar \frac{1}{\mathbf{f}} \frac{d}{dt} \mathbf{f} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{1}{\mathbf{j}} \frac{d^2}{dx^2} \mathbf{j} + V = Cte. \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} i\hbar \frac{1}{\mathbf{f}} \frac{d}{dt} \mathbf{f} = Cte \equiv E \text{ (Ecuación temporal)} \\ -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{1}{\mathbf{j}} \frac{d^2}{dx^2} \mathbf{j} + V = Cte \equiv E \text{ (Ecuación espacial)} \end{array} \right.$$

³⁷ En esencia, que una ecuación diferencial sea lineal significa que las funciones y funciones derivadas que aparecen en ella son elementos de una «combinación lineal», con coeficientes que pueden ser, o bien constantes, o bien otras funciones arbitrarias (pero no la función respecto a la cual se define la ecuación, ni sus derivadas). Véase en los apéndices A1 y A4 el concepto de «combinación lineal».

La ecuación que corresponde a la parte temporal, se puede resolver de manera inmediata integrando, y la solución es una función sinusoidal de la forma siguiente:

$$i\hbar \frac{1}{f} \frac{df}{dt} = E \rightarrow f(t) = e^{-i\omega t}, \quad \text{con: } \omega \equiv E/\hbar$$

Por lo que se refiere a la parte espacial, considerando las características de los espacios de Hilbert y sus operadores (véase el apéndice A4), comprobamos que tiene la forma de una *ecuación de autovalores* para el operador hamiltoniano:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{1}{j} \frac{d^2 j}{dx^2} + V = E \equiv \hat{H}j = Ej$$

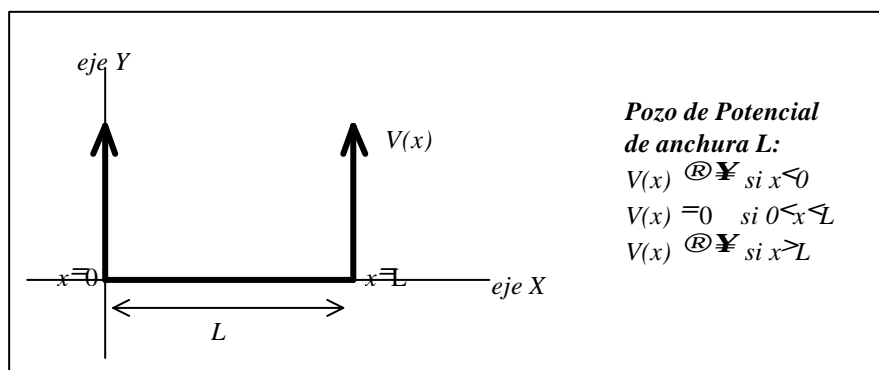
Es decir, la constante E es un *autovalor* del hamiltoniano, el que corresponde a la *autofunción* φ , y, en consecuencia, representa uno de los valores posibles de la energía, de ahí que se llame " E " a dicha constante. Y es «constante» en coherencia con el principio de la conservación de la energía que se ha introducido como supuesto. Con lo cual tenemos ya la energía mecánica asociada al movimiento:

— **Resultado:** *dado un hamiltoniano de tipo conservativo, la función de onda solución de la ESH correspondiente a dicho hamiltoniano será de la forma*

$$\Psi(x, t) = j(x) e^{-\frac{iEt}{\hbar}}, \quad E = \hbar\omega \quad (\text{energía mecánica})$$

Ahora, para poder determinar cómo es la función $\varphi(x)$ correspondiente a la parte espacial, es necesario conocer el potencial $V(x)$: conocido éste, al resolver la ecuación correspondiente a esta parte espacial es cuando se van a obtener las condiciones de cuantificación buscadas, que dependerán, por tanto, del fenómeno físico particular del que se trate, puesto que están relacionadas con el potencial particular correspondiente al mismo.

Es aquí donde se restringe el caso general de un sistema conservativo a un caso particular sencillo: se va a suponer que la partícula está sometida a un potencial del siguiente tipo:



Dado este potencial, la ESH correspondiente estará sólo definida para aquellos valores de x comprendidos entre las paredes del pozo, esto es, en el intervalo $0 < x < L$, puesto que para los valores restantes el potencial se hace infinito, y con él el hamiltoniano. Entonces, tendremos que la ecuación correspondiente a la parte espacial de la f.o. será:

$$\left. \begin{array}{l} -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \mathbf{j}}{dx^2} + V\mathbf{j} = E\mathbf{j} \\ 0 < x < L \\ V(x) = 0 \end{array} \right\} \rightarrow -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \mathbf{j}}{dx^2} = E\mathbf{j} \quad \text{con} \quad \mathbf{j} = \mathbf{j}(x)$$

Y si se agrupan todos los términos constantes:

$$k \equiv \left[\frac{2Em}{\hbar^2} \right]^{1/2}$$

La ecuación adquiere una forma sencilla y la función solución de la parte espacial también se puede obtener de manera inmediata:

$$\begin{aligned} -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \mathbf{j}}{dx^2} = E\mathbf{j} &\rightarrow \frac{d^2 \mathbf{j}}{dx^2} = -k^2 \mathbf{j} \Rightarrow \\ \Rightarrow \mathbf{j}(x) = C \text{sen}(kx); & \quad C = \text{cte.} \end{aligned}$$

Ahora bien, esta solución φ debe cumplir la siguiente condición: tanto en $x=0$ como en $x=L$ existe «discontinuidad» en la derivada de la función V del potencial: véase que en ambos puntos, al tender a infinito, la función no está definida, da un «salto», de forma que en ellos la ESH, que contiene derivadas de la función φ , no tiene sentido a menos que ésta sea nula en ambos valores de x .³⁸ Es decir, hay que imponer como *condiciones de contorno*:

$$\mathbf{j}(0) = \mathbf{j}(L) = 0 \quad \text{Condiciones de contorno}$$

El seno del ángulo 0 es cero, de forma que la primera de las condiciones de contorno ya se cumple en este caso particular por ser la f.o. una función seno; pero para que se verifique la segunda, los valores del argumento (ángulo) kx , para $x=L$, tendrán que cumplir requisitos especiales: no todos los valores posibles de la constante k serán válidos como soluciones de la ESH:

³⁸ En ambos puntos, al tender V a infinito, la energía E , autovalor del hamiltoniano para la función φ , será también infinita. Entonces, el producto del 2º término de la ESH, $E \times \varphi$, será $\infty \times \varphi$, y el producto de cualquier cantidad finita por una magnitud infinita es infinito excepto en el caso de tratarse de una cantidad *finita y nula*, un cero —lo cual, además, sólo se cumplirá en ciertos casos y bajo condiciones adecuadas, pues el producto “ $0 \times \infty$ ” es lo que se conoce como *una indeterminación*, esto es, una magnitud de la cual no se puede afirmar nada si no se dispone de datos adicionales, que tendrán que ver con condiciones de continuidad y límite de las regiones (algebraicas) y funciones que se estén considerando—.

$$\begin{aligned} \mathbf{j}(L) = 0 &\Rightarrow C \operatorname{sen}(kL) = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow kL = n\mathbf{p}, \quad n = 1, 2, \dots \end{aligned}$$

Y es esta restricción sobre los valores de k , precisamente, la cuantificación del problema resultante de la aplicación de la ESH, pues, recordando la definición de la constante k , así como que en la función φ dicha constante se corresponde con su número de onda, se obtiene:

$$\left. \begin{aligned} k = \frac{n\mathbf{p}}{L} \rightarrow \frac{2Em}{\hbar^2} = \left(\frac{n\mathbf{p}}{L}\right)^2 &\Rightarrow E \equiv E_n = \frac{1}{2m} \left(\frac{n\mathbf{p}\hbar}{L}\right)^2 \\ k \equiv \mathbf{k} \equiv \frac{2\mathbf{p}}{\mathbf{l}} \Rightarrow \mathbf{l} \equiv \mathbf{l}_n = \frac{2L}{n} & \end{aligned} \right\} n = 0, 1, 2, \dots$$

Lo que significa que *tanto la longitud de onda como la energía* correspondientes a la partícula cuya f.o. es $\Psi(x, t)$ y está sometida al potencial V descrito, *están cuantificadas*, pudiendo tener los valores discretos dados por el «número cuántico» n .

«Cuando la energía cinética de la partícula no coincida con una energía E_n permitida, su longitud de onda tampoco coincidirá con una de las autofunciones permitidas, lo cual implica que la función de onda asociada a Ψ no puede existir [en las condiciones dadas por el problema, con el potencial V]. En términos prácticos, significa que esa partícula no puede moverse en [la región limitada por el potencial, $0 < x < L$], su f.o. resulta amortiguada, disipa la energía (...) Así pues, el sistema del pozo unidimensional infinito nos muestra que la cuantificación es inherente a las condiciones de contorno del sistema, a su vez, inherentes al planteamiento ondulatorio.»³⁹

Este ejemplo ideal permite comprobar que, ciertamente, la utilización de la ESH como herramienta en el tratamiento de problemas físicos conduce a resultados cuánticos. No sólo eso, sino que los pasos seguidos en él constituyen una «plantilla» o método de aplicación general en *cualquier tipo de sistema físico* que se quiera estudiar: en primer lugar, dado un problema concreto, se define su hamiltoniano, el cual se conocerá determinando las energías cinética y potencial del sistema particular del que se trate. Con el hamiltoniano, se construye la ESH; si es un sistema conservativo, el método de factorización conducirá a dos ecuaciones ordinarias y separadas para la parte espacial y temporal que se podrán resolver de manera independiente.

Cuando se trate de hamiltonianos más complejos (lo cual significará, fundamentalmente, que los potenciales que los constituyan van a ser funciones más complicadas que la que se ha visto —de hecho, la más sencilla de todas las posibles—), y que dependan explícitamente del tiempo, se tratará de sistemas no conservativos: el potencial ya no será una función $V(x)$, sino que variará con el tiempo, $V = V(x, t)$, de manera que la energía total del sistema ya no será constante, y la resolución de la ecuación diferencial requerirá métodos más sofisticados.

³⁹ Notas, ibíd.

En todo caso, en su resolución, habrá que imponer ciertas condiciones de contorno, que vendrán dadas tanto por las propiedades físicas del sistema del que se trate como por las condiciones o restricciones matemáticas que habrán de cumplir las funciones implicadas para garantizar que sean del tipo adecuado, que sean f.o. válidas, y estas condiciones de contorno acarrearán a su vez restricciones sobre los valores permitidos de la energía, así como de las magnitudes ondulatorias asociadas a la f.o., fundamentalmente la longitud de onda. Y estas restricciones serán, interpretadas físicamente, la cuantificación del sistema.

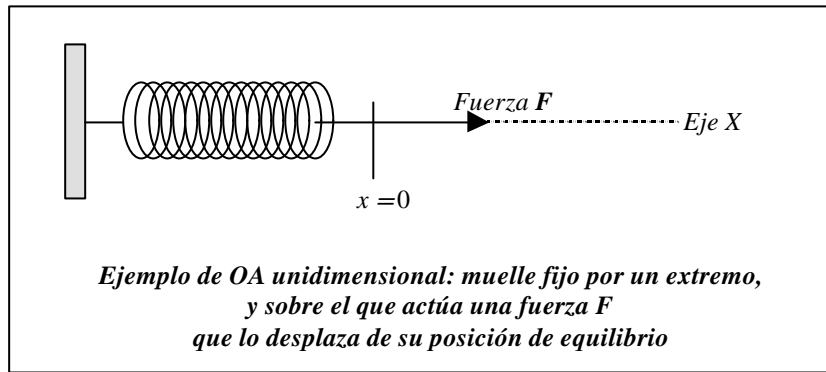
Veámoslo con otro ejemplo algo más complicado. Su interés está en que, en cuanto modelo de un sistema físico, es similar al que utilizó Planck en su teoría del CN, de forma que los resultados obtenidos a partir de la aplicación de la teoría ondulatoria y de la ESH deberían poder permitirnos comparaciones con los que Planck obtuviera en su momento. Se trata, claro está, de un *oscilador armónico en tres dimensiones*.

Por definición, un OA tridimensional será cualquier sistema físico con una función de potencial del tipo:

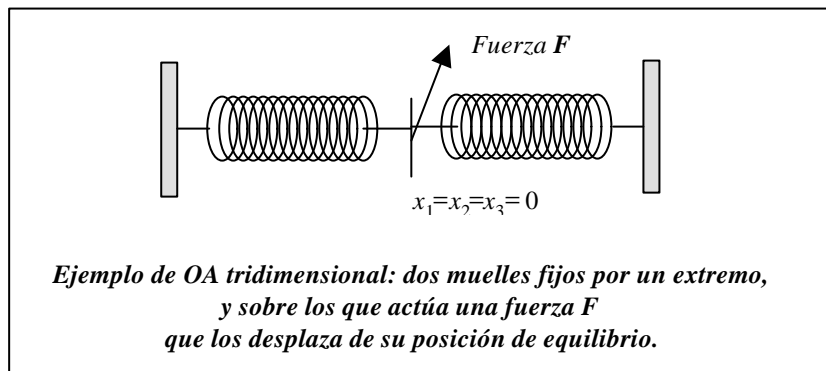
$$V(\vec{r}) = \frac{1}{2}(k_1x_1^2 + k_2x_2^2 + k_3x_3^2)$$

Que es una extensión a tres dimensiones del potencial del OA unidimensional; en este caso, las tres coordenadas x_1, x_2, x_3 del vector r no son estrictamente coordenadas de un vector de posición: se trata de las componentes de una coordenada generalizada vectorial; es decir, r es la coordenada generalizada del sistema —que puede ser o no la de una posición en coordenadas cartesianas—. O bien, teniendo en cuenta los sistemas vibratorios de varias dimensiones (véase el apéndice A2), la función potencial está expresada por medio de los *modos normales* de vibración del sistema. El sistema físico que tradicionalmente sirve de ejemplo práctico al modelo ideal del OA unidimensional es un muelle.

El muelle, fijo por uno de sus extremos, e inicialmente en reposo, es sometido a la acción de una fuerza que lo desplaza del equilibrio y hace que empiece a oscilar. Lo que se mide es el desplazamiento del extremo móvil a lo largo del eje X (dicho extremo se desplazará igual que la partícula que habíamos utilizado para la ilustración del OA anteriormente, yendo y viniendo a lo largo de un segmento del eje X cuyo centro será el punto en el que dicho extremo estaba en reposo originalmente, y que se toma como origen de coordenadas, $x=0$).



En el caso de un OA tridimensional un ejemplo práctico similar, podría ser también un sistema con muelles, en este caso dos:



Ahora, la fuerza actuará en una dirección arbitraria cualquiera, de forma que la oscilación resultante será un movimiento armónico, cuyo desplazamiento tendrá por centro la posición de equilibrio original, pero que ya no será necesariamente un segmento de línea recta, y con componentes espaciales en las tres direcciones. De este modo, si en el caso unidimensional la constante k es la que se conoce como *constante de recuperación* del muelle, y es una característica de éste, en el caso tridimensional, las constantes k son constantes generalizadas, que sí dependerán de las constantes de recuperación de ambos muelles, pero que no coincidirán con ellas.

De todas formas, seguimos estando frente a un sistema conservativo: obsérvese que el potencial no depende del tiempo, y que es el que aporta toda la energía, pues se supone que inicialmente el muelle estaba en reposo. Por lo tanto, la f.o. solución va a ser factorizable:

$$ESH: \quad i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\vec{r}, t) = \hat{H} \Psi(x, t)$$

$$\text{con: } \hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + \frac{1}{2} (k_1 x_1^2 + k_2 x_2^2 + k_3 x_3^2)$$

$$\text{Solución: } \Psi(\vec{r}, t) = \mathbf{j}(\vec{r}) \mathbf{f}(t) = \mathbf{j}(x_1, x_2, x_3) \mathbf{f}(t)$$

Pero más aún: puesto que se trata de un sistema vibratorio conservativo, expresado en coordenadas normales, sabemos (véase el apéndice A5, dedicado a la *Mecánica Analítica*) que cada coordenada satisface por separado una ecuación de OA unidimensional: ése es el objeto, precisamente, de la utilización de dichas coordenadas. Esto se puede ver más claramente si se descompone el hamiltoniano total de la forma siguiente:

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \left[\frac{\mathcal{J}_{x_1}^2}{\mathcal{J}_{x_1}^2} + \frac{\mathcal{J}_{x_2}^2}{\mathcal{J}_{x_2}^2} + \frac{\mathcal{J}_{x_3}^2}{\mathcal{J}_{x_3}^2} \right] + \frac{1}{2} (k_1 x_1^2 + k_2 x_2^2 + k_3 x_3^2) = \left. \begin{aligned} &= -\frac{\hbar^2}{2m} \underbrace{\frac{\mathcal{J}_{x_1}^2}{\mathcal{J}_{x_1}^2}}_{\equiv \hat{H}_1} + \frac{1}{2} k_1 x_1^2 - \frac{\hbar^2}{2m} \underbrace{\frac{\mathcal{J}_{x_2}^2}{\mathcal{J}_{x_2}^2}}_{\equiv \hat{H}_2} + \frac{1}{2} k_2 x_2^2 - \frac{\hbar^2}{2m} \underbrace{\frac{\mathcal{J}_{x_3}^2}{\mathcal{J}_{x_3}^2}}_{\equiv \hat{H}_3} + \frac{1}{2} k_3 x_3^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \hat{H} = \hat{H}_1 + \hat{H}_2 + \hat{H}_3$$

Resultan tres hamiltonianos, cada uno referido a una sola de las coordenadas normales. De este modo, una vez obtenida la ecuación de la parte espacial mediante la factorización anterior de la f.o., ésta, a su vez, se va a descomponer en otras tres ecuaciones distintas, cada una de ellas relativa a una función que dependerá sólo de una de las coordenadas normales. Es decir, la f.o. va a ser de la forma:

$$\Psi(\bar{r}, t) = \mathbf{j}(x_1, x_2, x_3) \mathbf{f}(t) = \mathbf{j}_1(x_1) \mathbf{j}_2(x_2) \mathbf{j}_3(x_3) \mathbf{f}(t)$$

Y a cada una de las funciones φ_i ($i=1,2,3$) le corresponderá una ecuación de autovalores para su hamiltoniano asociado (el \hat{H}_i correspondiente) que será del tipo del OA unidimensional:

$$\begin{aligned} \hat{H}_i \mathbf{j}_i(x_i) = E \mathbf{j}_i(x_i) &\rightarrow -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx_i^2} \mathbf{j}_i + \frac{1}{2} k_i x_i^2 \mathbf{j}_i = E \mathbf{j}_i \Rightarrow \\ &\Rightarrow \underbrace{\frac{d^2}{dx_i^2} \mathbf{j}_i + K \mathbf{j}_i}_{\text{Ecuación de OA}} = 0, \quad K_i \equiv -\frac{1}{\hbar^2} (m k_i x_i^2 - 2m E_i) \end{aligned}$$

Aunque la «forma» de tales ecuaciones es la de un OA unidimensional, el término K que interviene en ellas no es constante, obsérvese que depende de la coordenada normal correspondiente, y de ello se deriva una mayor dificultad en su resolución, de hecho hay que aplicar un método típico en el tratamiento de ecuaciones diferenciales ordinarias conocido como método de *sustitución por series polinómicas*: se supone una solución análoga a la de un OA ordinario, la cual es conocida, pero con una diferencia: debido a que K depende también de la variable independiente, el factor multiplicativo que en la solución del OA era una constante (véase más arriba la forma de la solución de una ecuación de OA) ahora se va a suponer que también es una función de dicha variable. Y como no se conoce qué tipo de función será, se aplica la propiedad de que toda función de una variable se puede representar como una serie de Taylor, una serie polinómica cuyos términos van a ser potencias de la coordenada normal. A este tipo de solución se le impone que cumpla las condiciones requeridas para poder ser una f.o. adecuada (fundamentalmente, que sea de cuadrado sumable), de lo cual van a resultar las condiciones de cuantificación del problema —nuevamente, por lo tanto, resultado del tratamiento matemático inherente a la teoría ondulatoria—: el tipo de funciones polinómicas que forman parte de las f.o. solución del problema se conocen como *polinomios de Hermite*, y tienen las propiedades de las series que pueden formar conjuntos de generadores o bases ortonormales de los e-

pacios de Hilbert, como las series de Fourier, p.e. Pueden expresarse mediante una regla de recursividad:

$$\text{Polinomios de Hermite } H_n(x): \begin{cases} H_0 = 1 \\ H_n = \frac{1}{2n} \frac{d}{dx} H_{n+1} \end{cases}$$

El subíndice representa el grado del polinomio, esto es, la potencia de máximo valor que contiene. Aplicando dicha regla de recursividad se pueden ir obteniendo los sucesivos polinomios:

$$H_0 = 1, \quad H_1 = 2x, \quad H_2 = 4x^2, \quad \text{etc.}$$

Pues bien, el resultado final del problema del OA en tres dimensiones es una f.o. de la forma:

$$\Psi(\vec{r}, t) = \frac{1}{\sqrt{2^{n_1+n_2+n_3} n_1! n_2! n_3!}} \sqrt{\frac{\mathbf{a}_1 \mathbf{a}_2 \mathbf{a}_3}{p^{3/2}}} H_{n_1}(\mathbf{a}_1 x_1) H_{n_2}(\mathbf{a}_2 x_2) H_{n_3}(\mathbf{a}_3 x_3) \cdot e^{-\frac{1}{2}(\mathbf{a}_1 x_1 + \mathbf{a}_2 x_2 + \mathbf{a}_3 x_3)} e^{-\frac{i}{\hbar}(E_1 + E_2 + E_3)t}$$

Mediante este ejemplo y en anterior del pozo unidimensional se comprueba cómo las condiciones de cuantificación resultan del planteamiento del problema, surgen de manera «natural» de su formulación ondulatoria. Se podrían añadir aún un par de ejemplos más en los que se puede obtener la f.o. como solución explícita, «exacta», del problema. Pero ahí se acaba la posibilidad de dichas soluciones exactas. En cuanto los problemas planteados se complejizan, asimilándose a fenómenos reales, las soluciones a las que se puede llegar son aproximadas: no es posible desarrollar matemáticamente el problema hasta obtener la f.o. solución de manera explícita.

A este tipo de métodos de resolución aproximado de problemas mecano-cuánticos se dedica el segundo cuatrimestre de la asignatura de Mecánica Cuántica de tercero de licenciatura. Pero en este punto empezamos ya a exceder las posibilidades del presente trabajo: se requiere la introducción de un aparato matemático cada vez más complejo y de toda una serie de conceptos físicos adicionales. La ya excesiva cantidad de herramientas «técnicas» hasta este momento introducidas nos parece suficiente para los propósitos presentes, y aún cuando la ilustración de esa dualidad exactitud / aproximación en que se mueve la mecánica cuántica requeriría contrastar estos métodos de resolución «exactos» con los ya apuntados de carácter aproximado, empleados para ejemplos más complejos, consideramos que dicha ilustración puede muy bien evidenciarse con los dos ejemplos presentados sin entrar a desarrollar ese segundo tipo de métodos de resolución.

En ambos ejemplos ideales, el del pozo de potencial unidimensional infinito y el del OA tridimensional, la resolución del problema conduce a una solución «exacta», esto es, una función explícita que representa la f.o. característica del caso. El precio a pagar por esta exactitud es, justamente, la irrealidad de los problemas: se requiere toda una serie de «aproximaciones» de carácter ideal en la definición de ambos casos para que las condiciones así planteadas puedan permitir precisamente la exactitud de la solución final. Esto

es: existe una relación inversa entre exactitud y aproximación que tiene que ver con la fidelidad de los modelos matemáticos puestos en juego cara a la resolución de los problemas planteados; cuanto más exacta sea la representación matemática del problema tratado tanto más aproximada habrá de ser la solución a la que se pueda llegar; a la inversa, cuanto más aproximada sea la representación matemática del fenómeno real tantas más posibilidades se tendrán de llegar a una solución exacta.

En este aspecto, la mecánica cuántica no se diferencia lo más mínimo de la física clásica; como se verá en el capítulo siguiente, esta inestable relación entre física y matemáticas, entre la caracterización física del mundo real y las herramientas matemáticas requeridas para dicha representación, está presente constantemente en la vivencia que un alumno tiene a lo largo de la licenciatura. Se trata de una tensión que acaba constituyéndose en seña de identidad de la disciplina. Por exactitud cabe entender una expresión matemática que es fiel reflejo de una cierta realidad física; por aproximación, por el contrario, una expresión matemática en la que se han aplicado ciertas simplificaciones al fenómeno real de manera que se puede obtener una expresión matemática manejable, que se sabe que no es fiel reflejo de dicha realidad pero que se supone lo suficientemente «próxima» a la que podría ser su representación exacta, la cual es imposible alcanzar dada la complejidad intrínseca del problema en cuestión.

Mecánica Analítica; la interpretación probabilística y su desarrollo

Antes de emprender la segunda etapa de nuestro recorrido por los senderos de la ESH convendría completar los contenidos del presente apartado con algunos conceptos físicos que han sido puestos en juego y después desarrollar algunas ideas y conceptos que se pueden extraer de la interpretación probabilística de la ESH.

En el **Apéndice A5** se desarrolla la transición formal en el tratamiento de los problemas físicos que la Mecánica Analítica representa frente a la mecánica newtoniana, pues son precisamente los principios de la Mecánica Analítica los que se han utilizado en el tratamiento de los dos ejemplos que aquí se han utilizado para mostrar cómo se aplica la ESH en la resolución de un problema concreto.

En el **Apéndice A6**, finalmente, se pasa revista a toda una serie de conceptos que ya han sido introducidos, pero considerando su sentido en función de la interpretación probabilística (una vez alcanzada una base suficiente en las herramientas «técnicas» asociadas a la ESH, es necesario revisar el «sentido» que algunas de ellas adquieren a la luz de la interpretación probabilística).

Hemos así concluido nuestro esquemático, sintético y harto sucinto recorrido por los parajes conceptuales físicos que definen a la ESH a los ojos de sus usuarios. Hemos «construido» una cierta imagen de la ecuación que bien pudiera ser ampliamente aceptada por la comunidad científica de los físicos; naturalmente, a un nivel muy elemental y rudi-

mentario, que dista mucho del nivel «técnico» en el que los físicos especializados en el campo de la mecánica cuántica se desenvuelven en un laboratorio; pero que, en cualquier caso, constituye el fundamento y punto de partida de tal nivel y que se extrae de las aulas de una facultad de ciencias físicas, y que se hace tratando de expresar lo más fielmente posible los contenidos teóricos y conceptuales utilizados para tal fin.

El resultado habrá de ser necesariamente frustrante para quien se considere usuario de tales conceptos, puesto que se trata de un recorrido que apenas supera los niveles preliminares de conocimiento que cualquier físico dedicado a la MC emplea rutinariamente en su trabajo. Igual de frustrante, suponemos, será para el lector que desconozca todas estas cuestiones, digamos, «técnicas», por la razón inversa: todo este conjunto de desarrollos físico-matemáticos habrá supuesto una especie de travesía del desierto.

Igual de frustrante, además, ha sido para el autor la tarea de elaborar estas páginas: forman parte de un universo vivencial muchísimo más amplio, imposible de abarcar; suponen la selección de una cantidad de material nimia en comparación con el total disponible. La frustración del autor, además, comparte parte de la frustración que éste presupone en sus lectores: reconoce lo insuficiente y escasa que resulta esta primera aproximación, física, a la ESH, cual pudiera ser el sentir de un físico; pero al mismo tiempo percibe el exceso de expresiones, cálculos, definiciones y demostraciones estrictamente formales.

Esta triple frustración es el precio a pagar en virtud de la perspectiva con la que se afronta la investigación: estas páginas suponen el tránsito hacia esa frontera en la que pretendemos situarnos, entre física y sociología, suponen la constatación de que el universo de referencia sobre el que se va a construir el sentido de la vivencia experimentada durante la recopilación de todo el material que ha sido fuente de las páginas precedentes ha situado, de hecho, al autor en dicha frontera; una frontera en la cual las interpretaciones ulteriores que se tratará de aportar de la ESH surgen de esos mismos conceptos y expresiones formales y abstractas sobre las que su sentido estrictamente físico es elaborado.

Aceptamos que el físico pueda renegar de la física en ellas incorporada por defecto y el sociólogo lo haga por exceso: pero ese defecto —para unos— y ese exceso —para otros— son, precisamente, la evidencia de que estamos en camino de hacer patente la transgresión de tal frontera: ninguno de ambos campos se reconoce en la representación hasta el momento producida y, sin embargo, la misma se nutre de ellos, el proceso vivencial que ha permitido la elaboración de esas páginas suponía la constante dualidad, casi esquizofrenia, del investigador en su existencia cotidiana, y de esa dualidad, lógicamente imposible, como ya se ha señalado, pero prácticamente efectiva, surge esta primera etapa en nuestra reconstrucción del sentido de la ESH. Nos resta todavía mucho de la empresa en la que estamos empeñados: nos resta rescatar, de entre los residuos mórbidos de toda la formalidad hasta aquí acumulada, el palpito vital en el que los mismos fueron dándose. Procedamos con la segunda etapa de nuestro peregrinaje.

Para ello, habrá que poner en juego la dimensión vivencial a lo largo de la cual todo el material formal utilizado en este capítulo fue adquirido. Se realizará una especie de recorrido «paralelo» al efectuado hasta aquí: tenemos la representación formal de la ESH y todo un conjunto de herramientas, también formales, que nos permiten darle un sentido. Pero este sentido es tan sólo un elemento constitutivo del sentido que para nosotros terminará adquiriendo la ecuación. Hemos de situarnos en ese punto fronterizo entre la sociolo-

gía y la física que nos permitirá traducir el sentido de la ecuación a la luz no sólo de las transcripciones formales hasta el momento desarrolladas, sino del proceso vital de su adquisición; hemos de evidenciar el sentido activo y procesual del conocimiento hasta el momento únicamente expresado en su pura formalidad. Hemos visto el «producto», nos resta ver su «proceso (vivencial) de producción».

IV. [OBSERVACIÓN:] EL SUBSTRATO VIVENCIAL DEL APRENDIZAJE

IV.1. El aprendizaje «crítico» y la re-construcción retrospectiva (segunda dimensión metodológica)

Hemos construido una interpretación de la ESH con las posibilidades que están al alcance de un alumno de licenciatura de 3^{er} año. Hemos construido una interpretación física de la ESH, y con ello, adquirido algo del conocimiento especializado inscrito en la teoría física ondulatoria de la MC. Sin embargo, tenemos una visión distinta de la ESH que la que tendría un participante convencional: para nosotros se trata de algo que hemos dado en llamar *artefacto*, mientras que para un alumno la ecuación constituye un *hecho* científico.

«...mediante la constitución práctica de la representación como un objeto simultáneamente natural (referente), visual (significante), literario (por el texto, significación) y matemático (significado) el objeto no sólo parece corresponder con aspectos matemáticos producto de una tradición intelectual independiente, sino ser inherente y esencialmente matemático» (Iranzo, 1992: 203).

Para nosotros, la ESH no ha adquirido ese carácter inherente y esencialmente matemático, el carácter propio de toda ley natural enunciada por la «tradición cultural» de la ciencia física; es, más bien, el exponente que se ha seleccionado como más relevante del tipo de «constituciones prácticas de representaciones» propias de la tradición científica que en la licenciatura va adquiriendo el alumno.

Decimos que se trata de un artefacto en el estricto sentido en el que el término se emplea en los estudios etnográficos de la actividad científica desarrollada en los laboratorios (Lynch, 1985; Latour y Woolgar 1986; Latour, 1992). Según dicha corriente, una de las principales empresas llevadas a cabo en el trabajo de investigación de los laboratorios es la deconstrucción de artefactos y la construcción de hechos; artefactos y hechos llegan a y salen de los laboratorios representados mediante inscripciones (textuales, gráficas, numéricas, etc.), y mientras los primeros son interpretados como simples constructos sin soporte real de ningún tipo —fruto de la invención de los sujetos que los producen: apariencias—, los segundos tienen en cambio el estatuto de representantes de la realidad. La situación es algo más complicada, y atañe, claro está, a la perspectiva de quien interpreta las inscripciones potencialmente factuales o artefactuales; según Lynch,

«Los actores suelen definir los artefactos como deleznales distorsiones de la visibilidad “natural” de los objetos producidas por una mala construcción o gestión, práctica o teórica (...) Hay dos tipos de artefactos, positivos y negativos (...) [se trata de los primeros cuando] los actores perciben imágenes que no pueden identificar inequívocamente comparándolas con ejemplos canónicos adquiridos durante su aprendizaje. Por más que las imágenes se parezcan formalmente, no existe seguridad sobre el proceso que las ha formado y, por consiguien-

te, sobre su sentido (...) Los artefactos negativos son aquellos en los que un resultado esperado no se produce (...) en los artefactos negativos la propia existencia del objeto de estudio está en cuestión. Ellos revelan que los hechos y los artefactos son productos igualmente contruidos del trabajo científico...» (en Iranzo, 1992: 129, 131).

Así, la actividad de todo laboratorio, si se entiende que ésta, en último término, es registrada mediante inscripciones, sería la de la producción del mayor número posible de hechos: de las inscripciones resultantes de la actividad experimental, aquéllas que logren la aceptación como representantes de la realidad objeto de estudio habrán de ser las más posibles; de este modo, cuando dicha aceptación no se obtenga, cuando las inscripciones sean consideradas artefactos, el trabajo se orientará a su deconstrucción, y a restablecer a partir de ella, si es posible, el carácter factual de los resultados que ellas representan.

Ahora bien, cuando nos salimos del laboratorio, o mejor, cuando nuestro laboratorio es aquél cuya actividad no es la construcción de hechos, sino la construcción de los futuros constructores de hechos, la factualidad o artefactualidad de las construcciones no se dirime en el campo de juego en el que dicha actividad se desenvuelve, sino que, o bien ya ha sido resuelta en algún momento histórico que la tradición ha asimilado como fundacional,¹ y entonces habría que decir que la licenciatura es un filtro a través del cual al alumno no pueden llegar sino hechos consolidados en laboratorios del pasado, o bien se abre a discusión en el espacio (im)propio de las inscripciones que en dicha actividad se producen como sus registros: los alumnos son unos grandes —unos monumentales— productores de inscripciones. En la medida en que la transcripción de la ESH en unos apuntes no puede ser interpretada con relación a ningún referente experimental, la dualidad factualidad / artefactualidad hemos de circunscribirla a otro ámbito.

La afirmación de que la ESH es un artefacto, es la resultante lógica (y hemos de recalcar el atributo «lógica») de la temporalidad interna de la investigación; de lo que, en palabras de Woolgar y Latour (1986), es el «regreso» del analista:

«...un sociólogo que desea «regresar» de su trabajo de campo con una narración inteligible para quienes no son «científicos indígenas», ganar la aprobación de sus colegas merced a la aportación de recursos que éstos puedan usar en el futuro y no volverse nativo, ha de crear sus propias categorías *etic* de inteligibilidad y éstas han de ser integrables en la tradición sociológica» (Iranzo, 1992: 107).

Y asimismo, es el resultado práctico de la procesualidad de la investigación,

«...los analistas se encuentran con culturas a las que, de facto, desconocen. Para comprenderlas deben ganar una competencia “nativa” de sus formas de vida. Esto implica la adquisi-

¹ Más adelante se considera el peso de la tradición disciplinar en la consolidación de los productos científicos y cómo en los textos en los que se presentan resultados que pretenden alcanzar la condición de «hechos» se realizan reconstrucciones narrativas de la historia de la tradición disciplinar que hacen aparecer a dichos resultados como la natural consecuencia de dicha historia (véase el apartado IV.3.)

ción de abundante conocimiento tácito y habilidad práctica hasta, en el caso ideal, llegar a desenvolverse como un nativo. El problema surge cuando es preciso verter esa comprensión en palabras, que son las inscripciones principales de la sociología —lo mismo que las fotografías y los trazos geométricos lo son en la mayoría de las demás ciencias—. Estas palabras tienen sentido en el contexto nativo, y para transmitir su información al ámbito intelectual sociológico hay que prescindir momentáneamente de la habilidad adquirida en el lugar y recuperar aquella ganada precisamente en el proceso de socialización profesional, para crear un contexto distinto en el que el lector puede ejercer sus habilidades interpretativas sobre el discurso de manera que alcance una comprensión (que no una competencia) similar a la lograda por el autor ejerciendo las suyas sobre su percepción de las formas de vida en sus sujetos/objetos» (Iranzo, 1992: 152).

La artefactualidad de la ESH, para nosotros, es lógicamente consecuente con la necesaria reincorporación del analista a su tribu de pertenencia, y es prácticamente consecuente con la necesaria reincorporación del analista a su propio circuito de producción de inscripciones. Planteémonos la cuestión de esta forma: para conseguir atribuir algún significado a la ESH, hemos debido tomar contacto con algunas cosas, tales como derivadas, vectores, funciones de onda, espacios de Hilbert, operadores, potenciales,... ¿hemos adquirido *conocimiento* físico; conocimiento *científico*? Pues sí y no.

A través del texto se habrá llegado, más o menos, a la familiaridad con toda una serie de artilugios conceptuales, matemáticos, teóricos, etc. indispensables para el acceso a un discurso especializado como es el de la ciencia física; se habrá adquirido una cierta familiaridad con el universo simbólico y conceptual propio de la MC o, para ser más exactos, con una porción limitada, introductoria y elemental de dicho universo —una porción que seguramente esté muy lejana de la que efectivamente se emplee en los laboratorios cuya actividad gire en torno a la MC—, pero que precisamente por su elementalidad contiene, sino todos, sí una gran parte de los ingredientes fundamentales de la teoría cuántica. Conviene hacer explícita esta distancia entre el conocimiento físico puesto en juego por los físicos que hacen física y el conocimiento físico adquirido hasta un cierto momento del proceso de aprendizaje que es el paso por una facultad universitaria; y junto a ello, la distancia entre este segundo conocimiento y la parte de él que se está en condiciones de transmitir a un lector u oyente ajeno a la disciplina por parte de quien, participando de dicho proceso de aprendizaje, incluía entre sus «intereses» algunos notablemente distantes de aquéllos propios de un alumno prototípico. Los tres son conocimiento científico; los tres son diferentes y dependen decisivamente de los contextos en los cuales sus portadores los ponen en juego.² Una conjugación de

² Si empleamos aquí la expresión «portadores» en alusión a los sujetos que actualizan, o pueden estar en condiciones de hacerlo, dichos conocimientos, queremos dejar constancia de la improcedencia de la misma atendiendo a la perspectiva teórica desde la que se quiere aprehender el sentido y naturaleza del conocimiento, del conocimiento científico en particular y de todo conocimiento en general. Pareciera que hablar de portadores de conocimientos supone la adscripción a esa concepción substancialista según la cual el conocimiento es «algo» existente en las mentes de ciertos sujetos; y decimos substancialista y no mentalista o cognitivista queriendo recalcar el hecho de que, así entendido, el conocimiento es objetivizado como una especie de sustancia inmaterial (valga la paradoja) existente al margen de los sujetos que con sus prácticas y comportamientos lo actualizan, y que con independencia de dicha actualización existe dentro de ellos. Nuestro objeto no es determinar la naturaleza del conocimiento científico, ni de cualquier otro conocimiento, pero sí somos conscientes de que cierta concep-

los dos segundos conduce a la construcción de esta particular visión de la ESH que hasta el momento aquí se ha tratado de llevar a cabo.

Y si decimos que de los tres, los dos segundos, y en especial el último, no son conocimiento físico en sentido pleno, lo hacemos porque el contexto de su producción —el trabajo de campo, para el investigador; las prácticas de aprendizaje académico para los alumnos de la licenciatura— y el contexto de su re-producción —el texto de la Tesis en un caso; las distintas pruebas de validación, como pueden ser los exámenes, que han de cumplimentar los alumnos, en el otro— condicionan decisivamente la «cualidad» científica de tal conocimiento. No una cualidad en sentido absoluto, sino, principalmente, la cualidad atribuida por aquéllos que están en posesión del primero de los conocimientos mencionados. Pues si los dos segundos conocimientos no pueden ser considerados plenamente científicos ello es debido a que dicha cualificación depende de que quienes están en disposición de determinar el grado de científicidad de las cosas, lo científicos, son los portadores legítimos del primer tipo de conocimiento, y es en función de ese conocimiento como criterio comparativo que evalúan cualquier candidato posible a la científicidad. Así, frente a este conocimiento plenamente científico, en un caso habría que hablar de un conocimiento en vías de constitución, y en el otro, de un conocimiento en vías de validación.

Una de las principales diferencias quizá sea la que viene dada por el discriminante «utilidad para»: no quedará, seguramente, claro para quienes están en disposición de actualizar su cualidad de científicos haciendo ciencia, el sentido instrumental que pueda tener el tercer tipo de conocimiento científico —el que aquí se trata de poner en juego— en comparación con la utilidad asumida del conocimiento científico que ellos actualizan y con la utilidad potencial del conocimiento en vías de adquisición de los alumnos de la licenciatura.³

Sin embargo, no es tanto por lo anterior por lo que habría que matizar la distinción entre estos tipos de conocimiento, como por el hecho de que, los tres, en cuanto conocimientos, son la resultante acumulativa de unas prácticas específicas: los contextos de su actualización son contextos prácticos y concretos en los que eso que hemos llamado herramientas conceptuales se conjugan con muchos otros tipos de herramientas, y todas ellas son puestas en juego en interacciones discursivas e instrumentales por sujetos sociales. El conocimiento es tanto la posibilidad potencial de utilización de las disposiciones cognitivas que esas herramientas significan, como su utilización efectiva

ción de la misma está implícita en la práctica investigadora que apoya nuestras afirmaciones. De tener que etiquetar nuestra postura, habríamos de asumir una posición a un tiempo relativista, constructivista y sociologicista. A lo largo del texto rastros suficientes de ello pueden ser encontrados, y la cuestión, en todo caso, queda abierta a la polémica. Si decimos «portadores» es, en primera instancia, para agilizar la explicación de la cualidad distintiva de determinados tipos de puesta en práctica de ciertas aptitudes en unos contextos sociales y prácticos concretos, y también para recalcar la preeminencia de dichos sujetos, los actualizadores, los sujetos-objetos de la investigación con relación a su «cualidad cognitiva». Queremos hablar acerca de las prácticas inscritas en los procesos de adquisición y ejercitación de determinadas porciones de lo que hemos apostado de partida en concebir como micro-cultura; nos interesan los «quienes» y los «comos» de eso llamado conocimiento científico, y no el «qué» del mismo.

³ El PF ha utilizado el «interés» como criterio explicativo, lo cual ha suscitado abundantes críticas (Woolgar, 1981, 1981b; Yearley, 1982); Bloor (1990) ha tratado de dar respuesta a tales críticas sobre la teoría del interés (TI) defendida por el programa fuerte (véase más adelante el apartado IV.3.i).

posiciones cognitivas que esas herramientas significan, como su utilización efectiva en las prácticas contextualizadas en las que los sujetos cognoscentes actúan. La dimensión práctica del conocimiento no es un elemento contextual a agregar sino una faceta fundamental de su misma cualidad cognitiva.⁴ Y así, ¿qué hay del contexto de accesibilidad práctico y vivencial en el cual todo alumno adquiere estas herramientas; el proceso de aprendizaje institucionalizado que es la licenciatura y de cuya participación la investigación se ha servido?

Una f.o. es algo más que la reproducción tipográfica de una serie de símbolos de cuya semántica se tiene cierto conocimiento; la ESH no es simplemente la enunciación escrita de una ley físico-matemática; saber qué es una derivada o una ecuación diferencial es completamente distinto que saber «hacer» derivadas o «resolver» ecuaciones diferenciales; una de las pequeñas magias de las que se es partícipe en las aulas de la facultad de CC. Físicas es la de ver la transformación que sufren los contenidos y materias de las clases de teoría de las asignaturas cuando unos y otras son aplicados en las clases de problemas.

No nos hemos enfrentado en ningún momento a las cuestiones que se han ido enunciando, a todo ese conjunto de artefactos especializados, en términos de veracidad o falsedad, ni tampoco en los de instrumentalidad, utilidad, eficacia, etc. No nos hemos planteado, lo que indudablemente es lo más grave aquí, el sentido «sociológico» de ese ejercicio previo. Es obvio: un texto que se define a sí mismo como una Tesis-de-Sociología-de-la-Ciencia, algo tendrá que tener de sociológico. ¿Qué demonios tendrá que ver un estado estacionario del modelo atómico de Bohr, o la cuantificación de los niveles de energía de un OA, con un discurso sociológico sobre lo que sea? Hasta el momento nada.

Sucede aquí lo que cuando a uno le preguntan: «¿sabes jugar al mus?; ¿no?; no te preocupes, yo te enseño». Y no es trivial la analogía del aprendizaje de un juego. Para ser un jugador competente hay que cumplir tres requisitos:

- i. Ser reconocido por el conjunto de jugadores como uno de ellos.
- ii. Conocer las reglas según las cuales el juego debe ser jugado.
- iii. Utilizar de la mejor forma que se sea capaz tales reglas en beneficio propio, con el objeto de ganar el juego, de jugar el juego con la finalidad de ser ganador.

Uno puede cumplir los dos últimos requisitos, llamémosles, el *imperativo técnico* y el *imperativo operacional*, y con ello estar perfectamente capacitado para jugar, pero no poder hacerlo porque el resto de contendientes veta la participación. Por el contrario, se puede no ser técnica ni operativamente apto para el juego, pero ser admitido como jugador en la partida («no te preocupes si no sabes jugar, te vamos diciendo sobre la marcha»; «—oye, nos falta uno para poder jugar, ¿te apuntas?; —es que juego muy mal; —no importa: jugamos sólo para pasar el rato...»). El primer requisito, que podríamos denominar *imperativo de legitimidad* es en muchos casos, además de necesario, suficiente para que la posibilidad de jugar el juego sea no sólo una posibilidad

⁴ Tal es la premisa que resulta de la consideración previa que hemos hecho de las propuestas etnometodológicas de Garfinkel (1984) así como de la noción de *habitus* de Bourdieu (1991).

hipotética sino práctica. Que ello sea así, nuevamente, depende de cuál sea el contexto en el que la partida se desarrolle. A su vez, la competencia de un jugador legítimo dependerá de su pericia en el manejo de los imperativos técnico y operacional, fundamentalmente del segundo; aunque también pudiera servirse del «juego sucio», de la transgresión del imperativo técnico, para compensar su impericia (o en su caso mala suerte) operacional: conocer las reglas del juego puede permitir el incumplimiento de alguna de sus especificaciones, situando al jugador en ventaja comparativa, menos limitado en su operatividad posiblemente, respecto a sus contendientes. La línea divisoria entre lo que sería una prohibición técnica y lo que podría constituir una extrema habilidad operacional, sobre todo en juegos abiertos a la creatividad y lo suficientemente complejos en la práctica, puede ser muchas veces difícil de establecer: será generalmente la experiencia en la práctica del juego la que vaya dando la orientación acerca de lo técnicamente permisible; o lo que es lo mismo, la propia práctica del juego genera la posibilidad de modificación de las reglas técnicas.⁵ La figura del *árbitro* comienza a cobrar relevancia cuando es factible un abuso en la transgresión de las reglas que beneficie decisivamente a alguno de los contendientes y no sea posible entre ellos establecer objetivamente la divisoria entre pericia operacional y transgresión técnica en alguna de las jugadas; los jugadores se someten a la disciplina de una instancia decisoria por encima de ellos y que no participa en el juego, imparcial.

Nuestro juego es el juego de la *Sociología de la Física* (SF), y el primer problema que encontramos como jugadores es precisamente el que su contexto natural no está delimitado de antemano. Ello hace que sea decisivo el imperativo de legitimidad, y que lo sea en más de un único espacio de juego posible.

- O sea: un juego depende de que quienes lo practican se reconozcan recíprocamente como jugadores legítimos, conozcan las limitaciones técnicas a que deben someterse, y sepan manejar dichas limitaciones en cada jugada con la mayor pericia posible. ¿Pero por qué querrían unos jugadores legítimos y competentes técnica y operacionalmente participar en el juego? ¿para qué jugarlo? ¿para divertirse? A mi entender, todo esto es una especie de sistematización de las condiciones de posibilidad del ejercicio del juego, pero lo fundamental, el sentido que pueda tener jugar, el objetivo que se persigue en la práctica del juego, no tiene nada que ver con ello. ¿No habría que hablar, sobre todo y en primer lugar, de los «intereses» que movilizan a jugar?
- ¡Con los intereses hemos topado! Sea que hablemos de la analogía entre el juego y la producción de conocimiento en contextos sociales —que parece que de eso se trata—; sea que sin atrevernos a introducir criterios sistemáticos estrictos para la delimitación de los parámetros en los que habría que entender la distinción entre las posiciones de participante y observador, en el caso particular de este juego de la SF, tratemos, no obstante, de elaborar cierta categorización analítica (sirviéndonos del recurso a los «imperativos» del juego); sea que presupongamos la existencia de condiciones imperativas que determinan la posibilidad de conocer / jugar, en un sentido práctico; el caso es que se dejaría de lado lo fundamental, el sentido que el juego tiene para el jugador, el «interés»

⁵ Ya se ha señalado la insuficiencia de toda regla para determinar completamente los cursos de acción a seguir en cada caso particular (véanse además los apartados II.4.ii.b y IV.3.i).

que lo implica como tal en el juego, el «para qué»: ¿para qué jugar el juego de la SF.

- Para demostrar que las variantes del juego que se han llevado a cabo previamente no eran tan «emocionantes», en primer lugar; pero también, para demostrar a jugadores de juegos afines que se es legítimo jugador de dicho juego: jugar el juego, en este segundo sentido, implicaría la puesta en evidencia, en la práctica misma de jugarlo (¿reflexividad?) de la capacidad del jugador / autor en lo que se refiere al triple imperativo: legitimidad, dominio técnico y pericia operacional (lo cual se hace cara a otros potenciales jugadores, en el intento de que acepten la emoción del juego: se juega, unilateralmente, para que otros entren también en el juego).
- ¿Y no se trata, como en cualquier juego, de «ganar»?; pero en este caso particular, qué signifique ganar va a depender (y ello remitiría al imperativo técnico) de la interpretación que el autor asigne al propio juego (y creo que tiene algo que ver, la cosa, con la cuestión de la «competencia», o sea, también el imperativo de legitimidad está implicado).
- Yo entiendo, más bien, que se trata de jugar bien este juego (—¿el imperativo operacional, entonces?—): que se trata de un juego que al jugador / autor le gusta y para el que pretende conseguir adeptos (o sea, gente con la que poder jugarlo); si queremos participar, hemos de saber que, como jugadores, estamos sometidos a las condiciones expuestas: para jugar bien el juego trataremos de compensar las carencias de alguno de los imperativos con la potenciación de los otros (el imperativo operacional, en cierto sentido, englobaría, en la dimensión práctica del juego, a los otros dos). Somos jugadores ambiciosos, y queremos que en la partida participen los sociólogos (y no estrictamente los sociólogos de la ciencia) y los científicos, los sujetos-sujetos de lo que hemos dado en llamar la investigación, y sus sujetos-objetos, cuyos juegos preferidos son otros distintos que éste.
- ¡Somos más ambiciosos, si cabe!, porque pretendemos que el campo de juego que permita esa participación compartida haga del juego una posibilidad práctica también para cualquier otro jugador no-sociólogo y no-físico que considere interesante el juego. ¿Y en qué consiste nuestro juego, llamado SF?
- Los jugadores de casa dirán: «no es un juego sociológico, tiene reglas demasiado extrañas para los juegos a los que estamos acostumbrados»; los jugadores visitantes, por su parte, pondrán expresión de «pues de física tampoco se trata, porque aunque algunas de las reglas estamos acostumbrados a emplearlas, el objetivo final del juego no lo entendemos, ¿quién gana y quién pierde, y cómo se sabe si se gana o se pierde?»; a su vez, los potenciales jugadores de otros campos, aquellos pocos que teniendo noticia de la existencia del juego se han acercado a ver de qué va y no se han desanimado completamente («conjunto vacío» —se ha oído en las filas visitantes—... «disidentes, disidentes,... no son culturalmente dominantes ni políticamente poderosos» —sonó, en el trasfondo, del otro bando—...) entienden que la cosa, mayormente, no va con ellos: «unos individuos muy raros hablando entre sí de una forma muy rara, y haciendo verdaderas necesidades» —comentaba alguien al regresar a casa—.

- Sigue dando la impresión de que esto de la analogía con el juego es un apaño para ir saliendo del paso y por si cuela: vamos a ver, ¿qué tienen que ver los imperativos de legitimidad, técnico y operacional con lo que se ha estado escuchando hasta este momento? Es más, según por aquí teníamos entendido, ahora venía algo relacionado con unas Notas-de-Auto-Observación, y de lo que se iba a empezar a tratar es de cómo la reconstrucción textual de la dimensión participacional adquiriría nuevas posibilidades y significaciones, dando con ello cabida al discurso propiamente sociológico, a la vez que a una primera justificación metodológica de lo que se dice que se ha dado en llamar investigación (ahora, un juego). Era el momento de reconstruir la ESH a la luz del segundo de los estatutos relevantes que quien sostiene el peso de la enunciación en esta tesis decía poseer: ¿eso del juego lo dice el antropólogo / observador?
- Un momento. Primero: no os/me/nos (omn) voy/vamos a dejar caer en la multivocalidad como simple recurso retórico con el cual ornar debidamente el discurso, rindiendo de paso pleitesía a cierto sector punta de innovadores. Segundo: ciertamente es complicado el «giro» que supuestamente debería implicar el paso de lo participacional a lo observacional, y seguramente por eso, a la hora de comenzar a explicitar la segunda componente, el «método analógico» sea una buena vía para enfrentarse en primera instancia a la tarea. Se puede ver como, por ejemplo, el recurso a la analogía se emplea para la definición de las variables dinámicas mecano-cuánticas: una vez establecidos los principios probabilísticos y determinado el carácter de las f.o., se recurre a las variables mecánicas clásicas ya conocidas para proponer variables que, sometidas a los nuevos principios, cumplan papeles análogos a los que las variables clásicas cumplían bajo los principios newtonianos...
- ¿Y entonces la analogía del juego cumpliría la misma función?
- ...También la construcción de la estructura matemática propia de los números complejos recurre a la analogía con los números reales: una vez definidos dichos números, las operaciones realizables con los elementos de ese conjunto se establecen por correspondencia con las que se tenía en el caso de los reales; dado el nuevo conjunto de números, la delimitación de estructura matemática se obtiene definiendo operaciones que sean análogas a las que existían para los números reales. Otro tanto podemos ver que sucede en el paso de la mecánica clásica a la mecánica relativista.
- Osea, que en todos los casos, el recurso a la analogía es el paso preliminar, el punto de arranque, el que da la orientación, la pauta a seguir; es lo que permite perfilar el camino a recorrer. Después, la pertinencia del recurso vendrá avalada por la coherencia interna de las propuestas que de él resulten, tanto como de que su utilidad sea la que cabía presumir por analogía. Tercero: omn parece que la puntilla, teniendo importancia, tal vez pudiera ser postpuesta... ¿es que no omn interesa a dónde se llega con la historia esa de los jugadores y los imperativos?
- Veámoslo; a mí, sinceramente, el juego me parece interesante.

...Si en los apartados correspondientes a la dimensión participacional se ha tratado de mostrar una selección de los aspectos conceptuales más relevantes, algunos

de ellos imprescindibles, para el acceso a la ESH en cuanto herramienta física, utilizada por físicos, en contextos físicos (¿imperativo técnico?), y en situaciones en las que (me parece que alguien ha utilizado este término antes) el imperativo de legitimidad es un supuesto implícito que nadie tiene en cuenta a la hora de realizar sus prácticas, ahora ha llegado el momento de reconstruir esa selección a la luz de lo que un observador no especializado en tales prácticas encuentra que es significativo. Un observador no especializado, ilegítimo, pero significativo para llegar a entender el funcionamiento interno del conocimiento en ella contenido (un observador que, en el terreno del imperativo operacional tratará —se decía que dicho imperativo, en la práctica, englobaba a los otros dos—, tratará de evidenciar su capacidad técnica, cara a los dos bandos enfrentados, para obtener el reconocimiento de su legitimidad como «jugador»).

Dicho observador, asumámoslo así, es una posición espacio / temporal distinta de la del supuesto participante autor de la selección.⁶ Dicho observador, sin embargo, es una posición analítica, personal y epistémica equivalente a la anterior. Es espacio / temporalmente distinto porque no se puede tomar apuntes y al mismo tiempo tomar nota de la toma de apuntes; no se puede tratar de aprehender lo que está explicando el profesor en clase y al mismo tiempo captar el proceso de aprehensión o los mecanismos, llamémosles, didácticos, utilizados como recurso para ello; no se puede aceptar una demostración lógico-deductiva de un teorema de existencia y unicidad de soluciones para determinado tipo de ecuaciones diferenciales y, al mismo tiempo, observar que en uno de los pasos el único recurso que permite seguir adelante es el de la exclusión de toda opción posible que no cumpla el principio del tercio excluido (no se puede, además, entender cómo este recurso puede generar problemas a alguien cuando la lógica matemática que se está utilizando respalda plenamente su utilización, ni como no sólo le genera problemas a quien es consciente de ello sino también a quien no lo es y simplemente encuentra «duro de admitir» que, llegados a la altura de sofisticación técnica que se requiere para plantear el mentado teorema, el apoyo único con el que uno se encuentra es una simple hipótesis filosófica⁷); no se puede caer en la seducción de las modalizaciones (señores: vean que todo lo que hemos ido construyendo se pone en juego y es una sinfonía de armonías celestiales) y al mismo tiempo servirse del escepticismo del disidente para cuestionar los acordes; no se puede...

- Al grano. El estatuto de participante y observador es inestable; y más que inestable, es difícilmente justificable en términos convencionales. Por convencionales se entiende: mediante el recurso a la coherencia lógica o formal; mediante el recurso a la relevancia de los resultados que de su aceptación se derivan; o mediante la formulación de una alternativa axiomática en la cual dicha dualidad no genere contradicciones (contradicciones tanto lógicas como prácticas). En cuanto participantes, hemos recorrido uno de los múltiples itinerarios posibles hacia la ESH: hemos seleccionado contenidos, argumentos, reconstrucciones formales y textuales de éstos, y con esa selección hemos dotado de sentido físico-matemático a una ecuación. Podemos afirmar que «sabemos» algo que quizá antes no supiésemos y que ello tiene que ver con la Física, en particular con

⁶ Ello es así por la irreversibilidad temporal que hemos asumido comporta la práctica de la investigación (véase el apartado III.2).

⁷ Estamos aquí anticipando cuestiones que se van a tratar en el siguiente apartado.

la MC, y que la ESH es el elemento nodular que ha sido utilizado para tal adquisición.

Sin embargo, como participante en el sentido particular que la metodología que se dice estar empleando confiere al autor de la narración o texto o tesis o discurso, toda esta reconstrucción / selección ha evacuado el factor fundamental: la vivencia práctica. Un cierto día a una cierta hora y en un cierto aula de la facultad de CC. Físicas del campus de Ciudad Universitaria de la Universidad Complutense de Madrid, el sujeto participante vio la ESH escrita por un cierto profesor en un encerado. Sintomáticamente, se le dijo que no la iba a entender, y que no se preocupase, que dos cursos más adelante estaría en condiciones de aprender la física en ella contenida y utilizarla convenientemente. Curiosamente, también, la asignatura era Química General, química para físicos: química, no física. Y un cierto día a una cierta hora... el sujeto participante vio nuevamente escrita la ESH en otro encerado por otro profesor, y, en cierta medida, entendió el significado de aquella expresión a la que previamente no había podido acceder. Curiosamente, también, seguía sin saber utilizarla convenientemente. ¿Qué conocimiento había adquirido entremedias, entonces, que le permitía entender lo que en un principio no entendía, pero no le permitía usarlo convenientemente? Y decimos «convenientemente» porque sí que cierto tipo de utilización ha podido llevar a efecto — un uso abundante de la ESH se puede constatar en los apartados precedentes de la presente Tesis, creemos—, pero no el tipo de uso que aquel profesor tenía en mente —creemos—; es decir, no el uso que vendría estipulado por el imperativo técnico relativo al conocimiento físico propio de los alumnos de una facultad de CC. Físicas. O dicho de otro modo: la conveniencia de la aplicación instrumental de la ESH depende del contexto en el cual ésta es puesta en juego. (¿Es inconveniente en un sentido más amplio del que se acaba de especificar el uso de la ESH que aquí se hace?)

[El participante recopilaba unas extrañas notas, destacadas entre las líneas de los apuntes de las distintas asignaturas mediante ostensibles subrayados y admiraciones dobles y hasta triples, en las que aparecía la etiqueta “NAO” (pretencioso, él, significaba con ello “Notas para la Auto-Observación”), porque algo de lo que oía decir o hacer le resultaba especialmente sintomático; ¿de qué? por entonces no se lo preguntaba.]

Durante las primeras semanas en la facultad de CC. Físicas, en el inicio del trabajo de campo, lo que era un optimismo eufórico, una sensación de plenitud que venía dada por el sentimiento de estar, por fin, haciendo lo que se quería —nostálgica evocación de los primeros años de carrera, tan lejanos, conjugada con la beneplaciente superioridad del investigador ante su objeto, allí, real y tangible; y, claro, la siempre gratificante sensación de lo novedoso... porque el participante se preguntaba cómo sería por dentro esa facultad de CC. Físicas, qué magia podría descubrir en ella—, se transformó rápidamente en frustración: todo era excesivamente complicado; aquellos encerados daban poca información y suministraban una medida real de lo «oxidados» que estaban sus conocimientos físico-matemáticos de antaño...

— ¡Magnífico!: o sea que el individuo ése ya sabía algo de física antes de ponerse a «observar». ¿Y no estaremos ante uno de esos conjuros de fantasmas, en los que el aprendiz de brujo, chamuscado en su día por la pócima que estaba preparando, se aleja el tiempo suficiente para adquirir coraje y transformar, desde una presunta madurez, el error de juventud en éxito?

- ¿Y qué importancia tiene eso? Al menos de momento, no parece que plantee problemas. Sobre todo si se tiene en cuenta que ya es la segunda línea argumental que queda cortada: de los estrategias lúdicos se sigue sin tener noticia; y ahora, la especificación que se había comenzado a desarrollar de las diferencias y equivalencias entre las posiciones de participante y de observador también ha quedado truncada.
- Pues según eso, resulta que lo del aprendiz de brujo parece encajar todavía más: ¿no será que las dificultades que implica el tipo de abordaje que se ha de suponer que se está tratando de sostener son de suficiente magnitud como para inducir a la apertura de presuntas líneas argumentativas que ni son tales ni tienen cierre posible? ¿A ver, qué se tiene de momento salvo unas cuantas cortinas de humo?

...El estatuto de participante y el de observador son analítica, personal y epistémicamente equivalentes. Analíticamente lo son hasta el momento: las selecciones efectuadas sobre los materiales disponibles —el proceso de construcción textual de la dimensión participacional— y las selecciones y operaciones involucradas en la reconstrucción de dicha selección que se tratará de efectuar en este capítulo están dotadas de una continuidad incuestionable: el autor es un sujeto, el mismo sujeto, con los mismos intereses y motivaciones y demás, que de lo que fuese su participación y de lo que fuese su observación se sirve para montar un texto: en cuanto texto, y hasta el momento, la coherencia interna, su aprehensibilidad analítica depende crucialmente de que lo que uno ha experimentado como participación práctica y directa, y lo que el otro ha experimentado como observación práctica y directa sean, simplemente, facetas de un mismo proceso vivencial. Personalmente son equivalentes porque, a diferencia de los electrones y otras partículas mecano-cuánticas, el ente físico-material en el que se corporeiza esa posición analítica no está en disposición de dualizarse, por más que se colapse la función de probabilidad que lleve asociada, y según la misma MC enuncia, es uno y único. Epistémicamente son equivalentes —y en ello hay que recalcar más aún que tal equivalencia lo es «hasta ahora»—, porque el argumento central según el que se perfila el recorte entre lo participacional y lo observacional es también uno y el mismo: el propio estatuto dual de ambas posiciones que al tiempo no es tal dadas sus equivalencias, se encamina hacia la re-re-construcción que tratará de operar el (único) cierre provisional, la autoobservación o transductividad como dispositivo «natural» del ejercicio (la autoobservación no como pliegue o bucle en tercera instancia, sino como criterio de articulación o de asignación de sentido).

- El juego...: estábamos en que era posible obviar los imperativos técnico y operacional si el imperativo de legitimidad tenía el peso suficiente. No obstante, no queda en absoluto claro todavía cual es ese juego de la Sociología de la Física (SF); más aún: pareciera que se trata de dos juegos, al menos, a jugar en un mismo campo de juego y por equipos diferentes —o parcialmente diferentes—. Estaría, por un lado, el juego de la SF jugado por el supuesto investigador: terreno, una facultad de ciencias físicas; jugadores, alumnos de licenciatura; reglas, las propias de todo proceso institucionalizado de aprendizaje —con la especificidad, claro, de que aquí estamos de algún modo hincándole el diente a la *ciencia* en carne—. Por otro, tendríamos el juego de la SF jugado por el ahora

supuesto tesinando: terreno, el espacio (abstracto o teórico, y concreto o institucional / administrativo) del discurso de la sociología para sociólogos...

- ¿Por qué no dejas de «analizar» y comprobamos cómo se desarrolla/n el/los juego/s?

Apelemos a un *árbitro* para demostrar la pertinencia del recurso a la analogía con el juego, y que ciertas voces discordantes acallen sus diatribas:

«Contrariamente a lo que se creía, la científicidad no es un atributo individual propio del científico. Así, por ejemplo, no se puede decir que los físicos sean espíritus muy científicos, los biólogos espíritus bastante científicos y que los sociólogos son espíritus muy poco científicos. No: **la científicidad se define, en sí misma, en relación con las reglas de un juego que tendrán que aceptar todos aquellos que se quieren científicos.** Y la científicidad no está solamente en el consenso de los espíritus (...) está también en los conflictos, antagonismos y diferencias que agitan a los científicos. La científicidad está en la regla del juego que acepta los antagonismos. Se puede decir, por tanto, que los físicos no son científicamente superiores a los sociólogos: pero **el juego del conocimiento científico permite mucho más la aplicación de las reglas científicas que el juego del conocimiento sociológico** ya que éste está demasiado profundamente imbricado en la sociedad» (Morin, 1995: 33).

El título de este epígrafe contiene la expresión “aprendizaje «crítico»”, y el entrecuillado tiene importancia: si el proceso de participación, en tanto que parte de la dimensión metodológica de la investigación, presupone una integración plena, en un sentido práctico, en el aprendizaje en la licenciatura de CC. Físicas, por la dualidad ya remarcada de la posición del investigador,⁸ implica una participación bifurcada entre su interés inmediato (participación plena) y su interés mediato y futuro (observación de la participación). Hablamos de un aprendizaje «crítico», entonces, en el sentido de que la «fe» del observador-alumno no era la misma que la de los observados-alumnos en su vivencia del aprendizaje. Dicha crítica implicaba una puesta en suspensión de ciertos mecanismos funcionales del proceso, que si bien en «tiempo real» eran vivencialmente integrados con la misma naturalidad con la que lo eran por parte de los demás alumnos, suscitaban ciertas «alertas» que se constituían en señales cara al futuro momento de la puesta en activo de la dimensión observacional. (Una vez más: la simultaneidad del ser y el no ser en convivencia: la «crítica» no era experimentada como tal, sino como el atisbo de una posibilidad futura a rastrear).

⁸ Y recalamos que se habla de una «posición», lo cual remite a una distinción analítica, cuya razón de ser es metodológica (se inscribe en la autoobservación), y que no es asimilable con ninguna corporeidad, perspectiva teórica o situación práctica (de ahí que hayamos recalado la contigüidad analítica, epistémica y personal que contiene tal dualidad). O dicho de otro modo: fruto de tal contigüidad, en términos analíticos, se deriva una categorización a su vez analítica que es la de «posición», que nos permite señalar la dualidad derivada de tal contigüidad cuando nos enfrentamos a la tarea de reconstruir el proceso de la investigación presuponiendo que las categorías tradicionales de conocimiento no se ajustan a la naturaleza de dicho proceso; hablamos de dualidad en la medida en que dicha dualidad evidencia la imposibilidad de asimilar a tales categorías tradicionales nuestra empresa: de ello resulta el concepto «posición».

Pero con el concepto «crítico» también nos situamos en un terreno más tradicionalmente sociológico (¿por suerte o por desgracia, en nuestro caso?), en el sentido de que con el mismo tratamos de indicar una cierta «vigilancia epistemológica» (Bachelard, 1984; Bourdieu et al, 1986; Escolar y Besse, 1996), una puesta en suspenso de la propia perspectiva en la que nos situamos en virtud de las preconcepciones que nos definen *a priori* como críticos: la coherencia con la que nos enfrentamos cognitivamente al mundo depende de nuestros supuestos metateóricos sobre el conocimiento, lo real, y la perspectiva con que aplicamos lo uno a lo otro (Foucault, 1991; Olivé, 1988); llevamos incorporados nuestros «conceptos ordenadores» (Zemelman, 1987), en virtud de los cuales nos constituimos como sujetos de conocimiento; y no de un conocimiento universalmente compartible con cualquier otro sujeto, sino nuestro particular mundo cognitivo, en cuyo universo restringido se resumen nuestras posibilidades de crítica y de autocrítica. Y puesto que nuestra perspectiva incide esencialmente en la práctica constitutiva que es el conocimiento, ello también alude a nuestros límites prácticos.⁹

Finalmente, crítico en el sentido de que se actualizaba cierto feedback reflexivo, lo cual indica, no tanto la naturaleza constitutiva de la investigación (pues la reflexividad es condición de posibilidad de la investigación y, por ello, determinándola sustancialmente, está «más allá» de ella —véanse más adelante los apartados IV.3.ii y V.2—), cuanto la generatividad de la misma derivada de su procesualidad, el hecho de que en el proceso de su desarrollo se van evidenciando, de manera crítica, tanto las predeterminaciones de las que en principio no se era consciente, como las condiciones reales que afectan al sentido de su discurrir y que, por definición, eran imprevisibles; el proceso no es un mero discurrir temporal, sino que implica la permanente reconstrucción del sentido asignable a lo que a partir de él sea «producido»:

«...cada paso requiere una interpretación del sentido de lo conseguido hasta el momento y de su relevancia para el futuro; el sentido del producto final se construye a partir del significado atribuido a lo que se ha ido realizando en el proceso de su fabricación» (Iranzo, 1992: 153).

En consecuencia, el aprendizaje crítico lo es para el investigador y define el sentido que él puede atribuir a dicho proceso; no es crítico en el sentido de que se pretenda desarrollar una crítica cuyo objetivo fuese el de invalidar el proceso de aprendizaje en sí mismo (el proceso de aprendizaje «en sí mismo» no es más que la categorización abstracta de un proceso desnaturalizado del que se abstrae su encarnación vivencial: no tiene sentido para nosotros hablar de ello; sería un sentido que no estaría a nuestro alcance en virtud de nuestra perspectiva de partida).

⁹ En la práctica, una forma de evidenciar nuestras limitaciones es asumir que no hay sensación pura, el sujeto «construye» un mundo en virtud de unos procesos perceptivos que están lejos de ser innatos (Piaget, 1987). Lo real está desprovisto de esa autonomía que tradicionalmente se le presupone: lo real sólo responde si se lo interroga —el vector epistemológico va de lo racional a lo real (Bachelard, 1984) y no a la inversa—; y en este sentido, entonces, también hemos de tener en cuenta la «intencionalidad de los datos» (Giddens, 1995), nuestra interesada predisposición a considerar qué es relevante y qué no lo es.

Collins (1992), para la explicación de la replicación en la construcción de un láser, opone dos modelos de aprendizaje, el modelo algorítmico y el cultural. El primero considera que sólo se ha aprendido aquello que se puede formular como un conjunto de instrucciones formales, El segundo toma por aprendizaje el proceso por el que se decide qué cuenta como una diferencia significativa entre dos formas de hacer las cosas. Collins muestra que no basta con el modelo algorítmico para transmitir la información necesaria que permita la replicación del láser. Aceptando la existencia de ambas componentes en el aprendizaje, no sólo de las prácticas de laboratorio, sino en el proceso de aprendizaje del científico (suponiendo, pues, una continuidad entre el aprendizaje institucional y la práctica profesional), el aprendizaje crítico al que aquí se alude trataría de poner en evidencia esa dimensión del aprendizaje —que Collins define como cultural y nosotros tratamos como vivencial— que coexiste con su transcripción algorítmica, formal. Ya hemos desarrollado nuestra visión particular de esta segunda vertiente del aprendizaje; ahora hemos de emprender la tarea de sacar a la luz la primera.

IV.2. Empezando a (ver) construir(se) la «laboratoriedad» de la ciencia

Ha llegado el momento de poner en juego las «notas de campo»; en un estudio etnográfico al uso, éstas debieran haber aparecido mucho antes en la narración, pero la particular perspectiva puesta aquí en juego impedía un uso demasiado «prematureo» de las mismas, puesto que ya no se trata de que representen el papel de la prueba empírica o del dato confirmatorio.¹⁰ Su interés radica en que como sobre-impresión interpretativa a la reconstrucción participativa que se ha hecho de la ESH, van a representar una especie de cortocircuito lógico: de la dimensión participativa de la investigación hemos obtenido una representación formal de la ESH, una representación de un «producto acabado», la representación más acorde con el sentido que el conocimiento científico tiene para sus practicantes y para los defensores de la perspectiva tradicional. Pero esa representación es el resultado de la experiencia práctica y vivencial en la cual se van aprendiendo esos instrumentos y conceptos formales que dan sentido a tal interpretación de la ecuación.

Se trata ahora de sumergirse en dicho proceso, de poner en evidencia, sacar a la luz, cómo son «vivididos» esos significados formales en su proceso de aprendizaje, qué condiciones prácticas de posibilidad hacen de ellos resumen adecuado y suficiente del proceso en su conjunto.¹¹ Vamos a ver, en definitiva, cómo todo un entramado de sen-

¹⁰ Ibáñez ha señalado la quiebra de lo que él denomina prueba empírica o de adecuación a la realidad: para probar el valor de verdad de una teoría o de una proposición habría que articular dos pruebas científicas, la empírica —adecuación a la realidad— y la teórica —coherencia del discurso—; el principio de incertidumbre de Heisenberg y la indecibilidad de las proposiciones formales gödeliana mostrarían el carácter paradójico de ambas (Ibáñez, 1990b, 1990c).

¹¹ Se trata, en suma, de analizar las «condiciones de posibilidad» (prácticas) de ese conocimiento (formal). Una empresa reflexiva ha de incluir, en su tarea de conocimiento, el conocimiento de sus condiciones de posibilidad como tal tarea (Bourdieu, 1991). Morin se ha planteado esta necesidad, que para la sociología significaría una «sociología de la sociología» que debería encontrar un «metapunto de vista» (Morin, 1995) que le permita incluir en su análisis su condición como ciencia: «Este metapunto de vista necesita de la reflexión epistemológica sobre las posibilidades y los límites del conocimiento científico, así como sobre las posibilidades y los límites del conocimiento sociológico, incluido el de la so-

tidos no formalizables de modo alguno van revistiendo, día a día, la vivencia que da soporte a la competencia que hace inteligibles tales representaciones formales. Esto es: ya tenemos el producto acabado y ahora vamos a considerar el proceso práctico de su constitución.

Las notas tomadas durante los dos años de investigación empírica fueron innumerables, las redundancias en ellas notables y la dificultad de su recopilación considerable. No existe «cuaderno de campo» propiamente hablando, pues las notas eran las que se tomaban en clase al igual que el resto de alumnos al modo de apuntes. En las mismas, en las ocasiones en que algo de lo que surgía suscitaba la curiosidad, duda o interés del participante / observador, se hacían marcas para facilitar una posible revisión ulterior, sin llevar una contabilidad actualizada de dichas anotaciones puesto que la tarea era aprender. Todos los «apuntes» de clase eran «pasados a limpio» en cuadernos que recopilaban el contenido de las asignaturas a las que se asistió, alcanzando cerca de las dos docenas. La mayoría de las anotaciones «antropológicas» desaparecían de dichas libretas, que se plegaban a la lógica de la recopilación estrictamente formal de los contenidos de las asignaturas.

Esas libretas constituyen la base de la reconstrucción formal que se ha presentado en el capítulo precedente. Ahora lo que se va a utilizar son las anotaciones que se fueron haciendo durante la asistencia a clases y que no llegaron a formar parte de tales libretas, notas que venían suscitadas por ese interés diferencial que hacía del participante, además, observador de su propia participación, las anotaciones en las que se vertía esa dualidad constitutiva del sujeto autoobservacional que habría de actualizarse en un futuro ulterior —el ahora presente—. Esas notas que, en definitiva, son rastros de la vivencia subjetiva del proceso de aprendizaje en el que se tomó parte y que en su transcripción formal son «borradas».

Es decir, ahora vamos a construir un relato subyacente y paralelo al que hemos desarrollado en el capítulo anterior: ambos relatos constituyen descripciones de un proceso, pero mientras el primero obtura la dimensión propiamente vivencial para centrarse en los productos formales a los que se tiene acceso en el proceso, el segundo, teniendo en cuenta la preexistencia del anterior, pone en evidencia el andamiaje no formal, ni formalizable de dicha experiencia vivencial. Ahora bien, este segundo relato se sustenta, en tanto que relato, en el precedente, presupone que la formalidad vertida en él implica una aproximación distinta de la que podría darse de haber prescindido por completo de la traducción meramente formal del proceso de aprendizaje que constituye el soporte de ambos relatos: ha habido efectivamente que «aprender» para poder proceder a esta especie de deconstrucción de la transcripción formal de dicho aprendizaje.

IV.2.i. Ondas, fantasmas y boniatos rebozados

ciología del conocimiento (...) una sociología de la sociología (...) no sabría prescindir de una reflexión acerca del conocimiento de sí misma» (Morin, 1995: 39). En un sentido inmediato y concreto, este capítulo lleva a la práctica esa propuesta teórica.

La asignatura de Mecánica Cuántica (MC) es la primera y única vez en la que la mayoría de los futuros licenciados en ciencias físicas se topará con ese universo particular de la microfísica. Sólo aquellos alumnos que opten por la especialidad de Física Fundamental profundizarán y ampliarán sus conocimientos en el campo de la física cuántica, y la especialidad de Física Fundamental no es, precisamente, la que más adeptos obtiene en la carrera. Es decir, si para «entender» la ESH hay que ser físico, no todo físico llega a entenderla.

Una de las clases del primer cuatrimestre de la asignatura de Métodos Matemáticos de la Física I (M1) concluye con la exposición de un teorema que lleva a considerar las llamadas «superficies de Riemann». Llegar a conocerlas supone, según comenta el profesor, una trayectoria académica “que implica tres locuras”: primera locura, elegir la especialidad de Física Fundamental; segunda locura: dentro de ella, especializarse en Física Teórica; y tercera locura: hacer una tesis doctoral. Sólo si un alumno llega a la “locura” de plantearse la realización de una tesis doctoral como consecuencia de las dos locuras previas, sólo entonces existe la “probabilidad” de que llegue a entrar en contacto con las superficies de Riemann.

En segundo de carrera, en consecuencia, ya se empieza a gestar en la mente del alumno la idea de que optar por la especialidad de Física Fundamental es una locura. Es más: el alumno sabe que la física cuántica es algo que atenta seriamente contra los esquemas mentales a los que está acostumbrado: “Ya me lo había dicho X: que la física cuántica te hace cambiar la forma de pensar...”, fue el comentario de un alumno situado en la fila inmediatamente posterior tras el desasosiego que se suscitó al final de una de las clases de MC del primer cuatrimestre.

La clase comenzó con la exposición del modelo de De-Broglie de la dualidad onda-corpúsculo y finalizó con el experimento de la doble rendija de Taylor. Una vez expuesto el experimento, el profesor comenta: “mientras la partícula está bajo observación, no hay problema: sale una partícula y llega una partícula, que produce un impacto en la placa; pero justo cuando pasa por las rendijas no está bajo observación...” y es justo en ese momento crucial del experimento cuando no se sabe exactamente lo que sucede. Estamos, nos dice a modo de advertencia, rozando peligrosamente el terreno de la metafísica y por ello hay que tener clara cuál es la diferencia entre la una y la otra, entre la física y la metafísica: “Física es lo que se observa, se mide... Metafísica es lo impredecible...” sanciona tajantemente. Por tanto, concluye, hemos de apartarnos de la metafísica, lo cual implica serias dificultades en ese caso: “lo que les estoy sugiriendo es enormemente subversivo: que renunciemos a saber lo que está pasando cuando no observamos”, y las dificultades provienen, precisamente, de que ese aspecto “metafísico” del problema es crucial porque, continúa: “la observación altera el devenir ulterior de la partícula...”. Así las cosas, se nos informa de que existen distintas “interpretaciones” posibles de la cuestión, esto es, que se puede optar por distintas alternativas para explicar qué es lo que está pasando con la partícula. De entre tales “posibles interpretaciones” él va a seguir en clase la de la Convención de Copenhague, esto es: la interpretación de que a la partícula está asociada una onda de naturaleza estadística, y como consecuencia de la adopción de tal interpretación, “nos hemos cargado el principio de causalidad... el concepto mismo de trayectoria no existe...”, acaba diciendo.

Otras posibles interpretaciones del experimento de Taylor y, en consecuencia, de la naturaleza de las entidades microfísicas sí mantienen el principio de la causalidad, como, según nos informa el profesor, las que denomina “teorías de variables ocultas”, que consideran que la naturaleza estadística del fenómeno propuesta por la convención de Copenhague no es realmente su naturaleza constitutiva, sino resultado de que se desconocen algunas variables importantes, que de ser conocidas e introducidas en el tratamiento del fenómeno permitirían que se conservase el principio de causalidad. En definitiva, la naturaleza estadística de las entidades microfísicas no es una propiedad de las mismas sino una que le atribuye una metodología deficiente que no considera todas las variables que debiera tener en cuenta; la estadística se le impone al fenómeno en virtud de las herramientas con las que se trata pero no es constitutiva del mismo.

Pero estas interpretaciones no se van a considerar en la asignatura, se va a seguir la interpretación de Copenhague, según la cual, continúa el profesor, la onda asociada a la partícula es “un campo estadístico que acompaña a la partícula, más o menos fantasmal”.

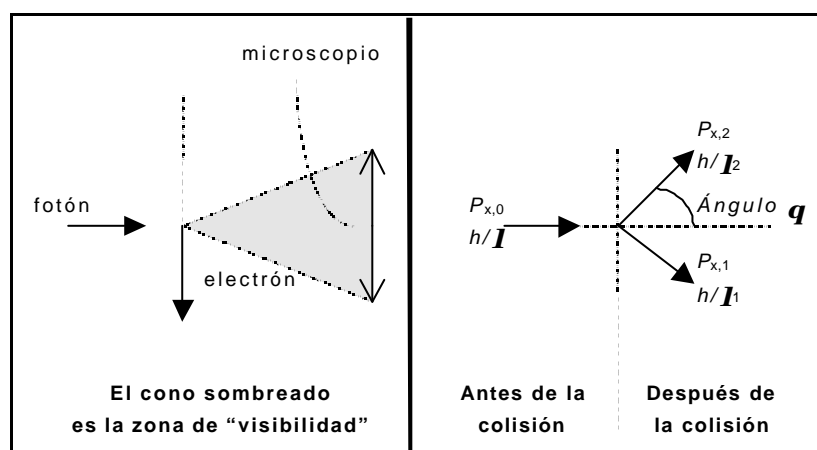
El desasosiego de la clase se traduce en dos intervenciones; una alumna no entiende que se pueda hacer física dejando de lado el principio de causalidad, trata de explicarse y la afirmación más coherente a la que llega es: “que no haya causalidad... no quiere decir... no puede querer decir que no haya causalidad...”; otro alumno manifiesta su indignación preguntando: “¿no somos físicos; cómo podemos entonces hablar de escuelas, de interpretaciones?”. El profesor responde afirmando que hay que tener clara la distinción entre “fenómeno en sí” e “interpretación” del fenómeno: no hay duda de que algo pasa, pero no podemos llegar a afirmar tajante y exactamente lo que es... es evidente que la clase no asimila fácilmente la dualidad (ni la ondulatorio-corpúscular de la materia, ni la que implica un fenómeno con varias alternativas interpretativas...)

Esa clase fue significativa en dos sentidos: primero, puso en evidencia que en la mente de un alumno de tercero de carrera, la causalidad formaba parte de un mundo necesario en sus esquemas de comprensión y que le resultaba difícil admitir que la física pudiese simplemente interpretar un fenómeno en lugar de explicarlo de manera incuestionable. Dos años de carrera habían instalado firmemente la necesidad de ambos elementos, causalidad y objetividad, en su manera de enfrentarse a los problemas cotidianos.

Pero, en segundo lugar, fue también significativa porque, superado ese momento, digamos «crítico», en adelante en la asignatura la causalidad recuperó con firmeza su lugar y nunca más se puso en evidencia que se estaba desarrollando una interpretación, entre otras posibles, de la caracterización mecánica de las entidades microfísicas. La causalidad recuperó su papel porque todo el instrumental puesto en juego para el desarrollo de la materia de la asignatura era el habitual, regulado por igualdades matemáticas que se trataban aplicando los métodos lógico-causales habituales y, en última instancia (como se verá) la cualidad estadística y no causal de los fenómenos tratados era un resultado de la causalidad puesta en juego para su tratamiento. Además, la interpretación de Copenhague fue aplicada de tal modo que pareciera que surgía espontáneamente como resultado inmediato y natural de la naturaleza de las cosas que se estaban tratando.

Se expuso en la asignatura una prueba de la existencia de «indeterminación» en las mediciones de partículas micro-atómicas y como corroboración, por tanto, de la interpretación de Copenhague: la prueba de autoconsistencia de los rayos- γ de Heisenberg, que demuestra la existencia de tal indeterminación en la medición del movimiento de un electrón porque para medirlo hay que «verlo», esto es, aplicarle luz para su observación a través de un microscopio. La luz se compone de fotones, los cuales «chocan» con el electrón y «salen disparados» (es el llamado efecto Compton, resultado de la naturaleza también corpuscular de la luz). Es decir, para ver al electrón en movimiento hay que tener en cuenta la variación en el momento cinético (índice de la alteración de la trayectoria como fruto de la colisión) de los fotones que contribuyen a su visión, aquéllos que tras el impacto quedan confinados en el cono que determina geoméricamente el electrón, como vértice, y la lente del microscopio, como base (véase el siguiente dibujo).

La demostración utiliza un tratamiento estrictamente «clásico»: se aplica el principio de la conservación del momento de los fotones y la relación que se ha obtenido previamente entre la longitud de onda de la fuente de luz (rayos- γ) y la resolución de la lente, para comprobar que existe una indeterminación para la medición simultánea de la posición y el momento del electrón, $\Delta x \Delta p$, del orden de magnitud de la constante de Planck. Y efectivamente, el tratamiento es enteramente «clásico», en el sentido de que se aplican principios de la mecánica clásica, y en el sentido de que la formulación matemática es estrictamente causal, pero... ¡lo que se está tratando son «indeterminaciones cuánticas»!. La hipótesis es que efectivamente existe indeterminación en las mediciones; indeterminación en tanto que característica cuántica —algo de naturaleza estadística—, y para demostrar la hipótesis se aplican instrumentos físico-matemáticos clásicos, causales. La naturaleza estadística del fenómeno parece surgir espontáneamente de un tratamiento causal. (¿Por qué las herramientas aplicadas al tratamiento del asunto han de ajustarse a los principios de equivalencia e implicación lógica, si el tal asunto es algo estadístico y probabilístico? Pudiera preguntarse alguien.)



Una vez expuesta la prueba de autoconsistencia, la conclusión del profesor es doble: en primer lugar, con tal prueba se llega al principio de incertidumbre “por razonamientos puramente matemáticos” y sin embargo “es la base de la física cuántica”; en segundo lugar, la demostración “indica que el principio de incertidumbre no es sólo

un resultado matemático, sino una propiedad más profunda de la naturaleza... existe un límite para la precisión de las medidas entre variables, magnitudes, que por ello se llamarán incompatibles”. No puede uno por menos que pararse a pensar en la aparente contradicción de ambas afirmaciones.¹²

Al igual que no se debe confundir con la metafísica —en ese particular sentido asignado a la metafísica— tampoco la física debe confundirse con las matemáticas: «hacer» física implica «utilizar» las matemáticas, pero sólo eso, y hay que tener claro que los imperativos propiamente físicos están por encima de los matemáticos y éstos pueden ser dejados de lado siempre que esa instrumentalidad de la matemática no se vea clara. En cualquier caso, la relación entre una y otra, entre física y matemáticas, se muestra en innumerables ocasiones como algo problemático.

Seguimos en la asignatura de MC. Se ha descrito el fenómeno físico de la radiación en sus dos partes constitutivas, la mecánica, utilizando como modelo matemático un oscilador armónico (OA), y la electromagnética, aplicando las ecuaciones de Maxwell. El problema físico ahora consiste en «acoplar» ambas componentes. Para ello se va a considerar el modelo físico más sencillo posible: el caso de una única carga puntual que está oscilando armónicamente. Al tratarse de una carga «puntual», concentrada en un punto, adimensional en términos espaciales, para expresar su densidad de carga es necesario emplear una δ de Dirac, una distribución. Una distribución es un «objeto matemático» que no pertenece a un espacio, matemático, habitual, sea finito o de Hilbert, que se denomina espacio de distribuciones y tal que, informa el profesor, “sólo tiene sentido en una integral actuando en el álgebra común”. Esto quiere significar, continúa, que “el tratamiento es muy complicado para el nivel del s. XVIII ó XIX de matemáticas que ustedes tienen”, por lo que en lugar de tratar el problema matemáticamente se va a “postular una solución plausible desde un punto de vista físico”.

Esta solución que se decide “postular”, y que se decide hacerlo porque será “plausible” desde un punto de vista físico, resulta de una serie de sucesivas simplificaciones matemáticas operadas sobre la formulación a la que se había llegado: se había deducido una expresión para el campo electromagnético creado por la partícula en función de dos variables, una vectorial, A , y otra escalar, ϕ , definidas como potenciales magnéticos y que sustituyen a las variables propiamente dichas del problema, el campo eléctrico y el campo magnético, ambas vectoriales. Pero la ecuación resultante para el potencial magnético vector no era homogénea, esto es, no era una expresión en la que apareciese la variable y sus derivadas igualadas a cero, sino que existía un término constante, un “término fuerte”, tal como lo definió el profesor, que nos estorba para la resolución de la ecuación. Dicho término representa la fuente del campo magnético, es decir, representa a la partícula en su dimensión magnética, de forma que, desde un punto de vista físico, se va a considerar el problema a una distancia suficiente tal que la fuente no tenga incidencia, esto es, directamente se elimina el término fuerte, con lo

¹² Todos los ejemplos sencillos que se le expondrán al alumno para mostrar la existencia de la cuantificación se le expondrán haciéndole ver que ésta es un resultado natural del adecuado planteamiento del problema, tal como hemos señalado y ejemplificado en el apartado III.3.i.c; es decir, la idea que se trata de defender es la de que no hay que imponer la cuantificación para resolver un problema, sino que ésta es resultado de la adecuada resolución del mismo; el propio problema, por sí mismo, evidencia la cuantificación siempre que se plantee y resuelva de la manera adecuada.

que ya se tiene una ecuación homogénea. Tras tamaña sutileza, se prosigue con las simplificaciones eliminando dos dimensiones del vector A , de tal modo que se convierte en un escalar, esto es, de las tres componentes del vector, dos se igualan a cero. Y ya por último se considera que, dado que se está tratando el problema a una distancia suficiente de la fuente, de la partícula, dicho vector no va a depender del tiempo sino tan sólo de la distancia, de forma que deja de ser función de dos variables y se convierte en una función de una única variable.

Y así, finalmente, se ha obtenido una sencilla ecuación diferencial homogénea de segundo orden para una función escalar; esto es, la postulación de una solución plausible desde un punto de vista físico ha operado toda una serie de significativas transformaciones matemáticas sobre la expresión inicial sin que pueda aportarse justificación matemática alguna de las mismas. El alumno puede entender dos cosas: o que efectivamente no sabe las suficientes matemáticas como para enfrentarse con rigor al problema (tiene un conocimiento propio del s. XVIII ó XIX) y le han mostrado un «atajo» para obtener la solución, o bien que el razonamiento físico puede siempre imponerse sobre el rigor matemático a la hora de buscar soluciones “plausibles”.

Cabe aceptar que se trate de un problema de insuficiencia en los conocimientos matemáticos del alumno si observamos que uno de los ejemplos propuestos en la asignatura de Métodos Matemáticos de la Física II (M2) para la resolución, mediante un método de aproximación, de ecuaciones diferenciales ordinarias no lineales está tomado de los mismísimos *Principia Mathematica* de Newton. Es cierto, entonces, que a la altura de tercero de carrera el alumno todavía se enfrenta a problemas matemáticos propios del siglo XVII. No obstante, tampoco va a quedar claro si eso constituye un problema o una ventaja: en la misma asignatura nos enfrentamos a un problema que consiste en resolver una ecuación diferencial empleando el método del cambio de variable; la ecuación es:

$$y' = f\left(\frac{a_1x + b_1y + c_1}{a_2x + b_2y + c_2}\right)$$

Y para resolverla hay que encontrar el cambio de variable adecuado. Antes de proceder a la resolución del problema, dice el profesor: “es el típico ejemplo de las cosas con las que se peleaban en el s. XVIII; nosotros no sabríamos resolverlo: no estamos acostumbrados a pelearnos con esas cosas”.

Hemos de dejar, en todo caso, abierta la puerta a la duda, porque esta difícil conjugación entre física y matemáticas es una cuestión recurrente con la que el alumno se enfrenta a lo largo de la carrera. ¿Hay que ser muy buen matemático para poder desarrollar adecuadamente razonamientos físicos o bien hay que ser un buen razonador físico para dejar de lado complicaciones matemáticas que no nos conducirían a ninguna parte, a ningún resultado físicamente plausible?

En una de las clases introductorias de Análisis Matemático II (A2) el profesor abunda en esta cuestión: insiste en la necesidad de dar a la asignatura, una asignatura matemática, un contenido físico, porque “la naturaleza explota... igual que si a alguien lo enfadas explota”. Es decir, la matemática no tiene por qué preocuparse del enfado que

pueden suscitar sus afirmaciones porque éstas no están referidas a la naturaleza, mientras que la física ha de enfrentarse a la adecuación de sus afirmaciones matemáticas con la naturaleza, real, material, empírica de los fenómenos que trata de analizar. Es más, el profesor llega a hablar de la “mentira de las matemáticas”: la naturaleza “no es matematizable”, “está viva”, incluida la materia inerte, no se deja encapsular en fórmulas. Y aún en el caso de que se aceptase la posibilidad de esa formulación matemática de la naturaleza, “seríamos incapaces de resolver la inmensa mayoría de esas matematizaciones” (¿querrá esto decir que la duda que planteábamos ha de decantarse del lado de la simplificación físicamente razonada de las formulaciones matemáticas a las que uno se enfrenta?) En esta misma asignatura, días después se nos dirá que la gran mayoría de las ecuaciones diferenciales “definen sus soluciones”, es decir, que las soluciones de muchas ecuaciones diferenciales son funciones que no han sido previamente definidas, que no se corresponden con las conocidas (funciones trigonométricas, polinómicas, exponenciales, etc.).

Sigamos con esta cuestión. En la asignatura de M1 se da a los alumnos una introducción histórica a la materia, la variable compleja, desde Cardano hasta Cauchy, citando algunos avances matemáticos que se produjeron en el tratamiento de la variable compleja.¹³ Tras dicha breve introducción, y una vez expuestas sucintamente las propiedades básicas de los números complejos, dice el profesor: “y ahora vamos a llamar al algebrista”, para enunciar, más bien deprisa y corriendo —a uno no podía por menos que sugerirle tanta prisa la impresión de que de lo que se trataba era de olvidar lo antes posible todo aquello, materia de “algebrista”—, las propiedades algebraicas de los complejos, es decir, sus propiedades y caracterización como estructura algebraica de «cuerpo».

Y a continuación, apelando a la falta de tiempo para desarrollar convenientemente la materia, el profesor señala que la asignatura tendrá un carácter eminentemente práctico, y ello significará que “en el encerado os voy a meter unas trolas de miedo”, mucho de lo que se explique “carecerá de todo rigor matemático” y “no demostraremos ni un solo teorema”.

En M2 el profesor señala que la posibilidad de “solucionar” (matemáticamente, se entiende) ecuaciones diferenciales es “escasa”, de manera que en la gran mayoría de los casos de lo que se trata no es de solucionar las ecuaciones sino de estudiar sus propiedades, es decir, de un estudio cualitativo. Resulta, entonces, que “la mejor expresión analítica de una ecuación diferencial es la propia ecuación diferencial”.

A continuación, como ejemplo de ecuación diferencial ordinaria (EDO) lineal se va a considerar el caso de la ecuación de Newton aplicada a una única partícula (una partícula «física», recordemos, una masa puntual, adimensional) que se mueve en una única dimensión espacial en un pozo de potencial. Se trata de un sistema físico conservativo. Entonces se nos informa de que en el paso de la matemática a la física existe un serio problema de “terminología”: la física adopta una terminología que trata jus-

¹³ En dicha introducción, el profesor menciona la famosa expresión que utilizó Leibniz para definir lo que hoy se conoce como «números complejos», unas entidades matemáticas por entonces en proceso de construcción y que Leibniz, en un tono poético-místico, describió como «anfibios entre el ser y el no ser» (Kline, 1992).

tamente de eliminar dificultades matemáticas, que pretende ser fundamentalmente instrumental en lo que a las matemáticas utilizadas de refiere, lo cual, en muchas ocasiones “es muy poco matemático”.

La diferencia fundamental, según se nos informa, consiste en que en matemáticas todas las posibilidades tienen la misma probabilidad de ser aceptables como solución de un problema, mientras que “en física todas las posibilidades son igualmente probables hasta que se demuestra lo contrario ¿y cómo se demuestra? pues midiendo y calculando”. Alude entonces a la mecánica que hemos estudiado en segundo curso para referirse a la obsesión por el “celo matemático”: “ya sabemos que las funciones físicas cumplen siempre todas esas propiedades que los matemáticos nos dicen que deben cumplir para hacer con ellas ciertas operaciones delicadas...” (Lo sabemos porque en el curso anterior, en la asignatura de mecánica, hemos utilizado funciones que podían ser sometidas a ciertos tratamientos matemáticos por cumplir dichas propiedades; las hemos «utilizado», reitero; de no cumplir esas propiedades matemáticas, no habríamos podido hacer tal uso de ellas; ahora bien, ¡tampoco entonces se demostró matemáticamente que cumplían efectivamente tales propiedades!).

Dicho lo cual, la exposición del problema comienza con toda una batería de definiciones (¡naturalmente físicas!): coordenadas, espacio de configuración, velocidad, campo de fuerzas... que matemáticamente no son más que funciones o variables, pero que en física son cosas que se pueden medir, contrastar con la realidad y en base a ello establecer qué opciones entre las posibles son físicamente válidas y cuáles no (distinción que no es posible establecer, según se ha dicho, matemáticamente).

Pareciera que todo apunta a que las matemáticas no sirven más que para apoyar las razones físicas, que se puede prescindir de ellas siempre que planteen más dificultades que ventajas y que en última instancia no serían sino una especie de revestimiento lingüístico formal de las afirmaciones físicas. Nada más lejos de la verdad. Con mayor o menor rigor en el tratamiento de los problemas, la base matemática de los planteamientos y modos de resolución de los mismos es fundamental. Más bien habría que hablar de un aprendizaje en el que el alumno ha de adquirir la capacidad para establecer los límites adecuados entre rigor matemático y plausibilidad física como una habilidad que no se puede —ni se debe— expresar de manera abierta; una habilidad que no constituyendo parte de la metodología formal del proceder físico es necesaria y fundamental para su adecuada ejecución. (¿Estamos ante el *habitus* bourdieano, dado que se trata de una conjugación entre lo matemático y lo físico que va constituyendo el modo de proceder del físico, configurando su manera de entender y enfrentarse al mundo, al tiempo que en virtud de ello él mismo se va constituyendo como tal? ¿estamos ante «sistemas de disposiciones duraderas y transferibles, estructuras estructuradas pre-dispuestas para funcionar como estructuras estructurantes, es decir, como principios generadores y organizadores de prácticas y representaciones que pueden estar objetivamente adaptadas a su fin sin suponer la búsqueda consciente de fines y el dominio expreso de las operaciones necesarias para alcanzarlos, objetivamente “reguladas” y “regulares” sin ser el producto de la obediencia a reglas» (Bourdieu, 1991: 92)? ¿Estamos ante esa constitución práctica de la lógica que formulaba Garfinkel, la no representabilidad formal de las prácticas y su configuración operativa basada en «reglas flojas» (Garfinkel, 1984)?).

“Los sistemas lineales con coeficientes constantes son el tipo de ecuaciones diferenciales que más aparecen [en problemas físicos] porque son los que se saben resolver”, se nos informa en M2.¹⁴ Quiere esto significar que, en última instancia, la matemática impone siempre un límite a la física a la hora de obtener resultados.

Otro ejemplo de esa ambigua combinación entre física y matemáticas lo volvemos a encontrar en M1: para determinar el dominio de una función, su “conjunto de analiticidad”, esto es, qué valores pueden ser aceptados para sus variables, se determinó que ese dominio venía dado por una desigualdad: $e^z - 1 \geq 0$ ($z \in \mathbb{C}$). Una alumna intervino para señalar que no se trataba de una expresión “rigurosa” y la respuesta del profesor fue cuando menos interesante: “las ecuaciones son preguntas”, las ecuaciones no son afirmaciones genéricas sobre ciertas propiedades, sino que se trata de preguntas acerca de los valores de ciertas variables que hacen que esas propiedades sean ciertas o no. En primer lugar, se reafirma la necesidad de sobreimponer a los dictámenes puramente matemáticos los criterios físicos: una ecuación no responde a ninguna cuestión acerca de las propiedades de la naturaleza; es la forma que el físico tiene para plantear las preguntas adecuadas; una ecuación trata «variables» (matemáticas) y no «propiedades» (físicas); una ecuación bien formulada —una pregunta bien planteada— nos permite determinar qué valores de las variables matemáticas pueden ser considerados como propiedades físicas y cuáles no.

El concepto “rigor” expresado por la alumna apunta directamente a esta ambigüedad en la que se instala la relación entre física y matemáticas, pero va mucho más allá. La respuesta del profesor indica que ha entendido que cuando ella habla de rigor se refiere a rigor matemático, y así asimila que para la alumna rigor matemático significa automáticamente rigor físico; su respuesta establece que el rigor físico atiende a propiedades, reales, de la naturaleza, cuya transcripción matemática en forma de variables puede no corresponderse con la idea de rigor (¿físico? ¿matemático?) que uno se ha formado de antemano. Las matemáticas nos ayudan a la hora de formular preguntas, pero no nos dan las respuestas.

Pero hemos de considerar la cuestión desde otra perspectiva: ¿Por qué, para la alumna, una desigualdad matemática ha de tener menos rigor que una igualdad matemática a la hora de delimitar un determinado rango de valores? Una desigualdad es una expresión matemática perfectamente «rigurosa». El profesor ha demostrado una agudeza inusitada en su respuesta: ha presupuesto esa asimilación, por parte de la alumna, de rigor matemático con rigor físico, y ha respondido «físicamente» a una pregunta sobre, aparentemente, matemáticas; ha indicado a la alumna que debe siempre mirar las expresiones matemáticas con una «mirada física» y no matemática. De hecho, la respuesta adecuada hubiera sido «sí es una afirmación rigurosa: es una des-

¹⁴ Stewart (1991) confirma esta opinión del profesor: «La ciencia de hoy día muestra que la naturaleza es inexorablemente no lineal. Por lo tanto, sea lo que sea lo que maneja Dios, no son fórmulas explícitas (...) si nos sumergimos en el pozo profundo de las ecuaciones diferenciales, las posibilidades de que emerjamos con algo no lineal son infinitas (...) **La matemática clásica se concentró en las ecuaciones lineales por un motivo pragmático lógico: no podía resolver ninguna otra cosa** (...) El comportamiento de las ecuaciones lineales (...) está muy alejado de lo que es típico (...) Llamar “no lineal” a una ecuación diferencial es algo así como llamar “no paquidermología” a la zoología» (Stewart, 1991: 88-89; subr. nro.).

igualdad matemática y, por lo tanto, rigurosamente matemática»; pero no fue la respuesta que se dio. Es evidente que la pregunta en sí no era tan importante como esa posible confusión entre lo matemático y lo físico que a través de ella se daba a entender. El problema no era entender adecuadamente o no el rigor matemático (pues esa era la confusión de la alumna), sino establecer de manera clara la prioridad física sobre la matemática; una vez sentada esa base se podrían discutir los términos matemáticos implicados (y puesto que la aclaración acerca de lo riguroso de la expresión no fue hecha, hemos de entender que todavía a esas alturas es, implícita y quizá inconscientemente, irrelevante frente a la cuestión mayor de fondo).

Dado que esa discriminación entre lo propiamente físico y lo puramente matemático se va convirtiendo en un trasfondo que nos asalta regularmente, conviene considerar cómo se determinan operativamente los métodos matemáticos adecuados que un físico debe utilizar, hasta dónde hay que dejarse llevar por las matemáticas y cuando hay que imponer limitaciones, físicas, a las posibilidades matemáticas que un problema nos ofrece. Esto significa que se va adquiriendo la convicción, y el hábito, de que existen procedimientos estrictamente físicos que permiten reducir el número de posibilidades, matemáticas, que un problema nos ofrece. Lamentablemente, esta capacidad de discriminación no puede ser determinada de forma sistemática, no existe procedimiento operativo formal que aplicar a cada caso particular. Sin embargo, uno encuentra que le van suministrando «recetas» particulares que van configurando, por acumulación, podríamos decir, los parámetros, indefinibles, de dicha habilidad.

“Los métodos son para los que no tienen dos dedos de frente... uno se busca la vida” oímos en M1. La afirmación surge cuando se plantea el problema de encontrar una expresión distinta para una fracción en la que aparece un número complejo. Dicha expresión es:

$$\frac{z^2}{z-1}$$

Y aparece en la resolución de una integral compleja; se trata de transformar esa expresión en alguna otra más conocida y de la cuál se sabe la solución de la integral, una expresión en forma de sumandos. ¿Qué método hay que aplicar? No existe. Así que dejando de lado los métodos y buscándonos la vida con nuestros escasos dos dedos de frente, encontramos que se trata de seguir la estrategia—si nos causa pudor podemos llamarle «método»— de “me sobra / me falta”, que consiste en transformar la expresión agregando o eliminando los términos necesarios para poder aplicar la igualdad que cumplen los cuadrados perfectos: $(a \pm b)^2 = a^2 + b^2 \pm 2ab$. Y así, quitando lo que “me sobra” y poniendo lo que “me falta”, la expresión original se transforma en:

$$\frac{1}{2}(z-1)^2 + 2z + \frac{1}{(z-1)}$$

Con esta expresión se puede proceder a la resolución de la integral; en el camino hemos corroborado que la matemática de por sí no nos ofrece respuestas, sino que hemos de manejarla de modo que podamos extraer de ella las mejores preguntas po-

sibles: no hay método de resolución matemático que nos auxilie, hemos de buscarnos la vida y bregar con las constricciones que la matemática nos plantea.

Estas recetas prácticas comportan una gran habilidad pedagógica por parte del profesor, habilidad a la que se asistió en abundancia en esta asignatura de M1. Así, por ejemplo, a la hora de tratar la propiedad de la suma de un complejo con su conjugado:

$$z + \bar{z} = |z|^2$$

El profesor va a explicar que no se trata de una propiedad aplicable a números complejos sino a “boniatos rebozados”; es decir, la propiedad es extensible a cualquier expresión en la que aparezcan unidades imaginarias, de modo que el lugar de las z lo puede ocupar cualquier expresión de la complejidad que sea y la propiedad se seguirá cumpliendo. De hecho, nos informa, la propiedad es útil precisamente en esos casos en los que el número complejo adopta una expresión muy complicada, y de ahí la expresión de “boniato rebozado”.

Un apunte más para profundizar en la cuestión: los matemáticos, incluso los más insignes, cometen errores; la «exactitud» de la matemática es en sí misma cuestionable, lo cual da pie a que un físico no tenga por qué fiarse de las indicaciones estrictamente matemáticas que resultan de un determinado problema: en la misma asignatura de M1 se está comprobando un desarrollo en serie de un número complejo:

$$\dots + \frac{1}{z^3} + \frac{1}{z^2} + 1 + z + z^2 + z^3 + \dots$$

Se trata de comprobar si es posible determinar esa suma constituida por una serie infinita. La suma se puede subdividir en dos:

$$\dots + \frac{1}{z^3} + \frac{1}{z^2} + \frac{1}{z} + 1 + z + z^2 + z^3 + \dots = \underbrace{\left(\dots + \frac{1}{z^3} + \frac{1}{z^2} + \frac{1}{z} \right)}_A + \underbrace{\left(1 + z + z^2 + z^3 \dots \right)}_B$$

Y se sabe que:

$$A = \dots + \frac{1}{z^3} + \frac{1}{z^2} + \frac{1}{z} = \frac{1}{1 - 1/z}$$

$$B = 1 + z + z^2 + z^3 + \dots = \frac{1}{1 - z}$$

Así que el problema parece reducirse a la suma de dos simples fracciones. Sin embargo, en las sumas de series infinitas hay que tener en cuenta los criterios de convergencia, esto es, para qué valores del número complejo z la serie tiende hacia un valor finito y en consecuencia se puede determinar dicho valor como el de la suma de todos sus términos infinitos. En este caso, mientras que una de las series es convergente para $1 < |z|$, la otra lo es para $1 > |z|$, de tal modo que no existe ningún valor del

módulo de z que satisfaga simultáneamente las dos condiciones y por tanto no tiene sentido sumar ambas series. Comprobado esto, nos enteramos de que el mismísimo Cauchy cometió el «error» de sumar ambas series... ¿podría alguien ser «más matemático» que Cauchy?

De este ejemplo, que claramente no fue puesto con tal intención, podemos extraer la enseñanza de que el rigor matemático se puede obviar porque los propios matemáticos lo han hecho, sin darse cuenta (¡y no cualquier matemático, precisamente!). La asignatura es de matemáticas; la carencia de método se refiere a las matemáticas; sin quererlo, pues, abunda en esa constante de la licenciatura que incita a prescindir del rigor matemático y anteponer la plausibilidad física; en este caso, esa opción viene avalada o justificada porque la propia matemática a veces no puede suministrar el rigor que se le presupone.

La cuestión es algo más compleja que lo expuesto hasta aquí: cuando hablamos de matemáticas pareciera que el concepto abarca un conjunto bien definido de elementos; en cierto sentido, atribuye a las matemáticas más homogeneidad de la que de por sí poseen. Y lo cierto es que las herramientas matemáticas que se han de aplicar en la ciencia física son muy variadas: no es lo mismo el álgebra lineal que la topología: en M2, a la hora de desarrollar la demostración del teorema de Fredholm, el profesor apunta que “es muy sencillo, sólo es álgebra lineal”; esto es, en esta área de las matemáticas no parece suscitarse el problema de incompatibilidad de criterios entre física y matemáticas, pues éstas parecen no ofrecer problemas.

La cosa cambia cuando nos enfrentamos, en A2, al *criterio de integrabilidad de Lebesgue*. A modo de introducción del tema, el profesor hace un repaso de lo visto hasta ese momento, relativo a la integrabilidad de funciones: se han obtenido tres criterios diferentes para determinar la integrabilidad de funciones definidas sobre un dominio cerrado de n dimensiones, dependientes de tres conceptos matemáticos distintos, las sumas superior e inferior de Darboux, las integrales superior e inferior de la función y las sumas de Riemann. Se trata de criterios analíticos que permiten determinar si una función es o no integrable en el dominio en que está definida. Y precisamente, el problema es que son criterios, se nos informa, “demasiado analíticos”, es decir, que para aplicarlos se requiere el manejo de límites, sucesiones, supremos e ínfimos de conjuntos, etc.. Llegados a esta situación, uno “desearía un criterio rápido que le permitiese una decisión [acerca de la integrabilidad o no de funciones] a partir simplemente de la geometría de la función”. Es decir, un criterio para decidir «a ojo» en lugar de aplicar cálculos analíticos.

Esa decisión “geométrica” nos la va a proporcionar el criterio de Lebesgue, pero la sencillez de la decisión será a costa de la introducción de conceptos matemáticos muy sofisticados: “para introducir su concepto de integrabilidad [el de Lebesgue] se requiere la consideración previa de un concepto topológico capital: los conjuntos de medida nula...”. Y no sólo eso, habrá que definir los conceptos de función lipschitziana, función contractiva, conjunto de contenido nulo u oscilación de una función (en un conjunto y en un punto) hasta estar en condiciones de plantear el criterio. Porque el criterio nos indica que *una función pertenece al conjunto de las integrables-Lebesgue si el conjunto de los puntos de discontinuidad de la función, puntos en los que su oscila-*

ción no es nula, es un conjunto de medida nula. Llegar a entender lo que significa esa definición ha implicado unas cuantas semanas de teoremas, proposiciones, corolarios y propiedades de corte analítico y con amplias dosis de topología. Aquí las matemáticas ya no plantean problemas, simplemente desbordan.

¿Hasta qué punto puede uno permitirse obviar el rigor matemático en aras de la plausibilidad física cuando se pierde en la simple formalidad, notación o vocabulario? En M2 surge una curiosa cuestión relativa a esos «problemas de notación» en la demostración de la unicidad de una solución encontrada para una ecuación no homogénea aplicando el método de Duhamel. En el planteamiento del problema aparece una función $g(x, t)$. Para la resolución del problema se ha fijado el tiempo como parámetro τ , es decir, se ha fijado la variable tiempo como $t=\tau$, de manera que la función ya sólo depende de la variable x y se habría de expresar $g(x)$, pero se va a utilizar la notación $g(x, \tau)$, especificando que con ello se quiere decir que «es la función $g(x)$ con el parámetro τ fijo». Y en el proceso de la resolución se llega a una expresión:

$$\frac{\partial}{\partial t} v(x; t, \boldsymbol{t}) \Big|_{t=\tau}$$

Esto es, la derivada respecto a t de una función v para $\tau=t$ (¡ojo!, no para $t=\tau$) que se comprueba que se corresponde con la función $g(x, t)$. Y entonces un alumno pregunta por qué se ha escrito $g(x, t)$ en lugar de $g(x, \tau)$, que era la función de la que se partía en realidad para la resolución del problema. Ello lleva a una larga aclaración acerca de qué significa “ $t=\tau$ ” por un lado, y “ $\tau=t$ ” por otro, porque... resulta que el principio de identidad no es simétrico en este caso: aclara el profesor que “ $t=\tau$ en el planteamiento significa *valor de la variable t igual al parámetro fijo τ* ”, mientras que “en la demostración [de la unicidad de la solución encontrada] $\tau=t$ es, por el contrario, *el valor de la variable de integración t igualado a τ que es a su vez variable*”. Dependiendo de las operaciones matemáticas en que estén involucradas las magnitudes de las que se trate, van a ser, según se deduce de este ejemplo, bien variables, bien constantes, bien constantes que varían en función de la variable respecto a la cual se habían fijado como parámetro: la naturaleza matemática de las operaciones determina la condición de los objetos manejados, y al final, uno no tiene claro el significado de la solución a la que dichas operaciones le conducen... en el camino matemático de la resolución de un problema físico... se ha perdido.

- Veo aquí una operación que no se justifica en exceso: ¿por qué tanta insistencia con la contraposición entre «rigor matemático» y «plausibilidad física»? ¿Se trata realmente de una condición propia de la experiencia relatada o es más bien un elemento de persuasión del texto? Suena a lo segundo, dado que estamos enfrentándonos a «datos» que han resultado, según se nos ha informado, de una doble operación de selección, y ¿quién nos garantiza que por el camino no se han quedado otros «datos» igualmente relevantes que podrían aportarnos una visión muy distinta de la que se pretende bajo esa contraposición entre física y matemáticas, entre rigor y plausibilidad
- Cierto. Pero ¿alguien pretende estar utilizando «datos»? Nadie pretende construir una representación objetiva y fidedigna de un algo delimitable mediante da-

tos. La recurrencia de esa oposición constituye una vivencia de la práctica de la investigación, surge de ella; y se le hace evidente ahora, en el momento de la reconstrucción formal de la experiencia vivida, a quien en su día procedió a operar las selecciones de las que el presente texto es resultado. No hay pretensión analítica *a priori*, puesto que las selecciones surgieron del propio proceso vital en el momento en el que éste discurría. No hay pretensión de «veracidad» en lo dicho, sino que se trata tan sólo de la reconstrucción retrospectiva de una práctica experimentada. ¡Y además: «rigor matemático» y «plausibilidad física» son conceptos interpretativos rescatados de esa experiencia, constitutivos de ella y completamente ajenos a la naturaleza extrínseca y arbitraria de aquellos otros de «inscripción literaria» y «organización a partir del ruido».

- No entiendo el sentido del presente ejercicio...
- Yo tampoco: tan sólo pretendo que se haga evidente la autoconstrucción de sentido que opera el propio texto en su inevitable formalidad; que dicho sentido «surge de» una práctica, que no es el sentido «aplicado a» dicha práctica retrospectivamente, sino el sentido que, sí, retrospectivamente, dicha práctica evidencia a través de la formalidad reconstructiva que representa el presente texto

Ciertamente, el indisoluble matrimonio entre ciencia física y ciencia matemática resulta cuando menos problemático. No sabe uno hasta qué punto su falta de conocimientos, pericia o intuición, en ese proceso de vida que es el aprendizaje en una facultad de ciencias físicas, es un estado de cosas provisional destinado a diluirse en el futuro, o bien se trata de una constante con la que habrá de convivir indefinidamente; no sabe uno si dicha sensación de impotencia resulta de sus todavía escasos conocimientos matemáticos o de su aún poco entrenada habilidad física para usar esos conocimientos adecuadamente.

Nuevamente en M2, constatamos dicha vivencia: en clase se va a continuar con el tema de los problemas de contorno en la resolución de la *ecuación de calor*. El profesor comienza esa clase comentando: “vosotros coged aquí la base y luego en los libros todo lo que os falta... [breve silencio]... *todo* [risas generalizadas]”. ¿Quiere esto decir que uno, aprendiendo la “base” en realidad no aprende «nada» puesto que todavía le quedará “todo” por aprender? ¿Quiere esto decir que la enormidad del universo de las ecuaciones diferenciales es tal que jamás llegará uno a dominarlo? ¿Quiere esto decir que a la altura de tercero de carrera es todavía demasiado pronto cómo para considerar que se sabe algo...?¹⁵

Y la cuestión se complica cuando uno se enfrenta a ese campo particular de la física que “te cambia la forma de pensar”, puesto que los presupuestos acerca del rigor, la plausibilidad o la objetividad y fiabilidad de nuestro conocimiento son seriamente afectados por el comportamiento de las ondas / partículas sub-atómicas. No se trata sólo de que circulen comentarios entre los alumnos, puesto que la propia asignatura de

¹⁵ Si atendemos a las palabras del propio Schroedinger, un físico nunca llega a saber las suficientes matemáticas: «En este momento estoy luchando con una nueva teoría atómica. ¡Si supiera más matemáticas! Soy muy optimista acerca de esto, y espero que, si sólo puedo... resolverla será muy hermosa» (Carta de Schroedinger a Willy Wien, el 27 de diciembre de 1925; en Moore, 1996: 176).

MC de tercero de licenciatura es fuente suficiente para generar ese desasosiego que ya hemos comentado.

IV.2.ii. Unos cuantos cuantos

En la asignatura de MC, como en las demás, en numerosas ocasiones se recurrió a la *analogía* con fines pedagógicos, de manera que el alumno asociara los contenidos y conceptos tratados con ejemplos «cotidianos» que facilitasen su comprensión. Así, a la hora de considerar el efecto de un campo externo sobre un cuerpo en función de su frecuencia y cómo ciertas frecuencias, llamadas frecuencias de resonancia, tenían mayor efectividad a la hora de favorecer la absorción o emisión de radiación, el ejemplo que se utilizó fue, como ya hemos visto, el del columpio: para conseguir que un columpio mantenga su movimiento hay que aplicarle el impulso adecuado en el momento adecuado, para que coincida dicho impulso con el movimiento que ya tiene el columpio, de forma que, se nos dice, “esta es la esencia del fenómeno de la resonancia”. Así, un columpio traduce de manera analógica la esencia del fenómeno de absorción y emisión de radiación por la materia inducida por un campo externo: las frecuencias de resonancia no son más que el impulso adecuado en el momento justo.¹⁶

No obstante, dicha estrategia puede no ser de utilidad alguna cuando se trata de la propia especificidad cuántica de la materia, puesto que su comportamiento dista mucho de cualquier cotidianidad a la que poder recurrir como analogía. Entonces el alumno encuentra que, simplemente, ciertas cosas no las puede comprender —todavía no puede—. Tal es el caso en ese mismo fenómeno de absorción o emisión de radiación para el caso de un OA: se nos informa que la potencia de absorción debida a la acción de un campo externo puede estimular la absorción o la emisión en el oscilador independientemente de cuál sea su energía espontánea, pero que eso no es cierto en condiciones cuánticas, para las cuales los procesos espontáneos y los inducidos o estimulados no son independientes, lo cual sí sucede en los fenómenos clásicos. “Cuando sean ustedes mayores ya verán cómo funciona el proceso cuántico”. Y es así como el alumno comprueba que todo el razonamiento que había llevado a la conclusión precedente respecto a la independencia de los fenómenos espontáneos y estimulados es «falso» cuando se aplican condiciones cuánticas, pero que el razonamiento adecuado, el «correcto», todavía no está a su alcance... habrá de crecer para poder llegar a entenderlo.

El modo de plantear la asignatura ya indica el hecho comúnmente aceptado de que la MC resolvió una época crítica de la física clásica. Bien es cierto que tal cual se fueron desarrollando los contenidos pareciera como que era la propia materia la que lanzaba avisos a los investigadores indicando el camino a seguir para salvar a la física

¹⁶ La aplicación pedagógica del recurso analógico tiene consecuencias bastante significativas, si compartimos la opinión de Atlan: «...el carácter de una abstracción demasiado grande, que impediría una representabilidad mediante los sentidos, es a su vez relativa a las variaciones individuales y a los hábitos de las comunidades culturales y de los especialistas. La pedagogía y el entrenamiento en la manipulación operatoria de los conceptos acaban proporcionando a éstos una “realidad” casi tan inmediatamente “perceptible” como la de la redondez de la tierra» (1991: 221). En el ejemplo del columpio parece evidenciarse esta conclusión.

de la quiebra. En cualquier caso, se reconoce que los fundamentos físicos vigentes hasta ese momento se estaban tambaleando. Tras explicar el experimento de Millikan, el profesor comenta que “todavía había más pruebas de que la física clásica se hundía poco a poco cuando entrábamos en la micro-física...”, y como otra más de tales pruebas comenzó la descripción del experimento de Roengen.

De toda esta serie de experimentos que ponían en cuestión a la mecánica clásica resultó una hipótesis formulada por Compton —la confirmación de la misma hizo que la hipótesis de Compton se transformase en el efecto Compton—: según la misma, los rayos X no serían una radiación, sino partículas, de tal modo que se podía entender que al atravesar los Rx un material la dispersión que se registraba era resultado de la colisión de las partículas que los constituían con los átomos del material. Se comprobó que los resultados experimentales se correspondían con la hipótesis. Esto suscita un comentario por parte del profesor: “una onda es la antítesis de una partícula: una onda es algo extenso, una perturbación en un medio... una partícula es puntual...”, y a modo de conclusión de la clase dice: “¿a que es interesante? No se entiende... pero es interesante”.

Tenemos, pues, que lo que va a constituir el fundamento de la mecánica cuántica, la naturaleza dual, corpuscular y ondulatoria, de la materia ha de entenderse como algo de naturaleza antitética: en la materia se conjuga, de manera constitutiva, el carácter extensivo de las ondas y el carácter puntual de las partículas. Sin embargo, no se va a tratar de una antítesis de carácter simétrico, puesto que en su resolución operativa se va imponer la puntualidad de la partícula sobre la extensividad de la onda, según se ha podido comprobar en función del planteamiento de De-Broglie. En cierto modo, se puede decir que la dimensión corpuscular de la materia confina a su dimensión ondulatoria a no ejercer su expansividad más allá de cierto límite (¿será por eso que se nos decía que la onda asociada a la partícula era de naturaleza «fantasmal», un fantasma desdibujado de lo que habría de ser una onda *sensu stricto*... ?)

En todos esos experimentos la materia se manifestaba de un modo que iba en contra de lo que la física clásica podía prever acerca de su comportamiento. En esta cuestión era de suma importancia el modelo de átomo que los físicos manejaban por entonces. Hacía falta un modelo de la estructura del átomo, de la estructura de la materia, que fuese compatible con los resultados que los experimentos en curso arrojaban. En este trance descubrimos dos cosas interesantes: primero, que todos los modelos atómicos propuestos con anterioridad al de Bohr no pasaban de ser curiosidades, resultado de, bien la falta de ingenio, bien la falta de rigor de quienes los propusieron... aquellos científicos no estaban «atentos» a las señales de aviso que la materia lanzaba; pero, en segundo lugar, ese modelo que finalmente abrió el camino para que surgiese la mecánica cuántica no era más que una imposición arbitraria de condiciones sobre el comportamiento de la materia para que los resultados experimentales cuadrasen, era, ni más ni menos, que una solución «por decreto».

En la exposición del primer modelo de estructura atómica que se consideró en la asignatura, el modelo de Lord Kelvin, el profesor afirma de él que “es un poco chapuza”. A continuación, al referirse al modelo de Thomson, dado que consideraba la existencia de cargas negativas oscilando dentro de una distribución de masa con carga

positiva —el modelo conocido como «pastel de fresa»¹⁷—, afirmó que “haría falta un guardia de circulación” para regular el funcionamiento de tal modelo, de manera que en realidad “no era un verdadero modelo, era una ideilla...”. Ya por fin, llegados a la consideración del modelo de Bohr, descubrimos que éste implica la invalidación de la electrodinámica clásica: la invalidación resulta de las hipótesis sobre las que se formula el modelo.

En primer lugar, el modelo suponía que los electrones inscritos en el átomo no radiaban pero sí cumplían las leyes de la mecánica; es decir, se trataba de unas entidades que cumplían una parte de la física conocida, la mecánica, pero no otra, la electrodinámica. En segundo lugar, si bien en condiciones «normales» los electrones no emitían radiación, en ciertas condiciones particulares sí podían hacerlo; para que esto pudiese suceder se imponía por hipótesis que los electrones estarían orbitando en torno al núcleo en unas determinadas órbitas, las órbitas permitidas, y sólo esas, de manera que lo que se imponía era una especie de “quanto de rotación”: sólo habría unas cuantas órbitas en las que estaría permitida la presencia del electrón, lo cual significaba, en tanto que sí cumplían en dichas órbitas los principios de la mecánica, unos determinados valores discretos de la energía de rotación, es decir, se postulaba la cuantificación de la energía de rotación orbital de los electrones. Ahora bien, aún cuando se establecía que no podían existir órbitas intermedias entre las permitidas, los electrones sí que podían «saltar» de unas órbitas a otras, y serían esos saltos los que producirían la emisión o absorción de radiación —de una órbita de menor energía a una de mayor energía, el salto provocaría absorción de energía y a la inversa, emisión, al saltar de una de más energía a otra inferior—.

Y en tercer lugar, se establecía una hipótesis adicional cuya razón de ser era poder determinar el valor de ese “quanto de rotación” atómico; según esta hipótesis, si la microfísica es válida a su nivel y la macrofísica al suyo, deberá existir una «zona frontera» en la cual ambas deberían coincidir. Se trata del *principio de correspondencia*, que establece, según informa el profesor, que “cuando el número de cuantos es muy grande, el comportamiento debe corresponderse con el clásico”, lo cual sucedería en el caso de “órbitas enormemente excitadas”, esto es, órbitas en las que al electrón habrá que aportarle una enorme cantidad de energía para que pueda alcanzarlas (en cualquier caso, se trataría de un estado no natural o poco probable de existencia del átomo; al menos, en las condiciones actuales del universo).

Todas estas hipótesis o postulados obedecían a la necesidad de determinar un modelo de átomo que fuese estable y ciertamente cumplían dicho requisito. Pero no se trataba de que se hubiese averiguado nada fundamentado en la contrastación empírica (inducción) o derivado de formulaciones teóricas novedosas (deducción), simplemente se le habían impuesto determinadas condiciones de funcionamiento al átomo para conciliar los datos de los que se disponía con las explicaciones que se podían dar, se

¹⁷ Este tipo de afirmaciones, que implican un trasvase del lenguaje común a contextos en los que sería en principio impropio, son más usuales de lo que se pudiera creer. Shapin (2001) estudia la aplicación de «proverbios», sentencias basadas en el simple sentido común, en la producción de conocimiento científico, interpretándolos como poderosas herramientas epistemológicas, pues tienen una enorme pertinencia práctica, son una gran ayuda para la memoria y poseen una extrema flexibilidad referencial.

«obligaba» al átomo a ser de determinada forma para eliminar el problema de la estabilidad o, como señaló el profesor, “hemos convertido al átomo en estable por decreto...”.

Pocas clases después podemos comprobar que esta estrategia del «decretazo» no fue potestad exclusiva de Bohr ni se aplicó únicamente a la estabilidad del átomo. A la hora de estudiar el modelo onda-corpúsculo propuesto por De-Broglie, comprobamos que la hipótesis de la dualidad implicaba serias dificultades y que su solución apelaba, nuevamente, a la formulación de una serie de hipótesis adicionales. En primer lugar, el planteamiento debe aplicar consideraciones relativistas, dadas las condiciones energéticas que se dan en la dinámica de las partículas subatómicas, y el tratamiento relativista del problema evidencia que la frecuencia de la onda que se supone asociada a la partícula no coincide con la frecuencia interna de la propia partícula (el tratamiento de las partículas clásicas con carga, recordemos, suponía la existencia de algún movimiento periódico interno, causante de dicha carga, al cual se aplicaba el modelo del OA); la solución a este problema es tan sencilla como que esas frecuencias “no tienen por qué coincidir, tan sólo han de estar en fase”. A continuación se comprueba que la velocidad de la onda es mucho mayor que la de la partícula, de modo que la entidad dual existirá durante unos breves instantes tan sólo: la onda se separará rápidamente de la partícula. La solución ahora es considerar que no se trata de una onda periódica con una frecuencia fija, sino que ha de tratarse de una superposición de ondas, de manera que la velocidad a considerar será la *velocidad de grupo* de dicha superposición, la cual sí va a poder igualarse a la velocidad mecánica de la partícula. No obstante, esta solución al problema de la disparidad de velocidades entre onda y partícula tiene una implicación importante: la partícula ya no va a tener asociadas una energía y una cantidad de movimiento fijas, sino que tendrá tantas cuantas frecuencias contenga la superposición, de manera que para la energía y la cantidad de movimiento habrá que considerar magnitudes promedio.

Encontramos cierta confirmación de nuestra visión cada vez más «disidente» (Lattour, 1992) de las cosas leyendo el manual de la asignatura: «Aunque razonadas, las ecuaciones establecidas por De-Broglie no dejan de ser un postulado cuya validez deberá confirmarse con los experimentos» (Sánchez del Río, 1997: 79). Naturalmente, esa confirmación experimental se produjo, de tal modo que los postulados dejaron de ser tales para convertirse en teoría propiamente dicha. Quede claro que con todo esto no pretendemos en absoluto discutir la entidad de las afirmaciones expuestas en clase a lo largo de la carrera: tan sólo queremos evidenciar el particular modo en el que se va construyendo cotidianamente el modo de enfrentarse a la tarea de «conocer» que va a constituir la actividad futura, como científico, del alumno.

Nuevamente, la cuantificación resulta de manera «natural» del tratamiento del problema; lo que no es tan natural es el propio tratamiento, en el cual se operan una serie de transformaciones para «ajustar» los resultados. Cabría establecer hipótesis adicionales distintas de modo que se llegase a un resultado en el que no hubiese que manejar magnitudes promedio (algo que ya está apuntando hacia lo estadístico). Cabría también considerar que no deberían mantenerse las dimensiones mecánicas del modelo para ajustar a ellas las dimensiones ondulatorias; cabría establecer que dicha dualidad requiere el abandono de los métodos de tratamiento tradicionales y la investigación de nuevas maneras de enfrentarse al fenómeno. En sentido histórico, todas es-

tas posibilidades, estas virtualidades, estaban abiertas: recordemos que Einstein, por ejemplo, desarrolló la teoría de la (mal llamada, según sabemos por el apéndice A3) relatividad precisamente a partir de la ruptura de los fundamentos mecánicos hasta el momento en vigencia, se puso unas «nuevas gafas», al contrario de lo que parece suceder en el caso de la MC.

En ningún momento se indica que todas estas hipótesis, postulados y «decretazos», indudablemente ingeniosos y que cuando menos revelaban la pericia de sus formuladores en el manejo de las herramientas de las que disponían, no eran pasos necesarios de un proceso predeterminado y que, al contrario, el mismo estaba abierto a la incertidumbre. Al igual que sucede en las historiografías tradicionales de la ciencia, la construcción retrospectiva de los sucesivos pasos que se fueron dando pretende evidenciar esa «necesidad». Cuando uno se enfrenta a un relato puramente narrativo de los acontecimientos, en el que se describen únicamente las conclusiones que resultan de los avances teóricos y experimentales —«cómo» son las cosas según las entienden quienes las investigan—, aceptar o rechazar tal relato es cuestión que «se sale» del ámbito científico: los que saben, apoyándose en su conocimiento especializado, en el dominio de conceptos, herramientas y operaciones que no están al alcance del no científico, imponen el sentido de la decisión. Las cosas cambian cuando ese relato se inscribe en el desarrollo sustantivo de los acontecimientos, cuando en él se ponen en juego esos conceptos, herramientas y operaciones, cuando se nos dejan «ver» las razones, digamos técnicas, de que las cosas sean como se dice que son.

En este caso, uno puede comprobar que la arbitrariedad y falta de fundamentación de los avances científicos es condición importante de los mismos, es un factor productivo, mal que les pese a los *fans* del rigor del método. No hay problema en evidenciar las «vergüenzas» puesto que se sabe que el relato está dirigido hacia un «público cautivo» como diría Weber (1988). Basta con catalogar de simples “ideillas” o “chapuzas” a los intentos fallidos y de presentar como evidencias surgidas de la naturaleza de las cosas mismas a los exitosos, puesto que el oyente carece de criterio crítico, funciona bajo el imperativo del aprendizaje, quiere llegar a manejar con competencia aquello que se le está ofreciendo y, sobre todo, en ningún momento piensa que sea cuestionable (si esto lo pensó De-Broglie y todavía funciona, será cierto... ¿quién soy yo para ponerlo en duda? ¿cómo voy a pensar siquiera en poner algo en duda, si todavía no soy lo suficientemente “mayor” para entenderlo, si mis matemáticas son propias del s. XVIII...?).

Una vez corroborada empíricamente la hipótesis de la dualidad de la materia, se trata de establecer qué naturaleza tienen esas ondas asociadas a las partículas. Recordemos el experimento de la doble rendija. Basándose en sus resultados se definió en clase como estadística dicha naturaleza, y se planteó que se trataba de una de las posibles interpretaciones que se podían dar de la misma, lo cual suscitó cierta reticencia por parte del alumnado. Es evidente que la predisposición del alumno encaja como un guante con el modelo inductivo-deductivo que se aplica prioritariamente como método pedagógico, y que plantear las cuestiones como preguntas abiertas sin respuesta determinante es algo que va en contra de las expectativas del alumno. Cabría preguntarse qué sucedería si llegado el momento de exponer la hipótesis de De-Broglie, en lugar de haber ya previamente anulado las posibilidades de crítica y discusión de los alumnos, haciéndoles ver su insuficiencia en el manejo de las herramientas matemáti-

cas y su infancia intelectual para entender los procesos cuánticos, se les incitase a plantear alternativas distintas, insistiendo en lugar de eludirla en la cuestión de que la hipótesis se ancla en postulados e hipótesis carentes de justificación rigurosa (¿rigurosa en qué sentido?).

Las cosas no suceden así. A partir de la hipótesis de De-Broglie, para solucionar el problema de la disparidad de velocidades entre partícula y onda, que hacía que la onda se «despegase» de la partícula rápidamente, se había establecido que la onda asociada a la partícula, en lugar de una onda simple, era una superposición de ondas planas o monocromáticas. Esta decisión conduce automáticamente a la representación matemática mediante las integrales de Fourier. Todavía no se ha introducido la ESH, de manera que dicha onda se supone que estará representada por una f.o. que de momento se habrá de estudiar cualitativamente, puesto que en ausencia de la ESH todavía se desconoce su comportamiento dinámico y, en consecuencia, el tipo de función que pueda ser. Presuponiendo que es una superposición de ondas planas, se puede expresar mediante una serie de Fourier:

$$\Psi(x,t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int A(K) e^{i(Kx - \omega t)} dK$$

Esto es, como una función que depende del argumento de la exponencial de las armónicas, el cual depende a su vez de la longitud de onda, pues la variable K es $K = 2\pi/\lambda$. Y además se va a imponer la condición $d_K \Psi|_{K_0} \equiv 0$ puesto que las armónicas con menor oscilación serán las que más van a contribuir a la integral (la oscilación viene dada por la exponencial, ya que una función exponencial compleja se puede expresar como $e^{ij} = \cos j + i \operatorname{sen} j$ en términos de funciones sinusoidales, oscilatorias) porque determinan funciones con un «área más positiva» (consúltese el concepto geométrico de una integral en el apéndice A1).

Llegados a este punto —y aún estamos en un estudio meramente cualitativo de la f.o.! de la que únicamente sabemos, por hipótesis, que consiste en una superposición de ondas monocromáticas—, el tratamiento matemático de los conceptos es demasiado sofisticado como para no acabar perdiendo de vista el origen del mismo. El alumno tiene que poner en juego los conceptos adquiridos el curso pasado acerca de la variable compleja y las series e integrales de Fourier como método de aproximación matemático de funciones; tiene que seguir el hilo matemático del argumento, tiene que pelearse con sus insuficiencias... y aquí hay algo que se supone ya conoce... No es de extrañar que tras todas estas operaciones el sentido sustancial de lo que se está viendo haya quedado atrás: «eso» no es simplemente el desarrollo matemático de una simple hipótesis física, sino que se trata del desarrollo matemático mediante series de Fourier de una f.o., una función con un sentido físico, ciertamente, pero que aquí funciona como algo, lo que sea, de lo que se puede dar una traducción matemática competente ¿importa si se trata de una simple hipótesis más o menos arbitraria? Es indiferente, pues ya sabemos que “los sistemas lineales con coeficientes constantes son el tipo de ecuaciones diferenciales que más aparecen [en problemas físicos] porque son los que se saben resolver” (M2), y así podemos suponer que ahora estamos en una situación análoga: lo que al final sea la f.o. vendrá marcado por el límite matemático impues-

to a su tratamiento, en este caso las series de Fourier; dado que ésta es una herramienta que ya nos es familiar, dejemos que nos lleve de la mano...

Pero no va a quedar ahí la cuestión, pues avanzando un poco más descubrimos que de este estudio preliminar, cualitativo, de las presupuestas f.o. nos va a resultar, otra vez de manera natural, el principio de incertidumbre, $\Delta x \cdot \Delta p \approx \hbar$ respecto a la posición y movimiento de la partícula. Este resultado se deriva de la condición precedente establecida para los armónicos de la serie de Fourier que se supone representa a la f.o., $d_k \mathcal{Y}|_{K_0} \cong 0$; para que esto se cumpla y se consideren, entonces, aquellos armónicos cuya contribución a la integral es mayor, se necesita un “criterio de contribución”, esto es, un criterio mediante el cual determinar qué magnitudes se consideran relevantes como contribución y cuáles se pueden despreciar. Dicho criterio de contribución se establece como $\Delta K \cdot (d_K \mathcal{Y})_{K_0} \leq 1$ radián, es decir, el producto de la variación o incremento de la variable K por la derivada de la f.o. respecto a ella calculado para su valor inicial —si se prefiere: lo que puede variar en magnitud K multiplicado por la pendiente (inclinación angular) que la función puede tener para el valor inicial de K — ha de ser inferior o igual a un ángulo de un radián. De este «criterio» va a resultar el valor de la incertidumbre respecto a posición y velocidad (cantidad de movimiento). La cuestión es que la elección de ese valor de 1 radián se justifica porque, se nos dice, “se estima razonable”. Hay que añadir que más adelante, ya introducido el «álgebra de operadores» se va a deducir que la relación de indeterminación es, en realidad, $\Delta x \Delta p \cong \hbar/2$, la mitad de lo que resultaba precedentemente en virtud de esa estimación razonable.

¿No sería más sencillo decir que, puesto que ya se sabe cuál es el valor de la relación de indeterminación, si como criterio de contribución se toma un valor de un radián el resultado que a partir de él se obtiene es muy aproximado al conocido? ¿Por qué no hacer explícito que muchas de las explicaciones retrospectivas se apoyan en el conocimiento ya adquirido y que es este conocimiento previo del resultado lo que orienta en muchas ocasiones el camino a seguir en la explicación? De lo contrario, uno pudiera llegar a adquirir la convicción de que, como en este caso, los físicos han de tener una especie de capacidad transcendente para estimar lo que es razonable y lo que no lo es como paso previo para sus deducciones. Pudiera ser éste un mecanismo de carácter no estrictamente voluntario mediante el cual ir consolidando en la mente del futuro físico la idea de esa excelencia cognitiva que es propia de la visión heredada del conocimiento científico: cuando sea “mayor” será capaz de desplegar esa extraordinaria intuición que le permitirá dejar los métodos a un lado para usar sus dos dedos de frente, que le permitirá anticipar lo que es razonable y lo que no, que le permitirá sortear los límites que la matemática pudiera imponerle.

En todo caso, atendiendo a lo vivido, se trataría de una excelencia que nunca podrá ser traducida a términos formales, que no constituye parte de un procedimiento riguroso que pueda tipificarse, que no es componente de ningún método *sensu stricto*. Se tratará de una dimensión de un *habitus* que cotidianamente va inscribiendo su sentido en las pautas de comportamiento, que va perfilando el *modus operandi* y simultáneamente siendo perfilado por él. El alumno aprende, de hecho, una gran cantidad de contenidos rigurosamente formales, de conceptos, de procedimientos matemáticos y analíticos, de estrategias «técnicas» para la resolución de problemas; pero a la par,

junto a esa dimensión estrictamente formal, y en virtud del modo en que esos productos del conocimiento le son transmitidos, adquiere en un sentido más pleno el conocimiento en tanto que actividad, que comporta determinadas dimensiones estrictamente vivenciales, componentes implícitas, marcadas por una fuerte subordinación que se deriva de su posición de inferioridad. El presente vivencial es, ciertamente, el de una infancia intelectual destinada a perderse en el camino del aprendizaje: hay implícita, pues, también una promesa de futuro: llegaremos a ser “mayores”, a saber.

Si nos trasladamos a la clase en la que se expuso la polémica entre Bohr y Einstein respecto a la dualidad de los fenómenos cuánticos, podemos comprobar nuevas manifestaciones de esa peculiar excelencia presupuesta al modo de razonamiento del físico. Bohr y Einstein figuran en los libros de historia, son dos «genios», es lógico suponer que los argumentos puestos en juego en su disputa han de ser ilustrativos de ese tipo de razonamientos que un buen físico debe seguir. Y ciertamente son, como poco, interesantes.

No podemos obviar lo irónico que resulta que Einstein, padre de la teoría de la Relatividad, obtuvo su premio Nobel, no en reconocimiento a tal contribución, sino por sus aportaciones en el campo de la física cuántica. Irónico por partida doble puesto que hasta el final se opuso fervientemente a la interpretación probabilística que ha terminado por imponerse. Precisamente esta oposición fue la que lo enfrentó a Bohr, y la ironía se culmina, en dicho debate, porque los argumentos deterministas de Einstein van a sucumbir ante la sutileza argumentativa de Bohr —autor del «decretazo» que imponía una estabilidad cuántica al átomo con un modelo a todas luces inviable—: asistimos en clase a un relato sobre la «verdad», que se cierra dando la razón a la interpretación probabilística, a costa de Einstein, y que cierra retóricamente una polémica que realmente aún permanece abierta. Por medio de un relato heroico se puede cancelar simbólicamente la cuestión de las interpretaciones alternativas y proseguir la asignatura como si ese triunfo sancionase la veracidad de la interpretación elegida.¹⁸ (Si la interpretación probabilística venció al propio Einstein... no vamos a ser nosotros los que estemos en condiciones de cuestionarla.)

La polémica giró en torno a algunos experimentos ideales que Einstein propuso como ejemplos de la imposibilidad de que la naturaleza simultáneamente ondulatoria y corpuscular de las partículas micro-físicas implicase que las ondas asociadas fueran ondas de probabilidad: de aceptar su existencia, dichas ondas debían obedecer a causas todavía desconocidas. Uno de tales experimentos ideales era el del interferómetro (véase el apartado II.3): se emite una partícula, con su consiguiente onda asociada, y se la hace atravesar un mecanismo que la divide en dos; a las dos ondas que salen del mecanismo se las enfoca hacia dos espejos de modo que converjan para producir interferencia. El dispositivo se construiría con una placa que registrase la interferencia de dichas ondas, y además en uno de los espejos se colocaría un muelle. La hipótesis de Einstein es que, al margen de la dimensión ondulatoria asociada a la partícula, ésta, en tanto que partícula, describirá siempre una trayectoria y la onda no re-

¹⁸ No expreso más que una especulación infundada; pero retrospectivamente, resulta plausible aceptar la posibilidad de que este recurso narrativo y heroico fuese en realidad un excelente método pedagógico para fundamentar la superioridad de la interpretación probabilística sobre aquellas otras alternativas que pretendían reivindicar la naturaleza determinista de los fenómenos cuánticos.

presentaría una probabilidad asociada de presencia que supone la imposibilidad de determinar trayectoria alguna. Según la hipótesis de Einstein, si se registrase una figura de interferencia pero el muelle no se moviese, significaría que la partícula ha recorrido una trayectoria, la que pasa por el otro espejo, y entonces la naturaleza ondulatoria obedecería a alguna razón desconocida y nada tendría que ver con la probabilidad asociada a su medición, puesto que no se habría hecho medición alguna. La respuesta de Bohr, como ya se ha señalado, es singularmente ilustrativa de la lógica interpretativa aplicada en la física cuántica probabilística: no haría falta «hacer» medición alguna en este caso, puesto que el propio dispositivo implica una «selección», una alteración de las condiciones del sistema; dado que la onda asociada se supone que es una onda de probabilidad, la colocación del muelle en uno de los espejos altera las probabilidades *a priori* de ambas trayectorias (las estadísticas «naturales» del sistema) o, en palabras del profesor: “basta con que las trayectorias sean distinguibles en principio para que se pueda considerar que se ha efectuado una medida”. En consecuencia, de existir ese «dispositivo de división» ideal supuesto por Einstein, el experimento, al alterar las condiciones naturales del sistema, nunca produciría una señal de interferencia, la onda de probabilidad sería siempre «colapsada» por la medición implícita en el diseño del experimento, lo mismo que sucedía con el ejemplo ya visto de la doble rendija suspendida de un muelle.

Con el debate Bohr / Einstein se vuelve a rozar peligrosamente el terreno metafísico: no se trata de cuestiones «observables» sino de razonamientos teóricos basados en hipótesis ideales, que en algunos casos se desarrollan utilizando razonamientos estrictamente físicos (¡lo cual equivale en este caso a argumentos matemáticos!), pero en otros, como el caso del interferómetro, apelan simplemente a la lógica. Servirse de la lógica, servirse *únicamente* de la lógica, significa salirse de la física y entrar en el terreno de la filosofía, pero el alumno descubre que en este caso esto no es un peligro, sino una virtud, porque, afirma el profesor, “la micro-física está impregnada de filosofía... no confundan la metafísica con la filosofía: la filosofía es la ciencia del conocimiento” [mientras que la metafísica, recordemos, no servía a los fines del conocimiento, se oponía al mundo de lo observable y sólo trataba con lo puramente imprevisible]. Y esta simple afirmación atenta contra los principios, filosóficos, del conocimiento, porque (y uno siente tentaciones de dudar, de dudar y de creer...) la metafísica es una rama de la filosofía, es decir, una rama de la ciencia del conocimiento...

(De aceptar la naturaleza ondulatorio-probabilística de la materia, puesto que estamos constituidos de materia, estamos sometidos a sus dictámenes: seres humanos, macro-partículas ondulatorias con capacidad de pensamiento, quizá seamos prisioneros del principio de indeterminación más allá de los postulados de la micro-física, quizá estemos condenados, para proseguir nuestra andadura sin colapsarnos, a transgredir ciertos principios clásicos anclados en nuestro modo de entender el conocimiento, de conocer-el-conocer, quizá la dimensión ondulatoria y *probabilística* de nuestro pensar sea tal que cabe difracción e interferencia entre filosofía y metafísica, quizá existe un espacio de Hilbert suficientemente amplio como para aceptar que la ciencia del conocimiento, la filosofía, contiene como hija pródiga a la metafísica, abocada a luchar con lo imprevisible... tampoco es ello tan difícil si dejamos de lado ciertas herencias rancias y convenimos en aceptar que conocer implica novedad, sorpresa, imprevisión... goce: ondas de probabilidad en proceso de colapsación lanzadas al espacio de las probabilidades infinitamente irreducibles: ¿por qué ha de asustarnos la función de onda, indeterminada, llamada metafísica, desconocimiento inscrito en los fundamentos del conocer? Sumo metafísica y poesía y obtengo una ESH mucho más «humana» y hermosa...)

En esta andadura, el alumno vive cómo los procesos de razonamiento conjugan tres elementos: esa presupuesta «genialidad» del pensamiento físico, capaz de discriminar *a priori* lo razonable frente a lo que no lo es; el desarrollo matemático de dicha discriminación, que añade la suficiente complejidad como para que la infundamentación del punto de partida se pierda de vista; y, además, la imposición de la plausibilidad física sobre el rigor matemático en el camino de dicho desarrollo, que permite dejar de lado complejidades (matemáticas) que obstaculizarían el buen fin (físico) perseguido.

La imagen de dicha «lógica del razonar», podría ser la de la lucha de *la forma* contra *el contenido*: contenido y forma vienen a ser indisolubles en una cultura científica en la que las afirmaciones se pliegan a los dictámenes de la lógica causal y de la matemática; ninguna afirmación física tiene sentido si no está respaldada por alguna formulación matemática, su contenido físico depende de su forma matemática; la forma en la que se expresa no es, no puede ser arbitraria y, más aún, de la forma obtenida mediante los desarrollos pertinentes dependerá el contenido que se le pueda atribuir. De la visión ortodoxa del conocimiento científico se deduce, precisamente, que es este rigor en la supeditación a la formalidad, matemático-causal, lo que otorga la excelencia a los contenidos (la virtud del método utilizado implica la excelencia del conocimiento obtenido). Pero en las aulas de la facultad, muy al contrario, el alumno se implica en un «método» en el que son los contenidos los que determinan la forma; en primera instancia, porque como punto de partida se toma lo “plausible”, lo “razonable”, lo que parece “más natural” —plausible, razonable o natural para una mente física atenta e investida de esa excelencia razonadora— y no lo lógicamente deducible de lo ya conocido; y en segundo lugar, porque en el desarrollo matemático de los contenidos, siempre que sea conveniente, uno se apartará del rigor formal que dicta la matemática para «atajar» atendiendo también a la plausibilidad, razonabilidad o naturalidad físicas.

Una respuesta inmediata a lo antedicho sería la que, apelando a las necesidades didácticas, justificaría dichos atajos y transgresiones porque implican más claridad y menos complejidad: en última instancia, los resultados a los que se quiere llegar son ya conocidos de antemano; no se trata de re-inventar la física sino de que el alumno «vea» cómo se puede llegar a todos esos conocimientos ya bien establecidos. Sería imposible seguir los desarrollos que originariamente dieron lugar a esos conocimientos, las tentativas fallidas, los desarrollos infructuosos, la infinita cantidad de pasos intermedios que otorgarían plena consistencia formal a los resultados obtenidos¹⁹ (entre otras cosas, porque los alumnos no son Einstein ni Bohr, no disponen del arsenal de herramientas técnicas que ellos podían poner en juego). El rigor formal, entonces, se subordinaría a la necesidad pedagógica.

¹⁹ Es imposible tener una memoria «perfecta» que pueda recordar hasta el último detalle de toda experiencia vivida: *Funes el memorioso*, el personaje de Borges (1998) ha de recluirse en la oscuridad, evitar toda percepción, toda acumulación de información, pues recuerda hasta el último detalle de todas sus experiencias, y eso es insostenible (la reproducción «exacta» de la experiencia paraliza a la experiencia). Sería entonces una medida «saludable» ofrecer una visión incompleta de lo que las cosas realmente fueron.

Esto entraña dos dificultades. Una de índole epistemológica: si es cierto que para poder comprender plenamente ciertos resultados físicos que se enseñan en la licenciatura se requieren unos conocimientos, fundamentalmente matemáticos, de los que el alumno aún no dispone ¿no sería más adecuado facilitárselos primero, en lugar de decirles que aún no son “mayores” para poseerlos? Si se pretende que el alumno vea cómo se construyen los conceptos y afirmaciones físicas sabiendo que no dispone de las herramientas necesarias, lo único que va a «ver» son sus propias lagunas, sus carencias, su todavía infancia intelectual, no va a estar en condiciones de comprobar por sí mismo —cual sería el objetivo perseguido, entendemos— los fundamentos de esos conceptos y afirmaciones: se subordinará a los dictámenes de los mayores y aceptará la veracidad de lo que se le diga, confiando en que cuando él sea también mayor podrá entender realmente todo eso que le están contando; es decir, diferirá hacia el futuro sus propias capacidades de análisis y crítica.

La segunda dificultad tiene consecuencias a nivel metodológico: dado que el alumno se haya inmerso en un proceso de aprendizaje, si la estrategia pedagógica es supeditar el rigor formal a las necesidades educativas, podría ser que junto a los contenidos conceptuales que se pretende que aprenda, y precisamente por esa estrategia pedagógica adoptada, el alumno acabe «aprendiendo» que el modo de hacer física es el que se utiliza para enseñársela; esto es, que hacer física implica, constitutivamente, esa extraña capacidad de razonamiento que obvia siempre que sea necesario los rigores de la formalidad lógico-causal y de las implicaciones matemáticas. Pudiera ser que cuando el alumno ha aprendido la ESH, el sentido físico implicado en esa formulación matemática, de manera simultánea e indisoluble haya aprendido que para llegar a ella es necesario transformar “trucos” para facilitar cálculos en postulados teóricos, decretazos pro-estabilidad en principios cuánticos, hipótesis de trabajo en definiciones acerca de la naturaleza de la materia, afirmaciones filosóficas en interpretaciones físicas, rigor matemático en obstáculo prescindible, plausibilidad física en principio operativo de razonamiento... pero sólo en ciertas ocasiones, porque cuando la evidencia formal y el rigor lógico-causal pueden ser puestos en juego, pueden hacerse evidentes a la vista del alumno, todas estas traslaciones se ponen en suspenso; unas veces vale lo uno, otras vale lo otro; y en ningún momento se especifica protocolo de actuación alguno o criterios de discriminación que permitan delimitar cuál de ambos caminos se ha de seguir. Junto al aprendizaje sustantivo, y como soporte de él, se produce un aprendizaje instrumental que, efectivamente, obedece a la premisa de que “el método sólo es para los que no tienen dos dedos de frente... hay que buscarse la vida”.

Cabe pensar que esta *arbitrariedad* metodológica inscrita en el aprendizaje de la ciencia física sea algo más, mucho más, que una carencia atribuible a la preeminencia de los criterios pedagógicos sobre los del rigor formal; cabe pensar que sea parte de la naturaleza constitutiva del «hacer física» que realmente se pone en juego en la actividad cotidiana que constituye el conocimiento científico; cabe pensar que con dicho proceder, en lugar de estar ocultando la verdadera naturaleza del proceder científico del físico —que todavía no estaría al alcance del alumno de licenciatura—, se está, muy al contrario, manifestando en todo su esplendor no reconocido dicha naturaleza, abierta a las insondables sendas de la incertidumbre metafísica.

IV.2.iii. Principios analógicos

Podemos entonces considerar que ese mencionado recurso a la analogía es algo más que una simple herramienta pedagógica.²⁰ se trataría, más bien, de un recurso de amplia utilización en el quehacer científico cotidiano: ¿qué se mueve cuando ha desaparecido la noción tradicional de trayectoria? La respuesta es, por analogía, aquello que encontremos que pueda ser indicativo de movimiento apelando a lo que ya conocemos. La cuestión se vuelve a suscitar en la asignatura de MC, cuando una alumna plantea la pregunta: “¿por qué es la f.o. la que define el estado dinámico del sistema?”. La respuesta del profesor, “porque es lo más razonable... lo más natural”, apela al hecho de que nos encontramos en una situación en la que “el sistema” viene definido por una ecuación en la que la incógnita es una función, la f.o., que es función de la distancia y del tiempo, situación *análoga* al de la mecánica clásica, en la que las ecuaciones del sistema tienen por incógnita una función de la distancia y del tiempo que define la trayectoria: no sabemos exactamente qué define la f.o., (puesto que no se trata de ninguna trayectoria) pero ha de representar la caracterización dinámica del sistema en tanto que función incógnita análoga a la de la mecánica clásica.

A continuación el profesor lanza la pregunta de “¿qué se mueve?”, esto es, ¿cómo sabemos que se mueve una partícula sin trayectoria? Para cuya respuesta se realiza un pequeño cálculo que conduce a la expresión:

$$P = \Psi\Psi^*, \quad P = P(x, t) \quad (\text{Probabilidad ad})$$
$$\frac{\partial}{\partial j} P = -\text{div}\bar{j}, \quad \bar{j} = \frac{\hbar}{2im}(\Psi^* \text{grad}\Psi - \Psi \text{grad}\Psi^*)$$

En la que aparece el vector j , para cuya interpretación se requiere nuevamente el recurso a la analogía. Comparando la expresión obtenida con la mecánica de fluidos, y también con la electrodinámica, encontramos que en ambas hay expresiones análogas en las que j sería la «densidad de corriente», referida, respectivamente, a la corriente del fluido en movimiento, a su flujo, o bien a la corriente electromagnética. En consecuencia, por analogía, a ese vector se lo va a denominar «densidad de corriente de probabilidad», y mediante dicha analogía vamos a poder definir el movimiento, explica el profesor: “movimiento es la variación en el tiempo de la corriente de probabilidad \bar{j} ”.

Esto es, por analogía con la mecánica clásica, el estado dinámico del sistema ha de venir definido por la f.o., sea lo que sea lo que la misma pudiera representar *sensu stricto*. Ahora bien, una vez introducida la interpretación probabilística, la f.o. es una función de probabilidad, lo que conduce al problema de cómo definir el movimiento en función de una función, valga la redundancia, que indica probabilidad e implica la au-

²⁰ Si entendemos que la analogía establece una afinidad que no se puede obtener en términos de estricta identidad o semejanza, se estaría corroborando con su aplicación la naturaleza ilusoria de ambas: «Identidad y semejanza no serían, pues, sino ilusiones inevitables, es decir, conceptos de la reflexión que darían cuenta de nuestro hábito inveterado de pensar las diferencias a partir de las categorías de la representación» (Deleuze, 1988: 206).

sencia de trayectoria. La respuesta se sirve de una expresión obtenida a partir de la f.o. entendida como función de probabilidad en la que aparece un vector que, en analogía con la mecánica de fluidos y la electrodinámica, puede entenderse como una densidad de corriente (corriente, claro está, de probabilidad, en este caso, no de flujo o electrodinámica): por analogía, el movimiento será la variación en el tiempo de dicho vector.

Hemos de entender que este doble razonamiento analógico fue el que se aplicó en el momento en el que se estaba comenzando a desarrollar la mecánica cuántica; esto es, que no se trata del mismo tipo de analogía que equiparaba el empuje de un columpio con el fenómeno de la resonancia de los armónicos.

[Aquí sentado, ante la pantalla del ordenador, rodeado de notas y apuntes, construyendo un sentido a partir de fragmentos diseccionados de una experiencia pasada, «se me hace evidente» la diferencia entre una y otra analogías, una diferencia que parece irrelevante hasta indicar; pero... ¿en el momento de vivir aquellas clases me fijé en tal diferencia, pensé siquiera en la posibilidad de dotar de «unidad» a ambas anotaciones, conjugar lo analógico-pedagógico con lo analógico-epistemológico para comenzar a perfilar un sentido interpretativo a lo que estaba experimentando? ¿llega el alumno a percibir la sutil eficacia de esos recursos analógicos, su dualidad?... la vivencia se va conformando a la experiencia práctica sin la conciencia reflexiva de esa progresiva permeación de un determinado proceder sometido a ciertas pautas de actuación: ¿*habemus habitus?*]

En última instancia, y en un sentido algo diferente, la analogía está en el mismísimo origen de la MC; se podría incluso decir que la MC es el resultado no intencional de un acto analógico que estaba destinado a «desaparecer de escena» una vez hubiese cumplido su cometido funcional. Planck descubrió sin querer el principio de cuantificación al aplicar un razonamiento analógico en su tratamiento del problema de la radiación del CN, según se nos informa en la asignatura de MC. En clase se nos ofrece el razonamiento seguido por Planck para explicar el problema de la anomalía del Ultravioleta registrado experimentalmente en el caso del CN. Planck va a obtener una fórmula que se va a ajustar a los resultados experimentales suponiendo que la energía se distribuye no de manera continua sino en cuantos de magnitud h indivisibles; esta hipótesis, es decir, que la energía total E es la suma de una cantidad n de cuantos elementales de energía, $E=nh$, supone un tratamiento estadístico del problema que conduce a la fórmula final para la radiación del CN que se ajusta a los resultados obtenidos experimentalmente. Es el tratamiento estadístico del problema lo que permite obtener la fórmula que resuelve la anomalía del Ultravioleta, y la intención de Planck era, se nos dice, eliminar ese supuesto de la cuantificación de la energía una vez alcanzada la solución, porque inicialmente lo entendió como un “truco” a efectos del cálculo. Pero resultó que el truco era vital, que no podía ser eliminado, y que la cuantificación de la energía de radiación se convirtió en un nuevo principio físico, punto de arranque de la MC.

El profesor comenta que en el artículo en el Planck publicó sus resultados comentaba: “fíjense ustedes qué curioso que sale la ley de verdad diciendo esta tontería” (así lo expresó el profesor; podemos entender que viene a decir, más o menos: «observen cómo a partir de una hipótesis un tanto extraña obtenemos una expresión para la ra-

diación que se corresponde con los datos registrados experimentalmente»²¹). La “tontería” de suponer que la energía se distribuía en unidades discretas, como “truco”, tenía como objetivo permitir un tratamiento distinto del problema, un tratamiento de carácter estadístico. Pero dicho tratamiento no era en absoluto novedoso, sino que se aplicaba teniendo por referencia la termodinámica de gases; se sustituían las moléculas, discretas, de gas, por unidades de energía. Es decir: el truco procedía por analogía, y fue dicha analogía la que dio origen al fenómeno de la cuantificación.²² Planck no pretendía establecer la cuantificación de la energía de radiación de la materia: lo único que pretendía era utilizar un tratamiento análogo al empleado en termodinámica de gases para probar un modo de enfrentarse al problema distinto de los que se habían utilizado; si resultaba fructífero, la tarea a continuación era mantener el resultado obtenido eliminando la hipótesis de trabajo, pero no fue posible: la analogía se transformó en un novedoso principio micro-físico.

- Curioso, muy curioso... resulta que la analogía, el recurso a lo ya conocido, a lo ya establecido, produce como resultado una increíble novedad. Pareciera que el ingenio creativo procediese por simple copia de lo ya sabido. Eso me recuerda a aquella metáfora del *bricoleur* de Lévi-Strauss (1964).²³

²¹ La referencia a la hipótesis de la cuantificación formulada por Planck como «tontería» es plenamente aceptable en el contexto en el que se enuncia, pues entendemos que implica una cierta ironía, a través de la cual se pone en evidencia lo «revolucionario» que tenía que ser en el momento de su formulación aquello, algo contraintuitivo, que atentaba contra los fundamentos físicos establecidos y que, en consecuencia, podía ser recibido como fruto de alguna estupidez indigna de ser tenida en cuenta; se trataría de una «tontería» si situamos la afirmación en su contexto histórico: retrospectivamente, la tontería es, muy al contrario, la base conceptual sobre la que se ha construido el edificio de la MC, algo más bien genial que tonto... pero resulta que no fue planteado originariamente como tal y puede que incluso el propio Planck considerase inicialmente que se trataba de una tontería. Sin embargo, la expresión «la ley de verdad», es una condensación hartamente difícil de aceptar aquí como expresión adecuada de la idea que se pretende transmitir: implica que la naturaleza es legaliforme, y legaliforme según los dictámenes de las matemáticas, pues la «ley» en cuestión es una fórmula matemática; y, sobre todo, «de verdad» indica una absoluta supeditación a una visión realista, dado que lo que Planck encontró fue una expresión matemática que «encajaba» con los datos obtenidos experimentalmente. Así pues, esta simple expresión, «ley de verdad» expresa de manera condensada una determinada orientación interpretativa del científico a la hora de enfrentarse a la tarea del conocer y refleja parte de los presupuestos de esa visión ortodoxa tradicional del conocimiento científico, soportada y legitimada por la filosofía analítica, a la que aquí tratamos de enfrentarnos críticamente. No discutimos el sentido implícito de tal expresión, tan sólo lo señalamos para proponer otro que entendemos más adecuado desde el punto de vista en el que pretendemos situarnos. Además, seguramente el profesor no conocía la otra aportación «fundamental» de Planck, el conocido como *Principio de Planck*, según el cual la receptividad a las nuevas ideas por parte de los científicos va declinando según su edad avanza (Levin, Stephan y Walker, 1995) ¿sería ésta otra de sus «tonterías»?

²² Nótese que en la expresión, con toda intención, señalamos que la analogía, la hipótesis conceptual de partida, la representación formal del fenómeno, es la que «produce» como resultado la cuantificación, el fenómeno en sí, el objeto. Teniendo en cuenta que el fenómeno en sí está lejos de considerarse estabilizado, que todavía no se ha determinado la interpretación de su naturaleza «real», en este caso parece ser más factible poner en evidencia ese fenómeno de la inversión que señalaba Woolgar (véase apartado II.4.i); aquí se cumple, de hecho, que a falta de una representación consolidada un objeto carece de entidad sólida; es decir, pareciera que fuese cierto que es la dimensión representativa la que otorga entidad objetual a lo representado y por tanto lo precede, poniendo en cuestión la visión realista que parte de la preexistencia e independencia del objeto respecto a la representación.

²³ El *bricoleur* «trabaja con sus manos, utilizando medios desviados (no originales, indirectos) por comparación con los del hombre de arte (...) se expresa con ayuda de un repertorio cuya composición

- Sí, me parece adecuada la observación. Pero me lo parece más aún, no tanto en sí misma como por ser enunciada por una supuesta «segunda voz» introducida en el discurso del texto. Quiero decir: hablando de analogías y novedades, en tanto que voz alternativa, no representas más que un ejemplo de las así llamadas «nuevas formas expositivas», creo; intentos de romper con la lógica del monólogo académico, de adoptar formatos narrativos ficticios para desarrollar ideas «serias». Seguimos entonces sin novedad alguna en el propio acto narrativo de señalar la ausencia de (otra distinta) novedad.
- Me uno al coro (señor lector: esta es una tercera o cuarta voz, según usted pretenda entenderlo: tercera, si considera que en el formato diálogo una de las voces que intervienen se corresponde con la de quien habla en el formato monólogo y se introduce en él para contestar a la segunda voz; cuarta, si entiende usted que ambos formatos son disjuntos y no hay o no puede haber correspondencia entre las voces del uno y la mono-voz del otro... ¡esto habría que aclararlo!). Estaba escuchando y encuentro una cierta perversión en este diálogo que habéis iniciado: Primero, entiendo que sois traducción de un recurso retórico en el que todo el mundo, todas las voces están de acuerdo; por ejemplo: el comentario que abre el diálogo podría haberse plegado a la lógica del discurso académico convencional e introducirse en modalidad «nota al pie» como referencia a la obra de Levi-Strauss (la nota aparece, de hecho), pues entiendo que no implica disenso alguno respecto al texto. Me confirma esto el hecho de que la segunda voz esté de acuerdo con la observación. Es cierto que luego acusa a la primera de no ver en sí misma una manifestación de eso mismo que comenta... vamos, henos aquí con un artificio hartito improductivo.
- (A dúo) ¡No estamos de acuerdo! De haber plegado la referencia al *bricoleur* a la lógica discursiva habitual, tú no podrías estar diciendo lo que dices. La segunda voz incide en un hecho crucial, y sólo puede incidir si le da pie una primera voz. Tu forma de entender el asunto obedece a la lógica objetivista tradicional, una perspectiva analítica que disecciona el objeto y analiza sus partes, en lugar de entender el sentido del conjunto...
- ¿Y cual es ese hecho crucial, a ver?
- Dínoslo tú, ya que eres tan «analítica». Sabemos, nosotras y tú, puesto que somos fruto de una misma intención cognitiva, que la segunda voz pretende hacer una peculiar operación. Es más: estás obligada a decirlo tú, porque tenemos que aceptar esa acusación de un consenso colectivo de fondo en todas las voces del diálogo, de modo que tú también participas en dicho consenso, ¿o no?
- Cierto. Pero es que ésa era la segunda cuestión a la que me iba a referir cuando hablaba de la perversión inscrita en este diálogo. ¿Hablamos de reflexividad? No sé si os dais cuenta de que a medida que esto avanza, se abren más cuestiones de las que se resuelven (¡y no es la primera vez!: sucedió otro tanto cuando se propuso la cuestión del juego de la SF): tenemos el punto de arran-

es heteróclita y aunque amplio, no obstante es limitado; sin embargo es preciso que se valga de él, cualquiera que sea la tarea que se asigne, porque no tiene de ningún otro del que echar mano...» (Lévi-Strauss, 1964: 35-36).

que, analogía *versus* novedad; la cuestión de las nuevas formas expositivas (como formato puesto en juego y como cuestión puesta en juego en el formato puesto en juego); el problema de la «honestidad» narrativa de las mismas cuando de hecho el diálogo es ficticio y el narrador sigue siendo el mismo que produce el monólogo en el que se inmiscuye el diálogo; y por último, como resultado de todo ello, la cuestión de la reflexividad...

- Si es que es demasiado analítica. Sólo tenemos eso último. Elimina el punto de arranque, digamos que era una excusa. No tenemos más que varias voces (imaginarias) transcritas en forma de texto que hablan del texto en el que ellas mismas están.
- Vale: sabía que era una excusa, lo sabíamos todas. Pero me resisto a aceptar la arbitrariedad de que sea en ese preciso momento del texto en el que tenga que surgir este diálogo. Algún sentido habrá que encontrarle a dicha excusa.
- ¿Por qué?
- Sí ¿Por qué? A mí me parece sencillo: el autor anda a vueltas con un asunto de pretensiones reflexivas; lo reflexivo implica la introducción de auto-referencias al tiempo que supone una tensión en el proceso de producción textual, implica un modo de interpretación de las cosas que se sale de las casillas habituales... genera angustia. No somos más que una especie de válvula de escape: al tiempo que ponemos en evidencia el asunto, servimos para descongestionar esa tensión. Digo yo, por ejemplo...
- Y además, incluso sólo con eso ya le puedes dar un sentido menos «arbitrario» a la excusa que nos hace salir a la luz: por analogía con las nuevas formas expositivas, el autor emplea este recurso narrativo, sabiendo entonces que no es nada novedoso, pero, tomando el ejemplo de Planck y la metáfora del *bricoleur*, intuyendo que la recombinación de elementos ya conocidos y consolidados va a dar por resultado más adelante alguna novedad, esperemos que al menos interesante.
- O sea, que somos una especie de señal de aviso, me estáis diciendo. Evidencia reflexiva y terapia de relajación, además anticipamos que alguna novedad aguarda al final del camino.
- Piénsalo bien: la ESH como expresión de uno de los campos de las ciencias naturales en el que ciertos actos analógicos no intencionales han conducido a la supresión del determinismo en la interpretación de los fenómenos; además, una perspectiva que no toma a la ESH en sí misma (es más: que en cierto sentido niega esa «mismidad») sino como filtro («punto de paso», según le gusta decir en ocasiones al autor) para la interpretación del conocimiento en tanto que actividad; un texto académico en el que se introducen ambas, la ESH y la perspectiva en cuestión, y que apela a métodos narrativos que surgen con la intención de hacer de la reflexividad algo constructivo en la tarea del conocimiento del conocimiento (científico)... Unas voces dialógicas que se cuestionan a sí mismas, como efecto retórico, sí, pero traduciendo con ese acto, en última instancia, la imposibilidad de formalización convencional de ciertas cuestiones de raigambre epistemológica.... Creo que la cosa promete.
- Pero... ¿sabemos, sabe el autor, hacia dónde vamos?

- Espero que sí...
- Yo también lo espero.
- Yo tengo serias dudas...

IV.2.iv. Un paréntesis pre-transductivo

El diálogo precedente supone algo más que un mero divertimento. A la altura del texto en la que nos encontramos, su aparente «discontinuidad» es muy relevante. Si entendemos que estos fragmentos de diálogo funcionan como dispositivos reflexivos (véase más adelante el apartado IV.3.ii), a estas alturas el anterior nos obliga a reconsiderar, de manera todavía preliminar, ciertas cuestiones.

Concluida la fase que podríamos denominar de transcripción comentada (e interesada) de las citas recabadas durante el trabajo antropológico, el proceso vital de dicha transcripción habrá concluido; al igual que el proceso vivencial del que dicha transcripción se nutre, se habrá agotado la dimensión práctica productora de conocimiento que se supone comporta. Llegará el momento de reducir dicho proceso a una nueva traducción formal: se señalará lo que se ha considerado más relevante, como ciertas citas conducen a determinado sentido particular, otras a otro; algunas serán más tenidas en cuenta que otras, otras menos que unas; a algunas que en un momento parecían apuntar en cierta dirección se las reconsiderará a la luz del conjunto... todo eso ya no formará parte del proceso vivencial de la construcción textual de las propias citas. Ese proceso se da «ahora», y ahora es cuando van aflorando preliminarmente ciertos elementos, producto indisoluble del proceso vital que es esta transcripción textual, y que entendemos han de ser evidenciados para mantener el rigor metodológico de la investigación.

En consecuencia, cuando hablamos de conclusiones «preliminares» estamos nuevamente cayendo en la lógica objetivista que focaliza su atención en los productos acabados, en las resultantes de un proceso de producción que como tal es despreciado: son preliminares y no «definitivas» porque sólo al final, cuando se opere el cierre formal definitivo, cuando se obtenga el producto final, se determinará lo que vale y lo que no. Si obviamos esta lógica, lo preliminar es igual de relevante que lo definitivo; es más relevante aún si se tiene en cuenta que es resultado inmediato de la tarea vivencial en la que se inscribe, es «preliminar» únicamente en el sentido de que el proceso todavía no está cerrado y por ello permanece abierta la posibilidad de la novedad. Pero «preliminar» en este sentido no significa ni imperfecto, ni erróneo ni despreciable.

Puestos a la tarea reflexiva suscitada por el diálogo, podemos reconsiderar el texto hasta este momento: nos embarga (al nosotros enunciativo, en este caso no tan mayestático como cabría suponer) una cierta sensación de aburrimiento. El texto obedece al formato convencionalmente aceptado que se le presupone en tanto que tesis doctoral: se plantea una línea de investigación, los objetivos perseguidos, el objeto de estudio; dado su carácter antropológico, se procede a la recopilación de las convenientes notas de campo; y el camino ulterior parece igualmente convencional: se espera

que una vez mostrada la evidencia empírica se ponga en juego el aparato teórico anticipado para dar un sentido a los datos y concluir demostrando lo que se pretendía. Y el formato habrá de cumplirse, dado que, efectivamente, el texto pretende ser una tesis doctoral.

Ahora bien, encajados en ese formato genérico aparecen ciertos elementos «extraños»: la línea de investigación y su consiguiente aparato teórico y metodológico plantean ciertas cuestiones que cabría entender alteran el sentido de los elementos utilizados (nótese que la tesis está «hablando» ahora de sí misma y que lo hace apelando a la perspectiva que toma en consideración desde un punto de vista reflexivo al conocimiento como actividad, como práctica vivencial). Podemos entender el texto, *sensu stricto*, como una tesis doctoral, en cuyo caso el formato se cumple y no ha lugar a extrañeza alguna, o podemos tomarlo, radicalmente, como lo que dice ser, en cuyo caso, bajo ese formato genérico los componentes alteran significativamente su sentido. Y si tenemos en cuenta que la tesis versa sobre la posibilidad de construir sentidos alternativos de un mismo objeto en función de la perspectiva de partida o mejor, de la constitución de objetos diferentes en su sentido en función de la perspectiva que los interprete, aunque su formalidad permanezca inalterada, entonces, esa disyuntiva interpretativa en la que nos sitúa el texto cobra todavía más sentido. La tesis, el texto, se constituye como tal en función del sentido que se le desee atribuir. La tesis es una ESH que habla de la ESH.

Efectivamente, nos encontramos con una enorme cantidad de expresiones matemáticas, impropias de un texto que se presupone de sociología. Para presentar a la ESH se ha apelado a conceptos teóricos y herramientas técnicas extraídos de la ciencia física: hemos visto cómo surge históricamente la ecuación y hemos visto cómo llega a entenderla, en un sentido físico, un alumno de licenciatura. Esto forma parte de esa dimensión «política» que señalábamos implicaba la negociación entre el científico social y el científico natural, cuando el primero pretende estudiar al segundo desde determinada perspectiva. Pero ahora hemos de evidenciar un segundo plano o nivel de dicha negociación: ahora, cuando la investigación está siendo recortada formalmente, y lo está siendo en la particular modalidad tesis doctoral, la negociación de la investigación, la negociación del texto, se dirige hacia sus «lectores relevantes» (que muy bien pudieran acabar siendo sus «únicos» lectores). Esa presentación de la ESH demuestra la competencia del autor cara a ellos.

- ¿Y no será simplemente una estrategia disuasoria cara a dichos lectores? ¿no será más bien que el autor no es realmente competente pero aparenta serlo?— podría preguntar una de esas voces alternativas que han aparecido en el texto.
- Confiesa —dice otra— que eso es cierto, si no totalmente, sí al menos en cierto sentido: la presunta competencia del autor no es tal, pudiera haberla sido en algún momento del pasado, pero no ahora, en el momento de demostrarla. Tal vez todo ese conjunto de fórmulas, axiomas, teoremas y demostraciones matemáticas no sean más que una cortina de humo dispuesta para ocultar un vacío real tras de tanta aparatosa formalidad...
- ¡Vale! Aceptemos esa posibilidad: ¿importa realmente? Cabe tener en cuenta que si durante la asistencia a las clases en la licenciatura de físicas el autor entendía todo eso que aquí aparece reflejado y que era capaz de sintetizar los

contenidos técnicos y conceptuales por los que iba transitando, su competencia de entonces es la que fundamenta lo que aquí aparece; recordemos la importancia crucial de la procesualidad vivencial que aquí se defiende en lo que respecta al conocimiento como actividad. El recorte formal, actual, de aquella vivencia, como ya se ha señalado, no puede «ajustarse» a la naturaleza real del proceso vivido: es una representación objetivadora, muerta, de un algo vivo y en proceso de realización...

- ¡Estamos aquí para cuestionar, no para avalar!
- Sí, pero es que veo en estos momentos que el autor ha pretendido transgredir una frontera que pone en evidencia algo que muy bien podría ser omitido en el texto sin menoscabo alguno de su coherencia y fidelidad al objetivo perseguido: ¿por qué poner en evidencia la posible falacia formal del propio texto cuando al final de nuestro camino una de las pretensiones parece ser la de demostrar que toda representación formal de un objeto define al tal objeto según la posición particular de quien realice la operación? ¿No bastaría con dejar correr la cosa y, al final, poner al lector en la «pista» de lo que aquí se ha expresado abiertamente? Más aún, sabiendo él y nosotras que el dictamen acerca de tal competencia es, a su vez, uno de los elementos puestos en discusión aquí: lo que se entienda por competencia depende muy fundamentalmente de la puesta en práctica que de ella se haga; el hecho de que todo ese aparato formal sea puesto en juego aquí implica de antemano, hablando de negociaciones políticas, que la probabilidad de que sea desestimado por parte de quienes asumen la potestad de dictaminar acerca de esa competencia sea muy, muy alta.
- Creo que estamos viendo la cosa desde el punto de vista erróneo: ¿no partimos de un abandono de todo substancialismo, objetivismo y realismo representativo? ¿Por qué, entonces, estamos hablando de «la competencia» del autor, qué cosa es eso? Si por competencia entendemos la capacidad de aplicación de herramientas especializadas para el cumplimiento de algún objetivo, y si además partimos de la premisa de que cualquier hecho es lo que la particular representación que lo define dice que es, y si la construcción de conocimiento es una actividad, un proceso, una vivencia, entonces resulta que la presunta competencia del autor será algo a desarrollarse en el proceso de elaboración que no puede ser establecida, ni por él ni por nadie, de antemano.
- Veámoslo entonces desde esta óptica de la, llamémosle así, «procesualidad generativa» que es la actividad de conocer: ¿qué proceso hay que tomar en consideración? Lo digo porque aquí yo al menos veo tres procesos que se solapan: el proceso vital de asistencia a clases, el proceso vital de construcción de sentidos a partir de esa vivencia y el proceso vital de formalización del primero a partir del segundo. Todos ellos implicados en una y la misma actividad cognitiva que es la construcción de un determinado sentido de la ESH en virtud de las premisas planteadas inicialmente...
- Es que a mí esas «premisas» iniciales me huelen mal.
- ¿A qué te refieres?
- A que nada se produce desde el vacío: si por iniciales entendemos las que se toman como punto de partida para la investigación, entiendo que ahí tenemos ya uno de esos *a priori*s de corte objetivista que condicionan el conocimiento

que se pueda adquirir; si por iniciales entendemos, sólo, lo que había en un principio, el punto de arranque necesario pero siempre prescindible, entiendo que entonces nos acercamos más al sentido que se le quiere dar a todo esto, pero en ese caso no encuentro que en ningún momento se haya señalado que esos inicios se han ido transformando, necesariamente, en el proceso de desarrollo de la investigación, que no eran unos *a priori* objetivistas.

- Creo que nosotras ahora somos ese dispositivo de reelaboración que va transformando en proceso lo que se tenía en un principio; y es más, no sólo nosotras si no todo el texto en su conjunto. Entiendo que es la misma elaboración textual la que fuerza necesariamente a «encajar» las piezas de una determinada forma, por supuesto no la única posible, pero sí una acorde con ese punto de arranque según el cual hay, ineludiblemente, siempre algún condicionante de partida que determina la particular posición, intransferible, del sujeto de conocimiento, un sujeto traspasado de objetos a su vez impregnados de sujeto; la procesualidad vital del conocer supone esa permanente interpenetración sujeto / objeto, de manera que cualquier punto de partida comporta adherencias de dicha dualidad.
- Claro, mujer. Somos parte constitutiva de una representación formal de un objeto, somos parte del producto final de una actividad de conocimiento. Y si queremos ser verdaderamente reflexivas hemos de mirarnos el ombligo de una forma anti-egocéntrica: la ESH es un producto acabado que como tal es el resultado de un proceso vital de adquisición de conocimiento; para entenderla hemos de dejar de lado lo que la ESH sea en cuanto producto acabado para orientar nuestra mirada hacia ese proceso del cual es resultado. Ello es necesario porque entendemos que la actividad científica plenamente constituida, actuando, por ejemplo, en un laboratorio, es, a su vez, el producto resultante de un proceso previo en virtud del cual el científico ha adquirido su condición de tal. Entonces, reflexividad en ristre, hemos de tenernos en cuenta también como parte de una actividad, la del autor, que realiza en virtud de que ha llegado a estar en condiciones de poder hacerla: a él también se lo ha «construido» en un proceso previo al actual y que fundamenta la posibilidad de que el actual pueda llevarse a cabo...
- ¿Quieres decir que esas premisas *a priori* son equivalentes a las premisas operativas que ponen en juego los científicos en su actividad en el laboratorio, que para llegar a entenderlas deberíamos proceder a investigar el proceso vital previo de la construcción de su sujeto productor?
- Creo que en parte sí quiere decir eso, pero que no estamos en condiciones de realizar tal operación y de lo que se trata es de «actualizar» ahora esas premisas: actualizarlas sabiendo que vienen de antes y sabiendo que no podemos sumergirnos en un círculo *ad infinitum* persiguiendo el origen del origen. Entre otras cosas porque esa crítica, la de la recursión *ad infinitum*, al principio de reflexividad es una crítica planteada en términos de la linealidad propia de la perspectiva objetivista que se trata de cuestionar: huele a encadenamiento lógico-causal y no considera la generatividad transductiva que aquí se trata de poner en evidencia. De lo que tratamos ahora, teniendo en cuenta lo dicho, es del sentido atribuible a la idea de «competencia» a la luz de nuestras propias y en este momento cuestionadas premisas...

- No entiendo: ¿todo es cuestionable pero seguimos adelante? Quiero decir: la idea de competencia nos conduce a poner en juego esa negociación política que necesariamente se ha de dar entre el investigador social y el científico investigado, se transpone la misma desde el campo de batalla práctico de la investigación al del texto y sus posibles lectores; pero entonces descubrimos que ello es resultado de la particular perspectiva puesta en juego y que pudiera ser que nos topásemos ahí con algún *a priori* objetivista, lo que nos hace considerar la dualidad entre proceso de producción y producto resultante para entender que esos *a prioris* son resultado de un proceso previo vivido por el autor. ¡Y lo dejamos ahí para darle un sentido a «competencia»! Creo que estamos tirando piedras sobre nuestro propio tejado...
- Nosotras no; el autor que nos da vida; nosotras estamos aquí precisamente para poner en evidencia estas fisuras. Sin embargo, me parece que vamos a poder dar un paso adelante gracias a todo esto si nos callamos de momento y escuchamos lo que viene..
- ¡Eh tú! —a trío— Danos algo más con lo que trajinar. (Risas y murmullo de fondo: pero si ya sabemos lo que va a decir...)

Esas «otras» voces han puesto de nuevo en evidencia un obstáculo que no es tal. Se trata de un obstáculo si nos encadenamos a la imposibilidad lógica de entender que focalizar la atención en la procesualidad previa al objeto resultante nos conduce cada vez más atrás en busca de un origen no originado²⁴ (lo cual sería un objeto sin actividad que lo produjera como tal... un objeto al fin y al cabo). Pero la dificultad puede disolverse de manera práctica, en una operación praxica que conjuga la materialidad del proceso en curso actual, la construcción textual, con la aplicación de las herramientas teóricas a su vez remodeladas prácticamente en dicho proceso.

La solución es puramente vivencial, y se puede transcribir así: entendamos por competencia en materia de formalidades físicas y matemáticas la capacidad de utilización productiva de las mismas al objeto actual del texto pero sin alterar el sentido, digamos técnico, con el que son entendidas por sus usuarios principales. Es decir: la competencia consiste en utilizar dichas herramientas como tales según las definen quienes las utilizan habitualmente, pero para unos fines distintos. Ello demuestra la capacidad «científica» del usuario puesta en juego al servicio de determinados intereses. Pero la competencia, en términos de conocimiento, no es un atributo asignable al sujeto en cuestión, sino que, como el conocimiento mismo, es una puesta en práctica que se manifiesta en la actividad cognitiva en la cual está implicada: sucede con ella como con el propio conocimiento, que la consideración que se pueda tener de la misma dependerá de la particular posición interpretativa en la cual uno se sitúe.

²⁴ Atentando, entre otras cosas, contra la pretensión de positividad comteana, según la cual un espíritu científico positivo ha de abandonar las preguntas acerca del origen y de la sustancia de los fenómenos, preguntas sin respuesta, para dedicarse a indagar las relaciones eficientes que entre ellos se dan (Comte 1985); lejos de compartir el deseo de Comte de alcanzar una completa implantación del espíritu positivo en todas las mentes, nos sirve la referencia para señalar una de las muchas notas distintivas del tipo de conocimiento que ortodoxamente se ha consolidado, bajo la forma del conocimiento científico, como el paradigma de excelencia del conocer.

De la particularidad propia del proceso de la investigación se deduce, dadas las premisas de partida —repetimos: no *a priori*, sino fundamentos de la puesta en práctica en proceso de remodelación a lo largo del decurso de la propia investigación en todas sus distintas fases—, la necesidad de situar nuestra respuesta vivencial en la etapa actual de la reconstrucción textual de la investigación. Más adelante se podrá comprobar si la competencia del autor sirve a los objetivos perseguidos, si satisface los intereses a cuyo servicio está puesta; actualmente, la construcción argumental del texto basada en las notas de campo pone en evidencia —y es ésta la respuesta práctica que disuelve el aparente problema previamente planteado— esa competencia en un sentido muy preciso: cuando se habla de hamiltonianos, densidades de probabilidad, funciones de onda, laplacianos, condiciones de contorno y de frontera, potenciales, etc.; o bien: regla de la cadena, integración por partes, sumatorios, polinomios de Hermite, espacios funcionales, series de Fourier, etc., los sentidos que tales conceptos tienen condicionan decisivamente las posibilidades argumentativas, y esos sentidos fueron adquiridos en su momento durante las clases de licenciatura a las que se asistió.

La conciencia de esa íntima imbricación entre el sentido de los conceptos físicos y matemáticos utilizados y los argumentos, no-físicos y no-matemáticos, que se desarrollan a partir de ellos se nos ofrece actualmente como evidencia de la pertinencia de la metodología empleada: de no haber vivido ese proceso en calidad de alumno de la licenciatura de ciencias físicas, dichos argumentos no podrían desarrollarse. Cuando se revisan las anotaciones de los apuntes de las distintas asignaturas, se comprueba cómo lo que efectivamente las incita es el sentido físico-matemático de las explicaciones de las asignaturas. Se produce una operación de «traducción» que no transpone simplemente los conceptos físicos y matemáticos al terreno de la interpretación sociológica, sino que surge de la propia física y de la propia matemática que se va aprendiendo y que endógenamente surte un efecto interpretativo. Estamos viendo puesta en juego esa reconstrucción «interna» del sentido de la vivencia procesual, al modo en que lo señalaba Garfinkel y que aquí defendíamos de partida.

A diferencia de lo que veíamos que sucedía en *Laboratory Life*, nuestros criterios de ordenación, selección e interpretación del conocimiento científico surgen como criterios propios del ejercicio de dicho conocimiento, como resultado del aprendizaje de esos conceptos, herramientas, procedimientos, actitudes, etc. que se han ido adquiriendo durante la asistencia a clases. Así, cuando decimos que se percibe una tensión entre lo matemático y lo físico en el tratamiento de muchos de los contenidos desarrollados en las clases, lo decimos porque se ha «vivido» esa tensión, se ha experimentado como componente propia del proceso de aprendizaje del alumno en la facultad, se ha visto expresada de muchas maneras en numerosas ocasiones y, hasta cierto punto, se ha asimilado como seña de identidad del físico en formación (pudiera no ser algo «objetivamente» cierto, pero eso nos resulta indiferente).

Pero no sólo eso. Resulta que dicha vivencia inmediata, fuente de la producción de sentidos del presente trabajo, además de permitir la aplicación de criterios interpretativos emanados de la propia práctica experimentada, contiene como elemento esa dualidad constitutiva propia de la metodología autoobservacional, dualidad que permite ser parte integrante de la práctica al tiempo que crítico potencial de la misma, participante y observador como una misma y única posición analítica. En su momento, esa

dualidad fue la que suscitaba las anotaciones —anticipos del «cortocircuito» lógico que señalábamos al inicio de este apartado IV.2, pero que se inscribían meramente como potencialidades en el proceso práctico de la investigación sin interferir en su dimensión plenamente participativa; sólo en la fase presente de la investigación se produce la «actualización» de las mismas, gracias a esa dualidad metodológica—, porque a diferencia del alumno común, esos intereses implicados en la investigación hacían que ciertas cosas provocasen una atención que se distanciaba mucho de la que podían provocar al alumno común; siendo participante, la dimensión observacional afloraba inevitablemente en el proceso participativo, pero se tenía mucho cuidado en mantener esa dualidad como condición de posibilidad futura, tratando de que en el proceso participativo la interferencia de las observaciones realizadas no se diese. Se sabía que en un futuro, ahora, habría que darle la vuelta a la tortilla, retrotraerse a esa vivencia y recuperar esas potencialidades en ella inscritas; es ahora cuando se actualiza, como parte del proceso vital actual de la investigación, esa dimensión observacional que en el momento del trabajo de campo se constituía simplemente en virtualidad.

Gracias a esa componente temporal-virtual de las anotaciones realizadas entonces, se pudo ir adquiriendo la competencia propia de cualquier alumno, se pudo entender las explicaciones recibidas acerca del experimento ideal del interferómetro de ondas, asimilar su sentido plenamente físico para poder, ahora, desplegar las potencialidades interpretativas contenidas en aquellas anotaciones. Se sabe «lo que es» el interferómetro de ondas y se sabe «lo que significa» para un alumno de tercero de licenciatura, pero también se sabe que puede ser y significar cosas muy distintas.

Hemos de proseguir nuestro recorrido por esas anotaciones para comprobar la efectividad de esa competencia. Hemos de comprobar cómo las matemáticas y la física «hablan», desde ellas mismas, con una voz que no es la suya habitual; hemos de validarnos como «representantes» de la naturaleza (Latour, 1992) a través de las representaciones cuyo sentido originario, o puro, o pertinente no nos es satisfactorio. Se está poniendo en juego la transductividad como dispositivo de conocimiento, como jugada estratégica no codificable bajo registro formal alguno, como creatividad vivencial surgida entre las fisuras de la lógica causal, como salto en el vacío y pirueta argumental. En la transcripción textual propiamente dicha queda borrada la operación transductiva; en su ulterior fundamentación argumental quedará desvirtuada: es ahora, cuando se encarna en las operaciones interpretativas —cuando actúa, y actuando *no está ahí*, no está representada— cuando su sentido real es puesto en juego; la transducción es la puesta en funcionamiento actual de todas esas virtualidades adquiridas durante dos años de proceso empírico de investigación... es nada si lo que queremos es una representación exacta de ella, pues no es una cosa, ni un concepto ni una herramienta; es una vivencia vivida de un modo absolutamente singular.

IV.2.v. Dos escenarios paralelos

En el capítulo anterior, el apartado III.3.c remite al apéndice 6, en el que se introducen algunas nociones derivadas de la interpretación probabilística de la ESH en virtud de las cuales se les podía asignar un sentido a conceptos formales introducidos

previamente. Se conjugan en ese apéndice notas tomadas en la asignatura de MC con referencias extraídas de la *Física Cuántica* de Sánchez del Río (1997).

Veamos ahora dichas cuestiones, esta vez desde la óptica observacional, deteniéndonos en las «singularidades» que en su momento se nos ofrecieron a la vista, y que no tenían cabida en esa transcripción estrictamente formal de tales contenidos.

Se comienza señalando dos propiedades características de las funciones de ondas que sirven de justificación para la elección de la ESH como mejor modelo descriptivo de la dinámica de las f.o. cuánticas: la independencia de las velocidades de propagación de las longitudes de onda y el principio de superposición (la combinación lineal —«superposición»— de cualesquiera dos soluciones de la ecuación será también ella solución). Al hilo de esto, leemos:

«Advertiremos que la obtención de dicha ecuación de ondas (conocida como la ecuación de Schroedinger) **no** será una demostración rigurosa. Constituirá, más bien, un proceso inductivo, en el que se incluirán, en «los momentos oportunos», ciertas «hipótesis naturales». Estas últimas se justificarán por i) ser consistentes con las ideas subyacentes; ii) conducir a predicciones físicas de acuerdo con resultados experimentales, prácticamente en todos los casos conocidos hasta el presente» (Sánchez del Río, 1997: 177).

Es decir, como ya se ha señalado, la ESH no surge como la solución evidente a un problema determinado. La ecuación se «construye» teniendo en cuenta toda la información disponible —por eso se trata de un proceso inductivo—: fundamentalmente, que todo proceso dinámico se expresa matemáticamente como una ecuación diferencial y que, haciendo los ajustes pertinentes, los resultados que se obtengan habrán de guardar toda la similitud posible con los conocimientos físicos de que se dispone.

No sabemos de antemano cuándo nos encontraremos en el «momento oportuno» para introducir las hipótesis necesarias, unas hipótesis que habrán de resultar de un razonamiento, se nos dice, inductivo ni, sobre todo, sabemos qué «naturalidad» es la que habremos de atribuir a tales hipótesis inductivas. Sí sabemos que, hagamos lo que hagamos, esa consistencia con las ideas subyacentes significa fidelidad a la interpretación probabilística y que los resultados inducidos habrán de ser congruentes con los resultados experimentales de los que se dispone.

Aquí hay un doble deslizamiento argumental que conviene resaltar, puesto que la argucia pone en evidencia como el aparentemente riguroso desarrollo formal de los argumentos se apoya en una evidente circularidad: la consistencia depende de que se preserve la interpretación probabilística, por lo tanto, se haga lo que se haga, ello debe ser el hilo conductor de los desarrollos; en consecuencia, los resultados ya conocidos de la mecánica clásica deben «ajustarse» a esa consistencia. Pues bien, resulta que ambos presupuestos son completamente invertidos en el tratamiento del problema:

«Como se ve, aunque las ideas expuestas (...), basadas en los fenómenos ondulatorios clásicos, **no han sido aplicables de forma estricta** para llegar a la ecuación de ondas [de Schroedinger], **es innegable que han marcado la pauta** para obtenerla. La cuestión fun-

damental pendiente es ¿cómo interpretar físicamente esta función de onda ψ que tiene no sólo parte real sino también imaginaria» (Sánchez del Río, 1997: 179; subr. nro.).

Se nos dice, entonces, que lo que efectivamente ha dotado de consistencia a los desarrollos es la mecánica clásica ondulatoria, no las ideas probabilísticas subyacentes; en consecuencia, una vez obtenida la ESH resta hallar lo que se nos decía constituía su fundamento o consistencia inductiva: la adecuada interpretación física de la misma.

Toda esta apariencia, sólo apariencia, de formalidad y rigor lógicos obedecen a la necesidad de ocultar el verdadero mecanismo mediante el cual se puede «encajar» lo ya conocido de la mecánica clásica con lo que se puede establecer en términos cuánticos a partir de la obtención de la ESH: la analogía. En realidad, la ESH es un modelo dinámico que se comprobó podía ajustarse a los resultados experimentales obtenidos: surge de la aplicación normalizada de los tratamientos habituales de la mecánica clásica, puesto que se tiene un proceso dinámico y siempre se han tratado dichos procesos con modelos matemáticos basados en ecuaciones diferenciales; ante un nuevo fenómeno, cuya evidencia no obedece a formulación teórica alguna, lo lógico es proceder como siempre se ha hecho y «probar» distintas ecuaciones diferenciales hasta obtener alguna que «funcione». ²⁵ Y así se hace; y una vez obtenida, su peculiaridad, la inclusión de unidades imaginarias, es lo que conduce a la necesidad de encontrar una «interpretación» física para la misma, interpretación que está lejos de ser evidente.

Aquí nos encontramos con un problema, que se deriva de la forma en que se transmite la información en términos pedagógicos: no se está tratando de explicar el efectivo desarrollo histórico de la ecuación, sino que lo que se pretende es justificar retrospectivamente su pertinencia, pertinencia que viene avalada por cerca de un siglo de desarrollos ulteriores. Esto permite suplir la efectiva inconsistencia lógica del desarrollo histórico con la pretendida consistencia lógica de su justificación actual. Es decir, aunque en el proceso histórico que dio lugar a la formulación de la ESH no estuvieron presentes criterios de rigor lógico-argumental algunos y ésta fue el resultado de la pericia práctica de quienes estaban bregando con el problema; ahora, cuando la propia historia ha legitimado a la ecuación gracias a todos los desarrollos que a partir de su formulación han sido posibles, podemos presentarla revestida de ese rigor del que careció en su origen.

Pero precisamente por la singularidad de esos desarrollos y por las implicaciones lógico-argumentales a que da pie la propia ecuación, por el hecho de que con ella no se abra, a diferencia de lo que sucedió con la física relativista (un nuevo paradigma físico, construido sobre la base de nuevos principios físicos que implican una reformulación teórica de la física conocida), sino que es la propia ecuación, sin respaldo teórico adicional, la que sustente la posibilidad de una interpretación probabilística, y una interpretación que en términos teóricos no ha podido todavía eliminar la posibilidad de

²⁵ Así habría procedido Schroedinger, aunque es otra la interpretación que da del caso el biógrafo Moore: «Hermann Weyl dijo una vez que Schrödinger "hizo su trabajo transcendental durante un estallido erótico tardío"» (Moore, 1996: 172).

interpretaciones alternativas, hace que la reconstrucción retrospectiva de ese rigor ausente en su formulación no sea, de hecho, posible. Se nos pueden contar las cosas de manera que parezca que sí podemos presentar la ecuación a la luz de tal rigor, pero es sólo el recurso a un modo habitual de presentar las cuestiones científicas en un caso en el que no puede funcionar.

Sería mucho más fiel a la realidad de los hechos afirmar que la ecuación está ahí y funciona, y mientras siga funcionando y produciendo resultados aprovechables no hay razón alguna para cuestionarla; pero ello pondría demasiado en evidencia la inconsistencia de fondo, la ausencia de un marco teórico y de un conjunto de principios físicos, lógicamente consistentes, que justifique la existencia de la ecuación.

Existe un potencial riesgo de descrédito, que de hecho se manifestó, como ya se ha señalado, en las aulas de la facultad, cuando en la clase de MC en la que se señaló que la interpretación probabilística era eso, una interpretación y que existían otras interpretaciones posibles, ello suscitó un ambiente de desasosiego entre los alumnos y algunas muestras de incredulidad.

Podemos entender este modo de proceder como un resultado de esa perspectiva de la ciencia sustentada por la filosofía analítica, la «visión heredada», según la cual la excelencia del conocimiento científico, a diferencia de cualquier otro tipo de conocimiento, se sustenta en el rigor lógico-matemático en el que se pueden apoyar todos sus resultados. En este caso, al menos, esa visión heredada no puede aportar pruebas de tal consistencia; pero si eso se reconociese, quedaría abierta la posibilidad de someter a revisión crítica toda la arquitectura hasta la fecha construida.²⁶

²⁶ Cuestionar la carencia de fundamentos no implica, ni mucho menos, cuestionar la validez de la ciencia en sí. Sólo se pone en evidencia que determinada forma de entender la ciencia no se ajusta a la forma de proceder en el desarrollo de la actividad científica. Somos herederos de una larga tradición filosófica anclada desde sus inicios en una determinada concepción de la «excelencia» del conocimiento. El racionalismo gestado en los siglos XVII y XVIII adscribió en exclusiva esos estándares de excelencia al ámbito de la ciencia y todavía ésta se nutre hoy de esa adscripción. Pero la práctica real de los científicos, aún sujeta a esa concepción de la excelencia de su quehacer, no necesariamente opera teniéndola en cuenta. La cuestión no es, ni mucho menos, novedosa, como bien podemos extraer de la lectura de Morris Kline: «Los matemáticos del siglo XVIII eran conscientes de los requerimientos matemáticos de prueba. (...) Pero los pocos esfuerzos para lograr rigor, significativos porque muestran que los niveles de rigor varían con el tiempo, no hicieron lógico el trabajo del siglo (...) Estaban tan **intoxicados con su éxito con los argumentos relacionados con la física**, que cada vez se mostraban más indiferentes al rigor que faltaba. Impresiona mucho la confianza extrema en las conclusiones, mientras que la teoría estaba tan mal apoyada. Dado que los matemáticos del siglo XVIII se habían propuesto seguir adelante tan ciegamente sin apoyo lógico, a este período se le ha llamado la época heroica de las matemáticas» (Kline, 1992: 817; subr. ntro). Esta decisión de «seguir adelante» fiándose de las conclusiones pese a la falta de fundamentación es precisamente la que encontramos en el caso de la MC y de la ESH. Una actitud que Kline sitúa, a mayor apoyo de nuestra postura, en la época de la eferescencia racionalista, y que señala esa indisociable vinculación entre física y matemáticas. La evidencia histórica de ese mutua y difícilmente conciliable implicación entre ambas prueba que la vivencia de dicho complejo maridaje en las aulas de una facultad de ciencias físicas es herencia de una tradición con siglos de antigüedad (suponemos que a un físico le resultará desagradable oír hablar de «intoxicación» y puesto que es la afirmación de un matemático, contribuirá a reforzar esa animadversión que en las aulas se percibe hacia los impedimentos que el rigor matemático supone para la plausibilidad física; que un sociólogo se sirva de la misma puede elevar el desagrado hasta límites insospechados, dada la intromisión de un lego en tan arcana disputa entre «científicos»; suframos con resignación el escarnio pues al final de nuestro camino confiamos en la redención...)

No es de extrañar que unas páginas más adelante encontremos que el propio Sánchez del Río justifica la pertinencia de la ecuación precisamente en los mismos términos aquí señalados:

«El hecho de haber llegado a [la ecuación para un potencial exterior independiente del tiempo] a partir de [la función ψ postulada previamente] mediante las aproximaciones [en el cálculo de $\Delta\psi$] podría suscitar en el lector dudas como las siguientes: ¿no habría una ecuación de ondas para la partícula no-relativista más exacta que [la calculada], debida a los términos despreciados en [las aproximaciones]? ¿No sería esa nueva ecuación más precisa que [la calculada] cuando el potencial $V(r)$ fuese tal que la condición [referida al gradiente de λ] se violase? Las respuestas son claras: i) cuando [esta última condición] no se satisface, [la ψ postulada] deja de ser válida como solución aproximada, pese a lo cual, ii) [la ecuación calculada] así como su generalización [para el caso de un potencial dependiente del tiempo] continúan siendo las ecuaciones de ondas correctas para una partícula microscópica no-relativista en un potencial V , aunque éste no sea de variación lenta. Casi 65 años de concordancia entre las predicciones extraídas de [ambas ecuaciones] y los resultados experimentales avalan estas respuestas» (Sánchez del Río, 1997: 182).

El párrafo pone en evidencia que es razonable cuestionar la validez de la ecuación: se trata del resultado matemático obtenido mediante una serie de aproximaciones y amparándose en algunas hipótesis que simplifican el planteamiento del problema. Suprimidos parte de tales supuestos, la f.o. deja de ser una aproximación adecuada para la caracterización de la partícula; sin embargo, la ESH permanecerá siendo válida, no sólo en los casos determinados por las restricciones consideradas, sino en cualquier caso genérico, porque 65 años de historia así lo determinan. Exactamente lo que aquí se estaba afirmando: cuando la posibilidad de justificación lógico-matemática deja de amparar a la ESH, la historia es el recurso que se tiene como aval.

¿Por qué, entonces, ese empeño de reconstrucción amparado en la ficción de una supuesta coherencia lógico-matemática? ¿Por qué, además, ese empeño resulta ser planamente coincidente con la predisposición mental de los alumnos de tercer curso de licenciatura?

Esta exposición de la ESH evidencia una constante en la presentación de los resultados científicos: los resultados consolidados por la experiencia histórica son reconstruidos según los dictámenes de la «visión heredada», ateniéndose a su consistencia lógico-deductiva. En la asignatura de Mecánica y Ondas (MO) de segundo curso hemos asistido a esta misma operación de reconstrucción lógica en dos casos en los que dicho modo de presentación puede alcanzar un resultado consistente, lo que en cambio no puede suceder con la ESH. Tanto la mecánica newtoniana como la física relativista pueden ser presentadas sin atención a la evolución histórica que dio pie a su formulación. En ambos casos existe un marco teórico consistente enunciable en forma de axiomas del cual es posible deducir todos los resultados necesarios. Mediante un pequeño conjunto de principios físicos se puede desarrollar todo el aparato formal de

ambos paradigmas: aceptadas las premisas de partida, todo lo demás se obtiene de manera necesaria.²⁷

- ¡Vaya novedad! Me parece de lo más natural que algo que significa la quiebra de algunos de los principios tradicionales de la lógica causal no pueda atenerse, ello mismo, a tales principios.
- Tienes razón; pero entiendo que lo que se nos está diciendo es que las personas involucradas en la tarea de «explicar» eso son prisioneros de una determinada forma de ver las cosas, la forma tradicionalmente aceptada de verlas según la visión usual de lo que la ciencia es. Que estén tratando con algo que puede poner en cuestión eso no significa que la forma en que lo tratan no siga estando sujeta a esa tradición..
- Chicas, esto me resulta un poco confuso ¿puede uno defender la naturaleza probabilística de algo utilizando procedimientos que recurren a la causalidad determinista? ¿significa eso que no hay más modo de proceder en la demostración formal de las cosas que mediante la estricta causalidad lógica aún cuando lo que se quiere demostrar es su inexistencia? ¿Puede uno «creer» en algo apelando a «razones» que van en contra de esa creencia?
- Entiendo que es la misma cuestión que atañe a la metodología de este asunto en el que se nos saca a escena: ¿se puede ser y no ser al mismo tiempo? Si se acepta la postura del autor, esa posibilidad existe siempre y cuando introduzcamos una dimensión subjetiva y vivencial y nos apartemos de los estrictos dictámenes de la lógica. Principio de no contradicción, creo que lo llaman.
- O sea que aquí se nos está diciendo que los físicos son partícipes de esa dualidad práctica, subjetiva y vital que rompe con los principios lógicos habituales, pero no se dan cuenta.
- Pues sí y no...
- Ya estamos... nosotras también... esto va a ser una epidemia...
- ...Quiero decir que la cosa es un poco más sofisticada, porque ellos no están involucrados en cualquier vivencia, sino en una que precisamente se sustenta por la constante apelación a dicha consistencia lógica; su alimento intelectual es esa consistencia, su práctica cotidiana bebe de ella: «puedo creer en cualquier cosa, incluso en la constitución no determinista de la naturaleza, siempre que lo pueda “ver” de una forma determinista», sería la postura.
- Y eso, claro, es ilógico. Pero no pasa nada porque el autor afirma que la fundamentación práctica del conocimiento se constituye en base a ello.
- Total: que una demostración determinista del no determinismo, lejos de ser una crítica al modo de proceder de los físicos es una evidencia de esa fundamental

²⁷ En el caso de la física relativista, comprobamos cómo esta manera de presentar las cosas implica el recurso a la filosofía, que no metafísica, amparando la argumentación de manera explícita en los principios de no contradicción y en cierta versión particular del de causalidad (véase el apéndice A3). Habría que comprobar además, en qué medida fue Einstein y no Lorentz o Poincaré el «inventor» de los axiomas formales que sustentan teóricamente la física relativista; y otra cuestión interesante sería decidir qué papel cabe atribuir en tal invención a la intuición cotidiana.

inconsistencia lógica de la práctica del conocimiento, o sea, una manifestación de la misma dualidad que el autor señalaba como sustento de la metodología autoobservacional.

- ¿Y este texto? Quiero decir: volvemos a caer irremediabilmente en la cosa reflexiva. Somos portavoces de esa dualidad apelando a una formalidad que trata de ponerla en evidencia de alguna manera, ¿por qué hemos de aceptar lo que se nos acaba de decir en el texto si tenemos potestad para discutir al autor? Yo vuelvo a oler a maniobra «estratégica»... aunque lo que se ha dicho me parece consistente... ilógicamente consistente...

Una vez aceptada la ESH como la mejor descripción posible del estado dinámico de una partícula microscópica, se trata de obtener de ella una interpretación probabilística. Entendemos que ese sentido probabilístico, a efectos de la presentación que se hace al alumno, ya está presupuesto de antemano y se nos informa de que se trata de uno de los criterios fundamentales que determinan los pasos a seguir en el camino de la obtención de la ESH; aunque, como se ha comprobado, la directriz en dicho camino viene dada, no por tal interpretación previa, sino por el máximo grado de analogía que se pueda establecer con los resultados ya conocidos de la mecánica clásica. El procedimiento seguido evidencia aquí una nueva dualidad. La formalidad del procedimiento obedece a la intención de preservar su consistencia lógica: se parte de un conjunto de presupuestos que, mediante los oportunos pasos deductivos, nos conducirán a un resultado; obtenido dicho resultado, los presupuestos de partida determinarán de manera inequívoca el sentido del mismo. Pero en el recorrido efectivo se deja de lado dicha consistencia lógico-deductiva, y los pasos seguidos a lo que apelan en realidad es a la analogía, y así se señala que ciertas suposiciones han de aceptarse porque son «razonables» y se apunta que ciertas alternativas son «naturales» frente a otras posibles —dejando de lado todo procedimiento deductivo—. Bajo una aparente consistencia lógico-deductiva (forma) lo que se lleva a cabo es un procedimiento analógico que apela a un buen sentido común que se apoya en lo ya conocido (contenido).

Es debido a esta disociación que al final del camino uno de los presupuestos de partida, lejos de quedar confirmado por los resultados alcanzados, ha de ser justificado: ¿es consistente la interpretación probabilística con los resultados obtenidos? La respuesta no es evidente, y por ello dicha consistencia ha de ser probada.

Para ello se parte de dos definiciones formuladas por Max Born relativas al sentido probabilístico que se le puede asignar a la f.o. (véase el apartado II.3). Dichas definiciones apelan nuevamente al recurso a la analogía, pues definen el sentido probabilístico de la función de onda según lo haría la estadística clásica, sólo que sustituyendo las sumas discretas de elementos puntuales por integrales, que pueden ser entendidas como «sumas continuas». Las unidades de cómputo de este cálculo de probabilidades son espaciales: volúmenes infinitesimales, cada uno de los cuales tiene asignada una probabilidad de presencia de la partícula dada por el valor de la f.o. en él. Así, la f.o. juega el papel de un «peso» o ponderación del valor probabilístico de las unidades de cómputo.²⁸

²⁸ Resulta interesante comprobar cómo la MC, que supone una constitución de la materia de carácter no sólo probabilístico, sino discreto, a la hora de aplicar los recursos estadísticos transforma la natu-

A raíz de tales definiciones, Sánchez del Río nos comenta lo siguiente:

«Para Bohr y la mayoría de los físicos, la probabilidad microscópica inherente a la función de onda así como esta última no son meramente nociones matemáticas que reflejan un conocimiento (incompleto) que un observador posee respecto a la partícula, sino que tienen realidad física. Más aún, la mayor parte de los físicos (aunque con diversas y notables excepciones) acepta que la función de onda $\psi(\mathbf{r},t)$ contiene toda la información física que es posible obtener acerca de la partícula microscópica en el instante t . Por esta razón, también se dice con frecuencia (...) que $\mathbf{y}(\mathbf{r},t)$ es o representa el estado de la partícula en t . Los científicos discrepantes de estas ideas han dado lugar a un debate, iniciado ya en la época de la creación de la Mecánica Cuántica, que ha llevado a profundizar y clarificar los aspectos más básicos de ésta. Este debate, aún no concluido, ha conducido también a realizar numerosos experimentos cuyos resultados están, en general, en muy buen acuerdo con las predicciones de la Mecánica Cuántica» (Sánchez del Río, 1997: 189-190).

El párrafo nos evidencia esa inversión de prioridades en el tratamiento formal de la ESH: la ecuación no resulta inequívocamente de las premisas de partida, en consecuencia queda abierta la posibilidad de cuestionar, una vez obtenida la misma, la interpretación probabilística, puesto que ésta no forma parte de los axiomas de los cuales poder deducir la ecuación. La decisión acerca de tal interpretación, en consecuencia, pasa por qué significado se opte por dar a la f.o.: si ésta define completamente el estado dinámico de la partícula, entonces su único sentido posible es el probabilístico y, en consecuencia, determina la naturaleza probabilística de la propia partícula; pero si se decide aceptar que la f.o. es una representación imperfecta de ese estado dinámico, resultado del desconocimiento de otras variables significativas, entonces la probabilidad derivada de ella constituiría una deficiencia metodológica del tratamiento aplicado y no una cualidad constitutiva de aquello que se estudia.

Teniendo en cuenta que la ESH es la «única» herramienta de la que disponen, tanto los partidarios de la interpretación probabilística como los de la determinista, hasta el momento en que no se descubran esas variables ocultas será la que ambos bandos han de utilizar; y puesto que su formulación no ha sido arbitraria y que la única forma de consolidar su valor es la contrastación empírica, no es de extrañar que exista ese «muy buen acuerdo con las predicciones» que de ella se puedan derivar, las únicas posibles. La validación empírica, en este caso, no puede ni confirmar ni refutar ninguna de ambas perspectivas.²⁹

raleza discreta de las unidades que ésta utiliza en una naturaleza continua: la continuidad estadística de las unidades matemáticas utilizadas produciría, entonces, la no continuidad de la materia. También se podría decir que la condición probabilística de los fenómenos cuánticos transforma lo continuo en discreto.

²⁹ Dicho lo cual, todavía restaría considerar la expresión «en general», referida al acuerdo entre las predicciones de la formulación probabilística y los resultados experimentales; «en general» no significa «completamente», luego se reconoce la existencia de discrepancias (¿cuántas? ¿en qué sentido? ¿qué explicaciones se dan de ellas?...), pero no se nos menciona ejemplo alguno ni las posibles implicaciones de las mismas.

La doble analogía aplicada, recurriendo a los resultados ya conocidos de la mecánica clásica y de la estadística, que nos permite sustentar la interpretación probabilística plantea un problema «conceptual»: si la f.o. define la probabilidad de presencia espacio-temporal de la partícula, no puede ser ella misma esa probabilidad, pues intervienen magnitudes imaginarias; es decir, en un cierto instante de tiempo y para una cierta posición, la f.o. puede tener un valor imaginario o también un valor real negativo. Ambas posibilidades no son aceptables como medida de probabilidad. Pero existe una magnitud asociada a la f.o. que puede solucionar ese problema, su módulo cuadrado, que por definición es siempre una magnitud real y positiva. Ahora bien, cuando uno ha asistido a la asignatura de MI, sabe que el módulo cuadrado no es la única medida posible de la magnitud (real y positiva) de una función compleja: ¿por qué utilizarla entonces en lugar de cualquier otra?

Encontramos, ya sin sorpresa alguna a estas alturas, que la respuesta surge de una nueva analogía, en este caso con la mecánica de fluidos. Sánchez de Río nos anticipa esa justificación diciendo:

«..la probabilidad de presencia de la partícula se esparce y propaga en el espacio, a lo largo del tiempo, de una forma físicamente muy natural, y que tal interpretación se facilita, precisamente, gracias a que dicha probabilidad se expresa en términos de $|\psi|^2$ » (Sánchez del Río, 1997: 190).

De nuevo, si aceptamos la propuesta encontraremos que ésta nos conduce a un resultado «físicamente muy natural». En este caso, dicha naturalidad física surge de la comparación con la mecánica de fluidos: cuando un fluido es de densidad variable, esto es, la masa de fluido contenida en un cierto volumen varía con el tiempo, existe un vector conocido como densidad de corriente del fluido que determina la cantidad neta del mismo que atraviesa la superficie que limita el volumen que se esté considerando por unidad de tiempo. Mediante ese vector se obtiene la conocida como ecuación de continuidad del fluido. Pues bien, se puede definir, a partir de la ESH y de la f.o. un vector, que por analogía se denominará densidad de corriente de probabilidad y a partir del cual se puede establecer una ecuación de continuidad análoga a la de fluidos.

Definido dicho vector (por analogía), en esa ecuación de continuidad el módulo cuadrado de la f.o. jugará el papel de una densidad (por analogía), en este caso, de una densidad de probabilidad. De este resultado, Sánchez del Río deduce que «la probabilidad se propaga como un fluido, por tanto» (Sánchez del Río, 1997: 192-193). Y mediante esta transposición de los conceptos de la mecánica de fluidos al caso de la f.o. que define el estado dinámico de una partícula microscópica se obtiene una justificación para la elección del módulo cuadrado como medida adecuada de la magnitud (real y positiva) de la f.o.:

«La interpretación física de [la ecuación de continuidad] es, ahora, transparente. La probabilidad de presencia de la partícula se propaga y esparce por el espacio a lo largo del tiempo de forma similar a como lo hace la materia en un fluido (...) A posteriori, apreciamos la importancia física de que la magnitud de la función de onda y, así, la probabilidad vengan dadas por $|\psi|^2$ (¡y no por otra función diferente de $|\psi|!$): la propagación de la probabilidad

(...) obedece a una ecuación de continuidad con una interpretación física muy natural (que serían muy complicadas, quizá incluso inexistentes, en el caso de haber procedido de otra manera)» (Sánchez del Río, 1997: 194).

- Bien; no sé vosotras, pero yo simplemente no me puedo creer que la interpretación probabilística de la MC se sustente únicamente en una serie de analogías que se introducen en una exposición que pretende, sin conseguirlo, ampararse en la consistencia lógica deductiva.
- No hace falta que creas o dejes de creer, pienso yo, puesto que no se nos está intentando suministrar prueba alguna de la veracidad de nada. No se trata de cómo se sustenta o deja de sustentar la MC: se trata de que el autor, en su proceso de aprendizaje en una facultad de ciencias físicas, utilizó un manual en el cual las cosas se decían de determinada forma.
- Pero no sólo eso, sino que en un momento previo de esta exposición esas cosas se reprodujeron con la intención primaria a la que estaban destinadas, mientras que ahora se discuten desde otra perspectiva. Antes nos fijábamos en su «contenido», y éste nos aportaba conceptos y herramientas mediante los cuales podíamos acceder al sentido estrictamente físico de la ESH. Ahora nos fijamos en su «forma», y a través de ella, más allá de tales contenidos, comprobamos un cierto modo de hacer evidente, incuestionable, contundente o como mejor queráis decirlo, tales contenidos.
- ¿Y es ese modo el que nos remite a la «visión heredada»?
- No. No nos remite a, «es» la visión heredada. Para mí lo significativo de lo antedicho no radica en su generalidad —seguramente muchos físicos cuestionarán con razón el argumento y aportarán pruebas a favor de la interpretación probabilística mucho más consistentes lógicamente—, porque Sánchez del Río no pretende demostrar nada: su pretensión es suministrar al alumno una serie de conceptos fundamentales en virtud de los cuales poder desarrollar esa interpretación de los fenómenos microfísicos. Y lo significativo es la forma en que decide ofrecer dichos conceptos: se reproduce un esquema extensible, suponemos, a todos los ámbitos del conocimiento científico, pero que en este caso particular parece destinado a no surtir el efecto deseado... al menos para nosotros.
- ¡La maldita dualidad otra vez! ¿cuándo dices «al menos para nosotros» significa que en cualquier alumno muy probablemente esa forma de proceder sí surtirá el efecto deseado? ¿significa eso que sólo esa cualidad diferencial del autor en el momento de participar del proceso de aprendizaje le ha permitido «desvelar» la trampa?
- Significa que de la singularidad constitutiva de la práctica vivencial que ha supuesto todo el proceso, se ha derivado que en algún momento que ya no podremos rescatar ese fragmento del libro de Sánchez del Río quedó «registrado» como significativo. Si observáis las notas de las que ha sido extraído el apartado en curso, comprobaréis cómo surgen efectivamente esos dos escenarios paralelos: uno en el que el autor va recogiendo la argumentación del libro para reproducir los contenidos formales que ha considerado más significativos para explicar las implicaciones de la interpretación probabilística (que se correspon-

de con lo expuesto en el apartado II.3 y en el apéndice A6); otro en el que, en medio de dicha argumentación se insertan citas literales del libro que en su momento se ofrecían como material potencialmente utilizable en el futuro (citas que orientan la exposición actual); es decir...

Sigo yo, si me lo permitís, pues me doy cuenta de que estáis generando un consenso en torno al texto que no os corresponde.

Al igual que sucede con todas las notas precedentes extraídas del «cuaderno de campo», en esta ocasión las citas de Sánchez del Río sirven para ilustrar retrospectivamente algún momento singular del proceso empírico de la investigación. Son absolutamente particulares en el doble sentido de que remiten a un momento particular del trabajo de campo y de que resultan de la particular, subjetiva e intransferible vivencia del sujeto que en aquel momento era —y ya no es— el investigador (sujeto en proceso de constitución como sujeto de conocimiento, sometido a la tensión de esa inasibilidad lógica de su estatuto epistemológico). Y en tal particularidad han de ser circunscritas tales citas: no se está derivando de ellas afirmación genérica alguna; tan sólo se está construyendo un sentido posible de su significado en el contexto vivencial en el que en su momento fueron puestas en juego. Se trata de un sentido, hasta cierto punto imaginario, puesto que es ahora, cuando se actualiza la dimensión observacional, que surge dicho sentido: en el momento de recopilar tales citas, no se estaba asignando sentido alguno de antemano, únicamente se consideraron «interesantes».

Es decir, si el desarrollo textual de esta parte de la investigación hubiese tomado cualquiera de los múltiples cursos alternativos que podría haber adoptado, probablemente el sentido de esas citas hubiese sido otro... o quizá no; es el que es en virtud de que la actualidad de la reconstrucción observacional de la ESH así lo ha determinado, y su validez, su significación, su pertinencia dependen de esta particular contextualidad. En este momento, éste y no otro es el sentido que toman para ese sujeto en proceso de constitución: y ese sentido aplicado a su objeto, también en proceso de constitución, incide significativamente en dicho proceso, doble. Ese sentido, y no otro, es el que pasa a formar parte de la práctica vivencial en este momento de la investigación, determinando que los pasos ulteriores queden sustancialmente condicionados por él: el sujeto de conocimiento actuará en atención a dicho sentido al tiempo que su objeto también se irá perfilando en función de él. No hay absolutamente nada predeterminado en nuestro camino: su contingencia es condición de posibilidad dada la perspectiva adoptada; lejos de ser una carencia o defecto, es una componente fundamental del conocimiento que se está produciendo.

¿Es la visión heredada una constante en la forma de exponer los contenidos de las asignaturas en la facultad de ciencias físicas? Sí. En todas y cada una de ellas se aplicaba la que podríamos denominar versión pedagógica de ese esquema según el cual la verdad —la verdad particular que en cada caso tocarse demostrar— se obtiene deductivamente de un conjunto de axiomas de partida mediante procedimientos lógico matemáticos estrictos que conducen a un resultado incuestionable. Dos ejemplos extraídos de la asignatura de MO de segundo curso ilustran ese proceder. En este caso, no se trata de MC sino de la teoría de la Relatividad, de tal modo que dicho esquema

expositivo se muestra, en apariencia, perfectamente consistente dado el carácter determinista de la física relativista.

- Verdad 1: las ecuaciones de transformación de Lorentz describen adecuadamente las relaciones entre observadores inerciales en términos relativistas (véase apéndice A3).

Es irrelevante cómo llegó Einstein efectivamente a la formulación de tales ecuaciones de transformación, puesto que hoy podemos demostrar su validez mediante procedimientos estrictamente lógicos: sólo necesitamos establecer los axiomas adecuados y proceder deductivamente. Los axiomas necesarios son:

- Todas leyes de la física deben ser las mismas para cualquier observador inercial.
- La velocidad de la luz en el vacío es la misma para cualquier observador inercial.
- El espacio es homogéneo. Para un único observador, mediciones de la misma longitud efectuadas en distintas posiciones del espacio arrojan el mismo resultado.
- El espacio es isótropo. Las rotaciones de los sistemas de referencia no afectan a las mediciones que se realizan.
- El tiempo es isótropo. Las rotaciones de los sistemas de referencia no afectan a las medidas temporales que se efectúen

A partir de ellos, basta considerar dos observadores inerciales, O y O' , moviéndose uno en relación al otro con una velocidad relativa V en la dirección de la coordenada espacial x , que estén midiendo la propagación de una onda electromagnética esférica (que viajará a la velocidad de la luz). Se considera el tipo de relación matemática más genérica que se pueda dar entre las coordenadas de ambos sistemas, sabiendo que dicha relación ha de ser lineal debido al axioma de la homogeneidad del espacio; a continuación se aplican los dos axiomas de isotropía y teniendo en cuenta la velocidad relativa de ambos observadores, se reduce el número de coeficientes de la relación; puesto que ambos observadores están mirando una onda esférica a la velocidad de la luz, sabiendo cuál es la fórmula matemática de una superficie esférica se deducen dos nuevas relaciones entre las coordenadas de ambos sistemas y... ¡ya se han obtenido las ecuaciones de transformación de Lorentz!

El procedimiento es rigurosamente formal, estrictamente lógico y completamente consistente: el resultado inevitable es la demostración de la verdad propuesta, que las ecuaciones de transformación de Lorentz son las correctas si se aceptan las condiciones relativistas. No hay lugar a interpretación alternativa posible una vez obtenido ese resultado; en todo caso, la interpretación cabría remitirla a los axiomas de partida. Ello supondría no aceptar la física relativista, lo cual resulta difícil en este caso porque ahora sí que se puede apelar a la contrastación empírica para corroborar la pertinencia de tales axiomas. Es decir, a diferencia del caso de la ESH, en esta ocasión la interpretación alternativa remite directamente a los axiomas de partida: aceptar las ecuaciones

de transformación supone aceptar dichos axiomas, en tanto que en el caso de la ESH, aceptar la ecuación no implica aceptar su significado porque, de hecho, no existe conjunto de axiomas alguno del que poder deducirla formalmente (¡aunque la pretensión expositiva sea que sí existen!).

- Verdad 2: la velocidad de la luz es un caso límite. La relatividad einsteniana establece que la velocidad de la luz es una constante, lo que implica automáticamente la invalidación de las transformaciones de Galileo en virtud de que el tiempo deja de ser absoluto. Pero no establece que esa velocidad, constante, sea la mayor de todas las posibles (caso límite). Pero ello se puede deducir mediante un razonamiento de reducción al absurdo que se apoya en el principio de la causalidad (véase el apéndice A3); se requieren únicamente tres hipótesis y la aplicación de las relaciones de Lorentz:

- Hipótesis 1: Todo efecto tiene una causa.
- Hipótesis 2: Todo efecto es posterior a su causa.
- Hipótesis 3: Existen dos sucesos espacio-temporales A, B, tales que siendo A la causa de B, la señal que, partiendo de A, informa a B de que A es su causa, viaja a una velocidad v mayor que la de la luz.

La tercera hipótesis se traduce matemáticamente como $v = c(1+a)$, $a > 0$, y al aplicar las relaciones de Lorentz para ambos observadores considerando una velocidad relativa entre los dos que cumpla:

$$c > V > \frac{c}{1+a}$$

Se llega al resultado absurdo de que para el observador O' el suceso A, causa de B, ocurre después que B. Esto contradice el principio de causalidad y en consecuencia se deduce que la tercera de las hipótesis no puede ser cierta: no puede haber ninguna señal que viaje más rápido que la luz.

De nuevo mediante un procedimiento deductivo riguroso se puede concluir la veracidad de la afirmación propuesta. En términos formales, cabría mantener la hipótesis tercera y considerar que lo que falla es el principio de causalidad, lo que obviamente, desde consideraciones no estrictamente formales, no parece ser una opción admisible. Y de hecho el argumento se apoya en el principio de causalidad porque éste es uno de los pilares fundamentales de la física.

En estos dos ejemplos parece demostrarse la contundencia de estas argumentaciones lógico-matemáticas, cuya única y definitiva apelación es la de su coherencia formal. En ningún momento se echa mano de hipótesis «naturales» o se efectúan selecciones «razonables»; tampoco se evidencia la rigidez del rigor matemático en contraposición con la plausibilidad física. Cuando la lógica y las matemáticas amparan las afirmaciones que se pretende demostrar, muy al contrario, ambas se esgrimen como

componentes inherentes a las propias afirmaciones físicas. Formalidad y contenido argumental se funden en una unidad indisociable que reviste a los argumentos y las proposiciones de «realidad». Que es lo mismo que decir que la formalidad lógico-causal-matemática transforma meras afirmaciones en «verdades» y de ello se deriva inevitablemente la existencia real de lo afirmado.

Sin embargo, incluso en estos casos en los cuales la construcción formal de los argumentos permite fundamentar la visión heredada del conocimiento científico, cabe la posibilidad de encontrar fisuras, resquicios entre los que se puede hacer aflorar la posibilidad de un «salto» injustificable entre coherencia formal y veracidad, entre rigor lógico-matemático y «realidad física».

IV.2.vi. ¿Entre el cristal y el humo?³⁰

En nuestro intento de poner en evidencia la recurrencia de este modo de presentar los resultados históricamente consolidados, podemos detenernos todavía un momento en el caso de la Relatividad. Si bien es cierto que dada la propia consistencia formal de la teoría no cabe lugar a la duda «dentro» de las formulaciones que de ella resultan (al contrario de lo que sucede en MC) sí cabría plantearse muchas dudas en términos de la consistencia formal con la que se puede establecer la relación entre la física newtoniana y la einsteniana.

En la clase de MO en la que se desarrolló la deducción de las transformaciones de Lorentz según la argumentación expuesta, el profesor señaló la continuidad entre ambas teorías dado que puede entenderse la física newtoniana como una «aproximación» de la relativista que funciona en nuestro universo cotidiano de experiencia porque las velocidades que estamos acostumbrados a experimentar son mucho menores que la de la luz. De esta manera, en todos los términos en los que las velocidades de los sistemas de referencia aparecen vinculados a la velocidad de la luz (son cocientes en los que dichas velocidades figuran en el numerador y c en el denominador), se puede considerar que son nulas, aproximación de la que resultan las transformaciones de Galileo. En consecuencia:

“ c ya era por entonces determinable a partir de constantes elementales: Maxwell ya había determinado un valor para la velocidad de la luz. Su orden de magnitud respecto a las velocidades habituales medidas en procesos mecánicos, $V \ll c$, hace que en el límite las relaciones de Galileo sean válidas. Conclusión: Galileo no era tonto, era lento (...) Sin embargo, en Electromagnetismo, las velocidades consideradas ya no son despreciables comparadas con c , lo cual explica su incompatibilidad con las transformaciones de Galileo”.³¹

³⁰ «El torbellino líquido que destrona la ordenación rígida del cristal se ha convertido, o vuelto a convertir, en el modelo, al igual que la llama de la vela, a medio camino entre la rigidez del mineral y la descomposición del humo (...) entre dos extremos: un orden repetitivo perfectamente simétrico del que los cristales son los modelos físicos más clásicos, y una variedad infinitamente compleja e imprevisible en sus detalles, como la de las formas evanescentes del humo» (Atlan, 1990: 7-8).

³¹ Cita del profesor.

“**Galileo no era tonto, era lento**”: sólo debido a la lentitud de la experiencia cotidiana, en comparación con la «rapidez» que, digámoslo así, demandan las condiciones relativistas, la física newtoniana es una versión imperfecta pero adecuada de la que sería la correcta, la relativista.

La cuestión queda zanjada, en apariencia, mediante una justificación formal igual de consistente que la que nos ha permitido deducir las ecuaciones de transformación. Ahora bien, la continuidad entre ambas teorías se basa en una aproximación matemática que podemos entender que posee un carácter «condicional», porque el argumento es $V \ll c \Rightarrow V/c \approx 0$; es decir, un cociente cuyo numerador es mucho más pequeño que el denominador es prácticamente nulo. Todos los términos en los que aparece dicho cociente se igualan a cero y el resultado son las transformaciones de Galileo. Ahora bien: matemáticamente hablando, un cociente sólo puede valer cero si su numerador es cero. La aproximación precedente implica, entonces, que V es aproximadamente cero, esto es: $V/c \approx 0 \Rightarrow V \approx 0$. Pero esta segunda parte del argumento no se aplica, pues ello significaría que no habría velocidades en absoluto. La aproximación matemática está sujeta a una condición extra matemática, por tanto extra formal, una condición física que discrimina «hasta dónde» puede ser aplicada la aproximación matemática.

Resulta entonces que surge de nuevo el imperativo de la plausibilidad física frente al rigor matemático: la primera dictamina un mundo en el que, por muy lentas que vayan las cosas, «vayan» en cualquier caso; existe movimiento y por ello velocidades. El segundo estipula la posibilidad de una aproximación que, aceptada en términos estrictamente matemáticos significaría un mundo inmóvil. En consecuencia, se utiliza la herramienta matemática sujeta a las condiciones físicas que nos permiten imponer a su rigor la plausibilidad de nuestra experiencia. Habría de hecho que especificar de algún modo esta condicionalidad de la aproximación matemática, señalando que $V \ll c \Rightarrow V \approx 0$, tal que «físicamente» entendemos que valdrá cero cuando la velocidad (física) de la luz imponga (matemáticamente) su inmensamente mayor magnitud sobre ella y no se anulará cuando ello no sea así.³²

- Chicas ¿habéis oído eso?
- No (a coro), pero estábamos presentes en el momento en el que eso estaba siendo formulado textualmente: por supuesto, no nos convence.
- Yo, por un lado, entiendo el énfasis que se quiere hacer en algo que parece simplemente un matiz interpretativo de un argumento formal: que las velocidades de los sistemas puedan considerarse prácticamente nulas en comparación con la de la luz. Pero por otro lado, lo que no entiendo es que de ello se pretenda derivar la inconsistencia formal del argumento. Creo que «prácticamente» sería la clave, pues tenemos una relación matemática, perfectamente establecida, que podemos denominar «cuasi-igualdad», la propia definición matemática implica simultáneamente que hay y que no hay igualdad. Quiero decir: serán las mismas

³² Por supuesto, este enunciado habría que refinarlo. Tan sólo se pretende poner de manifiesto que en la construcción lógica del argumento sólo se alude a la dimensión matemática del mismo, cuando se pueden evidenciar razones físicas que justifican, quizá más que las estrictamente matemáticas, la obtención de las transformaciones de Galileo como una aproximación (matemática) de las de Lorentz.

operaciones matemáticas las que impliquen que se aplique la igualdad o no: en determinados términos es matemáticamente adecuado y en otros no: es obvio que si V es muy pequeña y c muy grande, V/c es muchísimo más pequeña que V y por eso una se puede considerar cero y la otra no.

- (Podemos acusar al autor, aquí, de lo mismo que en el texto se acusaba a aquella alumna que cuestionaba el rigor de una desigualdad matemática... y creo que el autor no lo ha hecho intencionalmente ¿será que participa, todavía hoy, de al menos cierta parte de la «fe vocacional» de cualquier alumno de licenciatura de CC. Físicas?)
- ¿Y el «matiz interpretativo» del que te hacías eco?
- Pues, simplemente, que en el caso en que no se aplica la igualdad se puede interpretar físicamente que se hace por una razón extra matemática, mientras que cuando sí se aplica las razones extra matemáticas no son tan evidentes. Pero en ambos casos son las matemáticas las que justifican la operación.
- Nos vamos a liar... yo trataría de enfocar la cosa de otro modo
- ¿Cómo?
- Reflexivamente, claro: ¿tiene algún sentido plantearse en abstracto la pertinencia de lo antedicho o habría que considerarlo teniendo en cuenta que se trata de una afirmación que aparece en este texto concreto en este momento concreto? Lo primero nos lleva de cabeza a la filosofía y lógica de la ciencia (que huele en extremo a «visión heredada»), lo segundo nos recuerda las intenciones puestas en juego en esta investigación. Empezábamos a discutir acerca de la «veracidad» de lo que se estaba diciendo en el texto, cuando hace tiempo que abandonamos toda pretensión de formular verdades o denunciar errores y falsedades: tratamos de acceder a la construcción vivencial y práctica de la «cientificidad» física.
- Sea: desde el punto de vista de la consistencia, en abstracto, de lo que se propone en el texto, seguro que matemáticos y físicos a una aportarán pruebas a favor de su falsedad. Luego: pensemos en qué medida tiene sentido eso que se ha dicho bajo la consideración de que forma parte de la construcción de sentido particular (en ese doble sentido de particularidad que aparecía expresado hace unas páginas) que en el texto se lleva a cabo.
- ¡Entonces nos tendríamos que callar!: es obvio que el autor ha dicho lo anterior porque ha encontrado ahí un apoyo a su postura, que en este caso sería: «la exposición pedagógica de los resultados físicos históricamente consolidados reproduce en su formalidad el esquema de la visión heredada, tanto en los casos favorables como en los desfavorables». En el caso de la MC le resulta más fácil meter el dedo en la llaga, en el de la Relatividad, menos, y por eso busca entrar en sutilezas que distorsionen el sentido de los argumentos...
- Todas sabemos que en este caso concreto no hubo en ningún momento previo de la investigación «indicio» alguno de que ese argumento a favor de la continuidad entre física clásica y relativista, fundado en la relación matemática $V \ll c$, hubiera de ser considerado desde la dimensión observacional ahora puesta en juego. ¡Ha sido aquí mismo, desarrollando el contra-ejemplo relativista de la consistencia lógico-matemática de la presentación de los contenidos en las

asignaturas cuando el autor ha «decidido» señalar significativamente dicha relación matemática! Y todas sabemos, también, que él mismo ha dudado seriamente de la posibilidad de que ejemplifique lo que pretende mostrar...

- ¿Y eso qué significa? Quiero decir ¿en qué términos reflexivos hemos de traducirlo?
- Eso es obvio: toda tesis doctoral ha de aportar pruebas a favor de sí misma; hemos caído en el error de primar la formalidad del texto en detrimento de su contenido: cuantas más pruebas y evidencias se incluyan a favor de la plausibilidad de la argumentación, mejor quedará ésta «demostrada» ¡estamos realizando exactamente la misma operación que se está denunciando: presentar en apariencia determinado contenido bajo determinados requisitos formales al margen de la consideración de que en este caso particular pudieran no ser adecuados tales requisitos! Estamos evidenciando que esto es una *Tesis Doctoral* y no cualquier otra cosa, ni más ni menos.
- ¿Entonces hay que omitir el argumento relativo a la aproximación matemática de física clásica y física relativista?

No necesariamente: tenemos dos opciones. La primera sería descartarlo. Ello implicaría que aceptamos la autoconsistencia de las formulaciones que se sustentan en la coherencia lógico-deductiva y que siempre que ésta se dé sus resultados no son cuestionables. El propio texto, entonces, he demostrado no atenerse a tal criterio, luego es cuestionable. Pero existe una segunda posibilidad: entender la argumentación como parte de esa vivencia en la que se fundamenta la investigación: en su momento, el argumento en cuestión no llamó la atención del investigador porque, efectivamente, estaba implicado en ese proceso de aprendizaje en el que todo alumno se halla inmerso y el argumento, de hecho, ayudaba a entender aquello que le estaban diciendo, le ofrecía una «razón de peso» para creer firme e incuestionablemente en la continuidad entre física clásica y física relativista. Ahora, en el proceso de reconstrucción de tal proceso —reconstrucción que, a su vez, constituye una etapa vivencial, también, de la investigación—, esa razón de peso se nos ha ofrecido de una forma distinta, una forma implicada en la revisión crítica de lo aprendido por aquel entonces.

Podemos, además, sin ningún pudor, aceptar ambas opciones de manera simultánea: puesto que la perspectiva del investigador, determinada por la contextualidad práctica particular de la etapa vivencial concreta en la que se hallaba y halla inmerso, ha variado, antes atribuía el primero de los sentidos al argumento y ahora le atribuye al segundo. Lo cual evidencia de hecho que la perspectiva bajo la que se consideren determinados contenidos científicos determina fundamentalmente su sentido: dichos contenidos no son en sí mismos «nada», sino que lo que sean depende del sentido que se les atribuya, y éste depende, a su vez, de la perspectiva desde la que se los interprete, la cual, por su parte, depende de las condiciones prácticas y subjetivas en las que el intérprete esté poniendo en juego sus habilidades, capacidades y disposiciones en tanto que sujeto de conocimiento.

[Se sabe que Thomas Kuhn ha defendido con bastante contundencia la discontinuidad que caracterizaría la sucesión de paradigmas científicos; se sabe que uno de los ejemplos que aporta en dicha defensa se refiere al concepto «masa» implicado en la física newtoniana y en la física relativista —y que Brown (1994) ha recogido el argumento de Kuhn así como su

ejemplificación—. Se ha vivido la experiencia práctica de que en la asignatura de MO, al tiempo que se justificaba mediante el precedente argumento la continuidad entre ambos paradigmas, también, sin embargo, se señalaba la «peculiaridad» que implica el concepto de masa relativista en comparación con el clásico... Se navega en una corriente intermedia entre dos flujos contrapuestos y ello da pie a cuestionar cuantas seguridades sea posible...]

¿Se trata de un argumento estrictamente matemático? No pretendemos dar respuesta a ello, sólo evidenciar la posibilidad de plantear la pregunta. Las respuestas posibles pueden ser interpretadas a la luz de la perspectiva particular de quien las formule, y ésta ser inscrita en la vivencialidad práctica que les da sentido en tanto que actos de conocimiento.

Si en este caso particular la posibilidad de discusión no fue expresada en clase, cuando se expuso la definición de cantidad de movimiento relativista sí que se expresó abiertamente que el concepto de masa que se deriva de dicha definición queda sujeto a la interpretación que uno quiera darle.

En esta ocasión, nuevamente, el recurso a la analogía es el método empleado para establecer cuál será la expresión para un nuevo concepto físico: la cantidad de movimiento relativista se define en analogía con la magnitud clásica. Dicha definición está sujeta a dos condiciones: que en el límite no relativista las definiciones clásica y relativista coincidan (que se verifique, entonces, la continuidad propuesta entre ambos paradigmas) y que sea consistente con las transformaciones de Lorentz. Dichas condiciones aseguran que tenemos una variable, la cantidad de movimiento, que se corresponde con la análoga clásica, o sea, que es una versión relativista «adecuada» de una variable mecánica bien conocida. Sin embargo, precisamente por construir esa definición atendiendo a tal consistencia analógica, el concepto de «masa» se torna problemático. Tal como señala el profesor:

“Aquí surge una discusión, pues a partir de \mathbf{p} podríamos definir la masa de la partícula como $m = |\mathbf{p}|/|\mathbf{u}|$, pero entonces la masa dependería de la velocidad y, por tanto, variará con el tiempo. **De lo que se trata es de qué queremos entender por masa**” (subr. ntro.).³³

Caben dos opciones: considerar que la masa continúa siendo la constante m de toda la vida, de modo que la cantidad de movimiento relativista es la clásica multiplicada por el factor de Lorentz, o bien considerar que la cantidad de movimiento relativista continúa siendo la variable de toda la vida, de manera que la masa pasa a ser una masa relativista, o función de masa, que varía con el tiempo. Y una u otra opción dependen, se nos dice, “de lo que queramos entender por masa”. Inmediatamente, uno considera que podría remitirse a un concepto físico cualitativo de masa en virtud del cual poder decidir qué es la masa en cualesquiera condiciones en las que ésta se nos presenten, sean relativistas o clásicas. ¿Existe ese concepto, ni clásico ni relativista, de «masa física»? Sí: se puede hablar de dos tipos de masas físicas, la inercial y la gravitatoria: en física clásica coinciden, en la relativista no. La masa que garantizaría la continuidad entre ambas es la inercial, que puede entenderse como la resistencia que

³³ Notas de la clase de Mecánica y Ondas, 2º curso de Licenciatura, 1994/95.

opone todo cuerpo al movimiento. No se hizo esa precisión en clase, y en cualquier caso subsistiría el problema en los términos planteados.³⁴

En consecuencia, nos encontramos aquí con una pequeña variante de la indecibilidad gödeliana (Gödel, 1980): si aceptamos la continuidad entre física newtoniana y física relativista para definir la cantidad de movimiento, esa definición implica la discontinuidad de ambas teorías respecto del concepto de masa; si aceptamos la continuidad en relación a la masa, entonces la definición ya no cumple la condición de continuidad. La continuidad implica la discontinuidad y la discontinuidad implica la continuidad: la cuestión acerca de la continuidad o discontinuidad es *indecible*.

- ¿Os habéis dado cuenta de que lo importante en este caso no es la cuestión de la indecibilidad?
- Yo más bien creo que lo que aquí el autor ha decidido calificar como indecibilidad gödeliana es expresión de uno de sus argumentos centrales.
- ¿Me lo podéis aclarar las dos?
- Que la masa dependa de la interpretación que uno quiera darle y que no exista un concepto físico de masa al margen de las condiciones particulares en las que aparezca significa que, por sí misma, la «masa» no es nada, que no hay un substrato ontológico incuestionable; o sea, que la masa será lo que el intérprete entienda por tal, dependiendo del punto de vista desde el cual la interprete. Un intérprete clásico verá una constante; un intérprete relativista podrá ver una variable dependiente del tiempo.

Se trata de un problema lógico y, en consecuencia, irrelevante para un físico: las formulaciones matemáticas están ahí y pueden ser usadas. Más de tres cuartos de siglo demuestran que la relatividad puede sobrevivir muy saludablemente al problema de la indecibilidad. Lo cual nos alegra —a ese «nosotros» mayestático que aquí se expresa— enormemente porque muestra para el caso de la formalidad lógica, lo mismo que para el caso del rigor matemático, que se trata de un criterio de aplicación variable en la fundamentación de los argumentos físicos: si es útil se aprovecha, si plantea dificultades, se obvia. El principio de causalidad determina la posibilidad de demostrar que la luz es un caso límite; el principio de contradicción permite cuestionar la continuidad de física clásica y física relativista. En el primer caso, el principio lógico se «usa»; en el segundo se omite: uno puede entender lo que quiera por masa, se trata de una interpretación, de una opinión, de algo que, en definitiva, no atenta contra la consistencia (¡física!) de los conceptos formulados (matemáticamente).

[Quizá hubiera que reclamar en estos momentos la ayuda de ese profesor que tan clarívidamente nos enseñara que filosofía y metafísica no son lo mismo, para que nos aclarase si la distinción entre ambas es definible en abstracto o bien se trata, más bien, de una baza que un físico puede jugar cuando mejor le convenga: si la fundamentación lógica me ayuda, la llamaré «filosofía», si me estorba diré que es «metafísica». Seguro que para ese

³⁴ Y dicho concepto físico de masa inercial como una propiedad de los cuerpos que supone resistencia al movimiento se aleja de su definición cotidiana, «Fís. cantidad de materia que contiene un cuerpo» (acepción 9 de «masa»: Real Academia Española, 1992: 1332, tomo II). Aquí, introducir «materia» en la definición de masa nos llevaría a problemas conceptuales de muy complicada resolución...

físico los sentidos de ambos términos son muy distintos de los que podría expresar un filósofo ¿por qué él puede permitirse tales definiciones, que pertenecen a un ámbito en el que no es competente, mientras que a un filósofo difícilmente se le permitiría, desde su perspectiva filosófica, discriminar entre los conceptos causalidad y determinismo relativos a cuestiones físicas?...]

Por lo que respecta al argumento que demuestra que la velocidad de la luz es un caso límite, cabría entrar en la discusión acerca de la utilización de la reducción al absurdo como método de demostración lógica.³⁵ Dicha discusión volvería a introducirnos en los parámetros afines a la visión heredada y adquiriríamos una posición desventajosa. Consideremos igual de plausible el recurso a las demostraciones por reducción al absurdo que la discriminación entre filosofía y metafísica, la contraposición entre rigor matemático y plausibilidad física o la apelación a la nunca formalizable perspicacia del buen sentido común físico para saber qué camino elegir; en la práctica que define la constitución del conocimiento científico como tal, todos estos recursos no son más que evidencias de la incompatibilidad entre esa práctica como proceso (de producción) y sus posibles representaciones formales (productos).

Hemos de situarnos, pues, en la práctica, en la vivencia en la que se inscribió ese argumento, para evidenciar esa dimensión no formal en la que se substancia el proceso de aprendizaje cuyos productos ya consideramos en el capítulo precedente. Una vez desarrollado el argumento, el profesor nos advierte de que hay que tener cuidado cuando tratamos con “cuestiones de este tipo”: hay que tener presente si se está hablando de fenómenos físicos “reales” o bien de conceptos físicos “ideales”:

“Cuando uno trabaja con **cosas sin sentido** le pueden salir velocidades mayores que la de la luz; por ejemplo, las ondas planas, infinitas en el espacio y en el tiempo: no existen, son una herramienta matemática. Las ondas planas son lo más aburrido que existe: como no tienen fin, no transmiten información. Al operar con ellas resultan velocidades superiores a las de la luz: **no pasa nada, las ondas planas son un invento**” (subr. ntro).³⁶

La primera consideración ante tal afirmación nos lleva inevitablemente a señalar que se nos está diciendo que una herramienta matemática es un invento (“...las ondas planas... son una herramienta matemática... las ondas planas son un invento”). Entendemos que, puesto que la diferencia a la que se está aludiendo se establece entre fenómenos físicos reales y conceptos físicos ideales, la herramienta matemática es, matemáticamente hablando, un instrumento del que se dispone (un concepto físico ideal de naturaleza matemática) pero que no se corresponde con fenómeno físico real alguno (un invento, por tanto). De tal manera, que se está contraponiendo la idealidad matemática con la realidad física: una realidad física es que la velocidad de la luz en el vacío es una constante límite, en consecuencia, si llegamos a algún resultado contra-

³⁵ Szabo (1960) muestra como este método tiene un origen y un sentido «políticos», no filosóficos: se trataba de acallar al discrepante haciéndole ver que la defensa de su argumento llevaba a concluir algo que iba en contra de los principios políticos de la Polis; su postura entraba en contradicción, no con la coherencia lógica argumental, sino con los fundamentos políticos en los cuales esa argumentación era posible; la defensa de su posición lo convertía en «traidor» a la Polis.

³⁶ Notas tomadas en clase de la asignatura MO.

ditorio con dicha realidad, ello será fruto de una discordancia con los hechos y por ello atribuible a las herramientas utilizadas, herramientas ideales (en cuanto que impliquen conceptos físicos) o directamente invenciones (si su naturaleza es puramente matemática).

De una manera un tanto singular se está expresando aquí esa diferencia de naturaleza que contrapone la ciencia física a la ciencia matemática: la primera se enfrenta con unos hechos (realidad) que le imponen férreos límites, mientras que la segunda está enteramente libre de tal atadura, por eso puede «inventar».

La cuestión es que uno de los procedimientos característicos empleados por la física para el tratamiento matemático de los hechos son las aproximaciones: una aproximación matemática es una representación imperfecta de los hechos que se acerca bastante a la que se supone sería su representación adecuada. Pero igualmente podríamos decir que se trata de un invento matemático que resulta útil para ciertos propósitos físicos, a diferencia de otros inventos matemáticos que no son útiles en absoluto. Esto es: desde un punto de vista físico, la inventiva matemática puede a veces ser utilizada provechosamente; otras no ¿cómo discernir cuando dicha utilidad se presenta? Nada puede servirnos de guía (hemos de poner nuestros “dos dedos de frente” a trabajar y dejar los métodos para los tontos); por eso hay que tener cuidado, para no trabajar con “cosas sin sentido”.

Ese conflictivo maridaje entre física y matemáticas vuelve a ser protagonista en esta construcción práctica del saber físico que se desarrolla en las aulas de la facultad. El estricto rigor lógico-matemático nos conduce a la demostración del caso límite que es la velocidad de la luz (salvedad hecha de esa «condicionalidad» que señalábamos respecto del argumento matemático); un excesivo rigor matemático puede conducirnos a resultados sin sentido y a entrar en contradicción con los hechos físicos. Pese a que la teoría de la Relatividad se construye sobre una base axiomática no sujeta a interpretación alguna, a diferencia de la MC, también podemos ver en el desarrollo de sus argumentos cómo la puesta en práctica de la visión heredada evidencia lagunas que atentan contra la estricta coherencia formal del edificio construido.

En última instancia, además, toda representación física de hechos reales es una representación matemática. Es decir: las aproximaciones utilizadas por la ciencia física no «aproximan» los hechos a una representación imperfecta pero útil, sino que aproximan una representación inmanejable a otra manejable. La aproximación es una operación matemática que en el terreno de la ciencia física está orientada por criterios no matemáticos, o no solamente matemáticos. El trasfondo de esta disyuntiva es si realmente existen representaciones (matemáticas) «exactas» de los hechos físicos o bien si el saber físico ha de manejar esos «inventos» matemáticos, que constituyen la base de su representación de los hechos (físicos y reales), buscando siempre la conjugación entre manejabilidad (utilidad) y fidelidad (a los propios hechos: aproximación).

El conflicto, evidenciado por la nota de atención puesta por el profesor en la clase mencionada, se sitúa en el centro mismo del principio de objetividad propio de la visión heredada: aceptada la premisa de una realidad incuestionable, ajena a la modalidad representacional que se le aplique y a las operaciones cognitivas a ella dirigidas, el problema estriba simplemente en encontrar la representación que más y mejor se

ajuste a su «mismidad real». Las pruebas empíricas dictaminan el grado de ajuste entre representación y realidad. Está claro que las matemáticas, ciencia no condicionada por ese ajuste dictaminado por la prueba empírica, constituyen un «invento» del que el físico ha de servirse: si muestran su utilidad, se convierten en modelos, físicos, ideales de los hechos reales; si no, constituyen constricciones que hay que obviar.

Cabría, no obstante, otra forma de ver la cuestión. Dejando de lado la presupuesta objetividad e independencia de los hechos reales, podemos tener en cuenta, por el contrario, que la única forma de representación de los hechos físicos que se considera adecuada es la matemática. Entonces, tenemos que el límite dado al ajuste entre hechos y representación viene determinado por la disponibilidad de herramientas matemáticas útiles para dicha representación; es decir, sea cual sea la facticidad objetiva de los hechos, el único modo de representarlos es el matemático. Y, por supuesto, las pruebas empíricas destinadas a contrastar la adecuación de las representaciones a los hechos se diseñan matemáticamente, se diseñan atendiendo más a la modalidad representacional a contrastar que a los propios hechos.

Entre el cristal y el humo, entre la objetividad fáctica de la realidad física y los inventos matemáticos, la aptitud del físico para representar mediante modelos ideales adecuados los hechos que trata de conocer se desenvuelve en una tierra de nadie en la cual no hay métodos pre-establecidos que dictaminen la mejor forma de actuar en cada momento: saber cuando prescindir de los imperativos matemáticos en el desarrollo de un argumento físico es un conocimiento indispensable que no puede ser registrado bajo codificación formal alguna. Es necesario saber muchas matemáticas pero también saber usarlas de un modo no matemático, o más bien, de un modo no demasiado matemático (o tan matemático como la física permita).

IV.2.vii. Espacios en conflicto

Recordemos que en el capítulo precedente se había señalado una diferencia fundamental entre la física clásica y la cuántica en lo relativo a las mediciones y cómo estas afectaban a la condición que en cada caso se les puede asignar a los conceptos de variable dinámica y magnitud asociada a la misma (véase apartado III.3.i.c). La cuestión estaba relacionada con la existencia de dos «espacios» distintos implicados en el tratamiento físico de los fenómenos: el espacio «real» de los fenómenos «reales» y el espacio matemático de representación de dichos fenómenos. Problema que, en consecuencia, enlaza con la cuestión que abordábamos en el apartado precedente.

En el caso de la física clásica ambos espacios coinciden. Lo cual es equivalente a decir que el espacio físico en el que tienen lugar los fenómenos considerados se representa mediante un espacio matemático en el que, también, se representan los instrumentos matemáticos con los cuales se tratan dichos fenómenos. Pero en el caso de la MC no sucede eso: el espacio físico real no se corresponde con el espacio matemático correspondiente a las herramientas utilizadas. En la física clásica, la geometría es euclídea; en la física cuántica, la geometría es euclídea en lo que atañe a los fenómenos, pero no lo es en lo que se refiere a su tratamiento matemático: el espacio mate-

mático propio de las representaciones cuánticas es el espacio de Hilbert (véase apéndice A4).

Una vez puesta en juego la ESH, el físico ha de tratar con funciones de onda, las cuales implican la existencia de magnitudes imaginarias. Pero las magnitudes imaginarias no son expresión de fenómeno físico alguno, pues los fenómenos físicos son reales y, en consecuencia, sólo pueden ser representados mediante magnitudes matemáticas reales. Esto implica una disyuntiva entre espacio matemático de representación y espacio físico: el tratamiento matemático de los fenómenos cuánticos contiene magnitudes matemáticas incompatibles con la constitución física de los fenómenos tratados.

Claro: uno se pregunta «pero... ¿qué es el espacio?». La pregunta pudiera ser filosófica o metafísica, según hemos visto que la diferencia atañe a la fundamentación del conocimiento o bien a la simple especulación sin sentido.

- ¡Chicas, nos toca de nuevo salir a escena!
- A ver; esto del problema del espacio tiene dos lecturas: el espacio pudiera ser «algo» real que, desde un punto de vista físico estaría sujeto a determinada representación matemática, o bien pudiera ser algo distinto en el caso de la realidad que en el caso de la formulación matemática.
- Quisiera señalar que el autor no confiesa las serias dudas que le suscita el problema en cuestión: él mismo no tiene claro esto del espacio...
- Y él te diría: «es que en ningún momento a lo largo de la asistencia a clases ningún profesor señaló que ahí hubiese problema alguno». El espacio es un concepto intuitivo a la mano de cualquier persona; cuando uno comienza unos estudios como los de física le salen al paso unas cosas llamadas «espacios matemáticos», harto lejanos de la intuición cotidiana.
- Perdón: el espacio euclídeo, el primero de los espacios matemáticos que se «inventaron», era la formalización matemática del espacio intuitivo cotidiano. Estamos faltando al rigor: espacio euclídeo, espacio de Lobachewsky o espacio de Riemann³⁷ son entidades matemáticas de la misma naturaleza: el primero pretende representar el espacio cotidiano, los otros son alternativas matemáticas que se separan de la intuición cotidiana (incluyen entre sus axiomas la definición de rectas paralelas que se cortan). ¡Pero el espacio de Hilbert es una estructura matemática que no es equiparable con ellos! Es, simplemente, la estructura que permite determinar la naturaleza y relaciones de ciertas entidades matemáticas que constituyen un conjunto particular dentro del total de las entidades matemáticas posibles.
- Pero los otros espacios también son estructuras matemáticas: determina la naturaleza y relaciones de entidades matemáticas.
- No: el espacio de Hilbert no es un «espacio», es un «espacio de funciones», los otros son espacios en sentido absoluto: engloban todas las entidades matemáticas.

³⁷ Sobre el surgimiento histórico de los espacios no euclídeos de Riemann y Lobachewsky, pueden consultarse Kline (1992), Boyer (1987), Collette (1985).

ticas posibles. El de Hilbert es un subconjunto pequeñito dentro de esos espacios.

- La cosa pinta cada vez peor: el espacio matemático de funciones de Hilbert, en tanto que subconjunto limitado a sólo determinadas entidades matemáticas (ciertas funciones de un tipo particular) pudiera no ser incompatible con el espacio euclídeo, el cotidiano, el intuitivo... pero sigue existiendo el óbice de que implica magnitudes imaginarias, lo cual es incompatible con dicho espacio euclídeo «real». O sea: ese espacio implica un espacio, digamos de los grandes, que no es el euclídeo.
- Según la MC no. La física relativista sí implica un espacio no euclídeo al romper con la noción absoluta de tiempo y establecer el continuo espacio-tiempo: la dimensión espacial de ese continuo responde a la geometría riemanniana, no euclídea. Pero la geometría cuántica sigue siendo euclídea.
- O sea, no es lo mismo «espacio» que «geometría»: la representación matemática del espacio real es una geometría —que en el caso de la relatividad no es euclídea, pero en el de la MC sí lo es—, mientras que lo representado por esa geometría es el espacio propiamente dicho; con el agravante de que hay estructuras matemáticas, no representativas de espacio real alguno, que se denominan «espacios», y que, además, son caracterizados por una geometría particular. El espacio es un substrato (sea real o puramente matemático) y la geometría su descripción (siempre matemática).
- ¡Justo! Y aquí tenemos confrontados un espacio real con un espacio matemático, y el segundo no pretende, matemáticamente hablando, ser representación de espacio real alguno (y habríamos de añadir, como ya se ha visto, que se especifica una «geometría» para dicho espacio, enredando más todavía las cosas... aunque no debemos seguir por aquí...).
- Y volvemos al principio: porque resulta que el espacio real, que no es la cuestión en este momento, en el caso de la MC se representa mediante un espacio matemático incompatible, constitutivamente, con él, porque implica cantidades imaginarias.
- Es decir, tras tan improductivo circunloquio, corroboramos la idea de que hay dos espacios implicados en el tratamiento cuántico de los fenómenos físicos...
- Pero si la representación pretende representar habrá de buscar cierta homología con lo representado: ¿cómo se acepta como representación más adecuada de ciertos fenómenos, reales, una que supone unidades imaginarias?³⁸
- Será, digo yo, por lo mismo que la f.o. se supone que caracteriza la dinámica (real) de las partículas, pero a la hora de determinar dicha dinámica (posición,

³⁸ No es nada evidente que se pueda sostener un argumento que apela a la relación intrínseca que debiera haber entre una representación y lo que ésta representa: «...el lazo entre la idea y el sonido es completamente arbitrario (...) lo arbitrario del signo nos hace comprender mejor por qué el hecho social es el único que puede crear un sistema lingüístico. La colectividad es necesaria para establecer valores cuya única razón está en el uso y en el consenso generales...» (Saussure, 1991: 187). El argumento de la homología formal como fundamento, referida a la metodología, de la reflexividad ha sido planteada por Woolgar y Latour (1986), como hemos visto. —¡Pero se supone que aquí nos las tenemos con representaciones realistas y no meros «signos»!

velocidad, cantidad de movimiento...), de la propia función de onda, que implica magnitudes imaginarias, se «extrae» un valor real: las f.o. pertenecen al espacio de Hilbert; los valores representativos reales que se obtienen a partir de ellas pertenecen al espacio real, euclídeo.

RESPUESTA: Estáis haciendo «metafísica». Recordemos dos cosas: primero, que la filosofía, que no metafísica, tiene que ver con los fundamentos del conocimiento; segundo, que la plausibilidad física está por encima del rigor matemático. Cuando especulamos acerca del sentido del vocablo «espacio», entraremos en disquisiciones metafísicas si tratamos de asimilar un concepto común con el análogo técnico; filosóficamente hablando, habríamos de señalar que todo espacio matemático se funda, en su origen euclídeo, con el espacio común, pero con la evolución de las matemáticas se han ido creando espacios, estrictamente matemáticos, que se derivan de ese origen pero que ya no se corresponden con su correlato intuitivo. La utilización del mismo vocablo tiene una razón de ser genética, no sustantiva. Pero además, en función de la preponderancia de la plausibilidad física sobre el rigor matemático, no hay impedimento alguno para desarrollar esos espacios matemáticos como herramientas (conceptos ideales, si se presupone un substrato físico, meros inventos si no se presupone tal substrato) de trabajo si demuestran su utilidad; en el momento adecuado, abandonaremos el rigor que ellos nos puedan imponer para establecer, por encima de él, la plausibilidad física: si en el espacio real de los fenómenos físicos no hay magnitudes imaginarias y trabajamos con herramientas que las contienen, se trata, simplemente, de eliminar dichas magnitudes mediante algún procedimiento amparado por esa plausibilidad física: la transición de la f.o. (perteneciente a un espacio de Hilbert) a la probabilidad definida por su módulo cuadrado (perteneciente al espacio euclídeo de las magnitudes reales) es una buena forma de solucionar el problema.

(Hablando de metafísica: «La imaginación por sí sola ¿no puede agrandar sin límite las imágenes de la inmensidad? (...) el ensueño (...) empieza siempre del mismo modo. **Huye del objeto próximo y en seguida está lejos, en otra parte, en el espacio de la otra parte** (...) Cuando esa *otra parte es natural*, cuando no habita las casas del pasado, es inmenso (...) Si pudiéramos analizar (...) las imágenes de la inmensidad (...) entraríamos pronto en una región de la fenomenología más pura —una fenomenología sin fenómenos o, hablando menos paradójicamente, una fenomenología que no tiene que esperar que los fenómenos de la imaginación se constituyan y estabilicen en imágenes (...)—» (Bachelard, 1994: 220-221; subr. ntro.) ¿estaremos supeditados, en consecuencia, con la cuestión de la representación espacial, a la inmensidad inalcanzable que nuestra imaginación trata de abarcar con un «ensueño fenomenológico»...?)

No nos debe de extrañar, a estas alturas, que la construcción de la geometría propia de esos espacios de funciones de Hilbert se desarrolle a partir de la analogía con la geometría que define al espacio euclídeo:

“En el espacio euclídeo la geometría se construye sobre los conceptos de distancias y ángulos, y se fundamenta en la existencia de producto escalar. En [el espacio de las funciones de cuadrado integrable] la geometría que se puede construir no es una geometría de puntos sino de funciones; sin embargo, los conceptos primordiales se establecen por analogía con los

tradicionales euclídeos... es posible construir la geometría de dichos espacios, y es ésta, precisamente, la gran utilidad que reportan en Mecánica Cuántica”.³⁹

Pero es mucho más interesante para nosotros considerar la significación de esos espacios de Hilbert, no en términos de su utilidad instrumental como herramientas de la mecánica cuántica, sino en lo que se refiere a la cualidad atribuible a los mismos que se deriva de la interpretación probabilística, o dicho de otra forma, en tanto que pueden ser interpretados en términos de la interferencia que supone toda «observación» cuántica sobre lo observado. La transición de las f.o. a las probabilidades por ellas definidas, de la descripción matemática de la dinámica de los fenómenos a su comprobación efectiva, implica una medición, un «acto de medición». Ya sabemos que el resultado de ese acto es una medida de probabilidad asociada a una cierta incertidumbre, porque el acto real de medir altera las condiciones de lo que se mide. Resulta que los espacios de Hilbert pueden ser entendidos como esa interferencia que comporta toda medición:

“En Mecánica Cuántica, cada aparato de medida está asociado a un espacio de Hilbert: lo que se mide entra en el aparato de medida, es un vector de H ; lo que resulta, la medición efectuada, es sólo su proyección en un subespacio de Hilbert de H ”.⁴⁰

Es decir: la aplicación matemática de las características de los espacios de Hilbert en virtud de la geometría que los define nos permite pasar del espacio propio de nuestras herramientas matemáticas al espacio real en el que los fenómenos tienen lugar. Por tanto, el espacio de Hilbert no representa al espacio real, sino que en realidad, de suponerse representación de algo, sería de nuestro aparato de medida: el espacio de Hilbert, como representación de nuestro aparato de medida nos dice cómo se transforma el fenómeno observado por efecto de la medición que de él hacemos; nuestra representación es una f.o., un «vector» (función) del espacio de Hilbert; si le aplicamos los operadores pertinentes, operaciones definidas en ese espacio de funciones, el resultado es una «proyección» que representa los efectos de la medida que hemos hecho. En consecuencia, podríamos decir, los espacios de Hilbert pueden ser entendidos como la representación de los fenómenos cuánticos que toma en consideración tanto su caracterización matemática (que no tiene una correspondencia inmediata con el mundo real) como los efectos que producen sobre tales fenómenos nuestras mediciones (efectos que transforman la representación puramente matemática en una representación física del fenómeno real).

Si aceptamos esta interpretación, tenemos como consecuencia que nuestros aparatos de medida no sólo se verían caracterizados matemáticamente como una interferencia sobre aquello que miden, sino que, además, evidencian su carácter inexacto, el hecho de que toda medición habrá de ser de carácter probabilístico, además de por la presuposición de una realidad constitutivamente probabilística (lo cual es fruto de un presupuesto interpretativo de la MC), porque la caracterización matemática de esos aparatos de medida nos dice que sólo pueden producir resultados aproximados:

³⁹ Apuntes de la asignatura M1.

⁴⁰ Notas, *Ibíd.*

“El concepto de proyección ortogonal tiene una enorme importancia en la práctica: supongamos que el subconjunto M está formado por funciones sencillas pertenecientes a H , y que v es una función complicada. A partir de la proyección ortogonal v_M , la más próxima a v , podemos obtener una función sencilla (aproximaciones, desarrollos en serie, etc.) que será la función sencilla que mejor describa el fenómeno complicado que es v , cuya representación matemática rigurosa puede ser de resolución complicada, o incluso imposible. Esto es, la mejor aproximación sencilla de v es v_M , su proyección ortogonal sobre el conjunto M de funciones sencillas”.⁴¹

Hemos constatado algo en absoluto novedoso: el carácter aproximado de los resultados físicos en virtud de la inexactitud propia de los métodos de medición, de que todo aparato de medida, por ser real y no ideal, implica imprecisión. Ahora bien: en mecánica clásica esta imperfección derivada de la medición como acto práctico debía ser entendida como resultado de la imposibilidad de alcanzar en la práctica una exactitud que la teoría sí suponía; como resultado, entonces, de una imperfección puramente metodológica. En MC, por el contrario, la imperfección de toda medición es un presupuesto teórico, se incluye como caracterización de todo aparato de medida y ello afecta a la propia teoría, pues la medición, como interferencia, constituye parte de los presupuestos teóricos sobre los que se trabaja. En última instancia, podríamos decir que lo que en mecánica clásica era un defecto operativo que la teoría debía asumir, en MC, en cambio, es un éxito teórico que se contrasta empíricamente cada vez que se realiza una medición. Las medidas inexactas no son consecuencia de una falla metodológica, sino el resultado inevitable, incluso confirmador, de una teoría que entiende que aquello de lo que trata es intrínsecamente inexacto (probabilístico).

- ¿No os parece que estamos cayendo en los registros propios de la ortodoxia? Todo esto suena a una caracterización objetivista de las cosas: el acto de medición como presupuesto teórico que implica una inevitable contrastación empírica de la constitución probabilística de la realidad física (de hecho el sustantivo «realidad» y el calificativo «real» han aparecido en el texto)
- Tienes razón; pero quizá —y perdóneseme que aquí actúe a favor del autor monologuista— se trate de una versión de la ortodoxia inevitable en términos de un actor participante de un proceso que funciona bajo los presupuestos de dicha versión. Se nos está relatando la vivencia subyacente a los resultados formales que se han expresado previamente, luego es consistente con ello que en esta representación de ese proceso vivencial que fue el aprendizaje, el ahora «observador» exprese sus conclusiones en tanto que «participante» que entonces fue, y por eso asimile esas visiones substancialistas y objetivistas.
- Pues a mí me suena más bien (enésimamente) a estrategia retórica: estamos viendo anticipos argumentales de lo que más tarde serán unas «conclusiones»; creo que el autor está preparando el terreno para hacer más plausibles las afirmaciones posteriores; y en ese sentido, ciertamente, cae en las prácticas formalizadoras que se le critican a la visión ortodoxa del conocimiento científico.

⁴¹ Notas, *Ibíd.*

- ¿Y todo eso es bueno o malo, me pregunto?
- Dependerá, entiendo yo, de lo que posteriormente implique todo lo que se está diciendo ahora. Sea participante, sea ortodoxo, estamos asistiendo al desarrollo de una nueva visión parcial de las cosas; sin esperar que se concluya con una visión completamente integradora, la intención es una síntesis creativa de las distintas posiciones y perspectivas que se conjugan en la vivencia procesual del proceso de investigación (creo que más adelante, la cuestión de la textualidad como presunto dispositivo reflexivo nos situará en el momento actual de dicho proceso y lo que implica en términos de los presupuestos de partida).
- Si vamos a ser así de condescendientes, la cosa pinta mal...

¡No! Está bien. Entiendo, según lo que acabáis de decir, que el ejercicio actual toca a su fin. Si alguna «evidencia» hubiera que poner de manifiesto aquí, ya lo ha sido. Respecto a la dualidad espacial, podemos considerarla un ingrediente más de esa otra dualidad en la que matemáticas y física se encuentran instaladas en la vivencia del alumno (al lector dejamos, si lo estima necesario, extraer alguna «conclusión» parcial al respecto).

Puesto que no tratábamos con «notas de campo» al uso, quizá la utilización de las mismas no cumpla los requisitos que se les demanda; el recorrido no estaba trazado de antemano y las sendas tangenciales quizá nos hayan seducido demasiado. En fin, aquí culmina este segundo recorrido interpretativo y a partir de él se inicia la siguiente etapa del periplo (que sí intuimos hacia dónde nos ha de conducir).

IV.3. Saliendo «más allá» de la ecuación

En este momento, estamos en condiciones de suministrar «pruebas» a favor de nuestro planteamiento: se ha operado un doble proceso de reconstrucción formal, o bien, un único proceso en dos pasos; en el primero, se ha procedido a la recopilación de los conceptos físicos y las herramientas matemáticas necesarios para una comprensión «física» de la ESH; en el segundo, se han suministrado fragmentos de la vivencia procesual en virtud de la cual el investigador / alumno fue adquiriendo dichos conceptos y herramientas. El primero pudiera considerarse una versión más o menos acorde con la «visión heredada» de lo que la ESH es, en tanto que el segundo es una puesta en cuestión de dicha visión a la luz de la contextualidad vivencial, práctica, no formalizable y subjetiva que da cuerpo al sujeto competente para la formulación, comprensión y manejo de los contenidos de la primera parte.

No obstante, en cierto sentido, podríamos decir que ese segundo proceso de reconstrucción «observacional» es un paso atrás: es cierto que pone en juego criterios interpretativos que son producto de la misma experiencia práctica que se trata de comprender, que es por tanto el resultado de la puesta en funcionamiento de esa dimensión reflexiva de la investigación que requerían las propuestas de Garfinkel; pero, lamentablemente, constituye una operación análoga a la de la primera parte, pues en última instancia se trata de una representación textual y en consecuencia formal de algo de

go de naturaleza vivencial y en consecuencia no formalizable. Es cierto que se apoya y nutre de los conceptos y herramientas desarrollados desde la perspectiva estrictamente participativa puesta en juego en el trabajo de campo y, por lo tanto, suministra una visión en la que no se utilizan elementos extrínsecos al propio proceso práctico que se trata de comprender, superando con ello la principal crítica que se hacía, tomando como referencia el trabajo de Woolgar y Latour, a los estudios antropológicos de laboratorio, pero con ello lo único que se ha conseguido es poner en evidencia una dualidad en cuanto a las posibilidades de interpretación de la ESH. Cabe aceptar la ecuación desde la perspectiva que la entiende como un resultado consolidado y no problemático dentro del proceso acumulativo de producción de conocimiento científico, o bien cabe entenderla como una manifestación particular de un modo de «vivir en el mundo», de poner en práctica ciertas estrategias cotidianas de resolución de problemas a la hora de enfrentarse a la tarea de conocer científicamente algo. Una y otra vendrían a representar visiones incompatibles de la ESH, interpretaciones divergentes de un mismo «hecho».

Persistiría entonces la idea preconcebida, herencia enquistada de nuestros esquemas cognitivos consolidada por la visión heredada, de que al margen de ambas interpretaciones la ESH permanece como objetividad incuestionable, independiente e imperturbable frente a las distintas visiones que podamos tener de ella.

Hemos de suprimir esa permanencia: hemos de aceptar la «destrucción» de la ecuación: la dualidad interpretativa no significa que se haya puesto sobre el tapete la posibilidad de una elección entre distintas alternativas, sino que la ESH ya no existe con independencia de nuestra posible interpretación de ella, y que dado que se ha evidenciado dicha dualidad, es de ella de la que ha de surgir el sentido de la ecuación y con él, lo que la propia ecuación sea.

De igual manera que en el proceso práctico de la investigación ambas perspectivas se conjugaban en la vivencia práctica que suponía el aprendizaje en la facultad, y ambas constituían al sujeto de conocimiento inscrito en dicho proceso, de esa misma manera, ahora, en el momento de la reconstrucción formal de ese proceso, se han de conjugar ambas dimensiones, facetas, constituyentes o como se les quiera llamar: la ecuación es, ha de ser, el resultado de la conjugación de ambas interpretaciones pues ambas contribuyen a dotar de sentido a la ecuación, ambas son expresión de esa dualidad vivencial a la hora actual de realizar la reconstrucción formal de la misma. Disolver la dualidad optando por una de las posibles alternativas significaría eliminar un ingrediente constitutivo del proceso de construcción de conocimiento del cual forma parte este texto. Si en el desarrollo práctico de la investigación dicha dualidad se conjugaba vivencialmente por muy imposible que pareciese sostenerla en términos lógicos, ahora habremos de aceptar la premisa práctica de su existencia en aquel momento y con ello, que ahora la tarea es preservarla en nuestro intento de interpretación de la ecuación.⁴²

⁴² Esa dualidad constitutiva de la práctica de la investigación era perfectamente sostenible pese a la aparente imposibilidad lógica que representaba por la sencilla razón de que la lógica no es sino una forma, entre muchas posibles, de interpretar las cosas. Desde la perspectiva que aquí se defiende basta simplemente con recordar la prioridad de la perspectiva interpretativa sobre la existencia objetiva de lo interpretado. Es decir: una interpretación lógica de la práctica constitutiva del conocimiento científico, simplemente, no nos sirve, pues evidenciaría la existencia de un «problema» que de hecho no se expe-

«...es justamente al vencer una de las razones cuando la razón pierde, ya que ella consistía precisamente en la contradicción entre una y otra; por fuerza, cada una de las dos partes del juicio miente, y es la contienda entre ambas la que era verdad. Así es como, al tener razón uno, pierde la razón» (García Calvo, 1985: 78).

Es necesario que nos «salgamos» provisionalmente de la ecuación, de la reconstrucción de su sentido inmediato anclado en el proceso práctico y vivencial fruto del cual son estas páginas, para mostrar someramente qué resultados arrojaría la opción por una de las alternativas posibles y cómo dicha elección resulta una apuesta tan fácilmente asumible como improductiva en nuestro caso.

IV.3.i. La ecuación bajo las premisas de la SCC

La SCC surgió como visión alternativa y crítica a la que se tenía tradicionalmente del conocimiento científico y que la filosofía analítica había consolidado. En consecuencia, en virtud de la perspectiva sociológica de la que aquí se parte y con el apoyo de las evidencias aportadas en el apartado precedente, habríamos de suministrar una interpretación de la ESH que tomase dichas evidencias como contrapunto y crítica a la interpretación rigurosamente física de la misma. Las opciones serían múltiples y no pretendemos ser exhaustivos; tan sólo trataremos de ejemplificar dicha posibilidad mediante la puesta en escena de algunas variantes a nuestro alcance.

Desde las premisas de la SCC surgidas a partir de la crítica kuhneana al funcionamiento y evolución del conocimiento científico (Kuhn, 1981), por tomar uno de los primeros intentos de ruptura con la visión heredada, la interpretación de la ESH sería bastante sencilla. Son las comunidades científicas las que promueven, sancionan, validan y en su momento substituyen los paradigmas científicos que constituyen el substrato de su visión del mundo y de su proceder en el intento de conocerlo. Los cambios de paradigmas son procesos revolucionarios que implican rupturas y discontinuidad en el progreso histórico de los avances científicos: cuando un paradigma científico ha substituido a otro precedente, ello implica un cambio gestáltico en la concepción del mundo que los científicos aplican en su tarea de conocimiento: conceptos, herramientas técnicas y heurísticas, protocolos de procedimiento, racionalizaciones justificativas, etc., todo el mapa conceptual y operativo que es fundamento de la práctica científica, dice Kuhn, sufre una transformación revolucionaria.

El propio Kuhn nos propone como ejemplo el concepto físico de «masa» en relación con la transición de la física newtoniana a la relativista. Entre ambos paradigmas

rimentó como tal. Basta con tener en cuenta que la lógica, la consistencia lógica de los resultados fruto de esa práctica del conocimiento científico, es uno de los pilares en los que se apoya la interpretación del conocimiento científico propia de la visión heredada. Que aquí se esté incurriendo en alguna «inconsistencia lógica», lejos de ponernos nerviosos, nos alienta a seguir adelante, para mostrar que, pese a ello, o gracias a ello quizá, la actividad práctica puede con todo rigor ser considerada como fundamento del conocimiento científico.

existiría lo que Kuhn denomina «inconmensurabilidad», pues presuponen visiones del mundo incompatibles,⁴³ y dicha inconmensurabilidad se puede poner en evidencia a través del concepto masa que se aplica en ambos casos: se puede demostrar lógicamente, como hemos visto en páginas precedentes (véase el apartado IV.2.vi), la continuidad entre ambas teorías físicas de manera aparentemente sencilla; pero también hemos comprobado que esa «prueba» implica la evidencia de que el concepto «masa» ha adquirido un significado substancialmente distinto en la física relativista del que tenía en la newtoniana: la masa física se ha transformado en una variable dinámica, depende del tiempo, que a su vez ha dejado de ser un tiempo absoluto, y es intercambiable con la energía. La aparente continuidad formal de ambas teorías evidencia, al justificarla, una discontinuidad substancial, y ello depende, según Kuhn, de que cada una de ellas se desarrolla a partir de un esquema cognitivo y operativo global incompatible con el de la otra.

En estas páginas hemos recogido la evidencia de dicho argumento: se ha comprobado que en la vivencia práctica de aprendizaje del alumno de ciencias físicas, en algún momento concreto se ha visto enfrentado en clase ante tal constatación y ha oído que lo que la masa sea dependerá de «lo que uno quiera entender por masa». Justificada sería entonces una interpretación de la ESH como evidencia sintomática de la transición paradigmática que supone la aparición de la MC, pues también hemos comprobado cómo el intento de presentarla al alumno bajo la apariencia de un resultado lógicamente consistente, en virtud de un razonamiento deductivo riguroso, no es posible al tener en cuenta que el punto de partida necesario no se puede fundamentar lógicamente de modo alguno. Se ha de aceptar *a priori* una concepción probabilística, no determinista, del mundo si se quiere dar sentido a la ESH; se han de obviar posibles interpretaciones alternativas; que en el tratamiento formal de estas cuestiones se pretenda eludir esta ruptura confirmaría, a su vez, que los procedimientos operativos del proceder físico, como también señala Kuhn, tienden a ocultar estos saltos paradigmáticos, las rupturas revolucionarias que implican y la inconmensurabilidad en que se encuentran. En definitiva, habríamos demostrado las tesis de Kuhn y podríamos amparar nuestro trabajo de campo en un precedente significativo.

Lejos de tal tranquilidad, podemos recordarnos a nosotros mismos que aceptar esta conclusión implicaría una vez más la superposición de un criterio de cosecha propia, el de «inconmensurabilidad», a un proceso que en sí mismo no integra la posibilidad de generar interpretación alguna a partir de él; habríamos anulado la reflexividad constitutiva de la investigación de la que partíamos. Podemos considerar que la

⁴³ Esta concepción de Kuhn ha sido explotada por Lizcano (1993), que realiza un estudio de la inconmensurabilidad en el ámbito de las matemáticas, donde la misma se remitiría al «imaginario social» en el que se gestaría un paradigma; la inconmensurabilidad no sería una cualidad interna sino el resultado de un medioambiente cultural inconmensurable: «Los respectivos imaginarios sociales orientan maneras de hacer matemáticas que son irreductibles entre sí y llegan a determinar radicalmente los propios contenidos del trabajo matemático (...) Hay tantas matemáticas como formas de pensar y de hablar en las que los diferentes imaginarios sociales se expresan y se comprenden a sí mismos» (1993: 265). También Benoit (1991) considera las interrelaciones entre matemática y entorno social, al estudiar «...cómo, a finales de la Edad Media, los matemáticos, habiendo sido encargados por los mercaderes de Florencia y otros lugares de enseñar el cálculo a sus hijos, practicaron el álgebra y lo que de ello se siguió» (Benoit, 1991: 225). Otro tanto hace Livingston (1999) que considera que la práctica matemática se inscribe en un contexto que caracteriza como «cultura de la prueba».

inconmensurabilidad es un problema para los filósofos, empeñados en la búsqueda de una panacea para la elección entre teorías basada en la verosimilitud, el aumento de contenido, la explicación o la predicción, pero no lo es para los científicos, que disponen y usan numerosas técnicas *ad hoc* para dirimir la utilidad de teorías inconmensurables, esto es, para elegir entre lo que de hecho son dos idiomas que no comparten el mismo universo semántico. Averiguar los medios subjetivos (locales) que emplean para ello supondría un incentivo para emprender estudios empíricos sobre la investigación científica.⁴⁴

Podríamos considerar nuestro trabajo, fruto de tal incentivo, un paso en ese sentido y recoger las directrices de la SCC para el tratamiento de la información recabada. Cabría así, por ejemplo, reducir el sentido de ese proceso de aprendizaje del que se ha participado al de una especie de adoctrinamiento dogmático en el que el neófito aprendería la lógica propia de la práctica que ha de llevar a cabo pero sin que ello implique adquisición de conocimiento alguno; tan sólo implicaría la interiorización de un «estilo» de hacer las cosas, un estilo racional, pero para cuyo aprendizaje se requiere un adoctrinamiento completamente irracional. Según Fleck, no es posible comprender ni evaluar una idea científica salvo en el contexto de un estilo; para que los neófitos entiendan ese nuevo estilo se requiere proselitismo, de tal modo que se someten a una iniciación dogmática —para el inexperto no hay conocimiento, sólo aprendizaje—. Durante ésta, las palabras, que carecen de significado fijo, adquieren su sentido en el marco del estilo. Cuando se lo ha interiorizado, éste produce conocimiento de modo natural y el sujeto olvida que ha sido instruido irracionalmente. Los manuales son esenciales en esta iniciación (Fleck 1986).

Hemos extraído información de los manuales que se manejan en la facultad de ciencias físicas y hemos suministrado información relativa al tratamiento que en ellos se hace de determinadas cuestiones que bien podrían servir de prueba para un argumento de este tipo. Sería relativamente sencillo sostener esa idea de que el aprendizaje del neófito implica un proceso de instrucción en el que se aprende sin conocer y de modo irracional para ulteriormente estar en disposición de aplicar lo aprendido a la producción de conocimiento perfectamente racional. Y un aprendizaje, además, que implicaría, como parte del proceso, que se olvide su infundamentación racional.⁴⁵

La ESH sería uno de tantos frutos del conocimiento científico a los que el alumno habría de acceder mediante ese particular proceso de aprendizaje e instrucción, y se le habría suministrado el «estilo» adecuado para que lo asimilase como producto acaba-

⁴⁴ Algunos autores han criticado el concepto de «inconmensurabilidad» (Taylor, 1984; Watkins, 1970): estas críticas aplican discriminaciones puramente analíticas con las que se pretende preservar la racionalidad científica contra la que dicha inconmensurabilidad atentaría. No compartimos dicha pretensión y, al igual que ha expresado Feyerabend (1970, 1981, 1984), somos partidarios de una ciencia menos racionalista y más subjetiva o, como él dice, más humana.

⁴⁵ Idea que nos recuerda el singular sistema de adoctrinamiento ideológico al que se veían sometidos los personajes de *1984* (Orwell, 1997): el «doblepensar», que implicaría la capacidad de cambiar por completo las verdades fundamentales sobre las que asentar su existencia siempre que ello fuera necesario, pero olvidando inmediatamente que se había realizado el cambio para creer que las nuevas verdades eran las que siempre habían sido y las que siempre habrían de ser. Ello significaba la capacidad simultánea de olvidar la relatividad de tales verdades, y de su relativización de hecho siempre que ello fuera necesario (olvidar, pero no olvidar que se ha olvidado).

do, de tal manera que, ulteriormente, olvidada esa fase de aprendizaje, pudiera ver en él toda la racionalidad propia de la actividad científica que habría de ser su labor profesional. Habríamos asistido, entonces, a la manifestación de dicho aprendizaje y de cómo, ya en él, se va inculcando al alumno la «fe» en la racionalidad mediante unos procedimientos formales que apelan a ella y pretenden estar sostenidos por ella, cuando, de hecho, operan sobre todo sirviéndose constantemente del recurso a la analogía; todo formaría parte de la adquisición de ese estilo de hacer las cosas del que nos habla Fleck.

Esta perspectiva, en todo caso, implicaría una especie de anticipo de la interpretación definitiva: una vez aceptado ese sentido del proceso de aprendizaje, habría que inscribir los resultados empíricos de la investigación en una visión más amplia que tratase de comprender los logros de dicho aprendizaje en términos de su «puesta en juego», es decir, hacia dónde conducen al sujeto que ha participado en ese aprendizaje y cómo vivirá su práctica científica.

Para ello, podría servirnos de referencia el instrumentalismo epistemológico de Laudan (1985), según el cual la justificación de los contenidos de una tradición, esto es, su teoría de la verdad o verosimilitud, es lógicamente independiente de la evaluación de su capacidad para alcanzar sus fines (aquí, resolver problemas), es decir, de la teoría de la racionalidad, que depende de una evaluación externa realizada por las cohortes siguientes de investigadores y filósofos. Ello implicaría que las cuestiones acerca de la inconsistencia lógica de las presentaciones formales habríamos de utilizarlas, entendiéndonos a nosotros mismos como parte de esas cohortes siguientes, no para poner en cuestión las inconsistencias internas del conocimiento al que tratamos de acceder, sino para comprobar si son «útiles» para resolver los problemas a los que se ha de enfrentar el científico.

Así reorientado nuestro interés, tendríamos que considerar la crítica que el Programa Fuerte dirige a las propuestas tanto de Laudan (Ibíd.) como de Lakatos (1970, 1978, 1982, 1987), al considerar que producen reconstrucciones racionales substrayendo a los sucesos considerados sus aspectos contextuales. Atendiendo a esta contextualidad, que significaría ratificar uno de los aspectos que aquí hemos considerado esenciales a la hora de entender la práctica científica, hemos a su vez de tener en cuenta que todo científico procura hacer sus afirmaciones tan verosímiles como puede, para lo cual las apoya en las mejores razones de las que cree disponer. Para explicar la creencia de un actor hay que investigar de qué información dispuso y qué criterios empleó para discriminar su pertinencia; esos factores *son* el contexto que hace inteligible la evidencia documental de un caso de estudio. Ya hemos suministrado la información necesaria para establecer la contextualidad sobre la que el futuro científico podrá elaborar tales evidencias documentales: en su proceso de aprendizaje, la información a la que accedió fue un enorme aparato de construcción formal en el cual —según podemos concluir de las «pruebas» de nuestro trabajo empírico— los criterios de decisión, más allá de la presupuesta y sólo aparente en muchas ocasiones, coherencia lógico-formal, los criterios de decisión a los que se apelaba eran el sentido común, lo

razonable en términos físicos, la plausibilidad física frente al rigor matemático, o el recurso a la analogía con conocimientos firmemente consolidados por la tradición.⁴⁶

Todo ello hemos de referirlo, entonces, no al ámbito de la veracidad o verosimilitud de los contenidos conceptuales implicados en tal contexto, sino a la utilidad para la resolución de problemas que tendrán para el futuro físico.⁴⁷ Esta perspectiva, en consecuencia, nos resulta útil de partida, pero únicamente nos lleva a ratificar algo que defendíamos de partida: en la presente investigación se ha llevado a cabo una tarea preliminar que nos sitúa en disposición de abordar ulteriores estudios empíricos pertrechados de un conocimiento «nativo» que entendemos como indispensable. Ahora bien, anticipando esa focalización de la investigación hacia la utilidad instrumental que se presupone orientaría al científico en su actividad, el entrenamiento en las aulas de la facultad ya ha evidenciado que la meta antecede o es prioritaria al método por el cual se puede alcanzar («el método es para los que no tienen dos dedos de frente»);⁴⁸ ante un problema el alumno presupone la existencia de un (único) resultado correcto y se trata de obtenerlo como sea. Suponemos que esta estrategia servirá al menos de referencia en su actividad futura; para constatarlo, sería útil considerar el planteamiento propuesto por Bloor, retomando el *modelo reticular* para el lenguaje descriptivo de Mary Hesse.⁴⁹

⁴⁶ Esta apelación a la tradición consolidada que hemos comprobado se aplica en las aulas de una facultad de ciencias físicas corroboraría la interpretación de Barnes: «el punto clave que hay que establecer es que una teoría es una *metáfora* creada para entender fenómenos nuevos, anómalos o insólitos, ya en términos de una parte familiar y bien ordenada de la cultura existente, ya en los de un modelo o una representación construidos a propósito, y que los recursos culturales existentes nos capacitan para comprender y manipular (...) Técnica, teoría y lenguaje de observación (son) inteligibles sólo en términos recíprocos y así es como se aprenden» (Barnes 1974: 49-50). Nosotros, más que de una alternativa entre el recurso a lo ya consolidado y la creación de modelos adecuados al propósito particular perseguido, hablaríamos de la conjugación de ambas estrategias; en la ESH tenemos una singular combinación: la mecánica clásica como referente en la construcción de las variables mecánicas unida a la reinterpretación del mundo en términos probabilísticos.

⁴⁷ De la misma opinión es Woolgar cuando afirma que los científicos tienen poco tiempo para detenerse a considerar el estatuto epistemológico de sus afirmaciones y de sus acciones (Woolgar 1992) y lo que les preocupa es hacer que funcionen las cosas. En la asignatura de M1, por ejemplo, se nos indicó al principio que se nos iban a «meter unas trolas de miedo» en el encerado, y que no se demostraría ningún teorema; es decir, la prioridad se decantaba por la utilidad instrumental de la materia dejando de lado la demostración de su validez como conocimiento, su fundamentación epistemológica.

⁴⁸ Esa ausencia de método riguroso, de un conjunto de reglas de procedimiento que tomar en consideración a la hora de enfrentarse a un problema particular, también ha sido tratada por Kuhn (1970, 1982, 1985), que rechaza que las reglas tengan un papel fundamental en la práctica científica por varias razones: en primer lugar, porque ninguna regla específica por sí misma cómo aplicarse, sino que para ello precisa de otra regla, y así *ad infinitum*; además, las reglas dependen para su aplicación de la identificación de objetos pertinentes, que se logra de forma ostensiva y casuística —donde el sujeto aprende a discernir las similitudes y las diferencias pertinentes a cada caso—, y por último, para Kuhn no existe ninguna diferencia cognitiva entre descubrimiento y aprendizaje: identificar un objeto con un concepto en la escuela y reconocer el procedimiento adecuado para un problema en la investigación no son conductas que dependan de reglas, sino procesos de aplicación de analogías cuyo acierto o fracaso, dictado por la comunidad, enseña algo acerca del mundo.

⁴⁹ Según Mary Hesse (1988), para enunciar un hecho se necesitan categorizaciones que surgen de la experiencia. Salvo que pudiera existir una taxonomía de carácter universal que responda a esencias platónicas o tipos naturales, habrá una enorme cantidad de predicados observacionales ordenados coherentemente en redes semánticas cuya correspondencia con la realidad será suficiente para garantizar la estabilidad de la red y, con ella, la adaptación al entorno de los grupos humanos cuyos modos de vida

«La descripción adecuada de un objeto es siempre una cuestión de contexto tanto como de contrastación. No existe una expresión directa de la naturaleza, pues siempre viene mediada por la red de leyes (...) (Éstas) Actúan como filtros selectivos que nos permiten imputar una naturaleza interna a las cosas (...) Todos los elementos de la red clasificatoria están igualmente abiertos a negociación, lo mismo que el resultado de ésta. En todo momento la red será finita y organizará un rango limitado de la experiencia, por lo cual se hallará a merced de contingencias desconocidas y podrá sufrir profundas transformaciones como resultado de las decisiones que se tomen en respuesta a ésta» (Bloor, 1982: 177).⁵⁰

Ante todo, la existencia de contingencias y la posibilidad de negociación forman parte de un contexto de la práctica científica que, naturalmente, no es accesible en las aulas de la facultad. Es preciso tener en cuenta, entonces, la distinción señalada entre proceso de adoctrinamiento y puesta en práctica efectiva de las aptitudes adquiridas en dicho proceso. La emergencia de la novedad, y de una novedad sobre la que quepa una negociación en virtud de la combinación y contrastación de una red de teorías posibles de las que servirse de referencia no forman parte del universo práctico del que participa el alumno en su proceso de aprendizaje. No obstante, si consideramos que en la resolución de problemas ya se ha inculcado al alumno la idea de que el método es sólo una herramienta útil para cuestiones rutinarias y que sólo los que no tienen dos dedos de frente se sirven exclusivamente de él, podemos entonces vislumbrar ya a partir de nuestro trabajo de campo cierto atisbo de lo que plantea Bloor.

El alumno va acumulando experiencia práctica sobre el modo de resolver problemas; una experiencia que con el paso del tiempo a lo largo de la licenciatura se va extendiendo a más ámbitos de la ciencia física (mecánica, termodinámica, cinemática, física atómica y nuclear,...), al tiempo que las herramientas de las que se nutren los métodos rigurosos se van a su vez incrementando. Podemos entender entonces que progresivamente el alumno, de hecho, va adquiriendo un complejo mapa reticular de prescripciones teóricas y operativas que estarán en cualquier momento a su disposición para elegir de entre ellas la que considere más adecuada. De este modo, ante un problema particular, sí que el alumno estará en disposición de actualizar en virtud de la contingencia y de la singularidad del caso, de su contextualidad, esa selección que operaría como filtro para imputar una naturaleza, un sentido, al problema a resolver, decidir qué parcelas de lo adquirido le permiten interpretarlo y, en consecuencia, le

expresa y en los que se origina. Así, Hesse destaca la importancia del conocimiento previo, de lo culturalmente dado como fundamento de nuestro conocimiento.

⁵⁰ La propuesta de Bloor, al otorgar tan significativo papel a la construcción lingüística de los significados científicos, evidencia la diferente forma de entender, tanto al lenguaje como a su referente de científicos, epistemólogos y sociólogos: para los científicos, la naturaleza es un objeto que hay que traducir a un lenguaje operativo, y eso es lo que hacen; los epistemólogos se interesan por dicha traducción tratando de conocer el vocabulario necesario para realizarla, mientras que los sociólogos se orientan al estudio del proceso mismo de la traducción. Para Bloor, estas dos última actividades han de iniciarse con un paso inductivo, el de «distinguir lo parecido de lo distinto» (Bloor, 1982: 267): retomando la tesis de Mauss y Durkheim (1971) de que la clasificación de las cosas reproduce la de los sujetos, para Bloor la base de todo conocimiento lingüístico serían las categorías, sistemas de clasificación e imágenes del mundo que expresa un código.

valen para solucionarlo. Y en cierto sentido, también, esa posibilidad de negociación, tanto acerca de qué parcelas del conjunto reticular aplicar, como del sentido que asignar al problema, podemos entender que se esboza cuando los alumnos discuten acerca de si un problema se hace de una u otra manera.⁵¹

Si seguimos más de cerca las propuestas de Barnes, las características que atribuye al conocimiento científico pueden servirnos de guía en nuestra interpretación. Así, afirma que «la ciencia puede ser contemplada como un conjunto laxo de comunidades que emplean procedimientos y técnicas específicas para desarrollar la redescrición metafórica de un área enigmática de la experiencia en términos de un conjunto característico y compartido de recursos culturales» (Barnes, 1974: 57). Entendiendo que de ese conjunto laxo de comunidades nos hemos aplicado a la observación de una en particular, ciertamente hemos comprobado cómo durante la licenciatura se puede hablar de la aportación de ese conjunto de recursos culturales; entendiendo así que la dimensión formal del aprendizaje y su dimensión vivencial no formalizable constituirían la doble vertiente de un proceso de enculturación, una preparación para el manejo de ese particular bagaje cultural compartido por la comunidad de los físicos cuánticos.

Sería tan significativo, en estos términos de adquisición cultural, el aprendizaje de conceptos como Hamiltoniano, espacio de fases, operador, incertidumbre, etc., como el de las estrategias operativas no formalizables que impulsan hacia la creatividad física, hacia la imposición de lo físicamente plausible sobre lo matemáticamente riguroso o hacia la construcción de argumentaciones novedosas apelando a la analogía con lo firmemente instalado en la tradición de la disciplina. Y en lo que se refiere a este último aspecto en particular, que durante el aprendizaje en la facultad aparece en gran medida oculto tras de una apariencia formal que apela al rigor lógico-deductivo, veríamos esa dimensión metafórica que, según Barnes, en la actividad científica se aplica frente a lo desconocido.⁵²

Podríamos, además, entender que el sentido de esa dimensión práctica y vivencial del proceso de aprendizaje es el soporte fundamental para afianzar los conceptos abstractos que por sí solos no tendrían sentido; más allá de las implicaciones más substanciales que pretendemos atribuir a esa dimensión, sería necesaria porque en ella se operaría el acuerdo sobre el modo adecuado de utilizar dichos conceptos y el consenso comunitario acerca de la práctica en que dicha comunidad debería implicarse: «El uso aceptado dentro de una comunidad determinada no puede ser más que el

⁵¹ Negociación que alcanza su máxima expresión puertas afuera del aula inmediatamente después de un examen, y que podría tomarse como manifestación en toda regla de la concepción propuesta por Bloor. La contrapartida es que pocos días después el profesor dilucidará la incógnita y se evidenciará la unilateralidad pre-establecida de la respuesta al problema discutido.

⁵² «Pastel de fresa» hemos oído que se denominaba al modelo atómico de Thomson, metáfora descriptiva del modelo formal que éste proponía para la estructura del átomo, un área enigmática de la realidad por aquel entonces. También hemos comprobado que frente a la imposibilidad de una ejemplificación estricta del fenómeno de la resonancia en las frecuencias de un campo externo aplicado a un cuerpo, se incitaba al alumno a que pensase en cómo nos impulsamos en un columpio para hacer más eficaz el movimiento del mismo. Y, evidentemente, la definición de variables dinámicas, en el campo de la física relativista y de la mecánica cuántica, tomando como referencia las definiciones clásicas implica un ejercicio de redescrición metafórica en el que el mundo físico conocido actúa como referente y guía para el desenvolvimiento en un nuevo mundo físico por construir.

acuerdo sobre la práctica de la comunidad (...) Por sí solos los conceptos no pueden informarnos sobre la manera de emplearlos acertadamente» (Barnes, 1982: 69). Quedaría por ver, y es lo que precisamente aquí nos interesa, cómo se opera esa consolidación práctica del sentido y manejo de los conceptos consensuados por la comunidad, algo que el propio Barnes señala como necesario cuando nos dice que de lo que se trata es de:

«...relacionar la acción, en primer lugar, con los significados y clasificaciones de los propios actores. A todos ellos se los debe considerar inicialmente como operando sinceramente de acuerdo con su propia concepción de la realidad (...) La acción debe hacerse inteligible en los propios términos de los agentes» (Barnes, 1974: 69)

Quedaría por resolver, en definitiva, lo fundamental: ponerse en situación de poder emplear los mismos términos que los actores para hacer inteligible su acción. En ese sentido, la presente investigación es un intento de lograr adquirir esa capacidad interpretativa que posee el científico.⁵³

Si concebimos que un proceso de aprendizaje institucionalizado como es el que tiene lugar en una facultad de ciencias físicas forma parte de la cultura propia del contexto social del que participa el futuro científico, podremos ratificar con nuestro trabajo de campo una gran parte de los presupuestos que el PF estableció como programa de investigación sociológico crítico frente a la visión ortodoxa de la ciencia defendida por la filosofía analítica.

De manera inmediata, podemos ratificar otra de las afirmaciones de Bloor, cuando señala que no sólo la transmisión, mantenimiento y cambio de una creencia son objeto de investigación sociológica, sino también los aspectos de la socialización mediante los cuales se instruye a los actores en una tradición, unas prácticas y unos precedentes que orientan su tarea (Bloor, 1981).⁵⁴ La presente investigación ha incidido en esa segunda faceta relativa a la instrucción de los actores como parte de la signifi-

⁵³ Conviene resaltar, en todo caso, que el énfasis puesto en la práctica, en la acción como substrato fundamental de la construcción de significados que se produce en la actividad científica, forma parte substancial de nuestros presupuestos. En ese sentido, existe afinidad con la propuesta de Pickering, pues afirma que, si bien la inteligibilidad de la ciencia debe seguir algún ideal de acción racional, no es preciso que éste sea una versión abstracta de algún criterio de inferencia lógica. En consecuencia, argumenta que el PF da por supuesta la credibilidad de la ciencia dado que la admiten los actores y se interesa, ante todo, por las bases naturales de la ciencia; su propuesta sería considerar la ciencia como una forma más de cultura, al contrario que positivistas e idealistas, que la conciben como conocimiento formal; para el PF se trata de una actividad práctica y calculadora que funciona sobre la base de creencias institucionalizadas, es decir, se trata de una *forma de vida* (Pickering, 1990). Ni la presunción weberiana de la posibilidad de encontrar siempre algún patrón de racionalidad en toda acción social (Weber 1984, 1993) que la haga inteligible al observador, ni el énfasis en las «bases naturales» de la ciencia serían parte de nuestro concepto de la actividad científica; sí lo es, por el contrario, considerar fundamental esa dimensión cultural y su interpretación como «forma de vida».

⁵⁴ La postura que defiende Bloor se circunscribe en el debate que mantuvo con Laudan (1981), que rechaza la visión del conocimiento como creencia institucionalizada que se sostiene y transmite en virtud de causas sociales (cual defiende el PF); para Laudan, el conocimiento debe considerarse como creencia verdadera sostenida por motivos racionales que se derivarían de que es verdadera y surge automáticamente de la evidencia disponible.

cativa implicación del contexto social en la producción de conocimiento científico. Y orientando nuestra atención hacia esa instrucción socialmente conformada que es el aprendizaje institucionalizado, también estaríamos en la línea defendida por el programa fuerte, puesto que otorga un papel fundamental al aprendizaje en el análisis de la cognición: los actores comienzan a discriminar usando nombres bajo la guía de hablantes expertos en la red de clasificación y creencia propia de la forma de vida en la que se inician; para el PF, experiencia y control social se conjugarían como factores a la hora de aplicar un término.⁵⁵ Podríamos fácilmente reconstruir nuestra recopilación de notas de campo de tal modo que éstas suministrasen evidencia empírica a favor de tales argumentos.

E igualmente factible sería derivar de ellas conclusiones que apoyasen la idea de que la fundamentación de las teorías no se opera en un espacio abstracto sino que resulta de las operaciones de unos actores que deciden fundamentarlas y que lo hacen bajo la firme creencia de que dicha fundamentación es fruto de la perfecta adecuación con los hechos a los que se refieren.⁵⁶ Seguiríamos suministrando pruebas a favor de la postura defendida por el PF, dado que éste, sin negar que el entorno material cuenta en la fabricación, mantenimiento y cambio de redes cognitivas, lo que señala es que la sociedad participa de tales procesos cognitivos desde el comienzo, desde la socialización temprana donde se aprende a enlazar conceptos con el mundo.⁵⁷ El PF afirma que el aprendizaje y el descubrimiento son formas de inducción canalizadas colectivamente; sería falso sostener que las teorías «se» mantienen porque explican adecuadamente los hechos; más bien, los actores las mantienen porque creen que eso es lo que sucede. La cuestión es que lo que signifique «adecuadamente» y qué sean los «hechos» está sujeto a controversia e implica decisiones sociales (y además, señala el PF, existen otros criterios).

Sobre tales premisas, la conjugación de representaciones formales como modo privilegiado de representar los resultados científicos y la experiencia práctica en la que dichas representaciones son puestas en juego encajaría perfectamente tanto con lo que aquí se trata de poner de manifiesto como con las premisas del PF en este caso

⁵⁵ Barnes (1981) trata este papel fundamental del aprendizaje señalando la importancia en él de la ostensión: en virtud del aprendizaje ostensivo «las asociaciones de un objeto particular con un término resultan en que se transforman en casos de este término»; esto es lo «que permite que un hablante experto enseñe a otro bicho que un objeto particular es un caso del término “pájaro”» (Barnes, 1981: 306).

⁵⁶ Algunos autores (Buchdahl, 1982; Lukes, 1982; Smith, 1984), retomando los planteamientos del empirismo clásico, han rechazado esta concepción para defender que el conocimiento científico se constituye en perfecta adecuación con el mundo, y que dicha adecuación realista se sostiene gracias a criterios puramente epistémicos: los argumentos en respuesta a tales críticas al PF puede consultarse en Bloor (1982, 1982b, 1982c y 1984), que sostiene que la perspectiva del PF, aún no estando en consonancia con la concepción de estos autores, tampoco tiende a la construcción de un modelo «idealista» que no considere las influencias materiales sobre la producción de conocimiento (Bloor, 1996).

⁵⁷ Ya hemos señalado cómo el planteamiento en clase de MC de la necesidad de partir de una interpretación no definitiva y última y la existencia de otras alternativas suscitó desasosiego entre los alumnos; lo cual entendíamos que evidenciaba que esa forma de entender la ciencia contravenía los patrones de conocimiento que los alumnos ya tenían asimilados antes de entrar en la facultad; probaría ello que de hecho la «socialización temprana» actúa en la configuración del modo de enfrentarse a los problemas que acabará adquiriendo el científico.

enunciadas por Barnes: «el conocimiento es un recurso generado en conjunción con una forma de actividad, para auxiliarla, y quienes la practican aprenden en qué contexto y cómo utilizar ese recurso. Ellos deciden cuándo usar sencillamente el conocimiento del que disponen (...) (y) cuando sugerir su modificación. No obstante, el modo en que se toman de forma rutinaria estas decisiones puede ser diferente a la forma en que se verbalizan, si es que esto es posible» (Barnes, 1977: 30). Esa distinción entre toma rutinaria de decisiones y su verbalización⁵⁸ podríamos hacerla corresponder con la distinción entre procedimientos y representaciones formales, por un lado, y estrategias y prácticas no formales, por otro: el alumno aprenderá que en numerosas ocasiones habrá de poner en juego esa excelencia del razonar físico que se aparta e incluso opone al rigor formal, al tiempo que habrá adquirido igualmente el hábito de que una vez obtenido el resultado buscado, la forma de explicación que lo justificará o hará evidente como tal habrá de ampararse en el rigor formal que hubo de obviar en el camino de lograrlo; es decir, sabrá que el procedimiento real es una cosa y su verbalización es otra muy distinta. Lo complicado sería determinar el modo en que dichos procedimientos prácticos no formalizables pueden ser entendidos como algo de naturaleza «rutinaria»; de hecho, para nosotros, lo rutinario sería, precisamente, no el procedimiento práctico de la toma de decisiones, sino la verbalización de las mismas atendiendo al rigor formal ausente en su aplicación.

Hemos de referirnos en este recorrido sucinto por las posibles interpretaciones que podríamos aplicar a partir de la SCC, a los trabajos empíricos llevados a cabo en ella. Ya hemos considerado críticamente el que fuera primer intento en esa línea, llevado a cabo por Woolgar y Latour, que nos ha servido para señalar la fundamental necesidad de elaborar descripciones e interpretaciones que surjan de la propia práctica activa en la que el investigador habrá de inscribirse en paridad de condiciones con los propios científicos. Otro trabajo de campo que podemos considerar es el que llevó a cabo Knorr-Cetina por la misma época que el precedente (Knorr-Cetina, 1981).

Knorr realizó su trabajo de campo a lo largo de un año en un departamento de ingeniería agroalimentaria, y propuso la aplicación de una metodología *sensible* a los sucesos que se dan en el laboratorio y constituyen sus prácticas. La sensibilidad de tal metodología vendría dada por tres componentes de la misma: la intersubjetividad, el relativismo y el interaccionismo; componentes que se opondrían al objetivismo, el racionalismo y el individualismo propios de la perspectiva tradicional. Toda comunicación mantenida con éxito comportaría la intersubjetividad como propiedad emergente; de este modo, habría que dejar que los actores se conduzcan de modo natural para que la constructividad que caracteriza, como empresa colectiva, su acción intersubjetiva pue-

⁵⁸ Algo que no sería consistente, en todo caso, con la propuesta reflexiva de Garfinkel (1984), según la cual, como se ha señalado previamente (ver apartado IV.4.ii.b), la forma en que proceden los sujetos en determinado contexto social incorpora las representaciones y construcciones racionales de sentido que atribuyen a su propia actuación; actuar y entender o verbalizar dicha acción son recursos análogos, y de hecho una de las capacidades fundamentales de los actores sociales, desde la perspectiva de Garfinkel, que aquí compartimos en gran medida, es esa posibilidad de utilizar como recurso práctico sus representaciones racionales de quiénes son y lo que hacen.

da ser captada por dicha metodología, en lugar de ser ocultada mediante racionalizaciones.⁵⁹

El relativismo sería indispensable para lograr una comprensión de este tipo porque haría que el investigador considerase reflexivamente el modo en el que reconstruye a los actores y sus acciones. Por su parte, la componente interaccionista permitiría considerar las propiedades asociadas al rol y al contexto y situación que surgen durante la interacción, que permiten remediar la insuficiencia explicativa propia del individualismo metodológico, que entiende que la indeterminación situacional puede ser comprendida a partir de las intenciones y de los intereses de los actores singulares.⁶⁰ De la aplicación de tal metodología, Knorr concluye que la actividad científica puede ser entendida como una constante elección entre cursos alternativos de acción: la investigación científica consistiría en un proceso de producción en el que se encadenarían decisiones y negociaciones sobre las selecciones a efectuar y sobre la oportunidad o no de realizarlas, decisiones y negociaciones que se establecerían, además, a partir de selecciones previas, y así sucesivamente: «la mayor parte de la realidad con la que tratan los científicos está notablemente prefabricada, cuando no es completamente artificial» (Knorr-Cetina, 1981: 3).

En última instancia, esta autora defiende la contextualidad productiva del conocimiento científico; los productos de la ciencia no serían otra cosa que construcciones que llevarían incorporada como seña de identidad la contingencia de la situación y el conjunto de intereses que estuvieron implicados y sin los cuales no pueden ser entendidos. Lo cual se evidenciaría por el hecho de que los científicos no apelan a un reducido número de criterios de carácter universal para explicar por qué seleccionaron determinada técnica, procedimiento, instrumento, etc., sino que lo que aducen son

⁵⁹ Una metodología que se apoyaría en la racionalización supresora de la intersubjetividad constructiva propia de las acciones de unos sujetos implicados en una práctica inmediata sería, por ejemplo, la que habrían aplicado los autores de *Laboratory Life*.

⁶⁰ La puesta en juego del «interés» como criterio explicativo ha sido una de las cuestiones que ha implicado abundantes críticas contra el PF. Así Woolgar (1981, 1981b), por ejemplo, afirma que el PF utiliza el mismo modo de explicación que los funcionalistas sin justificar por qué sustituye las normas por el interés; el PF supone que los intereses deciden la acción a través del deseo de los actores por satisfacerlos, pero el vínculo entre un interés y una acción no puede establecerse por observación, esto es, no hay una conexión necesaria entre acciones y deseos; ha de construirla el analista: la tesis de Wittgenstein sobre la indeterminación de las reglas sirve igualmente para los intereses. Por su parte, Yearley afirma que «la apariencia inequívoca de los intereses entre los estudios empíricos se genera mediante la aceptación o rechazo selectivos, pero metodológicamente injustificados, de ciertas afirmaciones de los científicos» (Yearley 1982: 384). Bloor (1990) ha tratado de dar respuesta a tales críticas sobre la teoría del interés (TI) defendida por el programa fuerte: el principal argumento contra la TI es que la infinita interpretabilidad de los intereses conduce al historiador o al sociólogo a una regresión causal infinita para determinar, primero, qué intereses ocurrieron, luego, qué los hizo causales, etc. Bloor considera que hay dos mecanismos que rompen esta regresión infinita. Primero, hay casos, cuando las redes de creencias e intereses están muy formalizadas, articuladas, son expresas y los actores las conocen bien, en que un interés está ligado institucionalmente a una conducta o actividad predeterminada; segundo, está el problema de por qué ciertos intereses, y no otros igualmente plausibles actúan en una situación. La respuesta puede ser perfectamente causal. Sencillamente pudo ocurrir por (considérese cualquier causa contingente capaz de cerrar retóricamente la regresión causal infinita) que ciertos sujetos vinculasen con éxito ciertos intereses con ciertas actividades concretas. El éxito (definido en términos de los actores) es el mejor mecanismo que existe para la realimentación positiva de un sistema de creencias. Esto le permite, según lo entiende Bloor, una ventaja comparativa sobre otras opciones que no llegaron a materializarse.

terminada técnica, procedimiento, instrumento, etc., sino que lo que aducen son motivos muy diversos y de carácter circunstancial. Sería, entonces, la contingencia contextual propia de las selecciones efectuadas en el laboratorio la que pondría de manifiesto la naturaleza social de la práctica que en él se da, haciendo, además, que la misma esté marcada por la imprevisibilidad.

Observamos como, a partir de ciertas presuposiciones acerca de la naturaleza de la práctica de laboratorio, se concluye aplicando nuevamente categorías propias de un nivel conceptual extraño que encapsula y formaliza dicha práctica al margen de las categorizaciones y conceptualizaciones puestas de hecho en juego en la misma. La reflexividad de tal empeño que revierte sobre el propio investigador se obtiene al precio de neutralizar la reflexividad propia de la práctica de laboratorio misma. En cualquier caso, encontramos entre las proposiciones de Knorr una que resulta especialmente significativa en nuestro caso y que confirmaría alguno de los resultados que ha arrojado nuestro trabajo de campo:

«Cuando se les pide a los científicos que expliquen el origen de una idea que consideran innovadora suelen mostrarse como razonadores analógicos que construyen su investigación innovadora a partir de la similitud percibible entre dos contextos de problemas que hasta entonces no tenían relación (...) y transfiriendo un elemento de un contexto a otro» (Konrr-Cetina 1981: 30).

Gracias a nuestra asistencia a clases hemos comprobado que no hace falta preguntar al científico acerca de cuestión alguna, pues en el propio aprendizaje que lleva a cabo el recurso a la analogía para conectar lo novedoso con lo consolidado es de aplicación usual: las ejemplificaciones que recurren a imágenes cotidianas para ilustrar cuestiones abstractas (no observables), la definición de variables en virtud de lo que se sabe de variables análogas en otros ámbitos teóricos (presuponiendo que de la analogía se derivará una equivalencia operativa) y la transposición de métodos y herramientas específicos de ciertos ámbitos concretos a otros completamente distintos son operaciones que se ha visto desarrollar en el tratamiento de las materias de las distintas asignaturas. Evidencian que la analogía no es simplemente un recurso narrativo que el científico emplea con el lego y en virtud del cual él mismo puede interpretar su propia práctica, sino que, mucho más significativamente, es una herramienta que forma parte constitutiva de dicha práctica, de los haberes que ha de poner en juego para hacer efectiva la competencia que se le presupone como tal científico.⁶¹

En virtud de esto, podríamos concluir que de la investigación de Knorr se deriva un corolario inmediato para la tradicional distinción entre ciencias naturales y sociales: ambas comparten el carácter simbólico, interpretativo, «hemenéutico», práctico e indeterminado de la vida social; ambas se basan en el mismo tipo de lógica situacional y

⁶¹ No olvidemos que en el caso de la ESH, el paso fundamental fue la resolución del Planck del problema del cuerpo negro, que dio origen a la cuantificación de la energía: para obtener ese resultado Planck introdujo en el tratamiento del problema procedimientos estadísticos propios de la termodinámica de gases que *a priori* no tenían justificación alguna como método adecuado para el caso.

emplean el mismo tipo de razonamiento indicial.⁶² El método científico, en cualquiera de sus versiones, es solamente una forma más de vida social. Sólo que nuestro acuerdo sería de principio, entendiendo que al aceptar dicha interpretación quedaría por hacer lo fundamental: ya que la ciencia sería una forma de vida social, habría que entenderla como esa forma concreta de vida social que es; una vez establecido que en una caracterización genérica puede encajarse dentro de un patrón que permite su tratamiento sociológico, hay que proceder a estudiar su peculiaridad constitutiva como tal forma de vida, lo cual para nosotros implica «vivirla».

Una de las aportaciones más destacadas desde la etnometodología a los estudios sociales de la ciencia es la de Michael Lynch (1982, 1985a, 1985b, 1991), que partirá de la evidencia aportada por numerosos estudios empíricos respecto a la no existencia de una demarcación neta entre conocimiento científico y sentido común y a que los propios científicos aparecían como sujetos que aplicaban el sentido común en el tratamiento de materiales exóticos mediante aparatos sofisticados. Pese a aceptar esta visión de la práctica científica, Lynch realizará una serie de críticas a tales estudios que son muy significativas para nosotros. Afirma que los estudios sobre la ciencia anteriores son versiones literarias caracterizadas por una serie de rasgos que les impiden agotar lo que se puede decir de su discurso y de su práctica: se presentan como naturalmente escribibles, es decir, toman la ciencia como un objeto susceptible de tratamiento literario, estableciendo, así, una condición de formulabilidad previa a los estudios, que se basa en la propia producción de objetos literarios (inscripciones) de los científicos en el curso de su trabajo y que omite, tanto la contingencia social que significa la disponibilidad de recursos lingüísticos para la construcción de esas narraciones, como la indeterminación social que rodea su aceptabilidad. En suma, sostiene Lynch, dichos estudios no se involucran en los tecnicismos ni en la práctica de los científicos, ni intentan compartirlas y observarlas participativamente.

No es de extrañar que esperemos encontrar significativas afinidades entre las formulaciones de Lynch y las que nosotros mismos podamos aportar. Esa implicación inmediata, permeada del tecnicismo propio de la actividad científica y establecida en virtud de una dimensión plenamente «participativa» ha sido nuestra premisa fundamental de partida. Pronto nos sentimos desencantados al comprobar que esa demanda que realiza Lynch no la lleva él mismo a la práctica: sus estudios manifiestan esa misma falta de involucración participativa que él achaca a los que le han precedido. A través de su formulación del «conocimiento tácito»⁶³ como uno de los recursos que se

⁶² El término «indicialidad» es utilizado por los etnometodólogos para señalar que el significado que adquieren muchos enunciados y conceptos no se puede determinar en un sentido estrictamente lingüístico sino que depende fundamentalmente del marco espacial, temporal y normativo en el que son empleados; las expresiones son indiciales cuando su sentido se establece considerando los rasgos del contexto en el que se enuncian o sus ocasiones de uso (Konrr-Cetina, 1981). Diversas definiciones del concepto de indicialidad pueden encontrarse en: Garfinkel (1984), Barnes y Law (1976), Heritage (1984), Atkinson (1988), Attewell (1974), además de la propia Knorr-Cetina (1981).

⁶³ «...se me dijo, ninguna cantidad de información escrita podría asegurar que otros laboratorios obtuvieran los mismos resultados. A menudo, cuando se transmitían esas habilidades metodológicas a otro centro era por medio de la visita de un estudiante doctorado al que se instruí en la técnica y que a su vez instruía a sus colegas de origen. Se me dijo que las posibilidades de hacer pasar resultados engañosos dependía de la imposibilidad de diseñar y gestionar competentemente «sistemas de prueba» cuando para ello había que basarse sólo en textos. Si la transmisión de conocimiento tácito implicado

movilizan en la práctica de laboratorio, las categorías conceptuales propias de la perspectiva etnometodológica son trasvasadas como criterios extrínsecos a la propia práctica científica para su encapsulamiento e interpretación.

Así, por ejemplo, ese conocimiento tácito sería el suplemento necesario para llevar a cabo las tareas bajo la premisa etnometodológica de que ningún protocolo formal de reglas puede determinar perfectamente los pasos a seguir en cada caso concreto, ni explicar todas las tareas y acciones pertinentes, de modo que se espera del sentido común y del conocimiento tácito o local del actor que sepa completar las instrucciones según su buen criterio. Sería fácil asimilar, entonces, ese buen criterio propio del conocimiento tácito, no formalizable en protocolo de procedimiento alguno, con los «dos dedos de frente» que el alumno sabe que han de suplir la insuficiencia de los métodos rigurosos. No se trataría de la imposición de un criterio explicativo etnometodológico, sino de la constatación, en virtud de nuestra participación inmediata en el proceso de aprendizaje, de que ciertas vivencias serían afines a dichos criterios; pero éstos siguen constituyendo una imposición externa por parte del analista.

Otro tanto sucedería con el concepto «acuerdo», que los etnometodólogos emplean para referirse a las congruencias intersubjetivas a las que los científicos llegan con relación a los procedimientos, los resultados y los hechos; en virtud de esos acuerdos los científicos lograrían regularidades y fiabilidad en virtud de la socialización práctica y discursiva que les permite determinar qué constituye un procedimiento adecuado, qué un resultado fiable, qué un conocimiento competente; unas regularidades, entonces, que no serían el resultado de determinación lógica o metodológica alguna, ni tampoco de la independencia objetiva del mundo exterior. En consonancia con las premisas etnometodológicas de las que parte Lynch, lejos de interpretar desde un modelo funcionalista tales acuerdos, habría que entenderlos como logros locales activamente producidos por los actores como parte de su práctica interaccional y no como resultado de la sumisión de los practicantes a una estructura de sanciones establecida colectivamente para regular su actividad.⁶⁴ La cuestión es que, aún aceptando la existencia de tales acuerdos, lo cierto es que se dan en una práctica en la que los mismos versan, de hecho, sobre la pertinencia metodológica, la consistencia lógica y la presuposición de una objetividad externa de referencia: los científicos no negocian «sobre» su práctica científica sino que negocian «haciendo» ciencia, y ese hacer se construye en la práctica sobre el manejo de conceptos y herramientas específicos que son los que suscitan la negociación. La categoría «acuerdo» no incluye en sí, como criterio interpretativo, esa materialidad práctico-cognitiva del hacer efectivo de los científicos, sim-

en los sistemas de prueba a disposición de un laboratorio demora su trasvase a otros, sus resultados pueden ver obstaculizada su replicación y los errores y fraudes pueden pasar desapercibidos durante mucho tiempo» (Lynch 1985: 155). Recientemente, Collins (2001) ha retomado la noción de conocimiento tácito para resaltar la importancia del contacto personal de los científicos en la producción de conocimiento.

⁶⁴ Significa esto que frente a lo que para la interpretación funcionalista sería un acuerdo implícito que remitiría a mecanismos explicativos como la socialización, la estructura social o la cultura común, es decir, mecanismos no directamente observables sino contruidos analíticamente, el acuerdo etnometodológico sería explícito, implicaría la identidad de producción y de reconocimiento por parte de los actores y significaría la existencia de un cierre activo y creativo de las incertidumbre propia de las actividades prácticas. Para nosotros la categoría «acuerdo» constituye un constructo analítico del investigador de igual entidad abstracta que los aplicados por los funcionalistas.

plemente le asigna desde fuera un determinado sentido. Es otro de tantos constructos analíticos destinados a la interpretación de algo que en su propio desarrollo se desconoce profundamente.

En lo referente a la ESH, llegar a captar en su verdadera constitución práctica la negociación social que constituiría la práctica de laboratorio supondría entender en el sentido en el que los propios físicos lo hacen qué es un sistema dinámico, qué peculiaridades tiene uno cuyas variables son magnitudes complejas, qué sentido tiene la probabilidad inscrita en una f.o., por qué es tan sumamente importante el hamiltoniano de un sistema físico, etc. Luego, cabría contrastar como tales cuestiones son o no negociadas en la práctica del laboratorio. Plantear la contextualidad interaccional de la actividad científica podría ser un requisito para entender dicha práctica: nosotros señalamos que sólo puede aceptarse como tal si uno está en condiciones de inscribirse en dicha práctica en disposición de negociar con sus practicantes y no lo estará si únicamente puede observar externamente cómo éstos realizan lo que pudiera ser una negociación fundada en la contextualidad local, social e interaccional. El propio Lynch, de hecho, reconoce la insuficiencia de su planteamiento, precisamente en virtud de esa carencia que hemos señalado en los estudios de laboratorio.⁶⁵

No es de extrañar que en lo relativo a la reflexividad, y en este caso en perfecta consonancia con Woolgar y Latour, el énfasis vuelva a recaer sobre la dimensión puramente formal de la actividad científica, dada esa falta de competencia para el acceso a los contenidos implicados, y la cuestión fundamental vuelva a ser la transcripción gráfica y textual: Lynch también concluye que la preocupación principal de los científicos es la producción de inscripciones, que él denomina «accesibilidad gráfica», y entiende que es la disponibilidad de estos mapas mediante una práctica que ha rutinizado su producción lo que permite la manipulación de los objetos. La ciencia social, en particular, aquella parte de ella dedicada al estudio de la ciencia, se hallaría inmersa en la misma preocupación prioritaria. Pero dada esa falta de acceso competente a los textos científicos, resulta que dicho vínculo reflexivo mostraría, tanto la afinidad de ambas ciencias en cuanto a su preocupación formal, como su distancia con relación al sentido atribuible a dicha formalidad textual:

«Las ciencias sociales son ciencias del habla, y logran en los textos, y en ningún otro sitio, la observabilidad y objetividad práctica de sus fenómenos. Esta es una empresa literaria que se

⁶⁵ «...la orientación filosófica de Lynch se distancia del «anti-realismo» de otros sociólogos (...) Asumir (...) **una posición filosófica general apriorística** o defender que los hechos, métodos y prácticas de los científicos son subjetivos o constructivos es **imponer una estructura de interpretación a sucesos que muestran por ellos mismos una organización propia y ajena a este tipo de planteamientos** (...) quizá lo más lejano de una observancia filosófica estricta es apreciar que las decisiones de los científicos tienen consecuencias prácticas, es decir, que al consenso sobre cuestiones descriptivas sigue la ejecución práctica de decisiones operativas... **Es sólo a través del estudio participante de las conductas y discursos de los agentes que puede llegar a entenderse cómo se supera prácticamente esa grieta analítica.** En este sentido, Lynch lamenta (...) **no haber llegado a dominar las prácticas y técnicas locales de trabajo** que es de donde los actores obtienen la certidumbre de que su actividad tiene un sentido y la confianza en que la mayor parte de sus acciones derivan «naturalmente» de otras acciones anteriores y de las circunstancias en que se producen» (Iranzo, 1992: 134, subr. ntro).

hace a través del arte de la lectura y la escritura de textos, administrando documentos sumisos (...) Las ciencias sociales no son ciencias descubridoras. A diferencia de las «ciencias duras», no pueden «perder» sus fenómenos; no pueden emprender la búsqueda de un fenómeno como un problema que hay que resolver, y que al ser incapaz de resolver resulta en una “pérdida de tiempo”» (Garfinkel, Lynch y Livingston, 1981: 133).

¿En qué nivel hemos de situar la reflexividad; en el estrictamente formal derivado de una —presunta— afinidad de método entre científicos sociales investigadores y científicos naturales investigados —la construcción textual de objetividad—, o en el práctico vivencial que, efectivamente, contextualiza la práctica interpretándola como fruto de interacciones, pero la entiende en su substancia social, como imbricación cognitivo-práctica? Desde esta segunda perspectiva reflexiva, la científicidad y la analogía o no de métodos resultará una constatación directa de la participación plena del investigador en esa práctica social a la que se enfrenta.

No se trata de interpretar una práctica —desde una perspectiva etnometodológica o desde cualquier otra—; se trata de practicarla, de participar de ella y evidenciar las categorías interpretativas que surgen de ese proceso práctico, conectándolas con las representaciones formales que, surgiendo de la misma, ocultan o suprimen esa contextualidad en la que se desarrollan. La reflexividad no es un principio interpretativo que nos permita asimilarnos, en cuanto investigadores, a los sujetos investigados, sino que es una característica constitutiva de todo fenómeno social y que, en cuanto tal, nos inscribe a ambos, científicos sociales y científicos naturales, en un contexto práctico y de conocimiento configurado socialmente. La interpretación de tales prácticas habrá de ser un resultado de su naturaleza reflexiva constitutiva, en lugar de utilizar la reflexividad como criterio de interpretación.

Esta confusión o transposición de nivel en lo que se refiere a la reflexividad es la que lleva a Collins y Pinch (1979) a entender que el principio de reflexividad del programa fuerte contraviene otros de sus presupuestos fundamentales, los de simetría e imparcialidad; lo cual es cierto de aceptar la reflexividad como un principio restringido a las implicaciones sobre la propia investigación de sus conclusiones sobre cierto ámbito de estudio. Estos autores consideran que el principio de reflexividad impide cualquier aproximación de carácter relativista al estudio del conocimiento científico.⁶⁶ Entienden que la ciencia es una forma cultural más y que su estudio sería útil para la interpretación de culturas distintas. El problema, para ellos, es la posible inteligibilidad de un mundo que es ajeno y discontinuo con el de los analistas, lo cual ratifica nuestras premisas de partida. Comprobamos que estos autores desarrollan una interpretación de la actividad científica que, nuevamente, ha de aplicar categorías analíticas impuestas por el investigador, que obvia la verdadera naturaleza constitutiva de la práctica estudiada, precisamente, por ese reconocimiento previo de su ajenidad y discontinuidad. El analista se encuentra, como comprobamos que es lo habitual, con culturas a las

⁶⁶ En última instancia, para Collins la tarea de la SCC es la crítica analítica de la ciencia, que supone inevitablemente compromiso; desde una perspectiva reflexiva, eso conduciría a considerar el compromiso-del-compromiso y el analista quedaría preso en su análisis por la puesta en evidencia de sus presupuestos y razones para tal compromiso; se trataría de una especie de auto-análisis comprometido con el propio compromiso que ya no conduciría a crítica analítica alguna (Collins, 1996).

que, de facto, desconoce. Esto implica la adquisición de abundante conocimiento tácito y habilidad práctica hasta, en el caso ideal, llegar a desenvolverse como un nativo. El problema surge cuando es preciso verter esa comprensión en palabras, que son las inscripciones principales de la sociología. Estas palabras tienen sentido en el contexto nativo y para transmitir su información al ámbito intelectual sociológico hay que prescindir momentáneamente de la habilidad adquirida en el lugar y recuperar aquella generada precisamente en el proceso de socialización profesional, para crear un contexto distinto en el que el lector puede ejercer sus habilidades interpretativas sobre el discurso de manera que alcance una comprensión (no competencia) similar a la lograda por el autor.

Según el planteamiento de Collins y Pinch, el problema surge sólo en el caso de que no se pretenda superar esa distancia cultural de partida. De la propia presuposición resultan los inconvenientes: nuevamente surge la dimensión textual como factor principal, señalando en este caso las consecuencias ulteriores de reconocer de partida la discontinuidad entre los ámbitos culturales particulares de la ciencia y la sociología. El analista asume la función de «traductor», que manejaría dos lenguas distintas en función del público al que se dirija. Esto hace inevitable que lo que se pueda saber como nativo no sea comunicable al sociólogo. Y lo que es más significativo: se hace referencia al proceso de socialización profesional del sociólogo y no al del científico. Hemos encontrado justamente el reconocimiento implícito de nuestra presuposición acerca de lo fundamental del proceso vivencial de aprendizaje de las aptitudes y capacidades propios de un ámbito particular de conocimiento. Pues si el sociólogo reconoce la necesaria referencia a dicha socialización profesional, habrá de aceptar que otro tanto sucede con los científicos que estudia.

Aquí no se pretende establecer puentes interpretativos entre dos «formas de vida» o culturas inconexas entre sí, sino situarse en el punto intermedio de ambas para generar una producción de sentido que, no perteneciendo a ninguno de dichos ámbitos, pueda sin embargo ser accesible a ambos. El sentido que pueda adquirir la ESH no resulta de una traducción sociológica construida sobre la experiencia práctica de su aprendizaje físico, sino que es fruto de la puesta en comunicación de dos procesos de socialización que conjugan aprendizaje y práctica: quien quiera acceder a él, habrá necesariamente de situarse, él/ella mismo/a, en dicha frontera disciplinar y saber que de no asimilar los conceptos y herramientas propios del otro lado, no estará en condiciones de lograrlo. No se trata aquí de traducción alguna, sino de la reconstrucción textual de una confluencia disciplinar práctica. En última instancia, como ya se ha señalado, el texto presente es un formato obligado que no podrá nunca representar formalmente de manera adecuada ese sentido práctico que surge de la ESH a partir de la confluencia de ambas disciplinas.⁶⁷

⁶⁷ Hablamos más adelante de «la reconstrucción textual de un fracaso» (Aptdo. V.1): tiene que ver con la doble imposibilidad inscrita en la presente investigación que, como tal, ha de conjugar los criterios de adecuación académica con los de rigor metodológico: la perspectiva puesta en juego implica que cualquier representación textual será por definición insuficiente como representación del proceso fundamentalmente práctico que ha supuesto la investigación propiamente dicha; pero la investigación fue desde su inicio un proyecto de tesis doctoral y estaba condicionada por el formato textual que es propio de toda tesis doctoral. El rigor metodológico se impone a la formalidad académica para evidenciar este texto como insuficiente, Pero la contraparte es que no se alcanzó lo que era intención inicial, el aprendizaje completo de la licenciatura en ciencias físicas; no se ha podido establecer plenamente esa situa-

Como última consideración respecto al trabajo de Collins y Pinch, encontramos el reconocimiento de uno de los presupuestos que aquí se han aplicado, relativo a la particular posición en que se sitúa el investigador en el proceso de la práctica empírica que lleva a cabo. Estos autores afirman que en el curso de la investigación que emprendieron llegaron a participar de lo que ellos denominan tres roles o identidades distintas, las de parapsicólogo, escéptico y sociólogo; se trataba, según ellos, de tres identidades inconmensurables, pese a lo cual transitaban sin problemas de una a las otras y con frecuencia de manera involuntaria, y lo que es más importante: en ningún momento sintieron demanda interna alguna para suprimir esa inconmensurabilidad entre tres modos distintos de ver la realidad. Se trata de la misma inconsistencia lógica que aquí se ha señalado respecto a la dualidad inscrita en la práctica empírica de la investigación entre observador (sociólogo) y participante (físico); inconsistencia resuelta en la práctica efectiva porque de hecho se vivía, se podía vivir como tal. De Collins y Pinch podemos dudar que su «identidad parapsicológica», pese a lo que afirmen, fuera tal, dada esa discontinuidad presupuesta de partida entre los dominios culturales del investigador y los sujetos investigados, y dado que en última instancia prima la obtención de una traducción sociológica pertinente de la práctica llevada a cabo (la negación formal, y definitiva de las otras dos identidades, pero en especial de la primera).

De estos autores, en consecuencia, derivaríamos la posibilidad de proponer el sentido de la ESH que entendamos surge de la puesta en juego de nuestra práctica de investigación, pues evidencian que esa conjugación de posiciones cognitivas inconmensurables puede darse sin ningún problema en el proceso de la investigación. Pero en lo que se refiere a esa concreta visión que podríamos extraer sobre la ecuación, nada nos pueden aportar dado ese distanciamiento analítico de partida, en términos de comunidades culturales, sobre el que desarrollan su trabajo.

[Compruébese lo paradójico que resulta el hecho de que los recursos interpretativos más útiles para nuestro caso provienen de los trabajos que no se fundamentan en investigaciones empíricas: en ellos encontramos criterios y categorías conceptuales que podemos utilizar para dotar de sentido a la información empírica de la que disponemos; en cuanto nos orientamos hacia autores que sí han realizado trabajos de campo, la dificultad de aplicar sus conclusiones se deriva siempre, en última instancia, del mismo hecho: la frontera disciplinar es presupuesta, aceptada e incluso consolidada por todos ellos. Esto evidencia, por una parte, la facilidad con la que se pueden imponer las categorizaciones abstractas a las realidades concretas, con independencia de la pertinencia de tal imposición. Lo cual implica un considerable carácter constructivo, o constructivista, según se quiera entender, en el

ción fronteriza, no se ha alcanzado la competencia como físico; y pese a ello, la investigación es fundamento suficiente para desarrollar el proyecto académico de una tesis doctoral; en este caso, la formalidad académica se impone sobre el rigor metodológico y la textualidad es la que, de hecho, justifica la pertinencia, validez, solvencia y, sobre todo, originalidad de la presente investigación en tanto que tesis doctoral. En definitiva, una nueva dualidad inscrita en la vivencia que ha supuesto este proyecto a un tiempo vital, académico y científico.

campo de la SCC, una empresa intelectual que parece haber ido consolidando la realidad fáctica de un determinado «objeto ciencia» en virtud de la reiteración en una determinada interpretación del mismo. Por otro lado, también parece entreverse que cuanto más abandonamos la pretensión de modelos interpretativos genéricos, los trabajos concretos apuntan hacia esa inasibilidad formal que se deriva de la constitución práctica de la actividad científica: partiendo de perspectivas interpretativas distintas es inevitable obtener visiones igualmente diferentes de las cosas, y en última instancia, cosas distintas. Y sería confirmación igualmente del constructivismo propio de la práctica emprendida en el campo de la SCC, sólo que ahora no llevaría a la consolidación de realidad objetiva alguna. Lo cual podría constituir un ingrediente más de ese fracaso textual al que se ha aludido ya, amén de ratificar la idea de que diferentes perspectivas aplicadas a la observación de un mismo fenómeno, producen un «objeto» distinto]

El problema al que nos enfrentamos es, en última instancia, cómo conjugar la reflexividad constitutiva de las prácticas que defiende la etnometodología de Garfinkel con la práctica de investigación que supone un estudio empírico del conocimiento científico. ¿Qué es la reflexividad etnográfica? Un buen punto de partida pudiera ser, según entendemos que es nuestra intención, que la investigación, se realice del modo que se deje constancia de la presencia de un observador (Heap y Roth, 1973); ello implicaría relativizar la posición analítica desde la que se construye el propio discurso, como discurso de conocimiento, porque ese observador, al igual que el observador de los fenómenos cuánticos, conlleva una «interferencia» en el desarrollo de los fenómenos que pretende observar. Un segundo paso sería, entonces, relativizar a su vez la práctica observacional, reduciendo en la medida de lo posible la «singularidad» de la observación, su capacidad de interferencia práctica, lo que en nuestro caso se llevó en su momento a cabo durante los años de asistencia a clase actualizando la vertiente participativa y suprimiendo la observacional —dilatando hasta un futuro, que es el presente actual, su actualización como categoría analítica—. Ello significa que en términos discursivos, expositivos y representacionales la investigación ha de poner en evidencia la presencia de un observador que, en el transcurso práctico de la misma ha sido «ocultado»; para nosotros, en consecuencia, la reflexividad etnográfica supone la inserción del etnógrafo en una dinámica social constitutivamente reflexiva como un miembro más del colectivo que la actualiza (ocultación del sujeto-observador) y la posterior evidenciación de su perspectiva observacional en el transcurso de su práctica participativa, para dar cuenta de la reflexividad constitutiva de esa práctica compartida en términos de la investigación que ha de tenerla en consideración (revelación del sujeto-observador).

La reflexividad etnográfica es, efectivamente, reflexiva, porque supone una implicación práctica en una dinámica social reflexiva (la reflexividad etnográfica es «consecuencia» de la reflexividad constitutiva de los procesos sociales); y es etnográficamente reflexiva, a nivel cognitivo, porque toma conciencia de esa constitución reflexiva de los fenómenos sociales; y es, además, etnográficamente reflexiva, en términos prácticos, porque ha de aplicar sobre sí misma las consecuencias de esa constitución re-

flexiva de los fenómenos que analiza (lo cual incide en la práctica discursiva de la investigación). Ello supone una triple incidencia de lo reflexivo en la práctica-cognición que ha de ser la etnografía dedicada al estudio social de la ciencia: las prácticas sociales constitutivamente reflexivas implican una dimensión práctica de la misma; la consideración, a la hora de su comprensión, de esa reflexividad constitutiva supone una dimensión cognitiva; y la aplicación de las implicaciones sobre la propia investigación de dicha reflexividad constitutiva en virtud de su toma en consideración a la hora de interpretarla implica una dimensión práctico-discursiva.⁶⁸

En los estudios empíricos de laboratorio podemos discernir dos posturas enfrentadas: una que apuesta por la reflexividad, bien en la línea que podríamos denominar etnografía interpretativa (Cotillo 1996), cuyo principal exponente sería el trabajo de Woolgar y Latour, bien en una línea etnometodológica y relativista como Lynch; de la otra parte estarían las posturas no reflexivistas, ya sea en defensa de una visión relativista de carácter instrumental como la de Knorr-Cetina, ya sea en la línea «decididamente relativista» de Collins y Pinch. Es decir, podemos establecer una gradación en cuanto a la posición interpretativa de estos estudios: reflexividad absolutista, etnometodología reflexiva y relativista, etnometodología relativista y no reflexiva (instrumentalismo) y, finalmente, relativismo absolutista (discursivo). Curiosamente, en los extremos, el referente fundamental son los textos, en tanto que en las posiciones intermedias y más ambiguas, lo que es de vital importancia son las prácticas en sí mismas. Esta clasificación *ad hoc* nos sirve para señalar que surge en estos trabajos un conflicto a la hora de conjugar reflexividad y relativismo, fruto, a nuestro entender, de la transposición de la reflexividad en puro argumento analítico (una reflexividad etnográfica que habría perdido la referencia de la reflexividad constitutiva).

Los reflexivistas «puros» rechazan el relativismo en tanto que atentaría contra el estatuto epistemológico de sus afirmaciones, pues en última instancia quisieran ser reconocidos por los científicos como sus iguales; los relativistas «puros» rechazan la reflexividad para poder regresar tranquilamente a su nicho profesional sin contaminarse demasiado de ciencia, pues en última instancia lo que anhelan es el reconocimiento de su propia tribu. Entremedias, esa preocupación última por el estatuto epistemológico de las propias afirmaciones no es significativo, y la combinación o no de relativismo y reflexividad puede darse en función de criterios más inmediatos: Knorr no reconoce su propia implicación instrumental como productora de conocimiento, de modo que la reflexividad no aparece en el horizonte de sus preocupaciones; para Lynch, lo fundamental es la actualización del conocimiento tácito en las prácticas, por lo que reconocerse ejerciendo la misma práctica de producción de inscripciones que los científicos no supone ningún problema.

Podríamos complejizar las fracturas y continuidades de esta tipología considerando la componente etnometodológica que no aparece en las posiciones extremas y sí en las intermedias, pero no nos aportaría más luz. Lo que tratamos de poner en evidencia se puede formular preguntándose lo siguiente: ¿cuántas de las inscripciones

⁶⁸ En definitiva, se trata de inscribir la investigación en un modelo práctico y cognitivo que englobe los tres tipos de reflexividad que señalan Ashmore (1989) o Ramos (1993): la reflexividad autoconsciente, la reflexividad auto-referente y la reflexividad constitutiva, entendiendo que la tercera es el fundamento substancial que hace posible que los otros dos tipos de reflexividad puedan ser puestos en juego

literarias que constituyen la labor fundamental del laboratorio para Woolgar y Latour ellos mismos manejaron y estaban en condiciones de entender? ¿cuánto conocimiento tácito rutinario pero no formalizable aplicó Lynch en su trabajo? ¿de cuántas interacciones instrumentales participó la propia Knorr junto a los científicos a los que se las atribuía? ¿cuánto del proceso de socialización profesional de los científicos podrían haber aplicado Collins y Pinch para hacer inteligible su interpretación sociológica? Las respuestas son: ninguna, ninguno, ningunas y nada. La reflexividad constitutiva se ha volatilizado y lo que queda de ella se ha convertido en un presupuesto interpretativo que se aplica o no se aplica según la conveniencia, práctica, local, contingente, socialmente condicionada, implicada en las negociaciones pasadas y presentes del campo (sociológico), a la búsqueda de acuerdos, inscrita en negociaciones, etc. del propio analista.

Y aquí estamos en curso de caer en el mismo error que todos ellos...

- ¿Oís eso? ¡Creo que nos toca de nuevo! Ha salido finalmente la cuestión de la reflexividad a escena en su misma mismidad.
- Ya: y tú y yo misma somos, ya desde antes, exponentes de su presencia implícita en el texto.
- Cierto; pero ahora la llamada de atención obedece a que, una vez señalada esa «restricción» que, se nos dice, se ha operado sobre la reflexividad en los estudios empíricos de campo, aquí, él y nosotras, estamos incurriendo en el mismo error.
- Pues a mí me parecía que la cosa iba bien encaminada: desde un principio se ha señalado que la dimensión práctica suponía una inscripción del investigador en el proceso que estudiaba que lo asimilaba a los sujetos partícipes del mismo; esa práctica es tal que implica fundamentalmente la construcción particular de un modo de conocimiento con el que enfrentarse al mundo, de manera que supone el tipo de práctica reflexiva que señalaba Garfinkel, en el que las propias representaciones de los actores se inscriben, como parte de ellas, en las mismas prácticas que éstos realizan, de manera que la dinámica es una práctica colectiva que, en realidad, se compone de la doble dimensión práctico-cognitiva propia de la reflexividad social como fenómeno constitutivo.
- ¡Ya! Pero ahora, no sé si te das cuenta, la reflexividad se pone en escena no a a partir de ese presupuesto, sino porque en el campo de la SCC ciertos autores han hablado de la cuestión; de la propia práctica que se había establecido como substrato fundamental de la reflexividad constitutiva ha desaparecido toda referencia.
- Una cuestión: hemos estado presentes en el «texto», como bien ha dicho una de vosotras; hemos de presuponernos a nosotras mismas (¿estoy siendo reflexiva ahora?) expresión formalizada, como el resto del texto, de la vivencia práctica sobre la que el mismo versa, luego alguna referencia práctica en dicho proceso ha de poder encontrarse de la cual nosotras seamos ahora resultado.
- En cierta medida eso, creo yo, quedaba aclarado una vez que se aceptaba la dualidad constitutiva del investigador como observador y participante a un mismo tiempo; posiciones lógicamente incompatibles pero vivencialmente conjugables de hecho. Reconocer esa fisura, de partida, en el sujeto de conocimiento

que se atribuye la autoría de las páginas presentes supondría aceptar la coexistencia en él de voces alternativas en disputa, inconciliables en términos de la formalidad analítica con la que dicha dualidad podría ser transcrita.⁶⁹

- Chicas: no es ese el problema. Hemos salido a la luz por otra cuestión, y al hilo de ello se nos ha utilizado para reforzar la posición del autor. Lo cual resulta siempre agradable. El problema de fondo es: ¿por qué *ahora* se afirma que se puede estar a punto de caer en el mismo error que todos esos trabajos que se han considerado?
- ¿Quieres decir en el «ahora textual» como parte del proceso de la investigación? Entiendo que el autor está debatiéndose, a estas alturas del texto y en términos de lo que estará en condiciones de afirmar más adelante, entre dos cuestiones: una, solucionar la revisión crítica de algunas de las premisas de la SCC que pudieran aplicarse a la comprensión de la ESH de la manera más solvente posible para pasar por fin a su particular «respuesta»; la otra, reconocer la componente textual de la investigación como un elemento del que hacer uso en defensa de su postura, evidenciando el sentido, en términos de la propia investigación y de sus premisas de partida, de las operaciones que en este apartado se ha pretendido llevar a cabo. La primera cuestión es puramente instrumental y no requiere considerar los contenidos particulares de aquello de lo que se está hablando (el texto se produce atendiendo a los requisitos formales que todo texto de este tipo ha de cumplir); la segunda surge al hilo de la primera y en apariencia sería, de hecho, un recurso en que apoyarla. Pero supone atender muy detenidamente a los contenidos vertidos para vislumbrar, en esas operaciones, qué elementos pueden señalarse, reflexivamente, como significativos en términos de la pertinencia textual del presente trabajo...
- ¡Y entonces el autor se da cuenta, a la luz de esos contenidos, que va a caer en el mismo error que critica a todos esos autores!
- No: más significativamente; se da cuenta de que sus propios presupuestos de partida, sin él darse cuenta, y pese a la apariencia retórica con la que los había presentado, eran prácticamente los mismos que los que en este apartado estaba criticando.
- Si os fijáis, reflexividad, etnometodología, relativismo, instrumentalismo, conocimiento tácito, interacciones y negociaciones, etc. son conceptos que nada dicen de la ESH. Ha habido como un paréntesis en el que la ecuación ha desaparecido de escena y se ha ido presentando todo un conjunto de categorías analíticas propias del campo de la SCC y cuya utilidad pudiera ser muy significativa más adelante, cierto, pero que no surgen de la práctica empírica que se supone ha de ser la referencia fundamental.

⁶⁹ Esa fractura interna del «yo» fue formulada por Freud (1992, 2000), y a partir de ella, los mecanismos formales mediante los cuales recuperar los fragmentos dispersos deberían ser la sobredeterminación, la condensación y el desplazamiento (Freud, 1991/94); se trataría de rescatar, a partir de los «síntomas», el trasfondo de los fenómenos. Entendemos que nuestra metodología es deudora de los planteamientos freudianos aunque, obviamente, no pretendemos seguirlos: la práctica vivencial constituiría —desde un punto de vista estrictamente metodológico— el inconsciente generativo de la dinámica que se traduciría en la dimensión consciente formal.

- Pero eso me parece pertinente: está hablando / escribiendo el observador; ya se han presentado los dos niveles adscribibles al sujeto participante, el nivel formal propio del aprendizaje de la ESH y el nivel vivencial en el que aquel se inscribió. Este segundo nivel, en su reconstrucción actual, supone ya la acción del observador, redescubriendo el nivel formal precedente. Y ahora, ese observador está haciendo explícitas las categorías interpretativas que, como tal observador, llevaba incorporadas ya desde un inicio y que ha llegado el momento de actualizar. ¿No se nos hablaba de «cortocircuito» páginas atrás? Toda partícula cuántica debe ser necesariamente «colapsada» para ser observada, no se puede rescatar su «pureza» constitutiva porque la observación implica una alteración significativa de la misma; es más, se hace discutible la existencia «real» de tal pureza constitutiva... se pierde la condición fundamental de la objetividad que se le presupone al conocimiento científico clásico. La MC tiene que hacer evidente la presencia de un observador, lo mismo que aquí se ha dicho de los estudios etnográficos de la ciencia. Y esa puesta en evidencia se está llevando a cabo.
- Sí, pero en el texto, ¿rescatar la reflexividad constitutiva, evidenciar la presencia de un observador, reafirmarse en la interferencia que supone todo acto de conocimiento puede ser un acto textual?
- ...no sabría qué decir...
- ...ni yo...

...el error —sinceras gracias por vuestra colaboración— consiste en: i) dejar de lado como referencia esa dimensión constitutiva de las prácticas sociales al tratar de las representaciones sociológicas pertinentes al caso, y ii) pérdida esa referencia, también olvidar que, como práctica social, el propio texto implica una acción reflexiva, hágase en él explícita o no (este relato estaría siendo sensiblemente distinto si no formara parte de un contexto social configurado por determinados requerimientos, prácticos y cognitivos). Esto nos conduce a la necesaria consideración de la incidencia de lo textual en los estudios realizados por la SCC, dejando de momento en suspenso las implicaciones reflexivas que podemos extraer de tales estudios.

IV.3.ii. La construcción textual de objetividad: los «textos / prácticas»

Cuántas referencias hemos hecho en el apartado anterior versan sobre textos, que a su vez lo hacen sobre otros textos o bien sobre los datos recabados en una investigación empírica (que son evaluados, en todo caso, a la luz de textos que han tratado cuestiones similares). Este texto implica la referencia a un numeroso conjunto de textos, en algunos de los cuales se considera la dimensión textual de la actividad científica. Muchos de esos textos acerca de la textualidad de la actividad científica no consideran su propia textualidad como exponente de una actividad que pretende también ser científica. La reflexividad constitutiva de las prácticas sociales, amén de lo constitutiva que se la quiera considerar, en lo que al presente texto se refiere, es una construcción textual, y el diálogo en torno a ella, igualmente, una construcción textual acerca de dicha construcción textual. Por muy reflexivamente «puros» que quisiéramos llegar a

ser, esa pureza habría de expresarse textualmente. Nuestro horizonte de referencia es una gran biblioteca, en parte real, en parte virtual, en la que nuestra labor se inscribe engrosando el número de sus volúmenes y sin que, generalmente, nos demos cuenta de que gran parte de nuestra labor empieza y culmina en ella. La textualidad es el gran «punto ciego» que facilita nuestra visión sociológica.⁷⁰ En el presente apartado trataremos de desvelar la fundamental implicación textual de nuestra actividad a la luz de lo que algunos autores han dicho acerca de la componente textual de la actividad científica. Ello nos situará, en el momento actual de la investigación, en condiciones de afirmar el sentido reflexivo que de ella surge para la ESH. Nos salimos, entonces, un poco «más allá» todavía de la propia ecuación.

La primera evidencia es: por mucho que se entienda la actividad científica como una práctica, sus resultados se presentan por escrito; en última instancia, la bibliografía científica recoge lo que se consideran resultados finales de la investigación (como en estas páginas). Y el tipo de razonamiento aplicado en esos textos es muy diferente del que se aplica en la práctica de la investigación en curso (tal cual aquí se quiere evitar). Los intereses personales y la contingencia contextual tienden a ser eliminados mediante una adecuada manipulación literaria que pretende hacer del texto un informe imparcial y objetivo del trabajo llevado a cabo (en nuestro caso, la contextualidad procesual de la investigación es un factor metodológico fundamental). Y para lograr esto, se ha de conseguir que el lector reconozca la autoridad cognitiva del autor del texto. El propio texto puede suministrar en virtud de su misma organización textual «instrucciones» para que el lector pueda darle el sentido adecuado y acepte su objetividad como informe tanto como la autoridad del autor.⁷¹

Sin embargo, esa autoridad cognitiva no se logra personalizando las afirmaciones, precisamente, por la objetividad que se le ha de atribuir al informe: el texto debe estar despersonalizado, hacer recaer el peso de las afirmaciones sobre el método, de tal modo que el lector, como razonador competente, encuentre que, a través del texto no puede llegar a otra conclusión que no sea la del autor (algo que aquí no se pretende). Esta «externalidad» de autor y lector respecto de aquello sobre lo que versa el texto pretende reforzar el presupuesto epistemológico de que, basándose en el mismo método, distintos observadores han de llegar a las mismas conclusiones (Gusfeld, 1976), a lo cual, además, contribuye la organización secuencial del texto que refuerza la idea de que el seguimiento del método conduce al logro de resultados.

Y otro mecanismo que esos textos emplean es el recurso a la tradición pasada: su relevancia e inteligibilidad puede verse reforzada mediante referencias a otros textos pasados de su tradición literaria (recurso que aquí se explota exageradamente...): apelan a la «intertextualidad» (Latour y Fabbri, 1977).⁷² Mediante esas referencias, en el texto se da una reconstrucción de la tradición de la disciplina: las prácticas y los re-

⁷⁰ Para ver hace falta no ver que se ve, la visión requiere un punto ciego, una zona de no-visión en la retina, que es del que parte el nervio óptico desde el globo ocular para informarnos de nuestra visión (Ibáñez, 1990).

⁷¹ Especialmente Woolgar ha considerado la organización textual en función de esas instrucciones que se dan al lector (Woolgar, 1980; 1992)

⁷² La intertextualidad también es tratada por Markus (1987) y Hanks (1989).

peritorios interpretativos de la tradición son reorganizados en una historia coherente y estructurada; mediante la selección de los textos pertinentes y su articulación lógica, el autor define el «estado de la cuestión» en la disciplina⁷³ (¿estamos haciendo nosotros algo distinto en estos momentos?). Mediante este recurso se opera una permanente re-creación textual de la historia de la disciplina, que aparece como una empresa colectiva siempre abierta y en continuo progreso.

En última instancia, los textos científicos contienen estrategias retóricas de objetivación mediante las cuales se pretende representar una realidad objetiva de forma plausible y persuasiva (Atkinson, 1990), y para lograr tal objetivo, es necesario que los formatos textuales que apliquen estén convencionalmente aceptados, que sean los adecuados según dicha aceptación convencional. Esto requiere que sus afirmaciones se encuadren en un espacio retórico y social más que en uno lógico (Rouse, 1987). Y su plausibilidad y persuasividad también se incrementará según se incrementa el número de alianzas que pueda obtener (Latour y Bastide, 1988). Esta acumulación de aliados se realiza mediante una peculiar operación que algunos autores denominan *traducción-traslación*: se trata de generar convergencias y homologías entre fenómenos, aspectos, personas, significados, etc. que permanecían aislados, ocupando territorios diferentes y que se pueden desplazar en apoyo propio; esta estrategia implica la definición de la identidad, intereses y estrategias de los actores involucrados y la generación de un mapa reticular en el que se objetivan, transfieren y remodelan conocimientos generando jerarquías entre las organizaciones, los grupos y los individuos involucrados (Callon, Courtial, Turner y Bauin, 1983), la constitución de un «actor-red» de entidades (Callon, 1986).⁷⁴

Considere el lector la doble afirmación, o re-afirmación del presente apartado: se trata de evidenciar la objetividad de cierta constitución de los textos científicos como constructores de objetividad mediante la ejecución de, exactamente, las mismas operaciones —realizadas en «este» texto— que se dice que dichos textos implican...

Esas estrategias retóricas que se pueden señalar como parte de los textos científicos implican dificultades para sus autores, debido a que sus afirmaciones se han de inscribir en una «estructura» previamente creada por otros textos (Myers, 1985), en virtud de la cual las afirmaciones contenidas en el texto adquirirían un estatus según el nivel en el que se situasen dentro de la jerarquía definida por la estructura: de dicha jerarquía dependería el grado de aceptación o rechazo que obtendría cada afirmación particular (Pinch, 1985). Esto significa que además del formalismo lingüístico de los textos que dota al discurso que contienen de una estructura inmanente, su relevancia, pertinencia, validez y aceptación depende de la matriz social en la que se enuncia ese discurso, y que sólo mediante su formalismo lingüístico no se les puede atribuir un sig-

⁷³ Según Myers (1991), esta especie de reescritura de la historia de la tradición tendría por objetivo lograr los apoyos necesarios para continuar esa historia; por su parte, Small (1978) y Small y Griffith (1974) estudian la relación entre el surgimiento y desarrollo de las disciplinas y la organización de los textos que se lleva a cabo en ellas.

⁷⁴ Sobre la traducción-traslación pueden consultarse, además: Callon (1980), Latour (1986) y Law (1986 y 1986b). Al estudio de estas redes de intereses se ha dedicado el análisis co-word, del que se puede encontrar una exposición detallada en Callon, Law y Rip (1986).

nificado, sino que éste también depende del contexto (dependencia que es, aquí y para nosotros, más que evidente y significativa... fundamental).

Podemos dar un paso más y considerar, con los etnometodólogos dedicados al análisis textual, que el texto no solamente depende del contexto social en el que es puesto en juego para su comprensión, sino, lo que es más importante en nuestro caso, que los textos forman parte de la práctica en la que están involucrados tanto autores como lectores, y la escritura organiza nuestras relaciones con los otros y nuestra percepción del mundo (Bazerman y Paradis, 1991). Desde esta perspectiva, hay que tener en cuenta que la acción de un texto culmina cuando éste es leído por un lector: un texto es tanto un modo de escritura como un modo de lectura. Desde este punto de vista, la capacidad de lograr esa persuasión y esa objetividad presupuestas en el texto como operaciones retóricas, dependerá también de la competencia textual de su audiencia, de los miembros del colectivo social, más o menos amplio, que lo lean. En virtud de esto, discriminar si un texto habla de la realidad o es una mera ficción —si es «científico» o «literario»— dependerá tanto de esas instrucciones suministradas por el autor como de las capacidades interpretativas que el lector aplique sobre dichas instrucciones (Watson, 1987).

Existirían, entonces, ciertas convenciones que permitirían al lector atribuir un mayor o menor grado de facticidad a los textos, convenciones que contribuirían a que un texto se leyese como realista o plausible (Atkinson, 1990); pero dichas convenciones textuales constituirían un universo común compartido tanto por los textos científicos como por los literarios; es decir, no existiría un conjunto de convenciones textuales propio de la literatura y otro exclusivo de la ciencia, sino que en virtud de las mismas convenciones se puede discriminar entre ambas como dos modalidades literarias distintas. Lo que supone que los textos científicos también han de estar caracterizados por un «estilo» propio (y ése es un empeño particularmente significativo en nuestro caso). Estas convenciones compartidas por autor y lectores dotan de una especial significación a las audiencias potenciales de los textos en el caso de las ciencias naturales; en cierta medida, su audiencia «competente» está presupuesta ya, incluida en el propio texto:

«La audiencia de un texto no pertenece simplemente a un contexto social influyente sino que constituye un rasgo del texto como actividad de objetivación. Así, la audiencia del discurso de las ciencias naturales se restringe a aquellos que pueden participar en pie de igualdad en su continuación. Esto supone un *cerramiento social* del discurso sobre sí mismo, esto es, la especialización y profesionalización de su audiencia. La competencia interpretativa queda seriamente restringida al limitarse el número de los lectores “competentes”» (Cotillo, 1996: 381).

(Trasladados a la fase actual de reconstrucción textual en la que se halla la presente investigación, esta restricción, en virtud de su competencia para la lectura, de la audiencia competente, se convierte en nuestro caso en un recurso crítico fundamental: pretendemos evidenciar que no hay tal audiencia competente en nuestros presupuestos, que sí hay una predisposición por parte de los potenciales lectores de

este texto a presuponer dicha restricción, y que el propio texto suministra los recursos necesarios para adquirir una competencia absolutamente singular, fruto de la instalación del discurso del texto en la «frontera» entre dos disciplinas que implican, de hecho, la existencia de un público predispuesto a situarse en términos de su competencia como lectores o no lectores del presente texto. Existe, de hecho, una asimetría, pero el autor ha tratado de proponer un texto que la reduce considerablemente... resta al lector hacer o no el esfuerzo de adquirir las convenciones que el texto propone)

En términos de esa competencia contextual, contingente, local y socialmente configurada que es parte constitutiva de las convenciones que se aplican en la construcción textual, hay que tener en cuenta que el texto no es más que un formato particular en el que se transcribe el «discurso» compartido, o presupuestamente compartido, por autor y lectores. Mulkay, Potter y Yearley (1983) consideran que los análisis del discurso científico que se venían realizando utilizaban ese discurso de un modo instrumental para extraer sus propias conclusiones, dejando de lado la fundamental cuestión de cómo los propios científicos empleaban su discurso como una fuente interpretativa: en última instancia, en los textos sociológicos termina dominando la voz autorizada del analista, que sólo permite que los propios actores hablen a través de su texto cuando parecen ratificar su versión de los hechos (construcción textual que cumple, entonces, todos los requisitos presupuestos por ese analista sociológico para el caso de los textos científicos). Estos autores señalan la «variabilidad» constitutiva del discurso científico: los actores ofrecen muy a menudo versiones distintas de sus acciones y creencias dependiendo del contexto, y diferentes sujetos ofrecen historias muy distintas del mismo fenómeno. Esa variabilidad quedaría suprimida por los textos de los científicos, en virtud de su pretensión de objetividad despersonalizada, pero, lo que es más importante, según estos autores también sería suprimida por los informes textuales de los analistas sociológicos (problema respecto al cual aquí nos venimos debatiendo desde las primeras páginas: la vivencialidad por oposición a la formalidad, la procesualidad por oposición a la versión acabada, la dualidad por oposición a la unidad cognitiva, etc. apuntan a la inscripción en esa variabilidad discursiva, a nuestro entender producto de la constitución eminentemente práctica de la actividad científica,⁷⁵ que señalan estos autores).

Esta variabilidad constitutiva del discurso científico (variabilidad que los textos propios y ajenos ocultan) determina la imposibilidad de establecer criterios de validez general para determinar la adecuación empírica de las narraciones de los científicos y, en consecuencia, la correlativa imposibilidad para el analista de asegurar las suyas propias: hemos de abandonar la pretensión de que existe una única versión exacta de lo que sea la actividad científica (pretensión que, bajo premisas distintas, hallamos tanto en los textos de los propios científicos como en los de los analistas de los científicos

⁷⁵ En este aspecto, nuestra perspectiva sería también coincidente con la de la etnometodología, pues la indicialidad propia de las afirmaciones que estos autores señalan sería resultado, precisamente, de que la ciencia es una actividad práctica (Barnes y Law, 1976): el discurso no sería simplemente un instrumento para la descripción, no sólo se refiere a las acciones, sino que forma parte de ellas.

y de sus textos).⁷⁶ Por la rendija analítica de la textualidad se hace una vez más evidente la reflexividad, sólo que en este caso lo hace «en negativo»: no atendiendo a la dimensión reflexiva de las prácticas que se están observando, la investigación critica ciertos métodos, procedimientos y estrategias (textuales) de la actividad científica mediante unos textos que desarrollan sus argumentos aplicando esos mismos métodos, procedimientos y estrategias; no reconociendo la reflexividad, son reflexivos sin darse cuenta. Pero se trata de esa reflexividad, también, restrictiva que se circunscribe exclusivamente al ámbito particular de la investigación, que repercute (esta vez de manera inconsciente y negativa) sobre el investigador en tanto que agente de conocimiento; no lo hace en tanto que sujeto social implicado en una dinámica constitutivamente reflexiva, de la cual, tanto la práctica científica como la sociológica forman parte. El mismo problema que hemos señalado para el caso de los estudios empíricos de la ciencia.⁷⁷

Estas consideraciones acerca de la textualidad (la científica y la que versa sobre ella) y de la variabilidad discursiva que la misma oculta nos indican un camino por el que reconducir la investigación (reconducción textual, pues en virtud de que ésta es la fase en la que nos encontramos hemos tenido que «bordear» textualmente la ESH con consideraciones acerca de la textualidad como modo de producción de objetividad) hacia esa reflexividad constitutiva de la que participa inevitablemente en tanto que práctica social ella misma. Nos habemos con la tarea de poner en cuestión las prácticas habituales de lectura y escritura,⁷⁸ prácticas interpretativas de naturaleza social en las que están involucrados, entre otros muchos colectivos humanos, los científicos y los analistas de los científicos. Este camino ya ha sido emprendido por algunos autores dentro del campo de la SCC, cuya pretensión era evitar la forma naturalista con la que comúnmente se han presentado los propios hallazgos en la disciplina.

Autores como Ashmore, Woolgar o Mulkay han optado por lo que se han denominado Nuevas Formas Expositivas (NFE)...

- ¡Hablan de nosotras!
- ¡A ver, a ver!
- ¿Estáis seguras de que las NFE «somos» nosotras?

⁷⁶ Ante esta evidencia, una corriente dentro de la SCC dedicada al análisis del discurso se ha planteado el estudio de esa variabilidad discursiva sin tratar de producir una versión definitiva de lo que sea la ciencia a partir de ello. El análisis del discurso no pretende extraer una versión definitiva de la creencia y de la acción de los científicos, sino atender a la cuestión metodológica previa de cómo se generan socialmente los informes de los científicos, y de los propios analistas, sobre la acción y la creencia. Respecto a este tipo de análisis del discurso, pueden consultarse: Mulkay (1981), Mulkay y Gilbert (1982, 1984, 1986), Mulkay, Potter y Yerley (1983), Potter y Wetherell (1987).

⁷⁷ En este sentido, Watson (1987) confiesa que tiene la impresión de que cuando los antropólogos hablan de reflexividad, o no saben de lo que están hablando o hablan de algo diferente que de lo que parece que están hablando. En general, los etnógrafos son conscientes de las convenciones culturales que son sus objetos de estudio, pero permanecen a menudo felizmente inconscientes de sus propias convenciones culturales.

⁷⁸ Y hemos de entender que también la lectura y la escritura son prácticas sociales que se realizan también en muchos otros ámbitos sociales distintos de las prácticas propias de la actividad científica: la reflexividad que perseguimos rescatar a través de ellas reside precisamente en es su condición «social», mucho más amplia y significativa que su condición «científica».

- Verás: ahora viene lo del monólogo académico, las voces y discursos que son omitidos, y los significados múltiples, la auto-referencia, el estilo de ficción...
- Chsssss... deja que siga, mujer; nosotras estamos aquí para meter el dedo en el ojo.
- Es que me emociona ser protagonista también en el «otro lado»

...entienden que la sociología está dominada por una regularidad expositiva que es calco de la que se aplica en las ciencias naturales: un monólogo empirista en el que el propio discurso que los actores generan en el curso de sus interacciones no tiene cabida. Consideran que toda acción social y todo producto cultural están fundamentalmente caracterizados por la multiplicidad interpretativa, de manera que tratar de representarlos mediante textos que sugieren significados únicos y autorizados no es una manera satisfactoria de exponerlos.⁷⁹ Afrontan la reflexividad constitutiva de las prácticas sociales como una característica de todo discurso (y aquí empiezan los problemas...), de manera que su pretensión es la de recoger esa reflexividad discursiva en su práctica (discursiva) analítica. Parten de la presunción de que la distinción entre lo fáctico y lo ficticio es el resultado de distintas presentaciones textuales, cada una sujeta a convenciones particulares, y no una discriminación respecto a una realidad y unos hechos objetivos e independientes sobre los que un tipo de textos trataría y el otro no. Es decir: se suspende el criterio empirista que considera una realidad externa e independiente como árbitro de la facticidad de las representaciones textuales.

La distinción entre lo fáctico y lo ficticio sería ella misma una construcción textual, y para criticar esa distinción las NFE utilizan estilos explícitamente ficticios de escritura, lo que formalmente se traduce en la incorporación de más de una voz en el discurso o en la presentación de discusiones en forma de diálogos abiertos. Esto, entonces, supone la puesta en cuestión, la subversión, de la autoridad del autor: la «personalización» del texto que introducen esas formas expositivas, subvirtiendo la autoridad del analista al introducir variaciones posibles a su monólogo, ponen en evidencia la existencia de más de una versión posible de los hechos, lo cual hace aparecer al autor en escena como (un) intérprete (posible): ya no son los hechos despersonalizados los que persuadirán al lector de que lo dicho es inevitablemente la correcta versión de las cosas. La ruptura formal de la autoridad del autor lo hace más presente (o, mejor, lo hace presente, simplemente, frente a su ausencia formal en los textos tradicionales) y con ello, relativiza sus afirmaciones. Para estos autores, esta estrategia consigue reducir el carácter persuasivo que atribuyen a los textos científicos y a los informes sociológicos resultado de su tradicional exposición basada en el monólogo empirista.

Como ya se ha señalado, el proceso de escritura culmina, como proceso social, con la lectura del texto por un lector. Aquí surge la primera evidencia de lo insuficiente como recurso de las NFE: intentar evitar que un texto sea creído en exceso como versión privilegiada de algo y para ello poner en suspenso el vínculo entre referente y discurso propio del monólogo empirista es una pretensión de la escritura, pero no garantiza que el lector vaya a leer el texto como su autor quiere que lo haga. Aceptada la pre-

⁷⁹ El trabajo de Ashmore, Mulkay y Pinch (1989) es un intento de rescatar esa multiplicidad interpretativa inscrita en las prácticas sociales que constituyen la actividad científica.

misa de que la tradición sociológica es la del monólogo empirista, un texto producto de las NFE habrá de suministrar instrucciones acerca de su lectura, indicar al lector que la «correcta» interpretación de lo que en él se dice no obedece a los criterios convencionales acerca de la corrección interpretativa de un texto, habrá de generar deconstrucciones retóricas de la objetividad propia del estilo «clásico», habrá de hacer evidente que esas voces discordantes tratan de representar a los propios actores y habrá de inducir al lector a interpretar el texto como una personalización del discurso que relativiza la posición cognitiva e interpretativa del analista. Habrá de adoptar una coherencia textual igual que los textos que su propio estilo cuestiona. ¿Quién o qué garantiza que *cualquier* lector podrá ver sólo a través del *propio texto* todas las críticas que los autores pretenden con él? Está más allá del control del autor lo que el texto realmente pueda significar para su audiencia.

Se requiere una matriz social en la que la recepción de ese texto sea convencionalmente afín a las pretensiones del autor: seguro que la impresión general fuera de los círculos de la SCC enterados de las evoluciones del campo disciplinar será más que nada la de una «curiosidad anecdótica» o la «excentricidad» de un «tipo raro».⁸⁰ Podemos dudar que los textos de las NFE puedan alcanzar una difusión mucho más amplia que la de unos cientos de lectores «competentes» y que de hecho, en términos de la práctica social que significan, están enfatizando esa «profesionalización de las audiencias» de la que se acusaba a los textos científicos.

Todas las críticas vertidas sobre esa modalidad textual propia de la escritura científica que los partidarios de las NFE califican de monólogo empirista y atribuyen (muy correctamente, creemos) también a los informes sociológicos, lo que indican es que los textos son parte de un conjunto mucho más amplio, que los engloba a ellos como otra manifestación más, de prácticas sociales que configuran una determinada actividad, la actividad científica, y que por ello sólo los textos no nos permiten acceder al sentido de tales prácticas. La reflexividad social caracteriza a dichas prácticas y, en consecuencia, también a los textos como particular modalidad de las mismas; sin embargo, los partidarios de las NFE reducen la dimensión reflexiva a una cualidad exclusiva de los textos y así pretenden hacer reflexiva su práctica analítica mediante recursos exclusivamente textuales. Volvemos a encontrar una vez más, entonces, que se ha operado una reducción de la reflexividad constitutiva de las prácticas sociales en virtud de la cual ésta es transformada en un recurso analítico. La formulación de estos autores es extremadamente coherente con «su» propia postura analítica, pero obvia el hecho de que esa dimensión social extratextual de los textos invalida sus premisas, porque cualquier lector es libre de aplicar en la lectura cualesquiera otras premisas interpretativas para ver en esos textos algo completamente distinto de lo que los autores pretenden transmitir.⁸¹

⁸⁰ ¿Qué otra impresión podría dar la presentación, por sus editores, de un volumen de *Social Studies of Science* (Richards y Ashmore, 1996) en la que la reflexividad puramente analítica conduce a los presentadores a hablar de una cocina en la que ellos mismos se ven como *chefs* dispendiando salsa para la degustación de comensales siempre insatisfechos: presentan el volumen presentándose ellos mismos, de forma literaria, como los siempre amenazados alimentadores de una comunidad en constante discordia... ¿y dónde ha quedado el objeto de estudio «ciencia» que, se supone, todos los comensales «degustan»?

⁸¹ La reflexividad de los textos producidos por los autores de las NFE no sería la que ellos les atribuyen como herramienta analítica crítica, sino muy al contrario, la que resultaría de la lectura que asu-

La reflexividad, en la investigación, no se alcanza por la construcción de un texto reflexivo: cuando previamente se ha llevado a cabo una actividad que tiene en cuenta la reflexividad constitutiva de las prácticas sociales (lo que implica la reiterada conjugación de práctica y cognición en los procesos), cuando se ha tratado de inscribir la investigación en la plena participación activa de esa reflexividad constitutiva de lo social, sólo entonces tiene sentido transcribir formalmente dicho proceso práctico mediante un texto que, también él, apele a la naturaleza reflexiva del discurso (pues discurso y texto constituyen también prácticas sociales); siendo momentos temporales diversos de un proceso reflexivo en integridad, la multiplicidad interpretativa textual (unívocamente determinada por el —único de hecho— autor del texto) será la natural extensión formal de la multiplicidad interpretativa puesta en juego en la práctica de la investigación previamente (lo que para nosotros significa que esas NFE son útiles no por lo que proponen sus defensores, sino porque encontramos que son traducción textual conforme a esa variabilidad vivencial inscrita en el proceso práctico que nutre las páginas de este texto: la dualidad analítica observador / participante puede acogerse formalmente a dicha modalidad textual como una expresión adecuada en la medida en que es resultado de la dualidad vivencial observador / participante que llevaba incorporada la práctica empírica de la investigación; de la conjugación de ambas componentes, como vivencia práctica y como posición analítica, resulta, de hecho, esa multiplicidad interpretativa que reivindican los críticos de los textos naturalistas fundados en el monólogo empirista).

A partir de la frase «Hemos de referirnos en este recorrido sucinto por las posibles interpretaciones que podríamos aplicar a partir de la SCC, a los trabajos empíricos...» (pág. 223) la ESH se ha esfumado por completo del texto: tras un par de referencias a ella en los términos interpretativos genéricos extraídos de alguno de los autores considerados (términos en los que ese sentido interno de la ecuación como parte de la vivencia procesual de su aprendizaje que aquí se quiere obtener ya no está presente), ha cesado toda referencia a la ecuación. ¿Ha sido inútil, pues, el recorrido dado que en nada ha contribuido a ampliar la significación de la ecuación que pretendemos generar a partir de la práctica-de-la-práctica, reflexivamente constituida en tanto que proceso social, que se suponía es la investigación? Al contrario: ilumina grandemente nuestros pasos inmediatos; ya sabíamos y ahora hemos constatado, cuán perturbadora es nuestra interferencia en los procesos que analizamos al participar, en el intento de conocerlos, activamente de ellos. Esto es un texto: la textualidad se evidencia como una forma particular de esa interferencia activa del sujeto observador sobre el objeto observado, y aceptando la naturaleza reflexiva de las prácticas sociales, y como consecuencia de ella de la práctica social que es la propia investigación, hemos de evidenciar en el texto, en tanto que es resultado y parte integrante del proceso que constituye la investigación, la naturaleza reflexiva que al propio texto le corresponde:

me las representaciones en ellos vertidas como una herramienta cognitiva que actualizar en la práctica; serán reflexivos en la medida en que sus lectores se sirvan de ellos, de la manera que crean más conveniente y al margen de las pretensiones de los autores, para utilizarlos como recurso cognitivo de sus prácticas sociales, transformando las condiciones en las que las llevan a cabo para así generar un nuevo substrato material susceptible de nuevas interpretaciones que transformar, a su vez, en recursos cognitivos que volver a aplicar, y así sucesivamente.

- Nosotras somos un elemento integrado en ese intento: ahora podemos reivindicar un estatuto epistemológico algo más sólido del que pudiéramos tener en un principio.
- Pero no nos engañamos, tampoco: aunque seamos conscientes de esa función «crítica» que ejercemos en el texto, también sabemos que no poseemos voluntad propia y que somos resultado de la misma univocidad escritural de la que se nutre el monólogo en el que nos inscribimos.
- Sí: somos puro artificio retórico (todo en un texto, según nos indican algunas de las consideraciones precedentes, lo es); pero también nos tranquiliza en cierta medida saber que actuamos con una «conciencia limpia», porque somos la necesidad de ruptura unilineal que ha impulsado al autor a buscar «puntos de fuga» en ciertos momentos del texto; se han evidenciado dudas o posibles discrepancias, a través de nosotras, que la construcción textual monológica hubiera impedido; en fin, algo habremos hecho útil a los efectos de lo que se pretende en este proyecto...

Yo (como formato textual) también he sido parte de ese intento reflexivo: en las notas a pie he cumplido el papel «tradicional» de surtir un hilo paralelo al del cuerpo del texto, eso sí, sin perturbar su integridad como monólogo; pero en otras ocasiones he trasladado al propio cuerpo del texto consideraciones que no hubieran tenido cabida en él de haber seguido la lógica usual (Calderón, por ejemplo, viene al caso), o me he permitido señalar ciertos matices que podrían haber podido ser pasados por alto. En fin; he sido un recurso que trabajaba en los intersticios.

En mi caso, la función ha sido la de portavoz de la física y de las matemáticas y me he encargado de desarrollar los contenidos formales y las herramientas técnicas necesarias para proveer al lector de los instrumentos necesarios para que pueda llegar a una comprensión estrictamente física de la ecuación de Schroedinger; en este papel he tenido la ayuda inestimable del formato que aparece a continuación.

Mi labor, en colaboración estrecha con el formato anterior, ha sido la de recoger sistemáticamente todas las afirmaciones que implicaban la expresión de definiciones, la formulación de hipótesis o axiomas o la exposición de teoremas que eran traducción discursiva de alguna formulación físico-matemática; he sido el formato que, por expresarlo de alguna forma, ha «dado voz» a los números y a las expresiones algebraicas y analíticas.

Yo he asumido el papel de una voz reflexiva, puramente textual (grata en consecuencia a los partidarios de las NFE), que señalaba las duplicidades inscritas en el propio texto al conjugar sus contenidos con la forma en que éstos se expresaban, evidenciando esa naturaleza auto-referente de todo discurso.

Estos formatos textuales, en conjugación con la particular manera de expresar algunos de los contenidos, no son meros recursos retóricos (que también, naturalmente), sino que son expresión textual o traducción formal de esa fractura o dualidad en la que se ha inscrito desde un principio el proyecto de conocimiento aquí emprendido, en tanto que su fundamento es la participación activa en los procesos sobre los que dicho conocimiento versa (conllevando, entonces, como tal proyecto de conocimiento, una dimensión procesual que antecede a este texto y de la que él forma parte), y en consecuencia, la invalidación práctica de las categorías cognitivas tradicionales.

En virtud de esto, mediante la somera exposición de algunos de los presupuestos de la SCC que pudieran ser de utilidad en nuestro caso, hemos comprobado que tan sólo servirían para desvirtuar el sentido procesual, práctico y reflexivo que se pretende actualizar aquí, en el texto, de la investigación; hemos derivado de su posible utilidad para el caso de la comprensión de la ESH a una problematización de dichos ejemplos interpretativos, en el caso particular de los estudios empíricos, que nos ha reafirmado en nuestra crítica fundamental, ya desarrollada previamente tomando como referencia el trabajo de Woolgar y Latour: se realiza una operación de disección previa que separa tajantemente a sujeto y objeto de la investigación; el analista se sitúa como sujeto de conocimiento ajeno a su objeto de estudio y ello le conduce a aplicar categorías interpretativas extrínsecas al propio objeto. Eso nos ha apartado de la propia ESH y nos ha conducido a acceder a la dimensión reflexiva de los estudios de la SCC en virtud de la textualidad tomada como referencia fundamental, para, a la vez, descartar esa reducción analítica de la reflexividad, pero tomar conciencia, sin embargo, de la práctica textual en la que en estos momentos se sitúa la investigación. Y ello nos ha conducido a una forma de poner en práctica esa crítica a las categorías cognitivas tradicionales: las NFE han sido el punto de llegada, textual, de este recorrido, mediante el cual poner en evidencia (reflexivamente) las operaciones previas que el propio texto había realizado en ese sentido.

El texto ha obtenido, en cierta medida, una justificación para sí mismo como tal; ahora habrá de recuperar el hilo (que de hecho en ningún momento se había perdido) de la ESH, incorporando las implicaciones de esta pequeña circunvalación por las periferias interpretativas. Trataremos de recuperar la reflexividad constitutiva a través de la reflexividad textual (ella misma consecuencia de aquélla), entendiendo que ésta última no es la garante de la reflexividad de la investigación sino su expresión obligada a la altura actual de la misma (iniciaremos la derivación de la reflexividad hacia nuestra particular asunción de la misma bajo la forma de la transductividad).

IV.4. A modo de justificación

Como culminación de este capítulo, consideramos adecuada una «justificación» de la investigación en su desarrollo hasta este momento, tomando en consideración las críticas vertidas. En el texto, entendido como momento particular de la misma, se ha operado una primera aproximación a dicha justificación al situarlo en el contexto de los estudios sociales de la ciencia y la particular perspectiva reflexiva en la que se podría encuadrar, formalmente, si se toman en consideración las premisas aplicadas por los defensores de las NFE. Ahora bien, dado que la crítica a dicha perspectiva apunta a la transposición de la reflexividad social constitutiva en mero recurso analítico de la investigación, esa primera aproximación justificativa no es suficiente. Tan sólo nos permite evidenciar la afinidad puramente formal puesta en práctica en la presente reconstrucción textual de una etapa antecedente del proceso en el que ella misma se inscribe; etapa que, de hecho, es la que constituye el fundamento de la investigación y, en consecuencia, a la que hay que referirse a la hora de su justificación.

Esa primera aproximación justificativa remite exclusivamente al texto y a sus posibles coincidencias con las operaciones textuales realizadas por algunos autores en el pasado reciente. Mediante la adscripción del texto a la tradición de los estudios sociales de la ciencia, de la SCC, se constataría esa «matriz sociológica» concreta en la que se habrían desarrollado las convenciones adecuadas para su lectura «competente» (que nos permitiría, por ejemplo, entender esos recursos textuales utilizados como los propios de las NFE). Poco importaría que la crítica expresada respecto a dicha tradición implique una incompatibilidad sustancial de los presupuestos interpretativos o, para ser más exactos, del estatuto de la «interpretabilidad» puesta en juego, dado que la misma crítica se nutre de y hace posible por la vinculación que el texto establece con esa tradición disciplinar. Es decir, el sentido atribuible al texto se sustenta en la existencia de una tradición de estudios que ha tomado como su objeto de análisis el conocimiento científico entendido como una práctica social; evidenciada esa filiación al hacer reconocibles en los términos en los que en esa tradición ha desarrollado su trabajo ciertas cuestiones, el texto se justifica por la coincidencia de intereses cognitivos con dicha tradición. Contiene unas pretensiones entendibles por un grupo más o menos reducido de científicos sociales que podrían considerarlo parte más o menos adecuada de su ámbito de competencia. Son, a la vez que sus valedores disciplinares, los componentes de su audiencia competente. Sólo que ésa no es la intención y que ello sea así no responde de hecho a los intereses del texto; pero, ciertamente, supone una significativa fuente de apoyo para él.⁸²

En estos términos puramente textuales, dicha justificación preliminar, además, implica una segunda vertiente, puesto que lo antedicho puede ser entendido en otro sentido (lo que evidencia inmediatamente ese supuesto de la multiplicidad interpretativa de las prácticas sociales que se traslada a los textos que tratan de analizarlas): que exista esa tradición disciplinar, esa matriz sociológica en la que se han gestado

⁸² Y mediante este recurso actualizamos, aquí también, esa dinámica de las «alianzas» que algunos autores recogen bajo la denominación traducción-traslación (véase el apartado IV.3.ii precedente).

las convenciones que propician una determinada lectura, justifica la pertinencia del texto en tanto que tesis doctoral, pues la novedad que pueda suponer se ampara en la autoridad de una tradición disciplinar más o menos amplia en la que dicha tesis tiene cabida. Esa matriz disciplinar, desde este punto de vista, constituye la tradición académica que avala, y por ello justifica, la pertinencia de las afirmaciones que nutren a la presente tesis doctoral. Sin embargo, amparado en esa justificación académica, el texto ha de suministrar algo absolutamente novedoso y original, una «tesis» en el sentido literal del término (que ya podríamos anticipar, y que inmediatamente propondremos en el capítulo siguiente; porque de hecho, el texto aún no ha explicitado la «tesis» que trata de sustentar); dicha novedad atentaría tanto contra la primera vertiente de este anticipo de justificación como contra la segunda.

Porque si no nos atendemos simplemente a la formalidad textual sino a los contenidos desarrollados por medio de ella, nos encontramos en una situación bastante más incómoda. Esos contenidos implican formulaciones estrictamente matemáticas y físicas, que no constituyen ingredientes de esa tradición disciplinar y que aquí son drásticamente fundamentales; asimismo, sobre la base de dichas formulaciones se propone una perspectiva interpretativa de la práctica científica que contradice radicalmente aquéllas desarrolladas por esa tradición; a mayor abundancia, el aval académico que constituiría dicha tradición para la presente tesis, si conjugamos los contenidos de sus propios planteamientos con la crítica a ellos aquí sostenida, deja de tener la consistencia que en apariencia cabría presuponerle, pues nuestra apelación viene determinada, no por la significatividad de sus formulaciones, sino por la necesidad imperativa de adecuar nuestra exposición al formato académico conveniente: la novedad de una tesis doctoral no puede ser demostrada, en virtud de tal imperativo, si no se evidencia de manera más o menos exhaustiva que cuantos autores en el pasado han trabajado en la misma línea de investigación no han llegado, ya, a las mismas conclusiones que se proponen en la tesis (lo que dicho de modo más crudo significa demostrar que no se plagia a otra/o u otras/os).

En ambas cuestiones, lo fundamental vuelve a ser la procesualidad, la encarnación vivencial, la conjugación reflexiva de estrategias práctico-cognitivas inscritas en procesos de naturaleza social, en virtud de las cuales la práctica de la investigación se asimila en su naturaleza a lo que se considera constituyente fundamental de cualquier práctica social; la investigación se hace tal y evidencia su pertinencia gracias a la pretensión de asumirse a sí misma como una práctica social y, por ello, igualmente condicionada que la práctica científica que, siendo su objeto de estudio, es simultáneamente el ingrediente constitutivo de su misma dimensión empírica. En estos momentos del proceso de la investigación, al igual que sucede en el campo de las ciencias naturales, según defienden numerosos autores dentro de la SCC, esa vivencia, procesual y encarnada, socialmente constituida, tiende a perderse de vista; el texto que constituye su transcripción formal tiende a ser aislado de su substrato constitutivo para ser interpretado, en ausencia de él, como «resultado» objetivo de la investigación; y para contrastar su consistencia, será comparado con otros resultados ya consolidados de la tradición a la que se supone pertenece; y puesto que constituye una tesis doctoral, se evaluará su adecuación al tipo de resultado objetivo de una investigación que se considera debe ser una tesis doctoral en el campo de la sociología. Y se habrá caído en esa misma práctica (¡también social!) de transponer los procesos por los productos, la procesualidad por sus resultados, la vivencia subjetiva por su representación objetiva, la

substancia participativa por su formalidad interpretativa... la reflexividad constitutiva por reflexividad analítica. Esa misma práctica objeto de crítica fundamental en el campo de la SCC y que la propia SCC, como algunos de sus miembros han denunciado, tiende a llevar a cabo.

En el apartado precedente se ha alcanzado una justificación del texto en esos términos: las diversas interpretaciones de la práctica científica que se han ido desarrollando desde el campo de los estudios sociales de la ciencia han conducido a un grupo de autores a considerar que la forma de no caer en el objetivismo propio de las ciencias naturales es, no resituarse en la reflexividad constitutiva de toda práctica social, sino construir unos informes que transgredan las reglas formales de la construcción textual propia de esa práctica objetivista. La tradición ampara, en consecuencia, las «licencias» textuales que aquí se han utilizado. ¿Pero *qué* se dice en este texto? ¿cuál es el referente de dichas herramientas retóricas? ¿dónde situaría la tradición a la ESH? ¿qué reflexividad sustenta la pertinencia y legitimidad de esa transposición formal y analítica de la misma?

Consideramos necesaria una justificación a estas alturas, porque haber mostrado la pertinencia disciplinar y académica del presente texto no sólo es una operación insuficiente, sino que, si nos amparásemos exclusivamente en esa pertinencia, estaríamos desvirtuando el sentido de la presente investigación. Se trataría de una más de esas herramientas retóricas puestas en juego. Hemos salido «más allá» de la ecuación de Schroedinger para mostrar el tipo de recursos interpretativos que fácilmente se podrían utilizar, que serían absolutamente impecables en términos formales, y que no conducirían más que a una nueva versión de esa misma práctica que hemos criticado. En consecuencia, la justificación que podemos aportar a estas alturas ha de apoyarse, no en el resultado textual de la investigación (en cualquier caso, aún por completar), sino en los elementos hasta aquí aportados para llegar a dicho resultado; y recordemos una vez más que desde nuestra perspectiva el «resultado» es una determinada forma de traducir el proceso en virtud del cual dicho resultado es construido. Pero, habiendo realizado esa derivación periférica que nos ha apartado de la ESH, habrán de tenerse en cuenta sus implicaciones.

Una primera justificación consiste en ratificar lo que ya hemos anticipado: lo que sea que se derive (práctica, interpretativa, teórica y empíricamente) de esta tesis, se derivará de la puesta en práctica de la principal, quizá, de las premisas sobre las que se operó el denominado «giro sociológico» en la interpretación de la ciencia (Iranzo, 1992): la interpretación de la ciencia, en su naturaleza e implicaciones sociales conlleva la consideración del conocimiento científico en un sentido substantivo. Superadas la «zona de exclusión» mannheimniana y el institucionalismo normativo de Merton, entender sociológicamente la ciencia implica adentrarse en cuestiones epistemológicas y tomar en consideración los contenidos conceptuales del conocimiento por ella producido. Ello ha supuesto, en seno de la SCC, desmitificar la práctica científica y sumergirse en un análisis que ha tratado de desentrañar el sentido social de esa práctica. Producir conocimiento científico ha podido ser entendido como un proceso que implica negociaciones, política, economía, búsqueda de alianzas, razonamientos analógicos... Pero esa «sociologización» (en el buen sentido, esperamos) de la ciencia, se ha quedado en la superficie, porque para dicha labor los analistas se han servido de categorías interpretativas construidas fuera de esa práctica social que pretendían analizar e inter-

pretar; incluso los estudios etnometodológicos no han incorporado esa dimensión práctica y constitutiva de las interpretaciones de los propios actores en sus análisis.⁸³ Aquí se pretende dar ese paso: se ha puesto en juego un conjunto de herramientas conceptuales que forman parte de las categorías interpretativas que un físico utiliza como físico en su práctica científica y se han evidenciado una serie de procesos vivenciales en los cuales dichas categorías fueron manejadas; se ha dado una versión filo-física (parcial, por tanto) de la vivencia práctica del aprendizaje durante la asistencia a clases, y se ha dado una versión filo-sociológica (igualmente parcial). La síntesis vivencial de ambas posibles representaciones que el sujeto participante que era el investigador en aquel momento llevó a cabo de manera práctica es el fundamento de las categorías interpretativas con las que ahora ese mismo sujeto trata de dotar de sentido a la ESH.

Ya lo anticipábamos, como se ha dicho; ahora podemos constatar que efectivamente se ha llevado a cabo esa inscripción práctica de las representaciones que los actores actualizan en su práctica cotidiana como parte de esa misma práctica: nuestro material de trabajo son espacios de Hilbert, ecuaciones diferenciales, funciones de onda, unidades complejas, hamiltonianos, densidades de probabilidad... y son el material de trabajo en virtud del cual se puede dar sentido a esa práctica en que se participó activamente; cuando se habla de analogía argumental en determinados modos de «demostrar» ciertas afirmaciones, se «sabe» que esa analogía se da porque se puede comprobar que las formulaciones físico-matemáticas que se utilizan son, efectivamente, análogas a las que se utilizan como referencia; se sabe que la cantidad de movimiento relativista se define por analogía con la clásica porque podemos constatar de primera mano que la fórmula propuesta cumple tal analogía, no porque ningún físico nos dé una interpretación de esa fórmula, para nosotros desconocida, en términos de su analogía con otra, la clásica, igualmente desconocida.

Esta inmersión práctica en la procesualidad vivencial de la que surgen las categorías interpretativas mediante las cuales podemos entender, dar sentido a la ESH, nos sitúa en la singularidad propia de tal proceso: ni era la pretensión, ni puede ser la conclusión de lo que aquí se produzca, algo generalizable en los términos en los que se suele entender que lo han de ser los productos científicos; singularidad resultante, precisamente, de que hemos trasladado nuestra mirada de los productos acabados a su proceso de producción (y al proceso de producción de los futuros productores de dichos productos), evidenciando que la generalidad atribuible a tales productos, como sería el caso de la ESH, es un proceso interpretativo, igualmente, y depende, en consecuencia, de la vivencia práctica en virtud de la cual tal perspectiva es adquirida. Ca-

⁸³ Con ello queremos decir que el análisis etnometodológico no ha podido acceder sustantivamente a dichas representaciones porque no han sido las que los actores producen espontánea y naturalmente en su práctica cotidiana (y que son las que realmente se incorporan como parte de esa reflexividad constitutiva que reconoce la etnometodología como característica de las prácticas sociales) las que ha utilizado, sino las que los investigadores han demandado a esos actores. Parece absurdo decirlo, pero para nuestros intereses es fundamental tener en cuenta que la forma en que representa cualquier cosa cualquier científico es radicalmente distinta cuando se dirige a un colega que cuando lo hace a un lego: las representaciones de sus prácticas que los etnometodólogos han recogido de los científicos no han sido las que éstos ponen en juego con sus colegas sino las que han producido debido a la intervención de los propios etnometodólogos y a sus demandas en calidad de investigadores de tales científicos. (El propio autor ha sido partícipe de esa substancial diferencia en las modalidades representacionales en los intercambios con sus dos directores de tesis.)

da sujeto particular llegará a su particular construcción práctica y vivencial de dicha interpretación; aquí se ofrece el caso singular que en su momento vivió el autor, caso entonces intransferible; que dicha singularidad se oponga a ese principio de generalidad atribuido a los productos científicos no constituye nada más que una nueva muestra de la inconmensurabilidad de la perspectiva aquí defendida respecto a la que es propia de la visión heredada.

Una segunda justificación nos sitúa en esa labor ulterior de la que, también anticipábamos, la presente investigación constituiría un paso preliminar: en el momento de trasladarnos al laboratorio para poner en práctica lo adquirido gracias al aprendizaje que el científico también pone en juego en su actividad en él, estarán a nuestro alcance como investigadores elementos integrantes de esa práctica, como puede ser la propia ESH. Ese científico no nos tendrá que explicar, del modo que buenamente pudiera o quisiera, construyendo esas representaciones de su propia práctica destinadas a la comprensión de los legos que los estudian desde una perspectiva (la sociológica) incompatible con la suya propia, qué es la ecuación ni cómo la usa ni qué sentido le atribuye. Compartiremos con él su particular modo de representársela, ése que precisamente es el que pone en juego como constituyente de su práctica cotidiana; y a partir de él podríamos desarrollar nuestro análisis sociológico, un análisis que, a su vez, debería estar inscrito en la propia práctica de laboratorio en la que tales representaciones se ponen en juego. No podríamos escapar a esa dualidad que nos constituiría como investigadores, pero para los científicos seríamos «colegas» con los que podrían compartir en igualdad de condiciones, tanto su quehacer práctico como las representaciones del mismo.⁸⁴ Y lo seríamos porque ambos compartiríamos la misma «lengua», ese lenguaje físico-matemático, técnico, que es el lenguaje en el que los científicos cotidianamente transcriben su práctica y mediante el cual la representan.

Una tercera justificación nos remite a la cuestión de que entender el conocimiento científico como una actividad, como un proceso práctico, nos sitúa en ventaja respecto de las interpretaciones que toman como punto de partida alguna etapa de la puesta en funcionamiento de dicha actividad, desatendiendo al proceso práctico que en el pasado ha sido fundamento de la misma. Al haber adquirido esa determinada visión de la ecuación a partir de los mismos medios (prácticos) que los potenciales científicos, no se trata tanto de adquirir un «conocimiento», más o menos homologable al de ellos, como de acceder al mecanismo de dicha adquisición (es decir: al significado objetivo atribuible a dicho conocimiento en virtud de sus resultados o productos formales, se le puede asociar un sentido, incorporado al significado, resultante de la vivencia de su aprendizaje). Porque para llegar a «aprender» la ecuación de Schroedinger ha habido que aprender muchas otras cosas, y vivir la experiencia práctica del modo de aprendizaje, y conjugar la formalidad propia del lenguaje científico con la informalidad práctica

⁸⁴ Y ser colegas no significará, en el sentido en el que algunos autores lo han afirmado, «hacerse nativo», haber perdido las señas de identidad sociológica para adquirir las científicas; significará, en primer lugar, obviar esa negociación *a priori* acerca nuestro estatuto recíproco como sujetos de conocimiento; significará que el científico, considerándonos su igual, nos hará partícipe de su práctica sin mediaciones interpretativas entre ambos campos de especialización; significará, sobre todo, que la frontera disciplinar seguirá evidenciándose como una parcelización institucional predeterminada (que sea el sociólogo el que deba transgredirla —no «cruzándola», sino poniéndola en cuestión— evidencia, a su vez, la asimetría que implica dicha parcelización).

de su puesta en funcionamiento cotidiana. Digamos, además, que situados en el nivel técnico de comprensión que de la ecuación se ha alcanzado, estamos en un nivel avanzado de competencia, pero no se ha accedido a la especialización, profesionalización y puesta en ejercicio de la misma, lo cual, si se quiere ser fieles a la perspectiva que se está defendiendo, nos incapacita para hablar de la mayoría de cosas de las que la SCC viene hablando en los términos en que quisiéramos hacerlo, y sin embargo, se está mucho más cerca de poder llegar a hablar de ellas. En última instancia, hemos de entender que aquí se dan únicamente los pasos preliminares que nos capacitarán en el futuro para realizar el tipo de investigaciones empíricas de la práctica de laboratorio que todavía no se han podido emprender por la insuficiencia de conocimiento especializado que los analistas tenían.

De las construcciones de sentido que se han producido desde la SCC acerca de la práctica científica sacamos la importantísima conclusión de que, en términos sociológicos, los mecanismos puestos en funcionamiento para la producción de dicho conocimiento no implican singularidad alguna de contenido y que operan sobre las mismas condiciones que cualquier práctica social. El paso que resta, y que aquí tratamos de anticipar, consiste, una vez desmitificado el conocimiento científico en virtud de su comprensión como práctica social, reconocerle la singularidad que, de hecho, lo caracteriza como tal. Singularidad derivada de una cultura y un lenguaje que traducen al mundo en forma de ecuaciones matemáticas; entendiendo, en oposición a la mayoría de sus propios practicantes, que como en el caso de toda cultura y toda lengua, en esas formulaciones matemáticas hay implicadas fuertes dosis de connotación, metáfora, analogía y semántica en sentido amplio a la cual nunca se puede acceder a partir de su pura formalidad: hay que vivir el aprendizaje del uso de dicho lenguaje para poder llegar a entenderlo como tal.⁸⁵

⁸⁵ La SCC ha logrado un paso fundamental al interpretar a la ciencia como una práctica social. Eso significa que ha dotado al conocimiento científico de un carácter genérico adscrito a su «socialidad». Ahora bien, esa práctica social que se puede entender que es el conocimiento científico, es ésta y no otra cualquiera, y como tal práctica concreta que es, a diferencia de cualquier otra, uno de los rasgos definitorios de su especificidad es esa cultura y esa «lengua» basadas en las formulaciones lógico-matemáticas. Por lo tanto, podemos decir que la SCC ha conseguido «generalizar» la ciencia, pero en gran medida, lo ha hecho al coste de desatender a su particular especificidad (de hecho, muchas de las afirmaciones de la SCC sobre la práctica —social— científica podrían aplicarse sin mayor problema a muchos otros fenómenos sociales distintas del conocimiento científico). Nuestra pretensión, en consecuencia, es, reconociendo la generalidad social que se puede adscribir al conocimiento científico, según los estudios realizados en el seno de la SCC han mostrado, recuperar su especificidad para poder llegar a una plena comprensión de ésta su dimensión social (dicho de otra forma: especificar los rasgos distintivos que caracterizan su socialidad y la diferencian de otras prácticas sociales).

V. [AUTOBSERVACIÓN:] UNA FORMALIZACIÓN ENCARNADA

Una vez puesta en juego esa dualidad constitutiva del proceso de investigación, ha llegado el momento de hacer de ella punto conclusivo. Hemos anticipado las materias primas que fundan tal posibilidad: herramientas extraídas del proceso de aprendizaje en la facultad de ciencias físicas, que conjugan los conceptos estrictamente físicos allí adquiridos con la perspectiva sociológica desde la que se produjo tal adquisición. En estos momentos hemos de actualizar aquello que, constituyéndonos como investigador del proceso del que se participaba, nos distanciaba radicalmente del resto de los sujetos participantes en dicho proceso.

Esa particularidad dual constitutiva del sujeto investigador es la que determina fundamentalmente su perspectiva interpretativa, y en virtud de ello la realidad objetivable en función de la misma.¹ Reiteramos una vez más nuestra coincidencia con Woolgar respecto de la «inversión» en la que hemos de situar nuestra comprensión de las relaciones entre los objetos y sus representaciones. Hemos anticipado en lo que antecede los elementos que configuran nuestra posición interpretativa, los conceptos, fundamentos, perspectiva y vivencia sobre los que proporcionar un sentido particular en virtud del cual determinar *qué* es la ESH. De ello surgirá nuestra particular representación de la ecuación, y con ella determinaremos el «objeto» ecuación de Schroedinger al que nos hemos enfrentado (un objeto que, a su vez, en virtud de ésta la objetividad que se le presupone, es representación, él mismo, de otros objetos).

Nuestra formalización del sentido de la ESH, nuestra particular constitución de la ecuación como objeto, en virtud de la perspectiva representativa en la que nos hemos situado a través del proceso de la investigación, se servirá del concepto «transducción». Resulta difícil aceptar que, después de cuanto se ha apuntado previamente, el resultado final sea una representación objetivista análoga a las que aquí se han puesto en cuestión, tanto aquéllas que son producto convencional del conocimiento científico como las que tratan de representarlo criticando dicho objetivismo. No pretendemos reducir la ESH a un simple concepto formal, sino, al contrario y a través de él, evidenciar la relativa facilidad con la que se pueden llevar a cabo operaciones de este tipo; en lugar de eludir la cuestión retóricamente y proponer una alternativa a dicho objetivismo mediante una argumentación más o menos ingeniosa, utilizaremos ese mismo objetivismo de manera crítica para que a través de él se haga autoevidente la insuficiencia de sus resultados. Se tratará de una representación formal singular, transitoria, condenada a fenecimiento prematuro, pero que,

¹ Tal dualidad, como dualidad dialéctica, nos sitúa, en el acto del conocimiento (actual) en una posición afín a la de la conciencia hegeliana: «La conciencia es, de una parte, conciencia del objeto y, de otra, conciencia de sí misma (...) y en cuanto que ambas son *para ella misma*, (...) es *para ella misma* si su saber del objeto corresponde o no a éste. Es cierto que el objeto parece como si fuera para la conciencia solamente tal y como ella lo sabe (...) no puede examinar su saber en el objeto mismo (...) Si, en esta comparación, encontramos que los dos términos no se corresponden, parece como si la conciencia se viese obligada a cambiar su saber, para ponerlo en consonancia con el objeto mismo (...) **con el saber, también el objeto pasa a ser otro**, pues el objeto pertenecía esencialmente a ese saber» (Hegel, 1988: 58; subr. nro.). Hegel nos apunta esa dualidad constitutiva del conocimiento fruto de una «conciencia reflexiva» y autoobservadora; obviamente, esta dualidad dialéctica de la conciencia hegeliana dista mucho de la encarnación práctica en la que aquí la situamos, pero ya anticipa la interferencia y alteración sobre el objeto del acto de conocimiento.

por esa su «improcedencia» revelará en negativo y a modo de producto acabado, la crítica contenida en nuestro trabajo. (No se nos permite representar lo que entendemos que es el sentido fundamental de la presente investigación más que a través del formato convencionalmente aceptado para el tipo de investigación del que se trata; no se nos permite una representación poética, o musical o dramática o...; en la medida en que en nuestras limitaciones expositivas —limitaciones de las que se tenía constancia desde un principio— nos obligan a una reconstrucción textual, conceptual y académica, el concepto «transducción» es el que textual, conceptual y académicamente hablando, encontramos más afín a los contenidos substanciales que aquí se han incluido —en sí mismos, en lo que supone su constitución meramente formal, irrelevantes; pero significativos, a nuestro entender, por lo que a través de ellos se puede vislumbrar de esa sustancia constitutiva...—).

Pretendemos que se trate de una representación encarnada, aunque en última instancia no puede constituir más que el esqueleto estéril de la reflexividad constitutiva que ha atravesado todo el proceso de investigación;² serán meros rastros a partir de los cuales se pueda obtener un mapa orientativo que conduzca, más allá de su formalidad argumentativa, a la vivencia vital que puede darle sentido. Es decir, en términos teóricos, no es punto conclusivo, en realidad, sino momento inicial a partir del cual poder recuperar la verdadera sustancia constitutiva de lo que pudieran ser los «resultados» de la investigación. Se inscribe necesariamente en esta fase autoobservacional de la investigación porque, asumiendo esa dualidad práctico-cognitiva de los procesos reflexivos, retrospectivamente entendemos que, al observarnos en este momento a nosotros mismos como observadores de un proceso en el que se ha tomado parte, simultáneamente, como participante pleno y como observador de esa participación, dicha representación constituye una versión adecuada de la dimensión cognitiva puesta en juego en la procesualidad activa de la investigación; representa una de las dos vertientes indisociables, la cognitiva, de esa reflexividad constitutiva que entendemos forma parte fundamental del sentido del presente trabajo. Resulta, en consecuencia, de la observación actual de nuestra observación precedente; y puesto que el nivel observacional no es abstraible de su correlato práctico (la vivencia del proceso empírico entonces, la vivencia de la construcción textual ahora), esta traducción formal autoobservacional habrá de asumir su constitución reflexiva en virtud, no de una excelencia analítica del tipo de la que pretenden los defensores de las NFE, sino como consecuencia inevitable de la reflexividad constitutiva del proceso (social) práctico al que hace referencia (un proceso que ha supuesto ese trabajo de campo previo, pero que incluye en su discurrir la fase actual de representación textual: la autoobservación preserva, entonces, esa dualidad constitutiva al asumir que esa observación-de-la-observación es, simultáneamente, una operación práctica de asignación de sentido que no naufraga en el vacío de la simple conceptualización:³ autoobservación de la observación precedente, en tanto

² Una representación, además, que ha de sospecharse fruto de la irracionalidad constitutiva de nuestro «deseo», siempre presente en nuestros intentos de codificación de lo real, para evitar «maquinizar» o «sobrecodificar» ese substrato vivencial que procesualmente fundamenta nuestra cognición: «...precisamente, esta tendencia a la concretización en la máquina técnica o social ¿no es el movimiento mismo del deseo? Siempre volvemos a caer en la monstruosa paradoja (...) un campo de fuerzas sociales cada vez más descodificadas que forman un sistema físico; su espiritualización en un campo supraterrrestre cada vez más sobrecodificante que forma un sistema metafísico» (Deleuze y Guattari, 1985: 228, 229).

³ O si se quiere, pone en evidencia la infundamentación de la simple conceptualización como sustrato real del conocimiento, la contingencia de lo puramente cognitivo cuando, reflexivamente, toma conciencia de

que componente o vertiente cognitiva de la reflexividad constitutiva del proceso práctico de la investigación, al tiempo que autoobservación de la autoobservación, en tanto que procedimiento práctico actual de reconstrucción textual de sentido).

Resulta casi superfluo señalar cómo la ESH he dictado de antemano una especie de veredicto incuestionable sobre la perspectiva aquí defendida: hace prácticamente un siglo que su formulación impuso la dualidad constitutiva de ciertas entidades físicas. Podemos con todo rigor recurrir a la metáfora y a la analogía para afirmar que la ESH (que aún no hemos llegado a determinar qué es) nos obliga a asumirnos como entidades duales, portadoras de la singularidad puntual (corpúsculo) de nuestra presencia activa en los procesos en los que tomamos parte, al tiempo que de la expansividad transitoria (onda) de nuestras representaciones asociadas a dicha implicación práctica. La reflexividad constitutiva de los procesos sociales, en cierta medida, sería una especie de transcripción analógica de la dualidad ondulatorio-corpúscular que prescribe la ESH (¿o será, más bien, a la inversa, la ESH transcripción metafórica de la reflexividad constitutiva?).

Al tiempo, dado que la descripción físico-cuántica de los fenómenos incluye el efecto, la interferencia, la alteración, que sobre aquello que se trata de observar induce la propia observación como acto práctico, la ESH también nos prescribe metodológicamente la asunción de la «incertidumbre» como componente inherente a nuestro conocimiento de la realidad, la imposibilidad de determinar exactitud alguna en cuantas descripciones del mundo podamos realizar.⁴ En consecuencia, nuestra particular construcción formal habrá de incorporar esa imposibilidad, habrá de asumirse como aparato de medida perturbador de aquello que trata de captar y abocado a la inevitable inexactitud e incertidumbre de todo aparato de medida.

Para dar sentido a nuestra operación de formalización es necesario, en consecuencia, recorrer de nuevo las etapas previas de nuestra narración para configurar el mapa vivencial que constituye su referencia fundamental.

V.1. La reconstrucción textual de un fracaso

Hemos de conjugar, y por eso lo calificamos de «fracaso», dos visiones de nuestra particular perspectiva de la ecuación. Dos visiones que evidencian la prioridad de las representaciones sobre lo representado: qué sea lo que aquí se afirme sobre la ESH de-

sí: «Queda que este en-sí, devorado y nihilizado en el acontecimiento absoluto que es la aparición del fundamento o surgimiento del para-sí, permanece en el seno del para-sí como su contingencia original. La conciencia es su propio fundamento, pero sigue siendo contingente el que haya una conciencia más bien que un puro y simple en-sí al infinito» (Sartre, 1993: 116).

⁴ Esta incertidumbre de nuestro conocimiento le permite a Serres, aplicando la analogía de la incertidumbre cuántica, trazar una distinción entre concepción científica y concepción histórica (de la ciencia): «...o conozco la posición del concepto y desconozco su velocidad, su movimiento propio que es su verdad, o conozco su velocidad e ignoro su posición. Este indeterminismo tiene su límite en la cuestión del error, que el historiador se obliga a reactivar como verdad situable, y que, por el contrario, el científico se obliga a ocultar y olvidar (...) Tal indeterminismo define, retrospectivamente, la historia de las ciencias no como una tradición continua sino como una trama siempre cortada, discontinua» (Serres, 1996: 98-99).

penderá de la posición del intérprete, de manera que se escapará a nuestro control e intenciones el sentido que se le pueda asignar al presente trabajo. Pero del potencial auditorio, dos posiciones resultan evidentemente preferentes (para el autor, claro está): la comunidad física y la comunidad sociológica. Ambas audiencias son las que entendemos que pueden constatar en este trabajo la evidencia de un fracaso.

Para un físico, cuantos conceptos, herramientas matemáticas, definiciones y demostraciones lógico-matemáticas encuentre en el texto, le resultarán triviales, pues evidencian un nivel de aprendizaje más bien elemental y nada novedoso aportan al campo de la física. Eso determinará qué valor pueda asignarle a todo lo demás: si el conjunto no le induce a ver de forma distinta cuanto de familiar encuentre en el texto, lo más probable es que nuestra interpretación de la ESH resulte para él irrelevante (un fracaso, pues nada le aportará como físico). Sólo si la reintegración de todos esos elementos que para él constituyen parte de su universo de referencia habitual en la vivencia práctica bajo cuya perspectiva se han empleado le conduce a tomar en consideración el conjunto como una unidad, habremos caminado hacia el entendimiento.

A la inversa; para un sociólogo, cuantos conceptos, herramientas analíticas y formulaciones lógico-argumentativas encuentre en el texto, le resultarán triviales igualmente, pues su puesta en escena tiene como referencia una serie de contenidos conceptuales que desconoce. Sobre esa base realizará también su asignación de sentido de todo lo demás: si el conjunto no le induce a ver de forma distinta cuanto de familiar encuentra en el texto, lo más probable... (un fracaso, pues nada le aportará como sociólogo). Sólo si la reintegración... habremos caminado hacia el entendimiento.

Nuestra necesidad es doble: que el físico acepte enfrentarse con una perspectiva distinta a los contenidos que le resultan familiares, que acepte la posibilidad de una interpretación alternativa; que el sociólogo acepte la necesidad de asimilar cuantos contenidos estrictamente físicos se utilizan para las argumentaciones, que acepte que el sentido que aquí se dé de la ESH surge de ellos y que sin ellos es imposible acceder a él.⁵ Se trata de que en ambos casos se acepte superar, bien ese «exceso», bien ese «defecto» en lo relativo a los contenidos estrictamente físicos puestos en juego. Pues ése es el punto intermedio en el que se ha situado la investigación. Y no se trata de una cuestión puramente conceptual: llevar a cabo de hecho, llevar a la práctica ese intento de transposición de las fronteras disciplinares propias pondrá en evidencia que ese posicionamiento fronterizo práctico suprime las barreras establecidas *a priori*. La lectura presente habría de ser, simplemente, punto de partida para operaciones ulteriores, operaciones de inscripción práctica en esa frontera disciplinar (esta en particular o cualquier otra que se decidiese tomar en consideración⁶).

⁵ Pretendemos situar tanto al físico como al sociólogo frente al dilema de la *implicación*, según lo formula Serres: «Tenemos aquí diez cajas de formas y tamaños variados; albañiles, informáticos o biólogos, a menudo jugamos, como en nuestra infancia, a meter las pequeñas dentro de las grandes (...) Para un problema dado, puede haber dos o tres soluciones al problema del ajuste o de la implicación (...) Ahora tenemos una colección de sacos y bolsas de (...) material flexible (...) cualquiera de ellos, no importa cuál, contendrá, si hago las cosas bien, el conjunto de las demás. Tendremos en este caso tantas soluciones cuantas queramos a la cuestión del ensacado, es decir, de la implicación (...) Cuando decimos implicación, ¿nos referimos a algo encajado o ensacado?» (Serres, 111995: 43-44).

⁶ La necesidad de delimitar fronteras sobre las que afianzar un conocimiento encastillado en su particularidad diferencial, cerrada a cualquier «contaminación» externa, ha sido esgrimida incluso contra uno de los

En tanto que desde uno y otro ámbito particulares no se lleve a cabo ese intento, el sentido del presente trabajo estará condenado al fracaso.

V.1.i. Re-presentación de la ecuación

La ecuación de Schroedinger,

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\vec{r}; t) = V(\vec{r}; t) \Psi(\vec{r}; t) - \frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi(\vec{r}; t)$$

es la expresión matemática que representa la evolución dinámica de los sistemas ondulatorio-corpúsculares microfísicos (pág. 37). Describe cómo evoluciona en el tiempo la función de onda (págs. 11, 13, 20, 91 y ss.; apéndice A2) que representa a dichos sistemas; una función de onda que tiene unas propiedades peculiares derivadas de su pertenencia a un espacio particular de funciones conocido como espacio de Hilbert (págs. 106 y ss.; apéndice A4). Por su pertenencia a dicho espacio, aunque implica la existencia de magnitudes complejas (págs. 12, 28, 103 y ss.; apéndice A2), es una función de cuadrado integrable, de manera que se puede obtener mediante su módulo cuadrado (págs. 29, 31, 106 y ss., 120) la representación de la magnitud física correspondiente a la entidad que la función de onda representa, una magnitud «real».

Esto significa poner en juego un amplio conjunto de herramientas matemáticas que se adquieren en un proceso de aprendizaje en el que lo matemático cobra una naturaleza singular por su contraposición con lo estrictamente físico (págs. 153 y ss.); en concreto, por lo que se refiere a la ESH, la imposición de la plausibilidad física sobre el rigor matemático puede ser componente significativa al aceptar que la transición entre unas herramientas matemáticas (las funciones de onda) que implican la existencia de magnitudes complejas y la descripción física de los fenómenos en virtud de ellas, consista en la transposición de la propia función de onda en su módulo cuadrado, que sólo puede implicar magnitudes reales. ¿Cuál es la razón que hace necesaria esa transposición? ¿por qué de la descripción matemática del fenómeno no resulta de manera directa la magnitud física que representa al fenómeno físico?

autores cuya lucha central fue, precisamente, la de dotar a la sociología de una autonomía y reconocimiento, tanto académico como intelectual, de los que a finales del siglo XIX todavía carecía: «La reacción más generalizada de los estudiosos de Durkheim ha consistido en intentar romper el equívoco y delimitar los aspectos estrictamente sociológicos de los aspectos llamados “filosóficos”, centrando la atención en aquéllos y prescindiendo de estos últimos como puro extravío filosófico propio de una sociología todavía inmadura e insegura ante el problema de la demarcación de los discursos» (Ramos, 1999: 114). Resulta cuando menos curioso que se le achaquen a Durkheim extravíos filosóficos cuando era precisamente frente a la filosofía —y la psicología— que pretendía delimitar la especificidad propiamente sociológica. En este aspecto en concreto, constatar que la perspectiva de Durkheim y la de sus críticos definían realidades completamente distintas respecto a sus formulaciones nos afianza en nuestra posición, nos incita a rastrear los terrenos fronterizos (sabiendo que alguien habrá que diga que hacemos todo lo contrario).

Como descripción matemática, además, la ESH sólo es útil en tres casos concretos: el pozo de potencial unidimensional, el oscilador armónico y el sólido rígido (págs. 123 y ss.); para cualquier otro caso específico en el que se la quiera aplicar se requieren herramientas matemáticas adicionales que permitan una solución aproximada (págs. 119, 120) (una aproximación numérica en lugar de una resolución puramente analítica). Esto significa que en el caso particular de la ESH, los imperativos matemáticos, en lo que se refiere a la resolubilidad de la ecuación, imponen al imperativo de la plausibilidad física unos límites bastante rigurosos (págs. 157, 168). Lo cual, además, no es nada nuevo, pues el alumno ha aprendido, cuando llega el momento de enfrentarse a la ecuación, que muchas veces «la mejor solución de una ecuación diferencial es ella misma» (pág. 155), que existe una multiplicidad casi infinita de tipos de ecuaciones diferenciales que requieren métodos específicos para su resolución; que en muchas ocasiones hay que contentarse con una descripción cualitativa de la ecuación y prescindir de obtener sus soluciones; que llegar a determinar la «unicidad» de la solución para una determinada ecuación es lo más lejos que se puede llegar, etc.

Para llegar a entender la ecuación en tanto que descripción matemática de esos fenómenos, en consecuencia, las habilidades puestas en juego requieren de un elevado conocimiento de los procedimientos matemáticos necesarios (pág. 160), así como del uso de esos «dos dedos de frente» que tienen que suplir al método riguroso (págs. 158 y ss.) cuando este método se evidencia insuficiente. No es una trivialidad esto: bajo esos símbolos matemáticos que transcriben de manera sencilla lo que es la ecuación de Schrodinger se esconde todo un amplio universo de prácticas cotidianas de resolución de problemas matemáticos mediante la aplicación de ese *habitus* que cabalga entre el método riguroso (que supone la primacía del imperativo matemático) y su supresión cuando deja de ser un recurso útil y se convierte en un obstáculo (págs. 156, 160). Los conceptos «función de onda» y «espacio de Hilbert» entrañan muchas horas en las aulas aprendiendo a combinar ambas vertientes de ese tipo de habilidad; por eso, la mera descripción de la ecuación a partir de su transcripción matemática resulta hartamente insuficiente.

Para esa descripción de la evolución en el tiempo que aporta la ESH, lo fundamental es conocer el hamiltoniano del sistema considerado (pág. 32, 114, 118, 124 y ss.; apéndice A4), que representa su energía; dicho hamiltoniano, suma de las energías potencial y cinética del sistema, es en realidad el operador que aparece en la ecuación en el segundo término actuando sobre la función de onda (págs. 114, 124 y ss.). Esto significa que la forma que adopta la ESH como descripción de un sistema físico aplica los principios de la Mecánica Analítica (apéndices A2 y A4), al tomar en consideración la energía del sistema en lugar de las fuerzas, que eran la referencia fundamental en el tratamiento clásico de la física newtoniana.

Entender que eso que aparece en la ESH es un hamiltoniano supone como mínimo el tránsito por la asignatura de Mecánica y Ondas (págs. 189, 195, 198, 201), de segundo curso, en la que se explica al alumno cómo se da la transición entre un tratamiento de los problemas aplicando las ecuaciones de Newton que se refieren a las fuerzas que actúan en el fenómeno en cuestión, hasta la formulación de Hamilton, que elimina las fuerzas y las sustituye por la energía. En ese momento el alumno se topa con operaciones que implican,

por ejemplo, «algunos rudimentos de cálculo variacional» en los que se introduce el concepto de «desplazamiento virtual» (apéndice A5); previamente se han definido las ligaduras del sistema y se han obtenido las velocidades generalizadas (apéndice A5). Puesto que es una asignatura de física, que no de matemáticas, dichas herramientas se ponen en juego por su utilidad, dejando al margen justificación alguna o consideraciones acerca de su rigor (págs. 155, 172). En este momento se ha invertido el imperativo de la plausibilidad física y lo matemático impera por necesidad; se elude toda consideración respecto a la cuestión: hacen falta ciertas herramientas matemáticas y éstas se ponen en juego. Llegados al final, tenemos lo buscado, la formulación axiomática de la Mecánica Analítica, que ya podemos manejar. Cuando el alumno detecta un «hamiltoniano» en la ESH, ha incorporado esa otra vertiente de la confusa relación entre física y matemáticas que ha vivido en las aulas, según la cual en determinadas ocasiones se requieren instrumentos matemáticos que todavía no está en condiciones de entender (pág. 183) y que debe simplemente asumir; dado ese paso, se ha acostumbrado a utilizar los resultados, físicos, que han sido producto de la utilización de tales instrumentos.

La presencia de un operador «actuando» sobre la función de onda (págs. 108 y ss.) expresa, además, que las mediciones que se pueden realizar sirviéndose de la ESH suponen una alteración del sistema medido (págs. 108 y ss.); es decir, la descripción del sistema incluye esa alteración del mismo que es resultado de la medición que sobre él se efectúa. Por eso, el operador hamiltoniano no sólo describe la energía del sistema, sino que en tanto que operador cuántico incluye en la descripción de esa energía el efecto o alteración que resulta de su medición.

La traducción de «hamiltoniano» en «operador» implica que uno ya ha vivido la explicación de las relaciones de incertidumbre de Heisenberg (pág. 25; apéndice A6); sabe que cuando un operador actúa sobre una función hay que tener en cuenta que ciertas magnitudes no pueden ser determinadas de manera simultánea, de forma que el resultado será una medición probable y una incertidumbre asociada, la magnitud buscada y la alteración sobre dicha magnitud que es resultado de la interferencia de nuestro acto de medición. Un operador diferencial del tipo que aparece en la ESH, además, implica para su comprensión haber transitado por las clases de Métodos Matemáticos I (págs. 150, 155, 157 y ss.), en la que se introdujo una descripción de tales operadores (apéndice A4) cuando se explicaban los espacios de Hilbert, asignatura en la que se le «metían unas trolas tremendas en el encerado» y en la que no se iba a demostrar ningún teorema (pág. 155). En este caso, la asignatura era de matemáticas, que no de física, y la puesta en evidencia de ese extraño maridaje entre ambas disciplinas, por lo que respecta a una de ellas, fue traducido operativamente de una forma que podríamos expresar así: vamos a aprender las matemáticas que necesitamos usar sin preguntarnos por su rigor y dejando esa cuestión a los matemáticos. Cuando el alumno ve el operador diferencial implicado en la ESH, ha aprendido a utilizarlo como debe hacerlo un físico.

Puesto que la ESH es una ecuación diferencial (pág. 91, 114), aceptarla como representación matemática de ciertos fenómenos físicos supone mantener un procedimiento común tanto con la física clásica como con la física relativista. La forma de «resolver» la ecuación en un caso determinado (págs. 123 y

ss.) implica procedimientos de resolución de ecuaciones diferenciales que son bien conocidos desde hace mucho tiempo.

En fin: el alumno ha llegado a la formulación de dicha ecuación, que entiende perfectamente en su sentido particular de ecuación diferencial porque son ese tipo de ecuaciones las que ha estado manejando desde primero de carrera (págs. 158, 168), mediante un procedimiento que, apelando a una cierta coherencia lógico-deductiva, de hecho lo que utiliza es la analogía con lo ya sabido (apartado IV.2.ii): se le ha contado que Schroedinger estuvo probando ecuaciones hasta encontrar una que funcionaba; una vez dicho lo cual se demuestra con todo rigor que efectivamente funciona (págs. 123 y ss.), que soluciona los problemas que estaba destinada a solucionar y que es una ecuación diferencial más a sumar al colectivo de las que ya poseía la ciencia física.

Esta ecuación diferencial, en particular, requiere que se hayan enumerado toda una serie de resultados que hacían incompatible la física newtoniana con la electrodinámica maxwelliana (págs. 6 y ss.), que se hayan formulado toda una serie de hipótesis acerca de la estructura del átomo (págs. 15 y ss.), que se haya desarrollado la formulación de De-Broglie acerca de la naturaleza dual de las partículas micro-físicas (págs. 9 y ss.) y que se haya anticipado la fórmula de Planck para la solución del problema del cuerpo negro (págs. 4 y ss.). Evidencias todas ellas de una ingente plausibilidad física en demanda de respuestas matemáticas: he aquí una ecuación que nos soluciona todos esos problemas; en tercer curso, en virtud de esas estrategias cotidianas puestas en juego como parte de la práctica pedagógica (págs. 159, 163, 167, 173), resulta sumamente fácil asumir que una ecuación diferencial es la solución perfecta para un problema físico.

A esta re-presentación de la ecuación habría que agregar todas y cada una de las componentes de esa participación activa en un proceso de aprendizaje que, por su naturaleza social, está caracterizado por la reflexividad constitutiva: habríamos de recomponer esa presentación previa que se hiciera de la ecuación adhiriendo cuantos elementos extraídos de la reconstrucción del proceso práctico de adquisición de la competencia suficiente para entenderla se considerasen pertinentes como correlato de dicha presentación. Re-presentar significa integrar en su contexto vivencial de aprendizaje la presentación estrictamente formal que se había anticipado. Pero nuestra pretensión no es la exhaustividad sino la ilustración: ilustración de que esa dualidad inscrita en el sentido atribuible de la ecuación depende en igual medida de los conceptos formales que configuran la visión «ortodoxa» de la ecuación, como de los procesos prácticos de utilización de los mismos. El aprendizaje es un aprendizaje reflexivo porque en su cotidiana realización práctica pone en juego ambas vertientes: el alumno es un sujeto reflexivo de conocimiento, un sujeto social que adquiere las aptitudes de futuro físico mediante la conjugación de esas representaciones formales con la práctica que implica que en su aplicación se hayan de actualizar toda una serie de usos no formalizables. La ecuación de Schroedinger expresa esa reflexividad constitutiva del proceso social que es su aprendizaje porque conjuga la ortodoxia formal de su expresión con la práctica no formalizable que bajo dicha ortodoxia ha hecho posible que se pueda entender en el sentido rigurosamente físico que tiene.

De la ESH no podemos extraer, inmediatamente, indicación alguna que nos oriente en el sentido de los criterios interpretativos que dentro de la SCC se han ido desarrollando como formatos representativos del conocimiento científico. Una vez asumida la dualidad

inscrita en la ecuación, como expresión de esa reflexividad constitutiva de la práctica que supone su aprendizaje, y la consiguiente asimilación del sentido que se deriva de ello para la ecuación, podríamos proceder a una ulterior reinterpretación de la ecuación; pero no sería la expresión de dicha reflexividad constitutiva lo que se obtendría, puesto que esas categorías no forman parte del proceso en virtud del cual la ecuación adquiere su sentido para sus usuarios. Dar ese paso implicaría poner en evidencia, una vez más, la particular posición analítica del investigador y su interferencia sobre la ecuación en virtud del «aparato de medida» con el que trata observarla.

Pero la ESH, como descripción matemática de ciertos fenómenos físicos, que implica funciones de onda, espacios de Hilbert, hamiltonianos, ecuaciones diferenciales y la consiguiente vivencia práctica del aprendizaje de todos esos ingredientes, todavía encierra algunos misterios más...

V.1.ii. Re-presentación del artefacto

La ecuación es el complemento necesario de la dualidad onda / corpúsculo propuesta por De-Broglie (págs. 9 y ss.). Entre los problemas que impedían que en el campo de la microfísica se pudiese resolver esa acumulación de anomalías que se estaban produciendo se encontraba el desconocimiento de la estructura del átomo (págs. 15 y ss.). Bohr anticipó un modelo atómico que sería el punto de arranque de la mecánica cuántica antigua (pág. 19), pues aceptaba la cuantificación de la energía resultante de la fórmula de Planck para la radiación del cuerpo negro y la aplicaba a su formulación de la estructura del átomo: en él, los niveles de energía se distribuían en cuantos discretos (pág. 17). El paso subsiguiente era aplicar a las partículas presupuestas en ese modelo la dualidad formulada por De-Broglie. La ecuación de Schroedinger dio ese paso y con él la transición de la mecánica cuántica antigua a la moderna.

El sucinto recorrido que se efectúa en clase por la transición de la mecánica cuántica propuesta por Bohr a la que resulta de la formulación de la ESH (págs. 17 y ss.) pone en evidencia la arbitrariedad inscrita en su formulación. El «artefacto» que podemos entender que representa la ESH tiene una doble naturaleza: por una parte, se debe a que la cuantificación de la energía implicada en la radiación del cuerpo negro que propuso Planck fue resultado imprevisto de lo que él entendía como «un truco» destinado a resolver problemas de cálculo (pág. 5); por otra, su aplicación al modelo atómico de Bohr implicaba un átomo inestable, cuya estabilidad Bohr estableció «por decreto» (págs. 17, 164).

Por lo que se refiere a la fórmula de Planck, ese trucooperativo destinado en un principio a ser eliminado una vez obtenido el resultado deseado, y que a la postre sería el principio fundacional de la mecánica cuántica, era el resultado de la aplicación de un tratamiento matemático novedoso del problema que se servía del recurso a la analogía (págs. 5 y ss., 175): Planck aplicó un método tomado de la termodinámica de gases; gracias a esa analogía se pudo formularse posteriormente la ESH. Recordemos que la \hbar que aparece en la expresión de la ecuación es la constante que Planck «descubrió» como uni-

dad de medida de esos cuantos elementales de energía. Luego, para entender la ecuación es necesario también entender el significado de esa \hbar .

Si se consideran en conjunto: la cuantificación de la energía de la radiación del cuerpo negro que propuso Planck (pág. 5); su aplicación a los orbitales atómicos establecida por Bohr (pág. 17), según la cual los cuantos energéticos de absorción o emisión de energía de radiación por los electrones se producían cuando se daban saltos entre los estados estacionarios; la formulación de la dualidad ondulatorio-corpúscular de De-Broglie (págs. 9 y ss.); y el principio de complementariedad (pág. 9) también formulado por Bohr como respuesta a los resultados del experimento de la doble rendija de Young-Taylor (págs. 20 y ss.); entonces, la ESH es la respuesta conceptual que conjuga la doble implicación de tales resultados: la existencia de magnitudes físicas no continuas y la naturaleza dual de las partículas microfísicas.

Pero es necesario realizar esa visión de conjunto, que, retrospectivamente, asumida ya la existencia de la ecuación, parece indicar que todo apuntaba inevitablemente a su formulación. El alumno llegará a esa visión de conjunto: uno a uno serán enumerados los sucesivos obstáculos que impedían una formulación física coherente del comportamiento de las partículas microfísicas. En ese recorrido hemos comprobado cómo la dimensión artefactual de todos esos anticipos se hace explícita en las exposiciones de clase: el truco de Planck (pág. 5), el decretazo de Bohr (pág. 17), la conjetura de De-Broglie respecto a la coincidencia en las fases de las frecuencias de vibración en reposo y en movimiento de la partícula (pág. 10), etc. En ningún momento se hace más evidente que en ese recorrido por los «anticipos» de la ESH que la plausibilidad física ha operado históricamente construyendo artefactos operativos que cumplen la función de solucionar problemas y dejan de lado cualquier cuestión relativa al rigor o a la fundamentación lógico-matemática.

Puesto que se trata de la exposición de hechos históricos, se deja al margen el habitual recurso a la fundamentación lógico-matemática (págs. 185 y ss.) de las afirmaciones; se trata de la evidencia de la capacidad de los grandes hombres del pasado ilustre de la tradición disciplinar para manejar esa habilidad de combinación de lo matemático y lo físico (págs. 154, 156, 158, 162); en todo este recorrido la evidencia empírica ha dictaminado los pasos a seguir, mostrando ese sometimiento de la física al imperativo de una realidad que se muestra reacia a ser encapsulada en fórmulas matemáticas (pág. 154). Todos esos antecedentes revelarían, en consecuencia, la firmeza del imperativo de la plausibilidad física sobre el rigor constrictivo de una disciplina, la matemática, que no tiene la necesidad de someter sus formulaciones a la contrastación con realidad empírica alguna.

Inscribiendo dicho recorrido en la reflexividad constitutiva que le presuponemos a la vivencia práctica del aprendizaje en el que el mismo se da, entendemos que la significación adherida a la expresión puramente formal de la ecuación incluye todo un pasado heroico que ratifica ese tipo de puesta en funcionamiento práctica sometida a unos imperativos cuya naturaleza no es en absoluto formalizable. Entender la ESH, además de implicar un proceso en el que se va desarrollando el *habitus* adecuado para su aplicación práctica, es también entender que la ecuación es constatación de que en el pasado los grandes hombres realizaban ese mismo tipo de actualización práctica de sus habilidades no

reductible a la formalidad de los contenidos físico-matemáticos puestos en juego. El artefacto que comporta la ecuación, lejos de debilitar su objetividad, la fortalece, y lo hace porque no es sino expresión histórica de esa dimensión no formal que el ejercicio cotidiano del aprendizaje pone en práctica, la misma que hizo en el pasado posible su formulación.

Aquí sí tendrían cabida algunas propuestas interpretativas surgidas de los análisis de la SCC; en particular, las que consideran el peso de la tradición como instrumento para la consolidación objetiva de las afirmaciones que, apelando a ella, pretenden construir un relato de los hechos que signifique una continuidad con dicha tradición y se sitúe como punto final obligado de la misma (págs. 217). También cabría considerar esa estrategia de acumulación de aliados que opera la consolidación de todo enunciado, propuesta o producto científico mediante la incorporación de cuantas entidades de carácter heterogéneo pueda sumar a favor de su causa (pág. 237). Pero desde esta perspectiva, el alumno no sería el sujeto que efectúa dichas operaciones, sino aquél al que las mismas están destinadas; que entienda ese sentido particular en las exposiciones que recibe dependerá de sus aptitudes como público competente, y esas aptitudes son las que está, precisamente, en curso de adquirir. (que los nombres ilustres del campo de las matemáticas le hayan sido presentados como hombres falibles, autores de errores matemáticos de peso (pág. 160) ¿tendrá algo que ver en este asunto?.)

V.1.iii. Re-presentación de la controversia

(La re-presentación de la ecuación nos da una visión de la misma todavía demasiado apegada a la literalidad matemática que su expresión implica; la re-presentación del artefacto nos muestra únicamente una feliz coincidencia entre práctica histórica y práctica cotidiana). La ecuación, para su plena comprensión física, conlleva asociada esa controversia derivada de la posibilidad de interpretaciones alternativas de su sentido (págs. 33 y ss.). Que la variable fundamental sea una función de onda supone la aceptación de la naturaleza dual de los fenómenos que describe; ahora bien, esa naturaleza dual implica que la onda asociada a toda partícula tenga algún significado físico. Un sentido posible es considerar que se trata de una onda de probabilidad de presencia de la partícula (págs. 28, 37, 106, 112), de donde resulta que la naturaleza constitutiva de esos fenómenos es probabilística. Ésta, una de las interpretaciones posibles de esa naturaleza dual, es la que propuso la Convención de Copenhague y será la que se siga en la asignatura de Mecánica Cuántica de tercer curso.

Ahora bien, existe al menos una alternativa incompatible con dicha interpretación probabilista, la que defiende el estricto determinismo de los fenómenos físicos y plantea la existencia de variables ocultas, todavía desconocidas, y fruto de cuyo desconocimiento es esa naturaleza probabilística que, impropriamente, se les atribuye (págs. 33 y ss., 150, 192). No habrá discusión al respecto: tras ese asombro colectivo que supone para los alumnos descubrir que la ciencia física está sujeta a interpretación (pág. 151), se hará evidente que la interpretación probabilística resulta de manera natural del planteamiento adecuado de los problemas (págs. 151 y ss.). Sin embargo, esa evidencia sólo se puede su-

ministrar en apariencia, recurriendo a una argumentación que pretende fundamentarse en el rigor lógico pero que de hecho a lo que recurre es a la analogía. Pretendiendo demostrar que la interpretación probabilística es el fundamento lógico del cual se deriva la formulación de la ESH, de hecho lo que se hace es llegar a la formulación de la interpretación probabilística sirviéndose de recursos analógicos para, después, interpretar esos resultados en términos probabilísticos (págs. 186 y ss.). En este momento se pone en evidencia, sobre todo si se contrapone con el tipo de razonamientos lógicos a los que se recurre para demostrar algunas implicaciones de la teoría de la relatividad (págs. 196 y ss.), que en el caso particular de la MC, la ausencia de un conjunto axiomático de principios en virtud de los cuales determinar la interpretación de los fenómenos, sus formulaciones están sujetas a la indeterminación interpretativa; la teoría, entendida como fundamento explicativo de los fenómenos, no antecede a la formulación físico-matemática, sino que, al contrario, es un resultado de la misma. Aquí rige el principio «hay que seguir a las ecuaciones».

En cualquier caso, la interpretación probabilística (apéndice A6) supone la supresión del determinismo tradicionalmente aceptado en la constitución del mundo por parte de la ciencia física (págs. 22 y ss., 150). En este momento, la ESH se convierte en traducción formal de una realidad esencialmente indeterminada; y esa indeterminación constitutiva del mundo al que se refiere la ecuación, entra inmediatamente en sintonía con la indeterminación propia de unas prácticas sociales en las que conocimiento y acción se conjugan reflexivamente como vertientes indisociables de un proceso de aprendizaje del que la propia ecuación forma parte.

A partir de la interpretación probabilística, el sentido de la ecuación como descripción de la evolución dinámica de los sistemas micro-físicos es el de la predicción de la probabilidad de presencia de dichas partículas. Dicha predicción implica una medición, en la cual ya no se pueden detectar trayectorias (pág. 9, 25, 108 y ss., 150) y que supone una recomposición de las categorías clásicas de variable física, su magnitud medible y la medida en virtud de la cual se puede determinar dicha magnitud de la variable (págs. 108 y ss.). Las variables tradicionales se transforman en valores promedio y han de llevar asociado el valor de la incertidumbre de su medición, que, en sí misma, puede ser considerada una nueva variable (pág. 109).

¿Qué alternativa interpretativa a la probabilística podemos encontrar durante el proceso de aprendizaje que conduce a la ESH? Ninguna: la existencia de dicha alternativa se indica en una clase de la asignatura de MC, pero inmediatamente la prueba en contra de la misma se transforma en un debate Einstein / Bohr (págs. 34 y ss.); el resultado es la victoria de la interpretación probabilística sobre la determinista, expresada en forma de «experimentos ideales»: si Einstein fue incapaz de rebatir a Bohr, ¿quién es el alumno para asumir sobre sus hombros esa carga (pág. 170 y ss.) cuando el propio Einstein fracasó en el intento; siendo además Einstein uno de esos genios de la física que estaba en disposición de actualizar ese *habitus* que él todavía está en proceso de adquisición?

La controversia que lleva asociada la ESH, por lo que respecta a la vivencia de su aprendizaje por parte del alumno, no será más que una anécdota puntual destinada a ser subsumida, primero por esa evidencia histórica del triunfo de la interpretación de Copenhague tras la disputa entablada por las figuras ilustres de la tradición; segundo, por la evi-

dencia de que, a partir del momento en que se propone la interpretación probabilística, del adecuado planteamiento de los problemas surgirá de modo natural como solución dicha interpretación (págs. 151 y ss.). Siendo, como interpretación, siempre antecedente y premisa de cualquier resultado, se la hace aparecer, tanto en su presentación a través de la ESH (págs. 27 y ss.) como en los diferentes casos concretos en los que la ecuación se aplica, como consecuencia (natural); consecuencia natural de ese «adecuado modo» de plantear las cuestiones, que supone de hecho, su introducción como premisa.

En términos reflexivos, esto supone quizá la evidencia más significativa de esa implicación efectiva de las representaciones puestas en juego como elementos constitutivos de las propias prácticas que representan: la representación probabilística supone un determinado modo de ver las cosas que nos conducirá a un resultado acorde con dicha perspectiva; la representación «actúa» orientando el planteamiento y la resolución de los problemas; y lo hace de tal manera que ella misma parece estar ausente de los procedimientos puestos en juego, para, una vez obtenidos los resultados deseados, aparecer como consecuencia natural de los mismos.

En este caso también tendría cabida esa concepción surgida de algunos trabajos dentro de la SCC, según la cual el pasado histórico serviría de fundamento y respaldo de las afirmaciones presentes, en virtud de la construcción de un relato que otorga la coherencia requerida a la sucesión de acontecimientos, para que la conclusión a defender pueda ser aceptada como consecuencia lógica de dicha sucesión: la ESH sería el resultado inevitable de una posible controversia; el debate Bohr / Einstein consolidaba la interpretación probabilística frente a la determinista, la ESH habría sido la confirmación de tal victoria.

V.1.iv. Re-presentación del sentido

La breve sinopsis que suponen los tres apartados precedentes trata de hacer efectivo lo que señalábamos al inicio como intención de la investigación: siguiendo las indicaciones de Woolgar, no se trataría de partir de la ecuación de Schroedinger como hecho ya establecido para interpretarla dándole un sentido sociológico. La operación es exactamente la inversa: construir, en el desarrollo de la investigación, un sentido del proceso vivencial de aprendizaje por parte del sujeto-científico, del futuro físico, cuyo resultado final sea la ecuación de Schroedinger. Se trata de averiguar con qué objeto nos topamos en virtud de la representación que de él nos hacemos (pág. 39).

Cuando se anticipaba una presentación de la ecuación, el artefacto y la controversia contenidas en la ESH, se planteaban las premisas sobre las que desarrollar la construcción de sentido que supone el presente texto; de ahí que, en ese momento, la presentación del «sentido» fuese una declaración de intenciones. La presentación de la ecuación supuso una reconstrucción histórica al uso de las propias de la visión heredada: una narración del desarrollo cronológico de los acontecimientos históricos significativos cara a la comprensión de la ESH como un producto relevante del conocimiento dentro del campo de la ciencia física; la presentación del artefacto trataba de poner en evidencia que en ese desarrollo histórico, una serie de resultados no se ajustaban al ideal de excelencia lógica y

de rigor formal que se le presupone, desde dicha perspectiva, a los productos del conocimiento científico; la presentación de la controversia aludía al hecho de que en esa narración histórica tiende a eludirse la cuestión todavía no resuelta del problema que supone que existieran interpretaciones alternativas de la ecuación. A la luz de dicha exposición, un cierto sentido podía ser atribuido a la ESH, pero el mismo no era más que el punto necesario de partida, como entonces señalábamos, algo en definitiva a desechar en el camino de la investigación como significado efectivo de la ecuación.

«Re-presentar» la ecuación, el artefacto, la controversia y su sentido significa dar contenido a nuestras intenciones de partida: una vez realizado el recorrido necesario por los elementos constitutivos del aprendizaje de la ESH, el sentido de la ecuación se ha ido construyendo a sí mismo, la determinada forma de convivir procesualmente con todo ese material formal-representativo y práctico-vivencial genera un determinado sentido para la ecuación, un sentido que no puede ser reducido a representación textual alguna y que aquí sólo se puede transcribir de manera insuficiente. La re-presentación, en consecuencia, no puede ser exhaustiva y su función es poner en evidencia que en el desarrollo efectivo de esta reconstrucción insuficiente se han ido generando los elementos sobre los que desarrollar esa particular concepción de la ecuación que se fue construyendo en el proceso de su aprendizaje. Re-presentar supone, en consecuencia, actualizar la dimensión autoobservacional en el plano de la representación textual que ha traducido la doble constitución, participativa y observacional, del proceso de aprendizaje de la ecuación vivido, en sí mismo, como proceso autoobservacional (autoobservación vivencial que no se actualizó en el momento de la vivencia práctica del proceso y que, en consecuencia, constituía la virtualidad práctica de lo que ahora se lleva a cabo en términos analíticos y retrospectivos).

La re-presentación de la ESH, por lo tanto, sólo cobra sentido a la luz del recorrido analítico precedente, expresando de manera sintética el sentido que ha ido conformando el conjunto total de dicha elaboración respecto a la ecuación de Schroedinger. En estos momentos (momentos prácticos de construcción textual) hemos cumplido el objetivo de evidenciar la consistencia, fundamentación y novedad del proyecto emprendido. Sin embargo la «tesis», la proposición teórica a demostrar mediante dicho proyecto, si bien ha sido puesta de manifiesto de manera expresa, ni ha sido declarada como tal, ni ha sido de hecho demostrada. ¿qué tesis defiende la presente tesis doctoral? La tesis que constituye el fundamento real del presente trabajo es una tesis crítica e implica la puesta en cuestión de ciertos *a priori* que, siendo premisas de carácter académico, institucional y político, condicionan sustancialmente la producción de conocimiento; desde la premisa de la prioridad de lo representacional sobre lo objetivo, qué se entienda por conocimiento dependerá de la representación que se tenga de lo cognitivo; ¿el presente proyecto implica «conocimiento»? Nos hemos situado en una perspectiva interpretativa singular, afín a los campos de la sociología y de la física, pero que de hecho no se adscribe a ninguno de ambos; en virtud de dicha singularidad la interpretación que se pueda atribuir al presente trabajo no puede surgir de ninguno de ambos campos en particular, de manera que lo aquí obtenido pudiera no ser considerado conocimiento. En definitiva, como crítica a esa preasignación de lo cognitivo derivada de la parcelación institucional de los saberes, la tesis que defendemos se puede enunciar de la siguiente manera:

El autor de esta tesis defiende la imposibilidad de construir una legitimación plausible del investigador social como observador de la actividad científica.

- En definitiva, lo que se propone es una especie de ecuación de Schroedinger.
- ¿Cómo dices, ecuación de Schroedinger, dónde?
- Fijaos bien en la «tesis de la tesis»: autor, imposibilidad, legitimación, observación. A mí me suena a la constatación de la incertidumbre asociada al particular a c-to de medición que se puede considerar supone la investigación: se han propuesto unas determinadas coordenadas sobre las que desarrollar la particular i nterpretación de la ESH que la definirá como «objeto» de la investigación; en cierta medida, eso indica que se va a efectuar una medición; y una medición que se realiza predefiniendo el «aparato de medida» que se utiliza.
- O sea, que todo eso de la prioridad de las representaciones sobre los objetos; la importancia de la implicación práctica y la vivencia en la constitución del conocimiento científico como actividad; la reflexividad constitutiva de toda práctica social, entre ellas, la científica; la crítica a la sobreimposición de categorías interpretativas extrínsecas al proceso sobre el que se aplican, etc. sería la definición algebraica del espacio de Hilbert adecuado a dicha medición.
- Exacto; y no sólo eso, pues si consideramos la dimensión práctica en la que se pone en funcionamiento toda esa arquitectura formal, sucede algo análogo a lo que en la propia tesis se afirma que sucede en el aprendizaje de la ESH: el resultado final (¿qué resultado final?) confirmaría las presuposiciones de partida sólo porque esas presuposiciones establecen el modo operativo adecuado para llegar a dicho resultado; o sea, la interpretación práctico-reflexivo-constitutiva-vivencial de la actividad científica sería, tanto presupuesto de partida como interpretación adecuada al final del recorrido; todo ese recorrido, sólo en apariencia supondría una confirmación del presupuesto, pues abstraída la formalidad en la que se ampara como justificación, en nada confirma que el resultado sea consecuencia i nevitabile de las premisas de partida; al igual que sucede en la MC, la construcción operativa de los argumentos se ampara fundamentalmente en procedimientos analógicos y en recursos que no son formalizables (analogía que ahora mismo estamos utilizando para considerar la tesis-de-la-tesis como una ESH). Al final del mismo es necesario interpretar el sentido de lo obtenido, pues siempre existe la posibilidad, siempre existirá, de interpretaciones alternativas.
- ¡Claro! Además, al afirmar la imposibilidad de derivar una justificación legítima de la observación sociológica del conocimiento científico, pese a todo lo dicho, pese a la implicación práctica en un proceso de aprendizaje que, entre otras cosas, tiene por objetivo lograr la equiparación de estatus entre investigador e i nvestigados, se está incluyendo como parte de la representación del objeto perseguido los efectos derivados de la alteración práctica que supone como acto de medida la observación de dicho objeto; era inevitable que en la descripción de la ESH se incluyese, lo mismo que sucede en MC, la medida de la incertidumbre asociada a dicha descripción, en tanto que depende de un acto práctico de observación.

- Para que me aclare, entonces: ¿afirmar la imposibilidad de legitimación del autor respecto de su calidad de observador / intérprete de la actividad científica, e incluir esa afirmación como componente de la misma interpretación producida, significaría afirmar que la descripción / medición contenida en la tesis, como consecuencia del problema metodológico de la interferencia del acto práctico de observación con lo observado, no sería más que una «medida probable» que está sujeta a la indeterminación derivada de la posibilidad de que, al no atribuir a las afirmaciones producidas la legitimidad requerida para que sean tenidas en cuenta, esa medida probable nunca podrá ser definitiva.
- En suma: ni hay métodos definitivos que garanticen la estabilidad de los resultados que se puedan obtener gracias a ellos, ni existe objetividad externa fiable exenta de variabilidad interpretativa. Ni método ni datos.
- Bueno, eso confirmaría, para quien quiera entender que todo lo dicho tiene «sentido», que en última instancia, la garantía de todo conocimiento viene determinada, para el sujeto particular implicado en la tarea concreta del conocimiento, por su implicación vivencial en la práctica de construirlo...
- Lo decía Concha Velasco: «muchas veces me preguntan si tengo método: sí lo tengo, son mis vivencias... la vivencia, el sentimiento, los éxitos, los fracasos, los dolores...»⁷
- (Sólo una cosa: sabemos que el autor ha puesto en juego aquí, con nostras, en esta particular intervención, una especie de «genialidad» que únicamente cabe entender en términos de la reflexividad analítica, la reflexividad reducida a variable incorporada en la investigación: una investigación que versa sobre la ESH tomando en consideración las implicaciones epistemológicas y metodológicas inscritas en la propia ecuación, reflexivamente hablando, ha de construir una interpretación de la ecuación que haga uso de tales implicaciones, ha de construir una ESH para interpretar la ESH; nuevamente, más allá del ejercicio retórico y analítico que ello supone, la consideración del substrato vivencial, tanto del aprendizaje de la ESH, como de la construcción de la interpretación de la misma, puede conducirnos desde esta reducción analítica de la reflexividad a su verdadera naturaleza como fenómeno social...)

Hubiéramos querido presentar nuestra propuesta en forma de «proposición indecidible» derivada de una axiomática que tratase de conjugar de manera lógica las premisas subyacentes a la investigación. Obviamente, que no fuese justificable en términos lógicos dicha proposición, lejos de suponer un óbice a su fundamentación, en nuestro caso evidenciaría la insuficiencia de la axiomatización lógica para reconstruir el sentido del proceso activo que constituye la producción de conocimiento. Por ello, derivar como proposición indecidible dicha tesis simplemente abunda en las premisas aquí puestas en juego, evidencia que hace falta algo más que rigor lógico para fundamentar la constitución del conocimiento (hacen falta los éxitos, los fracasos, los sentimientos y los dolores de la vivencia que supone conocer). Escapa a nuestras capacidades analíticas (¡y a nuestras urgencias temporales!) tal proyecto, de modo que dejamos constancia de la intención no realizada, al

⁷ Entrevista televisada en Antena 3 (24/01/03)

tiempo que nos amparamos en argumentos de los defensores del rigor lógico para «border» tal empeño.

Dos cuestiones relativas al significado de una axiomatización como formalización teórica nos servirán para el caso; la primera de ellas tiene que ver con los requisitos lógicos que ha de cumplir una axiomática:

«...una teoría o conjunto de afirmaciones se puede “resumir” o “concentrar” en algunas de sus afirmaciones, de las que se derivan todas las restantes mediante un proceso de inferencia deductiva. A las afirmaciones que forman parte de ese “conjunto-resumen”, consideradas *primitivas*, se las denomina ‘axiomas’, y a las afirmaciones que se deducen de los axiomas, consideradas *derivadas*, se las denomina ‘teoremas’. Si llamamos contenido de una teoría al conjunto de todas sus afirmaciones, entonces tal contenido se encuentra ya *completo*, aunque *implícito*, en los axiomas. (...) es preciso que de los axiomas en cuestión se sigan efectivamente todas las afirmaciones de la teoría o sea, que el conjunto de axiomas sea suficiente, o como se dice a veces, completo» (Díez y Moulines, 1997: 268).

Una axiomática, en consecuencia, ha de contener en sí el conjunto total de las proposiciones teóricas que se puedan deducir de la teoría que pretende formalizar; se trataría de una condición necesaria pero no suficiente, puesto que bajo este imperativo de ser el conjunto-resumen de la teoría en cuestión, no cumpliría el requisito de ser una «buena» axiomática; se necesita un segundo imperativo, éste de carácter metodológico:

«Que de los axiomas se obtengan todas las afirmaciones no basta para una buena axiomatización, pues de lo contrario el simple conjunto de todas las afirmaciones sería ya un buen conjunto de axiomas (...) el espíritu que inspira la axiomatización [es el de] dar una versión lo más “resumida” o “concentrada” posible de la teoría. Así pues, es un principio metodológico general que los axiomas han de constituir un conjunto *mínimo* de afirmaciones primitivas, ningún axioma debe ser deducible de los restantes; o, como se dice técnicamente, los axiomas deben ser *independientes* entre sí...» (Ibíd.)

Por tanto tendríamos establecidos los principios formales mínimos que ha de cumplir toda axiomática: el principio (epistemológico) de completitud en lo que se refiere a los contenidos teóricos; el principio (metodológico) de independencia de los axiomas que contenga. La segunda cuestión a considerar se refiere al modo en el que, de hecho, se procede a la axiomatización de las teorías: se ha de aceptar que una axiomática no es un punto de partida para una construcción teórica, sino el resultado de ciertas operaciones lógicas aplicadas a una teoría existente, no axiomática, para que adquiera el carácter de tal:

«Hasta ahora, hemos presentado las cosas como si una teoría axiomática fuera el resultado de axiomatizar, reconstruir axiomáticamente, una teoría “en estado intuitivo” consistente en una serie de afirmaciones sobre un ámbito. (...) Esta es la presentación que más naturalmente se corresponde con lo que de hecho ocurre históricamente, pues casi siempre la formulación de una teoría axiomática es el resultado de axiomatizar (...) una teoría en estado intuitivo» (Ibíd.: 271)

Señaladas ambas cuestiones, hemos de resaltar, en primer lugar, el hecho de que la axiomatización no es un método para la producción de conocimiento, sino para la reconstrucción, en una forma lógicamente consistente, de conocimiento ya producido (y en consecuencia, podemos asumir que ese estado intuitivo de la teoría a axiomatizar es el producto natural de la implicación práctica que entendemos es el conocimiento como actividad).

En segundo lugar, hemos de considerar la cuestión de la completitud axiomática: a partir de la formulación de Gödel, quedó lógicamente demostrada la imposibilidad de obtener de hecho dicha completitud (Gödel, 1980), pues siempre se pueden obtener a partir de un conjunto axiomático proposiciones indecidibles, proposiciones deducibles lógicamente de los axiomas teóricos de las cuales, sin embargo, no se puede determinar su veracidad o falsedad en virtud de esos mismos axiomas. Pese a la prescripción epistemológica, como característica definitoria de un sistema axiomático, de la completitud, por su propia constitución lógica todo sistema axiomático es incompleto.

Hemos de ahorrarnos, pues, el esfuerzo: apelamos a esa fase intuitiva de toda construcción teórica que antecede al proceso propiamente dicho de su axiomatización para, tratar de recortar formalmente el sentido de la investigación y anticipar su inevitable incompletitud; así, sugerimos, intuitivamente, una posible proposición indecidible que seguramente sería deducible de tal axiomática rigurosa.

V.2. De la socialidad de un sujeto singular y de la carencia de pruebas legítimas para la defensa de su causa...

Podemos resumir el resultado formal de la investigación en dos afirmaciones: primera, *la ESH es un sujeto social*. Es decir, como representación, como formulación matemática de ciertos fenómenos físicos, la ecuación de Schroedinger no es nada. Para su comprensión, según la perspectiva de la que hemos partido, será necesaria cierta posición interpretativa que la dote de sentido y, así, la constituya como objeto de conocimiento (pues en sustancia, en sí misma, no es tampoco nada: su objetividad reside, como ya hemos señalado, en que ella misma se presupone representación de ciertos fenómenos reales, objetivos, materiales; la ESH es una representación, un «producto» del conocimiento científico y, como tal, según nuestra perspectiva, estará sujeto a variabilidad interpretativa). Para llegar a alcanzar esa posición interpretativa es necesario el recorrido, práctico y vivencial, por un proceso de aprendizaje que supone, tanto la incorporación de un amplio conjunto de conceptos y herramientas puramente formales, como la experiencia cotidiana no formalizable de su puesta en funcionamiento.⁸ Por un lado, funciones de onda,

⁸ En virtud de nuestra perspectiva, y por todo cuanto se ha aportado en apoyo de la misma, nuestra interpretación difiere sustancialmente de la obtenida por Mackenzie (2003) en su estudio de la ecuación de Black-Scholes, utilizada en economía financiera. Su estudio parte de la idea de que en su formulación se aplicó «bricolage» y «artesanía creativa» más que trabajo matemático riguroso, y las conclusiones se centran en el carácter performativo que ha conllevado su aplicación. Es decir, de un análisis de sus orígenes, las conclusiones se trasladan a los resultados (supuestos) de aplicación práctica; la franja intermedia que implicaría una serie de sujetos dedicados a la tarea práctica de utilizarla, construyendo, tanto en los mo-

hamiltonianos, espacios de Hilbert, ecuaciones diferenciales, potenciales, momentos cinéticos, incertidumbres probabilísticas, principio de superposición, conjuntos de medida nula, funciones lipschitzianas, magnitudes imaginarias, módulos cuadrados, operadores diferenciales e integrales, conmutadores, funciones de Green, series de Fourier, etc., etc., etc.; por el otro, plausibilidad versus rigor, dedos de frente o método riguroso según el caso, formalidad lógico-deductiva o analogía, trolas, la triple locura que se requiere para entender cosas como las superficies de Riemann, los campos estadísticos fantasmales, el desasosiego traducido en frases del tipo «que no haya causalidad... no quiere decir... no puede querer decir que no haya causalidad...», la distinción entre metafísica y filosofía, los decretazos, los inventos matemáticos y los modelos físicos ideales, los boniatos rebozados, las ideillas y chapuzas de los precedentes históricos, que la masa sea lo que uno quiera entender por masa, que salga la «ley de verdad» diciendo «tonterías» pero que cuando uno trabaja con «cosas sin sentido» le pueden «salir» velocidades mayores que la de la luz, etc., etc., etc.

La ESH sólo cobra sentido para un sujeto (un ser humano; dejemos de lado categorías epistemológicas) que la pueda entender de algún modo (a mi madre la ecuación le resultará absolutamente indiferente; tan indiferente como le resulta la presente tesis en su pura formalidad —pues en otra dimensión, práctica y vivencial, la tesis la entiende de alguna manera... aunque estas páginas no le digan nada—); la adquisición de ese sentido implica la conjugación de ambas componentes; y además, la priorización de lo formal sobre lo práctico y vivencial si el sentido que se le asigna es el de representación matemática de ciertos fenómenos físicos. Al tratar de incluir la otra componente, el sentido que adquiere es distinto: el de un sujeto social, el de un sujeto que actúa a través de los sujetos que la ponen en juego entendiéndola como mera representación formal, porque pueden hacerlo en virtud de la vivencia práctica sobre la que han desarrollado la adquisición de esa particular comprensión de la ecuación.

Es decir, la ESH forma parte de un entramado constitutivamente social, configurado en virtud de un proceso práctico de aprendizaje en un organismo institucionalizado de educación formal, en el que su sentido convencionalmente aceptado es el simple y transparente de fórmula matemática para la descripción de ciertos fenómenos objeto de estudio de la ciencia física. Y que eso sea así no es algo autoevidente. Es el resultado de una experiencia práctica, cotidiana, inmediata en la cual se conjugan, para configurar como resultado final ése, herramientas puramente formales, físicas y matemáticas («técnicas») con otras puramente vivenciales, prácticas (y por tanto no formalizables); y de la conjugación de ambas dimensiones resulta la constitución, práctica, concreta, cotidiana, vivencial (constituida, como tal, de ambas dimensiones) que se despliega como un *habitus*, un aprendizaje práctico en virtud del cual el sujeto-ser-humano se va constituyendo en su cualidad de (futuro) físico al tiempo que va constituyendo, él, las condiciones en virtud de las cuales se puede definir a sí mismo como tal (una práctica constitutiva-constituyente cuya dimensión intelectual, o abstracta o cognitiva se inscribe como ingrediente operativo, efectivo y material que determina a la vez que es determinado por, ese substrato inmediato y concreto). Un *habitus* que implica esa reflexividad constitutiva que proponía la etnometodología garfinkeliana, esa socialidad generada en virtud de la incorporación mentos de su desarrollo como en los de su aplicación, el sentido práctico que (para ellos) tenía, ha quedado al margen. Para Mackenzie nunca podría llegar a constituir la ecuación de Black-Scholes sujeto social alguno, pues no ha participado del proceso social (reflexivo) en el cual esa cualidad de la misma podría haberse evidenciado.

dología garfinkeliana, esa socialidad generada en virtud de la incorporación práctica de las representaciones que le dan sentido a las propias práctica, y lo hacen como parte misma de ellas; una indisociabilidad de lo representacional y lo material que configura el sentido, vivencial, práctico, inmediato de cuantos elementos configuran esa socialidad.

La ESH es un sujeto social porque, en su aparente neutralidad agencial, el mero hecho de que aparezca transcrita (en un libro de texto, en un encerado, en un cuadernillo de examen...) implica la existencia de un sujeto que la entiende, a través de la mera formalidad de ésta su transcripción, de determinada forma (y no de otra cualquiera), y que ella sea ésta y no otra cualquiera que pudiera ser, según el sentido a partir del cual su escritor / lector la entiende, depende de muchas circunstancias más que la de su pura evidencia formal; implica el conocimiento de los espacios de Hilbert, de las relaciones de incertidumbre de Heisenberg, de la evolución en la concepción de los modelos atómicos..., pero todo ello entendido en el sentido particular en el que en la facultad se le presentan al alumno todos esos ingredientes (no nos reiteraremos más: se sabe que, en lo que a un físico le interesa, más allá de la fundamentación matemática que da sentido a un espacio de Hilbert, éste no representa más que su aparato de medida), modo particular que en la reiteración cotidiana de ciertos aspectos propios de eso que hemos dado en asimilar al *habitus* y a la reflexividad constitutiva, aspectos experimentados y no reducibles a codificación alguna, asigna el sentido efectivo que todo ello va adquiriendo para el alumno.

La ESH es un sujeto social porque, siendo mucho más de lo que su simple transcripción como ecuación muestra, «actúa» sobre quien la lee o escribe, sobre quien la entiende, en virtud de todo ese proceso práctico y viencial en el que ese «entendedor» ha adquirido sus aptitudes para serlo.

No hay más misterio, ni prueba o evidencia adicional que agregar: ése es el resumen de nuestra experiencia práctica. Constatamos que la socialidad de la ecuación es una característica evidente de su consistencia como producto acabado, consolidado y firme del conocimiento científico; cada vez que alguien escribe, lee o maneja la ESH, actualiza en ese momento concreto el proceso práctico mediante el cual ha podido llegar a entender (escribiéndola, leyéndola o manejándola) la ecuación. Abstraída de esa práctica que implica su aprendizaje, reducida a su pura dimensión formal, como ecuación diferencial, o como modelo matemático representativo de ciertos fenómenos físicos, no es nada: cada uno de los símbolos incluidos en ella condensa todo el conjunto de habilidades (prácticas) necesarias para que tenga un sentido: la constante de Planck, \hbar , implica la evidencia de que un simple «truco» de cálculo se ha transformado en principio físico de la discontinuidad constitutiva de la materia; la posibilidad de «ver» en el segundo término de la ecuación un hamiltoniano implica el recorrido por una parte del contenido de una asignatura, MO, en la que Galileo era lento, no tonto; y así sucesivamente.⁹

⁹ En nuestro caso particular el sentido de la ESH es el que afirmamos; en el caso de cualquier alumno de licenciatura será de otra forma y de ello se derivarán las implicaciones particulares de la socialidad que a través de la ESH se expresará y actuará; y esto no significa «re-descubrir» la ecuación, sino transmitir el sentido vivencial que hemos podido asociarle, y con él darle entidad como objeto (de la presente investigación); en última instancia, se trata de un acto harto pretencioso, pues pretende afirmar cómo puede un alumno atribuir un sentido a la ESH, por haber sido partícipe del mismo proceso en virtud del cual esa asignación de sentido es posible, sin compartir, al afirmarlo, dicho sentido (¿otra contradicción lógica?... esto ya va siendo una insana costumbre...)

La segunda afirmación fundamental ya la hemos indicado en el apartado previo; sería nuestra candidata a proposición indecidible en el caso de que fuese posible la formalización axiomática del presente trabajo: *El autor de esta tesis defiende la imposibilidad de construir una legitimación plausible del investigador social como observador de la actividad científica.* (Lo cual sería consecuencia inmediata de haber formulado como conclusión de la investigación la «socialidad» y la «subjetividad» de la ecuación de Schroedinger.)

Esa afirmación que resume nuestra segunda conclusión, al igual que sucede con la ESH, es una expresión formal, simbólica (en un lenguaje que, a diferencia del lógico-matemático, es afín al lenguaje común, pero que inscrita en el presente trabajo presupone la incorporación de conceptos y herramientas formales, junto con la vivencia y experiencia prácticas en las que tanto el lector como el autor habrán adquirido la capacidad de darles sentido). La expresiones «autor» y «observador» remiten a la categoría sujeto (y no inmediatamente al ser humano del que hablábamos hace poco, sino a una posición de naturaleza epistemológica); «construir una legitimación plausible» y «actividad científica» remiten a ciertas operaciones de objetivación. En la matriz disciplinar sociológica (en la cual presumimos —sin garantías plenas de acertar, apelando de nuevo a la intuición como precondición de toda reconstrucción teórica formal— que el lector inscribirá la afirmación), la afirmación está indicando una operación afín a las que se ha considerado propias de la concepción objetivista reivindicada por la visión heredada del conocimiento científico. Se está presuponiendo un sujeto de conocimiento, un objeto de estudio y una operación que los vincula, sin afectarlos recíprocamente, fruto de la cual el sujeto será conocedor del objeto.

En este caso, al igual que sucederá con toda afirmación, existe la posibilidad de una multiplicidad de significados que asignarle y en virtud de los cuales determinar su objetividad; significados aplicados, en cada caso, a su mera formalidad enunciativa, en virtud de una experiencia práctica, vivencial, a partir de la cual el sujeto-intérprete pondrá en juego sus particulares condiciones-condicionantes como sujeto competente para la interpretación, su *habitus* y la reflexividad constitutiva que habrá configurado las prácticas sociales en las que se habrá inscrito. Por muchas razones aducidas en páginas precedentes, no estamos en condiciones de *controlar* el sentido que pueda surgir de la mera formalidad de la afirmación aquí emitida, pues, en sí misma, en su mera formalidad afirmativa, no es nada, su significado dependerá de la perspectiva interpretativa particular desde la cual se sitúe quien pretenda entenderla (y lo que sigue a continuación es fácilmente anticipable por parte del lector...creemos).

Es decir, nuestra candidata a proposición indecidible remite a la vivencia y a la convivencia del sujeto que la afirma, que por ser quien es, no está en condiciones de defender que la particular interpretación que a partir de esa vivencia pueda tener de dicha proposición sea análoga a la de cualquier otro sujeto intérprete instalado en otras condiciones vivenciales y convivenciales distintas. Aplíquese lo dicho, igualmente, a las expresiones, «plausible» y «legitimidad», sometidas, también, a variabilidad interpretativa.

Hágase ahora el ejercicio, lógicamente impropio, de conjugar la formalidad de los argumentos precedentes, relativos, a su vez, a la formalidad de la proposición candida-

ta a proposición indecidible, con lo que de hecho, en sustancia, dice (que no podemos afirmar tajantemente, repetimos, desde nuestra posición interpretativa particular, por todo lo dicho): ¿tiene sentido el conjunto? ¿lo tiene, en la conjugación formal-vivencial particular en la que se sitúa el lector? Inevitablemente lo tendrá.

En consecuencia: no es posible establecer bucle reflexivo alguno que dote de objetividad a esos contenidos particulares de la afirmación (más aún, el significado de «el autor de esta tesis» y su sinonimia «observador de la actividad científica», que parecieran remitir a ciertas consistencias ontológicas, en realidad son meros reflejos enunciativos de la acción afirmativa, y habrían de ser determinados, en su sentido, en virtud de la singularidad particular de quien las afirma). Y la imposibilidad a la que se alude, únicamente cobra sentido en la vivencia encarnada de la producción textual de la supuesta conclusión formal que daría sentido lógico a las precedentes proposiciones. En definitiva: no se puede probar dicha imposibilidad, pues junto a la presente argumentación en su favor, la vivencia práctica de la investigación y la reconstrucción de la misma que supone el presente texto en su conjunto parecerían ir en contra de la argumentación.

De tal manera que la proposición indecidible se podría traducir como la necesaria inconsistencia de cualquier afirmación con pretensiones de objetividad a partir de las premisas interpretativas aquí puestas en juego. Inestabilidad resultante de la transgresión fronteriza en lo disciplinar de las barreras pre-establecidas en virtud de las cuales poder estabilizar determinadas, llamémosle así, posiciones-sujeto. la imposibilidad de cualquier operación de recorte formal para la aprehensión de una realidad constitutivamente vivencial, y por ello reflexiva, y por ello substrato sobre el cual poder construir ejercicios reflexivos puramente analíticos o retóricos. Y, sobre todo, reclama la puesta en ejercicio de la vivencia constitutiva de todo potencial intérprete, para cualquier interpretación. Lo cual nos conduce, finalmente, a nuestra última operación analítica: la transductividad.

V.3. La transducción: fundamento de la reflexividad constitutiva

«Libertad: Por transducción, significa ultraestabilidad // Condición lograda por quien no es dependiente, para mantener su energía y proyectos, de la relación o decisión de otro u otros, sino de un universo mayor que le confiere estabilidad.// Condición del que ha logrado eludir campos de transmisión de inestabilidad.// Condición de aquel que no teme ni espera nada.// Condición de obrar lo necesario en cualquier momento. // Obtención de preguntas y de respuestas yá» (KRONOS, 2004).¹⁰

Una vez expresada la tesis-de-la-tesis, nos resta una última operación para concluir el «cierre» analítico que inevitablemente supone toda reconstrucción textual; cierre analítico que, sin embargo, pretende ser apertura teórica, trascendiendo los límites de la inves-

¹⁰ Nos has sido imposible evitar la inclusión de la cita, resultado de la búsqueda a través de Internet de referencias al concepto «transducción»; la consideramos como una especie de puesta en práctica inmediata, liberada de todos los lastres con los que aquí nos las habemos, del concepto; y nos ha parecido «romántica» esa asimilación que en ella se establece entre transducción y libertad: ha supuesto, también para nosotros, una «liberación» descubrir tan singular uso del concepto transducción.

tigación actual para proponer a partir de ella una línea alternativa sobre la que entender en su verdadera naturaleza la reflexividad que aquí se defiende como constituyente de toda práctica o actividad social, en particular la científica.

Una apertura que se sirve de un concepto «maldito», el de transducción. La maldición es directa consecuencia de su anclaje etimológico, que como concepto lo encapsula en el terreno estrictamente metodológico por oposición a los clásicos de deducción e inducción: «más allá» de ambos procesos de inferencia (lógica) clásicos, la transducción denotaría la capacidad del agente de la inferencia de sortear los rigores puramente lógicos para «caminar» inferencialmente de un modo ni estrictamente deductivo ni estrictamente inductivo. Desde este punto de vista, se trataría de un concepto vacío, porque la restricción de su aplicación al ámbito puramente metodológico, remitiendo a los procesos tradicionales de inferencia, denotaría simplemente una insuficiencia formal, lo cual se traduce de hecho —reiteramos: en la medida en que se quiera entender lo transductivo en este sentido restringido, manteniendo la significación tradicional de lo inductivo y lo deductivo— en una actitud indiferente hacia la evidencia de lo transductivo.

Ahora bien, aún eludiendo sus implicaciones, esta maldición, de hecho, señala una evidencia: el sentido que se puede atribuir a la transducción ha de partir de la explotación de tal evidencia para, a partir de ella, abandonar los rigores (pura y tradicionalmente) metodológicos y dotar de sentido a la realidad vivencial que la transducción indica. Una inferencia transductiva es imposible sin la presencia activa del transductor que la realiza; esto es, a diferencia de la inducción y la deducción, que como mecanismos lógicamente consistentes de inferencia son independientes de la acción que implican (dadas las premisas o los datos de partida, debiera ser indiferente quien realice la inferencia, pues el camino está ya predeterminado),¹¹ la transducción requiere de una acción «creativa», pone en evidencia la existencia de un autor del acto que denota como mecanismo de inferencia.

La transducción, en consecuencia, y como punto de partida, expresa la insuficiencia, una vez más, de la lógica para representar el ejercicio práctico que como acto supone la inferencia (lógica); luego no se trata de una modalidad vacía de inferencia lógica, sino de la negación de la misma como sustento de las capacidades cognitivas y de los procesos efectivos de construcción de conocimiento. Nuestras reflexiones son mucho más que pura lógica y se encarnan en la vivencia práctica en las que las producimos, actualizamos, modificamos y reintroducimos como elementos prácticos de nuestra convivencia. Nuestras reflexiones no son sólo reflexiones, son «reflexividades».

¹¹ Esta irrelevancia del autor o agente de la inferencia en los procesos inductivos y deductivos es consecuencia de la formalidad lógica que se presupone sostiene, en tanto que métodos para la obtención de conocimiento, a ambas. Sin embargo, la necesidad de unos presupuesto de partida, teóricos o empíricos, a partir de los que aplicar la inferencia rigurosamente deductiva o inductiva señalan la presencia de un agente, de su capacidad creativa e imaginativa como condición de posibilidad para la ejecución efectiva de la inferencia. Así por ejemplo, Beltrán (2000) en su estudio comparativo de las filosofías de Lakatos y Poincaré evidencia la necesidad, señalada por ambos, de esa presencia activa de un sujeto creativo como soporte, cuando menos inicial, para que los procesos de inferencia deductivos e inductivos puedan ser aplicados. Pero la transducción lo que indica es la «continuidad», más allá de las condiciones de posibilidad de los procesos de inferencia, de la acción creativa de ese agente activo, su influencia en el proceso de la inferencia propiamente dicho.

Por transducción, entonces, no habremos de entender la cualificación de determinada acción, sea práctica, sea cognitiva, sino la capacidad permanentemente adherida a toda acción y toda cognición en virtud de la cual trascienden (*trans-*) los férreos límites de la consistencia lógica (*-ducción*) y se constituyen como un acto-pensamiento inscrito en la práctica vivencial; y en consecuencia, inscrito en la reflexividad constitutiva de dicha práctica. Por eso, una primera operación semántica será transformar transducción en transductividad, el acto que expresa esa capacidad constitutiva en la propia capacidad; transducción y transductividad deben ser entendidos como el ingrediente fundamental de la reflexividad social, lo que, por la imbricación de lo práctico con lo cognitivo, hace de la misma una reflexividad «constitutiva»; utilizaremos indistintamente transducción o transductividad, entendiendo que, semánticamente, la segunda expresa la verdadera naturaleza constitutiva y vivencial que entendemos está asociada a la primera.

La reflexividad meramente analítica habría ocluido esa transductividad o la genuina constitución reflexiva de lo social que implica la conjugación indisociable de práctica y cognición. Para no reducir nuestra interpretación en los mismos términos, partiremos de esta premisa para explotar las propuestas transductivas de Jesús Ibáñez (1979, 1985, 1994), entendiendo que su planteamiento crítico abundaba en la fractura que supone la evidencia de lo transductivo sin constituir a partir de dicha fractura propuesta alternativa alguna. Para ello, hemos de constatar la evidencia activa y creativa que supone la transducción, y hacerlo partiendo de los usos actuales del término.

El concepto de transducción (*transduction*) se ha instalado en el terreno de la bioquímica y la biomedicina para hacer referencia a la transmisión energética entre células, transmisión energética que implica una transferencia de información junto con las consecuencias que dicha transmisión implica; el concepto que de hecho se utiliza en este campo bio-químico-médico es el de «transducción de señales»:

«...el área de la transducción de señales (estudia) cómo se comunican las señales que le llegan a una célula hacia el interior de ella, y cómo la célula expresa lo que va a hacer de acuerdo a las señales que le llegan (...) el factor de transducción NF-KB (es) un elemento que está en el núcleo de la célula, y que cada vez que la célula recibe un “insulto” de radicales libres, en que hay estrés oxidativo, la célula estimula la producción de este factor, que actúa como un agente que “enciende la luz roja” de defensa de la célula» (PUC, 2004).¹²

¹² El buscador de *Nature Publishing Group* (<http://www.nature.com/dynasearch/app/dynasearch.taf>) arroja para la entrada «transduction» en todas las categorías de revistas (57 publicaciones) 13.685 artículos; restringida a las publicaciones en las áreas de Biotecnología, Medicina Clínica, Inmunología, Química y Biología Molecular (31 publicaciones) el resultado es de 10.668 artículos. He aquí una pequeñísima muestra de las publicaciones sobre transducción de señales: Ache y Zhainazarov (1995); Allsop, Twyman et. al. (2001); Bronfman, Nuñez, et. al. (1996); Dabrowski, Ueda y Ashcroft (2002); Firestein (1992); Foncea, Carvajal, et. al. (2000); Fraser, Yu et. al. (2001); French (1992); Georgopoulou, McLaughlin et. al. (2001); Gillespie (1995); Kernan y Zuker (1995); Kinnamon (1988, 1996); Koutalos y Yau (1993); Lindemann (1995); Lynch, Rajendra et. al. (1997); Margolis y Getchell (1993); Margolskee (1993); Martínez-Argudo, Salinas et. al. (2002); Medici, Bianchi et.al. (1997); Miller, Picones y Korenbrot (1994); Neve, McPhie y Chen (2001); Ohm, Hamker et. al. (2001); Schild y Restrepo (1998); Shafferman, Velan et. al. (1992); Struhl y Greenwald (2001); Tavernarakis y Driscoll (1997); Yarfitz y Jurley (1994).

Podemos comprobar como la transducción de señales bioquímicas efectivamente indica esa presencia activa de un agente transductor que hemos señalado, en este caso, la célula (la transducción es, tanto la transmisión de la información desde el exterior de la célula hacia su interior, como, y sobre todo, la «expresión de lo que la célula va a hacer como consecuencia»). Sin embargo, podemos comprobar como ese encapsulamiento metodológico del término, conlleva que simplemente se muestre, sin explotarla, la evidencia de ese «más allá» que implica el término. La transducción de señales se reduce, de hecho, a un proceso de transmisión energética, o si se quiere, a un proceso de inferencia por parte de la célula; se constata que efectivamente la célula es un agente creativo que transforma dicha información o energía en una acción, transforma la información en práctica, genera novedad; pero en lugar de tomar en consideración esa agencialidad activa de la célula, lo transductivo se reduce al análisis del proceso operativo de la transmisión de información y a los mecanismos químicos que se activan en el interior de la célula. Introduce, en cualquier caso, la «información» como factor fundamental de lo transductivo, con lo cual indica, a su vez, otro área de uso del término, el de la semántica:

«El concepto “transducción” remite a la serie de operaciones de sentido que se realizan cuando un elemento (idea, concepto, mecanismo o herramienta heurística) es trasladado de un contexto sistémico a otro. A diferencia de la idea de traducción, donde un significante es alterado a fin de mantener un significado, en la transducción la inserción de un mismo significante en un nuevo sistema genera la aparición de nuevos sentidos» (Thomas, Davyt y Dagnino, 1997).

También en este caso lo transductivo comporta transmisión de información; también en este caso el agente de dicha transmisión es evacuado de la consideración: se trata, aquí, de un proceso de transferencia de información que implica alteración del «sentido» de la información transferida. Quizá por evidente, ni siquiera se considere la necesidad de un intérprete de dicho sentido como condición de posibilidad para que la transmisión se lleve a cabo; quizá por evidente, nuevamente el agente activo del proceso sea dejado de lado y la consideración se oriente hacia el proceso mismo, hacia su sentido como mecanismo (pero no es un mecanismo, no es un proceso mecánico de carácter abstracto: el «sentido» implica la interpretación por parte de un intérprete, una cierta creatividad o inventiva, pues dicho sentido, al transportarse, se transforma).

Hemos agregado a la información, que en el caso de la transducción de señales implicaría una información puramente sintáctica, sin contenido, reducida a flujo energético, un sentido, un sentido que se altera y que por ello supone interpretación. Esa alteración del sentido informacional será la que nos permita reintroducir la dimensión social de la acción transductiva, pero para ello hemos de tomar como punto de partida una tercera aplicación del concepto transducción que invierte la componente agencial implicada: en el campo del análisis literario, la aceptación de que el contexto socio-histórico afecta al sentido de los textos, tanto en lo que se refiere a su producción por parte del autor, como en lo que se refiere a la lectura de los mismos, lleva a considerar la existencia en ellos de una componente transductiva, en el mismo sentido que en el caso anterior, una transmisión de información con alteración del sentido. Se pone en evidencia, entonces, la necesidad de un substrato, socio-histórico, que es el que permite asignar un sentido a la información y el que posibilita esa transformación del sentido. La necesidad de interpretación que conlleva la transducción, en consecuencia, hace manifiesta la socialidad que conlleva lo interpreta-

tivo; surge la posibilidad de hacer explícita la presencia de un agente, social, en el proceso.

Una vez más, sin embargo, ese agente activo (del que ahora se ha reconocido la necesidad de su constitución socio-histórica) se abstrae en la consideración de la transducción; ésta vuelve a ser considerada como simple proceso y se entenderá que su agente efectivo es el propio texto: el texto transduce al sujeto que lo interpreta y lo constituye en su capacidad interpretativa; el sujeto activo de la interpretación es convertido en sujeto pasivo de la transducción:

«...los textos literarios no funcionan con el único objetivo de transmitir información, sino que realizan una transformación o transducción de los significados que poseen. En este sentido, será en los textos y a través de ellos que se configuran y constituyen los propios sujetos, de manera que lo sociohistórico no será una condición externa sino interna de los procesos semióticos» (Huamán, 1999).

La transferencia de información en las células nos evidencia un agente creativo que no se tiene en cuenta en la caracterización del fenómeno; la consideración de la transformación de sentido que se da en esa transferencia caracteriza a un mecanismo que requiere interpretación, pero ese agente interpretativo tampoco se toma en consideración; la constatación de la necesidad de un soporte socio-histórico para dicha interpretación hace emerger a dicho intérprete como agente pasivo. Nuestra fundamentación teórica, partiendo de estos atisbos extraídos del uso actual del término habrá de ir más allá: el concepto transducción no es heredero de tradición consolidada alguna y su uso, por lo demás reducido, hace de él la inocua descripción de ciertos procesos de transmisión de información, con «algo más» que la simple transmisión, sin abundar en la virtualidad epistemológica que ese *plus* lleva asociada. La transductividad, en consecuencia, habremos de consolidarla, explotando estos atisbos desde la perspectiva aquí defendida, para actualizar dicha virtualidad.

El vacío conceptual del término nos permite realizar una primera tentativa como propuesta a desarrollar. Para ello, hemos de inscribir lo transductivo en ese «más allá», en esa virtualidad, y dejar de lado su consideración vinculada a sus conceptos afines, a la simple dimensión metodológica y a la pura referencia semántica. Hemos de anclar lo transductivo en la práctica vital que supone la reflexividad constitutiva.

Incorporar la transducción como premisa interpretativa de la reflexividad constitutiva, supone considerar que hay un «algo» transductivo en la práctica efectiva en la que dicha reflexividad se encarna, pues de lo contrario caeríamos en la práctica aquí reiteradamente criticada de aplicar categorías interpretativas extrínsecas a la propia constitución de lo interpretado. Se trata de evidenciar, en consecuencia, que la actividad científica obedece a una lógica constitutiva dotada de una singularidad que podemos catalogar como transductiva; la remisión a un agente activo y la indicación de una transformación cualitativa en la transmisión que implica, según sus usos actuales, son ingredientes que apuntan en esa dirección, en la dirección de una implicación práctica en una vivencia que conjuga lo activo con lo cognitivo y supone creatividad.

Lo transductivo incide en la apertura creativa de toda acción reflexiva, en el hecho de que esa conjugación práctico-cognitiva que supone la reflexividad constitutiva se traduce en una vivencia en la que, ni los cierres pragmáticos ni los formales pueden sustentarse:

«En el método transductivo el sujeto se sitúa en una posición de sujeto reflexivo en situación de observar. Para ello tiene que ser consciente de que lo que trae entre manos, es decir, de lo que tiene en la mente; no vale actuar por dictados externos, sino por operaciones reflexivas (siempre relativas) elaboradas en procesos ónticos en constante interacción con procesos epistémicos de información externa de que dispone la teoría, añadiendo así la propia información que emerge de las operaciones de invención, resultante de esa interacción transductiva entre sujeto y objeto. El resultado final serán invenciones o creaciones abiertas a nuevas invenciones» (Cabezas, 2003: 5).

La cita se inscribe en la propuesta de un nuevo paradigma para las ciencias sociales y alude a lo que para el autor son evidencias de la necesidad de dicho paradigma.¹³ Para nosotros, muy al contrario, es una constatación de la práctica real en la que se inscribe cualquier sujeto. No se trata en absoluto de entender lo transductivo como un método ni considerar que el mismo se sustenta en una teoría; al contrario, evidencia la ausencia radical de método en la constitución reflexiva de la práctica social, y la evidencia, precisamente, por esa conjugación de lo óntico y lo epistémico, de la invención propia con la información externa, de la interpenetración sujeto / objeto y de la emergencia de la novedad; lo cual nos reconduce a la vivencia como substrato del acto, al tiempo práctico y cognitivo, que supone la transductividad:

«Para comprender los efectos de una acción hay que vivirla. La realidad pretendida por un acto de comprensión es una acción. El fin de un acto de conocimiento es determinar un objeto; el fin del acto de comprensión es determinar una acción. De este aserto podemos transducir que el conocimiento pertenece a un proceso reflexivo complejo en el que interviene activamente la comprensión y la acción» (Cabezas, 2003: 7).

La implicación vivencial de la comprensión y la automática conversión del conocimiento en acción que supone dicha comprensión *son* transductividad. Por tanto, aceptamos la caracterización como «proceso reflexivo complejo en el que interviene activamente la comprensión y la acción» (entendiendo la comprensión como un «conocimiento activo»), pero no para el *conocimiento*, según en la cita se afirma, sino para la transductividad: el autor pretende transducir ese sentido para el conocimiento porque, reivindicando la necesidad de un nuevo paradigma para las ciencias sociales, ha rizado el rizo de la reflexividad simplemente analítica y se ha apropiado, para sí, de algo que debe ser considerado elemento integrante de la realidad social, no de su intérprete (o bien: *también* de su intérprete en la medida en que él mismo es integrante de dicha realidad social y participa de lo que

¹³ Un nuevo paradigma que debería recoger las propuestas de Morin acerca de la complejidad constitutiva de la realidad social, complejidad que haría inadecuados los métodos tradicionales con los que nos hemos acercado a su conocimiento; un nuevo paradigma de la complejidad que reclama una reconstrucción conceptual que viene ya desde hace cierto tiempo desarrollándose, pero cuya significación real no hemos aún visto puesta en práctica, salvo quizá el notable caso de la llamada *investigación-acción* (véase, p.e., Gollete y Lessard-Hébert, 1988)

la constituye, pero no *exclusivamente* de él). Por eso pretende transducir conocimiento en conocimiento, desatendiendo al propio contenido de lo que afirma, a la implicación práctica del conocer que le presupone a la comprensión (falsa transducción realizada en el terreno abstracto de lo teórico).

Transducción significa agencialidad activa, implicación vivencial, conjugación permanente de cognición y práctica, novedad y creatividad. Significa que la reflexividad constitutiva no debe entenderse como formalidad representativa de una realidad social a la que hace referencia. La transducción es la «no-formalizabilidad» de la reflexividad constitutiva, que por su naturaleza no se ajusta a las categorías de conocimiento del modelo clásico:

«El camino transductivo es una (re)construcción permanente del método o meta camino a lo largo del camino, por un sujeto en proceso que sigue al ser en su génesis, en su incesante producción de nuevas estructuras» (Ibáñez, 1985: 264).

La reconstrucción permanente del método expresa la imposibilidad de fundamentar método alguno con el que llevar a la práctica el conocimiento formal que en ella se pone en juego (el conocimiento formal sólo es sostenible como fundamento del conocimiento en el terreno abstracto de su pura formalidad; esa formalidad es una condición necesaria del conocimiento, más aún del científico, pero por sí misma no se traduce en práctica «real», no se traduce en conocimiento en su sentido integral). Esa reconstrucción permanente evidencia la procesualidad en la que nos hemos de instalar, como intérpretes, para la comprensión de la procesualidad constitutiva que es el conocimiento. Esto no nos dota de excelencia o superioridad cognitiva alguna, nos planta en el terreno real de la práctica en la que construimos, como aquellos sujetos que son objeto de nuestra mirada, nuestras operaciones prácticas de conocimiento, nuestras operaciones transductivas.

[Sólo instalados en ese terreno práctico, en la evidencia de nuestra constitución social, en nuestra participación comprometida con aquello que pretendemos conocer, podemos, sobre su base, construir nuestras categorías interpretativas, surgidas, precisamente, de la evidencia de esa nuestra implicación vital con nuestros objetos. En esa implicación, cobran sentido las propuestas de Ibáñez en reclamo de lo transductivo: «Cualquiera que sea la decisión que yo tome hoy, ha sido pre-establecida por el que ha diseñado el camino, por el que ha decidido el código del camino», nos dice Ibáñez (1985: 37), significando que no estamos libres de nuestros condicionantes sociales, y en particular, dada nuestra particular constitución como «científicos sociales», de las herencias objetivistas que nos impulsan a construir categorías abstractas y perder de vista nuestra encarnación transductiva (buscar como camino el que han trazado los métodos positivos de las ciencias naturales significaría hipotecar nuestra acción a las operaciones propias de la epistemología clásica). No se trata de abandonar la tarea científica, sino de dejar de lado lo que ésta supone para quienes secundan el modelo positivista clásico. La ciencia de lo social se constituye como tal en virtud de su propia socialidad; la ciencia de lo social no puede sino ser una práctica inscrita en la propia realidad a la que trata de acceder y que la condiciona como tal. En esa práctica, una práctica transductiva, estamos apesados entre la *reproducción iterativa* (Ibáñez, 1985: 43-44) de los formalismos conceptuales adquiridos y la *persecución itinerante* (Ibíd.) de una vivencia práctica que no encaja en dichas categorías. Habitamos, como todos nuestros congéneres, esta dimensión fronteriza del sujeto / objeto social que denominamos transductividad: es práctica inscrita en el conocimiento y conocimiento aplicado en la práctica; es novedad que produce regularidades y regularidad de la que emerge novedad... es el agujero negro que nos hace seres humanos: seres socialmente constituidos y constructores de la socialidad que nos constituye; actores reflexivos abocados a la incertidumbre y agentes cognitivos portadores de certezas transitorias que nos orientan en esa práctica reflexiva; sujetos / objetos fragmentarios que se redefinen permanentemente a sí mismos

en la reflexividad social de la que participan y que los constituye. Habitando el mundo en ese terreno fronterizo, evidenciamos la existencia de *anexactitud* (Ibáñez, 1985: 38-40) en cualquier transición entre los planos sensible e intelectual, entre la práctica y las representaciones, y ello supone evidenciar que dicha discontinuidad es la fuente «real» de todo conocimiento; implica la inestabilidad de cualquier representación formal que podamos alcanzar, señala la contextualidad y contingencia del sujeto particular que opera esa transición y encarna al conocimiento como práctica real inscrita en un mundo lleno de incertidumbres. El reconocimiento de tal anexactitud supone automáticamente la puesta en cuestión de las categorías teóricas empleadas: «lo anexacto (...) es una variación problemática de las constancias teoremáticas» (Ibáñez, 1985: 40), con el objeto de no perder nunca de vista la inmediatez práctica que condiciona dichas categorías. La práctica social que es hacer sociología, se arma con los mismos mimbres que cualquier práctica social: constituye una conjugación práctico-cognitiva que se nutre de la circularidad generativa que es propia de la reflexividad social. Y para llevar a cabo esa tarea hemos de abandonar nuestro pináculo y observarnos inmersos en el mundo que habitamos. La primera tarea de la reflexividad sociológica es la autocrítica: la transducción reflexiva no puede indicar otro camino que el de la ruptura crítica con los fundamentos incuestionados que atraviesan a la singularidad individual que somos en tanto que sujeto / objeto investigador; transducción significa, entonces, «subversión»: «"Subversión" significa literalmente dar una vuelta por debajo, para ver los fundamentos, ir más allá de la ley. Cuando algo es necesario e imposible (dentro de los límites marcados por la ley que lo funda y distribuye sus lugares) es precisa la subversión imaginaria: imaginaria, porque sólo imaginariamente es posible ir más allá de los límites» (Ibáñez, 1994: 54-55, n. 27).]

La ESH es un referente abstracto que el alumno actualiza en la práctica cada vez que al leerlo o escribirlo incorpora en él ese sentido práctico que ha ido adquiriendo en virtud de la vivencia encarnada que da sustento a dicho aprendizaje; cada vez que lee o escribe la ESH, la transduce, la incorpora a su actividad práctica actualizando ese equilibrio inestable que conjuga el método riguroso con los «dos dedos de frente», el rigor matemático con la plausibilidad física, apropiándose de la incertidumbre y del no determinismo que suponen los presupuestos sobre los que la ESH se formula, haciéndose a sí mismo evidente como agente activo y creativo, manifestando la transformación de sentido que los referentes formales adquiridos durante el aprendizaje sufren por ésa su apropiación, subjetiva y práctica, de los mismos.

Cuando una función de onda se transforma en su módulo cuadrado y con ello la simple representación matemática en magnitud física (lo imaginario en real), en probabilidad de existencia, la realización práctica de esa transición implica un acto transductivo, un acto en el que un espacio de Hilbert se transmuta en aparato de medida; un acto en el que una serie de Fourier atraviesa el aparato de medida / espacio de Hilbert y su imposibilidad física genera una probabilidad real. La transducción se instala en el terreno del quehacer imperativo que impulsa a recurrir a cualquier herramienta o instrumento, material o conceptual, de los que se pueda disponer para solucionar un problema, un problema cuyas dimensiones exceden cualquier posibilidad de representación (un problema práctico no sólo es un problema práctico; ¿se trata de un problema en un examen o del problema de autovalidarse como físico actualizando las innumerables vivencias adquiridas más allá de la simple formalidad que aparentemente expresa el problema?; un problema teórico no es simplemente un problema teórico ¿se trata del problema de qué ecuación es la que vale, o se trata del problema de saber cómo llevar a cabo el ejercicio práctico de resolución con independencia de la ecuación que haya que aplicar? ¿qué significa esta ecuación? ¿qué ejemplo nos pusieron que ayudaba a entenderla? ¿no era esa la ecuación que se parecía a aquella otra y gracias a ese parecido podíamos entender lo que decía? ¿ahora qué toca, aplicar topología o pensar de manera físicamente razonable para pasarnos por el forro la

topología?...); indica el proceso vivencial en el que se inscriben esas operaciones, la ausencia radical de método o procedimiento formal en esa actualización práctica del conocimiento / comprensión adquirido durante el aprendizaje.

Ahora bien, en cierto sentido, lo aquí expuesto no constituye ninguna novedad: la apuesta transductiva, aunque pudiera parecer sorprendente, nos conduce directamente a la filosofía moral aristotélica. Siendo conscientes de que nuestros esquemas de comprensión y arquitecturas conceptuales son directas herederas de la particularidad histórica en la que como sujetos nos formamos intelectualmente, podemos entender, de una manera crítica, entreviendo cierto barroquismo en nuestra propia formulación por contraposición a la sobriedad clásica, que la transductividad no sería más que una versión «posmoderna» de la Prudencia (*Phrónesis*) aristotélica, pues en ella se vislumbran las componentes práctico-cognitivas que entendemos constituyen a la reflexividad transductiva.

En primer lugar, en la *phrónesis* se inscribe una dimensión racional (cognitiva) que por su condicionalidad humana (práctica e inmediata, que no divina) nos sitúa en nuestra existencia alejados de la posibilidad de un conocimiento autosuficiente: «lo racional no siempre es razonable y (...) la tentación de lo absoluto (...) es la fuente siempre resurgente de la desgracia humana» (Aubenque, 1999: 9); la *phrónesis* nos circunscribe a nuestra existencia inmediata, práctica, contingente y substancialmente vinculada con las circunstancias concretas en las que hemos de poner en juego nuestras capacidades.¹⁴ En el libro VI de la *Ética a Nicómaco* se define la *phrónesis* como:

«disposición práctica acompañada de regla verdadera concerniente a lo que es bueno y malo para el hombre» (Ibíd.: 44).¹⁵

La prudencia, en consecuencia, implica «rectitud», pero se trata de una rectitud que no es expresable ni reconocible en forma abstracta alguna, es una rectitud práctica que únicamente remite al hombre que la encarna, «el prudente (...) no es en cuanto tal, ni un sabio ni un erudito; no estando dotado de ninguna familiaridad especial con lo trascendente, se mueve al nivel de lo particular y fija a cada uno el justo medio que responde a su par-

¹⁴ Esto diferencia a la *phrónesis* de la sabiduría (*sophia*): «la sabiduría trata de lo necesario (...) la *phrónesis* trata de lo contingente, es variable según los individuos y las circunstancias» (Aubenque, 1999: 17). Esta constitución práctica e inmediata de la inteligencia humana, implicada indisolublemente con la acción, también la ha remarcado Bergson: «...la inteligencia humana, como está formada por las exigencias de la acción humana, es una inteligencia que procede a la vez por intención y por cálculo, por la coordinación de medios para un fin y por la representación de mecanismos de forma cada vez más geométrica (...) no se hace más que seguir hasta el extremo dos tendencias del espíritu que son complementarias una de otra y que tienen su origen en las mismas necesidades vitales» (1973: 51).

¹⁵ Siguiendo la exposición de Aubenque, encontramos que la *phrónesis* no constituye esencia de ningún tipo, cual era de esperar en Aristóteles, sino que, en última instancia remite a un reconocimiento no formalizable que se expresa de manera inmediata a través del hombre prudente: «Aristóteles no parte del género para descender, mediante divisiones sucesivas, hasta la cosa a definir. Su punto de partida no es una *esencia* (...) sino un nombre (...) que designa un cierto *tipo* de hombre que todos sabemos reconocer (...) Todo el mundo reconoce al *phrónimos*, incluso si la persona no sabe definir la *phrónesis*» (Ibíd.: 45); tenemos, pues, una cualidad constitutivamente humana, de dimensión intelectual, pero no formalizable, y sin embargo inmediatamente reconocible, en la práctica concreta del hombre que la encarna; tenemos, pues, un substrato práctico para una aptitud, humanamente, intelectual.

ticularidad» (Ibíd.: 51); o dicho de otra forma, conteniendo substancialmente una componente intelectual, su sentido no es sino la práctica concreta del hombre que la posee; intelectualidad cuyo fundamento no es intelectual (y por tanto no puede ser representada mediante fórmulas abstractas) sino práctico y concreto. En consecuencia, no es posible «conocerla», hay que «vivirla»:

«...es ese saber vivido más que aprendido (...) se trata de un saber enraizado en la existencia de cada uno (...) la incomunicabilidad de la experiencia no es más que el reverso de su singularidad irremplazable, singularidad que atañe a cada uno conquistar para sí mismo...» (Ibíd.: 71-72).¹⁶

También se incorpora en la prudencia aristotélica la incertidumbre según aquí se ha planteado, como condición práctica que afecta substancialmente al conocimiento (y, naturalmente, ahora podemos matizar: al conocimiento humanamente alcanzable, no a un tipo ideal de conocimiento formulable en abstracto pero no realizable): «*la prudencia se mueve en el terreno de lo contingente*, es decir, de aquello que puede ser de forma distinta a como es» (Ibíd.78); contingencia constitutiva de un mundo sometido al azar, y por ello incierto, y por ello, también inscrito en la temporalidad (alejado de la eternidad inmutable que se correspondería con un conocimiento universalmente válido).

En última instancia, la prudencia aristotélica, desde esa inmediatez práctica no codificable en registro formal alguno aprehensible por la pura intelectualidad, sitúa al hombre en su condición de tal, y haciéndolo, determina la condición práctica, vivencial, inmediata en la que ha de desenvolverse en función de las aptitudes con las que cuenta, pensando porque ha de actuar, actuando en la medida en que dispone de capacidades intelectuales, humanas, que se lo permiten:

«...entre estos dos azares, el azar originario que nos hace ser lo que somos y el azar residual que hace que nuestras acciones no sean del todo lo que queremos, hay lugar para la deliberación, la elección y la acción del hombre» (Ibíd.: 158).

¹⁶ Este fundamento vivencial de la prudencia es el que la vincula con nuestra concepción de la reflexividad constitutiva y de la transductividad: conocimiento que es práctica y práctica que implica conocimiento, pero un conocimiento, en última instancia, no formalizable, un *habitus*; ello supone la conjugación de dualidades que estrechan el vínculo con la dualidad sobre la que hemos basado la autoobservación: «El *phrónimos* de Aristóteles reúne rasgos cuya asociación hemos olvidado: el saber y la incomunicabilidad, el buen sentido y la singularidad, el bien natural y la experiencia adquirida, el sentido teórico y la habilidad práctica, la habilidad y la rectitud (...) la inspiración y el trabajo» (Ibíd.: 76). La experiencia vivida supone, pues, contradicción, lo cual nos hace considerar, autoobservacionalmente, las palabras de Hofstadter: «Quizá la mayor contradicción que afrontamos en nuestra existencia, la más ardua de asimilar, consista en saber que “hubo un tiempo en el que yo no estaba vivo, y llegará un tiempo en el que yo no estaré vivo”. En un nivel, cuando “brincamos fuera de nosotros mismos” y nos vemos simplemente “como otro ser humano”, ello adquiere pleno sentido. Sin embargo, en otro nivel, tal vez más profundo, la no existencia personal carece de todo sentido. Todo lo que sabemos está integrado a nuestra mente, y por ende todo lo que no está en el universo carece de comprensibilidad» (Hofstadter, 1992: 778). La *phrónesis* nos impone un límite incuestionable, dado que hay que vivirla: nuestra finitud, para el cual nuestras capacidades cognitivas no nos pueden servir de amparo.

Así pues, encontramos en esta visión de la prudencia aristotélica un antecedente con más de veinte siglos de antigüedad de la dimensión activa, reflexiva, práctica, inmediata, pero al mismo tiempo impregnada de conocimiento, de un conocimiento que por humano se aparta de la pureza que la visión heredada le adscribe; vemos en ella, en definitiva, la humanidad propia de la actividad en la cual el hombre constituye real y materialmente su conocimiento como parte integrante de la vida que ha de vivir. Emerge de ella la condición fundamental de un agente creativo, cuyas operaciones no remiten a la abstracción divina de la *sophia* y que carece de método (y por ello se ve instalado en una actividad que reconstruye permanentemente el método).

En la *phrónesis* vemos, entonces, inscrita esa apertura creativa que entendemos va asociada a toda acción reflexiva, resultado de esa conjugación práctico-cognitiva que supone la reflexividad constitutiva; creatividad derivada de la ausencia radical de método riguroso que seguir y que supone la emergencia de la novedad; y también nos reconduce a la vivencia como substrato del acto, al tiempo práctico y cognitivo, que supone la transductividad, la agencialidad activa, y fundamentalmente procesual: procesualidad constitutiva del conocimiento. El espacio propio de la deliberación, elección y acción humana, no como actos diferenciados, sino como ingredientes indisociables de nuestra vivencia.

Y, diríamos, afortunadamente, el substrato (¿metafísico?) de todo ello es la radical imperfección del mundo, que hace imposible una ciencia omnicomprensiva:

«...en un mundo perfectamente transparente a la ciencia, es decir, en el cual estaría establecido que nada puede ser de otra manera a como es, no habría ningún sitio (...) para la acción humana (...) la universalidad de la explicación científica sería la justificación de la pereza humana» (Ibíd.: 82)

Gracias a este precedente, podemos asociar a la transductividad propia de la reflexividad social constitutiva una connotación moral *sui generis*, la dimensión de una virtud a caballo entre la pericia o habilidad puramente técnica y el conocimiento singular que la orienta, cuyos fines, por humanos, establecen una vinculación con los medios adecuados para su consecución; la prudencia transductiva busca, no lo bueno en absoluto, sino lo mejor posible en las condiciones concretas en las que es dado lograrlo.

Situados en esa transductividad, agencial, activa, creativa, interpretativa, no formalizable, en tanto que sujetos partícipes de un proceso, hemos de ser consecuentes con la premisa transductiva y proyectarla sobre la reconstrucción actual de dicho proceso; hemos de transducir nuestras conclusiones.

Sin embargo, entendemos que ésta es una tarea que ya no nos pertenece a nosotros; o cabría más bien decir que la parte de esa tarea que nos correspondería ya ha sido realizada, en la medida en que la transductividad ha estado presente a lo largo de todo el proceso de la investigación; ha sido desde el principio un referente orientativo, por la convicción con la que las operaciones que en cada momento se realizaban (desde el primer día en que se inició la asistencia a clases en la facultad de ciencias físicas hasta el último, por llegar, en el que este texto haya cumplido la función a la que está destinado) se entendían, realizándolas, en ese sentido agencial, creativo y reflexivo que la transductividad comporta.

La transductividad ha estado presente como cualidad adscrita a la vivencia que ha supuesto (que todavía supone), la investigación; y entendemos que no es tarea nuestra, ya, mostrar que ello es así. Las páginas precedentes lo hacen suficientemente por sí mismas; al menos, así lo entendemos (es nuestra particular interpretación de la cuestión), de manera que queda en manos del lector la tarea de considerar hasta qué punto esta interpretación es adecuada a la naturaleza constitutiva, a la práctica real, de la investigación.

El recorrido ha sido en exceso dilatado (para lo que actualmente se entiende que ha de ser un ejercicio como el presente) y el cansancio acumulado considerable. Todo prácticamente queda pendiente de resolución, nada se ha obtenido que demuestre, consolide o cierre certeza alguna; y ése era precisamente el objetivo. Transductivamente hablando («hablando» textualmente, se entiende) las conclusiones del presente trabajo pertenecen a sus lectores: se ha «construido» una particular ecuación de Schroedinger cuya esperanza de vida no depende ya del autor de la construcción.

APÉNDICE A1

¿Cómo se hace de una ecuación un «hecho estabilizado»? (y 2)

La derivada; operación y funciones

- (**Definición**) **Función**: una función f es un conjunto de pares ordenados ninguno de los cuales tiene el mismo primer elemento. Se trata de una regla que asigna a cada uno de los números x de un subconjunto D del conjunto [por ejemplo] \mathbb{R} , de los números reales, un único número [por ejemplo] real $f(x)$. Al subconjunto D se lo denomina **DOMINIO** de f , $D^{\circ} \text{dom}f$. Se expresa y $\mathcal{G}(x)$ significando que “ y ” es el valor que toma f en x . La **IMAGEN** o **RECORRIDO** de f es el conjunto de todos los puntos $f(x)$ que puede tomar la función f para todos los valores x de D : $\text{im}f = \mathcal{G}(D) = \{f(x); x \in D\}$

Partimos de la definición más sencilla que se puede establecer de «función»: una función real de variable real. Es decir: se trata de funciones de una sola variable numérica perteneciente al conjunto de los números reales, y que va a tomar valores también comprendidos en los números reales. Nos interesa el concepto de «función» como regla de asignación de valores unívocamente determinados. Naturalmente, a partir de aquí la definición es extensible a dominios e imágenes pertenecientes a otros tipos de conjuntos numéricos, que no sean los reales. Otra extensión del concepto se da cuando se amplía a más de una el número de variables. Y puede darse el caso de que las variables pertenezcan a conjuntos numéricos distintos que aquellos a los que pertenezcan los valores de la función. No entramos en el detalle de todo esto.

La forma más familiar de tomar contacto con las funciones es mediante su representación gráfica: se emplean dos ejes de coordenadas, uno horizontal que corresponde a la variable, a los números x , y otro vertical sobre el que se representan los números y —es decir, los valores que toma la función f —. Así, por ejemplo, una línea recta vendría dada:

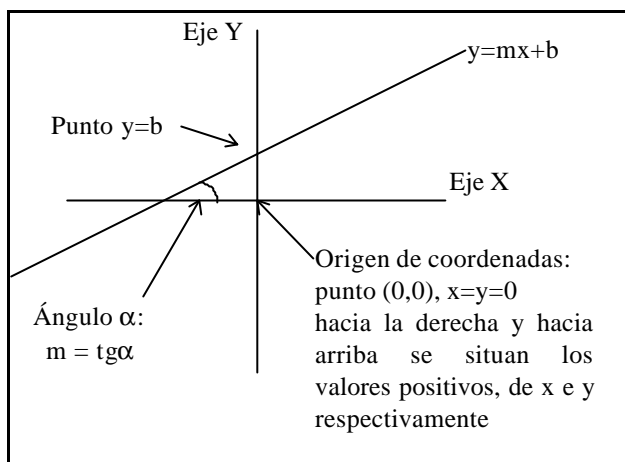
- **Línea recta** (o simplemente «recta»): $f(x) = mx + b$

donde m es la «pendiente» de la recta, que matemáticamente corresponde al valor de la tangente trigonométrica del ángulo que forma la recta con el eje horizontal; y b es el punto de corte de la recta con el eje Y .

La representación gráfica de esta recta $f(x)$ aparece en el cuadro de la página siguiente.

Para poder llegar al concepto de «derivada de una función» hay que introducir previamente toda una serie de propiedades analíticas que garanticen matemáticamente su existencia, pues no toda función posee una derivada. Propiedades que tienen que ver con la CONTINUIDAD de la función. Que démonos, en lo que a la continuidad se refiere, con la noción más o menos intuitiva, geométrica, de que si la gráfica de una función puede trazarse sin

levantar del papel el bolígrafo (o pluma o lapicero o lo que sea que se utilice, naturalmente), si puede trazarse de «una sola vez», entonces la función matemática que representa es continua.



— **(Definición) Derivada de una función en un punto:** La función f es derivable en un punto a , perteneciente al dominio de f y no siendo uno de sus extremos¹ (a es un punto «interior») si existe el «límite» L que se expresa más abajo. En tal caso, dicho límite es la derivada de f en a .

$$L \equiv \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} \equiv \left(\frac{d}{dx} f\right)_{x=a} \quad \text{Derivada de } f \text{ en } a \text{ (en } x=a)$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \equiv \text{«límite cuando } h \text{ tiende a cero»}$$

— **(Complemento) Límite.** Se dice que la función f tiende a l (o bien: f tiene por límite l) cuando x tiende hacia a , si para cualquier número ϵ estrictamente mayor que cero que se quiera considerar se puede encontrar un cierto número δ también estrictamente positivo, de forma tal que para cualquier valor de la variable x que esté comprendido entre los valores $a-\delta$ y $a+\delta$ entonces la función toma a su vez valores comprendidos entre $l-\epsilon$ y $l+\epsilon$

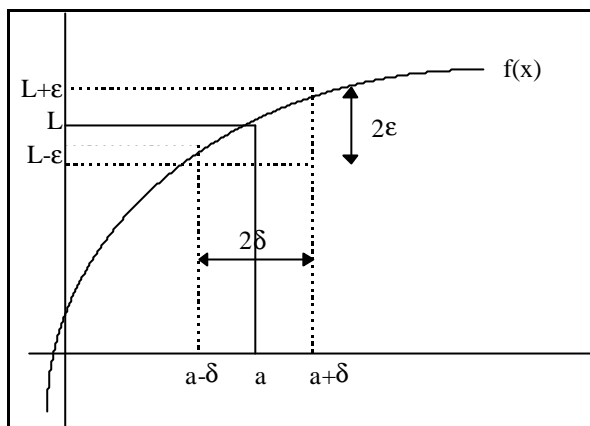
Formalmente, esto se expresa:

$$f(x) \rightarrow l \quad \text{ó} \quad \lim_{x \rightarrow a} f(x) = l \quad \text{si} \quad \forall \epsilon > 0 \exists \delta > 0 \quad \text{tal que si } x \text{ cumple } 0 < |x - a| < \delta \text{ entonces } |f(x) - l| < \epsilon \quad (\text{nota } 2)$$

¹ Al tratarse de funciones de una variable, todo subconjunto que constituya un dominio de definición de la función será un intervalo —o conjunto de intervalos— de la recta X , esto es: los dominios van a ser segmentos de recta, de ahí que se hable de «extremos»; cuando se amplía el número de variables, la topología se complica. En esta cuestión concreta, la de la «interioridad» de un cierto punto, se pasará del concepto «extremo» al concepto «frontera». Según el número de variables de que se trate, las fronteras podrán ser de dos, tres, o más dimensiones; tantas cuantas variables haya. Por eso en este caso las fronteras son unidimensionales, son «puntos».

² Las barras verticales «|» representan el valor absoluto de aquello que se halle en su interior: el valor absoluto de una magnitud es su valor sin consideración del signo; así, por ejemplo, «+5» y «-5»

Y gráficamente se puede representar como aparece en la siguiente figura:



El concepto de límite de una función en un punto es útil para regiones o puntos aislados en los cuales no se puede precisar qué valores toma exactamente la función —corresponderán a valores de la variable x que no pertenecen al dominio de la función, $dom f$, y para los cuales no se puede especificar, entonces, un valor $y=f(x)$ —; en estos casos, si se consideran entornos todo lo pequeños que se quieran, cuya amplitud está dada por el valor de ϵ , siendo ésta una magnitud infinitesimal —tan próxima a cero como se desee pero nunca nula³—, en los que se puede garantizar que los valores de la función pertenecientes a ellos corresponden a los valores de la variable también contenidos en una región infinitesimal, de amplitud δ se puede considerar que ese valor l sería el que tomaría la función caso de estar definida en el punto considerado: «en el límite la función tiende hacia ese valor».

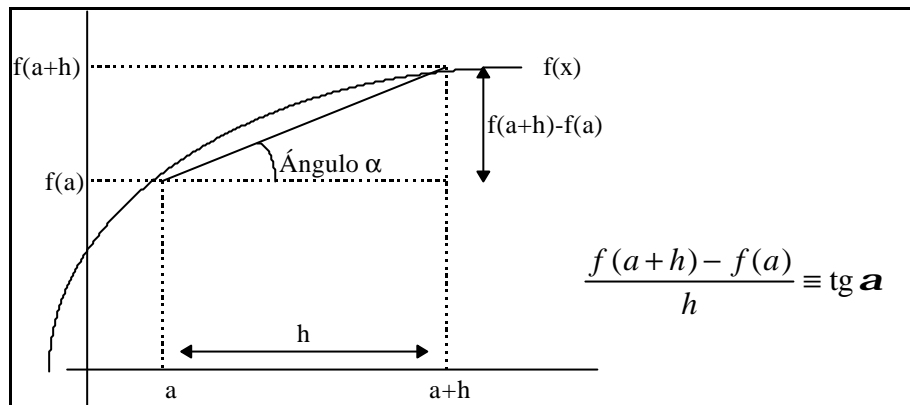
La representación gráfica del límite que se expresa en la definición de la derivada de una función en un punto aparece en la gráfica de la página siguiente

Cuando h tiende a cero, los puntos a y $a+h$ se aproximan, al igual que lo hacen $f(a)$ y $f(a+h)$; a su vez, la cuerda de la función tiende a aproximarse con la recta que la subtiende, que es la que forma el ángulo con la horizontal del cual el cociente que aparece en el límite que define la derivada es su tangente trigonométrica (véase la figura a continuación). Es decir: en el límite el

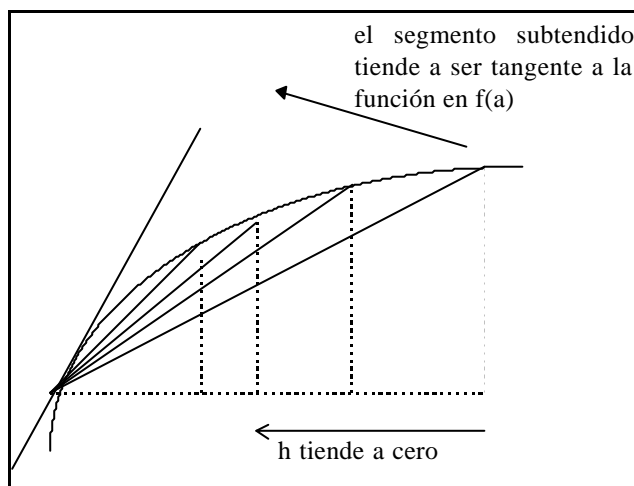
tienen el mismo valor absoluto, $|+5| = |-5| = 5 = +5$; es decir, todo valor absoluto es una magnitud estrictamente positiva.

³ En la definición de límite, es especialmente significativa la expresión «para cualquier valor ϵ », puesto que, en particular, cualquier valor podría ser 0,0000000000.....00000001 (pongamos un millón de ceros decimales, por ejemplo). Lo cual significaría una proximidad extrema al punto considerado. Si en tales proximidades queda garantizado que la función también presenta contigüidad con los valores para los que sí está definida, entonces, la definición de límite afirma que «en el límite», la función tiende hacia ese valor l de la definición. Es importante resaltar la diferencia entre: «la función toma el valor l en a [$f(a)=l$]», y «la función tiende hacia l en a [$f(x)$ en $x=a$]», ya que en este segundo caso no tiene por qué existir ningún valor de la función en a , puede no existir $f(a)$.

segmento de recta *tiende* a transformarse en la tangente a la curva que representa a f ; por lo tanto, la derivada en ese punto es la pendiente (véase, para el significado de «pendiente», el ejemplo de la representación gráfica de una recta) de la recta tangente a la función en dicho punto.



— **(Concepto) Función Derivada:** si se considera el conjunto de todos los puntos a en los cuales la función f es derivable, y se expresan mediante una regla de asignación similar a la que se define como función, tendremos entonces la «función derivada» de la función inicial, la función $f'(x) \equiv \frac{d}{dx} f(x)$.



A partir de la definición de la derivada de una función se pueden deducir fácilmente las reglas de operación que permiten el cálculo de funciones derivadas de otras funciones dadas sin tener que recurrir directamente a dicha definición —lo cual sería enormemente engorroso, pues en cada caso concreto habría que garantizar la existencia de los números **d e**—. Veamos estas reglas:

— **(Teoremas) Reglas para el cálculo de derivadas:** si las funciones f y g son derivables, entonces, siendo c un número real cualquiera, constante:

1. *Producto por constante:* $\frac{d}{dx}(c \cdot f(x)) = c \cdot \frac{d}{dx} f(x)$

o bien: $\frac{d}{dx}(c \cdot f) = c \cdot \frac{d}{dx} f$

2. *Suma:* $\frac{d}{dx}(f + g) = \frac{d}{dx} f + \frac{d}{dx} g$

3. *Producto:* $\frac{d}{dx}(f \cdot g) = \left(\frac{d}{dx} f\right) \cdot g + f \cdot \left(\frac{d}{dx} g\right)$

4. *Cociente (si es $g(x) \neq 0$):*

$$4.a. \quad \frac{d}{dx}\left(\frac{1}{g}\right) = \frac{-\frac{d}{dx} g}{g^2}$$

$$4.b. \quad \frac{d}{dx}\left(\frac{f}{g}\right) = \frac{\left(\frac{d}{dx} f\right) \cdot g - f \cdot \left(\frac{d}{dx} g\right)}{g^2}$$

— **(Complemento) Composición de funciones:** Cuando una función se aplica, no directamente sobre una variable, sino sobre otra función, tenemos una nueva operación entre funciones denominada «composición»:

sean $f(x)$ y $g(x)$; entonces: $f \circ g = f[g(x)]$ \bullet composición de f con g

En general: $f \circ g \neq g \circ f$

— **(Ejemplo)** Tomemos dos funciones particulares: $f(x) = \text{sen } x$ (la función trigonométrica «seno»), $g(x) = x^2$ (función polinómica «cuadrado» o «potencia cuadrada»); entonces:

$f \circ g = f[g(x)] = \text{sen}[x^2] \neq g \circ f = g[f(x)] = (\text{sen } x)^2$ (en general; es decir: pueden existir determinados valores particulares de « x » para los cuales sí se da la igualdad)

Y se tiene una última y muy importante regla de operación para el cálculo de derivadas, conocida como regla de la cadena:

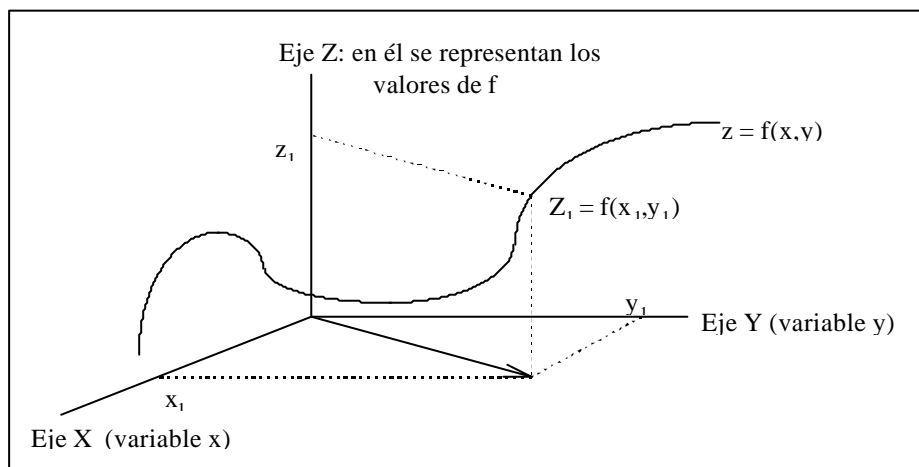
— **(Teorema adicional) Reglas para el cálculo de derivadas:**

5. *Composición:* $\frac{d}{dx}(f \circ g) = \frac{d}{dx} f \cdot \frac{d}{dx} g$

Con estas reglas de cálculo, las operaciones con derivadas son relativamente sencillas: basta un poco de ejercitación para «mecanizar» los procedimientos. Ahora bien, hemos considerado derivadas de funciones de una sola variable, esto es: *Derivadas «Totales»*, mientras que en la ESH lo que se tienen son derivadas de funciones de más de una variable respecto a alguna de tales variables, esto es: derivadas *parciales*. Hemos señalado que en este caso, se podía aplicar la siguiente proposición:

— **(Proposición)** Para el cálculo de derivadas parciales de una función respecto a alguna de las variables, se aplicarán las reglas precedentes tratando a las variables respecto a las cuales no se deriva como si fuesen magnitudes constantes.

La explicación cualitativa de esto vendría a ser la siguiente: La derivada de una función en un punto expresaba, como se ha visto, el valor de la pendiente de la recta tangente a dicha función en el punto considerado; entonces, la función derivada es una función que nos permite obtener, para cada punto, dicha pendiente, de forma que, en tanto que función, lo que contiene es información acerca de la variación de la función original (puesto que la pendiente de la tangente en un punto nos da la «inclinación» de la curva, la función que contiene el conjunto de todas las inclinaciones nos informa acerca de la variación de dicha inclinación). Cuando se consideran funciones de más de una variable, cada una de esas variables se representa sobre un eje; la combinación de valores de las variables define puntos en un espacio de tantas dimensiones cuantas sean las variables, o dicho de otro modo: cada conjunto de valores específico de las variables define, respecto al origen de coordenadas de los ejes sobre los que se representan las variables, una «dirección» (son, como veremos, coordenadas de *un vector*). De esta forma, una derivada parcial, que es una derivada respecto a una de tales coordenadas, define la variación de la función respecto al eje, digamos «direccional», que corresponde a esa variable. O mejor aún: pensemos en variables de tipo espacial y en un eje de coordenadas cartesiano, y supongamos una función de dos variables: necesitaremos tres ejes para poder representarla gráficamente: dos para las variables y otro para los valores de la función.



En este caso, cada par de valores de las variables, son las coordenadas de un vector en el plano definido por los ejes sobre los que se representan dichas variables; entonces, derivar respecto a una de ellas es calcular la variación de la función respecto a la dirección del eje que corresponde a esa variable, y no considerar, en cambio, la variación respecto a la otra⁴, y es por

⁴ De hecho, la generalización del concepto de derivada a funciones de más de una variable, conduce al concepto de derivada direccional; en teoría, se puede calcular la derivada de la función respecto a cualquier dirección en el espacio considerado —su espacio de definición—, aunque en la práctica, lo más operativo es considerar aquellas direcciones, precisamente, que son previamente establecidas como las de las coordenadas o variables sobre las que se define la función (según el tipo de coordenadas que se empleen, no necesariamente cartesianas, una misma función, una misma «curva», podrá ser expresada de múltiples formas).

eso que a la hora de derivar, la variable que no se considera «actúa» como si fuese un parámetro constante.

De momento, nos quedaremos con estos apuntes iniciales acerca de la operación de derivación.

Números complejos

Se ha afirmado que algunas de las magnitudes implicadas en la ESH pertenecían a un conjunto particular de números, los complejos, cuyas propiedades no son las de los «habituales» números reales. En esencia, los matemáticos obtuvieron los números complejos al extender la operación aritmética de la raíz cuadrada a números cualesquiera que apareciesen al resolver ecuaciones de segundo grado. Ya Descartes, Newton o Leibniz hubieron de enfrentarse a tales entidades, aunque todos ellos mostraron una actitud de rechazo; Leibniz llegó a afirmar que:

«El Espíritu Divino halló una sublime expresión en esa maravilla del análisis, ese portento del mundo ideal, ese anfibio entre el ser y el no ser que llamamos la raíz imaginaria de la unidad negativa» (citado en Kline, 1992).

Éstos y otros autores comenzaron a utilizar los números complejos de modo «formal» aunque sin entender muy bien la naturaleza de los mismos. Hasta 1700, fueron prácticamente ignorados. Euler los denominaba *números imposibles*, sin embargo, aceptaba su utilización en problemas de los que a priori no se sabía si poseían o no una solución (una solución «aceptable»; esto es, una solución en términos de lo que se aceptaba como solución en su tiempo). Durante el siglo XVIII se dieron varios intentos de representación geométrica de los complejos que no terminaron por consolidarlos como entidades matemáticas, pero su uso a lo largo del siglo fue lo suficientemente efectivo como para que los matemáticos adquirieran cierta «confianza» en su manejo. El problema, la razón de que hasta el s. XIX no hubiese una verdadera aceptación de los números complejos, fue que en las matemáticas precedentes no hubo una preocupación importante acerca de la «lógica» de los sistemas de números, ya fuesen reales o complejos: cuando la preocupación por fundamentar sistemáticamente las «estructuras algebraicas» implicadas en los números empleados por los matemáticos y de las operaciones efectuadas con ellos se convirtió en una preocupación real, fue cuando se dio una interpretación efectiva de los complejos.

Los números complejos surgen como extensión de los reales debido al mencionado problema que suponía el cálculo de soluciones para ecuaciones algebraicas de 2º grado cuando se presentaban raíces cuadradas de números negativos.

— *Tipos de números:*

i. Naturales: 1, 2, 3, 4, ...

ii. Enteros: ...-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...

iii. Racionales: ...-4, ..-1, ..-9/10, ..-1/2, .., 0, ..1/999, ..2/445, ..1/7, ..3/4, .., 1, ..

iv. Reales: ..-4,.. -3'5873445..., -2, ..- $\sqrt{2}$, ..-e, .., 0, ..1, .. $\sqrt{2}$, ..**p**
...34'45555555...

v. Complejos.

Cada uno de estos «tipos» de números puede ser interpretado como una extensión del tipo precedente; así, por ejemplo, los enteros resultan de agregar a los naturales el cero y los números negativos —cada «extensión» permite ampliar las operaciones posibles: en este caso, se agrega a la adición la operación de sustracción—. Del mismo modo, los números complejos son una «extensión» de los números reales.

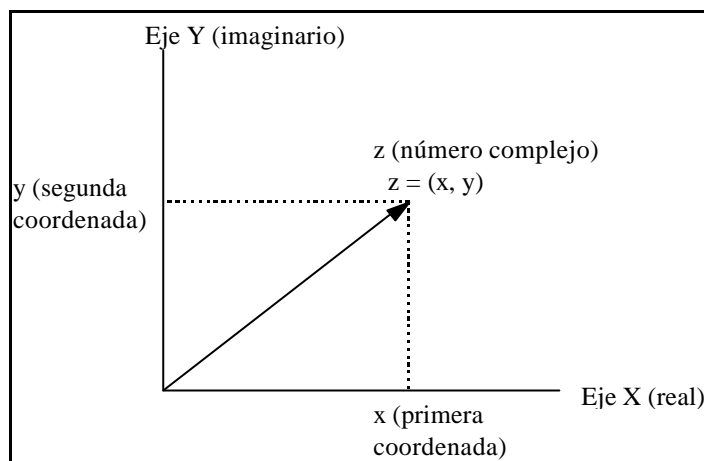
De los Reales a los Complejos

El punto de arranque, en el primer cuarto del siglo XIX, fue la obtención de una representación geométrica de los complejos en la que se los consideraba, no como puntos en el plano, sino como segmentos de recta orientados, que llevó a la definición de las cuatro operaciones básicas (adición, sustracción, producto y división) que aún siguen en vigor. Gauss fue quizá el que más contribuyó a su aceptación definitiva. Los concibió como una correspondencia biunívoca con los puntos del plano cartesiano; es decir. Los números complejos serían pares ordenados (x,y) que se corresponderían a coordenadas cartesianas de un punto en el plano real (véase la figura de la página siguiente).

— (**Proposición**) *Los Números Complejos son segmentos de recta orientados del plano.*

La primera coordenada corresponde a unidades habituales; esto es: los números “x” son números reales. En cambio, el eje de coordenadas Y tiene por unidades las imaginarias, la unidad “i”, que se puede definir como:

$$i \equiv \sqrt{-1}$$



De esta forma, los números complejos fueron concebidos como entidades bidimensionales, cuyas componentes correspondían, la primera, a la dimensión usual de los números reales, y la segunda, a las denominadas magnitudes imaginarias. En términos de la representación geométrica que dio entidad definitiva a los números complejos, el «significado» de estas magnitudes imaginarias es el de un «giro» espacial. Dado que la unidad imaginaria viene definida como la raíz cuadrada de -1 , aplicando la operación usual de multiplicación se tiene:

$$i = \sqrt{-1} \quad \rightarrow \quad i \cdot i = \sqrt{-1}\sqrt{-1} = (\sqrt{-1})^2 = -1$$

Reiterando la operación se van obteniendo los valores:

$$\begin{aligned} i \cdot i &= i^2 = -1 \\ i^2 \cdot i &= i^3 = (-1) \cdot i = -i \\ i^3 \cdot i &= i^4 = (-i) \cdot i = -i^2 = 1 \\ i^4 \cdot i &= i^5 = 1 \cdot i = i \\ &etc... \end{aligned}$$

Es decir: aceptando la convención de que para el caso de los complejos también se cumple la propiedad:

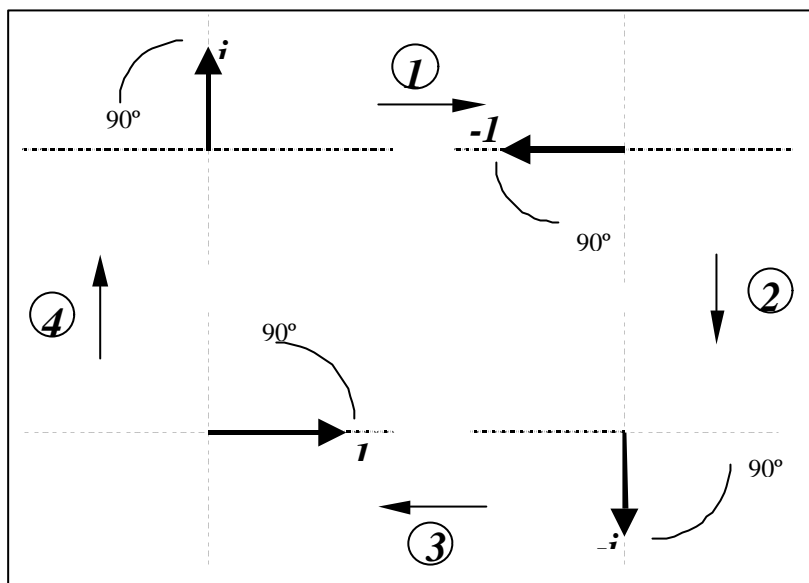
$$(\text{algo})^0 = 1 \quad (\text{siendo «algo» un número complejo})$$

Se obtiene, para las potencias de la unidad imaginaria, la secuencia repetitiva:

$$[i^{4n}, i^{4n+1}, i^{4n+2}, i^{4n+3}] \quad \text{con} \quad (n = 0, 1, 2, \dots) \quad \leftrightarrow \quad [1, i, -1, -i]$$

Pensemos en el siguiente problema: ¿se podría encontrar una operación que, dada la secuencia $1, z, -1$, «convierta» a 1 en z , y luego al repetirse sobre la z la convierta en -1 ? Partamos de la representación gráfica que teníamos para un z complejo genérico: si se considera el caso particular $z=i$, y

aplicamos sucesivamente una rotación de 90° en sentido contrario a las agujas del reloj, obtendremos:



Según lo precedente, la multiplicación por la unidad imaginaria (operación que, reiterada, genera las potencias de i que veíamos antes) equivale a la operación de rotar un ángulo de 90° el segmento orientado considerado — el número complejo— en dirección contraria a las agujas del reloj: como resultado de la interpretación geométrica de los complejos se obtiene un «significado» matemático de la unidad imaginaria; o lo que es lo mismo: la raíz cuadrada de la unidad real negativa, que no tiene sentido en el ámbito de los números reales, sí que lo tiene en el de los complejos, entendidos éstos como segmentos orientados del plano. Gauss, con estos resultados, afirmó que si a las unidades 1 , -1 , $\sqrt{-1}$ no se les hubieran asignado los nombres de unidades *positiva*, *negativa* e *imaginaria*, sino que se les hubiera llamado *directa*, *inversa* y *lateral*, gran parte del «misterio» que rodeaba a los números complejos se habría disipado.⁵

La manipulación de los números complejos

- (**Nomenclatura**) *En tanto que segmentos orientados del plano, los complejos pueden ser representados algebraicamente como pares ordenados (a,b) de números [reales], representando las coordenadas del plano.*
- (**Definición**) *Operaciones de suma y producto con complejos. Con tal nomenclatura, pueden definirse las dos operaciones básicas de la forma siguiente:*

Siendo $(\mathbf{a}\mathbf{b})$ y $(\mathbf{g}\mathbf{d})$ dos complejos, se define:

⁵ Fue, de hecho, el mismo Gauss quien sustituyó «imaginarios» por «complejos» para denominar a estos números, además de «bautizar» a $\sqrt{-1}$ como “ i ”.

— **Suma:** $(\mathbf{a}, \mathbf{b}) + (\mathbf{g}, \mathbf{d}) \equiv (\mathbf{a} + \mathbf{g}, \mathbf{b} + \mathbf{d})$

— **Producto:** $(\mathbf{a}, \mathbf{b}) \cdot (\mathbf{g}, \mathbf{d}) \equiv (\mathbf{ag} - \mathbf{bd}, \mathbf{ad} + \mathbf{bg})$

— **(Definición) La unidad imaginaria.** Considerados como pares ordenados, se define como unidad imaginaria el número:

$$(0,1) \text{ o } i$$

— **(Nomenclatura)** A partir de las definiciones previas de las operaciones de adición y multiplicación, tenemos que:

$$(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = (\mathbf{a}, 0) + (0, \mathbf{b}) = \mathbf{a}(1,0) + \mathbf{b}(0,1) = \mathbf{a} + \mathbf{b}i$$

— Se ha aplicado que, en correspondencia con la definición de la unidad imaginaria, la unidad real vendría dada, en la representación como pares ordenados de los complejos como $\mathbf{1} \text{ o } (1,0)$. Pues recordemos que en tanto que componentes, o «coordenadas», las segundas corresponden a números imaginarios puros, mientras que las primeras serían números reales puros. Así pues, tenemos como nueva representación algebraica:

$$z = x + yi \text{ (número complejo; } x, y \text{ son números reales, e } i \text{ es la unidad imaginaria)}$$

El sentido de esta «suma» que aparece en la nueva nomenclatura quedará más clara cuando veamos a continuación la correspondencia que se da entre nos. complejos y vectores.

— **(Definición)** Siendo z_1, z_2 números complejos, se definen las siguientes operaciones:

$$z_1 = x_1 + y_1i \quad ; \quad z_2 = x_2 + y_2i$$

— **1. Suma (sustracción):** $z_1 \pm z_2 = (x_1 + y_1i) \pm (x_2 + y_2i) \equiv z_3$

$$\text{donde: } z_3 = x_3 + y_3i \rightarrow \begin{cases} x_3 = x_1 \pm x_2 \\ y_3 = y_1 \pm y_2 \end{cases}$$

— **2. Producto:** $z_1 \cdot z_2 = (x_1 + y_1i) \cdot (x_2 + y_2i) \equiv z_3$

$$\text{donde: } z_3 = x_3 + y_3i \rightarrow \begin{cases} x_3 = x_1x_2 - y_1y_2 \\ y_3 = x_1y_2 + y_1x_2 \end{cases}$$

— **3. División:** $\frac{z_1}{z_2} = \frac{(x_1 + y_1i)}{(x_2 + y_2i)} \equiv z_3$

$$\text{donde: } z_3 = x_3 + y_3i \rightarrow \begin{cases} x_3 = \frac{x_1x_2 + y_1y_2}{x_2^2 + y_2^2} \\ y_3 = \frac{y_1x_2 - x_1y_2}{x_2^2 + y_2^2} \end{cases}$$

Con estas operaciones algebraicas básicas tenemos caracterizados a los números complejos en lo que se refiere a su manipulación; sin embargo, co-

mo ya se ha señalado, su naturaleza es similar a la de las magnitudes vectoriales de dos dimensiones; lo cual hemos expresado mediante la proposición:

— **Proposición:** *Los números complejos son isomorfos a vectores de dos dimensiones.*

Vectores

Fueron consideraciones más físicas que matemáticas las que dieron lugar a la aparición de los vectores. Los físicos necesitaban un tipo de números que funcionasen bien como representación espacial de las magnitudes con las que trataban, tales como fuerzas, velocidades y aceleraciones, variables en las que importa tanto la intensidad como la orientación.

Históricamente, los vectores son posteriores a los números complejos. Familiarizados los matemáticos con el empleo de los números complejos y su carácter bidimensional, se inició la búsqueda de un número complejo tridimensional. Pero, debido a las dificultades con las que se encontraron para extenderlos, conservando sus propiedades y utilidad, a tres dimensiones, de dicha búsqueda lo que resultó fue un análogo en tres dimensiones de lo que geoméricamente eran los números complejos en dos: los vectores de tres dimensiones.⁶ En torno a 1880, Gibbs y Heaviside formularon el análisis vectorial tridimensional.

Según la formulación de Gibbs y Heaviside, un vector tridimensional⁷ se define como:

— **(Definición) Vector:** $\vec{v} = a\vec{i} + b\vec{j} + c\vec{k}$

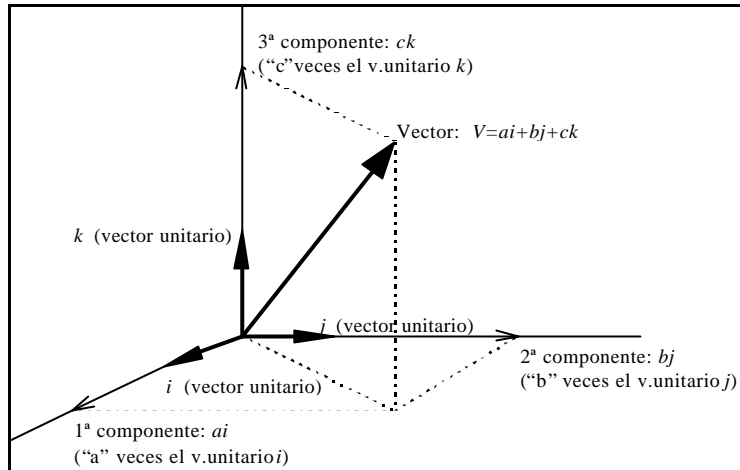
donde: $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ son vectores unitarios en las direcciones de los ejes cartesianos X, Y, Z respectivamente; y

a, b, c son números reales; son coeficientes y se denominan componentes.

Y la representación gráfica es análoga a la de los números complejos, sólo que con una dimensión espacial adicional; y tratándose siempre de unidades reales en los tres ejes de representación (es lo que expresa la definición al especificar que las tres componentes son números reales; véase la figura siguiente).

⁶ El paso intermedio lo constituyeron los *cuaterniones*, un tipo de números de tres dimensiones, pero que requería cuatro componentes para su representación; fue la aportación de Hamilton a esta búsqueda de un número complejo tridimensional. Las características de los cuaterniones eran demasiado «peculiares» como para que llegasen a ser de fácil manejo (p.e.: algo que se podría considerar «revolucionario» para el álgebra hasta entonces conocida, era el hecho de que la operación de multiplicación con los cuaterniones no cumplía la propiedad conmutativa, esto es: “ $a \cdot b \neq b \cdot a$ ”)

⁷ Una vez establecido el álgebra de los vectores en tres dimensiones, el concepto mismo de vector es extensible a cualesquiera dimensiones que se desee, incluso dimensiones infinitas —algo que es fundamental en el caso de la Física Cuántica—.



Las magnitudes vectoriales así definidas se caracterizan por una serie de propiedades, al tiempo que sobre ellas se definen las operaciones de suma y producto, de manera que se mantenga la coherencia respecto de las operaciones homólogas sobre magnitudes escalares.

— **(Teoremas) Propiedades de los vectores.**

- (1) Dos vectores son **iguales** si lo son sus componentes.
- (2) **(Suma)** la suma de dos (o más) vectores es otro vector cuyas componentes son la suma de las componentes de los dos (o más) vectores.
- (3) **(Multiplicación Escalar)** Las reglas de multiplicación escalar de los vectores unitarios son:

$$(3.1) \quad i \cdot i = j \cdot j = k \cdot k = 1$$

$$(3.2) \quad i \cdot j = j \cdot i = i \cdot k = k \cdot i = j \cdot k = k \cdot j = 0$$

Dados dos vectores v, v' se multiplican considerándolos factores compuestos por tres sumandos ordinarios, pero teniendo en cuenta las reglas asignadas a los vectores unitarios:

$$\left. \begin{array}{l} v = ai + bj + ck \\ v' = a'i + b'j + c'k \end{array} \right\} v \cdot v' = (ai + bj + ck) \cdot (a'i + b'j + c'k) =$$

$$= ai \cdot (a'i + b'j + c'k) +$$

$$+ bj \cdot (a'i + b'j + c'k) +$$

$$+ ck \cdot (a'i + b'j + c'k) =$$

$$= aa'(i \cdot i) + ab'(i \cdot j) + ac'(i \cdot k) +$$

$$+ ba'(j \cdot i) + bb'(j \cdot j) + bc'(j \cdot k) +$$

$$+ ca'(k \cdot i) + cb'(k \cdot j) + cc'(k \cdot k) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v \cdot v' = aa' + bb' + cc'$$

— **(corolario)** El producto escalar de dos vectores **NO ES UN VECTOR**, es una magnitud escalar [es decir: es un número real].

- (4) **(Multiplicación Vectorial)** Las reglas de multiplicación vectorial para los vectores unitarios son:

$$(4.1) \hat{i} \times \hat{i} = \hat{j} \times \hat{j} = \hat{k} \times \hat{k} = 0$$

$$(4.2) \hat{i} \times \hat{j} = \hat{k} = -(\hat{j} \times \hat{i})$$

$$(4.3) \hat{j} \times \hat{k} = \hat{i} = -(\hat{k} \times \hat{j})$$

$$(4.4) \hat{k} \times \hat{i} = \hat{j} = -(\hat{i} \times \hat{k})$$

Dados dos vectores v, v' se multiplican considerándolos factores compuestos por tres sumandos ordinarios, pero teniendo en cuenta las reglas asignadas a los vectores unitarios:

$$\left. \begin{array}{l} v = ai + bj + ck \\ v' = a'i + b'j + c'k \end{array} \right\} v \times v' = (ai + bj + ck) \times (a'i + b'j + c'k) =$$

$$= ai \times (a'i + b'j + c'k) +$$

$$+ bj \times (a'i + b'j + c'k) +$$

$$+ ck \times (a'i + b'j + c'k) =$$

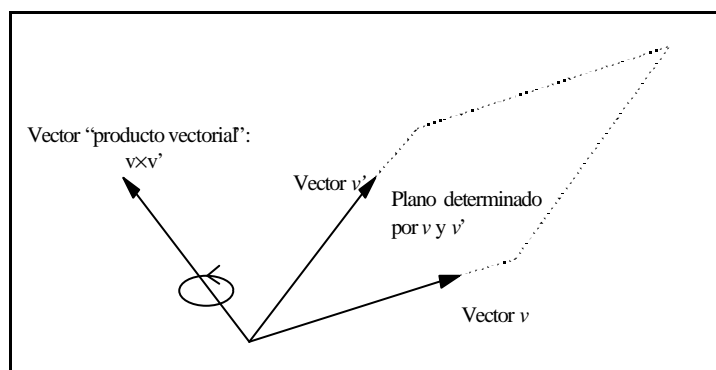
$$= aa'(i \times i) + ab'(i \times j) + ac'(i \times k) +$$

$$+ ba'(j \times i) + bb'(j \times j) + bc'(j \times k) +$$

$$+ ca'(k \times i) + cb'(k \times j) + cc'(k \times k) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v \times v' = (bc' - b'c)\hat{i} + (ca' - ac')\hat{j} + (ab' - b'a)\hat{k}$$

El producto vectorial de dos vectores **SÍ QUE ES UN VECTOR**: su dirección es perpendicular al plano en el que se encuentran ambos vectores, y su sentido es el de un tornillo girando a derechas moviéndose desde el primero de ambos vectores hacia el segundo por el ángulo menor de los dos que ambos forman:



El producto vectorial **no cumple la propiedad conmutativa** (al contrario de lo que sucede con el producto escalar)

A los productos escalar y vectorial se les puede dar una interpretación física que, de hecho, es la que les confieren sentido como operaciones. El producto escalar de dos vectores está relacionado con las llamadas «proyecciones». Una proyección es la «sombra» de un vector sobre otra dirección: supongamos un vector dado, el cual está espacialmente orientado —define una dirección y un sentido en el espacio—, y al que queremos proyectar, lo que

podría decirse: obtener su «efectividad» sobre otra dirección espacial:⁸ técnicamente, esto significa que tenemos que trazar el segmento de recta que une el vértice del vector con la nueva dirección formando un ángulo recto (90 grados) con ella (véase la figura a continuación). Pues bien, si el segmento de recta OP en la dirección de la proyección fuese de longitud unitaria, considerado como vector cumpliría precisamente:

$$\overline{OP} \equiv v' \rightarrow v \cdot v' = OS \quad (\text{producto escalar})$$

En el caso de no tratarse de una magnitud unitaria, el producto escalar que relacionaría al vector con su proyección vendría dado por la siguiente relación entre sus módulos y el ángulo formado por ambos:

$$\vec{v} \cdot \vec{v}' = |\vec{v}| \cdot |\vec{v}'| \cos \mathbf{q} \quad (\mathbf{q} = \text{ángulo formado por los vectores})^9$$

Por su parte, en lo que se refiere al producto vectorial, la interpretación física tiene que ver con los «momentos» de fuerzas aplicadas sobre puntos a los que en lugar de provocarles un desplazamiento longitudinal les imprimen un movimiento de rotación.

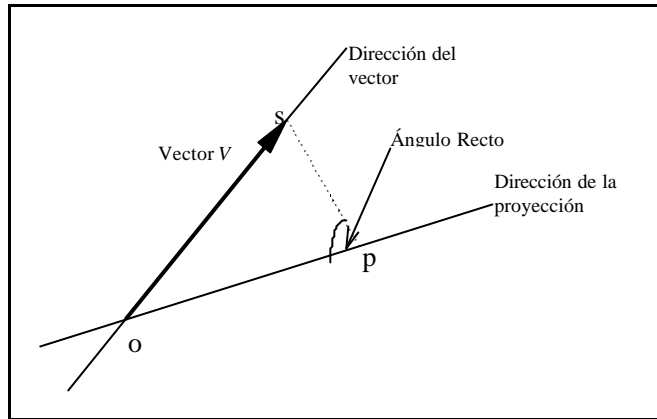
Esto es: ambas operaciones, cuando se considera que los vectores son formas matemáticas de representación de fenómenos físicos, se relacionan con el movimiento de aquello que es afectado por la acción física representada por el vector.

⁸ El sentido realmente físico de las proyecciones y de los productos escalares puede captarse mejor si en lugar de pensar de forma abstracta en un «vector», pensamos en una fuerza —cuya representación geométrica es un vector, efectivamente, en tres dimensiones—: supongamos que la fuerza se aplica sobre un objeto y el resultado es su desplazamiento; la máxima efectividad de la fuerza se obtendrá cuando el desplazamiento se dé en la misma dirección y sentido que los de la propia fuerza; ahora bien, si por cualquier causa, el desplazamiento se da en una dirección distinta, parte de la efectividad de la fuerza se perderá, por así decirlo —esta merma en la efectividad, cuantitativamente, se determina mediante el coseno del ángulo entre ambas direcciones, como se verá a continuación—.

⁹ Los módulos vectoriales, conceptualmente son idénticos a los módulos escalares: representan la magnitud neta del segmento de recta que representa al vector (supóngase que una magnitud escalar es como una vectorial de sólo una dimensión: su espacio de representación es una recta), esto es, la «distancia» entre ambos extremos del vector. Una simple aplicación del teorema de Pitágoras nos permite deducir que para un vector tridimensional su módulo es:

$$\vec{v} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} \rightarrow |\vec{v}| \equiv \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

También se cumple, en el caso vectorial, que se trata de magnitudes estrictamente positivas (ahora podemos entender el sentido de ello, una vez que el concepto de módulo se asocia al de «distancia»: no existen distancias negativas).



(Conceptos asociados)

- **Vector Gradiente:** sea u una función $u(x,y,z)$; una función de tres variables con valores reales;¹⁰ el vector gradiente se define [en coordenadas cartesianas] como:

$$\nabla u \equiv \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)\bar{i} + \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)\bar{j} + \left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)\bar{k}$$

Se trata de un vector «variable», esto es, que toma valores distintos en cada punto (x,y,z) particular sobre el que se considere.

- **Divergencia** (de una función vectorial): sea la función vectorial:

$$\vec{v} = \vec{v}(x, y, z) = (v_x(x, y, z), v_y(x, y, z), v_z(x, y, z))$$

donde v_x, v_y, v_z son funciones escalares que definen las componentes x, y, z de la función vectorial.

- Se define como divergencia de la función al **producto escalar** del gradiente por la función:

$$\text{Div} \vec{v} \equiv \nabla \cdot \vec{v} = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}\right) \cdot (v_x, v_y, v_z) = \frac{\partial}{\partial x} v_x + \frac{\partial}{\partial y} v_y + \frac{\partial}{\partial z} v_z$$

- **Rotacional** (de una función vectorial): se define como el **producto vectorial**:

$$\begin{aligned} \text{rot} \vec{v} \equiv \nabla \times \vec{v} &= \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}\right) \times (v_x, v_y, v_z) = \\ &= \left(\frac{\partial}{\partial y} v_z - \frac{\partial}{\partial z} v_y\right)\bar{i} + \left(\frac{\partial}{\partial z} v_x - \frac{\partial}{\partial x} v_z\right)\bar{j} + \left(\frac{\partial}{\partial x} v_y - \frac{\partial}{\partial y} v_x\right)\bar{k} \end{aligned}$$

«El movimiento de un cuerpo es rectilíneo cuando su trayectoria es una recta. Consideremos que el eje OX (..) coincide con la trayectoria. La posición del objeto está definida por su desplazamiento medido desde un punto arbitrario O , u origen. En principio, el desplazamiento puede relacionarse con el tiempo mediante una relación funcional $x=f(t)$. Obviamente, x puede ser positiva o negativa. Supongamos que en el tiempo

¹⁰ La función u es del tipo de las denominadas «funciones escalares», lo cual significa que mediante u se asignan valores escalares a cada uno de los puntos (x,y,z) sobre los que está definida; o lo que es lo mismo: los valores que toma la función son «números». Existe otro tipo de funciones multivariables que no asignan, en cada punto en el que están definidas, valores numéricos sino valores vectoriales (véase a continuación el concepto de «rotacional» de una función).

t el objeto se encuentra en la posición A , siendo $OA=x$. Más tarde en el tiempo t' , se encuentra en B , siendo $OB=x'$. La *velocidad promedio* entre A y B está definida por

$$\langle v \rangle = \frac{x' - x}{t' - t} = \frac{\Delta x}{\Delta t},$$

donde $\Delta x \Rightarrow x' - x$ es el desplazamiento de la partícula y $\Delta t \Rightarrow t' - t$ es el tiempo transcurrido. Por consiguiente *la velocidad promedio durante un cierto intervalo de tiempo es igual al desplazamiento promedio por unidad de tiempo*. Para determinar la velocidad instantánea en un punto, tal como A , debemos hacer el intervalo de tiempo Δt tan pequeño como sea posible, de modo que esencialmente no ocurran cambios en el estado de movimiento durante ese pequeño intervalo. En el lenguaje matemático esto es equivalente a calcular el valor (..)

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \langle v \rangle = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} \rightarrow v = \frac{d}{dt}(x), x = f(t)$$

de modo que *obtenemos la velocidad instantánea calculando la derivada del desplazamiento con respecto al tiempo*» (Alonso y Finn, 1995 (I): 87-88).

«En general, la velocidad de un cuerpo es una función del tiempo. Si la velocidad permanece constante, se dice que el movimiento es *uniforme*. (..) supongamos que en el tiempo t el objeto se encuentra en A con una velocidad v y en el tiempo t' en B con una velocidad v' . La *aceleración promedio* entre A y B está definida por

$$\langle a \rangle = \frac{v' - v}{t' - t} = \frac{\Delta v}{\Delta t},$$

donde $\Delta v \Rightarrow v' - v$ es el cambio en la velocidad y, como antes, $\Delta t \Rightarrow t' - t$ es el tiempo transcurrido. Luego *la aceleración promedio durante un cierto intervalo de tiempo es el cambio en la velocidad por unidad de tiempo durante el intervalo de tiempo*.

La *aceleración instantánea* es el valor límite de la aceleración promedio cuando el intervalo $t' - t$ es muy pequeño. Esto es,

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \langle a \rangle = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} \rightarrow a = \frac{d}{dt}(v), v = f(t)$$

de modo que *obtenemos la aceleración instantánea calculando la derivada de la velocidad con respecto al tiempo*» (Alonso y Finn, 1995 (I): 89-90).

APÉNDICE A2

La ESH: entre la Electrodinámica y la Relatividad (y 2).

¿Y entonces... Qué es una onda?

Tenemos una noción intuitiva de lo que puede ser una onda, igual que lo tenemos de lo que puede ser una partícula o un cuerpo o un árbol. Sin embargo, dichas nociones diferirán de aquellas otras que se utilizan en distintas parcelas especializadas del saber: nuestro concepto de árbol puede ser más afín a la idea de árbol que puede extraerse de la lectura poética, por ejemplo, que a aquella otra que se puede encontrar en manuales de Biología o de Botánica. Del mismo modo sucederá con las ondas. Y el concepto onda implicado en la Mecánica Cuántica es lo suficientemente central como para que nuestra preocupación vaya algo más allá (o más acá; en todo caso, en una dirección diferente) de la literatura poética, por ejemplo. Una definición más o menos estricta de lo que se considera una onda, desde un punto de vista físico, podría ser la siguiente:

- **Definición: Onda.** «Onda: propagación de una perturbación producida en un sistema [físico] inicialmente en equilibrio. La propagación consiste en un transporte de Energía, pero no de materia; se produce una deformación en el medio, pero la forma de la onda, de la perturbación, se conserva.
Característicamente, una onda responde a una expresión en derivadas parciales, variando el tipo de onda del que se trate tanto en función de la ecuación de la cual sea solución como del tipo de solución particular que se considere para cada ecuación.»

Uno de los ejemplos más sencillos de onda es una cuerda vibrante: suponiendo que la vibración se produce en un plano, es decir, que el movimiento de la cuerda se produce sólo en dos dimensiones, la ecuación diferencial a la que corresponde este caso es:

$$\frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \mathbf{y}(x,t)}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 \mathbf{y}(x,t)}{\partial x^2} \quad \text{con:} \quad \begin{cases} v \equiv \sqrt{T_0/m} \\ m \equiv M/L \end{cases}$$

M es la masa de la cuerda y L su longitud, m se denomina *densidad lineal de masa*, y es la masa de cuerda por unidad de longitud; la v es un parámetro que se define así para mayor simplicidad de la expresión, aunque tiene un significado físico más importante, como se verá; T_0 es la tensión de la cuerda, la fuerza que actúa sobre ella cuando está en el equilibrio. La onda que en este caso corresponde a la vibración de la cuerda es una función \mathbf{y} de la forma:

$$\mathbf{y}(x,t) = [\mathbf{a} \sin(\mathbf{k}x) + \mathbf{b} \cos(\mathbf{k}x)] \cos(\mathbf{w}t) \\ \text{con: } \mathbf{k}^2 \equiv \mathbf{w}^2 \frac{m}{T_0} \rightarrow \mathbf{w} = v \mathbf{k}$$

Vamos a ver con cierto detenimiento cómo se deducen las expresiones, tanto de la ecuación cómo la de la solución particular del caso de la cuerda vibrante. Pero antes hemos de comenzar a familiarizarnos con conceptos, algunos de los cuales ya han aparecido previamente, que forman parte del «lenguaje» asociado al fenómeno físico-matemático de las ondas y los movimientos ondulatorios.

La solución de la cuerda vibrante se denomina *Armónica*, debido a que la función correspondiente a la parte espacial, es decir, aquella que sólo depende de la variable x , considerada de forma aislada,

$$A(x) = [a \operatorname{sen}(kx) + b \operatorname{cos}(kx)]$$

es solución de un tipo de ecuación diferencial especial, la denominada ecuación del *Oscilador Armónico*, cuya forma general es:

$$\frac{d^2}{dx^2} f(x) + k^2 f(x) = 0$$

Ya hemos visto un caso particular,

$$F \equiv m \frac{d^2}{dt^2}(x) = -Kx \quad (K = \text{constante})$$

con: $f(x) = x$ y $k^2 = K/m$.

Mientras que ahora, para la parte espacial de la cuerda vibrante, la ecuación será

$$\frac{d^2}{dx^2} A(x) + \omega^2 \frac{m}{T_0} A(x) = 0$$

con: $f(x) = A(x)$ y $k^2 = \omega^2 m/T_0$.

Es la ecuación que, por ejemplo, define el movimiento de un péndulo cuando no se tiene en cuenta la fuerza de rozamiento, esto es, el *amortiguamiento* de su movimiento que produce la fricción con el aire. Se denomina armónico porque las oscilaciones del péndulo son perfectamente periódicas.

Esta parte espacial $A(x)$ de la solución también tiene un nombre: es la *Amplitud* de la onda, e incluye dos parámetros, a y b , que están indeterminados; es decir, pueden en principio tomar cualquier valor. Esto es una de las características importantes de las ecuaciones diferenciales: sus soluciones no suelen ser soluciones exactas, sino que incluyen términos indeterminados resultado de la propia naturaleza de la operación involucrada en ellas, la diferenciación, o también, si se quiere, del tipo de funciones que implican: funciones *derivadas*. Esta indefinición suele resolverse, cuando la ecuación se aplica a algún fenómeno físico, considerando las denominadas *Condiciones Iniciales* del problema tratado, esto es, los valores fijos de las variables involucradas en él en el instante inicial, en el momento que se fije como origen temporal. No es la única forma de obtener los valores necesarios para fijar esas constantes arbitrarias que aparecen en la solución pero suele ser

la más común. Todo esto forma parte de la «técnica» específica de resolución de ecuaciones diferenciales.

Nuestra onda armónica, debido en parte al tipo de función que es $A(x)$, su parte espacial o amplitud, debido de hecho a que las únicas funciones matemáticas que la componen son funciones trigonométricas, senos y cosenos, es *periódica* tanto en el espacio como en el tiempo: si consideramos períodos de tiempo suficientemente amplios, los valores de la onda se repetirán a intervalos fijos e iguales. Lo mismo sucede si consideramos posiciones sucesivas en el espacio. La periodicidad viene dada por:

$$\begin{cases} I = 2\pi/k \\ T = 2\pi/\omega \end{cases}$$

El período espacial, I , se denomina *Longitud de Onda*, y nos dice que, a partir de la posición inicial —el valor inicial de la variable x —, cada vez que el desplazamiento recorre un espacio de valor I , los valores de la función y se repiten; lo mismo sucede en el tiempo cuando transcurren intervalos de valor T .

Tenemos otro parámetro, k , que también recibe un nombre particular, es el *Número de Onda*; aunque se define a partir de la parte espacial de la ecuación, depende sin embargo de la denominada *Frecuencia angular*, ω , que es un valor que se obtiene al resolver la parte temporal de la ecuación. Como se puede observar según está dada la definición del Número de Onda más arriba, ambos parámetros están relacionados por la igualdad:

$$v k = \omega$$

Se trata de la *Relación de Dispersión* de la onda, y relaciona sus partes espacial y temporal dado que los parámetros k y ω son respectivamente, los que «acompañan» a las variables espacial x y temporal t de la función y .

Existen muchos tipos de ecuaciones diferenciales que corresponden a ecuaciones de ondas, y cada tipo se caracteriza por una relación de dispersión particular; en un sentido físico, algo que relaciona la dimensión espacial y la temporal de un fenómeno y que lo haga en forma invariante, es muy importante: la relación de dispersión es una relación de este tipo, y tendrá un significado más allá de lo estrictamente matemático. Intuitivamente se puede suponer ya que el nombre que se le da no es arbitrario: una magnitud que representa una relación fija entre la evolución temporal y la evolución espacial de una onda está expresando, efectivamente, en qué medida el movimiento ondulatorio se dispersa: si en períodos cortos de tiempo se recorren grandes distancias, se producirá mayor dispersión que si en espacios largos de tiempo la distancia recorrida es pequeña; en el primer caso, la relación de dispersión de la onda será una magnitud mayor que en el segundo.

Tenemos un fenómeno físico que es representado mediante una expresión matemática, abstracta, y de la cual resultan unas entidades también abstractas, funciones matemáticas, que representan el hecho físico asociado a dicho fenómeno: el fenómeno sería el movimiento vibratorio, el hecho sería la onda; al fenómeno corresponde la ecuación, en tanto que al hecho corresponde la función que es solución de la ecuación: tenemos un *modelo matemático de un fenómeno físico*. O dicho de otro modo, hasta ahora tenemos una definición de «onda» y una serie de expresiones matemáticas que se supone se «ajustan» a dicha definición. Matemáticamente, la onda es una función: aquella función que es solución de una ecuación diferencial que se supone contiene la información dinámica del fenómeno «cuerda vibrando en un plano», esto es, la información acerca de la evolución en el tiempo de la deformación de la cuerda en función de las fuerzas que actúan sobre ella, en este caso la *Tensión*. La ecuación determina las posiciones de los distintos puntos que componen la cuerda, las x , para cualquier instante de tiempo t que se quiera considerar. Las funciones y , las soluciones de dicha ecuación, caracterizan a la onda en cuanto fenómeno físico: tenemos unas *Funciones de Onda*.

¿Y entonces... Cómo se construye una Onda?

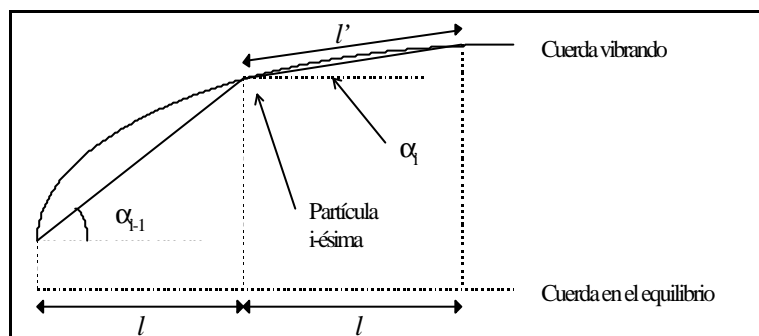
Veamos cómo se construye efectivamente este modelo matemático. Consideramos una cuerda que se encuentra en reposo, tensa pero sin vibrar. Si estiramos un trozo de cordel agarrándolo por sus extremos hasta que se tense y lo sostenemos horizontal obtenemos un ejemplo práctico del *sistema físico* del que se quiere partir: un sistema, la cuerda, en equilibrio dinámico. Aunque en este caso «equilibrio» y «reposo» son sinónimos, en general esto no va a ser siempre cierto: un sistema físico está en equilibrio dinámico cuando su energía potencial alcanza su valor mínimo o bien su valor máximo; en el primer caso se trata de un equilibrio estable, en el segundo de un equilibrio inestable.¹

¹ El concepto de energía potencial está ligado a la idea de las fuerzas como *causas* del movimiento. Todo sistema físico está sometido a la acción de algún campo de fuerzas (campos gravitatorios si consideramos cuerpos suficientemente grandes; campos electromagnéticos si consideramos partículas suficientemente pequeñas; ambos simultáneamente si se quiere ser «estricto») cuyo efecto es la atracción o bien la repulsión. Si partimos, como en este caso, de un punto de vista mecánico, los campos son generados por la atracción que toda masa ejerce sobre todas las demás: en el campo de acción de la masa terrestre todas las masas bajo su influencia experimentan la acción de su campo gravitacional y son atraídas: las interacciones entre masas de magnitud despreciable respecto a la de la Tierra y situadas a una distancia suficientemente próxima, son prácticamente irrelevantes, de forma que muchos procesos físicos pueden ser analizados sin tener en cuenta la existencia del campo gravitacional: se pueden «aislar» sistemas físicos sometidos a acciones de fuerzas externas a ellos, de naturaleza no gravitatoria, aún cuando dichas fuerzas se generan en un sistema que contiene a aquél que se ha aislado y dependen, en última instancia, de la existencia del campo gravitacional. En este caso, tanto nosotros, que estamos tensando la cuerda, como la propia cuerda, estamos sometidos a la atracción terrestre, pero aislamos el sistema cuerda, respecto al cual nuestra acción es una fuerza externa, y dejamos de lado la fuerza gravitacional. Nuestra acción no se traduce en un movimiento de la cuerda, aunque sí modifica el estado de la misma respecto a cómo estaría si no la tensásemos: le estamos aportando energía, y ésta es Energía Potencial.

La definición estricta de la energía potencial, su formulación matemática, se expresa diciendo que es aquella función de la cual la fuerza aplicada es su gradiente; un gradiente es una derivada

Al mantener la cuerda tensa, estamos aplicando una fuerza sobre ella que precisamente por eso se denomina *Tensión* y que corresponde a la T_0 de las expresiones precedentes. Para producir la vibración en la cuerda se ha de aplicar una fuerza adicional: un tirón en sentido vertical, manteniendo fijos los extremos; el resultado es una perturbación del equilibrio dinámico previo. Se supone el caso ideal de que la cuerda, una vez ya está vibrando, sea un sistema independiente, aislado, sin intercambios con el medio, de manera que su energía se conserva (es un sistema *conservativo*: ver nota *supra*). No se tiene en cuenta, así, la fricción con el aire, que produciría un amortiguamiento progresivo de la vibración, de forma que el impulso aplicado para desplazarla de su estado de equilibrio, por el principio de conservación de la energía, la mantendrá vibrando indefinidamente.²

Una representación gráfica, una «fotografía» de la cuerda en un instante dado posterior al inicio de la vibración, podría ser la que aparece en la figura siguiente.

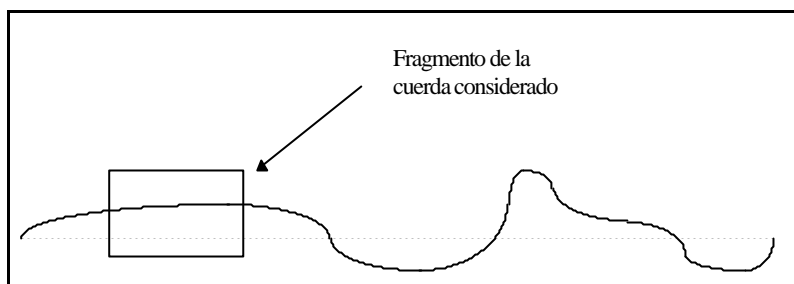


direccional, esto es: la derivada de una función respecto a una variable espacial tridimensional que representa una dirección en el espacio, y el concepto cualitativo es el mismo que el de derivada respecto a una variable escalar: es la variación de la función considerada respecto de la variación de dicha variable. Se suele hablar de *El Potencial* de un sistema, o de su *Función Potencial*, puesto que el fenómeno primario es la fuerza actuante, y ese potencial resulta ser una energía porque la operación matemática involucrada, cuando se tienen en cuenta las unidades físicas de medida (la llamada *dimensionalidad*), genera una función cuyas unidades son las de una energía. Un ejemplo mucho más espectacular de cómo el resultado matemático de una operación en el que hay que considerar las unidades de medida «produce» una entidad cuya naturaleza física se interpreta a partir de las unidades de medida resultantes es el concepto relativista de «masa en reposo» (véase el apéndice A3).

Una consideración importante respecto a la Energía Potencial es la de que no siempre existe una función de la cual la fuerza que actúa sobre el sistema que se esté estudiando pueda ser obtenida como su gradiente. Las fuerzas también se representan mediante funciones matemáticas, y ciertas funciones matemáticas no pueden nunca ser el gradiente de otra función. Es por tanto el tipo de fuerza el que determina la existencia o no de un potencial, y el tipo de fuerzas que sí admiten su existencia se denominan *Fuerzas Conservativas*, y se denominan así porque su naturaleza ha de ser tal que al actuar sobre un sistema, de su acción resulte un aporte de energía invariable en magnitud, que se conserva; un sistema físico sometido a fuerzas de este tipo recibe también el nombre de sistema conservativo.

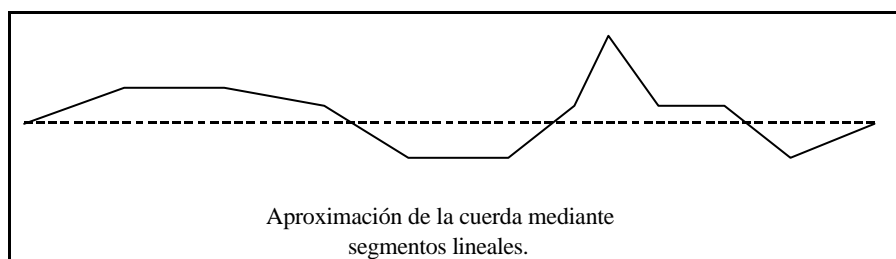
² El caso real, con amortiguamiento del movimiento, también puede ser representado mediante un modelo matemático, pero la ecuación dinámica que se ajusta a él es distinta de la que vamos a obtener aquí, algo más compleja desde un punto de vista técnico. En este sentido, el movimiento vibratorio de la cuerda es un proceso físico *distinto* en un caso que en el otro.

Lo que aparece representado es un fragmento de la cuerda completa:



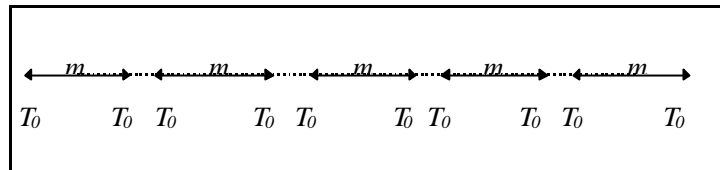
Dicha representación es una orientación cualitativa más que un intento de reflejar con fidelidad el movimiento mismo; su utilidad es la de permitirnos iniciar la modelización matemática del movimiento. Dicha modelización comienza con una serie de *simplificaciones* cuyo objeto es facilitar el tratamiento del fenómeno.

La primera de estas simplificaciones se refiere a la propia naturaleza física de la cuerda: en lugar de considerarla como una masa única extendida a lo largo de una longitud continua, vamos a suponer que se trata de una serie de masas puntuales m , discretas, ensartadas y equidistantes entre sí a intervalos de cuerda de longitud l . Cuando la cuerda comienza a vibrar, desplazándose de la horizontal, sufre una elongación por efecto de la fuerza vertical que se le aplica: la cuerda se deforma, se curva, tal cual se ha representado gráficamente. Mediante esta primera simplificación, dicha deformación va a suponerse que es el desplazamiento en sentido vertical de las masas puntuales, omitiendo la curvatura: los segmentos entre las masas variarán en longitud, pero seguirán siendo segmentos de líneas rectas.



Cuanto más pequeños se consideren los segmentos rectos, cuanto más pequeño sea el valor de l que se tome, más aproximada será la forma a la de la cuerda real. Ésta tendrá una longitud finita, L , y en consecuencia, la cantidad de masas puntuales también será finita: si se tienen N segmentos de cuerda, habrá $N+1$ masas puntuales. El problema consiste en analizar las fuerzas que actúan sobre dichas masas.

Cuando la cuerda está en equilibrio dinámico la fuerza que hemos llamado T_0 deberá repercutir sobre cada una de estas masas puntuales, manteniéndolas en la horizontal y en reposo. La fuerza neta sobre la cuerda es nula: la mantenemos tensa precisamente por estar tirando con la misma fuerza de ambos extremos, sólo que aplicando dicha fuerza en sentidos opuestos. Ahora, por tanto, en el modelo simplificado, sobre cada masa particular actuarán también dos fuerzas de sentido opuesto que se anulan mutuamente:



Una nueva simplificación va a proceder de suponer que la perturbación que produce la vibración es pequeña, esto es, que el desplazamiento respecto a la posición de equilibrio original es poco. Si la perturbación es lo suficientemente grande, la ecuación que estamos tratando de obtener ya no será válida precisamente porque será obtenida después de una serie de aproximaciones matemáticas que se sirven de dicha hipótesis. Como tenemos N segmentos de cuerda de longitud l y $N+1$ masas puntuales, cada una de ellas valdrá:

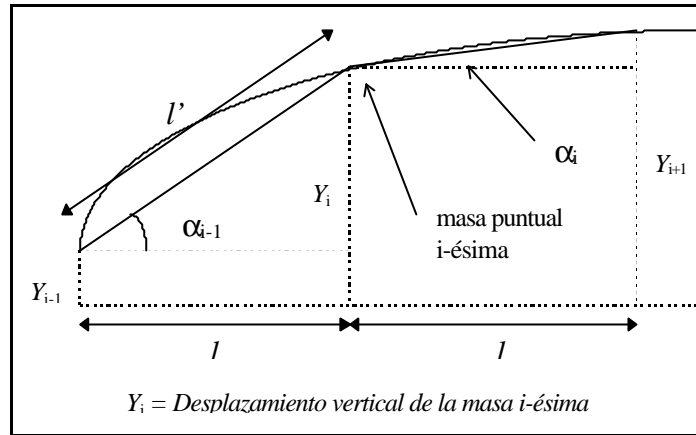
$$m = M/(N+1)$$

$M = \text{masa total de la cuerda}$

Volvamos al segmento de la cuerda que hemos representado antes para observar una de dichas masas puntuales cualquiera (véase la figura siguiente): el desplazamiento de la cuerda se debe a la aplicación de una fuerza adicional, de forma que una vez que comienza a vibrar la tensión que actúa sobre las masas consideradas ya no será la tensión original que las mantenía en equilibrio. Esta nueva fuerza es la que hay que analizar: ella es la *causa* del movimiento.

Una sencilla relación trigonométrica permite relacionar las longitudes de los segmentos l , correspondientes a la separación de las masas puntuales cuando la cuerda está en equilibrio, y l' , sus distancias cuando la cuerda ha comenzado a vibrar. Ahora las masas puntuales ya no estarán equidistantes, y cada una de estas nuevas longitudes, matemáticamente, dependerá del ángulo que forme el segmento desplazado verticalmente con la horizontal; en el caso de la masa i -ésima:

$$l' = \frac{l}{\cos \alpha_{i-1}}$$



Según la hipótesis de que se trata de un desplazamiento pequeño, el ángulo α_{i-1} será también pequeño, y esto permite aplicar las *fórmulas de Taylor* para el desarrollo de funciones como series de potencias en torno a un punto.³ El resultado es que:

$$\alpha_{i-1} \ll 1 \Rightarrow l' = \frac{l}{\cos \alpha_{i-1}} \approx \frac{l}{1 - \frac{1}{2} \alpha_{i-1}^2} \approx l \left(1 + \frac{1}{2} \alpha_{i-1}^2 \right) \Rightarrow l' \approx l$$

De esta primera aproximación se obtiene que la *elongación* de la cuerda, el «estiramiento» que produce la vibración, puede ser despreciada. Lo que significa que los segmentos de cuerda van a variar en dirección, en orientación, pero no en longitud, y en consecuencia las fuerzas a que están sometidas

³ El método de aproximación de funciones mediante series de Taylor es uno de los recursos matemáticos más ampliamente utilizados en el tratamiento de fenómenos físicos. El método consiste en *transformar* una función matemática dada en otra que sólo contenga potencias simples de la variable para un rango determinado de valores de la misma, y con unos coeficientes que se obtienen a partir de las derivadas de la función original evaluadas en un punto. Se trata de una aproximación *local*, es decir, sólo se cumple que la función original y la transformada se parecen en ese rango de valores de la variable prefijado; dicho rango o intervalo de valores es lo que se denomina un *entorno*: es el entorno de valores que rodea al punto en el cual se evalúan las derivadas que van a constituir los coeficientes de las potencias.

Es importante una puntualización a este respecto: toda función puede expresarse como una serie *infinita* de potencias de forma que los valores de ambas sean *estrictamente* iguales en el intervalo o entorno considerado. La denominada *aproximación* mediante este tipo de series procede de despreciar todos los términos, de ese conjunto infinito, de orden superior a uno dado, quedándose sólo con los términos que contienen potencias de orden inferior a éste. En general, esto es posible porque suele evaluarse la función en regiones donde la variable toma valores inferiores a la unidad en valor absoluto, de forma que cuanto mayor es el orden de la potencia a la que se eleve la variable, más pequeño será su valor. En el ejemplo que tenemos, la función que se aproxima es la *función coseno*, y es fundamental que el ángulo, la variable, sea pequeño, precisamente por lo que se ha señalado: «pequeño» (lo cual se expresa mediante el símbolo " \ll ") debe ser entendido como «próximo a cero»; «próximo» debe ser entendido como «en todo caso, siempre inferior a la unidad»; es en el entorno del punto $\alpha=0$ en el que se está aplicando la aproximación (el rango de valores en el que dicha aproximación es válida es el intervalo $-1 \leq \alpha \leq 1$). Si se observa el resultado final de las aproximaciones, se aprecia que la variable aparece elevada al cuadrado: significa que se han despreciado todas las potencias de la serie infinita de Taylor de orden cúbico y superior.

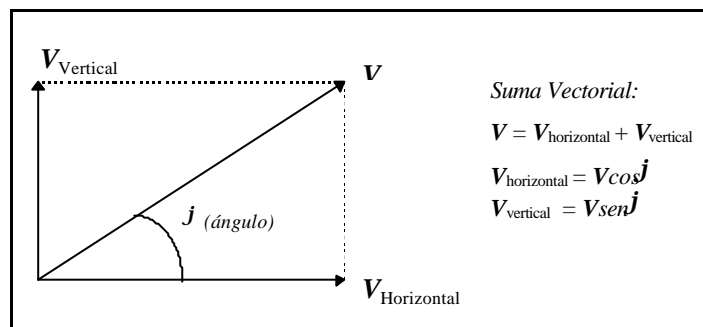
dos actuarán de la misma manera, variando únicamente en orientación respecto a cómo eran con la cuerda en reposo. La nueva Tensión T' ya no actuará sólo horizontalmente, pero respecto a su magnitud, la aproximación nos dice que:

$$T' \approx T_0$$

Ahora, vamos a tener en cuenta el carácter *vectorial* de estas tensiones: para todo vector \mathbf{V} se cumple una sencilla relación que permite descomponerlo en suma de otros vectores (véase el cuadro siguiente), y puesto que toda fuerza es una magnitud vectorial, podemos descomponer la nueva Tensión de la cuerda sobre la masa considerada como suma de una componente horizontal y de otra vertical, y por las aproximaciones efectuadas para las longitudes tenemos:

$$T_H = T_0 \cos \mathbf{a}_{i-1} \quad (\text{componente vertical})$$

$$T_V = T_0 \text{sen} \mathbf{a}_{i-1} \quad (\text{componente horizontal})$$



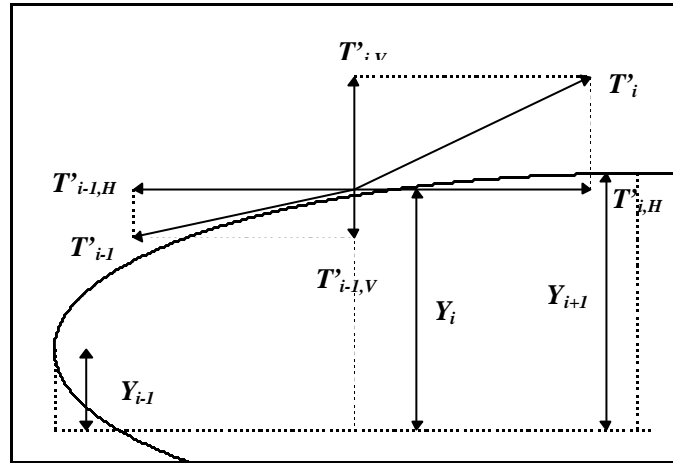
Pero de la relación entre l y l' podemos extraer la conclusión de que el coseno es aproximadamente 1, y por otra parte, el seno también se puede aproximar mediante el método de Taylor mencionado y para el caso de ángulos pequeños es aproximadamente de la misma magnitud que dicho ángulo, así:

$$\begin{cases} \cos \mathbf{a}_{i-1} \approx 1 \\ \text{sen} \mathbf{a}_{i-1} \approx \mathbf{a}_{i-1} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T_H' \approx T_0 \\ T_V' \approx T_0 \mathbf{a}_{i-1} \end{cases}$$

Estas aproximaciones respecto a la nueva tensión nos indican dos cosas:

- i) La fuerza efectiva que hay que considerar para cada masa puntual es únicamente la componente vertical de la fuerza total que está actuando sobre ella, puesto que como con la cuerda en equilibrio la Tensión resultante total se anulaba, lo mismo sucederá con la componente horizontal de la nueva tensión ahora.
- ii) Dado que el total de valores a obtener, las componentes verticales mencionadas, contienen como variable los ángulos de desviación respecto a la horizontal de los

segmentos de cuerda, habrá tantas incógnitas como masas puntuales. Esto determina los Grados de Libertad del sistema y anticipa que la solución resultante, la onda que se obtendrá finalmente, deberá combinar tantas frecuencias cuantas masas N se suponga que constituyen la cuerda. (véase más adelante el tratamiento genérico de las vibraciones en sistemas de muchas partículas: modos normales, etc.)



COMPOSICIÓN VECTORIAL DE LAS TENSIONES SOBRE LA PARTÍCULA i -ÉSIMA DE LA CUERDA. LAS RELACIONES ENTRE MAGNITUDES SON:

$$T'_{i-1,H} = T'_{i,H} \quad ; \quad T'_{i-1,V} \approx T_0 \mathbf{a}_{i-1} \quad ; \quad T'_{i,V} \approx T_0 \mathbf{a}_i$$

Al contrario que en el estado de equilibrio, ahora las dos fuerzas que actúan sobre cada masa ya no se anulan recíprocamente, de lo contrario, la cuerda no se movería, y dado que las componentes horizontales de las mismas sí lo hacen, serán las componentes verticales las que serán distintas (ver la figura anterior). Según la descomposición vectorial de \mathbf{T}'_i , para los ángulos respecto a la horizontal se tiene que:

$$\text{sen } \mathbf{a}_i = \frac{y_{i+1} - y_i}{l}$$

$$\text{sen } \mathbf{a}_{i-1} = \frac{y_i - y_{i-1}}{l}$$

Ahora ha llegado el momento de aplicar la 2ª Ley de Newton, según la cual la fuerza resultante que actúa sobre un sistema es el producto de la masa por la aceleración que le imprime. En el caso de la masa i -ésima, la fuerza, llamémosla F_i , será la diferencia entre las dos componentes verticales de las tensiones aplicadas, y la aceleración será, por definición, la derivada segunda de la variable que mide el desplazamiento, esto es:

$$F_i = T_0 \text{sen } \mathbf{a}_i - T_0 \text{sen } \mathbf{a}_{i-1} = m \frac{d^2}{dt^2} y \equiv m \ddot{y}_i$$

Se ha introducido una notación que es muy habitual en Física, que difiere de la utilizada en el tratamiento puramente matemático de las funciones y sus derivadas, y cuyo empleo procede del hecho de que son principal-

mente derivadas respecto al tiempo las que suelen aparecer en la mayoría de los casos, de forma que se aligera la notación simplificándola:

$$\text{Notación: con } f=f(t) \rightarrow \begin{cases} \frac{d}{dt} f \equiv \dot{f} \\ \frac{d^2}{dt^2} f \equiv \ddot{f} \end{cases}$$

Con esta nueva notación, que será utilizada en adelante siempre que no dé pie a confusiones, la segunda ley de Newton establece:

$$m\ddot{y}_i = T_0 \frac{y_{i+1} - y_i}{l} - T_0 \frac{y_i - y_{i-1}}{l} \rightarrow \ddot{y}_i = \frac{T_0}{ml} (y_{i+1} - 2y_i + y_{i-1})$$

Reordenando esta expresión, se llega finalmente a la ecuación:

$$\ddot{y}_i + 2\mathbf{w}_0^2 y_i - \mathbf{w}_0^2 (y_{i+1} + y_{i-1}) = 0$$

$$\mathbf{w}_0 \equiv T_0 / (ml)$$

En este momento tenemos la primera parte del problema resuelto: se ha obtenido una ecuación que representa el movimiento de cada una de las masas puntuales que se ha supuesto componen la cuerda. Puesto que la masa i -ésima es arbitraria, puede ser cualquiera de las N , la ecuación anterior es aplicable a cada una de ellas.

Sin embargo, tenemos N soluciones distintas, una para cada masa puntual, no una única función-solución de la ecuación, y lo que se quiere obtener es esto último: una solución para la cuerda en su conjunto y no una serie de soluciones, similares en su forma pero distintas debido a los desplazamientos verticales particulares en función de los que están expresadas, y, además, referidas a las masas *ideales* que se han supuesto como representación simplificada de la cuerda. La obtención de una solución única requiere la utilización de algunos instrumentos matemáticos un poco más sofisticados, a la vez que incluye conceptos de mecánica analítica que aún no hemos visto en detalle; va a conducir, además, a la «mejora» de la aproximación inicial según la cual la cuerda (continua) ha sido transformada en un conjunto de masas puntuales (discreto).

Todavía, pues, no hemos logrado construir un modelo adecuado de onda, no hemos obtenido la ecuación que se había anticipado ni las funciones particulares que siendo soluciones de ella se ajustan a la definición dada de onda. La onda precisamente se obtendrá cuando se consiga transformar «*N soluciones distintas del movimiento de N masas puntuales*» en «*una solución del movimiento de la cuerda con N frecuencias distintas de vibración*».

¿Entonces... Qué le falta a la onda?

El modo de considerar el problema de la cuerda nos lleva a un resultado que implica un conjunto de soluciones distintas, tantas como masas puntuales se puedan haber supuesto. Bastaría considerar un valor concreto de N suficientemente grande (por ejemplo, para una longitud total de 1 metro de cuerda, podríamos subdividirla en 100 ó 1.000 ó 10.000 masas puntuales) y aplicar el método anterior calculando todas esas soluciones distintas. Cuanto mayor sea la N de la que partamos, mejor aproximación obtendremos, pero también más engorroso será el cálculo. Naturalmente, el modo habitual de tratar el problema no es éste, sino que se facilitan los cálculos al conseguir, digámoslo así, *agrupar* todas las soluciones en una única. Es algo parecido a «recomponer» la cuerda como un continuo, eliminando la aproximación que la subdividía en segmentos rectos.

Cada una de las soluciones individuales que ahora tenemos va a acabar correspondiendo a una frecuencia de vibración distinta de una onda única, y el número N no va a tener que ser fijado en un valor concreto determinado.

Sin embargo, el tratamiento genérico de estos movimientos vibratorios con muchas frecuencias de vibración agrupadas en una misma onda implica la utilización de conceptos propios de la *Mecánica Analítica*, reformulación de la Mecánica Clásica newtoniana que operaron Hamilton y Lagrange.

La Mecánica Newtoniana toma como elemento fundamental de los procesos físicos aquello a lo que se considera causa de los mismos, las *Fuerzas*. Las fuerzas son magnitudes vectoriales, como ya se ha visto, lo cual implica un tratamiento de los problemas dinámicos que requiere un uso bastante amplio de la geometría y de las representaciones gráficas. Cuando los fenómenos tratados son tridimensionales, este tratamiento geométrico y vectorial resulta bastante engorroso e incluso confuso; cuando los fenómenos de la naturaleza de los procesos tratados por la física cuántica, en dónde los espacios matemáticos sobre los que se trabaja ya no corresponden al espacio euclídeo tradicional, el tratamiento vectorial tradicional deja de tener sentido completamente.

La Mecánica Analítica puede ser considerado un paso intermedio entre la Mecánica Clásica y la Mecánica Ondulatoria porque, si bien los principios físicos newtonianos se siguen considerando válidos, el tratamiento matemático de los mismos anticipa el que se va a emplear en la Mecánica Ondulatoria: las fuerzas dejan de ser las magnitudes relevantes y toman el relevo las *Energías*, los problemas ya no van a tener que ser analizados desde un punto de vista geométrico, sino puramente analítico, de ahí su nombre. Hamilton y Lagrange reformularon el *lenguaje matemático* de la Física Newtoniana pero sin alterar los fundamentos físicos de la misma. Más adelante trataremos detenidamente dicha reformulación debida a la Mecánica Analítica, de cuyos conceptos nos serviremos aquí sin extendernos en su explicación pormenorizada.

Para el tratamiento genérico de cualquier tipo de movimiento vibratorio, se parte de dos condiciones iniciales relativas al sistema físico del que se está tratando:

- 1) *Es un sistema con N Grados de Libertad, lo cual significa que el número de variables escalares que hay que conocer para poder determinar completamente el estado dinámico del sistema en cuestión es N. Cualitativamente, el número grados de libertad de un sistema físico representa la mayor o menor «libertad de movimiento» que dicho sistema posee: cuanto mayor sea, menos restricciones, en principio, tendrá para moverse, más «arbitrariamente» podrá hacerlo y de ahí que se necesite una mayor cantidad de variables para caracterizarlo dinámicamente.*
- 2) *Es un sistema Natural. esto significa que dicho sistema está sometido a una serie de restricciones en cuanto a sus grados de libertad, conocidas como ligaduras, que vienen representadas por unas funciones que no dependen explícitamente del tiempo (dependerán de ciertas variables que, en general, serán funciones que dependan del tiempo, pero dicha dependencia no aparece de forma explícita en las funciones correspondientes a las ligaduras). Esto permite expresar la energía cinética de una forma más sencilla, en una función en la que únicamente van a aparecer términos con la variable velocidad en potencias cuadradas.*

La segunda condición implica que lo que se conoce como *Lagrangiano* del sistema, una función L dada por la diferencia entre la energía cinética T y la energía potencial V del sistema expresada en unas variables especiales conocidas como *coordenadas generalizadas* (que serán tantas como grados de libertad tenga el sistema, en este caso N), va a tener una forma general del tipo siguiente:

$$L = \frac{1}{2} \sum_{i,j} \{ M_{i,j} \frac{d}{dt}(q'_i) \frac{d}{dt}(q'_j) \} - V$$

$q'_1, q'_2, \dots, q'_{N-1}, q'_N = \text{Coordenadas Generalizadas}$

Cada una de las $M_{i,j}$ es una matriz cuyos coeficientes dependen de las coordenadas generalizadas i, j correspondientes, en tanto que el potencial V es una función de *todas* las coordenadas generalizadas:

$$M_{i,j} = \begin{pmatrix} m_{1,1}(q_i, q_j) & \cdots & m_{1,N}(q_i, q_j) \\ m_{2,1}(q_i, q_j) & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \vdots \\ m_{N,1}(q_i, q_j) & \cdots & m_{N,N}(q_i, q_j) \end{pmatrix}$$

$$V = V(q_1, q_2, \dots, q_N)$$

El sistema, de no estar sometido a ninguna perturbación, se encontraría en reposo en alguna posición de equilibrio correspondiente a unos ciertos valores de las coordenadas generalizadas que llamaremos q'_{0i} ; el movimiento vibratorio será resultado de alguna acción externa que desplaza al sistema

de su equilibrio, y se va a suponer que dicho movimiento conlleva variaciones pequeñas en la posición respecto a esa de equilibrio; es decir, se consideran estados del sistema próximos a su estado de equilibrio. Se sabe que el potencial V siempre alcanza su valor mínimo cuando la función es evaluada respecto a una posición de equilibrio estable del sistema y que en consecuencia sus derivadas se van a anular, de forma que tendremos un conjunto de ecuaciones, tantas como coordenadas (y como grados de libertad tenga el sistema) del tipo:

$$q'_{0i} \text{ Pos. Equilibrio} \Rightarrow \left. \frac{\partial}{\partial q_i} V \right|_{q_i=q'_{0i}} = 0 \quad (\text{nota } ^4)$$

El paso siguiente es definir unas nuevas coordenadas generalizadas q_i a partir de las anteriores,

$$q_i = q'_i - q'_{0i}$$

de forma que respecto a ellas las velocidades (velocidades también generalizadas: toda velocidad es, por definición, la derivada respecto al tiempo de la posición; al ser las coordenadas generalizadas equivalentes a posiciones, sus derivadas temporales son equivalentes a velocidades) no varían, pues las q'_{0i} son constantes, de forma que:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}(q_i) &= \frac{d}{dt}(q'_i - q'_{0i}) \\ &= \frac{d}{dt}(q'_i) - \underbrace{\frac{d}{dt}(q'_{0i})}_{=0} = \frac{d}{dt}(q'_i) \end{aligned}$$

La función V puede tener una forma arbitraria cualquiera, que, en general va a ser complicada, así que se procede a su simplificación transformándola mediante una aproximación: cualquier función puede expresarse como una suma infinita de términos correspondientes a sus derivadas sucesivas evaluadas en cierto punto, conocido como *desarrollo de Taylor* de una función en torno a un punto. Para una función de una variable $f=f(x)$, su desarrollo de Taylor en torno a un punto x_0 es:

$$\begin{aligned} f(x) &= f(x_0) + (x-x_0) \left. \frac{d}{dx} f \right|_{x=x_0} + \frac{1}{2} (x-x_0)^2 \left. \frac{d^2}{dx^2} f \right|_{x=x_0} + \frac{1}{6} (x-x_0)^3 \left. \frac{d^3}{dx^3} f \right|_{x=x_0} + \dots \\ &= f(x_0) + \sum_{j=1}^{\infty} \left\{ \frac{1}{j!} (x-x_0)^j \left. \frac{d^j}{dx^j} f \right|_{x=x_0} \right\} \end{aligned}$$

Tomando suficientes términos del desarrollo hasta un cierto grado de las potencias y las derivadas y despreciando el resto, se obtiene una buena

⁴ La barra vertical especifica que la derivada en cuestión ha de ser evaluada en cierto punto particular; en este caso, en el punto correspondiente a las coordenadas de equilibrio. Así, la expresión significa «valor que toma la derivada parcial del potencial respecto a la i -ésima coordenada generalizada en el punto q'_{0i} », esto es, cuando la coordenada q'_i respecto a la que se deriva toma el valor particular q'_{0i} , su valor en el punto de equilibrio del sistema.

aproximación de la función para los valores próximos a ese x_0 ; es decir, se consigue una *aproximación local* de la función en un entorno del punto x_0 .

Para una función de dos variables, el desarrollo sería:

$$\begin{aligned} f(x_1, x_2) = & f(x_{01}, x_{02}) + (x_1 - x_{01}) \frac{f}{f_{x_1}} \Big|_{\substack{x_1=x_{01} \\ x_2=x_{02}}} + (x_2 - x_{02}) \frac{f}{f_{x_2}} \Big|_{\substack{x_1=x_{01} \\ x_2=x_{02}}} + \\ & + \frac{1}{2} (x_1 - x_{01})(x_2 - x_{02}) \frac{f^2}{f_{x_1} f_{x_2}} \Big|_{\substack{x_1=x_{01} \\ x_2=x_{02}}} + \frac{1}{2} (x_1 - x_{01})(x_2 - x_{02}) \frac{f^2}{f_{x_2} f_{x_1}} \Big|_{\substack{x_1=x_{01} \\ x_2=x_{02}}} + \\ & + \frac{1}{2} (x_1 - x_{01})^2 \frac{f^2}{f_{x_1}^2} \Big|_{\substack{x_1=x_{01} \\ x_2=x_{02}}} + \frac{1}{2} (x_2 - x_{02})^2 \frac{f^2}{f_{x_2}^2} \Big|_{\substack{x_1=x_{01} \\ x_2=x_{02}}} + \dots \end{aligned}$$

Y para una función de N variables, como V , la expresión general se complica todavía más, pero sus primeros términos, tomando el punto de equilibrio como el del desarrollo de Taylor, serían:

$$\begin{aligned} V(\vec{q}') = & V(\vec{q}'_0) + \sum_i (q'_i - q'_{0i}) \frac{f}{f_{q'_i}} V \Big|_{\vec{q}'=\vec{q}'_0} + \\ & + \frac{1}{2} \sum_{i,j} (q'_i - q'_{0i})(q'_j - q'_{0j}) \frac{f^2}{f_{q'_i} f_{q'_j}} V \Big|_{\vec{q}'=\vec{q}'_0} + \dots \quad (\text{nota } 5) \\ \text{con: } & \vec{q}' \equiv (q'_1, q'_2, \dots, q'_N), \quad \vec{q}'_0 \equiv (q'_{01}, q'_{02}, \dots, q'_{0N}) \end{aligned}$$

Como los términos $(q'_k - q'_{0k})$ son por definición las nuevas coordenadas y éstas por hipótesis son pequeñas, al suponerse una vibración que se desplace poco respecto a la posición de equilibrio original, se pueden despreciar todos los términos de orden cúbico o superior del desarrollo, quedándonos con la expresión en su aproximación cuadrática. De los términos con los que nos quedamos, el primero, $V(\vec{q}'_0)$, es constante, así que en un sistema de coordenadas con el origen desplazado adecuadamente, se podría hacer su valor no sólo constante sino nulo; por su parte, el segundo término ya de por sí vale cero, pues incluye la derivada de la función V en un punto en el que ésta tiene un mínimo, tal cual se expresó anteriormente. Y así, el Lagrangiano puede ahora describirse como:

⁵ Para una función genérica f de N variables, los sucesivos términos vendrían dados por la expresión siguiente (sólo se expresan aquéllos correspondientes a las potencias y derivadas de orden cúbico o inferior):

$$\begin{aligned} f(x_1, \dots, x_N) \equiv f(\vec{x}) = & f(\vec{x}_0) + \sum_{j=1}^N (x_j - x_{0j}) \frac{f}{f_{x_j}} \Big|_{\vec{x}=\vec{x}_0} + \\ & + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^N (x_j - x_{0j})^2 \frac{f^2}{f_{x_j}^2} \Big|_{\vec{x}=\vec{x}_0} + \frac{1}{2} \sum_{i,j} (x_i - x_{0i})(x_j - x_{0j}) \frac{f^2}{f_{x_i} f_{x_j}} \Big|_{\vec{x}=\vec{x}_0} + \\ & + \frac{1}{6} \sum_{j=1}^N (x_j - x_{0j})^3 \frac{f^3}{f_{x_j}^3} \Big|_{\vec{x}=\vec{x}_0} + \frac{1}{6} \sum_{i,j} (x_i - x_{0i})^2 (x_j - x_{0j}) \frac{f^3}{f_{x_i}^2 f_{x_j}} \Big|_{\vec{x}=\vec{x}_0} + \dots \\ \text{con: } & \vec{x} \equiv (x_1, \dots, x_N), \quad \vec{x}_0 \equiv (x_{01}, \dots, x_{0N}) \end{aligned}$$

$$L = \frac{1}{2} \sum_{i,j} M_{i,j} \frac{d}{dt} q_i \frac{d}{dt} q_j - \frac{1}{2} K_{i,j} q_i q_j$$

En el cual los términos $M_{i,j}$ y los $K_{i,j}$ son de valor constante e igual a:

$$\begin{cases} M_{i,j} = \frac{\partial^2 T}{\partial \dot{q}_i \partial \dot{q}_j} \Big|_{\bar{q}=0} \\ K_{i,j} = \frac{\partial^2 V}{\partial q_i \partial q_j} \Big|_{\bar{q}=0} \end{cases} \quad \dot{q}_i = \frac{d}{dt} q_i, \dot{q}_j = \frac{d}{dt} q_j \quad (\text{nota } 6)$$

Este proceso ha permitido reducir el Lagrangiano del sistema a lo que se conoce como una *Forma Cuadrática* de las coordenadas y las velocidades, y se lo denomina *Linealización de la Ecuación*.

El paso siguiente es obtener las *Ecuaciones del Movimiento* a partir de este Lagrangiano, para lo cual se han de aplicar las llamadas *Ecuaciones de Lagrange* (véase más adelante la parte correspondiente a Mecánica Analítica), que en este caso son:

$$\sum_j \left\{ M_{i,j} \frac{d^2}{dt^2} q_j + K_{i,j} q_j \right\} = 0 \quad (i, j = 1, 2, \dots, N)$$

Se trata de N ecuaciones diferenciales, en cada una de las cuales intervienen todas las coordenadas generalizadas —se dice que las ecuaciones están acopladas: todas dependen de todas las variables—, sin embargo, cada sumando recuerda la ecuación de un Oscilador Armónico (vd. supra), lo cual da la pista para tratar de agrupar dichas ecuaciones en forma de expresión matricial, en una expresión compacta análoga a la de una ecuación escalar de OA. Para ello se definen las dos matrices y el vector siguientes:

$$\tilde{M} \equiv \begin{pmatrix} M_{1,1} & \cdots & M_{1,N} \\ M_{2,1} & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \\ M_{N,1} & \cdots & M_{N,N} \end{pmatrix} \quad \tilde{K} \equiv \begin{pmatrix} K_{1,1} & \cdots & K_{1,N} \\ K_{2,1} & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \\ K_{N,1} & \cdots & K_{N,N} \end{pmatrix} \quad \bar{q} \equiv \begin{pmatrix} q_1 \\ \vdots \\ q_N \end{pmatrix}$$

En las matrices se agrupan los términos constantes $M_{i,j}$, $K_{i,j}$ de las ecuaciones de Lagrange; son por tanto matrices constantes, y además son simétricas, es decir, los términos simétricos respecto a la diagonal son iguales (se cumple: $M_{i,j} = M_{j,i}$ y $K_{i,j} = K_{j,i}$ para todos los valores de i, j). Esto es debido a que dichos términos, como se ha visto, son derivadas segundas, y éstas cumplen la propiedad de intercambiabilidad del orden de derivación entre variables, o sea:

⁶ Véase que al ser las derivadas evaluadas en el punto de equilibrio, aquél respecto al cual se ha realizado el desarrollo de Taylor del potencial, en las nuevas coordenadas generalizadas será:

$$P. \text{ Equilibrio } \mathbf{P} \quad \bar{q}' = \bar{q}'_0 \Rightarrow \bar{q} = \bar{q}' = \bar{q}'_0 = 0$$

$$\frac{\mathfrak{I}^2}{\mathfrak{I}_x \mathfrak{I}_y} = \frac{\mathfrak{I}^2}{\mathfrak{I}_y \mathfrak{I}_x}$$

Con ellas y el vector \mathbf{q} las ecuaciones de Lagrange se pueden escribir de forma abreviada:

$$\sum_j \{M_{i,j} \frac{d^2}{dt^2} q_j + K_{i,j} q_j\} = 0 \rightarrow \tilde{M} \cdot \frac{d^2}{dt^2} \bar{q} + \tilde{K} \cdot \bar{q} = 0$$

Es decir:

$$\begin{pmatrix} M_{1,1} & \cdots & M_{1,N} \\ M_{2,1} & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \\ M_{N,1} & \cdots & M_{N,N} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \frac{d^2}{dt^2} q_1 \\ \vdots \\ \frac{d^2}{dt^2} q_N \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} K_{1,1} & \cdots & K_{1,N} \\ K_{2,1} & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \\ K_{N,1} & \cdots & K_{N,N} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} q_1 \\ \vdots \\ q_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}$$

Por analogía con las soluciones, conocidas, de la ecuación de un OA, para esta ecuación que hemos obtenido, que debido a la existencia de N incógnitas, correspondientes a las q_k coordenadas generalizadas, ha de tener N soluciones distintas se proponen como tales funciones vectoriales con una forma, vectorial, análoga a la de un OA, escalar; esto es, vectores-solución del tipo:

$$\bar{q}_k = \bar{A}_k \cos(\mathbf{w}_k t + \mathbf{d}_k)$$

Sustituimos en la ecuación estos valores propuestos para sus soluciones y así obtenemos una nueva ecuación:

$$\left. \begin{aligned} \tilde{M} \frac{d^2}{dt^2} \bar{q} + \tilde{K} \bar{q} = 0 \\ \bar{q}_k = \bar{A}_k \cos(\mathbf{w}_k t + \mathbf{d}_k) \end{aligned} \right\} \rightarrow (\tilde{K} - \mathbf{w}_k^2 \tilde{M}) \cdot \bar{A}_k = 0$$

(Ecuación de Autovalores)

Y aceptando, lo cual es demostrable, que la matriz M tiene inversa, y que los *autovalores* \mathbf{w}_k^2 son reales y definidos positivos, se tiene la garantía de que las soluciones de esta ecuación matricial, dadas por sus autovalores, tienen sentido físico, al ser la frecuencias, las \mathbf{w}_k , valores siempre positivos. Las soluciones propuestas se pueden reescribir como un único vector \mathbf{q} que es una *combinación lineal* de los distintos vectores solución \mathbf{q}_k , esto es, un vector de la forma:

$$\bar{q} = \sum_K c_K \bar{A}_K \cos(\mathbf{w}_K t + \mathbf{d}_K) \quad K = 1, 2, \dots, N$$

En el cual, las c_K , \mathbf{d}_K son en total $2N$ constantes *indeterminadas*, y cuya existencia es coherente, puesto que la solución procede de una ecuación en

derivadas segundas, es decir, su resolución involucra dos operaciones sucesivas de derivación, cada una de ellas aportando N constantes indefinidas.⁷

Por último, conocida ya la forma general de las soluciones del problema, se introducen unas nuevas coordenadas:

$$Q_K = c_K \bar{A}_K \cos(\mathbf{w}_K t + \mathbf{d}_K) \equiv \text{COORDENADAS NORMALES}$$

De forma que las soluciones, expresadas en función de estas nuevas coordenadas serán:

$$q_i = \sum_K A_{K,i} Q_K$$

A efectos del cálculo efectivo de dichas soluciones todavía habría que reescribir las coordenadas normales en función de una matriz A que se forma con los vectores A_K ya conocidos, e introducir una *Condición de Normalización* que se puede deducir que cumplen dichos vectores. Lo que nos interesa, sin embargo, la clave de la introducción de estas coordenadas normales es que de ellas se obtienen directamente como ecuaciones del movimiento las siguientes:

$$Q_K = c_K \bar{A}_K \cos(\mathbf{w}_K t + \mathbf{d}_K) \Rightarrow \frac{d^2}{dt^2} Q_K + \mathbf{w}_K^2 Q_K = 0$$

Lo que significa que hemos obtenido unas coordenadas que satisfacen, *cada una de ellas por separado*, esto es *desacopladas*, ecuaciones de OA. Es esta propiedad la que hace que las coordenadas normales sean ampliamente utilizadas en muchas áreas de la Física, entre ellas y en particular en MC.

Bueno, pero... ¿y nuestra onda, qué?

Este tratamiento de tipo general para movimientos vibratorios que conduce a soluciones en un tipo particular de coordenadas cuya forma es la de un OA, nos sirve para el problema precedente de transformar las N solucio-

⁷ Recordando las reglas de derivación, dado que la derivada de una constante es siempre nula, está claro que

$$\left. \begin{array}{l} g(x) = f(x) + c \\ c = \text{constante} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{d}{dt} g = \frac{d}{dt} (f + c) = \frac{d}{dt} f + \frac{d}{dt} c = \frac{d}{dt} f + 0$$

$$\Rightarrow \frac{d}{dt} g = \frac{d}{dt} f$$

y de ahí que haya que incluir constantes indeterminadas en las soluciones de ecuaciones diferenciales.

nes distintas del problema de la cuerda en una única solución con N frecuencias de vibración distintas.

Recordemos a dónde se había llegado: teníamos que para cada partícula de las que se suponía componían la cuerda, la ecuación que describía sus desplazamiento vertical respecto a la posición de equilibrio en cualquier instante de tiempo era:

$$\ddot{y}_i + 2\mathbf{w}_0^2 y_i - \mathbf{w}_0^2 (y_{i+1} + y_{i-1}) = 0$$

$$\mathbf{w}_0 \equiv T_0 / (ml)$$

A lo cual hay que agregar dos condiciones o restricciones que van a servir posteriormente para lograr evitar la existencia de las constantes indeterminadas que veíamos resultaban de la resolución de ecuaciones diferenciales; si suponemos que la cuerda que estamos haciendo vibrar la seguimos manteniendo fija por los extremos, esto significa que las masas puntuales correspondientes a dichos extremos no se mueven, de forma que su desplazamiento vertical respecto al equilibrio será nulo. Esto es lo que se conoce como condiciones de contorno, que en este caso, según lo dicho, serán:

$$\text{Condiciones de Contorno: } y_0 = y_{N+1} = 0$$

Ahora bien, según se ha visto que resultaban las soluciones generales para un sistema con movimiento vibratorio en coordenadas normales, se va a suponer que también en este caso las soluciones y_i tienen la forma de las soluciones de un OA, lo cual, agregando las condiciones de contorno, nos lleva a considerar soluciones del tipo

$$\begin{cases} y_i = A_i \cos(\mathbf{w}t) \\ y_0 = y_{N+1} \Rightarrow A_0 = A_{N+1} = 0 \end{cases}$$

Que si se sustituyen en la ecuación del movimiento anterior que deben satisfacer conducen a la relación

$$\frac{A_{i+1} + A_{i-1}}{A_i} = \frac{2\mathbf{w}_0^2 - \mathbf{w}^2}{\mathbf{w}_0^2}$$

En la cual las amplitudes A siguen dependiendo de i , esto es de la masa particular a la que corresponde el desplazamiento y_i . Para conseguir que esto no se dé, se transforman dichas amplitudes en una expresión que las hace depender de un cierto ángulo arbitrario θ y de una nueva constante indeterminada B ,

$$A_i \equiv B \text{sen}(i\mathbf{q})$$

De forma que la relación precedente, aplicando relaciones trigonométricas sencillas, se transforma en:

$$\frac{2\mathbf{w}_0^2 - \mathbf{w}^2}{\mathbf{w}_0^2} = 2 \cos \mathbf{q}$$

En la cual se deben cumplir también las condiciones de contorno del problema. La primera de ellas, $A_0=0$, ya está garantizada por la propia definición que se ha hecho de las amplitudes en función de θ y B , pero la segunda no; para que se cumpla, habrá de darse que

$$\begin{aligned} A_{N+1} = 0 &\Rightarrow B \operatorname{sen}[(N+1)\mathbf{q}] = 0 \quad (y: B \neq 0) \\ &\Rightarrow \operatorname{sen}[(N+1)\mathbf{q}] = 0 \Rightarrow (N+1)\mathbf{q} = n\mathbf{p} \quad (n=0,1,2,\dots) \\ &\Rightarrow \mathbf{w} \equiv \mathbf{w}_n = 2\mathbf{w}_0 \operatorname{sen}\left[\frac{n\mathbf{p}}{2(N+1)}\right] \end{aligned}$$

De forma que la frecuencia ω de la solución puede tomar, en principio, infinitos valores ω_n distintos. Pero de todos ellos sólo algunos van a ser válidos. En primer lugar, para $n=0$, resultaría una frecuencia nula, lo cual no tiene sentido físico, pues representaría una solución en la cual el sistema, la cuerda, en lugar de vibrar, se estaría desplazando horizontalmente (situación que no se puede dar, ya que está fija por sus extremos y el único movimiento permitido es el desplazamiento vertical). Pero además, se comprueba que para los valores de n mayores que N , el número de segmentos en que se ha supuesto subdividida la cuerda, las soluciones que se obtienen van repitiendo periódicamente los valores de las soluciones que se dan para las $n=1,2,\dots,N$, es decir, a partir de $n=N+1$ ya no se obtienen soluciones *distintas*. De esta forma, las soluciones finales para cada masa i -ésima a las que se ha llegado son

$$\begin{aligned} y_{i,n} &= B \operatorname{sen}\left(\frac{i\mathbf{p}}{N+1}\right) \cos(\mathbf{w}_n t) \\ \text{con: } \mathbf{w}_n &= 2\mathbf{w}_0 \operatorname{sen}\left[\frac{n\mathbf{p}}{2(N+1)}\right] \quad n = 1, 2, \dots, N \end{aligned}$$

En las cuales, como se anticipaba, hay N frecuencias de vibración ω_n *distintas*. Pero continúa tratándose de soluciones referidas a las masas ideales, no a la cuerda: no es aún la solución definitiva del problema. Nos resta un último paso que implicará la «recomposición» de la cuerda como un continuo en lugar de un conjunto de masas puntuales, conocido, por ello, como «el paso a *Límite Continuo*».

Método de paso a límite continuo

La suposición original fue que la cuerda estaba compuesta por un número finito de masas puntuales situadas a intervalos longitudinales iguales, y se decía que cuanto mayor fuera dicho número, y menor por lo tanto la longitud de los segmentos de cuerda que separasen cada masa puntual, mejor sería la aproximación del sistema físico real que se conseguía. Lo que se hace ahora es suponer, precisamente, que dicho número N es todo lo grande que se quiera, N tiende a infinito, lo cual hace que las longitudes l tiendan a

cero, de manera que, *en el límite*, tendremos infinitas masas puntuales pegadas unas a otras, tendremos la cuerda como un continuo de masas puntuales infinitesimales. Pero hay que garantizar que, en estas condiciones, tanto la masa como la longitud totales, M y L , de la cuerda sean finitas, hay que garantizar que se trata de un sistema físico «real». Todo esto se expresa de la siguiente forma:

— *condiciones para el paso a límite continuo:*

- i. $N \in \mathbb{N}$ (número de partículas)
- ii. $l \in \mathbb{R}$ (distancia entre partículas)
- iii. $m \in \mathbb{R}$ (masa de cada partícula)
- iv. $L=(N+1)l = \text{constante}$ (longitud total de la cuerda)
- v. $M=(N+1)m = \text{constante}$ (masa total de la cuerda)

En estas condiciones, si se consideran las frecuencias ω_n más bajas, aquéllas con los valores de n más pequeños, el factor $(n\pi/(N+1)l)$ será también pequeño, de manera que se puede hacer la aproximación ya vista anteriormente para ángulos pequeños y considerar el seno aproximadamente igual al ángulo, y así:

$$n \ll N \Rightarrow \omega_n \approx 2\omega_0 \frac{n\pi}{2(N+1)l} = \sqrt{\frac{T_0}{ml}} \cdot \frac{n\pi}{(N+1)l} = \sqrt{\frac{T_0}{m/l}} \cdot \frac{n\pi}{(N+1)l}$$

Expresión en la cual los denominadores contienen las magnitudes involucradas en el paso al límite, y en virtud de ello podemos reescribirlas de la siguiente forma:

$$(N+1)l = M$$

$$\frac{m}{l} = \frac{mN}{lN} \approx \frac{mN}{l(N+1)} = \frac{M}{L} \equiv \mu$$

En donde μ es la *densidad lineal de masa* de la cuerda, la masa por unidad de longitud, para llegar a la cual se ha supuesto que $lN \approx l(N+1)$, dado que N es una cantidad muy grande comparada con l y se supone que agregarle una unidad no es una variación significativa en la magnitud del producto.

De esta forma, para las frecuencias más bajas, y en particular, para la más pequeña de todas, lo que se tiene es:

$$\left. \begin{aligned} \omega_n &= \frac{\mu}{L} \sqrt{\frac{T_0}{\mu}} \\ \omega_1 &= \frac{\mu}{L} \sqrt{\frac{T_0}{\mu}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \omega_n = n\omega_1$$

Y con ello, sólo resta por tratar, en la expresión que se tenía de los desplazamientos $y_{i,N}$, el factor correspondiente a la función seno, en el cual,

nuevamente, se va a efectuar una transformación relativa al paso a límite continuo:

$$\left. \begin{aligned} \frac{inp}{N+1} &= \frac{inp}{N+1} \cdot \frac{l}{l} = \frac{il}{L} np \\ il &\equiv x \end{aligned} \right\} \rightarrow \frac{inp}{N+1} = \frac{x}{L} np$$

En donde el factor “ il ” se ha designado por x que representa una variable continua de longitud, puesto que $i \cdot l$ significa «número de la partícula \times separación entre partículas», de forma que lo que está dando, para cada partícula i , es su distancia respecto al extremo fijo de la cuerda; y como se está suponiendo que la distancia l tiende a cero, que es una magnitud infinitesimal, en el límite corresponde a una variable continua de posición referida a la longitud de la cuerda, la variable x .

Y con ello, por fin, hemos obtenido la solución para la cuerda expresada en forma de una función de variable continua en la que aparecen, en lugar de funciones distintas para las masa ideales supuestas inicialmente, frecuencias de vibración distintas: una única función-solución con tantas frecuencias como grados de libertad tiene el sistema (en este caso infinitos, pues los grados de libertad dependen de la condición límite de masas puntuales que tienden a hacerse infinitas). Tenemos ya la onda:

$$y_n(x,t) = B \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi}{L} x\right) \cos(\mathbf{w}_n t)$$

$L =$ longitud de la cuerda
 $n = 1, 2, \dots$

Es lo que se conoce como **Onda Estacionaria**.

Una de las características más importantes, desde un punto de vista matemático, de dichas ondas —algo que repercute a la hora de la resolución de los problemas relativos a la ESH, en cuanto al procedimiento técnico a seguir— es que la dependencia espacial (x) y la temporal (t) están separadas, esto es:

$$y_n(x,t) = f(x)g(t)$$

con: $\begin{cases} f(x) = B \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi}{L} x\right) \\ g(t) = \cos(\mathbf{w}_n t) \end{cases}$

Se dice que la función de onda está *factorizada*, es el producto de dos funciones, cada una de ellas de una sola variable.

Otra propiedad importante, debido a la cual tales ondas reciben, precisamente, el nombre de «estacionarias», es que existen ciertos puntos especí-

ficos del medio de propagación, en este caso la cuerda, que están siempre en reposo: en ellos la f.o. vale cero en cualquier instante de tiempo:

— **Definición: Nodos** (de una onda estacionaria). Se denominan así los valores de la variable espacial x para los cuales la f.o. y_n vale cero debido a que se anula su parte espacial $f(x)$:

$$\operatorname{sen}\left(\frac{n\pi}{L}x\right) = 0 \Leftrightarrow \frac{n\pi}{L}x = k\pi, \quad k = 0, 1, \dots, n$$

de forma que los puntos que verifican esta condición son:

$$\text{Nodos: } x \equiv kL/n \quad (n = 1, 2, \dots; k = 0, 1, 2, \dots, n)$$

Esta propiedad es, en cierto sentido, **contradictoria** con la naturaleza ondulatoria de y_n , puesto que siendo una onda un fenómeno de propagación, esos puntos del medio son puntos estáticos, en ellos **no existe propagación** de ningún tipo, el medio permanece en todo instante «quieto».

Esta función de onda ha sido el resultado de una aproximación lineal⁸ del problema ideal de la cuerda compuesta por masas puntuales, y se ha obtenido a partir de la ecuación de los desplazamientos verticales de dichas masas puntuales; es decir: no se corresponde, todavía, con ninguna ecuación de ondas que sirva de modelo matemático para la evolución en el tiempo de la vibración de la cuerda «recompuesta» mediante el método de paso a límite continuo. Nos falta comprobar que efectivamente existe dicho modelo dinámico.

Para ello, fijémonos en un segmento infinitesimal de la cuerda, un segmento de longitud Δx (véase la figura de la página siguiente). En el equilibrio, con la cuerda tensa en posición horizontal y en reposo, el segmento Δx está sometido a una tensión \mathbf{T}_0 y no hay ninguna otra fuerza actuando sobre la cuerda. Cuando lo desplazamos del equilibrio, sabemos que hay una función $y_n(x, t)$ que nos da el desplazamiento de cualquier punto de la cuerda respecto a la horizontal; en este caso, a dicha función la llamamos $\psi(x, t)$ y va a estar referida al punto medio del segmento Δx . Ahora, los extremos del segmento estarán sometidos a dos tensiones \mathbf{T}_1 y \mathbf{T}_2 que siguiendo la aproximación que se viera al inicio, suponiendo un desplazamiento pequeño de la cuerda respecto a su posición de equilibrio (los ángulos θ_1 y θ_2 son pequeños), van a ser de la misma magnitud que la tensión original pero variarán

⁸ Recuérdese que al simplificar la función que daba el potencial del sistema sólo se tomaron los términos de hasta potencias cuadradas y derivadas segundas de la serie de Taylor, obteniéndose una forma cuadrática para el lagrangiano: el resultado de esta simplificación fue que la ecuación dinámica referida a las masas puntuales era lineal: sólo aparecían las funciones y_i y sus derivadas segundas, multiplicadas por factores constantes; no resultaban ni potencias de dichas funciones ni productos de las mismas:

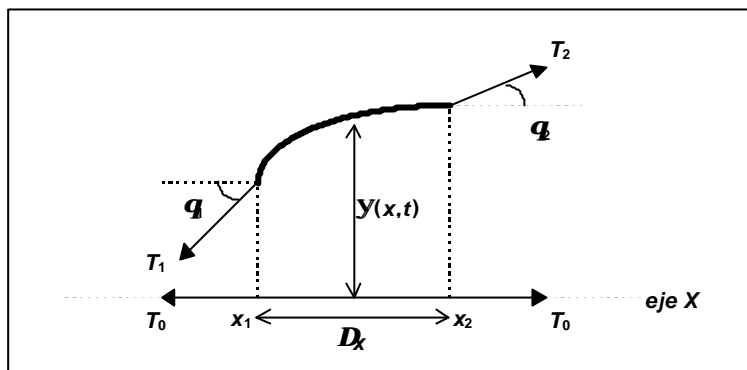
$$\left. \begin{aligned} \ddot{y}_i + 2w_0^2 y_i - w_0^2 (y_{i+1} + y_{i-1}) = 0 \\ w_0 \equiv T_0 / (ml) = \text{cte.} \end{aligned} \right\} \rightarrow \ddot{y}_i + C_1 y_i + C_2 y_{i+1} + C_3 y_{i-1} = 0$$

Y esta es, precisamente, una expresión *lineal*.

en orientación. La fuerza neta sobre la cuerda será la componente vertical de la resultante de ambas tensiones, y de magnitud

$$F_y = T_2 \operatorname{sen} \mathbf{q}_2 - T_1 \operatorname{sen} \mathbf{q}_1 \approx T_0 (\operatorname{sen} \mathbf{q}_2 - \operatorname{sen} \mathbf{q}_1) \approx \text{(nota 9)}$$

$$\approx T_0 (\tan \mathbf{q}_2 - \tan \mathbf{q}_1)$$



Y como las tangentes de los ángulos son las derivadas de la función ψ en los extremos del segmento de cuerda considerado (recuérdese la interpretación geométrica de la derivada de una función en un punto), de lo anterior se obtiene:

$$\tan \mathbf{q}_i = \left. \frac{\partial \mathbf{y}}{\partial x} \right|_{x=x_i} \quad i=1,2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_y = T_0 \left(\left. \frac{\partial \mathbf{y}}{\partial x} \right|_{x=x_2} - \left. \frac{\partial \mathbf{y}}{\partial x} \right|_{x=x_1} \right)$$

Si suponemos que el segmento de longitud Δx tiene una masa m , ésta, expresada en función de la densidad lineal de masa μ definida anteriormente, será $m = \Delta x \mu$ (o sea: masa de un cierto segmento de cuerda = longitud del segmento \times masa por unidad de longitud ó densidad lineal), y aplicando la definición de la aceleración como derivada segunda de la función de posición respecto al tiempo, tendremos, por la segunda ley de Newton, que la fuerza neta habrá de ser:

$$F_y \equiv T_0 \left(\left. \frac{\partial \mathbf{y}}{\partial x} \right|_{x=x_2} - \left. \frac{\partial \mathbf{y}}{\partial x} \right|_{x=x_1} \right) = (\Delta x) \mu \frac{\partial^2 \mathbf{y}}{\partial t^2} \Rightarrow$$

⁹ Para ángulos pequeños, hay tres aproximaciones trigonométricas que se utilizan con bastante frecuencia (y cuyo fundamento también está en los desarrollos de Taylor de las funciones seno, coseno y tangente):

$$\text{si } \alpha \text{ es pequeño } (\alpha \approx 0^\circ): \begin{cases} \operatorname{sen} \mathbf{a} \approx \mathbf{a} \\ \operatorname{cos} \mathbf{a} \approx 1 \\ \tan \mathbf{a} = \operatorname{sen} \mathbf{a} / \operatorname{cos} \mathbf{a} \approx \operatorname{sen} \mathbf{a} / 1 = \operatorname{sen} \mathbf{a} \approx \mathbf{a} \end{cases}$$

De ellas, en la expresión de F_y se ha aplicado que $\operatorname{sen} \alpha \approx \tan \alpha$.

$$\Rightarrow T_0 \frac{\left. \frac{f}{f_x} \mathbf{y} \right|_{x=x_2} - \left. \frac{f}{f_x} \mathbf{y} \right|_{x=x_1}}{\Delta x} = m \frac{f^2}{f_x^2} \mathbf{y}$$

Ahora, considerando el límite cuando $\Delta x \rightarrow 0$, el factor que multiplica a T_0 es, por definición, la derivada de la función $\partial \psi / \partial x$, esto es:

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left(\frac{\left. \frac{f}{f_x} \mathbf{y} \right|_{x=x_2} - \left. \frac{f}{f_x} \mathbf{y} \right|_{x=x_1}}{\Delta x} \right) \equiv \frac{f}{f_x} \left(\frac{f}{f_x} \mathbf{y} \right) \equiv \frac{f^2}{f_x^2} \mathbf{y}$$

Con lo que se llega a la ecuación de ondas buscada, ecuación que expresa la evolución del movimiento de la cuerda en el tiempo, el modelo dinámico de su vibración:

$$\frac{1}{v^2} \frac{f^2}{f_x^2} \mathbf{y} = \frac{f^2}{f_x^2} \mathbf{y}, \quad \text{con : } v \equiv \sqrt{\frac{T_0}{m}}$$

***Ecuación dinámica de vibración de la cuerda
(Ecuación de ondas)***

La ecuación de ondas obtenida es una de las muchas que existen, y una de las más sencillas. Si se consideran condiciones de contorno tales como las que se suponían en el caso de la cuerda fija por sus extremos, las funciones ψ que son soluciones de la ecuación serán de la forma que tenía $y_n(x, t)$, pero si se aplican otras condiciones distintas, también las soluciones de la ecuación serán funciones distintas. En general, si no se especifican de antemano condiciones de contorno, las soluciones de la ecuación de ondas anterior, serán funciones que dependerán de $x+vt$ o de $x-vt$, en las cuales la parte espacial y temporal de la onda no van a estar factorizadas (las funciones ψ ya no corresponderán a ondas estacionarias):

$$\mathbf{y}(x, t) = f(x \pm vt)$$

es la ***solución general*** de la ecuación

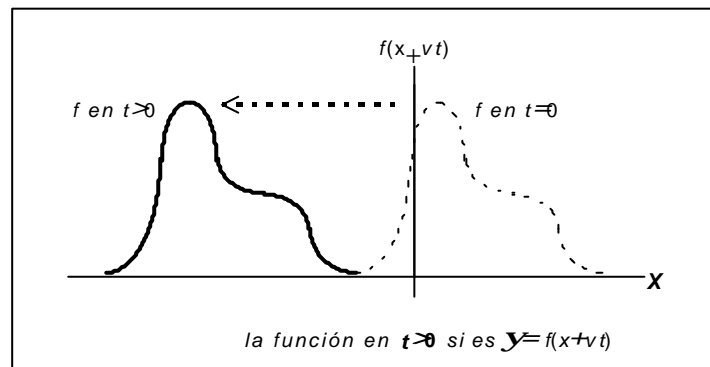
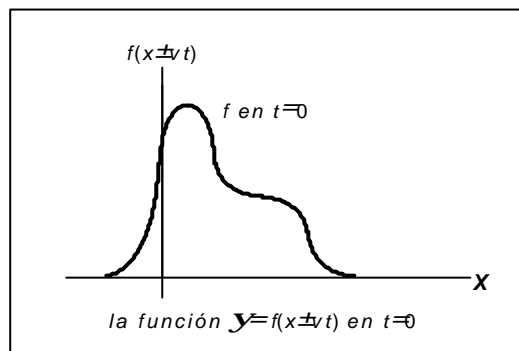
$$\frac{1}{v^2} \frac{f^2}{f_x^2} \mathbf{y} = \frac{f^2}{f_x^2} \mathbf{y}$$

La función f será una función arbitraria cualquiera, que cumpla los requisitos matemáticos adecuados (continua, derivable dos veces tanto respecto al tiempo como respecto a la posición, etc.), y que depende sólo de un argumento, esto es de $x \pm vt$, aunque en él se incluyen las dos variables. El signo “ \pm ” tiene un significado físico concreto. Supongamos una cuerda vibrando cuya función de onda sea solución de la ecuación, que en el instante $t=0$

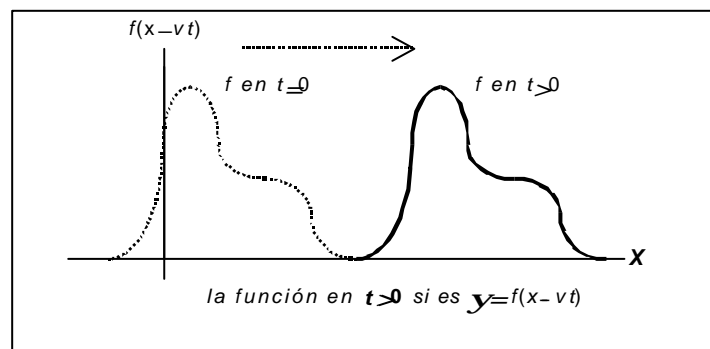
tenga la forma que se presenta en la figura siguiente. Transcurrido cierto tiempo, la onda (¡ojo! no la cuerda) se habrá desplazado horizontalmente, y precisamente la dirección de dicho desplazamiento horizontal dependerá del signo del argumento del cual depende la función (véase la figura)..

Por otro lado, se ha mencionado ya en el texto el *Principio de Superposición*. Ahora podemos ver más inmediatamente cuál es el significado de dicho principio. Cuando se trata de ondas de este tipo, es decir, que son soluciones de una ecuación diferencial lineal, representadas por funciones del tipo $f(x \pm vt)$, si se tiene dos ondas distintas, y por tanto dos funciones f_1 y f_2 distintas, pero con el mismo parámetro v , en realidad, matemáticamente se tiene una única onda ψ ,

$$\mathbf{y}(x,t) = f_1(x \pm vt) + f_2(x \pm vt)$$



EL DESPLAZAMIENTO HORIZONTAL, PARA TIEMPOS POSTERIORES A $t=0$, ES HACIA LA IZQUIERDA EN EL CASO DEL ARGUMENTO CON SIGNO POSIIVO.



EL DESPLAZAMIENTO HORIZONTAL, PARA TIEMPOS POSTERIORES A $t=0$, ES HACIA LA DERECHA EN EL CASO DEL ARGUMENTO CON SIGNO NEGATIVO.

Se trata de una onda *superpuesta* que es la *suma* de las dos. Y es la suma y no cualquier otra relación matemática la que nos da la onda superpuesta de ambas porque éstas son soluciones (lineales) de una ecuación de ondas lineal. Y entonces lo que el principio de superposición significa es que:

- **Principio de superposición:** *dadas dos (o más) ondas lineales, la onda conjunta formada por ellas es la onda resultante de sumar punto a punto las ondas dadas (o bien: las ondas lineales se suman punto a punto).*

La manifestación física de esta propiedad —una propiedad que es resultado del tipo de funciones matemáticas que representan dichas ondas— es el fenómeno de la Interferencia de ondas.

¿Entonces... las ondas son así?

Se ha visto un modelo matemático de representación de ondas muy elemental: las ondas estacionarias son ondas ideales que no se dan en la realidad: si perturbamos el estado de reposo de una cuerda sujeta por los extremos, pasado cierto tiempo, la onda que producimos, la vibración de la cuerda, desaparecerá: la onda se va amortiguando progresivamente hasta desaparecer. Esto significa que, como fenómeno físico, las ondas no se propagan infinitamente en el tiempo, ni tampoco conservan su forma inicial: su amplitud se va amortiguando, al tiempo que la ondulación se deforma. Las ondas «reales» son finitas tanto en el espacio como en el tiempo. Y el modelo matemático del que hemos estado hablando no es más que eso, un modelo, una herramienta. Obviamente, existen muchos más tipos de ecuaciones de onda, correspondientes a fenómenos más complejos, y también funciones de onda que las satisfacen:

«Las ondas, en su globalidad, constituyen un fenómeno físico de enorme complejidad: las funciones de onda son muy complicadas. Sin embargo, hay un caso sencillo, un tipo particular de ondas, que es el pilar de todo lo que a ondas se refiere, y que sirve de punto de partida a todo el tratamiento posterior. Nos referimos a las *Ondas Monocromáticas*, también conocidas como *Ondas Planas*.»¹⁰

Las ondas planas son un caso particular de soluciones de la ecuación de ondas que hemos visto, y, por lo tanto, tienen la forma general de las funciones de onda solución de la misma:

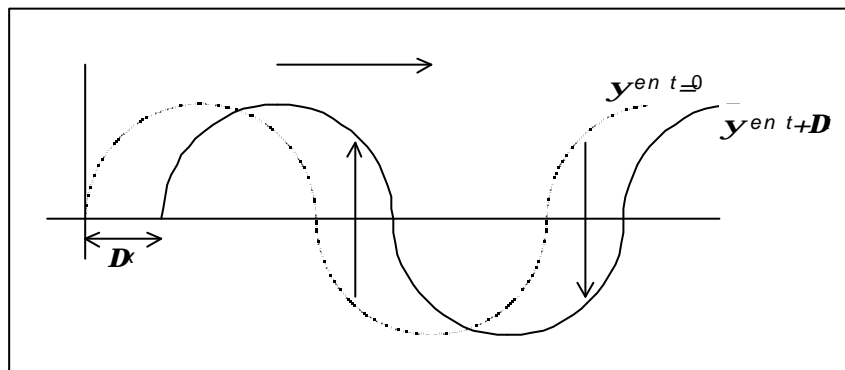
$$\text{Onda Monocromática o Plana: } \mathbf{y}(x,t) = A \sin\left[2\mathbf{p}\left(\frac{1}{\lambda}x \pm \frac{1}{T}t\right)\right]$$

¹⁰ Notas de la asignatura *Mecánica y Ondas*, 2º curso de licenciatura, año académico 1994 / 95.

Para comprobar que es una función de la forma requerida, $\psi(x, t) = f(x \pm vt)$, basta tener en cuenta las relaciones que se veían al principio, entre frecuencia, período, longitud de onda y número de onda:

$$\left. \begin{array}{l} \mathbf{w} = \mathbf{k}v \\ \mathbf{k} = 2\mathbf{p}/\mathbf{l} \\ \mathbf{w} = 2\mathbf{p}/T \end{array} \right\} \rightarrow \begin{array}{l} \mathbf{y}(x, t) = A \operatorname{sen}\left[2\mathbf{p}\left(\frac{\mathbf{l}}{T}x \pm \frac{\mathbf{l}}{T}t\right)\right] = \\ = A \operatorname{sen}[\mathbf{k}x \pm \mathbf{w}t] = \\ = A \operatorname{sen}[\mathbf{k}(x \pm vt)] \Rightarrow \\ \Rightarrow \mathbf{y}(x, t) = f(x \pm vt), \quad f = A \operatorname{sen}(\mathbf{k} \cdot) \end{array}$$

Se llaman monocromáticas porque sólo tienen una única longitud de onda λ definida, dada por $\kappa = 2\pi/\lambda$ (cuando lo habitual, como veíamos en el caso de la cuerda, es que una f.o. esté compuesta por distintas frecuencias de vibración, y por lo tanto, también distintas longitudes de onda). Seguimos estando en un caso ideal, pues dicha función de onda está definida para cualquier intervalo de tiempo ($-\infty < t < +\infty$) y conserva la forma en todo momento, no se deforma. Además, se puede comprobar que los puntos de, por ejemplo, una cuerda que esté vibrando con este tipo de movimiento ondulatorio se desplazan verticalmente describiendo el movimiento de un OA. Gráficamente,



LA ONDA SE PROPAGA HORIZONTALMENTE, PERO LOS PUNTOS DE LA CUERDA SÓLO SE DESPLAZAN VERTICALMENTE, ES LA «FORMA» ONDULATORIA LA QUE SE MUEVE EN SENTIDO HORIZONTAL, EL MEDIO MATERIAL, LA CUERDA, NO: SU PERTURBACIÓN ES UN MOVIMIENTO VIBRATORIO VERTICAL.

Es decir, transcurrido un cierto intervalo de tiempo Δt , infinitesimal, al que corresponderá un desplazamiento horizontal Δx también infinitesimal de la f.o., como su forma se conserva, la función que la describe tiene que ser igual:

$$\begin{aligned} f[x \pm vt] &= f[(x + \Delta x) \pm v(t + \Delta t)] \Rightarrow \\ &\Rightarrow A \operatorname{sen}[\mathbf{k}x \pm \mathbf{w}t] = A \operatorname{sen}[\mathbf{k}(x + \Delta x) \pm \mathbf{w}(t + \Delta t)] \end{aligned}$$

Y para que la relación anterior se cumpla, se tiene que dar que:

$$\mathbf{k}\Delta x - \mathbf{w}\Delta t = 0 \Rightarrow \mathbf{k}\Delta x = \mathbf{w}\Delta t$$

Lo que significa que las variaciones espaciales (Δx) y las temporales (Δt) no son independientes entre sí, como sí sucedía con las ondas estacionarias. Y, además, recordando la definición que se daba de la relación de dispersión,

$$\left. \begin{array}{l} \mathbf{k}\Delta x = \mathbf{w}\Delta t \\ \mathbf{w} \equiv \mathbf{k}v \end{array} \right\} \rightarrow \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\mathbf{w}}{\mathbf{k}} = v$$

Lo que nos dice que el parámetro v , del cual sólo sabíamos inicialmente que era un factor constante (en el caso particular de la cuerda que se utilizó para deducir la f.o. de tipo estacionario, simplemente era el «nombre» que se le daba a un factor constante que relacionaba la tensión en el equilibrio con la densidad lineal de masa de la cuerda; vd. supra) representa las variaciones espaciales respecto al tiempo ($\Delta x/\Delta t$), y consiguientemente tiene el significado físico de una velocidad. En consecuencia:

- **Interpretación del parámetro v de la ecuación de ondas:** representa la velocidad a la que se propaga la deformación del medio, es decir: v es la **velocidad de propagación de la onda** representada por la función y .

Y aún se puede dar una interpretación más precisa de dicho parámetro, para lo cual hay que definir previamente otra magnitud de tipo ondulatorio:

- **Definición: Fase.** Dada una onda monocromática y , su fase se define como la magnitud f siguiente:

$$f(x, t) \equiv \mathbf{k}x \pm \mathbf{w}t$$

Puesto que la velocidad a la que debería moverse un observador que quisiese ver la misma fase en todo instante, esto es, la velocidad a la que debería moverse un observador para que f fuese constante es precisamente v , a este parámetro también se lo denomina velocidad de fase:

- **Definición adicional: v , velocidad de fase.** Es la velocidad de todo observador que mide valores constantes de la fase f definida previamente.

Mediante estas ondas monocromáticas o planas se puede resolver la aparente contradicción de las ondas estacionarias relativa a la presencia de nodos en los cuales no existe propagación. Para ello, se supone el mismo problema de una cuerda vibrante fija por sus extremos, pero en lugar de una solución como la que conducía a la f.o. estacionaria, se propondrá como dicha solución una combinación lineal de ondas monocromáticas; en concreto, la más sencilla, compuesta por únicamente dos ondas planas; y, naturalmente, las mismas condiciones de contorno.

O sea:

- **Se postula como solución del problema de la cuerda vibrante la solución:**

$$y(x,t) = A \sin[\mathbf{k}x - \mathbf{w}t] + B \sin[\mathbf{k}x + \mathbf{w}t]$$

$$[y(0,t) = y(L,t) = 0 \text{ condiciones de contorno}]$$

— Se toma el **mismo número de onda \mathbf{k}** y por tanto las mismas longitud de onda **\mathbf{l}** y frecuencia **\mathbf{w}** para ambas porque, por hipótesis, la solución total, la combinación, es una onda monocromática.

Entonces, aplicando las condiciones de contorno a la expresión general de la función, se tiene que:

$$\left. \begin{aligned} y(0,t) = 0 &\Rightarrow (B - A) \sin(\mathbf{w}t) = 0, \\ \forall t &\Rightarrow A = B \\ y(L,t) = 0 &\Rightarrow \sin(\mathbf{k}L) = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \mathbf{k} = n\mathbf{p}/L, \mathbf{l} = 2L/n, \mathbf{w} = (n\mathbf{p}/L)v \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y(x,t) = \frac{A}{2} \sin\left[\frac{n\mathbf{p}}{L}x\right] \cos\left[\frac{n\mathbf{p}}{L}vt\right] \quad (n = 1, 2, \dots)$$

— **Significado:** la **interferencia** (superposición) de dos ondas monocromáticas, con direcciones de propagación opuestas y la misma amplitud es una onda estacionaria. Es decir: según el principio de superposición, toda onda estacionaria puede considerarse como la combinación de dos ondas monocromáticas (con lo cual la existencia de nodos ya no es una característica, contradictoria, de un cierto tipo de ondas, sino el resultado de la conjugación de ondas que, realmente, no implican la existencia de puntos estacionarios).

Además, se puede comprobar, dadas las propiedades dinámicas de las ondas estacionarias, que éstas **no transportan energía** (otro resultado contradictorio con su carácter ondulatorio); esto significa en realidad que sí hay un transporte de energía, de igual magnitud pero sentido opuesto, de manera que el balance neto es nulo.

— **Nota:** cuando se da la interferencia entre dos ondas planas de distinta longitud de onda, el resultado ya no será una onda estacionaria; en general, el fenómeno de interferencia puede ser de tipo **constructivo o destructivo**; en el primer caso las ondas (dados los signos de sus velocidades de propagación) se suman incrementando su amplitud; en el segundo, se restan, pudiendo llegar a anularse mutuamente.

El resultado importante de esto es que cualquier tipo de onda, de la complejidad que sea, puede ser tratada como una combinación lineal o superposición de ondas monocromáticas, ondas elementales de una única frecuencia de vibración, pero que tendrán, todas, amplitudes y longitudes de onda distintas. Las que se conocen como series y transformadas de Fourier, combinaciones de ciertas funciones sinusoidales mediante las cuales se puede representar las f.o. propias de la MC, en cuanto tales representaciones, tienen aquí su fundamento físico (su fundamento matemático corres-

ponde a las propiedades algebraicas de los espacios de Hilbert y de las distribuciones y sus correspondientes operadores, como se verá).

Por otra parte, como se ha visto, el tipo de f.o. válidas para la representación de las ondas de probabilidad asociadas a la materia, las f.o. de la MC, son un tipo de ondas muy localizadas en el espacio y en el tiempo: corresponden a lo que en mecánica se denominan *Pulsos*, y se trata ondas periódicas pero no monocromáticas. Debido a su periodicidad, pueden ser representadas mediante la composición de movimientos armónicos (del tipo OA) elementales, y de esta forma, a su vez, ser consideradas como superposición de ondas monocromáticas. O sea:

— ***Proposición Fundamental:*** «*Cualquier onda periódica puede ser considerada como una superposición de ondas monocromáticas*».

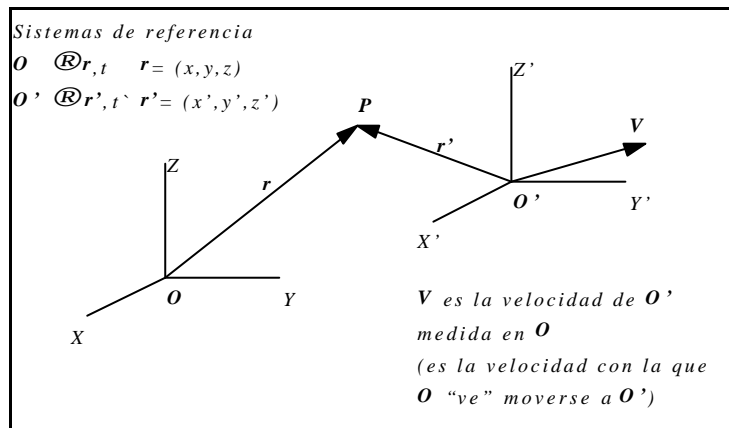
APÉNDICE A3

La ESH: entre la Electrodinámica y la Relatividad (y 3)

Algunos conceptos del Espacio-Tiempo.

La mecánica newtoniana presupone la existencia de un tiempo y un espacio absolutos, y su pilar fundamental son las ecuaciones de transformación de Galileo, que permiten transformar las expresiones de posición (espacio) y tiempo referidas a medidas efectuadas en un sistema de referencia dado en las que se tendrían respecto a cualquier otro sistema de referencia distinto. Las transformaciones de Galileo permiten *comparar las mediciones que efectúan observadores distintos*.

Las comparaciones sólo se pueden efectuar entre sistemas de referencia inerciales, esto es, sistemas no sometidos a la acción de fuerzas externas y por tanto sin aceleración: un sistema de referencia inercial siempre estará en reposo respecto a cualquier otro sistema de referencia inercial distinto o bien moviéndose con velocidad constante. ¿Cómo se relacionan las medidas entre observadores situados en sistemas de referencia distintos?. Supongamos dos observadores O y O' viendo el mismo objeto, y moviéndose, O' respecto a O , con una cierta velocidad V constante.



En estas condiciones, las ecuaciones de transformación de Galileo son:

$$\text{Transformaciones de Galileo: } \begin{cases} r' = \bar{r} - \bar{V}t \\ t' = t \end{cases}$$

Las posiciones son funciones del tiempo, así que, para saber cuál es la relación entre velocidades y aceleraciones de los objetos medidos, basta con derivar la primera de las ecuaciones de transformación:

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{r}} = \bar{\mathbf{r}}(t) &\rightarrow \begin{cases} \bar{\mathbf{v}} \equiv \frac{d}{dt} \bar{\mathbf{r}} \\ \bar{\mathbf{a}} \equiv \frac{d}{dt} \bar{\mathbf{v}} \end{cases} \rightarrow \\ \rightarrow \begin{cases} \bar{\mathbf{v}} = \frac{d}{dt}(\bar{\mathbf{r}}' - \bar{\mathbf{V}}t) = \frac{d}{dt} \bar{\mathbf{r}}' - \bar{\mathbf{V}} \frac{d}{dt} t - \left(\frac{d}{dt} \bar{\mathbf{V}}\right)t = \bar{\mathbf{v}}' - \bar{\mathbf{V}} \cdot 1 - 0 \cdot t \\ \bar{\mathbf{a}} = \frac{d}{dt}(\bar{\mathbf{v}}' - \bar{\mathbf{V}}) = \frac{d}{dt} \bar{\mathbf{v}}' - \frac{d}{dt} \bar{\mathbf{V}} = \bar{\mathbf{a}}' - 0 \end{cases} \Rightarrow \\ \Rightarrow \begin{cases} \bar{\mathbf{v}} = \bar{\mathbf{v}}' - \bar{\mathbf{V}} \\ \bar{\mathbf{a}} = \bar{\mathbf{a}}' \end{cases} \end{aligned}$$

Tales transformaciones van asociadas al conocido como principio de relatividad clásico:

— **Principio:** «Las leyes de la Mecánica son las mismas para cualquier observador inercial»

Según este principio, las leyes de la Mecánica no sufren transformación al aplicar las ecuaciones de Galileo; es decir, son independientes del observador. Sin embargo, sólo se refiere a la Mecánica, no a la Física en general. Y esto es así porque, precisamente, las ecuaciones de la electrodinámica clásica, las leyes o ecuaciones del campo electromagnético de Maxwell, sí que sufren alteración al serles aplicadas las ecuaciones de transformación de Galileo. Para comprobar que efectivamente se transforman al aplicárseles dichas transformaciones, consideremos una de estas ecuaciones:

$$\frac{1}{c^2} \frac{\mathbf{f}^2}{\mathbf{t}^2} \mathbf{f} - \nabla^2 \mathbf{f} = \frac{\mathbf{r}}{e}$$

Para mayor simplicidad, pensemos que \mathbf{f} es función sólo de una coordenada espacial, en lugar de las tres del vector de posición, y del tiempo

$$\begin{aligned} \mathbf{f}(\bar{\mathbf{r}}, t) &\rightarrow \mathbf{f}(x, t) \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{1}{c^2} \frac{\mathbf{f}^2}{\mathbf{t}^2} \mathbf{f} - \nabla^2 \mathbf{f} = \frac{\mathbf{r}}{e} \rightarrow \frac{1}{c^2} \frac{\mathbf{f}^2}{\mathbf{t}^2} \mathbf{f} - \frac{\mathbf{f}^2}{\mathbf{x}^2} \mathbf{f} = \frac{\mathbf{r}}{e} \end{aligned}$$

Si medimos ϕ desde un sistema de referencia distinto moviéndose a una velocidad constante V respecto al original, tendremos una nueva coordenada $x' = x - Vt$, y la velocidad de la luz, c , pasará a ser, ahora, desde el nuevo sistema de referencia $c - V$. Así que la ecuación será ahora (las derivadas parciales de x y x' coinciden):

$$\begin{aligned} \frac{1}{c^2} \frac{\mathbf{f}^2}{\mathbf{t}^2} \mathbf{f} - \frac{\mathbf{f}^2}{\mathbf{x}^2} \mathbf{f} = \frac{\mathbf{r}}{e} &\rightarrow \frac{1}{(c-V)^2} \frac{\mathbf{f}^2}{\mathbf{t}^2} \mathbf{f} - \frac{\mathbf{f}^2}{\mathbf{x}^2} \mathbf{f} = \frac{\mathbf{r}}{e} \Rightarrow \\ \Rightarrow \underbrace{\frac{1}{c^2} \frac{\mathbf{f}^2}{\mathbf{t}^2} \mathbf{f} - \frac{\mathbf{f}^2}{\mathbf{x}^2} \mathbf{f}}_{\text{Maxwell}} = \frac{\mathbf{r}}{e} - \underbrace{\frac{1}{(V/c)^2 - 2V/c + 1} \frac{\mathbf{f}^2}{\mathbf{t}^2} \mathbf{f}}_{\text{términos adicionales}} \end{aligned}$$

Que se puede comprobar que ya no es la relación entre variables que se tenía antes: resulta la «ley» de Maxwell y además, unos términos extra que no se corresponden con ella. Está claro que lo que hace «fallar» las transformaciones de Galileo en las ecuaciones electrodinámicas es la presencia de la velocidad de la luz.

«Se planteaba entonces un dilema: mientras la mecánica verificaba el principio de invariancia derivado de las transformaciones de Galileo, la electrodinámica lo transgredía. En 1870 sólo había tres alternativas: 1) Mantener la mecánica y aceptar que el electromagnetismo era una teoría errónea. Suponía echar por tierra una teoría que era elegante y autoconsistente: funcionaba. Predicciones deducidas de la teoría habían sido verificadas de forma empírica posteriormente. 2) Introducir un sistema de referencia privilegiado (absoluto) y afirmar que las leyes «físicas» [en general] serían válidas tan sólo si sus magnitudes estaban referidas a dicho sistema. Esto condujo a la hipótesis del Éter, pero el experimento Mitchelson-Morley descartó dicha hipótesis. 3) Considerar que lo erróneo eran las transformaciones de Galileo. Ésta última fue la opción que salió adelante. Y lo hizo a partir del replanteamiento de toda la física efectuado por Einstein. Tal replanteamiento se asentaba en las dos hipótesis básicas de la Relatividad Especial o Restringida:

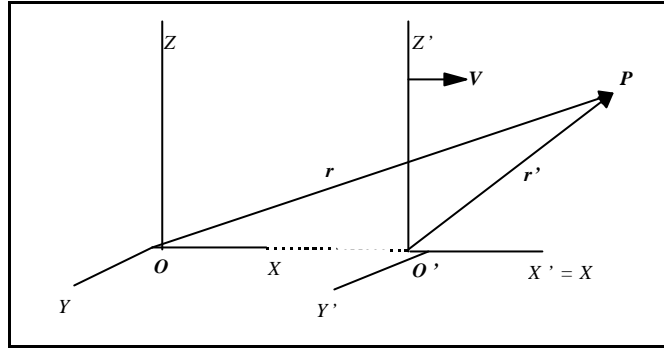
— 1ª hipótesis: «Todas las leyes de la Física deben ser las mismas para cualquier observador inercial»

— 2ª hipótesis: «La velocidad de la luz en el vacío es la misma para cualquier observador inercial»

La segunda de ambas era (y es) particularmente contra-intuitiva por el hecho de presuponer la existencia de «algo» que se mueve siempre con la misma velocidad independientemente de la velocidad del observador. Estas hipótesis implican que las leyes de transformación entre sistemas de referencia inerciales deben ser distintas a las de Galileo,... ¿cuáles?»¹

Estas nuevas ecuaciones de transformación son las *Ecuaciones de Lorentz*. Veamos ahora cómo se pueden deducir. Para hacer más sencillos e inteligibles los cálculos, en lugar de considerar dos observadores cuya velocidad relativa sea arbitraria, se supondrá que la dirección del desplazamiento es la del eje de coordenadas horizontal, de forma que las componentes y , z de los vectores de posición serán las mismas en ambos sistemas.

¹ Notas tomadas en clase de la asignatura «Mecánica y Ondas», 2º curso de Licenciatura, año académico 1994/95



Se parte de la relación más general posible: cada una de las coordenadas del sistema O' podría ser función de todas las del sistema O , esto es:

$$\left. \begin{array}{l} \bar{r} = (x, y, z) \\ \bar{r}' = (x', y', z') \end{array} \right\} \rightarrow \begin{cases} x' = x'(x, y, z, t) \\ y' = y'(x, y, z, t) \\ z' = z'(x, y, z, t) \\ t' = t'(x, y, z, t) \end{cases}$$

En especial, es significativa la última de las relaciones, que implica no aceptar la igualdad de tiempos entre sistemas distintos (supone un «salto en el vacío»²). Ahora bien, aceptando el supuesto de la homogeneidad del espacio,

— **Hipótesis: El espacio es homogéneo.** Para un único observador, mediciones de la misma longitud efectuadas en distintas posiciones del espacio arrojan el mismo resultado.

Aplicando esta hipótesis, se puede reducir la generalidad de las relaciones anteriores entre coordenadas; van a estar sometidas a una restricción: deben ser *lineales*, es decir: las combinaciones en que estarán x, y, z, t serán únicamente aditivas, y los coeficientes que las multipliquen deben ser constantes. De esta forma:

$$\begin{cases} x' = a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z + a_{14}t \\ y' = a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z + a_{24}t \\ z' = a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z + a_{34}t \\ t' = a_{41}x + a_{42}y + a_{43}z + a_{44}t \end{cases} \quad (a_{ij} = \text{constantes})$$

No obstante, siguen siendo relaciones excesivamente generales. Para reducirlas algo más, se introduce una segunda hipótesis:

² Ibíd.

— **Hipótesis: El espacio es isótropo.** Las rotaciones de los sistemas de referencia no afectan a las mediciones que se realizan. En el caso que se está considerando, si rotásemos los ejes Y, Z de ambos sistemas de referencia manteniendo fijo el eje XX' , las mediciones deberían permanecer invariantes (debería seguirse «observando lo mismo»)

Con ello, se reduce el número de constantes a_{ij} desconocidas, pues,

$$\left. \begin{array}{l} z = z' \\ y = y' \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} a_{21} = a_{23} = a_{24} = a_{31} = a_{32} = a_{34} = 0 \\ a_{22} = a_{33} = 1 \end{array} \right.$$

Y nos queda:

$$\left\{ \begin{array}{l} x' = a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z + a_{14}t \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = a_{41}x + a_{42}y + a_{43}z + a_{44}t \end{array} \right.$$

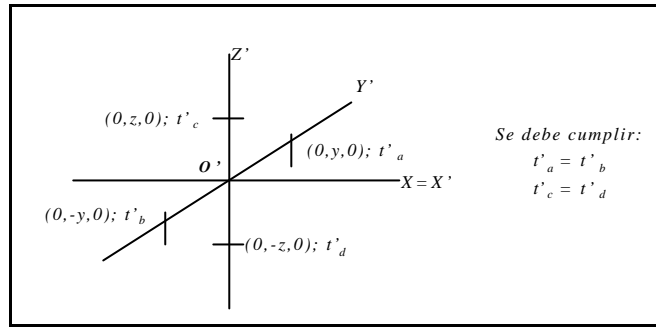
Una nueva hipótesis continuará el proceso de limitación o restricción de la forma que las relaciones entre coordenadas pueden adoptar:

— **Hipótesis: El tiempo es isótropo.** Las rotaciones de los sistemas de referencia no afectan a las medidas temporales que se efectúen. En el caso que se considera, rotaciones de los ejes Y, Z , manteniendo fijo el eje XX' , conservan invariantes las medidas temporales.

Esto significa que en los puntos simétricos $(0, y, 0)$, $(0, -y, 0)$ el tiempo t' medido ha de ser el mismo, y también para $(0, z, 0)$, $(0, -z, 0)$ (véase la figura siguiente). Lo que nos lleva a:

$$\left. \begin{array}{l} (0, y, 0) \Rightarrow t' = a_{42}y + a_{44}t \\ (0, -y, 0) \Rightarrow t' = -a_{42}y + a_{44}t \end{array} \right\} \Rightarrow a_{42} = -a_{42} = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} (0, z, 0) \Rightarrow t' = a_{43}z + a_{44}t \\ (0, -z, 0) \Rightarrow t' = -a_{43}z + a_{44}t \end{array} \right\} \Rightarrow a_{43} = -a_{43} = 0$$



Por otra parte, sabemos que la velocidad relativa de los dos sistemas es V , en la dirección del eje X , de forma que en esa dirección se tiene que cumplir:

$$\vec{V} \Rightarrow x' = a_{11}(x - Vt) \Rightarrow \begin{cases} a_{14} = a_{11}V \\ a_{12} = a_{13} = 0 \end{cases}$$

Utilizando lo cual ahora las relaciones quedan como:

$$\begin{cases} x' = a_{11}(x - Vt) \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = a_{41}x + a_{44}t \end{cases}$$

A este último resultado se ha llegado sin introducir en los razonamientos las dos hipótesis centrales de la teoría relativista, la constancia de la velocidad de la luz y la invariancia de las leyes físicas respecto a observadores inerciales. Dichas hipótesis se aplican en el siguiente paso.

Supongamos que en el instante inicial, con los dos relojes de ambos sistemas a cero ($t=t'=0$), se emite una onda electromagnética esférica, cuya velocidad de expansión habrá de ser, por tanto, la velocidad de la luz. Ambos observadores, para que se cumpla la hipótesis de invariancia, habrán de ver efectivamente una forma esférica para la onda, y para que se cumpla la hipótesis de la universalidad de la velocidad de la luz, habrán de medir una expansión a velocidad constante c . Transcurrido un cierto tiempo, la distancia recorrida por el frente de ondas (una superficie esférica) será ct , para \mathbf{O} , y ct' , para \mathbf{O}' , que son los radios de la esfera en uno u otro sistema de referencia (véase la figura siguiente).

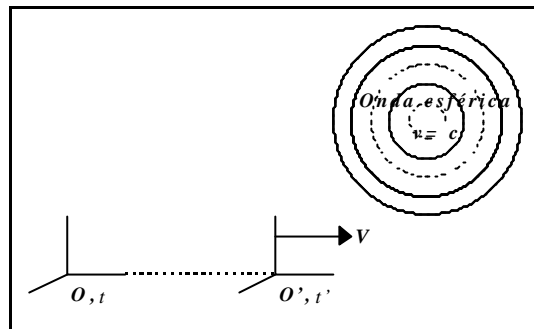
La ecuación geométrica en tres dimensiones de una superficie esférica es

$$\text{Superficie esférica: } x^2 + y^2 + z^2 = R^2 \quad (R = \text{radio de la esfera})$$

Lo que significa que se tendrán que cumplir las relaciones:

$$x^2 + y^2 + z^2 = c^2 t^2 \quad (\text{en } O)$$

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 = c^2 t'^2 \quad (\text{en } O')$$



Sustituyendo en estas dos últimas expresiones los valores de x' , t' en función de las relaciones de transformación a las que se había llegado, se obtiene que:

$$a_{11} = a_{44} = \frac{1}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}$$

$$a_{41} = \frac{V}{c^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}$$

Y con ello obtenemos ya las ecuaciones de transformación de Lorentz en su forma definitiva:

$$\begin{array}{l} \text{Ecuaciones de} \\ \text{transformación de} \\ \text{Lorentz} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} x' = \frac{x - Vt}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \frac{t - \frac{V}{c^2}x}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} \end{array} \right.$$

Como se puede comprobar, t' depende de la coordenada espacial x , lo cual significa que según la teoría de la Relatividad *el tiempo depende del estado dinámico del observador*, resultado que «hecha por tierra la noción de

tiempo absoluto».³ Ya no se miden «tiempos iguales» en ambos sistemas, sino que las medidas temporales, al pasar de un sistema al otro, dependen de la velocidad relativa de los sistemas y, además, de la coordenada x , de la coordenada espacial variable (si se hubiese supuesto una velocidad relativa en una dirección arbitraria, la dependencia sería respecto a las tres coordenadas cartesianas de la posición).

No es de extrañar, entonces, que sea la última de las ecuaciones de Lorentz, la que establece la transformación de tiempos, la que dé lugar a la mayoría de las paradojas que se derivan de la teoría: es la relación más relevante. Entre otros resultados, afecta al concepto de *simultaneidad*.

— *Nota: La ecuación de Schroedinger no satisface las transformaciones de Lorentz. En relatividad, tiempo y espacio poseen el mismo carácter, es decir, x y ct tienen las mismas dimensiones y aparecen en las ecuaciones elevadas a la misma potencia, lo cual no sucede en la ESH, donde la derivada de la f.o. respecto al tiempo es una derivada primera, mientras que respecto a la posición aparecen derivadas segundas:*

$$-i\hbar \underbrace{\frac{\partial}{\partial t}}_{1^{\text{a}} \text{ derivada}} \psi = \frac{\hbar^2}{2m} \underbrace{\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right)}_{2^{\text{as}} \text{ derivadas}} \psi + V\psi$$

Luego la ESH nunca podrá permanecer invariante bajo las transformaciones de Lorentz. Pese a esto, durante décadas la mecánica cuántica no relativista convivió con la relatividad; he aquí una de las manifestaciones de esa incompatibilidad, entre ambas teorías que ya hemos señalado

De cómo lo simultáneo deja de ser lo que parecía así como lo largo y lo duradero ya no lo son tanto.

Según las relaciones de Galileo, dos sucesos simultáneos son aquéllos que se producen en puntos distintos en el mismo instante; según la relatividad, esto sólo será cierto cuando esté referido a un único observador. Si se consideran dos *eventos* medidos por un observador O , para fijarlos con precisión habrá que establecer dónde y cuándo se producen

³ Ibíd.

$$\text{Observador } O: \left. \begin{array}{l} \text{evento 1} \rightarrow x_1, t_1 \\ \text{evento 2} \rightarrow x_2, t_2 \end{array} \right\} \rightarrow$$

$$\text{serán simultáneos} \quad \Leftrightarrow \quad t_1 = t_2$$

Para un observador O' moviéndose respecto a O habrá que aplicar, a cada evento por separado, las transformaciones de Lorentz. Para simplificar la notación se suele definir el factor γ como:

$$\mathbf{g} \equiv \frac{1}{\sqrt{1-V^2/c^2}} \quad (\text{Factor de Lorentz})$$

De forma que tendremos:

$$\text{Observador } O': \left\{ \begin{array}{l} t'_1 = \mathbf{g} \left(t_1 - \frac{V}{c^2} x_1 \right) \\ t'_2 = \mathbf{g} \left(t_2 - \frac{V}{c^2} x_2 \right) \end{array} \right. \Rightarrow t'_2 - t'_1 = -\mathbf{g} \frac{V}{c^2} (x_1 - x_2)$$

Lo que significa que:

$$t'_1 \neq t'_2 \quad \text{salvo que} \quad x_1 = x_2.$$

En conclusión, la simultaneidad se convierte en un concepto *dependiente del observador*, tampoco será un concepto absoluto. Consecuencia directa de ello va a ser que las medidas de longitudes también pasen a ser dependientes del estado dinámico del observador; es lo que se conoce como *Contracción Relativista en la medida de longitudes*.

Un objeto de longitud L en su propio sistema de referencia (un sistema de referencia que se mueve «solidario» con él) y en la dirección del movimiento (eje X) medirá:

$$L = x_2 - x_1$$

Siendo x_1, x_2 los extremos. Para un observador O' que se mueva con una velocidad V respecto a dicho objeto, la longitud será

$$L' = x'_2 - x'_1$$

Si suponemos que las mediciones de x'_1 y x'_2 se realizan de manera simultánea en O' tendremos un único tiempo relativo a ambos puntos

$$t'_1 = t'_2 \equiv t'$$

Y dada la relatividad del concepto de simultaneidad, cabe esperar que la longitud medida en uno y otro sistema sea distinta, $L' \neq L$. Si aplicamos las transformaciones de Lorentz inversas, esto es, las que expresan las coordenadas de O en función de las de O' (para lo cual basta sustituir en las transformaciones directas V por $-V$), tendremos:

$$\left. \begin{array}{l} x_1 = \mathbf{g}(x'_1 + Vt'_1) \\ x_2 = \mathbf{g}(x'_2 + Vt'_2) \end{array} \right\} \rightarrow \underbrace{x_2 - x_1}_L = \mathbf{g} \underbrace{(x'_2 - x'_1)}_{L'} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow L' = \frac{L}{\mathbf{g}} < L$$

Resultado que confirma que, efectivamente, los dos observadores miden longitudes diferentes; pero además, para el observador en movimiento la magnitud de la longitud que mide será menor que la de la longitud medida por el observador en reposo. Es decir: *los objetos en movimiento se ven más pequeños* de lo que se los vería si estuviesen quietos. Como habitualmente las velocidades a las que se mueven los objetos son mucho menores que la de la luz, este efecto no se percibe:

$$\text{En condiciones habituales: } V \ll c \Rightarrow \mathbf{g} \approx 1 \Rightarrow L' \approx L$$

Una segunda consecuencia afecta también a las mediciones temporales, como no podía ser menos, dada la interdependencia espacio-temporal debida a las ecuaciones de Lorentz; se trata de la *Dilatación en la medida de intervalos de tiempo*.

Para medir «intervalos» es necesario que tomemos como referencia dos sucesos distintos. Si consideramos un objeto inicialmente quieto en O y que comienza a moverse con una velocidad V en la dirección X respecto al observador que permanece en reposo en O , al cabo de un cierto tiempo podremos definir dos sucesos distintos:

$$\begin{array}{ll} \text{1er. suceso, «arranque»:} & O(x_1=0, t_1=0); \quad O'(x'_1=0, t'_1=0) \\ \text{2º suceso, posterior:} & O(x_2=Vt, t_2=t); \quad O'(x'_2=0, t'_2=t'=?) \end{array}$$

Los intervalos de tiempo que se miden en ambos sistemas serán:

$$t'_2 - t'_1 = t' - 0 = t', t_2 - t_1 = t - 0 = t$$

Cuya relación se obtiene nuevamente aplicando las transformaciones de Lorentz:

$$\left. \begin{aligned} t' = t_2' = \mathbf{g}\left(t_2 - \frac{v}{c^2}x_2\right) \\ t_2 = t, x_2 = Vt \end{aligned} \right\} \rightarrow t' = \mathbf{g}\left(\underbrace{t - \frac{v^2}{c^2}t}_{\frac{1}{\mathbf{g}}}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t' = \frac{t}{\mathbf{g}} < t$$

Esto significa que el observador en movimiento observa que el tiempo transcurre más despacio de lo que lo hace para el observador que permanece en O en reposo; la diferencia será mayor cuanto mayor sea la velocidad V .

Lo relativista no relativo: los invariantes.

La teoría de la relatividad implica una forma nueva de enfrentarse con las relaciones espacio / tiempo, pero no sólo en un sentido abstracto y conceptual, sino que tal variación de perspectiva se pone de manifiesto de forma práctica en operaciones de tipo «técnico», en la misma manera, por ejemplo, de plantear los datos relevantes a la hora de resolver problemas de cálculo de magnitudes,

«La teoría de la Relatividad debería haberse llamado «teoría de los Invariantes», porque trata de buscar magnitudes que permanecen invariantes al cambio de sistemas de referencia; esto es, magnitudes independientes del sistema de referencia que se esté utilizando para medir.»⁴

Tiempo y espacio no son invariantes, sin embargo, hemos comprobado que una magnitud que es combinación de ambas sí que lo es, el *Intervalo* relativista, cuya definición ya hemos dado:

— *Intervalo* (definición)

$$(\Delta S)_{1,2} = \sqrt{c^2(t_2 - t_1)^2 - (x_2 - x_1)^2 - (y_2 - y_1)^2 - (z_2 - z_1)^2}$$

Y está referido a dos sucesos de coordenadas, para un observador O ,

$$S_1 \rightarrow (x_1, y_1, z_1, t_1); S_2 \rightarrow (x_2, y_2, z_2, t_2)$$

Se puede comprobar que es efectivamente invariante considerando un observador O' moviéndose con velocidad V respecto a O : se calculan las nuevas coordenadas de ambos sucesos aplicando las transformaciones de Lorentz, y a partir de ellas el nuevo intervalo $(\Delta S')_{1,2}$, y el resultado es que:

⁴ Ibíd.

$$(\Delta S')_{1,2} = (\Delta S)_{1,2}$$

Es decir:

— **Corolario:** «El intervalo entre dos sucesos es un invariante bajo transformaciones de Lorentz para cualquier observador inercial»

Los intervalos entre sucesos pueden tomar valores imaginarios, reales o nulos, o lo que es lo mismo, el cuadrado de un intervalo puede ser negativo, positivo o cero. El significado físico varía en cada caso: cuando $(\Delta S)^2$ es negativo, se denomina intervalo *espacial*. Para simplificar, supóngase que sólo se tiene la coordenada espacial x , entonces:

$$(\Delta S)^2 = c^2(t_2 - t_1)^2 - (x_2 - x_1)^2 \equiv c^2|\Delta t|^2 - |\Delta x|^2$$

$$(\Delta S)^2 < 0 \Rightarrow c|\Delta t| < |\Delta x| \Rightarrow c < \frac{|\Delta x|}{|\Delta t|}$$

Es decir: la variación respecto al tiempo de la posición es mayor que la velocidad de la luz, lo cual significa que, para que se pueda dar una relación causa / efecto entre ambos sucesos, ésta ha de producirse a una velocidad mayor que la de la luz, lo cual es imposible. En efecto: para que el primer suceso sea «causa» del segundo, ha de precederlo en el tiempo, y tiene que haber «algo» que informe al segundo suceso de que el primero es su causa: dicha información habría de viajar más rápido que la luz, y eso es algo que no puede ocurrir según la teoría de la Relatividad, porque c es una *constante límite*.

La velocidad de la luz, caso límite. Argumento:

Que la velocidad de la luz sea un *caso límite*, aunque no se afirma explícitamente en los postulados de la teoría, puede probarse, precisamente, apoyándose en el Principio de Causalidad, mediante un argumento de reducción al absurdo. Se parte de las tres hipótesis siguientes:

- **Hipótesis 1:** *Todo efecto tiene una causa*
- **Hipótesis 2:** *Todo efecto es posterior a su causa.*
- **Hipótesis 3:** *Existen dos sucesos espacio-temporales A, B, tales que siendo A la causa de B, la señal que, partiendo de A, informa a B de que A es su causa, viaja a una velocidad v mayor que la de la luz.*

Ambos sucesos son observados en el sistema de referencia O , y dada la relación de

causalidad, se tiene que cumplir

$$\text{En } O: A(x_A, t_A) \Rightarrow B(x_B, t_B) \Rightarrow t_A < t_B$$

Y que la velocidad de la señal entre ambos sea mayor que la de la luz se expresará de la siguiente forma:

$$v > c \Leftrightarrow v = c(1 + \mathbf{a}), \quad \mathbf{a} > 0$$

Entonces, según esta hipótesis,

$$\left. \begin{array}{l} \Delta x = x_B - x_A \\ \Delta t = t_B - t_A \end{array} \right\} \rightarrow \frac{\Delta x}{\Delta t} = v = c(1 + \mathbf{a})$$

Si ahora consideramos un segundo observador O' moviéndose con velocidad V respecto a O , en este caso, supondremos que V no es mayor que la velocidad de la luz, y así

$$\text{En } O': \quad \mathbf{b} \equiv \frac{V}{c} < 1$$

Entonces aplicamos las transformaciones de Lorentz:

$$\begin{aligned} \left. \begin{array}{l} t'_A = \mathbf{g} \left(t_A - \frac{V}{c^2} x_A \right) \\ t'_B = \mathbf{g} \left(t_B - \frac{V}{c^2} x_B \right) \end{array} \right\} &\rightarrow t'_B - t'_A \equiv \Delta t' = \mathbf{g} \left[\Delta t - \frac{V}{c^2} \Delta x \right] \rightarrow \\ &\rightarrow \Delta t' = \mathbf{g} \Delta t \left[1 - \frac{V}{c^2} \frac{\Delta x}{\Delta t} \right] = \mathbf{g} \Delta t \left[1 - \frac{V}{c} (1 + \mathbf{a}) \right] \Rightarrow \\ &\Rightarrow \Delta t' = \mathbf{g} \Delta t [1 - \mathbf{b}(1 + \mathbf{a})] \end{aligned}$$

Dado que $c(1 + \alpha) > c$, se tiene también que $c > c/(1 + \alpha)$, y vamos a suponer que la velocidad del observador O' es tal que

$$c > V > \frac{c}{1 + \mathbf{a}} \Leftrightarrow 1 > \mathbf{b} > \frac{1}{1 + \mathbf{a}}$$

y entonces,

$$\mathbf{b} > \frac{1}{1 + \mathbf{a}} \Rightarrow 1 - \mathbf{b}(1 + \mathbf{a}) < 0 \Rightarrow \Delta t' < 0 \Rightarrow t'_A > t'_B$$

Lo cual significa que, según lo ve O' , la causa A sucede después que su efecto B , algo absurdo, pues de darse relación de causalidad debería cumplirse para cualquier observador, y así se deduce que la tercera de las hipótesis es falsa y no pueden existir señales que viajen a mayor velocidad que la de la luz.⁵

⁵ La condición de «constante límite» para la velocidad de la luz se refiere a ella en el vacío, no en cualquier medio de propagación, pues: «...hay medios materiales en los que sí ciertas señales se propagan con una velocidad superior a la de la luz en el vacío, lo cual no viola las leyes de la física; por ejemplo, el llamado Efecto Cherenkov, que se produce en reactores con el agua como medio, ésta adquiere un color azulado que se debe a la existencia de partículas con una velocidad superior a la de la luz en el vacío; se trata de ondas de choque electromagnéticas.» (Ibíd.) Dicho de otra forma: existen medios en los cuales se producen fenómenos cuya velocidad es superior a la constante c ; pero esto no quiere decir que haya «cosas» más rápidas que la luz, pues en estos medios también la velocidad de la luz es mayor que c , y mayor que la de cualquier fenómeno que en ellos se dé (la luz es la más rápida en cualquier medio).

Cuando el cuadrado del intervalo es mayor que cero, se denomina intervalo *temporal*. En este caso se da la relación inversa con respecto a la velocidad de la luz y sí que es posible la relación causal entre ambos sucesos. Por último, tenemos el intervalo *lumínico*, cuando el cuadrado del intervalo es nulo:

$$\frac{|\Delta x|}{|\Delta t|} = c$$

Cuyo nombre obedece a que, en caso de existir una relación de causa / efecto entre ambos sucesos, la señal debería propagarse a la velocidad de la luz.

Otra magnitud que permanece invariante bajo las transformaciones de Lorentz es el que se conoce como *Tiempo Propio* de dos sucesos: es el tiempo que transcurre entre dos eventos que se dan en el mismo punto de un cierto sistema de referencia, y se denota por la letra τ .

Si en lugar de considerar magnitudes finitas aplicamos cantidades infinitesimales, la expresión para un intervalo relativista entre dos sucesos será

$$\text{Intervalo infinitesimal: } (dS)_{1,2} = \sqrt{c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2} \quad (\text{nota } 6)$$

Y según la definición del tiempo propio, se cumplirá, entre intervalo infinitesimal y tiempo propio infinitesimal, la relación:

$$dS^2 = c^2 dt^2$$

Y puesto que c es una constante y el intervalo entre sucesos un invariante, el tiempo propio también ha de ser invariante.

Si suponemos un observador O' moviéndose respecto al observador que mide el tiempo propio, éste ya no verá ambos sucesos en el mismo punto según se deriva de aplicar las transformaciones de Lorentz, pero el intervalo sí que permanecerá invariante. Igualando ambas expresiones se tiene:

$$\text{En } O: \quad dS^2 = c^2 dt^2$$

⁶ Las magnitudes $\Delta t \equiv t_2 - t_1$ (y lo mismo para x, y, z) de la definición original se supone que «tienden a cero»; esto es, $t_2 \rightarrow t_1 \Rightarrow \Delta t \rightarrow 0$, (y también para x, y, z), y por eso se substituyen por el símbolo diferencial. En realidad, la notación debería ser $(dt)^2$, pero para evitar lo engorroso de escribir los paréntesis tantas veces, se sobreentiende que dt^2 expresa el cuadrado de la magnitud diferencial dt .

$$\text{En } O': \quad dS'^2 = c^2 dt'^2 - dx'^2 - dy'^2 - dz'^2$$

$$\begin{aligned} dS^2 = dS'^2 &\Rightarrow dt^2 = \frac{1}{c^2} [c^2 dt'^2 - dx'^2 - dy'^2 - dz'^2] \Rightarrow \\ \Rightarrow dt &= dt' \sqrt{1 - \frac{1}{c^2} \left[\left(\frac{dx'}{dt'} \right)^2 + \left(\frac{dy'}{dt'} \right)^2 + \left(\frac{dz'}{dt'} \right)^2 \right]} \end{aligned}$$

Expresión, esta última, en la que los términos que aparecen entre corchetes son los cuadrados de las componentes de la velocidad relativa entre ambos sistemas, o lo que es lo mismo:

$$dt = dt' \sqrt{1 - \mathbf{b}^2} \Rightarrow dt = \frac{dt'}{\mathbf{g}} < dt'$$

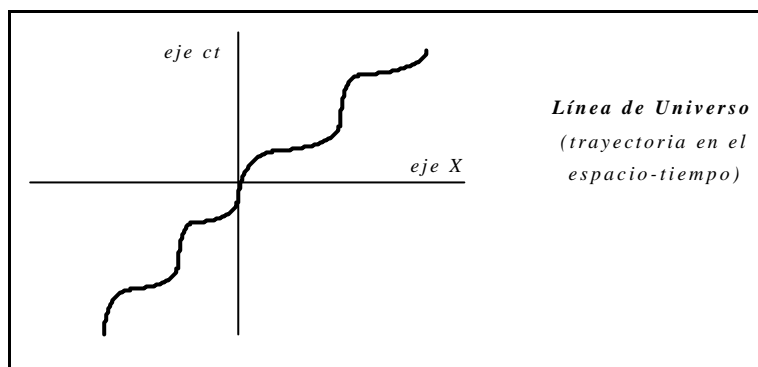
Y de nuevo sucede que *el tiempo transcurre más despacio* para el observador que mide el tiempo propio, en cuyo sistema de referencia tiene ocurre el evento, en este caso O , que para aquél que se desplaza respecto a él con una cierta velocidad.

(Recalcamos nuevamente que la ESH no es un invariante relativista, debido a la combinación de derivadas primeras y derivadas segundas de la función de onda en la ecuación.)

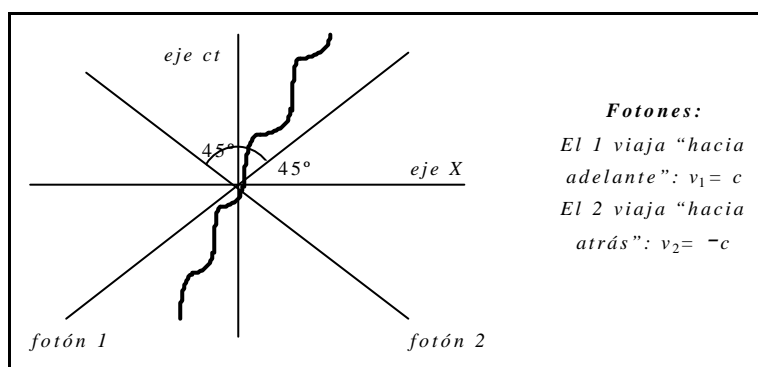
Y, en definitiva... El concepto de *Espacio-Tiempo*.

Dada la interconexión entre las coordenadas espaciales clásicas y temporal clásica, siendo esta última dependiente del estado dinámico del observador, es necesario hablar de un espacio-tiempo o conjunto de cuatro coordenadas que habrá que especificar siempre que se quiera determinar el estado de un sistema relativista.

Si sólo consideramos una coordenada espacial, por ejemplo la x , y representamos la trayectoria de una partícula sobre un plano determinado por ese eje espacial y otro dado por el producto ct , multiplicando el tiempo por la constante c para que tenga dimensiones de longitud, tendremos una representación de una trayectoria en el espacio-tiempo o *Línea de Universo*. Situemos los ejes de tal modo que la partícula pase por el origen y, cuando lo hace, pongamos el cronómetro a cero, su trayectoria entonces será la que aparece en la figura.



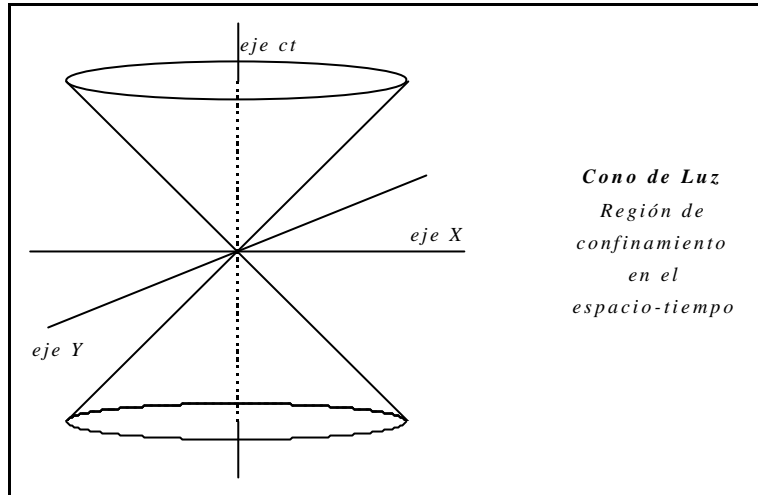
Pero dicha trayectoria no puede ser completamente arbitraria: su pendiente o inclinación corresponde a la velocidad de la partícula, y ésta no puede ser superior a la de la luz. Para partículas lumínicas o fotones, cuya velocidad es precisamente la de la luz, y constante, su trayectoria vendrá dada por una línea recta cuya pendiente habrá de ser de 45° ,⁷ de forma que ninguna partícula puede tener una pendiente mayor, y habrá de estar confinada a moverse sólo en cierta región del espacio-tiempo (véase la figura).



TODA PARTÍCULA ESTÁ CONFINADA A MOVERSE
ENTRE LAS TRAYECTORIAS DE LOS FOTONES 1 Y 2.

Si la representación se hace con dos dimensiones espaciales, la región de confinamiento será un cono, que se conoce como *Cono de Luz*, porque su generatriz engloba las trayectorias espacio-temporales o líneas de universo de fotones con velocidad $+c$ ó $-c$. Hay que tener en cuenta que el confinamiento se refiere al espacio-tiempo, no al espacio: cualquier región espacial es accesible a una partícula para una coordenada temporal adecuada.

⁷ En todo punto (x,t) del espacio tiempo su velocidad será $dx/dt=c=$ constante, que sería también la pendiente de su trayectoria respecto a los ejes t, X ; esto es, la tangente trigonométrica del ángulo que forma la trayectoria con el eje t . Pero como la representación es sobre ejes ct, X , los puntos representados son (x,ct) , y la velocidad representada será $dx/d(ct)=(1/c) \cdot dx/dt=(1/c) \cdot c=1$. Y el ángulo cuya tangente es 1 es 45° .



LA GENERATRIZ DEL CONO DE LUZ ENLOBA A LAS TRAYECTORIAS DE FOTONES CUYA VELOCIDAD SERÁ +c Ó -c

Al igual que sucede con las transformaciones de Galileo, de las ecuaciones de Lorentz se puede deducir la relación entre velocidades, o *ley de sumas* relativista. Es decir, suponiendo que un observador O ve un objeto moverse con una velocidad $\mathbf{u}=(u_x, u_y, u_z)$, entonces, otro observador O' moviéndose con una velocidad $\mathbf{V}=(V,0,0)$ respecto a O , verá dicho objeto moverse con una velocidad $\mathbf{u}'=(u'_x, u'_y, u'_z)$. La velocidad, por definición, es la derivada de la posición respecto al tiempo, de modo que:

$$u_j = \frac{d}{dt} j \quad (j = x, y, z) \quad u'_j = \frac{d}{dt'} j' \quad (j = x, y, z)$$

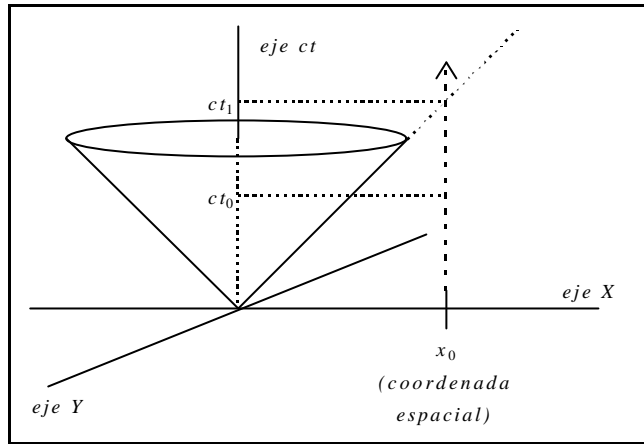
Y basta tener en cuenta las transformaciones de Lorentz para calcular las expresiones explícitas:

$$\left. \begin{aligned} x' &= \mathbf{g}(x - Vt) \\ t' &= \mathbf{g}\left(t - \frac{V}{c^2}x\right) \end{aligned} \right\} \rightarrow u'_x = \frac{d}{dt'} x' = \mathbf{g}\left(\frac{d}{dt} x - V \frac{d}{dt} t\right) = \mathbf{g}\left(\frac{1}{\frac{d}{dx} t'} - \frac{V}{\frac{d}{dt} t'}\right)$$

$$\frac{d}{dx} t' = \frac{d}{dx} \left[\mathbf{g}\left(t - \frac{V}{c^2}x\right) \right] = \mathbf{g}\left(\frac{d}{dx} t - \frac{V}{c^2} \frac{d}{dx} x\right) = \mathbf{g}\left(\frac{1}{u_x} - \frac{V}{c^2}\right)$$

$$\frac{d}{dt} t' = \frac{d}{dt} \left[\mathbf{g}\left(t - \frac{V}{c^2}x\right) \right] = \mathbf{g}\left(\frac{d}{dt} t - \frac{V}{c^2} \frac{d}{dt} x\right) = \mathbf{g}\left(1 - \frac{V}{c^2} u_x\right)$$

$$\Rightarrow u'_x = \mathbf{g}\left(\frac{1}{\mathbf{g}\left(\frac{1}{u_x} - \frac{V}{c^2}\right)} - \frac{V}{\mathbf{g}\left(1 - \frac{V}{c^2} u_x\right)}\right) \rightarrow u'_x = \frac{u_x - V}{1 - \frac{V}{c^2} u_x}$$



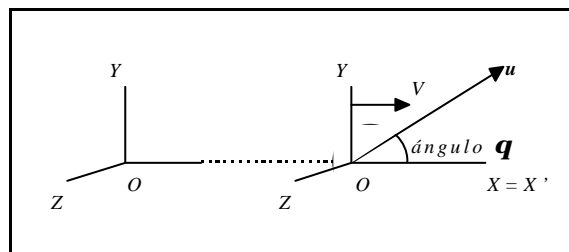
LA COORDENADA ESPACIAL x_0 NO ES ACCESIBLE PARA UNA PARTÍCULA EN t_0 , PERO SÍ LO ES A PARTIR DE VALORES DE LA COORDENADA TEMPORAL MAYORES QUE t_1

Procediendo de manera análoga para las otras dos componentes de \mathbf{u}' se obtienen las transformaciones:

**Ley de Sumas
de velocidades
relativistas**

$$\begin{cases} u'_x = \frac{1}{g} \cdot \frac{u_x - V}{1 - \frac{V}{c^2} u_x} \\ u'_y = \frac{1}{g} \cdot \frac{u_y}{1 - \frac{V}{c^2} u_x} \\ u'_z = \frac{1}{g} \cdot \frac{u_z}{1 - \frac{V}{c^2} u_x} \end{cases}$$

Mediante esta ley de sumas se puede comprobar la existencia del fenómeno conocido como *Aberración Relativista de la luz*. Para ello hay que determinar previamente cómo varían los ángulos que miden observadores distintos: supongamos que la velocidad \mathbf{u} que se quiere medir está arbitrariamente orientada en el espacio.



Como \mathbf{u} es la velocidad que mide O , que suponemos que forma un ángulo θ con el eje XX' , pues, aunque \mathbf{u} posee componentes en las tres direcciones espaciales, siempre podremos rotar los ejes Z e Y de forma tal que \mathbf{u}

sólo tenga componentes en las direcciones X e Y , dicho ángulo θ será también el que mida O , cuya tangente será

$$\tan \mathbf{q} = \frac{u_y}{u_x}$$

Y para saber qué ángulo mide O' , tendremos que averiguar el valor de su tangente en las coordenadas de su sistema de referencia:

$$\tan \mathbf{q}' = \frac{u'_y}{u'_x}$$

Y aplicando la ley de sumas

$$\tan \mathbf{q}' = \frac{u'_y}{u'_x} = \frac{u_y}{g(u_x - V)} = \frac{u \sin \mathbf{q}}{g(u \cos \mathbf{q} - V)}$$

Obtenemos la relación entre ambos ángulos. Si el objeto que se está midiendo es un fotón, su velocidad será la de la luz, y la relación será:

$$\tan \mathbf{q}' = \frac{c \sin \mathbf{q}}{g(c \cos \mathbf{q} - V)} = \frac{1}{g} \cdot \frac{\sin \mathbf{q}}{\cos \mathbf{q} - \frac{V}{c}} \Rightarrow \mathbf{q} \neq \mathbf{q}'$$

De forma que ambos observadores verán propagarse al fotón con direcciones distintas; este efecto es lo que se conoce como aberración relativista de la luz.

La Relatividad en marcha. Conceptos de Dinámica relativista.

Una vez establecidos los fundamentos teóricos, es necesario *definir* las magnitudes dinámicas adecuadas: las magnitudes dinámicas homólogas de las que se emplean en la mecánica clásica. La principal de ellas, al igual que en el caso clásico, es la cantidad de movimiento o Momento de la partícula o cuerpo, y ya en su definición se pone de manifiesto la diferencia conceptual entre ambos modelos dinámicos; diferencia conceptual que está detrás de esa energía en reposo que sirvió a De-Broglie para formular su hipótesis ondulatorio-corpúscular.

- **Definición: Cantidad de Movimiento relativista.** Dado un cuerpo de masa m y velocidad \mathbf{u} , su cantidad de movimiento relativista \mathbf{p} se define como:

$$\bar{p} = \frac{m\bar{u}}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} \equiv \mathbf{g}m\bar{u}$$

Obsérvese que el llamado «factor de Lorentz» γ es análogo al que aparece en las ecuaciones de transformación entre sistemas de referencia, sólo que ahora la velocidad que aparece en él no es la velocidad relativa entre observadores sino la velocidad del cuerpo cuyo momento se está definiendo; esto es, γ ya no será ahora un factor constante, sino que dependerá de la velocidad \mathbf{u} , $\gamma=\gamma(\mathbf{u})$. Además, la definición anterior es una de las posibles que podrían darse de la cantidad de movimiento, todas las cuales tienen que cumplir dos requisitos para ser válidas:

- Condiciones impuestas a p :

1) En el límite no-relativista, esto es, cuando $u \ll c$, la definición deberá coincidir con la definición clásica

$$|\bar{u}| \ll c \Rightarrow \frac{u^2}{c^2} \cong 0 \Rightarrow \bar{p} \cong m\bar{u}$$

2) Debe ser compatible con las transformaciones de Lorentz. Así, dado un observador moviéndose con velocidad relativa V respecto al que mide p , deberá verificarse

$$p_x = \mathbf{g}(u)m u_x \rightarrow p'_x = \mathbf{g}(u')m \frac{u_x - V}{1 - \frac{V}{c^2}u_x} = \mathbf{g}(u')m u'_x$$

(y análogamente para p_y y p_z)

En la definición de la cantidad de movimiento relativista surge una dificultad con el concepto de *masa* que se emplea. Si se aplica la analogía con la mecánica clásica, en la cual la cantidad de movimiento es el producto de la masa por la velocidad, $\mathbf{p}_{\text{clásico}} = m\mathbf{u}$, resulta entonces que en la definición relativista el factor $\gamma(u)m$ está jugando el papel de una «masa relativista». Así, suele expresarse como $m(u)$, llamada también *función de masa*, esto es:

$$\bar{p} = \mathbf{g}(u)m\bar{u} \equiv m(u)\bar{u}$$

«Aquí surge una discusión, pues a partir de \mathbf{p} podríamos definir la masa de la partícula como

$$m = \frac{|\bar{p}|}{|\bar{u}|}$$

pero entonces la masa dependería de la velocidad y, por tanto, variará con el tiempo. De lo que se trata es de qué queremos entender por «masa».»⁸

En estado de reposo, la masa relativista y la masa clásica coinciden pues no existe velocidad y por tanto dicha masa no varía en el tiempo; cabe entonces considerar como otro de los invariantes relativistas dicha masa en reposo denotada, lo mismo que para el caso de la energía con un subíndice: m_0 .

En todo caso, no existe una estricta analogía dinámica entre masa en relatividad y la masa en mecánica clásica: en cuanto concepto dinámico, la masa relativista no es la misma que la masa clásica. He ahí la diferencia conceptual a la que se aludía, diferencia que tendrá su traducción en términos energéticos con la aparición de un tipo de energía específicamente relativista e independiente del estado dinámico del cuerpo considerado, como se verá más adelante.

Otro concepto fundamental es el de Fuerza:

- Definición: Fuerza relativista. En condiciones relativistas, la fuerza \mathbf{F} que actúa sobre una partícula de masa m imprimiéndole una velocidad \mathbf{u} será

$$\bar{\mathbf{F}} \equiv \frac{d}{dt} \bar{\mathbf{p}} = m \frac{d}{dt} [\mathbf{g}(u) \bar{\mathbf{u}}]$$

(segunda ley de Newton bajo condiciones relativistas)

El vector fuerza se puede expresar en todo momento como la suma vectorial de dos componentes, una *tangencial* a la dirección del movimiento (en dirección paralela a la de la velocidad) y otra *normal* a dicha dirección (perpendicular a la velocidad). Efectuando las operaciones de derivación adecuadas, se obtiene:

$$\bar{\mathbf{F}} = \bar{\mathbf{F}}_T + \bar{\mathbf{F}}_N \rightarrow \begin{cases} \bar{\mathbf{F}}_T = \frac{m}{\left[1 - \frac{u^2}{c^2}\right]^{3/2}} \cdot \left(\frac{d}{dt} \mathbf{u}\right) \bar{\mathbf{e}} \\ \bar{\mathbf{F}}_N = \frac{m}{\left[1 - \frac{u^2}{c^2}\right]^{1/2}} \cdot \frac{u^2}{R} \bar{\mathbf{n}} \end{cases}$$

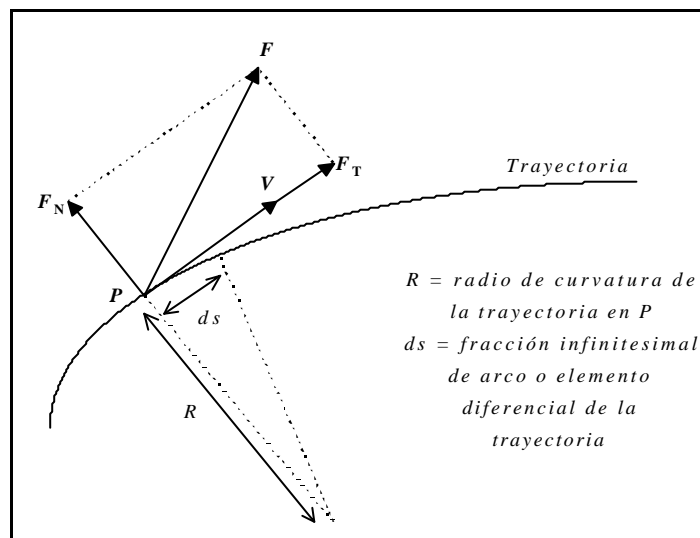
Cuya representación gráfica sería la que aparece en la figura de la página siguiente.

⁸ Notas de la clase de Mecánica y Ondas, 2º curso de Licenciatura, 1994/95.

En las anteriores expresiones \mathbf{t} y \mathbf{n} representan vectores unitarios (de módulo uno) en las direcciones paralela y perpendicular a la velocidad de la partícula, respectivamente, mientras que R , el radio de curvatura, se define como la distancia entre un punto de la recta y el punto de intersección entre dos líneas perpendiculares a las tangentes a la curva de la trayectoria trazadas desde puntos de esta infinitamente próximos (separados por una distancia infinitesimal): en el caso de una trayectoria circular, por ejemplo, el radio de curvatura coincide con el radio de la circunferencia. Por su parte, las magnitudes $(du/dt)\mathbf{t}$ y $(u^2/R)\mathbf{n}$ representan las aceleraciones tangencial y normal respectivamente; puesto que los factores que multiplican a ambas no coinciden, se deduce que, a diferencia que en el caso clásico, en el relativista la dirección de la fuerza no coincide con la de la aceleración resultante de su aplicación. Algo que era previsible teniendo en cuenta que la definición de la fuerza relativista es la derivada de un producto:

$$\bar{\mathbf{F}} = m \frac{d}{dt}(\mathbf{g}(u)\bar{\mathbf{u}}) = m[\mathbf{g} \frac{d}{dt}\bar{\mathbf{u}} + (\frac{d}{dt}\mathbf{g})\bar{\mathbf{u}}] = m[\mathbf{g}\bar{\mathbf{a}} + (\frac{d}{dt}\mathbf{g})\bar{\mathbf{u}}]$$

Y aparece la aceleración sumada vectorialmente con otra magnitud, cuya dirección no tiene por qué coincidir.



Por último, tenemos la energía cinética relativista, que se define exactamente igual que en el caso clásico:

- Definición: Energía Cinética. La energía cinética relativista de una partícula con velocidad \mathbf{u} y vector de posición \mathbf{r} se define como el trabajo necesario para llevar a la partícula inicialmente en reposo a moverse con dicha velocidad \mathbf{u} ; esto es:

$$\text{Energía Cinética: } T \equiv \int_0^u \bar{\mathbf{F}} d\bar{\mathbf{r}} \quad (\text{definición})$$

Se sabe que la componente normal de la fuerza no interviene en la cinética de la partícula, de forma que la fuerza efectiva es la componente tangencial F_T ; con esto, y sabiendo que el módulo del elemento diferencial del vector de posición, $|d\mathbf{r}|$ es por definición ds , el diferencial de la trayectoria, y que en estas condiciones la velocidad u es ds/dt , se puede integrar la expresión anterior obteniéndose:

$$T = [\mathbf{g}(u)m - m]c^2$$

Expresión que en el límite no relativista se reduce a la usual de la energía cinética.⁹

«Ahora viene un «salto cualitativo»: observamos que la energía cinética depende de dos factores, uno de ellos, solamente, depende de la velocidad, el otro depende de la masa:

$$T = [\mathbf{g}(u)m - m]c^2 = \mathbf{g}(u)mc^2 - mc^2 \rightarrow E_0 \equiv mc^2$$

El salto consiste en asignar una energía a la partícula, E_0 , por el mero hecho de tener masa. Se la define como Energía en Reposo. Se trata de una interpretación física de un término matemático, término al cual se le asigna un significado. A mc^2 se le da entidad física.. ¿qué significa esto? significa que se le asocia una energía, porque el término tiene dimensiones de energía.»¹⁰

Tenemos aquí el «salto conceptual» del cual surge la energía en reposo, que será, precisamente, dicho término E_0 , denominado así porque, aunque integrado en la expresión deducida de la definición de la energía cinética, energía clásicamente asociada exclusivamente a cuerpos en movimiento, existirá incluso cuando el cuerpo no se mueva. De otra forma: toda partícula relativista, por el hecho de ser relativista y estar dotada de masa, poseerá una energía cinética no nula, incluso aunque esté en estado de reposo. La energía E_0 es, estrictamente hablando, una *interpretación física de un término matemático*, término al cual se le asigna un significado energético: a mc^2 se le da *entidad física* de energía, y consecuentemente, a la partícula se le asocia una energía, porque dicho término matemático tiene dimensiones de energía. Tenemos entonces, como resultado específicamente relativista:

— **Energía en Reposo.** *En condiciones relativistas, toda partícula posee una energía mc^2 por el mero hecho de estar dotada de masa, incluso aunque se trate de una*

⁹ Esto se comprueba empleando una aproximación de segundo orden (despreciando los términos que contienen potencias cúbicas y superiores de la variable) de la función γ , que depende de la velocidad u , mediante series de Taylor, para el caso en el que $u/c \ll 1$.

¹⁰ Notas (Ibíd.)

partícula libre (no sometida a la acción de ningún potencial externo) y en estado de reposo (sin energía cinética en sentido clásico). La energía en reposo de una partícula determina una relación de conversión entre masa y energía, y es una propiedad íntimamente asociada a la constante relativista fundamental, la velocidad de la luz en el vacío.

Este resultado tiene consecuencias muy relevantes. En primer lugar, dada esta equivalencia masa-energía, ya no se cumple el principio de la conservación de la energía clásico, puesto que en dicho principio de conservación está implicada la masa; lo que se conserva ahora es la cantidad $mc^2 +$ energía. La producción de energía nuclear, por ejemplo, es el resultado de este principio, consiste en extraer energía a partir de la masa de los núcleos atómicos.¹¹

Y utilizando este resultado, se procede a la definición de la Energía Total de una partícula:

— **Definición: Energía Total Relativista de una partícula.** *Independientemente del estado dinámico de una partícula, en condiciones relativistas, su energía se define*

$$E \equiv \mathbf{g}(u)mc^2$$

y por lo tanto se tiene que

$$E = T + E_0$$

De las expresiones de la energía y del momento o cantidad de movimiento, se deducen dos relaciones fundamentales en dinámica relativista:

$$\left. \begin{array}{l} \bar{p} = \mathbf{g}(u)m\bar{u} \\ E = \mathbf{g}(u)mc^2 \end{array} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \bar{u} = \frac{\bar{p}c^2}{E} \\ E = \sqrt{\bar{p}^2 c^2 + m^2 c^4} \end{array} \right.$$

Lo que se debe resaltar de esto es que, al igual que sucedía con las posiciones y el tiempo, momento y energía aparecen «mezclados», son conceptos dinámicos interdependientes, y ello supone que para conocer cualquiera de ambas magnitudes en un sistema de referencia O' distinto del observador O que las mide, es necesario conocer ambas simultáneamente respecto a O . De hecho, se pueden deducir relaciones de transformación para coordene-

¹¹ Esta equivalencia masa-energía, además, nos permite entender la diferencia entre distintas partículas atómicas: neutrón y protón tienen diferente masa, el protón es menos pesado que el neutrón porque consume parte de su masa en enlaces internos. Esta diferencia de masas atribuible a la conversión de parte de la masa en energía se da entre otros pares de partículas.

nadas del momento y la energía, p_x , p_y , p_z , E , similares a las de Lorentz para posiciones y tiempo:

$$\begin{array}{l}
 \textit{Transformaciones} \\
 \textit{relativistas para} \\
 \textit{momento y energía}
 \end{array}
 \left\{ \begin{array}{l}
 p'_x = \mathbf{g}(p_x - \mathbf{b}\frac{E}{c}) \\
 p'_y = p_y \\
 p'_z = p_z \\
 E' = \mathbf{g}(E - \mathbf{b}cp_x)
 \end{array} \right.
 \text{ con : }
 \left\{ \begin{array}{l}
 \mathbf{g} = \mathbf{g}(u) = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \\
 \mathbf{b} = \mathbf{b}(u) = \frac{u}{c}
 \end{array} \right.$$

Y tanto es así, que las variables típicamente relativistas son los llamados *cuadrivectores*, magnitudes vectoriales de cuatro dimensiones con un álgebra específica, que aquí no veremos (así, por ejemplo, E y $\mathbf{p}c$ son las cuatro componentes del cuadrivector cuádrimomento).

APÉNDICE A4

La ESH: entre la Física y la Topología (y 2)

Espacios de Hilbert.

Los espacios de Hilbert son estructuras algebraicas complejas, espacios matemáticos en los cuales los elementos no son puntos geométricos sino funciones; cuyas dimensiones son de orden infinito, y cuyas operaciones son transformaciones que se efectúan sobre las funciones que componen el espacio y no sobre números, son transformaciones agrupadas en instrucciones llamadas operadores. Para tener una cierta noción de la Estructura, de la Geometría de dichos espacios, es necesario introducir un conjunto de definiciones algebraicas de carácter bastante abstracto. Tratemos de hacer un recorrido sintético por dichos conceptos.

«En el espacio euclídeo la geometría se construye sobre los conceptos de distancias y ángulos, y se fundamenta en la existencia de producto escalar. En [el espacio de las funciones de cuadrado integrable] la geometría que se puede construir no es una geometría de puntos sino de funciones; sin embargo, los conceptos primordiales se establecen por analogía con los tradicionales euclídeos... es posible construir la geometría de dichos espacios, y es ésta, precisamente, la gran utilidad que reportan en Mecánica Cuántica.»¹

Se debe comenzar por la definición del *Producto Escalar* (PE):

- **Definición Preliminar (Espacio Vectorial).** Sea un **Espacio Lineal**, esto es, un conjunto no vacío L junto con un cuerpo algebraico K (los números reales y los complejos forman estructuras de cuerpos algebraicos), que cumplen:
 - existen la operación de **suma** en L y la operación de **producto** de elementos de K —también llamados escalares— por elementos de L —también llamados vectores—.
 - El conjunto L respecto de la suma cumple las propiedades **conmutativa** y **asociativa**, y para dicha operación existe un **elemento neutro** o **cero** y un elemento inverso u opuesto; también se dice que $(L, +)$ constituye un Grupo Conmutativo.
 - Por último, el producto de un escalar por un vector es siempre un vector de L —esto es: el producto es interno—, cumple las propiedades **asociativa** y **distributiva**, y para él existe un elemento neutro o **unidad**.

¹ Apuntes de la asignatura Métodos Matemáticos de la Física II, 2º curso de Licenciatura, año académico 1994/95

— **Definición: Producto Escalar (PE).** El PE en el espacio lineal L sobre el cuerpo K es cualquier aplicación del producto cartesiano $L \times L$ en el cuerpo K —una transformación de pares de elementos de L en elementos de K —, denotada por

$$(\cdot, \cdot): L \times L \rightarrow K$$

que cumpla las tres propiedades siguientes:

1. **Positividad y No-Degeneración:**

$$\left. \begin{array}{l} (v, v) \geq 0 \\ (v, v) = 0 \Leftrightarrow v = 0 \end{array} \right\} \forall v \in L$$

2. **Simetría:** La inversión en el orden de la operación implica la «conjugación compleja» del producto escalar (el complejo conjugado: vd. nos. complejos); esto es

$$(u, v) = (v, u)^* \quad \forall u, v \in L$$

3. **Linealidad por la derecha,** respecto a las dos operaciones de suma y producto:

$$\left. \begin{array}{l} (u, v_1 + v_2) = (u, v_1) + (u, v_2) \\ (u, I \cdot v) = I \cdot (u, v) \end{array} \right\} \forall u, v_1, v_2 \in L, \forall I \in K$$

A partir de estas propiedades que debe cumplir por definición se puede demostrar que el PE también verifica una serie de propiedades adicionales:

— **(Teorema) Propiedades adicionales del PE**

i. **Anti-linealidad por la izquierda;** también respecto a las dos operaciones (y nuevamente referida a la operación «conjugación compleja»):

$$\left. \begin{array}{l} (v_1 + v_2, u) = (u, v_1)^* + (u, v_2)^* \\ (I \cdot u, v) = I^* \cdot (u, v) \end{array} \right\} \forall u, v_1, v_2 \in L, \forall I \in K$$

ii. **Sólo el vector nulo tiene PE nulo con todos los vectores de L :**

$$(v, w) = 0 \Leftrightarrow v = 0 \quad \forall w \in L$$

iii. **La igualdad entre los PE sólo es posible si los vectores del PE son iguales:**

$$(v_1, w) = (v_2, w) \quad \forall w \in L \Leftrightarrow v_1 = v_2$$

iv. **El PE de una Combinación Lineal** (suma de elementos de L cada uno de ellos multiplicado por un coeficiente de K) por un vector es la combinación lineal de los PE de cada elemento de la combinación lineal dada por el otro vector, cumpliendo la simetría o antisimetría, según la posición. Es decir:

$$\left. \begin{aligned} (v, \sum_{n=1}^N I_n w_n) &= \sum_{n=1}^N I_n (v, w_n) \\ (\sum_{n=1}^N I_n w_n, v) &= \sum_{n=1}^N I_n^* (w_n, v) \end{aligned} \right\} \forall v, w_n \in L, \forall I_n \in K$$

Una vez introducido el concepto de PE, se define una magnitud relacionada con el mismo, denominada **Norma**; al igual que el PE es una generalización del concepto homólogo para el caso de vectores simples o de nos. complejos, éste de la norma está relacionado con el concepto de Módulo vectorial o complejo.

— **Definición: Norma asociada al PE.** En un espacio lineal L con PE, $(L, (\cdot, \cdot))$ se define la norma de un elemento v de L como la raíz cuadrada positiva del PE de v consigo mismo, y se denota por $\| \cdot \|$. Así:

$$\|v\| \equiv +\sqrt{(v, v)} \quad \text{o bien} \quad \|v\|^2 \equiv +(v, v)$$

Nota: puesto que el PE es una aplicación que transforma a pares de elementos de L en elementos de K , siendo que K es un conjunto de números o escalares (en general serán los números reales, los complejos, o espacios cuyas dimensiones son las de unos u otros: el espacio euclídeo es un espacio de tres dimensiones reales, y suele denotarse por \mathbb{R}^3 , un espacio K o K^n de n dimensiones complejas se denotará como \mathbb{C}^n), tanto el PE como la norma asociada son «números», escalares del cuerpo K . En cualquier caso, la norma siempre será un valor real, puesto que ha de ser definida positiva; ello no entraña dificultad, puesto que los cuerpos algebraicos de los números complejos y de los reales de dos dimensiones son equivalentes: $\mathbb{C}^1 \cong \mathbb{R}^2$.

— **Propiedades de la Norma:**

i. Positividad y no degeneración.

$$\left. \begin{aligned} \|v\| &\geq 0 \\ \|v\| = 0 &\Leftrightarrow v = 0 \end{aligned} \right\} \forall v \in L$$

ii. La norma del producto de un escalar por un vector es igual al producto del módulo del escalar por la norma del vector:

$$\|Iv\| = |I| \|v\| \quad \forall v \in L, \forall I \in K$$

iii. La norma de una suma verifica la llamada Desigualdad Triangular:

$$\|v + w\| \leq \|v\| + \|w\| \quad \forall v, w \in L$$

Otra propiedad relacionada con el PE es la *Ortogonalidad*, cuyo análogo euclídeo es la *Perpendicularidad*; refleja el mismo concepto para el caso de elementos vectoriales constituidos por funciones y para dimensiones arbitrarias n .

— **Definición: Ortogonalidad.** En un espacio lineal L con PE, se dice que dos vectores u, v , son ortogonales si su PE es nulo:

$$v \perp u \Leftrightarrow (v, u) = 0$$

— **Extensión:** Si todos los elementos de un subconjunto S de L cumplen esta condición respecto a todos los elementos de otro subconjunto S' de L , se dice que S y S' son **ortogonales entre sí**; si un subconjunto S de L está compuesto por elementos todos ellos ortogonales entre sí, se dice que S es un **subconjunto ortogonal** de L .

— **Complemento:** si S y S' son ortogonales entre sí, su **intersección** será o bien el conjunto vacío o bien estará compuesta únicamente por el vector nulo $v=0$.

— **Complemento:** si S es un subconjunto ortogonal de L que además cumple que la norma de todos sus elementos es la unidad, se dice que S es un **conjunto ortonormal** de L . Un S tal cumple todas las propiedades de los espacios lineales (cosa que no se verifica, en general, para subconjuntos arbitrarios de un espacio lineal), y por eso se dice que es un **Subespacio Lineal de L** .

— **Definición: Proyección ortogonal.** La proyección ortogonal de un elemento v de L sobre un subconjunto ortonormal M de L se define como la combinación lineal de los vectores de M cuyos coeficientes son los PE de dichos vectores con v . Esto es:

Proyección Ortogonal de v sobre M :

$$\begin{aligned} v_M &\equiv \sum_{k=1}^N (u_k, v) u_k = \\ &= (u_1, v) u_1 + (u_2, v) u_2 + \dots + (u_N, v) u_N \\ &\quad (M = \{u_k, k=1, 2, \dots, N\}) \end{aligned}$$

— **(Teoremas) Propiedades relacionadas con la norma.**

i. **Teorema de Pitágoras:** dados dos vectores de un espacio lineal L con PE ortogonales entre sí, se cumple que el cuadrado de la norma de su suma es igual a la suma de sus normas al cuadrado:

$$\|v + w\|^2 = \|v\|^2 + \|w\|^2 \quad \forall v, w \in L / v \perp w$$

ii. **Desigualdad (finita) de Bessel:** para todo elemento v de un espacio lineal L con PE, siendo u_k ($k=1,2,\dots,N$) los elementos de un conjunto ortonormal de L , se cumple que el cuadrado de su norma es siempre mayor o igual que la suma de los cuadrados de los módulos de los productos escalares de los u_k con v . Esto es

$$\|v\|^2 \geq \sum_{k=1}^N |(u_k, v)|^2 \quad \forall v \in L$$

iii. **Desigualdad de Cauchy-Schwarz:** Para todo par de elementos v, w , de un espacio lineal L con PE se cumple que el módulo del PE de v y w es menor o igual que el producto de sus normas:

$$|(v, w)| \leq \|v\| \cdot \|w\| \quad \forall v, w \in L$$

Únicamente nos resta un concepto más para poder introducir la definición algebraica de *Espacio de Hilbert*. Este último concepto tiene que ver con sucesiones, con un tipo particular de sucesiones, y con la propiedad de convergencia de las mismas.

Una sucesión matemática es un conjunto de elementos relacionados entre sí mediante alguna ley de formación que permite averiguar cada uno de los elementos a partir de un término general que los expresa de forma compacta. Se trata de un conjunto de infinitos elementos ordenados: la ley de formación expresa dicha infinitud y dicha ordenación al establecer una relación directa con los números naturales $\mathbb{N}=\{1,2,3,\dots\}$. Por ejemplo, los números naturales pares «son» la sucesión infinita:

$$S = (2n)_1^\infty = 2 \cdot 1, 2 \cdot 2, 2 \cdot 3, \dots, 2 \cdot n, \dots = 2, 4, 6, \dots$$

Mientras que los 850 primeros números pares son la sucesión finita:

$$S' = (2n)_1^{850} = 2 \cdot 1, 2 \cdot 2, 2 \cdot 3, \dots, 2 \cdot 850 = 2, 4, 6, \dots, 1700$$

En ellas, cada número natural n está asociado a uno de los términos de la sucesión, que en este caso, también son números naturales. Otra sucesión podría ser, por ejemplo:

$$S'' = (e^{ni})_1^\infty = e^i, e^{2i}, e^{3i}, \dots, e^{ni}, \dots$$

Que es la sucesión infinita de las funciones exponenciales de los múltiplos de la unidad imaginaria.

Lo cual significa que los términos de las sucesiones pueden ser muy variados, desde simples números hasta funciones, y funciones de variables

de todo tipo; basta que exista una ley de formación establecida a partir de los números naturales, que garantice la ordenación, para que se tenga una sucesión.

Los dos ejemplos precedentes de sucesiones infinitas son sucesiones cuyos términos no tienden hacia ningún valor finito. $(2n)^\infty$ es una sucesión *divergente*, los términos se van haciendo cada vez más grandes, de forma que el valor de ellos tiende a hacerse infinito a medida que aumenta n . $(e^{in})^\infty$ es una sucesión *oscilante*, pues sus términos oscilan entre los valores $+1$ y -1 . En ninguno de ambos casos, pues, existe un valor finito al cual se vaya acercando cada vez más: no tienen *límite*. En cambio, para:

$$S''' = (1/n)_1^\infty$$

Está claro que cada vez se acerca más a cero, y por lo tanto es convergente: tiene un límite que es el cero. Obviamente, existen definiciones rigurosas de las propiedades de convergencia y la existencia de límite para sucesiones infinitas, además de que puede haber tipos distintos de convergencia, según la naturaleza de los términos de la sucesión, pero lo que nos interesa aquí es simplemente resaltar que esta idea de convergencia supone el «confinamiento» de la sucesión, de todos sus términos, en una cierta región bien definida: puesto que el primer término es bien conocido, y los siguientes están ordenados y van tendiendo progresivamente hacia un cierto valor finito y también conocido, es posible *acotar* la sucesión. La última, por ejemplo, está enteramente comprendida entre los valores 1 y 0 , el primero inclusive (es su primer término), el segundo exclusive (la sucesión tiende hacia ese valor pero nunca lo alcanza).

Una *sucesión de Cauchy* es un tipo particular de sucesión, cuyos términos son elementos de un espacio lineal con PE y norma asociada y que aún siendo infinita, a partir de un cierto término, de un cierto n finito, la diferencia entre cualesquiera dos términos posteriores a él tiene una norma de magnitud todo lo pequeña que se quiera. Formalmente, esto se expresa de la siguiente forma:

— **Definición: Sucesión de Cauchy.** Una sucesión infinita de términos pertenecientes a un espacio lineal en el que existe norma definida, se dice que es una sucesión de Cauchy si cumple que

$$\text{sucesión } (v_n)_1^\infty \quad v_n \in L, \forall n \in \mathbb{N} :$$

$$\forall \epsilon > 0 \quad \exists n_0 / n > m > n_0 \Rightarrow \|v_n - v_m\| < \epsilon$$

- **Aclaración:** se puede fijar cualquier valor ϵ que se desee (siempre que sea real, pues la norma ha de ser real; ϵ es un «número», un escalar del cuerpo \mathbb{R} de los reales), y siempre se podrá encontrar un n_0 a partir del cual las normas se hacen menores que ϵ . Esto significa dos cosas: en primer lugar, que **para cada ϵ particular existirá un n_0 particular** y distinto de los que se puedan encontrar para otros ϵ ; en segundo lugar, que se podrá escoger siempre un ϵ todo lo pequeño que se desee, de forma que a partir de un cierto término de la sucesión, ésta estará contenida en una región de las dimensiones de ϵ , es decir, **tan pequeña como queramos**. En general, cuanto más pequeña queramos hacer dicha región, más términos de la sucesión habrán de ser excluidos: mayor será n_0 .
- **Propiedad:** en un espacio lineal con norma definida, **toda sucesión convergente es una sucesión de Cauchy**, pero el inverso no es cierto: pueden existir sucesiones de Cauchy que no sean convergentes.
- **Definición asociada:** *Espacio Completo ó de Banach.* Un espacio lineal con norma definida, se dice que es completo si en él se cumple que toda sucesión de Cauchy es convergente.

Con todo esto, podemos ya dar la definición formal de un Espacio de Hilbert:

— **Definición. Espacio de Hilbert H .**

Se dice que H es un espacio de Hilbert si se trata de un espacio lineal con un PE (\cdot, \cdot) tal que, con respecto a la norma asociada a (\cdot, \cdot) , H es un espacio completo, es decir, todas las sucesiones de Cauchy son convergentes

— **Definición. Subespacio de Hilbert.**

Se dice que un subconjunto M de H no vacío es un subespacio de Hilbert de H si es subespacio lineal de H , y es un subconjunto topológicamente cerrado en H , esto es, cualquier sucesión infinita contenida en M posee un límite finito y, además, dicho límite también perteneciente a M . Dicho subespacio M constituye por sí mismo un espacio de Hilbert respecto del PE definido en H .

Cuando decíamos que la f.o. debía ser una función de cuadrado integrable, y que debía estar «normalizada» a la unidad para que su significado probabilista fuese consistente, se estaba diciendo que, en cuanto elemento de un espacio de Hilbert, la norma de la f.o. debe valer uno. Por otra parte, que la magnitud de la f.o. sea el cuadrado de su módulo, y que ésta no sea la única magnitud que se puede emplear sino una de las posibles, tiene que ver con el hecho de que la definición que se ha dado de la norma en un espacio lineal es un caso particular de norma. En general, cuando el espacio

lineal considerado es un espacio de funciones —sus elementos o «vectores» son funciones— la norma suele definirse de forma general como:

— **Definición. Norma-p para funciones:** Dado un espacio lineal L constituido por funciones u definidas sobre un cierto intervalo cerrado $[a,b]$ de valores reales y cuyo conjunto imagen es el de los números complejos \mathbb{C} , se define la norma-p de u como la raíz p de la integral, entre a y b , de la potencia p del módulo de u :

$$\text{Norma-p de } u \text{ en } L: \|u\|_p \equiv \sqrt[p]{\int_a^b |u(x)|^p dx}$$

Dicha norma no está referida a ningún PE previamente definido. Sucede que sólo para $p=2$ es posible definir una norma a partir de un PE; PE, a su vez, cuya definición estará relacionada con el módulo de la función y con la integral de éste definida sobre un cierto intervalo o dominio de definición. Cuando se elige el cuadrado del módulo de la f.o. como medida de su magnitud y no otra, ello obedece a que las operaciones implicadas en las definiciones de las variables dinámicas deducidas a partir de la ESH y de la f.o., han de ser interpretadas a partir del PE, y la norma asociada a éste, que es posible definir en un cierto espacio de Hilbert del cual las f.o. son elementos: estas operaciones tienen su fundamento matemático en la definición de la estructura algebraica de dichos espacios, que es el que garantiza su validez.

De importancia fundamental en MC es el concepto ya definido de *Proyección Ortogonal*:

«En Mecánica Cuántica, cada «aparato de medida» está asociado a un espacio de Hilbert: lo que se mide entra en el aparato de medida, es un vector de H ; lo que resulta, la medición efectuada, es sólo su proyección en un subespacio de Hilbert de H ».²

— **Definición: Complemento Ortogonal de un subconjunto X de H .**

Se llama complemento ortogonal de X en H al conjunto de vectores de H que son ortogonales a todo X ; es decir: su producto escalar con los vectores de X es nulo. Al complemento ortogonal de X se lo denota por X^\perp :

$$\text{Complemento Ortogonal: } X^\perp \equiv \{v \in H \mid v \perp X\}$$

² Notas (Ibíd.)..

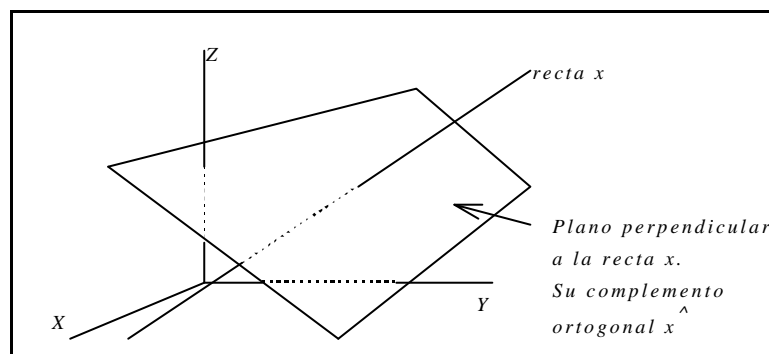
Nos podemos hacer una idea del concepto de complementariedad ortogonal a partir del espacio euclídeo habitual \mathbb{R}^3 : dada una recta x cualquiera, el complemento ortogonal de ésta será cualquier plano perpendicular a ella (véase la figura de la siguiente página).

La importancia de esta noción radica en el hecho de que todo vector de H va a poder descomponerse de manera única en la suma de otros, cada uno proyección ortogonal del vector sobre un subespacio y su complemento ortogonal:

— **Teorema de la Proyección Ortogonal.** *Dado un subespacio de Hilbert M de H , para todo vector de H existen dos únicos vectores, uno perteneciente al subespacio M y el otro perteneciente al complemento ortogonal de M , tales que la suma de ambos es el vector dado.*

$$\forall v \in H, \exists v_M \in M \text{ y } v_{M^\perp} \in M^\perp \quad \text{únicos, tales que}$$

$$v = v_M + v_{M^\perp}$$



— **Propiedad asociada:** *dado un vector v de H y un subespacio de Hilbert M de H , la proyección ortogonal v_M es el vector de M que está **más próximo** a v (o también, el vector de M «más parecido» a v).*

De hecho, lo que se está anticipando es un procedimiento para la aproximación de funciones. La propiedad de descomposición que se apoya en las proyecciones ortogonales permite construir conjuntos de funciones mediante cuyas combinaciones lineales, con unos coeficientes de multiplicación adecuados, se puede aproximar cualquier función dada de carácter excesivamente complejo como para poder ser manejada matemáticamente con utilidad:

«El concepto de «proyección ortogonal» tiene una enorme importancia en la práctica: supongamos que el subconjunto M está formado por funciones sencillas pertenecientes a H , y que v es una función complicada. A partir de la proyección ortogonal v_M , la más próxima a v , podemos obtener una función sencilla (aproximaciones, desarrollos en serie, etc.) que será la función sencilla que mejor «describa» el fenómeno complicado que es v , cuya representación matemática rigurosa puede ser de resolución complicada, o incluso imposible. Esto es: la mejor aproximación sencilla de v es v_M , su proyección ortogonal sobre el conjunto M de funciones sencillas.»

Estos conjuntos de funciones sencillas constituyen un tipo particular de conjuntos ortonormales de los espacios de Hilbert, conocidos como *Bases Ortonormales*. Una base de un espacio lineal es el conjunto más reducido posible de elementos del espacio a partir del cual se puede «generar» el espacio completo. Generar aquí significa aplicar las operaciones de suma y producto definidas sobre tal espacio para combinar los elementos de la base. Por ejemplo, en el espacio euclídeo de tres dimensiones reales, bastan tres vectores no coplanarios para tener una base. Sumando y multiplicando por escalares esos vectores se puede generar cualquier vector del espacio; o dicho de otro modo, cualquier vector del espacio euclídeo puede descomponerse en una combinación lineal de esos tres vectores, en una suma cuyos términos son esos vectores multiplicados por los factores constantes (escalares) adecuados. Si se trata de tres vectores perpendiculares (ortogonales) entre sí, tendremos una base ortogonal del tipo de los ejes cartesianos usuales, sólo que con unas unidades de medida arbitrarias; si además son de módulo unitario (normalizados a la unidad), tendremos una base ortonormal, los ejes cartesianos en sentido estricto. El número de elementos de una base es la dimensión del espacio que genera. En el caso de los espacios de Hilbert, existen una serie de propiedades que caracterizan a las bases ortonormales:

— *Teorema de caracterización de bases ortonormales de un espacio de Hilbert.*

*Dado un subconjunto L de un espacio de Hilbert H , se dice que L es **denso** en H si el menor conjunto topológicamente cerrado (vd. supra) de H que contiene a L es el propio espacio H .*

*Dado un espacio de Hilbert H , se dice que es **separable** si existe un subconjunto B de n elementos de H , con n finito o infinito numerable,³ tal que el conjunto de to-*

³ Dado un conjunto, se dice que es infinito numerable si está formado por infinitos elementos, pero entre ellos y los números naturales se puede establecer una relación biunívoca, de forma que a cada uno de ellos se le puede asignar un número natural que lo «identifica», lo numera. Las cantidades infinitas no numerables constituyen los llamados números transfinitos, cantidades infinitas «más grandes» que las infinitas numerables.

das las combinaciones lineales de los elementos de B es un subconjunto denso en H .

Entonces: si en un espacio H separable el subconjunto B es además un conjunto ortonormal, se dice que B es **base ortonormal** de H . En tal caso, las afirmaciones siguientes son todas equivalentes y caracterizan a B como base ortonormal:

i. B es **base ortonormal** de H .

ii. El **complemento ortogonal** de B , B^\perp , es el vector cero.

iii. Todo vector de H puede expresarse **de manera única como suma** de los vectores de B , cada uno de los cuales tiene como factor multiplicativo su PE con el vector dado

$$\text{dado } B = \{u_1, u_2, \dots, u_n, \dots\}$$
$$\forall v \in H \quad \exists! v = \sum_n c_n u_n \quad \text{con } c_n = (u_n, v)$$

iv. El PE de cualesquiera dos vectores v, w de H cumple la **identidad de Parseval**:

$$(v, w) = \sum_n (v, u_n)(u_n, w)$$

v. La norma de todo vector v de H cumple la **identidad de Bessel**:

$$\|v\|^2 = \sum_n |(v, u_n)|^2$$

vi. B es un conjunto ortonormal **maximal**. Esto es: no se puede hacer B más grande y que siga conservando la propiedad de ortonormalidad.

Hasta aquí, se han señalado las propiedades genéricas de cualquier espacio de Hilbert, cuyos elementos han sido llamados también de forma genérica «vectores». Ahora bien, de entre todos los espacios de Hilbert, y en relación con la MC, nos interesa uno en particular, aquél cuyos vectores son las funciones complejas de cuadrado integrable. Esto es:

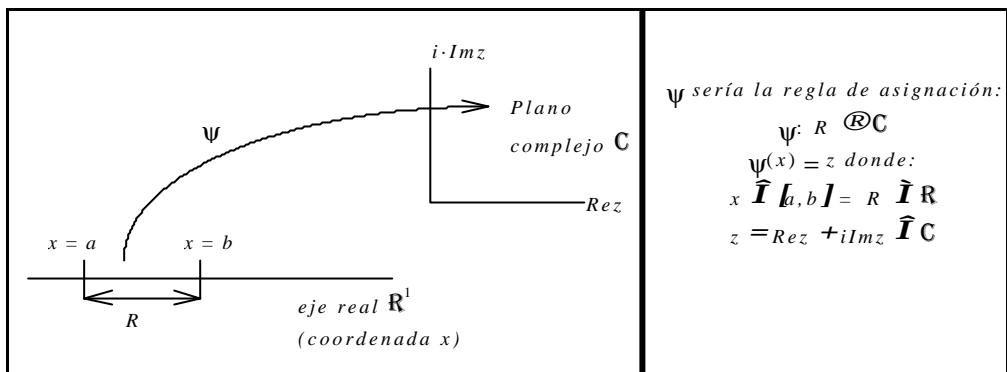
— **Proposición:** El conjunto de todas las funciones continuas definidas sobre un cierto intervalo real $[a, b]$ cuyo conjunto imagen pertenece a los números complejos, y cuyo módulo al cuadrado, integrado en el intervalo de definición es de valor finito, constituyen un espacio de Hilbert. Las f.o. que definen el estado dinámico de los sistemas físico-cuánticos, son funciones de este tipo

$$\text{ Toda f.o. } \Psi \in H = \{f([a, b]) \rightarrow \mathbb{C}; [a, b] = R \subset \mathbb{R}^4\}$$

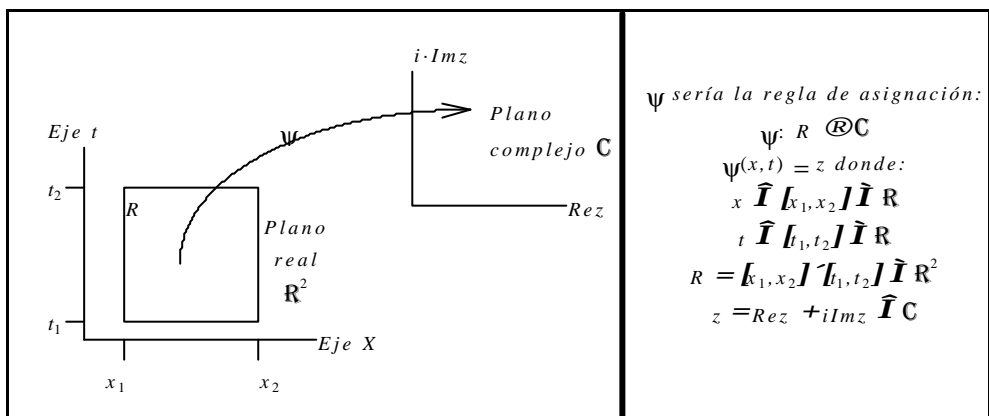
— **Aclaración:** el intervalo de definición R son números reales de cuatro dimensiones porque engloban las tres coordenadas del vector de posición y la coordenada temporal; es un conjunto de definición «real» aún cuando los valores de la función sean números complejos, puesto que las magnitudes físicas efectivas son normas, esto es, «reales» en sentido físico tanto como en el matemático. Para los casos en los que la f.o. depende de una única coordenada, $\Psi(x)$, o bien es función de dos, $\Psi(x, t)$, la «regla de asignación» es del tipo que aparece en las figuras siguientes.

Si nos remitimos a partir de ahora a los espacios de Hilbert de las funciones de cuadrado integrable, y para más simplicidad consideramos funciones de una sola variable, se tiene un tipo de bases ortonormales de gran importancia: son conjuntos B de funciones que cumplen las propiedades generales de las bases ortonormales de espacios de Hilbert que van a servir para «aproximar» funciones más complicadas. Se las conoce como *Series de Fourier*, y son de dos tipos:

Para el caso de una f.o. del tipo $y(x)$, la regla de asignación será



Para el caso de una f.o. del tipo $y(x,t)$, la regla de asignación será



— **Definición. Series de Fourier.** En un espacio H de funciones de cuadrado integrable definidas sobre un cierto intervalo real cerrado $[a, b]$, los siguientes conjuntos se denominan series de Fourier:

Serie de exponenciales

$$B_1 = \left\{ e_n(t) = \frac{1}{\sqrt{T}} e^{in\omega t} \right\}_{n=0, \pm 1, \pm 2, \dots}, \quad T = b - a, \quad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

Serie trigonométrica

$$B_2 = \left\{ \frac{1}{\sqrt{T}}, \sqrt{\frac{2}{T}} \cos(n\omega t), \sqrt{\frac{2}{T}} \sin(n\omega t) \right\}_{n=1, 2, 3, \dots}$$

expresiones en las cuales T se denomina período y ω frecuencia

— **Proposición:** los conjuntos B_1 y B_2 son **bases ortonormales** de H , de forma que cualquier función del espacio puede escribirse como una combinación de elementos de B_1 o de B_2 , de la forma:

$$\forall \Psi(t) \in H$$

$$\Psi(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{c_n}{\sqrt{T}} e^{in\omega t}, \quad c_n = (e^{in\omega t}, \Psi(t)) = \frac{1}{\sqrt{T}} \int_a^b e^{-in\omega t} \Psi(t) dt$$

$$\Psi(t) = \frac{a_0}{\sqrt{T}} + \sum_{n=1}^{\infty} \left[a_n \frac{2}{\sqrt{T}} \cos(n\omega t) + b_n \frac{2}{\sqrt{T}} \operatorname{sen}(n\omega t) \right]$$

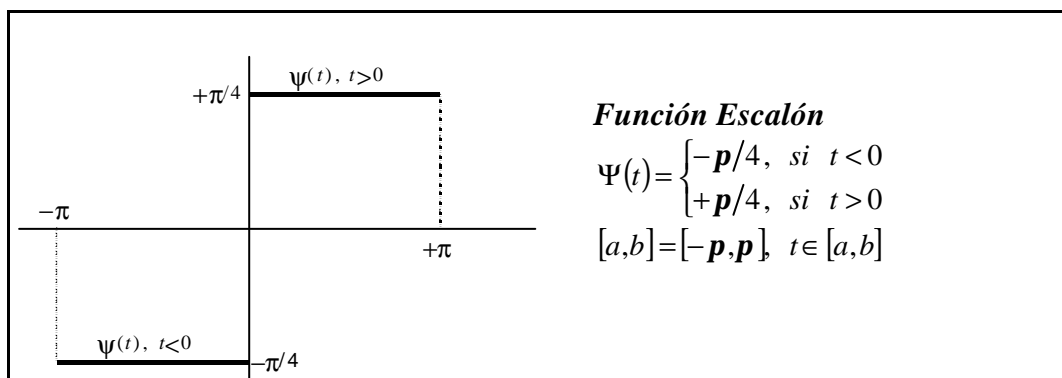
$$a_0 = \left(\frac{1}{\sqrt{T}}, \Psi(t) \right) = \frac{1}{\sqrt{T}} \int_a^b \Psi(t) dt, \quad a_n = \left(\sqrt{\frac{2}{T}} \cos(n\omega t), \Psi(t) \right) = \sqrt{\frac{2}{T}} \int_a^b \cos(n\omega t) \Psi(t) dt,$$

$$b_n = \left(\sqrt{\frac{2}{T}} \operatorname{sen}(n\omega t), \Psi(t) \right) = \sqrt{\frac{2}{T}} \int_a^b \operatorname{sen}(n\omega t) \Psi(t) dt$$

— **Proposición:** el desarrollo en series de Fourier de una función **se aproxima** progresivamente a la función de forma **global** en todo el intervalo de definición y no sólo en torno a cierto punto previamente fijado, a medida que se van tomando más términos del desarrollo, lo cual diferencia a las series de Fourier de otro tipo de aproximaciones en serie, como por ejemplo las series de Taylor.

-- **NOTA:** A pesar de ser bases del espacio de Hilbert, las propias series de Fourier no pertenecen al espacio de Hilbert, pues sus términos u ondas elementales no son de cuadrado integrable. A este tipo de bases del espacio de Hilbert que ellas mismas no pertenecen a él se las denomina, bases de Hamel. (Esto es lo que se ha afirmado previamente con relación a las ondas planas como ondas elementales de integrales que representan funciones del espacio de Hilbert).

(Ejemplo): supongamos una función perteneciente a H muy sencilla, del tipo de las llamadas «**funciones escalón**», $\Psi(t) = -\mathbf{p}/4$ para valores negativos de t , y $\Psi(t) = +\mathbf{p}/4$ para valores positivos, y definida en el intervalo cerrado $[-\pi, \pi]$. Esto es, $\Psi(t)$ es de la forma:



Si calculamos el desarrollo de la función en serie de Fourier, se obtiene que los términos con n par se anulan y resulta la expresión:

$$\Psi(t) = \sum_{n \text{ impar} \geq 1} \frac{\text{sen}(nt)}{n} = \text{sent} + \frac{1}{3}\text{sen}(3t) + \frac{1}{5}\text{sen}(5t) + \dots$$

Y si se van representando los desarrollos para los sucesivos valores de n , esto es:

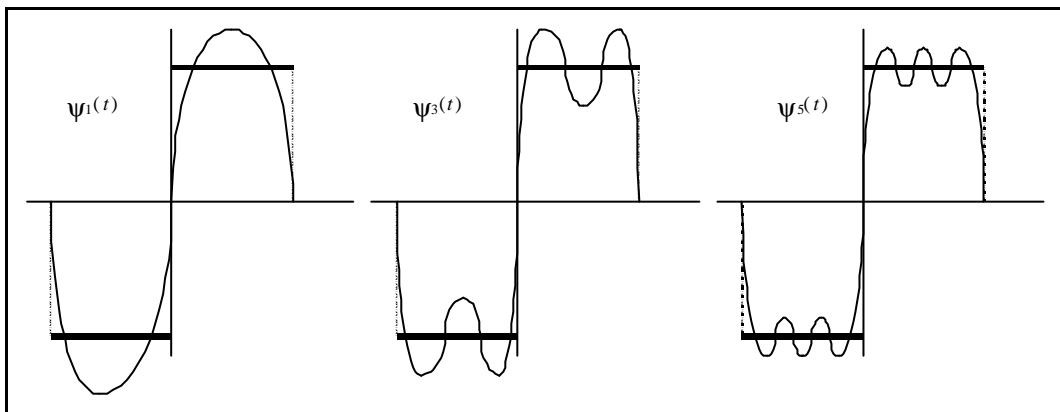
$$n=1 \quad \Psi_1(t) = \text{sent}$$

$$n=3 \quad \Psi_3(t) = \text{sent} + \frac{1}{3}\text{sen}(3t)$$

$$n=5 \quad \Psi_5(t) = \text{sent} + \frac{1}{3}\text{sen}(3t) + \frac{1}{5}\text{sen}(5t)$$

etc...

Se observa como cuanto mayor es el valor de n , cuantos más términos de la serie se consideran, el desarrollo en serie se hace «más parecido» a la función, se aproxima más a su valor:



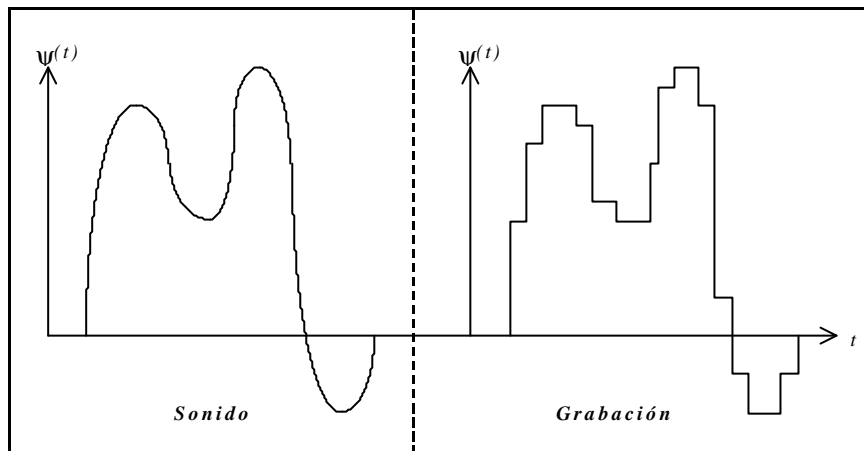
Cada uno de los términos o sumandos del desarrollo de una función en series de Fourier se conoce como Onda Elemental, dado que la periodicidad de las funciones que forman las bases ortonormales de Fourier hace que estos desarrollos tengan forma sinusoidal, y se define como Intensidad de dicha onda elemental al módulo cuadrado de su coeficiente obtenido a partir del PE correspondiente; esto es:

— **Onda elemental de Fourier:** $c_k \frac{1}{\sqrt{T}} e^{ik\omega t}$

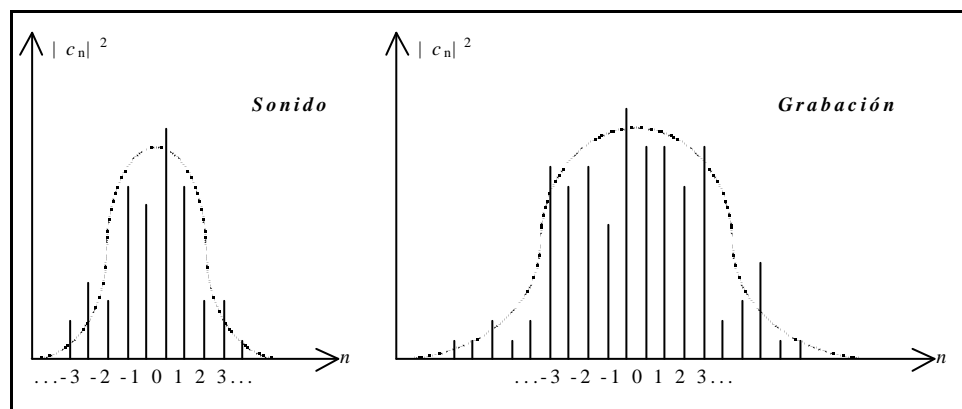
— **Intensidad de la O. elemental:** $|c_k|^2 = \left| \frac{1}{\sqrt{T}} \int_a^b e^{-ik\omega t} \Psi dt \right|^2$

Esta nomenclatura ha surgido de las aplicaciones físicas de las series de Fourier, en las cuales usualmente la función y su desarrollo en serie re-

presenta un movimiento vibratorio en el tiempo, el de una partícula o el de un campo electromagnético, por ejemplo. Así, el coeficiente c_k se corresponde con la elongación de la vibración, en tanto que su cuadrado va a ser la energía del movimiento. En general, la presencia de una onda elemental en un cierto fenómeno se pone de manifiesto a través de la energía $|c_n|^2$, que será lo que se mida efectivamente. Por ejemplo, si grabamos un sonido, debido a que las dimensiones físicas de los elementos magnéticos que intervienen en el fenómeno son discontinuas, no se puede hacer un registro continuo, sino que lo que se graba es un muestreo, un conjunto de mediciones a intervalos de tiempo: el sonido será una suma de frecuencias elementales:

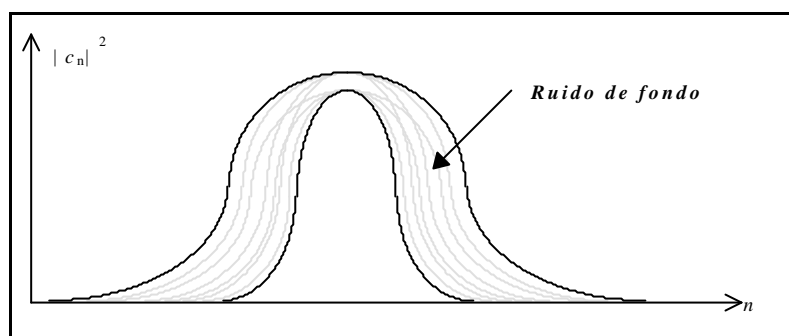


Se ha representado la «onda», pero no el registro efectuado: la «medición» realizada por el aparato de registro será la energía, la intensidad del sonido, y no su «elongación»:



Como se ve, la intensidad correspondiente al propio sonido tiene una forma más aguda, con una franja más estrecha de valores de n en los que la intensidad es apreciable y de valor comparativamente más alto que en el ca-

so de la grabación, en la que las intensidades se distribuyen de una forma más aplanada. Se dice que la onda que corresponde al sonido es más Regular que la que corresponde a la grabación. Una manifestación práctica de esta diferencia en la regularidad entre el muestreo o grabación y el sonido real, lo constituye el «ruido» de fondo que el aparato recoge y no es parte del sonido grabado:



Tenemos, entonces, que en un espacio de Hilbert H , compuesto por funciones de cuadrado integrable (con los PE y norma definidos), estas funciones o «vectores» —en el sentido de elementos de un espacio lineal— pueden ser representados mediante sumas de funciones, también pertenecientes a H , más simples; sumas infinitas o desarrollos en serie. Sin embargo, dicha representación aproximada, tanto más aproximada cuantos más términos del desarrollo se consideren, transforma una función continua en una suma discreta de ondas elementales: el paso de la función original a su desarrollo en serie supone el paso de lo continuo a lo discreto, paso en el cual, como se ve en el ejemplo de la grabación de un sonido, se pierde información; y esa pérdida afecta de forma físicamente sensible a las mediciones que se hacen.

Existe, empero, otro método de aproximación, basado también en transformaciones del tipo de las series de Fourier, pero que mantiene la continuidad entre la función y su representación aproximada. No obstante, las herramientas necesarias para la aplicación de dicho método requieren una serie de generalizaciones previas: una generalización del concepto de «función» mediante la introducción de la noción de «distribución», y la consiguiente generalización de la estructura algebraica correspondiente a las funciones que nos interesan, el espacio de Hilbert de las funciones de cuadrado integrable, a la relativa a las distribuciones: los «Espacios de Distribuciones».

Se parte de la definición de un Espacio Lineal Topológico de funciones y de su correspondiente Espacio Dual:

— **Definición: Espacio Lineal Topológico (de funciones) $\mathbf{\hat{A}}$** Se dice que $\mathbf{\hat{A}}$ es un espacio lineal topológico si es espacio lineal (de funciones) sobre el cuerpo \mathbf{C} de los nos. complejos, y en él existe una noción de límite.

— **Definición: Espacio Dual $\mathbf{\hat{A}'}$ del espacio lineal topológico $\mathbf{\hat{A}}$** Se llama así al conjunto de las aplicaciones T de $\mathbf{\hat{A}}$ en \mathbf{C} tales que

$$\left. \begin{array}{l} T: \mathfrak{S} \rightarrow \mathbf{C} \\ \mathbf{j} \rightarrow \langle T, \mathbf{j} \rangle \end{array} \right\} \mathbf{j} \in \mathfrak{S}, \langle T, \mathbf{j} \rangle \in \mathbf{C}$$

(Es decir: $\langle T, \mathbf{j} \rangle$ es un «número», un no. complejo)

y cumplen dos **propiedades**:

i. Son aplicaciones **lineales**:
$$\left\{ \begin{array}{l} \langle T, \mathbf{j}_1 + \mathbf{j}_2 \rangle = \langle T, \mathbf{j}_1 \rangle + \langle T, \mathbf{j}_2 \rangle \\ \langle T, \mathbf{Ij} \rangle = \mathbf{I} \langle T, \mathbf{j} \rangle \end{array} \right.$$

ii. Son **continuas**. Es decir, siendo \mathbf{j}_n una sucesión convergente en $\mathbf{\hat{A}}$ y por lo tanto con un límite finito, se cumple que:

$$\langle T, \lim_{n \rightarrow \infty} \mathbf{j}_n \rangle = \lim_{n \rightarrow \infty} \langle T, \mathbf{j}_n \rangle$$

Los **elementos** del espacio dual se denominan «**Distribuciones sobre $\mathbf{\hat{A}}$** », mientras que a los espacios de funciones $\mathbf{\hat{A}}$ se le suele denominar también **espacios de «funciones test»**.

De los dos tipos principales de espacios de funciones test que existen, nos interesa el que se conoce como espacio de funciones de Schwarz, \mathfrak{D} , formado por las funciones continuas definidas sobre todo el conjunto de los números reales, que se pueden derivar de forma sucesiva cuantas veces se quiera, esto es, tienen derivadas de orden todo lo alto que se quiera (derivada, derivada segunda, derivada tercera, etc.), siendo todas sus derivadas también continuas, y que se anulan rápidamente cuando el valor absoluto de la variable crece (el valor de la función tiende rápidamente a cero cuando x tiende a infinito, positivo o negativo):

Funciones Test del tipo Schwarz:

$$\mathbf{\tilde{A}} = \{ \mathbf{j}(x): \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{C} / \mathbf{j} \text{ continua, } \mathbf{d}^k \mathbf{j} / \mathbf{d}x^k \text{ continuas} \\ \text{y } \mathbf{j} \rightarrow 0 \text{ rápidamente cuando } x \rightarrow \pm \infty \}$$

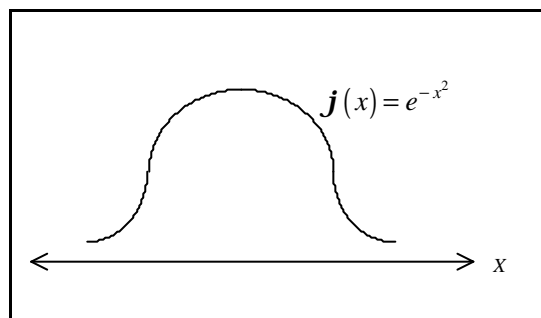
Que tiendan a cero «rápidamente» quiere decir que su grado de decrecimiento o anulación es mayor que el de las funciones racionales del tipo $f(x)=1/x^N$ con $N>0$, lo cual se puede expresar de la siguiente forma:

$$x \rightarrow \pm\infty \Rightarrow \begin{cases} x^N \rightarrow \infty & (N > 0) \\ 1/x^N \rightarrow 0 & (N > 0) \\ \mathbf{j}(x) \rightarrow 0 \end{cases}$$

Pero además:

$$\mathbf{j}(x) \cdot x^N \rightarrow 0 \times \infty \rightarrow 0 \text{ nota }^4$$

Esto es, predomina el decrecimiento de la función \mathbf{j} sobre el crecimiento de x^N . Un ejemplo de función test de tipo Schwarz es la conocida campana de Gauss:



Curva gaussiana. Ejemplo de función test del tipo Schwarz

Sobre estas funciones es sobre las que se definen las distribuciones que forman parte del espacio dual \mathcal{D}' , también llamadas funciones generalizadas, como aplicaciones de \mathcal{D} en el conjunto de los complejos \mathbb{C} que cumplan las propiedades de linealidad y continuidad anteriormente enunciadas, esto es:

$$\left. \begin{array}{l} T: \mathcal{D} \rightarrow \mathbb{C} \\ \mathbf{j} \rightarrow \langle T, \mathbf{j} \rangle \end{array} \right\} \langle T, \mathbf{j} \rangle \in \mathcal{D}, \quad \langle T, \mathbf{j} \rangle \in \mathbb{C}$$

T lineal y continua

⁴ “ $0 \times \infty$ ” constituye una «indeterminación» matemática, pues, en principio, no se puede determinar el valor de dicho producto; sin embargo, en este caso, se sabe que predomina el cero correspondiente a la función que el infinito de la potencia.

En concreto, las distribuciones llamadas *regulares* de \mathcal{D}' se definen de la siguiente forma:

- **Definición: Distribuciones Regulares de $\tilde{\mathcal{A}}$ '.** Siendo la función $u=u(x)$ una función integrable en el conjunto de los números reales y $\mathbf{j}(x)$ una función test de Schwarz, la distribución regular de u en $\tilde{\mathcal{A}}$ se define como la aplicación:

$$\mathcal{D}' \rightarrow C: \mathbf{j} \rightarrow \langle u, \mathbf{j} \rangle \equiv \int_{-\infty}^{\infty} u(x) \mathbf{j}(x) dx$$

Pero existen distribuciones no regulares, también llamadas *singulares*, que no obedecen a una definición general del tipo de la anterior. De ellas, la más importante es la que se conoce como *Delta de Dirac*:

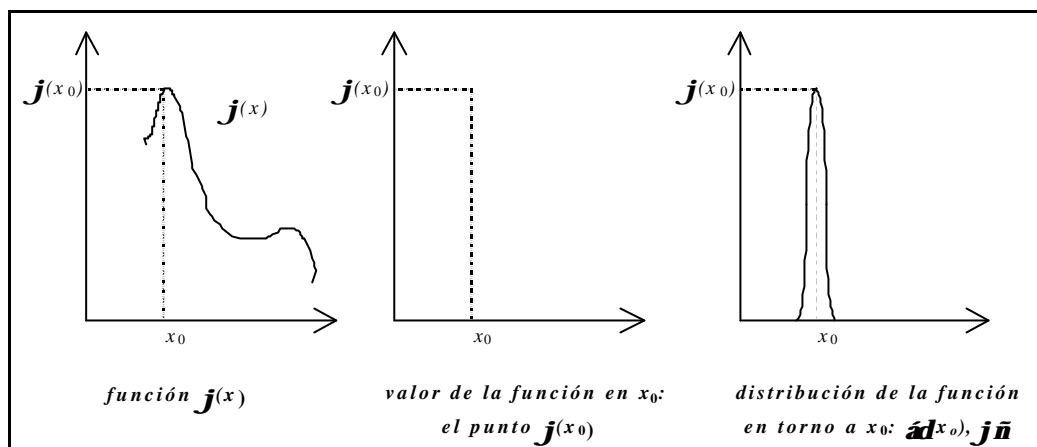
- **Definición: Distribución (singular) Delta de Dirac de $\tilde{\mathcal{A}}$ '.** Dada una función test \mathbf{j} del espacio de Schwarz, se define la distribución delta de Dirac de \mathbf{j} en el punto x_0 como:

$$\begin{aligned} \mathbf{d}(x_0): \mathcal{D}' &\rightarrow C \\ \mathbf{j} &\rightarrow \langle \mathbf{d}(x_0), \mathbf{j} \rangle \equiv \mathbf{j}(x_0) \end{aligned}$$

Es decir, la delta de Dirac **asigna** a la función test el **valor singular** que ésta toma en el punto considerado, el «número» que resulta de aplicar la función sobre un valor particular x_0 de la variable.

- **Aclaración:** el sentido de esta distribución está relacionado con fenómenos físicos de tipo, llamémosle, puntual: supóngase que deseamos conocer la intensidad de emisión de luz de un cuerpo dado, cuya expresión matemática $\mathbf{j}(x)$ se conoce, en la posición x_0 ; el valor exacto nos lo dará la **d** de Dirac (también la función \mathbf{j} en esa posición, $\mathbf{j}(x_0)$); pero nuestro aparato de medida tendrá cierta anchura y ello hará que la función \mathbf{j} se distribuya en un espacio comprimido en torno a x_0 ; la **d** de Dirac «distribuye» la función en ese espacio comprimido: cuanto menor sea la anchura de nuestro aparato, tanto más se parecerá la distribución real de la función a la de la **d** de Dirac.⁵

⁵ Un ejemplo más «mundano» podría ser el de un impulso instantáneo dado a un cuerpo para que se mueva. Si ese impulso se puede expresar matemáticamente mediante una función dependiente del tiempo, el valor del mismo nos lo dará el de la función en ese instante. Ahora bien, de hecho, el impulso no será instantáneo, requerirá de un bravísimo intervalo de tiempo, en el cual, al principio no hay impulso y al final tampoco, cesa, de tal forma que la descripción del mismo sería una función que alcanza rápidamente el valor de la función en ese instante para, rápidamente anularse: esa descripción la ofrece la distribución δ de Dirac, que distribuye el valor de la función en torno al instante del impulso (véase la gráfica).



De esta forma, la evolución de la supuesta intensidad conserva su continuidad: en lugar de valer cero en todos los puntos dando un salto discontinuo en x_0 , lo que hace es crecer abruptamente desde cero hasta el valor de la función en x_0 y descender abruptamente de nuevo hasta anularse.

Dado que un espacio dual de un espacio topológico de funciones es un espacio lineal, en él tienen que estar definidas las dos operaciones propias de todo espacio lineal: la suma de sus elementos, en este caso distribuciones, y el producto de éstos respecto a los números complejos, que es el conjunto de escalares sobre el que está definido el espacio —recuérdese que el resultado de la aplicación de una distribución a una función es un «número»—. Pero además, hay que añadir otras operaciones, en particular, las más importantes, el producto de distribuciones por funciones, incluida la distribución (singular) delta de Dirac, y, sobre todo, la derivación de distribuciones.

— **Definiciones. Operaciones con distribuciones:**

i. Suma:

$$T_1, T_2 \in \mathcal{D}', \quad \langle T_1 + T_2, \mathbf{j} \rangle \equiv \langle T_1, \mathbf{j} \rangle + \langle T_2, \mathbf{j} \rangle, \quad \forall \mathbf{j} \in \mathcal{D}$$

ii. Producto por números complejos:

$$l \in \mathbb{C}, T \in \mathcal{D}', \quad \langle lT, \mathbf{j} \rangle \equiv l \langle T, \mathbf{j} \rangle, \quad \forall \mathbf{j} \in \mathcal{D}$$

iii. Producto por una función f :

$$T \in \mathcal{D}', \quad \langle fT, \mathbf{j} \rangle \equiv \langle T, f \cdot \mathbf{j} \rangle, \quad \forall \mathbf{j} \in \mathcal{D}$$

iv. (Consecuencia de iii.; no se trata de una definición): Producto por una función f de la delta de Dirac:

$$f(x) \cdot \mathbf{d}_{x_0} = f(x_0) \cdot \mathbf{d}_{x_0}$$

v. **Derivación** (la derivada referida a distribuciones se denota por la letra D mayúscula):

Condición previa: para poder definir la operación de derivación de una distribución aplicada sobre una cierta función test, es necesario que la derivada de dicha función sea también una función test, esto es, que pertenezca a $\tilde{\mathbf{A}}$, puesto que:

Derivada primera:

$$\langle DT, \mathbf{j} \rangle \equiv -\langle T, D\mathbf{j} \rangle, \quad \forall \mathbf{j} \in \wp / D\mathbf{j} \equiv \frac{d\mathbf{j}}{dx} \in \wp$$

Derivada N -ésima:

$$\langle D^N T, \mathbf{j} \rangle \equiv (-1)^N \langle T, D^N \mathbf{j} \rangle, \quad \forall \mathbf{j} \in \wp / D^N \mathbf{j} \equiv \frac{d^N \mathbf{j}}{dx^N} \in \wp$$

— **Problema de notación:** como puede comprobarse por la definición de las distribuciones regulares, en su expresión simbólica se sustituye la “ T ” genérica que representa a una aplicación cualquiera por la función “ u ” respecto a la cual se realiza dicha aplicación, que en este caso es una integral. Esto es, en lugar de expresarse una distribución regular, respecto a una función “ u ” como:

$$\langle \int (u \cdot) dx, \mathbf{j} \rangle \equiv \int (u \cdot \mathbf{j}) dx$$

la aplicación «integración del producto de u por la función sobre la que se aplica» se simboliza únicamente con la función u ,

$$\langle \int (u \cdot) dx, \mathbf{j} \rangle \rightarrow \langle u, \mathbf{j} \rangle$$

sobreentendiéndose que de lo que se trata es de dicha integral. Supongamos que, en lugar de la función u , tenemos su derivada Du como la función respecto a la cual se define la distribución. Siguiendo esta convención en la notación, se tendría que expresar

$$\langle Du, \mathbf{j} \rangle$$

que coincide con la nomenclatura empleada para la derivada de la distribución referida a u (¡ojo: no a la derivada de u !). Para evitar esta confusión, se emplea una D atravesada por una barra diagonal “/” para referirse a la derivada de la distribución, y simplemente D para la derivada de la función. Dificultades tipográficas nos llevan a sustituir el símbolo usual de la derivada de una distribución por \hat{D} .

Pero más aún: para abreviar la notación, suele ser también usual representar la distribución regular referida a la función u sólo con “ u ”, evitando escribir “ $\langle u, \varphi \rangle$ ”, con lo cual se tiene:

— **Convención de notación:**

$$\text{Función } u: \quad u \equiv u(x)$$

$$\text{Distribución } u: \quad u \equiv \langle u, \mathbf{j} \rangle = \int (u \cdot \mathbf{j}) dx$$

$$\text{Distribución } Du: \quad Du \equiv \langle Du, \mathbf{j} \rangle = \int D(u \cdot \mathbf{j}) dx$$

$$\text{Distribución } \hat{D}u: \quad \hat{D}u \equiv \langle \hat{D}u, \mathbf{j} \rangle = -\langle Du, \mathbf{j} \rangle = -\int (Du \cdot \mathbf{j}) dx$$

Todas estas definiciones y generalizaciones son requisito formal previo para la introducción de la que se conoce como Transformada de Fourier de una función: las transformadas de Fourier se obtienen mediante la transformación de una función dada, que ha de cumplir ciertos requisitos que garanticen la existencia de su transformada, y que son los que implican la introducción del álgebra de distribuciones, por ejemplo, al considerar operaciones como la derivación.

— **Definición: Transformada de Fourier.** Dada una función u definida sobre el conjunto de todos los números reales (u está definida en todo \mathbb{R}) e integrable en él, su transformada de Fourier se define como

$$F(u) \equiv (Fu)(k) \equiv \tilde{u}(k) \equiv \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-ikx} u(x) dx$$

— **Observación:** véase que la **variable** de la transformada, k , no es la variable de la función, x . Puede interpretarse esta definición como una definición «en dos tiempos».

i. Definición: distribución F :

$$F \equiv \left\langle \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \tilde{u}, u \right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \langle \tilde{u}, u \rangle = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int (\tilde{u} \cdot u) dx$$

$$\text{donde: } \tilde{u} = \tilde{u}(x) \equiv e^{-ikx} \quad k = \text{cte.}$$

ii. Definición: función $F(u)$: Se considera al resultado de la aplicación de F sobre u una función tomando el valor indefinido de la constante k como nueva variable.

Al aplicar la primera definición, se obtiene un **número**, en el cual está incluida la magnitud, constante e indefinida, k . La segunda definición «**convierte**» a esta

constante en la nueva **variable**, y el resultado es análogo al de la definición original.

De esta forma comprobamos cómo en la estructura de la transformada de Fourier está implícita la noción de distribución: transformar una cierta función en su transformada de Fourier implica la aplicación de una distribución regular del tipo de las incluidas en \mathcal{D}' , de forma que la función a transformar tiene que cumplir las condiciones de las funciones test de \mathcal{D} .⁶

Las propiedades más importantes de la transformada de Fourier son:

— **Propiedades de la Transformada de Fourier:**

i. **F(u) es lineal:** $F(u_1 + u_2) = F(u_1) + F(u_2)$, $F(\mathbf{I}u) = \mathbf{I}F(u)$

ii. **Derivada n-ésima:** $D^n F(u) = (ik)^n \cdot F(u)$

iii. **Transformada del producto de una función por una potencia n de la variable:**

$$F(x^n u) = [iDF(u)]^n$$

Nota: en esta última propiedad, la derivada de la función transformada, DF_u , es, naturalmente, una derivada respecto a la variable k , que es la variable de dicha función, y para evitar «olvidos» suele especificarse esto señalando explícitamente la variable de la derivación: D_k . Esto es,

$$[iDF(u)]^n = [iD_k F(u)]^n = (iD_k \tilde{u})^n = (iD_k)^n \tilde{u}(k)$$

son todas notaciones equivalentes (las igualdades no implican operaciones equivalentes, sino «nombres» equivalentes)

La transformada de Fourier, considerada como una aplicación definida en \mathcal{D} , es biyectiva y posee *Inversa*; es decir, toda función posee una única transformada que además sólo es transformada de esa y ninguna otra fun-

⁶ En realidad, los espacios topológicos de funciones de Schwarz son un subconjunto del conjunto que contiene a las funciones sobre las que se puede aplicar la transformación de Fourier: el conjunto de las funciones continuas, infinitamente derivables (con derivadas también continuas) e integrables en todo \mathbb{R} . La restricción que reduce este conjunto al de las funciones de Schwarz es la condición de «rápido decrecimiento» de la función cuando la variable tiende a $\pm\infty$ (vd. supra). Esta restricción va a garantizar que la función resultante de la transformación sea también una función de Schwarz, pertenezca también a \mathcal{D} , mientras que de no imponerse tal restricción, puede resultar una transformada que, no sólo no va a pertenecer, probablemente, a \mathcal{D} , sino que tal vez tampoco sea parte del conjunto de las funciones de partida. Esto último implicaría que a ella no se le podría a su vez aplicar la transformación de Fourier, lo cual, como vamos a comprobar, tiene bastante importancia.

ción de Schwarz, y la relación inversa, entre la transformada y la función original, es también una aplicación bien definida en \mathcal{S} :

— **Teorema de inversión de Fourier:** Siendo F la transformación de Fourier de una función \mathbf{j} del espacio topológico de Schwarz $\tilde{\mathbf{A}}$ la función transformada $F(\mathbf{j})$ también pertenece al espacio $\tilde{\mathbf{A}}$ y cumple:

$$\left. \begin{array}{l} F : \mathcal{S} \rightarrow \mathcal{S} \\ \mathbf{j} \rightarrow F(\mathbf{j}) = \tilde{\mathbf{j}} \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} F \text{ es biyectiva} \\ \exists F^{-1}, \text{ inversa:} \\ F^{-1} : \mathcal{S} \rightarrow \mathcal{S} \\ \tilde{\mathbf{j}} \rightarrow F^{-1}(\tilde{\mathbf{j}}) = \mathbf{j} \end{array} \right.$$

de forma que, siendo

$$F[\mathbf{j}(x)] \equiv [F(\mathbf{j})](k) \equiv \tilde{\mathbf{j}}(k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-ikx} \mathbf{j}(x) dx$$

su inversa va a ser:

$$F^{-1}[\tilde{\mathbf{j}}(k)] \equiv [F^{-1}(\tilde{\mathbf{j}})](x) \equiv \mathbf{j}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{ikx} \tilde{\mathbf{j}}(k) dk$$

De esta forma, la transformación inversa de una función $\mathbf{j}(x)$ cualquiera del espacio de Schwarz será:

$$F^{-1}[\mathbf{j}(x)] \equiv [F^{-1}(\mathbf{j})](k) \equiv \tilde{\mathbf{j}}^{-1}(k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{ikx} \mathbf{j}(x) dx$$

O de otra forma: la transformada inversa de Fourier de una función se corresponde con la transformada directa sólo que:

i. La función exponencial es de **signo positivo**.

ii. La **variable de integración**, y en consecuencia la variable de la función transformada inversa, será la misma que la de la función original.

— **Consecuencia:** Propiedad de la transformada y su inversa. Así definida la transformación inversa de Fourier, se puede demostrar que, para cualesquiera dos funciones del espacio de Schwarz, se cumple:

$$\forall \mathbf{j}, \mathbf{y} \in \mathcal{S}: \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{\mathbf{j}}(k) \mathbf{y}(k) dk = \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{j}(q) \tilde{\mathbf{y}}(q) dq$$

Lo que significa que los PE de dos funciones y de las transformadas directa e inversa de ellas son iguales.

Por otra parte, y gracias a la propiedad de inversión, es posible generalizar la definición de la transformada de Fourier al espacio dual \mathcal{D}' , de forma que se garantiza su validez como operación entre distribuciones, al tiempo que ello permite la composición de cualquier aplicación T de dicho espacio dual con F para construir una aplicación compuesta también perteneciente a \mathcal{D}' .

— **Definición: Transformada de Fourier en el espacio dual $\tilde{\mathcal{A}}'$.** Dada una aplicación T cualquiera perteneciente al espacio dual del espacio topológico de Schwarz, su transformada de Fourier $F(T)$ se define como:

$$T \in \mathcal{D}' : F(T) \equiv \langle \tilde{T}, \mathbf{j} \rangle \equiv \langle T, \tilde{\mathbf{j}} \rangle$$

Si T es una distribución regular de $\tilde{\mathcal{A}}$, su transformada de Fourier, entonces, será:

$$\begin{aligned} F(T) &= \int_{-\infty}^{\infty} u(x) \tilde{\mathbf{j}}(x) dx = \int_{-\infty}^{\infty} u(x) \left[\frac{1}{\sqrt{2p}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-ikx} \mathbf{j}(x) dx \right] dx \Rightarrow \\ &\Rightarrow \langle \tilde{T}, \mathbf{j} \rangle = \frac{1}{\sqrt{2p}} \int_{-\infty}^{\infty} u(x) \left[\int_{-\infty}^{\infty} e^{-ikx} \mathbf{j}(x) dx \right] dx \end{aligned}$$

Siendo $F(T)$ una transformación compuesta que, a su vez, es una distribución sobre el espacio de Schwarz.

Tenemos ya las definiciones formales de Espacio de Hilbert, así como de los conceptos y operaciones asociados a éstos y a los espacios lineales más amplios en los que están incluidos: los espacios de distribuciones. Sabemos que una f.o. es un tipo de función de Schwarz, y que dadas las propiedades de las bases ortonormales, podrá ser expresada mediante un desarrollo en series de Fourier, o bien, en el caso de que su representación deba ser de «espectro continuo», mediante transformaciones de Fourier. Todavía falta un «ingrediente» en el menú: los *Operadores*.

Operadores lineales en espacios de Hilbert.

La definición general de «operador lineal» se refiere a espacios lineales o vectoriales en general, sean estos de Hilbert o de otro tipo:

— **Definición: Operador Lineal.** Dados dos espacios vectoriales L_1 y L_2 definidos sobre el mismo cuerpo \mathbf{K} de escalares, y siendo D un subespacio lineal de L_1 , se llama Operador Lineal de L_1 en L_2 con dominio D a cualquier aplicación lineal A ,

$$A: D \rightarrow L_2; \quad (D \subset L_1 \text{ y sub-espacio lineal})$$

$$v \rightarrow Av$$

que cumple:

i. $A(v_1 + v_2) = Av_1 + Av_2, \quad \forall v_1, v_2 \in D$

ii. $A(Iv) = IAv, \quad \forall v \in D, \quad \forall I \in \mathbb{K}$

— **Caso particular 1: Operadores Lineales en espacios de Hilbert H.** Dado un espacio de Hilbert H separable, definido sobre el cuerpo de escalares \mathbb{K} , y D un subespacio lineal de H denso (es decir: todo elemento de H puede expresarse como el límite de una sucesión incluida en D —vd. supra—), entonces, se llama operador lineal en H con dominio D a cualquier aplicación A

$$A: D \rightarrow H; \quad (D \subset H \text{ y sub-espacio lineal})$$

$$v \rightarrow Av$$

que cumple:

i. $A(v_1 + v_2) = Av_1 + Av_2, \quad \forall v_1, v_2 \in D$

ii. $A(Iv) = IAv, \quad \forall v \in D, \quad \forall I \in \mathbb{K}$

Es un caso particular en el sentido de que se imponen dos condiciones adicionales a las estipuladas para un caso genérico: que el dominio D sea denso, y que los espacios «origen» e «imagen», L_1 y L_2 , coincidan (y sean, claro, un espacio de Hilbert)

— **Caso particular 2. Operadores lineales en los espacios H de Hilbert cuyos elementos son funciones de cuadrado integrable** definidas sobre todo el conjunto de los reales (espacios propios de las f.o. de la MC). Un operador lineal se define de manera análoga al caso particular 1, pero son de especial interés **dos tipos**:

2.1. Operadores diferenciales. Un operador diferencial de orden p , es un operador lineal A de la forma:

$$A \equiv a_p(x) \frac{d^p}{dx^p} + a_{p-1}(x) \frac{d^{p-1}}{dx^{p-1}} + \dots + a_1(x) \frac{d}{dx} + a_0(x)$$

que actúa sobre los elementos v de H , funciones $v(x)$ de cuadrado integrable:

$$Av \equiv a_p(x) \frac{d^p v(x)}{dx^p} + a_{p-1}(x) \frac{d^{p-1} v(x)}{dx^{p-1}} + \dots +$$

$$+ a_1(x) \frac{dv(x)}{dx} + a_0(x) v(x)$$

Las funciones $a_j(x)$, $j=0,1,\dots,p$, son funciones fijas dadas, definidas en \mathbf{R} y continuas.

— **Ejemplos:** tres operadores diferenciales (lineales) en \mathbf{MC} , suponiendo que la f.o. sea una función de una sola variable $\mathbf{y}=\mathbf{y}(x)$:

a. Operador Posición: $Av \equiv x \cdot \Psi$

donde: $v \equiv \Psi(x), a_p(x) = a_{p-1}(x) = \dots = a_1(x) = 0, a_0(x) = x$

b. Operador Momento: $Av \equiv -i \frac{d\Psi}{dx}$

donde: $v \equiv \Psi(x), a_p = \dots = a_2 = 0, a_1 = -i, a_0 = 0$

c. Operador Hamiltoniano: $Av \equiv -\frac{d^2\Psi}{dx^2} + V \cdot \mathbf{y}$

donde: $v \equiv \Psi(x), a_p = \dots = a_3 = 0, a_2 = -1, a_1 = 0, a_0 = V(x)$

2.2. Operadores Integrales: son operadores lineales A de la forma:

$$A \equiv \int_{-\infty}^{\infty} G(x, y) \cdot () dy \rightarrow Av = \int_{-\infty}^{\infty} G(x, y) \cdot v(y) dy$$

donde $G(x, y)$ es una función fija dada con valores complejos, y se denomina **Núcleo Integral** de A .

Uno de los principales problemas en relación con estos operadores en espacios de Hilbert consiste en la determinación de los dominios D adecuados para ellos. En general, cada operador tendrá su dominio «típico», un conjunto de funciones que será el más adecuado para él, que vendrá especificado por el tipo de funciones de que se trate (continuas, de cuadrado integrable, con cierto dominio —de las funciones, no del operador— de definición, etc.) y además, por ciertos valores particulares de la función en determinados puntos, que se denominan «condiciones de frontera»: si, por ejemplo, se tratase de funciones definidas en un intervalo real $[a, b]$, la «frontera» serían los puntos extremos del intervalo, y las condiciones de frontera los valores de la función en dichos extremos.

La relación entre operadores diferenciales e integrales conduce al concepto de Operador Inverso: dado un operador diferencial, si la aplicación A que lo define es inyectiva, es decir, si no existen dos funciones distintas en su dominio D tales que el resultado de actuar sobre ellas A sea igual, entonces existe un operador inverso de A , que será un operador integral:

— **Teorema: Operador inverso de un operador diferencial.** Siendo A un operador diferencial de orden p e inyectivo,

$$Av = \sum_{j=0}^p a_j(x) \frac{d^j v}{dx^j}$$

su operador inverso será un operador integral A^{-1} que va a tener la forma:

$$A^{-1}v = \int G(x, y)v(y)dy$$

en donde a la función $G(x, y)$ se la denomina **Función de Green** del operador A , una función a determinar para cada operador A particular del que se trate.

Tales funciones de Green se pueden caracterizar para operadores diferenciales «sencillos» mediante la delta de Dirac y las condiciones de frontera del dominio del operador A , lo cual requiere adicionalmente la introducción de los conceptos de acotación y norma de un operador vinculados a las pro-

propiedades topológicas de los conjuntos sobre los que se definen las funciones involucradas en los dominios de definición; a su vez, se requiere tomar las derivadas que componen el operador como distribuciones y realizar ciertas restricciones sobre las variables de integración y diferenciación, dado que las funciones de Green son funciones de dos variables.

Dentro del conjunto de los operadores integrales, algunos, dotados de ciertas propiedades particularmente útiles por conducir a la simplificación de las operaciones que hay que realizar con ellos, tienen un interés especial. Son los siguientes:

— **Definición: Operador adjunto.** Dado un operador integral A , su operador adjunto A^+ será el que cumpla la siguiente condición referida al PE:

$$(A^+v, u) \equiv (v, Au)$$

Se puede demostrar que, si A es el operador

$$Av = \int_{-\infty}^{\infty} G(x, y)v(y)dy$$

su operador adjunto será

$$A^+v = \int_{-\infty}^{\infty} G^*(x, y)v(y)dy$$

siendo G^* la función compleja conjugada de la función de Green de A .

— **Definición: Operador Simétrico o Autoadjunto.** Un operador integral A se dice que es simétrico o autoadjunto si su operador adjunto es él mismo

$$Au = A^+u$$

de forma que, respecto al PE, un operador simétrico se caracterizará por

$$(Au, v) = (v, Au)$$

— **Definición: Operador Unitario.** Un operador integral U se dice que es unitario si, siendo la aplicación U que lo define biyectiva, cumple la propiedad

$$(Uu, Uv) = (u, v)$$

lo cual significa que el operador adjunto de U es su operador inverso:

$$U^+ = U^{-1}$$

— **Proposición: la Transformada de Fourier es un operador unitario.** La transformada de Fourier, en virtud de su definición, puede ser considerada como un caso particular de operador integral, y dadas sus propiedades, se puede comprobar que es un operador unitario.

Por último, una caracterización más de los operadores se refiere a ciertos subconjuntos particulares de sus dominios de definición, conocidos como *Espectros*.

— **Definiciones:**

1. Autovalor o Valor Propio del operador lineal A. Si H es un espacio de Hilbert definido sobre el cuerpo de los números complejos, se dice que un número complejo λ , $\lambda \in \mathbb{C}$, es un autovalor o valor propio de A si existe algún elemento no nulo v perteneciente al dominio D de A que cumpla:

$$Av = \lambda v$$

Es decir: al hacer actuar A sobre v , el resultado es el propio elemento v multiplicado por el escalar λ (el resultado es un «múltiplo» de v)

2. Espectro (puntual) del operador lineal A. Se denomina así al conjunto de todos los autovalores del operador A :

$$\text{Espectro de } A: \sigma(A) \equiv \{\lambda \in \mathbb{C} / Av = \lambda v\}$$

En este caso, $\sigma(A)$ representa un conjunto de números complejos; y, en general, para cada uno de ellos existirá un vector v distinto.

3. Autovector o Vector Propio del operador lineal A. A todo vector v no nulo perteneciente al dominio D de A que cumple

$$Av = \lambda v$$

se lo denomina autovector o vector propio **correspondiente al autovalor λ** de A .

Decíamos que en la caracterización de un operador A es importante la determinación de su dominio D : una misma aplicación lineal A definida sobre dominios distintos representa dos operadores lineales distintos. Y el espectro de un operador dependerá de dichos dominios de definición. Así, un mismo operador, definido sobre dos dominios distintos, lo más probable es que tenga espectros distintos.

Para un operador diferencial, la obtención de su espectro supone la resolución de una *Ecuación Diferencial*, en la cual habrá que tener en cuenta

tanto la relación que por definición vincula a los autovalores y autovectores con el operador como las condiciones de frontera. Dado un operador A de la forma

$$Av = \sum_{j=0}^p a_j(x) \frac{d^j v}{dx^j}$$

los autovalores se obtendrán si existen soluciones $v(x)$ para la ecuación

$$\sum_{j=0}^p a_j(x) \frac{d^j v(x)}{dx^j} = \mathbf{I}v(x) \equiv (a_0 - \mathbf{I})v(x) + \sum_{j=1}^p a_j(x) \frac{d^j v(x)}{dx^j} = 0$$

que además satisfagan las condiciones de frontera pertinentes.

Se tendrá un sistema de p ecuaciones con p incógnitas, del cual resultarán soluciones de la forma:

$$v(x) = \sum_{j=1}^p c_j u_j(\mathbf{I}, x)$$

En las que c_j son coeficientes complejos constantes y las u_j funciones dependientes tanto de λ como de la variable x . Una vez obtenidas dichas soluciones $v(x)$, a partir de ellas se obtienen los autovalores λ correspondientes. Puede haber soluciones v —autovectores o autofunciones, dado que en este caso los «vectores» del espacio H son funciones— con el mismo autovalor, de forma que el número de éstos será menor o igual que el orden p del operador.

Los espectros de operadores simétricos y unitarios tienen características «especiales»:

— **Propiedades:**

- i.* Si el operador A es un operador **simétrico** o autoadjunto, sus **autovalores** van a ser números **reales**. Es decir, los \mathbf{I} serán números complejos cuya parte imaginaria es nula.
- ii.* Si el operador A es **unitario**, sus autovalores serán de **módulo igual a uno**, $|\mathbf{I}|=1$.
- iii.* Si el operador A es, **o bien unitario, o bien simétrico**, dos autofunciones correspondientes a autovalores distintos serán **ortogonales**; es decir, su PE será cero.

Para concluir, introduciremos una propiedad muy importante de los operadores simétricos de vital importancia en las operaciones que se realizan en MC, que enunciamos en forma de teorema, y otra más cuyo tratamiento es excesivamente complicado, pero que también forma parte de los postulados de la MC:

— **Teorema 1.** *Dado un operador diferencial de orden p*

$$Av(x) = \sum_{j=0}^p a_j(x) \frac{d^j}{dx^j} v(x)$$

cuyas funciones a_j son continuas e infinitamente derivables en un cierto intervalo real, y si a_p no se anula en dicho intervalo, y A es un operador simétrico, entonces:

«El conjunto de las autofunciones de A es una Base Ortonormal del Espacio de Hilbert de las funciones de cuadrado integrable».

— **Teorema 2.** *Los operadores, además de espectro puntual, pueden poseer **espectro continuo** (esto no sucede para los operadores diferenciales), y en el caso particular de los espacios de Hilbert de **funciones de cuadrado integrable**, toda función v del espacio puede expresarse como el desarrollo:*

$$\forall v(x) \in H: v(x) = \overbrace{\sum_n c_n u_n(x)}^{\text{espectro discreto}} + \overbrace{\int_{\mathbf{s} \text{ continuo}} c(\mathbf{I}) u_{\mathbf{I}}(x) d\mathbf{m}(\mathbf{I})}^{\text{espectro continuo}}$$

en el cual las u_n son las autofunciones asociadas a los autovalores del espectro puntual, mientras que las $u_{\mathbf{I}}$ están asociadas a un espectro continuo en una cierta «variable» \mathbf{I} .

Obviamente, esto es un recorrido sucinto, excesivamente simplificado y nada exhaustivo por el tipo de estructuras matemáticas que fundamentan el álgebra aplicada en el tratamiento de las f.o. y de los operadores representativos de las magnitudes dinámicas de la ESH. Sen embargo, es enormemente importante tener presentes, cuando menos, los contenidos conceptuales que implican dichas geometrías generalizadas y su topología asociada.

APÉNDICE A5

La ESH: entre la exactitud y la aproximación (y 2).

Los dos ejemplos que se han visto para la obtención de una solución exacta para la función de onda aplican un tratamiento que se distancia, sólo formalmente, del tratamiento clásico que se aplica en mecánica newtoniana. En ambos se ha tomado como referencia fundamental el hamiltoniano del sistema, función que representa su energía. Mientras que para la mecánica newtoniana las variables fundamentales son las fuerzas, en estos casos ha sido la energía la que ha representado el papel central en el tratamiento; esta transición de las fuerzas a las energías en la consideración de los sistemas mecánicos se produce con la transformación de los formalismos aplicados al tratamiento de los problemas. Los principios físicos y el fundamento de todo ello continúa siendo el planteamiento newtoniano, lo único que cambia es el modo en que los mismos se aplican. A este tratamiento de los problemas se lo conoce como Mecánica Analítica.

Mecánica Analítica.

La Mecánica Newtoniana se apoya en tres postulados:

- **Primer Postulado:** *Una partícula permanece en situación de reposo o de movimiento uniforme si no se ejerce ninguna fuerza sobre ella.*
- **Segundo Postulado:** *La variación del momento lineal (o cantidad de movimiento) en el tiempo es proporcional a la fuerza aplicada en su dirección y sentido. [Cantidad de Movimiento: es el producto de la masa de la partícula por su velocidad]¹*
- **Consecuencia:** *si la masa permanece constante, entonces:*

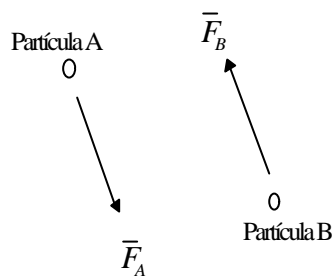
¹ El movimiento de una partícula se define mediante una *trayectoria*, una función matemática que especifica su posición en todo instante. La posición viene determinada por el "Vector de posición", \vec{r} , una variable espacial compuesta por tres coordenadas. Al moverse, la partícula va ocupando distintas posiciones, o sea, su vector de posición varía en el tiempo: al recorrer todas las posiciones sucesivas que ocupa la partícula describe su trayectoria. Esto es: el vector de posición constituye matemáticamente la función-trayectoria de la partícula, una función que depende del tiempo, $\vec{r} = \vec{r}(t)$. La velocidad del movimiento se define como la derivada respecto al tiempo de esta función de posición, en tanto que la aceleración es, a su vez, la derivada del vector velocidad respecto al tiempo. La cantidad de movimiento o momento lineal, entonces, será una magnitud que depende de la masa y de la variación de la posición en el tiempo, y su relevancia mecánica procede de que contiene simultáneamente la información respecto a la naturaleza física de la partícula, su masa, y respecto a su estado dinámico, su velocidad.

"Partícula" es un concepto operativo: se define como un punto en el espacio, sin dimensiones, pero con masa; se desprecia la *forma* de la materia para quedarse únicamente con lo que constituye su propiedad mecánica esencial, la masa.

$$\left. \begin{array}{l} \bar{p} = m \cdot \bar{v} \\ \bar{v} = \frac{d\bar{r}}{dt} \equiv \dot{\bar{r}} \\ m = \text{constante} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{d\bar{p}}{dt} \equiv \dot{\bar{p}} = \frac{d}{dt}(m\bar{v}) = m\dot{\bar{v}} \equiv m\bar{a} = \bar{F}$$

- **Tercer Postulado:** A cada “acción” o fuerza se opone siempre una reacción que es igual en magnitud y de sentido opuesto.
- **Consecuencia:** Principio de Conservación del Momento Lineal.

Supongamos dos partículas en interacción:



$$\begin{aligned} \bar{F}_A &= \text{Fuerza de A sobre B} \\ \bar{F}_B &= \text{Fuerza de B sobre A} \\ \text{Según el 3}^{\text{er}} \text{ Postulado: } & \bar{F}_A = -\bar{F}_B \\ \Rightarrow \dot{\bar{p}}_A + \dot{\bar{p}}_B &= 0 \Rightarrow \bar{p}_A + \bar{p}_B = \text{constante} \end{aligned}$$

Los postulados de la mecánica newtoniana presuponen implícitamente dos hipótesis:

- **1ª Hipótesis:** Los instrumentos de medida no afectan a la situación dinámica del sistema al que se aplican.
- **2ª Hipótesis:** Siempre es posible efectuar medidas con toda la precisión que se desee.

Además, su formulación supone la existencia de un espacio y de un tiempo absolutos, lo cual, formulado en términos de las hipótesis precedentes, implica la existencia de un *reloj universal* y de un *sistema de referencia privilegiado*. El absoluto espacio-temporal es el que garantiza la posibilidad de la medición de los fenómenos físicos.

Se requiere una definición adicional:

- **Definición: Sistema de Referencia Inercial.** Un sistema de referencia es inercial cuando las partículas libres respecto a él se mueven con velocidad constante (una partícula libre es aquella sobre la cual no se ejerce ninguna fuerza).

Con todo esto,

- **Axioma:** Las leyes de la mecánica son las mismas en todos los sistemas de referencia inerciales. Ello no significa que todos los observadores midan lo mismo, sino que es posible la conversión de las mediciones entre cualquier sistema de observación; dicha conversión viene definida por las:
- **Transformaciones de Galileo:** la relación entre las observaciones efectuadas en un sistema de referencia (inercial) O y las efectuadas en otro O' que se mueve respecto al primero con una velocidad (constante) V se obtienen a partir de:

$$\begin{cases} \vec{r}' = \vec{r} - \vec{V}t \\ \dot{\vec{r}}' = \dot{\vec{r}} - \vec{V} \\ t' = t \end{cases}$$

Dichas relaciones se obtienen fácilmente de las propiedades de la suma vectorial, considerando los vectores de posición de ambos sistemas y de la partícula que es objeto de medición.

Todo este conjunto de presupuestos, hipótesis y postulados, que constituyen el “esqueleto” de la mecánica clásica (es decir: no-relativista y no-cuántica) no son alterados por la reformulación de la mecánica que efectuaron Hamilton y Lagrange: la mecánica analítica no introduce principios físicos nuevos, sino que se trata de una generalización de la física newtoniana basada en una nueva formulación matemática de la misma.

Dicha reformulación parte de la resolución del problema general que plantea el tratamiento de todo sistema físico según se deriva del segundo postulado de Newton; considerando un sistema físico constituido por K partículas, el problema mecánico viene especificado por la ecuación:

$$m_K \ddot{\vec{r}}_K = \vec{F}_K \quad (K=1,2,\dots,N)$$

En dicho problema tenemos un sistema con $3N$ Grados de Libertad, puesto que las variables implicadas son N variables espaciales tridimensionales. Sin embargo, los sistemas físicos usualmente van a estar sometidos a una serie de restricciones en cuanto a su movimiento, lo cual significa una reducción de los Grados de Libertad, y dichas restricciones serán debidas a las denominadas Fuerzas de Ligadura. Estas restricciones o ligaduras podrán expresarse de múltiples formas, obedecerán a un modelo matemático determinado, y de entre todos los posibles existe uno especialmente relevante, precisamente aquél que será tenido en cuenta para la reformulación de la mecánica newtoniana. Se conocen como ligaduras Holónomas, y se pueden expresar como ecuaciones del tipo:

$$f_j(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_N, t) = 0 \quad (j=1,2,\dots,p)$$

Es decir, las ligaduras holónomas pueden expresarse como un conjunto de p ecuaciones, cada una de ellas constituida por una función de N variables igualada a cero. Si un sistema con $3N$ Grados de Libertad es sometido a p ligaduras, dicha restricción supone que los Grados de Libertad del sistema pasarán a ser $3N-p$. En consecuencia, ahora serán necesarias solamente $3N-p$ coordenadas en total en lugar de las $3N$ correspondientes a las variables espaciales tridimensionales convencionales; así, se va a suponer la existencia de un conjunto de *Coordenadas Generalizadas* q_K ($K=1,2,\dots,3N-p$). Existirá un conjunto de expresiones que nos permita relacionar las nuevas coordenadas con las que se tenían previamente, con las coordenadas cartesianas habituales; es decir, se tendrá un conjunto de ecuaciones de transformación de la forma:

$$\begin{cases} \bar{r}_1 = \bar{r}_1(q_1, q_2, \dots, q_{3N-p}, t) \\ \bar{r}_2 = \bar{r}_2(q_1, q_2, \dots, q_{3N-p}, t) \\ \vdots \\ \bar{r}_N = \bar{r}_N(q_1, q_2, \dots, q_{3N-p}, t) \end{cases}$$

Con estas relaciones, las *Velocidades Generalizadas* se obtienen derivando respecto al tiempo:

$$\dot{\bar{r}}_K = \sum_{i=1}^{3N-p} \frac{\partial \bar{r}_K}{\partial q_i} \dot{q}_i + \frac{\partial \bar{r}_K}{\partial t} \quad (K=1,2,\dots,N)$$

Y a partir de dichas velocidades se puede calcular la *Energía Cinética* del sistema:

$$T = \frac{1}{2} \sum_K m_K (\dot{\bar{r}}_K)^2 \quad \rightarrow \quad T = \sum_{j,K} \frac{1}{2} A_{jK} \dot{q}_j \dot{q}_K + \sum_j B_j \dot{q}_j + C$$

En donde:

$$\begin{cases} A_{jK} = \sum_l m_l \frac{\partial \bar{r}_l}{\partial q_j} \frac{\partial \bar{r}_l}{\partial q_K} \\ B_j = \sum_l m_l \frac{\partial \bar{r}_l}{\partial q_j} \frac{\partial \bar{r}_l}{\partial t} \\ C = \sum_l \frac{1}{2} m_l \left(\frac{\partial \bar{r}_l}{\partial t} \right)^2 \end{cases}$$

Un tipo de ligaduras particulares son las llamadas *Ligaduras Esclerónomas*: son aquellas que vienen definidas mediante unas ecuaciones de transformación que no dependen explícitamente del tiempo, lo cual hace

que en la expresión de la energía cinética anterior se anulen dos de los términos y ésta se reduzca a una expresión mucho más simple:

$$\text{Ligaduras Esclerónomas} \Rightarrow B_j = C = 0$$

$$\text{Entonces: } T = \sum_{j,k} \frac{1}{2} A_{j,k} \dot{q}_j \dot{q}_k \quad (\text{Forma cuadrática de la Velocidad})$$

Y a un sistema que cumpla este tipo de condiciones dinámicas se lo denomina *Sistema Natural*.

Con estos elementos iniciales, se puede iniciar el tratamiento matemático que nos permite deducir las ecuaciones básicas de la mecánica analítica; para ello es necesario utilizar someramente algunos rudimentos de Cálculo Variacional que se aplican en el razonamiento. Comenzamos con la definición del denominado *Desplazamiento Virtual*:

(Definición) Desplazamiento Virtual: Es un cambio instantáneo en la posición de la partícula, siempre que sea compatible con las ligaduras impuestas al sistema.

Por ejemplo: supongamos una partícula que se mueve sobre una barra que cae. El desplazamiento real será $d\vec{r}_i$, en tanto que el desplazamiento virtual, por tener que cumplir la compatibilidad con las ligaduras impuestas - en este caso, que el movimiento sea *sobre* la barra-, podrá ser, bien el desplazamiento real, bien un desplazamiento en sentido contrario; la inclinación de la barra implica que el desplazamiento real sea en sentido descendente, en tanto que el virtual podrá ser tanto ascendente como descendente.

Un caso particular lo constituiría un sistema de partículas en reposo o movimiento uniforme, es decir, según las leyes de Newton, un sistema sin aceleración, o equivalentemente, sin la presencia de fuerzas externas: la resultante de la fuerza total actuante sobre el sistema es nula. Si esta fuerza total se descompone en fuerzas aplicadas y fuerzas de ligadura, tendremos:

$$\begin{aligned} \vec{F}_i = 0 = \vec{F}_i^{(a)} + \vec{f}_i &\quad \rightarrow \quad \sum_i (\vec{F}_i^{(a)} + \vec{f}_i) d\vec{r}_i = 0 \\ \Rightarrow \sum_i \vec{F}_i^{(a)} d\vec{r}_i + \sum_i \vec{f}_i d\vec{r}_i &= 0 \end{aligned}$$

Para avanzar, hemos de introducir ahora un supuesto adicional:

— **Hipótesis:** las fuerzas de ligadura son normales al desplazamiento; así, se anula el producto escalar:

$$\vec{f}_i \cdot d\vec{r}_i = 0 \quad \forall i$$

De esta forma, se anula el segundo sumatorio de los que aparecían en la expresión deducida a partir de la Energía Cinética, y se denomina *Trabajo Virtual* a lo que resta una vez eliminado dicho término. Considerando la relación que existe entre el momento cinético y la fuerza aplicada (la segunda, por definición, es la derivada temporal del primero; vd. supra el segundo postulado de la Mecánica Newtoniana), se llega a la relación que se conoce como:

— *Principio de D’Alambert:*

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_i \bar{F}_i^{(a)} \cdot d\bar{r}_i = 0 \\ \dot{\bar{p}}_i = \bar{F}_i \Rightarrow \bar{F}_i^{(a)} - \dot{\bar{p}}_i + \bar{f}_i = 0 \end{array} \right. \rightarrow \sum_i (\bar{F}_i^{(a)} - \dot{\bar{p}}_i) \cdot d\bar{r}_i = 0$$

Ahora bien, aunque los desplazamientos virtuales son arbitrarios, sin embargo, debido a la existencia de ligaduras, que recordemos que son restricciones impuestas a la dinámica del sistema, no van a ser independientes. Será necesario expresar dichos desplazamientos virtuales en función de las coordenadas generalizadas que sí son independientes. Partiendo de las ecuaciones de transformación, se obtiene:

$$d\bar{r}_i = \sum_K \frac{\mathcal{J}\bar{r}_i}{\mathcal{J}q_K} dq_K + \frac{\mathcal{J}\bar{r}_i}{\mathcal{J}t} dt$$

$$d\bar{r}_i = \sum_K \frac{\mathcal{J}\bar{r}_i}{\mathcal{J}q_K} dq_K$$

En la expresión del desplazamiento virtual no aparecen las derivadas parciales respecto al tiempo porque al tratarse, por definición, de desplazamientos *instantáneos*, no dependen del tiempo. Si aplicamos estas relaciones al Principio de D’Alambert, obtendremos:

— *Primer término:*

$$\sum_i \bar{F}_i^{(a)} \cdot d\bar{r}_i = \sum_{i,j} \bar{F}_i^{(a)} \cdot \frac{\mathcal{J}\bar{r}_i}{\mathcal{J}q_j} = \sum_j Q_j dq_j$$

En el cual nos aparece un término, que se ha denominado Q_j , que no depende de las ligaduras y recibe el nombre de **Fuerza Generalizada**:

$$Q_j = \sum_i \bar{F}_i^{(a)} \cdot \frac{\mathcal{J}\bar{r}_i}{\mathcal{J}q_j}$$

— *Segundo término:*

$$\begin{aligned}
\sum_i \dot{\vec{p}}_i \cdot \mathbf{d}\vec{r}_i &= \sum_i m_i \ddot{\vec{r}}_i \cdot \mathbf{d}\vec{r}_i = \text{(sustituyendo)} \\
&= \sum_{i,j} m_i \ddot{\vec{r}}_i \cdot \frac{\mathcal{F}_i}{\mathcal{Q}_j} \mathbf{d}q_j = (\dots) \sum_{i,j} \left\{ \frac{d}{dt} \left(m_i \dot{\vec{r}}_i \cdot \frac{\mathcal{F}_i}{\mathcal{Q}_j} \right) - m_i \dot{\vec{r}}_i \cdot \frac{\dot{\mathcal{F}}_i}{\mathcal{Q}_j} \right\} \mathbf{d}q_j \\
\Rightarrow & \boxed{\sum_j \left\{ \frac{d}{dt} \left(\frac{\mathcal{F}}{\mathcal{Q}_j} \right) - \frac{\dot{\mathcal{F}}}{\mathcal{Q}_j} - Q_j \right\} \mathbf{d}q_j = 0}
\end{aligned}$$

En el razonamiento anterior, los puntos suspensivos en la segunda línea denotan que se han omitido pasos intermedios estrictamente matemáticos, en los cuales se transforman las expresiones previas sirviéndose de la *Regla de la Cadena* [vd. Derivadas en apéndice A1], de forma tal que se hacen evidentes las correspondencias entre los términos. En la expresión obtenida al final, lo que aparece es un producto de dos factores, el segundo de los cuales es el desplazamiento virtual expresado en función de las coordenadas generalizadas; puesto que todas las $\mathbf{d}q_j$ son arbitrarias e independientes entre sí, para que el producto sea nulo, y lo sea para cualesquiera $\mathbf{d}q_j$ que se pueda considerar, ha de cumplirse que:

$$\boxed{\frac{d}{dt} \left(\frac{\mathcal{F}}{\mathcal{Q}_j} \right) - \frac{\dot{\mathcal{F}}}{\mathcal{Q}_j} = Q_j}$$

Se ha obtenido una ecuación que ya no depende de las fuerzas de ligadura, de las \vec{f}_i .

Ahora se introduce una restricción adicional:

— **hipótesis adicional:** las fuerzas aplicadas son Fuerzas Conservativas. Es decir, existe una función V tal que:

$$\begin{aligned}
\exists V = V(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_N) \text{ tal que:} \\
\vec{F}_i^{(a)} = -\nabla_i \cdot V
\end{aligned}$$

Considerando sólo fuerzas de tipo conservativo, se tiene que:

$$\begin{aligned}
Q_j &= \sum_i \vec{F}_i^{(a)} \cdot \frac{\mathcal{F}_i}{\mathcal{Q}_j} = -\sum_i \nabla_i \cdot V \frac{\mathcal{F}_i}{\mathcal{Q}_j} = -\frac{\mathcal{F}}{\mathcal{Q}_j} \\
&\Rightarrow V(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_N) \rightarrow V(q_1, q_2, \dots, q_{3N-p})
\end{aligned}$$

Y aplicando esto a la ecuación obtenida previamente:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\mathcal{T}}{\mathcal{V}} \right) - \frac{\mathcal{T}}{\mathcal{V}} = -\frac{\mathcal{V}}{\mathcal{V}} \Rightarrow \frac{d}{dt} \left(\frac{\mathcal{T}}{\mathcal{V}} (T-V) \right) - \frac{\mathcal{T}}{\mathcal{V}} (T-V) = 0$$

Hemos así obtenido las denominadas *Ecuaciones de Lagrange* del sistema considerado; un total de $3N-p$ ecuaciones que, de manera más sintética se expresan:

$$\boxed{\frac{d}{dt} \left(\frac{\mathcal{L}}{\mathcal{V}} \right) - \frac{\mathcal{L}}{\mathcal{V}} = 0}$$

En dónde la L es la función conocida como Lagrangiano del sistema:

— *Lagrangiano del sistema, L:*

$$\begin{aligned} L &= T - V \\ L &= L(q_1, q_2, \dots, q_{3N-p}, \dot{q}_1, \dot{q}_2, \dots, \dot{q}_{3N-p}, t) \\ \rightarrow L &= L(q, \dot{q}, t) \end{aligned}$$

Los casos de fuerzas no conservativas entrañan mucha mayor dificultad en el tratamiento de su Lagrangiano, y las ecuaciones de Lagrange variarán en cada caso, dependiendo precisamente del tipo de fuerzas del que se trate.

Pero todavía nos queda dar un último paso para concluir la exposición de la Mecánica Analítica: hemos de llegar a la formulación hamiltoniana de la misma, para lo cual es necesario introducir un principio físico de enorme importancia.

La Mecánica Hamiltoniana.

Comenzamos con una definición previa:

— **Definición: Momento conjugado o generalizado de una variable q_j :** se denomina así a la derivada parcial del Lagrangiano del sistema respecto a la velocidad generalizada correspondiente a la coordenada considerada; esto es:

$$P_j \equiv \frac{\mathcal{L}}{\mathcal{V}} \dot{q}_j$$

Momento conjugado de la coordenada q_j

Se trata de una magnitud análoga al momento cinético clásico de la mecánica newtoniana, con la salvedad de que, a diferencia de éste, el momento conjugado puede ser de naturaleza angular o lineal, o de cualquier otro tipo dependiendo del tipo de coordenada del cual se derive.

En concreto, hay un tipo de coordenadas especiales para las cuales el momento conjugado es una *Constante del Movimiento*:

— (Definición) **Coordenada Cíclica o Ignorable**: es aquella que no aparece explícitamente en el Lagrangiano del sistema

a) $q_j = \text{coordenada cíclica} \Rightarrow \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_j} = 0$

b) Por definición de momento conjugado:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_j} \right) = \dot{p}_j$$

c) De las ecuaciones de Lagrange, por a) y b), se tiene entonces que:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_j} = 0 \Leftrightarrow \frac{d}{dt} (p_j) \equiv \dot{p}_j = 0 \Rightarrow p_j = \text{constante}$$

Es decir, para cada coordenada generalizada cíclica se obtiene una constante del movimiento, su momento conjugado.

El paso de la formulación lagrangiana a la hamiltoniana requiere la introducción de un principio físico conocido como *Principio de Mínima Acción*:

— (Postulado) **Principio de Mínima Acción**: La integral de acción de un sistema toma el valor mínimo cuando es evaluada en la trayectoria real que sigue dicho sistema.

— (Definición) **Acción**: la Acción o Integral de Acción, S , se define como:

$$S = \int_{t_2}^{t_1} (T - V) dt$$

— **Restricción**: A todas las trayectorias posibles $z(t)$ se les exige que tomen el mismo valor en los instantes t_1 y t_2 , esto es: se impone la restricción de que todas las trayectorias posibles determinen las mismas posiciones del sistema en dichos instantes

Hamilton formuló un principio análogo, suponiendo que dicha integral, en lugar de tomar el valor mínimo, habría de tomar un valor estacionario; esto es: el valor podría ser tanto el máximo como el mínimo (un punto estacionario de una función es aquel en el que la derivada de la misma se anula, lo cual significa que en dicho punto el valor de la función alcanza o bien un máximo o bien un mínimo). Por lo tanto:

— (Postulado) **Principio de Hamilton:** dada la integral de acción:

$$I = \int_{t_1}^{t_2} L(q, \dot{q}, t) dt$$

Entonces: el movimiento del sistema entre el instante t_1 y el instante t_2 es tal que la integral curvilínea I tiene un valor estacionario para el camino efectivamente descrito por el sistema.

Lo que tenemos como problema es un conjunto infinito de trayectorias posibles dadas por vectores del tipo:

$$\bar{q}(t) = (q_1(t), q_2(t), \dots, q_{3N-p}(t))$$

Y lo que sabemos es que deben cumplir la restricción dada en el principio de Mínima Acción, esto es: que todos ellos deben tomar los mismos valores en los instantes t_1 y t_2 :

$$\left. \begin{array}{l} \bar{q}_i(t_1) = \bar{q}_j(t_1) \\ \bar{q}_i(t_2) = \bar{q}_j(t_2) \end{array} \right\} \forall i, j$$

El principio de Hamilton establece que la variación de la integral I debe ser nulo, pues eso es lo que supone que tome valor estacionario:

$$\text{Principio de Hamilton} \Rightarrow \delta I = \int_{t_1}^{t_2} \delta \mathbf{L} dt = 0$$

Si se aplica la regla de la cadena diferenciando bajo la integral, y luego se integra por partes considerando el valor de la variación de la velocidad generalizada, $\delta \dot{q}_i$, se obtiene:

$$\begin{aligned}
dI &= \int_{t_1}^{t_2} \sum_i \left\{ \frac{\mathcal{H}L}{\mathcal{H}q_i} dq_i + \frac{\mathcal{H}L}{\mathcal{H}\dot{q}_i} d\dot{q}_i \right\} dt = 0 \\
&\quad \left. \begin{aligned} & d\dot{q}_i = \frac{d}{dt}(q_i) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \\
\Rightarrow dI &= \int_{t_1}^{t_2} \sum_i \left\{ \frac{\mathcal{H}L}{\mathcal{H}q_i} - \frac{d}{dt} \frac{\mathcal{H}L}{\mathcal{H}\dot{q}_i} \right\} dq_i dt + \frac{\mathcal{H}L}{\mathcal{H}\dot{q}_i} dq_i \Big|_{t_1}^{t_2} = 0
\end{aligned}$$

El segundo sumando se anula debido a la restricción del principio de mínima acción; si además suponemos un sistema natural (las ecuaciones de transformación de las coordenadas cartesianas en las coordenadas generalizadas no dependen del tiempo; o bien: las fuerzas implicadas son de tipo conservativo), entonces:

$$\begin{aligned}
\frac{\mathcal{H}L}{\mathcal{H}\dot{q}_i} dq_i \Big|_{t_1}^{t_2} &= 0 \\
dI &= \int_{t_1}^{t_2} \sum_i \left\{ \frac{\mathcal{H}L}{\mathcal{H}q_i} - \frac{d}{dt} \frac{\mathcal{H}L}{\mathcal{H}\dot{q}_i} \right\} dq_i dt = \sum_i \left\{ \frac{\mathcal{H}L}{\mathcal{H}q_i} - \frac{d}{dt} \frac{\mathcal{H}L}{\mathcal{H}\dot{q}_i} \right\} dq_i \Rightarrow \frac{d}{dt} \frac{\mathcal{H}L}{\mathcal{H}\dot{q}_i} - \frac{\mathcal{H}L}{\mathcal{H}q_i} = 0
\end{aligned}$$

Es decir: hemos obtenido las Ecuaciones de Lagrange, pero partiendo de un principio no diferencial sino de uno variacional (el Principio de D'Alambert).

Para pasar de la formulación lagrangiana a la hamiltoniana, el paso que hay que dar es servirse como variables, no de las coordenadas generalizadas, sus correspondientes velocidades y el tiempo, sino de las coordenadas generalizadas, los momentos conjugados correspondientes y el tiempo:

— variables lagrangianas: (q, \dot{q}, t)

— variables hamiltonianas: (q, p, t)

Para ello se utiliza un tipo de transformación llamado de *Gauge*, construyendo, a partir del Lagrangiano del sistema, de la función L , una nueva función H , que se va a denominar, precisamente, el *Hamiltoniano del sistema*:

$$\text{Hamiltoniano: } H = \sum_j p_j \dot{q}_j - L$$

Y esta función lo es de las variables que hemos anticipado, puesto que:

$$\left. \begin{aligned} L &= L(q, \dot{q}, t) \\ p_j &= \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} \end{aligned} \right\} \Rightarrow H = H(q, p, t)$$

Calculemos la diferencial de la función H :

$$\begin{aligned} dH &= \sum_j \dot{q}_j dp_j + \sum_j p_j d\dot{q}_j - \sum_j \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} d\dot{q}_j - \sum_j \frac{\partial L}{\partial q_j} dq_j - \frac{\partial L}{\partial t} dt \\ p_j &\equiv \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} \Rightarrow \sum_j p_j d\dot{q}_j - \sum_j \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} d\dot{q}_j = 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow dH &= \sum_j \dot{q}_j dp_j - \sum_j \frac{\partial L}{\partial q_j} dq_j - \frac{\partial L}{\partial t} dt \quad [I] \end{aligned}$$

Y la expresión anterior, según la definición de H , equivale a:

$$dH = \sum_j \frac{\partial H}{\partial p_j} dp_j - \sum_j \frac{\partial H}{\partial q_j} dq_j - \frac{\partial H}{\partial t} dt \quad [II]$$

Teniendo en cuenta que:

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} \right) = \dot{p}_j$$

Si igualamos término a término las expresiones [I] y [II] se tiene:

$$1) \quad \dot{q}_j = \frac{\partial H}{\partial p_j} ; \quad 2) \quad \dot{p}_j = -\frac{\partial H}{\partial q_j} ; \quad 3) \quad -\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{\partial H}{\partial t}$$

Por último, dividiendo por dt la expresión [II] tenemos:

$$\begin{aligned} \frac{dH}{dt} &= \sum_j \left\{ \frac{\partial H}{\partial p_j} \dot{p}_j - \frac{\partial H}{\partial q_j} \dot{q}_j \right\} + \frac{\partial H}{\partial t} = \sum_j \{ \dot{q}_j \dot{p}_j - \dot{p}_j \dot{q}_j \} + \frac{\partial H}{\partial t} = 0 + \frac{\partial H}{\partial t} \\ \Rightarrow \frac{dH}{dt} &= \frac{\partial H}{\partial t} \end{aligned}$$

Resultado muy importante, pues nos indica que se pueden sustituir, en el caso de la función H , las derivadas parciales respecto al tiempo por derivadas ordinarias, lo que indica que si H no depende explícitamente del tiempo, entonces H es constante y la energía se conserva. Todo esto nos conduce ya a las ecuaciones de Hamilton:

— **Ecuaciones De Hamilton:**

$$\begin{cases} \dot{q}_j = \frac{\mathcal{H}}{\mathcal{H}_{p_j}} \\ \dot{p}_j = -\frac{\mathcal{H}}{\mathcal{H}_{q_j}} \\ \frac{\mathcal{H}}{\mathcal{H}_t} = -\frac{dH}{dt} \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{(como } j=1,2,\dots,n \\ \text{son } 2n+1 \text{ ecuacio-} \\ \text{nes)} \end{array}$$

Se trata, por lo tanto, de más ecuaciones que las que son necesarias, para el mismo sistema, que en el caso de la formulación lagrangiana, pero mientras que las de esta última son ecuaciones de segundo grado, las de Hamilton son de primer grado

Un resultado importante se deriva del caso concreto en el cual el Lagrangiano del sistema no depende del tiempo:

— Si L no depende del tiempo:

$$L = L(q, \dot{q}) \Rightarrow -\frac{\mathcal{L}}{\mathcal{H}_t} = \frac{dH}{dt} = 0 \Rightarrow H = \text{constante}$$

— (1) Es decir: si el Lagrangiano del sistema no depende explícitamente del tiempo, el HAMILTONIANO del mismo es una **CONSTANTE DEL MOVIMIENTO**

Una segunda conclusión importante se deriva de considerar sistemas naturales; recordemos que en este caso, la energía cinética del sistema es una forma cuadrática de las velocidades generalizadas. A partir de ello se puede demostrar que se cumple la siguiente identidad:

$$\sum_j \dot{q}_j \frac{\mathcal{H}}{\mathcal{H}_{\dot{q}_j}} = 2T$$

Si utilizamos este resultado, junto con el valor del momento conjugado de una coordenada, y los llevamos a la expresión del Hamiltoniano, tenemos que:

$$p_j = \frac{\mathcal{H}}{\mathcal{H}_{\dot{q}_j}} = \frac{\mathcal{H}}{\mathcal{H}_{\dot{q}_j}} \rightarrow H = 2T - (T - V) = T + V = E_t$$

($E_t = \text{Energía Total del sistema}$)

De forma que este segundo resultado nos indica que:

— (2) En el caso de los **SISTEMAS NATURALES**, el Hamiltoniano del mismo tiene el significado físico de ser su **ENERGÍA TOTAL**.

En el caso de que se den simultáneamente ambas condiciones, (1) y (2), las cuales de por sí son independientes, entonces se verifica el Principio de la Conservación de la Energía.

APÉNDICE A6

La ESH: entre la exactitud y la aproximación (y 3).

Vamos a continuación a revisar algunos conceptos que ya se han introducido que nos servirán para desarrollar el sentido probabilístico de la ESH propuesto por la Escuela de Copenhague. Comenzaremos recordando que una ecuación de ondas era la representación matemática de propagaciones de fenómenos físicos de tipo ondulatorio. Por ejemplo, la propagación del sonido en un fluido, físicamente, puede interpretarse como la perturbación en la presión del fluido debida a las ondas sonoras; esa perturbación se propaga en el fluido a lo largo del tiempo obedeciendo a las ecuación (de ondas):

$$\Delta p(\vec{r}, t) \equiv \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} p(\vec{r}, t) ; \vec{r} = (x, y, z)$$

Pues bien, dichas ecuaciones cumplen dos propiedades que conviene tener en cuenta: i) Las velocidades de propagación son independientes de la longitud de onda y de la frecuencia de la onda en cuestión, de forma que la ecuación correspondiente al fenómeno considerado es satisfecha por todas las perturbaciones ondulatorias de ese tipo, cualesquiera que sean su longitud de onda y su frecuencia. Además, ii) las perturbaciones que satisfacen la ecuación de ondas dada, según el fenómeno en cuestión, cumplen el denominado *Principio de Superposición*: suponiendo dos perturbaciones p , p' , que satisfacen la ecuación, $p'' = \mathbf{I}p + \mathbf{I}'p'$ también será solución de la ecuación.

Estas dos propiedades se han utilizado como criterios de justificación de la elección de la ESH, es decir, de la ecuación de ondas adecuada a la propagación de las ondas asociadas a la materia planteadas por De-Broglie.

Sabemos que, por analogía con el tipo de funciones que son soluciones de las ecuaciones de onda clásicas, ψ debería ser una función de tipo oscilante —esto es, constituida por funciones trigonométricas—. Si tenemos en cuenta la primera de las propiedades antes mencionadas, la independencia de la longitud de onda y de la frecuencia, se deduce que $\psi(\mathbf{r}, t)$, propagándose en una cierta dirección \mathbf{u} ,¹ con una longitud de onda λ y una frecuencia ν , será función solamente de una variable que se puede escribir como:

$$\mathbf{s} \equiv \frac{\vec{r} \cdot \vec{u}}{\lambda} - \nu t$$

¹ La dirección se define a partir de un vector de módulo unidad; esto es \mathbf{u} es un vector $\mathbf{u} = (u_x, u_y, u_z)$ que cumple que $|\mathbf{u}| = 1$. Como todo vector está orientado espacialmente, un vector unitario define una dirección en el espacio.

Para estudiar cuál es la evolución en el tiempo de una onda de materia, se puede considerar el caso de una superposición de ondas planas del tipo:

$$\mathbf{y}(\vec{r}, t) = \int (d^3\vec{k}) A(\vec{k}) e^{i[\vec{k}\cdot\vec{r} - 2\pi\nu t]}$$

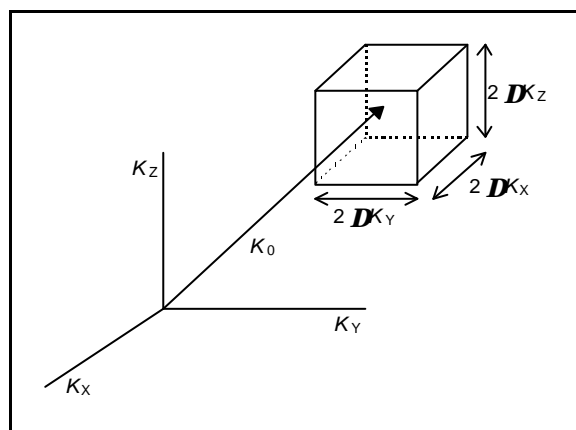
Dicha función de ondas representa a una onda de materia asociada a una partícula libre y cuyos valores son significativos en una cierta región en torno a la partícula, región que se puede representar como un paralelepípedo (vd figura). Hemos de establecer una serie de supuestos previos para poder determinar su evolución en el tiempo:

- La función $A(\mathbf{k})$ es una función real positiva, de forma que $A(\mathbf{k}) = |A(\mathbf{k})|$
- $A(\mathbf{k})$, además, tiene un valor máximo (un máximo “agudo”) cuando se cumple $\mathbf{k} = \mathbf{k}_0 = (k_{0x}, k_{0y}, k_{0z})$
- $A(\mathbf{k})$ toma valores apreciables sólo cuando el vector de onda \mathbf{k} verifica

$$\vec{k} = (k_x, k_y, k_z) \rightarrow \begin{cases} |k_x - k_{0x}| < \Delta k_x \\ |k_y - k_{0y}| < \Delta k_y \\ |k_z - k_{0z}| < \Delta k_z \end{cases}$$

- Por último, los valores Δk_x , Δk_y , Δk_z son constantes y positivos y cumplen

$$\Delta k_x \ll |k_{0x}|, \quad \Delta k_y \ll |k_{0y}|, \quad \Delta k_z \ll |k_{0z}|$$



La función $|A(\mathbf{k})|$ tiene su máximo si $\mathbf{k} = \mathbf{k}_0$, es apreciable dentro del paralelepípedo indicado y prácticamente nula fuera de él.

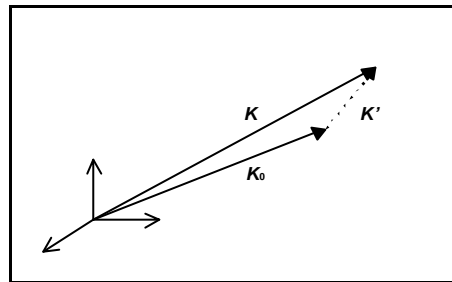
Cuando alguna de las componentes del vector de onda no verifique las condiciones del tercer supuesto —esto es, aún cuando cumpliéndose para las otras componentes, no lo haga para una de ellas—, el valor de $A(\mathbf{k})$ será

muy pequeño (pudiendo incluso anularse) comparado con el que toma en $\mathbf{k}=\mathbf{k}_0$.

Si consideramos una posición \mathbf{k} distinta de la de valor máximo ($\mathbf{k} \neq \mathbf{k}_0$), pero próxima a ella, de forma que pertenezca a la región del paralelepípedo, según se observa en la siguiente figura, podemos establecer una nueva aproximación en el cálculo de la frecuencia correspondiente a dicha posición a partir de la de la posición de máximo debido a que se tiene que cumplir, en virtud de las restricciones impuestas previamente que \mathbf{k}' sea mucho menor que \mathbf{k}_0 :

$$\mathbf{n}_0 = \frac{\hbar \bar{k}_0^2}{4\mathbf{p}m}$$

$$\mathbf{n} = \frac{\hbar}{4\mathbf{p}m} (\bar{k}_0 + k')^2 = \frac{\hbar}{4\mathbf{p}m} \bar{k}_0^2 + \frac{\hbar}{4\mathbf{p}m} k'^2 + \frac{\hbar}{4\mathbf{p}m} 2\bar{k}_0 k' \approx \mathbf{n}_0 + \frac{\hbar \bar{k}_0 k'}{2\mathbf{p}m}$$



La posición \mathbf{k} puede escribirse como la suma vectorial $\mathbf{k} = \mathbf{k}_0 + \mathbf{k}'$

Resultado al que se llega despreciando el factor que contiene \mathbf{k}'^2 frente a los otros dos debido a lo anterior. Así, reemplazando \mathbf{k} por \mathbf{k}' en la expresión que se tenía para $\mathbf{y}(\mathbf{r}, t)$ se obtiene:

$$\mathbf{y}(\bar{\mathbf{r}}, t) \approx \exp[i(\bar{k}_0 \bar{\mathbf{r}} - 2\mathbf{p}n_0 t)] G(\bar{\mathbf{r}} - vt)$$

Donde:

$$G(\bar{\mathbf{r}} - vt) = \int d^3 \bar{k}' A(\bar{k}_0 + \bar{k}') \exp\{i[\bar{k}'(\bar{\mathbf{r}} - vt)]\}$$

$$v = \hbar \bar{k}_0 / m$$

De la expresión obtenida para la función de ondas, se deduce que ahora ésta es de forma aproximada el producto de una onda plana —el primer factor, con la función exponencial— por otra función G que suele denominarse *Factor de Modulación*, y cuyas características más destacadas son:

- En un cierto instante t , G tiene su valor máximo cuando se da la igualdad $\mathbf{r}=\mathbf{v}t$, pues la función exponencial se iguala a la unidad, lo que significa que no se producen cancelaciones entre sus valores positivos y negativos -no hay “interferencias”-. Cuando se da esta condición, a \mathbf{r} se lo suele denotar por \mathbf{r}_{cg} (este vector varía con el tiempo, esto es: $\mathbf{r}_{cg} = \mathbf{r}_{cg}(t)$) y denominarse *Centro del paquete o Grupo* de ondas; a su vez, a \mathbf{v} se la denomina *Velocidad de Grupo*.
- G toma valores apreciables en los puntos \mathbf{r} cuya distancia respecto al centro del grupo es lo suficientemente pequeña como para que dicho punto pertenezca al paralelepípedo definido por las cantidades Δx , Δy , Δz . En este caso, la exponencial que incluye G no sufre oscilaciones apreciables en los valores que puede tomar, dado que dichas variaciones no implican cambios de signo en la parte real de dicha exponencial.
- Por último, G es muy pequeña, en realidad, de valor despreciable respecto a los que puede tomar en los casos precedentes, en los puntos en los que al menos una de sus componentes espaciales se encuentra a una distancia de la correspondiente del centro del grupo mayor que la permitida por los límites del paralelepípedo: las oscilaciones de la exponencial implicarán cambios de signo importantes y, en consecuencia, cancelaciones entre sus valores positivos y negativos.

De lo anterior también se puede concluir que el centro del paquete obedece una ecuación clásica de movimiento rectilíneo y uniforme, y que para los instantes de tiempo en que la aproximación efectuada para la obtención de ψ es válida, dicho paquete no cambia ni en la forma ni en el tamaño como consecuencia de dicho movimiento.² Podemos ahora pasar a desarrollar la interpretación probabilística de la ESH.

El desarrollo de la interpretación probabilística de la ESH

La interpretación probabilística enunciada por Max Born, como ya hemos visto, puede resumirse en dos afirmaciones:

² La precisión hecha respecto a que la invariancia del paquete se dé sólo en los instantes de tiempo en que la aproximación efectuada sea válida, se debe a que es posible comprobar que el término omitido en dicha aproximación adquiere valores significativos cuando transcurren períodos de tiempo suficientemente largos; en estos casos, y teniendo entonces en cuenta el término omitido, lo que sucede es que el paquete se ensancha (Sánchez del Río, 1997:187).

(1) La probabilidad de encontrar a la partícula en un volumen $d^3\mathbf{r}$ en torno a \mathbf{r} en el instante t , siendo dicho volumen un volumen diferencial³ la da la expresión:

$$\frac{1}{N} d^3\bar{\mathbf{r}} |\mathbf{y}(\bar{\mathbf{r}}, t)|^2 = \frac{d^3\bar{\mathbf{r}} |\mathbf{y}(\bar{\mathbf{r}}, t)|^2}{\int_{\infty} d^3\bar{\mathbf{r}} |\mathbf{y}(\bar{\mathbf{r}}, t)|^2}$$

(2) La probabilidad de que la partícula se encuentre en una región R (en este caso se trata entonces de un volumen no infinitesimal) en un instante t es:

$$\frac{1}{N} \int_R d^3\bar{\mathbf{r}} |\mathbf{y}(\bar{\mathbf{r}}, t)|^2 = \frac{\int_R d^3\bar{\mathbf{r}} |\mathbf{y}(\bar{\mathbf{r}}, t)|^2}{\int_{\infty} d^3\bar{\mathbf{r}} |\mathbf{y}(\bar{\mathbf{r}}, t)|^2}$$

Si pensamos que la integración no es más que una «suma», sólo que los sumandos no se cuantifican de forma discreta sino que recorren un continuo, estas definiciones de probabilidad son muy similares a las definiciones estadísticas de probabilidad de ocurrencia de un suceso o conjunto de sucesos entre la totalidad de una «población» de sucesos posibles; el cuadrado del módulo de la f.o. juega el papel de un «peso» o ponderación de cada uno de los sucesos posibles, es decir, es una medida de la *probabilidad* de su ocurrencia.

Como en el instante considerado la partícula deberá estar en algún punto del espacio, la suma de todas las probabilidades de encontrarla en cualquier punto habrá de ser la unidad —lo que significa «certeza»—; esto se puede comprobar en (2): dicha suma será la probabilidad extendida a una región R que coincidirá con todo el espacio, con lo cual resultará $N/N=1$.

La interpretación probabilística otorga el significado de «probabilidad de presencia espacio-temporal» no a la f.o. sino a su módulo cuadrado. La función en sí misma resultaría ser incoherente con una interpretación probabilística dado que sus valores pueden ser complejos —no se trataría de una probabilidad real— y también reales negativos. Por eso se emplea una medida de su magnitud como expresión de la probabilidad. Sin embargo, el módulo cuadrado no es la única medida posible (matemáticamente) de la magnitud de una función compleja.

Además de ello, existe una analogía entre la evolución en el tiempo de la probabilidad tal cual ha sido interpretada y la propagación de fluidos. Es-

³ El volumen diferencial se debe entender como un cubo con aristas de valor dx , dy , dz , que expresan longitudes, en las direcciones de los ejes de coordenadas, de valor *infinitesimal*; así: $V \circ d^3\mathbf{r} = dx \cdot dy \cdot dz$.

ta analogía se expresa formalmente mediante una magnitud conocida como *Corriente de Probabilidad*, originariamente aplicada en Hidrodinámica. Cuando se considera un fluido de densidad variable, esto es, su densidad ρ es una función $\rho(\mathbf{r}, t)$, la masa de fluido contenida en un cierto volumen varía con el tiempo —supóngase el cauce de un río: la cantidad de agua que entrase en un cierto recipiente situado en la corriente, de forma tal que no obstaculizase el flujo normal de la corriente, sería distinta que la cantidad de agua que saliese del mismo—; existe un cierto vector $\mathbf{j}(\mathbf{r}, t)$ conocido como densidad de corriente del fluido mediante el cual se puede expresar la cantidad neta —la que sale menos la que entra— de fluido que atraviesa la superficie que limita el volumen que se quiere considerar por unidad de tiempo. A partir de dicho vector se obtiene la que se conoce como *Ecuación de Continuidad* del fluido

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} \rho(\bar{r}, t) = - \left(\frac{\partial}{\partial x} \bar{j}_x(\bar{r}, t) + \frac{\partial}{\partial y} \bar{j}_y(\bar{r}, t) + \frac{\partial}{\partial z} \bar{j}_z(\bar{r}, t) \right) \equiv \frac{\partial \rho}{\partial t} = -\nabla \cdot \bar{\mathbf{j}}$$

Dicha ecuación expresa la conservación de la cantidad de materia del fluido (la variación de la densidad en el tiempo es compensada con la variación en el espacio de la densidad de corriente: si la densidad desciende, es que hay menos materia de la que inicialmente existía, lo cual quiere decir que el flujo neto será positivo; si la densidad aumenta, sucederá lo contrario).

A partir de la ESH, de la f.o. y de su compleja conjugada,⁴ se define el llamado vector densidad de corriente de probabilidad como:

$$\bar{\mathbf{j}} = \bar{j}(\bar{r}, t) = \frac{\hbar}{m} \operatorname{Re} \left[\frac{1}{i} \mathbf{y}^* (\bar{r}, t) (\nabla \mathbf{y}(\bar{r}, t)) \right]$$

Para el cual se cumple precisamente la ecuación:

$$\frac{\partial |\mathbf{y}|^2}{\partial t} + \nabla \cdot \bar{\mathbf{j}} = 0$$

Esto es, una ecuación de continuidad análoga a la que se tiene para los fluidos, y en la cual « $|\mathbf{y}|^2$ hace las veces de densidad [...]: la probabilidad se propaga como un fluido, por tanto» (Sánchez del Río, 1997: 192-193).

Existe otra propiedad importante de la f.o. conocida como *Normalización*: se dice que la función está normalizada cuando el valor finito N es

⁴ Dado un número complejo $z=x+iy$, su complejo conjugado se define como $z^*=x-iy$. En el caso de la f.o., entonces: $\mathbf{y}=\operatorname{Re}\mathbf{y}+i\operatorname{Im}\mathbf{y}$; $\mathbf{y}^*=\operatorname{Re}\mathbf{y}-i\operatorname{Im}\mathbf{y}$.

igual a la unidad, $N=1$. De las condiciones establecidas para la f.o., en particular, del hecho de ser de cuadrado integrable, resulta que cuando el vector de posición \mathbf{r} tiende a infinito la función debe tender a cero y, por la definición de \mathbf{J} , éste también habrá de hacerlo. Así que cuando la región del espacio que se considera es todo él, la ecuación de continuidad se transforma en:

$$\frac{\mathcal{I}|\mathbf{y}|^2}{\mathcal{I}t} = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{\mathcal{I}}{\mathcal{I}t} \int d^3\bar{r} |\mathbf{y}(\bar{r}, t)|^2 = 0$$

Esto prueba que N es independiente del tiempo, de forma que si su valor es la unidad en un cierto instante, lo será en todo instante cualquiera distinto de éste. En el caso de una f.o. normalizada es cuando se dice que su módulo cuadrado es la densidad de probabilidad de presencia de la partícula en una cierta región infinitesimal en torno a \mathbf{r} en un instante t .

Una forma de tener una idea del sentido probabilístico de la f.o. y su módulo cuadrado consiste en la extensión de los conceptos introducidos para el caso de una única partícula microscópica a un conjunto de partículas llamadas *copias idénticas*. Se supone la existencia de un gran número, n , de partículas entre las cuales no existe interacción alguna, sometidas al mismo potencial y con la misma f.o. asociada. Se considera, para cada una de ellas una posición \mathbf{r} , con las mismas coordenadas en todas, un elemento de volumen $d^3\mathbf{r}$ en torno a \mathbf{r} , idéntico en todas, y experimentos «idealizados» (Sánchez del Río, 1997: 195) que miden si la copia respectiva se encuentra o no en ese volumen en el instante t , y lo hace simultáneamente con todas ellas. El número de casos en los que se detecta efectivamente que la partícula se encuentra en tal volumen se denota por $n(\mathbf{r}, t)$, de forma que cuando el número total de copias es muy grande (tiende a infinito), $n(\mathbf{r}, t)/n$ será la probabilidad de presencia de la partícula en el instante t . Entonces, el primer postulado de Born se interpreta:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n(\bar{r}, t)}{n} = d^3\bar{r} |\mathbf{y}(\bar{r}, t)|^2$$

Mientras que el segundo pasa a ser:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{j=1}^r \frac{n_j(\bar{r}, t)}{n} = \int_R d^3\bar{r} |\mathbf{y}(\bar{r}, t)|^2$$

Lo que se trata de ver es que la interpretación probabilística es consistente con el concepto usual de probabilidad tomado de la Estadística. De ahí que se consideren muchas partículas en lugar de una sola, para que la probabilidad suene como algo más familiar; el hecho de suponerlas en condiciones tales que sean «copias idénticas» viene a asimilarse al concepto

ciones tales que sean «copias idénticas» viene a asimilarse al concepto estadístico de sucesos independientes, de forma que las probabilidades de ocurrencia individuales no estén condicionadas por la ocurrencia o no de otro suceso (lo que es lo mismo, las partículas poseen «equiprobabilidad» de presencia).⁵

De este modo, mediante la doble analogía, con la dinámica de fluidos y con la estadística aplicada a conjuntos cuyas unidades están dotadas de equiprobabilidad, se comprueba que la concepción probabilística de la ESH tiene sentido y el módulo cuadrado de la f.o. puede ser asimilado a la probabilidad de presencia de la partícula.

Ahora hemos de desarrollar estas nociones probabilísticas de la f.o. y de las demás magnitudes implicadas en la ESH. Para ello, conviene tener en cuenta como punto de arranque las características generales del movimiento de una partícula macroscópica clásica. En primer lugar, lo que se conoce como su *Hamiltoniano*, que es el nombre que recibe la energía total de la partícula (cinética más potencial) cuando el sistema físico cumple unos requisitos dados (vd. Mecánica Analítica en apéndice A5).

$$H = \frac{p^2}{2m} + V$$

Las correspondientes *Ecuaciones de Hamilton* para la partícula serán

$$\dot{\mathbf{r}} = \nabla_{\mathbf{p}} H \quad ; \quad \dot{\mathbf{p}} = -\nabla_{\mathbf{r}} V$$

La combinación de ambas ecuaciones es la conocida segunda ley Newton para la Mecánica Clásica. Por otra parte, cuando el potencial exterior V no depende explícitamente del tiempo, el Hamiltoniano, es decir, la energía total de la partícula, no varía con el transcurso del tiempo y entonces se dice que H es una *Constante del Movimiento*.

Si consideramos el caso de una partícula microscópica que lleva asociada una f.o., dada la interpretación probabilística, en principio, todas las posiciones \mathbf{r} del espacio son posibles, sólo que unas con más probabilidad que otras. De esta forma, lo que caracterizaría a la partícula, en lugar de una po-

⁵ «..imaginemos un gran número n de copias **idénticas** de SF [el Sistema Físico “partícula microscópica”]. Por hipótesis, no hay interacción entre unas copias y otras, **que son como mundos distintos y separados unos de otros**: cada copia contiene una sola partícula (todas del mismo tipo), sometida al mismo potencial y con la misma función de onda $\psi(\mathbf{r},t)$ asociada. De otra forma, diremos que todas las copias han sido “preparadas” del mismo modo» (Sánchez del Río, 1997: 195, subr. nro.).

sición bien determinada como en el caso de la partícula clásica, será un valor medio de la posición:

«El valor medio del vector posición en el instante t es la suma infinita y continua de todos los posibles vectores de posición («pesando» cada uno como acabamos de ver) en todo el espacio tridimensional, esto es, [una] integral, y se denota por $\langle \mathbf{r} \rangle$ » (Sánchez del Río, 1997: 200).

Es decir:

$$\langle \vec{r} \rangle = \int d^3 \vec{r} |\mathbf{y}|^2 \vec{r} = (\langle x \rangle, \langle y \rangle, \langle z \rangle)$$

En la cual, a su vez, cada componente del vector vale:

$$\langle x \rangle = \int d^3 \vec{r} |\mathbf{y}|^2 x \quad (\text{análogamente para } y, z)$$

Por su parte, para el vector momento, ha de tenerse otro tanto. Para obtener ese valor promedio del momento habrá que recurrir nuevamente a una analogía con la mecánica clásica. Para ello, recordemos el caso de una paquete de ondas asociado a una partícula libre: de la superposición de ondas planas resultaba un conjunto —superposición— de ellas cuyo centro se desplazaba con movimiento rectilíneo y uniforme, y que, además, en intervalos de tiempo adecuados, no variaba su forma. Entonces, si se considera una «nueva escala de medida» (Sánchez del Río, 1997: 201) respecto de la cual la región $d^3 \mathbf{r}$ en torno a la posición del centro del paquete sea muy pequeña, dicha región será prácticamente puntual, y entonces éste puede asimilarse a una partícula macroscópica moviéndose según las leyes clásicas. La magnitud correspondiente al momento clásico, aceptando esta analogía, habrá de ser:

$$\bar{p}_{cl} = m \frac{d\vec{r}(t)}{dt} \quad \rightarrow \quad \bar{p}_q = m \frac{d\langle \vec{r} \rangle}{dt}$$

Y como al derivar la expresión que ya tenemos de $\langle \mathbf{r} \rangle$ respecto al tiempo resulta:

$$\frac{d\langle \vec{r} \rangle}{dt} \equiv \langle \dot{\vec{r}} \rangle = \frac{d}{dt} \left\{ \int d^3 \vec{r} |\mathbf{y}|^2 \vec{r} \right\} = \frac{1}{m} \int d^3 \vec{r} \mathbf{y}^* (\vec{r}, t) [(-i\hbar \nabla) \mathbf{y}(\vec{r}, t)]$$

Se acepta que el valor medio del momento de la partícula en el instante t va a ser:

$$\langle \vec{p} \rangle \equiv \int d^3 \vec{r} \vec{y}^* (\vec{r}, t) (-i\hbar \nabla) \vec{y} (\vec{r}, t)$$

Ya que con todo ello se logra que:

$$\frac{d\langle \vec{r} \rangle}{dt} = \frac{1}{m} \langle \vec{p} \rangle$$

Que representa la analogía buscada entre las expresiones clásicas para posición y momento y las cuánticas para los valores promedio relativos a posiciones y momentos.

Siguiendo con la analogía entre la partícula macroscópica (clásica) y la microscópica (cuántica), al evaluar la variación respecto al tiempo del momento cuántico, esto es, del valor promedio, se obtiene:

$$\begin{aligned} \langle \dot{\vec{p}} \rangle &= \frac{d}{dt} \left\{ \int d^3 \vec{r} \vec{y}^* (\vec{r}, t) [-i\hbar \nabla V (\vec{r}, t)] \vec{y} (\vec{r}, t) \right\} = \\ &= \int d^3 \vec{r} |\vec{y}|^2 [-\nabla V (\vec{r}, t)] \end{aligned}$$

Cuya estructura es similar a la que tiene la expresión del valor medio de la posición descrito previamente, se forma que se puede escribir este resultado como:

$$\langle \dot{\vec{p}} \rangle = \langle -\nabla V \rangle$$

Que en valores promedio es análogo a la segunda ecuación de Hamilton para la partícula clásica. Así pues, partiendo de la analogía entre las expresiones clásica y cuántica para la variable dinámica del momento, se llega a un resultado consistente con las propiedades ya conocidas del mismo; esto avala la consistencia de dicha interpretación, la probabilística.⁶

Por un procedimiento análogo, se obtiene la expresión para el valor promedio de la energía total o hamiltoniano de la partícula microscópica, partiendo de los valores medios que se presupone toman las energías cinética y potencial:

⁶ Estas dos analogías se conocen como Ecuaciones de Ehrenfest:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\langle \vec{r} \rangle}{dt} &= \frac{1}{m} \langle \vec{p} \rangle \\ \frac{d\langle \vec{p} \rangle}{dt} &= \langle -\nabla V \rangle \end{aligned} \right\} \text{Ecuaciones de Ehrenfest}$$

$$\int d^3 \vec{r} \mathbf{y}^* (\vec{r}, t) \left[\frac{(-i\hbar \nabla)^2}{2m} \right] \mathbf{y}(\vec{r}, t)$$

$$\int d^3 \vec{r} V(\vec{r}, t) |\mathbf{y}(\vec{r}, t)|^2$$

Dados estos valores, el valor medio de la energía total H en el instante t para la partícula microscópica será:

$$\int d^3 \vec{r} \mathbf{y}^* (\vec{r}, t) \left[\frac{(-i\hbar \nabla)^2}{2m} + V(\vec{r}, t) \right] \mathbf{y}(\vec{r}, t) \equiv \langle H \rangle$$

De tal manera que, en cuanto variable dinámica, dicha energía total podrá expresarse de la siguiente forma:

$$\frac{1}{2m} (-i\hbar \nabla)^2 + V(\vec{r}, t) \equiv H$$

Con estos nuevos conceptos, definidos a partir de una interpretación probabilística de la f.o. y de las analogías dinámicas establecidas con las propiedades del movimiento de una partícula clásica, en la cual las variables pasan a ser operadores y las magnitudes valores promedio, la ESH puede expresarse de una forma más compacta (se trata de una expresión simbólica, es decir: hasta ahora, los símbolos que van a aparecer en ella no tenían todavía un significado en MC):

$$\frac{\partial \mathbf{y}}{\partial t} = \frac{1}{i\hbar} \left(V \mathbf{y} - \frac{\hbar^2}{2m} \Delta \mathbf{y} \right)$$

Ecuación de Schroedinger

$$H \mathbf{y} = i\hbar \frac{\partial \mathbf{y}}{\partial t}$$

expresión simbólica de la ESH

Algunas consideraciones finales

Hasta ahora, se ha visto la representación, tanto de la f.o. como de la ESH y de todas las variables que se requieren mediante las coordenadas cartesianas usuales, que son coordenadas espaciales. Sin embargo, cualquier tipo de espacio de representación es en principio posible utilizando unas coordenadas adecuadas. En MC, esta posibilidad de representación alternativa es muy importante, en particular, cuando el espacio de representación es el llamado *Espacio de Momentos*. En él, los ejes ya no corresponderán a las coordenadas del vector posición, x, y, z , sino que se tratará de las del momento lineal: $\mathbf{p} = (p_x, p_y, p_z)$. En este sistema de representación -que corresponde a un *espacio* matemático, abstracto, pero no al espacio usual-, la f.o.

característica de la partícula ya no será $\mathbf{y}(\mathbf{r}, t)$ sino una función distinta $\tilde{\mathbf{y}}(\bar{p}, t)$ que, sin embargo, tiene una relación con la f.o. en la representación del espacio de posiciones (el espacio de representación empleado hasta ahora): la nueva f.o. es la *Transformada de Fourier* de la f.o. original, y las relaciones que permiten transformar una en otra y recíprocamente son:

$$\tilde{\mathbf{y}}(\bar{p}, t) = \int \frac{d^3 \bar{r}}{(2\pi\hbar)^{3/2}} \mathbf{y}(\bar{r}, t) e^{(-i\bar{p}\bar{r}/\hbar)}$$

$$\mathbf{y}(\bar{r}, t) = \int \frac{d^3 \bar{p}}{(2\pi\hbar)^{3/2}} \tilde{\mathbf{y}}(\bar{p}, t) e^{i\bar{p}\bar{r}/\hbar}$$

Con esta nueva función, se cumplirá (la nueva f.o. se supone normalizada):

$$\int d^3 \bar{p} |\tilde{\mathbf{y}}|^2 = 1$$

$$\langle \bar{p} \rangle = \int d^3 \bar{p} \bar{p} |\tilde{\mathbf{y}}|^2$$

Resultado que se corresponde con lo que sucedía con \mathbf{r} en el espacio de representación de posiciones. Como se verá, esta nueva «dualidad» tiene también significaciones añadidas.

El hecho de que la MC maneje operadores en lugar de funciones y magnitudes promedio en lugar de magnitudes bien determinadas, así como números complejos, conlleva que ciertas propiedades algebraicas usuales dejen de cumplirse. Una de ellas, la de simetría de la operación producto, es de una importancia extrema.

En mecánica clásica, se cumple que, para cualesquiera variables dinámicas de las que se trate,

$$A \times B = B \times A$$

De forma que (se omite ahora el signo de multiplicación, como es usual):

$$AB - BA = 0$$

En MC, por el contrario, existen magnitudes dinámicas para las cuales no se cumple lo anterior: se dice que no conmutan, puesto que a la operación $AB - BA$ se la denomina *Conmutador*, y se la denota como $[A, B]$.⁷ Está

⁷ Se suele denominar «Paréntesis de Lagrange», pero su descripción va más allá de los objetivos del presente trabajo: su estudio detallado corresponde a algunas asignaturas optativas de cuarto curso de licenciatura y excede las intenciones de este trabajo.

claro que en mecánica clásica no tiene sentido hablar de conmutadores, puesto que todos ellos serán nulos. En concreto, si se consideran la posición y el momento, en cuanto variables mecano-cuánticas, y considerando que la representación utilizada sea la del espacio de posiciones, serán los operadores:

$$\hat{r} \equiv \vec{r} \times$$

$$\hat{p} \equiv (-i\hbar \times) \nabla = (-i\hbar \times) (\mathfrak{I}_x + \mathfrak{I}_y + \mathfrak{I}_z)$$

Nos hemos apartado de la representación usual para clarificar el sentido «operacional» de estas variables. En primer lugar, se ha empleado el signo de multiplicación “ \times ” que suele interpretarse como un producto vectorial; aquí simplemente denota la operación «multiplicar por» en lugar del sentido usual de multiplicación vectorial; en segundo lugar, se ha sustituido el símbolo habitual de la derivación parcial “ $\partial/\partial x$ ” para utilizar simplemente ∂ junto con un subíndice que indica la variable respecto a la cual se deriva. Entonces, las instrucciones anteriores dicen: el operador posición actúa multiplicando por el vector de posición aquella función sobre la que se aplique; el operador momento actúa multiplicando por $-i\hbar$ la suma de las derivadas parciales de la función respecto a las coordenadas espaciales. La forma usual de expresar estos operadores es:

$$\hat{r} = \vec{r}, \quad \hat{p} = -i\hbar \nabla$$

Puesto que si se «coloca» detrás de ellos la función, automáticamente se hacen evidente las operaciones a realizar.

Consideremos, entonces, el conmutador de ambas variables; puesto que se trata de variables vectoriales, hay que considerar sus componentes en tanto que vectores:

$$\hat{r} = (\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}), \quad \hat{p} = (\hat{p}_x, \hat{p}_y, \hat{p}_z)$$

Se tiene:

$$\begin{aligned} [\hat{r}\hat{p}] \mathbf{y} &\equiv [\hat{r}\hat{p} - \hat{p}\hat{r}] \mathbf{y} = [\vec{r}(-i\hbar \nabla) - (-i\hbar \nabla)\vec{r}] \mathbf{y} = \\ &= (-i\hbar) [\vec{r} \nabla \mathbf{y} - \nabla(\vec{r} \mathbf{y})] = (-i\hbar) [\vec{r} \nabla \mathbf{y} - (\nabla \vec{r}) \mathbf{y} - \vec{r} \nabla \mathbf{y}] = \\ &= (-i\hbar) [(\nabla \vec{r}) \mathbf{y}] = (-i\hbar) [3 \cdot \mathbf{y}] = -3i\hbar \mathbf{y} \\ &\Rightarrow [\hat{r}\hat{p}] = [\hat{r}\hat{p} - \hat{p}\hat{r}] = -3i\hbar \neq 0 \end{aligned}$$

Que como se puede comprobar no se anula.⁸

⁸ En la obtención del conmutador se ha dado el resultado parcial:

La existencia de conmutadores no nulos tiene que ver con las relaciones de incertidumbre. Una vez establecido que posiciones y momentos, en cuanto magnitudes, son valores promedio, determinar la incertidumbre en su medición ha de tener algún significado estadístico.

Dado que tenemos valores medios, la incertidumbre en su medición debe ser una medida del grado de dispersión de los valores posibles respecto a dicha media, el valor más probable, medida que corresponde estadísticamente a la *Desviación Cuadrática Media*:

$$\Delta x \equiv \sqrt{\int d^3 r |\psi|^2 (x - \langle x \rangle)^2}$$

(Incertidumbre en la componente x de la posición)

Si se compara el radicando de la expresión anterior, se observa que su forma es análoga a la de los valores medios tal cual se definieron para la posición, el momento o la energía, en cuanto que probabilidades, así que la incertidumbre, o más bien su cuadrado, también puede considerarse, a su vez, una magnitud cuántica promedio:

$$(\Delta x)^2 = \langle (x - \langle x \rangle)^2 \rangle$$

Otro tanto sucede para el momento si se considera la f.o. en su espacio de representación, y así:

$$(\Delta p_x)^2 = \int d^3 r |\psi|^2 (p_x - \langle p_x \rangle)^2 = \langle (p_x - \langle p_x \rangle)^2 \rangle$$

A partir de estas definiciones y las correspondientes para las demás coordenadas de posición y momento, se puede demostrar, utilizando la desigualdad de Schwarz, que se cumplen las relaciones de indeterminación:

$$\begin{aligned} \Delta r_i \Delta p_j &\geq s_{ij} \frac{\hbar}{2} & i, j = x, y, z \\ s_{ij} &= 1 & \text{si } i = j \\ s_{ij} &= 0 & \text{si } i \neq j \end{aligned}$$

$$(\nabla \bar{r}) \mathbf{y} = 3 \mathbf{y}$$

Que podemos entender mejor si se expresa mediante las componentes tanto del operador como del vector de posición:

$$\begin{aligned} (\nabla \bar{r}) \mathbf{y} &= [(\mathfrak{I}_x, \mathfrak{I}_y, \mathfrak{I}_z) \cdot (x, y, z)] \mathbf{y} = \\ &= (\mathfrak{I}_x x + \mathfrak{I}_y y + \mathfrak{I}_z z) \mathbf{y} = (1+1+1) \mathbf{y} = 3 \mathbf{y} \end{aligned}$$

Que las tres primeras relaciones no sean nulas se debe, precisamente, a que dichas variables no conmutan, esto es, a que sus conmutadores no se anulan, mientras que sucede lo contrario para el resto de las combinaciones posibles.

Otra importante relación de incertidumbre se da entre la energía y el tiempo. Por analogía con las incertidumbres definidas para posición y momento, la de la energía será:

$$\Delta E = \sqrt{\int d^3 \bar{r} (H - \langle H \rangle)^2 |\psi|^2}$$

Que cumple una relación de indeterminación, aproximada, con el tiempo $\Delta E \tau \gg \hbar$, en donde τ se conoce como Tiempo Característico: es el tiempo que ha de transcurrir para que las propiedades del sistema microscópico estudiado cambien de forma físicamente apreciable.

Veamos cómo se aplican los conceptos previos derivados de la interpretación probabilística de la ESH a un caso concreto, el caso de una partícula sometida a la acción de un campo electromagnético. Se supone una partícula macroscópica (clásica) de carga q y masa m , situada bajo la acción de un campo eléctrico $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ y de un campo magnético $\mathbf{B}(\mathbf{r})$, ambos independientes del tiempo, o, lo que es lo mismo, constantes. Las leyes de la mecánica clásica para esta partícula establecen que su movimiento viene dado por las ecuaciones (en unidades del sistema cegesimal):⁹

$$\begin{aligned} \bar{v} &= \dot{\bar{r}} \\ \frac{d(m\bar{v})}{dt} &= q \left[\bar{E}(\bar{r}) + \frac{\bar{v}}{c} \times \bar{B}(\bar{r}) \right] \end{aligned}$$

Y su hamiltoniano clásico sería:

$$H = H(\bar{p}, \bar{r}) = \frac{1}{2m} \left(\bar{p} - \frac{q}{c} \bar{A}(\bar{r}) \right)^2 + q\bar{V}(\bar{r})$$

donde :

$$E(\bar{r}) \equiv -\nabla \bar{V}, \quad B(\bar{r}) \equiv \nabla \times \bar{A}$$

⁹ El sistema cegesimal, o cgs, se denomina así porque las unidades básicas son centímetros, gramos y segundos, mientras que el sistema internacional o SI utiliza como unidades los metros, kilogramos y segundos.

Expresiones en las que aparecen los denominados potencial escalar ϕ (eléctrico) y potencial vector \mathbf{A} , que se definen a partir de los potenciales usuales \mathbf{E} y \mathbf{B} según se ha especificado, y cuya introducción obedece a la mayor comodidad en las operaciones que resulta de dicha transformación (matemáticamente: un *cambio de variables*).

El Hamiltoniano no depende explícitamente del tiempo; la primera ecuación (clásica) de Hamilton es ahora:

$$\dot{\bar{r}} = \frac{1}{m} \left(\bar{p} - \frac{q}{c} \bar{A}(\bar{r}) \right) \Rightarrow \bar{p} = m \dot{\bar{r}} + \frac{q}{c} \bar{A}(\bar{r})$$

De forma que el momento ya no es simplemente $m d_t \mathbf{r}$.

Considerando ya el caso de una partícula microscópica, por analogía con el caso clásico, es de suponer que la ESH y el correspondiente hamiltoniano sean:

$$\left\{ \frac{1}{2m} \left[-i\hbar \nabla - \frac{q}{c} \bar{A}(\bar{r}) \right]^2 + q\mathbf{j}(\bar{r}) \right\} \Psi(\bar{r}, t) = i\hbar \mathcal{J}_t \Psi \quad (ESH)$$

$$\hat{H} = \frac{1}{2m} \left[-i\hbar \nabla - \frac{q}{c} \bar{A}(\bar{r}) \right]^2 + q\mathbf{j}(\bar{r}) \quad (Hamiltonia \ no)$$

Como se ha podido ir comprobando, llegados a cierto grado de complejidad en las funciones con las que se ha de tratar, o bien en las expresiones integrales asociadas a la interpretación probabilística, las expresiones se tornan bastante engorrosas. Para «aligerar» dichas expresiones se recurre a la llamada notación de Dirac. En especial, dicha notación se emplea para evitar las expresiones más engorrosas que involucran integrales múltiples o bien una gran especificación de variables, aligerando con ella las operaciones; pero también, y debido principalmente a las particulares propiedades que presentan los operadores autoadjuntos, porque facilitan también, de forma simbólica, los pasos y orden de las instrucciones a aplicar por éstos definidas. Dicha notación consiste en:

— Las funciones de onda —ya sean las asociadas a una sola partícula o a un sistema de partículas— se representan como:

$$|\psi\rangle$$

— Las integrales del tipo $\int d^3\bar{r} \Psi_1^* A \Psi_2$, $\int d^3\bar{r}_1 \dots d^3\bar{r}_N \Psi_1^* A \Psi_2$ se representan como

$$\langle \psi_1 | A | \psi_2 \rangle$$

— Las integrales anteriores, cuando no aparece A se expresan:

$$\langle \Psi_1 | \Psi_2 \rangle$$

Si se consideran varios operadores (autoadjuntos) asociados a variables dinámicas microscópicas, y que conmutan entre sí dos a dos, para los cuales existirán funciones comunes (autofunciones) que satisfarán la ecuación (de autovalores):

$$\begin{aligned} \hat{A}_h \mathbf{j}_{h,j} &= a_{h,j} \mathbf{j}_{h,j} \quad (h = 1, 2, \dots, n) \\ \text{donde :} \\ \mathbf{j}_{h,j} &\equiv \text{autofunciones} \\ a_{h,j} &\equiv \text{autovalores (números cuánticos)} \\ [\hat{A}_i, \hat{A}_k] &= 0 \quad \text{si } i \neq k \quad (i, k = 1, \dots, n) \end{aligned}$$

Es decir, existen n operadores distintos (subíndice h) cada uno de ellos con distintos valores posibles (subíndice j) de a que verifican la igualdad precedente,¹⁰ conocida como *Ecuación de Autovalores*. Con la notación de Dirac, dicha ecuación se expresará:

$$\hat{A}_h |\mathbf{j}_{hj}\rangle = a_{hj} |\mathbf{j}_{hj}\rangle$$

Esta ecuación de autovalores nos indica cuál es el procedimiento a seguir en cada caso:

«Genéricamente, nos encontraremos con la situación siguiente. Habrá que hallar el conjunto más amplio posible de operadores A_1, \dots, A_n conmutantes entre sí dos a dos, y construir sus autofunciones comunes, es decir, resolver [la ecuación precedente]» (Sánchez del Río, 1997: 225).

La resolución de esta ecuación de autovalores permite, además, determinar si el sistema (partícula) considerado se encuentra en un estado ligado o en un estado libre, es decir, si se halla sometida a condiciones cuánticas o no:

«Diremos que una partícula se encuentra en un estado ligado cuando su función de onda sea autoestado correspondiente al espectro puntual (discreto) del hamiltoniano, por tanto, de cuadrado integrable. Para dar una idea más física del concepto pero mucho menos precisa,

¹⁰ El hamiltoniano de determinados sistemas cuánticos será un operador de este tipo, que cumple la igualdad precedente para ciertos valores E de la energía:

$$\hat{H}\Psi = E\Psi$$

diremos que, en la mayoría de los casos, se trata de un estado ligado cuando la partícula clásica análoga tenga unos límites clásicos para su movimiento. Cuánticamente veremos que tales límites no existen en el mismo sentido. Por el contrario, cuando la función de onda sea autoestado correspondiente al espectro continuo y no sea, por tanto, de cuadrado integrable, diremos que se trata de un estado no ligado. En este caso no existen límites clásicos para el movimiento de la partícula» (Sánchez del Río, 1997: 236).

Pues bien, damos en este punto por concluido nuestro sucinto y harto insuficiente recorrido por las encrucijadas conceptuales físico-matemáticas que permiten una somera comprensión, estrictamente física, de la ESH.

Bibliografía

- Ache, B. W. y Zhainazarov A. (1995): «Dual second-messenger pathways in olfactory transduction», en *Curr. Opin. Neurobiol.* 5.
- Agassi, J. (1981): *Science and Society: Studies in the Sociology of Science*, Dordrecht, Reidel.
- Alonso, M. y Finn, E. J., (1995): *Física* (3 volúmenes), Argentina, Addison-Wesley Iberoamericana.
- Allsop, D., Twyman, L. J., Davies, Y., Moore, S., York, A., Swanson, L. y Soutar, I. (2001): «Modulation of beta-amyloid production and fibrillization», en *Neuronal Signal Transduction And Alzheimer's Disease* 67.
- Ashmore, M. (1989): *The Reflexive thesis. Writing Sociology of Scientific Knowledge*, Chicago, The University of Chicago Press.
- Ashmore, M., Edwards, D. y Potter, J. (1995): «Death and Furniture: The Rethoric, Politics and Theory of Bottom Line Arguments Against Relativism», en *History of the Human Sciences* 8.
- Ashmore, M., Mulkay, M. y Pinch, T. (1989): *Health and Efficiency: A Sociology of Health Economics*, Milton Keynes, Open University Press.
- Atkinson, P. (1988): «Ethnomethodology: A Critical Review», en *Annual Review of Sociology* 14.
- Atkinson, P. (1990): *The Ethnographic Imagination. Textual Construction of Reality*, Londres, Routledge.
- Atlan, H. (1990): *Entre el cristal y el humo*, Madrid, Debate.
- Atlan, H. (1991): *Con razón y sin ella: intercristica de la ciencia y el mito*, Barcelona, Tusquets.
- Attwell, P. (1974): «Ethnography since Garfinkel», en *Theory and Society* 1 (3).
- Aubenque, P. (1999): *La prudencia en Aristóteles*, Barcelona, Crítica.
- Bachelard, G (1984).: *La filosofía del no*, Buenos Aires, Amorrortu.
- Bachelard, G. (1991): *La poética del espacio*, México, Fondo de Cultura Económica.
- Bachelard, G. (1993): *La formación del espíritu científico*, México, s. XXI.
- Barley, N. (1993): *El antropólogo inocente regresa a la tribu africana*, Barcelona, Anagrama.
- Barnes, B. (1974): *Scientific Knowledge and Sociological Theory*, Londres, Routledge & Kegan Paul.
- Barnes, B. (1977): *Interests and The Growth of Knowledge*, Londres, Routledge & Kegan Paul.
- Barnes, B. (1981): «On the Conventional Character of Knowledge and Cognition», en *Philosophy of the Social Sciences* 11.

- Barnes, B. (1982): *Estudios sobre sociología de la ciencia*, Madrid, Alianza.
- Barnes, B. y Law, J. (1976): «Whatever Should be Done with Indexical Expressions?», en *Theory and Society* 3(2).
- Bateson, G. (1985): *Pasos hacia una arqueología de la mente*, Buenos Aires, Carlos Lohlé.
- Bazerman, C. y Paradis, J. (eds) (1991): *Textual Dynamics of the Professions. Historical and Contemporary Studies of Writing in Professional Communities*, Madison (Wis.), The University of Wisconsin Press.
- Beaulieu, A. (2001): «Voxels in the Brain: Neuroscience, Informatics and Changing Notions of Objectivity», en *Social Studies of Science* 31 (5).
- Beaulieu, A. (2002): «Images Are Not the (Only) Truth: Brain Mapping, Visual Knowledge, and Iconoclasm», en *Science, Technology and Human Values* 27 (1).
- Beltrán Orenes, M. P. (2000): *El concepto de prueba matemática en las caracterizaciones filosófico-metodológicas de H. Poincaré e I. Lakatos*, Murcia, Publicaciones de la Universidad de Murcia, colección de Tesis Doctorales.
- Benoit, P. (1991): «Cálculo, álgebra y mercancía», en M. Serres (ed): *Historia de las ciencias*, Madrid, Cátedra.
- Bergson, H. (1973): *La evolución creadora*, Madrid, Espasa Calpe.
- Bix, A. S. (1997): «Experiences and Voices of Eugenics Field-Workers: « Women's Work in Biology», en *Social Studies of Science* 27 (4).
- Blanco Merlo, R. (1995): *Una aproximación a las relaciones entre ciencia y sociedad: el programa fuerte en la sociología del conocimiento científico*, Universidad Complutense de Madrid, Tesis Doctoral.
- Blanco, R. e Iranzo, J. M. (1999): *Sociología del conocimiento científico*, Madrid, CIS.
- Bloor, D. (1974): «Popper's Mystification of Objective Knowledge», en *Science Studies* 4.
- Bloor, D. (1976): *Knowledge and Social Imagery*, Londres, Routledge & Kegan Paul (hay traducción al castellano: *Conocimiento e imaginario social*, Barcelona, Gedisa; 1998).
- Bloor, D. (1976b): «A Philosophical Approach to Science», en *Social Studies of Science* 5.
- Bloor, D. (1981): «The Strengths of the Strong Programme», en *Philosophy of the Social Sciences* 11.
- Bloor, D. (1982): «Durkheim and Mauss Revisited: Classification and The Sociology of Knowledge», en *Studies in History and Philosophy of Science* 13.
- Bloor, D. (1982b): «A Reply to Gerd Buchdahl», en *Studies in History and Philosophy of Science* 13.
- Bloor, D. (1982c): «Reply to Steven Lukes», en *Studies in History and Philosophy of Science* 13.
- Bloor, D. (1984): «Reply to J. W. Smith», en *Studies in History and Philosophy of Science* 15.

- Bloor, D. (1990): «Afterword: Reply to Critics», borrador del capítulo a añadir a la segunda edición de *Knowledge and Social Imagery*, Chicago, Chicago University Press.
- Bloor, D. (1996): «Idealism and the Sociology of Knowledge», en *Social Studies of Science* 26 (4).
- Blume, S. (2000): «Land of Hope and Glory: Exploring Cochlear Implantation in the Netherlands», en *Science, Technology and Human Values* 25 (2).
- Borges, J. L. (1998): «Funes el memorioso», en *Ficciones*, Madrid, Alianza.
- Bourdieu, P. (1991): *El sentido práctico*. Madrid, Taurus.
- Bourdieu, P. et al (1986): *El oficio del sociólogo*, México, s. XXI.
- Boyer, C. B. (1987): *Historia de la matemática*, Madrid, Alianza.
- Bronfman, M., Nuñez, L., Orellana, A., Burzio, V. y Hidalgo, P. (1996): «Peroxisome proliferators and signal transduction», en *Ann. New York Acad. Sci.* 804.
- Brown, H. I. (1994): *La nueva filosofía de la ciencia*, Madrid, Tecnos.
- Buchdahl, G. (1982): «Editorial Response to David Bloor», en *Studies in History and Philosophy of Science* 13.
- Cabezas González, B. (2003): «Paradigma o modelo: del paradigma clásico vigente al paradigma reflexivo que viene», en R. Reyes (dir): *Diccionario Crítico de Ciencias Sociales*
http://www.ucm.es/info/eurotheo/diccionario/N/nuevo_paradigma.htm
- Calderón de la Barca, P. (1983): *La vida es sueño*, Madrid, Cátedra.
- Callon, M. (1980): «Struggles and Negotiations to Define What is problematic and What is not», en K. D. Knorr, R. Krohn y R. Whitley (eds): *The Social Process of Scientific Investigation. Sociology of the Sciences Yearbook 4*, Dordrech, Reidel.
- Callon, M. (1986): «Some Elements of a Sociology of Translation: Domestication of the Scallops and the Fishermen of St. Brieuç Bay», en J. Law: *Power, Action and Belief. A New Sociology of Knowledge? Sociological Review Monograph 32*, Londres, Routledge & Kegan Paul.
- Callon, M. (1995): «Four Models for the Dynamics of Science», en J. Jasanoff et al (de): *Handbook of Science and Technologie Studies*, Londres, Sage; pp. 29-63.
- Callon, M. (1995): «Four Models for the Dynamics of Science», en J. Jasanoff et al (eds): *Handbook of Science and Technologie Studies*, Londres, Sage.
- Callon, M. y Latour, B. (1981): «Unscrewing the Big Leviathan: How Actors Macro-structure Reality and How Sociologists Help Them to Do so», en A. V. Cicourel y K. D. Knorr-Cetina (eds): *Advances in Social Theory: Toward an Integration of Micro- and Macro-sociologies*, Boston y Londres, Routledge.
- Callon, M, Courtial, J.-P., Turner, W. A. y Bauin, S. (1983) : «From Translation to Problematic Networks : An Introduction to Co-Word Analysis», en *Social Science Information*, 22(2).
- Callon, M., Law, J. y Rip, A. (1986): *Mapping the Dinamics of Science*, Londres, McMilan.

- Campbell, R. (2003): «Preparing the Next Generation of Scientists: The Social Process of Managing Students», en *Social Studies of Science* 33 (6).
- Castoriadis, C. (1989): *La institución imaginaria de la sociedad*, Barcelona, Tusquets.
- Castoriadis, C. (1998): *Hecho y por hacer: pensar la imaginación. Las encrucijadas del laberinto V*, Buenos Aires, Eudeba.
- Castoriadis, C. (2002): *Figuras de lo pensable. Las encrucijadas del laberinto VI*, México, Fondo de Cultura Económica.
- Cicourel A. V. y Knorr-Cetina, K. D. (eds) (1981): *Advances in Social Theory: Toward an Integration of Micro- and Macro-sociologies*, Boston y Londres, Routledge.
- Collette, J.-P. (1985) : *Historia de las matemáticas*, Madrid, s. XXI.
- Collins, H. M. (1981): «Stages in the Empirical Programme of Relativism», en *Social Studies of Science* 11.
- Collins, H. M. (1983): «An Empirical Relativist Programme in the Sociology of Scientific Knowledge» en K. D. Knorr-Cetina y M. Mulkay: *Science Observed. Perspectives on the Social Study of Science*, Londres, Sage.
- Collins, H. M. (1992): *Changing Order: Replication and Induction in Scientific Practice*, Chicago-Londres, University of Chicago Press.
- Collins, H. M. (1996): «In Praise of Futile Gestures: How Scientific is the Sociology of Scientific Knowledge?», en *Social Studies of Science* 26 (2).
- Collins, H. M. (2001): «Tacit Knowledge, Trust and the Q of Sapphire», en *Social Studies of Science* 31 (1).
- Collins, H. M. y Pinch, T. (1979): «The Construction of the Paranormal: Nothing Unscientific is Happening», en R. Wallis (ed): *On the Margins of Science. The Social Construction of Rejected Knowledge. Sociological Review Monograph 27*, Stoke-on-Trent, J. H. Brookes.
- Comte, A. (1985): *Discurso sobre el espíritu positivo*, Madrid, Alianza.
- Cotillo Pereira, A. (1996): *Las bases del «giro reflexivo» en la construcción sociológica de la ciencia*, Universidad Complutense de Madrid, tesis doctoral.
- Crist, E. (2004): «Can an Insect Speak?: The Case of the Honeybee Dance Language», en *Social Studies of Science* 34 (1).
- Cussins, C. (1996): «Ontological Choreography: Agency through Objectification in Infertility Clinics», en *Social Studies of Science* 26 (3).
- Chompalov, I. y Shrum, W. (1999): «Institutional Collaboration in Science: A Typology of Technological Practice», en *Science, Technology and Human Values* 24 (3).
- Dabrowski, M., Ueda, K. y Ashcroft, F. M. (2002): «Mutations in the linker domain of NBD2 of SUR inhibit transduction but not nucleotide binding Michinori Matsuo», en *The EMBO Journal* 21.
- Dávila, A., Delgado, J. M. y Gutiérrez, J. (1992): «Fenomenología, cognitivismo y cibernética en la investigación social», comunicación al IV Congreso Español de Sociología, Madrid 26-28 Nov.

- Delamont, S. y Atkinson, P.A. (2001): «Doctoring Uncertainty: Mastering Craft Knowledge», en *Social Studies of Science* 31 (1).
- Deleuze, G. (1988): *Diferencia y repetición*, Gijón, Júcar Universidad.
- Deleuze, G. Guattari, F. (1985) : *El anti-edipo. Capitalismo y esquizofrenia*, Barcelona, Piados.
- Deleuze, G. y Guattari, F. (1993): *¿Qué es la filosofía?*, Barcelona, Anagrama.
- Díez, J. A. y Moulines, C. U. (1997): *Fundamentos de filosofía de la ciencia*, Barcelona, Ariel.
- Dolby, R. G. A. (1971): «Sociology of Knowledge in Natural Sciences» en *Science Studies* 1(1).
- Duncker, E. (2001): «Symbolic Communication in Multidisciplinary Cooperations», en *Science, Technology and Human Values* 26 (3).
- Durkheim, É. (1973): *De la división del trabajo social*, Buenos Aires, Schapire.
- Durkheim, É. y Mauss, M. (1971): «De ciertas formas primitivas de clasificación», en M. Mauss: *Institución y culto. Representaciones colectivas y diversidad de instituciones*, Barcelona, Barral.
- Escolar, B. y Besse, J. (1996): «De los problemas del método al método cualitativo en Geografía», en *Cuadernos de epistemología y metodología. Métodos cualitativos* 1, Buenos Aires, Univ. de Buenos Aires.
- Feyerabend, P. K. (1970): «Consolation for Specialists», en I. Lakatos y A. Musgrave (eds): *Criticism and the Growth of Knowledge*, Cambridge, Cambridge University Press.
- Feyerabend, P. K. (1981) «More Clothes from the Emperor's Bargain Basement», en *British Journal of Philosophy of Science*, 32.
- Feyerabend, P. K. (1984): *Adiós a la razón*, Madrid, Tecnos.
- Firestein S. (1992): «Electrical signals in olfactory transduction», en *Curr. Opin. Neurobiol.* 2
- Fleck, L. (1986): *La génesis y desarrollo de un hecho científico*, Madrid, Alianza.
- Flores, F. y Winograd, T. (1989): *Hacia la comprensión de la informática y la cognición*, Barcelona, Hispano Europea.
- Foerster, H. Von (1981): *Observing Systems*, California, Intersystems Publications.
- Foerster, H. Von (1991): *Las semillas de la cibernética*, Barcelona, Gedisa.
- Fonca, R., Carvajal, C., Almarza, C. et. al. (2000): «Endothelial cell oxidative stress and signal transduction», en *Biological. Research* 33 (2).
- Forman, P. (1984): *Cultura en Weimar, causalidad y teoría cuántica: 1018-1927; adaptación de los físicos y matemáticos alemanes a un ambiente intelectual hostil*, Madrid, Alianza.
- Foucault, M. (1991): *La verdad y las formas jurídicas*, Barcelona, Gedisa.
- Fowler, M. (1997): «From Bohr's Atom to Electron Waves», en *Physics 252: Modern Physics*,
[http://www.phys.virginia.edu/classes/252/Bohr to Waves/Bohr to Waves.html](http://www.phys.virginia.edu/classes/252/Bohr%20to%20Waves/Bohr%20to%20Waves.html)

- Fox, M. F. y Stephan, P. E. (2001): «Careers of Young Scientists: Preferences, Prospects and Realities by Gender and Field», en *Social Studies of Science* 31 (1).
- Francoeur, E. (1997) : «The Forgotten Tool: The Design and Use of Molecular Models», en *Social Studies of Science* 27 (1).
- Fraser, P. E., Yu, G., Levesque, L., Nishimura, M., Yang, D. S., Mount, H. T. J., Westaway, D. y St. George-Hyslop, P. H. (2001): «Presenilin function: connections to Alzheimer's disease and signal transduction», en *Neuronal Signal Transduction And Alzheimer's Disease* 67.
- French, A. S. (1992): «Mechanotransduction», en *Annu. Rev. Physiol.* 54.
- Freud, S. (1991/1994): *La interpretación de los sueños (Obras completas, volúmenes 4 y 5)*, Buenos Aires, Amorrortu.
- Freud, S. (1992): *Estudios sobre la histeria (Obras completas, volumen 2)*, Buenos Aires, Amorrortu.
- Freud, S. (2000): *El yo y el ello; y otras obras (Obras completas, volumen 19)*, Buenos Aires, Amorrortu.
- García Calvo, A. (1985): *Razón común. Edición crítica, ordenación, traducción y comentario de los restos del libro de Heráclito*, Madrid, Lucina.
- García Selgas F. y Ramos, R. (eds): *Globalización, Riesgo y Reflexividad*, Madrid, Centro de Investigaciones Sociológicas.
- García Selgas, F. (1994): «El cuerpo como base de sentido de la acción social», en *Revista Española de Investigaciones Sociológicas* 68.
- García Selgas, F. (1999): «La reflexividad y el supuesto-sujeto», en F. García Selgas y R. Ramos (eds): *Globalización, Riesgo y Reflexividad*, Madrid, Centro de Investigaciones Sociológicas.
- Garfinkel, H. (1984): *Studies in Ethnomethodology*, Cambridge, Polity & Blackwell.
- Garfinkel, H., Lynch. M. y Livingston. E. (1981): «The Work of a Discovering Science Constructed with Materials from the Optically Discovered Pulsar», en *Philosophy of the Social Sciences*, núm. 11.
- Garrouste, E. M. (1999) : «Getting Serious about 'Interrogating Representation': An Indigenous Turn», en *Social Studies of Science* 29 (6).
- Geertz, C. (1983): *Local Knowledge*, N. York, Basic Books.
- Gellatly, A. (1980): «Logical Necessity and the Strong Programme for the Sociology of Knowledge», en *Studies in History and Philosophy of Science* 11(4).
- Georgopoulou, N., McLaughlin, M., McFarlane, I. y Breen, K. C. (2001): «The role of post-translational modification in beta-amyloid precursor protein processing», en *Neuronal Signal Transduction And Alzheimer's Disease* 67.
- Giddens, A. (1995): *La constitución de la sociedad. Bases para la teoría de la estructuración*, Buenos Aires, Amorrortu.
- Gillespie, P. G. (1995) : «Molecular machinery auditory and vestibular transduction», en *Curr. Opin. Neurobiol.* 5.

- Gödel, K. (1980): *Sobre proposiciones formalmente indecibles de los "Principia Mathematica y sistemas afines*, Valencia, Revista Teorema (Departamento de lógica de la universidad de Valencia).
- Gollete, G. y Lessard-Hébert, M. (1988): *La investigación-acción: funciones, fundamentos e instrumentación*, Barcelona, Laertes.
- González Fernández, W. J. (ed) (1990): *Aspectos metodológicos de la investigación científica*, Madrid - Murcia, Universidad Autónoma – Universidad de Murcia
- Goodwin, C. (1995): «Seein in Depth», en *Social Studies of Science* 25 (2).
- Guillemin, M. (2000): «Working Practices of the Menopause Clinic», en *Science, Technology and Human Values* 25 (4).
- Gusfeld, J. (1976): «The Literary Rethoric of Science: Comedy and Pathos in Drinking Driver Research», en *American Sociological Review*, 4(1).
- Hacking, I. (ed) (1985): *Revoluciones científicas*, México, Fondo de Cultura Económica.
- Hacking, I. (ed) (1985b): «Introducción», en I. Hacking (ed): *Revoluciones científicas*, México, Fondo de Cultura Económica.
- Halmos, F. (ed) (1972): *The Sociology of Science*, Londres, Routledge & Kegan Paul.
- Hanks, W. F. (1989): «Text and Textuality», en *Annual Review of Anthropology* 18.
- Hartland, J. (1996): «Automating Blood Pressure Measurements: The Division of Labor and the Transformation of Method», en *Social Studies of Science* 26 (1).
- Heap, J. L. y Roth, P. A. (1973): «On Phenomenological Sociology», en *American Sociological Review*, 38(3).
- Hegel, G. W. F. (1988): *Fenomenología del espíritu*, México, Fondo de Cultura Económica.
- Helman, D. H. (ed) (1988): *Analogical Reasoning Perspectives of Artificial Intelligence, Cognitive Science and Philosophy*, Kluwer Academic Publishers.
- Helmreich, S. (1998): «Recombination, Rationality, Reductionism and Romantic Reactions: Culture, Computers and the Genetic Algorithm», en *Social Studies of Science* 28 (1).
- Heritage, J. (1984): *Garfinkel and Ethnomethodology*, Cambridge, Polity Press.
- Hermanowicz, J. C. (2003): «Scientists and Satisfaction», en *Social Studies of Science* 33 (1).
- Hesse, M. (1988): «Theories, Family Resemblance and Analogy», en D. H. Helman (ed): *Analogical Reasoning Perspectives of Artificial Intelligence, Cognitive Science and Philosophy*, Kluwer Academic Publishers.
- Hofstadter, D. R. (1992) : *Gödel, Escher, Bach. Un Eterno y Grácil Bucle*, Barcelona, Tusquets.

- Huamán, M. A. (1999): «Literatura y sociedad: El revés de la trama», en *Revista Sociológica*, vol. 11, núm. 12 <http://sisibib.unmsm.edu.pe/bibvirtual/publicaciones/sociologia/vol11/art091.htm>
- Ibáñez, J. (1979): *Más allá de la sociología: el grupo de discusión, teoría y práctica*, Madrid, s. XXI.
- Ibáñez, J. (1985): *Del algoritmo al sujeto: perspectivas de la investigación social*, Madrid, s. XXI.
- Ibáñez, J. (1990b): «Introducción», en J. Ibáñez (ed): *Nuevos avances en la investigación social. Investigación social de segundo orden*, Barcelona, Suplementos Anthropos 22, Anthropos.
- Ibáñez, J. (1990c): «Investigación social de segundo orden», en J. Ibáñez (ed): *Nuevos avances en la investigación social. Investigación social de segundo orden*, Barcelona, Suplementos Anthropos 22, Anthropos.
- Ibáñez, J. (1994): *Por una sociología de la vida cotidiana*, México, s. XXI.
- Ibáñez, J. (ed) (1990): *Nuevos avances en la investigación social. Investigación social de segundo orden*, Barcelona, Suplementos Anthropos 22, Anthropos.
- Iranzo Amatriain, J. M. (1992): *El giro sociológico en la teoría de la ciencia ¿una revolución en marcha?*, Universidad Complutense de Madrid, tesis doctoral.
- Jasanoff, J. et al (eds) (1995): *Handbook of Science and Technologie Studies*, Londres, Sage.
- Jasanoff, S. (2000): «Reconstructing the Past, Constructing the Present: Can Science Studies and the History of Science Live Happily Ever After?», en *Social Studies of Science* 30 (4).
- Jeffrey, P. (2003): «Smoothing the Waters: Observations on the Process of Cross-Disciplinary Research Collaboration», en *Social Studies of Science* 33 (4).
- Johnston, R. (1976): «Contextual Knowledge: A Model for the Overthrow of Internal/ External Dichotomy in Science», en *The Australian and New Zealand Journal of Sociology* 12.
- Jordan, K. y Lynh, M. (1998): «The Dissemination, Standarization and Routinization of a Molecular Biological Technique», en *Social Studies of Science* 28 (5/6).
- Kernan, M. y Zuker, C. (1995): «Genetic approaches to mechanosensory transduction», en *Curr. Opin. Neurobiol.* 5.
- King, M. D. (1971): «Reason, Tradition and the Progressiveness of Science», en *History and Theory* 10(1).
- Kinnamon, S. C. (1988): «Taste transduction: A diversity of mechanism», en *Trends Neurosci.* 11.
- Kinnamon, S. C. (1996): «Mechanisms of taste transduction», en *Curr. Opin. Neurobiol.* 6.
- Kivinen, O. y Varelius, J. (2003): «The Emerging Field of Biotechnology-the Case of Finland», en *Science, Technology and Human Values* 28 (1).

- Kleif, T. y Faulkner, W. (2003): «"I'm No Athlete [but] I Can Make This Thing Dance!"-Men's Pleasures in Technology», en *Science, Technology and Human Values* 28 (2).
- Kline, M. (1992): *El pensamiento matemático de la antigüedad a nuestros días*, Madrid, Alianza.
- Knorr, K. D., Krohn, R. y Whitley, R. (eds) (1980): *The Social Process of Scientific Investigation. Sociology of the Sciences Yearbook 4*, Dordrech, Reidel.
- Knorr-Cetina, K. (1995): «How Superorganisms Change: Consensus Formation and the Social Ontology of High-Energy Physics Experiments», en *Social Studies of Science* 25 (1).
- Knorr-Cetina, K. D. (1981): *The Manufacture of Knowledge. An Essay of the Constructivist and Contextual Nature of Science*, Oxford, Pergamon Press.
- Knorr-Cetina, K. D. (1999): *Epistemic Cultures: How the Science Make Knowledge*, Cambridge, Massachussets, London, Harvard University Press.
- Knorr-Cetina, K. D. y Mulkay, M. (1983): *Science Observed. Perspectives on the Social Study of Science*, Londres, Sage.
- Knorr-Cetina, K. y Mertz, M. (1997): «Deconstruction in a "Thinking" Science: Theoretical Physicists at Work», en *Social Studies of Science* 27 (1).
- Kolakowski, L. (1981): *La filosofía positivista*, Madrid, Cátedra.
- Koutalos, Y. y Yau, K. W. (1993): «A rich complexity emerges in phototransduction», en *Curr. Opin. Neurobiol.* 3.
- KRONOS Club de amigos <kronos@kronos.org> (1998): Edición de noche, jueves 15/10/98 <http://www.kronos.org/bitacora/10-octubre/4Jueves15-10-98EdiciondeNoche.txt>
- Kuhn, T. S. (1970): «Logic of Discovery or Psychology of Research», en I. Lakatos y A. Musgrave (eds): *Criticism and the Growth of Knowledge*, Cambridge, Cambridge University Press.
- Kuhn, T. S. (1980): *La teoría del cuerpo negro y la discocontinuidad cuántica 1894-1912*, Madrid, Alianza.
- Kuhn, T. S. (1981): *La estructura de las revoluciones científicas*, México, Fondo de Cultura Económica.
- Kuhn, T. S. (1982): «Los paradigmas científicos», en B. Barnes: *Estudios sobre sociología de la ciencia*, Madrid, Alianza.
- Kuhn, T. S. (1985): «Mathematical Versus Experimental Traditions in the Development of Physical Science», en J. Raichman y C. West: *Post-Analytic Philosophy*, N. York, Columbia University Press.
- Lakatos, I. (1970): «Falsification and The Methodology of Scientific Research Programmes», en I. Lakatos y A. Musgrave (eds.): *Criticism and the Growth of Knowledge*, Cambridge, Cambridge University Press.
- Lakatos, I. (1978): *Pruebas y refutaciones*, Madrid, Alianza.

- Lakatos, I. (1982): «Historia de la ciencia y sus reconstrucciones racionales», en I. Lakatos (ed): *Historia de la ciencia y sus reconstrucciones racionales*, Madrid, Tecnos.
- Lakatos, I. (1987): *Matemáticas, ciencia y epistemología*, Madrid, Alianza.
- Lakatos, I. y Musgrave, A. (eds) (1970): *Criticism and the Growth of Knowledge*, Cambridge, Cambridge University Press.
- Lamo de Espinosa, E. (1990): *La sociedad reflexiva. Sujeto y objeto del conocimiento sociológico*, Madrid, CIS-s.XXI.
- Lamo de Espinosa, E. y Rodríguez Ibáñez, J. E. (eds) (1993): *Problemas de Teoría Sociológica contemporánea*, Madrid, Centro de Investigaciones Sociológicas
- Latour, B. (1986): «The Power of Association», en J. Law: *Power, Action and Belief. A New Sociology of Knowledge? Sociological Review Monograph 32*, Londres, Routledge & Kegan Paul.
- Latour, B. (1991): *Nunca hemos sido modernos*, Madrid, Debate
- Latour, B. (1992): *Ciencia en acción: cómo seguir a los científicos e ingenieros a través de la sociedad*, Barcelona, Labor.
- Latour, B. y Bastide, F. (1988): «La ópera científica: materiales para un análisis socio-semiótico de los textos científicos», en *Archipiélago* núm. 1.
- Laudan, L. (1981): «The Pseudo-Science of Science», en *Philosophy of the Social Sciences* 11.
- Laudan, L. (1985): «Un enfoque de solución de problemas al progreso científico», en I. Hacking: *Revoluciones científicas*, México, Fondo de Cultura Económica.
- Law, J. (1986): *Power, Action and Belief. A New Sociology of Knowledge? Sociological Review Monograph 32*, Londres, Routledge & Kegan Paul.
- Law, J. (1986b): «On the Methods of Long Distance Control: Vessels, Navigation and the Portuguese route to India», en J. Law: *Power, Action and Belief. A New Sociology of Knowledge? Sociological Review Monograph 32*, Londres, Routledge & Kegan Paul.
- Layne, L. L. (2000): «The Cultural Fix: An Anthropological Contribution to Science and Technology Studies», en *Science, Technology and Human Values* 25 (4).
- Levin, S. G., Stephan, P. E. y Walker, M. B. (1995): «Planck's Principle Revisited: A Note», en *Social Studies of Science* 25 (2).
- Lévi-Strauss (1964): *El pensamiento salvaje*, México, Fondo de Cultura Económica.
- Lewenstein, B. V. (1995): «From Fax to Facts: Communication in the Cold Fusion Saga», en *Social Studies of Science* 25 (3).
- Lindemann, B. (1995): «Sweet and salty: transduction in taste», en *News Physiol. Sci.* 10.
- Livingston, E. (1999): «Cultures of Proving», en *Social Studies of Science* 29 (6).
- Lizcano, E. (1993): *Imaginario colectivo y creación matemática. La construcción social del número, el espacio y lo imposible en China y Grecia*, Barcelona, Gedisa.

- Luhmann, N. (1991): *Sistemas sociales*, Alianza/ Univ. Iberoamericana, México
- Lukes, S. (1982): «Comments on David Bloor», en *Studies in History and Philosophy of Science* 13.
- Lynch, J. W., Rajendra, S., Pierce, K. D., Handford, C. A., Barry, P. H. y Schofield, P. R. (1997): «Identification of intracellular and extracellular domains mediating signal transduction in the inhibitory glycine receptor chloride channel», en *The EMBO Journal* 16.
- Lynch, M. (1982): «Technical Work and Critical Inquiry: Investigations in a Scientific Laboratory», en *Social Studies of Science*, 12(4).
- Lynch, M. (1985): *Art an Artifact in Laboratory Science. A Study of Shop Work and Shop Talk in a Research Laboratory*, Londres, Routledge & Kegan Paul.
- Lynch, M. (1985b): «Discipline and the Material Form of Images: An Analysis of Scientific Visibility», en *Social Studies of Science*, 15(1).
- Lynch, M. (1991): «Laboratory Space and the Technological Complex: An Investigation of Topical Contextures», en *Science in Context* 4(1).
- Mackenzie, D. (2003): «An Equation and its Worlds: Bricolage, Exemplars, Disunity and Performativity in Financial Economics», en (6).
- Mallard, A. (1998): «Compare, Standardize and Settle Agreement: On Some Usual Metrological Problems», en *Social Studies of Science* 28 (4).
- Mannheim, K. (1963): *Ensayos de sociología de la cultura*, Madrid, Aguilar.
- Mannheim, K. (1973): *Ideología y Utopía: introducción a la sociología del conocimiento*, Madrid, Aguilar.
- Margolis, F. L. y Getchell, T. V. (1993): «The molecular basis of smell and taste transduction», en *Ciba Foundation Symposium* Nº 179, Wiley, Chichester
- Margolskee, R. F. (1993): «The biochemistry and molecular biology of taste transduction», en *Curr. Opin. Neurobiol.* 3.
- Markus, G. (1987): «Why is no Hermeneutics of Natural Sciences: Some Preliminary These», en *Science in Context* 1(1).
- Martín, E. (1990): «Orígenes de la Relatividad Especial», en W. J. González Fernández (ed): *Aspectos metodológicos de la investigación científica*, Madrid - Murcia, Universidad Autónoma – Universidad de Murcia.
- Martínez-Argudo, I., Salinas, P., Maldonado, R. y Contreras, A. (2002): «Domain Interactions on the *ntr* Signal Transduction Pathway: Two-Hybrid Analysis of Mutant and Truncated Derivatives of Histidine Kinase NtrB», en *Journal of Bacteriology* 184 (1).
- Marx, K. (1970): *Contribución a la crítica de la economía política*, Madrid, Alberto Corazón.
- Marx, K. (1974): *La ideología alemana*, Barcelona, Grijalbo.
- Maturana, H. (1978): «The Biology of Language, The Epistemology of Reality», en D. Rieber (ed): *The Biology and Psychology of Language*, N. York, Plenum Press.
- Maturana, H. y Varela, F. (1980): *Autopoiesis and Cognition: The Realization of the Living* (*Boston Studies in the Philosophy of Science* 42), Dordrecht, Reidel.

- Maturana, H. y Varela, F. (1995): *El árbol del conocimiento*, Santiago de Chile, Editorial Universitaria.
- Maturana, H. y Varela, F. (1995b): *Amor y Juego: fundamentos olvidados de lo humano (Desde el Patriarcado a la Democracia)*, Santiago de Chile, Instituto de Terapia Cognitiva (colección Experiencia Humana).
- Mauss, M. (1971): *Institución y culto. Representaciones colectivas y diversidad de instituciones*, Barcelona, Barral.
- Medici, R., Bianchi, E., Di Segni, G. y Tocchini-Valentini, G. P. Article (1997): «Efficient signal transduction by a chimeric yeast–mammalian G protein α subunit Gpa1–Gs α covalently fused to the yeast receptor Ste2», en *The EMBO Journal* 16.
- Medina, E. (1989): *Conocimiento y Sociología de la Ciencia*, Madrid, Centro de Investigaciones Sociológicas - s. XXI.
- Merton, R. K. (1985): *La sociología de la ciencia: investigaciones teóricas y empíricas*, Madrid, Alianza.
- Miettinen, R. (1998): «Object Construction and Networks in Research Work: The Case of Research on Cellulose-Degrading Enzymes», en *Social Studies of Science* 28 (3).
- Miller, J. L., Picones, M. A. y Korenbrot, J. I. (1994): «Differences in transduction between rod and cone photoreceptors: an exploration of the role of calcium homeostasis», en *Curr. Opin. Neurobiol.* 4.
- Mody, C. C. M. (2001): «A Little Dirt Never Hurt Anyone: Knowledge-Making and Contamination in Materials Science», en *Social Studies of Science* 31 (1).
- Moore, W. (1996): *Erwin Schrödinger: una vida*, Madrid, Cambridge University Press.
- Morin, E. (1993): *El Método I: La naturaleza de la naturaleza*, Madrid, Cátedra.
- Morin, E. (1994): *El Método III: El conocimiento del conocimiento*, Madrid, Cátedra.
- Morin, E. (1995): *Sociología*, Madrid, Tecnos.
- Morin, E. (1998): *El Método IV: Las ideas, su hábitat, su vida, sus costumbres, su organización*, Madrid, Cátedra.
- Morin, E. (2002): *El Método II: La vida de la vida*, Madrid, Cátedra.
- Morin, E. (2004): «Castoriadis, un titán del espíritu», en *Fundación Andreu Nin*, <http://www.fundanin.org/morin2.htm>
- Mort, M., May, C. R. y Williams, T. (2003): «Remote Doctors and Absent Patients: Acting at a Distance in Telemedicine?», en *Science, Technology and Human Values* 28 (2).
- Mulcahy, D. (1999): «(actor-net) Working Bodies and Representations: Tales from a Training Field», en *Science, Technology and Human Values* 24 (1).
- Mulkay, M. (1972): «Conformity and Innovation in Science», en F. Halmos (ed): *The Sociology of Science*, Londres, Routledge & Kegan Paul.
- Mulkay, M. (1974): «Conceptual Displacement and Migration in Science: A Prefatory Paper», en *Science Studies* 4,

- Mulkay, M. (1981): «Action and Belief or Scientific Discourse? A Possible Way of Ending Intellectual Vasllage in Social Studies of Science», en *Philosophy of Social Science* 11(2).
- Mulkay, M. (1990): *A Sociological Pilgrimage: Studies in the Sociology of Science*, Milton Keynes, Open University Press.
- Mulkay, M., Potter, J. y Yearly, S. (1983): «Why an Analysis of Scientific Discourse is Needed», en K. D. Knorr-Cetina y M. Mulkay: *Science Observed. Perspectives on the Social Study of Science*, Londres, Sage.
- Mulkay, M. y Gilbert, G. N. (1982): «What is the Ultimate Question? Some Remarks in Defense of the Analysis of Scientific Discourse», en *Social Studies of Science* 12.
- Mulkay, M. y Gilbert, G. N. (1984): «Opening Pandora's Box: A Case for Developing a New Approach to the Sociological Analysis of Theory-Choice in Science», en M. Mulkay: *A Sociological Pilgrimage: Studies in the Sociology of Science*, Milton Keynes, Open University Press.
- Mulkay, M. y Gilbert, G. N. (1986): «Replication and the Mere Replication», en M. Mulkay: *A Sociological Pilgrimage: Studies in the Sociology of Science*, Milton Keynes, Open University Press.
- Myers, G. (1985): «Texts as Knowledge Claims: The Social Construction of Two Biology Articles», en *Social Studies of Science* 15(5).
- Myers, G. (1991): «Stories and Styles in two Molecular Biology Review Articles», en C. Bazerman y J. Paradis (eds): *Textual Dynamics of the Professions. Historical and Contemporary Studies of Writing in Professional Communities*, Madison (Wis.), The University of Wisconsin Press.
- Neve, R. L., McPhie, D. L. y Chen, Y. Z. (2001): «Alzheimer's disease: dysfunction of a signalling pathway mediated by the amyloid precursor protein?», en *Neuronal Signal Transduction And Alzheimer's Disease* 67.
- Nietzsche, F. (1998): *Sobre verdad y mentira*, Madrid, Tecnos.
- Ohm, T. G., Hamker, U., Cedazo-Minguez, A., Rockl, W., Scharnagl, H., Marz, W., Cowburn, R., Muller, W. y Meske, V. (2001): «Apolipoprotein E and beta A4-amyloid: signals and effects», en *Neuronal Signal Transduction And Alzheimer's Disease* 67.
- Olivé, L (1988): *Estado, legitimación y crisis*, México, s. XXI.
- Ophir, A. y Shapin, S. (1991): «The Place of Knowledge: A methodological Survey», en *Science in Context* 4.
- Orwell, G. (1997): *1984*, Barcelona, Destino.
- Oudshoorn, N. Rommes, E. y Stienstra, M. (2004) : «Configuring the User as Everybody: Gender and Design Cultures in Information and Communication Technologies», en *Science, Technology and Human Values* 29 (1).
- Palladino, P. (2002): «Between Knowledge and Practice: On Medical Professionals, Patients, and the Making of the Genetics of Cancer», en *Social Studies of Science* 32 (1).

- Pérez Hernández, J. M. (1996): *La investigación-acción: una práctica cualitativa para transformar la realidad social* <http://www.arrakis.es/~jomperez/invacci.htm>
- Piaget (1987): *Pensamiento y lenguaje: teoría del desarrollo cultural de las funciones psíquicas*, Buenos Aires, La Pléyade.
- Pickering, A. (1990): «Knowledge, Practice and Mere Construction», en *Social Studies of Science* 20.
- Pinch, T. (1985): «Towards an Analysis of Scientific Observation: The externality and Evidencial Significance of Observational Reports in Physics», en *Social Studies of Science* 15 (1).
- Popper, K. (1970): «Normal Science and its Dangers», en I. Lakatos y A. Muesgrave (eds): *Criticism and the Growth of Knowledge*, Cambridge, Cambridge University Press.
- Popper, K. (1985): «La racionalidad de las revoluciones científicas», en I. Hacking (ed): *Revoluciones científicas*, México, Fondo de Cultura Económica.
- Popper, K. (1989): *Conjeturas y refutaciones: el desarrollo del conocimiento científico*, Barcelona, Paidós.
- Popper, K. (1992): *Conocimiento objetivo: un enfoque evolucionista*, Madrid, Tecnos.
- Potter, J. (1998): *La representación de la realidad. Discurso, retórica y construcción social*, Barcelona, Paidós.
- Potter, J. y Wetherell, M. (1987): *Discourse and Social Psychology. Beyond Attitudes and Behaviour*, Londres, Sage.
- PUC (2004): Pontificia Universidad Católica de Chile, noticias on-line <http://www.puc.cl/noticias/ficha/pub293.html>
- Raichman, J. y West, C. (1985): *Post-Analytic Philosophy*, N. York, Columbia University Press.
- Ramos, R. (1993): «Una aproximación a las paradojas de la acción social» en E. Lamo de Espinosa y J. E. Rodríguez Ibáñez (eds): *Problemas de Teoría Sociológica contemporánea*, Madrid, Centro de Investigaciones Sociológicas.
- Ramos, R. (1999): *La sociología de Émile Durkheim*, Madrid, Centro de Investigaciones Sociológicas / s. XXI.
- Real Academia Española (1992): *Diccionario de la Lengua Española (vigésima primera edición)*, Madrid, Real Academia Española.
- Rees, A. (2001): «Anthropomorphism, Anthropocentrism, and Anecdote: Primatologists on Primatology», en *Science, Technology and Human Values* 26 (2).
- Richards, E. y Ashmore, M. (1996): «More Sauce Please! The Politics of SSK: Neutrality, Commitment and Beyond», en *Social Studies of Science* 26 (2).
- Rochel de Camargo, Jr, K. (2002) : «The Thought Style of Physicians: Strategies for Keeping Up with Medical Knowledge», en *Social Studies of Science* 32 (5/6).
- Roth, W.-M. y Bowen, G. M. (1999): «Of Cannibals, Missionaries, and Converts: Graphing Competencies from grade 8 to Professional Science Inside (Classrooms) and Outside (Field/Laboratory)», en *Science, Technology and Human Values* 24 (2).

- Roth, W.-M., Bowen, G. M. y Masciotra, D. (2002): «From Thing to Sign and "Natural Object": Toward a Genetic Phenomenology of Graph Interpretation», en *Science, Technology and Human Values* 27 (3).
- Rouse, J. (1987): *Knowledge and Power. Toward a Political Philosophy of Science*, Ithaca-N.Y., Cornell University Press.
- Saari, E. y Miettinen, R. (2001): «Dynamics of Change in Research Work: Constructing a New Research Area in a Research Group», en *Science, Technology and Human Values* 26 (3).
- Sánchez del Río, C. (coord..) (1997): *Física cuántica*, Madrid, Pirámide
- Sartre, J.-P. (1993) : *El ser y la nada*, Barcelona, Altaya.
- Saussure, F. (1991): *Curso de lingüística general*, Madrid, Alianza.
- Schild, D. y Restrepo, D. (1998): «Transduction mechanisms in vertebrate olfactory receptor cells», en *Physiol. Rev.* 78.
- Serres, M. (1995): *Atlas*, Madrid, Cátedra.
- Serres, M. (1996): *La comunicación (Hermes I)*, Buenos Aires, Almagesto.
- Serres, M. (ed) (1991): *Historia de las ciencias*, Madrid, Cátedra.
- Shafferman, A., Velan, B., Ordentlich, A, Kronman, C., Grosfeld, H., Leitner, M., Flashner, Y., Cohen, S., Barak, D. y Ariel, N. (1992): «Substrate inhibition of acetylcholinesterase: residues affecting signal transduction from the surface to the catalytic center», en *The EMBO Journal* 11.
- Shapin, S. (2001): «Proverbial Economies: How an Understanding of Some Linguistic and Social Features of Common Sense Can Throw Light on More Prestigious Bodies of Knowledge, Science for Example», en *Social Studies of Science* 31 (5).
- Shütz, A. (1972): *Fenomenología del mundo social*, Buenos Aires, Paidós.
- Simmel, G. (1988): «la moda», en *Sobre la aventura: ensayos filosóficos*, Barcelona, Península.
- Sims, B. (1999): «Concrete Practices: Testing in an Earthquake-Engineering Laboratory», en *Social Studies of Science* 29 (4).
- Sinding, C. (1996): «Literary Genres and the Construction of Knowledge in Biology: Semantic Shifts and Scientific Change», en *Social Studies of Science* 26 (1).
- Slaughter, S., Campbell, T., Holleman, M.y Morgan, E. (2002): «The "Traffic" in Graduate Students: Graduate Students as Tokens of Exchange Between Academia and Industry», en *Science, Technology and Human Values* 27 (2).
- Small, H. G. (1978): «Cited Documents as Concept Symbols», en *Social Studies of Science* 8 (3).
- Small, H. G. y Griffith, R. C. (1974): «The Structure of Scientific Literature 1: Identifying and Graphing Specialities», en *Science Studies* 4 (1).
- Smith, J. W. (1984): «Primitive Classification an the Sociology of Knowledge: A Response to Bloor», en *Studies in History and Philosophy of Science* 15.

- Smith, L. D., Best, L. A., Stubbs, A., Johnston, J. y Bastiani, A. (2000): «Scientific Graphs and the Hierarchy of the Sciences: A Latourian Survey of Description Practices», en *Social Studies of Science* 30 (1).
- Stewart, I. (1991): *¿Juega Dios a los dados?*, Barcelona, Crítica.
- Struhl, G. y Greenwald, I. (2001): «Presenilin-mediated transmembrane cleavage is required for Notch signal transduction in *Drosophila*», en *Proceedings Of The National Academy Of Sciences Of The United States Of America* 98.
- Szabo, A. (1960): «The Transformation of Mathematics into Deductive Science and the Beginnings of its Foundation on Definitions and Axioms», en *Scripta Mathematica* XXVII, 1.
- Tavernarakis, N, y Driscoll, M. (1997): «Molecular modelling of mechanotransduction in the nematode *Caenorhabditis elegans*», en *Annu. Rev. Physiol.* 59.
- Taylor, S. (1984): *Social Science and Revolutions*, Londres, McMilland.
- Tchalakov, I. (2004): «The Object and the Other in Holographic Research: Approaching Passivity and Responsibility of Human Actors», en *Science, Technology and Human Values* 29 (1).
- Thom, R. (1991): *Predire n'est pas expliquer*, París, Eshel.
- Thomas H., Amilca D. Y Dagnino R. (1997): «Racionalidades de la interacción Universidad-Empresa en América Latina (1955-1995)», en *Espacios* vol. 18 <http://www.revistaespacios.com/a97v18n01/30971801.html>
- Timmermans, S. y Berg, M. (1997): «Standardization in Action : Achieving Local Universality through Medical Protocols», en *Social Studies of Science* 27 (2).
- Tumbull, D. (1995): «Rendering Turbulence Orderly», en *Social Studies of Science* 25 (1).
- Varela, F. (1990): *Conocer*, Barcelona, Gedisa.
- Velho, L. y Pessoa, O. Jr. (1998): «The Decision-Making Process in the Construction of the Synchrotron Light National Laboratory in Brazil», en *Social Studies of Science* 28 (2).
- Wallis, R. (ed) (1979): *On the Margins of Science. The Social Construction of Rejected Knowledge. Sociological Review Monograph 27*, Stoke-on-Trent, J. H. Brookes.
- Watkins, J. (1970): «Against "Normal Science"», en I. Lakatos y A. Musgrave (eds): *Criticism and the Growth of Knowledge*, Cambridge, Cambridge University Press.
- Watson, G. (1987): «Make me Reflexive, but not Yet: Strategies for Managing Essential Reflexivity in Ethnographic Discourse», en *Journal of Anthropological Research* 43 (1).
- Weber, M. (1984): *La acción social: ensayos metodológicos*, Barcelona, Península.
- Weber, M. (1988): *El político y el científico*, Madrid, Alianza.
- Weber, M. (1993): *Economía y Sociedad: esbozos de sociología comprensiva*, Madrid, Fondo de Cultura Económica.

- Weinberger, H. F. (1982): *Ecuaciones diferenciales en derivadas parciales con métodos de variable compleja y transformaciones integrales*, Barcelona, Reverté.
- Woolgar, S. (1980): «Discovery: Logic and Sequence in a Scientific Text», en K. D. Knorr, R. Krohn y R. Whitley (eds): *The Social Process of Scientific Investigation. Sociology of the Sciences Yearbook 4*, Dordrech, Reidel.
- Woolgar, S. (1981): «Interests and Explanatin in the Social Study of Science», en *Social Studies of Science* 11.
- Woolgar, S. (1981b): «Critique and Criticism: Two Readings of Ethnomethodology», en *Social Studies of Science* 11.
- Woolgar, S. (1988): «Reflexivity is the Ethnographer of the Text», en S. Woolgar (ed): *Knowledge and Reflexivity*. Londres, Sage.
- Woolgar, S. (1992): *Ciencia: abriendo la caja negra*, Barcelona, Anthropos.
- Woolgar, S. (ed) (1988b): *Knowledge and Reflexivity*. Londres, Sage.
- Woolgar, S. y Latour, B. (1986): *Laboratory Life: The Construction of Scientific Facts*, Princeton, New Jersey, Princeton University Press. [Hay traducción al castellano: *La vida en el laboratorio: la construcción de los hechos científicos*, Madrid, Alianza (1995)].
- Yarfitz, S. y Jurley, J. B.. (1994): «Transduction mechanisms of vertebrate and invertebrate photoreceptors», en *J. Biol. Chem.* 269.
- Yearley, S. (1982): «The Relatinship between Epistemological and Sociological hterests. Some Ambiguities Underlying the Use of Interests Theory in the Study of Scientific Knowledge», en *Studies in the History and Philosophy of Science* 13 (3).
- Zemelman, H. (1987): «Razones para un debate epistemológico», en *Método y teoría del conocimiento: un debate*, Revista Mexicana de Sociología, vol. XLLX/1.
- Ziman, J. (1972): *El conocimiento público*, México, Fondo de Cultura Económica.