

UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID

**FACULTAD DE CIENCIAS FISICAS
Departamento de Óptica**



**METODO OPTICO PARA LA CARACTERIZACION
AUTOMATICA DE DEFECTOS SUPERFICIALES EN
HILOS METALICOS FINOS**

MEMORIA PARA OPTAR AL GRADO DE DOCTOR

PRESENTADA POR

Luís Miguel Sánchez Brea

Bajo la dirección del doctor:
Eusebio Bernabeu

Madrid, 2001

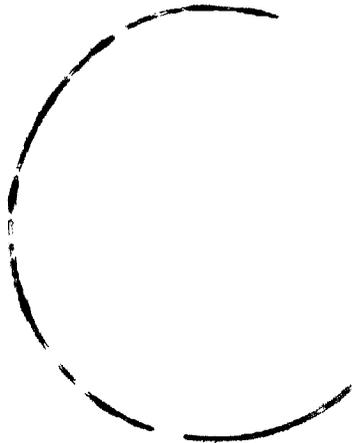
ISBN: 84-669-1764-0

T 24781

UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID
DEPARTAMENTO DE ÓPTICA



MÉTODO ÓPTICO PARA LA CARACTERIZACIÓN
AUTOMÁTICA DE DEFECTOS SUPERFICIALES
EN HILOS METÁLICOS FINOS



UNIVERSIDAD COMPLUTENSE



5314013442

Memoria presentada por
Luis Miguel Sánchez Brea
para optar al grado de doctor en Ciencias Físicas
Madrid, septiembre de 2000

24781



UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID

b18607019
i25725105

UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID
DEPARTAMENTO DE ÓPTICA



MÉTODO ÓPTICO PARA LA CARACTERIZACIÓN
AUTOMÁTICA DE DEFECTOS SUPERFICIALES
EN HILOS METÁLICOS FINOS



Memoria presentada por
Luis Miguel Sánchez Brea
para optar al grado de doctor en Ciencias Físicas
Madrid, enero de 2001

AGRADECIMIENTOS

En primer lugar agradezco al profesor Eusebio Bernabeu, Director del Departamento de Óptica, director de la tesis y maestro, la confianza depositada en mí y su apoyo continuo que ha hecho posible la consecución de este trabajo. También destaco mi agradecimiento a Vicente Palanca, director de *Kinossel S.L.*, por su amistad, apoyo y enseñanzas y a María Aurora Rebollo por la ayuda que supuso cuando estuvo con nosotros en el departamento, así como por lo agradable de su persona. Sin las fructíferas discusiones con Philip Siegmann, Ibrahim Serroukh, José Antonio Gómez Pedrero, Ángel García Botella y Juan Antonio Quiroga, así como con el resto de compañeros de la *Cueva*, el trabajo hubiera sido bastante aburrido. Mi mención especial a Miguel Ángel Porras, Hector Guerrero e Inmaculada Sanz por su interés y apoyo en los primeros momentos.

Asímismo este trabajo se ha podido realizar gracias al soporte económico de una beca de Formación de Personal Investigador del Ministerio de Educación y Cultura “*Ayudas para el intercambio de personal investigador entre industrias y centros públicos de investigación*” y al soporte material de un proyecto europeo *DEFACYL: Detection of Defects in Cylindrical Surfaces, SMT4 – CT97 – 2184* en el ámbito del programa de investigación *SMT4, Standards Measurement and Testing*; dentro del cual merece especial mención la orientación e ideas aportadas por Klaus Jacobs, director de *KJM* y líder inicial del proyecto.

No es justo agradecer solamente este trabajo a aquellos que de una forma directa me han ayudado durante la realización de esta tesis doctoral. También he recibido un apoyo importante de mi familia que han hecho que este trance haya sido más llevadero. Es por ello que dedico este trabajo a mis padres María Dolores y Luis, a mi amada María Ángeles, a mi hermano Óscar, a mis abuelos Eustaquio, María Dolores, Valentín y Vicenta, a mis suegros Enrique y Pepi así como al resto de mi familia por el sufrimiento indirecto que les ha provocado en verme en tan largo camino, por las ilusiones que han puesto en mí y por todos los ratos que no he podido pasar con ellos debido al esfuerzo dedicado a esta tesis. ¡Y a Gustav, Anton y Richard!: sin vosotros esto hubiera sido una muerte.

También a Valdilecha.

... Con todo, no merecen éstos tan grave reprensión, pues tal vez caminan desorientados buscando a Dios y queriéndole hallar. Como viven entre sus obras se esfuerzan por conocerlas y se dejan seducir por lo que ven. ¡Tan bellas se presentan a los ojos! Pero por otra parte no son éstos excusables: pues si llegaron a descubrir tanta ciencia que les capacitó para indagar el mundo, ¿cómo no llegaron primero a descubrir a su Señor?

Sabiduría 13

Resumen

La presente Memoria tiene como objetivo principal el desarrollo de un método óptico para la detección y caracterización automáticas de las estructuras superficiales en hilos metálicos finos del orden de $50 - 500 \mu\text{m}$ de diámetro, en particular de las estructuras longitudinales, que se consideran las que más importancia y que con mayor frecuencia se presentan. Para ello hemos analizado de forma detallada la estructura superficial de una considerable cantidad de hilos metálicos finos mediante *Microscopía de fuerza atómica* y *Microscopía electrónica de barrido* y hemos desarrollado modelos ópticos para el análisis de la intensidad difundida cuando el hilo es iluminado con un haz en incidencia oblicua basados en la solución de la integral de *Kirchhoff* y en la *Teoría Geométrica de la Difracción*. Asimismo, hemos construido un prototipo de laboratorio para la detección óptica de las estructuras superficiales. También hemos desarrollado algoritmos para el análisis cuantitativo de las estructuras superficiales y hemos procesado las imágenes mediante procedimientos de estadística espacial, en particular a partir del “*krigeado*” (ingl. *kriging*). Por último hemos realizado simplificaciones para poder utilizar el *krigeado* en el procesamiento de imágenes bidimensionales, así como para determinar la incertidumbre cometida.

Abstract

The main objective of this Doctoral Thesis is the development of an optical method for the automatic detection and characterization of surface structures over thin metallic wires (diameter $50 - 500 \mu\text{m}$), in particular longitudinal structures, which are considered the most important and frequent. For this reason we have analyzed the surface structure of a number of thin metallic wires by *Atomic Force Microscopy* and *Scanning Electron Microscopy* and we have developed optical models based on the *Kirchhoff's* and *Geometrical Theory of Diffraction's* solutions for the analysis of the diffracted intensity when the wire is illuminated with a beam in oblique incidence. In addition, we have constructed a laboratory prototype for the detection of surface defects and we have processed the images by spatial statistics procedures, particularly "*kriging*". We have also made several simplifications in order to use kriging in bidimensional images, and to determine the uncertainty.

Contenidos

1	Introducción	1
1.1	Motivación	3
1.2	Objetivos	4
2	Análisis por técnicas de laboratorio de los defectos superficiales en hilos metálicos	7
2.1	Introducción	8
2.2	Hilos utilizados	8
2.2.1	Procedimiento de limpieza	9
2.3	Medidas SEM	11
2.4	Medidas AFM	12
2.4.1	Análisis de las imágenes	16
2.5	Clasificación de las estructuras observadas	18
2.6	Análisis cuantitativo de las dimensiones físicas de los defectos	20
2.6.1	Relación dimensional de las ralladuras	23
3	Técnicas para la detección de defectos superficiales en hilos metálicos	27
3.1	Introducción	28
3.2	Métodos No ópticos	29
3.2.1	Perfilometría	29
3.2.2	Microscopía de fuerza atómica	29
3.2.3	Microscopía de barrido de electrones	30
3.2.4	Otros métodos no ópticos	31
3.3	Métodos ópticos	32
3.3.1	Métodos Interferométricos	32
3.3.2	Microscopía confocal	33
3.3.3	Sistemas de medida del diámetro de hilos adaptados a la medida de defectos	34

3.3.4	Técnicas de difractivas	35
3.3.5	Técnicas reflectométricas	39
3.4	Medida de la rugosidad (textura)	42
4	Difusión de luz por hilos con estructuras superficiales longitudinales	45
4.1	Características de la difusión de luz por cilindros	46
4.2	Modelos para la difracción de luz por cilindros	49
4.3	Solución rigurosa para el hilo sin defectos superficiales	52
4.4	Modelo de rayos como solución del desarrollo riguroso	54
4.5	Modelo basado en la Teoría geométrica de la difracción	57
4.5.1	Campo geométrico para cilindros con defectos superficiales	63
4.5.2	Variación de la intensidad con el ángulo del defecto	67
4.6	Trazado de rayos	69
4.6.1	Índice de refracción de la superficie	72
4.6.2	Hilo con defectos superficiales	73
4.6.3	Simulaciones	75
4.7	Modelo difractivo para la difusión por cilindros	77
4.7.1	Cálculo exacto de la integral para el hilo sin defectos	81
4.7.2	Método de la fase estacionaria	84
4.7.3	Hilo sin defectos superficiales	85
4.7.4	Hilo con defectos longitudinales	88
5	Técnica para la medida de defectos superficiales en hilos metálicos	93
5.1	Introducción	94
5.2	Prototipo de laboratorio para la detección de defectos superficiales	94
5.2.1	Sistema de iluminación	96
5.2.2	Sistema de posicionamiento del hilo	97
5.2.3	Sistema de captación de la luz difundida	98
5.2.4	Número de haces incidentes necesarios	99
5.2.5	Lente cilíndrica	100
5.3	Detección de defectos superficiales	102
5.3.1	Análisis del anillo de intensidad	102
5.3.2	Ensanchamiento del haz incidente	103
5.3.3	Localización de defectos superficiales	105
5.3.4	Calidad superficial	110

6	Aplicación del krigado al procesado de imágenes CCD	115
6.1	Introducción	116
6.2	Características en la estimación de magnitudes con dependencia espacial . .	118
6.2.1	Fuentes de error para el caso de magnitudes con dependencia espacial	120
6.3	Medida de la correlación espacial	121
6.3.1	Variograma experimental	122
6.3.2	Efecto Pepita	122
6.3.3	Modelos de variogramas	123
6.4	Krigado	126
6.4.1	Fluctuaciones aleatorias e incertidumbre de los sistemas de medida .	128
6.4.2	Estimación mediante el krigado	129
6.5	Frecuencia de muestreo y fluctuaciones aleatorias: Comparación con el criterio de Nyquist	136
6.6	Funciones de interpolación, obtenidas mediante el krigado, para la estimación de magnitudes regularmente muestreadas	141
6.6.1	Análisis de las funciones de reconstrucción	143
6.6.2	Comparación del krigado con el teorema de <i>Whittakers-Kotel'nikov-Shannon</i>	150
6.6.3	Finitud del muestreo	154
6.6.4	Velocidad de procesado	156
6.7	Filtrado de imágenes mediante funciones de interpolación	158
6.7.1	Importancia de la eliminación del moteado láser	158
6.7.2	Estimación de imágenes bidimensionales	160
A	Otros métodos de estimación de magnitudes espaciales	169
A.1	Teorema del muestreo	169
A.2	Métodos paramétricos	175
A.3	Funciones de ponderación	175
B	Desviación típica en magnitudes con dependencia espacial: Aplicación a imágenes obtenidas por cámaras <i>CCD</i> y por <i>AFM</i>	177
B.1	Aplicación del variograma a la determinación de la desviación típica	179
B.2	Simulaciones	181
B.3	Desviación típica de imágenes obtenidas por <i>AFM</i>	183
B.4	Desviación típica para cámaras <i>CCD</i>	185
B.4.1	Imágenes uniformes	185
B.4.2	Imágenes no uniformes	187

C Incertidumbre de magnitudes con dependencia espacial: concepto de medida espacial	189
C.1 Introducción	190
C.2 Estimación de una magnitud sin dependencia espacial	191
C.3 Estimación de la incertidumbre para magnitudes con dependencia espacial a partir del krigeado	193
C.3.1 Número de Medidas Equivalentes asociadas a una medida con correlación espacial	193
C.3.2 Concepto de Medida espacial	196
C.3.3 Mejora en la estimación de Sc	197
C.3.4 Estimación de la incertidumbre como convolución	199
C.3.5 Simulaciones	200
C.3.6 Incertidumbre en la posición de los dispositivos de medición	201
D Detección de mínimos	205
E Protocolo de utilización y calibración del microscopio de fuerza atómica	211

Capítulo 1

Introducción

Los hilos metálicos finos se utilizan en una gran cantidad de aplicaciones de las industrias electrónica, química, del automóvil, en xerografía, etc. Así, por ejemplo, los hilos metálicos finos se pueden encontrar en los circuitos electrónicos, en bobinas magnéticas de alta precisión, en las ruedas de caucho, en los ‘air-bags’ y paracaídas, en filtros de alta presión, fotocopiadoras, tamices y una larga serie de de aplicaciones. Debido a una mayor especialización y exigencias de estas aplicaciones de los hilos metálicos finos resulta cada vez más importante un control de su calidad superficial durante el proceso de fabricación. La posibilidad de tener un método rápido de inspección superficial es necesario no solo para asegurar suministrar unas ciertas prestaciones predeterminadas sino también para poder detener la producción cuando la fabricación del hilo no supere un cierto criterio de calidad prefijado, o incluso para relacionar el proceso de producción con una cierta tasa y/o tipo de defectos para poder prevenir su aparición. Ello supondría un considerable ahorro en la producción de los hilos metálicos, al reducir la cantidad de producto desechado. Hay que tener en cuenta que la producción mundial de hilos metálicos finos se estima en más de 400.000 ton/año. Una reducción en el porcentaje del material desechado permitiría una disminución en el gasto energético, abaratamiento de costes y aumento significativo en los beneficios.

El proceso más utilizado para la fabricación de los hilos metálicos está basado en el trefilado de un “tocho” de material, conformado previamente bien por extrusión, bien por arrollamiento, al que se aplica una fuerte tracción axial haciéndole pasar por una serie de pequeños agujeros (mandrinos) cada vez más pequeños. Para facilitar el proceso de trefilado a través del mandrino son necesarios lubricantes (jabón sódico, aceites grasos, etc.).

Sin embargo existen una serie de factores, como inhomogeneidades en el material utilizado, falta de lubricante, desgaste del mandrino, tensiones inadecuadas, etc., que provocan la aparición de estructuras sobre la superficie del hilo metálico. Estas estructuras pueden modificar fuertemente sus propiedades físico-químicas, perjudicando a las aplicaciones en las que se utilizan. Así, por ejemplo, ralladuras en los hilos pueden hacer que fracturen bajo tensiones muy inferiores a las deseadas, o que se produzcan calentamientos elevados al pasar una corriente eléctrica a través de ellos y como consecuencia romperse. La denominación de una estructura superficial como defecto es relativa a su aplicación. Así, en ocasiones las estructuras superficiales son necesarias, como en el caso de los hilos utilizados en el mallado interior de las ruedas de caucho donde deben presentar una determinada rugosidad para evitar el deslizamiento de dicho mallado respecto a la masa de caucho.

Un problema presente es que hasta la fecha no se ha realizado una catalogación completa de los distintos tipos de estructuras superficiales presentes en los hilos metálicos finos. Cada fabricante denomina las estructuras superficiales en los hilos de una manera determinada, no existiendo una normativa clara al respecto. Una caracterización y nomenclatura adecuada de las estructuras superficiales es por ello necesario [Community, 2000, en prensa].

Sin embargo no existen dispositivos suficientemente eficientes e implementables en las cadenas de producción para realizar la detección de defectos superficiales. En muchas cadenas existen métodos “ad-hoc” para la medida de la calidad de los defectos superficiales. Una técnica extendida es la obtención de muestras de las partes iniciales y finales de las bobinas y su observación visual en busca de “brillos” y “texturas”. Por ejemplo, si un hilo es de muy buena calidad la superficie del hilo es muy especular, mientras que si tiene rugosidad superficial la apariencia del hilo es mate. Los brillos dan constancia de los defectos superficiales: si aparecen puntos brillantes existen defectos puntuales y las rayas brillantes indican la presencia de defectos longitudinales, tales como ralladuras y protuberancias. Esta técnica visual proporciona una información pobre de los defectos superficiales, además de ser una técnica que sólo se puede utilizar para un control somero y de bajo muestreo y, en cualquier caso, extraíble después de la fabricación del hilo. La tendencia actual es la del aumento de la unidad de producción (hasta 400 kg/bobina para hilos de acero de 0.2 mm de diámetro) y, por consiguiente, es necesario la búsqueda de métodos más efectivos, pues el desechar un bobina significa pérdidas sustanciosas: es preferible detectar los defectos a la vez que se producen.

Una forma transitoria de solucionar el problema ha sido la desviación de los equipos

utilizados para la medida del diámetro de los hilos para la detección de defectos: variaciones bruscas en el diámetro se pueden asociar a defectos superficiales como *protuberancias* y *escamas* de un tamaño considerable. Las técnicas utilizadas para la medida del diámetro son ópticas y son de dos tipos: las que miden la cantidad de luz obstruida por el hilo y los basados en métodos difractométricos, que miden la distancia entre mínimos de difracción. La primera técnica se utiliza para hilos gruesos ($> 500 \mu\text{m}$) mientras que la segunda es más eficaz para hilos finos. Sin embargo, al menos para la técnica difractiva se ha comprobado que no es viable para la detección de estructuras superficiales [Proyecto, 1998, informe interno]

Existen una serie de técnicas para la medida de defectos superficiales y de rugosidad, que se han aplicado desde hace tiempo a superficies planas. De todas ellas, los métodos de inspección óptica presentan indudables ventajas, pues son métodos de no contacto, rápidos, de bajo coste y de fácil implementación en procesos industriales. Ello implica que se deba recurrir a sistemas de detección de defectos superficiales adaptados a la geometría cilíndrica es muy adecuado al problema planteado.

1.1 Motivación

El origen de esta memoria surge como resultado del trabajo realizado dentro del proyecto europeo *DEFACYL Detection of Defects in Cylindrical Surfaces, SMT4 – CT97 – 2184*, dentro del programa *SMT4 Standards Measurement and Testing* por el *Departamento de Óptica* de la *UCM* y, en particular, del trabajo personal desarrollado por el autor de esta Memoria. El proyecto *DEFACYL* surgió en las postrimerías de otro proyecto europeo, el proyecto *ABSODIAM*, que tenía como objetivo la realización de un sistema para la medida ‘on-line’ de diámetros de hilos finos. El interés de las empresas que fabrican hilos metálicos no es únicamente el control del diámetro (que resulta ser muy estable para un mandrino determinado) sino también el control de calidad de la superficie de los hilos metálicos. Inicialmente la parte asignada al *Departamento de Óptica* de la *UCM* dentro de este proyecto resultó ser la caracterización mediante *AFM* de una serie de hilos de acero y el estudio teórico de un método de medida de los defectos superficiales. Como departamento de investigación, no nos conformamos con esto sino que, en colaboración con la Dra. M^a Aurora Rebollo del *Departamento de Física* de la *Facultad de Ingeniería* de la *Universidad de Buenos Aires* en esa época realizando una estancia postdoctoral en nuestro departamento, desarrollamos un dispositivo de laboratorio para la medida de

defectos superficiales en cilindros. El prototipo y los resultados obtenidos con él fueron presentados en la reunión anual del proyecto *DEFACYL* y como consecuencia del mismo fuimos incluidos en el desarrollo del prototipo para la medida ‘on-line’ de los defectos superficiales en hilos metálicos.¹

En el filtrado de las imágenes obtenidas mediante cámaras *CCD*, que se implementó en este trabajo, se vio que, aún eliminando el moteado láser (speckle), la interpretación de la imagen para defectos no muy importantes era difícil pues el ruido impedía su detección. Para ello se utilizó para ello la técnica del krigeado, al aplicar un trabajo anterior del autor para el cálculo de la incertidumbre en un campo de sensores que miden una magnitud que depende de la posición espacial. Se vio que las imágenes realizadas por una cámara *CCD* se podían analizar mediante técnicas de estadística espacial. Como los sensores (cada pixel de la cámara *CCD*) se disponen según una red cuadrada regular se desarrollaron algoritmos específicos para simplificar el uso del krigeado, pues en su forma tradicional requiere mucho tiempo de computación que impide su utilización en el procesado de imágenes. En una fase del trabajo nos dimos cuenta que esta metodología presentaba ciertas similitudes en los resultados con la teoría del muestreo por lo que se decidió también realizar una comparación entre ambos métodos.

1.2 Objetivos

El objetivo principal de la presente memoria ha sido el desarrollo de un método óptico para la inspección automática de defectos superficiales en hilos metálicos finos (de diámetro $50 - 500 \mu\text{m}$) mediante un análisis espacial de los haces de luz reflejados por la superficie del hilo. Para la obtención de dicho objetivo global, se han marcado una serie de objetivos parciales:

- Análisis mediante técnicas de laboratorio de la estructura superficial de hilos metálicos finos con el fin de encontrar las características superficiales más relevantes.
- Desarrollo de modelos ópticos para el cálculo de la distribución de intensidad dispersada por una superficie cilíndrica con estructuras longitudinales cuando se incide de forma oblicua con un haz de luz.

¹Dentro del proyecto *DEFACYL* se ha desarrollado un prototipo más elaborado para la detección ‘on-line’ de defectos en hilos metálicos. Sin embargo, debido a que el desarrollo de dicho dispositivo industrial, al concluir esta memoria, no está finalizado y a que en su realización concurren los esfuerzos de muchas personas, incluida la del autor de esta Memoria, no se ha considerado oportuno incluirlo en la misma.

- Implementación experimental de una técnica óptica para la medida de defectos superficiales en hilos metálicos.
- Realización de algoritmos rápidos de filtrado del ruido en señales basados en el krigeado, así como el desarrollo de algoritmos para la detección de los defectos superficiales en las imágenes obtenidas con el prototipo para la detección de defectos superficiales.

En el *Capítulo 2* se recoge un análisis exhaustivo de una serie de hilos metálicos por *Microscopía de Fuerza Atómica* y *Microscopía Electrónica de Barrido* con el fin de determinar cuales son las estructuras superficiales más características presentes en la superficie de hilos metálicos finos. Se han obtenido relaciones dimensionales entre el diámetro de los hilos y el tamaño medio de los defectos.

En el *Capítulo 3* se realiza una revisión de las distintas técnicas de caracterización superficial, haciendo un particular hincapié en las técnicas ópticas.

En el *Capítulo 4* se desarrollan una serie de modelos teóricos para determinar cómo la luz es esparcida por el hilo, consecuencia de la presencia de estructuras superficiales que presentan los hilos metálicos, dando particular importancia a las estructuras longitudinales. Se ha desarrollado un modelo basado en la *Teoría Geométrica de la Difracción* y otro basado en la solución, mediante el *Método de la fase estacionaria*, de la integral de *Kirchhoff* para el caso de un cilindro con defectos superficiales.

En el *Capítulo 5* se presenta un prototipo de laboratorio para la detección y caracterización de los defectos longitudinales, los resultados obtenidos se comparan con imágenes obtenidas por otras técnicas y se proponen métodos de caracterización superficial de los hilos.

En el *Capítulo 6* se desarrolla una técnica basada en el krigeado para el filtrado del ruido en las imágenes obtenidas mediante cámaras *CCD*. Dicha técnica se ha comparado con el teorema de *Whittakers-Kotel'nikov-Shannon* y el criterio de *Nyquist* para el muestreo de señales y se aplica a las imágenes obtenidas mediante el prototipo desarrollado en el *Capítulo 5*.

Capítulo 2

Análisis por técnicas de laboratorio de los defectos superficiales en hilos metálicos

En este capítulo hemos realizado una valoración de los distintos tipos de estructuras presentes en la superficie de hilos metálicos de acero con diámetro comprendido entre $30 - 600 \mu\text{m}$. Para ello hemos utilizado la *Microscopía Electrónica de Barrido*, que proporciona una visión global de la superficie del hilo, y la *Microscopía de Fuerza Atómica*, que permite obtener su topografía $Z(x, y)$. A partir de los datos obtenidos hemos realizado una preclasificación de los principales defectos encontrados. Debido a que las ralladuras son los defectos que aparecen en una mayor proporción se ha realizado también un análisis de sus dimensiones físicas promedio en función del diámetro del hilo.

2.1 Introducción

Antes de poder desarrollar un sistema de medición de defectos sobre hilos metálicos es necesario conocer qué es lo que debemos detectar. Debemos conocer previamente qué tipos y cuáles son las dimensiones de las estructuras superficiales presentes. Para ello se ha tomado una amplia muestra de hilos (unos 40) de dos fabricantes de hilos de acero (Spring Metal y Joh. Pengg) y hemos realizado una búsqueda sistemática de las estructuras superficiales típicas. De entre las técnicas para realizar una evaluación de los distintos tipos de defectos presentes en la superficie de los hilos metálicos hemos utilizado la Microscopía electrónica de barrido (*SEM, Scanning Electron Microscopy*) y la Microscopía de fuerza atómica (*AFM, Atomic Force Microscopy*). *SEM* proporciona una visión global de la superficie del hilo sin la presencia de aberraciones debidas a la gran profundidad de campo implícita en la medida de superficies cilíndricas. Mediante esta técnica se pueden localizar los defectos de una forma sencilla: primero se obtiene una panorámica del hilo en un rango de milímetros y posteriormente se hace una ampliación de la zona donde se presenta la estructura superficial.

Una vez realizada una primera evaluación de la superficie de los hilos metálicos mediante *SEM* se han analizado los hilos mediante *AFM* pues, aunque presenta un pequeño rango de medida (de hasta $70 \times 70 \mu\text{m}^2$ en los ejes *XY* y de hasta unos $6 \mu\text{m}$ en el eje *Z*), permite medidas topográficas $Z(x, y)$ precisas de los defectos superficiales.

Con la gran cantidad de defectos superficiales medidos ha sido posible realizar una clasificación de éstos. Se ha obtenido que las ralladuras son el tipo de defecto más común, por lo que se ha estudiado la relación dimensional entre el tamaño de estas estructuras y el diámetro de los hilos. Obviamente el tipo y frecuencia de los defectos depende del diámetro del hilo y del proceso de fabricación. Sin embargo debido a que la cantidad de muestras es bastante grande se espera que el análisis realizado sea lo suficientemente representativo.

2.2 Hilos utilizados

Para realizar este estudio hemos utilizado una serie de hilos de distinto diámetro y calidad de fabricación proporcionados por los dos fabricantes anteriormente mencionados. En las Tablas 2.1, 2.2, 2.3 y 2.4 se muestran los diámetros y características de los hilos utilizados. Los valores máximos y mínimos para el diámetro son 25 y $560 \mu\text{m}$ respectivamente.

Id.	ϕ (μm)	Material	Características (según fabricante)
1.1	80	acero	Cord 70,
1.2	80	acero	Cord 70,
1.4	80	acero	Cord 70,
1.5	80	acero	Cord 70,
1.7	180	acero	C70,
1.8	100	acero	Cord 70,

Tabla 2.1: Muestras de la serie 1 proporcionada por Joh. Pengg AG (Austria); ϕ representa el diámetro en μm .

En la Figura 2.1 se muestra una distribución de los diámetros de los hilos. Como se puede observar se posee una distribución relativamente uniforme de hilos.

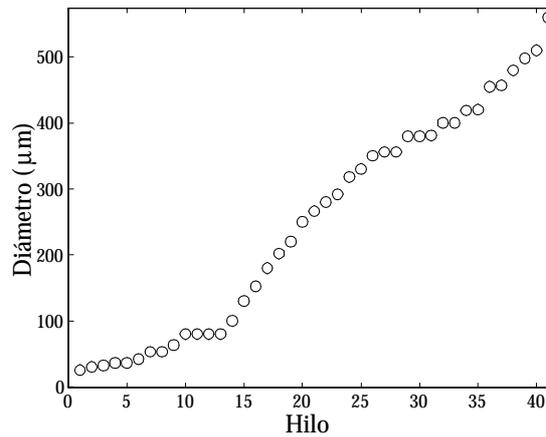


Figura 2.1: Relación del diámetro de los hilos utilizados para la evaluación de los defectos superficiales sobre hilos metálicos.

2.2.1 Procedimiento de limpieza

Normalmente en los carretes que almacenan los hilos se añaden una serie de productos protectores que hay que eliminar antes de realizar las mediciones. El procedimiento de limpieza es el empleado para la limpieza de superficies ópticas. Es decir, se han realizado baños sucesivos en:

- agua jabonosa

Id.	ϕ (μm)	Material	Características (según fabricante)
2.1	152	acero	Cord 70
2.2	202	acero	C70
2.3	220	acero	C60
2.4	226	acero	C60
2.5	292	acero	Cord 70
2.6	356	acero	C60
2.7	455	acero	C60
2.8	250	acero	HGR 12 (hilo de acero, C 0.06%)
2.9	350	acero	HGR 12
2.10	318	acero	Cord 70
2.11	356	acero	C60
2.12	498	acero	C80

Tabla 2.2: Muestras de la serie 2 proporcionada por Joh. Pengg AG (Austria); ϕ representa el diámetro en μm .

Id.	ϕ (μm)	Material	Características (según fabricante)
3.1	380	acero	C60
3.2	380	acero	C80
3.3	400	acero	C60
3.4	419	acero	C60
3.5	480	acero	C80
3.6	510	acero	C70
3.7	560	acero	C75
3.8	280	acero, recubrimiento de latón	Cord 80
3.9	330	acero, recubrimiento de latón	Cord 80
3.10	381	acero, recubrimiento de latón	Cord 80
3.11	400	acero, recubrimiento doble de latón	Cord 80
3.12	420	acero, recubrimiento doble de latón	Cord 80
3.13	457	acero, recubrimiento de latón	Cord 80

Tabla 2.3: Muestras de la serie 3 proporcionada por Joh. Pengg AG (Austria); ϕ representa el diámetro en μm .

- acetona
- alcohol (isopropílico)
- agua destilada

mediante la utilización de una cubeta de ultrasonidos (sistema de limpieza por ultrasonidos *PC3* de *L&R Mig Co.*) durante unos 5 minutos cada baño. Después de este proceso de

Id.	ϕ (μm)	Material
4.1	25	acero, AISi 304
4.2	30	acero, AISi 304
4.3	36	acero, AISi 316
4.4	42	acero, AISi 304
4.5	32	acero, AISi 304
4.6	53	acero AlMg 5
4.7	53	acero AlMg 5
4.8	120	acero 2.4851 Inconel 601
4.9	63	acero 2.4851 Inconel 601
4.10	36	acero 2.4851 Inconel 601

Tabla 2.4: Muestras de la serie 1 proporcionada por Sprint Metal EZ gmbH; ϕ representa el diámetro en μm

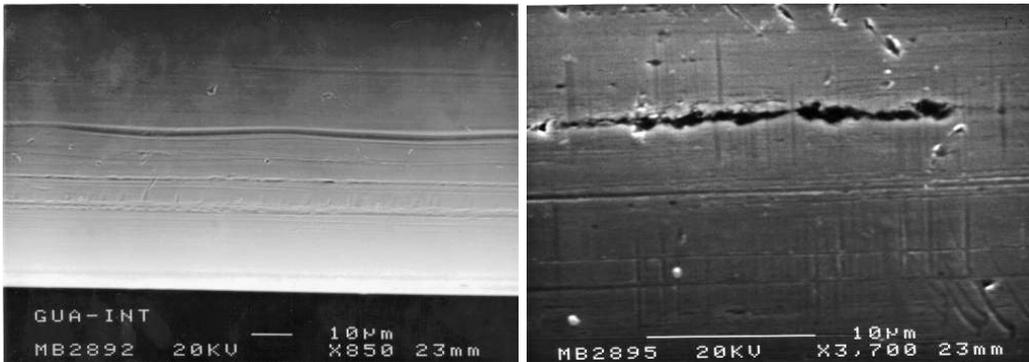


Figura 2.2: Imágenes obtenidas por *SEM* de la superficie de diversos hilos de acero.

limpieza se han secado cuidadosamente los hilos para evitar la aparición de óxido.

2.3 Medidas SEM

Las imágenes por *Microscopía electrónica de barrido* han sido realizadas en el *Centro de Microscopía de la Universidad Complutense de Madrid* y tienen como objeto el tener una panorámica global de la superficie de los hilos metálicos.

En las Figuras 2.2, 2.3 y 2.4 se muestran algunas de las imágenes obtenidas. Los defectos que más se observan son defectos longitudinales, aunque también aparecen ciertos defectos localizados como agujeros.

En las dos imágenes de la Figura 2.2 se pueden observar diversos tipos de ralladuras.

En la primera imagen hay tres ralladuras principales: una profunda y ondulada y dos menos profundas y rectas. En la segunda imagen varias ralladuras de pequeño tamaño en la parte baja de la imagen y una estructura longitudinal mucho más ancha, corta e irregular.

En las imágenes de la Figura 2.3 se pueden observar ralladuras paralelas al eje del hilo y agujeros. En la primera imágenes se pueden observar además marcas transversales debidas, presumiblemente, a la forma de almacenamiento del hilo.

Por último, en las imágenes de la Figura 2.4 se pueden observar dos tipos de estructuras longitudinales. En la primera imagen se muestra una profunda ralladura longitudinal, debida presumiblemente a un taponamiento parcial del mandrino, así como una inclusión en la parte izquierda superior a la ralladura. En la segunda imagen se muestra una zona de baja calidad superficial donde aparece una gran cantidad de estructuras longitudinales.

2.4 Medidas AFM

Otra técnica que hemos utilizado es la *Microscopía de Fuerza Atómica*, a partir de la cual se obtiene valiosa información sobre las estructuras superficiales pues, al caracterizar topográficamente la superficie del hilo, permite determinar las dimensiones de los defectos. A modo de ejemplo en la Figura 2.5 se muestra la topografía de diversas ralladuras en los hilos 1.1 y 2.12. Las medidas de microscopía de fuerza atómica han sido realizadas en el *Departamento de Óptica de la UCM* con un *AFM*, marca *ARIS 3300* [Burleigh, 1994] (Figura 2.6). El rango de medida es de $7 \times 7 \mu\text{m}^2$, $14 \times 14 \mu\text{m}^2$, $35 \times 35 \mu\text{m}^2$ y $70 \times 70 \mu\text{m}^2$

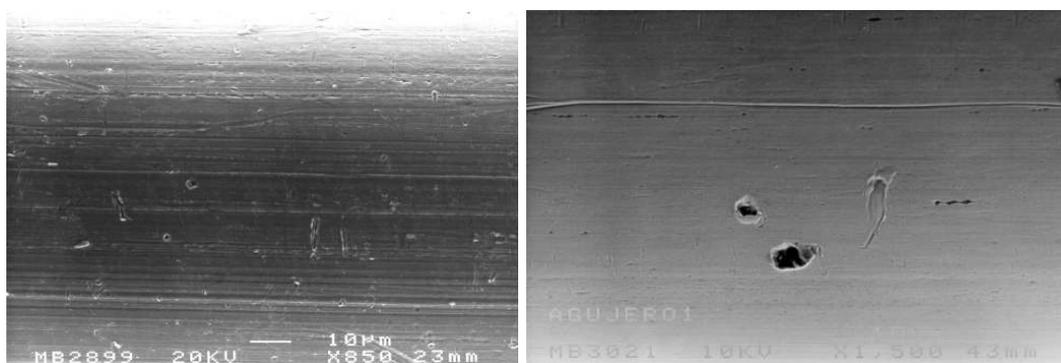


Figura 2.3: Imágenes obtenidas por *SEM* de la superficie de diversos hilos de acero.

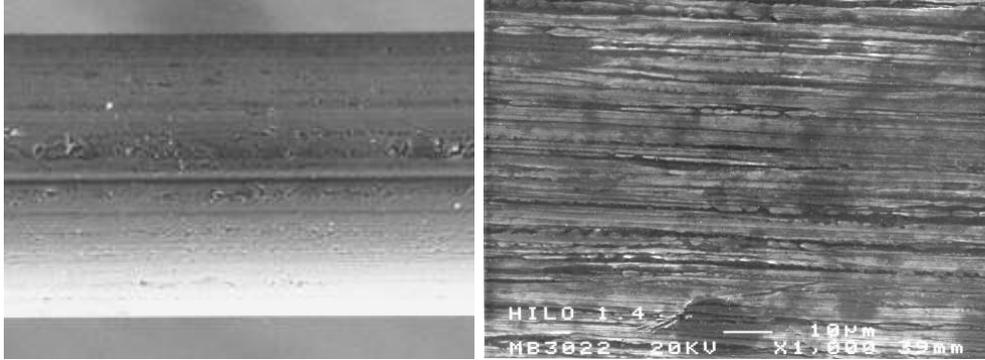


Figura 2.4: Imágenes obtenidas por *SEM* de la superficie de diversos hilos de acero.

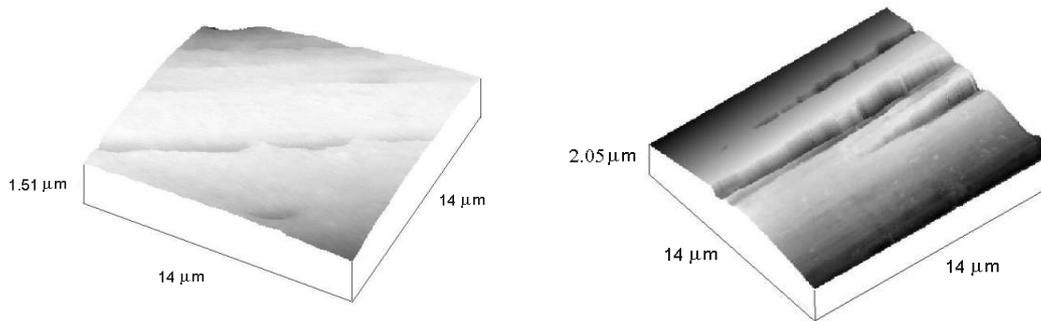


Figura 2.5: Imágenes 3D obtenidas por *AFM* para dos hilos. a) Hilo 1.1, b) Hilo 2.12.

en el eje XY , y hasta unas $6 \mu\text{m}$ en profundidad. Para evitar saturar el piezoeléctrico del *AFM* se debe elegir adecuadamente el rango XY en función del diámetro del hilo. Según un simple cálculo trigonométrico, el rango lateral mínimo R_x necesario según el rango vertical R_y y del diámetro D es (Figura 2.7)

$$R_x = 2\sqrt{R_y(D - R_y)}. \quad (2.1)$$

Es muy importante para evitar salirse del rango R_y que el centro de la imagen corresponda con la parte superior del hilo. Para colocar adecuadamente la punta del *AFM* sobre el hilo hemos utilizado también de un microscopio óptico. Para hilos muy finos (menores de

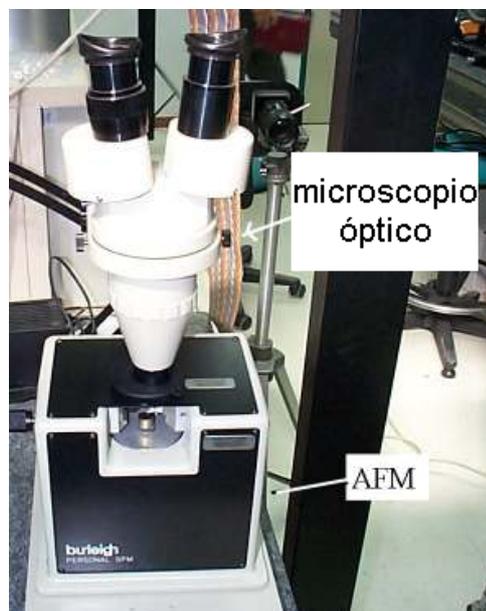


Figura 2.6: Fotografía del microscopio de fuerza atómica utilizado para las medidas de los hilos. Mediante la ventana superior del *AFM* es posible visualizar el hilo con un microscopio óptico. De esta forma es posible colocar la punta sobre el hilo con relativa facilidad.

$60 \mu\text{m}$ de diámetro) la colocación de la punta sobre el hilo es bastante complicada y se debe realizar una primera medida con el *AFM* en un rango *XY* mayor que el diámetro y posteriormente ajustar la posición del hilo con los posicionadores del *AFM*.

Existe una complicación intrínseca en la medida de hilos metálicos por *AFM* debido a que el haz láser incidente es relativamente ancho y, aunque se debiera reflejar comple-

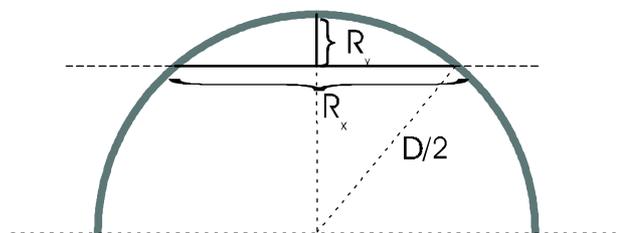


Figura 2.7: Esquema del rango *XY* máximo en función del diámetro del hilo para evitar la saturación del piezoeléctrico del *AFM*.

tamente sobre el “cantilever” del *AFM*, parte del haz llega a la superficie del hilo y se refleja formando una cuchilla de luz. Cuando el eje del hilo es perpendicular al haz parte de esta luz reflejada por el hilo llega al detector del *AFM*, consistente en un detector de cuatro cuadrantes (*PSD*), añadiendo una gran cantidad de ruido y evitando que se realicen medidas con precisión (Figura 2.8). Para prevenir este inconveniente una solución es girar ligeramente el hilo de forma que el rayo reflejado por la superficie del hilo no alcance el *PSD*. Para la circunstancia en que esto no es posible se ha colocado una máscara sobre el *PSD* de forma que permita pasar el haz reflejado, pero evite reflexiones no deseadas.

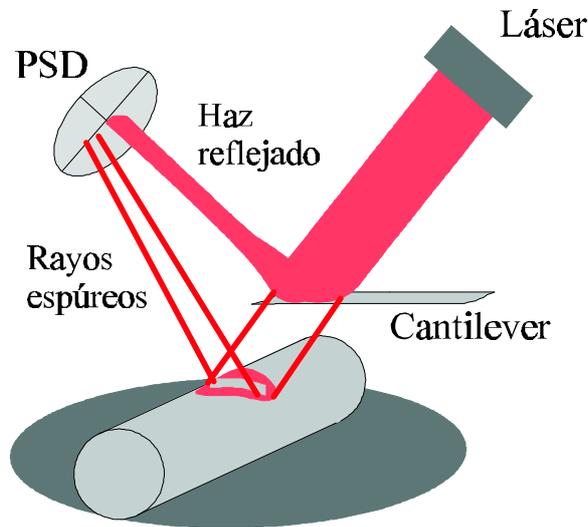


Figura 2.8: Detalle de como los rayos espúreos que llegan a la superficie del hilo pueden alcanzar el *PSD* evitando una buena medida de la topografía.

Un factor que se debe analizar en las imágenes obtenidas por *AFM* es la incertidumbre en la medida. Debido a que cada imagen consta de 256×256 medidas, la incertidumbre en los ejes *XY* dependerá del rango R_x utilizado. En la Tabla 2.5 se muestra la incertidumbre lateral mínima en función del rango. Esta incertidumbre se puede ver incrementada por diversos motivos entre los que se encuentra principalmente las fluctuaciones del voltaje aplicado al piezoeléctrico. Puesto que la incertidumbre lateral no es significativa no se ha considerado en el análisis.

Sin embargo, para detectar eficazmente los defectos superficiales sí se debe considerar la incertidumbre en el eje *Z*. Con el objeto de asegurar que las mediciones realizadas son adecuadas se ha realizado periódicamente un procedimiento de calibración del *AFM*

Rango (μm)	7	14	35	70
Incertidumbre lateral mínima (nm)	27	55	137	274

Tabla 2.5: Incertidumbre lateral mínima del *AFM* en función del rango de medida

(ver *Apéndice E*). Mediante este procedimiento se calcula la incertidumbre asociada en la medida de la profundidad resultando que, cuando el *AFM* está en perfectas condiciones, en el peor de los casos es de unos 6 nm. Esta incertidumbre es suficientemente pequeña para la medida de la topografía de defectos en hilos metálicos pues el tamaño típico de los defectos es de 1 μm , que es 100 veces mayor.

2.4.1 Análisis de las imágenes

La cantidad de imágenes obtenidas (más de 100) hace que un análisis pormenorizado de las imágenes no sea viable en esta Memoria. Sin embargo, hemos considerado oportuno el mostrar algunas de las imágenes obtenidas mediante *AFM*. El tratamiento y visualización de las imágenes y los perfiles se han realizado en *MATLAB* ©. En todas las imágenes se ha eliminado el plano medio global pues no siempre se mide en la parte superior del hilo. En la Figura 2.9 se muestran las imágenes y los perfiles transversales de varias ralladuras presentes en los hilos 2.12 y 3.12. Mientras que en el hilo 2.12 se observan una serie de ralladuras agrupadas, en el hilo 3.12 solamente se aprecia una ralladura estrecha aislada. En las Figura 2.10 se muestran las imágenes y perfiles transversales de protuberancias sobre los hilos 2.4 y 3.3. En la superficie de los hilos también aparecen otro tipo de estructuras, como son los agujeros y zonas de rugosidad. En la Figura 2.11 se muestran las imágenes y perfiles transversales de dos agujeros sobre los hilos 2.10 y 3.2, mientras que en la Figura 2.12 se muestra una zona de rugosidad sobre el hilo 2.4. En dicha imagen se observa que en los laterales de la imagen aparecen zonas de poca rugosidad. El perfil es muy irregular y con picos de poca altura.

Además de estos defectos principales existen algunos otros tipos de defectos como lascas (en la Figura 2.13 se muestra la imagen de una sobre el hilo 2.7) y ondulaciones longitudinales (waviness). Dicho tipo de estructura es difícil de detectar en hilos cuya calidad superficial no es muy buena, pues debido a su pequeño tamaño (del orden de décimas de micra) suele estar enmascarada. En la Figura 2.14 se muestra la imagen de un hilo de gran calidad superficial. Esta calidad superficial se ve reflejada en el perfil transversal (Figura 2.14b) donde la única variación en altura es la debida a la curvatura del hilo (esta imagen es típica para el perfil transversal de hilos de gran calidad, pues

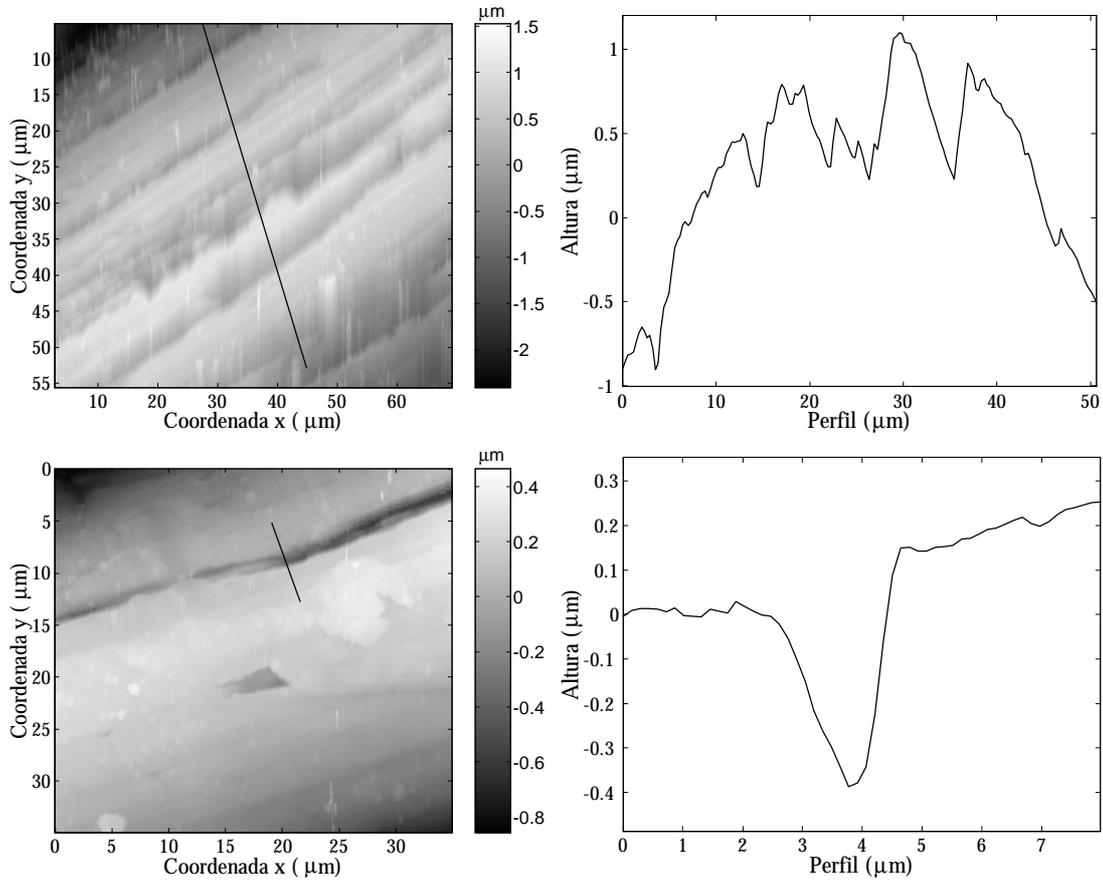


Figura 2.9: Imágenes y perfiles transversales obtenidos mediante *AFM* de los hilos 2.12 y 3.12. En el hilo 2.12 se aprecian una serie de ralladuras longitudinales, mientras que en el hilo 3.12 solamente se observa una ralladura. A través de los perfiles se puede determinar la profundidad y anchura de las ralladuras.

la curvatura del hilo no se ve enmascarada por los defectos). Sin embargo, en el perfil longitudinal (Figura 2.14c) aparece una variación, que podría ser asociada a ondulaciones. Aunque un estudio del origen de estas fluctuaciones es bastante complicado, pudieran ser variaciones del diámetro debidas al comportamiento plástico del metal al ser trefilado de forma que, bajo ciertas condiciones, el material sale “a borbotones” a través del mandrino. La detección de estas variaciones longitudinales en el diámetro son muy interesantes para la obtención de modelos para la medida de diámetros, pues la incertidumbre asociada a modelos de gran precisión [Bernabeu et al., 1999] es del orden de $0.2\text{--}0.5\ \mu\text{m}$, coincidiendo con el orden de las ondulaciones longitudinales. Por ello para realizar medidas de gran

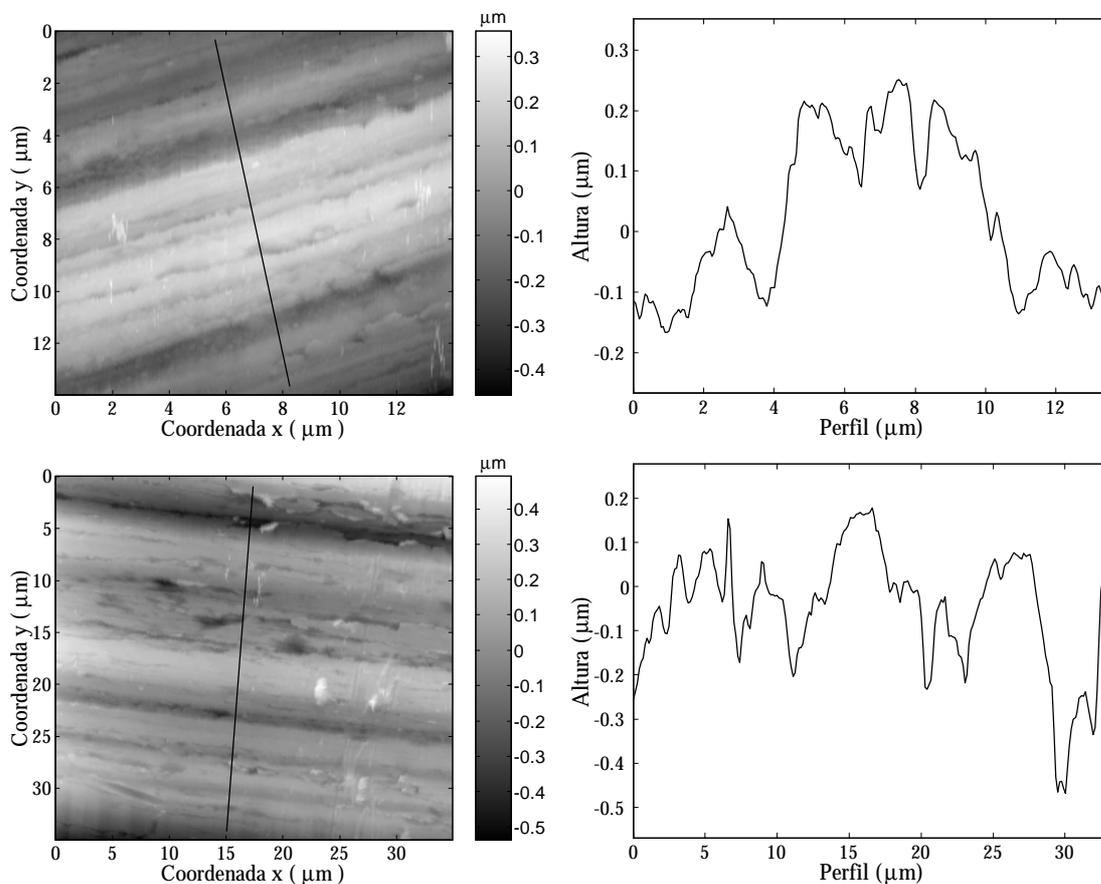


Figura 2.10: Imágenes y perfiles transversales obtenidos mediante *AFM* de los hilos 2.4 y 3.3. En ambas imágenes se observan protuberancias sobre la superficie de los hilos

precisión es necesario, además de la calidad superficial, el comprobar la inexistencia de variaciones longitudinales en el diámetro o iluminar en zonas muy pequeñas del hilo.

2.5 Clasificación de las estructuras observadas

A partir de las imágenes obtenidas por *AFM* (de 3 a 6 medidas en cada hilo) se ha realizado una clasificación de las estructuras observadas, siendo los principales grupos de estructuras:

- Ralladuras

- Protuberancias
- Agujeros
- Zonas de rugosidad
- Variaciones longitudinales del diámetro del hilo.

Se ha realizado un análisis sobre la cantidad de defectos superficiales en las imágenes *AFM*. La mayor cantidad de defectos encontrados son ralladuras, seguidos de protuberancias, agujeros y zonas de rugosidad. Los porcentajes de estos defectos se muestran en la Tabla 2.6.

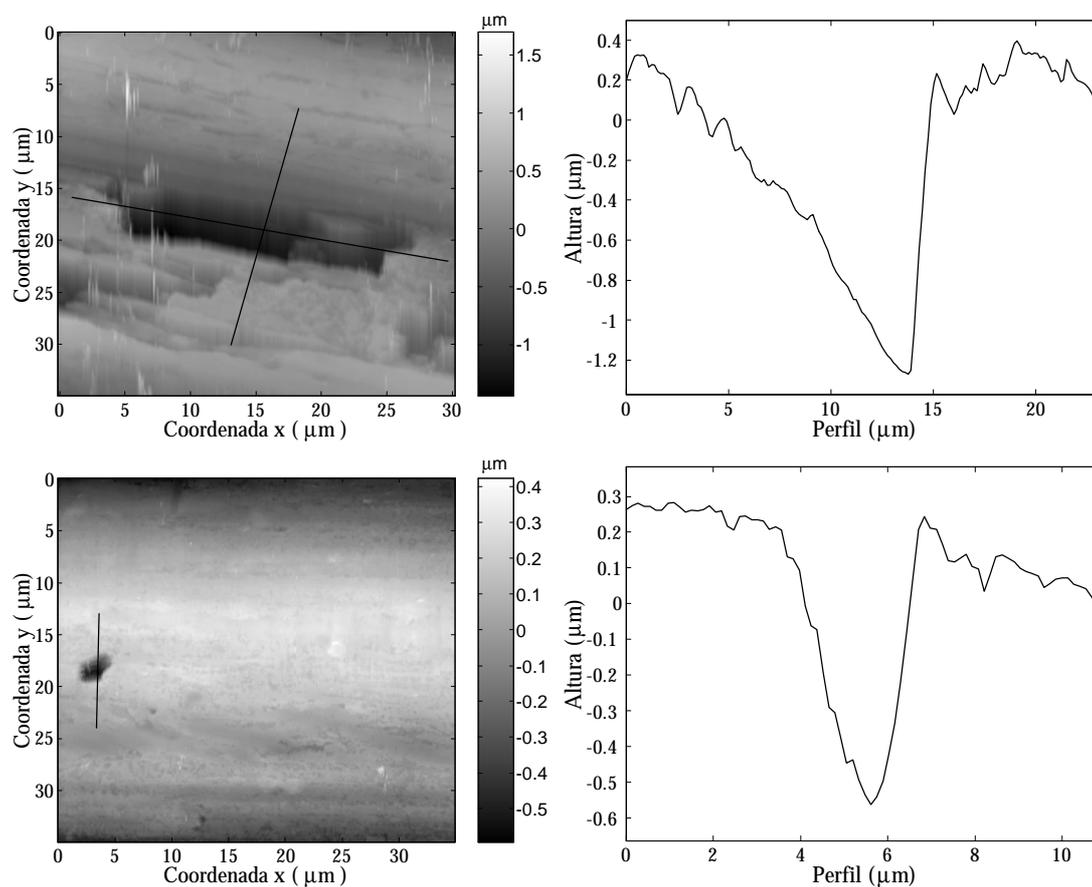


Figura 2.11: Imágenes y perfiles transversales obtenidos mediante *AFM* de los hilos 2.10 y 3.2. En ambas imágenes se observan dos agujeros localizados. Debido al distinto tamaño y estructuras pueden haber sido debidos a procesos diferentes.

Al obtener estos porcentajes hay que considerar que la rugosidad es una estructura bidimensional, las ralladuras y protuberancias son unidimensionales y los agujeros son estructuras puntuales. Debido a esta diferente dimensionalidad de los defectos no es del todo adecuado realizar una comparación en la cantidad de los defectos. Nosotros hemos contado únicamente el número de defectos encontrados en cada imagen.

2.6 Análisis cuantitativo de las dimensiones físicas de los defectos

Una característica importante de las medidas obtenidas mediante *AFM* es que a partir de los perfiles obtenidos para las estructuras superficiales podemos conocer las dimensiones físicas de éstas. Puesto que las ralladuras (*ing.* scratches) son los defectos superficiales principales sobre la superficie de los hilos metálicos nos hemos centrado en este tipo de estructuras para obtener la relación entre sus dimensiones en función del diámetro del hilo. No ha sido posible en ningún caso determinar su longitud, pues es mucho mayor que el rango del *AFM* ($70 \times 70 \mu\text{m}$).

Para realizar este análisis hemos utilizado únicamente las series 1 y 2. En un primer estadio se ha determinado visualmente las dimensiones de los defectos, midiendo sobre el perfil los parámetros (ver Figura 2.15).

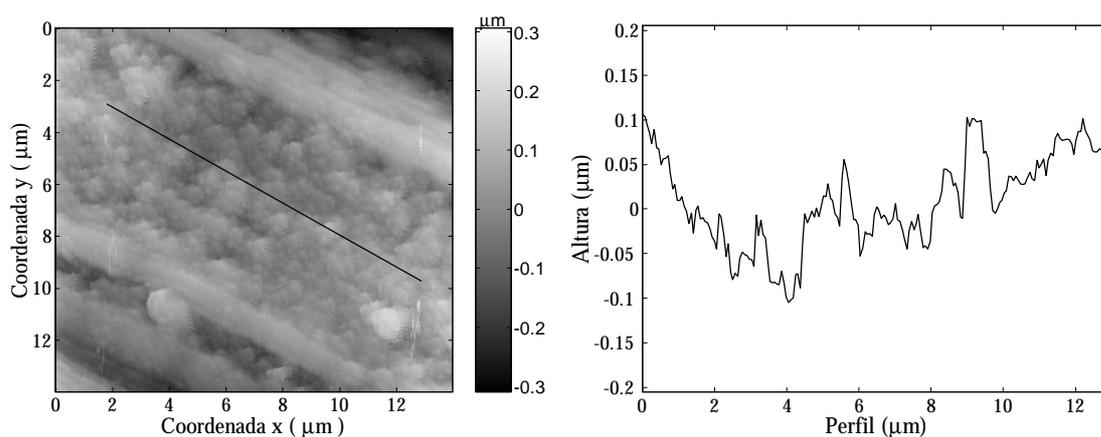


Figura 2.12: Imagen y perfil de una zona de rugosidad sobre el hilo 2.4. El perfil presenta variaciones de corto alcance y poca altura.

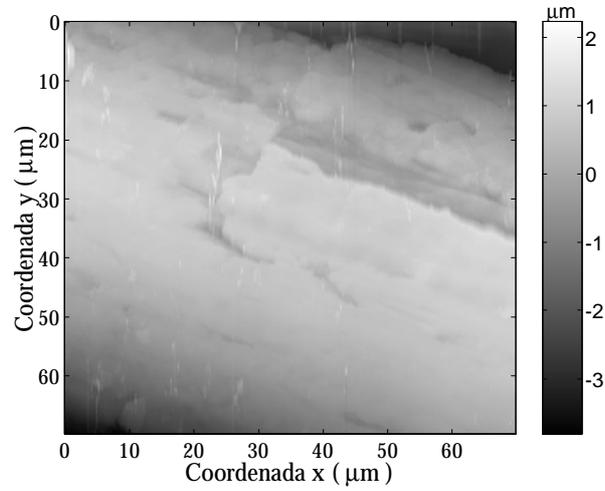


Figura 2.13: Imagen obtenida por *AFM* de una lasca sobre el hilo 2.7.

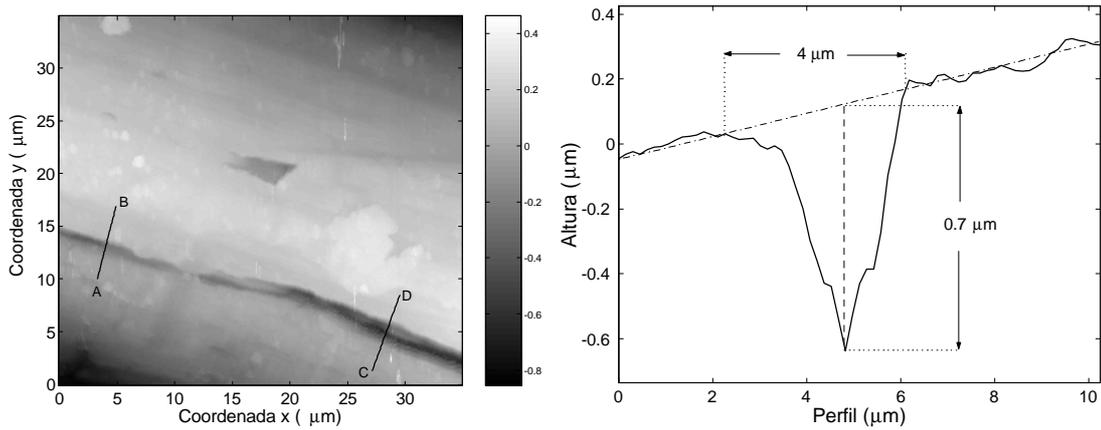


Figura 2.15: Imagen obtenida por Microscopía de fuerza atómica de una ralladura sobre el hilo 3.12 y perfil *CD* para la ralladura.

Con el fin de sistematizar este procedimiento se han estudiado diversas funciones a las que ajustar el perfil del defecto. De entre las estudiadas se ha elegido la función supergaussiana,

$$y = y_0 - A \exp\left(-\frac{1}{2} \left| \frac{x - x_0}{\sigma} \right|^n\right), \quad (2.2)$$

pues mediante esta función es posible ajustar la mayoría de los perfiles de las ralladuras

[Sanchez-Brea et al., 1999a]. Mediante esta función, además de determinar la profundidad y la anchura de las ralladuras a partir de los parámetros A y σ respectivamente, podemos obtener la forma del defecto a partir del parámetro n . En esta ecuación y_0 , x_0 son parámetros de ajuste que indican la posición y altura relativa del defecto en el perfil. Hemos utilizado un método de mínimos cuadrados para el ajuste, siendo necesario introducir unos parámetros iniciales que se acerquen a los reales. Todos ellos se pueden obtener de forma sencilla y automática a partir del perfil, excepto n que hemos fijado a 2. En la Tabla 2.7 se muestran los parámetros obtenidos para una ralladura obtenida en el hilo

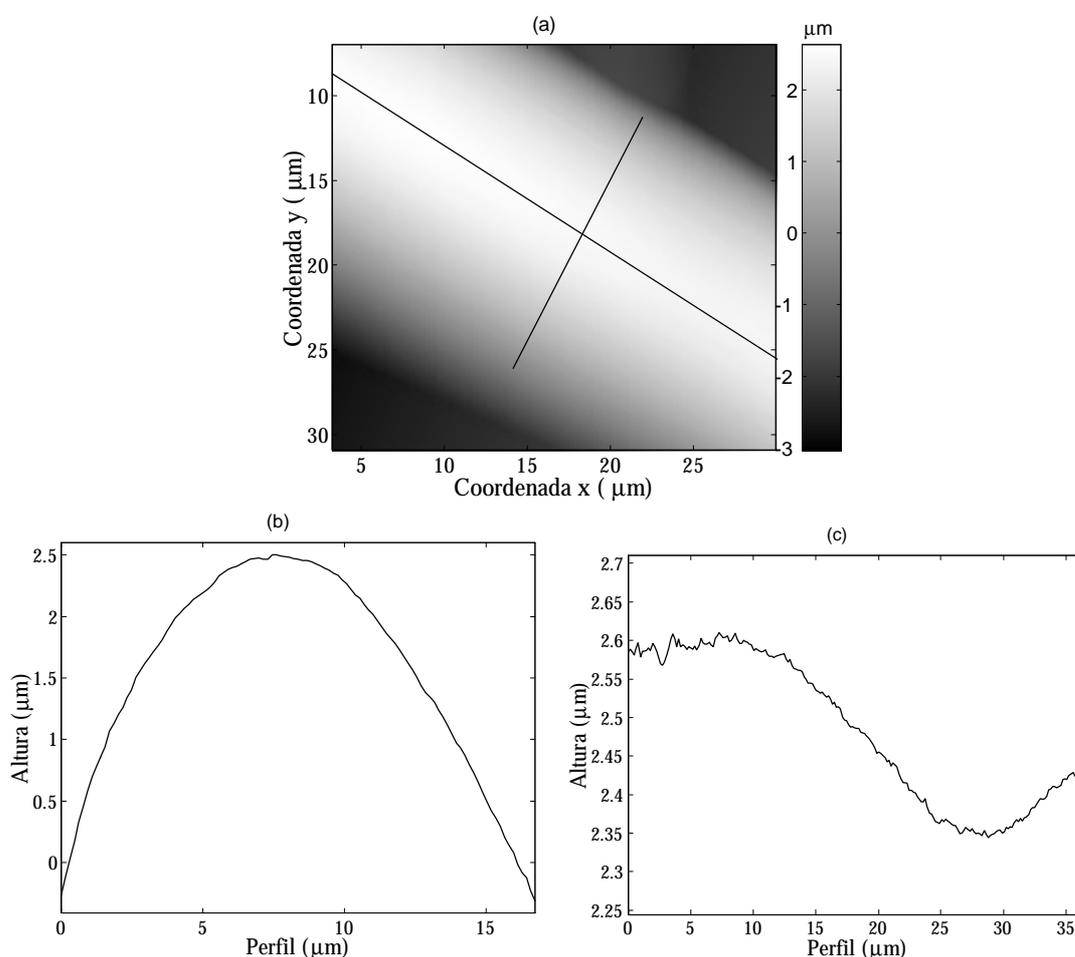


Figura 2.14: a) Imagen obtenida por *AFM* de la superficie del hilo 4.1. b) Perfil transversal. Como puede observarse el hilo presenta una gran calidad superficial. c) Perfil longitudinal. El hilo presenta fluctuaciones en el diámetro del hilo.

Defecto	ralladuras	Agujeros	Protuberancias	Rugosidad
Porcentaje	65	20	10	5

Tabla 2.6: Porcentajes de defectos encontrados en las imágenes AFM.

	y_0	A	x_0	σ	n
AB	0.082	0.395	3.240	0.316	1.455
CD	0.121	0.643	4.150	0.929	2.358

Tabla 2.7: Parámetros obtenidos para los ajustes por supergaussianas de la Figura 2.15.

3.12 (Figuras 2.15 y 2.16).

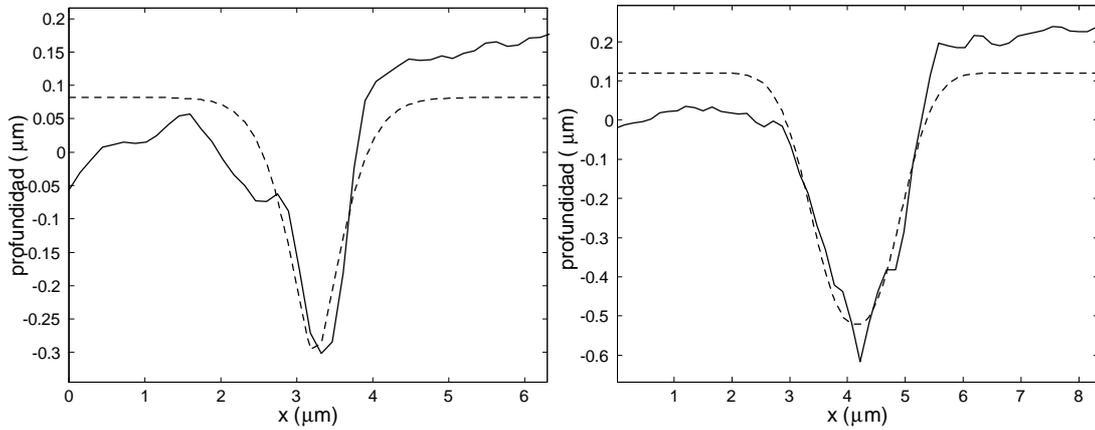


Figura 2.16: Ajuste a una supergaussiana de los perfiles de una ralladura sobre el hilo 3.12.

El parámetro A es directamente la profundidad del defecto, pero σ no es exactamente la anchura, sino la semianchura a media altura. Por eso las anchura obtenida mediante ambos métodos no coincide. Una posibilidad es multiplicar por 4 el parámetro σ obtenido mediante el ajuste a la supergaussiana (Figura 2.17).

2.6.1 Relación dimensional de las ralladuras

Debido a la gran cantidad de ralladuras encontradas en los hilos nos ha sido posible realizar un análisis estadístico de los datos. Hemos detectado varias ralladuras para cada hilo analizado, y el valor medio de la anchura y profundidad de éstas se ha relacionado con el diámetro del hilo. En la Figura 2.18 se muestra la relación obtenida entre la anchura

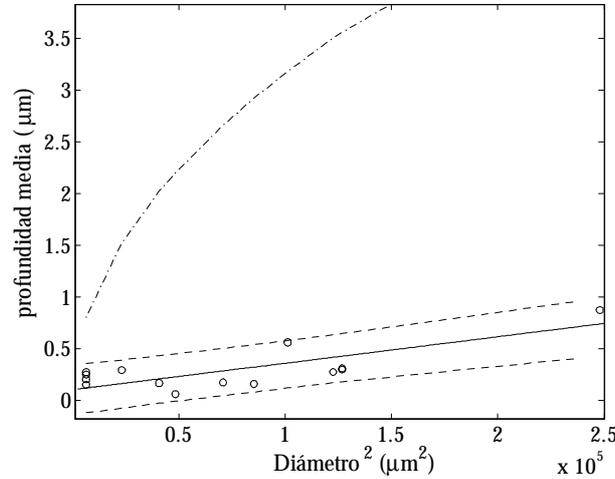


Figura 2.19: Ajuste de la profundidad media de las rayaduras en función del diámetro: (o) datos experimentales, (—) ajuste a una línea recta, (- - -) bandas de error al 95%, (- · -) representa el 1% del diámetro del hilo, que es el criterio de calidad de algunas empresas de fabricación de hilos. Como puede observarse según este criterio, en promedio, todos los hilos son de buena calidad.

donde w es la anchura media de los defectos y ϕ es el diámetro del hilo (ambas en μm). El coeficiente de correlación para este ajuste es $r = 0.95$ indicando que existe una fuerte correlación lineal entre el diámetro del hilo y la anchura de los defectos.

También ha sido posible encontrar una relación entre la profundidad media de las ralladuras en función del cuadrado del diámetro (Figura 2.19). Los datos experimentales se han ajustado a la siguiente expresión

$$d = 0.10 + 2.56 \cdot 10^{-6} \phi^2, \quad (2.4)$$

donde d es la profundidad media de las ralladuras para un diámetro determinado. El coeficiente de correlación es $r = 0.77$ que, aunque es menor que para la relación (2.3), sigue indicando una fuerte correlación entre la profundidad y el diámetro de los hilos. Un criterio de calidad que utilizan algunas empresas de fabricación de hilos es decidir que un hilo se considera de buena calidad si no existen ralladuras cuya profundidad sea mayor a 1% del diámetro. Según la Figura 2.19 puede se observar que en promedio todos los hilos estudiados cumplen este criterio.

También hemos estudiado la relación entre la anchura y la profundidad de las ralladuras

encontradas. En la Figura 2.20 hemos representado la raíz cuadrada de la profundidad

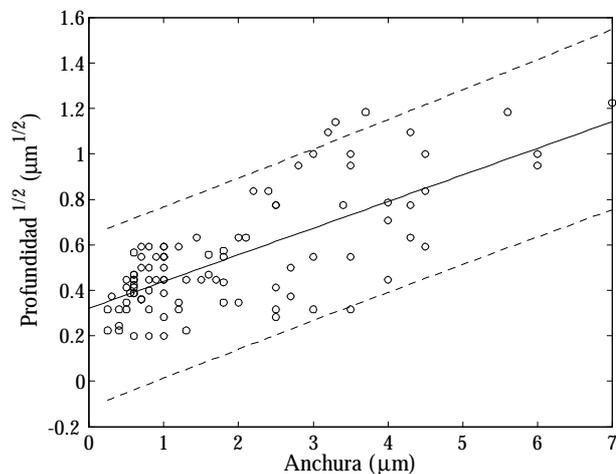


Figura 2.20: Relación entre la profundidad de las ralladuras y su anchura: (o) datos experimentales, (—) ajuste a una línea recta, (- - -) bandas de error al 95%.

en función de la anchura para todos las ralladuras observadas (sin realizar promedios). En este caso podemos encontrar también una relación funcional de la forma

$$\sqrt{d} = 0.32 + 0.12 w, \quad (2.5)$$

donde tanto d como w están en micras. El coeficiente de correlación es, para este caso $r = 0.71$.

Capítulo 3

Técnicas para la detección de defectos superficiales en hilos metálicos

En este capítulo se revisan los distintos tipos de técnicas, tanto ópticas como no ópticas, utilizadas para la detección de defectos superficiales. Aunque algunas de estas técnicas son de carácter general, en los últimos tiempos han aparecido varias técnicas específicas para la medida de hilos y de superficies cilíndricas metálicas y no metálicas. Hasta ahora la práctica totalidad de los sistemas se ha dedicado a la medida de diámetros grandes (\sim mm, cm), pero empieza a aparecer interés por sistemas de detección de defectos en hilos finos ($<$ mm).

3.1 Introducción

El interés de la inspección superficial ha aumentado considerablemente debido a la cantidad de aplicaciones en las cuales las propiedades superficiales son de importancia decisiva. Así, por ejemplo, la medida de la rugosidad ha presentado en los últimos años un importante auge (recubrimientos, adherencia, fricción y lubricación, en pinturas, ...). En el caso de los defectos, también ha habido un interés creciente debido a que muchas aplicaciones donde se utilizan los hilos requieren cada vez unos mayores niveles de calidad superficial. Sin embargo, tanto para el control de la rugosidad como para el de defectos, la mayor parte de las técnicas desarrolladas están dedicadas al control de superficies planas [Whitehouse, 1997] [Gomez et al., 1998].

En objetos cilíndricos la calidad superficial también juega un papel importante en muchas de las aplicaciones, en especial para hilos finos (diámetros de $30\ \mu\text{m} - 1\ \text{mm}$), puesto que los defectos superficiales pueden modificar las propiedades físico-químicas del hilo. Así, por ejemplo, la tensión necesaria para generar un proceso de fractura disminuye considerablemente con la presencia de defectos superficiales [Dieter, 1986]. La medida de la calidad superficial aumenta en importancia cuanto menor sea el diámetro del hilo pues la relación superficie/volumen aumenta considerablemente.

En los últimos tiempos han aparecido una serie de técnicas dedicadas explícitamente a la detección de defectos en superficies cilíndricas (hilos, varillas, tubos, barras, etc.), principalmente para objetos de gran diámetro. Dentro de los sistemas para el control de superficies cilíndricas, las técnicas ópticas son bastante utilizadas debido a sus características: no contacto, rapidez, precisión, etc. En el presente capítulo se presentan y analizan una serie de métodos utilizados para la detección de las características superficiales de objetos cilíndricos, como son la rugosidad y los defectos superficiales.

Un parámetro importante a la hora de elegir una técnica para la medida de defectos superficiales es la cantidad de información a detectar. Así en la línea de producción, con un sistema que proporcione un parámetro “pasa/no pasa” puede ser en algunos casos suficiente. Sin embargo, para realizar un análisis de los defectos en función de los parámetros de producción es necesario una mayor cantidad de información. Según la cantidad de información extraída, los métodos pueden dividirse en:

- **Métodos paramétricos.** Se obtienen parámetros que proporcionan información sobre la cantidad e importancia de los defectos. Estos métodos son óptimos para las líneas de producción, pues su tiempo de procesado es muy corto ($< s$). La infor-

mación que proporcionan puede ser simplemente una señal “pasa/no pasa”, o cierta graduación cuantitativa de la calidad superficial.

- **Métodos visuales.** Proporcionan una imagen o pseudoimagen de la superficie del hilo $f(x, y)$. Incluidos en estos métodos encontramos la microscopía electrónica de barrido, la microscopía óptica, etc. Estos métodos proporcionan información visual de la superficie.
- **Métodos topográficos.** Proporcionan una imagen topográfica de la superficie, es decir, el resultado de la medida es una función $h(x, y)$ de las alturas. Dentro de este punto tenemos la perfilometría, la Microscopía de fuerza atómica y la Microscopía confocal e interferencial. Generalmente este tipo de medidas son lentas y necesitan cierta preparación de las muestras.

Según el procedimiento utilizado para la extracción de información hemos distinguido los métodos en métodos ópticos y no ópticos.

3.2 Métodos No ópticos

3.2.1 Perfilometría

La perfilometría consiste básicamente en una punta que se va moviendo por la superficie a medir. Las puntas suelen ser de diamante cuya dimensión es suficientemente pequeña como para penetrar en la geometría de la superficie. Si el grosor de la punta es grande en comparación con el tamaño de las estructuras a medir los resultados pueden falsear la topografía real [Meli y Thalmann, 1998]. En [Whitehouse, 1997] se analizan dos configuraciones de dos brazos. En la primera configuración un brazo mide una superficie de referencia y la otra la superficie a inspeccionar (Figura 3.1a). Una configuración más eficaz se presenta en la Figura 3.1b donde una de las puntas es mucho más gruesa, y se apoya sobre la superficie a medir. Como la resolución depende del grosor de la punta, la punta gruesa actúa como un filtro pasa-baja y su señal se utiliza como referencia.

3.2.2 Microscopía de fuerza atómica

La *Microscopía de Fuerza Atómica* es otra técnica perfilométrica que se ha utilizado para la caracterización tanto de superficies planas [Gomez et al., 1998] como cilíndricas

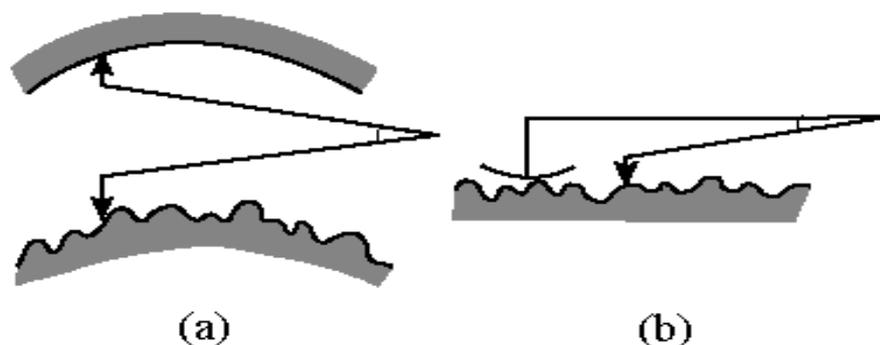


Figura 3.1: Distintos tipos de perfilometría de doble brazo. En esta técnica hay un brazo de medida y otro de referencia: a) un brazo mide la superficie de referencia y la otra mide la superficie a inspeccionar y b) la punta de referencia es mucho más gruesa y viaja por la misma superficie.

[Sanchez-Brea et al., 1999a] [Sanchez-Brea et al., 1999b]. Se puede decir que el Microscopio de fuerza atómica (*AFM*, Atomic Force Microscope) [Binnig et al., 1986] es un perfilómetro de muy alta resolución. El *AFM* puede medir la topografía de una superficie de un tamaño de $1 \times 1 \mu\text{m}^2$ hasta unos $100 \times 100 \mu\text{m}^2$ y con resoluciones que pueden ir desde unos pocos nanómetros hasta Angstroms. La técnica está basada en la deflexión de una punta muy fina debido a las fuerzas entre la muestra y la punta. Por ello se puede utilizar para la medida de cualquier propiedad física cuya fuerza varíe con la posición (topografía, propiedades eléctricas, magnéticas, etc.).

La ventaja que tiene el *AFM* respecto de otros equipos es la posibilidad de medir topografías con muy alta resolución, que sólo está limitada por el tamaño de la punta y por el control electrónico del piezoeléctrico. Tamaños de punta del orden de nanómetros son actualmente comunes, pudiéndose alcanzar resoluciones atómicas. Tiene el inconveniente su pequeño rango de operación y la necesidad de una preparación de las muestras, que pueden ser no conductoras.

3.2.3 Microscopía de barrido de electrones

El Microscopio de barrido de electrones (*SEM*, Scanning Electron Microscope) se basa en enviar sobre la muestra electrones acelerados por un alto voltaje de forma focalizada. Estos electrones son dispersados y detectados con un sensor sincronizado con el rastreador (scanner) para producir una imagen de la superficie. El *SEM* es muy útil para la inspección

de superficies debido a que el rastreo es relativamente rápido, además de que presenta un amplio rango. Se puede visualizar una imagen general de la muestra y, cambiando a una escala menor, mostrar los detalles. Una de las ventajas principales que presenta el *SEM*, y que es especialmente útil para la medida de objetos cilíndricos, es su gran profundidad de campo, debido a su muy pequeña apertura numérica. Además, como la longitud de onda equivalente de los electrones es mucho menor que la de los fotones no aparecen efectos difractivos.

El *SEM* sin embargo también presenta ciertos inconvenientes: existe una distorsión producida por los bordes que hace bastante complicada la calibración del equipo. Además, los electrones dispersados están influenciados no sólo por la pendiente de la muestras, sino también por su curvatura, por lo que los bordes aparecen resaltados. Una desventaja adicional es que las muestras deben ser metálicas. Si no lo son se deben recubrir con una capa metálica (preferentemente de oro). Por sus capacidades de medida, la microscopía de barrido de electrones presenta indudables ventajas de visualización. Sin embargo, debido a los costes de instalación y mantenimiento, y a la necesidad de preparación de las muestras, su utilización queda relegada al ámbito de la investigación, acotada a una selección muestral baja.

3.2.4 Otros métodos no ópticos

Existen otros tipos de métodos no ópticos que se utilizan en ciertas aplicaciones para la medida de la rugosidad

Ultrasonidos

La utilización de ondas de ultrasonidos es común en pruebas no destructivas. Se proyectan las ondas sobre la superficie y se detectan las ondas dispersadas. El problema que tienen la mayoría de las técnicas de ultrasonidos es que se necesita un acoplamiento entre la el medio y el material por lo que, en la práctica, el transductor y la muestra se sumergen en un baño líquido. En general estos métodos necesitan de fuentes de gran energía y receptores amplificados de alta ganancia. Ha habido varios intentos de medida de propiedades mecánicas como la textura superficial y rugosidad [Jolic et al., 1994], y también para la medida de roturas superficiales y grosor de recubrimientos mediante ondas acústicas superficiales [Zarsav et al., 1987]. Estas técnicas tienen la desventaja de ser bastante lentas. Por ejemplo en [Smith y Player, 1991] se describe una técnica de medida basada en ultrasonidos por pulsos capaz de inspeccionar superficies con rugosidad de 2 a

140 μm , pero tarda unos 3 minutos en obtener los parámetros de rugosidad.

Métodos capacitivos

Según esta técnica se coloca un electrodo cercano a la superficie y se mide la capacidad entre éste y la muestra de prueba. Esta capacidad proporciona una medida indirecta de la rugosidad al medir la distancia media entre el electrodo y la superficie. Este método es muy sensible y se puede utilizar de forma efectiva en ciertas aplicaciones, donde sea necesario métodos que integren la rugosidad de la superficie [Whitehouse, 1997]. Se han considerado métodos de barrido [Matey y Bland, 1985], pero no aportan la misma versatilidad de métodos ópticos y de perfilometría.

3.3 Métodos ópticos

Los sistemas ópticos de inspección superficial ofrecen grandes ventajas respecto de otro tipo de sistemas. Son sistemas de no contacto, bajo coste, facilidad de procesado, etc. La mayoría de los sistemas de inspección superficial, tanto para la medida de defectos como de rugosidad, están dedicados a la caracterización de superficies planas y son de difícil implementación para la medida en superficies cilíndricas. El principal inconveniente que presentan las superficies cilíndricas es la necesidad de realizar un complicado sistema de iluminación para cubrir toda la superficie. Dentro de los métodos ópticos existen una gran cantidad de propiedades que se pueden utilizar para la caracterización de superficies, obteniéndose distintos resultados según la técnica utilizada. La técnica más utilizada para la inspección superficial es la medida de la difusión de luz ('scattering'). En esta sección describiremos algunos de los métodos ópticos utilizados para la inspección de superficies cilíndricas.

3.3.1 Métodos Interferométricos

Existen una serie de métodos interferométricos para la caracterización superficial. Una revisión de estos métodos puede verse en [Whitehouse, 1997]. Los métodos interferométricos generan una imagen de franjas correspondiendo cada franja a una variación en altura de $\lambda/2$, siendo λ la longitud de onda. Para la medida de superficies cilíndricas se pueden utilizar diversas configuraciones, como el interferómetro de *Twyman-Green*. Para obtener la topografía es necesario un procesado de las franjas pues, aunque cada franja se corresponde con una variación en altura de $\lambda/2$, no hay información sobre el sentido de la

variación. Rao [Rao et al., 1995] ha propuesto un método para la medida del perfil de hilos con recubrimientos por medio de interferometría. El montaje consiste en colocar el hilo muy cerca de un espejo e iluminar la abertura con un haz láser, que ha sido expandido mediante una lente cilíndrica (Figura 3.2). Los rayos que recorren la superficie del hilo interfieren con los rayos reflejados de forma especular generando una figura de interferencias. Mediante el análisis de dicha figura es posible obtener información de la superficie.

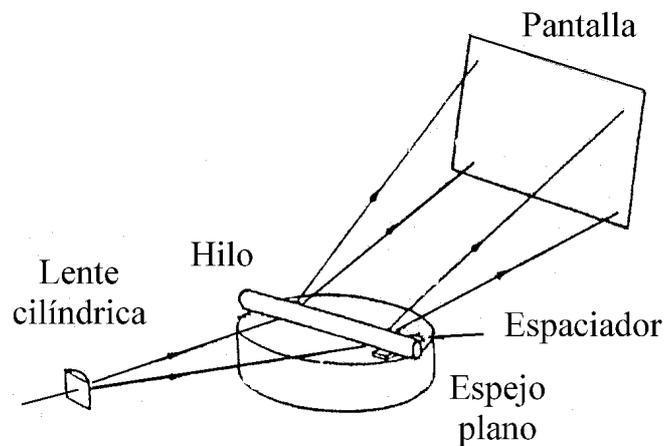


Figura 3.2: Montaje interferométrico para detectar defectos superficiales. Las interferencias se producen entre los rayos superficiales que viajan por la superficie del hilo y los rayos reflejados por el espejo plano.

3.3.2 Microscopía confocal

Otro tipo de microscopía que puede proporcionar medidas de profundidad es la microscopía confocal [Sheppard y Wilson, 1978]. Esta técnica consiste básicamente en focalizar el haz incidente sobre un punto de la superficie a medir y calcular la posición donde se forma la imagen (Figura 3.3). Para obtener la medida de la topografía es necesario realizar un barrido por toda la superficie. La técnica es lenta, pero la cantidad de información proporcionada es mucho mayor que en otro tipo de microscopías ópticas. Esta técnica ha sido utilizada con éxito [Proyecto, 1998, informe interno] para la medida de superficies cilíndricas con defectos superficiales. Existen diversas configuraciones de microscopía confocal. En la Figura 3.4 se muestran dos de las configuraciones comúnmente utilizadas.

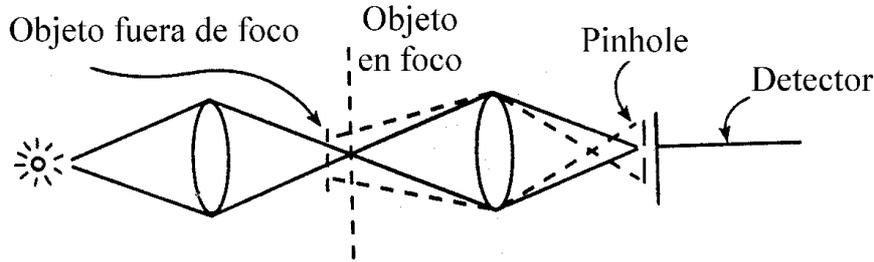


Figura 3.3: Esquema mostrando el fundamento de la microscopía confocal.

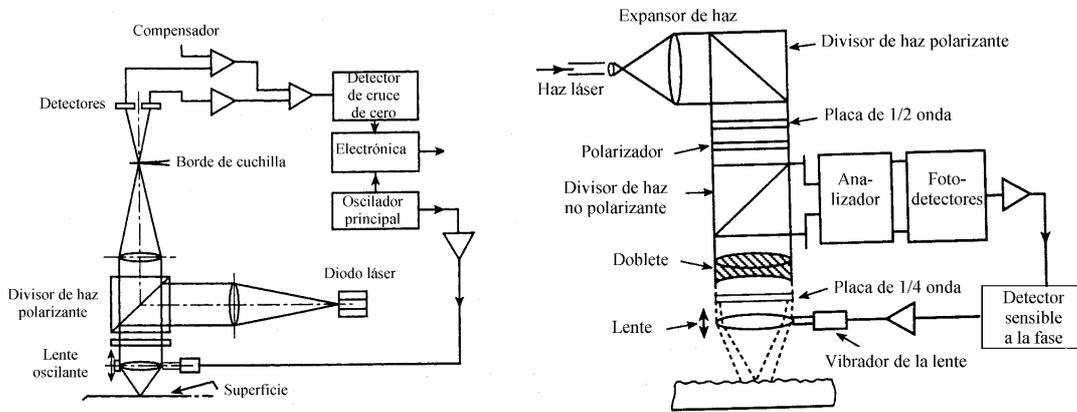


Figura 3.4: a) Seguidor heterodino y b) seguidor óptico de Dupuy [Whitehouse, 1997].

3.3.3 Sistemas de medida del diámetro de hilos adaptados a la medida de defectos

Dentro de la industria de fabricación de objetos cilíndricos los sistemas de inspección para hilos han estado dedicados fundamentalmente a las medidas del diámetro [Fardeau, 1989] [Millard y Herchenreder, 1991] [Bernabeu et al., 1999], existiendo diversas casas comerciales que presentan equipos para la medida del diámetro: *KJM* (Alemania), *Zumbach* (Suiza), *Aeroel* (Italia), y otras varias. Uno de los primeros intentos de la industria de fabricación de hilos ha sido el adaptar los sistemas de medida del diámetro (tanto por proyección geométrica como los métodos difractivos) que ya disponía en sus líneas de producción para la detección de defectos superficiales. Para cierto tipo de estructuras, como las protuberancias, este procedimiento es válido, pues producen variaciones en el diámetro.

Sin embargo la detectabilidad por este procedimiento de los defectos depende grandemente de la localización del defecto. Si está cerca del borde el defecto se capta satisfactoriamente

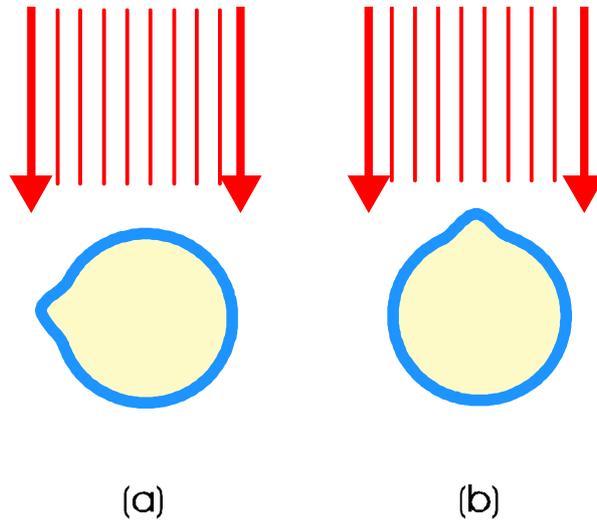


Figura 3.5: Según la localización del defecto en el hilo será mejor o peor detectado por métodos ópticos. En a) el defecto será bien detectado, pues la proyección produce un aumento en el diámetro, pero en b) este aumento no es percibido.

(Figura 3.5a), mientras que bajo otras disposiciones su efecto será menor (Figura 3.5b). Se han realizado análisis para detectar las ondulaciones mediante sistemas para medir el diámetro [Millard y Herchenreder, 1991] y también se han presentado patentes para medir simultáneamente el diámetro y los defectos [Cielo y Vaudreuil, 1987].

Esta técnica se ha utilizado para realizar sistemas de medida que proporcionan un perfil del hilo. Para ello se gira el hilo a la vez que se mide el diámetro. El modelo supone que el diámetro obtenido es igual al diámetro de la proyección, pero para hilos pequeños donde se utiliza la difracción para medir el diámetro no está probada su fiabilidad.

3.3.4 Técnicas de difractivas

Se han desarrollado diversos métodos para la caracterización superficial de objetos cilíndricos analizando la luz difundida cuando el cilindro se ilumina con un haz de luz. Así, para la inspección del esmaltado de hilos utilizados para aplicaciones eléctricas, como motores, se ha desarrollado un sistema basado en la detección de la luz dispersada por los defectos [Kuni y Nobuyuki, 1978] [Koizumi y Akiyama, 1985] [Puffer y Erl, 1987]. El esquema del

sistema se muestra la Figura 3.6. Dos espejos esféricos se combinan de forma confocal con una separación entre ellos. Dos fotodetectores de silicio se colocan en los puntos focales de los espejos. Si el esmaltado del hilo no presenta defectos la luz que incide sobre el hilo es reflejada por la superficie del hilo sin producir difusión. La luz pasa por la separación entre los espejos esféricos sin producir una señal en los fotodetectores. Si hay defectos presentes éstos cambian la dirección de los rayos de luz introduciéndola dentro de los espejos esféricos que la concentran sobre los puntos focales, siendo recogida por los fotodetectores. Se coloca también un espejo en forma de V para poder iluminar la parte inferior del hilo. Mediante esta técnica se pueden detectar defectos mayores de 1 mm de diámetro y con velocidades de hilo de 100 m/min.

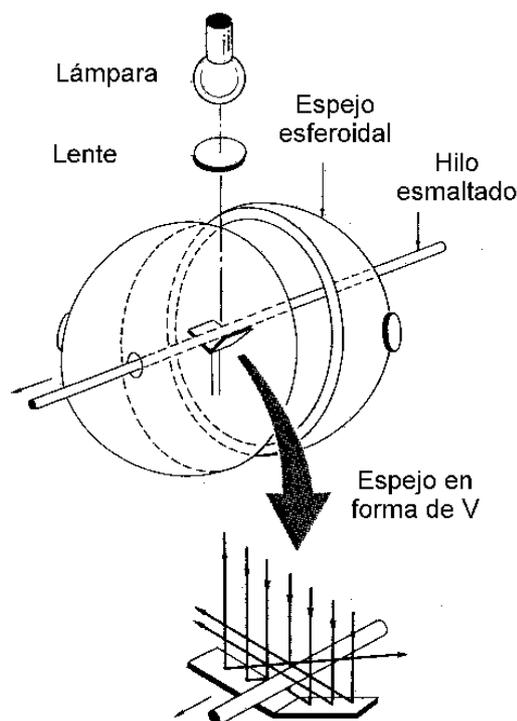


Figura 3.6: Esquema de una máquina de inspección de hilos esmaltados. El espejo en forma de V proporciona una iluminación del lado oscuro de la superficie del hilo.

Otro sistema para la medida de defectos en el recubrimiento de hilos es el que presenta *Faria y col.* [Faria et al., 1987]. El sistema desarrollado capta mediante un fotodetector la luz dispersada en un ángulo determinado, como se muestra en la Figura 3.7. En la

Figura 3.8 se muestran las señales para un hilo sin defectos y otro con defectos. A primera vista las diferencias no parecen muy significativas. Otro inconveniente que presenta este sistema es que obtiene información de una zona muy pequeña del hilo.

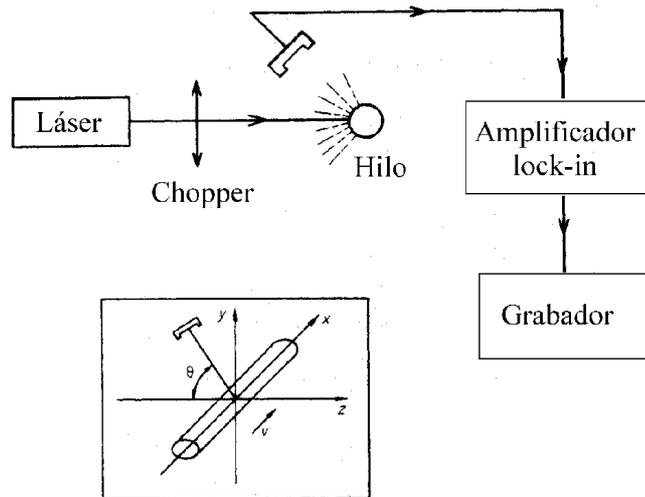


Figura 3.7: Diagrama del dispositivo de detección de defectos por difusión de luz propuesto por Faria y col. [Faria et al., 1987].

También se han desarrollado sistemas para la inspección de superficies cilíndricas de goma [Koizumi y Akiyama, 1985]. En este tipo de superficies los defectos típicos son protuberancias y hoyos. Un esquema del dispositivo experimental se muestra en la Figura 3.9. Sobre la superficie del hilo se incide con una línea de luz generada mediante una máscara. La superficie del hilo modifica la forma de la línea de luz. En el caso de simetría cilíndrica se forma un cono de luz, pero bajo la presencia de defectos dicho cono se deforma (Figura 3.10). Mediante la utilización de una lente colectora y de otra máscara se deja pasar sólo la luz que sale del cono debido al defecto y se obtiene así una señal que se recoge mediante un fotodetector.

Otro método utilizado para la detección de defectos en cables de alta tensión se muestra en las Figuras 3.11 y 3.12 [Puffer, 1984]. El sistema de iluminación consiste en seis lámparas que funcionan simultáneamente. La luz difundida en la dirección del hilo es redireccionada por un espejo y enviada a un 'array' de detectores. Mediante un procesado

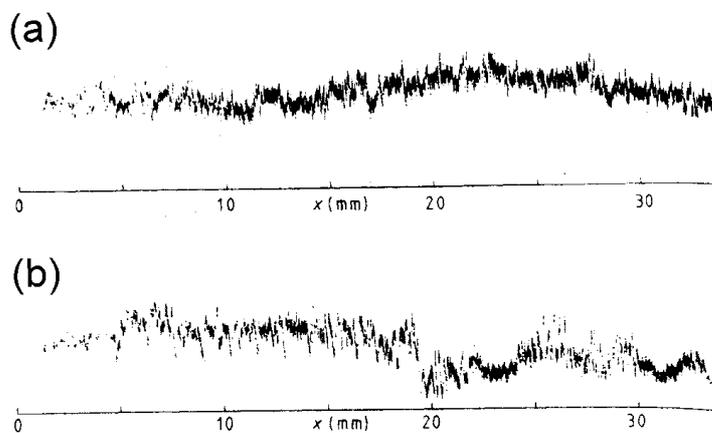


Figura 3.8: Señal de salida del dispositivo experimental para (a) un hilo sin defectos y (b) un hilo con daños. Desde nuestro punto de vista, las diferencias en la señal no son demasiado significativas.

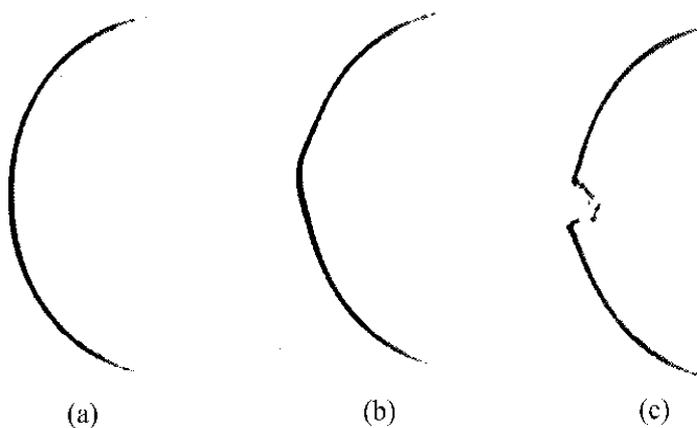


Figura 3.10: Diagrama de luz para superficies cilíndricas de goma con defectos. a) cilindro normal, b) efecto de una protuberancia, c) efecto de un agujero.

de la imagen son capaces de detectar defectos gruesos.

Una versión más moderna, y utilizada para hilos de pequeño diámetro ($> 300 \mu\text{m}$) ha sido desarrollada por *Stefani y col.* [Stefani et al., 1999]. Este sistema utiliza iluminación

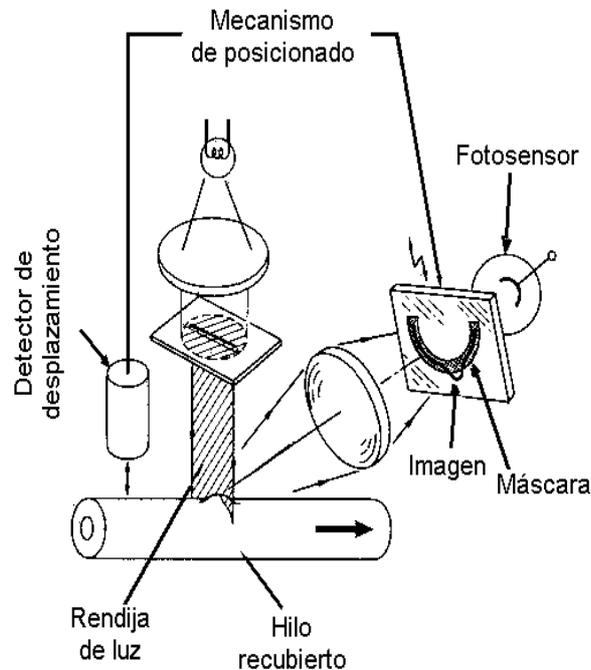


Figura 3.9: Esquema mostrando el dispositivo de medida de defectos en superficies cilíndricas de goma. La porción semicircular opaca de la máscara coincide con la sección de luz para el hilo sin defectos. El mecanismo de posicionado mueve la máscara para compensar vibraciones del hilo.

simultánea por ambos lados (no indican el tipo de luz utilizada) en incidencia normal al hilo y recogen la luz reflejada con un reflector cónico (Figura 3.13). El sistema de detección consiste en recoger toda la luz especular mediante un fotodetector obteniendo una señal de intensidad cuyas variaciones proporcionan información de los defectos. Sin embargo, para el caso de defectos longitudinales, como veremos, la luz es redireccionada dentro del mismo cono por lo que no se produce variación en la señal que llega al fotodetector. Por ello la sensibilidad del sistema es relativamente pequeña.

3.3.5 Técnicas reflectométricas

Recientemente se ha desarrollado una técnica para la inspección y medida de defectos en la superficie interna de tubos mediante reflectometría de fibra óptica [López et al., 1992a]

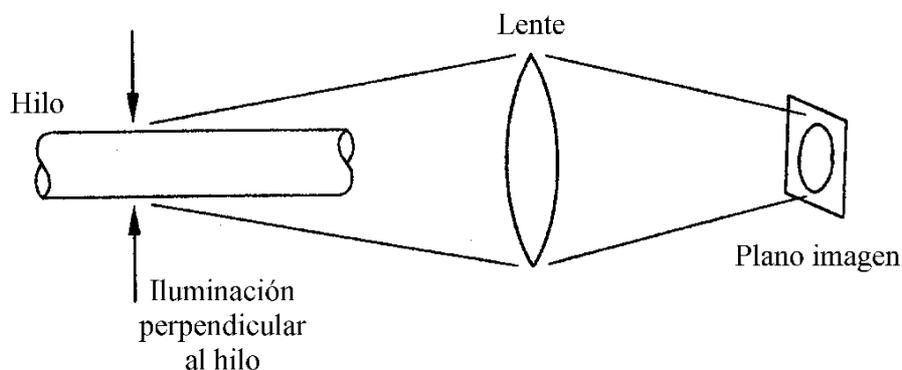


Figura 3.11: Esquema del método de medida. Una lente colecta la luz difundida por los defectos. Una cámara CCD forma la imagen del anillo.

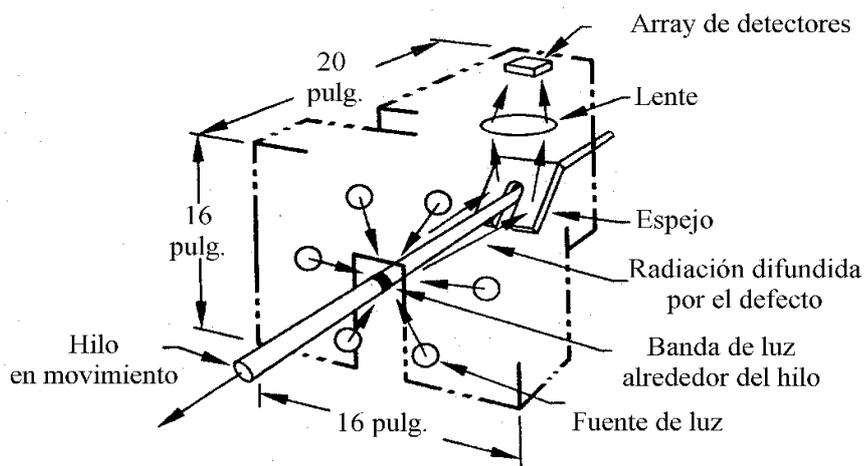


Figura 3.12: Esquema del dispositivo experimental realizado para la medida de defectos en cables eléctricos de alta tensión.

[López et al., 1992b] [López et al., 1994] [López et al., 1998]. La técnica consiste en situar cerca de la superficie a medir de dos fibras ópticas, una emisora y otra detectora (Figura 3.14), realizando un rastreo por la superficie a medir. Dependiendo de los parámetros de la superficie, de las fibras ópticas (diámetro y apertura numérica) y de la distancia de la fibra a la superficie así como la pendiente, varía la luz recogida por la fibra receptora.

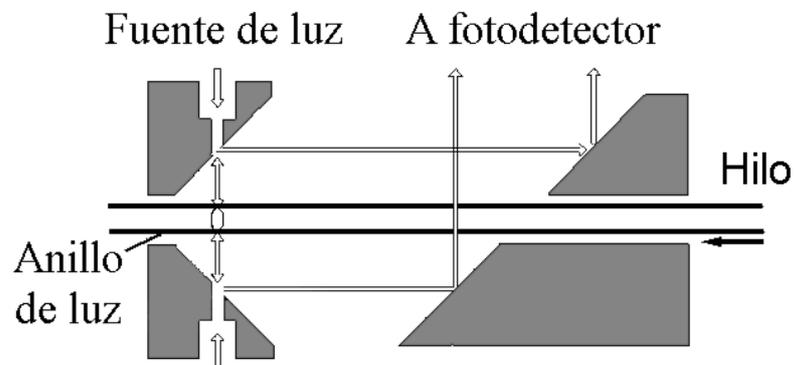


Figura 3.13: Diagrama de la sección transversal mostrando el camino recorrido por la luz para el sistema propuesto por Stefani y col. [Stefani et al., 1999].

Midiendo esta variación es posible realizar una reconstrucción de la superficie.

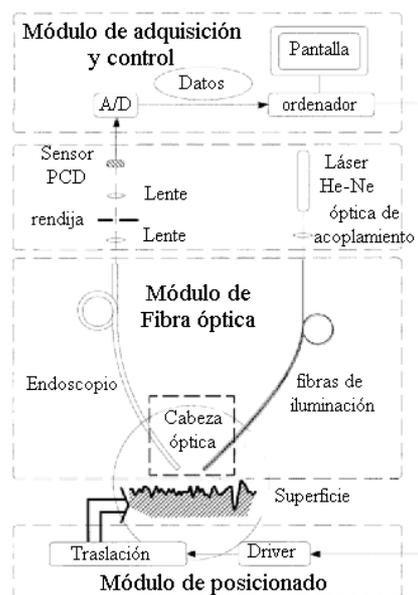


Figura 3.14: Esquema de la técnica reflectométrica.

3.4 Medida de la rugosidad (textura)

Aunque nuestro interés principal es la detección de defectos localizados, existen otro tipo de estructuras superficiales que se pueden presentar. Entre ellas, la rugosidad es una característica que muchas veces se desea medir en los hilos metálicos. Así por ejemplo para los hilos utilizados en las ruedas de caucho el interés es que la superficie presente una cierta rugosidad predeterminada para que los hilos no resbalen dentro del caucho.

Las técnicas difractivas son una herramienta útil para la detección y análisis de la rugosidad en superficies. Una forma simple de detectar la rugosidad sobre superficies es mediante la luz dispersada por la superficie. Mediante la teoría de la difracción por superficies rugosas es posible determinar la cantidad de luz dispersada en cada dirección en función de la rugosidad de la superficie [Beckmann y Spizzichino, 1987] [Ogilvy, 1991]. Mediante inversión de esta relación se calculan los parámetros de la rugosidad. Se han desarrollado distintos dispositivos basados en esta técnica. Por ejemplo, se ha desarrollado un sistema de medida de la rugosidad basado en el esparcimiento cónico [Cao et al., 1991]. Un haz láser circularmente polarizado incide sobre la superficie a medir y se recoge la luz dispersada mediante un mazo de fibra óptica dispuesto en un anillo. Mediante la intensidad recogida por cada cable de fibra óptica (87 detectores, 1 cada 2°) se obtiene un parámetro que está relacionado linealmente con la pendiente y a partir de aquí se pueden obtener medidas de rugosidad.

Se han desarrollado técnicas específicas para la medida de la rugosidad de objetos cilíndricos [Pérez Quintián, 1997] [Sanchez-Brea et al., 1998]. A partir de un desarrollo del modelo de *Kirchhoff* para la difracción [Beckmann y Spizzichino, 1987] cuando se incide con un haz láser de forma oblicua sobre el hilo se muestra que la información de la rugosidad se obtiene a partir de la medición de la anchura del anillo de luz difundida. La intensidad difundida viene descrita mediante

$$\begin{aligned} \langle I(\theta, \phi, \alpha) \rangle = & \frac{|E_0|^2}{(2\pi R_0)^2} \frac{[a(\theta, \phi, \alpha) \sin \alpha - c(\theta, \alpha) \cos \alpha]^2 \pi^2 L T^2}{\sigma^2 [a(\theta, \phi, \alpha) \cos(\phi/2) + b(\theta, \phi, \alpha) \sin(\phi/2)]^4} \cdot \\ & \cdot \exp\left(-\frac{(\cos \alpha - \cos \theta)^2 T^2}{4\sigma^2 [a(\theta, \phi, \alpha) \cos(\phi/2) + b(\theta, \phi, \alpha) \sin(\phi/2)]^2}\right), \end{aligned} \quad (3.1)$$

tal como se muestra en [Perez-Quintan et al., 1998], donde

$$a = -\cos \theta \cos \phi - \sin \alpha$$

$$b = -\sin \theta \sin \phi$$

$$c = \cos \alpha - \cos \theta,$$

T/σ es el parámetro de rugosidad y α , θ y ϕ vienen descritos en la Figura 3.15. En la Figura 3.16 se muestra el cono de luz obtenido cuando un hilo con rugosidad superficial se ilumina con un haz láser en incidencia oblicua para distintos parámetros de rugosidad.

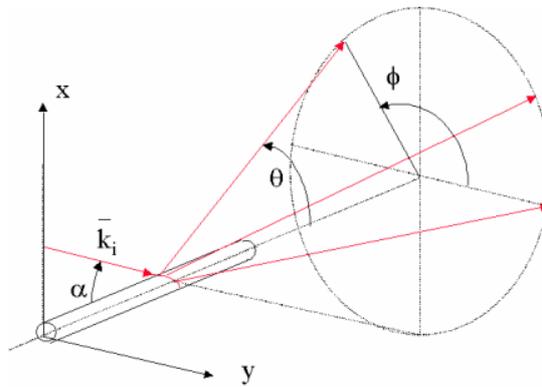


Figura 3.15: Esquema para el sistema de medición de la rugosidad.

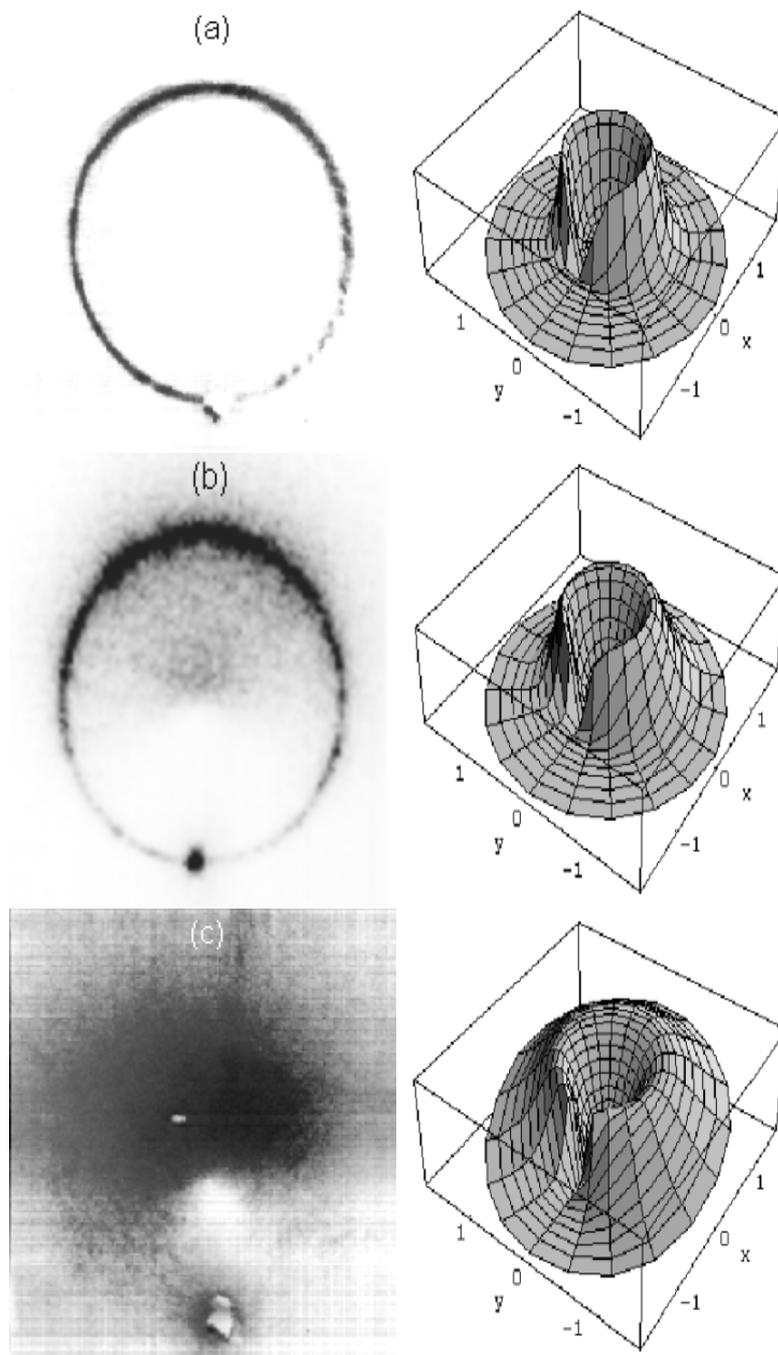


Figura 3.16: Distribución angular de la intensidad difundida por un hilo rugoso. Los parámetros en este caso son a) $T/\sigma = 15$, b) $T/\sigma = 10$ y c) $T/\sigma = 5$. Las imágenes de la izquierda son medidas experimentales y las de la derecha son simulaciones mediante la ec. (3.1).

Capítulo 4

Difusión de luz por hilos con estructuras superficiales longitudinales

El presente capítulo se divide en dos partes. En la primera se muestran resultados experimentales obtenidos por nosotros sobre las características principales que presenta la distribución de luz esparcida cuando un haz incide sobre un hilo metálico con defectos superficiales. En la segunda parte se desarrollan modelos para explicar la distribución de intensidad cuando el hilo presenta estructuras longitudinales. En lo que sigue se hace una revisión de los modelos existentes aplicados a objetos cilíndricos sin defectos. De estos modelos sin defectos, el difractivo es una aportación original. El objetivo principal de este capítulo se centra en la extensión de los modelos para incluir estructuras superficiales. Hemos desarrollado un modelo basado en la *Teoría Geométrica de la Difracción*, otro geométrico basado en el trazado de rayos y, finalmente, un modelo difractivo basado en la solución de la integral de *Kirchhoff* a partir del método de la fase estacionaria. Mediante estos modelos es posible predecir la distribución de intensidad difundida a partir del conocimiento de la topografía de la superficie.

4.1 Características de la difusión de luz por cilindros

Cuando un haz de luz incide sobre un objeto cuya descripción matemática es independiente de la coordenada axial $\mathbf{r} = [r(\varphi) \cos \varphi, r(\varphi) \sin \varphi, z]$ la distribución de intensidad sobre una pantalla perpendicular al eje del objeto presenta una serie de características que, para el caso de un cilindro sin defectos superficiales, $r(\varphi) = a_0$ son

1. Efecto geométrico debido a la reflexión de la luz sobre la superficie del cilindro

La característica principal observada es la generación de un cono de luz cuyo eje es el del propio hilo y con un ángulo igual al ángulo formado entre el haz de luz y el eje del hilo. Si el tamaño del hilo es suficientemente pequeño respecto de la distancia entre el hilo y la pantalla de observación entonces la distribución de intensidad en dicha pantalla se puede aproximar a una circunferencia [Rao et al., 1998] (Figura 4.1). La intensidad en cada punto de la circunferencia se puede explicar desde un punto de vista geométrico: si consideramos que los rayos son reflejados de manera especular por la superficie del hilo la intensidad para un cierto ángulo del cono depende de la sección eficaz con la que la luz incide sobre el cilindro, así como de la reflectividad de la superficie. Dicha reflectividad es función, según las conocidas fórmulas de *Fresnel*, tanto del ángulo entre el haz incidente y la normal sobre el hilo como de su polarización.

2. Efecto del cilindro como objeto difractor

En ángulos cercanos a la dirección de incidencia (del orden de $\pm 10^\circ$) aparecen una serie de máximos y mínimos de intensidad que se pueden asociar con el fenómeno de difracción. Una aproximación simple a la difracción por cilindros cuando la incidencia es normal al eje del cilindro consiste en suponer que la figura de difracción es equivalente a la de la proyección geométrica de una cinta (complementario de la rendija). Al igual que para el caso de la rendija plana la posición de los mínimos está relacionada con su anchura, en el caso del cilindro la posición de estos mínimos de difracción proporciona el diámetro del hilo.

Experimentalmente se observa que las posiciones de los mínimos no se corresponden exactamente con las predichas con la aproximación de *Fraunhofer*. Esto es debido principalmente a las características tridimensionales del objeto. Un modelo riguroso para la difracción por cilindros se presenta en [Bohren y Huffman, 1983]. Sin embargo mediante

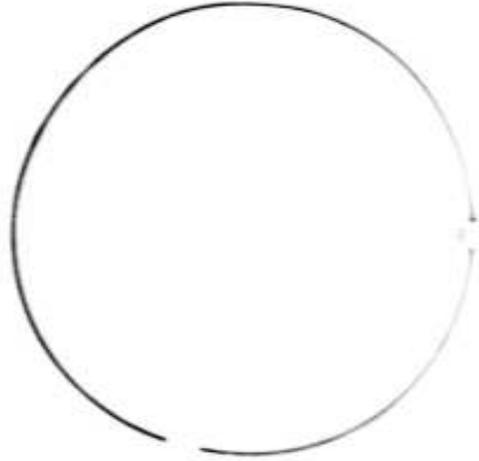


Figura 4.1: Imagen de la circunferencia obtenida con un hilo sin apenas defectos superficiales. La distribución de intensidad es máxima a 180° de la dirección de incidencia. Se ha eliminado el máximo de difracción para evitar la saturación de la cámara. La discontinuidad de la parte inferior corresponde al soporte del hilo

modelos más simples obtienen fórmulas sencillas para calcular el diámetro mediante el ajuste de los mínimos de difracción [Schmidt, 1976] [Bernabeu et al., 1999].

Cuando el hilo presenta además variaciones en la topografía respecto de la del cilindro perfecto se presentan adicionalmente otra serie de efectos que se pueden observar en la distribución de intensidad:

3. Variaciones de intensidad sobre el hilo debido a estructuras superficiales longitudinales

En hilos que presentan estructuras superficiales longitudinales la distribución de intensidad sobre el cono de luz difundida no es uniforme, como sucede en la Figura 4.1, sino que debido a las variaciones en la topografía aparecen inhomogeneidades en la intensidad. Como nuestro interés principal se encuentra en la detección y caracterización de las estructuras superficiales, nos centraremos principalmente en el estudio de dichas inhomogeneidades. En la Figura 4.2 se muestra la intensidad sobre el cono obtenida para el caso de un cilindro con estructuras longitudinales. En las localizaciones de los defectos normalmente aparecen disminuciones de intensidad, así como máximos en localizaciones cercanas.



Figura 4.2: Imagen de la circunferencia obtenida con un hilo con defectos longitudinales. Aparecen una serie de máximos y mínimos de intensidad que están relacionados con los defectos. El máximo de difracción ha sido eliminado para evitar la saturación de la cámara.

4. Ensanchamiento del anillo de luz debido a estructuras transversales

En las localizaciones donde se presentan estructuras que no son longitudinales, como agujeros, terminaciones de ralladuras, etc. , aparece un ensanchamiento local del anillo al existir rayos que se salen del cono de luz (Figura 4.3). Esto es debido a la pérdida de simetría [$r(\varphi) \rightarrow r(\varphi, z)$].

5. Ensanchamiento del anillo de luz debido a rugosidad

Cuando el hilo presenta rugosidad en su superficie, el cono de luz se ensancha siendo dicho ensanchamiento mayor para ángulos opuestos a la dirección de incidencia (Figura 4.4) [Perez-Quintan et al., 1998]. Esto es debido a que la distribución angular de la luz difractada por una superficie rugosa depende del ángulo de incidencia sobre la superficie [Beckmann y Spizzichino, 1987]. Las direcciones cercanas a la dirección de incidencia se corresponden con zonas donde los rayos inciden de forma rasante sobre la superficie del hilo, siendo la anchura de esta distribución angular mucho menor que para el caso de incidencia normal.



Figura 4.3: Imagen de un trozo de la circunferencia obtenida con un hilo con un defecto transversal. Se puede observar el ensanchamiento del anillo en esta zona.

6. Efecto difraccional local debido a los defectos superficiales

Un modelo geométrico no puede explicar completamente la distribución de intensidad del cono pues para algunos tipos de defectos aparece un efecto difractivo local. Este efecto se ve claramente en defectos con bordes abruptos apareciendo una distribución de máximos y mínimos característica (Figura 4.5).

4.2 Modelos para la difracción de luz por cilindros

El fenómeno de la propagación de la luz bajo la presencia de objetos que perturban la propagación libre es lo que normalmente se denomina *difracción*. La solución más rigurosa se obtiene a partir de las ecuaciones de *Maxwell*; sin embargo dicha solución solamente se puede obtener para objetos muy sencillos [Petykiewicz, 1986]. Para el caso del cilindro es posible obtener una solución rigurosa bajo ciertas aproximaciones impuestas a las condiciones de contorno [Bohren y Huffman, 1983]. Dicha solución tiene una forma de desarrollo en series que converge suficientemente rápido cuando el radio es mucho menor que la longitud de onda (difusión de *Rayleigh*). Mediante una transformación de esta solución es posible obtener un desarrollo asintótico para el caso de cilindros con un radio mucho mayor que la longitud de onda del haz incidente [Hönl et al., 1961]. Sin embargo, una extensión al caso de hilos con estructuras superficiales no es viable debido a que las



Figura 4.4: Imagen de la circunferencia obtenida con un hilo con una superficie rugosa. El ensanchamiento es máximo para un ángulo de 180° del ángulo de incidencia. El máximo de difracción ha sido eliminado para evitar la saturación de la cámara.

condiciones de contorno no permiten un desarrollo en series.

Para poder tratar problemas no canónicos, se han desarrollado una serie de aproximaciones y modelos. La *Teoría de la difracción de Kirchhoff* es con mucho el modelo más extendido para el cálculo del campo difractado [Born y Wolf, 1980]. Esta teoría supone la solución de una integral doble, que en muchos casos no se puede realizar de forma analítica [Stamnes, 1986]. Existen, sin embargo, otros enfoques que son conceptual y computacionalmente más sencillos. Entre ellos se encuentra la teoría de *Young-Maggi-Rubinowicz* [Miyamoto y Wolf, 1962] y la *Teoría geométrica de la difracción (GTD, Geometrical Theory of Diffraction)* [Keller, 1962]. La primera es un modelo ondulatorio que determina la intensidad difractada como una suma de dos campos: un campo geométrico debido a la propagación la onda incidente y otro campo difractado que se genera en el borde del objeto difractante. La *GTD* es un modelo de rayos y supone que la difracción es un fenómeno local. Además de los rayos usuales de la teoría geométrica la *GTD* supone la existencia de otros rayos que se generan en la superficie y que son soluciones estacionarias permitidas por el principio de *Fermat*. Dichos rayos viajan por la superficie y salen de ella de forma tangencial en forma de nuevos rayos. La amplitud de estos rayos difractados se obtiene por comparación con soluciones rigurosas canónicas. Esta



Figura 4.5: Imagen de la circunferencia donde se muestra un defecto abrupto que produce una figura de difracción característica. El anillo ha sido ensanchado mediante una lente cilíndrica ,como se verá en la *Sección 5.2.5*, para una mejor visualización.

teoría, aunque se ha tenido que mejorar para evitar ciertos problemas de discontinuidades [Kouyoumjian y Pathak, 1974], presenta unos resultados muy aproximados a los obtenidos por la solución rigurosa [Skwirzynski, 1981]. La *GTD* se puede interpretar también como una aproximación por el *Método de la fase estacionaria (SPM, Stationary Phase Method)* a la teoría propuesta por *Maggi y Rubinowicz* [Stamnes, 1986]. Un resultado que se obtiene mediante la *GTD* es que para el caso de hilos cuyo diámetro es suficientemente grande respecto de la longitud de onda los rayos superficiales decaen muy rápidamente, por lo que gran parte de la distribución de intensidad está gobernada fundamentalmente por los rayos reflejados (rayos geométricos).

En esta sección se desarrolla un estudio para determinar cómo la luz es difundida por objetos cilíndricos con estructuras superficiales longitudinales. Para ello utilizaremos tres modelos: uno basado en la *GTD*, un modelo puramente geométrico y un modelo basado en la solución de la integral de *Kirchhoff* mediante la *SPM*.

4.3 Solución rigurosa para el hilo sin defectos superficiales

El modelo más riguroso para determinar la difusión de luz por un objeto es el cálculo del campo electromagnético a partir de las ecuaciones de *Maxwell*. Si se eliminan cargas y corrientes las ecuaciones de *Maxwell* nos conducen a la ecuación de *Laplace*

$$(\Delta + k^2) v(r, \theta) = 0, \quad (4.1)$$

donde v representa el campo eléctrico o magnético, k es el número de ondas y (r, θ) representan las coordenadas, en este caso cilíndricas. La ecuación de *Laplace* para el caso del cilindro se puede resolver mediante separación de variables. Supongamos que sobre un cilindro de radio a_0 y conductividad infinita incide una onda plana perpendicular al eje del cilindro¹ (Figura 4.6)

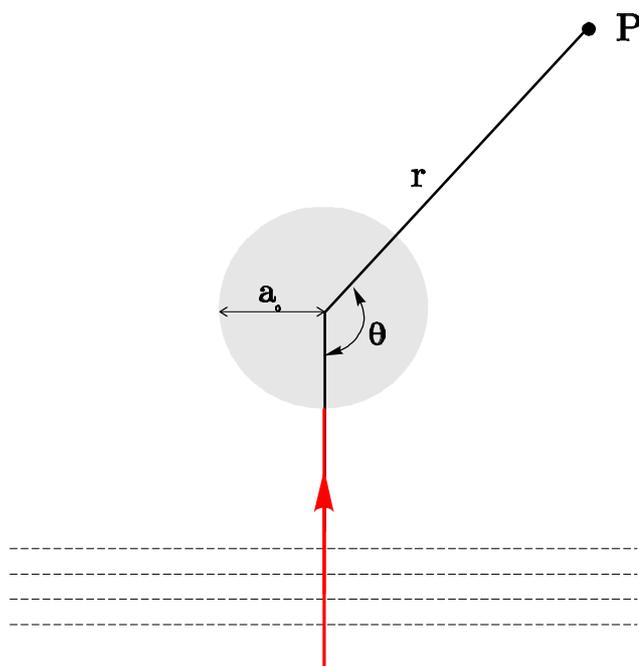


Figura 4.6: Esquema del haz incidente sobre un hilo.

¹Nótese que la nomenclatura utilizada en esta sección no corresponde con la del resto del capítulo. Ello se ha hecho por consistencia con la notación seguida por la literatura referenciada.

$$v_0(r, \theta) = \exp(-i k r \cos \theta). \quad (4.2)$$

Las condiciones de contorno sobre la superficie del cilindro correspondientes (independientes de z) son para la polarización paralela (p) y perpendicular (s) respectivamente

$$v(a_0, \theta) = 0, \quad (p) \quad (4.3a)$$

$$\frac{\partial v(a_0, \theta)}{\partial r} = 0. \quad (s) \quad (4.3b)$$

Resolviendo la ecuación de *Laplace* bajo estas condiciones de contorno se llega a que el campo $v(r, \theta)$ se puede expresar como un desarrollo en series

$$v(r, \theta) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left\{ J_n(kr) - \frac{J_n(\varepsilon)}{H_n^1(\varepsilon)} H_n^1(kr) \right\} \exp \left[in \left(\theta - \frac{\pi}{2} \right) \right], \quad (4.4)$$

donde $- = 1$ para el caso p y $- = \partial/\partial\varepsilon$ para el caso s , $\varepsilon = k a_0$, $J_n(x)$ son los polinomios de *Bessel* de orden n y $H_n^1(x)$ son los polinomios de *Hankel* de primera especie de orden n . Mediante estas series se puede estudiar la dispersión de *Rayleigh* por cilindros ($\varepsilon \ll 1$), resolviéndose mediante cálculo numérico para valores de hasta $\varepsilon < 10$. Para valores mayores estas series convergen muy lentamente, por lo que *Watson* [Watson, 1918] realizó una serie de transformaciones que hacen la sumatoria más rápidamente convergente. El campo según esta nueva serie se puede describir como la suma de dos términos

$$v(r, \theta) = v_g(r, \theta) + v_{dif}(r, \theta), \quad (4.5)$$

donde

$$v_{dif}(r, \theta) = \pi \sum_s \left\{ \frac{-H_v^2(\varepsilon)}{\frac{\partial}{\partial v} H_v^1(\varepsilon)} \right\}_{v_s} \frac{\cos v_s \theta}{\sin \pi v_s} \exp \left[-i \frac{\pi}{2} v_s \right] H_{v_s}^1(kr) \quad (4.6)$$

se denomina el “campo difractado” y

$$v_g(r, \theta) = -\frac{1}{2} \oint \exp [iv (\theta - \pi/2)] \frac{-H_v^2(\varepsilon)}{H_v^1(\varepsilon)} H_v^1(kr) dv \quad (4.7)$$

es el “campo geométrico”. En estas ecuaciones v_s son las raíces de $-H_v^1(\varepsilon) = 0$, que dependerán de la polarización.

4.4 Modelo de rayos como solución del desarrollo riguroso

Para obtener una fórmula más manejable se puede realizar un desarrollo asintótico de la ec. (4.5), aplicable para el caso de hilos cuyo radio es mucho mayor que la longitud de onda ($ka_0 \gg 1$). Cuando la distancia de observación es a su vez mucho mayor que el radio del hilo ($r \gg a$) entonces los polinomios de *Hankel* se pueden escribir como

$$H_{vs}^1(kr) \rightarrow \sqrt{\frac{2}{\pi k}} \frac{\exp \left[i \left(k \sqrt{r^2 - a_0^2} - v_s \arccos \frac{a_0}{r} - \frac{\pi}{4} \right) \right]}{(r^2 - a_0^2)^{1/4}}. \quad (4.8)$$

En este caso el valor de v_s se puede aproximar según

$$v_s = \varepsilon + \left(\frac{\varepsilon}{6} \right)^{1/3} q_s \exp\left(\frac{i\pi}{3}\right), \quad (4.9)$$

donde los valores q_s vienen dados en la Tabla 4.1 Con ello, el término entre corchetes de

s	q_s^{\parallel}	q_s^{\perp}	C_s^{\parallel}	C_s^{\perp}
1	3.372134	1.469354	0.91072	1.53187
2	5.895843	4.684712	0.69427	0.78520
3	7.962025	6.951787	0.59820	0.64199
4	9.788127	8.889027	0.53974	0.56719
5	11.457423	10.632519	0.49897	0.51840
...

Tabla 4.1: Valores q_s y C_s para las polarizaciones paralela y perpendicular.

la ec. (4.6) se puede escribir como

$$\left\{ \frac{-H_v^2(\varepsilon)}{\frac{\partial}{\partial v} H_v^1(\varepsilon)} \right\}_{vs} = \frac{\exp(5\pi i/6)}{2\sqrt{\pi}} \varepsilon^{1/3} C_s. \quad (4.10)$$

También mediante la ec. (4.8) y considerando la igualdad

$$\frac{\cos v\phi}{\sin \pi v} \exp\left(-\frac{i\pi}{2}v\right) = -i \frac{\exp[iv(\phi + 3\pi/2)] + \exp[iv(3\pi/2 - \phi)]}{1 - \exp(2\pi iv)} \quad (4.11)$$

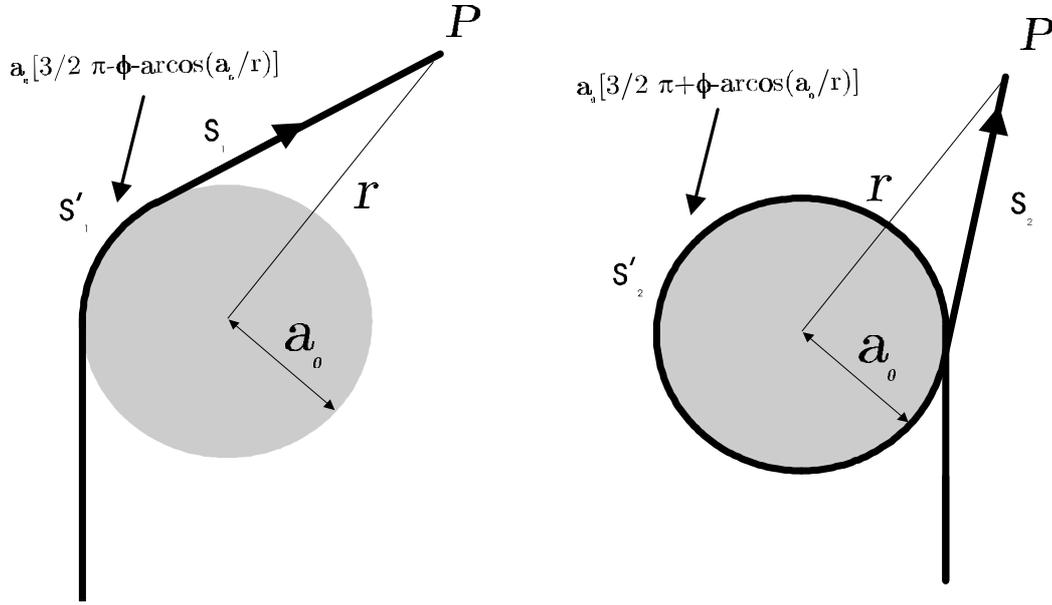


Figura 4.7: Recorrido de las ondas superficiales. Cuando $r \rightarrow \infty$ el camino sobre la superficie del hilo es $\pi + \theta$ y $\pi - \theta$ respectivamente.

se obtiene que el *campo difractado* es

$$v_{dif}(r, \theta) = \varepsilon^{1/3} \frac{\exp \left[i \left(k \sqrt{r^2 - a_0^2} + \pi/12 \right) \right]}{\sqrt{2k} (r^2 - a_0^2)^{1/4}} \cdot \sum_S \frac{C_S}{1 - \exp(2\pi i v_s)} \quad (4.12)$$

$$\left(\exp \left\{ i v_s \left(\frac{3\pi}{2} + \theta - \arccos \frac{r}{a_0} \right) \right\} + \exp \left\{ i v_s \left(\frac{3\pi}{2} - \theta - \arccos \frac{r}{a_0} \right) \right\} \right),$$

y bajo la aproximación de campo lejano ($r \rightarrow \infty$),

$$v_{dif}(r, \theta)|_{r \rightarrow \infty} = \varepsilon^{1/3} \frac{\exp [i (kr + \pi/12)]}{\sqrt{2kr}} \quad (4.13)$$

$$\cdot \sum_S \frac{C_S}{1 - \exp(2\pi i v_s)} \{ \exp [i v_s (\pi + \theta)] + \exp [i v_s (\pi - \theta)] \}.$$

Este enfoque se puede interpretar en términos de rayos. Las partes exponenciales imaginarias complejas $(\pi + \theta)$ y $(\pi - \theta)$ representan el camino óptico sobre la superficie del hilo, como se muestra en la Figura 4.7. El término complejo v_s (ec. 4.9) se interpreta como rayos superficiales que decrecen exponencialmente en intensidad debido a una emisión

tangencial. Esta emisión tangencial también se pueden interpretar en forma de rayos. El término r representa un desfase y es igual, para campo lejano, a la distancia entre el hilo y el punto de observación P . El denominador dentro de la sumatoria representa las infinitas vueltas que el rayo superficial puede dar sobre la superficie del hilo

$$\sum_{n=0}^{\infty} \exp(2\pi i n v_s) = \frac{1}{[1 - \exp(2\pi i v_s)]}, \quad (4.14)$$

donde n es el número de vueltas.

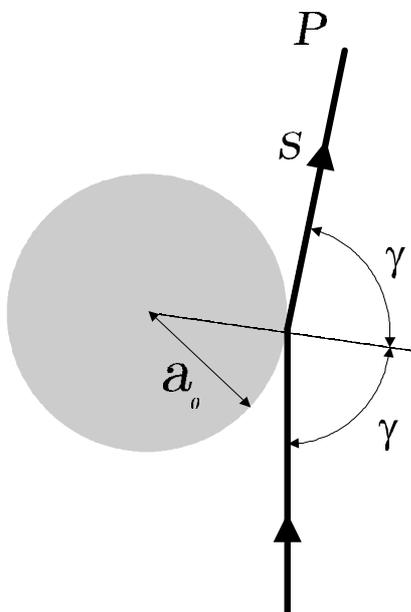


Figura 4.8: Rayo geométrico que se refleja sobre la superficie del hilo con un ángulo γ y alcanza el punto P .

Campo geométrico

El campo geométrico $v_g(r, \theta)$ de la ec. (4.7) también se puede interpretar en términos de rayos (Figura 4.8). Mediante un desarrollo asintótico de la integral análogo al anterior se

obtiene que el *campo geométrico* se puede escribir como [Hönl et al., 1961]

$$v_g(r, \theta) \approx \exp(-i k r \cos \theta) \mp \sqrt{\frac{a_0 \cos \gamma}{2\sqrt{r^2 - a_0^2 \sin^2 \gamma} - a_0 \cos \gamma}} \exp \left\{ i k \left(\sqrt{r^2 - a_0^2 \sin^2 \gamma} - 2 a_0 \cos \gamma \right) \right\},$$

y para campo lejano ($r \rightarrow \infty$)

$$v_g(r, \theta)|_{r \rightarrow \infty} \rightarrow \exp(-i k r \cos \theta) \mp \frac{\exp(i k r)}{\sqrt{2 r}} \sqrt{a_0 \cos \gamma} \exp[-i 2 k a_0 \cos \gamma], \quad (4.15)$$

donde el signo \mp es para el caso p y s respectivamente. Es de notar que en esta última ecuación el número de ondas k solamente aparece en la fase, mientras que esto no ocurría en la ec.(4.7). La ec. (4.15) coincide con la representación geométrica: el primer término se puede asociar a la onda incidente de amplitud unidad y el segundo a la onda reflejada sobre la superficie del hilo.

A partir del desarrollo asintótico de la ec. (4.5), es decir mediante las ecs. (4.13) y (4.15), es posible determinar la distribución de intensidad para la difracción de una onda plana en incidencia normal por un hilo de conductividad infinita en campo lejano. En la Figura 4.9 se muestra dicha distribución de intensidad para tres hilos de distinto radio. Los máximos y mínimos son debidos a las interferencias entre v_{dif} y v_g . Para cilindros de pequeño diámetro el campo difractado v_{dif} contribuye de forma importante. Sin embargo, a medida que el radio aumenta esta contribución disminuye rápidamente siendo significativo únicamente el campo geométrico, como se muestra en la Figura 4.10. En la Figura 4.11 se muestran los ángulos a partir de los cuales la intensidad difractada $|v_{dif}(r, \theta)|^2$ es menor que el 1% de la intensidad máxima reflejada. Este ángulo aumenta al aumentar el radio y es siempre mayor para la polarización p que para la polarización s . A partir de las Figuras 4.10 y 4.11 podemos concluir que buena parte de la distribución de intensidad está gobernada por la componente geométrica, excepto para ángulos muy cercanos al máximo de difracción.

4.5 Modelo basado en la Teoría Geométrica de la Difracción

La solución asintótica del modelo electromagnético para el caso de superficies cilíndricas no se puede aplicar al caso de hilos con estructuras superficiales pues se ha resuelto para

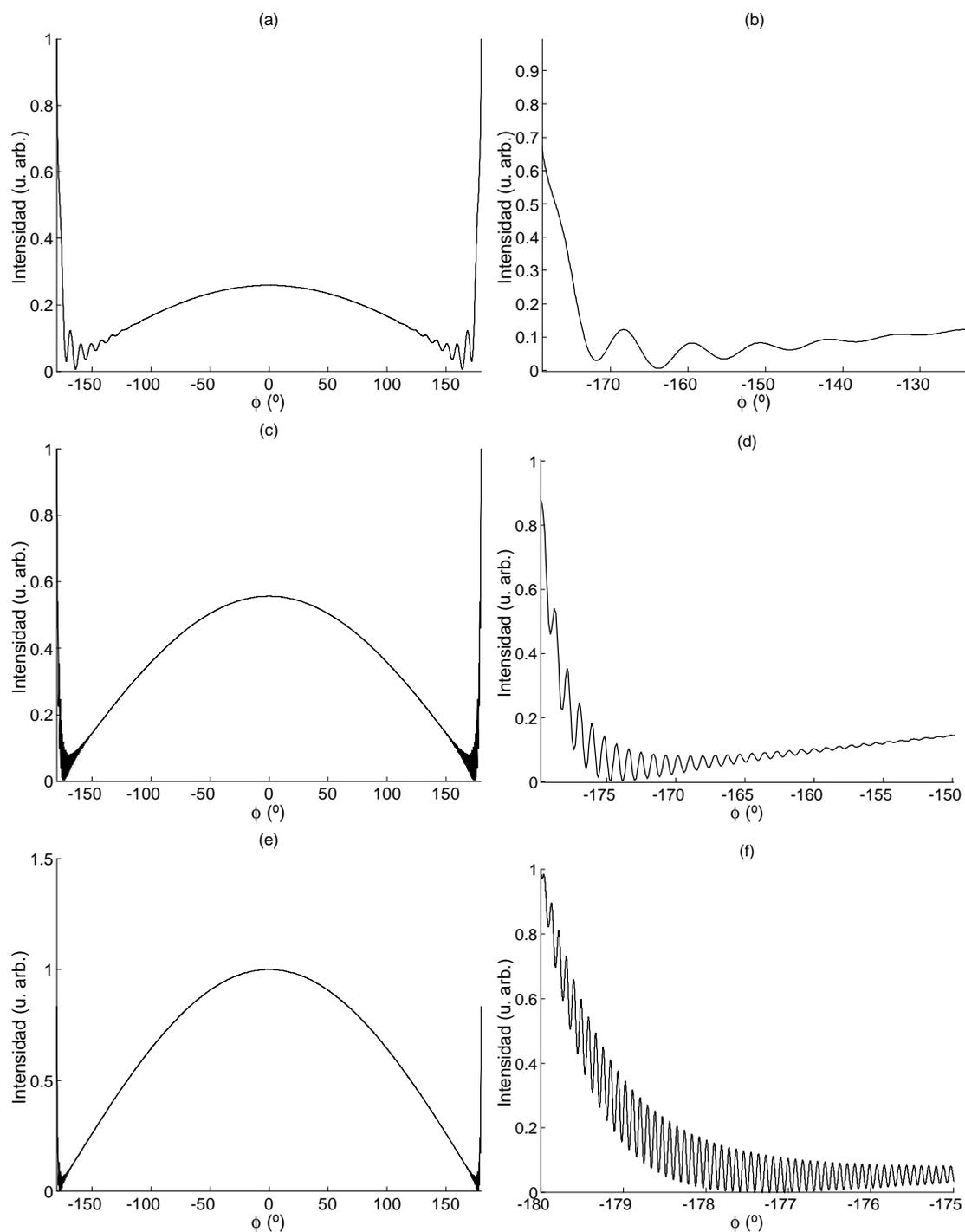


Figura 4.9: Intensidad difundida según el modelo asintótico para dos hilos, a) $a_0 = 2 \mu\text{m}$, b) $a_0 = 20 \mu\text{m}$, c) $a_0 = 200 \mu\text{m}$, para polarización p en el caso de campo lejano. El número de capas consideradas [términos en el sumatorio de la ec. (4.13)] es de 5. La longitud de onda es $\lambda = 0.628 \mu\text{m}$.

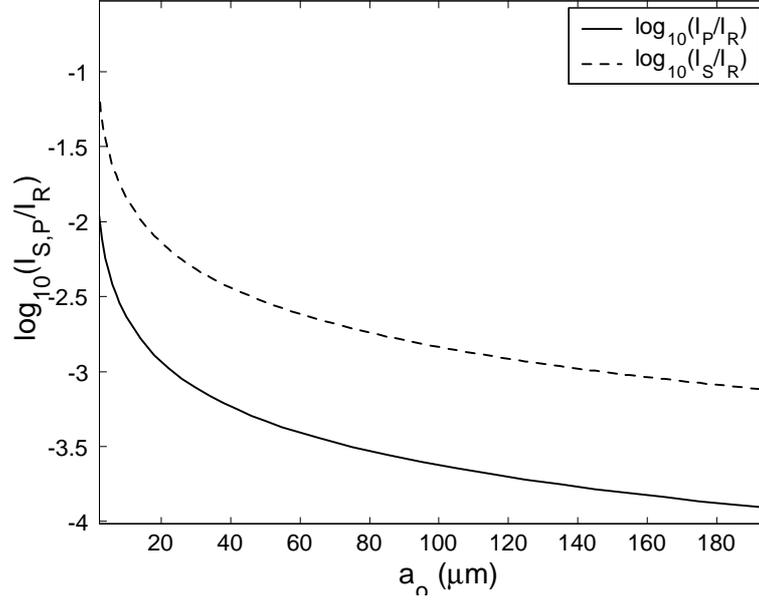


Figura 4.10: Logaritmo en base 10 de la intensidad difractada respecto de la reflejada en función del radio del cilindro, según la aproximación de la Teoría Geométrica de la Difracción. $I_P = |v_{dif}^{\parallel}(r, \phi)|^2$, $I_S = |v_{dif}^{\perp}(r, \phi)|^2$, $I_R = |v_g(r, \phi)|^2$. El número de capas consideradas [términos en el sumatorio de la ec. (4.13)] es de 5. La longitud de onda es $\lambda = 0.628 \mu\text{m}$.

un cilindro de radio a_0 constante y su extensión significa modificar las condiciones de contorno. Es por ello necesario realizar algunas hipótesis que amplíen su utilización. Esto es lo que realizó *Keller* con la *Teoría Geométrica de la Difracción (GTD)* [Keller, 1962]. La *GTD* es una generalización de la óptica geométrica mediante la ampliación del principio de *Fermat*: además de los rayos normalmente considerados en la óptica geométrica se consideran los rayos superficiales que viajan por las fronteras entre dos medios. Estos rayos superficiales también recorren un camino óptico estacionario. Los rayos que inciden sobre bordes, así como los que inciden de forma tangencial sobre el objeto, originan rayos difractados que recorren geodésicas sobre la superficie emitiendo energía de manera gradual en forma de nuevos rayos tangenciales a la superficie. La intensidad de estos rayos se atenúa exponencialmente debido a la pérdida de energía de los rayos superficiales por esta emisión tangencial (Figura 4.12). El campo asignado a los rayos geométricos se calcula mediante el principio de conservación de la energía, haciendo que flujo de energía entre dos

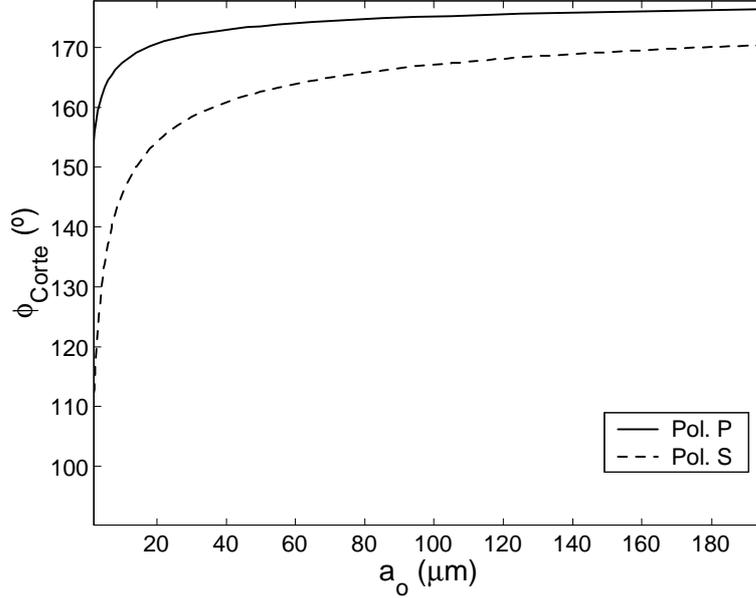


Figura 4.11: Ángulos a partir de los cuales la intensidad difractada es el 1% del máximo de intensidad reflejada en función del radio del cilindro. El número de capas consideradas [términos en el sumatorio de la ec. (4.13)] es de 5. La longitud de onda es $\lambda = 0.628 \mu\text{m}$.

rayos incidentes sea igual al flujo de entre esos dos mismo rayos después de ser reflejados sobre la superficie. Para calcular la energía de los rayos difractados se supone que emiten continuamente debido a la curvatura de la superficie. Mediante estas consideraciones se llega a una ecuación similar a la ec. (4.5) [ecs. (4.15) y (4.13)], pero en la cual la curvatura de la superficie puede variar

$$v(P) = v_g(P) + v_0(P') B(P') B(P'') \sqrt{\frac{d\sigma'}{d\sigma''} \frac{\varrho_1}{s(\varrho_1 + s_1)}} \exp \left[ik(s_1 + s'_1) - \int_0^{s'_1} \beta(s) ds \right]. \quad (4.16)$$

El segundo término es la intensidad de los rayos superficiales obtenida por consideraciones radiométricas. En esta ecuación ϱ_1 es la distancia entre la cáustica en el borde y la segunda cáustica del rayo difractado, s_1 representa el camino óptico en el vacío, s'_1 es el camino óptico sobre la superficie del hilo, P' es la posición donde el rayo incide sobre la superficie, P'' es el punto donde el rayo sale de la superficie, $v_0(P)$ es el campo que llega directamente

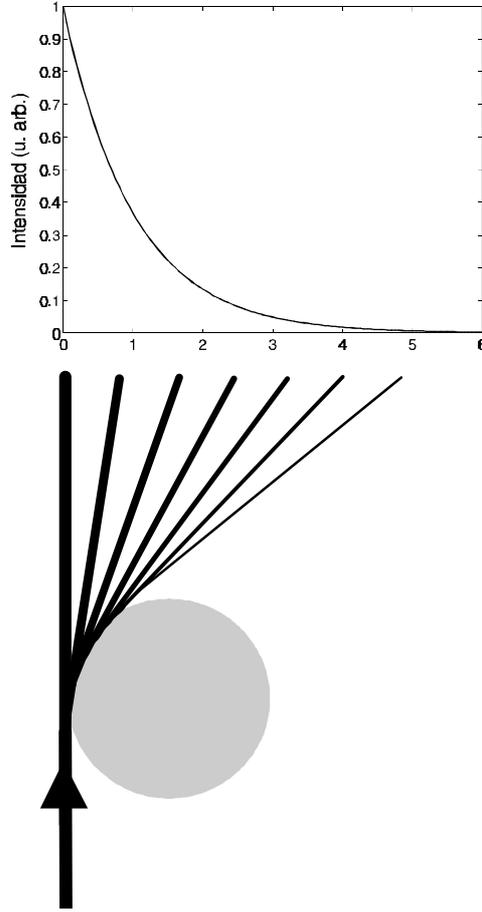


Figura 4.12: Esquema de cómo los rayos superficiales pierden energía al propagarse. Los rayos emitidos también poseen menor energía a medida que van siendo emitidos.

a P desde la fuente, $v_0(P')$ es el campo incidente sobre la superficie, $B(P')$, $B(P'')$ son coeficientes de difracción que dependen de las propiedades locales de P' y P'' , $\beta(s)$ es un coeficiente de radiación, que depende de la curvatura de la superficie y $d\sigma'/d\sigma''$ considera el ensanchamiento del pincel de luz al propagarse por la geodésica sobre la superficie.

Cuando la ec. (4.16) se aplica al caso del cilindro de radio a_0 [Hönl et al., 1961] en aproximación de campo lejano resulta

$$v(P) = v_g(P) + v_0(P') \frac{B^2}{r^{1/2}} \frac{\exp(ikr)}{1 - \exp[2\pi(i\varepsilon - a_0\beta)]} \cdot \{\exp[(i\varepsilon - a_0\beta)(\phi - \pi)] + \exp[(i\varepsilon - a_0\beta)(\pi - \phi)]\}.$$

Comparando esta ecuación, obtenida mediante la teoría de *Keller*, con la solución asintótica al problema riguroso (ec. 4.13) se obtiene que en vez de un único coeficiente existe una sumatoria cuyos coeficientes de difracción B_s y coeficientes de radiación β_s de los rayos difractados son

$$B_s^2 = \frac{a_0^{1/2} C_s}{\sqrt{2} k^{1/6}}, \quad (4.17a)$$

$$\beta_s = \frac{\sqrt{3} - i}{2} \left(\frac{k}{6}\right)^{1/3} a_0^{-2/3} q_s, \quad (4.17b)$$

presentando además un desfase entre cada rayo de

$$\delta_s = \frac{q_s}{2k^{2/3}} \left(\frac{a_0}{6}\right)^{1/3}. \quad (4.18)$$

Una vez calculados los coeficientes de difracción y radiación para un cilindro de radio constante la *GTD* hace la suposición que estos coeficientes son válidos localmente, cambiándose el valor del radio por el del *radio de curvatura* sobre el camino de propagación del rayo, y que ahora puede ser variable:

$$a_0 \rightarrow a(z, \varphi). \quad (4.19)$$

El campo para un cilindro convexo con variaciones en la topografía es entonces

$$v_g(P) = v_0(P) \mp v_0(P_0) \sqrt{\frac{a(P_0) \cos \gamma}{2s}} \exp(iks) \quad (4.20)$$

$$v_{dif}(P) = \frac{\exp(i\pi/12)}{\sqrt{2} k^{1/6}} \cdot \left\{ \begin{array}{l} \frac{v_0(P'_1)}{\sqrt{s_1}} [a(P'_1)a(P''_1)]^{1/6} \sum_n \frac{C_n \exp\left(-\gamma_n \int_0^{s'_1} a^{-2/3}(s) ds\right)}{1 - \exp(ik \oint ds - \gamma_n \oint a^{-2/3}(s) ds)} \exp[ik(s_1 + s'_1)] + \\ + \frac{v_0(P'_2)}{\sqrt{s_2}} [a(P'_2)a(P''_2)]^{1/6} \sum_n \frac{C_n \exp\left(-\gamma_n \int_0^{s'_2} a^{-2/3}(s) ds\right)}{1 - \exp(ik \oint ds - \gamma_n \oint a^{-2/3}(s) ds)} \exp[ik(s_2 + s'_2)] \end{array} \right\},$$

donde los dos términos del corchete en $v_{dif}(P)$ corresponden a rayos en cada dirección y los términos s, s_1, s'_1, s_2, s'_2 vienen definidos en las Figuras 4.7 y 4.8.

4.5.1 Campo geométrico para cilindros con defectos superficiales

Como hemos visto en la *Sección 4.4*, cuando el hilo tiene un diámetro mayor de unas pocas decenas de micras para gran parte del cono generado por la luz difundida la contribución casi única es la debida al campo geométrico. Es por ello que, para conocer el comportamiento que los defectos tienen sobre la distribución de intensidad, sea posible despreciar la componente difractiva v_{dif} , por ser únicamente relevante a la hora de estudiar los mínimos de difracción. Para determinar el campo geométrico difundido v_g por un hilo con defectos superficiales según la ec. (4.20) debemos calcular el radio de curvatura de la superficie. Supondremos que la incidencia del haz de luz es normal al eje del hilo y que los defectos son longitudinales. La superficie del hilo se puede expresar entonces, en coordenadas polares, mediante ²

$$\mathbf{r} = [r(\varphi) \cos \varphi, r(\varphi) \sin \varphi, z], \quad (4.22)$$

donde las coordenadas están descritas en la Figura 4.13 y z es la dirección en el eje del hilo. El radio de curvatura en la dirección de propagación de los rayos superficiales viene descrito mediante [Spiegel y Abellanas Rapun, 1988]

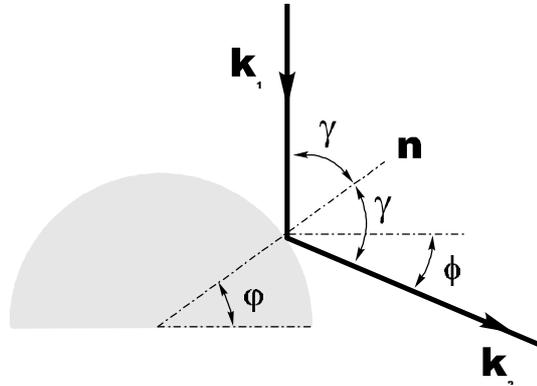


Figura 4.13: Esquema de los ángulos sobre el hilo.

$$a(\varphi) = \frac{\|\dot{\mathbf{r}}\|^3}{\|\dot{\mathbf{r}} \times \ddot{\mathbf{r}}\|}, \quad (4.23)$$

²Aquí cambiamos la nomenclatura respecto de la sección anterior.

donde $\dot{\mathbf{r}} = d\mathbf{r}/d\varphi$, $\ddot{\mathbf{r}} = d^2\mathbf{r}/d\varphi^2$. Mediante un sencillo cálculo se obtiene que dicho radio de curvatura resulta

$$a(\varphi) = r(\varphi) \frac{[1 + P^2(\varphi)]^{3/2}}{1 + 2P^2(\varphi) - Q(\varphi)}, \quad (4.24)$$

donde se ha definido

$$P(\varphi) = \frac{1}{r(\varphi)} \frac{\partial r(\varphi)}{\partial \varphi}, \quad (4.25a)$$

$$Q(\varphi) = \frac{1}{r(\varphi)} \frac{\partial^2 r(\varphi)}{\partial \varphi^2}. \quad (4.25b)$$

Para calcular la distribución de intensidad dispersada es necesario conocer la relación existente entre la posición del rayo incidente sobre el hilo y el ángulo de salida $\varphi = \varphi(\phi)$, así como el ángulo de incidencia del hilo sobre la superficie $\gamma = \gamma(\phi)$. Cuando el hilo no presenta defectos superficiales las correspondencias son sencillas

$$\gamma = \frac{\pi/2 - \phi}{2}, \quad (4.26a)$$

$$\varphi = \frac{\phi + \pi/2}{2}. \quad (4.26b)$$

Sin embargo, bajo la presencia de defectos estas correspondencias se complican. En primer lugar veremos que la relación (4.26a) se sigue cumpliendo. Para ello calcularemos el ángulo γ en función de las direcciones \mathbf{n} y \mathbf{k}_1

$$\cos \gamma = \frac{-\mathbf{n} \cdot \mathbf{k}_1}{|\mathbf{k}_1| |\mathbf{n}|}, \quad (4.27)$$

donde \mathbf{k}_1 es el vector de ondas incidente $\mathbf{k}_1 = k(0, -1, 0)$. La normal a la superficie del hilo se calcula de forma sencilla mediante [Spiegel y Abellanas Rapun, 1988]

$$\mathbf{n} = \frac{(\dot{\mathbf{r}} \times \ddot{\mathbf{r}}) \times \dot{\mathbf{r}}}{\|(\dot{\mathbf{r}} \times \ddot{\mathbf{r}}) \times \dot{\mathbf{r}}\|}. \quad (4.28)$$

Introduciendo en esta ecuación el valor de (4.22) se obtiene que dicha normal a la superficie viene descrita por

$$\mathbf{n} = \frac{1}{\sqrt{1 + P^2(\varphi)}} [\cos \varphi + P(\varphi) \sin \varphi, \sin \varphi - P(\varphi) \cos \varphi, 0]. \quad (4.29)$$

y mediante la ec. (4.27) resulta la ec. (4.26a).

Sin embargo, la correspondencia (4.26b) deja de cumplirse. A partir de las ec. (4.26a) y (4.27) tras un largo aunque sencillo cálculo, la relación $\phi = \phi(\varphi)$, que resulta

$$\cos \phi = \frac{[1 - P^2(\varphi_n)] \sin 2\varphi_n - 2P(\varphi_n) \cos 2\varphi_n}{1 + P^2(\varphi_n)}, \quad (4.30)$$

donde el subíndice n significa que pueden existir varios puntos del hilo que donde los rayos reflejados salgan con un ángulo ϕ . La ecuación (4.30) no se puede invertir de forma analítica para obtener $\varphi = \varphi(\phi)$. Sustituyendo las ecuaciones (4.24) - (4.30) en (4.20) obtenemos que el campo resultante es:

$$E_g(\phi) = \sum_n \frac{E_0(\varphi_n)}{\sqrt{2} s_n} \frac{r^{1/2}(\varphi_n) (1 + P^2(\varphi_n))^{3/4}}{[1 + 2P^2(\varphi_n) - Q(\varphi_n)]^{1/2}} \cos^{1/2} \left(\frac{\pi/2 - \phi}{2} \right) \exp[-i k s_n] \Big|_{\varphi_n = \varphi_n(\phi)}. \quad (4.31)$$

Si la iluminación es coherente se producirá un efecto interferencial entre los distintos rayos que salgan con la misma dirección ϕ . Es de notar que cuando la superficie no está iluminada por el haz incidente entonces $|\cos \gamma| > 1$, por lo que podemos eliminar estos rayos de los cálculos de forma sencilla. Sin embargo este modelo no considera las posibles múltiples reflexiones sobre la superficie del hilo.

A partir de esta ecuación podemos calcular la intensidad geométrica difundida por un cilindro con defectos superficiales conocida su topografía $r(\varphi)$. A modo de ejemplo hemos obtenido la intensidad geométrica difundida por dos defectos en un cilindro de diámetro de 200 μm , uno con una ralladura y otro con una protuberancia, que han sido modelizadas como gaussianas

$$r(\varphi) = a_0 \pm p \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\varphi - w\pi/2}{\sigma} \right)^2 \right], \quad (4.32)$$

donde p es la profundidad, σ está relacionado con la anchura, y w da cuenta de la posición. El signo $+$ es para la protuberancia y el signo $-$ para la ralladura. En las Figuras 4.14a y 4.15a se muestra la correspondencia $\varphi \rightarrow \phi$. Como se puede observar, en la localización del defecto la correspondencia no es biunívoca. Esto quiere decir que existen ángulos ϕ donde llegan varios rayos, debido a que existen varias posiciones con la mismas pendientes. En las Figuras 4.14b y 4.15b se muestra la intensidad para cada localización del hilo φ ,

y su correspondencia con el ángulo ϕ . Para obtener la intensidad total se debe sumar el campo para todos los rayos que llegan a una misma localización (Figuras 4.14c y 4.15c), considerando la fase de cada uno de los rayos. En ambas figuras se observan unos picos en la intensidad que son debidos a localizaciones donde el denominador se hace nulo. En las Figuras 4.14d y 4.15d se muestran las imágenes para estos defectos, que como se puede observar es distinto para el defecto que para la protuberancia.

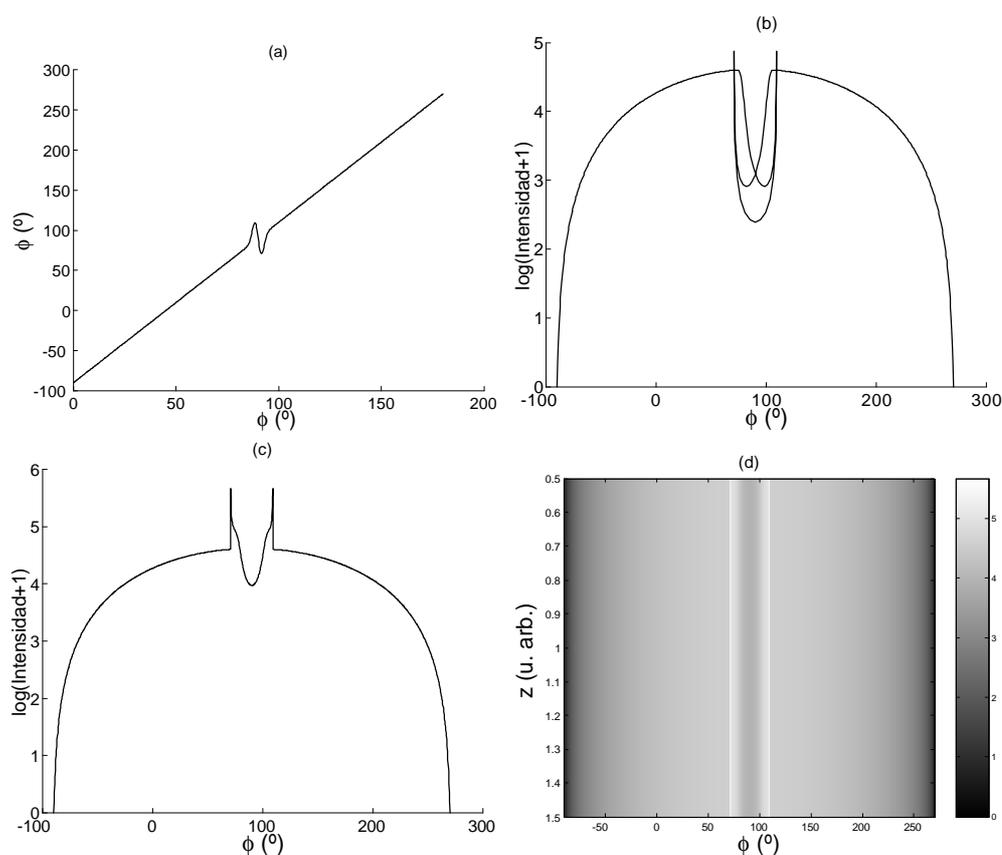


Figura 4.14: Intensidad difundida por una ralladura de profundidad $p = -1 \mu\text{m}$, anchura $\sigma = 3 \mu\text{m}$ y posición $w = 1$ que ha sido modelizada mediante una función gaussiana. a) Relación entre la posición φ sobre el hilo y el ángulo ϕ del rayo de salida. Como puede verse existen varios rayos para una misma dirección. b) Intensidad de cada rayo en función de la posición y c) Intensidad total. En d) se muestra una imagen de $I(\phi, z)$ del defecto.

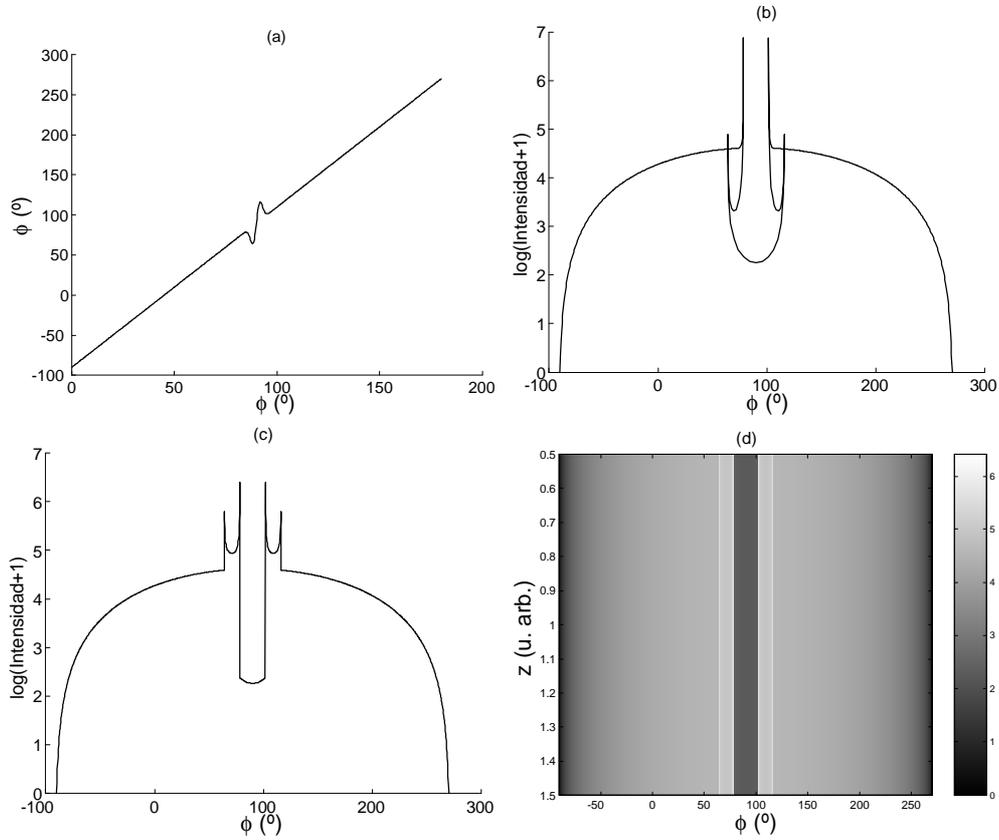


Figura 4.15: Intensidad difundida por una protuberancia de $1 \mu\text{m}$ de profundidad y $3 \mu\text{m}$ de anchura, que ha sido modelizada mediante una función de Gauss. a) Relación entre la posición φ sobre el hilo y el ángulo ϕ del rayo de salida. Como puede verse existen varios rayos para una misma dirección. b) Intensidad de cada rayo en función de la posición y c) Intensidad total. En d) se muestra una imagen de $I(\phi, z)$ del defecto.

4.5.2 Variación de la intensidad con el ángulo del defecto

Para determinar cómo un defecto longitudinal modifica la intensidad difundida según su localización en el hilo se ha considerado una protuberancia con los mismos parámetros que en el ejemplo anterior y se ha variado su posición (Figuras 4.16 y 4.17). A medida que el defecto se hace más rasante menor es el contraste por lo que su detección se hace más complicada al disminuir la relación señal/ruido. También se observa un cierto ensanchamiento del defecto.

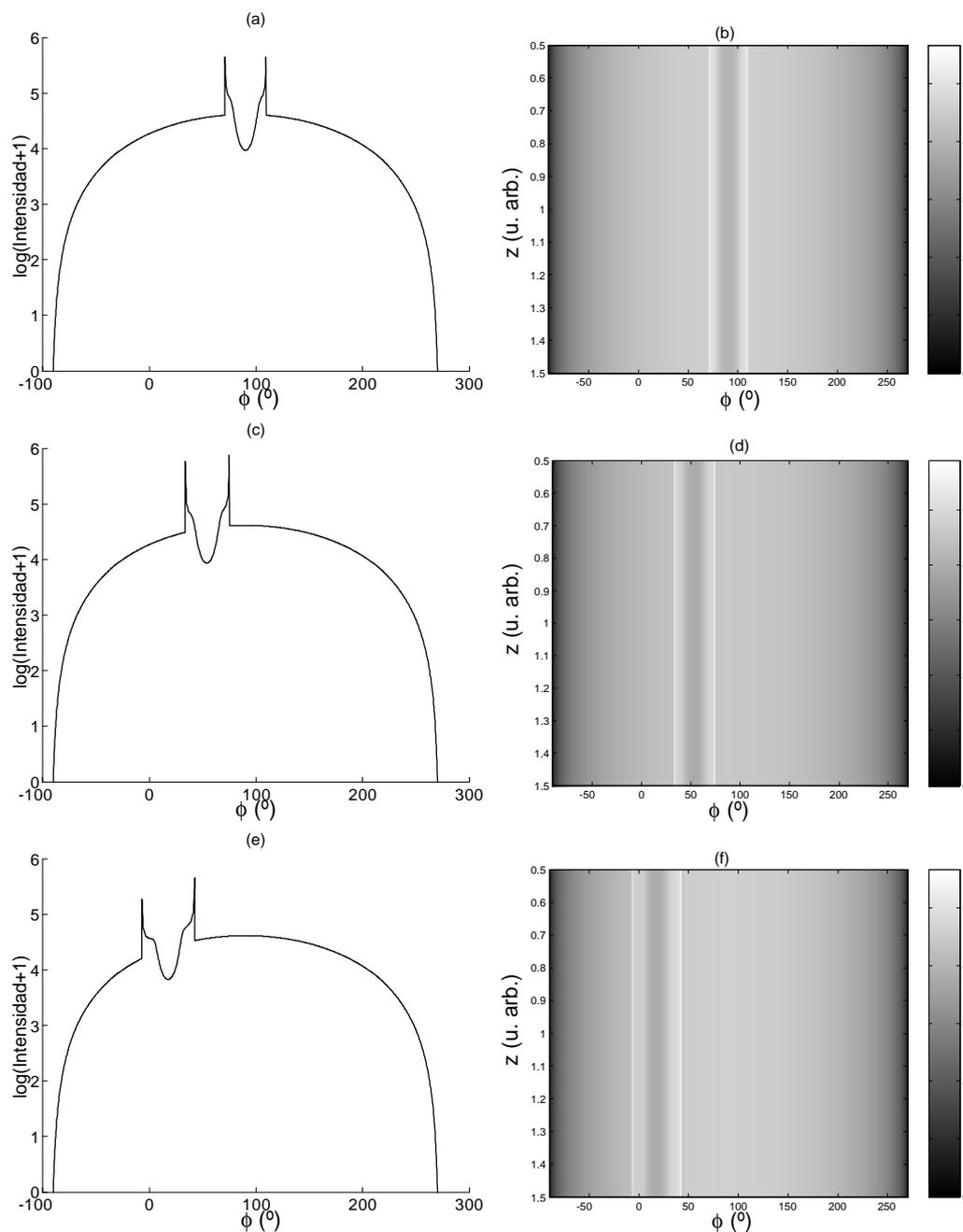


Figura 4.16: Perfil de intensidad e imagen $I(z, \phi)$ para una protuberancia de $1 \mu\text{m}$ de profundidad y $3 \mu\text{m}$ de anchura, que ha sido modelizada mediante una función de Gauss al variar la posición de la protuberancia. a) y b) $w = 1$, c) y d) $w = 0.8$, e) y f) $w = 0.6$, g) y h) $w = 0.4$, i) y j) $w = 0.2$. Como se observa, se produce un ensanchamiento de la intensidad difundida modificada por el defecto a medida que el defecto se hace más rasante.

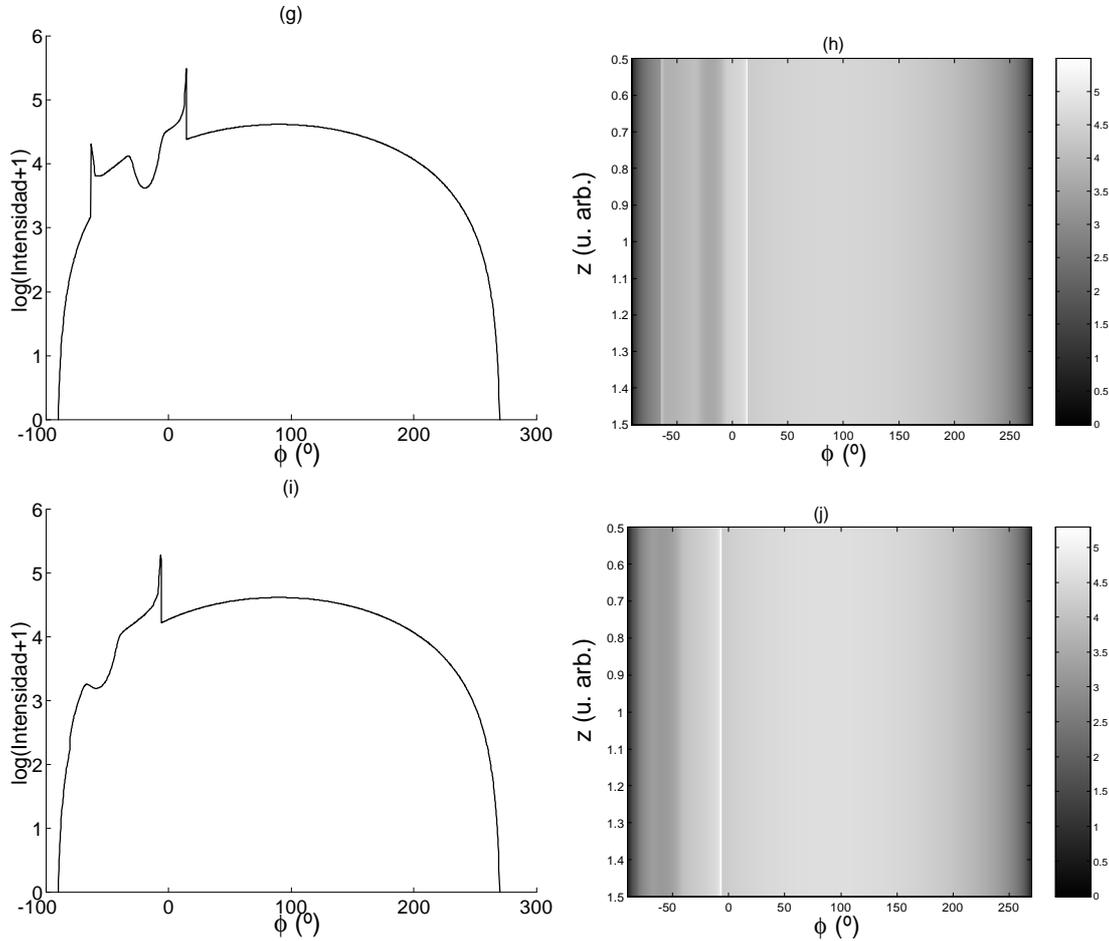


Figura 4.17: Continuación de la Figura 4.16.

4.6 Trazado de rayos

En la sección anterior hemos realizado un modelo para la difusión de luz por defectos longitudinales a partir de la *GTD*, llegando a la conclusión de que en dicha teoría únicamente la parte geométrica es suficiente para explicar satisfactoriamente la figura de intensidad para hilos suficientemente gruesos, excepto en las cercanías del máximo de difracción. Sin embargo mediante el modelo geométrico desarrollado ocurre que cuando el denominador de la ec. (4.31) se hace cero $[1 + 2P^2(\varphi_n) - Q(\varphi_n)] = 0$ entonces la intensidad difundida se hace infinita. Además, el modelo solamente considera que el haz incidente es normal a la superficie. Tampoco, según esta ecuación se consideran las propiedades ópticas de la

superficie, sino que se considera un reflector perfecto. Una forma de solucionar esto es a partir de un modelo discreto de rayos. Según este modelo el haz incidente está formado por una distribución de rayos, siendo la energía incidente proporcional al número de rayos. Estos rayos se propagan de forma geométrica, mediante reflexiones especulares sobre la superficie del hilo de forma que la figura de intensidad formada es debida al choque de los rayos con la pantalla. En una ubicación determinada de la pantalla, la intensidad luminosa es proporcional al número de rayos que alcanzan dicha localización. Este es el enfoque que siguen algunos programas de diseño óptico, como *TracePro* ©. También es más sencillo el determinar cómo es la distribución de intensidad para un defecto no longitudinal, como un agujero, además de poder introducir casos distintos al de reflector perfecto. Veamos primeramente el caso de un hilo sin defectos [$r(\varphi, z) = a_0$], para posteriormente generalizar el caso a un hilo con defectos longitudinales

Para obtener la intensidad en la circunferencia de reflexión según el ángulo debemos obtener la dirección del rayo de salida en función de la posición del rayo incidente. La dirección del rayo incidente viene especificada mediante

$$\mathbf{k}_1 = k(0, -\sin \alpha, \cos \alpha), \quad (4.33)$$

donde α el ángulo formado entre \mathbf{k}_1 y el eje del hilo. La normal a la superficie cilíndrica, que en el caso de hilos sin defectos superficiales es

$$\mathbf{n} = \cos \varphi \mathbf{x} + \sin \varphi \mathbf{y} \quad (4.34)$$

El rayo reflejado \mathbf{k}_2 tendrá la misma componente perpendicular que \mathbf{k}_1 , pero la componente paralela a la normal, debido a la reflexión, tendrá un cambio de signo (Figura 4.18)

$$\mathbf{k}_2 = -\mathbf{k}_1^{\parallel} + \mathbf{k}_1^{\perp}. \quad (4.35)$$

La componente paralela se puede obtener mediante

$$\mathbf{k}_1^{\parallel} = (\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{n}) \cdot \mathbf{n}. \quad (4.36)$$

Por consiguiente, conocida \mathbf{k}_1^{\parallel} la componente perpendicular \mathbf{k}_1^{\perp} se obtiene de forma sencilla

$$\mathbf{k}_1^{\perp} = \mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_1^{\parallel}. \quad (4.37)$$

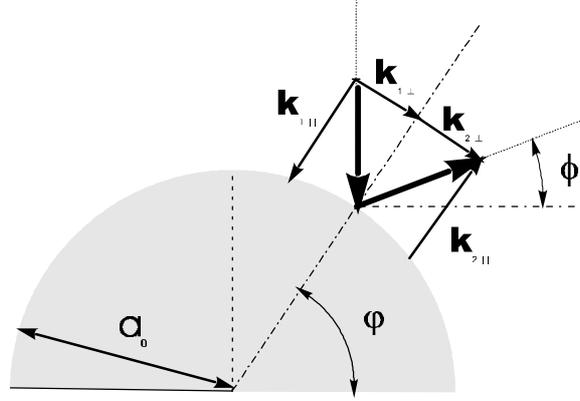


Figura 4.18: Reflexión del haz sobre una superficie.

De esta forma se obtiene el vector \mathbf{k}_2

$$\mathbf{k}_2 = k (\sin \alpha \sin \varphi \cos \varphi, -\sin \alpha \cos^2 \varphi, \cos \alpha), \quad (4.38)$$

y comparando esta ecuación con la ecuación general de un rayo

$$\mathbf{k}_2 = k (\sin \theta \cos \phi, \sin \theta \sin \phi, \cos \theta). \quad (4.39)$$

se obtiene simplemente que

$$\theta = \alpha, \quad (4.40a)$$

$$\varphi = \frac{\phi + \pi/2}{2}. \quad (4.40b)$$

Por consiguiente, la luz dispersada genera un cono en el dominio de direcciones. En el espacio real, sin embargo, los rayos no parten de un punto común, sino que están trasladados unos respecto de otros al salir de distintas posiciones sobre el hilo. Por ello la imagen obtenida en una pantalla perpendicular al eje del hilo no es exactamente una circunferencia, sino que está dada por [Rao et al., 1998]³(Figura 4.19)

$$\phi = \tan^{-1} \left(\frac{a_0 \cos \varphi + \rho \cos 2\varphi}{a_0 \sin \varphi + \rho \sin 2\varphi} \right), \quad (4.41)$$

³La ecuación dada por Rao es ligeramente distinta debido a un cambio de notación.

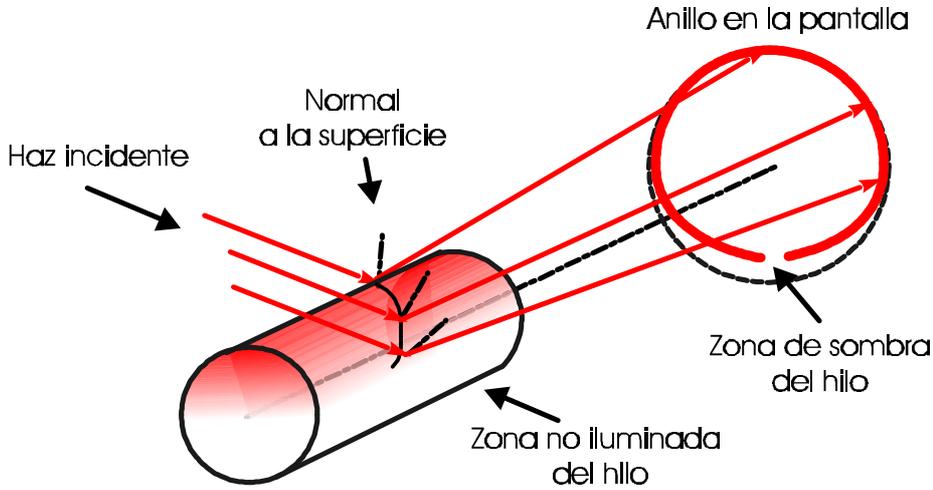


Figura 4.19: Esquema de la distribución de intensidad sobre una pantalla. En el espacio de direcciones se genera exactamente un cono, pero no en el espacio físico real. Esto se observa principalmente cuando el tamaño del hilo es comparable al tamaño de la circunferencia. Aparece la zona de sombra del hilo sobre la pantalla.

donde a_0 es el radio del hilo y ρ es el máximo radio del cono en la pantalla. Para el caso de hilos finos se cumple normalmente que $a_0 \ll \rho$, y entonces este efecto es despreciable, siendo la ec. (4.41) equivalente a la ec. (4.40b), aunque para cilindros gruesos puede llegar a ser importante.

La intensidad dispersada por el hilo en una dirección determinada es proporcional al área efectiva, resultando

$$I(\theta, \phi) = I_0(\varphi)|_{\varphi=\varphi(\phi)} \delta(\theta - \alpha) \left| \cos\left(\frac{\phi - \pi/2}{2}\right) \right|, \quad (4.42)$$

donde $I_0(\varphi)|_{\varphi=\varphi(\phi)}$ es la distribución de intensidad incidente.

4.6.1 Índice de refracción de la superficie

Si consideramos que la superficie es un reflector perfecto toda la energía incidente es reflejada por la superficie, no existiendo absorción del medio. Una mejor aproximación es suponer que el medio presenta una cierta reflectancia \mathcal{R} . Según las fórmulas de Fresnel [Born y Wolf, 1980]:

$$\mathcal{R}^\perp(\gamma) = \left| \frac{\cos \theta_i - \sqrt{n^2 - \sin^2 \gamma}}{\cos \theta_i + \sqrt{n^2 - \sin^2 \gamma}} \right|^2 \quad (4.43a)$$

$$\mathcal{R}^\parallel(\gamma) = \left| \frac{n^2 \cos \theta_i - \sqrt{n^2 - \sin^2 \gamma}}{n^2 \cos \theta_i + \sqrt{n^2 - \sin^2 \gamma}} \right|^2 \quad (4.43b)$$

el valor de \mathcal{R} depende del ángulo γ formado entre la dirección del haz incidente rayo y la normal a la superficie

$$\cos \gamma = -\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{n} / |\mathbf{k}_1| |\mathbf{n}| = \sin \alpha \sin \varphi, \quad (4.44)$$

así como de la polarización del haz. Los símbolos \perp, \parallel representan polarización perpendicular y paralela respectivamente. Por consiguiente podemos describir la intensidad en el cono como

$$I(\theta, \phi) \propto I_0(\varphi) R^{\perp, \parallel}(\gamma) \delta(\theta - \alpha) \left| \cos\left(\frac{\phi - \pi/2}{2}\right) \right|_{\varphi=\varphi(\phi), \gamma=\gamma(\phi)}. \quad (4.45)$$

Como consecuencia de esto se observa que existe una variación en la intensidad del anillo según el material utilizado, así como una dependencia con la polarización. En las Figuras 4.20 se muestra la distribución de intensidad a lo largo del cono para diversos materiales. Las curvas son distintas según el material y la dirección de polarización. También se puede observar una dependencia indirecta de la intensidad con el ángulo de incidencia α , como se muestra en la ec. (4.44).

4.6.2 Hilo con defectos superficiales

Para el caso del hilo con defectos superficiales el procedimiento a seguir es análogo al descrito en la *Sección* 4.6. Sin embargo en este caso la superficie se describe mediante una función $r = r(\varphi, z)$ y por consiguiente la normal a la superficie cambiará. Para su obtención describiremos la superficie del hilo mediante una función del tipo $\Psi(\rho, \varphi, z) = 0$, donde $\Psi(\rho, \varphi, z) = \rho - r(\varphi, z)$. La dirección de la normal es perpendicular a $grad(\Psi)$, obteniéndose

$$\mathbf{n} = \frac{-r_\varphi \boldsymbol{\varphi} - r_z \mathbf{z} + \boldsymbol{\rho}}{\| -r_\varphi \boldsymbol{\varphi} - r_z \mathbf{z} + \boldsymbol{\rho} \|}, \quad (4.46)$$

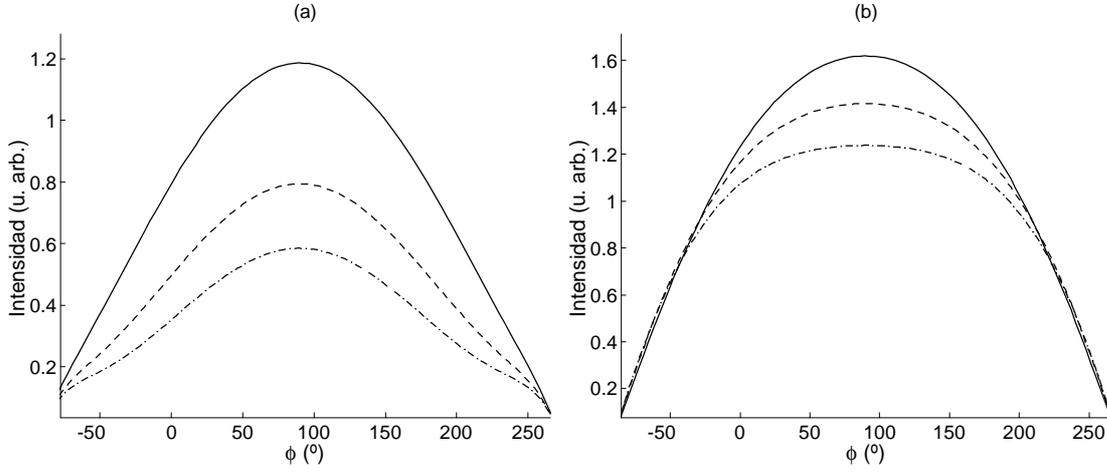


Figura 4.20: Perfiles a lo largo de la dirección especular de la intensidad difundida por un cilindro al variar el índice de refracción n del material. a) Polarización paralela, b) Polarización perpendicular. En ambos casos (—) $n = 0.2 + 3.44i$ (plata), (- - -) $n = 0.47 + 2.83i$ (oro), (- · - ·) $n = 0.62 + 2.57i$ (cobre). El resto de parámetros son $a_0 = 100\mu\text{m}$, $\lambda = 0.638\mu\text{m}$, $\alpha = 45^\circ$, $w_x = 1000\mu\text{m}$, $w_z = 30\mu\text{m}$, $x_0 = 0\mu\text{m}$.

donde $r_\varphi = 1/\rho \cdot \partial r/\partial\varphi$ y $r_z = \partial r/\partial z$. Como en el caso del hilo sin defectos superficiales, el vector de onda del haz dispersado conservará la componente perpendicular e invertirá el signo de la componente paralela paralela. Después de un simple aunque largo cálculo se obtiene

$$k_{2x} = k \left(-\sin \alpha + \frac{2A}{\|\nabla\Psi\|^2} (r_\varphi \sin \varphi + \cos \varphi) \right), \quad (4.47a)$$

$$k_{2y} = k \left(\frac{2A}{\|\nabla\Psi\|^2} (\sin \phi - r_\varphi \cos \varphi) \right), \quad (4.47b)$$

$$k_{2z} = k \left(\cos \alpha - \frac{2A}{\|\nabla\Psi\|^2} r_z \right), \quad (4.47c)$$

donde

$$\|\nabla\Psi\|^2 = 1 + r_\varphi^2 + r_z^2,$$

$$A = \cos \alpha r_z + \sin \alpha \cos \varphi + r_\varphi \sin \alpha \sin \varphi.$$

4.6.3 Simulaciones

A partir de estas ecuaciones es posible obtener la distribución de intensidad en el cono para cualquier tipo de defecto, ya sea longitudinal o no. Estas ecuaciones han sido implementadas por nosotros en *MATLAB* ©, lo cual ha permitido realizar diversas simulaciones para conocer cuál es el comportamiento de la luz ante distintos tipos de defectos. Para realizar este estudio hemos modelizado los defectos como supergaussianas

$$r(\varphi) = a_0 \pm p \exp\left(-\frac{1}{2} \left| \frac{\varphi - w\pi/2}{\sigma} \right|^n\right), \quad (4.49)$$

donde los parámetros relacionados con el defecto son:

- p Profundidad del defecto
- σ Anchura del defecto
- n Forma del defecto
- w Localización del defecto

Cuando $n = 2$ la forma del defecto es una gaussiana, y a medida que este parámetro aumenta el defecto se va haciendo cada vez más abrupto.

En la Figura 4.21 podemos observar dos hilos de 200 μm de diámetro con un defecto longitudinal cada uno, el primero con una ralladura y el segundo con una protuberancia. El defecto se ha simulado como una gaussiana (ver los parámetros en el pie de figura). Se puede observar que la distribución de intensidad para la protuberancia presenta un profundo mínimo en la localización del defecto junto con dos máximos secundarios a ambos lados. Por el contrario, para el caso de la ralladura aparece un máximo de intensidad en la localización del defecto acompañado de dos mínimos secundarios. Como se infiere de la Figura 4.21, una posibilidad para detectar los defectos longitudinales es medir la intensidad relativa en la posición del mínimo de intensidad. Para comprobar si este procedimiento es aceptable hemos realizado la siguiente simulación: se ha considerado un defecto longitudinal modelizado como una gaussiana y hemos variado su profundidad (valores negativos para una ralladura y valores positivos para una protuberancia) detectando la intensidad relativa en la posición del defecto respecto de la intensidad en esa localización para un hilo sin defectos (Figura 4.22a). Se puede observar que cuando una ralladura es suficientemente profunda existe una disminución de la intensidad, pero si es pequeña existe, al contrario,

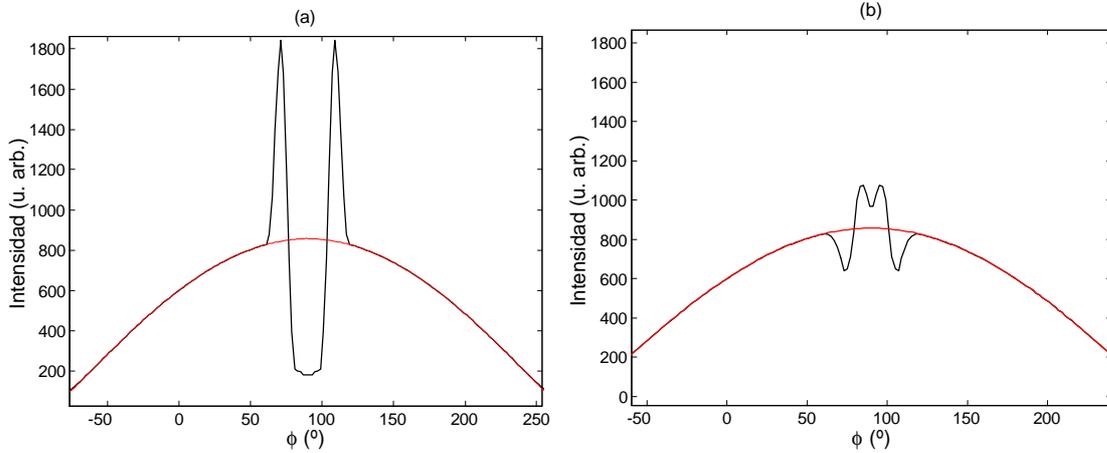


Figura 4.21: Intensidad en el cono para un hilo de $200 \mu\text{m}$ de diámetro y con un defecto longitudinal a) protuberancia b) ralladura. En ambos casos el defecto es una gaussiana ($n = 2$) con $\sigma = 5 \mu\text{m}$, $w = \pi/2$, y $p = \pm 1$ respectivamente.

un aumento de la intensidad en la posición central del defecto. Para el caso de protuberancias siempre existe una disminución de la intensidad, siendo esta menor cuanto mayor es la ralladura. Es por ello que podemos decir que la disminución relativa de intensidad del centro del defecto no es un buen parámetro para la detección automática de defectos longitudinales (aunque sí para su visualización). Otro parámetro que hemos probado de manera más satisfactoria es la medida de la desviación típica entre la intensidad de un hilo con defectos longitudinales respecto al mismo hilo sin defectos (Figura 4.22b). En este caso sí que existe una correlación (no lineal) entre la profundidad y el tamaño del defecto (valor absoluto del parámetro p). También es de notar que esta correlación no es simétrica detectándose mejor las protuberancias que las ralladuras.

Otro punto que se debe estudiar es cómo afecta la localización del defecto a su detección. Para ello hemos realizado la siguiente simulación. Hemos modelizado un ralladura ($p = 1 \mu\text{m}$, $\sigma = 4 \mu\text{m}$, $n = 4$) y hemos ido variando su posición en el hilo. En la Figura 4.23 se muestra la intensidad relativa en la posición central del defecto respecto de la intensidad en la misma localización para un hilo sin defectos. Se puede observar que esta intensidad relativa es mayor (en valores absolutos) para un ángulo de $\phi = \pi/2$, que se corresponde con una localización del defecto de $\varphi = \pi/2$, (es decir, cuando la incidencia de la luz es normal al defecto) y disminuye a medida que el defecto se hace más rasante. Sin embargo

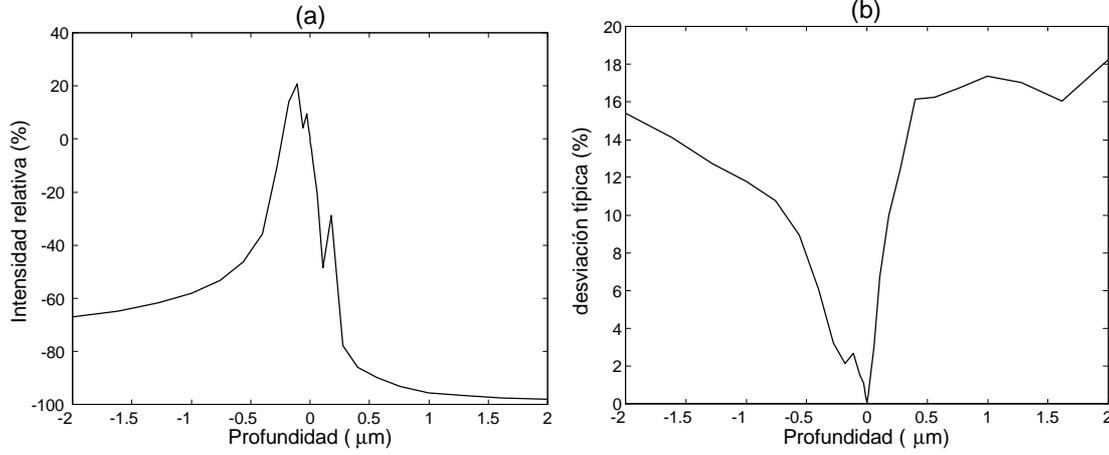


Figura 4.22: a) Intensidad relativa en la localización central de un defecto longitudinal respecto de la intensidad en esta posición para un hilo sin defectos. El defecto ha sido modelado como una supergaussiana con los parámetros $\sigma = 2 \mu\text{m}$, $w = 1$, $n = 2$. Cuando la ralladura es profunda existe una disminución de la intensidad pero si es pequeña existe, al contrario, un aumento de la intensidad en esa posición. Para las protuberancias siempre existe una disminución de la intensidad, siendo esta menor cuanto mayor es la ralladura. b) Desviación cuadrática respecto de la intensidad obtenida para el hilo sin defectos. En este caso este parámetro siempre aumenta con la altura (en valor absoluto) del defecto.

para determinar si un defecto puede ser detectado debemos considerar además la relación *Señal – ruido* (S/N), que disminuye mucho para incidencia rasante al ser la intensidad de la señal mucho menor.

En la Figura 4.23 b) también se puede observar que la desviación típica es aproximadamente constante cuando variamos la posición de un mismo defecto.

4.7 Modelo difractivo para la difusión por cilindros

Una aproximación comúnmente utilizada para la solución de la difusión de luz por objetos es la teoría escalar de la difracción (ver por ejemplo [Nieto-Vesperinas, 1991]). La solución de la ecuación de *Helmholtz* homogénea, ec. (4.1), para un punto \mathbf{r} se puede expresar en términos del campo sobre una superficie cerrada $\mathbf{r}' \in S$ mediante el *Teorema integral de Helmholtz-Kirchhoff*

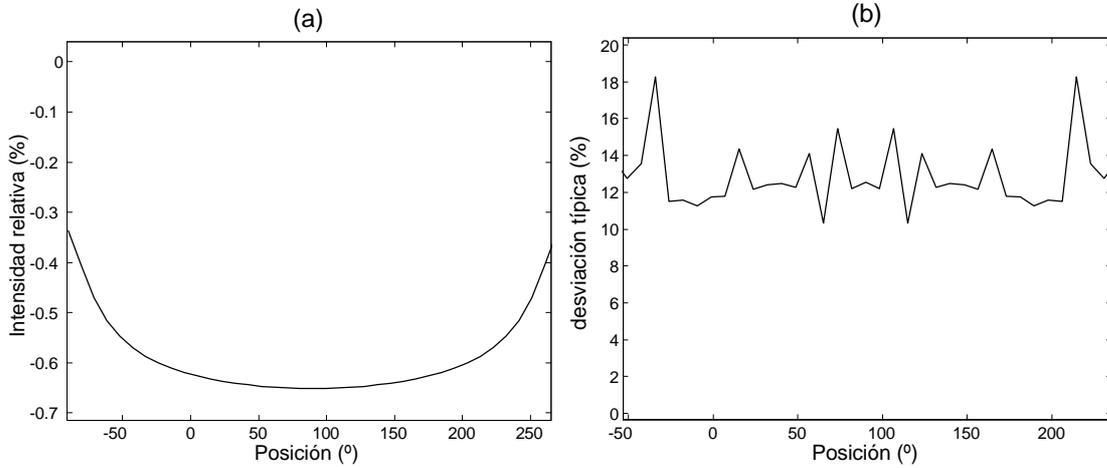


Figura 4.23: a) Intensidad relativa en la localización central de un defecto respecto de la intensidad en esta posición para un hilo sin defectos. El defecto ha sido modelado como una supergaussiana con los parámetros $\sigma = 2 \mu\text{m}$, $w = 1$, $n = 4$. b) Desviación típica respecto de la intensidad obtenida para el hilo sin defectos.

$$U(\mathbf{P}) = \frac{1}{4\pi} \int_S \left(\frac{\partial U(\mathbf{P}')}{\partial \mathbf{n}} G - U(\mathbf{P}') \frac{\partial G}{\partial \mathbf{n}} \right) dS, \quad (4.50)$$

siendo $U(\mathbf{P}')$ el campo sobre la superficie, $G(\mathbf{P}, \mathbf{P}') = \exp(ik|\mathbf{P} - \mathbf{P}'|)/|\mathbf{P} - \mathbf{P}'|$ es una onda esférica y \mathbf{n} es un vector unitario normal a la superficie. Los valores exactos de $\partial U(\mathbf{P}')/\partial \mathbf{n}$ y $U(\mathbf{P}')$ son en general desconocidos, por lo que es necesario realizar una estimación de ambos. Para ello se han desarrollado varios modelos, como la aproximación de *Kirchhoff* (o de la óptica geométrica) y las aproximaciones de *Rayleigh-Sommerfeld*. Para el caso de la reflexión de la luz por un cilindro es necesario considerar el campo reflejado sobre la superficie, por lo que utilizaremos las condiciones de contorno propuestas por *Beckmann y Spizzichino* [Beckmann y Spizzichino, 1987]

$$\begin{aligned} E|_S &= (1 + R) E_1|_S, \\ \frac{\partial E}{\partial n}|_S &= (1 - R) E_1|_S \mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{n}, \end{aligned} \quad (4.51)$$

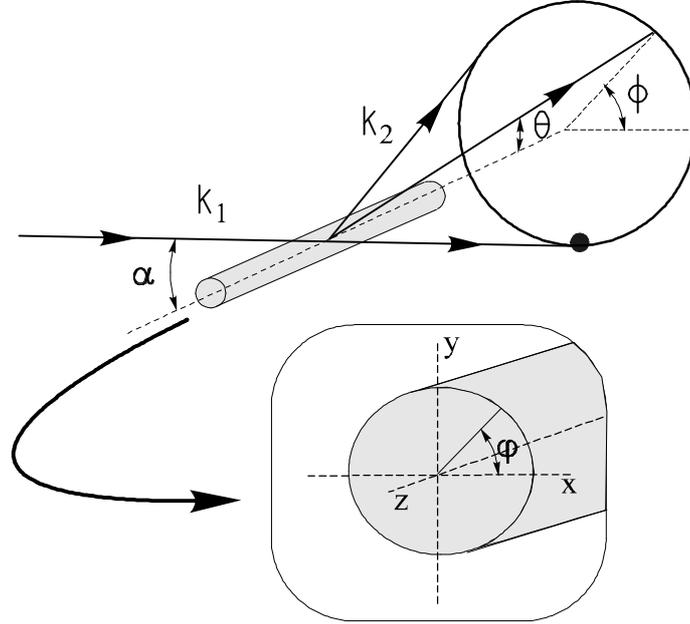


Figura 4.24: Esquema de la generación del cono de luz al incidir de forma oblicua con un haz mostrando los parámetros involucrados. Para el caso de incidencia normal ($\alpha = \pi/2$) el cono degenera en un círculo.

donde E_1 es el campo incidente sobre la superficie, R es el coeficiente de reflexión⁴, \mathbf{k}_1 es el vector de ondas incidente según se muestra en la Figura 4.24, y que hemos supuesto que está contenido en el plano YZ

$$\mathbf{k}_1 = k (0, -\sin \alpha, \cos \alpha). \quad (4.52)$$

Consideraremos el campo difundido en el infinito, por lo que \mathbf{P} se representará a través de la dirección del vector de ondas del campo difundido, que en coordenadas cilíndricas resulta

$$\mathbf{k}_2 = k (\sin \theta \cos \phi, \sin \theta \sin \phi, \cos \theta). \quad (4.53)$$

⁴Al haber una dependencia con la polarización del haz incidente a través de las ecuaciones de Fresnel (4.43a y 4.43b) se debería escribir $R^\perp(\gamma)$, $R^\parallel(\gamma)$; hemos escrito R para simplificar la notación, aunque hay que tener en cuenta esta dependencia.

Bajo las condiciones de contorno (4.51), la ecuación (4.50) resulta

$$E_2(\phi, \theta) = C \int \int_S E_1 (R\mathbf{v} - \mathbf{p}) \cdot \mathbf{n} \exp(i\mathbf{v} \cdot \mathbf{r}) dS, \quad (4.54)$$

donde C es una constante, los vectores \mathbf{v} y \mathbf{p} vienen definidos según

$$\begin{aligned} \mathbf{v} &= \mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2 = k (v_x, v_y, v_z) = k (-\sin \theta \cos \phi, -\sin \theta \sin \phi - \sin \alpha, \cos \alpha - \cos \theta), \\ \mathbf{p} &= \mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 = k (-v_x, -v_y - 2 \sin \alpha, \cos \alpha + \cos \theta), \end{aligned} \quad (4.55)$$

el vector que define la superficie es \mathbf{r} , y que para el caso de una superficie con defectos longitudinales se describe mediante la ec. (4.22),

$$dS = r(\varphi) d\varphi dz \quad (4.56)$$

puesto que describir el hilo utilizamos coordenadas cilíndricas; el vector normal a la superficie es \mathbf{n} y viene descrito mediante la ec. (4.29)

$$\mathbf{n} = \frac{1}{\sqrt{1 + P^2(\varphi)}} [\cos \varphi + P(\varphi) \sin \varphi, \sin \varphi - P(\varphi) \cos \varphi, 0].$$

Para modelizar el campo incidente hemos considerado un haz gaussiano que en las coordenadas (φ, z) resulta

$$E_1(\varphi, z) = E_0 \exp \left[- \left(\frac{r(\varphi) \cos \varphi - x_0}{w_x} \right)^2 - \left(\frac{\sin \alpha z}{w_z} \right)^2 \right], \quad (4.57)$$

donde w_x, w_z son las anchuras del haz en un sistema de coordenadas propio del haz y x_0 da cuenta de desalineamientos del haz respecto del cilindro.

Introduciendo las ecs. (4.29), (4.55), (4.56) y (4.57) en (4.54) se obtiene que la integral doble $E_2(\phi, \theta)$ se puede dividir en el producto de dos integrales, una dependiente en z y la otra con dependencia en φ :

$$E_2(\phi, \theta) = C k E_0 I_1 I_2. \quad (4.58)$$

La integral con dependencia en z resulta

$$I_1(\phi, \theta) = \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left[- \left(\frac{\sin \alpha z}{w_z^2} \right)^2 \right] \exp(ik v_z z) dz, \quad (4.59)$$

que se resuelve de forma sencilla [Spiegel y Abellanas Rapun, 1988, pág. 256]

$$I_1 = \sqrt{\pi} \frac{w_z}{\sin \alpha} \exp \left[- \left(\frac{k v_z w_z}{2 \sin \alpha} \right)^2 \right]. \quad (4.60)$$

Para poder solucionar la segunda integral vamos a escribirla de la siguiente manera

$$I_2(\phi, \theta) = \int g(\varphi) \exp [i k f(\varphi)] d\varphi, \quad (4.61)$$

donde

$$g(\varphi) = \frac{\exp \left[- (r(\varphi) \cos \varphi - x_0)^2 / w_x^2 \right]}{\sqrt{1 + P^2(\varphi)}} r(\varphi) G(\varphi), \quad (4.62a)$$

$$f(\varphi) = r(\varphi) (v_x \cos \varphi + v_y \sin \varphi). \quad (4.62b)$$

y

$$\begin{aligned} G(\varphi) &= [R(v_x, v_y) + (v_x, v_y + 2 \sin \alpha)] [\cos \varphi + P(\varphi) \sin \varphi, \sin \varphi - P(\varphi) \cos \varphi] = \\ &= [(R + 1) (v_x \cos \varphi + v_y \sin \varphi) + 2 \sin \alpha \sin \varphi] + \\ &\quad + P(\varphi) [(R + 1)(v_x \sin \varphi - v_y \cos \varphi) - 2 \sin \alpha \cos \varphi] \end{aligned}$$

4.7.1 Cálculo exacto de la integral para el hilo sin defectos

La ecuación (4.61) no se puede resolver de forma exacta para el caso general, pero es posible si se imponen algunas simplificaciones al problema:

- El hilo no presenta defectos superficiales. En este caso $r(\varphi) = 0$ y por consiguiente $P(\varphi) = Q(\varphi) = 0$.
- La superficie se comporta como un reflector perfecto $R = -1$
- El haz incidente debe ser normal al hilo, estar alineado con el eje ($x_0 = 0$) y su anchura w_x tiene que ser lo suficientemente grande con respecto a a_0 como para

hacer que el primer término de la exponencial de (4.57) sea aproximadamente 1.

En este caso la ecuación (4.54) resulta

$$E_2(\phi, \theta) = C I_1 \int_0^\pi \sin \varphi \exp[-i k a_0 (v_x \cos \varphi + v_y \sin \varphi)] d\varphi, \quad (4.63)$$

donde I_1 viene descrito en (4.59). Después de un largo cálculo se obtiene una solución exacta a esta integral [M. A. Rebollo, 1998 comunicación personal]

$$E_2(\phi, \theta) \propto \exp \left[- \left(\frac{k w_z v_z}{2 \sin \alpha} \right)^2 \right] \cdot \left(2 \cos \varphi_S J_0(A) - 4 \sum_{l=1}^{\infty} J_{2l}(A) \frac{\cos \varphi_S \cos(2l \varphi_S) + l \sin \varphi_S \sin(2l \varphi_S)}{4l^2 - 1} \right), \quad (4.64)$$

donde $A = k a_0 \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = k a_0 \sqrt{2 + 2 \sin \theta \sin \phi \sin \alpha - \cos^2 \theta - \cos^2 \alpha}$ y

$$\cos \varphi_S = \frac{v_x}{(v_x^2 + v_y^2)^{1/2}} = \frac{-\sin \theta \sin \phi - \sin \alpha}{\sqrt{\sin^2 \theta + \sin^2 \alpha + 2 \sin \theta \sin \phi \sin \alpha}}, \quad (4.65a)$$

$$\sin \varphi_S = \frac{v_y}{(v_x^2 + v_y^2)^{1/2}} = \frac{-\sin \theta \cos \phi}{\sqrt{\sin^2 \theta + \sin^2 \alpha + 2 \sin \theta \sin \phi \sin \alpha}}. \quad (4.65b)$$

La intensidad difundida por el cilindro es simplemente el cuadrado de (4.64). En la Figura 4.25 se muestra los perfiles de intensidad con $\theta = \alpha$ para tres hilos de 2, 20 y 200 μm respectivamente. Esta aproximación es mejor para ángulos pequeños respecto de la dirección de incidencia. Para ángulos grandes respecto de dicha dirección experimentalmente no se observan las fluctuaciones tan grandes, y además los mínimos no son de intensidad nula. Tampoco esto resulta a partir de la *GTD*. La ec. (4.64) es aceptable para diámetros de hilos finos, pues los términos superiores de la sumatoria se hacen pequeños respecto del primero muy rápidamente, mientras que para radios mayores son necesarios más términos. La intensidad del último término considerado es menor cuanto menor sea el radio. Así, para un radio de $a_0 = 2 \mu\text{m}$ la razón entre la contribución del primer y último término considerado ($n = 25$) es de $10^{-9}\%$, un 0.8% para $a_0 = 20 \mu\text{m}$ y un 2% para $a_0 = 200 \mu\text{m}$.

A partir de la ec. (4.64) podemos también obtener la posición de los mínimos de difracción, los cuales varían con el ángulo de incidencia. La sumatoria de la ec. (4.64) se hace aproximadamente 0 para valores cercanos al máximo de difracción, por lo que los ceros

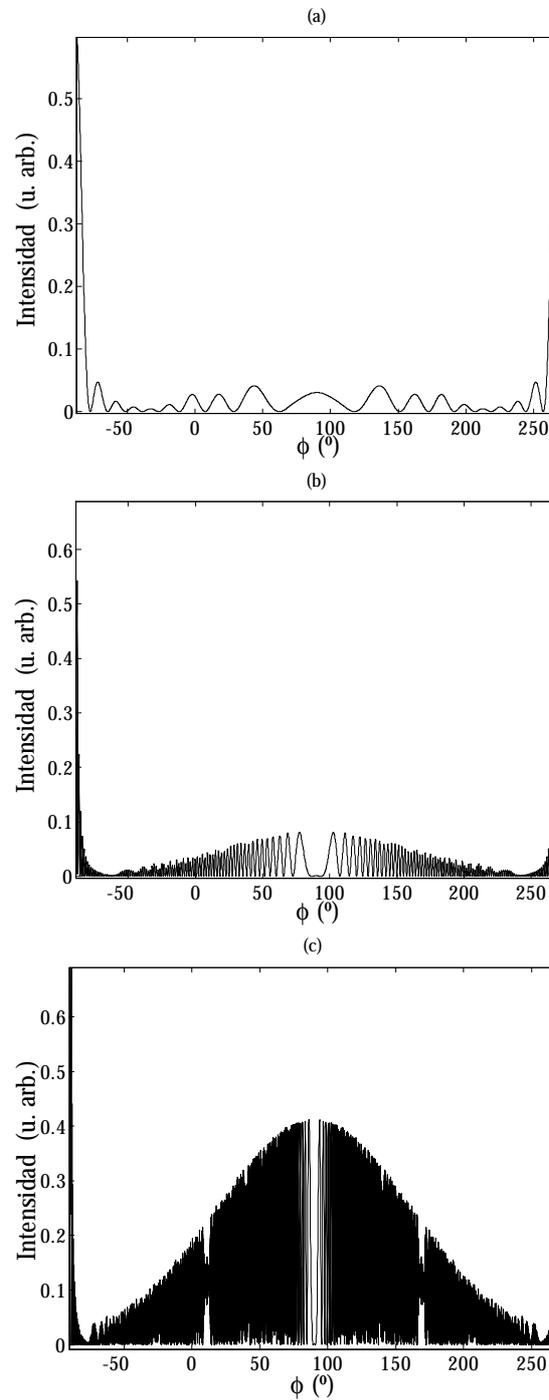


Figura 4.25: Perfiles de intensidad de la intensidad difundida por cilindros de distintos radios a) $a_0 = 2 \mu\text{m}$, b) $a_0 = 20 \mu\text{m}$, c) $a_0 = 200 \mu\text{m}$. El resto de parámetros son $\lambda = 0.628 \mu\text{m}$, $\alpha = 45^\circ$. El número de términos de la sumatoria es $n = 25$.

estarán aproximadamente en los ceros de $J_0(A)$. En la Figura 4.26 hemos representado la intensidad difundida, calculada mediante la ec. (4.64) en función del ángulo de incidencia α , en la dirección especular, cuando $\theta = \alpha$. En este caso $A = 2k a_0 \sin \alpha \left| \cos\left(\frac{\phi - \pi/2}{2}\right) \right|$.

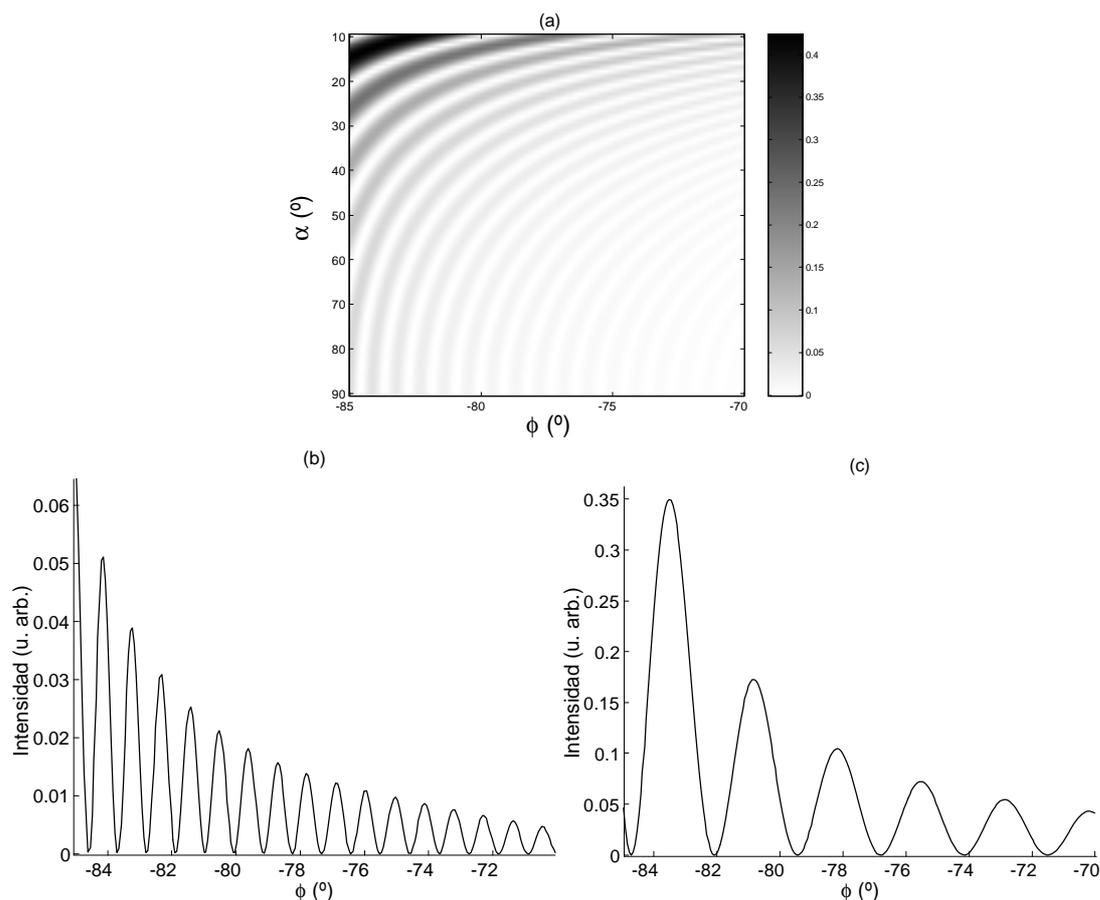


Figura 4.26: a) Intensidad difundida en función del ángulo ϕ para distintos ángulos de incidencia α y para la dirección especular $\theta = \alpha$. b) Perfil de intensidad para $\alpha = 90^\circ$, c) Perfil de intensidad para $\alpha = 20^\circ$.

4.7.2 Método de la fase estacionaria

El desarrollo exacto de la integral (4.61) implica la existencia de unas condiciones demasiado restrictivas. Es por ello que es necesario la búsqueda de otros procedimientos para la solución de esta integral. Una forma aproximada de solucionar esta integral es mediante un desarrollo asintótico aprovechando que la longitud de onda λ del haz incidente es

bastante menor al radio del hilo. La aplicación de este método en la óptica se denomina el *Método de la fase estacionaria* (*SPM*, Phase Stationary Method) [Stamnes, 1986]. Según este método para la integral descrita en la ec. (4.61), cuando $k = 2\pi/\lambda$ es grande, el término exponencial es fuertemente variable y las partes positivas y negativas se cancelan de forma muy aproximada en todas las localizaciones excepto en los puntos φ_S donde $f(\varphi)$ se hace estacionario, es decir, en $df(\varphi)/d\varphi|_{\varphi_S} = 0$. Para resolver esta integral se hace un desarrollo en series de $f(\varphi)$ y de $g(\varphi)$ en torno a φ_S . Quedándonos con el primer término de desarrollo obtenemos que el valor de la integral (4.61) resulta

$$I_2(\phi, \theta) \approx \left(\frac{\pi}{k|f_2|} \right)^{1/2} g_0 \exp \left\{ i \left(k f_0 + \frac{\pi}{4} - \frac{\arg f_2}{2} \right) \right\}, \quad (4.66)$$

donde $h_n = d^n h(x)/dx^n|_{x_s}$. Para que esta solución sea válida se debe cumplir:

- $g(x)$ debe ser continua dentro del intervalo de integración (a, b)
- $f(x)$ debe tener un extremo $x_S \in (a, b)$ en el que $f'(x)|_{x_S} = 0$
- $\sqrt{f(z) - f(x_S)}$ debe ser analítica e inyectiva en un entorno de x_S en el plano complejo y tiene que ser real y diferenciable sobre (a, b) .

Es posible levantar algunas de estas restricciones, resultando diversas soluciones para la integral. Para un mayor detalle véase por ejemplo [Stamnes, 1986]

4.7.3 Hilo sin defectos superficiales

Antes de tratar el problema con defectos superficiales vamos a aplicar *SPM* al caso de hilos perfectos. Esto nos proporcionará una idea de cómo hay que iluminar el hilo para que se puedan observar con suficiente contraste los defectos superficiales en la mayor parte de la figura de difracción. Por el hecho de ser un método aproximado vamos a perder cierta cantidad de información, cuyo efecto principal es la pérdida de las fluctuaciones alrededor del máximo de difracción. Sin embargo podemos levantar las restricciones de que el hilo debe ser un reflector perfecto y las condiciones sobre el haz incidente, que ahora puede tener una dirección de incidencia arbitraria, puede estar desalineado con el eje y su anchura w_x puede también ser arbitraria.

Como estamos considerando un hilo sin defectos superficiales entonces tenemos

- $r(\varphi) = a_0, P(\varphi) = Q(\varphi) = 0$

- El vector normal a la superficie es $\mathbf{n} = (\cos \varphi, \sin \varphi, 0)$
- $f(\varphi) = a_0 (v_x \cos \varphi + v_y \sin \varphi)$

Derivando $f(\varphi)$, e igualando a 0 obtenemos el valor estacionario de φ , que resulta

$$\cos \varphi_S = \frac{v_x}{(v_x^2 + v_y^2)^{1/2}}, \quad (4.67a)$$

$$\sin \varphi_S = \frac{v_y}{(v_x^2 + v_y^2)^{1/2}}. \quad (4.67b)$$

donde v_x, v_y está definido en (4.55). Con este valor de φ_S obtenemos que

- $f_0 = -a_0 (v_x^2 + v_y^2)^{1/2}$
- $f_2 = a_0 (v_x^2 + v_y^2)^{1/2}$
- $g_0 = a_0 \exp \left[- \left(\frac{a_0 v_x}{(v_x^2 + v_y^2)^{1/2}} - x_0 \right)^2 / w_x^2 \right] \left\{ (R+1) (v_x^2 + v_y^2)^{1/2} + 2 \sin \alpha v_y / (v_x^2 + v_y^2)^{1/2} \right\}$

e introduciendo estos resultados en la ec. (4.66) y considerando la ec. (4.58) el campo difundido resulta

$$E_2(\phi, \theta) = C E_0 \frac{w_z}{\sin \alpha} a_0^{1/2} \exp \left[- \left(\frac{a_0 v_x}{(v_x^2 + v_y^2)^{1/2}} - x_0 \right)^2 / w_x^2 \right] \exp \left[- \left(\frac{k v_z w_z}{2 \sin \alpha} \right)^2 \right] \cdot \left\{ (R+1) (v_x^2 + v_y^2)^{1/4} + 2 \sin \alpha v_y / (v_x^2 + v_y^2)^{3/4} \right\} \exp \left[-i \left(k a_0 (v_x^2 + v_y^2)^{1/2} - \frac{\pi}{4} \right) \right] \quad (4.68)$$

Aproximación de I_1 para el caso de $w_z \gg \lambda$

En la mayoría de las ocasiones ocurre que la anchura w_z del haz incidente es mucho mayor que la longitud de onda λ , y aprovechándonos de esto podemos obtener una solución más sencilla. Para ello utilizamos el límite [Spiegel y Abellanas Rapun, 1988]

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{\pi}} n \exp(-n^2 x^2) \longrightarrow \delta(x), \quad (4.69)$$

para la ec. (4.60). Mediante el cambio de variable $n = w_z, x = k v_z / 2 \sin \alpha$ se obtiene que

$$I_1(\theta) = \frac{\pi}{\sin \alpha} \delta \left(\frac{k (\cos \alpha - \cos \theta)}{2 \sin \alpha} \right). \quad (4.70)$$

Ahora bien, considerando que

$$\delta(h(\theta)) = \sum_j \frac{\delta(\theta - \theta_j)}{|h'(\theta_j)|}, \quad (4.71)$$

donde θ_j son los ceros de $h(\theta)$ y $h'(\theta_j)$ significa la derivada de h evaluada en θ_j ; resulta

$$I_1(\theta) = \frac{2\pi}{k \sin \alpha} \delta(\theta - \alpha). \quad (4.72)$$

Con esto la expresión de la solución (4.68) se simplifica grandemente. En primer lugar hay que considerar que la expresión del vector \mathbf{v} cuando $\theta = \alpha$ resulta

$$\mathbf{v} = -k \sin \alpha (\cos \phi, 1 + \sin \phi, 0), \quad (4.73)$$

de forma que la ec. (4.68) se simplifica como

$$E_2(\phi, \theta) \propto \left(\frac{a_0}{\sin \alpha}\right)^{1/2} E_0 R(\varphi_S) \exp \left[- \left(\frac{a_0 \sin(\frac{\pi/2-\phi}{2}) + x_0}{w_x} \right)^2 \right] \cdot \cos^{1/2}\left(\frac{\pi/2-\phi}{2}\right) \delta(\theta - \alpha) \exp \left[-i \left(k a_0 (v_x^2 + v_y^2)^{1/2} - \frac{\pi}{4} \right) \right]$$

por lo que la intensidad será

$$I_2(\phi, \theta) \propto I_0 \frac{a_0}{\sin \alpha} \mathcal{R} \exp \left[-2 \left(\frac{a_0 \sin(\frac{\pi/2-\phi}{2}) + x_0}{w_x} \right)^2 \right] \cos\left(\frac{\pi/2-\phi}{2}\right) \delta(\theta - \alpha), \quad (4.74)$$

donde $I_0 = |E_0|^2$ y $\mathcal{R} = |R|^2$ es la reflectividad del hilo. En esta ecuación hay que resaltar varias cosas:

- la intensidad es proporcional al radio del hilo y a la reflectividad de la superficie
- Cuando $w_x \gg a_0$ la única dependencia en ϕ es $\cos(\frac{\pi/2-\phi}{2})$, siendo este el resultado obtenido por la aproximación geométrica.
- La intensidad es inversamente proporcional a $\sin \alpha$.

Simulaciones

En primer lugar veamos cómo afecta la aproximación $w_z \gg \lambda$ realizada para simplificar la expresión de la intensidad. Como se ha mostrado para este caso la ec. (4.59) se hace cero para todos los valores excepto cuando $v_z = 0$. Por ello los únicos valores con intensidad son aquellos con $\theta = \alpha$. Sin embargo, a medida que la anchura disminuye aumenta la intensidad difractada en otras direcciones, tal y como se muestra en la Figura 4.27.

Otro parámetro que debe considerarse es w_x , pues influye en la cantidad de luz que llega a cada punto del hilo y, por ende, a la intensidad en el anillo. Si deseamos que la intensidad sea óptima para cada ángulo, el valor de w_x debe ser grande respecto del radio del hilo a_0 , de forma que la primera exponencial de la ec. (4.68) sea aproximadamente 1 para todos los valores de ϕ . El valor parámetro x_0 también es importante, pues es el desalineamiento entre el eje del haz y del cilindro. Si la anchura w_x es grande, como es deseable, pequeños desalineamientos no afectarán a la intensidad esparcida por el hilo. En la Figura 4.28 podemos ver varias gráficas donde se muestra el efecto de estos dos parámetros.

4.7.4 Hilo con defectos longitudinales

Mediante la utilización de *SPM* es posible también obtener una solución aproximada para el caso de cilindros con defectos longitudinales. Supondremos que $w_z \gg \lambda$ pues es el caso más usual y simplifica enormemente los cálculos. Mediante esta aproximación $I_1(\phi)$ viene dado por la ec. (4.72) y el vector \mathbf{v} viene descrito por la ec. (4.73).

En este caso de superficie con defectos longitudinales $f(\varphi)$ viene descrito en la ec. (4.62b), $f(\varphi) = r(\varphi)(v_x \cos \varphi + v_y \sin \varphi)$. Derivando e igualando a 0 esta ecuación obtenemos

$$P(\varphi_s) = \frac{v_x \sin \varphi - v_y \cos \varphi}{v_x \cos \varphi + v_y \sin \varphi}, \quad (4.75)$$

e introduciendo los valores de v_x y v_y dados en la ec. (4.73) se obtiene

$$\cos \phi = \frac{[1 - P^2(\varphi_s)] \sin 2\varphi_s - 2P(\varphi_s) \cos 2\varphi_s}{1 + P^2(\varphi_s)}, \quad (4.76a)$$

$$\sin \phi = -\frac{[1 - P^2(\varphi_s)] \cos 2\varphi_s + 2P(\varphi_s) \sin 2\varphi_s}{1 + P^2(\varphi_s)}, \quad (4.76b)$$

que es equivalente a la ec. (4.30), obtenida por consideraciones geométricas. En realidad

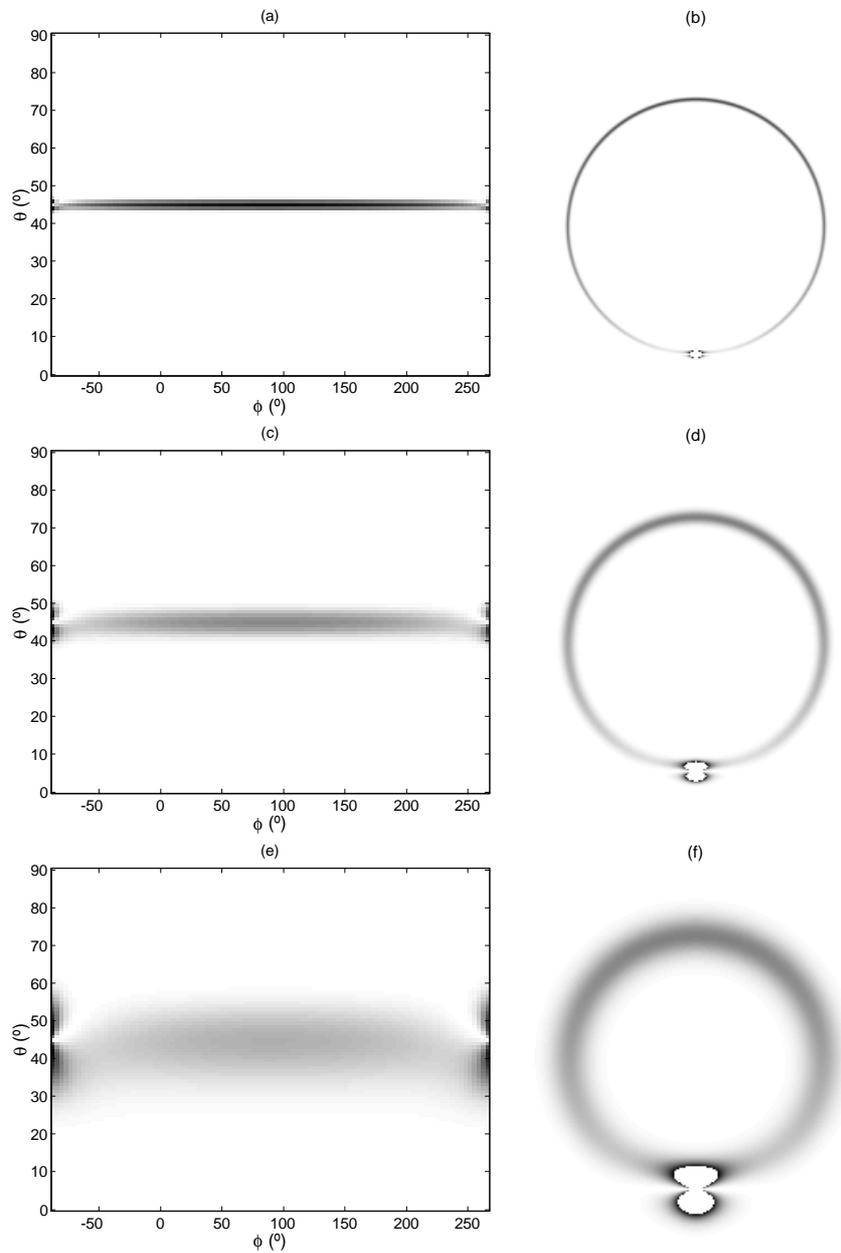


Figura 4.27: Intensidad $I_2(\phi, \theta)$ (en u. arb.) obtenida a partir de la ec. (4.68) por un hilo y simulaciones del cono de intensidad obtenidas al variar la anchura w_z del haz incidente: a) y b) $w_z = 1 \mu\text{m}$, c) y d) $w_z = 3 \mu\text{m}$, e) y f) $w_z = 10 \mu\text{m}$. Al disminuir la anchura w_x el cono de luz se ensancha. El diámetro del hilo es $100 \mu\text{m}$ y tiene un comportamiento de reflector perfecto. El resto de parámetros es $\alpha = \pi/4$ rad y la longitud de onda $\lambda = 0.63 \mu\text{m}$.

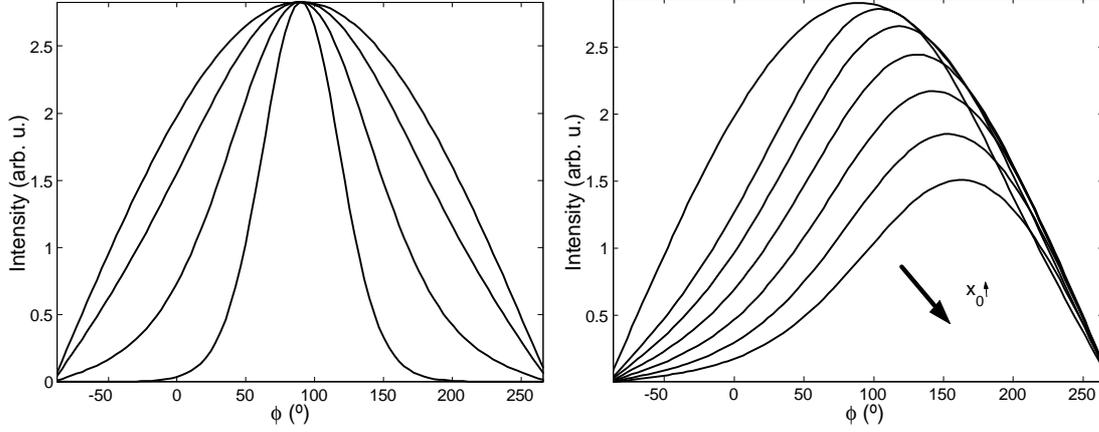


Figura 4.28: Perfiles de intensidad del cono de luz difractada a) para varios valores de la anchura w_x del haz: $w_x = 1000, 200, 100$ y $50 \mu\text{m}$ y b) para diversos parámetros de desalineamiento $x_0 = 0, 25, 50, 75, 100, 125$ y $150 \mu\text{m}$, con $w_x = 200 \mu\text{m}$ y $w_z \gg \lambda$. El radio del hilo es $100 \mu\text{m}$ y su superficie se comporta como un reflector perfecto. El ángulo de incidencia del haz es $\alpha = \pi/4$ rad y su longitud de onda $\lambda = 0.63 \mu\text{m}$.

nuestro interés es obtener $\varphi_s = \varphi_s(\phi)$, pero la solución de esta forma no es posible, debido a la dependencia $P(\varphi_s)$. Una forma de proceder es intentar eliminar los términos de φ_s que no vayan en $P(\varphi_s)$ y tras un largo cálculo trigonométrico se obtiene

$$\cos \varphi_s = \frac{\sin [1/2 (\pi/2 - \phi)] - P(\varphi_s) \cos [1/2 (\pi/2 - \phi)]}{\sqrt{1 + P^2(\varphi_s)}}, \quad (4.77a)$$

$$\sin \varphi_s = \frac{\cos [1/2 (\pi/2 - \phi)] + P(\varphi_s) \sin [1/2 (\pi/2 - \phi)]}{\sqrt{1 + P^2(\varphi_s)}}. \quad (4.77b)$$

Introduciendo estos valores en la ec. (4.66) para el caso general de la ec. (4.61) resulta

$$g_0 = -2R \sin \alpha \exp \left[-U(\varphi_s)^2 \right] r(\varphi_s) \cos\left(\frac{\pi/2 - \phi}{2}\right), \quad (4.78)$$

$$f_0 = -2 \sin \alpha \cos\left(\frac{\pi/2 - \phi}{2}\right) \frac{r(\varphi_s)}{\sqrt{1 + P^2(\varphi_s)}}, \quad (4.79)$$

$$f_2 = 2 \sin \alpha \cos\left(\frac{\pi/2 - \phi}{2}\right) \frac{r(\varphi_s)}{\sqrt{1 + P^2(\varphi_s)}} [1 + 2P^2(\varphi_s) - Q(\varphi_s)], \quad (4.80)$$

con

$$U(\varphi_s) = \frac{1}{w_x} \left(\frac{r(\varphi_s) \left[\sin\left(\frac{\pi/2-\phi}{2}\right) - P(\varphi_s) \cos\left(\frac{\pi/2-\phi}{2}\right) \right]}{\sqrt{1+P^2(\varphi_s)}} - x_0 \right).$$

A partir de estos términos es sencillo obtener el campo. Sin embargo, debido a que pueden existir diversas soluciones de la relación $\phi = \phi(\varphi_s)$, que se puede interpretar como diversos rayos caracterizados por φ_s que tengan la misma dirección de salida ϕ , el campo total será la suma de todas las soluciones. En este caso el campo se puede escribir como

$$E_2(\phi; \theta = \alpha) \propto \frac{E_0}{\sin^{1/2} \alpha} \cos^{1/2}\left(\frac{\pi/2-\phi}{2}\right) \sum_{N_\phi} A(\varphi_{sj}) \exp \left[-i \left(\frac{2 k \sin \alpha r(\varphi_{sj}) \cos\left(\frac{\pi/2-\phi}{2}\right)}{\sqrt{1+P^2(\varphi_{sj})}} - \frac{\pi}{4} \right) \right], \quad (4.81)$$

donde φ_{sj} representan los distintos rayos que salen del hilo en cada dirección ϕ y

$$A(\varphi_{sj}) = \frac{r^{1/2}(\varphi_{sj}) [1+P^2(\varphi_{sj})]^{1/4}}{[1+2P^2(\varphi_{sj})-Q(\varphi_{sj})]^{1/2}} R(\varphi_{sj}) \exp[-U(\varphi_{sj})^2]. \quad (4.82)$$

Para calcular la intensidad debemos considerar que ahora los distintos rayos que viajan en la misma dirección interfieren entre sí

$$I_2(\phi; \theta = \alpha) \propto I_0 \frac{1}{\sin \alpha} \cos\left(\frac{\pi/2-\phi}{2}\right) \cdot \left[\sum_{N_\phi} A^2(\varphi_{sj}) + 2 \sum_{i < j} A(\varphi_{si}) A(\varphi_{sj}) \cos \left(2 k \sin \alpha \Phi(\phi) \cos \frac{\pi/2-\phi}{2} \right) \right],$$

donde $\Phi(\phi) = \left(r(\varphi_{sj}) / \sqrt{1+P^2(\varphi_{sj})} - r(\varphi_{si}) / \sqrt{1+P^2(\varphi_{si})} \right)$.

Capítulo 5

Técnica para la medida de defectos superficiales en hilos metálicos

Una vez caracterizados los diferentes tipos de estructuras superficiales presentes en los hilos metálicos finos (*Capítulo 2*), analizadas las diversas soluciones previas para determinar la calidad superficial en cilindros (*Capítulo 3*) y desarrollado modelos teóricos que predicen la distribución de intensidad generada por dichas estructuras cuando el hilo se ilumina de forma oblicua (*Capítulo 4*), en el presente capítulo se presenta una técnica desarrollada por nosotros para la detección de defectos superficiales sobre hilos metálicos finos y gruesos. Esta técnica está basada en la medida de las variaciones de intensidad producidas en el cono de luz generado cuando el hilo se ilumina con un haz en incidencia oblicua. Hemos desarrollado un prototipo de laboratorio con el cual es posible obtener imágenes de la superficie del hilo. También hemos desarrollado algoritmos para la detección de los defectos superficiales y la medida de la calidad superficial. Los resultados obtenidos se han comparado con medidas de *Microscopía de Fuerza Atómica (AFM)* y *Microscopía Electrónica de Barrido (SEM)* realizadas por nosotros.

5.1 Introducción

En el *Capítulo 4* se ha visto que la presencia de estructuras superficiales en objetos cilíndricos modifica la distribución de intensidad en el cono de luz generado cuando se incide con un haz láser de forma oblicua. En el presente capítulo se desarrolla un prototipo de laboratorio con el fin de detectar dichas variaciones en la intensidad y determinar así las propiedades superficiales de los hilos.

A partir de los modelos realizados en dicho capítulo se puede explicar la distribución de intensidad en la pantalla una vez conocida la topografía del hilo. Sin embargo el problema inverso de obtener la topografía de la superficie del hilo a partir de la distribución de intensidad en la pantalla no es abordable pues para ello es necesario conocer la fase de la onda dispersada¹ [Ramm, 1984] [Bennett, 1981]. Basándonos en los modelos desarrollados en el *Capítulo 4* hemos realizado un sencillo análisis de la distribución de intensidad en el cono a partir de la cual se puede extraer información de los defectos si se realizan una serie de simplificaciones. Mediante dichas aproximaciones se pierde información de la topografía aunque, siempre que la densidad de defectos sea pequeña, se puede determinar la anchura de los defectos y correlacionar la intensidad la localización del defecto con la profundidad del defecto para una forma de defecto determinado.

5.2 Prototipo de laboratorio para la detección de defectos superficiales

Hemos desarrollado un prototipo de laboratorio con el fin de captar la circunferencia de luz difractada [Sanchez-Brea et al., 1999c] [Sanchez-Brea et al., 1999d]. En dicho dispositivo se hace incidir un haz láser de forma oblicua sobre la superficie del hilo de forma que la luz difundida forma un cono de luz (Figura 5.1). Se interpone una pantalla para recoger la luz y dicha imagen se graba mediante una cámara *CCD*. Es conveniente expandir el haz incidente mediante una lente cilíndrica para aumentar el área iluminada del hilo.

En la Figura 5.2 se muestran unas fotografías del dispositivo experimental desarrollado.

¹Existen otro tipo de técnicas ópticas a partir de las cuales es posible obtener información tridimensional $Z(x, y)$ de un objeto, como la microscopía confocal, la microscopía de campo próximo o mediante técnicas reflectométricas. Estas técnicas son locales por cuanto se realiza un rastreo de la superficie iluminando un sólo punto de la superficie cada vez. También se puede obtener información topográfica mediante interferometría, técnicas de Moire, técnicas deflectométricas, etc. Sin embargo estas técnicas no se adaptan al caso de hilos finos.

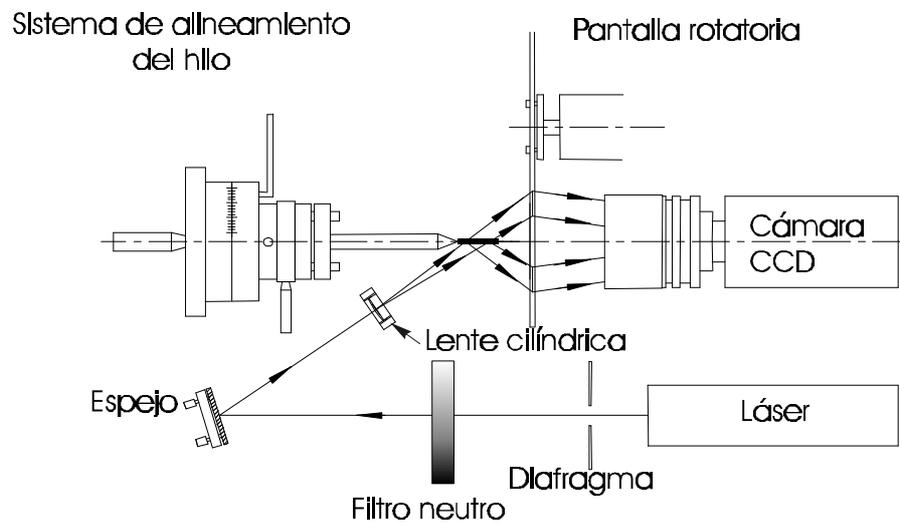


Figura 5.1: Esquema del prototipo de laboratorio desarrollado para la detección de defectos superficiales en hilos metálicos finos.

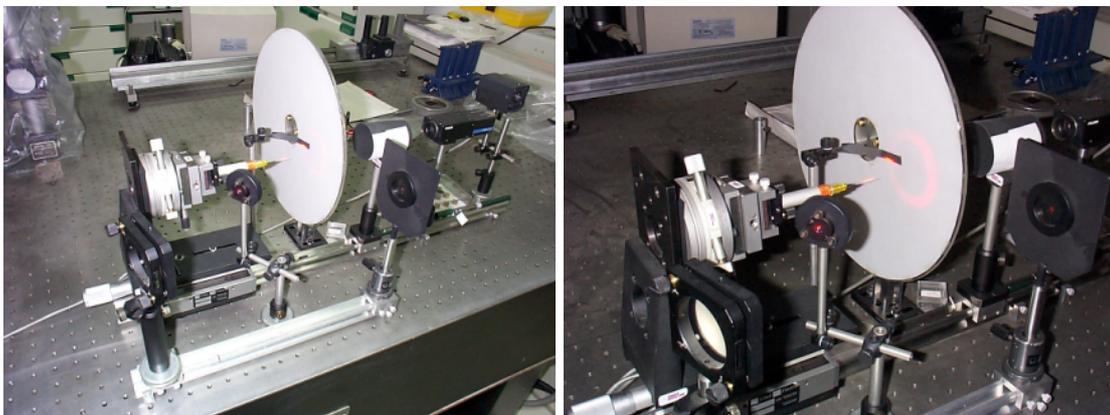


Figura 5.2: Fotografía del montaje experimental desarrollado. La fotografía de la derecha es una ampliación del montaje experimental. Se puede observar el anillo de luz sobre la superficie de la pantalla.

Los distintos elementos en los que se divide el prototipo son:

- Sistema de iluminación
- Sistema de posicionamiento del hilo

- Sistema de captación de la luz

Describiremos brevemente cada uno de los elementos de los que consta el prototipo.

5.2.1 Sistema de iluminación

La fuente de iluminación utilizada es un láser de $He - Ne$ ($\lambda = 632.8$ nm) de 35 mW de potencia. La cantidad de energía necesaria para poder visualizar eficazmente la superficie del hilo depende linealmente con el tamaño del hilo. Así, para un hilo de $500 \mu\text{m}$ de diámetro necesitaremos 10 veces menos de energía para tener la misma intensidad sobre la pantalla que para un hilo de 50 micras. Es por ello que hemos utilizado un filtro neutro variable para poder modificar la intensidad del haz incidente evitando así saturar la cámara CCD , pero haciendo que la señal sea lo suficientemente intensa como para cubrir todo el rango dinámico de la cámara.

El haz de dicho láser tiene un perfil de intensidad que se puede aproximar a una función de *Gauss*, como se muestra en la figura 5.3. La utilización de este tipo de fuentes

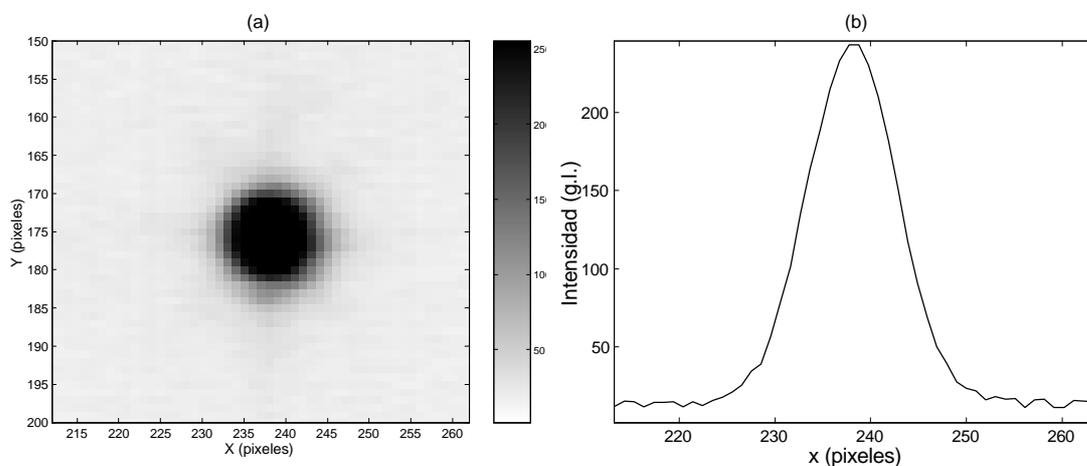


Figura 5.3: a) Imagen obtenida por la cámara CCD cuando se incide con el láser en incidencia normal y b) perfil de dicho haz.

tiene el inconveniente de la coherencia, pues produce un moteado láser (speckle) que se debe eliminar, además de generar efectos de difracción que se podrían evitar con una fuente de luz blanca. Sin embargo no hemos encontrado ninguna fuente de luz blanca lo suficientemente intensa como para poder ser utilizada para hilos de pequeño diámetro.

Un intento fue la utilización de *LEDs* de luz blanca, consistentes en un *LED* con material fluorescente en su superficie. Sin embargo el haz generado por este tipo de *LEDs* tiene una apertura muy grande ($\geq 10^\circ$), por lo que no se pueden utilizar en esta aplicación.

Para controlar el ángulo de incidencia sobre el hilo hemos utilizado un espejo montado sobre un carril. También se ha introducido un diafragma con el fin de evitar que rayos espúreos puedan llegar a la pantalla.

En un primer momento hacíamos incidir directamente el haz sobre el hilo, formándose como imagen una circunferencia. Esta configuración presenta la ventaja que es posible determinar de una forma sencilla la localización del centro de la circunferencia y extraer la información de intensidad en el anillo de luz. Sin embargo esta disposición no proporciona información longitudinal más que de una zona muy localizada del hilo. Con el objeto de aumentar la cantidad información que presenta cada imagen se puede introducir una lente cilíndrica que expande el haz incidente en la dirección del eje del hilo. De esta forma es posible iluminar una buena parte del hilo obteniendo información bidimensional en cada imagen (del orden de 10 mm de longitud).

5.2.2 Sistema de posicionamiento del hilo

Es importante, a la hora de realizar medidas, conocer de forma precisa la posición sobre el hilo y el ángulo que forma con el haz incidente. Para ello se ha desarrollado un soporte especial (Fig. 5.4) que permite la traslación y la rotación del hilo, así como que el hilo esté exactamente en el eje de rotación del sistema eliminando alabeos cuando se rota el hilo. Para sujetar el hilo hemos utilizado dos tipos de soportes. El primero de ellos consiste simplemente en una punta de rotulador. El hilo se introduce por esta punta y se pega con un poco de laca. De esta forma el hilo se sujeta únicamente por un lado y no se interfiere con el cono de luz. Este soporte se ha utilizado para hilos gruesos ($> 200 \mu\text{m}$). Es necesario que los hilos no estén torcidos pues en caso contrario los centros de cada circunferencia generada por cada punto del hilo no coinciden, complicándose el análisis de la figura de intensidad. Sin embargo normalmente esto no sucede debido a que el almacenamiento de los hilos se realiza en bobinas. Además, los hilos muy finos no se pueden soportar únicamente por un sólo lado. Por ambos motivos hemos diseñado un soporte especial para agarrar el hilo por los dos lados y estirarlo (Figura 5.5). Este soporte interfiere el cono de difracción, por lo que se pierde una pequeña parte del cono.

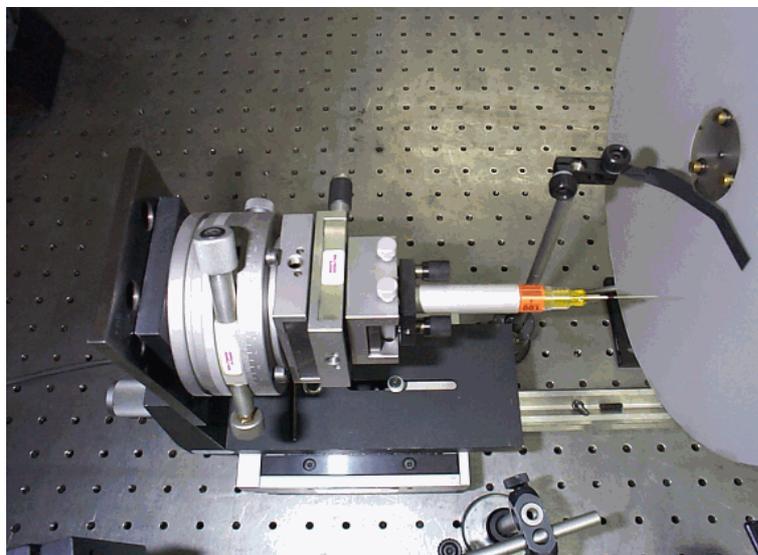


Figura 5.4: Fotografía del dispositivo de alineación y movimiento del hilo. Existen una serie de posicionadores lineales y angulares para asegurar que el eje del hilo coincide con el eje de giro. En esta fotografía el dispositivo de sujeción del hilo es la punta de un rotulador.

5.2.3 Sistema de captación de la luz difundida

El haz incidente sobre el hilo genera, después de interactuar con el hilo, un cono de luz. Con el fin de recoger esta luz dispersada se ha introducido una pantalla. Una forma más eficiente de hacer esto es mediante un diseño óptico adecuado que haga deflectar los rayos divergentes y los introduzca en la cámara *CCD*. Sin embargo, la realización de dicho diseño está determinado completamente por el ángulo de incidencia del haz con el eje del hilo. Cuanto menor sea este ángulo más sencillo será el diseño ya que para ángulos grandes son necesarias lentes de gran diámetro y gran apertura numérica. Como deseábamos modificar el ángulo de incidencia hemos preferido adoptar la solución menos eficiente de una pantalla.

Para disminuir el speckle presente en la imagen se hace rotar la pantalla mediante un pequeño motor. Con ello cuando se graba la imagen con una cámara *CCD* (en nuestro caso de 512×512 píxeles, 256 niveles de gris) se produce un efecto de integración disminuyendo enormemente el moteado.

La geometría cilíndrica del hilo actúa como un amplificador de imagen en la dirección transversal al eje del hilo por lo que los defectos mejor observados son los defectos longitu-

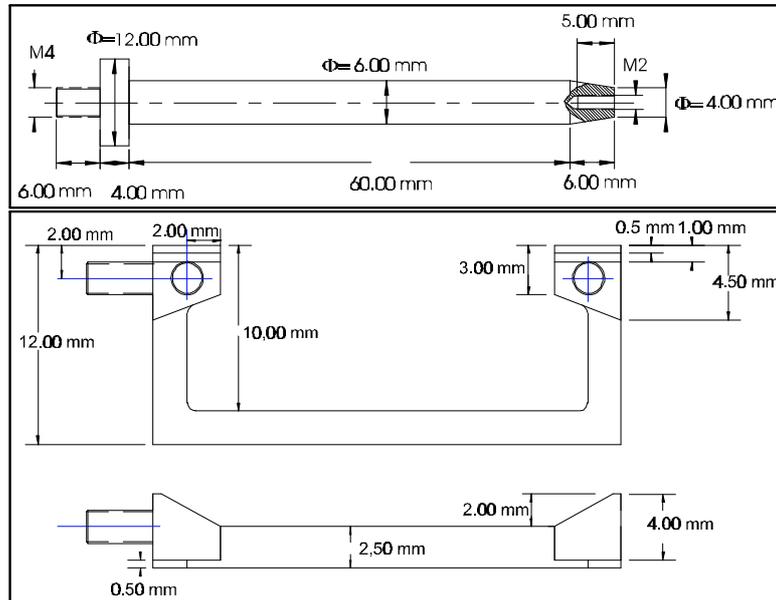


Figura 5.5: Esquemas del soporte realizado para agarrar los hilos por ambos lados. Este soporte consta de una barra de acoplamiento y una pieza para sostener el hilo. El soporte es válido tanto para hilos muy finos ($< 50 \mu\text{m}$), como para hilos mayores y hace que el hilo esté perfectamente estirado. Tiene el inconveniente de obturar una pequeña parte del cono de luz.

dinales. Sin embargo también se pueden detectar otros tipos de defectos, como agujeros, que aparecerán muy deformados, como se muestra en la Figura 5.6 (también aparece una estructura que presenta efectos interferenciales).

Como el máximo de difracción tiene mucha mayor intensidad que el resto del anillo normalmente se satura la cámara. Por ello hemos utilizado una máscara que taponara el máximo de difracción.

5.2.4 Número de haces incidentes necesarios

Los defectos son detectados de la forma más eficiente para $\varphi = \pi/2$, ya que la intensidad para este ángulo es máxima. Al separarnos de este ángulo la eficiencia en la detección disminuye al disminuir la intensidad, no siendo posible detectar dichas estructuras para ángulos $\varphi > \pi$ y $\varphi < 0$. Por consiguiente, para caracterizar completamente el hilo se necesitan al menos dos haces incidentes, uno a 180° respecto del otro, que generan dos conos. Cada cono proporciona información de la mitad del hilo. Sin embargo, debido al

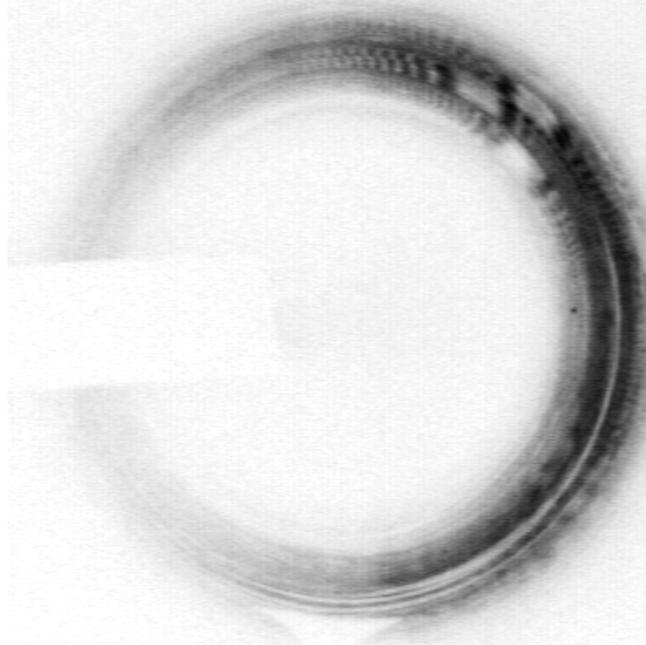


Figura 5.6: Anillo de intensidad asociado a un hilo con un agujero (raya clara en la parte derecha de la imagen). También se observa en la parte alta del anillo defectos interfaciales debido, presumiblemente, a un defecto longitudinal con bordes abruptos.

máximo de difracción y al bajo contraste en localizaciones cercanas a dicho máximo es recomendable colocar tres haces incidentes, a 120° entre sí, de forma que se obtienen tres anillos. En nuestro sistema solamente hemos considerado un haz, rotando la superficie para poder medir todo el hilo.

5.2.5 Lente cilíndrica

Como vimos en el *Capítulo 4*, cuando el hilo está iluminado con una fuente con una anchura mayor de unas pocas micras el efecto de la difracción del haz en el eje z se hace despreciable. Por ello para cada localización Z en el eje del hilo existe una correspondencia con un radio ρ del cono de intensidad. Cuando los rayos incidentes son paralelos esta correspondencia

es

$$Z = \frac{\rho}{\tan \theta}. \quad (5.1)$$

Para aumentar la cantidad de información presente en cada imagen se introduce una lente cilíndrica (Figura 5.7). Entonces cada rayo tiene un ángulo de incidencia α distinto que viene dado por

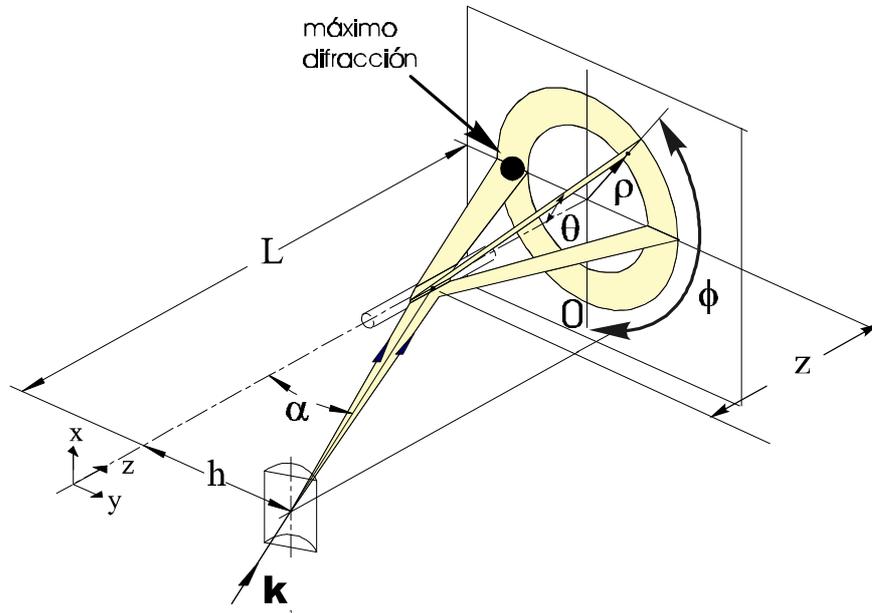


Figura 5.7: Esquema del dispositivo experimental cuando se introduce una lente cilíndrica. En este caso la correspondencia hilo-pantalla cambia.

$$\tan \alpha = \frac{h}{L - Z}, \quad (5.2)$$

donde L es la distancia entre el plano focal de la lente y la pantalla y h es la distancia entre la lente y el eje del hilo. A partir de las ecs. (5.1) y (5.2) se obtiene que la relación entre la posición Z en el hilo y el radio del anillo ρ es

$$Z = \frac{\rho L}{\rho + h}. \quad (5.3)$$

5.3 Detección de defectos superficiales

En la aproximación geométrica hemos visto que cuando el hilo no presenta estructuras superficiales, $r(\varphi) = 0$, entonces existe una correspondencia biunívoca $(\alpha, Z) \longrightarrow (\phi, \theta)$ entre las posiciones sobre la superficie del hilo y las posiciones en la pantalla. Sin embargo bajo la presencia de estructuras superficiales esta correspondencia se rompe pues para una cierta dirección (ϕ, θ) pueden existir rayos provenientes de diversas partes del hilo. Para hilos con ligeras variaciones en la topografía (altura de la estructura \ll diámetro del hilo) y con poca cantidad de defectos superficiales podemos asociar las variaciones en intensidad con defectos superficiales puesto que si la cantidad de defectos es pequeña las variaciones de intensidad están muy localizadas.

5.3.1 Análisis del anillo de intensidad

Una vez que se han obtenido las imágenes del hilo mediante la cámara *CCD* hay que detectar sobre éstas la presencia de defectos superficiales. A la hora de determinar los tamaños relativos de los defectos lo único que nos va a importar es la anchura angular del defecto y el diámetro del hilo. El resto de parámetros (ángulo α de incidencia del haz, distancia Z entre el hilo y la pantalla, etc.) se deben configurar para obtener una calidad óptima en el contraste; es decir, el ángulo α no debe ser muy pequeño ($> 10^\circ$), y la distancia Z debe ser suficientemente grande como para que se resuelva el anillo en la pantalla con nitidez.

Cuando en el dispositivo de medida no se introduce la lente cilíndrica entonces la distribución de intensidad sobre la pantalla es una circunferencia (Figura 5.8). Para obtener la distribución de intensidad en el anillo hemos realizado el siguiente procedimiento. En primer lugar se determinan la posición de los píxeles que tienen un nivel de intensidad mayor de un umbral I_0 que sea bastante mayor que el nivel de ruido. Estos puntos se ajustan a una elipse mediante el método de los mínimos cuadrados. Los puntos cuya intensidad es mayor a I_0 se ajustan a una elipse y no a una circunferencia pues los píxeles de la cámara *CCD* no son cuadrados, además de posibles desalineamientos de la pantalla y/o de la cámara *CCD* (Figura 5.9a). El perfil de intensidad se obtiene a partir de la intensidad de los píxeles sobre la elipse (Figura 5.9b). En esta figura se puede observar el perfil de intensidad para un hilo con un defecto principal en el ángulo $\phi = 90^\circ$. La forma del perfil es bastante similar a las obtenidas mediante los modelos del *Capítulo 4*.

Como hemos señalado anteriormente hemos utilizado una patanlla rotatoria con el fin

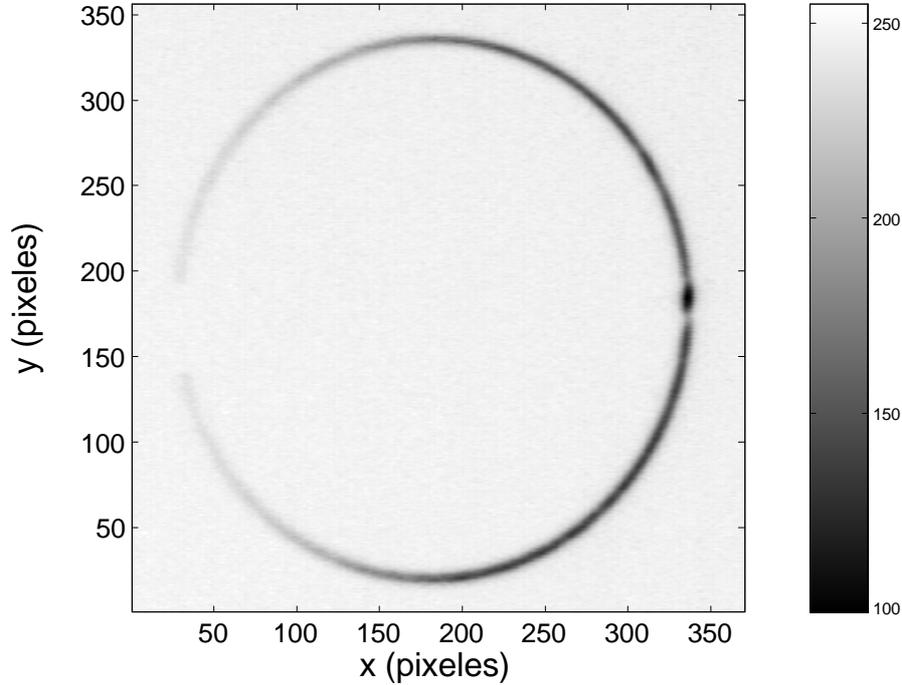


Figura 5.8: Distribución de intensidad en la pantalla para un hilo con defectos longitudinales cuando no se introduce la lente cilíndrica.

de eliminar el moteado láser. En la Figura 5.10 se muestra el perfil de intensidad para un hilo cuando la pantalla está rotando (izquierda) y también cuando está quieta (derecha). Cuando la pantalla no gira el moteado láser hace que el cociente señal/ruido disminuya considerablemente. En la Figura 5.11 se muestra la imagen sobre la pantalla y el perfil de intensidad para otro hilo de acero de $340 \mu\text{m}$ de diámetro. Se puede observar un defecto importante para $\phi = 90^\circ$ y otros defectos laterales. Los defectos para ángulos menores de -30° y mayores a 220° no se pueden detectar debido a una pobre iluminación.

5.3.2 Ensanchamiento del haz incidente

Mediante las figuras anteriores es posible obtener información sobre los defectos superficiales de una pequeña sección z del hilo. Una forma de aumentar la cantidad de información presente en cada imagen es introducir una lente cilíndrica con el fin de expandir el haz que incide sobre el hilo. Esto nos va a permitir obtener imágenes bidimensionales de la superficie. Así por ejemplo, en la Figura 5.12 se muestra el anillo de intensidad para un

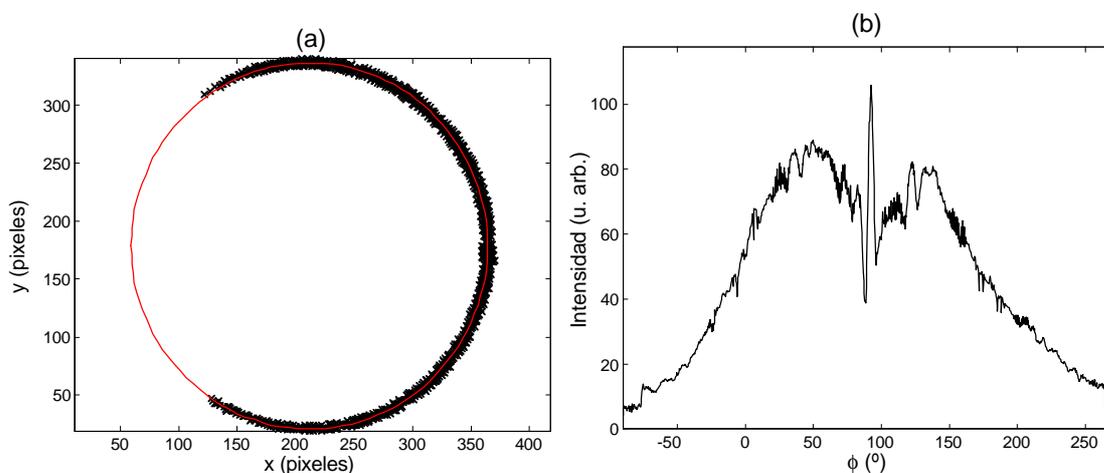


Figura 5.9: a) Ajuste a una elipse de los píxeles cuya intensidad es mayor a un umbral dado. b) Perfil de intensidad para la elipse. Se observa que la distribución de intensidad global es similar a la obtenida de forma teórica. Además de un gran defecto en $\phi = 90^\circ$ existen otras pequeñas estructuras superficiales

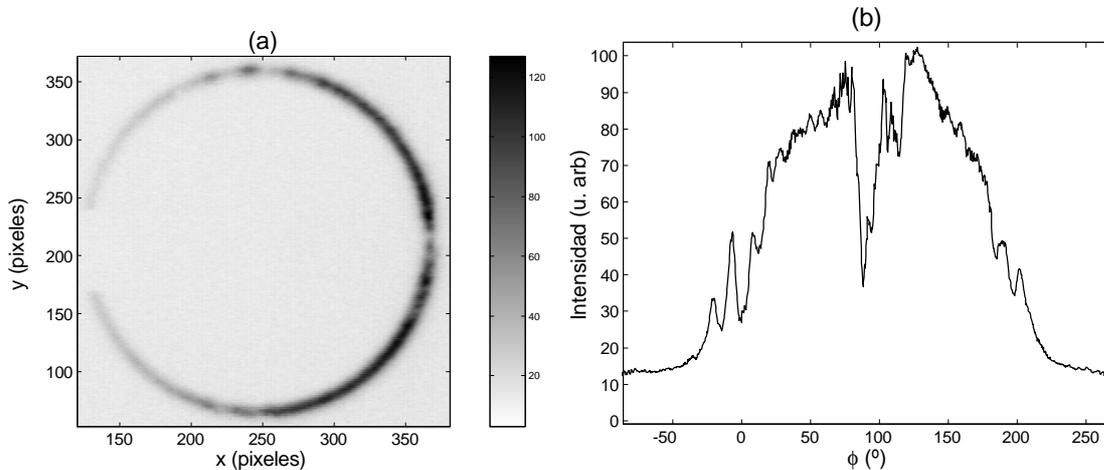


Figura 5.11: Imagen y perfil de intensidad para un hilo de acero de $340 \mu m$.

hilo con defectos longitudinales.

Mediante la transformación geométrica $(\theta, \phi) \rightarrow (\varphi, z)$ realizada en la Sección 5.2.5, a partir de la distribución de intensidad $I(\theta, \phi)$ en el anillo (Figura 5.12), se obtiene una imagen bidimensional $I(\varphi, z)$ de la superficie del hilo (Figura 5.13).

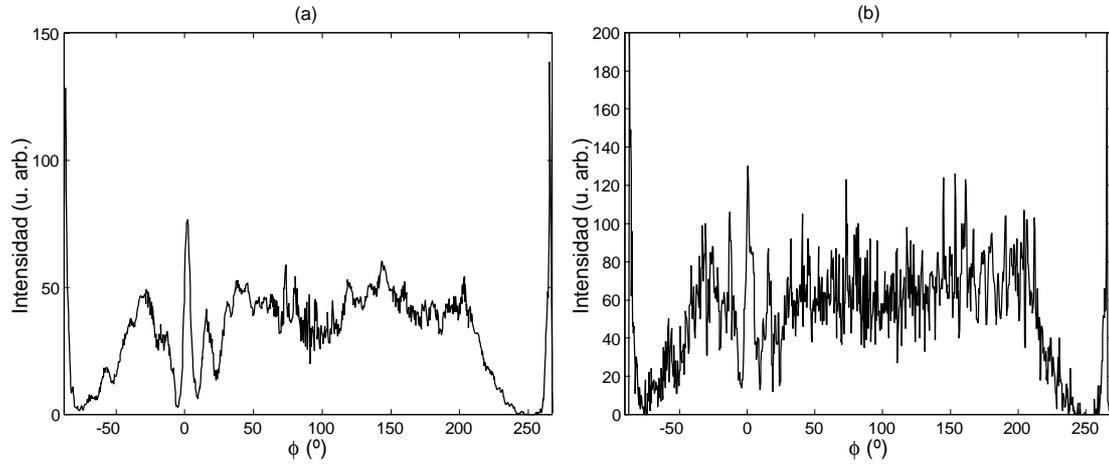


Figura 5.10: Comparación entre el perfiles del anillo a) cuando la pantalla rota de forma que se produce una integración eliminando grandemente el speckle y b) cuando la pantalla no gira y el speckle no se elimina. Se puede ver que cuando la pantalla rota la relación S/N aumenta.

Con el fin de validar las imágenes obtenidas mediante nuestro dispositivo para este hilo las hemos comparado con técnicas más convencionales, como la *Microscopía Electrónica de Barrido*. En la Figura 5.14 se muestra una imagen obtenida con *SEM* del hilo utilizado para obtener la Figura 5.12. Se puede comprobar que el parecido entre ambas imágenes es grande.

Se han obtenido imágenes para varios hilos consiguiendo unos resultados similares. Es interesante mostrar también los resultados obtenidos con un hilo de gran calidad superficial. El anillo que se genera en la pantalla (Figura 5.15) es mucho más uniforme, y al realizar la transformación geométrica no se observan la presencia de defectos, como se muestra en la Figura 5.16. Esta imagen se ha comparado con la obtenida mediante *AFM* (Figura 5.17) corroborando la inexistencia de defectos. Al realizar un perfil de esta última imagen se observan que los defectos más importantes en el hilo son de unos 20 nm de profundidad.

5.3.3 Localización de defectos superficiales

Una vez obtenidas las imágenes de la superficie del hilo hay que localizar los defectos longitudinales. Para ello buscaremos las posiciones de los mínimos de intensidad. Ya

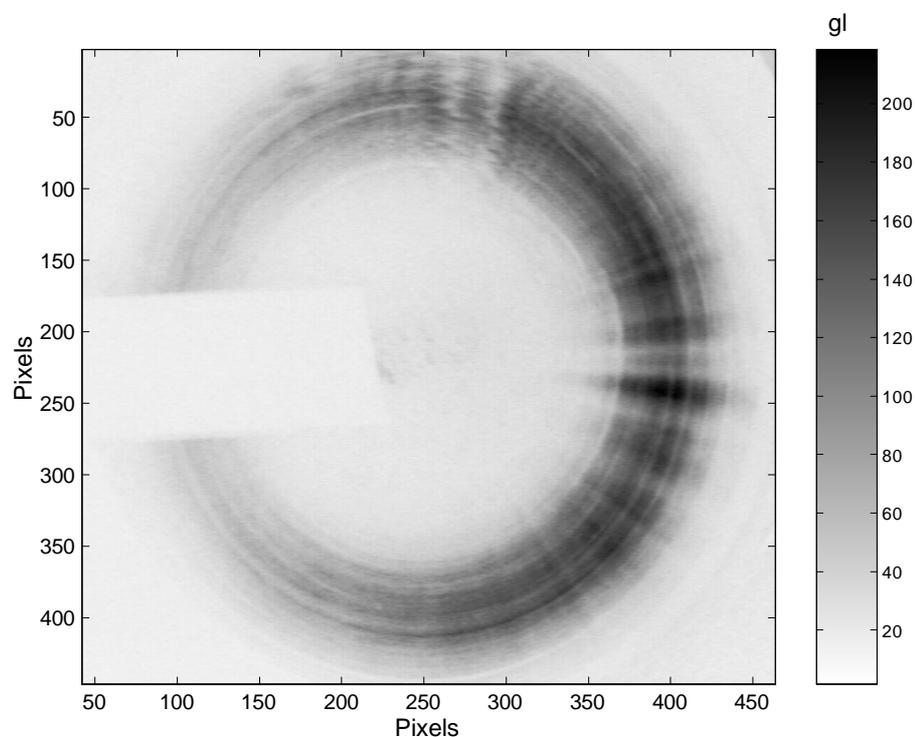


Figura 5.12: Imágen obtenida por la cámara *CCD* para un hilo de acero de $340 \pm 1 \mu\text{m}$ de diámetro y con defectos longitudinales.

hemos visto en las simulaciones realizadas en el *Capítulo 4* que la búsqueda de mínimos de intensidad no asegura la total detección de los defectos. Sin embargo, como la mayor parte de los defectos de gran tamaño sí presentan mínimos de intensidad (Figura 4.22), un algoritmo simple para la detección de defectos superficiales es definir una función del tipo

$$I_D(\varphi, z) = I(\varphi, z) - I_F(\varphi, z), \quad (5.4)$$

donde $I(\varphi, z)$ es la intensidad del anillo (cambiando el sistema de coordenadas mediante la correspondencia anillo-hilo) y $I_F(\varphi, z)$ es la distribución teórica de intensidad para un hilo sin defectos. Como experimentalmente es muy difícil controlar todos los parámetros involucrados (anchura del haz, desalineamientos entre el haz y el hilo, reflectancia de la superficie, etc.) $I_F(\varphi, z)$ no se puede obtener de forma teórica, por lo que la hemos obtenido

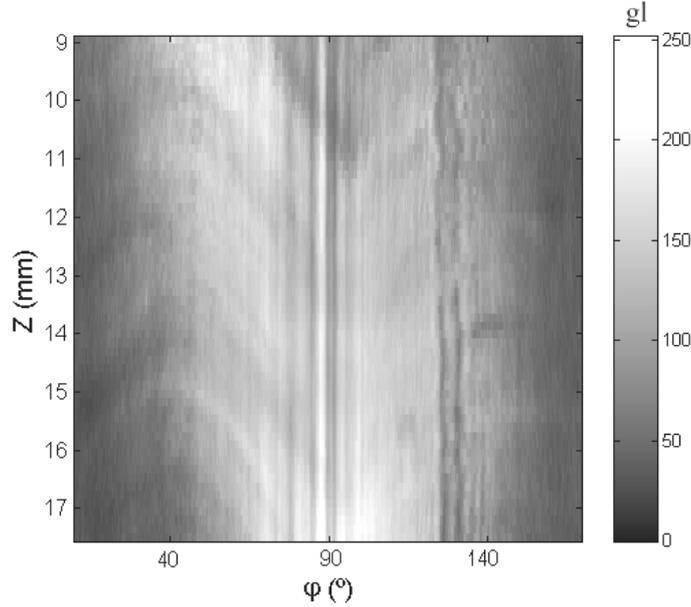


Figura 5.13: Transformación del anillo de la Figura 5.12 según la transformación descrita en la sección anterior.

filtrando $I(\varphi, z)$ con un filtro pasa-baja para eliminar las fluctuaciones de intensidad de corto alcance.

Asociamos los defectos a aquellas posiciones donde se cumple $I_D(\varphi, z) < 0$. Sin embargo, con el objeto de eliminar ruido y pequeños defectos que no se desean detectar hemos definido un nivel umbral de forma que se presume la presencia de defectos si

$$I_D(\varphi, z) < I_T. \quad (5.5)$$

En la Figura 5.18 se muestran los puntos que cumplen la ec. (5.5) para dos valores de umbral distintos. Esta imagen se puede comparar con la imagen *SEM* de la superficie del hilo (Figura 5.14). En ambas imágenes aparecen tres ralladuras (A, B, C) en el centro y otra ralladura a la derecha (D). Es de notar que con cada imagen obtenida se puede medir alrededor de 10 mm de la superficie del hilo mientras que con otras técnicas como *SEM* o *AFM* el rango de medida es mucho menor.

En la Tabla 5.1 se muestra una comparación entre las anchuras de los defectos y sus distancias obtenidas mediante *SEM* y mediante nuestro sistema. Se puede comprobar que

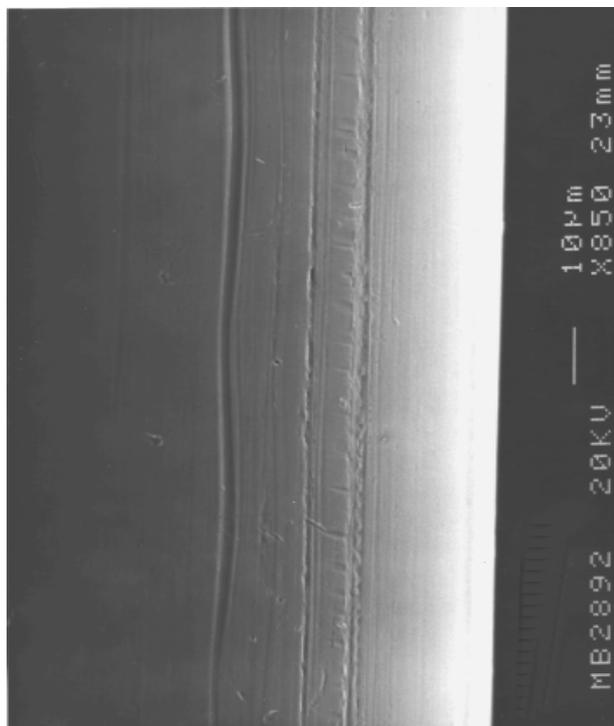


Figura 5.14: Imagen obtenida por *SEM* de la superficie del hilo con defectos superficiales utilizado.

los parámetros obtenidos son bastante similares. Hay que tener en cuenta que la imagen que proporciona nuestro sistema es una imagen angular, mientras que la obtenida por *SEM* es una proyección, por lo que mediante sencillas relaciones trigonométricas hay que convertir las distancias en la imagen en distancias reales. Esta transformación tiene mayor error conforme se acerca al borde del hilo.

Determinación de I_T

Un correcto valor de I_T es importante para poder discriminar los defectos, pues si el valor es muy pequeño (en valor absoluto) el ruido presente en la señal perjudicará la detección de los defectos, mientras que si es muy grande pueden no llegar a detectarse defectos de importancia. Para determinar un valor adecuado de este parámetro una posibilidad es introducir un hilo de una calidad tal que sus defectos superficiales no deseen ser detectados y se hace que el valor de I_T sea el mínimo valor de intensidad para el cual no se detecta

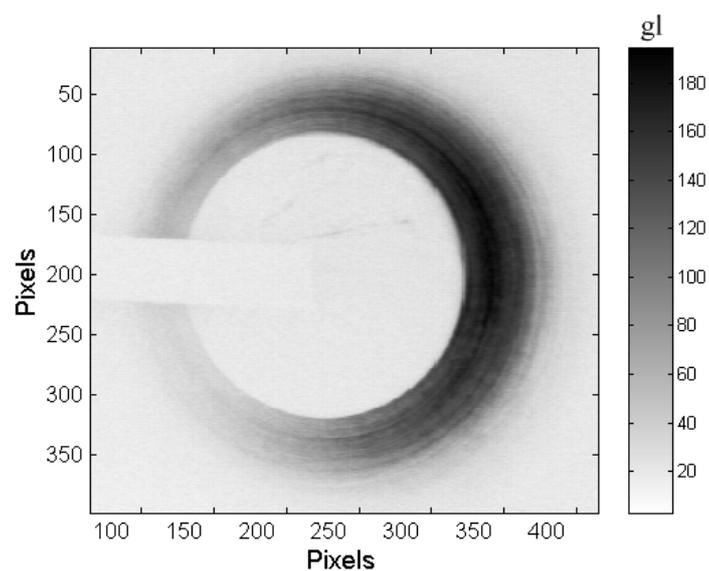


Figura 5.15: Imagen obtenida en la pantalla para un hilo de gran calidad superficial. La distribución de intensidad es mucho más uniforme.

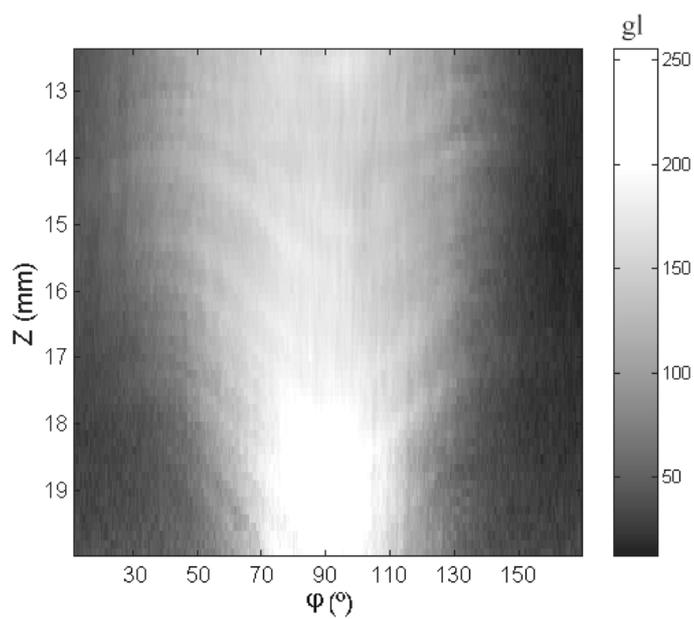


Figura 5.16: Al realizar la transformación para obtener una “imagen” de la superficie del hilo se ve que no se observa ningún defecto.

ningún defecto. Como ejemplo hemos tomado el hilo de la Figura 5.15, cuyo defecto mayor tiene unos 20 nm de profundidad. Aun cuando al realizar la transformación geométrica no se observa ningún tipo de defecto si se hace un perfil $I = I(\varphi)$ se pueden observar ciertos valores de la intensidad que están por debajo de $I = 0$. Para no detectar ningún defecto debemos hacer en este caso $I_T = -10$ g.l. (Figura 5.19). Modificando este valor se modifica la sensibilidad del algoritmo a la presencia de defectos y de ruido.

5.3.4 Calidad superficial

En muchos casos el interés no estriba en obtener una “fotografía” del hilo, sino que se requiere obtener algún parámetro que indique la calidad superficial del hilo. Un procedimiento para ello es medir el área relativa de los defectos. De esta forma, proponemos el siguiente parámetro de calidad superficial

$$\Gamma_1(z) = \frac{1}{\pi} \int D(z, \varphi) d\varphi, \quad (5.6)$$

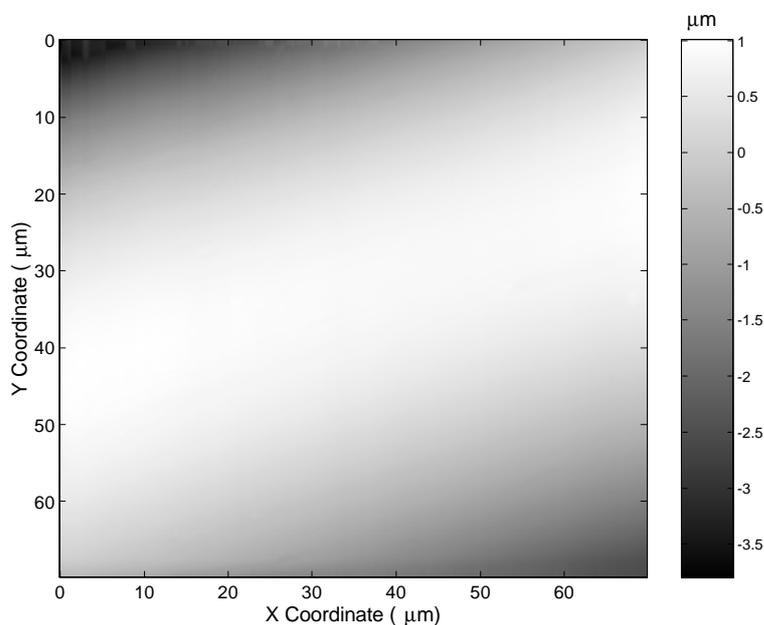


Figura 5.17: A partir de la medida mediante *AFM* tampoco se observan defectos de ninguna clase. Cuando se realiza un perfil los defectos de mayor tamaño son del orden de 20 nm.

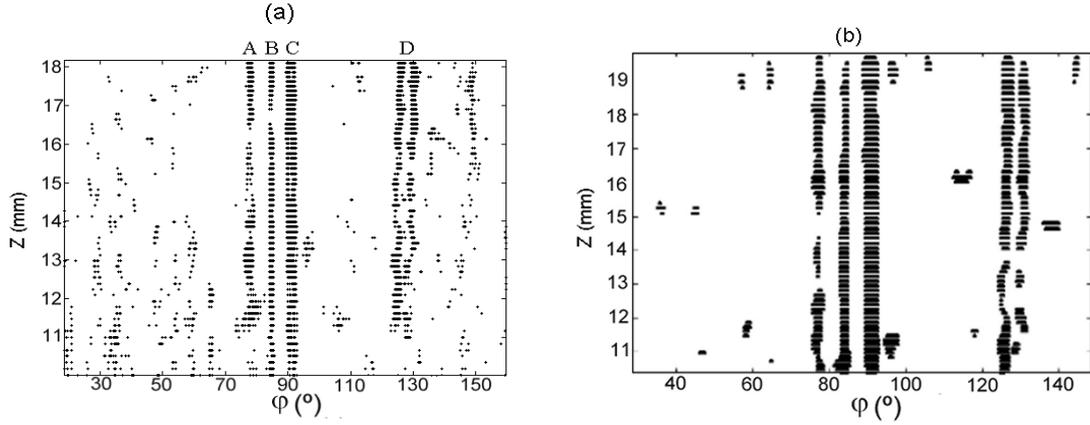


Figura 5.18: Puntos que cumplen $I_D(\varphi, z) < I_T$ para dos valores para dos valores distintos de umbral a) $I_T = -5$ y b) $I_T = -10$. Para esta segunda figura el número de defectos detectados es menor, sin embargo son presumiblemente de mayor importancia.

(μm)	A	d(A,B)	B	d(B,C)	C	d(C,D)	D
Sistema	3.9	14.4	2.6	11.7	6.5	80	7.0
SEM	3.0	14.9	2.0	9.4	4.2	66	6.2

Tabla 5.1: Tamaño y distancias entre defectos calculados mediante el dispositivo desarrollado y mediante la imagen *SEM* (5.14.)

donde

$$D(\varphi, z) = \begin{cases} 1 & I_D(\varphi, z) < I_T \\ 0 & I_D(\varphi, z) > I_T \end{cases}, \quad (5.7)$$

y φ - son los ángulos a considerar en la integración. La ec. (5.6) es una medida del porcentaje de defectos sobre la superficie del hilo. Puesto que el área donde se produce fenómeno de difracción ha sido eliminado con una máscara, los ángulos de integración son $\varphi \in (-\varphi_0, \varphi_0)$, donde φ_0 es el ángulo del borde de la máscara.

Otro parámetro que se puede utilizar para la medida de la calidad superficial es el siguiente

$$\Gamma_2(z) = \left[\frac{1}{\pi} \int_{-\varphi_0}^{\varphi_0} \left(\frac{I_D(\varphi, z)}{I_F(\varphi, z)} \right)^2 d\varphi \right]^{1/2}, \quad (5.8)$$

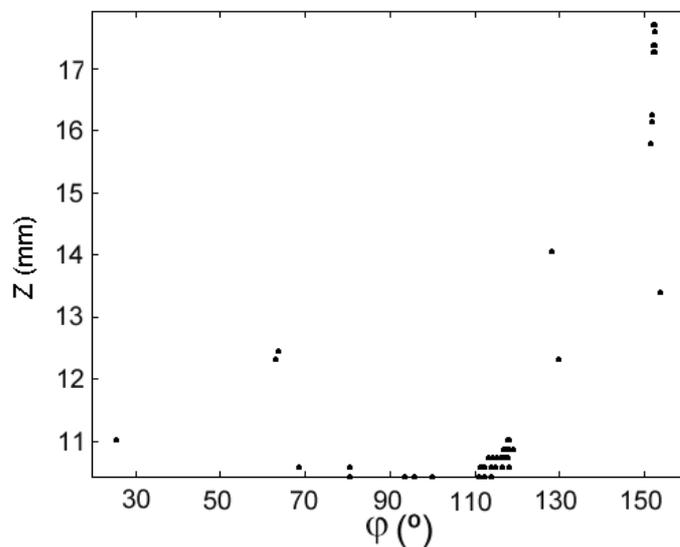


Figura 5.19: Defectos detectados para el hilo de gran calidad superficial cuando $I_T = -10$ g.l.

donde I_D y I_F está definido en la ec. (5.4).

Se ha estimado el parámetro $\Gamma_1(z)$ para varios hilos con defectos longitudinales, mostrando una correlación entre su valor y la cantidad de defectos en la superficie del hilo. En la Figura 5.20 se muestra $\Gamma_1(z)$ para los hilos de las Figuras 5.12 y 5.15. El valor medio para $\Gamma_1(z)$ es de un 0.2% para hilo de gran calidad superficial y un 9% para el hilo con defectos.

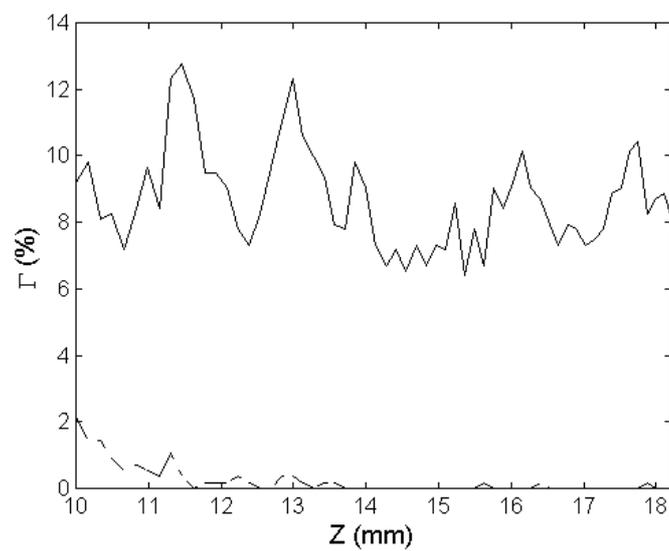


Figura 5.20: Parámetro $\Gamma_1(z)$ para los hilos de las Figuras 5.12 y 5.15.

Capítulo 6

Aplicación del krigado al procesado de imágenes *CCD*

El ruido presente en las imágenes obtenidas mediante el prototipo de laboratorio desarrollado en el *Capítulo 5* disminuye grandemente cuando se introduce una pantalla rotatoria. Sin embargo las imágenes siguen presentando una cierta cantidad de ruido que dificulta la correcta visualización y detección de defectos de pequeño tamaño. Para eliminar dicho ruido hemos utilizado el *krigado*, que es un método óptimo en el sentido de mínimos cuadrados, para la estimación de magnitudes con dependencia espacial, como lo son las imágenes obtenidas por la cámara *CCD*. Para realizar dicha estimación se considera la correlación espacial de la magnitud a través del variograma. Dicha técnica necesita gran tiempo de computación, por lo que no se puede aplicar en el caso general al filtrado de ruido de dichas imágenes. Sin embargo, para el caso en el que las señales están regularmente muestreadas hemos desarrollado un procedimiento a partir del cual la estimación a través del krigado se puede realizar como una convolución entre una función de muestreo con otra función que porta las propiedades de correlación espacial de la magnitud. En el presente capítulo analizamos cómo el krigado se comporta para filtrar el ruido, comparamos dicha técnica con el criterio de *Nyquist* y desarrollamos una simplificación al krigado para señales regularmente muestreadas con el objeto de acelerar los algoritmos de computación se pueda así utilizar para la eliminación de ruido en imágenes bidimensionales obtenidas con cámaras *CCD*.

6.1 Introducción

En todo proceso de medida, debido a que es imposible controlar todos los parámetros involucrados, cuando se realizan varias mediciones en las mismas condiciones aparentes el resultado de la medición fluctúa aleatoriamente alrededor de un valor medio, que es el que se desea determinar. En nuestro caso la señal son imágenes obtenidas mediante una cámara *CCD*, es decir, es una señal bidimensional muestreada regularmente. Las fuentes de error que consideraremos son la incertidumbre asociada a los dispositivos de medida (píxeles de la cámara) y las fluctuaciones aleatorias presentes en la magnitud medida (intensidad en la imagen). Si deseamos mejorar la estimación en principio es necesario obtener varias imágenes para así determinar el valor medio en cada pixel. Pero esto en nuestro caso es bastante incomodo, pues implicaría obtener varias imágenes de la misma señal. Para poder filtrar el ruido a partir de una única imagen podemos aprovecharnos de la estadística espacial. Para mejorar la estimación del valor obtenido en una localización (píxel) se utilizan los valores de las mediciones en localizaciones cercanas (píxeles vecinos). Sin embargo, para poder realizar esto con propiedad es necesario tener en cuenta la correlación presente entre las distintas mediciones, la cual se espera que sea mayor para mediciones cercanas que para lejanas. El krigado, como veremos, es un método de estimación lineal mediante el cual la determinación del valor de una magnitud en una posición \mathbf{x} se obtiene como una combinación lineal de los valores de las mediciones en todo el campo de medida (imagen) $Z(\mathbf{x}) = \sum \lambda_i(\mathbf{x}) Z_i$, donde i representa las mediciones realizadas. El valor de los parámetros λ_i dependen fundamentalmente de las propiedades de correlación de la magnitud medida y de las incertidumbres asociadas al proceso de medida. En secciones posteriores se verá con mayor detalle cómo el krigado realiza el proceso de la estimación. Como veremos, es un procedimiento que con poca información adicional es capaz de filtrar el ruido muy satisfactoriamente. Es por ello que hemos decidido aplicarlo para el filtrado de nuestras imágenes. Una ventaja que presenta la utilización de la estadística espacial es que con solamente una imagen es posible determinar la cantidad de ruido presente (*Apéndice B*) y por consiguiente adaptarse a las necesidades de filtrado: a mayor ruido mayor filtrado.

Este método en su versión tradicional, sin embargo, no se puede aplicar para el filtrado del ruido en imágenes obtenidas con cámaras *CCD*, debido principalmente a que necesita un gran tiempo de computación. Así, para cada ubicación donde se quiere estimar la magnitud, es necesario la inversión de matrices de un tamaño igual al número de mediciones:

un tamaño típico de cámara *CCD* es de unos $512 \times 512 = 262144$ píxeles, lo cual resulta inabordable.

Es por ello que hemos desarrollado un procedimiento a partir del cual, aprovechándonos del hecho de que las mediciones están regularmente distribuidas, se pueda simplificar el proceso de estimación. Esto lo hemos realizado de la siguiente forma: si el muestreo es infinito por simetría las funciones $\lambda_i(\mathbf{x})$ son todas iguales excepto por una traslación. De esta forma probaremos que el krigado, para el caso del muestreo regular se comporta de igual forma que una convolución entre una función que representa el muestreo y otra que informa sobre las propiedades de correlación espacial de la magnitud medida. En la práctica existen ciertos problemas en los bordes debido a que en estos puntos no se cumple una condición que impone el krigado y es que en una posición determinada la suma de todos los valores λ_i debe ser igual a uno $\{\sum_i \lambda_i(\mathbf{x}) = 1\}$.

Debido a las similitudes de esta aproximación con la teoría del muestreo de *Whittakers-Kotel'nikov-Shannon* [Whittaker, 1915] [Kotel'nikov, 1933] [Shannon, 1949], hemos comparado este procedimiento con dicha teoría resultando que, a medida que aumenta el ruido en la señal y/o aumenta la correlación espacial, las funciones $\lambda_i(\mathbf{x})$ se ensanchan para filtrar más las medidas y/o considerar mayor número de mediciones. También se mostrará que para un caso particular las funciones $\lambda_i(\mathbf{x})$ son exactamente las funciones sinc propuestas por la teoría *WKS*, así como que el krigado presenta una especie de criterio de *Nyquist* por el cual a partir de una cierta frecuencia de muestreo la incertidumbre asociada al krigado aumenta grandemente. Sin embargo esta frecuencia de muestreo no es abrupta: cuando la frecuencia de muestreo es menor que dos veces la frecuencia máxima de la señal la incertidumbre es máxima existiendo una zona de transición entre 2 y 5 veces la frecuencia máxima de la señal en la cual la incertidumbre disminuye fuertemente. A partir de esta frecuencia la incertidumbre sigue disminuyendo, pero de una forma mucho más suave. Aunque la incertidumbre se puede hacer arbitrariamente pequeña (aumentando el número de dispositivos de medida y disminuyendo su incertidumbre asociada) nunca será menor que la desviación típica asociada con la incertidumbre de los dispositivos de medida.

6.2 Características en la estimación de magnitudes con dependencia espacial

Sea una magnitud física $f(\mathbf{x})$ cuyo valor varía con la posición. En principio, debido a que la magnitud cambia con la localización debemos realizar mediciones en cada posición donde queremos evaluar la magnitud. Sin embargo, en la práctica no es posible obtener una representación continua de la magnitud $f(\mathbf{x})$ puesto que no hay posibilidad de realizar mediciones en todas las localizaciones de la región $\mathcal{S} \subset \mathcal{R}^d$ (d es la dimensión). Es por ello que se debe realizar un muestreo situando N dispositivos de medida en las localizaciones $\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_N$, obteniendo así F_j , $j = 1, \dots, N$ medidas con cada dispositivo. En general el muestreo puede ser irregular. Sean $Z^k(\mathbf{x}_j)$ $j = 1, \dots, N$, $k = 1, \dots, F_j$; los valores de estas medidas (donde se eliminará el superíndice si sólo se ha realizado una medición con cada dispositivo de medida). El resultado de la medida en una localización \mathbf{x}_j viene determinado, además del valor de la magnitud en esa localización $f(\mathbf{x}_j)$, por los procesos no controlados que modifican el valor de dicha magnitud y por la incertidumbre asociada a los dispositivos de medida (véase *Sección C.2*).

La estimación de la magnitud física en localizaciones dentro de \mathcal{S} se obtiene a partir de las medidas $Z^k(\mathbf{x}_j)$. Sin embargo la evaluación de la magnitud en localizaciones donde no se han realizado mediciones sólo se puede realizar cuando consideramos que el valor de la magnitud en una localización \mathbf{x} está relacionado de alguna forma con el valor de la magnitud en el resto de localizaciones [de Acreditación, 1998], es decir, si se considera la correlación espacial de $Z(\mathbf{x})$.¹

Existen una gran cantidad de métodos para estimar una magnitud física dependiente de otras magnitudes independientes. Sin embargo la mayoría de ellos no consideran la correlación espacial de la medida. Una pequeña discusión de algunos de los métodos de estimación espacial puede verse en el *Apéndice A*.

En general, existen unas ciertas propiedades que todo método de estimación espacial debiera cumplir, y son las siguientes [Samper-Calvete y Carrera, 1990]:

En lo concerniente a la **estimación de la magnitud**:

¹ Así, por ejemplo, si queremos medir la temperatura de una habitación normalmente nos conformamos con una única medida, pues implícitamente estamos considerando que la correlación espacial es grande (al menos para el grado de incertidumbre considerado). Si quisiéramos calcular la temperatura de la habitación con menor incertidumbre habría que hacer una mayor cantidad de medidas distribuidas convenientemente por la habitación.

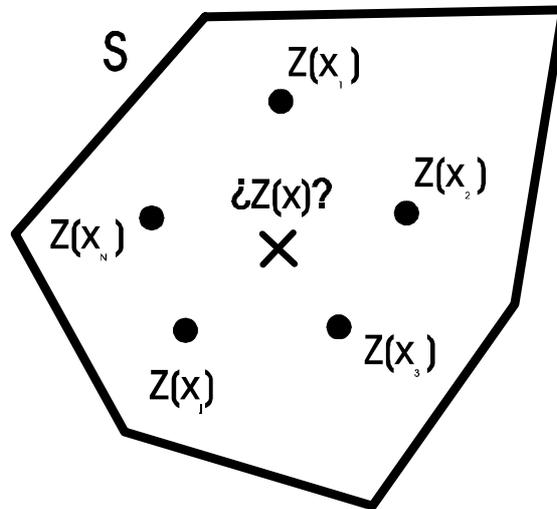


Figura 6.1: Si se estima el valor de una magnitud Z con dependencia espacial en una serie de puntos $Z(\mathbf{x}_1), \dots, Z(\mathbf{x}_N)$ dentro de una región S del espacio, para poder realizar una estimación en un punto $Z(\mathbf{x})$ es necesario considerar la correlación espacial, pues la correlación espacial relaciona el valor de la magnitud en una localización \mathbf{x}_i con el valor de la magnitud en otra localización \mathbf{x} .

- *Exactitud:* La estimación de la magnitud debe depender de la incertidumbre de los sistemas de medida y de las fluctuaciones aleatorias de la magnitud medida. En el caso que estas incertidumbres sean nulas, la estimación debe coincidir con los valores medidos en las ubicaciones donde se ha realizado una medida. Sin embargo si los sistemas de medida presentan incertidumbres o las magnitudes a medir presentan variaciones aleatorias la estimación no necesariamente debe pasar por los valores medidos.
- *Continuidad:* La magnitud estimada debe ser continua.
- *Suavidad:* La estimación debe ser derivable. Además, no debe fluctuar fuertemente a distancias menores que las que están situadas los dispositivos de medida.
- *Generalidad:* Los dispositivos de medida pueden estar distribuidos arbitrariamente sin seguir una malla regular. La estimación no debe depender del sistema de coordenadas.
- *Estabilidad.* Pequeñas variaciones en las mediciones deben conducir a pequeñas

variaciones en la estimación. También debe poseer estabilidad en las localizaciones: pequeñas variaciones en las localizaciones de los dispositivos de medida deben dar lugar a pequeñas variaciones en la estimación.

- *Correlación espacial*. La estimación en una localización debe depender más de medidas cercanas que de medidas lejanas.

En lo concerniente a la **estimación de la incertidumbre**:

- Debe depender del *numero de dispositivos de medida* y de sus *localizaciones*.
- Debe depender de la *incertidumbre* de los dispositivos de medida, así como de las fluctuaciones aleatorias de la magnitud.
- Debe depender de la *correlación espacial* de la magnitud: la incertidumbre debe ser menor cerca de los dispositivos de medida que en posiciones lejanas. Fuera de la región \mathcal{S} donde están situados los dispositivos de medida, la incertidumbre debe aumentar fuertemente.
- La incertidumbre estimada debe ser independiente de la magnitud medida (aunque no de la correlación espacial de la magnitud, como hemos dicho).

6.2.1 Fuentes de error para el caso de magnitudes con dependencia espacial

Las fuentes de error en el caso de magnitudes con dependencia espacial serán además de las propias de la medida de magnitudes sin dependencia espacial

- Incertidumbre debida a los dispositivos de medida
- Incertidumbre debida a fluctuaciones aleatorias al realizar diversas medidas en condiciones aparentemente idénticas
- Errores sistemáticos (que no serán considerados)

otras propias de la dependencia espacial de la magnitud

- Incertidumbre debida a que para estimar la magnitud se utilizan dispositivos de medida que están separados del lugar donde se realiza la estimación.

- Incertidumbre debida al desconocimiento en la posición de los dispositivos de medida.
- Incertidumbre debida a un mal cálculo de la correlación espacial (variograma) [Stein, 1999].

6.3 Medida de la correlación espacial

En esta sección determinaremos cómo se puede estimar la correlación espacial de una magnitud, bajo la aproximación de que las propiedades de correlación espacial son independientes de la posición.

Sea $m(\mathbf{x})$ una versión sin ruido de $Z(\mathbf{x})$, es decir una estimación $f(\mathbf{x})$. Dos métodos de estimación de la correlación espacial son la covarianza y el variograma, que son los momentos de segundo orden

- covarianza

$$C(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = E \left\{ \left[Z^k(\mathbf{x}_i) - m(\mathbf{x}_i) \right] \left[Z^k(\mathbf{x}_j) - m(\mathbf{x}_j) \right] \right\} \quad (6.1)$$

- variograma

$$2\gamma(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = E \left\{ \left[Z^k(\mathbf{x}_i) - Z^k(\mathbf{x}_j) \right]^2 \right\}, \quad (6.2)$$

donde $E[\cdot]$ significa el valor medio. Bajo la hipótesis de estacionariedad de segundo orden se cumple

1. $E[Z(\mathbf{x})]$ existe y no depende de \mathbf{x} , es decir,

$$E[Z(\mathbf{x})] = m \quad \forall \mathbf{x} \quad (6.3)$$

2. Para toda pareja de variables aleatorias $\{Z(\mathbf{x} + \mathbf{h}), Z(\mathbf{x})\}$ su covarianza y su semivariograma existen y sólo depende del vector de separación \mathbf{h} . Para el caso del variograma

$$2\gamma(\mathbf{h}) = 2\gamma(\mathbf{x} + \mathbf{h}, \mathbf{x}) = E \left\{ [Z(\mathbf{x} + \mathbf{h}) - Z(\mathbf{x})]^2 \right\}. \quad (6.4)$$

En general el variograma puede depender de la orientación de \mathbf{h} pero, debido a que normalmente el número de datos no es suficiente como para suponer anisotropía, es común suponer que el semivariograma depende únicamente del módulo de \mathbf{h} ($h = |\mathbf{h}|$).

Bajo esta hipótesis de estacionariedad el conocimiento del semivariograma es equivalente al conocimiento de la covarianza, pues se cumple

$$\gamma(h) = \text{var}(Z) - C(h). \quad (6.5)$$

Sin embargo cuando existe una variación del largo alcance de la media, $E[Z(\mathbf{x})] = m(\mathbf{x})$, de forma que a escala local la media se puede suponer constante, aunque desconocida, es mejor la utilización del semivariograma, pues es independiente del valor local de dicha media, mientras que la autocovarianza requiere la estimación de $m(\mathbf{x})$. Por ello el semivariograma es un estadístico más conveniente que la covarianza. Otro argumento a favor del semivariograma es que en el caso de funciones no acotadas con varianza infinita (no estacionarias), la covarianza no está definida en el origen mientras que sí lo está el variograma.

6.3.1 Variograma experimental

Para la estimación de variograma experimental, si no se tiene información adicional, se debe realizar a partir de las medidas experimentales

$$2\gamma^*(h) = \frac{1}{N(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} [Z(\mathbf{x}_i + \mathbf{h}) - Z(\mathbf{x}_i)]^2, \quad (6.6)$$

donde $N(h)$ es el número de pares $(\mathbf{x} + \mathbf{h}, \mathbf{x})$ cuya distancia es h . Obviamente, cuantos más puntos tengamos mejor se estimará el variograma. La estimación del variograma con pocos puntos esta cuestionada, pues su incertidumbre será muy grande siendo necesario entonces un conocimiento cualitativo adicional de la correlación espacial [Stein, 1999].

6.3.2 Efecto Pepita

Un parámetro importante del semivariograma es su valor en $h = 0$

$$\gamma_0 = \gamma(0) = \frac{1}{2N_0} \sum_{N_0} [Z^i(\mathbf{x}_r) - Z^j(\mathbf{x}_r)]^2, \quad (6.7)$$

donde i, j representan distintas medidas en la misma localización \mathbf{x}_r y N_0 representan los distintos pares $(Z^i(\mathbf{x}_r), Z^j(\mathbf{x}_r))$, y denominado efecto pepita por consideraciones geológicas. El hecho que $\gamma(0)$ no sea nulo puede estar debido a las fluctuaciones aleatorias de la

magnitud (ruido) o a variaciones no aleatorias de la magnitud, pero de un alcance menor a la distancia de muestreo. Nosotros consideraremos que $f(\mathbf{x})$ es una función suave y por consiguiente la única fuente al efecto pepita es el ruido.

En este caso el parámetro γ_0 informa de las fluctuaciones aleatorias totales de la magnitud medida (Figuras 6.2 y 6.3). En el *Apéndice B* se muestra que la raíz cuadrada de γ_0 es equivalente a la desviación típica total de la magnitud con dependencia espacial, siempre que se considere que ésta es independiente de la posición.

$$s_\gamma = \sqrt{\gamma_0}. \quad (6.8)$$

Cuando se realiza una sola medida por cada dispositivo de medida entonces no es posible conocer γ_0 , sino que se ha de estimar mediante $\gamma_0 = \lim_{h \rightarrow 0} \gamma(h)$.

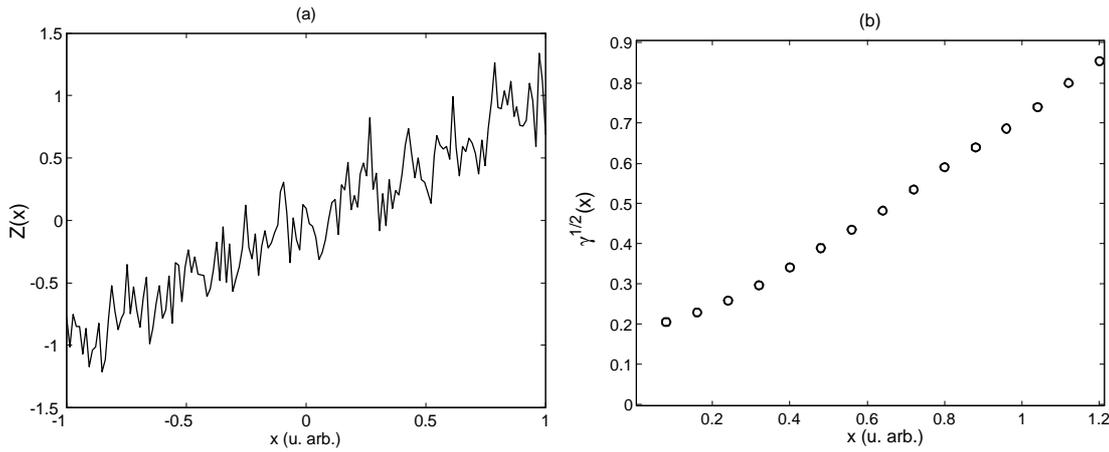


Figura 6.2: a) Magnitud con dependencia espacial y b) variograma asociado. Aunque la función presenta una cierta fluctuación aleatoria como una distribución de probabilidad gaussiana cuya desviación típica es $Sc = 0.2$, el variograma es suave. Las fluctuaciones aleatorias están implícitas en el valor del variograma en $x = 0$.

6.3.3 Modelos de variogramas

Normalmente el variograma experimental se ajusta a algún modelo sencillo. Estos modelos no se suelen deducir de ninguna hipótesis, sino que se utilizan con el fin de obtener parámetros que nos informen de la correlación espacial. Las condiciones que deben cumplir los modelos de variograma son [Samper-Calvete y Carrera, 1990]:

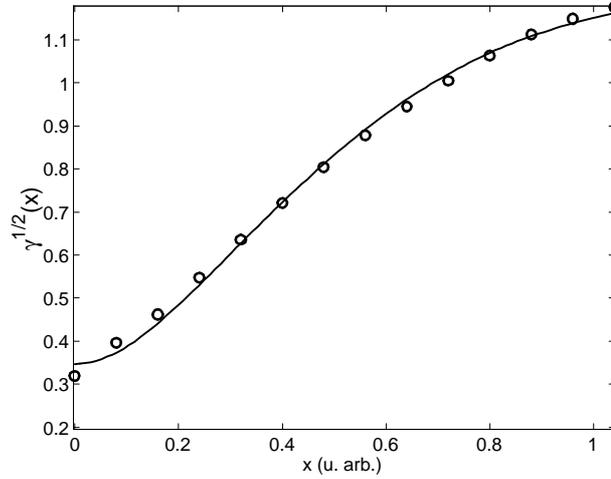


Figura 6.3: Simulación (o) de una realización donde la función $f(x) = x^2 + \sin(2\pi x)$. Se ha introducido una fluctuación aleatoria aditiva de distribución de probabilidad normal de valor $Sc = 0.2$ y una fluctuación aleatoria de distribución de probabilidad uniforme de valor $A = 0.5$. El valor de la pepita es aproximadamente $\gamma_0 \approx Sc^2 + A^2/3$. El ajuste al variograma experimental (—) se ha realizado mediante un variograma gaussiano cuyos parámetros son $\gamma_0 = 0.12$, $C = 1.3569$ y $a = 0.6757$.

- $\gamma(h)$ debe ser *condicionalmente definida negativa*, es decir, para todo conjunto x_1, \dots, x_N de puntos arbitrario y para todo conjunto $\lambda_1, \dots, \lambda_N$ de coeficientes que satisfice debe cumplirse

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \lambda_i \lambda_j \gamma(x_i - x_j) < 0 \quad (6.9)$$

- Cuando el variograma es estacionario también se cumple

$$\lim_{h \rightarrow \infty} \frac{\gamma(h)}{h^2} \rightarrow 0 \quad (6.10)$$

Los modelos más comunes para el ajuste de variogramas experimentales son

Modelo exponencial

$$\gamma(h) = \gamma_0 + C \left(1 - \exp\left(-\frac{h}{a}\right) \right) \quad (6.11)$$

Modelo gaussiano

$$\gamma(h) = \gamma_0 + C \left\{ 1 - \exp \left[- \left(\frac{h}{a} \right)^2 \right] \right\} \quad (6.12)$$

Modelo potencial

$$\gamma(h) = \gamma_0 + A |h|^B \quad (6.13)$$

Modelo esférico

$$\gamma(h) = \begin{cases} \gamma_0 + \frac{C}{2} \left[3 \frac{h}{a} - \left(\frac{h}{a} \right)^2 \right] & h < a \\ \gamma_0 + C & h > a \end{cases} \quad (6.14)$$

Modelo cuadrático⁽²⁾

$$\gamma(h) = \gamma_0 + Ah + Bh^2. \quad (6.15)$$

En todos estos modelos γ_0 es el *efecto pepita*, que da cuenta de las fluctuaciones aleatorias de la magnitud, a es el *alcance*, que da idea de la longitud de correlación de la magnitud y $\gamma_0 + C$ es la *meseta* y que tiene que ver con la máxima fluctuación en la magnitud dentro del área de medida S . Los parámetros A y B no tienen un significado especial

La incertidumbre en la estimación del variograma es dependiente de h pues, en general, hay más pares de puntos para h pequeños, que para h grandes. Por ello el cálculo de los parámetros del variograma, utilizaremos un método de mínimos cuadrados, donde se minimizará la función

$$\chi^2(\mathbf{P}) = \sum_{i=1}^{N_d} \left\{ \frac{[\gamma_{\text{exp}}(h_i) - \gamma_{\text{mod}}(h_i; \mathbf{P})]}{N(h_i)} \right\}^2, \quad (6.16)$$

donde \mathbf{P} representan los parámetros, N_d el número de valores discretos de h considerados en el variograma experimental, $N(h_i)$ el número de pares utilizados en el cálculo para

²Este modelo no es estacionario

un intervalo de distancias $[h_i - 1/2(h_i - h_{i-1}), h_i + 1/2(h_{i+1} - h_i)]$ determinada, γ_{exp} el variograma experimental y γ_{mod} el modelo de variograma.

Existen ocasiones en las cuales el variograma decrece con x . Esto ocurre por ejemplo, cuando la función es periódica. Sin embargo nosotros hemos considerado únicamente la parte creciente del variograma para considerar que la correlación espacial decrece con la distancia.

6.4 Krigeado

De entre los métodos de estimación de magnitudes físicas y de su incertidumbre hemos utilizado para el procesado de nuestras imágenes el krigeado [Krige, 1951] [Cressie, 1991], ya que cumplen los requisitos presentados en la sec. 6.2. El krigeado es una familia de métodos lineales de estimación de magnitudes física con dependencia espacial $Z_k(\mathbf{x})$ y de la incertidumbre asociada a la estimación $\sigma_k(\mathbf{x})$ que son óptimos en el sentido de mínimos cuadrados cuando las fluctuaciones aleatorias de la magnitud siguen una distribución de probabilidad normal. El krigeado es ampliamente utilizado en ciencias experimentales como geología [Samper-Calvete y Carrera, 1990], minería, medicina, etc. Para realizar la estimación el krigeado utiliza explícitamente la información de los datos y la estimación de la correlación espacial de la magnitud. El valor de la magnitud a estimar en una localización \mathbf{x} se obtiene mediante una combinación lineal de los valores medidos por los N dispositivos del medida $Z_i = Z(\mathbf{x}_i)$ en las localizaciones \mathbf{x} , $i = 1, \dots, N$ mediante

$$Z_k(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^N \lambda_i(\mathbf{x}) Z_i, \quad (6.17)$$

donde $\lambda_i(\mathbf{x})$ son los pesos que se necesitan calcular.

Si se tiene un conocimiento previo de la existencia de una variación de largo alcance de $Z(\mathbf{x})$, también se puede introducir considerando que el valor medio de largo alcance se puede aproximar mediante una combinación lineal de funciones conocidas $f_0(\mathbf{x}), \dots, f_p(\mathbf{x})$

$$m(\mathbf{x}) = E[Z(\mathbf{x})] = \sum_{l=1}^{p+1} f_{l-1}(\mathbf{x}) \beta_{l-1}(\mathbf{x}), \quad (6.18)$$

donde $\beta(\mathbf{x}) = \{\beta_0(\mathbf{x}), \dots, \beta_p(\mathbf{x})\}$ son también parámetros desconocidos que necesitan ser estimados y $E[Z(\mathbf{x})]$ representa el valor medio local de $E[Z(\mathbf{x})]$. El conocimiento de este

valor medio no es necesario, pero si se supone su existencia puede llegar a disminuir la incertidumbre en la estimación de la magnitud.

Supongamos que $Z_0(\mathbf{x})$ es el valor verdadero de Z en \mathbf{x} . La estimación óptima en el sentido de mínimos cuadrados se obtiene mediante la minimización del promedio del cuadrado de la incertidumbre predicha

$$\sigma^2(\mathbf{x}) = E \left\{ [Z(\mathbf{x}) - Z_0(\mathbf{x})]^2 \right\}, \quad (6.19)$$

donde se impone, mediante multiplicadores de Lagrange,

$$\sum_{i=1}^N \lambda_i(\mathbf{x}) f_{l-1}(\mathbf{x}_i) = 1 \quad l = 1, \dots, p+1 \quad (6.20)$$

para asegurar la insesgadez. Siempre se hace $f_0(\mathbf{x}_i) = 1$, por lo que entonces para $l = 1$ se cumple

$$\sum_{i=1}^N \lambda_i(\mathbf{x}) = 1, \quad \forall \mathbf{x} \quad (6.21)$$

que es una condición que posteriormente aplicaremos. Mediante la minimización de la ec. (6.19), derivando respecto de los parámetros $\lambda_i(\mathbf{x})$ y $\beta_{l-1}(\mathbf{x})$ (para cada punto \mathbf{x}) e igualando a 0 se obtiene un sistema lineal de ecuaciones, cuya inversión resuelve los valores de los parámetros $\lambda_i(\mathbf{x})$

$$\lambda^T(\mathbf{x}) = \left[\gamma + \mathbf{F} (\mathbf{F}^T \Gamma^{-1} \mathbf{F})^{-1} (\mathbf{f} - \mathbf{F}^T \Gamma^{-1} \gamma) \right]^T \Gamma^{-1}, \quad (6.22)$$

donde T significa transposición y

- λ^T es un vector columna cuyos elementos son $\lambda = \{\lambda_1(\mathbf{x}), \dots, \lambda_N(\mathbf{x})\}$
- γ es un vector columna de elementos $\gamma = [\gamma(\mathbf{x} - \mathbf{x}_1), \dots, \gamma(\mathbf{x} - \mathbf{x}_N)]^T$,
- \mathbf{F} es una matriz de dimensión $N \times (p+1)$ cuyo (i,j) -ésimo elemento es $[\mathbf{F}]_{i,j} = f_{j-1}(\mathbf{x}_i)$,
- \mathbf{f} es un vector columna cuyos elementos son $\mathbf{f} = [f_0(\mathbf{x}), \dots, f_p(\mathbf{x})]^T$ y
- Γ es una matriz de dimensión $N \times N$ cuyo i,j -ésimo elemento es $[\Gamma]_{i,j} = \gamma(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j)$.

Una vez estimado el valor λ se obtiene el valor de la magnitud a partir de la ec. (6.17), y el valor de la incertidumbre a partir de la ec. (6.19), resultando

$$\sigma^2(\mathbf{x}) = \gamma^T \Gamma^{-1} \gamma + (\mathbf{f} - \mathbf{F}^T \Gamma^{-1} \gamma)^T (\mathbf{F}^T \Gamma^{-1} \mathbf{F})^{-1} (\mathbf{f} - \mathbf{F}^T \Gamma^{-1} \gamma). \quad (6.23)$$

6.4.1 Fluctuaciones aleatorias e incertidumbre de los sistemas de medida

En la literatura el uso de la incertidumbre de la medida no es generalizado, e incluso existen ciertas discusiones acerca del tratamiento que el krigeado hace del ruido [Cressie, 1991]. Esto se debe principalmente a que en las aplicaciones en las que se utiliza el krigeado (minería, geología, meteorología, etc.) no interesa filtrar el ruido sino que, al contrario, las variaciones de la magnitud a una escala menor a la del muestreo son fundamentales. Así, por ejemplo, en la minería es esencial el buscar vetas de material, y no el filtrarlas.

Como vimos en la sección 6.3.2 nosotros hemos considerado justamente el caso contrario: la magnitud estimada es suficientemente suave respecto de la distancia de muestreo como para que la pepita $\gamma(0)$ sea debida únicamente a las fluctuaciones aleatorias de la magnitud. Por ello un valor de $\gamma(0)$ distinto de 0 es debido a incertidumbres en la medida. Las fuentes de error en la estimación de la magnitud que hemos considerado son:

1. Un ruido aditivo p_1 con distribución de probabilidad gaussiana debido a fluctuaciones aleatorias de la magnitud medida y cuya desviación típica es S_c .
2. Un ruido aditivo p_2 con distribución de probabilidad uniforme entre $[-A_j, A_j]$ que simula la incertidumbre de los dispositivos de medida y cuya desviación típica es $I_j = A_j/\sqrt{3}$

$$Z^k(\mathbf{x}_j) = f(\mathbf{x}_j) + p_1 + p_2, \quad (6.24)$$

donde $f(\mathbf{x}_j)$ es la representación ‘sin ruido’ que es la que queremos estimar.

Las fluctuaciones aleatorias de la magnitud se consideran en las ecuaciones anteriores a través del variograma. Si embargo la incertidumbre debida a los dispositivos de medida se debe introducir en las ecuaciones. Nosotros empíricamente hemos obtenido las siguientes modificaciones en las ecuaciones del krigeado para una adecuada estimación tanto de la

magnitud como de la incertidumbre

$$[\Gamma]_{i,j} \rightarrow \begin{cases} [\Gamma]_{i,j} - I_i I_j & i \neq j \\ -I_i^2 & i = j \end{cases}, \quad (6.25)$$

$$\gamma_{i,j} \rightarrow \gamma_{i,j} - \frac{\gamma_0}{2}. \quad (6.26)$$

Estas modificaciones hacen que la incertidumbre asociada nunca sea menor que la desviación típica de la incertidumbre asociada a los dispositivos de medida y que coincida con la desviación típica cuando no se considera la correlación espacial.

6.4.2 Estimación mediante el krigeado

En este punto veremos cómo se comporta el krigeado ante diversas situaciones. Realizaremos diversas simulaciones de magnitudes con dependencia espacial. A partir de estas simulaciones obtendremos algunas conclusiones sobre cómo el krigeado realiza la estimación de la magnitud y de cómo relacionar la incertidumbre estimada en función del resto de parámetros, es decir, de la localización de los dispositivos de medida, la precisión de dichos dispositivos de medida, de las fluctuaciones aleatorias de la magnitud medida y de la correlación espacial de la magnitud. Estos resultados nos será de gran utilidad a la hora de intentar obtener una simplificación al krigeado de forma que mediante un algoritmo mucho más sencillo podamos realizar la estimación y el cálculo de la incertidumbre de la magnitud con dependencia espacial (*Sección 6.6 y Apéndice C*).

Nota: Todas las magnitudes en estos ejemplos tendrán unidades arbitrarias (u. arb.). En las figuras de estimación (Φ) representa el valor de la medida y su localización y la “horquilla” es la incertidumbre del aparato de medida, (—) representa la estimación mediante el krigeado, (— · —) son las bandas de la incertidumbre asociada y (azul) es el valor de $f(x)$. En las figuras de incertidumbre (—) representa la estimación de la incertidumbre, (· · ·) es $\sqrt{I_0^2 + S_e^2}$, que es el valor de la incertidumbre sin la presencia de correlación espacial, (o) es la incertidumbre de los aparatos de medida, y (— · —) es el valor mínimo posible $A/\sqrt{3}$. Cuando la nomenclatura no sea ésta, se explicará explícitamente.

Mucha correlación espacial y poco ruido

En primer lugar simularemos una magnitud constante $f(x) = 1$ (correlación espacial total) a la que se añade una pequeña incertidumbre de los dispositivos de medida $I_0 = 0.01$ y con una fluctuación aleatoria de $Sc = 0.05$. Los dispositivos de medida se distribuyen uniformemente con una distancia de $\Delta x = 1/50$. Como se observa en la Figura 6.4a el variograma detecta que la correlación es total, pues es aproximadamente constante. La Figura 6.4b representan los datos experimentales y la estimación obtenida mediante el krigado. Es de notar que la estimación no se sale de la banda de incertidumbre asociada a la estimación. Debido a que hay gran cantidad de medidas, la incertidumbre estimada es mucho menor que la fluctuación aleatoria, pero siempre es mayor que $A/\sqrt{3}$ (Figura 6.4c).

Mucho ruido, correlación espacial

Cuando la incertidumbre estadística es muy grande con respecto a la magnitud, como en la simulación de la Figura 6.5, ésta se distingue difícilmente del ruido (Figura 6.5a). Sin embargo al realizar el variograma se observa una clara estructura en la correlación espacial (Figura 6.5b). Como hemos señalado anteriormente el variograma lo ajustamos solamente a parte creciente. Cuando se realiza la estimación mediante el krigado (Figura 6.5c) se ve que los datos se ajustan correctamente, aunque la incertidumbre asociada (Figura 6.5d) sigue siendo grande.

Muestreo pobre

En la siguiente simulación representaremos una magnitud $f = x$ con una fluctuación aleatoria importante $Sc = 0.3$. La incertidumbre de los dispositivos de medida es pequeña $A = 0.01$. En este caso el muestreo es $\Delta x = 1/2$. Debido a la gran distancia entre los dispositivos de medida respecto a la anchura de correlación del variograma $a = 0.6$ y la gran incertidumbre estadística la información que obtenemos de la magnitud es pequeña y por ello se comente un gran error en la estimación. El krigado, a través del variograma, detecta esta falta de información y asigna amplias bandas de incertidumbre (Figura 6.6a). Un hecho muy interesante es la forma que presenta la incertidumbre estimada (Figura 6.6b). En la localización de las medidas la incertidumbre es aproximadamente $\sqrt{I_0^2 + S_c^2}$, como ocurriría en el caso de medidas sin dependencia espacial. Sin embargo al separarnos de las posiciones donde están situados los dispositivos de medidas la incertidumbre crece

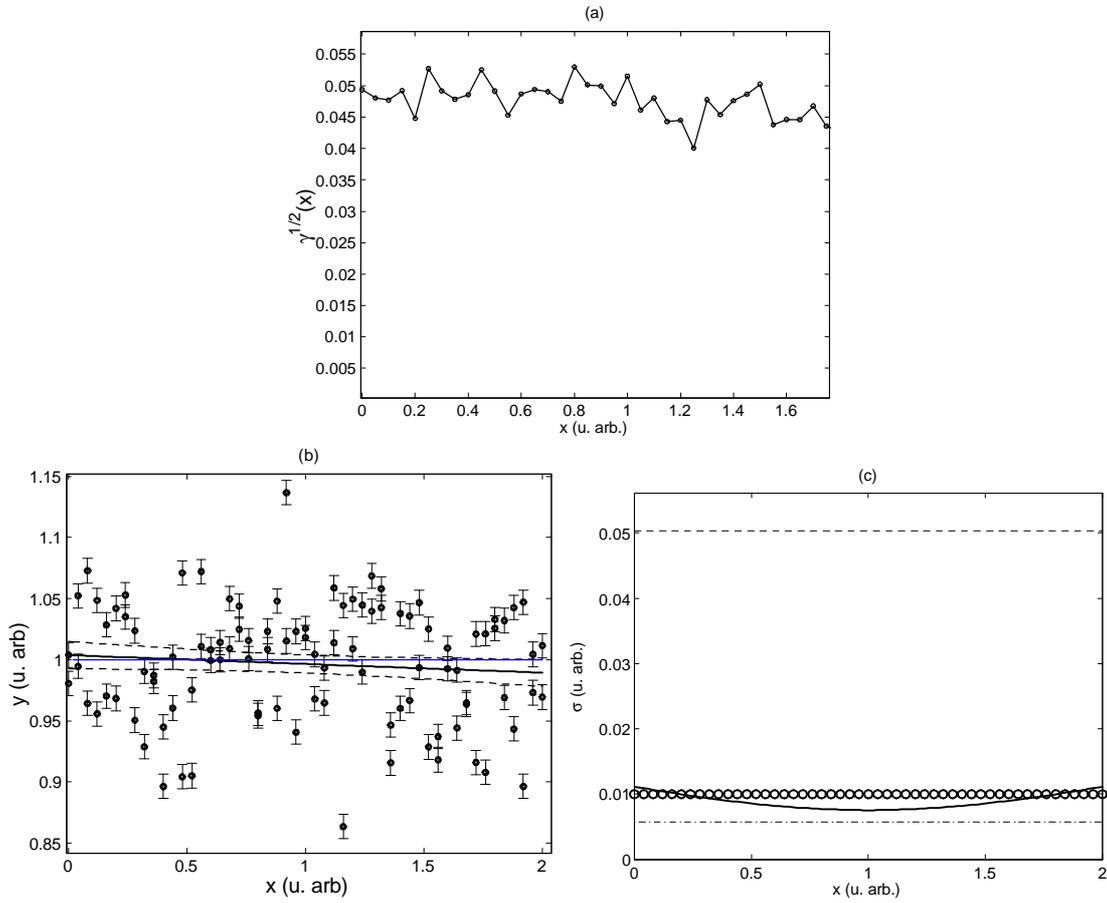


Figura 6.4: Simulación de una magnitud $f(x) = 1$ con una fluctuación aleatoria $S_c = 0.05$ y una incertidumbre de los aparatos de medida de $A_0 = 0.01$. La distancia entre los dispositivos de medida es $\Delta x = 1/25$. (a) Variograma experimental, (b) estimación de la magnitud, (c) estimación de la incertidumbre.

fuertemente. Esto es debido a que la dependencia espacial existe pero al ser de corto alcance respecto la distancia entre dispositivos de medida la disminución de la incertidumbre se debe únicamente al dispositivo de medida más cercano. Para disminuir la incertidumbre en todo el intervalo sería necesario introducir mayor cantidad de dispositivos de medida.

Varias medidas en un única localización

En las simulaciones anteriores se ha realizado una sola medición con cada dispositivo de medida. Sin embargo el krigado es capaz de realizar la estimación aún realizando varias

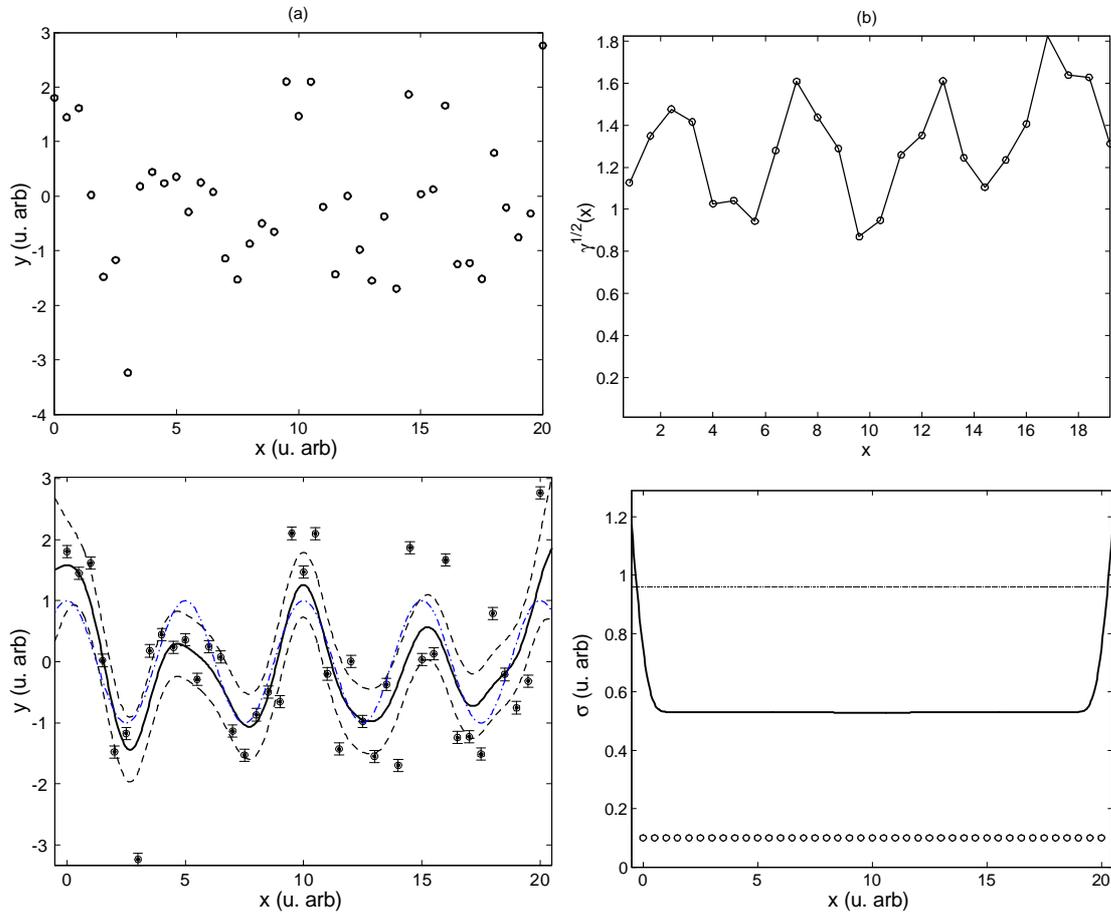


Figura 6.5: La siguiente simulación representa una magnitud espacial $f = \cos(2\pi x/5)$ que presenta una gran cantidad de incertidumbre estadística $Sc = 1$. La incertidumbre de los dispositivos de medida es $I = 0.1$ y éstos se distribuyen uniformemente con una distancia de $\Delta x = 1/2$. (a) Simulación de los valores obtenidos con los dispositivos de medida, (b) Variograma de los datos. Se puede observar claramente una estructura espacial que no se muestra en a). (c) Estimación mediante el kriging. Se muestra que el kriging, al considerar la correlación espacial, ajusta de una forma satisfactoria los datos experimentales. (d) Estimación de la incertidumbre.

mediciones con cada dispositivo de medida. Según se vio en el caso de magnitudes sin dependencia espacial el realizar varias mediciones con un dispositivo supone la disminución de la incertidumbre asociada a las fluctuaciones aleatorias del mesurando. Para comprobar qué ocurre en el caso de magnitudes con dependencia espacial se ha simulado una magnitud $f = \sin(2\pi x)$ donde la incertidumbre del sistema de medida es $A = 0.025$ y $Sc = 0.1$. Se

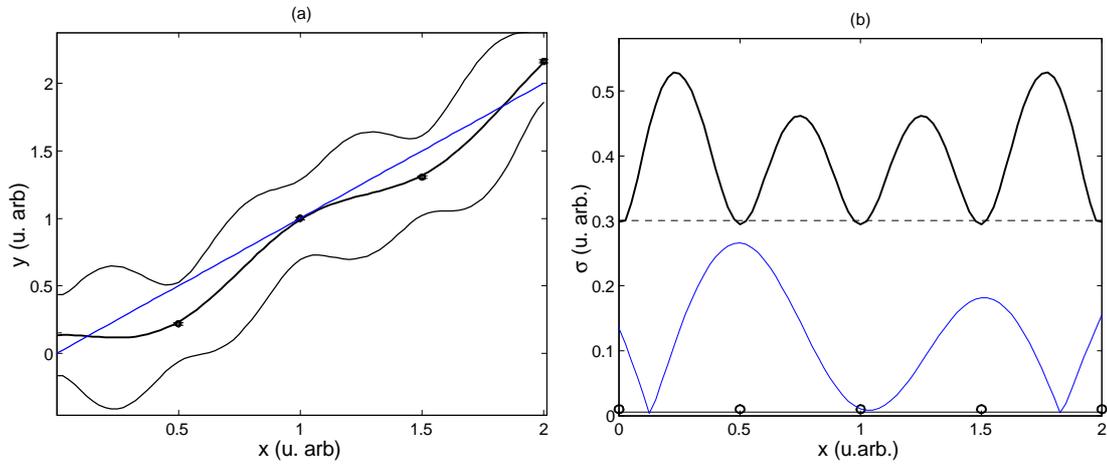


Figura 6.6: a) Estimación de una magnitud donde la longitud de correlación es menor que la distancia entre los dispositivos de medida. La estimación no es buena, pues no se acerca a las medidas “sin ruido”. b) Incertidumbre asociada. El kriging nota que la estimación no es buena y la incertidumbre en localizaciones entre dispositivos de medida aumenta considerablemente. La línea azul es la diferencia entre $f(x)$ y la estimación.

han dispuesto dispositivos de medida regularmente distribuidos separados una distancia $\Delta x = 1/16$ y se realiza 1 medición con cada dispositivo de medida excepto con el situado en $x = 0.5$, con el que se han realizado 10 mediciones.

En la Figura 6.7a se muestra la estimación de la magnitud mediante el kriging. Se puede observar que para la posición $x = 0.5$ la estimación pasa mucho más cerca del valor $f(x)$ que en el resto de localizaciones. En la Figura 6.7b se ve que la incertidumbre estimada para $x = 0.5$ es bastante menor que en el resto de localizaciones. Sin embargo, el decrecimiento de la incertidumbre no se obtiene únicamente en $x = 0.5$ sino que, debido a la correlación espacial, también ocurre en posiciones cercanas.

Medidas aleatoriamente distribuidas

En los ejemplos anteriores hemos situado todos los dispositivos de medida de forma uniformemente distribuida. En el caso que esto no suceda la incertidumbre asociada será menor en las localizaciones donde los dispositivos de medida estén más lejos. Para ver esto hemos simulado una magnitud $f(x) = x + \cos(2\pi x)$, $Sc = 0.05$, $A = 0.05$ (Figura 6.8). En este caso se han distribuido aleatoriamente 20 dispositivos de medida dentro del intervalo $S \subset (0, 1)$. En la Figura 6.8 se observa la estimación de la incertidumbre. En $x = 0.1$

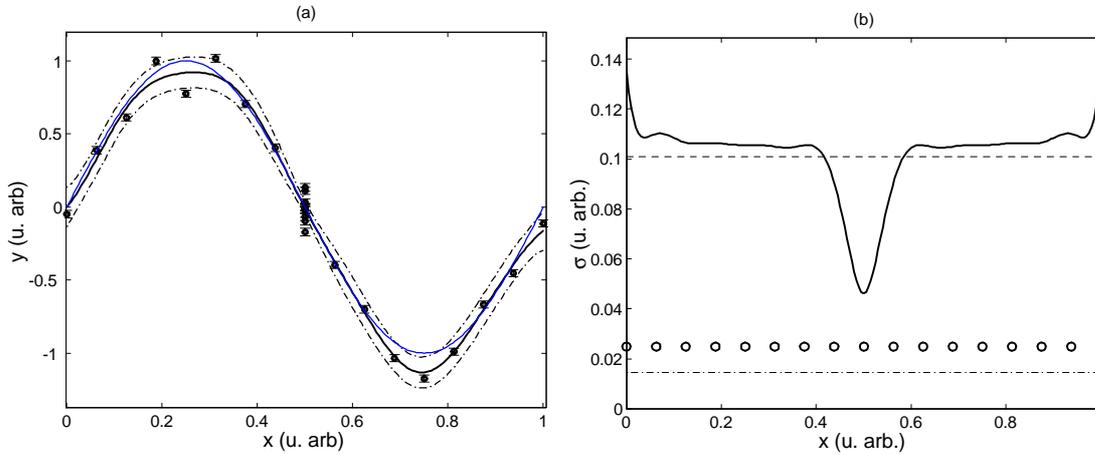


Figura 6.7: a) Estimación de una magnitud simulada mediante $f(x) = \sin(2\pi x)$ donde se han dispuesto dispositivos de medida separados una distancia $\Delta x = 1/16$. Se han añadido también 10 otras nueve mediciones en $x = 0.5$. b) Estimación de la incertidumbre. Se observa que para $x = 0.5$ la incertidumbre disminuye sustancialmente respecto del resto de ubicaciones.

y $x = 0.5$ la distancia entre sensores es sensiblemente mayor y aquí la incertidumbre crece considerablemente.

Dispositivos de medida con distintas incertidumbres

Otra situación que se debe considerar es qué ocurre cuando se realizan medidas con dispositivos de distinta incertidumbre. Esto es lo que se muestra en las siguientes dos simulaciones. Sea una magnitud $f(x) = x$, donde se sitúan dispositivos de medida a una distancia entre sí de $\Delta x = 1/30$. Los dispositivos de medida tienen una incertidumbre que viene dada por $A_i = 0.5x_i$ (i representa los distintos dispositivos de medida) y la incertidumbre estadística es $Sc = 0.15$ (Figura 6.9). Debido a que para valores de x pequeños la incertidumbre de los dispositivos de medida es menor, el ajuste es mejor. En la Figura 6.9b se ve que la incertidumbre estimada varía con la posición.

Simulemos ahora una magnitud $f(x) = \cos(2\pi x)$, $Sc = 0.1$ en la que la incertidumbre de los aparatos varía aleatoriamente con la posición $A_i = 0.5 \text{ rand}$, donde rand es una distribución aleatoria uniformemente distribuida. La distancia entre dispositivos de medida es $\Delta x = 1/15$. En este caso se puede observar que la incertidumbre asociada puede estar por debajo de la incertidumbre de algunos aparatos de medida. Esto es así porque la

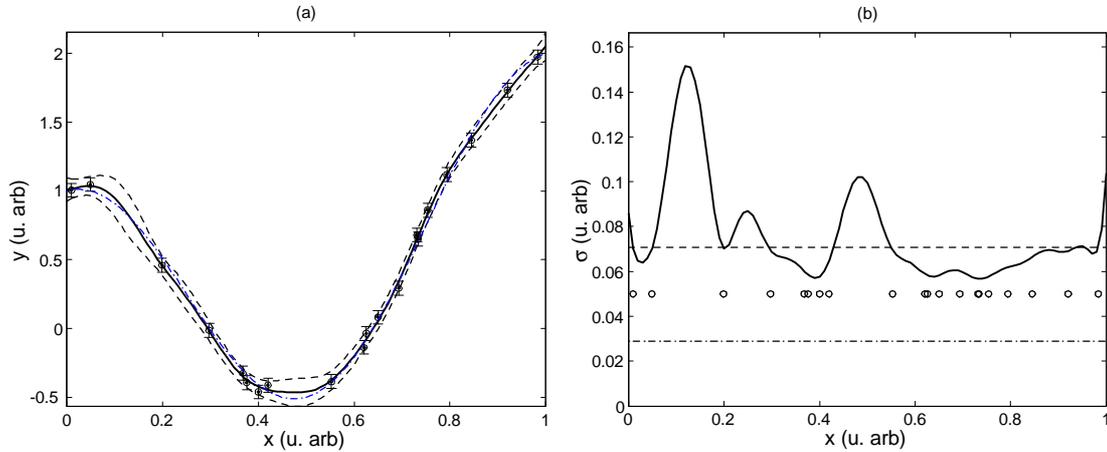


Figura 6.8: a) Estimación de una magnitud cuando los dispositivos de medida están irregularmente distribuidos. Hemos simulado dicha magnitud como $f(x) = x + \cos(2\pi x)$, donde se ha añadido los ruidos $Sc = 0.05$ y $A = 0.05$. b) Estimación de la incertidumbre. En las localizaciones donde no hay dispositivos cercanos la incertidumbre es mayor.

incertidumbre de los dispositivos de medida cercanos es menor e influyen en el cálculo. Este es el único caso en el que la incertidumbre estimada puede ser menor que la desviación típica asociada a la incertidumbre de los dispositivos de medida $A_j/\sqrt{3}$.

Extrapolación: Aumento de la incertidumbre en los bordes

Mediante el krigado también se puede realizar una extrapolación con los datos obtenidos (Figura 6.11). Sin embargo, a medida que nos separamos de las localizaciones donde están situados los dispositivos de medida la incertidumbre aumenta grandemente.

Varias dimensiones

En las anteriores simulaciones hemos supuesto que la magnitud tenía una dependencia espacial en una única dimensión. Esto lo hemos hecho para simplificar la visualización de los resultados. Sin embargo mediante el krigado es muy simple la estimación de magnitudes de dimensión arbitraria. En la Figura 6.12 se muestra un ejemplo en dos dimensiones. La magnitud se ha simulado tener una dependencia $f(x, y) = x^2 + y^2$ a la que se ha añadido un ruido aleatorio $Sc = 0.5$, siendo la incertidumbre de los dispositivos de medida $A = 0.5$. La distancia de muestreo es $\Delta x = \Delta y = 1/20$. Debido a la gran cantidad

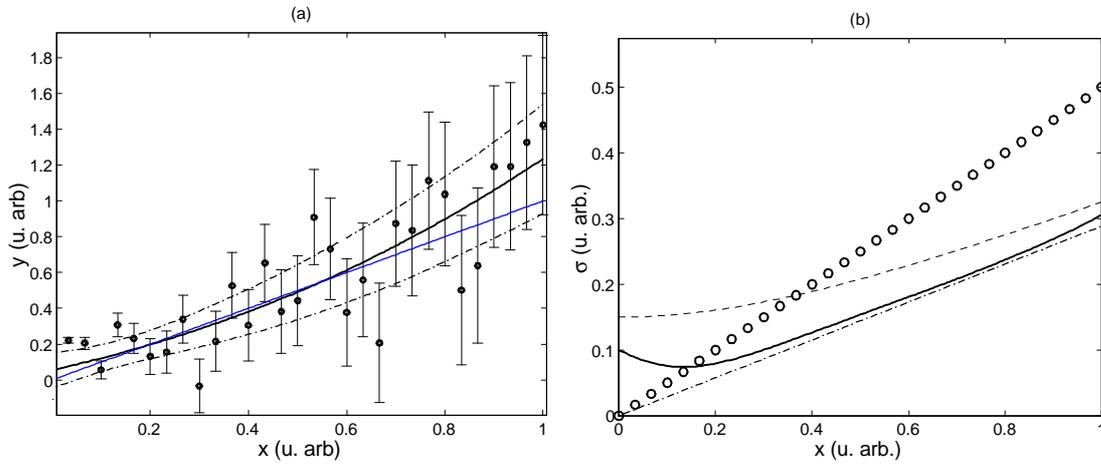


Figura 6.9: a) Estimación para una magnitud simulada con $f(x) = x$ que se muestrea con dispositivos de medida cuya incertidumbre asociada depende linealmente de la posición $A_i = 0.5x_i$ y donde $Sc = 0.15$. b) Incertidumbre estimada, la cual siempre es mayor que $A_i/\sqrt{3}$ y aumenta con la posición x , excepto para posiciones cercanas a $x = 0$ debido a que el número de dispositivos vecinos es menor.

de ruido el mínimo en la estimación no está centrado en $(0, 0)$ como sería de esperar. Sin embargo la estimación es suave y la incertidumbre asociada (< 0.2) es bastante menor que en el caso que no se considerara la correlación espacial (0.58).

6.5 Frecuencia de muestreo y fluctuaciones estadísticas: Comparación con el criterio de Nyquist

En la sección anterior hemos visto que cuando la distancia entre las medidas es suficientemente pequeña como para que entre en juego la correlación espacial, la incertidumbre estimada es menor que el valor de las fluctuaciones aleatorias. Dicha incertidumbre depende, entre otros parámetros, de la distancia entre los dispositivos de medida de forma que la incertidumbre decrece al aumentar la frecuencia de muestreo.

En esta sección veremos como se comporta el krigado ante una distribución regular de sensores, modificando la frecuencia de muestreo y los valores de las incertidumbres. Hemos simulado una señal senoidal $f(x) = \sin(2\pi x)$ a la que se ha añadido una fluctuación aleatoria con distribución de probabilidad gaussiana de anchura σ . La señal se ha muestreado con dispositivos de medida con una incertidumbre muy baja $A_0 = 0.01$ y

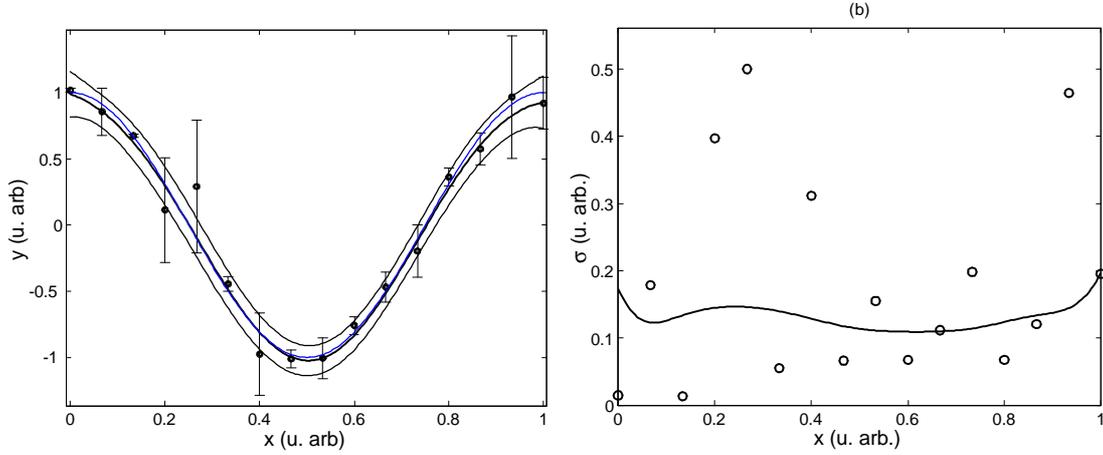


Figura 6.10: a) Estimación para una magnitud $f(x) = \cos(2\pi x)$ que se muestrea con dispositivos de medida cuya incertidumbre se ha asignado de forma aleatoria. b) Incertidumbre asociada. Éste es el único caso en el cual la incertidumbre estimada es menor a $A/\sqrt{3}$.

dispuestos regularmente con una frecuencia de muestreo de ν . Mediante el krigado se ha realizado la estimación de la magnitud y de la incertidumbre. Un parámetro para calcular cuánto de buena ha sido la estimación es

$$\Gamma_1(\nu, \sigma) = \frac{\int |f(x) - Z_K(x)| dx}{\int |f(x)| dx} \Big|_{\nu, \sigma = S_c}, \quad (6.27)$$

donde $Z_K(x)$ es estimación obtenida mediante el krigado. Este parámetro nos da idea de cuál es la desviación de magnitud estimada respecto de la señal ideal sin ruido. Como para situaciones reales la función $f(x)$ es desconocida, otro parámetro para el cálculo de la incertidumbre asociada es

$$\Gamma_2(\nu, \sigma) = \langle |\sigma_K(x)| \rangle \Big|_{\nu, \sigma = S_c}, \quad (6.28)$$

donde $\sigma_K(x)$ es la incertidumbre estimada mediante el krigado. Ambas gráficas se muestran en la Figura 6.13. También se muestran los contornos de ambas gráficas para una mejor visualización (Figura 6.14).

Se puede observar en la Figura 6.14 que los parámetros Γ_1 y Γ_2 disminuyen al decrecer el ruido y aumentar la frecuencia de muestreo. Para frecuencias menores a 2 u. arb.^{-1}

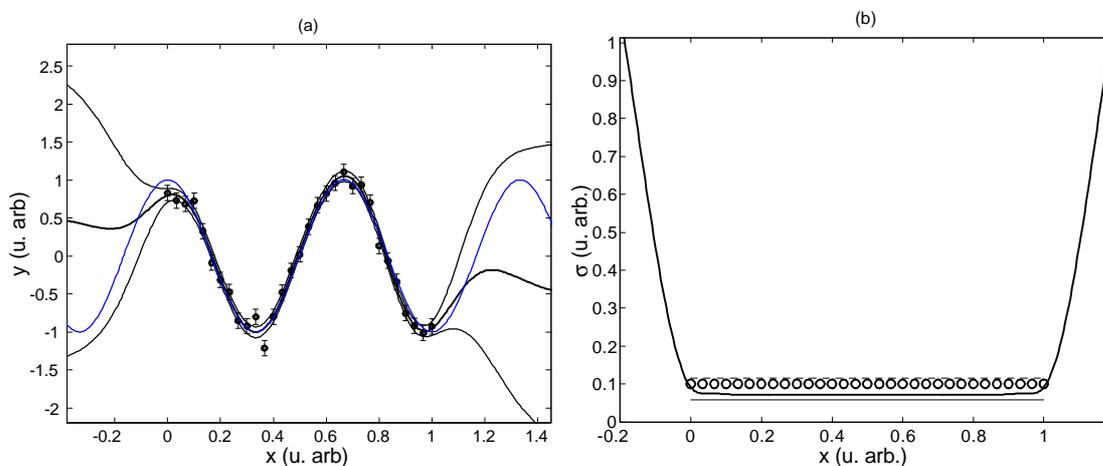


Figura 6.11: a) Simulación de una magnitud $f(x) = \cos(3\pi x)$, donde el número de mediciones es de 30, distribuidas en el intervalo $[0, 1]$. En esta simulación $A = 0.1$ y $Sc = 0.1$. b) Incertidumbre estimada. Al separarnos de las medidas el error estimado aumenta fuertemente.

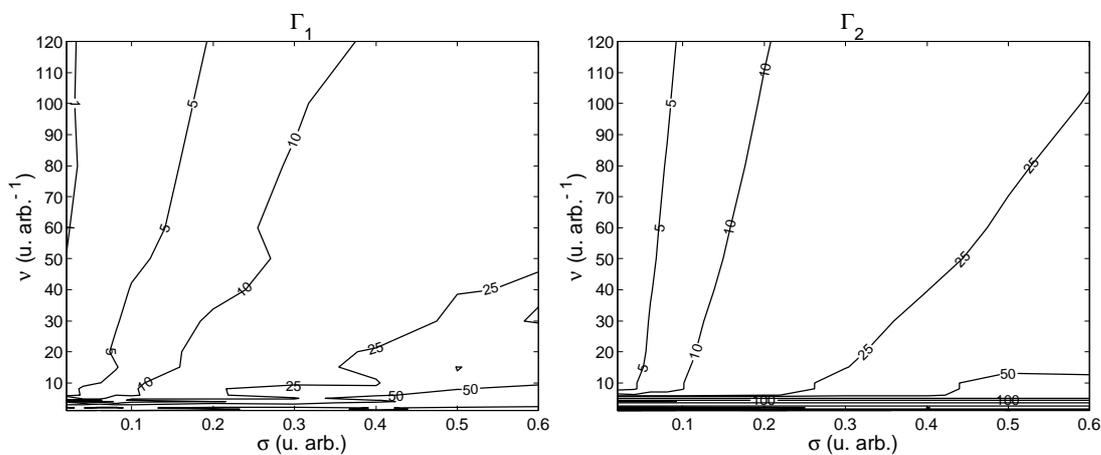


Figura 6.14: Contornos para las gráficas $\Gamma_1(\nu, \sigma)$ y $\Gamma_2(\nu, \sigma)$ de la figura anterior.

podemos decir que no se posee, para ninguna incertidumbre, información sobre la magnitud, pues los parámetros Γ_1 y Γ_2 son superiores al 100%. Sin embargo, para frecuencias mayores de 5 u. arb. Γ_1 y Γ_2 son menores de un 5% cuando las fluctuaciones aleatorias son despreciables. En la Figura 6.15 se muestra el comportamiento de la incertidumbre al

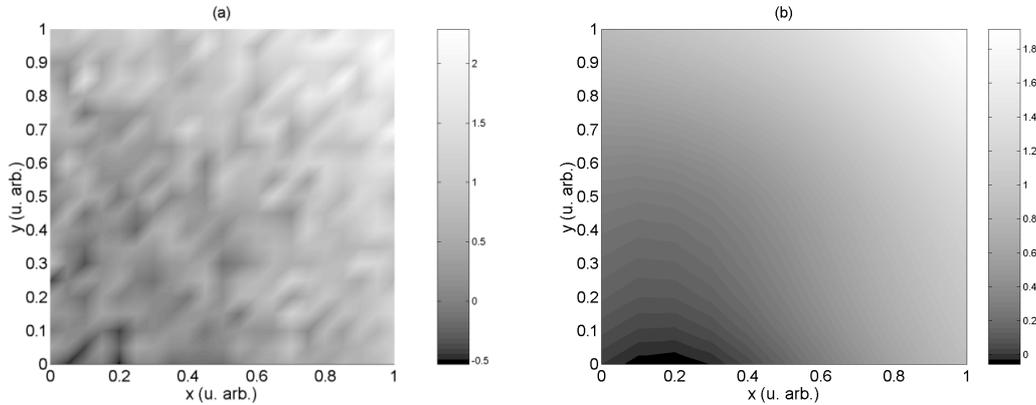


Figura 6.12: Simulación de una magnitud bidimensional $f(x, y) = x^2 + y^2$. En este caso $Sc = 0.25$, $A = 0.25$ y $\Delta x = \Delta y = 1/20$. a) Datos experimentales. Se han eliminado los círculos (o) que representan la posición de los datos para una mejor visualización, b) Estimación mediante el krigado.

variar la fluctuación aleatoria y la frecuencia de muestreo.

El error tan grande para frecuencias que van de 2 a 5 u. arb.⁻¹ es debido a que el krigado no aprovecha las medidas muy alejadas pues la correlación espacial entre medidas es pequeña. Sin embargo para frecuencias mayores el krigado es capaz de seguir a la señal pues aumenta la información debido a la correlación espacial. Esto se puede ver en la Figura 6.16, que representa la incertidumbre para una señal senoidal $f(x) = \sin(2\pi x)$, donde $Sc = 0.1$. Se ve que para frecuencias pequeñas la incertidumbre entre las medidas aumenta grandemente, pues la longitud de correlación es menor que la distancia entre medidas. Cuando la frecuencia de las medidas aumenta, para una localización dada, la incertidumbre disminuye debido a las medidas cercanas. Para frecuencias muy grandes la incertidumbre estimada es aproximadamente la incertidumbre debida a los aparatos de medida.

El hecho que la incertidumbre en la estimación disminuya fuertemente en el intervalo de frecuencias de 2 a 5 u. arb.⁻¹ se puede comparar con el criterio de *Nyquist* para la reconstrucción de señales muestreadas. Según este criterio (véase la *Apéndice A* para una mayor explicación del criterio) se establece que para el caso de un muestreo regular e infinito de una señal de banda limitada y cuando las incertidumbres en las medidas son nulas la reconstrucción de la señal es exacta, siempre que la frecuencia de muestreo sea mayor que el doble de la frecuencia de la señal. Para el caso del krigado este criterio es

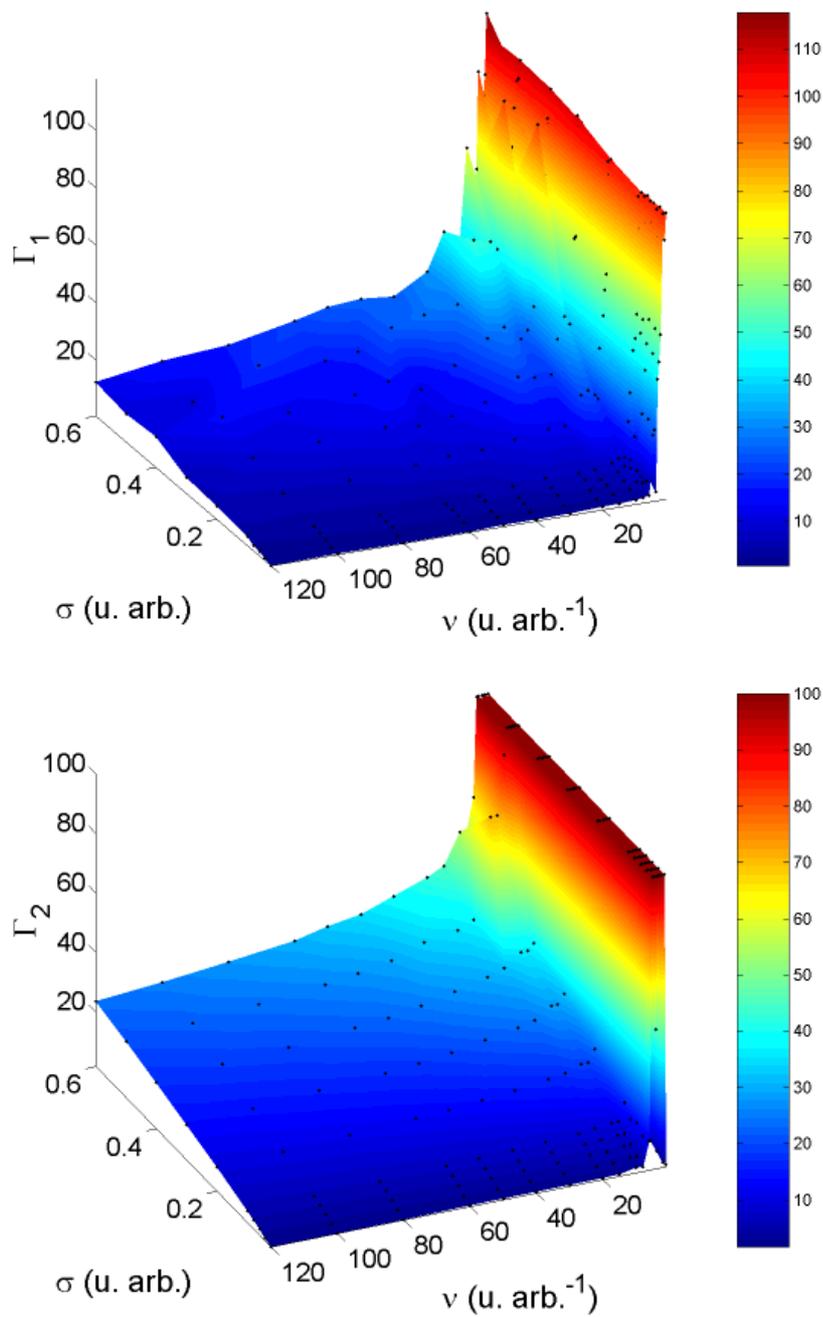


Figura 6.13: Parámetros $\Gamma_1(\nu, \sigma = Sc)$ y $\Gamma_2(\nu, \sigma = Sc)$ que muestran la incertidumbre media estimada en función de la frecuencia de muestreo y de las fluctuaciones aleatorias

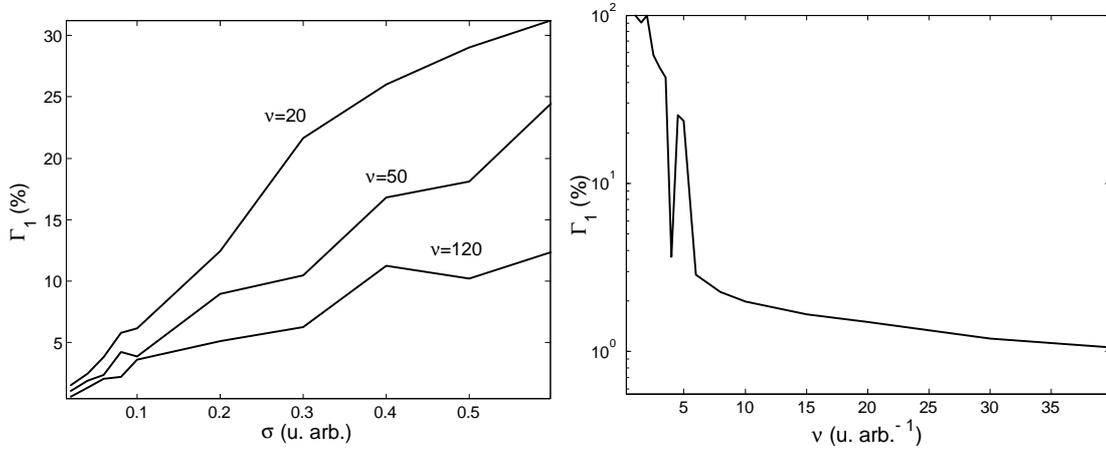


Figura 6.15: a) Perfiles del parámetro Γ_1 al aumentar la fluctuación aleatoria Sc de la magnitud medida para diversas frecuencias de muestreo. b) Disminución del error en la estimación al aumentar la frecuencia de muestreo. Para frecuencias bajas la incertidumbre es muy grande y a partir de 5 u. arb.^{-1} la incertidumbre baja muy rápidamente. La fluctuación aleatoria es de $Sc = 0.01$.

más gradual.

6.6 Funciones de interpolación, obtenidas mediante el krigado, para la estimación de magnitudes regularmente muestreadas

En secciones anteriores hemos visto que el krigado es un método adecuado para la estimación de magnitudes con dependencia espacial. Sin embargo tiene el inconveniente de su lentitud en el cálculo, pues es necesario realizar inversas de matrices de un tamaño igual al número de mediciones. Existen métodos de aceleración, como el tomar únicamente los N -vecinos para realizar la estimación, pero aún así el método sigue siendo bastante lento en aplicaciones donde la cantidad de datos sea grande, como en el caso de procesamiento de imágenes.

Como se vio en la ec. (6.17) el valor estimado de la magnitud medida se obtiene como combinación lineal de las medidas realizadas. Los pesos en dicha combinación lineal dependerán de la distancia entre los dispositivos de medida y la posición donde quiere estimar la magnitud. Estas funciones $\lambda_i(\mathbf{x})$ $i = 1, \dots, N$ se calculan a partir de la ec.

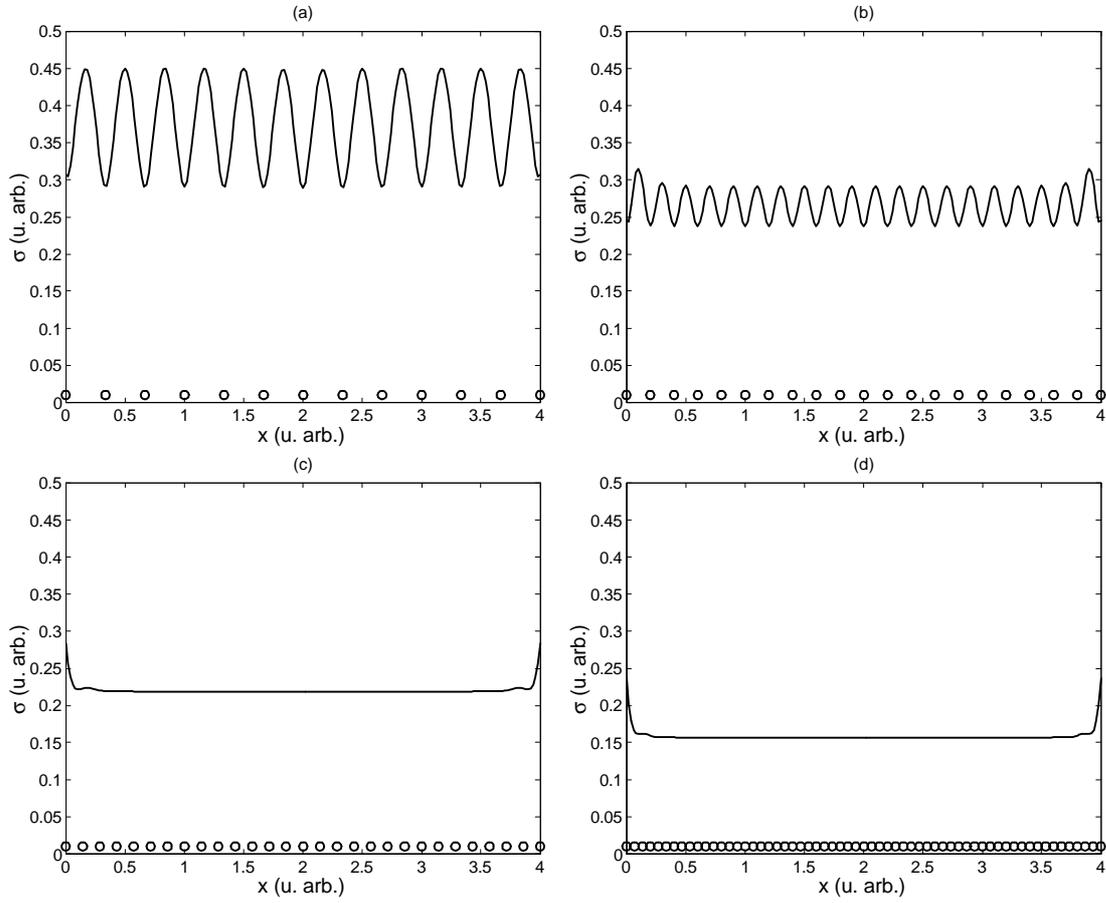


Figura 6.16: Incertidumbre calculada mediante el krigeado para una magnitud simulada mediante $f(x) = \sin(2\pi x)$. La fluctuación aleatoria es $Sc = 0.1$. Las frecuencias de muestreo son a) $v = 3 \text{ u. arb}^{-1}$, b) $v = 5 \text{ u. arb}^{-1}$, c) $v = 7 \text{ u. arb}^{-1}$, d) $v = 15 \text{ u. arb}^{-1}$

(6.22) y tienen en general formas arbitrarias. Sin embargo, cuando las medidas están regularmente espaciadas y el muestreo es infinito, por simetría, todas las funciones $\lambda_i(\mathbf{x})$ son idénticas excepto por un desplazamiento en la localización del máximo. Por ello, para este caso particular, estas funciones $\lambda_i(\mathbf{x})$ se pueden escribir mediante

$$\lambda_i(\mathbf{x}) = \Lambda(\mathbf{x}) * \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i), \quad (6.29)$$

donde $\Lambda(\mathbf{x})$ es una función cuyo máximo está en $\mathbf{x} = \mathbf{0}$ y $\delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i)$ es la función δ -Dirac.

A partir de esta transformación la ec. (6.17) resulta

$$Z_C(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^N \Lambda(\mathbf{x}) * \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i) Z(\mathbf{x}_i), \quad (6.30)$$

y al ser $\Lambda(\mathbf{x})$ independiente de i

$$Z_C(\mathbf{x}) = \Lambda(\mathbf{x}) * \sum_{i=1}^N \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i) Z(\mathbf{x}_i). \quad (6.31)$$

Es decir la estimación para un muestreo regular e infinito se puede escribir como la convolución de dos funciones:

$$Z_C(\mathbf{x}) = \Lambda(\mathbf{x}) * \Pi(\mathbf{x}), \quad (6.32)$$

donde $\Pi(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^N \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i) Z(\mathbf{x}_i)$ nos proporciona información de la localización y del valor de las mediciones, y la función $\Lambda(\mathbf{x})$ informa de las propiedades de ruido y de correlación espacial.

6.6.1 Análisis de las funciones de reconstrucción

La forma de las funciones $\Lambda(\mathbf{x})$ dependerá de las propiedades de la señal. Así, cuando la correlación espacial es pequeña solamente se podrán utilizar los puntos cercanos para la estimación y la función $\Lambda(\mathbf{x})$ será estrecha. Por otro lado, si las incertidumbres son grandes, dicha función será más ancha para poder realizar un promediado con los puntos vecinos y poder así eliminar el ruido. La función $\Lambda(\mathbf{x})$ no puede adoptar, sin embargo, cualquier forma arbitraria sino que debe cumplir la condición de insesgadez

$$\sum_{\mathbf{I}=-\infty}^{\infty} \Lambda(\mathbf{x} - \mathbf{I} \Delta \mathbf{x}) = 1 \quad \forall \mathbf{x}, \quad (6.33)$$

donde $\mathbf{I} \Delta \mathbf{x} = (i \Delta x, j \Delta y, \dots)$ representa el intervalo entre sensores, siendo i, j, \dots , los índices de la sumatoria (según la dimensión).

La forma de $\Lambda(\mathbf{x})$ viene condicionada por la frecuencia de muestreo y por el variograma el cual viene definido por los parámetros

- Las incertidumbres de la medición, que afectan fundamentalmente a γ_0 (ec.(B.47))

- La longitud de correlación a
- La meseta C
- El tipo de función para el ajuste del variograma, (*Sección 6.3.3*)

En esta sección analizamos la forma de la función $\Lambda(\mathbf{x})$ según los diversos parámetros involucrados para una distribución regular, y con una cantidad de puntos de muestreo suficiente como para que los efectos de borde no interfieran.

Fluctuaciones aleatorias de la magnitud medida (Sc)

En primer lugar veremos cómo el aumento de las fluctuaciones aleatorias de la magnitud modifican la forma $\Lambda(\mathbf{x})$. Para ello hemos simulado un muestreo de la región $S = [-1, 1]$, donde la distancia entre mediciones es $\Delta x = 0.04$. Hemos elegido un modelo gaussiano de variograma y hemos fijado los parámetros $C = 1$ y $a = 2\sqrt{2}\Delta x$. El motivo de elegir este último valor se verá posteriormente. También hemos fijado la incertidumbre asociada a los dispositivos de medida $A = 0$.

Una vez diseñado el proceso se han calculado diversas funciones $\Lambda(\mathbf{x})$ para varios valores del parámetro Sc , una vez introducido en el variograma según $\gamma_0 = Sc^2$. Dichas funciones se han obtenido según la ec. (6.22). En la Figura 6.17 se muestra $\Lambda(\mathbf{x})$ para algunos de los valores calculados. Cuando el valor de Sc es nulo la función $\Lambda(\mathbf{x})$ presenta una serie de lóbulos y su valor es 0 para distancias múltiplos de Δx . Esto significa que el valor estimado por el krigado en una localización donde se realiza una medición es exactamente el valor medido, al no presentarse incertidumbre en la medición (Figura 6.17a). Sin embargo a medida que aumenta el valor de Sc los lóbulos van desapareciendo y el valor en las posiciones múltiplo de Δx ya no son 0 (Figuras 6.17b y 6.17c). Cuando $Sc > 1.5$ los lóbulos desaparecen completamente siendo $\Lambda(\mathbf{x})$ muy similar a una gaussiana (Figura 6.17d). Esto está relacionado con el hecho que de al aumentar el ruido el krigado tiende a filtrarlo. En la Figura 6.18 se muestra la variación de $\Lambda(\mathbf{x})$ según cambia el valor de Sc .

Alcance (a)

El alcance o longitud de correlación a es también un parámetro que modifica sustancialmente la forma de $\Lambda(\mathbf{x})$, pues a medida que mayor sea la correlación espacial más en cuenta

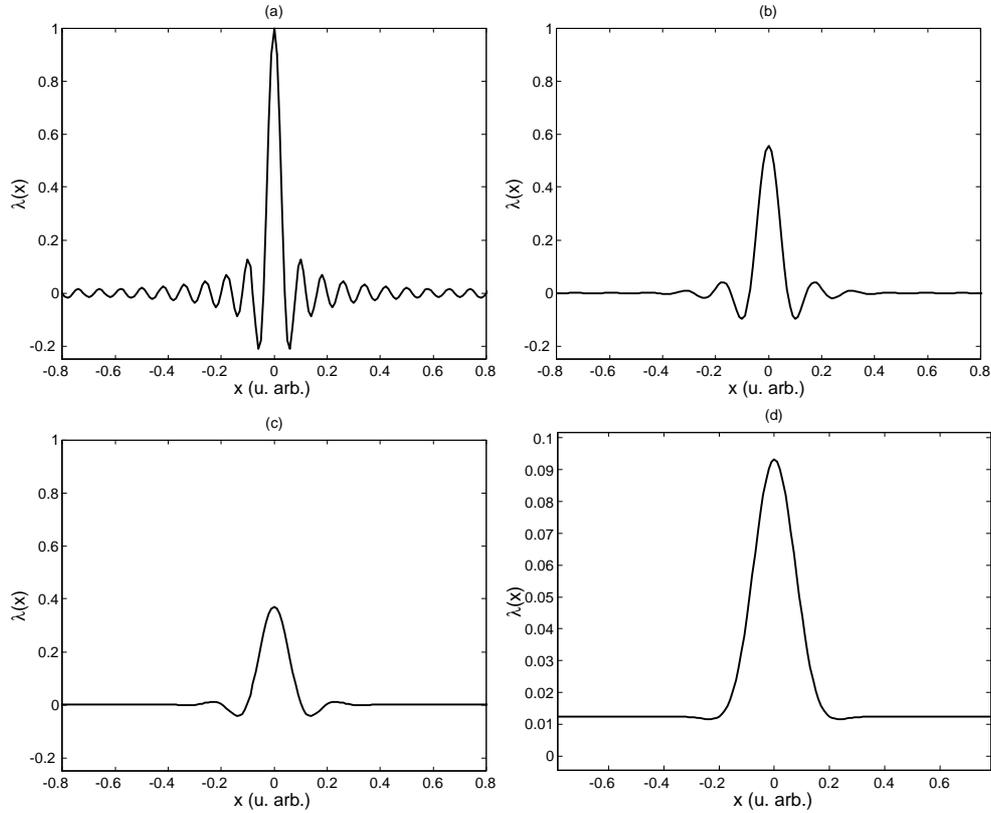


Figura 6.17: Función $\Lambda(x)$ para diversos valores de las fluctuaciones estadísticas Sc : a) $Sc = 0$ b) $Sc = 0.1$ c) $Sc = 0.5$ d) $Sc = 3$. El resto de parámetros involucrados es $\Delta x = 0.04$, $C = 1$ y $a = 2\sqrt{2}\Delta x$. Cuando hay poco ruido $\Lambda(x)$ presenta una serie de lóbulos, pero a medida que dicho ruido aumenta estos lóbulos se pierden.

se tendrá que tener las medidas lejanas. Para ver esto hemos simulado las mismas condiciones del punto anterior, fijando el valor $Sc = 0.001^3$ y variamos el valor de a (Figura 6.19).

Cuando la longitud de correlación es menor que la distancia entre sensores (Figura 6.19a) entonces $\Lambda(\mathbf{x})$ es muy estrecha con una forma aproximada de un triángulo. Esto es así pues al ser la longitud de correlación tan pequeña las medidas no se pueden utilizar para estimar en localizaciones separadas. Si embargo a medida que la longitud de correlación aumenta, el panorama cambia, apareciendo una serie de lóbulos (Figuras 6.19b y 6.19c).

³No lo hacemos nulo pues a veces se presentan problemas de inestabilidad en el cálculo de las inversas de las matrices.

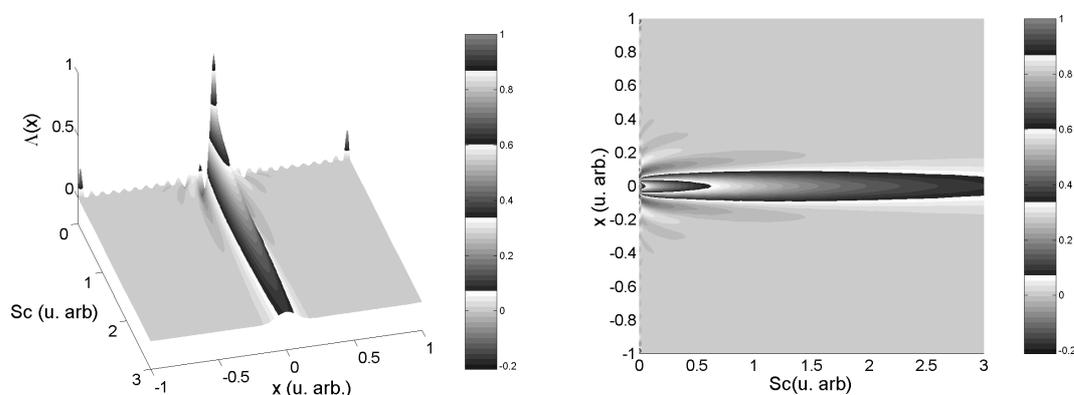


Figura 6.18: Representación de la forma de la función $\Lambda(x)$ para diversos valores de las fluctuaciones estadísticas. Los parámetros para esta simulación son los de la Figura 6.17.

Cuando la longitud de correlación es grande, como en el caso de la Figura 6.19d, entonces $\Lambda(\mathbf{x})$ se ensancha gradualmente pero sin perder los lóbulos, como se observa en la Figura 6.20.

Actuación conjunta de Sc y a

En el siguiente ejemplo, se han tomado las mismas condiciones que en el punto anterior, pero en este caso la incertidumbre asociada a las fluctuaciones aleatorias no es nula, sino que se ha fijado en $Sc = 0.5$. En este caso, cuando la longitud de correlación es muy pequeña la situación es la misma que anteriormente, es decir, $\Lambda(\mathbf{x})$ es muy estrecha (Figura 6.21a). Sin embargo a medida que aumenta la longitud de correlación se presentan cambios. Cuando la longitud de correlación a aumenta el lóbulo central se ensancha, pero ya solamente aparecen dos pequeños lóbulos laterales (Figuras 6.21b y 6.21c). También se observa que la anchura del lóbulo central es bastante mayor que para el caso de $Sc = 0$ (Figuras 6.21d y 6.22).

Meseta c

También se ha determinado qué ocurre cuando se modifica el valor de la meseta c . Se ha tomado las condiciones del ejemplo anterior, donde los parámetros del ruido y del variograma son $Sc = 0.25$, $A = 0.25$, $\gamma_0 = Sc^2 + A^2/3$, $a = 2\sqrt{2}\Delta x$, y se ha ido variando el parámetro c , calculando las funciones $\Lambda(\mathbf{x})$ obtenidas. El cambio que dicho parámetro

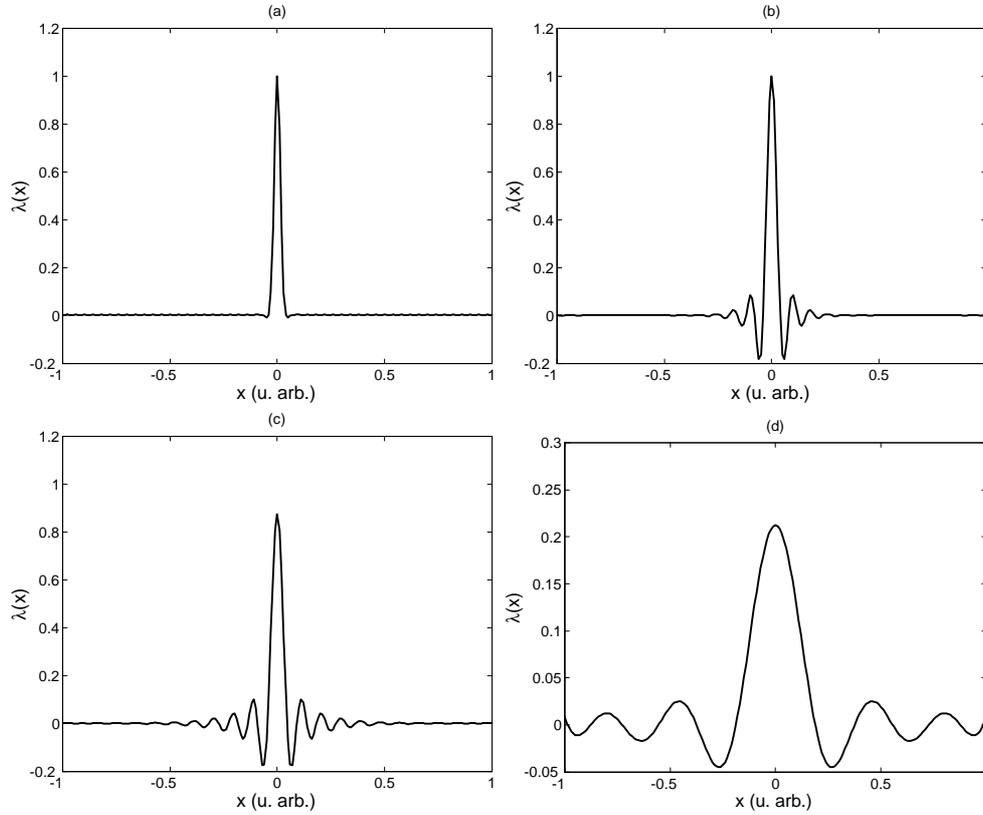


Figura 6.19: Función $\Lambda(x)$ para diversos valores del parámetro a , el cual está relacionado con la longitud de correlación. a) $a = 0.02$ b) $a = 0.05$ c) $a = 2\sqrt{2}\Delta x$ d) $a = 0.5$. El resto de parámetros involucrados es $\Delta x = 0.04$, $C = 1$ y $Sc = 0.001$. Para una longitud de correlación muy pequeña la función es aproximadamente un triángulo, pero a medida que aumenta van apareciendo una serie de lóbulos laterales hasta que llegamos a un cierto valor $a \approx 0.11$ a partir del cual la función se ensancha, decreciendo fuertemente la altura de los picos.

produce en la función $\Lambda(\mathbf{x})$ es menor que el producido por los otros parámetros (Figura 6.23, el rango de c es muy grande). Para valores de c muy pequeños la función es aproximadamente una gaussiana (Figura 6.24a), debido a que el variograma es aproximadamente constante, significando que gran parte de la señal es ruido. A medida que aumenta el valor de c (Figuras 6.24b y 6.24c) van apareciendo una serie de lóbulos laterales. Para valores grandes del parámetro c la cantidad de lóbulos aparecidos es considerable (6.24d).

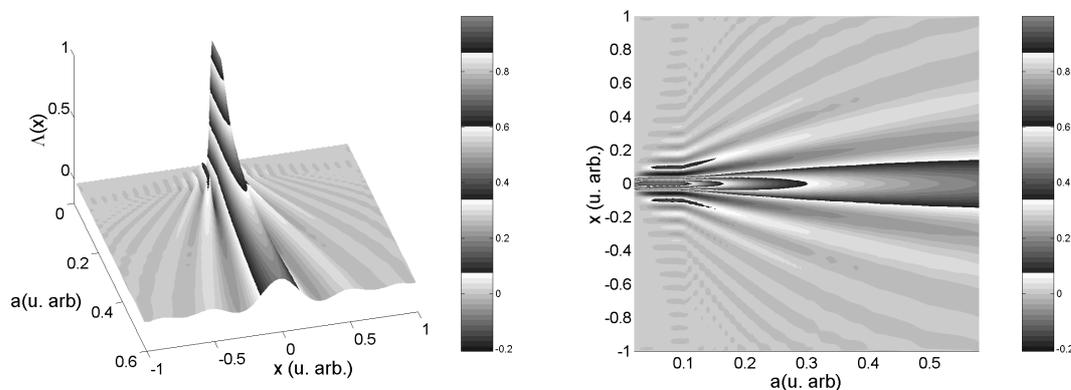


Figura 6.20: Representación de la forma de la función $\Lambda(x)$ para diversos valores de la longitud de correlación. Los parámetros para esta simulación son los de la Figura 6.19.

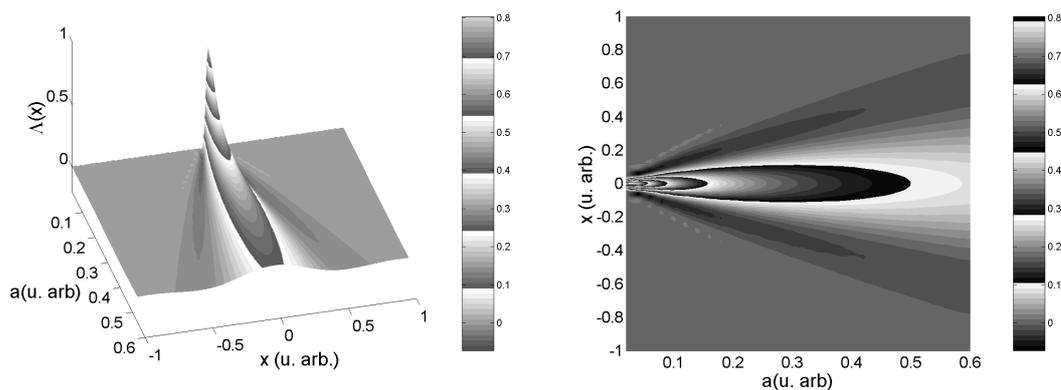


Figura 6.22: Representación de la forma de la función $\Lambda(x)$ para diversos valores de la longitud de correlación a cuando $Sc = 0.5$. Los parámetros para esta simulación son los de la Figura 6.21.

Modelo de variograma

Finalmente veremos cómo varía la función $\Lambda(\mathbf{x})$ y la estimación por el kriging con el modelo de variograma utilizado. Para ello hemos comparado los variogramas gaussiano, exponencial y potencial, donde los parámetros de la simulación son los mismos que en el punto anterior con $c = 1$. Los parámetros de ajuste se encuentran en la Tabla 6.1. En las Figuras 6.25, 6.26 y 6.27 se muestran los ajustes de estos tres modelos de variograma.

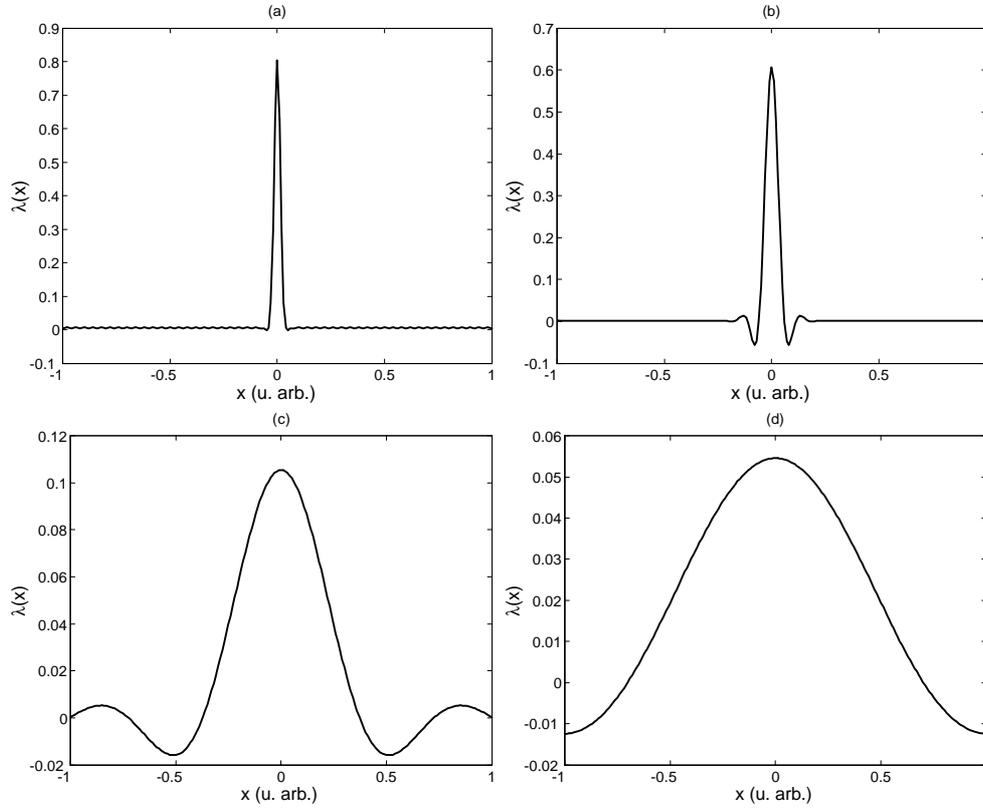


Figura 6.21: Misma simulación que la Figura 6.19, pero ahora las fluctuaciones aleatorias son $S_c = 0.5$. En este caso la función $\Lambda(x)$ también se ensancha, pero desaparecen gran cantidad de lóbulos laterales.

El modelo utilizado modifica sustancialmente la forma en la que el kriging realiza la estimación. Esto es debido fundamentalmente a que los distintos modelos tienen un comportamiento diferente cerca del origen. El modelo de *Gauss* es el modelo que mejor filtra el ruido al tener un comportamiento horizontal en el origen (siendo además el modelo que mejor se ajusta a los resultados experimentales). Los otros dos variogramas generan una función $\Lambda(\mathbf{x})$ muy estrecha que no permite filtrar el ruido adecuadamente. Además el modelo de *Gauss* es el modelo, al menos para los casos considerados, que predice una menor incertidumbre en la estimación.

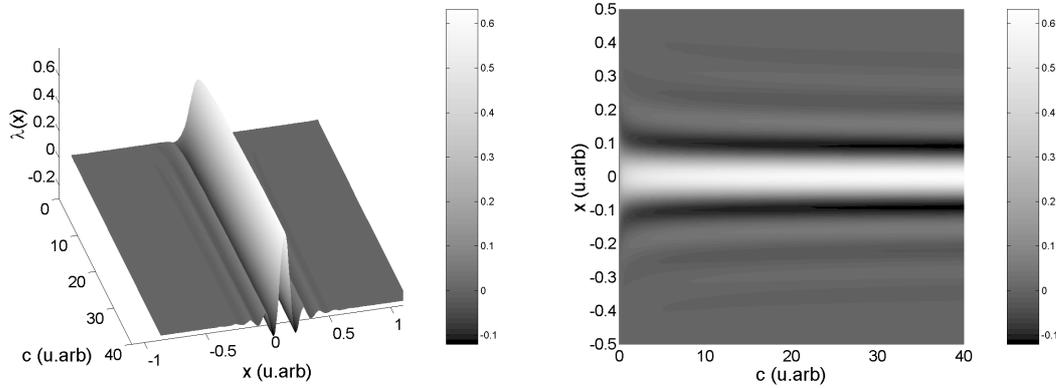


Figura 6.23: Representación de la forma de la función $\Lambda(x)$ para diversos valores de la longitud de correlación c . Los parámetros para esta simulación son los de la Figura 6.21.

6.6.2 Comparación del krigado con el teorema de *Whittakers-Kotel'nikov-Shannon*

Un punto que es necesario determinar es qué ocurre con el método cuando idealmente la magnitud medida no presenta fluctuaciones aleatorias y los dispositivos de medida son perfectos. En este caso, cuando la distribución de dispositivos de medida es regular e infinita el teorema *WKS* [Jerri, 1977] (ver *Sección A.1* para una discusión más detallada) obtiene una función de reconstrucción $\Lambda_N(\mathbf{x}) = \text{sinc}(x/\Delta x)$, donde Δx es la distancia entre sensores, que produce una estimación exacta, siendo la incertidumbre en la estimación nula. Para ello es necesario que la frecuencia de muestreo de la señal sea al menos 2 veces mayor que la frecuencia máxima de la señal (*criterio de Nyquist*).

El teorema *WKS* no considera explícitamente la correlación espacial, pero impone que la señal sea de banda limitada. El uso de otros tipos de funciones de interpolación ha sido utilizado en el procesado de imágenes [Pratt, 1978], con el objetivo principal de eliminar ruido. Sin embargo la determinación óptima de la función de interpolación según las propiedades de la señal no ha sido completamente solucionada. Se han realizado diversos intentos de abordar el problema de la reconstrucción de señales con ruido [Pawlak y Stadtmüller, 1996] en donde se propone cambiar la función sinc por una convolución entre dos funciones sinc de distinta frecuencia. Sin embargo aquí no se realiza ninguna conexión entre el ruido y la forma de esta función, y no se considera la incertidumbre de los aparatos de medida.

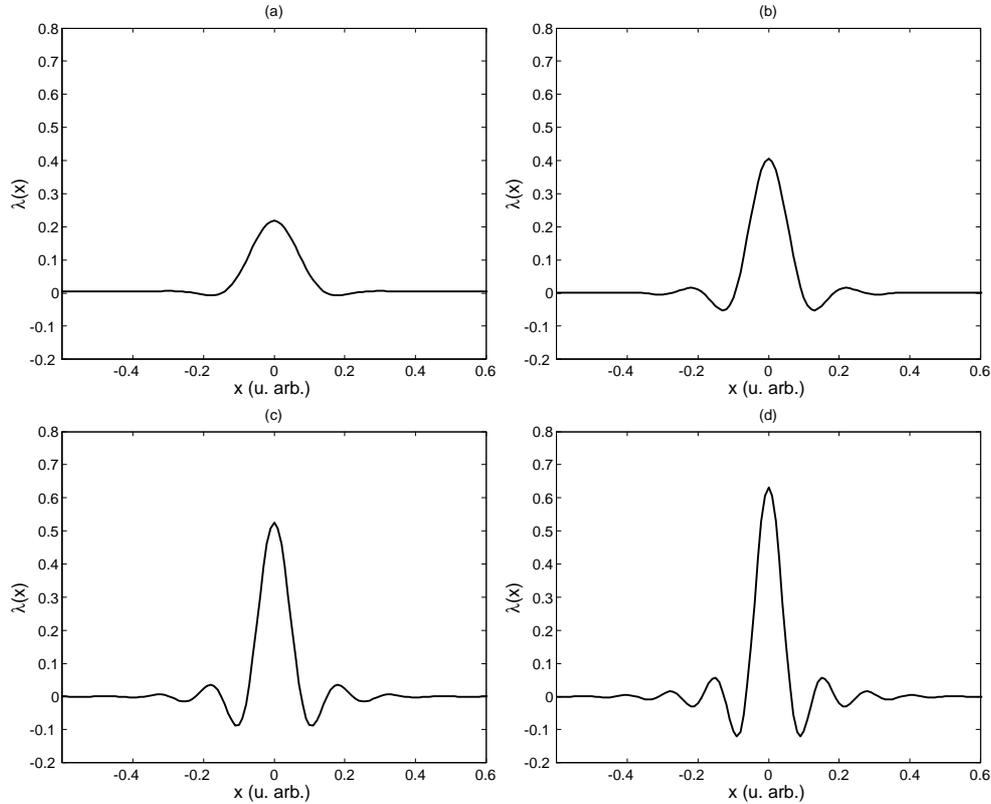


Figura 6.24: Función $\Lambda(x)$ para diversos valores del parámetro c . a) $c = 0.05$ b) $c = 0.5$ c) $c = 5$ d) $c = 50$. El resto de parámetros involucrados es $\Delta x = 0.04$, $a = 2\sqrt{2}\Delta x$ y $Sc = 0.25$ y $A = 0.25$. A medida que aumenta el parámetro c aumenta el número de lóbulos de la función $\Lambda(x)$.

Gauss	Exponencial	Potencial
$\gamma_0 = 0.0681$	$\gamma_0 = 0.0251$	$\gamma_0 = 0.0519$
$c = 1.2087$	$c = 3071$	$A = 2.9228$
$a = 0.3451$	$a = 1513$	$B = 1.3322$

Tabla 6.1: Parámetros en el ajuste del variograma según los distintos modelos.

Una pregunta que nos surge es si el krigado genera la misma función de reconstrucción que el teorema *WKS* cuando cumple las condiciones impuestas por dicho teorema. Una demostración rigurosa a esta pregunta es bastante complicada por cuanto necesitaríamos resolver analíticamente la ec. (6.22). Sin embargo hemos podido encontrar un caso para el cual la respuesta es afirmativa.

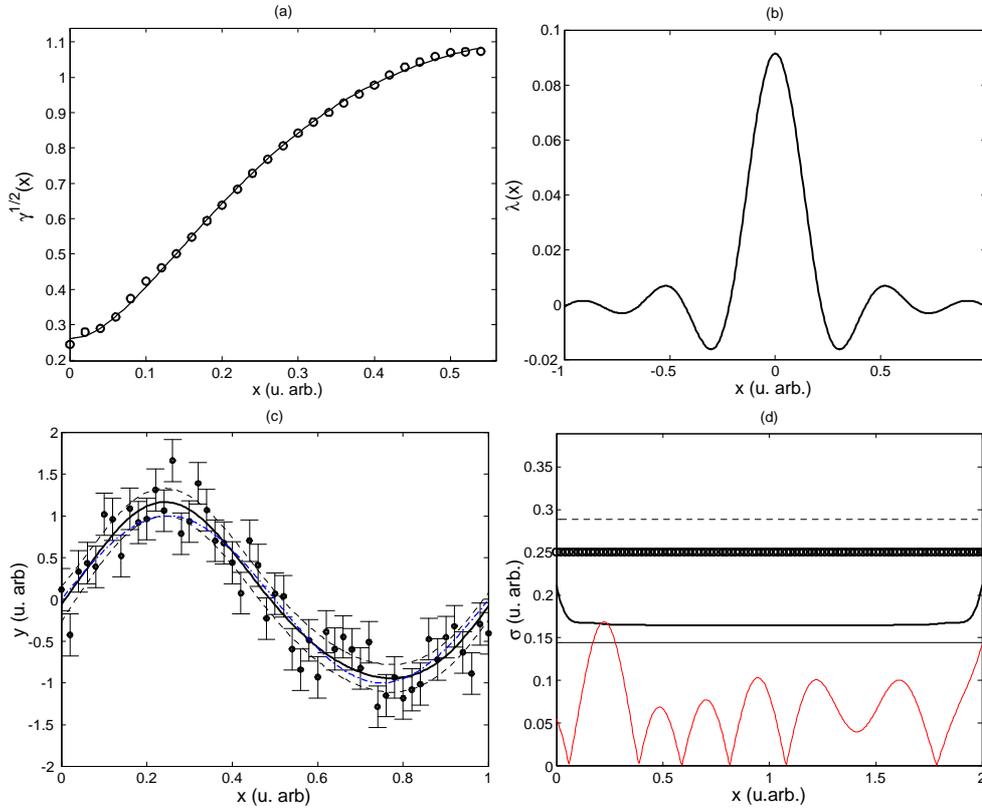


Figura 6.25: En estas gráficas se compara cómo la forma del variograma afecta a la estimación mediante el krigado. Se ha simulado una función $f(x) = \sin(2\pi x)$, donde se ha añadido un ruido gaussiano $Sc = 0.25$, siendo la incertidumbre de los dispositivos de medida $A = 0.25$. Los parámetros del ajuste vienen en la Tabla 6.1. El variograma experimental se ha ajustado a un variograma gaussiano. a) Ajuste del variograma, b) Función $\Lambda(x)$ calculada, c) Estimación, d) Incertidumbre estimada (línea negra) y diferencia entre la simulación y $f(x)$ (línea roja).

Al menos cuando el variograma está definido por una función gaussiana [ec. (6.12)] cuyo parámetro $a = 2\sqrt{2}\Delta x$, entonces la función $\Lambda(\mathbf{x})$ es exactamente $\text{sinc}(wx)$. Para mostrar esto hemos realizado la estimación de una función⁴ $f(x) = \sin(2\pi x)$ y hemos variado el parámetro C del variograma gaussiano (el resto de parámetros ya están determinados, siendo $\gamma_0 = 0$ debido a que los errores son nulos) encontrando siempre que la función de reconstrucción es siempre una función sinc, salvo pequeñas diferencias atribuibles a los

⁴Los valores de la función son irrelevantes para el cálculo de $\Lambda(\mathbf{x})$.

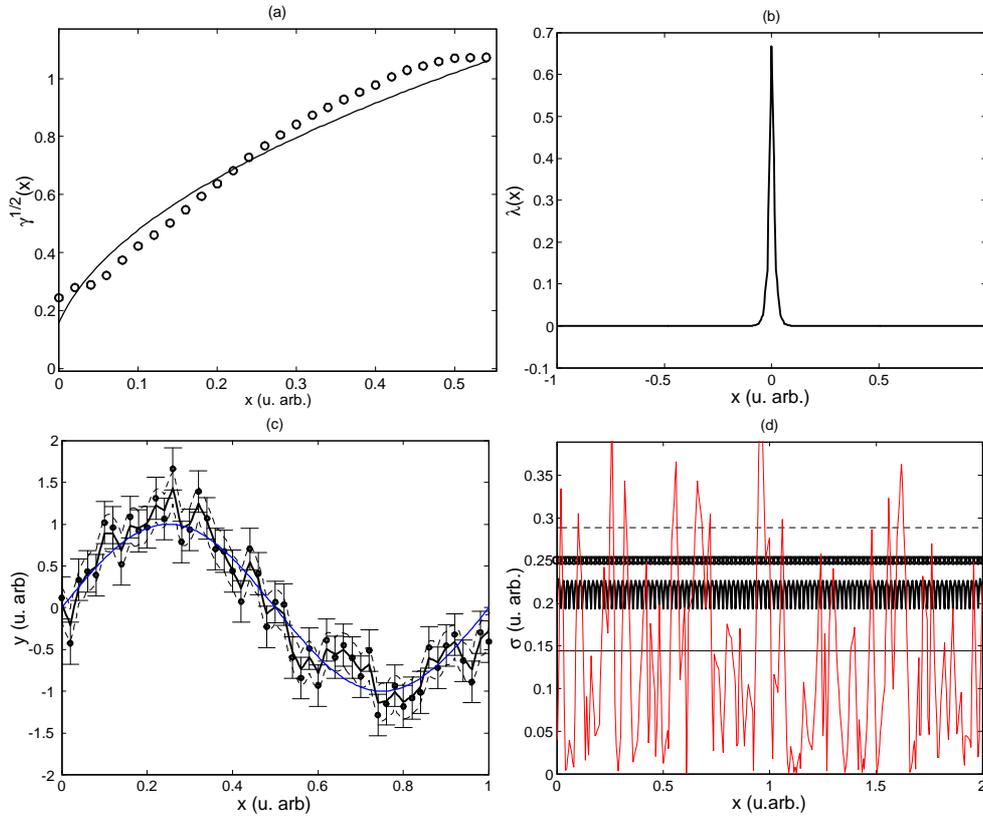


Figura 6.26: Misma situación que en la Figura 6.25, pero ahora el ajuste se hace a un variograma exponencial.

algoritmos de computación. En la Figura 6.28a se muestra la función $\Lambda(\mathbf{x})$ obtenida bajo estas condiciones cuando $C = 1$. En esta gráfica se han representado tanto la función $\Lambda(\mathbf{x})$ calculada mediante el krigado como la función sinc, sin embargo no es posible distinguir una de otra al estar completamente solapadas. En la Figura 6.28b se muestra el error estimado por el krigado (línea negra) y se compara con la diferencia entre la estimación del krigado y el valor real de la función (línea roja). Se puede ver que esta diferencia es menor a ¡5 millonésimas del rango de la señal!

El teorema de *WKS* también se ha demostrado a partir de un procedimiento de mínimos cuadrados [Papoulis, 1966]. En este sentido el krigado se puede ver como una generalización de teorema de *WKS* para señales irregularmente distribuidas cuando se considera la correlación espacial, las fluctuaciones aleatorias en la magnitud medida y la incertidumbre asociada a los aparatos de medida. La ventaja que presenta el krigado

es que, al depender la función $\Lambda(\mathbf{x})$ de la incertidumbre y de la correlación espacial de la medida, es capaz de filtrar el ruido presente en la señal, además de poder calcular la incertidumbre cometida en la estimación.

6.6.3 Finitud del muestreo

Como hemos visto, si tenemos un muestreo regular e infinito de una magnitud con dependencia espacial, todas las funciones $\lambda_i(\mathbf{x})$ obtenidas mediante el kriging son idénticas excepto por una translación. Sin embargo todo muestreo es finito. Para cumplir con la condición de insesgadez ($\sum_i \lambda_i(x) = 1 \forall x$) el kriging modifica la forma de las funciones $\lambda_i(\mathbf{x})$ de los bordes. Para ver esto calcularemos las funciones de interpolación $\Lambda(x)$ simularemos una magnitud con dependencia espacial $f(x) = x + \sin(2\pi x)$ que presenta una

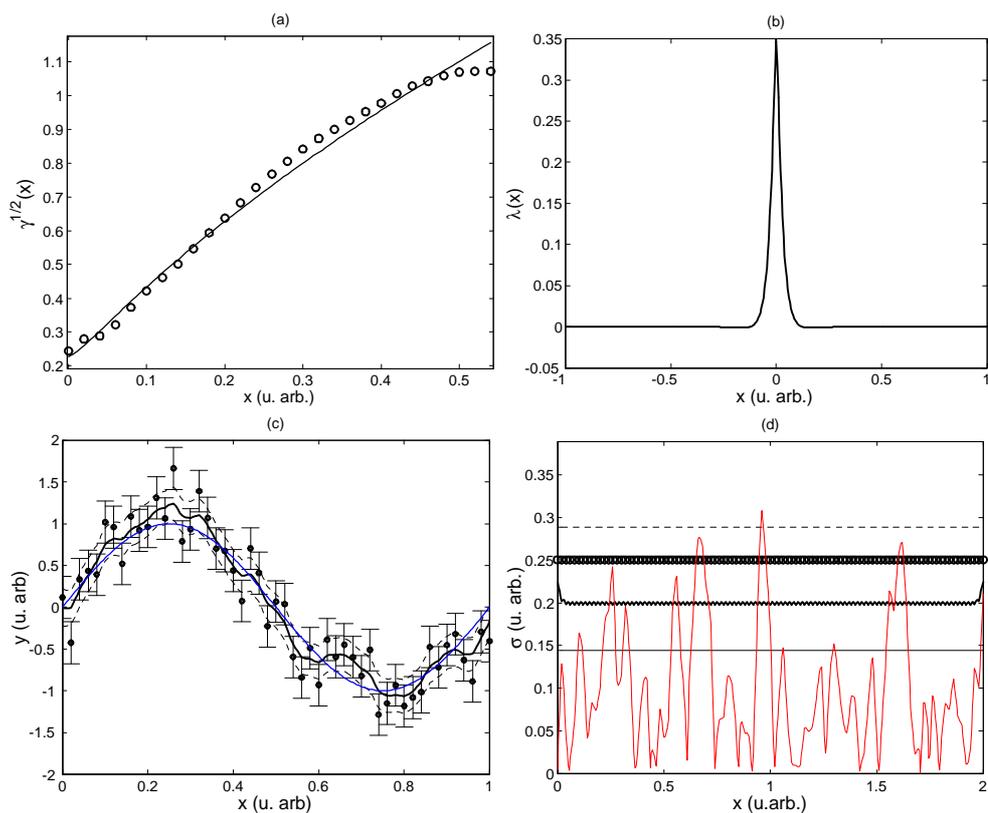


Figura 6.27: Misma situación que en la Figura 6.25, pero ahora el ajuste se hace a un variograma potencial.

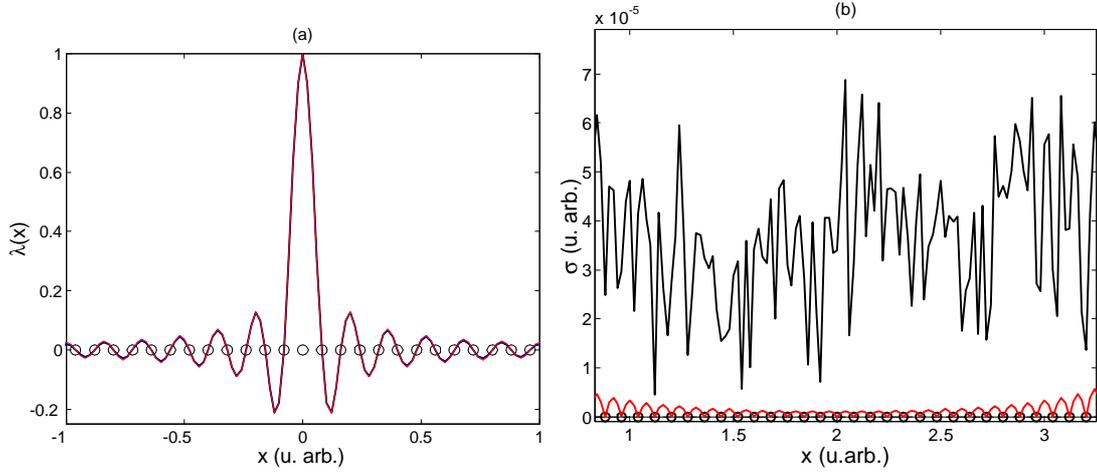


Figura 6.28: a) Comparación entre la función $\Lambda(\mathbf{x})$ obtenida mediante el kriging y la función sinc. La diferencia entre ambas gráficas es despreciable. b) Incertidumbre estimada por el kriging (línea negra) y diferencia entre la estimación del kriging y el valor real que es $\sin(2\pi x)$. Esta diferencia es menor a 5 millonesimas del rango.

fluctuación estadística $Sc = 0.1$ y que se muestra con 10 dispositivos de medida cuya incertidumbre es de $A = 0.1$. Mediante la ec. (6.22) hemos obtenido las funciones $\lambda_i(x)$, las cuales se muestran en la Figura 6.29a. Como se puede observar todas las funciones son muy similares excepto las de los bordes. Desplazando las funciones $\lambda_i(x)$ para hacer que el máximo de todas ellas coincida en $x = 0$ y hallando el valor medio para cada posición x obtenemos el valor de la función $\Lambda(\mathbf{x})$ (Figura 6.29b). Para este cálculo se han eliminado las dos funciones $\lambda_i(x)$, al ser muy diferentes. Como se ve en dicha figura el intervalo de incertidumbre es muy pequeño indicando que todas las funciones son la misma función. A esta función es la que denominamos $\Lambda(\mathbf{x})$.

Mediante la ec. (6.32) hemos realizado la estimación, que se muestra en la Figura 6.30 (línea roja). Mediante la estimación por convolución con la función de interpolación $\Lambda(\mathbf{x})$ se obtiene un resultado muy similar al obtenido mediante el kriging excepto en los bordes. Para poder solucionar esto hemos normalizado en todo punto \mathbf{x} para que se cumpla el criterio de insesgadez. Esto se realiza modificando la definición de la ec. (6.32) por

$$Z_{NORM}(\mathbf{x}) = \frac{\Lambda(\mathbf{x}) * \Pi(\mathbf{x})}{\Lambda(\mathbf{x}) * \Pi(\mathbf{x})}, \quad (6.34)$$

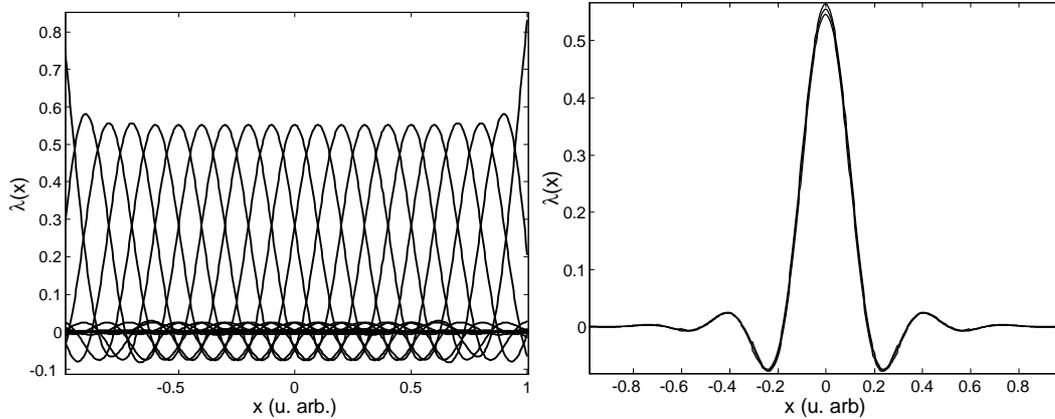


Figura 6.29: a) Distintas funciones $\lambda_i(x)$ obtenidas para la estimación de la magnitud $f(x) = x + 2\sin(2\pi x)$, cuando $Sc = 0.1$ y $A = 0.1$. para un muestreo de 21 dispositivos de medida. Cuando el muestreo es espacialmente infinito todas las funciones son idénticas. Sin embargo cuando no lo es se observa que las funciones de los extremos son distintas. b) Promedio de las funciones y desviación típica. Dicha desviación típica es muy pequeña, mostrando experimentalmente que todas las funciones $\lambda_i(x)$ son muy similares.

donde $\Pi(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^N \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i)$. Como se observa en la Figura 6.31 la diferencia entre la estimación del krigado y la obtenida mediante la ec. (6.34) es menor a un 3%.

6.6.4 Velocidad de procesado

La ventaja principal de utilizar la ec. (6.34) en vez de realizar todo el proceso del krigado es el enorme aumento de velocidad a la hora de realizar la estimación. Mientras que mediante la ec. (6.22) el krigado tarda unos 30 sg en realizar la estimación de la Figura 6.30, al utilizar el proceso de convolución tardamos una fracción de segundo (en un PC a 120 MHz). Lo único que es necesario es el conocimiento de $\Lambda(\mathbf{x})$, que se puede obtener a partir de la ec. (6.22). Obviamente esta función hay que calcularla a partir del krigado, siendo esto un proceso lento. Sin embargo, en vez de calcular todas las funciones $\lambda_i(\mathbf{x})$ y a partir de éstas el promedio $\Lambda(\mathbf{x})$, una posibilidad que aumenta además el cálculo es asignar a $\Lambda(\mathbf{x})$ el valor de una única función $\lambda_i(\mathbf{x})$, por ejemplo la más cercana al centro de \mathcal{S} , al ser todas iguales. Este proceso solamente se realiza una única vez, siempre que no cambien las condiciones de la medida.

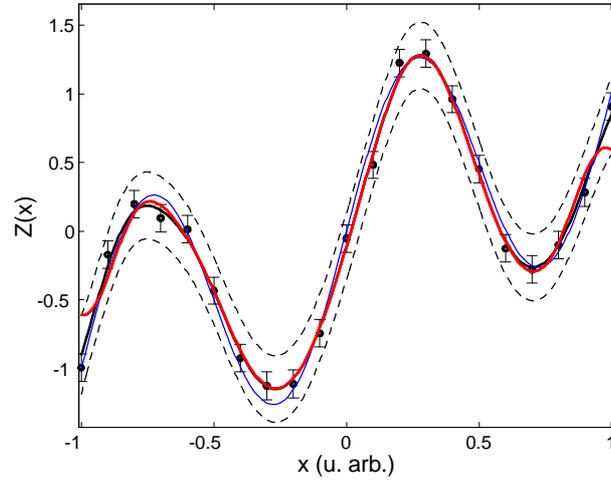


Figura 6.30: Estimación mediante la convolución de las funciones $\Lambda(x)$. (Azul) función sin ruido, (rojo) función calculada mediante la función $\Lambda(x)$, según la ec. (6.32), (negro) función calculada mediante la ec. (6.34) cuando se impone la condición de insesgadez. Esta última estimación es muy similar a la estimación mediante el krigado.

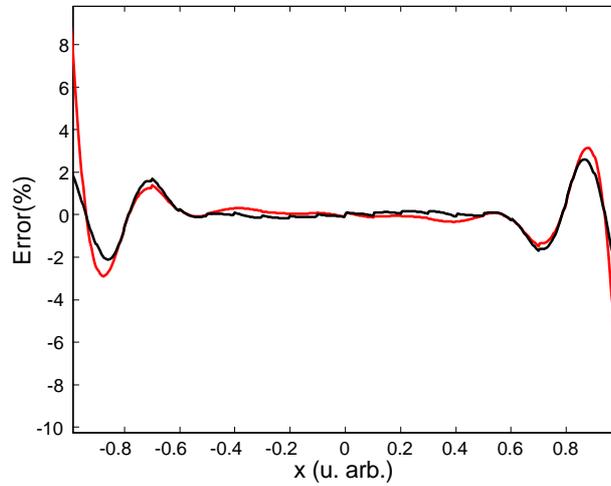


Figura 6.31: Diferencias entre la estimación realizada por el krigado (ec. 6.17) y las estimaciones por convolución (ec. 6.32) -línea roja- y convolución normalizada (ec. 6.34) -línea negra-. Se puede observar que al utilizar el estimador $Z_N(\mathbf{x})$ el error en los bordes disminuye significativamente. Se ha definido $Error(\mathbf{x}) = \left| \frac{Z_K(\mathbf{x}) - Z_{C/N}(\mathbf{x})}{\max(Z_K) - \min(Z_K)} \right|$.

6.7 Filtrado de las imágenes mediante funciones de interpolación $\Lambda(\mathbf{x})$

El problema más importante a la hora de detectar las distintas estructuras superficiales en las imágenes obtenidas mediante el prototipo desarrollado es el ruido presente en la imagen. En esta sección veremos cómo mejoran las imágenes obtenidas con nuestro sistema utilizando las funciones de interpolación $\Lambda(\mathbf{x})$ obtenidas mediante el krigeado.

A modo de ejemplo, aplicaremos en primer lugar el método propuesto al perfil de la Figura 5.9 del *Capítulo 5*. Para calcular el semivariograma hemos tomado un trozo de la imagen (unos 200 puntos), obteniendo que el mejor ajuste se realiza a un semivariograma gaussiano con unos parámetros de ajuste: $\gamma_0 = 18.12 \text{ g.l.}^2$, $C = 98.8 \text{ g.l.}^2$ y $a = 2.85 \text{ g.l.}$ A partir de estos puntos hemos calculado las funciones $\lambda_i(x)$, las hemos centrado y calculado el promedio, tal como se indicó en la *Sección 6.6*, obteniendo una función de interpolación $\Lambda(x)$ cuya forma se muestra en la Figura 6.32a. En la Figura 6.32b se muestra el perfil del anillo una vez que ha sido filtrado por mediante el krigeado. Se observa que el perfil es mucho más suave, pudiendo detectarse de forma adecuada las ondulaciones en la intensidad provocada por las estructuras superficiales. La incertidumbre asociada a la estimación es aproximadamente constante, con un valor de $\sigma = 1.6 \text{ g.l.}$ Dicho valor se ha calculado también mediante el procedimiento desarrollado en el *Apéndice C*.

6.7.1 Importancia de la eliminación del moteado láser

Como vimos en el capítulo anterior, la eliminación del moteado láser (speckle) es de gran importancia a la hora de poder extraer información de las imágenes. En nuestro tratamiento el moteado se puede interpretar como fluctuaciones aleatorias de la magnitud. Para determinar cuánto es de importante la eliminación del speckle hemos aplicado las funciones $\Lambda(x)$ a dos imágenes (una con speckle y otra sin speckle) para el perfil del anillo de un hilo con defectos (Figura 5.11).

Para el caso del perfil sin speckle hemos calculado el semivariograma obteniendo que se ajusta a un semivariograma gaussiano cuyos parámetros son $\gamma_0 = 71.65 \text{ g.l.}^2$, $C = 238.01 \text{ g.l.}^2$ y $a = 8.25 \text{ g.l.}$ También se ha obtenido la función $\Lambda(x)$ (Figura 6.33a). En la Figura 6.33b se muestra la estimación realizada. Se observa que el método de estimación utilizado filtra de forma satisfactoria el ruido presente en la señal, observándose los mínimos en la intensidad de forma clara. La incertidumbre en la estimación es de $\sigma = 2 \text{ g.l.}$

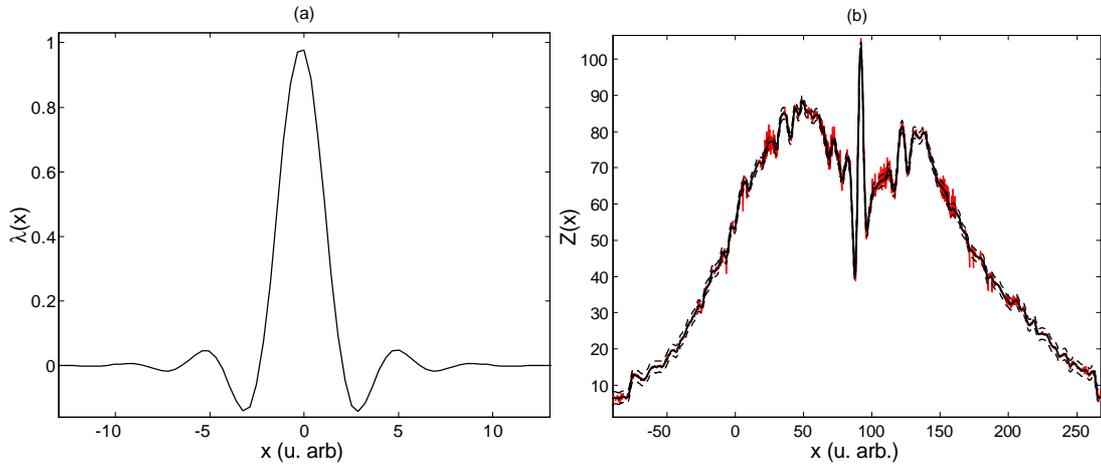


Figura 6.32: a) Función de interpolación $\Lambda(x)$ obtenida para el filtrado del ruido del anillo de la Figura 5.9. b) Estimación a partir de la función de interpolación de la Figura 5.9 del perfil para el anillo de la un hilo con defectos longitudinales (Figura 5.8): (grosa) estimación, (finas) bandas de error, (roja) perfil sin filtrar.

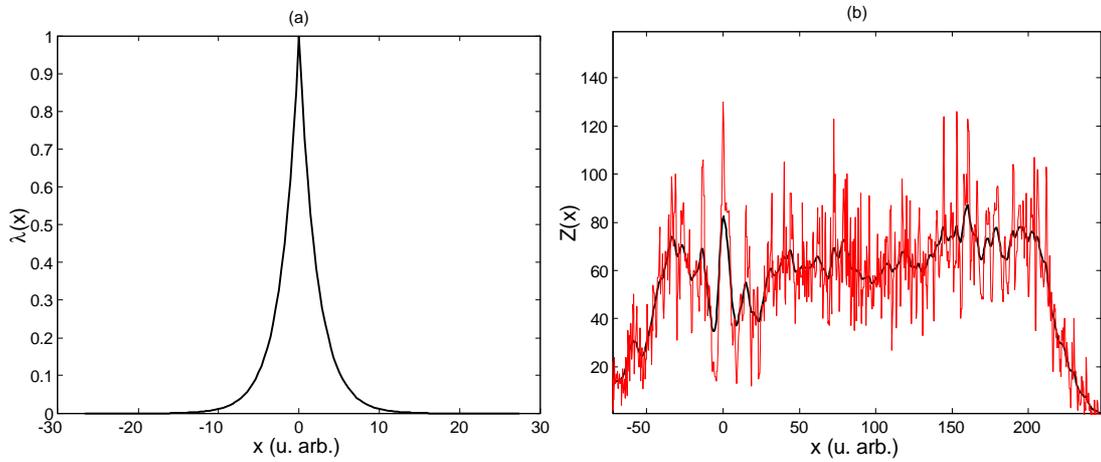


Figura 6.34: a) Función $\Lambda(x)$ para el perfil de intensidad para un hilo con defectos cuando no se elimina el speckle. La función es muy ancha y sin valores negativos indicando que se realiza un fuerte promediado con los valores próximos. b) Estimación de la intensidad en el cono cuando no se elimina el speckle. En este caso, la señal queda demasiado enmascarada y no se puede reconstruir.

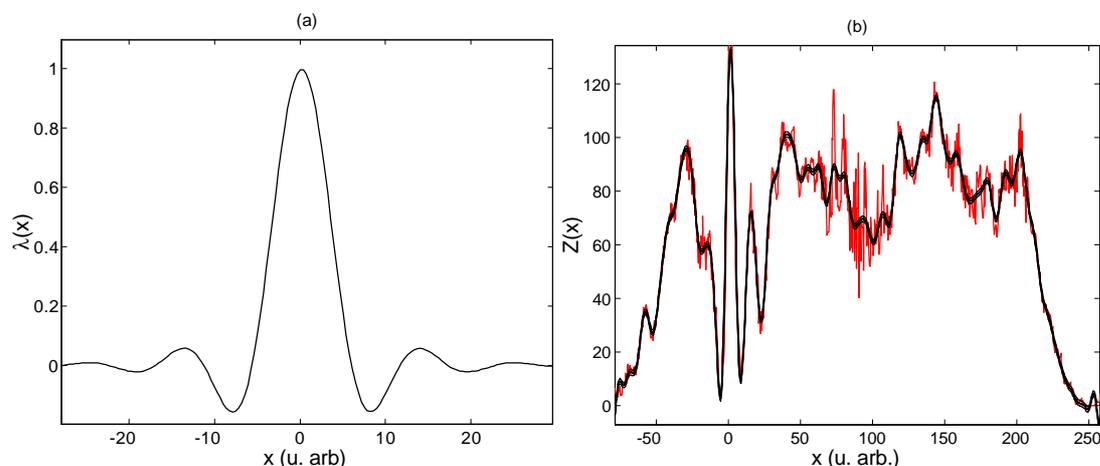


Figura 6.33: a) Función $\Lambda(x)$ para la estimación del perfil de la Figura 5.11. b) Estimación realizada para el perfil de intensidad para un hilo con defectos longitudinales (línea gruesa). Se puede observar que la estimación es mucho más suave que los datos experimentales (rojo), pudiéndose detectar de forma satisfactoria la posición de los mínimos de intensidad.

Cuando no se elimina el speckle la situación cambia radicalmente. En primer lugar, al calcular el semivariograma, éste se ajusta a una constante $\gamma_0 = 249.65 \text{ g.l.}^2$. Cuando se calcula la función $\Lambda(x)$ (Figura 6.34a) se observa que ésta no toma valores negativos, realizándose por ello un fuerte proceso de filtrado. Por ello gran parte información presente se pierde al estar enmascarada por el ruido y no poderse extraer. Por ejemplo, nótese que en $\varphi = 0$ hay un gran defecto que la estimación no reconstruye completamente. En este caso la incertidumbre en la estimación es de $\sigma = 1.4 \text{ g.l.}$ Este valor es tan bajo puesto que el krigado supone que todas las fluctuaciones son ruido.

6.7.2 Estimación de imágenes bidimensionales

El procedimiento desarrollado también se ha aplicado a las imágenes bidimensionales de la superficie de los hilos finos obtenidas mediante nuestro dispositivo experimental. En la Figura 6.35 se muestra una imagen obtenida de la transformación geométrica para el anillo de la Figura 5.6. Hemos elegido ésta debido a la gran cantidad de estructuras superficiales que se presentan. Así las estructuras A y B son debidas, según los modelos desarrollados en el *Capítulo 4*, a dos ralladuras muy profundas y abruptas ya que presentan un mínimo de intensidad muy acusado además de un fenómeno interferencial en los bordes (Figura

6.36). En orden de importancia, el defecto E parece ser una profunda ralladura. También aparecen depresiones menos profundas en la parte inferior de la imagen (defectos F y G) que parecen estar relacionados con ondulaciones del hilo. La estructura D parece ser un defecto poco profundo que presenta un máximo de intensidad en el centro (también predicho por nuestros modelos teóricos) mientras que el defecto C tiene la impresión de ser un pequeño agujero. Esta imagen, aunque se observan todos estos defectos claramente,

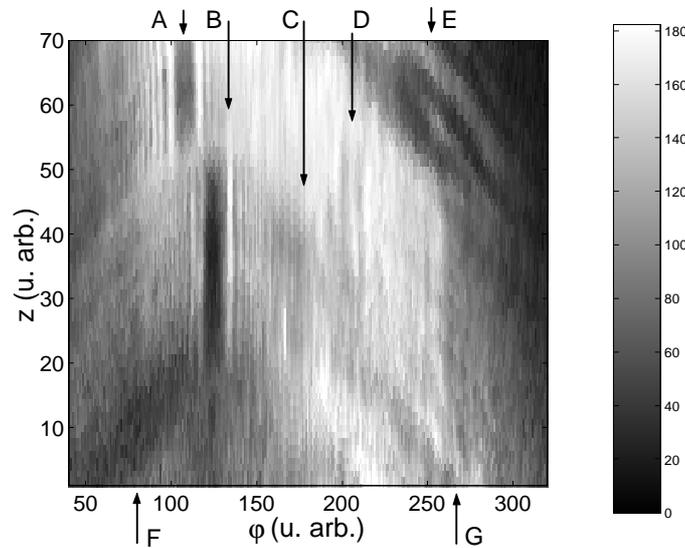


Figura 6.35: Imagen de la superficie del hilo para el hilo de la Figura 5.6. En esta imagen se observan claramente una serie de defectos, pero otros defectos pequeños vienen enmascarados por el ruido.

presenta una gran cantidad de ruido ($Sc = 8$ g.l. , calculado según el *Apéndice B*) que impide una buena visualización de los defectos. Cuando se filtra la imagen mediante la función $\Lambda(x, y)$ (Figura 6.37) se observa que la calidad de la imagen mejora sustancialmente (Figura 6.38). Además de mejorar la visualización de las estructuras anteriormente descritas, aparecen un buen número de estructuras de menor importancia. La principal característica que se observa en esta imagen filtrada es que existen bastantes más estructuras longitudinales (véase por ejemplo la parte central de la imagen). Además, el defecto D aparece mucho más resaltado, llegando ahora hasta el final de la imagen. Se observa que este defecto no es completamente longitudinal, sino que tiene ciertas variaciones en el ángulo φ . En la parte superior al defecto C , aparece otra estructura, que también se puede

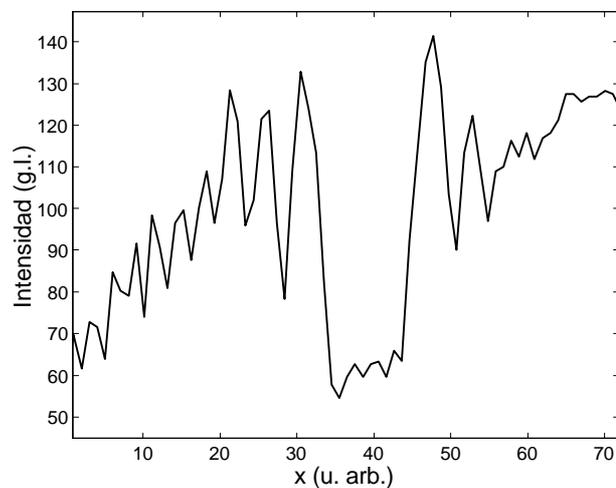


Figura 6.36: Perfil de la estructura A de la Figura 6.35. Además del efecto interferencial, que no está bien resuelto debido a un pobre muestreo, se observa un crecimiento en la intensidad en los bordes del defecto, tal como predecían los modelos desarrollados en el Capítulo 4.

interpretar como una ralladura de poca importancia. También se observan fluctuaciones longitudinales en la intensidad media que pueden ser debidas a ondulaciones en el hilo.

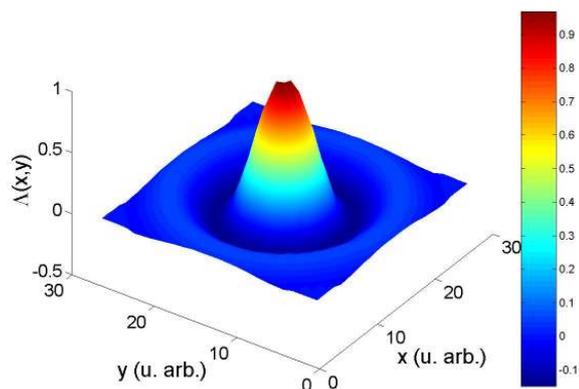


Figura 6.37: Función $\Lambda(x,y)$ para la figura del anillo

El filtrado de la imagen no solamente es importante a la hora de visualizar de los

defectos, sino también para su detección automática. Como vimos en la *Sección 5.3.3*, para visualizar los defectos primeramente hemos de obtener una imagen teórica del hilo sin defectos $I_F(\varphi, z)$. Ésta la obteníamos filtrando la imagen con un filtro pasa-baja. En su lugar podemos aprovechar el procedimiento desarrollado. Podemos calcular una “versión” suave de la superficie del hilo modificando adecuadamente el semivariograma. Para ello suponemos que el valor del semivariograma de I_F es constante, siendo $\gamma(h) = \gamma(0) + c$. Se calcula la función $\Lambda_F(\varphi, z)$ y a partir de la convolución de dicha función con la imagen se calcula la función $I_F(\varphi, z)$, obteniendo $I_D(\varphi, z) = I(\varphi, z) - I_F(\varphi, z)$ (Figura 6.39). Como se observa en la Figura 6.40 se muestra la localización de los defectos para dos umbrales diferentes. Obviamente, a menor valor del umbral menor número de defectos detectados, aunque de mayor importancia. Se observa claramente que los defectos detectados por el procedimiento del *Capítulo 5* están fuertemente enmascarados por el ruido, mientras que con el filtrado de la señal según la técnica desarrollada en este capítulo basada en el krigado la detección de los defectos mejora sustancialmente.

Finalmente en la Figura 6.41 se muestra los factores $\Gamma_1(z)$ y $\Gamma_2(z)$ para las imágenes de las Figuras 6.39 y 6.40. En todos los casos el contraste de la señal es mejor para la

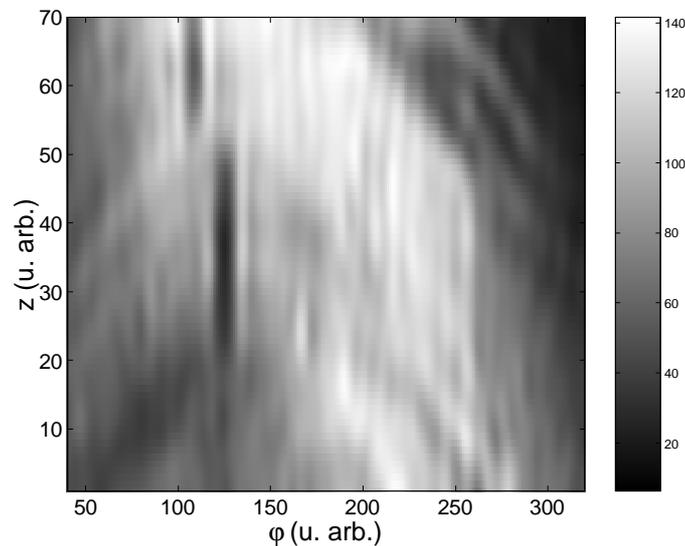


Figura 6.38: Imagen de la superficie del hilo para el hilo de la Figura 5.6, cuando la imagen de la Figura 6.35 se ha filtrado mediante la ec. (6.37). En esta imagen se observan una serie de estructuras que no se observan en la imagen de la Figura 6.35 sin filtrar.

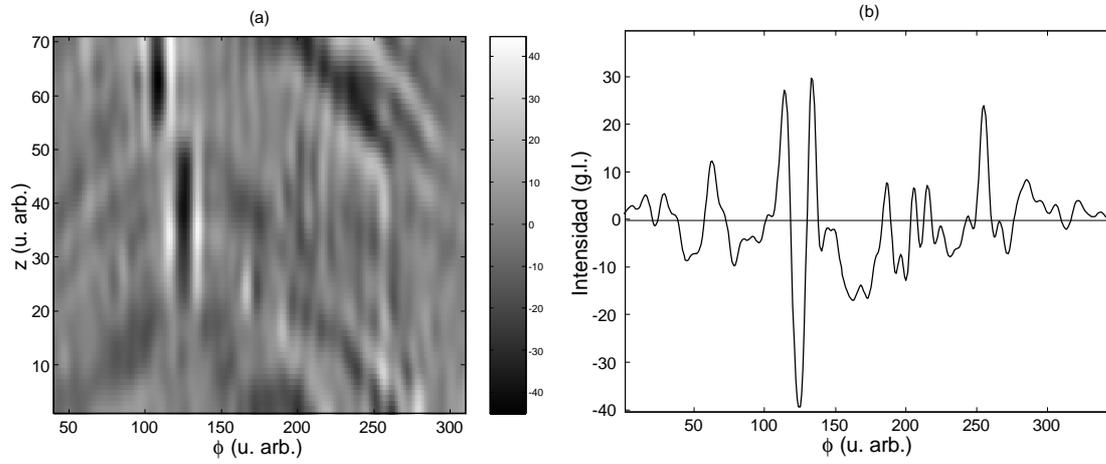


Figura 6.39: a) Imagen $I_D(\varphi, z)$ a partir de la cual se determina la ubicación de los defectos. b) Perfil de esta imagen para $z = 30$.

imagen filtrada, por lo que podemos decir que los defectos se detectan de una forma más satisfactoria cuando se filtra la imagen, mediante el procedimiento desarrollado en este capítulo.

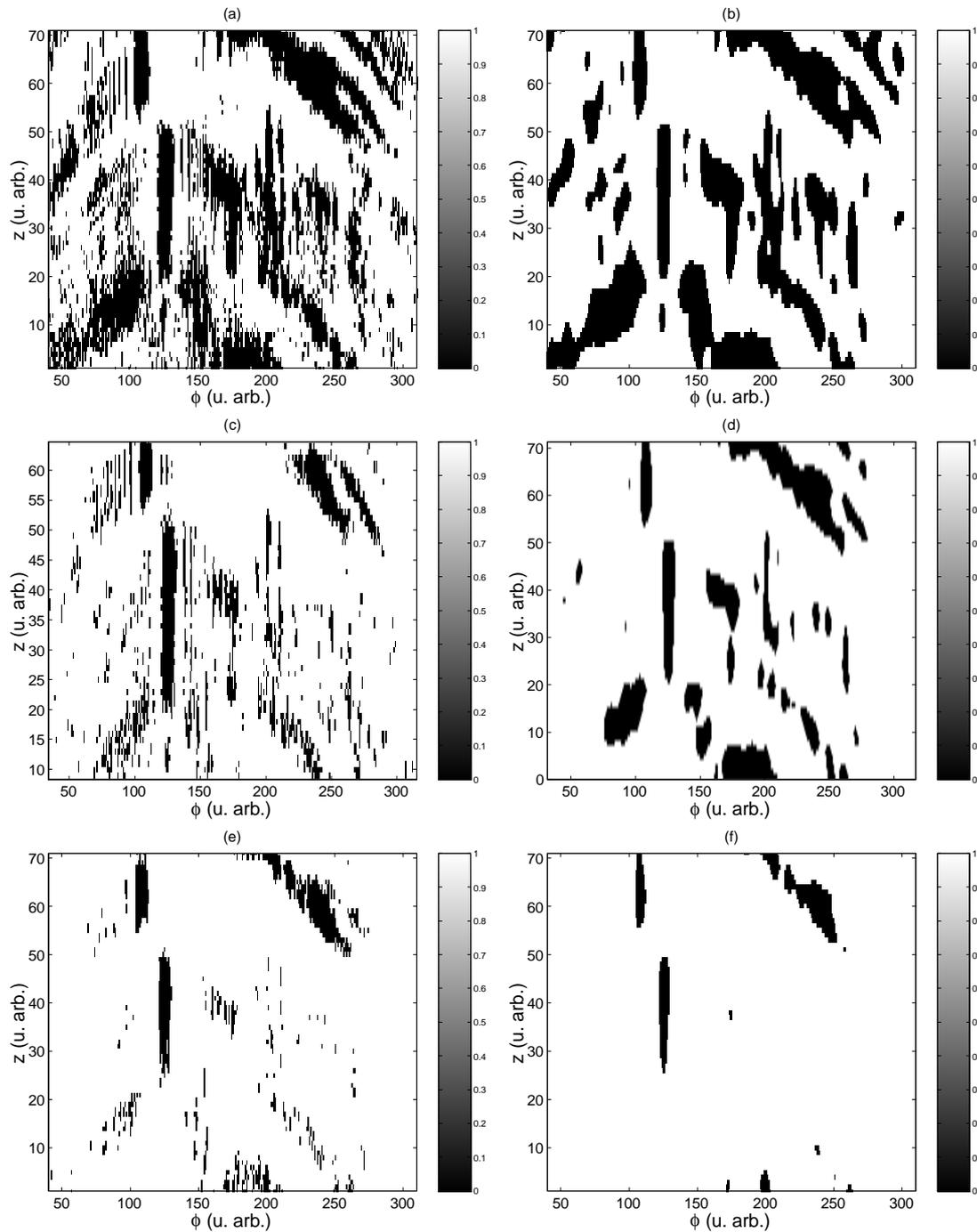


Figura 6.40: Estructuras superficiales detectadas para dos umbrales de detección $I_T = -5 g.l.$, $I_T = -10 g.l.$ y $I_T = -20 g.l.$ a), c) y e) para la imagen sin filtrar; b), d) y f) para la imagen filtrada. Las estructuras se detectan mucho más claramente una vez que se elimina el ruido.

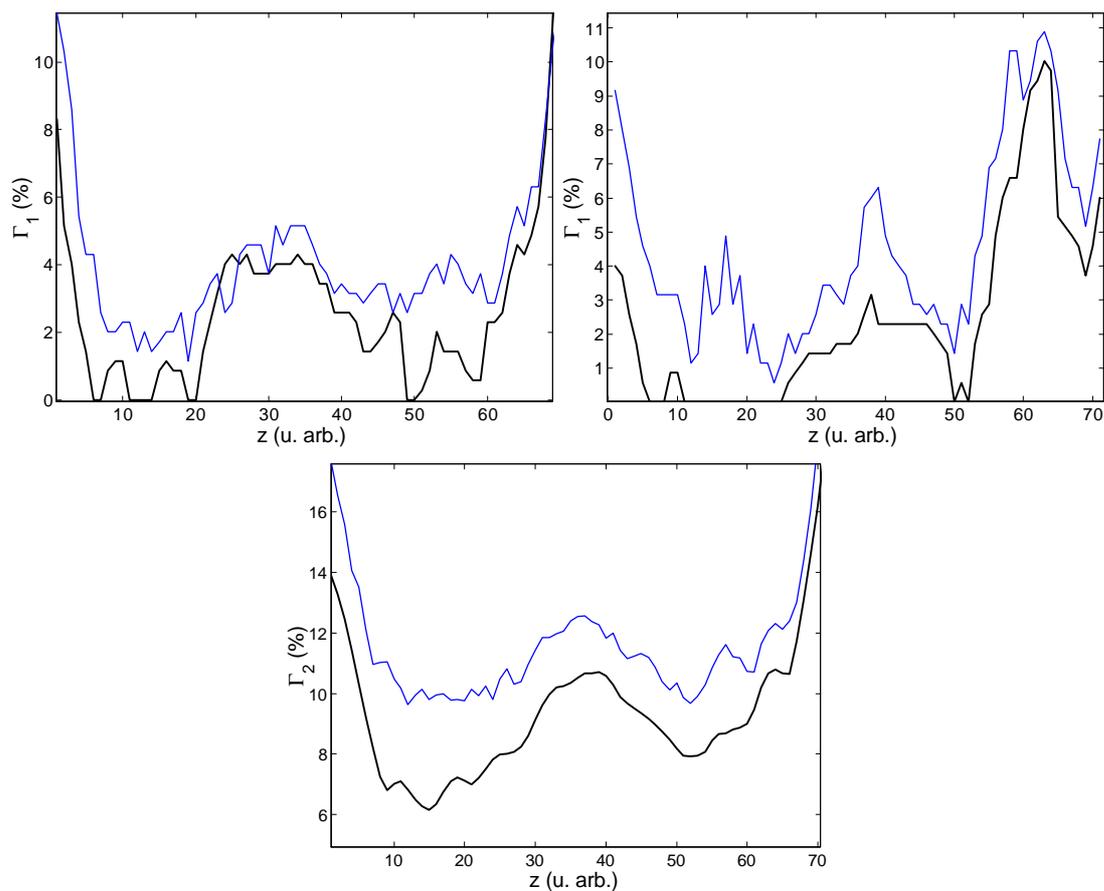


Figura 6.41: Factores de calidad $\Gamma_1(z)$ y $\Gamma_2(z)$ para cuando la imagen de la Figura 6.40 se ha filtrado (línea negra gruesa) y cuando no se ha filtrado (línea azul fina). Para ambos parámetros el contraste es menor cuando no se filtra la señal. Para las figuras $\Gamma_1(z)$, la primera es para $I_T = -5$ y la segunda para $I_T = -20$.

Conclusiones

Las aportaciones originales expuestas en esta Memoria se pueden concretar en las siguientes **Conclusiones** más relevantes:

Para el análisis de los defectos superficiales en hilos finos metálicos hemos obtenido un conjunto amplio de medidas por *Microscopía de fuerza atómica* y también por *Microscopía electrónica de barrido*. Con estos resultados hemos realizado una preclasificación de los principales defectos encontrados y, al ser las ralladuras el tipo de estructura más significativa, hemos desarrollado un análisis estadístico de sus dimensiones promedio en función del diámetro del hilo.

En cuanto a la difusión de luz por hilos hemos analizado las principales *características* que presenta la distribución de luz generada cuando un haz incide sobre un hilo metálico con defectos superficiales. A su vez, hemos desarrollado diversos modelos, uno basado en la *Teoría geométrica de la difracción* y otro basado en la resolución de la integral de *Helmholtz-Kirchhoff* mediante el *método de la fase estacionaria* para explicar las distintas características encontradas. Mediante los modelos desarrollados se predice la distribución de intensidad en función de la topografía de la superficie del hilo, sus propiedades ópticas, la polarización y forma del haz incidente y del ángulo de incidencia y el desalineamiento entre el haz y el hilo.

También hemos desarrollado una *técnica para la detección de los defectos superficiales* sobre el hilo basada en el análisis de la distribución de intensidad difundida cuando el hilo se ilumina con un haz de luz en incidencia oblicua. Como consecuencia, hemos diseñado y construido un *prototipo de laboratorio* con el cual es posible obtener imágenes de la distribución de luz difundida. Para la interpretación de estas imágenes hemos realizado *algoritmos* mediante los cuales podemos relacionar la distribución de intensidad difundida

con las estructuras superficiales y también hemos realizado algoritmos para la *extracción de información* de la calidad superficial de los hilos metálicos.

Con el fin de mejorar la detección de las estructuras superficiales hemos analizado de forma exhaustiva el *krigeado*, como método de estimación de magnitudes con dependencia espacial y de la incertidumbre asociada. Hemos analizado el comportamiento de dicho método del krigado al variar los distintos parámetros de la magnitud física involucrada y del muestreo y hemos comparado este método de estimación con el *criterio de Nyquist*. Con el fin de aplicar el krigado de forma eficiente al caso de imágenes obtenidas mediante cámaras *CCD* hemos desarrollado algoritmos específicos para el caso de muestreo regular y finito, resultando que para dicho caso el *krigeado se comporta como un producto de convolución*. Se han analizado las funciones de reconstrucción obtenidas mediante el krigado y se han comparado con el teorema de *Whittakers-Kotel'nikov-Shannon*. Se ha visto que para ciertos casos particulares la función de reconstrucción obtenida mediante el krigado es idéntica a la obtenida por dicho teorema.

Los apéndices recogen, también, ciertas aportaciones originales:

En concreto, la técnica del variograma la hemos aplicado a imágenes obtenidas por cámaras *CCD* y por Microscopía de fuerza atómica, con el fin de determinar la *desviación típica* asociada. También se ha desarrollado un procedimiento novedoso para el cálculo de la *incertidumbre de magnitudes con dependencia espacial*.

Apéndice A

Otros métodos de estimación de magnitudes espaciales

La cantidad de métodos de estimación de magnitudes con dependencia espacial, y en general el determinar la variación de una magnitud dependiente de otra independiente, es enorme y el intentar explicarlos, o incluso enumerarlos, es un asunto que se sale fuera del objetivo de esta memoria. Es por lo que nos centraremos en describir brevemente los métodos que están más relacionados con el krigado.

A.1 Teorema del muestreo

La formulación inicial del teorema del muestreo es debida a *Shannon* [Shannon, 1949] dentro del marco de la teoría de la información, aunque debidos a trabajos similares de *E. T. y J. M. Whittaker* [Whittaker, 1915] [Whittaker, 1929] y de *Kotel'nikov* [Kotel'nikov, 1933] se conoce en la literatura como teorema del muestreo de *Whittakers-Kotel'nikov-Shannon (WKS)*.

La principal conclusión de este famoso teorema es que se puede muestrear una señal continua de banda limitada a una frecuencia mayor que un cierto límite (límite de *Nyquist*) sin pérdida alguna de información. Este límite de *Nyquist* es dos veces la frecuencia máxima presente en la señal. La demostración original de *Shannon* se basa en el desarrollo de la señal en una serie de Fourier. Si las ubicaciones donde se realiza el muestreo están a una distancia $\Delta x = 1/(2W)$ entre sí, siendo W mayor que la frecuencia máxima de la

señal¹, entonces se cumple

$$f(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(w) e^{-iwx} dw = \int_{-2\pi W}^{2\pi W} F(w) e^{-iwx} dw, \quad (\text{A.1})$$

pues el espectro de $f(x)$ es cero fuera de $(-2\pi W, 2\pi W)$. Se puede realizar un desarrollo de Fourier de $F(w)$ que resulta ser

$$F(w) = \sum_{-\infty}^{\infty} c_n e^{iwn/2W}, \quad (\text{A.2})$$

donde

$$c_n = \frac{1}{4\pi W} \int_{-2\pi W}^{2\pi W} F(w) e^{-iwn/2W} dw = \frac{1}{2W} f\left(\frac{n}{2W}\right). \quad (\text{A.3})$$

Sustituyendo este resultado se obtiene que la reconstrucción de la señal a partir de sus valores muestreados resulta

$$f_N(x) = \sum_{-\infty}^{\infty} f(n\Delta x) \operatorname{sinc}\left(\frac{x - n\Delta x}{\Delta x}\right), \quad (\text{A.4})$$

donde $\operatorname{sinc}(x) = \sin(\pi x)/\pi x$. Si definimos las funciones

$$\Lambda_N(x) = \operatorname{sinc}(x/\Delta x), \quad (\text{A.5a})$$

$$\Pi(x) = f(x) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(x - n\Delta x), \quad (\text{A.5b})$$

entonces la ec. (A.4) se puede escribir como una convolución

$$f_N(x) = \Lambda_N(x) * \Pi(x) \quad (\text{A.6})$$

entre la función de reconstrucción $\Lambda_N(x)$ y la función de muestreo $\Pi(x)$ que nos informa de los valores obtenidos en el muestreo.

Este resultado se puede fácilmente generalizar tanto a señales de más de una dimensión

¹En el caso de que no sea necesario reconstruir la señal, sino determinar su momentos, la distancia entre sensores puede ser mayor [Loce y Jodoin, 1990].

espacial como a señales temporales [Parzen, 1956]. Por ejemplo en dos dimensiones, el teorema *WKS* se puede escribir como [Pratt, 1978]

$$f_N(x, y) = R(x, y) * \Pi(x, y), \quad (\text{A.7})$$

donde $\Pi(x, y) = f(x, y) \sum_{i=-\infty}^{\infty} \sum_{j=-\infty}^{\infty} \delta(x - i\Delta x, y - j\Delta y)$ es la función de muestreo espacial que da cuenta de las medidas realizadas y $R(x, y)$ es la función de reconstrucción, siendo Δx , Δy las distancias entre medidas en los ejes x e y respectivamente. En espacios de dimensiones mayores que 1 existen varias formas de los filtros que permiten reconstruir exactamente la señal. Por ejemplo para 2 dimensiones, si la distancia entre sensores en ambos ejes es $\Delta x = 1/(2W_x)$, $\Delta y = 1/(2W_y)$, con W_x , W_y mayores a las frecuencias máximas de la señal W_{xMax} , W_{yMax} en los ejes x e y respectivamente la función de reconstrucción resulta

$$R(x, y) = \text{sinc}(x/\Delta x) \text{sinc}(y/\Delta y), \quad (\text{A.8})$$

mientras que si se cumple

$$(W_{xMax}^2 + W_{yMax}^2)^{1/2} < w_o \quad (\text{A.9})$$

la función de reconstrucción puede ser también

$$R(x, y) = 2\pi w_o \frac{J_1(w_o \sqrt{x^2 + y^2})}{\sqrt{x^2 + y^2}}. \quad (\text{A.10})$$

Una generalización que realizó *Kramer* [Kramer, 1959] es la utilización de otros desarrollos en serie distintos al de Fourier. A partir de estos se llegan a distintas funciones de muestreo a partir de desarrollos en bases ortogonales [Jerri, 1977]. Por otra parte, en muchas situaciones de ingeniería es preferible tener funciones de reconstrucción que sean siempre positivas, cosa que realizó *Richards* [Richards, 1966].

Aunque el alcance del teorema *WKS* tiene innumerables aplicaciones presenta ciertas limitaciones que, en muchos casos, no se pueden obviar:

- Muestreo finito
- Muestreo regular

- Incertidumbre en las medidas

Muestreo finito

En 1962, *Helms y Thomas*. [Helms y Thomas, 1962] acotaron el error cometido en la reconstrucción de una señal por una serie finita de términos para la reconstrucción en términos de funciones sinc (A.4) según

$$|E(x)| < \frac{4M}{\pi^2 N (1-r)}, \quad (\text{A.11})$$

donde $M = \max |h(x)|$, N es el número de medidas realizadas y $(1-r)W$ es la “banda de seguridad”, que significa que $h(x)$ no contiene componentes en frecuencia mayores que rW , siendo W la frecuencia de muestreo ($0 < r < 1$). Para disminuir el error cometido por el hecho de realizar un muestreo finito se pueden hacer dos cosas: aumentar la densidad de medidas, de forma que r disminuya o, para una misma frecuencia de muestreo, realizar una mayor cantidad de mediciones, de forma que aumenta N .

En dicho trabajo también se proponen la modificación de la estimación de forma que este error debido al tamaño finito del muestreo disminuya. En particular la estimación propuesta que más disminuye el error es

$$f(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[f\left(\frac{n}{W}\right) + \left(t - \frac{n}{W}\right) f'\left(\frac{n}{W}\right) \right] \left\{ \text{sinc} \frac{2(1-r)W}{m} \left(t - \frac{n}{W}\right) \right\}^m \left[\text{sinc} W \left(t - \frac{n}{W}\right) \right]^2, \quad (\text{A.12})$$

donde f' es la derivada y $m = 2\pi N(1-r)/e$. Bajo este enfoque, el error cometido es

$$|E(x)| < \frac{2.1M}{3.2^{-2(1-r)N} \sqrt{(1-r)N - 0.87}}, \quad (\text{A.13})$$

Muestreo irregular

También se han hecho intentos de poder realizar un muestreo irregular, donde las medidas no estén equiespaciadas. Así *Higgins* [Higgins, 1976] mediante un desarrollo en funciones de interpolación del tipo de Lagrange obtiene que $f(x)$ puede ser reconstruido según

$$f(x) = \sum_n f(x_n) g^*(x, x_n), \quad (\text{A.14})$$

donde

$$g^*(x, x_n) = \frac{H(x)}{H'(x_n)(x - x_n)}, \quad (\text{A.15})$$

$$H(x) = (x - x_0) \prod_{n=1}^{\infty} (1 - x/x_n)(1 - x/x_{-n}), \quad (\text{A.16})$$

siendo x_n son las posiciones donde se realiza el muestreo.

En *Gaskill* [Gaskill, 1978] se desarrolla una técnica de muestreo entrelazado en el cual la señal se muestrea con dos funciones $\Pi(x+a)$ y $\Pi(x-a)$, donde a es un valor que cumple $|a| < \Delta x/2$. En este caso la reconstrucción de la señal se obtiene mediante la combinación lineal de los dos muestreos

$$f(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f(n\Delta x - a) m(x + a - n\Delta x) + \sum_{n=-\infty}^{\infty} f(n\Delta x + a) m(-x + a + n\Delta x), \quad (\text{A.17})$$

donde

$$m(x) = \text{sinc}\left(\frac{2x}{\Delta x}\right) - \pi \frac{x}{\Delta x} \cot\left(2\pi \frac{a}{\Delta x}\right) \text{sinc}^2\left(\frac{x}{\Delta x}\right). \quad (\text{A.18})$$

Incertidumbre en las medidas

El teorema *WKS* propone una reconstrucción exacta, por lo que la función reconstruida pasa exactamente por las medidas obtenidas. Sin embargo el ruido es inherente a todo proceso de medida y en muchos casos no puede ser despreciado. Un modelo generalmente asumido es considerar que el ruido es aditivo y que está descorrelacionado. En este caso las medidas obtenidas son debidas a dos procesos: el valor ideal de la medida sin ruido más un ruido aleatorio

$$y_k = f(k\Delta x) + \varepsilon_k \quad k = \pm 0, \pm 2, \dots \quad (\text{A.19})$$

donde $\{\varepsilon_k\}$ es un ruido no correlacionado es decir:

$$\begin{aligned} E[\varepsilon_k] &= 0, \\ E[\varepsilon_k^2] &= \sigma^2. \end{aligned} \quad (\text{A.20})$$

En el caso usual de estimación (ec. A.4), $f_N(x)$ no converge a $f(x)$ cuando $n \rightarrow \infty$. Además se puede probar que

$$E \left\{ [f_N(x) - f(x)]^2 \right\} \longrightarrow \sigma^2, \quad \text{cuando } n \rightarrow \infty, \quad (\text{A.21})$$

por lo que cuando se aumenta el número mediciones no se mejora la estimación.

En [Pratt, 1978, p. 113] se presentan una serie de funciones de interpolación que sustituyan a la función sinc para poder filtrar el ruido. Sin embargo la forma de las funciones de interpolación propuestas son arbitrarias. En [Pawlak y Stadtmüller, 1996] también se proponen varias funciones de interpolación para filtrar el ruido, modificando la función sinc por otro tipo de funciones que suavizan la función de reconstrucción y consideran el tamaño finito de muestreo

$$f(x) = \frac{W\Delta x}{\pi} \sum_{|x-k\Delta x| \leq n\Delta x} y_k \text{sinc}[W(x-k\Delta x)], \quad (\text{A.22})$$

siendo W la frecuencia máxima de la versión sin ruido de la señal, Δx la distancia entre mediciones.

Sin embargo esta función converge a $f(x)$ lentamente al tender $n \rightarrow \infty$. Es por ello por lo que se ha modificado la función de reconstrucción por

$$R(x) = \frac{\sin[(\delta+1)Wx]}{\pi x} g(x), \quad (\text{A.23})$$

donde $\delta > 0$, $g(x)$ es una ventana de muestreo que tiene la propiedad de $g(0) = 1$. En este mismo artículo se proponen diversas formas de la ventana de muestreo que hacen disminuir la varianza de la estimación. Sin embargo este tipo de núcleos de reconstrucción tienen un cierto número de parámetros que no están relacionados con el ruido, y se deben adaptar a cada caso particular de una forma algo arbitraria. A modo de ejemplo de las que se proponen tenemos la ventana de *Zakai*

$$g(t) = \frac{\sin(\delta W t)}{\delta W t} \quad (\text{A.24})$$

y la ventana de *Helms-Thomas*

$$g(t) = \left(\frac{\sin\left(\frac{\delta W t}{m}\right)}{\frac{\delta W t}{m}} \right)^m, \quad (\text{A.25})$$

donde m es un entero positivo.

A.2 Métodos paramétricos

Los métodos paramétricos suponen que la magnitud espacial puede ser descrita globalmente mediante una función paramétrica

$$Z^*(\mathbf{x}) = F(\mathbf{x}; \mathbf{p}), \quad (\text{A.26})$$

en la que los parámetros $\mathbf{p} = (p_1, \dots, p_N)$ se calculan mediante mínimos cuadrados.

$$\frac{\partial [F(\mathbf{x}; \mathbf{p}) - Z(\mathbf{x})]^2}{\partial p_i} = 0 \quad i = 1, \dots, N. \quad (\text{A.27})$$

Muchas veces la función paramétrica es una combinación lineal de funciones de una base $\{f_i(\mathbf{x}), i = 1, \dots, p\}$ en donde se deben ajustar los parámetros lineales

$$Z^*(\mathbf{x}) = \sum_{l=1}^p a_l f_l(\mathbf{x}) + n(\mathbf{x}), \quad (\text{A.28})$$

donde a_l son los parámetros a determinar y $n(\mathbf{x})$ el término de ruido que se desea eliminar. Las funciones base elegidas dependen del problema, pero normalmente se elige una base ortonormal dentro del espacio de medida utilizado; así, por ejemplo, en el círculo se eligen los polinomios de Zernike, etc.

Los métodos paramétricos permiten obtener una banda de incertidumbre $\sigma(\mathbf{x})$, que está relacionada directamente con el error en los parámetros, pero no con la ubicación de las medidas.

A.3 Funciones de ponderación

En esta familia de métodos, la estimación se plantea suponiendo que la estimación en una localización es una combinación lineal de los valores obtenidos en otras localizaciones

$$Z^*(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^N \lambda_i(\mathbf{x}) Z_i + \varepsilon(\mathbf{x}), \quad (\text{A.29})$$

donde $Z_i = Z(\mathbf{x}_i)$ es el valor medido en \mathbf{x}_i por el dispositivo de medida y $\lambda_i(\mathbf{x})$ cumple la condición de insesgadez

$$\sum_{i=1}^N \lambda_i(\mathbf{x}) = 1. \quad (\text{A.30})$$

Generalmente los parámetros $\lambda_i(\mathbf{x})$ dependen de la distancia entre las localizaciones de las medidas \mathbf{x}_i y la localización donde se va a realizar la estimación

$$\lambda_i(\mathbf{x}) = \frac{w(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i)}{\sum_{i=1}^N w(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i)}. \quad (\text{A.31})$$

Entre las funciones de ponderación más comunes, para el caso unidimensional, se encuentran [Samper-Calvete y Carrera, 1990, Pag 266]

$$w(h) = \frac{1}{\left(1 - \frac{h}{\alpha h_m}\right)^2}, \quad (\text{A.32a})$$

$$w(h) = \frac{1}{h^\theta}, \quad (\text{A.32b})$$

donde $h_i = \|\mathbf{x} - \mathbf{x}_i\|$ es la distancia entre la localización donde se quiere realizar la estimación y la localización de la medida, α y θ son parámetros de ajuste y h_m una distancia de correlación.

Apéndice B

Desviación típica en magnitudes con dependencia espacial: Aplicación a imágenes obtenidas por cámaras *CCD* y por *AFM*

Un resultado experimental está completo solamente cuando se obtienen tanto el valor de la medida como una estimación de la incertidumbre [de Acreditación, 1998]. Para determinar el valor de la magnitud Z se realizan N mediciones cuyo resultado es $\{Z_1, Z_2, \dots, Z_N\}$. Cuando las medidas son estadísticamente independientes el valor más adecuado para la medición del valor de Z es la media aritmética

$$\bar{Z} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N Z_i. \quad (\text{B.33})$$

También es necesario caracterizar la dispersión de las medidas. Esta dispersión se puede estimar a partir de la varianza experimental

$$s^2(Z) = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (Z_i - \bar{Z})^2. \quad (\text{B.34})$$

La raíz cuadrada de esta cantidad es la *desviación típica experimental* $s(Z)$ o desviación típica, para abreviar, que es la cantidad que normalmente se utiliza para determinar las

fluctuaciones aleatorias de la magnitud medida [Bevington, 1969].

Cuando se realiza una medición de una cantidad que presenta una dependencia espacial, el resultado de la medida consiste en una serie de valores en diferentes localizaciones $\{Z_1(\mathbf{x}_1), Z_2(\mathbf{x}_1), \dots, Z_1(\mathbf{x}_2), Z_2(\mathbf{x}_2), \dots, Z_1(\mathbf{x}_R), Z_2(\mathbf{x}_R) \dots\}$, $\mathbf{x}_j \subset S$, siendo S la región del espacio donde se va a realizar la estimación. Para determinar de la desviación típica se deben realizar varias medidas en cada localización. La desviación típica en cada posición es entonces

$$s^2(Z(\mathbf{x}_j)) = \frac{1}{F(\mathbf{x}_j) - 1} \sum_{i=1}^{F(\mathbf{x}_j)} (Z_i(\mathbf{x}_j) - \bar{Z}(\mathbf{x}_j))^2, \quad j = 1, \dots, R, \quad (\text{B.35})$$

siendo $F(\mathbf{x}_j)$ el número de medidas en la posición \mathbf{x}_j . Si suponemos que la varianza en la misma en todas las posiciones una estimación de ésta es

$$s(Z)^2 = \left\langle s^2(Z(\mathbf{x}_j)) \right\rangle. \quad (\text{B.36})$$

En muchas situaciones, como por ejemplo cuando se mide la intensidad con una cámara *CCD* o la topografía de una muestra con un *AFM* es bastante complicado, o al menos tedioso, la realización de varias medidas. Por ello es muy interesante obtener un método para extraer la desviación típica a partir de una única imagen. Hay que tener en cuenta que en este tipo de imágenes la cantidad de medidas es muy grande. El procedimiento usual para el cálculo de la desviación típica es obtener la imagen de una magnitud espacial constante ($Z(\mathbf{x}) = C$), como por ejemplo de una distribución uniforme de luz para una cámara *CCD* o una superficie muy plana para el caso del *AFM*, y suponer que todas las variaciones en la magnitud son debidas a fluctuaciones aleatorias y no a variaciones en la magnitud debido a inhomogeneidades. En este caso la desviación típica viene dada por

$$s^2(Z) = \frac{1}{R-1} \sum_{i=1}^R (Z(\mathbf{x}_j) - \bar{Z}_0)^2, \quad (\text{B.37})$$

donde $\bar{Z}_0 = \frac{1}{R-1} \sum_{i=1}^R Z(\mathbf{x}_j)$. Este procedimiento también tiene inconvenientes puesto que la obtención de señales muy uniformes es bastante complicado. La magnitud siempre presenta variaciones espaciales que contaminan la estimación de la desviación típica. Por ello es necesario eliminar la dependencia espacial de la magnitud para la medida de la desviación típica. Para ello hemos utilizado las variables regionalizadas (*Capítulo 6*) y

en particular el variograma. En este apéndice mostraremos que a partir del variograma es posible separar las fluctuaciones aleatorias de las variaciones espaciales. Para validar esta técnica la hemos aplicado a magnitudes con variación espacial simuladas mediante computadora a las que la hemos añadido ruido aleatorio y también hemos estimado la desviación típica para imágenes obtenidas mediante *AFM* y mediante cámaras *CCD*.

B.1 Aplicación del variograma a la determinación de la desviación típica

Consideremos una magnitud con dependencia espacial $Z(\mathbf{x})$. Con el objeto de estimar el valor de esta magnitud se realizan F medidas en las posiciones $\{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_R\}$, obteniéndose los resultados $\{Z_f(\mathbf{x}_r), r = 1, \dots, R, f = 1, \dots, F\}$. Debido a que la magnitud no es constante ($Z(\mathbf{x}) \neq C$) entonces la ec. (B.37) no es válida para estimar la desviación típica, puesto que al aplicar esta ecuación se están considerando tanto las fluctuaciones aleatorias como las variaciones espaciales de la magnitud. Para eliminar las propiedades espaciales es necesario introducir el concepto de variograma, definido en la *Sección 6.3*

$$\gamma(h) = \frac{1}{2} \langle [Z(\mathbf{x} + \mathbf{h}) - Z(\mathbf{x})]^2 \rangle, \quad (\text{B.38})$$

donde $\langle \bullet \rangle$ significa promediado en \mathbf{x} y $h = |\mathbf{h}|$.

El variograma es una función que nos informa de las propiedades de correlación espacial de la magnitud. Sin embargo cuando $h = 0$ el valor del variograma es una medida de únicamente las fluctuaciones aleatorias de la magnitud. Para mostrar esto escribiremos la ecuación la ecuación (B.38) para $h = 0$ como

$$\gamma(0) = \frac{1}{2N(0)} \sum_{r=1}^R \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^F \sum_{j=1}^F [Z_i(\mathbf{x}_r) - Z_j(\mathbf{x}_r)]^2, \quad (\text{B.39})$$

donde $N(0)$ es el número de pares $(Z_i(\mathbf{x}_r), Z_j(\mathbf{x}_r))$, que en este caso es $N(0) = R F (F - 1)$ puesto que no consideramos el par $(Z_i(\mathbf{x}_r), Z_i(\mathbf{x}_r))$ al ser siempre 0. Sumando y restando el valor medio de la magnitud en la posición \mathbf{x}_r , $\bar{Z}(\mathbf{x}_r) = \langle Z_i(\mathbf{x}_r) \rangle$, esta ecuación se puede

escribir como

$$\gamma(0) = \frac{1}{2RF(F-1)} \sum_{r=1}^R \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^F \sum_{j=1}^F [(Z_i(\mathbf{x}_r) - \bar{Z}(\mathbf{x}_r)) - (Z_j(\mathbf{x}_r) - \bar{Z}(\mathbf{x}_r))]^2. \quad (\text{B.40})$$

Mediante una expansión del cuadrado se simplifica dicha ecuación

$$\begin{aligned} \gamma(0) &= \frac{1}{RF(F-1)} \sum_{r=1}^R \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^F \sum_{j=1}^F (Z_i(\mathbf{x}_r) - \bar{Z}(\mathbf{x}_r))^2 - \\ &\quad - \frac{1}{RF(F-1)} \sum_{r=1}^R \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^F \sum_{j=1}^F (Z_i(\mathbf{x}_r) - \bar{Z}(\mathbf{x}_r)) (Z_j(\mathbf{x}_r) - \bar{Z}(\mathbf{x}_r)). \end{aligned} \quad (\text{B.41})$$

Esta ecuación presenta dos términos: $\gamma(0) = T_1 - T_2$. El primer término se simplifica aún más puesto que no presenta ninguna dependencia con j . Por consiguiente

$$T_1 = \frac{1}{R(F-1)} \sum_{r=1}^R \sum_{i=1}^F (Z_i(\mathbf{x}_r) - \bar{Z}(\mathbf{x}_r))^2. \quad (\text{B.42})$$

Si definimos la varianza en la localización \mathbf{x}_r como $s^2(\mathbf{x}_r) = \frac{1}{(F-1)} \sum_{j=1}^F (Z_j(\mathbf{x}_r) - \bar{Z}(\mathbf{x}_r))^2$ entonces el término T_1 es el valor medio de las varianzas en las posiciones $\{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_R\}$

$$T_1 = \frac{1}{R} \sum_{r=1}^R s^2(\mathbf{x}_r) = \langle s^2(\mathbf{x}_r) \rangle. \quad (\text{B.43})$$

También se puede expandir el segundo término

$$\begin{aligned} T_2 &= \frac{1}{RF(F-1)} \sum_{r=1}^R \left\{ \sum_{i=1}^F Z_i(\mathbf{x}_r) \sum_{j=1}^F Z_j(\mathbf{x}_r) - 2 \bar{Z}(\mathbf{x}_r) \sum_{i=1}^F \sum_{j=1}^F Z_i(\mathbf{x}_r) + \bar{Z}^2(\mathbf{x}_r) \sum_{i=1}^F \sum_{j=1}^F 1 \right\} \Big|_{i \neq j}. \end{aligned} \quad (\text{B.44})$$

Como $\bar{Z}(\mathbf{x}_r) = \frac{1}{F} \sum_{i=1}^F Z_i(\mathbf{x}_r)$, entonces $T_2 = 0$ y el variograma en $h = 0$ resulta

$$\gamma(0) = \langle s^2(\mathbf{x}_r) \rangle,$$

y despejando obtenemos la desviación típica

$$s_\gamma = \sqrt{\gamma(0)}, \quad (\text{B.45})$$

donde $s_\gamma = \sqrt{\langle s^2(\mathbf{x}_r) \rangle}$.

Sin embargo, cuando solamente se realiza una medición en cada posición no se puede estimar el valor de $\gamma(0)$ puesto que los factores $s^2(\mathbf{x}_r)$ no están definidos. Se puede resolver este inconveniente mediante una extrapolación del variograma.

$$\gamma(0) = \lim_{h \rightarrow 0} \gamma(h). \quad (\text{B.46})$$

En el valor $\gamma(0)$ vienen incluidos todos los procesos aleatorios que modifican la magnitud medida. Como la varianza total es la suma de las varianzas, entonces s_γ se calcula a partir de las varianzas de los procesos aleatorios considerados, que en nuestro caso son las fluctuaciones aleatorias de la magnitud debida a procesos incontrolados, que supondremos independiente de la posición y que cuya distribución de probabilidad es gaussiana con varianza Sc^2 , y las fluctuaciones debidas a errores aleatorios en el sistema de medida, cuya distribución de probabilidad supondremos uniforme. Como los dispositivos de medida pueden tener distinta incertidumbre su valor $s^2(\mathbf{x}_r)$ puede ser distinto. El valor medio resulta

$$\gamma(0) = \langle Sc^2(\mathbf{x}_r) + I_i^2 \rangle = Sc^2 + \langle I_i^2 \rangle, \quad (\text{B.47})$$

donde I_i es la varianza del proceso aleatorio uniforme $I_i = A_i/\sqrt{3}$, siendo la incertidumbre del aparato $[-A_i, A_i]$.

B.2 Simulaciones

Con el fin de comprobar la validez de la técnica la hemos aplicado a varias magnitudes unidimensionales $y = f(x)$ a las que se les ha añadido un ruido gaussiano aditivo. El variograma de esta señal se calcula según la ec. (B.38) y posteriormente se ajusta a varias funciones paramétricas típicas. Se elige como ajuste aquel que produce un error mínimo. A partir de este ajuste se obtiene el valor $\gamma(0)$ siendo su raíz cuadrada la desviación típica. A modo de ejemplo se ha simulado una magnitud como $f(x) = x/4$, añadiéndose un ruido gaussiano de anchura media es $Sc = 0.1$ u. arb. (Figura B.1a). El variograma de esta

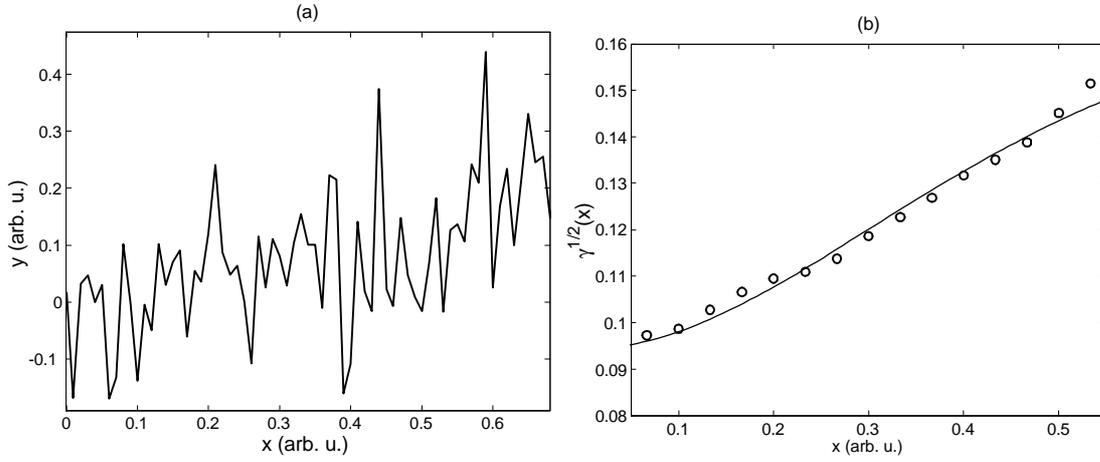


Figura B.1: Estimación de la desviación típica para una magnitud con una dependencia espacial. a) Función modelizada. La dependencia espacial es $f(x) = x/4$ y se ha añadido un ruido aditivo gaussiano de $Sc = 0.1$ u. arb. simulando las fluctuaciones estadísticas. b) Variograma de esta magnitud y ajuste.

magnitud (Figura B.1b) se ha ajustado a un variograma Gaussiano

$$\gamma(h) = \gamma_0 + c \left\{ 1 - \exp \left[- (x/a)^2 \right] \right\}, \quad (\text{B.48})$$

donde los parámetros de ajuste resultan $\gamma_0 = 0.0089$, $c = 0.0189$, $a = 0.5109$ (todo en u. arb.). El valor obtenido para la desviación típica es $s_\gamma = 0.094$ u. arb., que está muy próximo al valor real. Cuando la desviación típica se calcula mediante la ec. (B.37) se obtiene $s = 0.15$ u. arb.

Incluso para pequeñas variaciones espaciales de la magnitud las diferencias entre la ec. (B.37) y la ec. (B.45) son claras. En el siguiente ejemplo hemos simulado una magnitud con una pequeña fluctuación $f(x) = \sin x + x/3$ en comparación con el nivel de ruido $I = 1$ u. arb. (Figura B.2). En este caso el variograma se ha ajustado a un polinomio de tercer orden. La desviación típica obtenida es de $s_\gamma = 0.83$ u. arb, mientras que con la ec. (B.37) el valor obtenido es de $s = 1.7$ u. arb.

También hemos comprobado que la técnica propuesta para estimar la incertidumbre es equivalente a la ec. (B.37) cuando la magnitud no presenta dependencia espacial. Para ello hemos simulado una función $f(x) = 1$ a la que se ha añadido un ruido gaussiano de anchura $I = 0.1$ u. arb. (Figura B.3a). En este caso el variograma es aproximadamente

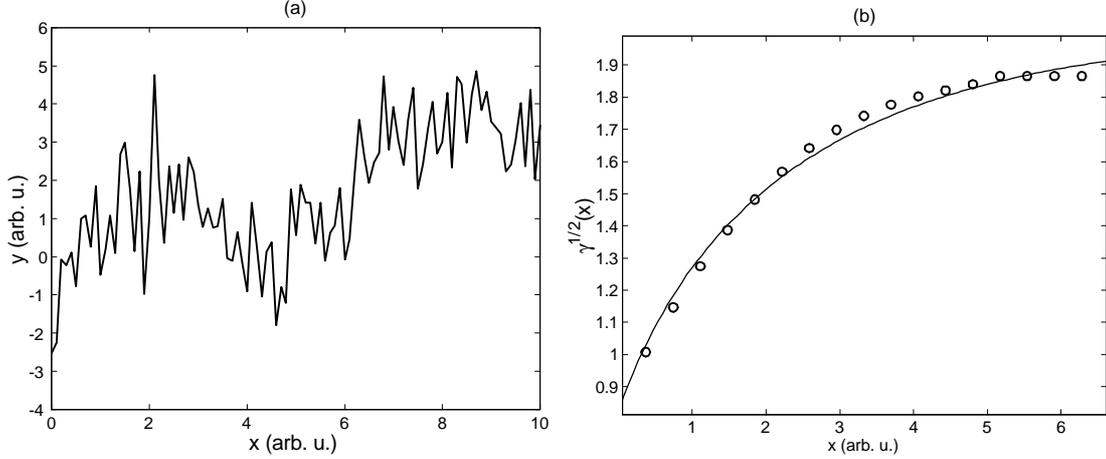


Figura B.2: Estimación de la desviación estándar para una magnitud con dependencia espacial a) Función simulada. La dependencia espacial de dicha magnitud es $f(x) = \sin x + x/3$, y se ha añadido un ruido aditivo gaussiano de $I = 1$ u. arb., simulando las fluctuaciones estadísticas b) Variograma de la magnitud y ajuste.

constante (Figura B.3b), siendo el ajuste paramétrico $\gamma(h) = 0.112$. Por ello la desviación típica resulta $s_\gamma = 0.106$ u. arb. Mediante la ec. (B.37) se obtiene $s = 0.108$ u. arb.

B.3 Desviación típica de imágenes obtenidas por *AFM*

Hemos aplicado la técnica propuesta a imágenes reales obtenidas por *AFM*. Para calibrar el *AFM* normalmente se utiliza una red de difracción [Burleigh, 1994]. A partir de mediciones de la topografía de la red (Figura B.4a) se puede determinar las características del *AFM*. La desviación típica se obtiene a partir de un perfil de una parte plana de la red. (Figura B.4b). En la Figura B.5a se muestra el perfil más plano obtenido de la imagen de la Figura B.4a. A partir de la ec. (B.37) se obtiene una desviación típica de $s = 2.9$ nm. También se ha aplicado el variograma a la imagen obteniéndose que se ajusta a un variograma exponencial de la forma (Figura B.5b),

$$\gamma_T(h) = \gamma_0 + c[1 - \exp(h/a)], \quad (\text{B.49})$$

donde los parámetros del ajuste son $\gamma_0 = 2.7176 \cdot 10^{-6} \mu\text{m}^2$, $c = 9.3590 \cdot 10^{-6} \mu\text{m}^2$ y $a = 1.5804 \mu\text{m}$. A partir de este ajuste resulta $s_\gamma = 1.65$ nm, que es bastante menor

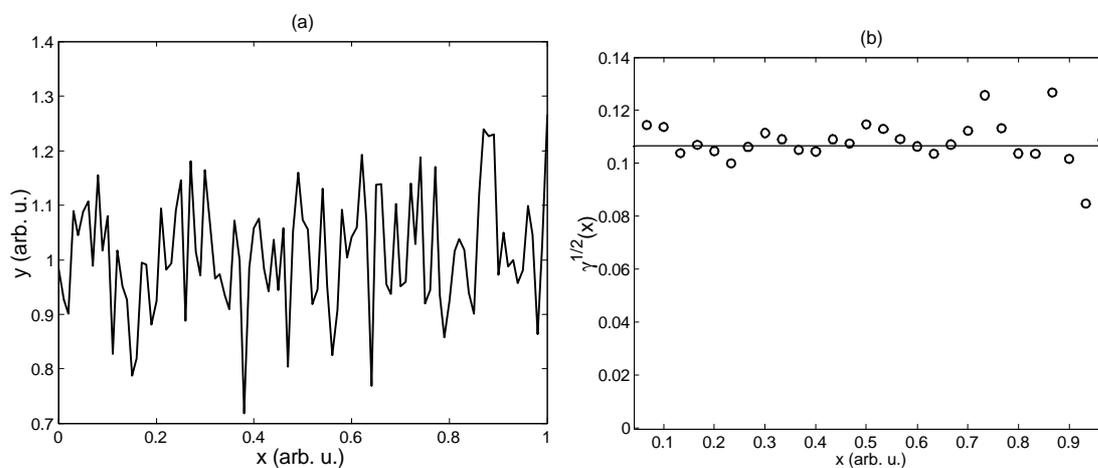


Figura B.3: Estimación de la desviación estándar para una magnitud sin dependencia espacial. a) Función simulada, que es $f(x) = 1$ con un ruido gaussiano de anchura $I = 0.1$ u. arb. b) Variograma de la magnitud y ajuste paramétrico.

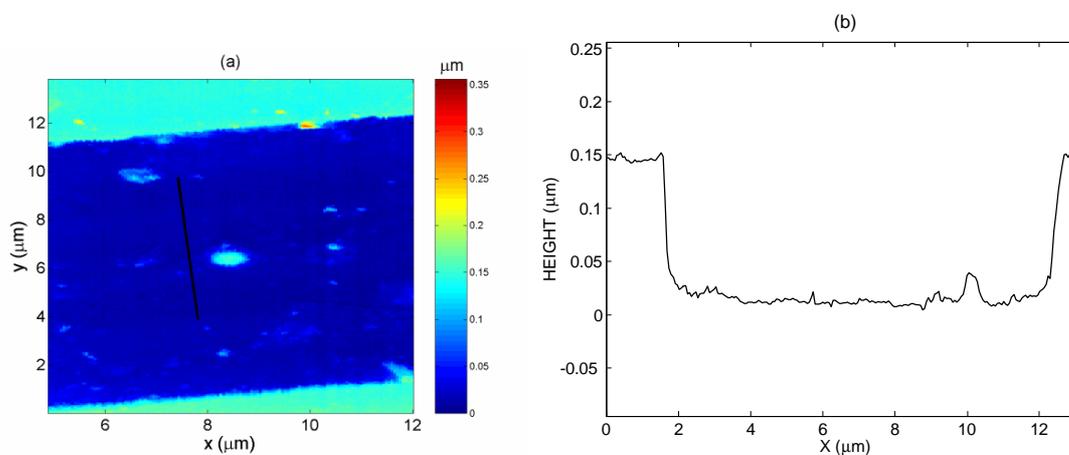


Figura B.4: a) Imagen AFM de la red de difracción utilizada para la calibración. b) Perfil para esta imagen. En este perfil se pueden ver claramente la presencia de variaciones no aleatorias asociadas a la topografía de la superficie.

que s . Esta disminución se debe al hecho de que en el primer caso se consideran tanto las fluctuaciones aleatorias de la magnitud como las variaciones en la topografía, mientras que a partir del variograma solamente se consideran las fluctuaciones aleatorias.

B.4 Desviación típica de imágenes obtenidas por cámaras CCD

El variograma se puede también utilizar para la determinación de la desviación típica en imágenes obtenidas por cámaras CCD. Como hemos dicho anteriormente para calcular la desviación típica en cámaras CCD, un método sencillo es obtener una imagen muy uniforme y calcular la desviación típica a partir de la ec. (B.37) [Holst, 1996]. En este apartado compararemos la desviación típica estimada mediante dicha ecuación a partir de γ_0 . Como veremos el procedimiento de calcular la desviación típica mediante el variograma se puede utilizar también en imágenes no uniformes.

B.4.1 Imágenes uniformes

Con el objeto de obtener una señal muy uniforme hemos desarrollado el siguiente montaje experimental (Figura B.6). La luz proveniente de una lámpara halógena se introduce en una esfera integradora. La luz que sale de la esfera integradora pasa a través de un doblete acromático y en el punto donde el haz focaliza se introduce un pequeño diafragma para eliminar posibles inhomogeneidades del haz. El haz se vuelve a colimar mediante

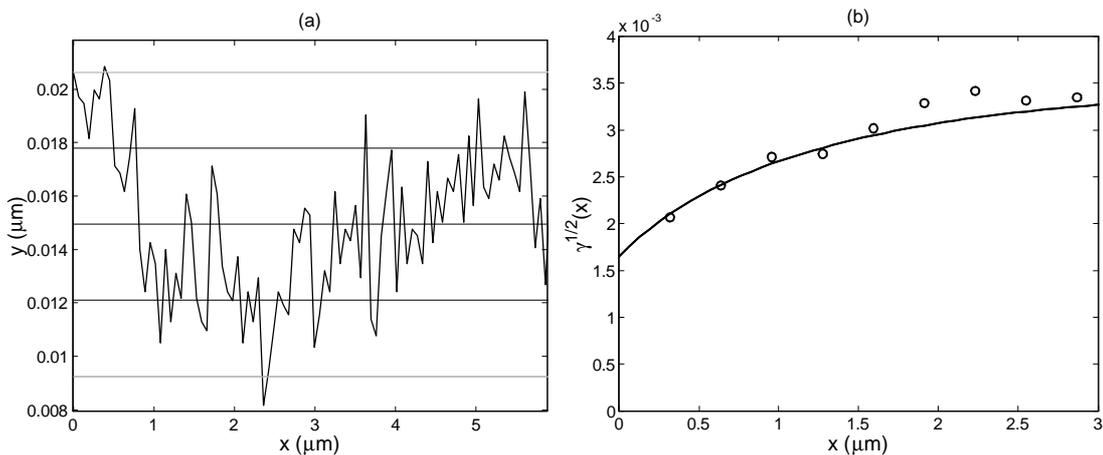


Figura B.5: a) Perfil del área utilizada para la estimación del variograma. La línea central representa el promedio para este perfil y las líneas laterales representan la desviación típica calculada mediante la ec. (B.37) $s = 2.9$ nm. b) Variograma para este perfil. La desviación estándar estimada mediante el variograma es $s_\gamma = 1.65$ nm.

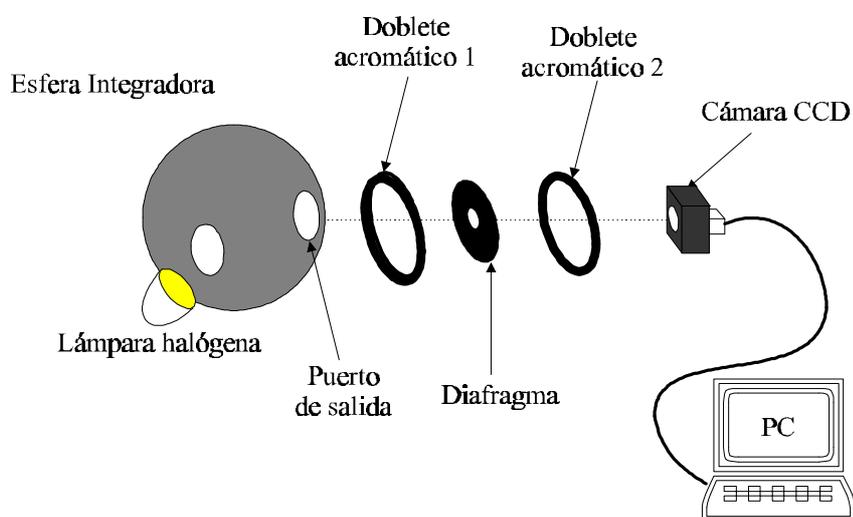


Figura B.6: Montaje experimental utilizado para obtener una señal muy uniforme.

otro doblete acromático. La señal se recoge mediante una cámara CCD. En la Figura B.7a se muestra el perfil grabado por una cámara CCD de la señal recogida. Midiendo la desviación típica de la señal mediante la ec. (B.37) obtenemos un valor de $s = 4.4$ g.l.

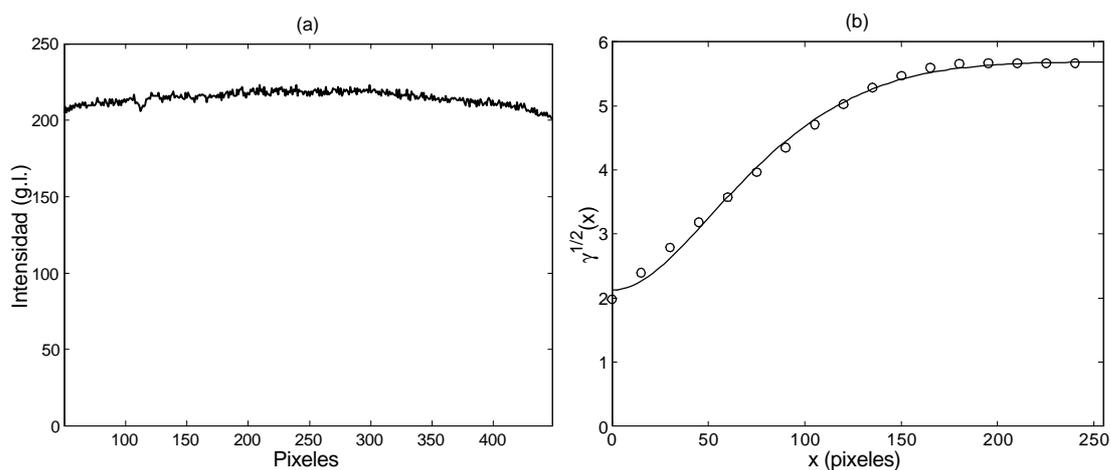


Figura B.7: a) Perfil de la distribución de luz utilizada para una calibración de una cámara CCD. La desviación típica calculada es $s = 4.4$ g.l. b) Variograma de este perfil. A partir del variograma la desviación típica estimada es $s_\gamma = 2.1$ g.l.

También se ha calculado el variograma de este perfil (Figura B.7b), el cual se ha ajustado a una función gaussiana (ec. B.48), donde los parámetros de ajuste son $\gamma_0 = 4.51 \text{ g.l.}^2$, $C = 27.85 \text{ g.l.}^2$ y $a = 101.1 \text{ g.l.}$. El parámetro a es tan alto debido a la gran uniformidad de la señal. A partir de estos parámetros la desviación típica obtenida mediante el variograma resulta $s_\gamma = 2.13 \text{ g.l.}$, que es casi la mitad al obtenido mediante la técnica tradicional.

B.4.2 Imágenes no uniformes

Al utilizar la pepita para la estimación de la desviación típica no es necesario que la imagen sea uniforme puesto que en el valor γ_0 se elimina toda la estructura espacial. Como ejemplo para mostrar cómo esta técnica funciona con imágenes no uniformes hemos utilizado una imagen que corresponde con la distribución de intensidad obtenida cuando un haz gaussiano es difractado por un hilo con defectos superficiales (Figura B.8)

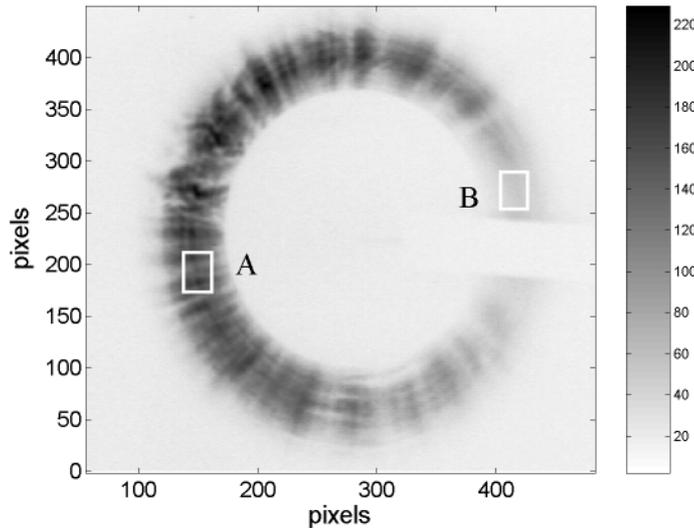


Figura B.8: Imagen obtenida por una cámara CCD cuando un haz láser es difractado por un hilo con defectos longitudinales. El haz incide de forma oblicua respecto al eje del hilo. Los rectángulos A y B se utilizan para la estimación del variograma

Esta imagen es claramente no homogénea. En la Figura B.9a se muestra un perfil del rectángulo A. En este perfil se muestra que las variaciones son debidas principalmente a inhomogeneidades espaciales, y no a fluctuaciones aleatorias. Por consiguiente la ec. (B.37) no se puede aplicar a esta imagen para la estimación de la desviación típica (que

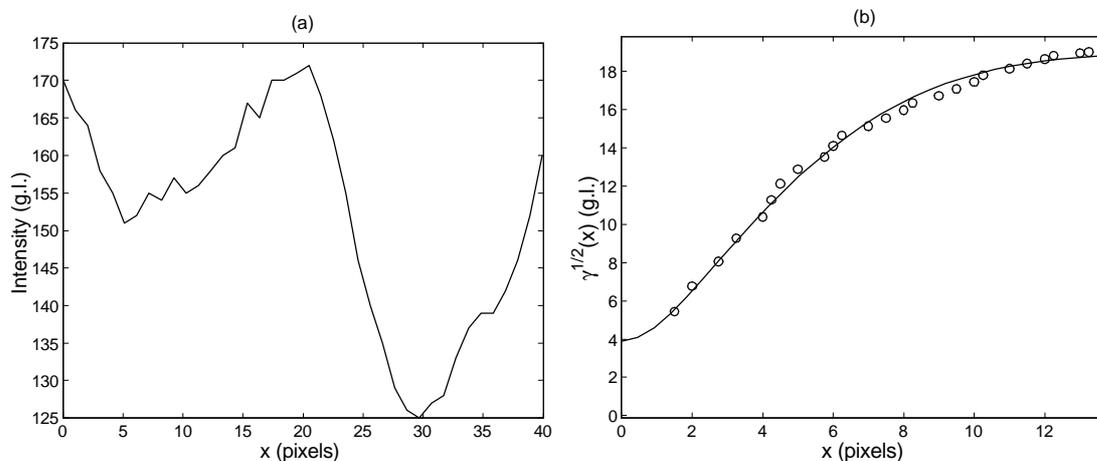


Figura B.9: a) Perfil de intensidad para el rectángulo A. Se observa que la mayor parte de la variación en la señal es debida a una variación espacial y no a fluctuaciones aleatorias. Si calculamos la desviación típica de esta señal resulta aproximadamente $s = 15.9$ g.l. b) Variograma obtenido con los datos del rectángulo A. A partir del variograma la desviación típica obtenida es $s_\gamma = 3.9$ g.l.

resulta $s = 15.9$ g.l.). Sin embargo, la utilización del variograma para el cálculo de la desviación típica sí es aceptable, pues elimina todas las variaciones espaciales de la señal. En la Figura B.9b se muestra el variograma para los datos del rectángulo A. Este variograma se ha ajustado a una gaussiana, cuyos parámetros de ajuste han resultado $\gamma_0 = 15.1$ g.l.², $c = 346.5$ g.l.² y $a = 6.9$ g.l. El valor de la desviación típica estimada a través del variograma resulta $s_\gamma = 3.9$ g.l., que es mucho menor que la estimada mediante la ec. (B.37).

También hemos calculado la desviación típica para el rectángulo B, donde la intensidad promedio es menor. El variograma obtenido también se ha ajustado a una gaussiana, siendo los parámetros del ajuste $\gamma_0 = 5.1$ g.l.², $c = 532.4$ g.l.² y $a = 27.4$ g.l. El valor de la desviación típica es por consiguiente $s_\gamma = 2.2$ g.l. Este valor es menor que para el rectángulo A debido a que la desviación típica disminuye con la intensidad de la señal.

Apéndice C

Incertidumbre de magnitudes con dependencia espacial: concepto de medida espacial

En este apéndice se desarrolla un procedimiento, basado en el krigeado, para el cálculo rápido de la incertidumbre de una magnitud con dependencia espacial. Este procedimiento está basado en la comparación de la incertidumbre estimada mediante el krigeado con los procedimientos habituales para el cálculo de la incertidumbre. Mediante esta comparación se obtiene que a cada medición se puede asignar una función, que denominamos *Medida espacial (SM)*, la cual extrae las propiedades de correlación espacial y que se utiliza para el cálculo de la incertidumbre. Dicha incertidumbre se puede calcular como la convolución de esta función con otra que indica la posición de los dispositivos de medida. La técnica se ha utilizado para el cálculo de la incertidumbre en simulaciones y en imágenes reales obtenidas en cámaras *CCD*.

C.1 Introducción

Para el caso de una magnitud con dependencia espacial, hemos visto que el krigado es capaz de disminuir la incertidumbre por debajo de las fluctuaciones estadísticas de la magnitud. Esto es debido a que para realizar la estimación en una posición utiliza todas las mediciones, aunque no estén en dicha posición.

En este capítulo se analiza la incertidumbre estimada mediante el krigado y se compara con los métodos tradicionales para el cálculo de la incertidumbre. Hemos considerado dos fuentes de error: la asociada a las fluctuaciones aleatorias de la magnitud y la asociada a la imprecisión de los dispositivos de medida. Se muestra que la incertidumbre estimada por el krigado se puede describir de forma equivalente al caso tradicional (ec. C.2), pero para ello es necesario modificar el concepto de medición. En el cálculo tradicional para la estimación de la incertidumbre es necesario introducir, además de la desviación típica asociada a los dispositivos de medida y a las fluctuaciones aleatorias de la magnitud, el número N de mediciones. En el caso de magnitudes con dependencia espacial a cada medición se le asocia una función, que denominamos *Medida Espacial* (SM) y cuyo valor es igual a 1 en la ubicación del dispositivo de medida y disminuye al separarnos de ella. En vez de un único número N , introducimos la suma de N funciones $SM(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i)$ $i = 1, \dots, N$ donde \mathbf{x}_i es la ubicación del i -ésimo dispositivo de medida. El hecho de que esta función disminuya con la distancia tiene que ver con una fuente de error: la utilización de la correlación espacial para estimar la magnitud con mediciones situadas en posiciones distintas a donde se realiza la estimación.

Mediante este procedimiento, la incertidumbre asociada a la magnitud medida se puede calcular como una convolución, siendo por ello muy rápida en su estimación. Dicha técnica de calcular la incertidumbre mediante la convolución predice unos resultados muy similares al krigado y cumple las condiciones impuestas para la incertidumbre de magnitudes con dependencia espacial (Sección 6.2):

- Debe depender del *numero de dispositivos de medida* y de sus *localizaciones*
- Debe depender de la *incertidumbre* de los dispositivos de medida, así como de las fluctuaciones aleatorias de la magnitud
- Debe depender de la *correlación espacial* de la magnitud: la incertidumbre debe ser menor cerca de los dispositivos de medida que en posiciones lejanas. Fuera de

la región \mathcal{S} donde están situados los dispositivos de medida, la incertidumbre debe aumentar muy fuertemente

- La incertidumbre estimada debe ser independiente de la magnitud medida

Dicha técnica se puede aplicar satisfactoriamente, en el cálculo de la incertidumbre en cámaras *CCD*¹.

C.2 Estimación de una magnitud sin dependencia espacial

Cuando se realiza una medida Z_1 de una magnitud física Z se espera que el valor obtenido se aproxime al valor real de la magnitud pero no que sea exactamente igual al valor real. Esto es debido, como hemos visto anteriormente, a que en todo proceso de medida existen una serie de factores no controlados que modifican aleatoriamente el valor de dicha medida. Si realizamos diversas mediciones de la magnitud Z_i , $i = 1, \dots, N$ y suponemos que no existen errores sistemáticos podemos esperar que los valores se distribuyan alrededor del valor correcto. A partir del conjunto Z_i de mediciones el mejor valor estimado de la magnitud medida es el valor medio

$$\bar{Z} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N Z_i. \quad (\text{C.1})$$

En todo proceso de medida es necesario también dar una estimación de la incertidumbre cometida en nuestra medición. Considerando únicamente los siguientes dos procesos

1. Fluctuaciones aleatorias debidas a parámetros no controlados en el proceso de medida. Hemos supuesto que las mediciones se distribuyen alrededor del valor verdadero con una distribución de probabilidad gaussiana, cuya anchura es Sc
2. Imprecisiones de los dispositivos de medida, que aún en ausencia de fluctuaciones aleatorias en la magnitud, no muestran el valor exacto de la magnitud medida. Normalmente esta incertidumbre se modeliza como una distribución de probabilidad uniforme, siendo $[-A, A]$ el rango de dicha distribución (precisión del aparato $\pm A$)

¹Esta técnica también es muy interesante en el diseño espacial, es decir, en la localización óptima de los dispositivos de medida en una región del espacio para que la incertidumbre de medida en todas las posiciones en esa región sea menor a un umbral dado. Sin embargo este tema se sale fuera de los objetivos de esta Memoria.

n_{ef}	1	2	3	4	5	6	7	8	10	20	∞
K	13,97	4,53	3,31	2,87	2,65	2,52	2,43	2,37	2,28	2,13	2,00

Tabla C.1: Factores de cobertura K para diferentes grados de libertad

como los que evitan acercarnos al valor verdadero cuando realizamos una medida, la estimación de la incertidumbre en la medida de Z es [de Acreditación, 1998]

$$\sigma = \left(I_0^2 + \frac{Sc^2}{N} \right)^{1/2}, \quad (C.2)$$

donde $I_0 = A/\sqrt{3}$ es la desviación típica para un proceso aleatorio con distribución de probabilidad uniforme y que se asocia a la incertidumbre del dispositivo de medida y Sc es la *desviación típica experimental* debida a las fluctuaciones aleatorias de la magnitud medida, que es estimada a partir de las medidas mediante

$$Sc^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (Z_i - \bar{Z})^2. \quad (C.3)$$

La magnitud σ nos indica que la probabilidad de que el valor real de la medida se encuentra en el intervalo $(\bar{Z} - \sigma, \bar{Z} + \sigma)$ es de aproximadamente un 65%. Normalmente desea acotar a unos niveles de probabilidad mayores. Para ello se introduce un *factor de cobertura* K que produce un ensanchamiento de la banda de error

$$\sigma = \left(I_0^2 + K^2 \frac{Sc^2}{N} \right)^{1/2}, \quad (C.4)$$

Introduciendo el factor de cobertura K la banda de incertidumbre se ensancha hasta $(\bar{Z} - K\sigma, \bar{Z} + K\sigma)$. Normalmente se hace $K = 2$, siendo en este caso la probabilidad de que el valor real se encuentre en dicho intervalo es de un 95%. Cuando se hayan realizado pocas medidas para estimar Sc , el valor del factor de cobertura debe aumentar para cumplir el intervalo del 95% (Tabla C.1).

Obviamente, en todos los casos la incertidumbre estimada no puede ser menor que la incertidumbre de los dispositivos de medida, pues en el caso ideal de que Sc fuera muy pequeño, o que el número de medidas fuera muy grande ($N \rightarrow \infty$), tenemos $\sigma \approx I_0$.

Además de los efectos considerados que aumentan la incertidumbre en la medida, existen otros fenómenos que no consideraremos y que pueden contribuir a la incertidumbre

tales como (véase [de Acreditación, 1998] para una completa descripción de las fuentes de incertidumbre en la medida):

- Desviaciones personales en la lectura de los instrumentos,
- Valores inexactos de los patrones y de los materiales de referencia
- Valores inexactos de las constantes y otros parámetros obtenidos de fuentes externas
- Aproximaciones incorporadas en el procedimiento de medición

C.3 Estimación de la incertidumbre para magnitudes con dependencia espacial a partir del krigado

Como hemos visto en el *Capítulo 6*, el krigado es capaz de disminuir la incertidumbre utilizando dispositivos de medición vecinos, pues ocurre que la incertidumbre estimada por el krigado es normalmente menor a $\sigma = (I_0^2 + Sc^2)^{1/2}$. Obviamente la aportación de cada medida a la disminución de la incertidumbre en una localización es distinta y depende fundamentalmente de la distancia entre la ubicación de los dispositivos de medida y la posición donde se determina la incertidumbre.

En esta sección veremos que mediante el krigado la incertidumbre de una magnitud espacial se puede escribir de una forma similar a la ec. (C.2), pero donde en vez de utilizar el número de mediciones realizadas N , se introduce un nuevo concepto que hemos definido como *Número Equivalente de Medidas*, $N_{EQ}(\mathbf{x})$, y que se asigna a cada posición \mathbf{x} indicando el número de mediciones, en las que no se considera la correlación espacial, que son necesarias para disminuir la incertidumbre en dicha localización \mathbf{x} como lo hace el krigado.

A partir de este concepto se puede determinar cómo un único dispositivo de medida disminuye la incertidumbre en ubicaciones cercanas.

C.3.1 Número de Medidas Equivalentes asociadas a una medida con correlación espacial

Con el objeto de determinar cómo el krigado hace disminuir la incertidumbre, a través de la correlación espacial, en localizaciones distintas a donde se realizan las mediciones hemos definido el concepto de *Número Equivalente de Medidas*, $N_{EQ}(\mathbf{x})$, como el número

de medidas sin dependencia espacial necesarias para disminuir la incertidumbre como lo hace el krigado al considerar la correlación espacial. El valor de $N_{EQ}(\mathbf{x})$ se obtiene sustituyendo en la ec. (C.2) el valor de la incertidumbre σ por $\sigma_K(\mathbf{x})$ calculado mediante el krigado

$$\sigma_K^2(\mathbf{x}) = I_0^2 + \frac{Sc^2}{N_{EQ}(\mathbf{x})}, \quad (C.5)$$

donde hemos supuesto que Sc es independiente de la posición y se ha considerado, para simplificar los cálculos, que todos los dispositivos de medida tienen la misma incertidumbre. En esta ecuación el término desconocido es $N_{EQ}(\mathbf{x})$, y despejando en esta última ecuación se obtiene

$$N_{EQ}(\mathbf{x}) = \frac{Sc^2}{\sigma_K^2(\mathbf{x}) - I_0^2}. \quad (C.6)$$

El valor de $N_{EQ}(\mathbf{x})$ nunca es negativo puesto que en el caso de que todos los dispositivos de medida posean la misma incertidumbre I_0 se cumple que $\sigma_K(\mathbf{x}) > I_0$. La función $N_{EQ}(\mathbf{x})$ puede ser un número fraccionario. El valor de Sc , si no es conocido, puede ser estimado a partir del variograma mediante

$$Sc = \sqrt{\gamma(0)}, \quad (C.7)$$

según comentamos en el *Apéndice B*.

A modo de ejemplo y con el objeto de ver cuál es la información que se puede obtener de la función $N_{EQ}(\mathbf{x})$ hemos simulado una magnitud unidimensional $f(x) = x + \sin(6\pi x)$ con una fluctuación estadística $Sc = 0.1$. Esta magnitud se muestrea con dispositivos de medida regularmente distribuidos cuya incertidumbre es $A_0 = 0.1$. Una vez calculada $\sigma_K(\mathbf{x})$ a partir de la ec. (6.23) se obtiene la función $N_{EQ}(\mathbf{x})$ mediante la ec. (C.6). En la Figura C.1 se muestra la forma de la función $N_{EQ}(\mathbf{x})$ para distintas frecuencias de muestreo. Cuando las distancias entre los dispositivos de medida es mucho mayor que la longitud de correlación la función $N_{EQ}(\mathbf{x})$ presenta una serie de picos en las localizaciones donde están situados los dispositivos de medida, siendo el valor de estos picos igual a 1. (Figura C.1a). Sin embargo al disminuir la distancia entre los dispositivos de medida la función presenta un rizado y los valores máximos son mayores a 1 (Figura C.1b). Cuando la frecuencia de muestreo es mucho mayor a la correlación espacial $N_{EQ}(\mathbf{x})$ es aproximadamente constante

disminuyendo en los bordes. El valor máximo de $N_{EQ}(\mathbf{x})$ depende de la frecuencia de

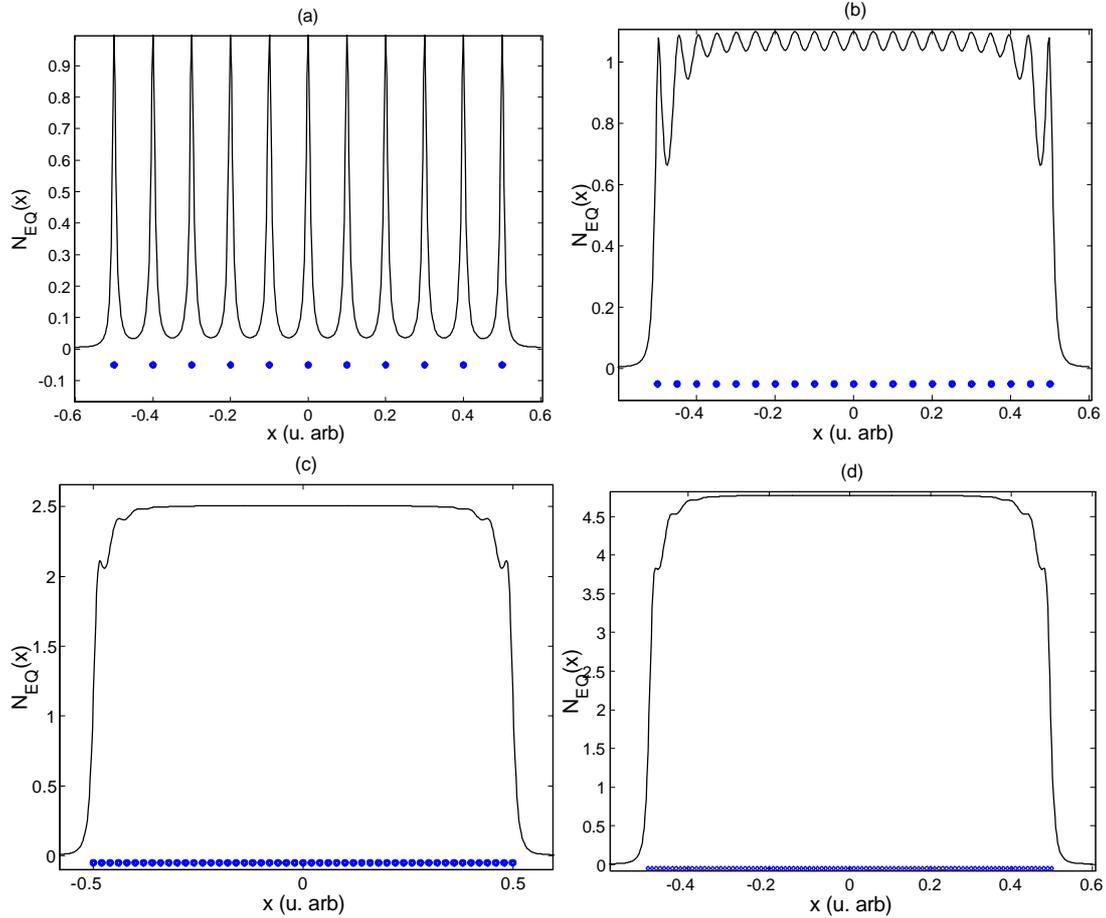


Figura C.1: Función $N_{EQ}(x)$ para la función $f(x) = x + \sin(6\pi x)$ cuando $Sc = 0.1$ y $A = 0.1$ para distintas frecuencias de muestreo. El número de dispositivos de medida es a) 11 b) 21 c) 51 d) 101. Al aumentar el número de dispositivos de medida el valor de $N_{EQ}(x)$ aumenta y se hace más uniforme.

muestreo (Figura C.1c y d).

Cuando se realiza más de una medición en cada localización el valor de la función $N_{EQ}(\mathbf{x})$ aumenta. En la Figura C.2 se muestra el valor de $N_{EQ}(\mathbf{x})$ para la frecuencia de muestreo de Figura C.1a cuando se realizan 1, 2 y 3 mediciones en cada localización. Las funciones son similares, pero el valor máximo de los picos es 1, 2 y 3 respectivamente.

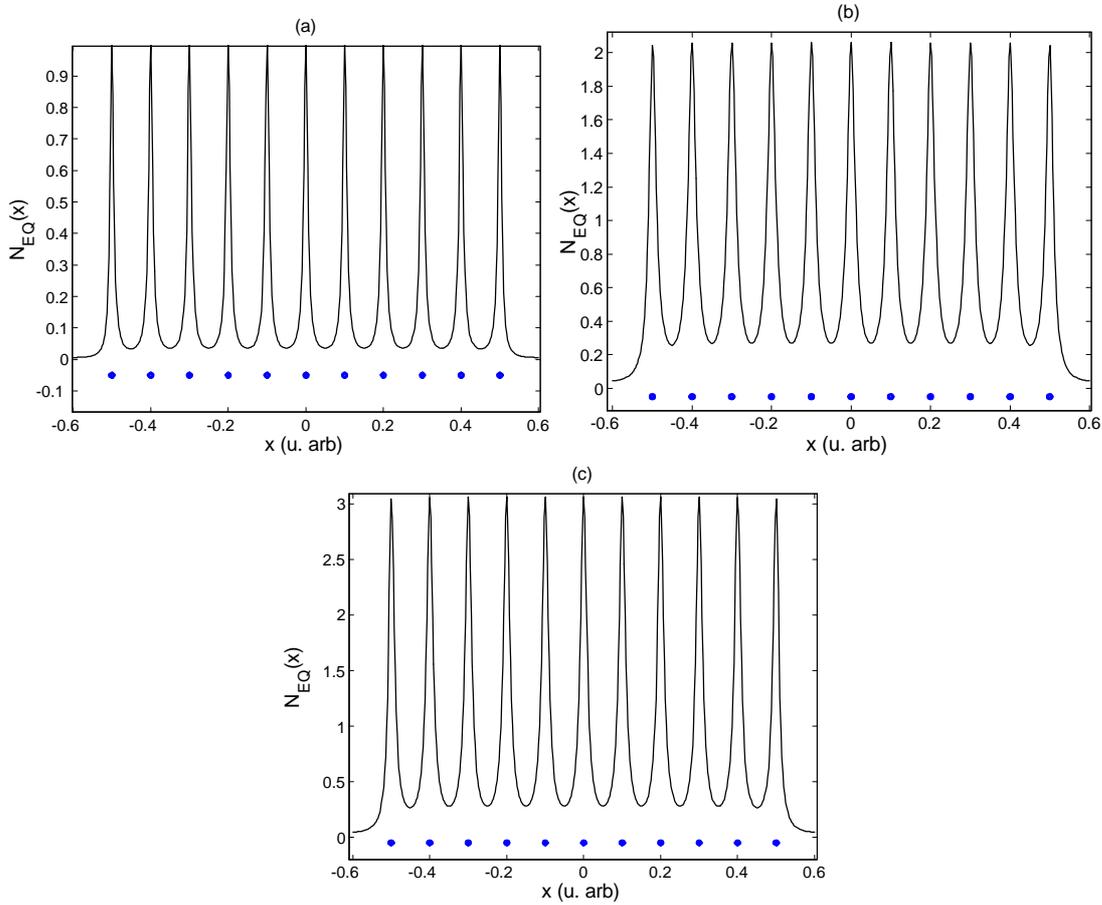


Figura C.2: Función $N_{EQ}(x)$ para las mismas condiciones de la Figura C.1, a) 1 medición en cada localización, b) 2 mediciones en cada localización, c) 3 mediciones en cada localización. Los valores máximos de $N_{EQ}(x)$ son 1, 2 y 3 respectivamente, indicando que el número de mediciones realizadas está directamente relacionado con $N_{EQ}(x)$.

C.3.2 Concepto de Medida espacial

Es importante determinar cómo un único dispositivo de medida hace disminuir la incertidumbre. Como el krigado no puede realizar la estimación con un único dispositivo de medida realizaremos un procedimiento indirecto. Primeramente calcularemos $N_{EQ}(\mathbf{x})$ cuando realizan mediciones los N dispositivos de medida, $N_{EQ_T}(\mathbf{x})$, y posteriormente cuando se ha eliminado la medida del j -ésimo dispositivo, $N_{EQ_j}(\mathbf{x})$. La resta de ambas funciones se puede considerar como la contribución del j -ésimo dispositivo a la disminución

de la incertidumbre:

$$SM_j(\mathbf{x}) = N_{EQ_T}(\mathbf{x}) - N_{EQ_j}(\mathbf{x}). \quad (\text{C.8})$$

Este paso se realiza para todos los dispositivos de medida, obteniendo las funciones $SM_1(\mathbf{x}), \dots, SM_N(\mathbf{x})$. El máximo de la función $SM_j(\mathbf{x})$ se presenta en la posición \mathbf{x}_j donde está situado el j -ésimo dispositivo. En principio las funciones $SM_j(\mathbf{x})$ no tiene por que ser iguales, pero para el caso de una distribución regular e infinita de dispositivos de medida por simetría todas las funciones $SM_j(\mathbf{x})$ son idénticas excepto por una traslación. Por ello podemos definir una función, que denominamos *Medida espacial*, $SM(\mathbf{x})$, cuya relación con $SM_j(\mathbf{x})$ es

$$SM_j(\mathbf{x}) = SM(\mathbf{x}) * \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_j). \quad (\text{C.9})$$

El valor máximo de $SM(\mathbf{x})$ es 1 y está situado en $\mathbf{x} = \mathbf{0}$, disminuyendo la función a medida que nos separamos de esta localización. A modo de ejemplo se presenta la función $SM(\mathbf{x})$ calculada para varias funciones con distinta correlación espacial (Figura C.3). Se puede observar que al aumentar la correlación espacial de la magnitud también aumenta la anchura de $SM(\mathbf{x})$.

La función $SM(\mathbf{x})$ describe la cantidad de información que aporta cada medición. Además viendo la forma de la estimación de la incertidumbre se intuye que existe además otra fuente de error que no se considera explícitamente pero que se observa en el hecho de que cuando hay pocas mediciones la incertidumbre asociada aumenta al separamos de los dispositivos de medida. Esta fuente de error está relacionada con la pérdida de la correlación espacial al estimar la magnitud en una posición con dispositivos de medida que no están situados en dicha posición.

C.3.3 Mejora en la estimación de Sc

Cuando el número de mediciones es pequeño, el variograma experimental presentará la incertidumbre y el valor de Sc puede no estar bien estimado, por lo que tampoco lo estará la función $SM(\mathbf{x})$. Sin embargo, por compatibilidad con el concepto de medición en el caso de magnitudes sin dependencia no espacial en la localización del dispositivo de medida, $SM(\mathbf{0})$ debe tener un valor idénticamente 1. Para comprobar esta suposición hemos realizado gran cantidad de simulaciones con diferentes funciones y parámetros,

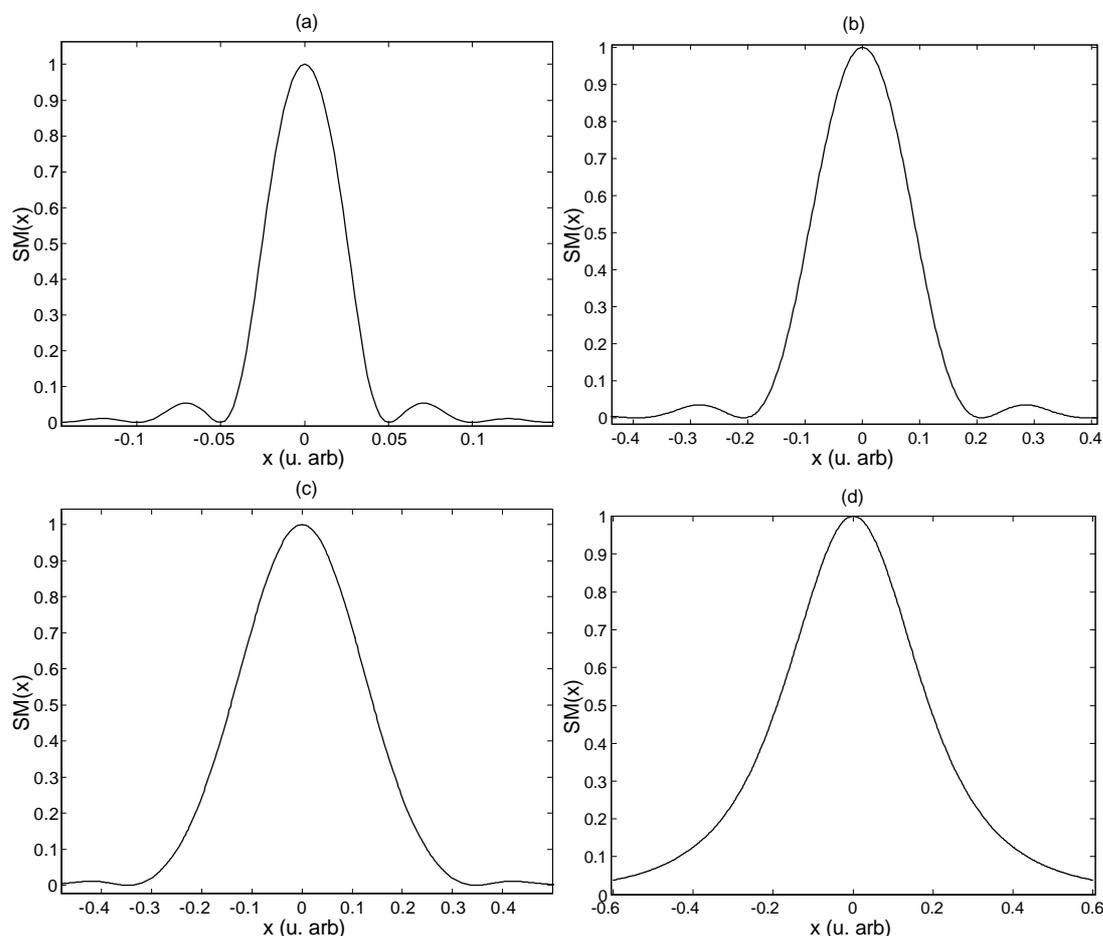


Figura C.3: Función $SM(x)$ para diversas funciones con distinta correlación espacial. En este caso $I_0 = 0.1$, $Sc = 0.1$. La distancia entre sensores es $1/50$ a) $f(x) = x + \sin(6\pi x)$ b) $f(x) = x + \sin(2\pi x)$ c) $f(x) = x$ d) $f(x) = 1$

obteniéndose siempre un valor de 1 cuando se introduce el valor exacto de Sc y no el calculado mediante el variograma.

Para estimar de una forma más exacta el valor de Sc al obtenido a partir del variograma experimental y hacer cumplir $SM(\mathbf{0}) = 1$, primeramente hay que calcular $SM(\mathbf{x})$ a partir de la ec. (C.9) con el valor de Sc estimado por el variograma y luego normalizar para que se cumpla $SM(\mathbf{0}) = 1$ multiplicando y dividiendo el segundo término de la ec. (C.5) por

un factor de normalización $k = 1/SM(\mathbf{0})$ de forma que

$$Sc_N^2 = \frac{Sc^2}{SM(\mathbf{0})}, \quad (\text{C.10a})$$

$$SM_N(\mathbf{x}) = \frac{SM(\mathbf{x})}{SM(\mathbf{0})}. \quad (\text{C.10b})$$

Obviamente la incertidumbre queda inalterada.

C.3.4 Estimación de la incertidumbre como convolución

El proceso desarrollado para calcular la incertidumbre a partir de $SM(\mathbf{x})$ es lento. Sin embargo, si deseamos monitorizar una magnitud y las condiciones de medida no cambian se puede realizar una única vez, a modo de configuración, y desarrollar el siguiente procedimiento para el cálculo de la incertidumbre.. Una vez que se conoce $SM_N(\mathbf{x})$ la función $N_{EQ}(\mathbf{x})$ se calcula de forma simple mediante convolución:

$$\tilde{N}_{EQ}(\mathbf{x}) = SM_N(\mathbf{x}) * \Pi(\mathbf{x}), \quad (\text{C.11})$$

donde $\Pi(\mathbf{x})$ es una función que caracteriza la localización de los dispositivos de medida

$$\Pi(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^N \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i), \quad (\text{C.12})$$

donde \tilde{N}_{EQ} significa que se ha calculado por convolución. A partir de $\tilde{N}_{EQ}(\mathbf{x})$ se puede obtener la incertidumbre en cualquier localización \mathbf{x} mediante (C.5) de una forma muy rápida

$$\sigma_K^2(\mathbf{x}) = I_0^2 + \frac{Sc^2}{\tilde{N}_{EQ}(\mathbf{x})}. \quad (\text{C.13})$$

Hay que destacar que cuando únicamente tenemos una medición pero es conocida la función $SM_N(\mathbf{x})$, se puede calcular la disminución de la incertidumbre que produce un único dispositivo de medida, que resulta

$$\sigma_K^2(\mathbf{x}) = I_0^2 + \frac{Sc^2}{SM_N(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i)}. \quad (\text{C.14})$$

Esta ecuación se puede comparar con la ec. (C.2). Vemos que para el caso de una única

medición la única diferencia entre ambas ecuaciones es que el denominador en la primera es 1 y en la segunda $SM_N(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i)$. Es por ello que $SM_N(\mathbf{x})$ se puede interpretar como una ampliación del concepto de medición para el caso de magnitudes con dependencia espacial cuando se considera la correlación espacial.

C.3.5 Simulaciones

A modo de ejemplo se han dispuesto 21 dispositivos de medida en un intervalo $\mathcal{S} = [0, 10]$ midiendo la magnitud simulada en la $f(x) = x + \sin(2\pi x)$. La fluctuación aleatoria simulada de la magnitud es $Sc = 0.5$ y la incertidumbre de los dispositivos de medida $A_0 = 0.5$. El variograma experimental se ha ajustado a un semivariograma gaussiano $\gamma(h) = \gamma_0 + C \left\{ 1 - \exp \left[- (h/a)^2 \right] \right\}$, resultando $\gamma_0 = 0.31$, $C = 19.9$, $a = 1.96$. A partir del procedimiento anteriormente explicado se ha calculado la función $N_{EQ}(\mathbf{x})$, se han obtenido las distintas funciones $SM_i(\mathbf{x})$ y mediante una traslación y promediado de todas ellas se ha calculado $SM(\mathbf{x})$ (Figura C.4a). Como se observa en esta figura la incertidumbre asociada a la estimación de $SM(\mathbf{x})$ es muy pequeña, significando que todas las funciones tienen una forma muy parecida. También se ha normalizado las función $SM(\mathbf{x})$ obteniendo un valor de $Sc_N = 0.58$. A partir de la ec. (C.13) se ha calculado también la incertidumbre. Como se muestra en la Figura C.4b la incertidumbre estimada mediante la convolución es muy parecida a la obtenida mediante el krigeado. Se observa también que la incertidumbre es aproximadamente constante en las localizaciones centrales, aumentando rápidamente en los bordes.

Para completar la simulación se ha calculado la incertidumbre asociada a la misma magnitud a partir de $SM_N(\mathbf{x})$ estimada anteriormente, pero en la que solamente se han tomado 5 de los 21 dispositivos de medida. En la Figura C.5a se muestra la función $N_{EQ}(\mathbf{x})$ obtenida mediante dicha función $SM_N(\mathbf{x})$ obtenida para el caso de 21 mediciones. Como se ve ambas gráficas son muy similares. También se ha calculado la incertidumbre. Como ahora la correlación espacial es menor que la distancia entre los dispositivos de medida la incertidumbre es mínima en las posiciones de éstos aumentando en los intersticios (Figura C.5b).

Distribución irregular de los dispositivos de medida

Se han realizado diversas simulaciones con el objeto de ver si la función $SM(x)$ se puede utilizar con distribuciones irregulares de los dispositivos de medida. El resultado ha sido po-

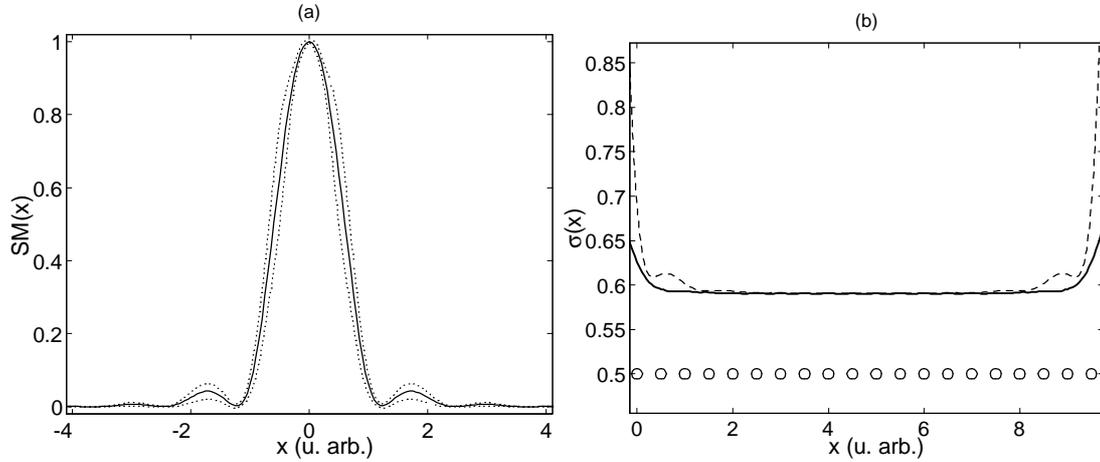


Figura C.4: a) Función $SM(x)$ calculada para una magnitud simulada $f(x) = x + \sin(2\pi x)$ donde $Sc = 0.5$ y $A = 0.5$ cuando el muestreo está realizado para 21 dispositivos de medida. b) Función de incertidumbre $\sigma(x)$ calculada mediante la convolución (ec. C.13) (—) y mediante el krigado (- - -).

sitivo, pues la incertidumbre calculada es muy similar a la estimada mediante el krigado. Como ejemplo hemos considerado la misma simulación del apartado anterior, pero ahora los 21 dispositivos de medida están dispuestos de forma irregular. Mediante el mismo procedimiento se han calculado las funciones $SM_j(\mathbf{x})$ que ahora presentan una forma irregular. Sin embargo cuando se centran y se realiza el promedio la función $SM(\mathbf{x})$ (Figura C.6a) es muy similar a la obtenida para la distribución regular, aunque la desviación típica en el promediado aumenta. También se ha calculado la incertidumbre asociada que resulta sorprendentemente similar a la obtenida por el krigado (Figura C.6b). La incertidumbre estimada $\sigma(\mathbf{x})$ disminuye donde hay muchos dispositivos de medida cercanos aumentando en las posiciones donde no los hay.

C.3.6 Incertidumbre en la posición de los dispositivos de medición

Una de las fuentes de error que hasta ahora no hemos considerado es el error cometido en la posición de los dispositivos de medida. Supongamos que la posición real del dispositivo de medida se distribuye alrededor de x_0 con una distribución de probabilidad cuya desviación típica es Δx_o , mediante la definición de $SM(x)$. Obviamente, cuanto mayor sea la incertidumbre en la posición menor será el conocimiento de la magnitud medida y

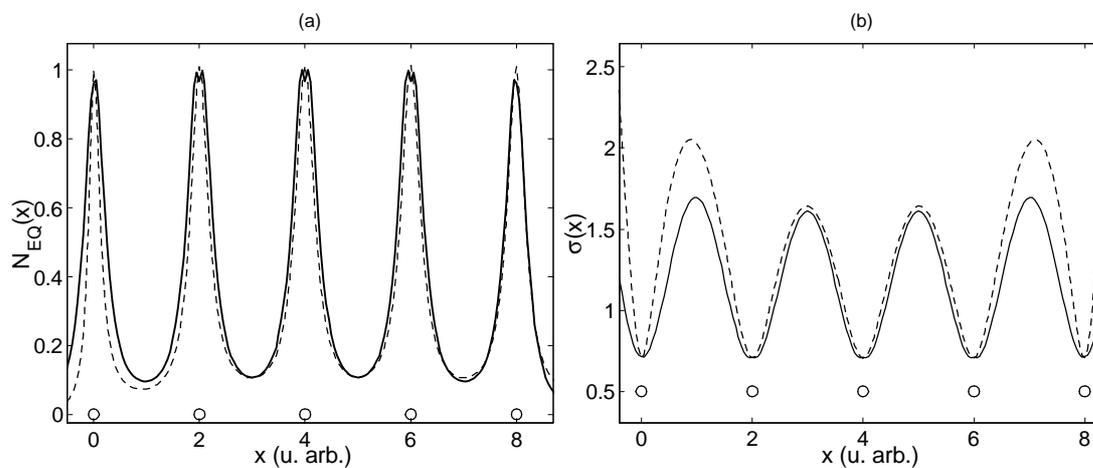


Figura C.5: a) Función $NEQ(x)$ para el mismo ejemplo de la Figura C.4, pero donde solamente se han realizado 5 mediciones. b) Incertidumbre estimada $\sigma_K(\mathbf{x})$. La gráfica (—) está calculada mediante convolución y (- - -) mediante el krigado

mayor la incertidumbre. Es por ello que utilizando la función $SM(x)$ hemos introducido este tipo de incertidumbre de forma que el valor de SM se vea disminuido al aumentar la incertidumbre de los dispositivos de medida según

$$SM_{\Delta x}(x) = SM(x) SM(\Delta x). \quad (C.15)$$

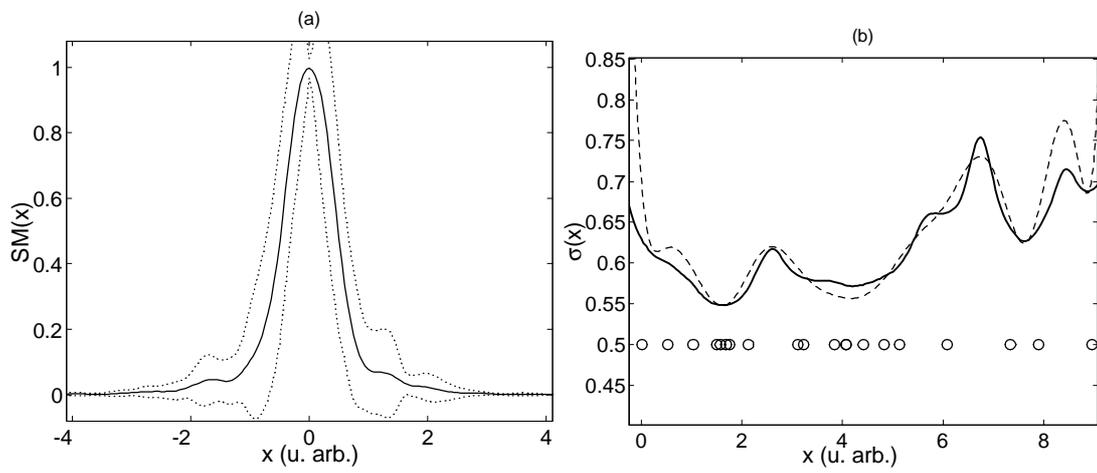


Figura C.6: a) Función $SM(x)$ para una simulación idéntica a la de la Figura C.4 pero donde los 21 dispositivos de medida están dispuestos aleatoriamente dentro del intervalo $[0, 10]$. (- - -) representa la desviación típica. b) Estimación de la incertidumbre mediante la ecuación $\sigma_K(\mathbf{x})$ (—) y mediante el krigado directamente (- - -).

Apéndice D

Aplicación del krigado a la detección de mínimos de difracción

Una aplicación en la que se ha utilizado con éxito el krigado ha sido la selección de modelos para la determinación del diámetro de hilos metálicos finos. La medida automática del diámetro de los hilos metálicos tiene gran importancia en el proceso de fabricación. Para hilos finos (diámetro menor a $500 \mu\text{m}$) el diámetro se mide a partir de la posición de los mínimos de difracción. En principio existen modelos muy precisos para la determinación de la figura de difracción de cilindros [Bohren y Huffman, 1983]. Sin embargo estos modelos presentan expresiones matemáticas que consumen mucho tiempo de cálculo. Es por ello que no se pueden implementar en los sistemas de medida para el control del diámetro del hilo, pues la velocidad de muestreo necesaria es de unas 500 medidas por segundo. Las técnicas normalmente utilizadas en la medida ‘on-line’ del diámetro del hilo se basan en el modelo de Fraunhofer [Millard y Herchenreder, 1991] [Fardeau, 1989]. Este modelo tiene el inconveniente de sobreestimar el diámetro del hilo, por lo que se deben buscar modelos sencillos que ajusten los mínimos de difracción de una forma más precisa que el modelo de Fraunhofer. A este respecto se han desarrollado diversos modelos sencillos, basados en la Teoría Geométrica de la Difracción, que mejoran los resultados obtenidos con el modelo de Fraunhofer [Schmidt, 1976] [Bernabeu et al., 1999].

Sin embargo, a la hora de intentar determinar cuál de los modelos se ajusta mejor a los resultados experimentales se presentan diversos problemas que se deben resolver. En primer lugar, al obtener la figura de difracción, normalmente mediante un array lineal de *CCD*, nos encontramos que las medidas presentan una fluctuación aleatoria que evita una

detección adecuada de los mínimos.

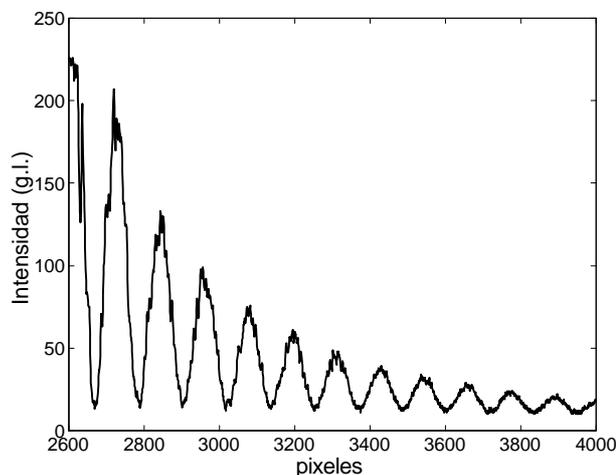


Figura D.1: Ejemplo de figura de difracción de un hilo cuando el haz incidente es normal al eje del hilo. La figura de difracción presenta ruido que evita una correcta determinación de los mínimos. Además, a menor contraste peor es la distinguibilidad del mínimo.

También ocurre que debido al distinto contraste de los picos de difracción la capacidad de detección de los mínimos es distinta, aumentando el error en los mínimos lejanos, al disminuir el contraste (Figura D.1). Sin embargo estos mínimos lejanos son los que mayor información aportan, pues para estos mínimos son mayores las diferencias entre los modelos. Por consiguiente es necesario filtrar la señal, así como considerar la incertidumbre en la localización de los mínimos, a la hora de determinar qué modelo se ajusta mejor a los resultados experimentales.

Mediante el krigado ambos problemas se resuelven de una forma sencilla ya que, como hemos visto, es un método óptimo que filtra el ruido y además estima la incertidumbre en la medida. Sin embargo, la aplicación del krigado según la forma tradicional no es viable debido a la gran cantidad de medidas experimentales. Es por ello que hemos utilizado el procedimiento utilizado en el *Capítulo 6* para el cálculo de la estimación y el procedimiento para el cálculo de la incertidumbre asociada a la estimación del *Apéndice C*. Para ello hemos tomado una pequeña parte de la figura de difracción y hemos calculado las función de interpolación $\Lambda(x)$ y la función Medida espacial $SM(x)$.

Estas funciones se muestran en la Figura D.3, y a partir de estas funciones se calcula de una forma muy rápida la figura de difracción sin ruido y la incertidumbre asociada,

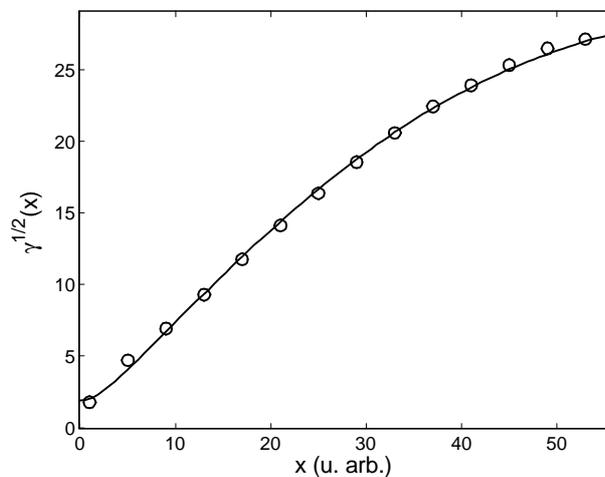


Figura D.2: Variograma de un pico de la figura de difracción (píxeles [3000 – 3200]) y ajuste. A partir de este variograma se obtiene que $Sc = 1.88$ g.l. También se utiliza el variograma para calcular las funciones $\Lambda(x)$ y $SM(x)$

como se muestra en la Figura D.4

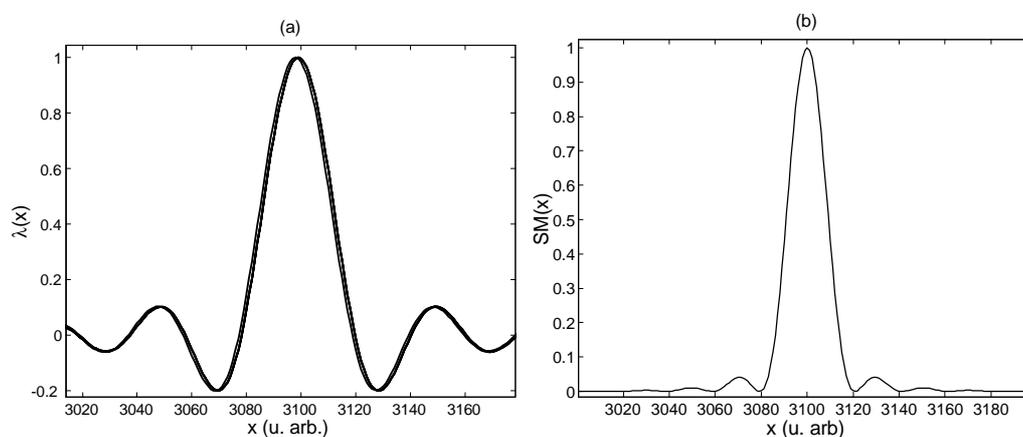


Figura D.3: Funciones $\lambda(x)$ y $MD(x)$ utilizadas para una estimación rápida a partir de la convolución.

A partir de esta figura de difracción la posición de los mínimos se calculan de una forma sencilla ya que la señal estimada no presenta ruido, siendo éstos x_i^{\min} , $i = 1, \dots, N$. Para calcular la incertidumbre asociada al mínimo de difracción consideraremos que la

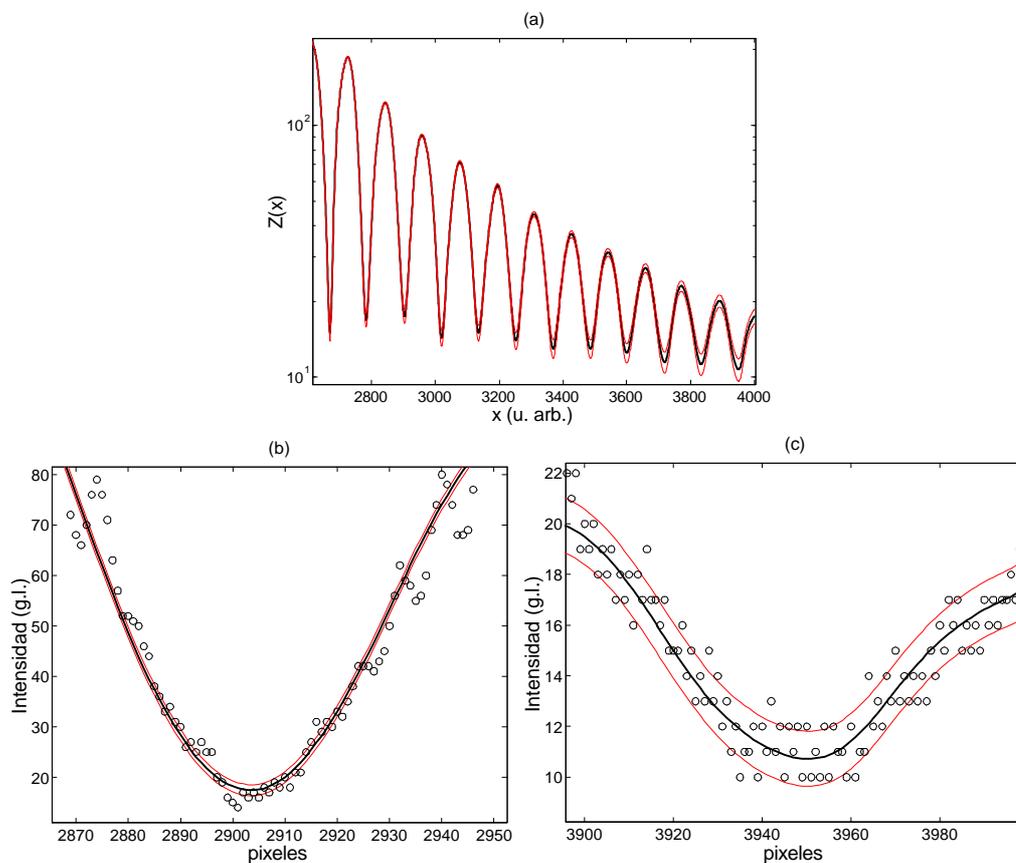


Figura D.4: a) Ajuste de la figura de difracción por el método desarrollado en el *Capítulo 6*. El ajuste de la estimación a los datos experimentales es notable. b) y c) Ampliación de dos picos, uno de alto contraste y otro de bajo contraste respectivamente.

distribución de probabilidad de que el valor medido sea el verdadero es gaussiana

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma(x)} \exp \left[-\frac{(Z(x) - Z_i^{\min})^2}{2\sigma^2(x)} \right], \quad (\text{D.1})$$

donde $\sigma(x)$ es la incertidumbre asociada a la posición x . La función $p(x)$ sólo es gaussiana en el caso de que $Z(x)$ y $\sigma(x)$ sean lineales, cosa que no ocurre en los mínimos de difracción.

La anchura del mínimo de difracción se determina entonces a partir de

$$\sigma_i^2 = \frac{\sum_j p(x_j) \cdot (x_j - x_i^{\min})^2}{\sum_j p(x_j)}, \quad (\text{D.2})$$

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
x_i^{\min}	2670	2783	2903	3019	3135	3252	3369	3486	3599	3718	3832	3950
σ_i	3	3.5	4	4.5	5.5	6.5	7.5	9	10	11.5	12.5	13

Tabla D.1: Posición de los mínimos y anchura de éstos para la figura de difracción anterior

donde x_j es la localización del j -ésimo píxel. Obviamente, cuanto menor sea la incertidumbre en la estimación $\sigma(x)$, menor será la anchura del mínimo σ_i . A modo de ejemplo en la Tabla D.1 se muestra la posición y error asociado para los picos de la Figura D.4 obtenidos mediante la convolución de las funciones de la Figura D.3.

Una vez calculada la posición y la incertidumbre en los mínimos debemos determinar el ángulo asociado a estos píxeles φ_i^{\min} y ajustar el modelo teórico a estos ángulos. Los modelos desarrollados se pueden escribir de la forma

$$D \cdot f(\varphi_i^{\min}) - m \cdot \lambda = i \cdot \lambda, \quad (\text{D.3})$$

donde los parámetros a determinar son el diámetro D y el orden absoluto m del primer mínimo visto, pues normalmente se tapan algunos mínimos junto con el máximo de difracción para evitar la saturación del array. Esta expresión (D.3) representa un sistema de N ecuaciones y 2 incógnitas (D, m)

$$A \cdot X = C, \quad (\text{D.4})$$

donde

$$A = \begin{bmatrix} f(\varphi_1) & -\lambda \\ \dots & \dots \\ f(\varphi_N) & -\lambda \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} D \\ m \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 \cdot \lambda \\ \dots \\ N \cdot \lambda \end{bmatrix}. \quad (\text{D.5})$$

Hemos utilizado el *método de las inversas generalizadas* [Kshirsagar, 1983] para obtener el resultado óptimo del diámetro D

$$X_{opt} = (A^T A)^{-1} A^T C, \quad (\text{D.6})$$

donde se ha forzado que m sea entero. Una vez calculado estos parámetros se ha calculado

la posición teórica de los mínimos a partir de

$$f(\varphi_i^T) = \frac{(m+i) \cdot \lambda}{D} \quad i = 1, \dots, N. \quad (\text{D.7})$$

Para determinar qué modelo es el más adecuado hemos utilizado la función *Distancia estadística media*, *MSD* [Johnson y Wichern, 1992]

$$MSD = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(\frac{\varphi_i^{\min} - \varphi_i^T}{\sigma_i} \right)^2}. \quad (\text{D.8})$$

Si *MSD* es menor a 1 el modelo ajusta satisfactoriamente a los resultados experimentales. Si *MSD* > 1 podemos desechar el modelo. Si existen dos modelos con un valor menor a 1 entonces los datos experimentales no permiten la distinción entre estos modelos, por lo que son necesarias medidas experimentales más precisas¹.

¹En este Apéndice se ha desarrollado una aplicación en la que se utiliza la estimación de una magnitud espacial junto con su incertidumbre mediante el krigado y de su incertidumbre a partir de la convolución con las funciones de interpolación obtenidas mediante el krigado. Para una explicación de los modelos desarrollados y los resultados obtenidos con los modelos véase [Bernabeu et al., 1999].

 Dpto. Óptica UCM	PROCEDIMIENTO DE CALIBRACIÓN	PU - 01	
		Página	1 de 13
		Revisión nº	02
		Fecha	01/05/00

**PROTOCOLO DE UTILIZACIÓN Y
CALIBRACIÓN DEL
MICROSCOPIO DE FUERZA ATÓMICA**

 Dpto. Óptica UCM	PROCEDIMIENTO DE CALIBRACIÓN	PU - 01	
		Página	2 de 13
		Revisión nº	02
		Fecha	01/05/00

1 ÍNDICE

1	ÍNDICE	1
2	HISTORIAL DE REVISIONES	3
3	OBJETO.....	4
4	ALCANCE	4
5	REFERENCIAS.....	4
6	DESARROLLO.....	5
6.1	PREPARATIVOS INICIALES Y FUNCIONAMIENTO	5
6.1.1	<i>Preparación y colocación de las muestras.....</i>	5
6.1.2	<i>Puesta en Marcha</i>	6
6.1.3	<i>Obtención de la relación Fuerza-Distancia.....</i>	7
6.1.4	<i>Medición con el AFM.....</i>	8
6.2	CALIBRACIÓN DEL AFM.....	9
6.2.1	<i>Cálculo de la incertidumbre</i>	10
6.3	LIMPIEZA Y CONDICIONES AMBIENTALES	11
7	RESPONSABILIDADES	12

ANEXOS HOJA DE TOMA DE DATOS

 Dpto. Óptica UCM	PROCEDIMIENTO DE CALIBRACIÓN	PU - 01	
		Página	3 de 13
		Revisión nº	02
		Fecha	01/05/00

2 HISTORIAL DE REVISIONES

Nº Rev.	Fecha	Modificaciones Efectuadas
00	13 - 07 - 98	Edición inicial del Procedimiento
01	05 - 10 - 98	Revisión global del procedimiento
02	01 - 05 - 00	Modificación de la calibración

 Dpto. Óptica UCM	PROCEDIMIENTO DE CALIBRACIÓN	PU - 01	
		Página	4 de 13
		Revisión n°	02
		Fecha	01/05/00

3 OBJETO

El objeto del presente Procedimiento es describir los pasos a seguir en la utilización y calibración del Microscopio de Fuerza Atómica (A.F.M.) de la marca Burleigh, (AFM ARIS 3300) del Laboratorio del Dpto. de Óptica de la U.C.M.

4 ALCANCE

Todas las medidas realizadas con el A.F.M., realizadas por el personal del laboratorio autorizado.

5 REFERENCIAS

1. “*ARIS 3300 Personal Atomic Force Microscope users manual*”. Burleigh Instruments, Inc., New York (1994).
2. N.A.C. Cressie, *Statistics for spatial data*, J. Willey & sons, New York, 1991
3. Documento CEA-ENAC-LC/02, *Expresión de la incertidumbre de medida en las calibraciones*, Rev, 1 Enero 1998

 Dpto. Óptica UCM	PROCEDIMIENTO DE CALIBRACIÓN	PU - 01	
		Página	5 de 13
		Revisión nº	02
		Fecha	01/05/00

6 DESARROLLO

6.1 *Preparativos iniciales y funcionamiento*

6.1.1 *Preparación y colocación de las muestras*

Primeramente se debe eliminar completamente la suciedad que pueda presentar la muestra, pues toda partícula adherida a la superficie es detectada por el AFM. El procedimiento de limpieza para piezas metálicas y de vidrio se detalla en 6.3, pudiendo modificarse si alguno de los productos utilizados ataca al material a estudiar.

- La muestra debe quedar suficientemente fija al portamuestras para asegurar de que en ningún momento se va a mover. Esto último sería peligroso pues podría dañar la punta del AFM. Existen diversos procedimientos para fijar la muestra al soporte. Dos posibilidades es fijando la muestra con laca de uñas o mediante pegamento de barra.
- La muestra se colocará sobre una cartulina negra mate, para evitar reflexiones indeseadas que podrían ser detectadas en el PSD. Si el grosor de la muestra es menor que 0.6 cm. debe colocarse un soporte que eleve la muestra. Dos monedas de 5 pesetas pegadas con cianocrilato son un buen soporte.
- Todo este montaje se pegará con laca de uñas al soporte del equipo.

 Dpto. Óptica UCM	PROCEDIMIENTO DE CALIBRACIÓN	PU - 01	
		Página	6 de 13
		Revisión n°	02
		Fecha	01/05/00

6.1.2 Puesta en Marcha

- Hay que arrancar el equipo (botón trasero) y asegurarse que la muestra está alejada de la punta. Se arranca el ordenador y el programa. Es aconsejable esperar unos 15 minutos antes de empezar a medir para que el equipo se estabilice.
- Hay que comprobar que el Voltaje de referencia es 5.0 Voltios.
- Se coloca la muestra utilizando las pinzas curvas.
- Se busca el área de interés mediante el microscopio óptico y se alinea verticalmente con los posicionadores.
- Se acerca la muestra lo más posible asegurando de que nunca toque a la punta.
- Se alinea el detector haciendo que el centro del haz que defleca el rayo llegue al centro del PSD. Para ello se selecciona la opción (CALIBRATION/DETECTOR ALIGMENT). Aparece una diana. Para alinearla se sitúa lo más cerca posible el indicador del centro de la diana mediante los tornillos de alineamiento. Hay que seleccionar ACTUAL FORCE/CURRENT en el monitor. ACTUAL FORCE/CURRENT debe estar entre ± 1 voltio. Cuando se consigue se pulsa EXIT.
- Si se enciende el indicador FEEDBACK ACTIVE se pulsa ligeramente el botón COARSE RETRACT. Si el voltaje se hace mayor que ± 1 V se vuelve a repetir. Si no se pulsa el AUTOAPPROACH. En esta opción la muestra se acerca a la punta lo suficiente como para que existan variaciones fuertes de potencial al variar ligeramente la distancia muestra-punta.

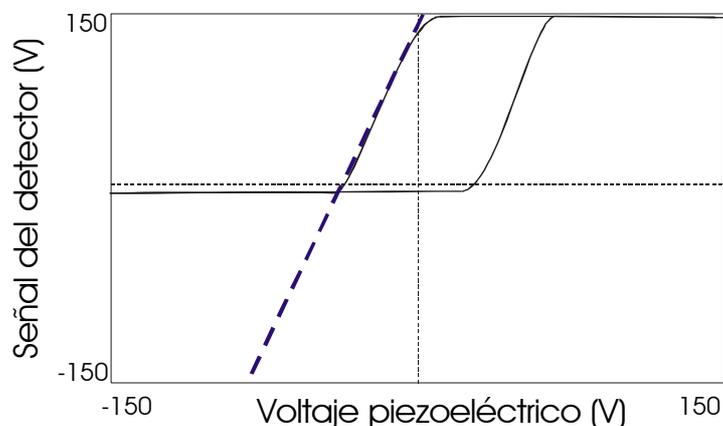
 Dpto. Óptica UCM	PROCEDIMIENTO DE CALIBRACIÓN	PU - 01	
		Página	7 de 13
		Revisión n°	02
		Fecha	01/05/00

- Si los valores se vuelven muy positivos se debe parar. Puede ser debido a que la muestra es muy reflectante, tiene mala iluminación, etc.).

6.1.3 Obtención de la relación Fuerza-Distancia

El AFM es un sistema autocalibrable en el sentido de que calcula automáticamente la relación fuerza-distancia. Esta relación es necesaria por cuanto el AFM mide fuerzas de interacción y nuestro interés es determinar la topografía de la muestra. Según la muestra a medir esta relación será distinta, incluso en distintas partes de la misma muestra. Por ello para cada medida hay que obtener la relación Fuerza-Distancia.

- 1- Una vez que se ha acercado la punta a la muestra realizamos la calibración de Fuerza (FORCE CALIBRATION). Primeramente elegimos la configuración de la calibración de Fuerza: (FORCE CALIBRATION/CONFIGURE).
- 2- Seguidamente se realizan una serie de acercamientos/alejamientos controlados de la punta a la muestra midiendo la fuerza aplicada. Las figuras típicas que deben salir son según la Figura 1.



 Dpto. Óptica UCM	PROCEDIMIENTO DE CALIBRACIÓN	PU - 01	
		Página	8 de 13
		Revisión n°	02
		Fecha	01/05/00

Figura 1. Forma típica de la calibración

Según el material la forma puede variar, pero si la forma es muy distinta hay que asegurarse de que las medidas son correctas:
(FORCECALIBRATION/SCAN)

- 3- Posteriormente hay que obtener la recta de conversión Fuerza-Distancia. Como esto no lo puede hacer el sistema hay que hacerlo manualmente. Como el sistema presenta histéresis realizaremos el ajuste en la recta en la bajada.

Para mayor información véase la Sección 5.11 de la referencia 1.

6.1.4 Medición con el AFM

- Se activa NEW DISPLAY
- Se selecciona la opción de configuración del MENU COLLECT y se modifican los parámetros de configuración. Los parámetros más importantes son

A) Rango de medida (de 70 micras hasta 7 micras)

B) Número de Medidas (32, 64, 128, 256)

C) Número de submuestras (1,2, 4, 6, 8, 16)

El equipo permite la elección de un rango de medida menor a 7 micras, pero no es aconsejable con la configuración del sistema actual, pues las incertidumbres son muy importantes. El cálculo de la incertidumbre depende de todos estos parámetros.

 Dpto. Óptica UCM	PROCEDIMIENTO DE CALIBRACIÓN	PU - 01	
		Página	9 de 13
		Revisión n°	02
		Fecha	01/05/00

Si se van a hacer medidas precisas es aconsejable realizar antes una medida previa con pocos números de medida y bajo número de submuestreo para asegurarse de que el equipo funciona correctamente y estamos en la zona deseada a medir.

6.2 Calibración del AFM

Aun cuando para cada muestra debemos obtener la relación fuerza-distancia, debemos comprobar periódicamente el correcto funcionamiento del AFM, midiendo la incertidumbre que tenemos en la medida y detectando posibles anomalías en el funcionamiento. Para ello tenemos un calibre consistente en una red de difracción.

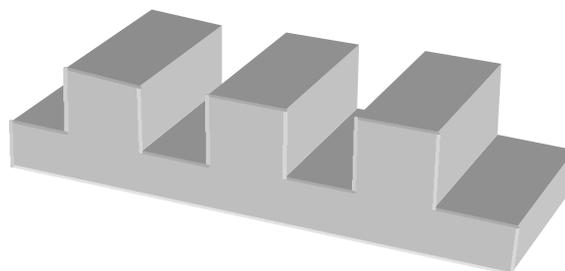


Fig.2 Topografía de la red de difracción

El procedimiento de calibración, para un determinado rango, consiste en medir, al menos 5 veces la misma red de difracción. Para ello se obtendrá la relación fuerza-distancia según 6.1.3 y se medirá primeramente la topografía de la red de difracción, observando que las medidas realizadas son coherentes. Una vez que se consigue esto se mide consecutivamente la topografía de la red de difracción según 6.1.4. En todas las medidas se eliminará el plano de deriva (PLANEREMOVAL/AUTO). Se observarán lo siguiente:

 Dpto. Óptica UCM	PROCEDIMIENTO DE CALIBRACIÓN	PU - 01	
		Página	10 de 13
		Revisión n°	02
		Fecha	01/05/00

- a) Correspondencia entre las distintas imágenes tomadas. No deben estar desplazadas, y no debe haber un offset en alturas (si no lo es el valor medio de cada imagen se hará cero).
- b) Los cortes de la red de difracción deben ser abruptos.
- c) No existan derivas en la dirección x, que significaría que el controlador PID está mal configurado. En el caso de que ocurra esto se realizará una medida variando el PID y asegurando que esto no ocurre; volviendo a realizar 6.2.
- d) No existen no-linealidades en el piezoeléctrico. Esto se detecta porque existe un acombamiento de la medida hacia el centro.

6.2.1 *Cálculo de la incertidumbre*

Basándonos en las medidas obtenidas en 6.2, realizaremos el cálculo de la incertidumbre en el AFM, para un rango de utilización dado. Esta incertidumbre puede variar grandemente según la punta que estemos utilizando, por lo que cada vez que se cambia la punta se debe estimar la incertidumbre. Este cálculo (además de 6.2) se realizará también cuando dejemos de utilizar el AFM durante un periodo de tiempo largo.

Para el cálculo de la incertidumbre asociada al aparato sería necesario tomar varias imágenes de la misma muestra y determinar la incertidumbre de cada pixel. Sin embargo este procedimiento es muy tedioso y complicado, por lo que hemos optado por tomar una única imagen, y a partir de esta imagen determinar la incertidumbre asociada a la medición. El procedimiento habitual sería el calcular la desviación típica de un trozo de la imagen muy plano. Sin embargo frecuentemente existen fluctuaciones de largo alcance que hacen que la desviación típica está

 Dpto. Óptica UCM	PROCEDIMIENTO DE CALIBRACIÓN	PU - 01	
		Página	11 de 13
		Revisión n°	02
		Fecha	01/05/00

contaminada con dicha fluctuación de largo alcance. Es por ello que hemos optado por calcular la desviación típica mediante un procedimiento que considere la correlación espacial.

Para ello hemos utilizado el semivariograma, que se define como

$$g(h) = \frac{1}{2} \langle [Z(x+h) - Z(x)]^2 \rangle,$$

que se puede obtener experimentalmente mediante

$$g(h) = \frac{1}{2N(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} [Z(x+h) - Z(x)]^2$$

El valor de esta función para $h=0$ se denomina en la literatura efecto pepita (nugget effect) y describe las fluctuaciones estadísticas que se producen en una localización determinada cuando se realizan muchas medidas.

El valor de $g(0)$ está relacionado con la desviación típica de una magnitud sin fluctuaciones de largo alcance como

$$Sc = \sqrt{g(0)}$$

Como solamente realizamos una medición por cada posición el valor de experimental de $g(0)$. Sin embargo se puede obtener de forma muy sencilla y precisa mediante una extrapolación de la función $g(h)$

6.3 Limpieza y Condiciones ambientales

Debido a la precisión y sensibilidad del equipo se deben tener en cuenta ciertos aspectos ambientales y de limpieza que se deben considerar los siguientes factores a la hora de relizar las mediciones:

 Dpto. Óptica UCM	PROCEDIMIENTO DE CALIBRACIÓN	PU - 01	
		Página	12 de 13
		Revisión n°	02
		Fecha	01/05/00

Sensibilidad a vibraciones

- Tráfico cercano
- Hablar, radio, etc.
- Aire acondicionado

Aislamiento eléctrico

- Motores
- Ordenador

Limpieza

Las muestras deben estar limpias y ser almacenadas adecuadamente, aisladas del polvo. No dejar nunca las muestras sin protección salvo lo estrictamente necesario para realizar las medidas. Un procedimiento útil de limpieza para muestras metálicas y de vidrio es el siguiente. En la cubeta de ultrasonidos se introducen las muestras en los siguientes líquidos durante unos 5 minutos.

1. Agua jabonosa
2. Tricloroetileno
3. Benceno
4. Etanol
5. Agua destilada.

7 RESPONSABILIDADES

RESPONSABILIDAD	CARGO
- Mantenimiento	- Responsable A.F.M.
- Calibración General	- Responsable A.F.M.
- Acceso al AFM	- Responsable Laboratorio

Bibliografía

- [Beckmann y Spizzichino, 1987] Beckmann P., Spizzichino A. (1987). *The Scattering of Electromagnetic Waves from Rough Surfaces*. Artech House Inc., Massachussets.
- [Bennett, 1981] Bennett C. L. (1981). Inverse scattering. En Skwirzynski J. K., editor, *Theoretical Methods for Determining the Interaction of Electromagnetic Waves with Structures*, pp. 277–297, Alphen aan den Rijn, The Netherlands. Sijthoff & Noordhoff.
- [Bernabeu et al., 1999] Bernabeu E., Serroukh I., Sanchez-Brea L.M. (1999). A geometrical model for wire optical diffraction selected by experimental statistical analysis. *Opt. Eng.*, **38** (8), 1319–1325.
- [Bevington, 1969] Bevington P.R. (1969). *Data Reduction and Error Analysis for the Physical Science*. McGraw Hill, New York.
- [Binnig et al., 1986] Binnig G., Quate C. F., Gerber Ch. (1986). Atomic force microscope. *Phys. Rev. Lett.*, **56** (9), 930–933.
- [Bohren y Huffman, 1983] Bohren C. F., Huffman D. R. (1983). *Absorption and Scattering of Light by Small Particles*. John Wiley & sons, New York.
- [Born y Wolf, 1980] Born M., Wolf E. (1980). *Principles of Optics*. Pergamon Press, Oxford, 6ª edición.
- [Burleigh, 1994] Burleigh (1994). *Personal Atomic Force Microscope, Operating manual 1.0*. Burleigh Instruments, Inc., Burleigh Park, P.O. Box E, Fishers, NY 14453-0755 (USA).
- [Cao et al., 1991] Cao L., Vorburger T.V., Lieberman A.G., Lettieri T.R. (1991). Light-scattering measurement of the rms slopes of rough surfaces. *Appl. Opt.*, **30** (22), 3221–3227.

- [Cielo y Vaudreuil, 1987] Cielo P., Vaudreuil G. (21 Abr. 1987). *Optical Device for Measuring the Diameter and Detecting Surface Defects of Moving Wire*. Canadian patents and development, United States patent, n.º 4659937.
- [Community, 2000] Community European (2000). Surface structures on fine and ultra fine wires (en inglés, alemán, francés y español). Commission of the European Community (DEFICYL - SMT4 - CT97 - 2184).
- [Cressie, 1991] Cressie N. A. C. (1991). *Statistics for Spatial Data*. J. Wiley & sons, New York.
- [de Acreditación, 1998] de Acreditación Entidad Nacional (1998). Expresión de la incertidumbre en la medida en las calibraciones.
- [Dieter, 1986] Dieter G. E. (1986). *Mechanical Metallurgy*. McGraw Hill, New York, 3 edición.
- [Fardeau, 1989] Fardeau J.F. (1989). New laser sensors for wire diameter measurement. *Wire J. Int.*, **42**, 42–50.
- [Faria et al., 1987] Faria I.F., Miranda L.C.M., Vargas H., Fernandes E. (1987). Optical inspection and monitoring of crazing in enamelled wires using light scattering. *J. Phys. E: Sci. Instrum.*, **20**, 891–893.
- [Gaskill, 1978] Gaskill J. D. (1978). *Linear Systems, Fourier Transforms, and Optics*. J. Wiley & sons, New York.
- [Gomez et al., 1998] Gomez S., Hale K., Burrows J., Griffiths B. (1998). Measurements of surface defects on optical components. *Meas. Sci. Technol.*, **9**, 607–616.
- [Helms y Thomas, 1962] Helms H.D., Thomas J.B. (1962). Truncation error of sampling-theorem expansions. *Proc. IRE*, **50** (2), 179–184.
- [Higgings, 1976] Higgings J.R. (1976). A sampling theorem for irregularly spaced sample points. *IEEE Trans. Infor. Theor.*, **IT-22** (5), 621–622.
- [Holst, 1996] Holst G. C. (1996). *CCD Arrays, Cameras and Displays*. SPIE Optical Engineering Press, Bellingham, Washington (USA).

- [Hönl et al., 1961] Hönl H., Maue A.W., Westpfahl K. (1961). *Handbuch der Physik*, vol. XXV, 1, pp. 495–531. Springer-Verlag, Berlin.
- [Jerri, 1977] Jerri A.J. (1977). The shannon sampling theorem - its various extensions and applications: A tutorial review. *Proc. of the IEEE*, **65** (11), 1565–1596.
- [Johnson y Wichern, 1992] Johnson R. A., Wichern D. W. (1992). *Applied Multivariate Statistical Analysis*. Prentice-Hall, London.
- [Jolic et al., 1994] Jolic K. I., Nagarajah C. R., Tompson W. (1994). Non-contact, optically based measurement of surface roughness of ceramics. *Meas. Sci. Technol.*, **5**, 671–684.
- [Keller, 1962] Keller J.B. (1962). Geometrical theory of diffraction. *J. Opt. Soc. Am.*, **52** (2), 116–130.
- [Koizumi y Akiyama, 1985] Koizumi M., Akiyama N. (1985). Automated visual inspection systems using optical detection. *Hitachi Review*, **34** (1), 49–54.
- [Kotel'nikov, 1933] Kotel'nikov V.A. (1933). On the transmission capacity of "ether" and wire in electrocommunications. *Izd. Red. Upr. Svyazi RSKA (Mosú)*.
- [Kouyoumjian y Pathak, 1974] Kouyoumjian R. G., Pathak P. H. (1974). A uniform geometrical theory of diffraction for an edge in a perfectly conducting surface. *Proc. IEEE*, **62** (11), 1448–1461.
- [Kramer, 1959] Kramer H.P. (1959). A generalized sampling theorem. *J. Math. Phys.*, **38**, 68–72.
- [Krige, 1951] Krige D. G. (1951). A statistical approach to some basic mine valuation problems on the witwatersrand. *J. Chem. Metall. Min. Soc. Afr.*, **52**, 119–139.
- [Kshirsagar, 1983] Kshirsagar A.M. (1983). *A Course in Linear Models*. Marcel Dekker, New York.
- [Kuni y Nobuyuki, 1978] Kuni A., Nobuyuki A. (20 Jun. 1978). *Surface-Defect Detecting Device*. Hitachi Ltd., United States Patent, n.º 4095905.
- [Loce y Jodoin, 1990] Loce R.P., Jodoin R.E. (1990). Sampling theorem for geometric moment determination and its application to a laser beam position detector. *Appl. Opt.*, **29** (26), 3835–3843.

- [López et al., 1998] López C., Doval A. F., Dorrió B. V., Blanco-García J., Bugarín J., Alén J. M., Fernández A., Fernández J. L., Pérez-Amor M., Tejedor B. G. (1998). Fiber optic reflectometric technique for the automatic detection and measurement of surface cracks. *Meas. Sci. Technol.*, **9**, 1413–1431.
- [López et al., 1994] López C., Doval A. F., Dorrió B. V., Soto R., , Blanco-García J., Fernández J. L., Pérez-Amor M. (1994). New fiber optic laser probe for the automatic inspection of cracks in the inner side of the heat exchanger tubes of nuclear power plants. En Becker M., Daniel R. W., Loffeld O., editors, *Sensor and Control for Automation*, pp. 4–14, Frankfurt, Alemania. SPIE, Proceeding Series, Vol. 2247.
- [López et al., 1992a] López C., Fernández J.L., J. Blanco-García, Doval A.F., Dorrió B.V., Pino F., Pérez-Amor M. (1992a). Novel fiber optic laser probe for the inspection of internal cylindrical surfaces. *Proceedings of the SPIE*, **1821**.
- [López et al., 1992b] López C., Fernández J. L., Blanco-García J., Doval A. F., Dorrió B. V., Pino F., Pérez-Amor M. (1992b). Novel fiber optic laser probe for the inspection of internal cylindrical surfaces. En Brown G. M., Harding K. G., Stahl H. P., editors, *Industrial Applications of Optical Inspection, Metrology, and Sensing*, Boston, EEUU. SPIE, Proceeding Series, Vol. 1821.
- [Matey y Bland, 1985] Matey J. R., Bland J. (1985). Scanning capacitance microscanning. *J. Appl. Phys.*, **57**, 1439.
- [Meli y Thalmann, 1998] Meli F, Thalmann R. (1998). Long-range AFM profiler used for accurate pitch measurements. *Meas. Sci. Technol.*, **9**, 1087–1092.
- [Millard y Herchenreder, 1991] Millard T.K., Herchenreder T.A. (1991). Automatic diameter measurement: the state of the art. *Wire J. Int.*, pp. 61–69.
- [Miyamoto y Wolf, 1962] Miyamoto K., Wolf E. (1962). Generalization of the maggi-rubinowicz theory of the boundary diffraction wave - part i and II. *J. Opt. Soc. Am.*, **52** (6), 615–637.
- [Nieto-Vesperinas, 1991] Nieto-Vesperinas M. (1991). *Scattering and Diffraction in Physical Optics*. John Wiley, New York.
- [Ogilvy, 1991] Ogilvy J.A. (1991). *Theory of Wave Scattering from Random Rough Surfaces*. Adam Hilger, New York.

- [Papoulis, 1966] Papoulis A. (1966). *Systems and Transforms in Optics*. McGraw-Hill, New York.
- [Parzen, 1956] Parzen E. (1956). *A Simple Proof and some Extensions of Sampling Theorems*. Stanford University, Stanford (EEUU).
- [Pawlak y Stadtmüller, 1996] Pawlak M., Stadtmüller U (1996). Recovering band-limited signals under noise. *IEEE Trans. Inf. Theor.*, **42** (5), 1425–1438.
- [Pérez Quintián, 1997] Pérez Quintián F. (1997). Dispersión de luz por superficies cilíndricas rugosas. En *82ª Reunión Nacional de Física*, pp. Com. 6.0010.
- [Perez-Quintian et al., 1998] Perez-Quintian F., Rebollo M. A., Gaggioli N. G., Raffo C. A. (1998). Optical methods for on line surface wire testing. En *Proc. Of the 7th European Conference of Non-Destructive Testing*, pp. 2920–2926.
- [Petykiewicz, 1986] Petykiewicz J. (1986). *Wave Optics*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.
- [Pratt, 1978] Pratt W.K. (1978). *Digital Image Processing*. J. Wiley & sons, New York.
- [Proyecto, 1998] Proyecto DEFCYL (1998). Detection of defects in cylindrical surfaces, SMT4 - CT97 - 2194. Programa SMT4, "Standards Measurement and Testing" de la Unión Europea.
- [Puffer y Erl, 1987] Puffer L.G., Erl R.K. (10 Nov. 1987). *Wire Surface Monitor*. United Technologies Corporation, United States patent, n.º 4705957.
- [Puffer, 1984] Puffer L. G. (1984). Optical detection of surface flaws on extruded cables. En *Opt. Syst. Eng. IV, Vol. 518*, pp. 120–125. SPIE.
- [Ramm, 1984] Ramm A.G. (1984). On the inverse diffraction problem. *J. Math. Anal. Appl.*, **103**, 139–147.
- [Rao et al., 1998] Rao C. B., AnanthaLakshmi A. V., Kesavamoorthy R. (1998). Laser scattering from surface of thin wires at oblique illumination. En Nijhawan O., K. Gupta A., Musla A. K., K. Singh, editors, *Optics and Optoelectronics Theory, Devices and Applications*, pp. 298–301, New Delhi. Narosa Publishing House.

- [Rao et al., 1995] Rao C. B., Vanmathi R., Baldev F. (1995). Profiling FBTR clad tubes using projected interferometry. En *Proc. Of National Laser Symposium*, pp. 338–339, Dehradun, (India). Department of Atomic Energy, Government of India.
- [Richards, 1966] Richards P.I. (1966). Sampling positive functions. *Proc. IEEE*, **54** (1), 81–83.
- [Samper-Calvete y Carrera, 1990] Samper-Calvete F.J., Carrera J. (1990). *Geoestadística: Aplicaciones a la Hidrología Subterránea*. Centro Internacional de Métodos Numéricos en ingeniería, ISBN: 84-404-6045-7, Barcelona.
- [Sanchez-Brea et al., 1999a] Sanchez-Brea L.M., Gomez-Pedrero J.A., Bernabeu E. (1999a). Analysis and characterization of surface defects on thin steel wires by atomic force microscopy. En *Wire & Cable Technical Symposium at Interwire99*, Atlanta (EEUU). Wire Association International.
- [Sanchez-Brea et al., 1999b] Sanchez-Brea L.M., Gomez-Pedrero J.A., Bernabeu E. (1999b). Measurement of surface defects on thin steel wires by atomic force microscopy. *Appl. Surf. Sci.*, **150** (1-4), 125–130.
- [Sanchez-Brea et al., 1998] Sanchez-Brea L.M., Siegmann P., Bernabeu E., Perez-Quintian F., Rebollo M.A., Raffo C.A. (1998). Medición de la rugosidad y localización de fallas en hilos metálicos por métodos ópticos. En *83ª Reunión Nacional de Física*, La Plata - Rep. Argentina. Asociación de Física Argentina.
- [Sanchez-Brea et al., 1999c] Sanchez-Brea L.M., Siegmann P., Bernabeu E., Rebollo M.A., Perez-Quintian F., Raffo C.A. (1999c). Detection of surface defects on thin metallic wires by geometrical conical diffraction. En *Wire & Cable Technical Symposium at Interwire 99*, Atlanta (EEUU). Wire Association International.
- [Sanchez-Brea et al., 1999d] Sanchez-Brea L.M., Siegmann P., Rebollo M.A., Bernabeu E. (1999d). An optical technique for the detection of surface defects on thin metallic wires. *Appl. Opt.*, **39** (4), 539–545.
- [Schmidt, 1976] Schmidt S. (1976). Ein beitrag zur erklärung der lichtbeugung am metallischen krieszylinder. *PTB-Mitteilungen*, **86** (4), 239–247.
- [Shannon, 1949] Shannon C.E. (1949). Communication in presence of noise. *Proc. IRE*, **37** (1), 20–21.

- [Sheppard y Wilson, 1978] Sheppard C.J.R., Wilson T. (1978). Depth of field in the scanning microscope. *Opt. Lett.*, **3** (3), 115–117.
- [Skwirzynski, 1981] Skwirzynski J.K., editor (1981). *Theoretical Methods for Determining the Interaction of Electromagnetic Waves with Structures*. Sijthoff & Noordhoff, Alphen aan den Rijn, The Netherlands.
- [Smith y Player, 1991] Smith P. F., Player M. A. (1991). Enhanced surface parametrization using maximum entropy signal processing of ultrasonic pulses. *Meas. Sci. Technol.*, **2**, 419–429.
- [Spiegel y Abellanas Rapun, 1988] Spiegel M. R., Abellanas Rapun L. (1988). *Formulas Y Tablas de Matemática Aplicada*. Serie de Compendios Shawn. McGraw-Hill.
- [Stamnes, 1986] Stamnes J.J. (1986). *Waves in Focal Regions*. Adam Hilger, Bristol.
- [Stefani et al., 1999] Stefani S.A., Nagarajah C.R., Willgoss R. (1999). A surface inspection technique for continuously extruded cylindrical products. *Meas. Sci. Technol.*, **10**, N21–N25.
- [Stein, 1999] Stein M. L. (1999). *Interpolation of Spatial Data, Some Theory for Kriging*. Springer-Verlag, Berlin.
- [Watson, 1918] Watson G.N. (1918). *Proc. Roy. Soc. Lond. A*, **83**.
- [Whitehouse, 1997] Whitehouse D.J. (1997). Surface metrology. *Meas. Sci. Technol.*, **8**, 955–972.
- [Whittaker, 1915] Whittaker E.T. (1915). On the functions which are represented by the expansion of interpolating theory. *Proc. Roy. Soc. Edinburgh*, **35**, 181–194.
- [Whittaker, 1929] Whittaker J. M. (1929). The fourier theory of the cardinal functions. *Proc. Math. Soc. Edinburgh*, **1**, 169–176.
- [Zarsav et al., 1987] Zarsav N., Baggs D. R. H., Hope A. D. (1987). Automated inspection in the pressworking industry using ultrasonic techniques. *Int. J. Production Res.*, **25**, 1171–1182.

Publicaciones del autor relacionadas con esta memoria

1. E. Bernabeu, I. Serroukh, L. M. Sanchez-Brea, (1999), A geometrical model for wire optical diffraction selected by experimental statistical analysis, *Opt. Eng.*, **38**(8) 1319-1325
2. L. M. Sanchez-Brea, J. A. Gomez-Pedrero, E. Bernabeu, Measurement of surface defects on thin steel wires by Atomic Force Microscopy, *Appl. Surf. Sci.*, **150** (1-4) (1999) 125-130
3. L. M. Sanchez-Brea, P. Siegmann, M. A. Rebollo, E. Bernabeu, (1999), An optical technique for the detection of surface defects on thin metallic wires, *Appl. Opt.* **39**(4) 539-545
4. L. M. Sanchez-Brea, P. Siegmann, E. Bernabeu, M. A. Rebollo, F. Perez-Quintan, C. A. Raffo, (2000), Detection of surface defects on thin metallic wires by geometrical conical diffraction, *Wire J. Intern.* **33**(8), 124-127
5. Commission of the European Community, (2000), *Surface structures on fine and ultra fine wires*, DEFCYL - SMT4-CT97-2184 (en prensa)
6. L. M. Sanchez-Brea, E. Bernabeu, On the standard deviation in CCD cameras: a variogram-based technique for non-uniform images, (en fase de revisión)
7. L. M. Sanchez-Brea, E. Bernabeu, Diffraction by cylinders illuminated in oblique, off-axis incidence, (En fase de revisión)
8. L. M. Sanchez-Brea, E. Bernabeu, Diffraction by cylinders with longitudinal structures, (En fase de revisión)

Otras publicaciones del autor

1. A. Garcia-Botella, M. I. Marques, L. M. Sanchez-Brea, F. J. Viñas, E. Bernabeu, (1996) Achromatism in a doublet zone plates, *Optik* **102**(1) 9-12
2. A. Garcia-Botella, L. M. Sanchez-Brea, D. Vazquez-Molini, E. Bernabeu, (1999), Modulation Transfer Function of translucent rough sheets, *Appl. Opt.* **38**(25) 5429-5432
3. L. M. Sanchez-Brea, J. A. Quiroga, A. Garcia-Botella, E. Bernabeu, (2000) Histogram-based method for contrast measurement of noisy fringe patterns *Appl. Opt.*, **39**(23) 4098-4106

Comunicaciones a congresos relacionadas con esta Memoria

1. E. Bernabeu, I. Serroukh, L. M. Sanchez-Brea “Criterio estadístico para la validación de modelos de difracción de un hilo”, *5 Reunión Nacional de Óptica*, Sociedad Española de Óptica, Valencia (1997) - Poster
2. L. M. Sanchez-Brea, P. Siegmann, E. Bernabeu, F. Perez-Quintian, M. A. Rebollo, C. A. Raffo “Medición de la rugosidad y localización de fallas en hilos metálicos por métodos ópticos”, *83 Reunión Nacional de Física*, Asociación de Física Argentina, La Plata, República Argentina (1998) - Comunicación oral
3. L. M. Sanchez-Brea, J. A. Gomez-Pedrero, P. Siegmann, E. Bernabeu “Clasificación de defectos superficiales en hilos de acero (diámetro 50-500 micras) por microscopías de fuerzas atómicas”, *1 Congreso Español de Microscopía de Efecto Tunnel, Fuerzas Atómicas y Técnicas Afines*, Barcelona (1998) - Poster
4. L. M. Sanchez-Brea, P. Siegmann, E. Bernabeu, M. A. Rebollo, F. Perez-Quintian, C. A. Raffo “Detection of surface defects on thin metallic wires by geometrical conical diffraction”, *Wire & Cable Technical Symposium at Interwire 99*, Wire Association International, Atlanta (1999) 527-530, Comunicación oral

5. L. M. Sanchez-Brea, J. A. Gomez-Pedrero, E. Bernabeu “Analysis and characterization of surface defects on thin steel wires by Atomic Force Microscopy”, *Wire & Cable Technical Symposium at Interwire 99*, Wire Association International, Atlanta (1999) 189-192, Comunicación oral
6. E. Bernabeu, H. Canabal, J. C. Martinez-Anton, L. M. Sanchez-Brea, D. Crespo, J. Alonso “Sistemas de metrología óptica industrial basados en dispositivos CCD”, *Reunión española de optoelectrónica, Optoel 99*, (1999) - Comunicación oral
7. L. M. Sanchez-Brea, “Detection of defects on thin metallic wires”, *Lamp Seminar, Winter College on Optics & Photonics*, Abdus Salam International Center for Theoretical Physics, Trieste (2000) - Comunicación oral
8. E. Bernabeu, H. Canabal, O. Esteban, J. A. Gomez-Pedrero, A. Gonzalez-Cano, J. C. Martinez-Anton, M. C. Navarrete, J. A. Quiroga, L. M. Sanchez-Brea, P. Siegmann “Sensores ópticos para el desarrollo y el control industrial”, *6ª Reunión Nacional de Óptica*, Medina del Campo (Valladolid), Septiembre 2000, 95-104, Comunicación oral
9. P. Siegmann, L. M. Sanchez-Brea, E. Bernabeu, “Método óptico para la caracterización superficial de hilos metálicos finos: comparación con técnicas convencionales”, *6ª Reunión Nacional de Óptica*, Medina del Campo (Valladolid), Septiembre 2000, 587-588, Poster

Otras comunicaciones científicas del autor

1. L. M. Sanchez-Brea, A. Garcia-Botella, J. A. Quiroga, D. Vazquez-Molini, E. Bernabeu “MTF de láminas rugosas mediante análisis del contraste por el histograma”, *6ª Reunión Nacional de Óptica*, Medina del Campo (Valladolid), Septiembre 2000, 451-452, Poster
2. L. M. Sanchez-Brea. P. Siegmann, E. Bernabeu, “Difracción por una rendija gruesa”, *6ª Reunión Nacional de Óptica*, Medina del Campo (Valladolid), Septiembre 2000, 589-590, Poster