

71-1993/10



**Interferencias de ondas esféricas  
por reflexiones múltiples en  
láminas transparentes: sensor  
óptico para el control automático  
del espesor.**

UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID  
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS  
REGISTRO DE LIBROS  
BIBLIOTECA

Nº REGISTRO 22.542

Memoria presentada por D. Agustín González Cano para optar al grado de Doctor en Ciencias Físicas por la Universidad Complutense de Madrid.

**Madrid, diciembre de 1993.**

*A mis padres.*

*A Alejandra.*

## *Agradecimientos*

Esta Memoria ha sido realizada en el Departamento de Óptica de la Facultad de Ciencias Físicas de la Universidad Complutense, bajo la dirección del Prof. Dr. Eusebio Bernabeu Martínez, Catedrático de la Facultad de Ciencias Físicas y Director del Departamento de Óptica.

Deseo agradecer especialmente al Prof. Dr. Bernabeu la dedicación que ha mostrado durante los años en que se ha desarrollado este trabajo, su comprensión ante los problemas y el elevado talante humano que ha manifestado en nuestra relación. Estoy en deuda con él por las muchas aportaciones que ha hecho a mi labor y por haberme permitido desarrollarme en el Departamento que él dirige, dándome toda clase de facilidades para ello.

Quisiera también mostrar mi reconocimiento a todos los miembros que forman el Departamento de Óptica, particularmente a mis compañeros de *La Cueva*, que me han proporcionado todo tipo de ayuda, científica y personal, y que han sabido mantener un ambiente agradable de trabajo y colaboración. Para el montaje y la realización de los experimentos me han sido útiles los consejos y la asistencia del Dr. Héctor Guerrero Padrón, de D. Fernando Carreño Sánchez y de D. José Miguel Boix Palacián.

Así mismo, deseo agradecer a D. Miguel Abad de VISCOFAN, Envolturas Celulósicas de Navarra, S.A., por su planteamiento inicial, su apoyo e información y también al Dr. Barrales, del Instituto del Plástico del C.S.I.C. por la provisión de muestras de espesor calibrado.

Durante la realización de esta Memoria he llevado a cabo tareas docentes en la Escuela Universitaria de Óptica de la Universidad Complutense. El compaginar investigación y docencia no es siempre sencillo. Por ello, me gustaría resaltar la gran importancia que ha tenido para mí encontrar en todo el personal de la Escuela un grupo de gran valor humano, que me ha

apoyado cuando se lo he requerido y con los que me une una fuerte relación de amistad. Aunque es injusto citar ningún nombre, me gustaría hacer constar mi especial agradecimiento al Dr. Miguel A. Antón Revilla y a D. Juan Carlos Martínez Antón, mis compañeros más cercanos y, por ello, los que más han compartido mis problemas; a D<sup>a</sup> Teresa Yonte Sanchidrián, por sus sinceras ofertas de colaboración y al Dr. José Alonso Fernández, por las muchas horas de conversaciones conmigo, científicas o no, para las que ha estado siempre bien dispuesto y que tanto me han aportado.

# Índice

<b>1. Introducción</b>	<i>pág.</i>
1.1. Objetivos generales.....	2
1.2. Descripción general y base física del sensor.....	7
Referencias.....	15
<b>2. Interferencias de ondas esféricas por reflexiones múltiples en láminas transparentes</b>	
2.1. La extracción de información de interferogramas.....	17
2.2. Tratamiento geométrico exacto.....	25
2.3. El modelo de fuentes virtuales: concepto y aplicación.....	35
2.4. Aplicación del modelo a una lámina plano-paralela.....	46
2.5. Aplicación del modelo a una muestra cilíndrica.....	58
2.6. Aplicación del modelo a una muestra general.....	73
2.7. Espesor eficaz.....	85
2.8. Relación entre interfranja y espesor. Aproximaciones.....	98
Referencias.....	108
<b>3. Método automático de reducción de franjas para sensores industriales</b>	
3.1. Introducción.....	110
3.2. Los detectores de imagen CCD.....	113
3.3. Adquisición y digitalización de datos.....	139
3.4. Características generales de la señal.....	146
3.4. Técnicas automáticas de análisis y validación en interferogramas.....	159
Referencias.....	194

<b>4. Resultados experimentales</b>	<i>pág.</i>
4.1. Dispositivo experimental.....	198
4.2. Resultados experimentales.....	215
4.3. Uso industrial del sensor.....	232
Referencias.....	235
<b>Conclusiones.....</b>	<b>236</b>
<b>Apéndice</b>	
Programas de adquisición y análisis de datos.....	241
Listados de los programas.....	245

# **Capítulo 1**

## **Introducción**

## ***1.1. Objetivos generales***

### **1.1.1. Los sensores en la industria**

En la última década se han ido incorporando a la producción industrial un número creciente de elementos controladores de diversa índole que buscan una mayor calidad en la producción, sin por ello ocasionar un coste adicional elevado a la misma o complicar excesivamente el proceso de fabricación.

Un *sensor* es un dispositivo capaz de dar información sobre una magnitud física. Generalmente, eso requiere que en el sensor exista un mecanismo o material que responda de forma variable, y preferiblemente lineal, ante el estímulo de la presencia de esa magnitud física. Existen muy diferentes tipos de sensores, de entre los cuales los *ópticos* son especialmente importantes.

En los sensores ópticos, la magnitud exterior produce un efecto óptico medible. Por ejemplo, en la interferometría, la diferencia de camino óptico entre los brazos de un interferómetro (diferencia que puede depender de esa magnitud física exterior) se traduce en una diferencia de fase entre los haces que interfieren y una modificación de la figura de interferencia obtenida. El conocimiento de esa figura puede proporcionarnos información sobre la magnitud en cuestión.

En §3.4.<sup>1</sup> se tratarán en detalle los condicionantes específicos de un sensor susceptible de ser usado en la industria. Podríamos englobar todos ellos en dos grandes grupos: aquellos relacionados con la **efectividad** del sistema y aquellos referidos al **coste** del mismo.

---

<sup>1</sup> Utilizaremos el símbolo § para referirnos a un apartado de esta Memoria. Las referencias bibliográficas se indican entre corchetes (por ejemplo, [1]) y se encuentran al final de cada capítulo.

Un sensor industrial debe ser ante todo competitivo, por lo que es imperativo que su coste sea el mínimo posible. Un diseño en el que la simplicidad sea el máximo objetivo permite en principio cumplir ese requisito. Por ello, se debe huir de montajes complicados o críticos, que no se adaptarían bien a las condiciones de trabajo habituales en la industria, que no son las de un laboratorio. Los componentes constitutivos del sensor habrán de ser baratos, de larga vida y reemplazamiento sencillo. Por último, un sistema de dimensiones reducidas es conveniente cuando va a ser incorporado a una línea de producción dentro de una planta industrial.

En cuanto a la efectividad del sistema, se debe conseguir una precisión aceptable (la impuesta por el propio proceso a controlar o por los requerimientos del fabricante) de un modo rápido y autónomo. La rapidez suele ser necesaria cuando se están realizando tareas de control de la producción, ya que es obligatorio conocer cualquier fallo en esta lo antes posible, en principio en tiempo real. La autonomía de funcionamiento es interesante siempre que el sistema deba funcionar en condiciones hostiles (una planta industrial) o en recintos poco accesibles y manejado por personal no necesariamente entrenado, que puede desconocer el fundamento físico y el funcionamiento interno del sensor.

También suele ser conveniente que el sistema sea automático. La popularización de los ordenadores personales (PCs) y los sistemas de adquisición y digitalización de datos ha permitido el desarrollo de un gran número de dispositivos completamente automáticos que hacen posible un control continuo de la producción industrial sin intervención humana. En concreto, la verificación de tolerancias en el producto debería llevarse a cabo de forma automática y en tiempo casi real, con lo que se evitaría que un producto defectuoso deba ser rechazado *después* de su producción, pudiendo ser rechazado *durante* la misma, lo que permitiría un ahorro de tiempo y materiales y alcanzar la máxima fiabilidad en el producto, el deseado *error cero*.

Hoy en día, la investigación en sensores afecta a innumerables campos de la ciencia y los resultados obtenidos crecen día a día. El aporte económico de las empresas y la colaboración entre estas y los centros de investigación hace posible que se desarrollen sensores de todo tipo para cada una de las necesidades particulares que se van suscitando. Nuestro trabajo se inscribe en esa tendencia general.

### 1.1.2. Campos de aplicación

En la producción de laminados y películas de materiales plásticos transparentes existe una creciente necesidad de establecer controles de calidad de la misma. Frecuentemente, dicha producción se desarrolla de forma continua en líneas que trabajan ininterrumpidamente, transformando la materia prima hasta alcanzar el producto final deseado.

Un ejemplo de ese tipo de industrias podría ser la de los envoltorios celulósicos. En ella, partiendo de viscosa se fabrican por extrusión cilindros de celulosa (de un espesor de decenas de micras) que son recogidos en grandes bobinas. La producción es ininterrumpida, por lo que si una muestra incumple las tolerancias fijadas y ese error no se detecta hasta el momento en que la bobina sale de la línea de producción, toda la bobina debe ser desechada. Por ello, un control de calidad en laboratorio con el producto terminado es extremadamente ineficaz. Es en este tipo de situaciones cuando un sensor automático que pueda funcionar *incluido* en la línea de producción tiene mayor aplicabilidad.

Si se diseña un sensor que sea capaz de medir los diferentes parámetros de interés en la muestra celulósica —por ejemplo, su espesor— en el momento en que esta se está produciendo, digamos, cuando sale del mecanismo de extrusión el "tubo" cilíndrico de celulosa, podemos evitar que un error en los procesos previos produzca muchos metros de muestra defectuosa. En el momento en que el incumplimiento de las tolerancias sea detectado, el sensor

puede dar la alarma —o incluso actuar él mismo sobre la producción de forma automática—, de manera que el error pueda ser subsanado.

Ése es el tipo de trabajo para el que sensor que se presenta en esta Memoria está concebido. Existe un gran número de campos de aplicación en la industria para un sensor de control automático de espesor como éste. Podemos citar los siguientes:

#### 1. Industrias del papel y la celulosa:

- ♦ fabricación de envoltorios celulósicos para embutición,
- ♦ fabricación de celofán.

#### 2. Industrias del vidrio:

- ♦ laminados pretensados (vidrios de seguridad),
- ♦ vidrios ópticos (cubres de microscopía, láminas de divisores de haz).

#### 3. Industrias del plástico:

- ♦ envoltorios y coberturas plásticas (polietilenos, acetatos, policarbonatos, etc.).

#### 4. Otras industrias:

- ♦ soportes de material fotográfico y fotorradiológico, control de deposición de emulsiones fotográficas (en este caso la longitud de onda de exploración utilizada no debe sensibilizar la emulsión),
- ♦ procesos de lubricación y aplicación de barnices, pinturas y otros tratamientos protectores (oxidación controlada, tratamiento de superficies por láser —microtemplado—, descarga de radiofrecuencia, etc.).

### 1.1.3. Objetivos

Los objetivos que hemos pretendido cumplir en este trabajo han sido:

- desarrollo de un método de medida que permita conocer el espesor de una lámina transparente de manera rápida, simple y precisa;
- desarrollo de un sistema que aplique el método anterior para realizar esa medida de forma automática;
- diseño de un dispositivo experimental en el que se apliquen los desarrollos precedentes que sirva como prototipo de un sensor industrial de control automático de espesor de láminas transparentes.

Se observa que hay dos tipos de trabajo, teórico y experimental, y que dentro de los desarrollos teóricos necesarios debemos distinguir dos clases:

- los que se ocupan del fenómeno físico que está en la base del sensor, que transforma una variación en el espesor de la muestra en una variación de otra magnitud;
- los que se ocupan del modo de medir esa otra magnitud de forma automática, esto es, de la transformación de los datos producto de la medida hasta la forma deseada por nosotros para conocer el espesor.

Hemos elegido como base física de nuestro sensor las interferencias de la luz producidas por reflexiones múltiples en las caras de las láminas transparentes. El análisis de la figura de interferencia va a permitir determinar el espesor de la muestra.

A continuación expondremos brevemente una serie de generalidades sobre ese fenómeno físico y justificaremos su elección. También ofreceremos una descripción general del funcionamiento del sensor.

## ***1.2. Descripción general y base física del sensor***

### **1.2.1. Generalidades sobre interferometría**

Es bien sabido que la luz se describe satisfactoriamente como una onda electromagnética. El carácter ondulatorio implica que pueda darse el fenómeno de la interferencia. La interferencia luminosa, siguiendo a W.H. Steel [1], la podemos definir del siguiente modo:

*La interferencia tiene lugar cuando la radiación luminosa sigue caminos distintos desde su fuente a su punto de detección. Puede describirse como el alejamiento de la intensidad resultante de la ley de adición pues, cuando se desplaza el punto de detección, el valor de la intensidad oscila en torno al valor de la suma de las intensidades separadas. Se observan, así, zonas brillantes y oscuras, denominadas franjas.*

El tratamiento teórico de la interferencia de la luz es bien conocido desde el siglo XIX. Una vez que Young mostró el fenómeno de la interferencia de los haces luminosos procedentes de dobles rendijas, la teoría ondulatoria de la luz desarrollada por Fresnel –brillantemente corroborada por los experimentos de Hertz, apoyados en la teoría electromagnética de Maxwell– permitió una descripción teórica satisfactoria de la cuestión.

Derivada de la interferencia es la técnica de la **interferometría**, en la actualidad uno de los más importantes métodos metrológicos de la Física experimental. Tras los experimentos de Michelson –que tan gran importancia tuvieron en la concepción de la Teoría de la Relatividad Restringida por A. Einstein– el número de campos de aplicación de esa técnica ha crecido enormemente. En W.H. Steel [2] se enumeran esos campos de aplicación.

La interferometría utiliza la interferencia de la luz como un *medio* para obtener información sobre alguna magnitud física que se desea medir. Así, se diseña un experimento físico de modo que una variación en los parámetros de un cierto sistema produzca una variación en una figura de interferencia. El conocimiento de ese interferograma<sup>2</sup> puede llevarnos a la determinación de los parámetros del sistema, una vez que se han establecido las relaciones teóricas que ligan esas variaciones. Un interferómetro es un sistema de medida que funciona de esa forma.

Una descripción general de la interferometría y de los múltiples interferómetros existentes excede, a nuestro entender, los propósitos de esta Introducción. La bibliografía sobre el tema es conocida y abundante. Por ejemplo, en la obra de M. Born y E. Wolf [2] se describe exhaustivamente un gran número de interferómetros, algunos de gran relevancia, como los de Michelson, Mach-Zender o Fizeau. En la ya citada obra de W.H. Steel se estudia el fenómeno de la interferencia de la luz con gran detalle y se proponen modelos teóricos de interés para el tratamiento de los interferómetros de dos haces y de haces múltiples. Las aplicaciones de Interferometría al campo de la producción de elementos ópticos se tratan en la recopilación de D. Malacara [3]. Además de las mencionadas, existen otras muchas referencias de interés, cuya enumeración nos parece innecesaria.

En la actualidad, la Interferometría es una disciplina en auge, especialmente desde la aparición de detectores como los CCD<sup>3</sup> y sistemas de digitalización y análisis automático de interferogramas. Es utilizada frecuentemente en sensores industriales, por su precisión y por su carácter de método no destructivo y de no contacto.

---

<sup>2</sup> Utilizamos el término *interferograma*, de amplia aplicación en la literatura, para designar la *figura de interferencia*; esto es, el conjunto de franjas alternativamente brillantes y oscuras que se producen cuando una experiencia de interferencia de la luz tiene lugar. Corresponde al término anglófono *interferogram*, que es completamente equivalente a *fringe pattern*. A lo largo de la Memoria usaremos indistintamente *interferograma*, *figura de interferencia* o simplemente *franjas* para designar esa realidad.

<sup>3</sup> *Charge-coupled Device*, dispositivo acoplado en carga. En §3.2. se describen con detalle ese tipo de detectores.

En nuestro caso, no vamos a optar por utilizar un interferómetro para la medida del espesor de las láminas transparentes en las que estamos interesados. Un montaje interferométrico lleva aparejado indefectiblemente un alineamiento bastante crítico de los elementos independientes que lo forman, de modo que quede garantizado que los haces que interfieren lo hagan efectivamente y además que el camino óptico recorrido por cada uno de ellos sea el deseado. Esa necesidad de precisión en el alineamiento hace desaconsejable el uso de ese tipo de sensores en la industria, en la que las condiciones de operación no son especialmente favorables.

Sin embargo, sí nos vamos a valer de la interferencia de la luz. Lo vamos a hacer de manera sencilla. Si un haz de luz incide sobre una lámina transparente, parte de él se refleja en la primera cara y parte se refracta. El haz refractado sufre el mismo proceso en la segunda cara. El fenómeno se reproduce alternada e indefinidamente, con lo que a la salida disponemos de una serie de haces reflejados internamente un cierto número de veces. Esos haces interfieren entre sí, produciendo un interferograma *que depende del espesor de la lámina*. El estudio de ese interferograma nos va a permitir determinar ese espesor.

El montaje para conseguir ese interferograma es muy sencillo, lo que le hace aconsejable para la industria. Así mismo, la precisión y la rapidez de un sensor basado en ese fenómeno resultan ser suficientemente buenas para los requisitos habituales en los sensores industriales. La elección, pues, de las interferencias de la luz como base física de nuestro sensor —que, así, será un *sensor óptico interferencial*— queda plenamente justificada. Pasaremos ahora a describir la forma concreta que daremos a nuestro *sensor óptico interferencial para el control automático de espesor de láminas transparentes*.

### 1.2.2. Descripción general del sensor

Como hemos dicho, hemos elegido como fenómeno físico básico de nuestro sensor la interferencia de la luz, concretamente la interferencia ocasionada por las reflexiones múltiples de una onda esférica entre las caras de la lámina a estudio. El interferograma producido de ese modo será diferente cuando la lámina en la que la luz ha sufrido las reflexiones internas cambie alguna de sus características (espesor, índice de refracción). La primera tarea en la que debemos trabajar queda así fijada. Hemos de hallar una relación teórica entre el espesor óptico de una lámina transparente y el interferograma que se produce del modo que acabamos de describir.

Una vez determinada esa relación, hay otro campo de trabajo. Si pretendemos que el sensor actúe de forma automática, hemos de encontrar la forma de conocer las características del interferograma y *extraer* de ellas los parámetros que sean de interés para conocer, utilizando la relación teórica hallada previamente, el espesor de la muestra. Es evidente que la mera existencia del interferograma o su observación visual no son suficientes para inferir el valor de la magnitud que deseamos medir. Es necesario establecer un método de medida que permita esa extracción de información del interferograma.

Para ello, hemos en primer lugar de *detectar* la figura de interferencia, esto es, transformar la intensidad de luz variable que constituye el interferograma en una señal eléctrica (si bien existirían otras posibilidades, sólo una señal eléctrica hace posible un análisis automatizado como el que se requiere en nuestro caso). Una vez dispongamos de esa señal, hemos de *digitalizarla* e introducirla en un ordenador. En ese ordenador deben existir unos *algoritmos* que *procesen* esa señal y extraigan de la información en bruto (digamos, una serie de valores de voltaje) la información realmente deseada (como se verá, en nuestro caso será simplemente el periodo espacial de las franjas). Con esa información y las relaciones teóricas podemos obtener el espesor óptico de la muestra.

Una vez finalizado todo ese estudio teórico —en el cual hemos conseguido resultados novedosos de cierto interés— aplicaremos los conocimientos obtenidos a un dispositivo experimental con un doble objetivo: comprobar la validez de nuestros cálculos teóricos y probar que estos pueden ser aplicados en un sensor industrial como el que nos proponíamos al comenzar la Memoria.

Habremos, pues, de diseñar un *sistema productor de franjas*, en el cual se incluirá una fuente de luz y una óptica, de modo que se obtenga un interferograma que, por medio de un *sistema de detección, adquisición y digitalización* será convertido en una información inteligible para un PC en el que un *sistema de análisis* lo someterá a una serie de transformaciones cuyo resultado final será el valor del espesor de la muestra.

El esquema general del sensor se muestra en la figura 1.1. A lo largo de la Memoria se desarrollarán todas las cuestiones aquí expuestas. Los desarrollos tenderán a tratar los problemas con generalidad, sin circunscribirnos a las circunstancias concretas del sensor que se pretende desarrollar. De ese modo todos los resultados obtenidos, además de ser útiles en nuestro sensor, tendrán otros campos de aplicación. En el apartado siguiente se detalla el modo en que esos contenidos se distribuyen en la Memoria.

### 1.2.3. Estructura de la Memoria

De acuerdo con lo dicho en §1.2.2., hemos trabajado en tres aspectos diferentes, a los cuales se consagra cada uno de los capítulos de esta Memoria.

Así, en el capítulo 2 se aborda la cuestión de las *Interferencias de ondas esféricas por reflexiones múltiples en láminas transparentes*, fenómeno físico que constituye la base del sensor. En ese capítulo se propone un modelo teórico aproximado basado en la Óptica geométrica que simplifica grandemente la formulación de ese tipo de problemas, lo que resulta de interés cuando

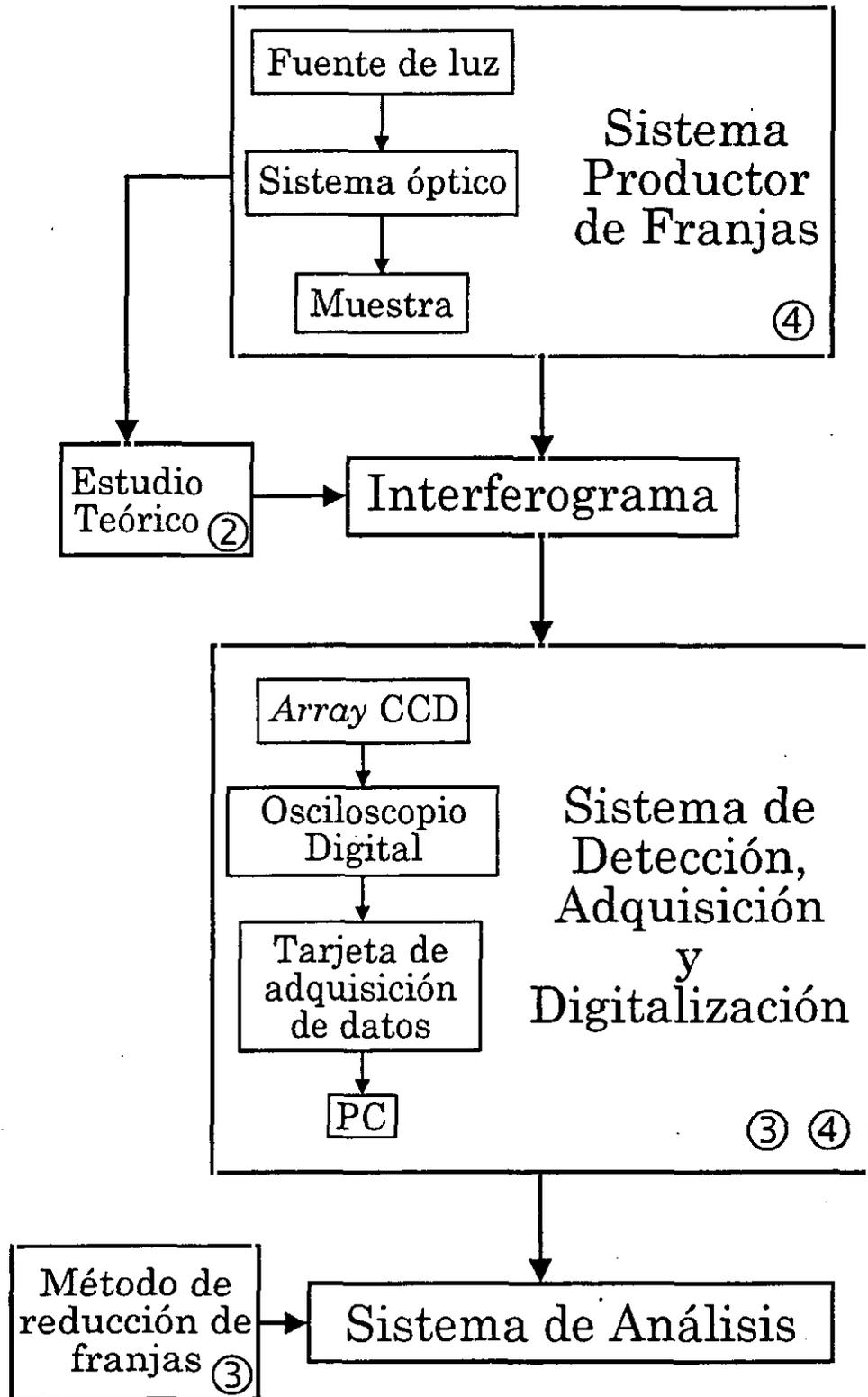


Figura 1.1. Esquema general del sensor. Los números corresponden a los capítulos de la Memoria en los que se tratan las diversas cuestiones.

se utiliza la interferencia de la luz para la medida rápida y automática de magnitudes físicas. Se aborda la cuestión para diferentes geometrías de la lámina y se proponen otras aproximaciones aceptables en la práctica que hacen aún más sencillo el tratamiento. Así mismo, y a título de ejemplo se muestra como una de esas aproximaciones —el *espesor eficaz*— puede ser provechosa en un tema diferente al de nuestro sensor, como es el de la caracterización de muestras por reflectometría espectroscópica.

En el capítulo 3 se propone un *Método automático de reducción de franjas para sensores industriales*. Comenzamos con una exposición de la tecnología necesaria para la detección y digitalización de los interferogramas —detectores de imagen CCD, osciloscopios digitales, tarjetas de adquisiciones de datos, ordenadores—. También se describen ciertas generalidades sobre tratamiento de la señal y técnicas de reducción de ruido. Por último, en §3.5., se desarrolla el método de reducción de franjas diseñado por nosotros para su utilización en el sensor y que, por su versatilidad, puede ser también aplicado en otras muchas situaciones. Por medio de ese método conseguimos extraer de un interferograma aproximadamente sinusoidal contaminado con ruidos de diferente procedencia el valor del periodo espacial de las franjas. Esa magnitud se puede relacionar de forma teórica por medio de los desarrollos del capítulo 2 con el espesor de la muestra. Así, combinando los resultados de los capítulos 2 y 3 podemos conocer a partir de una cierta figura de interferencia el espesor óptico de una lámina transparente.

En el capítulo 4 se aplican esos tratamientos a un dispositivo experimental y se obtienen una serie de resultados experimentales que los confirman y muestran como realizar un sensor con los requerimientos expuestos anteriormente. Tras la descripción de los elementos del montaje de laboratorio exponemos brevemente los resultados más significativos.

Por último, en el **Apéndice** se ofrece información adicional, fundamentalmente los listados de los programas informáticos que hemos desarrollado para el análisis del interferograma.

## *Referencias del capítulo 1*

1. W.H. Steel, *Interferometry*, 2ª ed., Cambridge University Press, Cambridge, 1983, p.1.
2. W.H. Steel, *op.cit.*, p.2.
3. M. Born, E. Wolf, *Principles of Optics*, 6ª ed. corregida, Pergamon Press, Oxford, 1989.
4. D. Malacara (ed.), *Optical Shop Testing*, 2ª ed., John Wiley & Sons, New York, 1992.

## **Capítulo 2**

# **Interferencias de ondas esféricas por reflexiones múltiples en láminas transparentes**

## ***2.1. La extracción de información de interferogramas***

### **2.1.1. Uso de las interferencias en las medida de magnitudes físicas**

Como hemos visto en §1.2., históricamente, las técnicas interferenciales e interferométricas han sido la base de múltiples instrumentos de medida de diversas magnitudes físicas. Pretendemos en esta Memoria desarrollar una teoría de la extracción de información de interferogramas que permita una formulación abstracta del problema sin atender a la forma concreta del experimento físico productor de interferencias. Dicha teoría mostrará su utilidad en los apartados posteriores, cuando sea aplicada a la medida automática de espesores de láminas transparentes.

Consideremos un conjunto de magnitudes  $b_j$ ,  $j=1,2\dots B$ , propias de un sistema físico cualquiera. Imaginemos que concebimos un modo de producir un interferograma que dependa de las magnitudes  $b_j$ . Dicho interferograma será observado en un plano y caracterizado por una función  $I(x,y,z)$  que describe el valor de la intensidad de luz en cada punto del espacio. Por lo dicho, la forma concreta de la función  $I$  depende de  $b_j$ :

$$I(x, y, z) = [I(x, y, z)](b_1, b_2, \dots, b_B) . \quad (2-1)$$

El conocimiento de la teoría de interferencias de ondas electromagnéticas hace posible, en principio, el conocimiento de la dependencia descrita por (2-1). Así mismo, un montaje experimental adecuado permitirá medir los valores de  $I$  en una región del espacio, mediante el uso de un detector de luz. Un acuerdo correcto entre los valores teóricos y experimentales de  $I$  mostrará que el modelo elegido para describir el experimento interferencial

ha sido el adecuado. En principio, podemos asumir que dicho acuerdo se producirá al menos de forma aproximada.

Partimos entonces de una expresión (2-1) cuyo miembro de la izquierda tiene un valor conocido. Puesto que estamos interesados en la determinación de las  $b_j$ , o al menos de parte de ellas, nos enfrentamos ante un problema de inversión. Desearíamos disponer de un conjunto de  $B$  ecuaciones

$$b_j = b_j[I(x, y, z)], \quad j = 1, 2 \dots B, \quad (2-2)$$

de tal modo que la medida de  $I$  nos permitiera, mediante la aplicación de las expresiones (2-2), la determinación de las magnitudes  $b_j$ .

Sin embargo, el problema planteado en esos términos, implica una dificultad demasiado grande. Tanto el hecho de ser necesario un conocimiento exhaustivo de la función  $I$ , como la complejidad del proceso de inversión requerida, hacen inviable la aplicación de este esquema para la medida de magnitudes mediante el uso de interferencias.

En realidad, la información que necesitamos extraer del interferograma es bastante menor. Imaginemos que caracterizamos al mismo mediante un conjunto de parámetros  $u_i$ ,  $i=1, 2 \dots U$ , los cuales pueden en principio medirse experimentalmente. Como ejemplo de dichos parámetros podemos citar el periodo espacial de las franjas, el contraste de las mismas, el valor promedio de  $I$ , etc. El modo de medir dichos parámetros no será contemplado aquí, y constituye en sí misma una importante área de investigación, sobre todo cuando la medida ha de hacerse de modo automático como en nuestro caso. La cuestión del tratamiento de interferogramas se aborda en profundidad en el capítulo 3.

Es evidente que para que esa descripción del patrón de franjas mediante los  $u_i$  sea suficiente, aquel no debe ser excesivamente complicado. Supongamos que es así. En tal caso, la ecuación (2-1) se transforma en un conjunto de  $U$  ecuaciones

$$u_i = u_i(b_j), \quad i = 1, 2 \dots U; \quad j = 1, 2 \dots B. \quad (2-3)$$

El conocimiento teórico de las expresiones (2-3) será posible si se pueden determinar analíticamente los parámetros  $u_i$  a partir de la función  $I$ . Dicha determinación puede ser complicada en muchos casos aunque para un interferograma suficientemente sencillo podemos suponerla posible. De nuevo podremos comprobar el acuerdo entre teoría y experimento, ya que hemos supuesto que los  $u_i$  pueden medirse.

Resta ahora invertir las relaciones (2-3), con la obtención de  $B$  expresiones

$$b_j = b_j(u_i), \quad j = 1, 2 \dots B; \quad i = 1, 2 \dots U \quad (2-4)$$

a partir de las cuales podemos alcanzar el objetivo inicial, la determinación de las magnitudes  $b_j$ .

El caso ideal es aquel en el que  $B=U=1$ . El experimento físico en el que se producen las interferencias debe estar diseñado, siempre que ello sea posible, de modo que se dé esa situación. En ese caso, la medida experimental de un único parámetro  $u$  y el empleo de una única ecuación  $b=b(u)$  proporcionarían el conocimiento de la magnitud  $b$ . Eso implica que el resto de las magnitudes físicas que intervienen en el experimento puedan ser controladas durante la realización del mismo.

Podríamos por tanto esquematizar todo lo dicho sobre el uso de las interferencias en la medida de magnitudes físicas como se muestra en la figura 2.1.

Así pues, el diseño de un dispositivo interferencial de medida conlleva un importante trabajo teórico y experimental, que podemos resumir en las siguientes tareas:

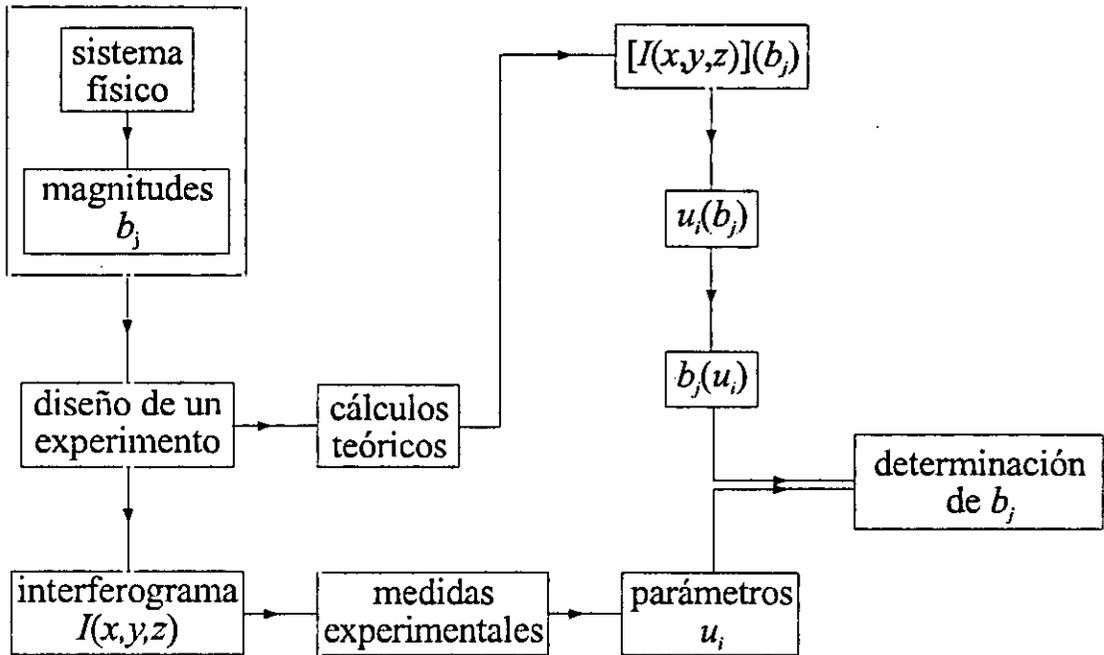


Figura 2.1. Esquema del proceso de inversión de datos y ajuste teoría-experiencia

- ♦ diseño de un experimento en el que se produzca un patrón de franjas interferenciales que dependa de unas ciertas magnitudes propias de un sistema físico,
- ♦ obtención de una relación teórica entre la distribución de intensidad de luz en el interferograma y las magnitudes del sistema,
- ♦ desarrollo de técnicas de medida para la obtención experimental de la distribución de luz en el interferograma o, preferiblemente, para la medida experimental de algún o algunos parámetros característicos del interferograma,
- ♦ obtención de una relación teórica entre los parámetros característicos del interferograma y las magnitudes del sistema,
- ♦ inversión de la relación anterior, para obtener la dependencia entre las magnitudes a determinar y los parámetros medidos.

En lo que sigue de este capítulo se realizarán los desarrollos teóricos, posponiendo para los capítulos 3 y 4 la descripción de las técnicas de medida y de obtención experimental de información de los interferogramas. En §2.1.2. se adaptarán los planteamientos generales de este apartado al problema concreto que se aborda en esta Memoria. En §2.2. se acomete la formulación teórica de ese problema. Puesto que los resultados son complicados, en §2.3. se introduce un modelo que simplifica considerablemente los cálculos y que permite una formulación abstracta compacta que resulta ser ideal para su aplicación en sensores automáticos. Ese modelo es aplicado en §2.4. a las láminas plano-paralelas, en §2.5. a las cilíndricas y en §2.6. a una lámina de geometría general. En §2.7. se introduce el concepto de espesor eficaz, que facilita aún más el tratamiento de muestras de geometrías complicadas. Por último, en §2.8. se aborda el problema de la inversión de las relación entre los parámetros del interferograma y las magnitudes del sistema, a través de una serie de ajustes y aproximaciones. Durante todo el capítulo se hace un uso frecuente de simulaciones numéricas que permiten justificar los diferentes métodos empleados.

### **2.1.2. Medida de espesor de láminas transparentes**

El esquema general desarrollado en el apartado precedente es intencionalmente abstracto y pretende cubrir todas las opciones posibles. Nuestra Memoria se centra en un caso concreto de aplicación de las interferencias. Estamos interesados en medir y controlar de forma automática el espesor de láminas transparentes.

El experimento para la producción de franjas es sencillo. Si hacemos incidir sobre la lámina un haz láser focalizado sobre la cara superior de la misma, las reflexiones internas del haz entre las caras de la lámina producen una serie de haces emergentes que interfieren entre sí, produciendo un patrón de franjas no localizadas que son observadas por reflexión.

De ese interferograma mediremos experimentalmente la interfranja o periodo espacial de las franjas, del modo que se describirá en el capítulo 3. Como se verá, el conocimiento de dicho parámetro característico, que denotaremos por  $T$  será suficiente para la determinación del espesor, que llama-

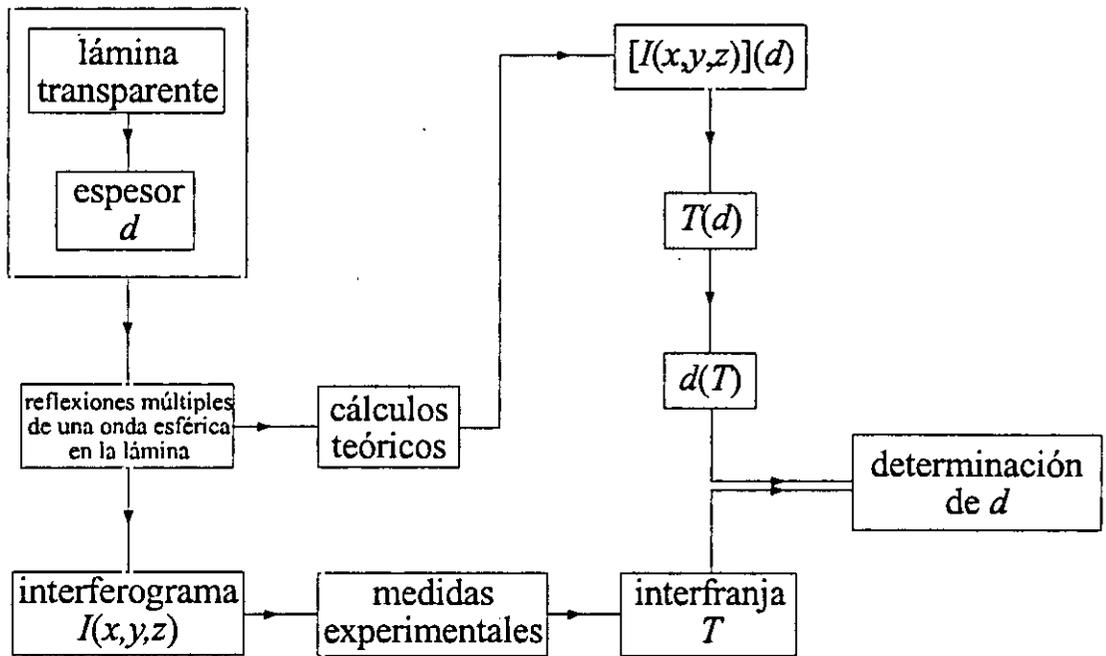


Figura 2.2. Esquema del proceso de obtención del espesor de la lámina.

remos  $d$ . Podemos entonces adaptar el esquema general de la figura 2.1 a este caso (figura 2.2).

En este capítulo vamos a ocuparnos de los llamados *cálculos teóricos*.

Podemos esquematizar el proceso de cálculo que vamos a abordar del modo que muestra la figura 2.3.

Mediante este esquema abordaremos la cuestión del *estudio de las interferencias producidas por reflexiones múltiples de ondas esféricas entre las caras de una lámina delgada transparente de cualquier geometría*. Este problema no es en sí novedoso, pero carece hasta la fecha de una formulación compacta como la que proponemos más adelante en esta Memoria. Esa

formulación cobra su auténtico valor cuando se plantea la necesidad de un análisis automático de interferogramas, para el que es precisa la existencia de algoritmos sencillos y de relaciones entre las magnitud a medir y los parámetros del interferograma lo más simples posible. El sensor de control automático de espesor que se presenta en esta Memoria es un ejemplo de como formulaciones como la desarrollada aquí hacen posible el diseño de sistemas de medida eficientes, rápidos y autónomos.

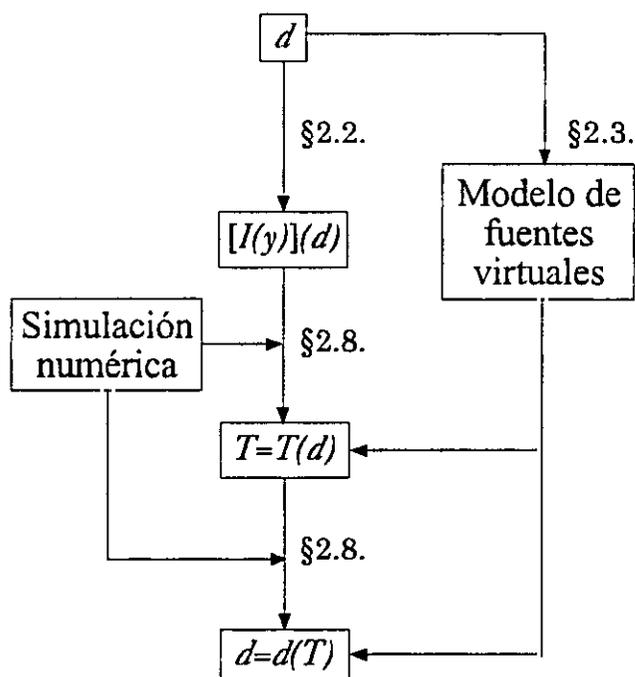


Figura 2.3. Esquema del proceso de cálculo teórico.

El esquema de la figura 2.3 presenta una bifurcación. La línea principal corresponde al tratamiento exacto (entendiendo por él un tratamiento geométrico que no requiera más aproximaciones que esa: la reducción de la luz a un conjunto de rayos). Ese tratamiento se aborda en §2.2. y nos conduce a una formulación poco apropiada para los requisitos mencionados anteriormente. Por el contrario, la otra línea, que incluye el uso de un modelo de fuentes virtuales puntuales y equidistantes, modelo aproximado pero viable en la práctica, permite un tratamiento más compacto que resulta idóneo

para su implementación en algoritmos de ordenador. Es la generalización del uso de un modelo como éste la mayor aportación teórica de esta Memoria.

Ambas líneas, no obstante, confluyen en el problema de la determinación teórica de las dependencias entre los parámetros del interferograma y las magnitudes del sistema, tanto en forma directa (relaciones tipo 2-3) como inversa (tipo 2-4). Se requieren entonces aproximaciones y ajustes basados en el uso de simulación numérica.

Mediante la combinación de los cálculos analíticos y los resultados numéricos se pueden alcanzar diversas relaciones de complejidad decreciente entre  $T$  y  $d$ , que harán posible la implementación de los algoritmos de tratamiento necesarios para el buen funcionamiento del sensor objeto de esta Memoria.

## 2.2. Tratamiento geométrico exacto

### 2.2.1. Planteamiento del problema

Nos proponemos estudiar aquí la forma del interferograma que se produce cuando una onda esférica incide sobre una lámina transparente delgada (de un espesor de decenas de micras) y se refleja internamente entre sus caras. Tomaremos el haz como focalizado perfectamente sobre la cara superior. El haz se supone de divergencia  $2\chi$  y se considera que el rayo central forma un ángulo  $\theta_0$  con la normal en el punto de incidencia. Vamos a tratar inicialmente una lámina plano-paralela, aunque en los apartados posteriores extenderemos nuestros resultados a muestras de cualquier geometría. Como se verá entonces, en los rangos de espesores y radios manejados, las diferencias entre muestras de geometrías diversas son escasamente importantes y fáciles de tratar teórica y prácticamente. Un conocimiento correcto del fenómeno utilizando una lámina plano-paralela es suficiente para nuestras necesidades.

El haz incidente se refleja y se transmite en la primera y segunda caras de la lámina. Las reflexiones múltiples sufridas por el haz entre las caras de la lámina dan lugar a una serie de haces que interfieren entre sí, lo que ocasiona un patrón de franjas no localizadas, tanto en los haces transmitidos como reflejados. Supondremos que observamos el interferograma correspondiente a la reflexión en un plano perpendicular al avance del haz emergente que se ha reflejado en la cara superior (el que llamaremos *haz 0*). Tomaremos el punto de incidencia del haz inicial en la lámina como origen de nuestro sistema de coordenadas, asignando el eje  $z$  a la dirección del haz  $0$ , el eje  $y$  al perpendicular a éste en el plano definido por el haz incidente y la normal y el eje  $x$  al perpendicular a estos. Todo ello se muestra en la figura 2.4 (página siguiente). Puesto que el problema es simétrico en la dirección  $x$ , el plano de trabajo será, pues, el  $yz$ .

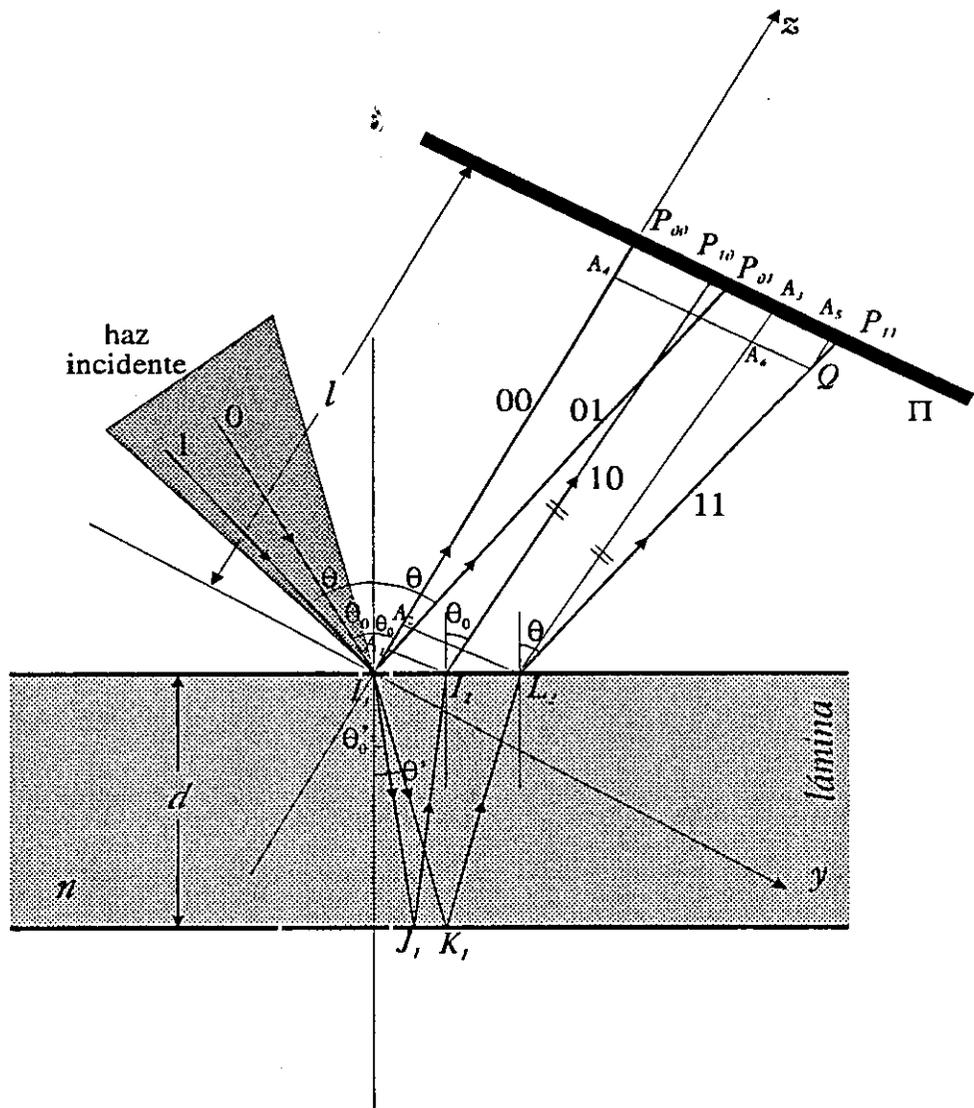


Figura 2.4.

La lámina se considera de espesor  $d$  y la distancia del plano de observación al origen es  $l$ . El índice de refracción de la lámina se representa por  $n$ . A lo largo de los desarrollos teóricos nos centraremos fundamentalmente en la determinación de  $d$ , considerando que el resto de los parámetros presentes en el problema se conoce con una buena aproximación. El planteamiento podría invertirse, y la magnitud desconocida podría ser otra, como  $n$  ó  $\theta_0$ , en cuyo caso todos los cálculos podrían ser fácilmente adaptados a esa necesidad. No obstante, en las estimaciones numéricas sobre la validez del modelo

y en las pruebas experimentales de la aplicación concreta de los resultados teóricos a nuestro dispositivo, se estudia el error introducido en la medida por la incertidumbre en la determinación de cualquiera de los parámetros presentes en el problema.

### 2.2.2. Base teórica del tratamiento geométrico del problema

Vamos a afrontar un problema que pertenece a la Óptica ondulatoria a través de una formulación exclusivamente geométrica. Hemos de justificar ese criterio.

Nos proponemos considerar el haz esférico incidente como un conjunto de rayos que forman un ángulo  $\theta$  variable con la normal, siendo

$$\theta_0 - \chi \leq \theta \leq \theta_0 + \chi. \quad (2-5)$$

Sin embargo, para obtener la forma del interferograma nos es imprescindible formular el problema a través de la Óptica ondulatoria, ya que la onda final emergente tendrá una amplitud suma de la amplitudes de las ondas que interfieren coherentemente (esta coherencia está garantizada por el uso de un haz láser y las pequeñas diferencias de camino óptico manejadas).

La Óptica de rayos o geométrica y la Óptica ondulatoria están relacionadas entre sí por una serie de resultados básicos que permiten la transformación de una en otra de modo sencillo y riguroso. A continuación mencionamos dichos resultados, estableciendo de paso la nomenclatura que utilizaremos en lo sucesivo.

Un sistema de curvas que llena una porción de espacio de tal modo que en general una sola curva pasa por cada punto de la región se denomina una *congruencia*. Si existe una familia de superficies que cortan

ortogonalmente a cada curva de la congruencia esta se denomina *normal*. Si todas las curvas de la congruencia son líneas rectas, se la denomina *rectilínea*.

La Óptica geométrica considera un haz de luz (en definitiva, una onda electromagnética) como un conjunto de *rayos*, curvas perpendiculares a los frentes de onda geométricos definidos por la ecuación del eikonal. Dichos rayos deben satisfacer a su vez una ecuación que, para un medio material homogéneo e isótropo resulta ser

$$\nabla \times \mathbf{s} = 0, \quad (2-6)$$

donde  $\mathbf{s}$  es el vector tangente al rayo en cada punto. La ecuación (2-6) es una condición suficiente para que las curvas que la satisfagan configuren una congruencia normal rectilínea [1]. Por lo tanto, en nuestro estudio trataremos solamente con congruencias normales de rayos.

Por el teorema de Malus, una congruencia normal de rayos sigue siendo normal tras cualquier número de reflexiones y refracciones. A la superficie perpendicular a las direcciones de todos los rayos que forman la congruencia se le denomina frente de onda. El camino óptico entre dos frentes de onda es el mismo para todos los rayos [2].

Una fuente puntual de luz  $O$  produce una onda esférica con centro en  $O$ , que podemos representar por una congruencia de rayos en la dirección de los radios de esa esfera. Una congruencia de ese tipo se denomina *homocéntrica*. Una congruencia homocéntrica deja de serlo en general tras una refracción o reflexión. Esto significa que, en la mayoría de los casos, una superficie refractora o reflectora no es estigmática, ya que una congruencia homocéntrica tras la refracción o la reflexión tendría un frente de onda esférico, cuyo centro  $O'$  resultaría ser la imagen estigmática de  $O$ . Por ello, los frentes de onda emergentes de una refracción o reflexión tendrán ecuaciones más complicadas que las de una esfera, pero, por lo dicho en el párrafo

anterior, disponemos de la seguridad de que el carácter normal de la congruencia no se ha perdido.

Por otro lado, el desfase entre dos frentes de onda que, proviniendo de la misma fuente, han seguido trayectorias distintas es proporcional a la diferencia de camino óptico entre ambos [3]. Este resultado hace posible la determinación de la forma del frente de onda producido por la interferencia de varios haces de rayos.

Se observa pues que un tratamiento geométrico puede resultar aceptable. Es por otro lado ventajoso, ya que permite una serie de aproximaciones y formulaciones que resultan, como se verá, convenientes para una automatización de medidas basadas en interferogramas.

En el apartado siguiente procederemos al cálculo de la ecuación de los frentes de onda emergentes en nuestra situación.

### 2.2.3. Cálculo del frente de onda

En la figura 2.4 se ha mostrado la situación estudiada, así como los diferentes parámetros empleados. Se trata de determinar los frentes de onda emergentes tras las sucesivas reflexiones internas del haz inicial dentro de la lámina. Puesto que el problema es engorroso, nos limitaremos a mostrar los resultados obtenidos para una lámina plano-paralela y para sólo dos haces emergentes, resultados que generalizaremos posteriormente.

Hemos optado por designar cada haz emergente por un número que indica las reflexiones internas sufridas por él dentro de la lámina. Así, el haz reflejado directamente en la cara superior es el 0, el transmitido y reflejado en la interior es el 1, etc. Para cada haz se estudian dos rayos, a saber, el rayo central (aquel que en el haz inicial forma el ángulo  $\theta_0$  con la normal en el punto de incidencia,  $I_1$ ), que siempre se denota por 0 (tendremos así rayos

00, 10, 20, etc.) y un rayo genérico que corresponde al que inicialmente formaba un ángulo  $\theta$  con la normal en  $I_1$ , que se denota por 1 (rayos 01, 11, 21,...). Como se sabe,  $\theta$  ha de cumplir (2-5). Por lo tanto, el rayo  $ij$  corresponde a un número de reflexiones internas  $i$  ( $i=0,1,2...$ ) y será el rayo central para  $j=0$  y un rayo genérico para  $j=1$ .

Vamos a observar el interferograma en el plano  $\Pi$ , perpendicular al haz 0 (esto es, al eje  $z$ ) y situado a una distancia  $l$  de  $I_1$ . El plano  $\Pi$  tiene como ecuación  $z=l$  en nuestro sistema de coordenadas. Llamaremos  $P_{ij}$  al punto de corte del rayo  $ij$  con el plano  $\Pi$ .

La onda incidente es esférica, con centro en el punto  $I_1$ . El haz 0 presenta un frente de onda igualmente esférico, ya que una superficie reflectora plana es estigmática. El haz 1, en cambio, no corresponde en general a una onda esférica, aunque, como ya hemos dicho, podemos asegurar que el conjunto de rayos denotados por 11 forma una congruencia normal. Haces reflejados internamente un número mayor de veces reciben un tratamiento esencialmente idéntico al presentado aquí para el haz 1.

La ecuación de la curva formada por la intersección del frente de onda correspondiente al haz 0 que incluye el punto  $P_{00}$  con el plano de trabajo  $yz$  es

$$y^2 + z^2 = l^2. \quad (2-7)$$

Para calcular el frente de onda correspondiente al haz 1 que incluya el punto  $P_{01}$  hemos de considerar caminos ópticos iguales para los rayos 01 y 11. Llamaremos  $Q$  a un punto del rayo 11 tal que

$$[I_1 J_1 I_2 P_{01}] = [I_1 K_1 L_2 Q] , \quad (2-8)$$

donde [...] indica camino óptico.

Esos caminos ópticos vienen dados por

$$[I_1 J_1 I_2 P_{01}] = n(I_1 J_1 + J_1 I_2) + I_2 P_{01} , \quad (2-9)$$

$$[I_1 K_1 L_2 Q] = n(I_1 K_1 + K_1 L_2) + L_2 Q . \quad (2-10)$$

Se tiene

$$I_1 J_1 = J_1 I_2 = \frac{d}{\cos \theta'_0} , \quad (2-11)$$

$$I_1 K_1 = K_1 L_2 = \frac{d}{\cos \theta'} , \quad (2-12)$$

$$I_2 P_{01} = A_1 P_{00} = l - I_1 A_1 = l - I_1 I_2 \sin \theta_0 . \quad (2-13)$$

Como

$$I_1 I_2 = 2d \tan \theta'_0 , \quad (2-14)$$

se cumple

$$I_2 P_{01} = l - 2d \tan \theta'_0 \sin \theta_0 , \quad (2-15)$$

con lo que, finalmente,

$$L_2 Q = 2nd \left[ \frac{1}{\cos \theta'_0} - \frac{1}{\cos \theta'} \right] + l - 2d \tan \theta'_0 \sin \theta_0 . \quad (2-16)$$

La ecuación (2-16) nos indica qué puntos  $Q$  cumplen la condición (2-8), es decir, es la ecuación del frente de onda.

Si queremos expresar esa ecuación en nuestro sistema de coordenadas hemos de hallar las coordenadas de  $Q$ , que denotaremos por  $(0, y_Q, z_Q)$ . Se tendrá

$$y_Q = A_4 Q = P_{00} A_5 , \quad (2-17)$$

$$z_Q = I_1 A_4 . \quad (2-18)$$

Por medio de relaciones geométricas podemos obtener esos valores:

$$y_Q = A_4 A_6 + A_6 Q = L_2 A_2 + L_2 Q \sin(\theta - \theta_0) = 2d \tan \theta' \cos \theta_0 + L_2 Q \sin(\theta - \theta_0) , \quad (2-19)$$

$$z_Q = I_1 A_2 + A_2 A_4 = I_1 A_2 + L_2 Q \cos(\theta - \theta_0) = 2d \tan \theta' \sin \theta_0 + L_2 Q \cos(\theta - \theta_0) . \quad (2-20)$$

Sustituyendo el valor de  $L_2 Q$  dado por (2-11) se llega a las expresiones finales

$$y_Q = 2d \tan \theta' \cos \theta_0 + \left[ 2nd \left( \frac{1}{\cos \theta'_0} - \frac{1}{\cos \theta'} \right) + l - 2d \tan \theta'_0 \sin \theta_0 \right] \sin(\theta - \theta_0) , \quad (2-21)$$

$$z_Q = 2d \tan \theta' \sin \theta_0 + \left[ 2nd \left( \frac{1}{\cos \theta'_0} - \frac{1}{\cos \theta'} \right) + l - 2d \tan \theta'_0 \sin \theta_0 \right] \cos(\theta - \theta_0) . \quad (2-22)$$

Los ángulos  $\theta'_0$  y  $\theta'$  vienen dados por la ley de Snell:

$$\sin \theta = n \sin \theta' ; \sin \theta_0 = n \sin \theta'_0 . \quad (2-23)$$

Por lo tanto, (2-21) y (2-22) serían las ecuaciones paramétricas de la curva correspondiente al corte del frente de onda buscado con el plano de trabajo,  $yz$ , con  $\theta$  como parámetro.

El cálculo de los frentes de onda para un número de reflexiones internas superior a 1 es esencialmente igual a éste. Puede tenerse en cuenta el hecho de que el haz 2 no es más que el haz 1 reflejado internamente una vez más, con lo que el tratamiento anterior es válido partiendo del haz 1 como haz 0 (es decir, equivale a una traslación del origen en las ecuaciones anteriores de  $I_1$  a  $I_2$ ).

La forma del frente de onda producido por la interferencia de todos los haces  $i$  emergentes se determinará teniendo en cuenta que el desfase de

cada haz respecto del haz 0 es proporcional a la diferencia de camino óptico entre ambos. Por ello, si consideramos un punto genérico  $P$  del plano  $\Pi$  de coordenadas  $(0, y, l)$ , el desfase sufrido por el haz  $i$  vendrá dado por

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \{ [I_1 K_1 L_2 K_2 \dots K_i L_{i+1} P] - [I_1 P] \} , \quad (2-24)$$

donde  $K_m, L_m$  son los sucesivos puntos de incidencia del rayo  $i1$  en la cara inferior y superior de la lámina, respectivamente y  $\lambda$  es la longitud de onda de la radiación incidente. El desfase de las ondas determina la forma de las franjas en el interferograma, que representaremos por la función  $I(y)$ , la intensidad de luz recogida en el plano  $\Pi$ .

Dicha intensidad corresponderá a una figura de interferencia de la forma

$$I(y) = A(y) + B(y) \cos \delta(y) , \quad (2-25)$$

de modo que el periodo de las franjas depende de la diferencia de camino óptico de las ondas que interfieren [4]. Por medio de la expresión (2-24) podríamos llegar a calcular la forma exacta del interferograma para los dos frentes de onda considerados. Aumentar el número de frentes de ondas no supone un problema, viéndonos obligados entonces a sumar un número  $N$  de amplitudes, cada una de ellas desfasadas un factor  $\delta$ :

$$a_{tot} = a_0 + a_1 e^{i\delta} + a_2 e^{i2\delta} + \dots , \quad (2-26)$$

donde  $a_j$  representa la amplitud del haz  $j$ -ésimo, esto es, del haz que se ha reflejado internamente  $j$  veces. La amplitud decrece con el número de reflexiones internas, ya que la reflectividad de las caras de la lámina no es del 100%.

De este modo, se observa que un tratamiento geométrico exacto del problema nos proporciona, al menos en principio, la forma del interferograma. Es bien cierto que si uno realiza los cálculos de ese modo llega a expresiones bastante complicadas, que no incluiremos aquí por no sernos de utilidad, además de no suponer una novedad. Esa complejidad hace aconsejable el

desarrollo de caminos alternativos para afrontar el problema. En ese marco se inscribe la aproximación consistente en la adopción de un modelo de fuentes virtuales puntuales y equidistantes que se describe en los próximos apartados.

## ***2.3. El modelo de fuentes virtuales: concepto y aplicación***

### **2.3.1. Justificación de la necesidad del modelo**

En §2.1.1. se ha expuesto una teoría de la extracción de información del interferograma basada en las ecuaciones (2-3) y (2-4). Los resultados de §2.2., como se ha visto, pueden proporcionarnos relaciones de ese tipo, pero implican una complicación excesiva. Por otro lado, el cálculo expuesto corresponde a una única situación: la de la muestra plano-paralela. Otras geometrías de la muestra requerirían una deducción particular, tanto más compleja cuanto más nos alejemos de la lámina plano-paralela.

El uso de un modelo alternativo, aproximado pero aceptable en la práctica, como el de fuentes virtuales, que aquí se introduce, permitirá que se cumplan dos objetivos fundamentales:

- ♦ simplificación de las relaciones entre la función que describe la distribución de luz en el interferograma y las magnitudes propias de la muestra,
- ♦ obtención de fórmulas de validez general, independiente de la geometría de la muestra.

Retomemos la línea argumental de §2.1. En nuestro experimento, descrito en §2.1.2., podemos identificar a las magnitudes  $b_j$  del modo que aparece en la tabla 2.1 (página siguiente).

Como se observa, existen dos tipos de magnitudes distintas, las dependientes del montaje y las dependientes de la lámina. Supondremos que las dependientes del montaje,  $b_4, \dots, b_8$ , se pueden conocer con suficiente aproximación y variar a voluntad. Esto no es una afirmación excesivamente arriesgada, ya que  $l$  es fácilmente medible y manipulable (basta con

desplazar el detector de imagen) y el haz es conocido de antemano, con lo que  $\chi$  y  $\lambda$  pueden ser medidos con precisión. En cuanto a  $\theta_0$ , el ángulo de incidencia en la muestra, sí puede producir algún problema de determinación, sobre todo con láminas no planas. Se realizarán estudios sobre la importancia de ese parámetro en el resultado final (encaminados también a la optimización del proceso de medida), pero lo más aconsejable es que quede convenientemente fijado por la propia naturaleza del montaje experimental. Así, un  $\theta_0 = \pi/4$  rad produciría un haz 0 perpendicular al incidente y de ese modo  $\Pi$  sería paralelo a la dirección incidente, lo que es fácil de implementar experimentalmente. Una elección de ese tipo puede hacer despreciables los problemas acarreados de la determinación de  $\theta_0$ .

Tabla 2.1.

Dependientes de la lámina		Dependientes del montaje	
$b_1$	$d$	$b_5$	$\theta_0$
$b_2$	$n$	$b_6$	$\chi$
$b_3$	$\rho_1$	$b_7$	$\rho_1$
$b_4$	$\rho_2$	$b_8$	$\rho_2$

[ $\rho_1$  y  $\rho_2$  representan los radios de curvatura de la primera y segunda caras de la muestra no plana;  $\lambda$ , la longitud de onda de la radiación incidente]

Por lo dicho, consideraremos  $I(y)$  como función esencialmente de  $b_1, \dots, b_4$ . El parámetro del interferograma en el que estamos interesados es el periodo  $T$ , con lo que la ecuación equivalente a (2-3) es en este caso de la forma

$$T = T(d, n, \rho_1, \rho_2). \quad (2-27)$$

Observemos que la dependencia es complicada *a priori*, ya que aparece una dependencia explícita con la geometría de la muestra, dada a través de sus radios de curvatura,  $\rho_1$  y  $\rho_2$ . Si fuera posible la inversión, la relación entre el espesor y la interfranja, esto es, la expresión equivalente a (2-4) es de la forma

$$d = d(T, n, \rho_1, \rho_2), \quad (2-28)$$

con lo que uno de los objetivos enunciados al comienzo de este apartado –la obtención de leyes válidas para toda geometría– no se cumple siguiendo este proceso. Por otro lado, nada garantiza aún que la ecuación (2-27) sea fácil de obtener ni simple en su forma, ni que la inversión dada por (2-28) sea posible.

Así, una aplicación del método directo, dado por la línea principal del diagrama de flujo de la figura 2.3 no parece ser prometedora. Utilicemos entonces la bifurcación.

El modelo de fuentes virtuales corresponde en esencia a un cambio de variable. Dicho cambio de variable es drástico, con lo que sólo es posible de un modo aproximado. Introduzcámoslo ahora de modo abstracto y veamos a qué consecuencias lleva.

Podemos concebir una serie de variables auxiliares  $e_n = e_n(b_j)$ ,  $n=1,2,\dots,s$ ;  $j=1,2,\dots,8$ ; tales que la dependencia de  $T$  con ellas fuera más sencilla que la dada por (2-27):

$$T = T(e_1, e_2, \dots, e_s). \quad (2-29)$$

Un cambio de variable de ese tipo puede ser aconsejable, pero puede acarrear problemas similares a los derivados de (2-27). Imaginemos que podemos englobar toda la dependencia de  $T$  con las magnitudes propias de la muestra en un único parámetro que denotaremos por  $e$ :

$$T = T(e), \quad (2-30)$$

de modo que conocemos la relación entre  $e$  y  $b_i$ ,  $i=1,2,3,4$ ,

$$e = e(b_i). \quad (2-31)$$

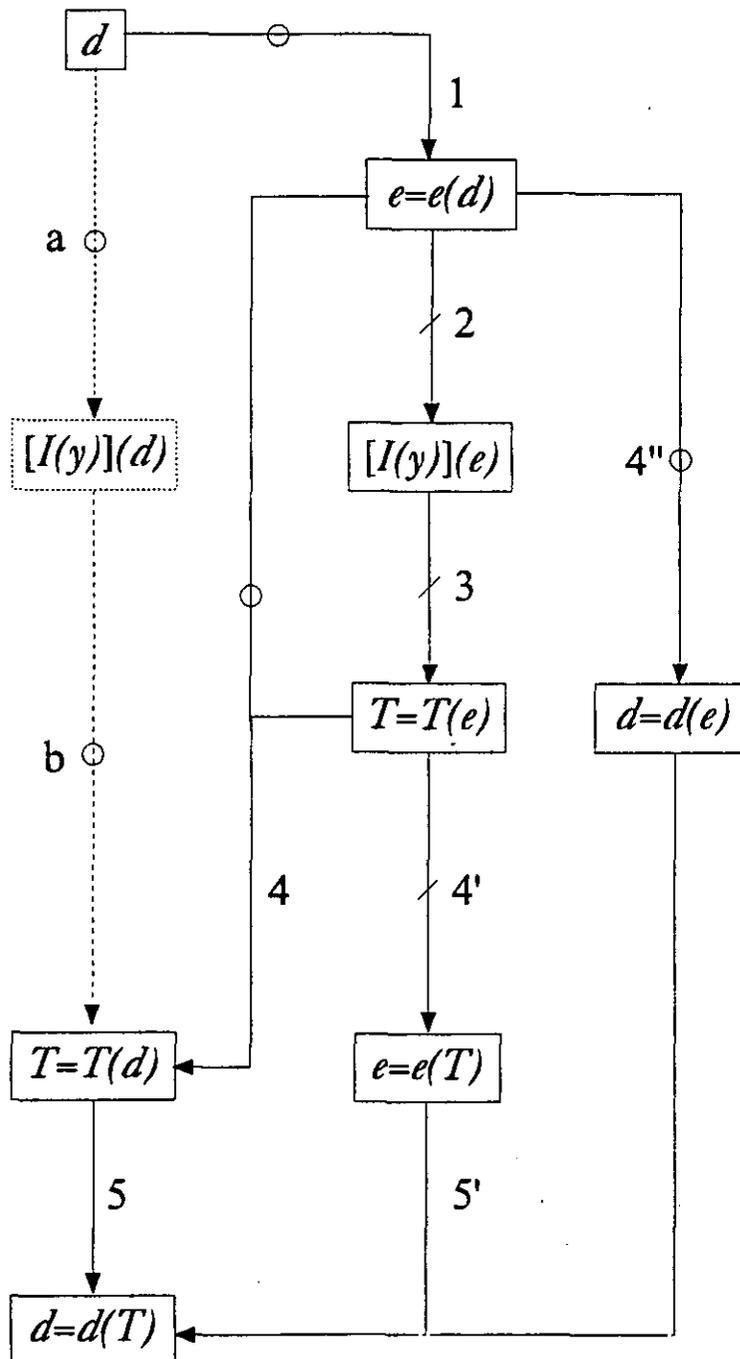
De ese modo, dispondríamos de una expresión de  $T$  como función únicamente de los parámetros propios del montaje y  $e$ . Si eso es posible, podemos desarrollar una teoría general válida para muestras de cualesquiera

características obteniendo (2-30), una ley independiente de las propiedades particulares de la muestra. Un uso posterior de relaciones tipo (2-31) adaptaría el resultado general a cada muestra concreta, con una geometría, espesor o índice de refracción dados. Si (2-30) es aceptablemente sencilla, un cambio de variable de este tipo haría posible la consecución de los dos objetivos impuestos en este apartado.

A través del modelo de fuentes virtuales puntuales podremos, como vamos a ver, obtener una relación del tipo (2-30) de un modo aproximado, y conocer expresiones del tipo (2-31) para las principales geometrías de la muestra.

Podemos esquematizar lo que supone el uso de un modelo como el de fuentes virtuales del modo que aparece en la figura 2.5, que completa la figura 2.3 (página siguiente). Se observa que todo cambio de parámetros supone un alejamiento de la línea recta que ofrece un tratamiento exacto. Sin embargo, los pasos parciales que supone el uso del modelo son más sencillos que los pasos *a* y *b*. El modelo proporciona expresiones del tipo (2-30), siendo la separación entre fuentes virtuales el parámetro *e* a través del cual se expresa la dependencia con la muestra. Ello se demuestra en §2.3.3. El modelo en sí se describe en §2.3.2.

En la figura se muestra el trabajo teórico que conlleva la adopción del modelo. El paso 1 corresponde a la obtención de ecuaciones del tipo (2-31) para las diferentes geometrías de la muestra. El paso 2 es independiente de la geometría (la característica fundamental del modelo es esa independencia, que hace que gran parte de los desarrollos teóricos fundamentales no deban hacerse cada vez que nos enfrentamos a una muestra nueva) y se lleva a cabo en este mismo apartado (§2.3.3.). El paso 3 exige un tratamiento aproximado o numérico, que se aborda en §2.8. Existen, como se ve en la figura, dos posibles caminos a partir de ese punto. El paso 4 implica los mismos problemas de inversión que tuviera el tratamiento exacto, ya que vuelve a la línea principal del diagrama de flujo. Es aconsejable sólo para



**Figura 2.5.** Diagrama de flujo de los cálculos teóricos con y sin utilización del modelo de fuentes virtuales. Los diferentes pasos se identifican según el siguiente código:

- > con modelo de fuentes virtuales
- - - -> sin modelo de fuentes virtuales
- > dependiente de la geometría de la muestra
- /—> independiente de la geometría de la muestra

relaciones del tipo (2-31) sencillas. La línea  $4'+4''+5'$  explota las buenas características del modelo de un modo más efectivo, ya que la inversión se lleva a cabo en dos pasos, uno de ellos general (4') y otro particular para cada geometría (4''). Este último no es fácil, pero queda simplificado con la introducción del concepto de espesor eficaz, que se discute en §2.7. Con todo ello, una serie de aproximaciones y ajustes válidos permiten alcanzar la expresión final  $d(T)$  del modo más sencillo posible.

### 2.3.2. Fundamentos del modelo

Como ya se ha dicho, una congruencia normal de rayos sigue siéndolo tras un número cualquiera de refracciones y reflexiones. Sin embargo, si partimos de una onda esférica, que origina una congruencia normal homocéntrica, la congruencia resultante ya no es homocéntrica en general. Así, el conjunto de rayos que configura el haz de salida 1, por ejemplo, no tiene porque incluir un punto común a todos los rayos. Ello es debido a que una superficie refractora no es en todos los casos estigmática, con lo que la imagen del punto objeto inicial no tiene porque ser un punto.

En §2.2. se ha calculado la ecuación del frente de onda asociado al haz 1. Si dicho haz fuera homocéntrico con centro en un punto  $S$  cualquiera y nos limitásemos a considerar para la interferencia los haces 0 y 1, sería equivalente el considerar dos ondas esféricas con centro en  $I_1$  y  $S$ . La ecuación de una onda esférica es conocida [4], con lo que sería muy sencillo obtener la forma de la figura de interferencia recogida en  $\Pi$ .

Llevando más lejos la analogía, sería deseable que no sólo el haz 1, sino todos los haces emergentes, pudieran tratarse (de forma aproximada, obviamente) como ondas esféricas con centro en un conjunto de puntos conocidos,  $S_1, S_2, \dots, S_j, \dots$  (donde  $S_0 \equiv I_1$ ), que llamaremos *fuentes virtuales*.

La cuestión no solamente estribaría en que ello fuera posible (lo que se conocerá estimando numéricamente el alejamiento del frente de onda real obtenido en §2.2. de un frente ideal esférico) sino en que el conjunto de puntos  $S_i$  estén situados de tal modo que la suma de amplitudes necesaria para el cálculo del interferograma no sea complicada.

En un artículo ya citado [5], Flanders y Lyszczarz utilizan este principio para un cálculo similar. En su caso, no obstante, no hay ninguna refracción, con lo que el estigmatismo es riguroso (una superficie reflectora plana es estigmática) y el modelo de fuentes virtuales es directamente aplicable. Allí, todos los haces emergentes son esféricos y es trivial comprobar que sus fuentes virtuales son puntos que están alineados sobre la normal en el punto de incidencia y son equidistantes entre sí.

Al intentar adaptar ese planteamiento a nuestras necesidades, nos vemos obligados a observar una serie de precauciones.

En primer lugar, no hemos de olvidar que la presencia de refracciones en nuestro problema hace que todo modelo que esté basado en fuentes virtuales puntuales sea aproximado, con lo que la primera medida a tomar será discutir la validez del modelo.

Por otro lado, si aceptamos que en nuestro caso el modelo conduce también a *fuentes virtuales puntuales equidistantes situadas sobre la normal en el punto de incidencia* con un grado de aproximación aceptable, no podremos emplear la expresión para la distancia entre fuentes utilizada por los mencionados autores, debido a la presencia de las refracciones. Llamaremos en general  $E$  a la separación entre fuentes virtuales. Habremos de calcular  $E$  para los diferentes casos. Esa cuestión se trata en §2.4., §2.5. y §2.6.

La situación real no es tan sencilla, ya que, en el mejor de los casos, se deberá hablar de fuentes virtuales extensas para congruencias no homocéntricas. Sin embargo, como se verá, las reducidas dimensiones reales de esas

fuentes no puntuales hace que el modelo en su versión más fuerte sea aceptable en la práctica.

Expongamos entonces en que consiste el modelo propuesto:

*Definición 2.1.* Diremos que aplicamos el modelo de fuentes virtuales en su versión más fuerte si consideramos que los haces emergentes producidos por las reflexiones internas múltiples de una onda esférica en una lámina transparente de cualquier geometría son ondas esféricas cuyos centros son puntos equidistantes entre sí situados sobre la normal al punto de incidencia inicial de la luz sobre la lámina y aceptamos ese planteamiento para el cálculo del interferograma producido por la interferencia de todos esos haces.

### 2.3.3. Consecuencias de la aplicación del modelo: cálculo de $I(y)$ .

Nos concentraremos ahora en extraer las consecuencias de una supuesta validez del modelo, mostrando como simplifica todos los cálculos relativos a la obtención teórica del interferograma, y probando que un modelo así permite alcanzar relaciones del tipo (2-30), dejando para más adelante la discusión sobre la validez del mismo en el caso que nos ocupa.

Consideremos un conjunto en principio infinito de puntos  $S_j$ , alineados sobre la normal en  $I_1$ , equidistantes entre sí, con una separación entre ellos dada por  $E$ , cada uno de ellos emisor de una onda esférica. Esas ondas esféricas interfieren entre sí para dar lugar a un interferograma en el plano  $\Pi$ . Si denominamos  $a$  a la amplitud del haz original;  $r_1$ ,  $r_2$  a los factores de reflexión de la primera y segunda caras de la lámina, respectivamente y  $\tau$  a la transmisividad de la cara superior, la amplitud de un haz proveniente de la fuente virtual  $S_j$  recogida en un punto  $P$  del plano  $\Pi$  será

$$ar_1^{j-1} r_2^j \tau^2 \frac{\exp(i\kappa R_j)}{R_j}, \quad (2-32)$$

donde  $\kappa$  es el número de ondas de la radiación incidente,  $\kappa=2\pi/\lambda$ , y  $R_j$  es la distancia entre  $S_j$  y  $P$ .

Vamos a interesarnos por la intensidad de luz en puntos de la recta

$$\begin{cases} x = 0 \\ z = l \end{cases}, \quad (2-33)$$

ya que nos limitamos al plano  $\Pi$  ( $z=l$ ) y sólo estamos interesados por el periodo espacial de las franjas. Como quiera que siempre que  $y$  sea pequeña las franjas son aproximadamente rectilíneas, equidistantes y perpendiculares al eje  $y$ , podemos obviar la dependencia en  $x$  e imponer  $x=0$  (plano  $yz$ ).

Admitiendo (2-32) y suponiendo conocidas las coordenadas de las fuentes virtuales

$$(0, Y_{S_j}, Z_{S_j}) \quad (2-34)$$

( $S_j$ , por lo dicho, también estará sobre el plano  $yz$ ), la expresión para  $R_j$  será

$$R_j(y) = [(y - Y_{S_j})^2 + (l - Z_{S_j})^2]^{1/2}. \quad (2-35)$$

La posición de  $S_j$  se podrá obtener, con mera trigonometría, a partir de  $E$  y  $\theta_0$  (obsérvese que  $S_0 \equiv I_1$ , que es el origen de coordenadas, con lo que  $S_j$  está a  $jE$  del origen en la dirección de la normal, la cual está determinada por  $\theta_0$ ), por lo cual

$$R_j = R_j(l, \theta_0, E). \quad (2-36)$$

La intensidad recogida en un punto  $P$  del plano  $\Pi$  será la suma de todas las amplitudes de los haces reflejados internamente  $j$  veces, con  $j=1,2,\dots,\infty$ , además del haz 0, no transmitido en la primera cara; es decir,

$$I(y) = \alpha^2 \left| r_1 \frac{\exp(ikR_0)}{R_0} + \sum_{j=1}^{\infty} r_1^{j-1} r_2^j \tau^2 \frac{\exp(ikR_j)}{R_j} \right|^2 \quad (2-37)$$

Se observa que de (2-37) podría obtenerse una expresión para  $T$ , buscando aquellos puntos en los cuales la intensidad fuera, por ejemplo, mínima, y computando las distancias entre dichos puntos:

$$T = \frac{1}{(M-1)} \sum_{i=2}^M (m_i - m_{i-1}), \quad (2-38)$$

donde  $m_i, i=1,2..M$  son las posiciones de los mínimos.

El promedio obtenido por (2-38) da una estimación del periodo espacial de las franjas (estas, al menos en las condiciones de medida que vamos a imponer —y pequeña—, son aproximadamente equidistantes, con lo que esa distancia será igual para todas ellas). Ese cálculo analítico es posible, aunque resulta engorroso y, como se verá, innecesario. Admitamos que lo llevamos a cabo e investiguemos de qué depende  $T$ . La dependencia en los factores de reflexión y transmisión no es real, ya que afectan sólomente al valor de la intensidad en los máximos, no a la posición de los mismos. Otro tanto puede decirse de  $\alpha$ . Quedan  $\kappa$  (es decir,  $\lambda$ ) y  $R_j$ , cuya dependencia viene expresada por (2-36). Por lo tanto, de todo lo dicho hemos llegado a una expresión del tipo

$$T = T(E; l, \theta_0, \lambda). \quad (2-39)$$

Como puede verse (2-39) es del tipo de (2-30), que era lo que pretendíamos inicialmente, ya que el único parámetro dependiente de las características de la muestra que aparece en ella es  $E$ . Si ahora conseguimos determinar la relación correspondiente entre  $E$  y  $b_1, \dots, b_4$ , es decir, una relación tipo (2-31), habremos conseguido formular el problema de las interferencias de un modo compacto y práctico dentro del marco de la aproximación descrita por la definición 2.1.

En el apartado siguiente se estudia el caso de la lámina plano-paralela a través de este modelo y los resultados se comparan con los obtenidos en §2.2., demostrándose la validez de la aproximación realizada.

## 2.4. Aplicación del modelo a una lámina plano-paralela

### 2.4.1. Cálculo de $E$

Vamos a calcular la posición de las fuentes virtuales puntuales a una lámina plano-paralela. Suponemos que nos encontramos en condiciones de aplicar la definición 2.1. Consideremos un rayo que incide con un ángulo  $\theta_0$ , que correspondería al rayo central de un haz como el utilizado en §2.2. Calcularemos el punto de corte de la dirección de los sucesivos rayos emergentes con la recta normal en el punto  $I_1$  y admitiremos que todos los rayos de los diferentes haces pueden tomarse como provenientes de ese punto. Utilizamos el mismo sistema de coordenadas y la misma notación que en §2.2. (figura 2.6).

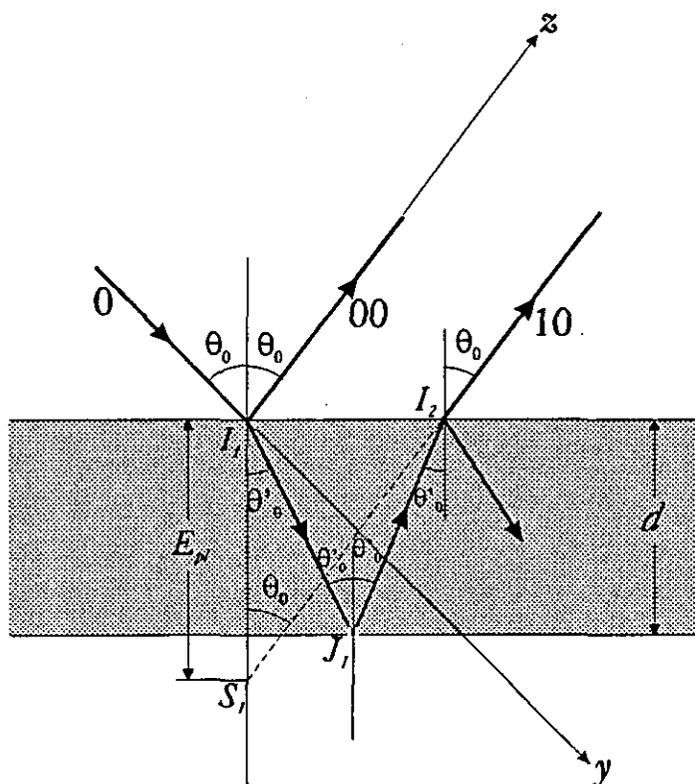


Figura 2.6. Cálculo de  $E_{pl}$ .

La posición de la fuente virtual,  $S_1$ , será

$$(0, E_{pl} \sin \theta_0, -E_{pl} \cos \theta_0), \quad (2-40)$$

donde  $E_{pl}$  (*pl* indica *plana*) es la distancia a lo largo de la normal entre  $I_1$  y  $S_1$ . El valor de  $E_{pl}$  se obtiene por consideraciones geométricas. Se tiene, del triángulo  $I_1 S_1 I_2$ ,

$$E_{pl} = \frac{I_1 I_2}{\tan \theta_0}, \quad (2-41)$$

pero, por (2-14),

$$I_1 I_2 = 2d \tan \theta'_0, \quad (2-42)$$

con lo que

$$E_{pl} = 2d \frac{\tan \theta'_0}{\tan \theta_0}. \quad (2-43)$$

Esa expresión puede simplificarse aplicando la ley de Snell, que liga  $\theta_0$  y  $\theta'_0$  (ecuación (2-23)), obteniéndose

$$E_{pl} = 2d \left[ \frac{1 - \sin^2 \theta_0}{n^2 - \sin^2 \theta_0} \right]^{1/2}, \quad (2-44)$$

que, para el caso particular  $\theta_0 = \pi/4$  rad resulta ser

$$E_{pl}(\theta_0 = \pi/4) = \frac{2d}{\sqrt{2n^2 - 1}}. \quad (2-45)$$

Se observa que para una muestra plana la distancia  $E$  entre la fuente virtual puntual y el origen es proporcional a  $d$ . Así, la relación tipo (2-29) que se da en este caso es la más sencilla posible. Eso hace que la medida de espesor por medio de este modelo sea sencilla para láminas plano-paralelas, razón por la cual introduciremos en su momento un procedimiento —el *espesor equivalente*— para poder tratar cualquier muestra como plana por medio de un factor de conversión.

Si admitimos el modelo de fuentes virtuales que describe la definición 2.1. la onda resultante de una reflexión interna sería una onda esférica con origen en  $S_1$ . De igual modo se podrían efectuar cálculos relativos a los haces reflejados internamente un número mayor de veces (figura 2.7).

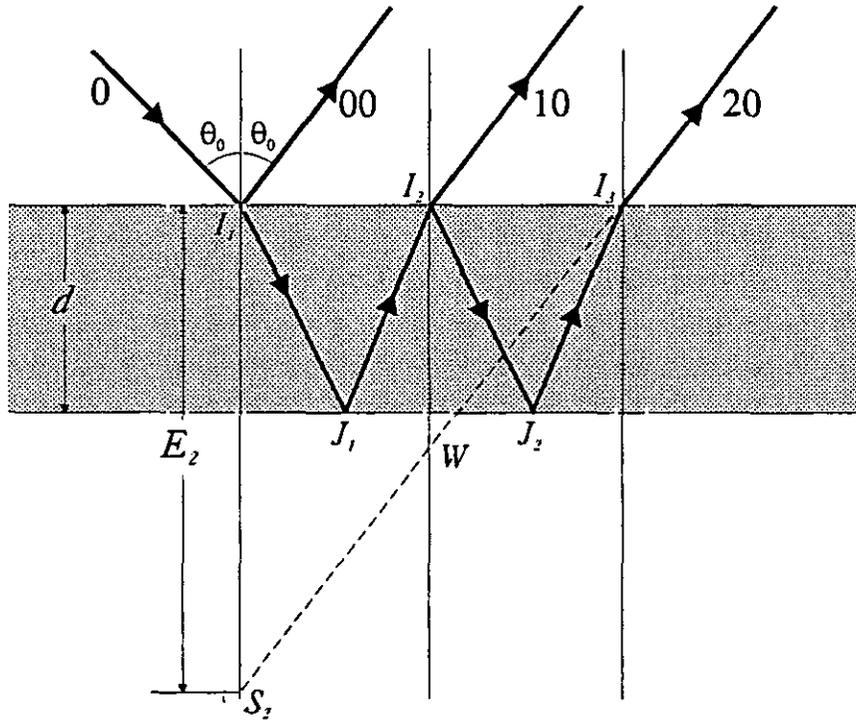


Figura 2.7. Muestra plana: segunda reflexión interna

Por consideraciones elementales se observa que el haz 20 producirá una fuente virtual  $S_2$  que estará situada a  $2E_{pl}$  de  $I_1$ . En efecto, el haz 20 es equivalente a un haz que ha partido del punto  $I_2$  y ha sufrido una reflexión interna, con lo que, por los mismos cálculos que acabamos de realizar,  $I_2W = E_{pl}$ , y, teniendo en cuenta la semejanza de los triángulos  $I_1I_3S_2$  e  $I_2I_3W$ , se tiene

$$\frac{E_2}{E_{pl}} = \frac{I_1I_3}{I_2I_3} = \frac{I_1I_2 + I_2I_3}{I_2I_3} = \frac{2I_2I_3}{I_2I_3}, \quad (2-46)$$

donde se ha utilizado que, por evidente simetría,  $I_1I_2 = I_2I_3$ . De ese modo, queda probado que el haz  $j0$  tendrá su fuente virtual  $S_j$  a una distancia  $jE_{pl}$  de  $I_1$ , y la equidistancia entre fuentes virtuales se cumple en este caso.

Las coordenadas de la fuente puntual  $S_j$  vienen dadas por

$$Y_{S_j} = jE_{pl} \sin \theta_0 , \quad (2-47)$$

$$Z_{S_j} = -jE_{pl} \cos \theta_0 . \quad (2-48)$$

De ese modo, consideraremos una serie de ondas esféricas, de ecuación

$$(y - Y_{S_j})^2 + (z - Z_{S_j})^2 = (S_j P_{j0})^2 , \quad (2-49)$$

con  $j=0,1,\dots,\infty$ , siendo  $P_{j0}$  el punto de corte entre el rayo que ha incidido con ángulo  $\theta_0$  y ha sufrido  $j$  reflexiones internas y el plano  $\Pi$ . Denominamos  $y_{j0}$  a la coordenada  $y$  de  $P_{j0}$ . Su coordenada  $z$ , por estar en  $\Pi$ , es igual a  $l$ . Es obvio de la figura 2.4 que

$$y_{j0} = Y_{S_j} = jE_{pl} \sin \theta_0 . \quad (2-50)$$

Por lo tanto, la distancia  $S_j P_{j0}$  -que es equivalente a la  $R_j$  dada por (2-35) para  $y=y_{j0}$ - viene dada por

$$S_j P_{j0} = R_j(y_{j0}) = [(y_{j0} - Y_{S_j})^2 + (l - Z_{S_j})^2]^{1/2} = l + jE_{pl} \cos \theta_0 . \quad (2-51)$$

### 2.4.2. Discusión sobre la validez del modelo

En este apartado nos proponemos demostrar la validez del modelo para una muestra plano-paralela. Efectuaremos evaluaciones numéricas del alejamiento del modelo de la realidad desde dos puntos de vista: comparación de los frentes de onda resultantes y discusión sobre el tamaño de la fuente virtual extensa real que produce el tratamiento exacto.

#### *Comparación de los frentes de onda.*

Las expresiones (2-21) y (2-22) corresponden a las ecuaciones paramétricas del frente de onda exacto producido por la reflexión interna del haz

original esférico en la lámina. Esas expresiones dependen de  $\theta$  y pueden evaluarse numéricamente para un conjunto de parámetros iniciales ( $l, d...$ ). Por otro lado, si admitimos el modelo de fuentes virtuales puntuales, obtenemos una aproximación de ese resultado consistente en una onda esférica con origen en el punto  $S_1$ .

Si comparamos esos dos frentes de onda podremos evaluar el grado de error cometido al admitir el modelo. Elegimos para ello la onda que pasa por el punto  $P_{10}$  (ver figura 2.4). El frente real tiene como ecuaciones (2-21) y (2-22) mientras que el frente aproximado tendrá como ecuación

$$(y - Y_{S_1})^2 + (z - Z_{S_1})^2 = (S_1 P_{10})^2 . \quad (2-52)$$

En virtud de los resultados de §2.4.1. podemos escribir esa expresión como

$$(y - E_{pl} \sin \theta_0)^2 + (z + E_{pl} \cos \theta_0)^2 = (l + E_{pl} \cos \theta_0)^2 . \quad (2-53)$$

Ya disponemos, pues, de las dos ecuaciones que comparar, (2-21)+(2-22) y (2-53). El procedimiento será hacer variar  $\theta$  entre  $\theta_0$  y  $\theta_0 \pm \chi$  y calcular los valores  $(y, z)$  del frente real y tomar, por ejemplo, los  $y(\theta)$  así obtenidos y calcular mediante (2-53) que  $z$ 's les corresponderían del frente aproximado. La diferencia entre los valores de  $z$  reales y aproximados nos da una idea del error cometido con el modelo.

Se ha procedido a ese cálculo con diferentes valores de los parámetros iniciales descritos en la Tabla 2.1. Se resumen en la Tabla 2.2 (página siguiente) los resultados. La notación empleada es

- ♦  $y'(\theta), z'(\theta)$ : coordenadas del frente exacto para un ángulo de incidencia de  $\theta$ ,
- ♦  $y^a, z^a$ : coordenadas del frente aproximado (se obtienen sustituyendo, por ejemplo,  $y'(\theta)$  en la ecuación (2-53) y despejando el valor de  $z$ , que así sería lo que llamamos  $z^a$ : sería el valor que debería

tener la coordenada  $z$  para dar esa coordenada  $y$  en el frente de onda esférico ideal).

Se observa que en todos los casos (se ha intentado barrer todos los rangos para dar una idea de órdenes de magnitud) la diferencia entre los valores reales y aproximados es extremadamente pequeña. En concreto, en la última columna de la tabla 2.2. se muestra lo que podríamos tomar como error relativo y nunca excede de un  $10^{-4}$  %. Eso demuestra que para los rangos de parámetros utilizados el modelo de fuentes virtuales puntuales es aceptable en principio.

**Tabla 2.2.**

*Comparación entre los frentes de onda real y aproximado.*

$d$ [ $\mu\text{m}$ ]	$\theta_0$ [ $^\circ$ ]	$\chi$ [ $^\circ$ ]	$z'(\theta_0+\chi)$ [m]	$[z'-z](\theta_0+\chi)$ [m]	$[z'-z](\theta_0+\chi)/z'(\theta_0+\chi)$ [m]
20	20	2	$7.995 \times 10^{-2}$	$1.263 \times 10^{-9}$	$1.580 \times 10^{-8}$
20	45	2	$7.995 \times 10^{-2}$	$2.842 \times 10^{-9}$	$3.555 \times 10^{-8}$
20	45	4	$7.981 \times 10^{-2}$	$1.252 \times 10^{-8}$	$1.569 \times 10^{-7}$
20	60	4	$7.980 \times 10^{-2}$	$1.669 \times 10^{-8}$	$2.091 \times 10^{-7}$
20	60	6	$7.956 \times 10^{-2}$	$4.123 \times 10^{-8}$	$5.182 \times 10^{-7}$
50	20	2	$7.995 \times 10^{-2}$	$8.670 \times 10^{-9}$	$1.084 \times 10^{-7}$
50	45	2	$7.995 \times 10^{-2}$	$1.950 \times 10^{-8}$	$2.439 \times 10^{-7}$
50	45	4	$7.981 \times 10^{-2}$	$8.119 \times 10^{-8}$	$1.017 \times 10^{-6}$
50	60	4	$7.981 \times 10^{-2}$	$1.082 \times 10^{-7}$	$1.356 \times 10^{-6}$
50	60	6	$7.956 \times 10^{-2}$	$2.535 \times 10^{-7}$	$3.186 \times 10^{-6}$
80	20	2	$7.995 \times 10^{-2}$	$2.061 \times 10^{-8}$	$2.578 \times 10^{-7}$
80	45	2	$7.995 \times 10^{-2}$	$4.635 \times 10^{-8}$	$5.797 \times 10^{-7}$
80	45	4	$7.981 \times 10^{-2}$	$1.874 \times 10^{-7}$	$2.348 \times 10^{-6}$
80	60	4	$7.981 \times 10^{-2}$	$2.498 \times 10^{-7}$	$3.130 \times 10^{-6}$
80	60	6	$7.956 \times 10^{-2}$	$5.680 \times 10^{-7}$	$7.140 \times 10^{-6}$

los valores de los parámetros fijos han sido  $l=8$  cm,  $n=1.5$

### *Dimensiones de la fuente virtual exacta*

Otro indicador de la exactitud del modelo puede ser el tamaño de la fuente virtual real que ha producido el haz de salida. Podemos buscar el punto de corte de un rayo cualquiera del haz emergente con la normal en  $I_1$ , donde está situada  $S_1$ . La distancia entre ese punto y  $S_1$  nos mostrará el tamaño de la fuente no puntual con la que deberíamos trabajar. Si ese tamaño es pequeño comparado con la distancia a la que se observa el haz que viene de la fuente (es decir, esencialmente  $l$ ) será acertado el modelo de fuentes puntuales.

El cálculo es sencillo. Si denominamos  $S_1^*$  al punto de corte con la normal en  $I_1$  de un rayo genérico que incide con ángulo  $\theta$  y  $E_{pl}^*(\theta)$  a la distancia entre  $I_1$  y  $S_1^*$ , es inmediato que

$$E_{pl}^* = 2d \frac{\tan \theta'}{\tan \theta}, \quad (2-54)$$

que es la expresión análoga a (2-43) con otro ángulo de incidencia. La distancia  $S_1 S_1^*$  será

$$[E_{pl}^* - E_{pl}](\theta) = 2d \left[ \frac{\tan \theta'}{\tan \theta} - \frac{\tan \theta'_0}{\tan \theta_0} \right] = \frac{2d}{n} \left[ \frac{\cos \theta}{\cos \theta'} - \frac{\cos \theta_0}{\cos \theta'_0} \right], \quad (2-55)$$

que, cuando se evalúa para  $\theta = \theta_0 + \chi$  nos da una idea del radio de la fuente virtual. Si denominamos  $\varphi$  al diámetro de esta se tiene

$$\varphi = E_{pl}^*(\theta_0 - \chi) - E_{pl}^*(\theta_0 + \chi). \quad (2-56)$$

En la Tabla 2.3 se muestran algunos valores de  $\varphi$ . Se observa que, para ángulos no muy grandes, el tamaño típico es del orden de la micra, con lo que es unos 4 órdenes de magnitud menor que la distancia a la que se observa, con lo que se puede admitir sin gran error que la fuente es puntual. Para ángulos y espesores grandes crece el error, pero, si consideramos que vamos a utilizar normalmente un  $\theta_0 = 45^\circ$  y  $d = 20-50 \mu\text{m}$ , la fuente puede tomarse como puntual.

Tabla 2.3.

*Dimensiones de la fuente virtual exacta.*

$d$ [ $\mu\text{m}$ ]	$\theta_0$ [ $^\circ$ ]	$\chi$ [ $^\circ$ ]	$E_{pl}(\theta_0, \chi)$ [ $\mu\text{m}$ ]	$E_{pl}(\theta_0 + \chi)$ [ $\mu\text{m}$ ]	$\phi$ [ $\mu\text{m}$ ]
20	20	2	26.92	25.53	1.38
20	45	2	21.9	20.83	1.07
20	45	4	22.38	20.24	2.14
20	60	4	17.89	14.6	3.29
20	60	6	18.61	16.68	1.94
50	20	2	64.79	63.84	0.96
50	45	2	54.74	52.08	2.67
50	45	4	55.95	50.61	5.34
50	60	4	44.73	36.5	8.23
50	60	6	46.53	34.19	12.35
80	20	2	103.67	102.14	1.53
80	45	2	85.59	83.32	2.27
80	45	4	89.52	80.98	8.54
80	60	4	71.57	58.41	13.17
80	60	6	74.45	54.7	19.75

### 2.4.3. Dependencias y rango de valores de $E_{pl}$ .

Una vez justificado en el apartado anterior la validez del modelo de fuentes virtuales, conviene realizar algunas estimaciones sobre las dependencias de  $E_{pl}$  y los valores que alcanza antes de pasar a discutir otras geometrías, de modo que dispongamos de elementos de juicio apropiados para comparar los resultados para estas con el obtenido para muestra plana.

*Variación de  $E_{pl}$  producida por la indeterminación en los parámetros medidos.*

El estudio del incremento producido en el valor de  $E_{pl}$  por un incremento en los parámetros de que depende ( $d$ ,  $n$  y  $\theta_0$ ) nos permitirá conocer la

incidencia que una posible indeterminación en la medida de estos pueda tener sobre el correcto conocimiento de  $E_{pl}$  (y, por lo tanto, de la magnitud que deseamos conocer a través de ella).

De un modo elemental podemos hallar  $\Delta E_{pl}$  a partir de unos supuestos  $\Delta n$ ,  $\Delta d$  y  $\Delta \theta_0$ :

$$\Delta E_{pl} = \left| \frac{\partial E_{pl}}{\partial d} \right| \Delta d + \left| \frac{\partial E_{pl}}{\partial n} \right| \Delta n + \left| \frac{\partial E_{pl}}{\partial \theta_0} \right| \Delta \theta_0. \quad (2-57)$$

Recurramos a la expresión (2-44) para calcular las derivadas correspondientes:

$$\frac{\partial E_{pl}}{\partial d} = 2 \frac{\sqrt{1 - \sin^2 \theta_0}}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \theta_0}} = \frac{E_{pl}}{d}, \quad (2-58)$$

$$\frac{\partial E_{pl}}{\partial n} = \frac{-2nd \sqrt{1 - \sin^2 \theta_0}}{(n^2 - \sin^2 \theta_0)^{3/2}} = \frac{n E_{pl}}{n^2 - \sin^2 \theta_0}, \quad (2-59)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_{pl}}{\partial \theta_0} &= \frac{2d \sin \theta_0}{n^2 - \sin^2 \theta_0} \left[ \frac{\cos^2 \theta_0}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \theta_0}} - \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta_0} \right] = \\ &= \frac{E_{pl}}{2(n^2 - \sin^2 \theta_0)} \left[ \frac{\sin 2\theta_0}{2(n^2 - \sin^2 \theta_0)} - \tan \theta_0 \right] \end{aligned} \quad (2-60)$$

Podemos considerar ahora un incremento en uno solo de los parámetros para observar qué incidencia concreta tiene en  $\Delta E_{pl}$ . Así, si suponemos  $\Delta n = \Delta \theta_0 = 0$ , tendremos

$$\frac{\Delta E_{pl}}{E_{pl}} = \frac{\Delta d}{d}, \quad (2-61)$$

esto es, el incremento relativo de  $E_{pl}$  es el mismo que el de  $d$ . Si consideramos la existencia de un  $\Delta n$  no nulo producido por la indeterminación en la medida del índice de refracción, el error relativo en la medida del espesor que acarrea es

$$\frac{\Delta d}{d} = \frac{\Delta E_{pl}}{E_{pl}} = \frac{-n}{n^2 - \sin^2 \theta_0} \Delta n, \quad (2-62)$$

y si la indeterminación se produce en la medida de  $\theta_0$ ,

$$\frac{\Delta d}{d} = \frac{\Delta E_{pl}}{E_{pl}} = \left[ \frac{\sin 2\theta_0}{2(n^2 - \sin^2 \theta_0)} - \tan \theta_0 \right] \Delta \theta_0. \quad (2-63)$$

Estos resultados nos permitirán estimar la validez del método aquí descrito para medir espesores de muestras transparentes.

### *Estimaciones numéricas del valor de $E_{pl}$*

Como ya se ha dicho,  $E_{pl}$  depende únicamente de tres parámetros:  $d$ ,  $n$  y  $\theta_0$ . Vamos a estudiar su variación dentro de los rangos que nos interesan, que podemos fijar del siguiente modo:

- $d$ : típicamente, decenas de micras; para muestras mayores el sensor que se derivaría de este tratamiento teórico no sería operativo por causas que se explican más adelante. Podríamos situar los límites entre 20 y 80  $\mu\text{m}$ .
- $n$ : no prestaremos una gran atención a este parámetro, habida cuenta que las muestras para las cuales este tratamiento se utilizará presentan índices similares en torno a 1.5. Por no complicar los cálculos, fijaremos  $n$  en el rango 1.4-1.6, si bien la mayoría de las estimaciones teóricas se realizarán para  $n=1.5$ .
- $\theta_0$ : el valor más adecuado para una posterior implementación experimental es  $45^\circ$ , como ya se ha expuesto anteriormente, pues facilita el montaje. De todos modos se estimarán los valores de  $E_{pl}$  para un rango amplio de ángulos, 20-70°, de forma que se disponga de un conocimiento exhaustivo de qué ángulos producen una  $E$  más apropiada a la hora de obtener resultados experimentales.

Comenzaremos por investigar la dependencia de  $E_{pi}$  con el ángulo de incidencia. En la figura 2.8. (arriba) se muestra una curva del valor relativo  $E_{pi}/d$  frente a  $\theta_0$ , es decir, siguiendo la ecuación (2-44), la curva representada no es otra que

$$\frac{E_{pi}}{d} = 2 \left[ \frac{1 - \sin^2 \theta_0}{n^2 - \sin^2 \theta_0} \right]^{1/2} \quad (2-64)$$

El valor escogido para  $n$  ha sido 1.5.

Obsérvese que la dependencia es acusada y que para ángulos grandes  $E_{pi}$  se hace muy pequeño comparado con  $d$ . Si se desea que  $E_{pi}$  y  $d$  sean aproximadamente iguales el rango de ángulos apropiado es del orden de  $45^\circ$ . En efecto, si recurrimos a (2-44) el valor de  $\theta_0$  para el que  $E_{pi}=d$ , haciendo que  $n$  sea 1.5 es  $49.797^\circ$ . Va a ser en torno a esos valores en los que nos vamos a mover.

Por último, en la figura 2.8 (abajo) se muestra la dependencia de  $E_{pi}/d$  con el índice de refracción. El valor de  $\theta_0$  escogido ha sido  $45^\circ$ .

Obsérvese que una pequeña incertidumbre en la medida de  $n$  no afecta demasiado al valor de  $E_{pi}$  (como por otra parte se sigue de (2-62)), con lo que el método aquí expuesto para la determinación del espesor es suficientemente inmune a errores procedentes de malas medidas de los parámetros iniciales.

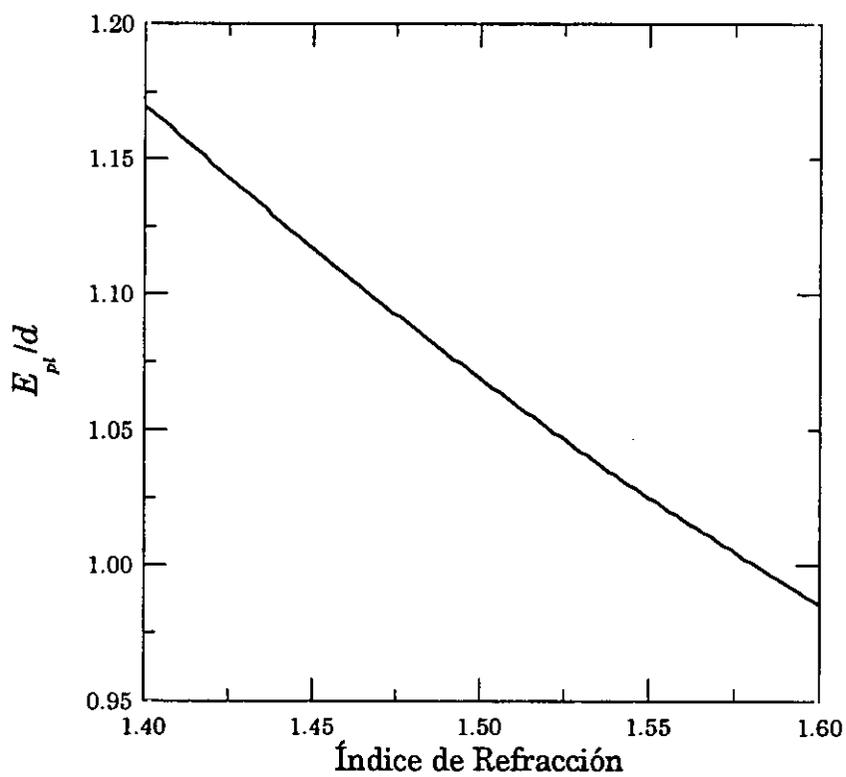
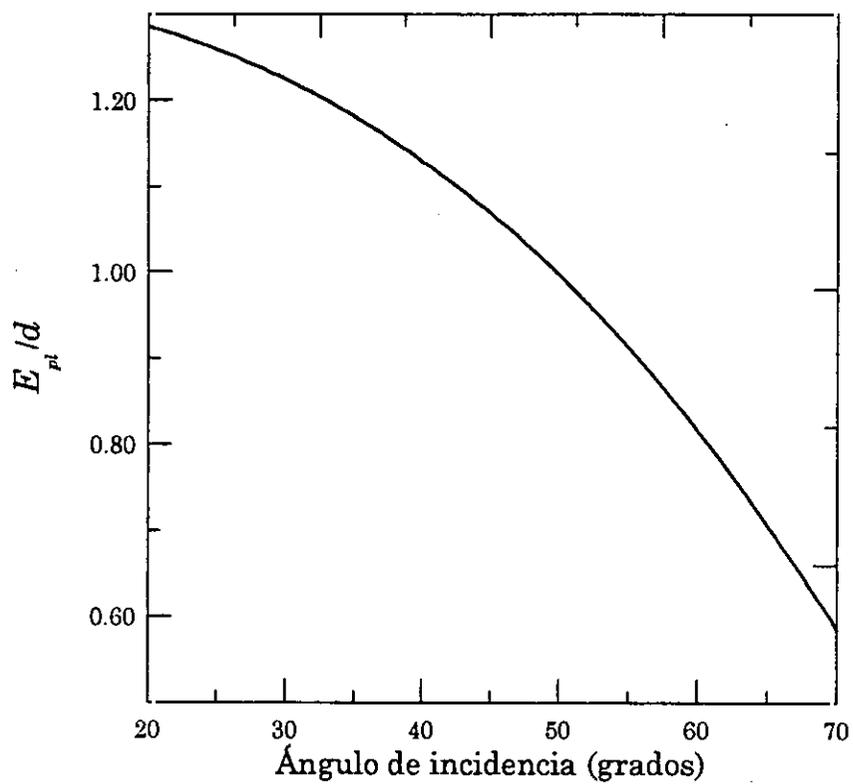


Figura 2.8. Dependencia del valor relativo  $E_{pt}/d$  con el ángulo de incidencia  $\theta_0$  (arriba) y el índice de refracción (abajo).

## 2.5. Aplicación del modelo a una muestra cilíndrica

### 2.5.1. Cálculo de $E$

Consideremos ahora una muestra de simetría cilíndrica y calculemos la separación entre fuentes virtuales que le corresponde. La situación se muestra en la figura 2.9.

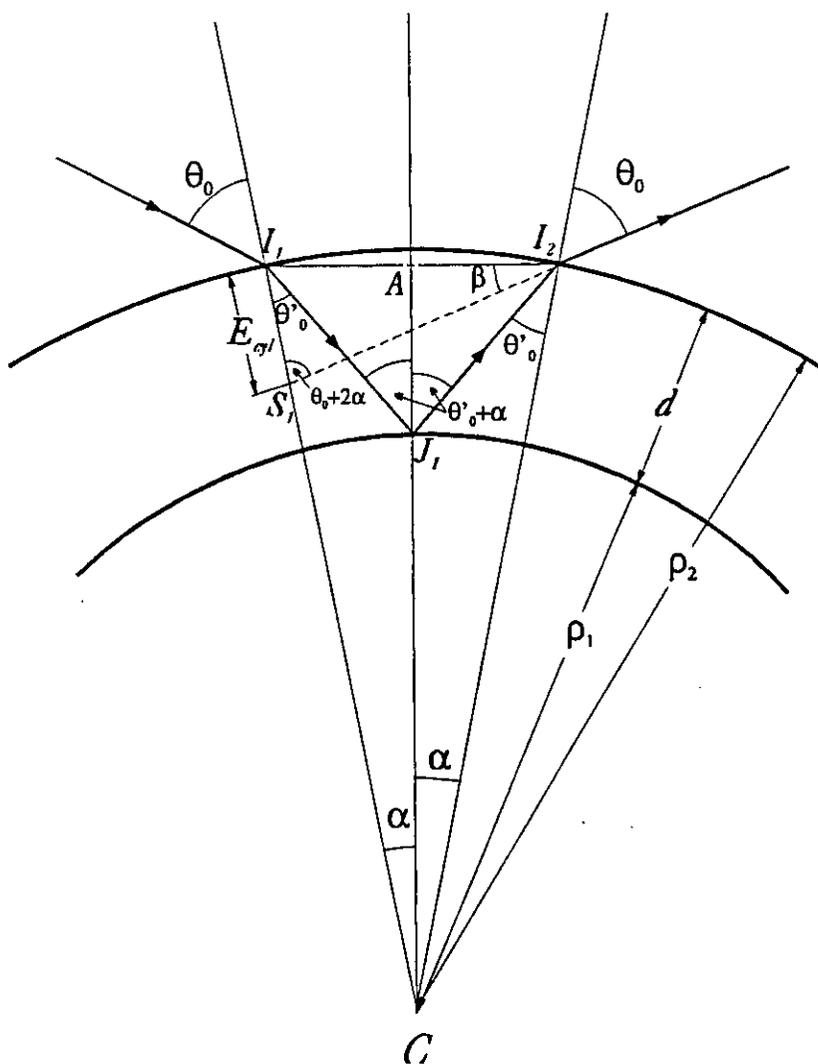


Figura 2.9. Muestra cilíndrica

Se toma el cilindro como perpendicular al plano  $yz$ , con lo que en ese plano, que es el de nuestro estudio, la sección correspondiente es circular. Como se observa, las normales en los sucesivos puntos de incidencia no son en este caso paralelas entre sí, lo que complica algo los cálculos. Llamaremos  $\alpha$  al ángulo formado por las normales en los puntos de incidencia del haz en las caras anterior y posterior de la muestra (puntos  $I_1$  y  $J_1$ ). El punto  $C$  corresponde al centro de la circunferencia. Los radios interior y exterior se denominan  $\rho_1$  y  $\rho_2$ , siendo, obviamente  $\rho_2 = \rho_1 + d$ .

En primer lugar, vamos a obtener una expresión para el ángulo  $\alpha$ . Aplicando el teorema de los senos en el triángulo  $I_1J_1C$  se obtiene

$$\frac{\sin(\pi - (\theta'_0 + \alpha))}{\rho_2} = \frac{\sin \theta'_0}{\rho_1} \quad (2-65)$$

Si definimos

$$q = \frac{\rho_2}{\rho_1} = 1 + \frac{d}{\rho_1}, \quad (2-66)$$

obtenemos

$$\sin(\theta'_0 + \alpha) = q \sin \theta'_0, \quad (2-67)$$

de donde se puede obtener  $\alpha$ , resultando

$$\alpha = \sin^{-1}(q \sin \theta'_0) - \theta'_0. \quad (2-68)$$

Como  $\theta'_0$  es conocido, si se fija el ángulo de incidencia  $\theta_0$ , esa expresión depende únicamente de  $q$ , parámetro que indica el alejamiento de la muestra de una lámina plano-paralela.

Calculemos ahora  $E$ , que denominaremos en este caso  $E_{cyl}$ . Aplicando el teorema de los senos al triángulo  $I_1I_2S_1$  se tiene

$$\frac{E_{cyl}}{\sin \beta} = \frac{I_1 I_2}{\sin(\theta_0 + 2\alpha)}. \quad (2-69)$$

El ángulo  $\beta$  se obtiene inmediatamente del triángulo  $AI_2C$ ,

$$\beta + \theta_0 = \frac{\pi}{2} - \alpha, \quad (2-70)$$

y el valor de  $I_1 I_2$  se determina considerando el triángulo  $I_1 A J_1$ ,

$$I_1 I_2 = 2I_1 A = 2\rho_2 \sin \alpha. \quad (2-71)$$

Con todo ello tenemos finalmente

$$E_{cyl} = 2\rho_2 \sin \alpha \frac{\cos(\theta_0 + \alpha)}{\sin(\theta_0 + 2\alpha)}. \quad (2-72)$$

Es sencillo demostrar que esa expresión converge a la de  $E_{pl}$  para  $q \rightarrow 1$  (es decir,  $d \ll \rho_1$ ). Se puede probar que

$$\rho_2 \sin \alpha = (\rho_1 + d) \sin \alpha \rightarrow d \tan \theta'_0 \text{ cuando } q \rightarrow 1, \quad (2-73)$$

de modo que (2-72) resulta coincidir con (2-43) para espesores pequeños comparados con los radios de la muestra. Esa situación es la habitual en nuestras pruebas experimentales (espesores de micras frente a radios de centímetros). Dejamos para más adelante las estimaciones numéricas de  $E_{cyl}$  y  $\alpha$ .

Supongamos ahora un haz reflejado internamente dos veces, como el que se muestra en la figura 2.10 (página siguiente). El cálculo de la distancia  $I_1 S_2$ , que hemos denominado  $E_2$ , nos dará la posición de la segunda fuente virtual. No se va a cumplir que  $E_2 = 2E_{cyl}$ , lo que sí ocurriría para muestra plana, ya que el no paralelismo de las normales (dicho de otro modo, la existencia de un ángulo  $\alpha$  no nulo) impide una construcción como la de aquel caso.

El cálculo de  $E_2$  es similar al de  $E_{cyl}$ . La situación corresponde, de hecho a un cálculo de  $E_{cyl}$  con un ángulo entre normales de  $2\alpha$ . Consideremos el triángulo  $I_1I_3C$ : de él se obtiene inmediatamente

$$I_1I_3 = 2\rho_2 \sin 2\alpha, \quad (2-74)$$

ecuación equivalente a (2-71). Utilizando el triángulo  $I_1I_3S_2$  tenemos

$$\frac{E_2}{\sin \beta} = \frac{I_1I_3}{\sin(\theta_0 + 4\alpha)}, \quad (2-75)$$

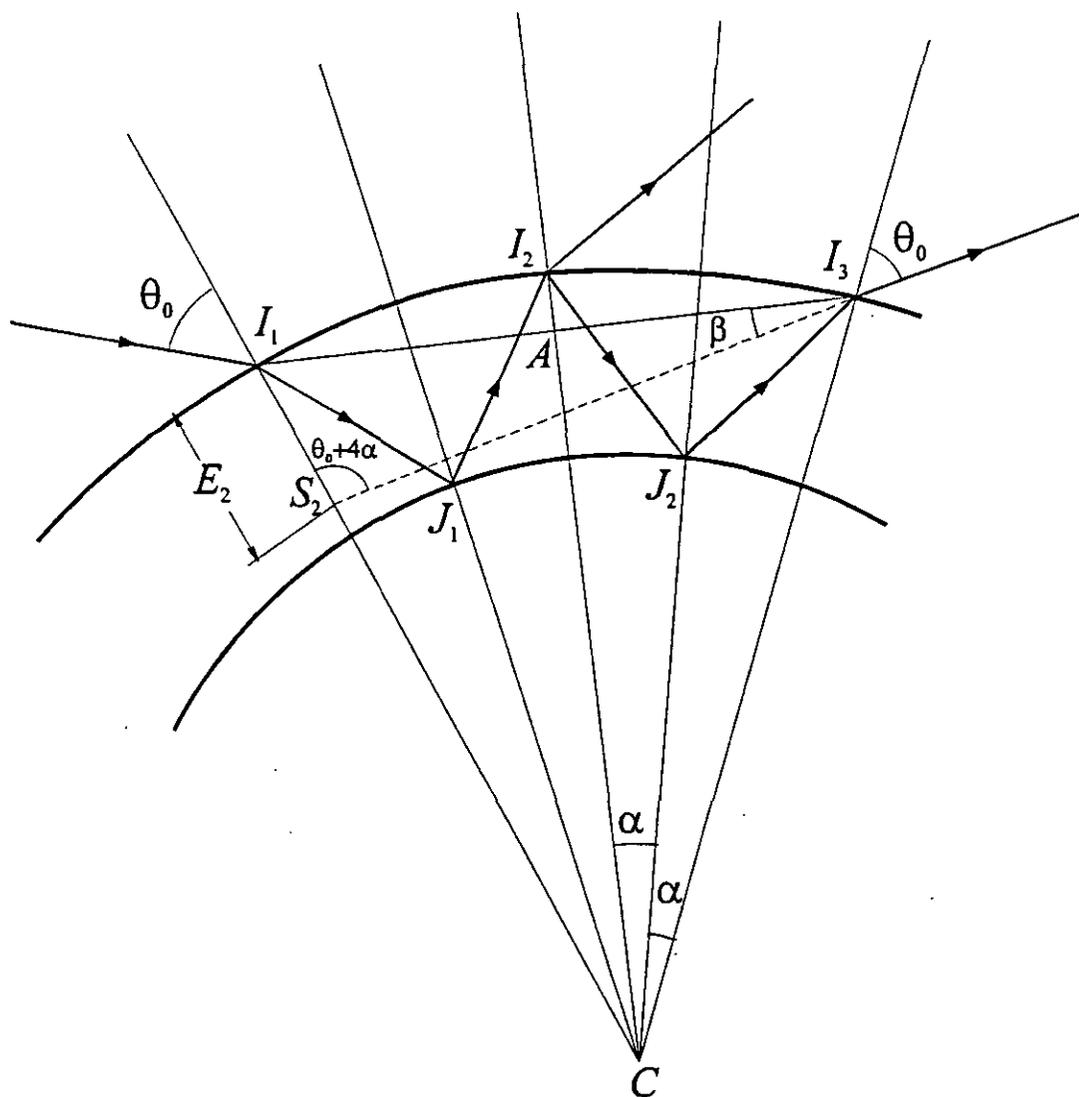


Figura 2.10. Muestra cilíndrica: segunda reflexión interna.

pero, del triángulo  $AI_3C$ ,

$$\beta + \theta_0 = \frac{\pi}{2} - 2\alpha, \quad (2-76)$$

con lo cual,

$$E_2 = 2\rho_2 \sin 2\alpha \frac{\cos(\theta_0 + 2\alpha)}{\sin(\theta_0 + 4\alpha)}, \quad (2-77)$$

que, como anticipábamos, es equivalente a (2-72) tomando un ángulo entre normales de  $2\alpha$ .

Se observa que para una muestra cilíndrica se incumple la asunción inicial del modelo de que las fuentes virtuales son equidistantes, con lo que no deberíamos tomar la fuente  $j$ -ésima como a una distancia  $jE_{cyl}$  de  $I_1$ . En efecto, la expresión (2-77) se puede generalizar a un número  $j$  de reflexiones internas de un modo muy sencillo:

$$E_j = 2\rho_2 \sin(j\alpha) \frac{\cos(\theta_0 + j\alpha)}{\sin(\theta_0 + 2j\alpha)} \quad (2-78)$$

La expresión (2-78) converge, como es fácil de demostrar, a  $jE_{pl}$  cuando  $q$  tiende a 1. Puesto que los haces reflejados internamente un número de veces mayor que 1 no van a tener gran influencia en el interferograma final, podemos seguir utilizando el modelo en su versión más fuerte sin errores apreciables. Ello quedará plenamente justificado en §2.5.3., en donde se realizarán estimaciones numéricas del valor de  $E_{cyl}$ .

## 2.5.2. Rango de valores de $\alpha$

La principal diferencia entre el caso cilíndrico y el plano es la existencia de un ángulo  $\alpha$  no nulo entre las normales en los sucesivos puntos de incidencia del rayo. La expresión (2-68) nos indica la dependencia de  $\alpha$  con  $q$  y  $\theta_0$ . La magnitud de  $\alpha$  determinará la diferencia entre  $E_{cyl}$  y  $E_{pl}$  para un

espesor y un índice de refracción dados. Estamos interesados en ligar el caso cilíndrico al plano y en evitar en lo posible tener que considerar geometrías distintas de la plana, que es la que garantiza una proporcionalidad entre  $E$  y  $d$ , es decir, una relación de tipo (2-31) lo más sencilla posible. Por ello, vamos a establecer un rango de valores y dependencias de  $\alpha$  que nos sirva de elemento de juicio posteriormente.

Podemos partir de la base de que  $\alpha$  es muy pequeño, ya que típicamente nos enfrentaremos a espesores de micras y radios de centímetros. En la Tabla 2.4 se dan una serie de valores de  $\alpha$  a título orientativo. Se han escogido un ángulo de incidencia de  $45^\circ$  y un índice de refracción de 1.5.

Tabla 2.4. Valores de  $\alpha$  y  $q$  para diferentes radios.

$d$ [ $\mu\text{m}$ ]	$\rho$ [cm]	$q$	$\alpha$ [ $10^{-4}$ rad]
20	0.5	1.004	2.1931
20	1	1.002	1.06935
20	1.5	1.0013	7.1283
20	2	1.001	5.346
20	2.5	1.0008	4.2767
40	0.5	1.008	42.8109
40	1	1.004	21.3931
40	1.5	1.0027	14.2594
40	2	1.002	10.6935
40	2.5	1.0016	8.5543
60	0.5	1.012	64.2535
60	1	1.006	32.0989
60	1.5	1.004	21.3931
60	2	1.003	16.0426
60	2.5	1.0024	12.8329
80	0.5	1.016	85.721
80	1	1.008	42.8109
80	1.5	1.0053	28.5297
80	2	1.004	21.3931
80	2.5	1.0032	17.1126

Se pueden observar varios hechos:

- ♦ como es obvio de (2-68), la dependencia de  $\alpha$  con las propiedades de la muestra viene dada únicamente por el parámetro  $q$ , o, lo que es lo mismo, por la relación  $d/\rho_1$ : cuánto menor es ese cociente, menor es el ángulo  $\alpha$ ;
- ♦ el valor de  $\alpha$  nunca llega a  $10^{-2}$  rad, incluso en casos muy desfavorables, como radios interiores de 0.5 cm: queda demostrado que podemos considerarlo pequeño sin gran error.

En función de esos resultados, podemos aproximar (2-67) considerando  $\alpha \ll \theta'_0$  y reteniendo solamente términos de primer orden –con la consiguiente linealización de la ecuación. Así, podemos tomar

$$\sin(\theta'_0 + \alpha) \cong \sin \theta'_0 + \alpha \cos \theta'_0, \quad (2-79)$$

y, llevándolo a (2-67)

$$\alpha \cong (q - 1) \tan \theta'_0 = \frac{d}{\rho_1} \tan \theta'_0. \quad (2-80)$$

Como se observa, existe una relación aproximadamente lineal entre  $\alpha$  y el cociente  $d/\rho_1$ . Por otro lado,  $\alpha$  es del mismo orden que  $d/\rho_1$ , al menos para los rangos de  $n$  y  $\theta_0$  habitualmente considerados. Si tomamos como valores de estos los utilizados en la Tabla 2.4, esto es,  $n=1.5$ ,  $\theta_0=45^\circ$ , la ecuación (2-80) resulta ser

$$\alpha \cong 0.5345 \frac{d}{\rho_1}. \quad (2-81)$$

Las aproximaciones que representan las ecuaciones (2-80) y (2-81) son perfectamente aceptables en la práctica. Para comprobar que una relación lineal como esa es asumible, hemos obtenido los valores de  $\alpha$  para mil valores del cociente  $d/\rho_1$  en el rango  $d/\rho_1=10^{-4}$ – $10^{-1}$ . Los resultados se han

ajustado a una recta de regresión, que, para el índice de refracción y el ángulo de incidencia mencionados, resulta ser

$$\alpha = 0.5426 \frac{d}{\rho_1} - 1.371 \times 10^{-4} \text{ [rad]} . \quad (2-82)$$

El coeficiente de regresión es 0.999992, con lo que se prueba que el ajuste lineal es muy bueno, incluso habiendo tenido en cuenta cocientes  $d/\rho_1$  tan grandes como 0.1. Si afinamos más y consideramos solamente el rango  $d/\rho_1=10^{-4}-10^{-2}$ , la recta de regresión es

$$\alpha = 0.5353 \frac{d}{\rho_1} - 1.281 \times 10^{-6} \text{ [rad]} , \quad (2-83)$$

que es, evidentemente, mucho mejor que (2-82) y corrobora completamente la validez de (2-81), más aún si se tiene en cuenta que el coeficiente de regresión en este caso es 0.99999993.

Por lo tanto, el parámetro  $\alpha$  depende linealmente de  $d/\rho_1$  en los rangos considerados y es siempre pequeño. Eso nos hace pensar que los resultados para el caso cilíndrico no diferirán demasiado de los resultados para el caso plano, hecho que se aprovechará en gran manera en §2.7 y §2.8.

### 2.5.3. Estudio numérico de $E_{cyl}$

Pasemos ahora a realizar un breve estudio de  $E_{cyl}$ , que va a consistir fundamentalmente en el uso de una serie de programas matemáticos que simularán diversas situaciones (espesores o radios de curvatura de la muestra) para la obtención de valores de dicho parámetro. En ese estudio se perseguirán diferentes fines:

- ♦ conocer los valores de  $E_{cyl}$  en función del radio de curvatura para diferentes espesores de la muestra, y comparar estos con los obtenidos para el caso plano;

- ♦ estudiar la dependencia de  $E_{cyl}$  con  $d$  y su posible linealidad, con vistas a una simplificación de la relación tipo (2-31) que expresa la ecuación (2-72);
- ♦ estudiar hasta qué punto es importante la desviación que la ecuación (2-78) supone respecto del caso plano, esto es, hasta qué punto es erróneo considerar una relación del tipo  $E_{cyl,j} = jE_{cyl}$ .

### *Rango de valores de $E_{cyl}$*

En la Tabla 2.5 se muestran los valores de  $E_{cyl}$  para espesores de 10 a 80  $\mu\text{m}$  tomados de dos en dos micras y radios de curvatura de la cara interna del cilindro de 0.5 a 3 cm tomados de medio en medio centímetro. La razón de incluir una tabla tan grande es doble. Por un lado, es interesante conocer esos valores para un futuro estudio de los mismos y como información general del comportamiento de las muestras cilíndricas, de igual modo que en §2.4.3 se estudió la muestra plana. Por otro, puesto que el carácter cilíndrico de la muestra supone una desviación muy pequeña respecto de la muestra plana, es difícil poner de manifiesto esta proximidad y poder comparar resultados por medio de gráficas, ya que estas se superponen prácticamente, incluso si el radio de curvatura es tan pequeño como 0.5 cm.

En la Tabla 2.5., los valores de los parámetros fijos han sido  $\theta_0=45^\circ$  y  $n=1.5$ . Se observa en ella que la desviación de  $E_{cyl}(\rho_j)$  respecto de  $E_{pl}$  es siempre muy pequeña, del orden de la décima de micra en los peores casos, incluso para radios pequeños. Eso nos demuestra que el carácter cilíndrico de la muestra tiene poca influencia en la separación de fuentes virtuales y, por tanto, en el interferograma producido, como habíamos anticipado en §2.5.2. al conocer los valores de  $\alpha$ .

Tabla 2.5. Valores de  $E_{\rho_1}$  para diferentes radios.

$d$ [ $\mu\text{m}$ ]	$E_{\rho_1}$ [ $\mu\text{m}$ ]	$E_{\rho_1}(\rho_1)$ [ $\mu\text{m}$ ]					
		$\rho_1=0.5$ cm	$\rho_1=1$ cm	$\rho_1=1.5$ cm	$\rho_1=2$ cm	$\rho_1=2.5$ cm	$\rho_1=3$ cm
10	10.69	10.68	10.69	10.69	10.69	10.69	10.69
12	12.83	12.81	12.82	12.82	12.82	12.83	12.83
14	14.97	14.95	14.96	14.96	14.96	14.96	14.96
16	17.1	17.08	17.09	17.1	17.1	17.1	17.1
18	19.24	19.21	19.23	19.23	19.23	19.24	19.24
20	21.38	21.34	21.36	21.37	21.37	21.37	21.37
24	25.66	25.6	25.63	25.64	25.64	25.65	25.65
26	27.8	27.73	27.76	27.77	27.78	27.78	27.78
28	29.93	29.86	29.89	29.91	29.91	29.92	29.92
30	32.07	31.98	32.03	32.04	32.05	32.05	32.06
32	34.21	34.11	34.16	34.18	34.18	34.19	34.19
34	36.35	36.23	36.29	36.31	36.32	36.32	36.33
36	38.49	38.36	38.42	38.44	38.45	38.46	38.46
38	40.62	40.48	40.55	40.58	40.59	40.6	40.6
40	42.76	42.6	42.68	42.71	42.72	42.73	42.74
42	44.9	44.73	44.81	44.84	44.86	44.87	44.87
44	47.04	46.85	46.94	46.97	46.99	47	47.01
46	49.18	48.97	49.07	49.11	49.12	49.13	49.14
48	51.31	51.09	51.2	51.24	51.26	51.27	51.28
50	53.45	53.21	53.33	53.37	53.39	53.4	53.41
52	55.59	55.33	55.46	55.5	55.52	55.54	55.55
54	57.73	57.44	57.59	57.63	57.66	57.67	57.68
56	59.87	59.56	59.71	59.76	59.79	59.8	59.82
58	62	61.68	61.84	61.89	61.92	61.94	61.95
60	64.14	63.79	63.97	64.02	64.05	64.07	64.08
62	66.28	65.9	66.09	66.15	66.19	66.21	66.22
64	68.42	68.02	68.22	68.28	68.32	68.34	68.35
66	70.56	70.13	70.34	70.41	70.45	70.47	70.49
68	72.7	72.24	72.47	72.54	72.58	72.6	72.62
70	74.83	74.35	74.59	74.67	74.71	74.74	74.75
72	76.97	76.46	76.72	76.8	76.84	76.87	76.89
74	79.11	78.57	78.84	78.93	78.97	79	79.02
76	81.25	80.68	80.96	81.06	81.11	81.13	81.15
78	83.39	82.79	83.09	83.19	83.24	83.27	83.29
80	85.52	84.9	85.21	85.31	85.37	85.4	85.42

*Dependencia de  $E_{cyl}$  con  $d$ . Estudio de la linealidad.*

La dependencia entre  $E_{cyl}$  y  $d$  que muestra la ecuación (2-72) es, en principio, complicada. Sin embargo, como dijimos al deducirla, es fácil comprobar que converge a la relación para el caso plano si  $q$  es suficientemente próximo a 1. Por lo tanto, cabe esperar que el comportamiento del caso cilíndrico no sea excesivamente diferente al del plano siempre que cumplamos aproximadamente esa condición.

Los valores que se muestran en la Tabla 2.5 pueden ayudarnos a comprobar hasta qué punto es admisible la aproximación de considerar una relación lineal entre  $E_{cyl}(\rho)$  y  $d$  análoga a la que se cumple de modo exacto entre  $E_{pl}$  y  $d$ .

La figura 2.11 (página siguiente) muestra a título de ejemplo la dependencia entre  $E_{cyl}$  y  $d$  para  $\rho_1=1.5$  cm,  $\theta_0=45^\circ$  y  $n=1.5$ . Se observa que, al menos aparentemente, una relación lineal es admisible.

De hecho, si se ajustan los datos a la recta de regresión

$$E_{cyl}(\rho_1 = 1.5 \text{ cm}) = 1.0661d + 0.0525, \quad (2-84)$$

el coeficiente de regresión es extremadamente próximo a 1.

Podemos proceder de igual modo con otros radios de curvatura. En la Tabla 2.6 se muestran los resultados de los ajustes lineales para los  $\rho_1$  considerados en la Tabla 2.5. Se han ajustado los datos a rectas de la forma

$$E_{cyl} = Ad + B, \quad (2-85)$$

con  $E_{cyl}$  y  $d$  en micras.

Se observa que los coeficientes de regresión son prácticamente iguales a 1 en todos los casos, con lo que la dependencia entre  $E_{cyl}$  y  $d$  puede considerarse lineal a todos los efectos. Esta información, como las del resto del apartado, sirve fundamentalmente como orientación sobre los órdenes de

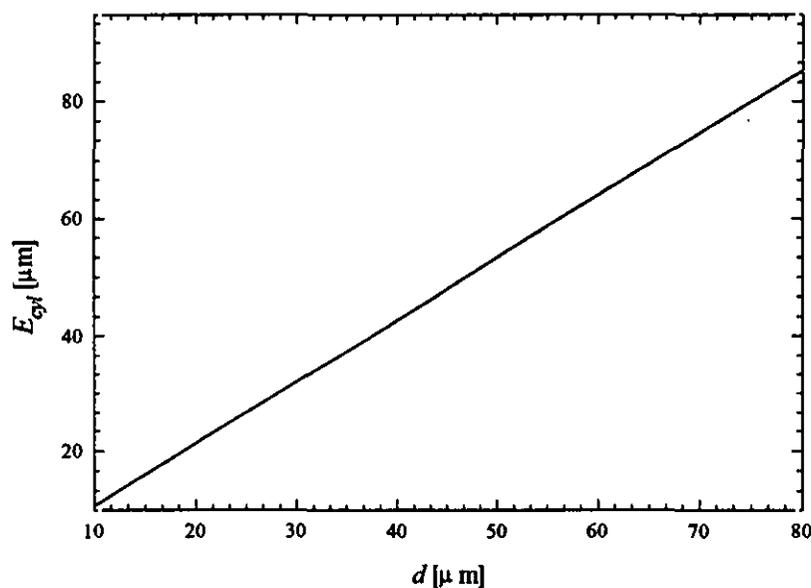


Figura 2.11.  $E_{cyl}$  para  $\rho_1=1.5$  cm frente a  $d$ . Los datos han sido ajustados a una recta de regresión con coeficiente de regresión 1.

magnitud de las magnitudes que vamos definiendo. En §2.7.2. estudiaremos el tema en más profundidad y rigor desde un punto de vista matemático.

Tabla 2.6. Ajuste lineal de la dependencia de  $E_{cyl}$  con  $\rho_1$ .

$\rho_1$ [cm]	A	B	coef. regresión
0.5	1.0603	0.1564	0.99999589
1	1.0646	0.0786	0.99999965
1.5	1.0661	0.0525	0.99999984
2	1.0668	0.0394	0.99999991
2.5	1.0673	0.0315	0.99999994
3	1.0676	0.0263	0.99999996
datos: $d=10-80$ $\mu\text{m}$ , $\theta_0=45^\circ$ , $n=1.5$			

### Caso de varios haces.

La ecuación (2-78) muestra que en principio no podemos considerar que las fuentes virtuales para el caso cilíndrico sean equidistantes, ya que  $E_{cyl,j}$

no es igual a  $jE_{cyl}$ . Sin embargo, la desviación de ese comportamiento, que *a priori* pone en tela de juicio la misma esencia del modelo descrito en la definición 2.1., no debe preocuparnos en exceso. En efecto: ya hemos visto que el hecho de que el ángulo  $\alpha$  sea pequeño en los rangos que nos interesan significa que el caso cilíndrico no se aleja en exceso del plano, con lo que cabe esperar no ya que  $E_{cyl,j}$  sea parecido a  $jE_{cyl}$ , sino incluso a  $jE_{pl}$ .

Por otro lado, el hecho de que la contribución al interferograma de los haces reflejados internamente muchas veces ( $j$  grande) sea pequeña hace que las desviaciones de la equidistancia sean despreciables en la práctica.

En la Tabla 2.7 (página siguiente) se muestran los valores de los cocientes  $E_{cyl,j}/E_{cyl}$  para  $j=2,3,4,5$  para unos valores de  $d$  y  $\rho_1$ , escogidos como representativos.

Se observa que la desviación del valor que implica la equidistancia de las fuentes virtuales (esto es,  $E_{cyl,j}/E_{cyl}=j$ ) es pequeña para  $j$  pequeño, con lo que el error cometido al mantener dicha equidistancia es aceptable.

#### 2.5.4. Caso cilíndrico: conclusiones

De toda la información expuesta en §2.5.2. y §2.5.3. se pueden extraer diversas conclusiones sobre la influencia que tiene la existencia de unos radios de curvatura finitos en la muestra para la aplicación del modelo de fuentes virtuales.

La primera de ellas es que, si bien el carácter cilíndrico (esto es, un ángulo  $\alpha$  entre normales no nulo) complica los cálculos, estos son fácilmente abordables, siendo posible la obtención de una relación tipo (2-31) formalmente más complicada que la correspondiente al caso plano. Esa mayor complejidad no resulta, sin embargo, demasiado preocupante, ya que la dependencia de  $E_{cyl}$  con  $d$  es prácticamente lineal, como lo demuestran las

simulaciones numéricas de §2.5.3. Por lo tanto, en los rangos en que nos movemos ( $\alpha$  pequeño) la variación que supone considerar una curvatura no nula en las caras de la muestra no es excesivamente grande.

**Tabla 2.7.** Posición de las fuentes virtuales para haces reflejados internamente varias veces

$d$ [ $\mu\text{m}$ ]	$\rho_j$ [cm]	$E_{\text{refl},j}/E_{\text{total}}$			
		$j=2$	$j=3$	$j=4$	$j=5$
20	1	1.9936	2.9809	3.9619	4.9366
20	2	1.9968	2.9904	3.9809	4.9681
20	3	1.9979	2.9936	3.9872	4.9787
40	1	1.9873	2.962	3.9245	4.8748
40	2	1.9936	2.9809	3.9619	4.9366
40	3	1.9957	2.9872	3.9745	4.9576
60	1	1.981	2.9435	3.8878	4.8143
60	2	1.9904	2.9714	3.9431	4.9055
60	3	1.9936	2.9809	3.9619	4.9366
80	1	1.9748	2.9251	3.8517	4.7553
80	2	1.9873	2.962	3.9245	4.8748
80	3	1.9915	2.9746	3.9493	4.9158

los valores de los parámetros fijos han sido:  $\theta_0=45^\circ$ ,  $n=1.5$

Por otro lado, la equidistancia entre fuentes virtuales que supone la asunción del modelo de fuentes virtuales en su versión más fuerte (esto es, la dada por la definición 2.1.) no se cumple de un modo completamente riguroso, pero el alejamiento de la misma para haces de  $j$  pequeña (bajo número de reflexiones internas) es despreciable.

De todo ello se deduce que el modelo de fuentes virtuales es idóneo también para el estudio de láminas cilíndricas. Resta aún alguna simplificación, como la que supone la introducción del concepto de espesor eficaz en §2.7., pero de lo expuesto en este apartado se observa que el problema de las muestras cilíndricas es resoluble con el modelo, de una manera más sencilla que el que supondría la aplicación del método exacto descrito en §2.2.

A continuación extendemos el tratamiento a una muestra de geometría general, con radios y centros de curvatura distintos para la primera y segunda caras. La notación y el método de trabajo serán análogos a los utilizados en este apartado.

## 2.6. Aplicación del modelo a una muestra general

### 2.6.1. Cálculo de $E$

#### *Planteamiento del problema*

Consideremos ahora una muestra de geometría indeterminada, y tomemos una zona de la misma, en la que va a incidir la luz (téngase siempre presente que el método es, por definición, extremadamente local, ya que trabajamos con un haz perfectamente focalizado). Llamemos  $\rho_1$  al radio de curvatura local de la cara interior y  $\rho_2$  al de la exterior en la zona de incidencia del primer haz reflejado internamente. Supondremos que estos radios de curvatura varían sólo de forma moderada en el resto de los puntos de incidencia del haz en la cara interior, y que, al menos para los haces que tienen importancia en los cálculos podemos admitir como válido ese valor. Admitamos también que las caras no son concéntricas, sino que sus centros respectivos,  $C_1$  y  $C_2$  están separados una distancia  $c$ , y el segmento que los une,  $C_1C_2$  forma un ángulo  $\gamma_1$  con normal en el primer punto de incidencia. Consideraremos que el valor del espesor,  $d$ , es la distancia entre las dos caras en el punto de incidencia inicial. Todo ello se muestra en la figura 2.12 (página siguiente)

Un cálculo geométrico no excesivamente complicado nos puede llevar a la expresión de  $E$  en este caso. Llamaremos a esta separación entre fuentes  $E_{gen}$ , por considerar que estamos en el caso más general de los que nos interesan.

Obviamente, se tendrá  $E_{gen} = E_{gen}(d, n, \rho_1, \rho_2, c, \gamma_1)$ , de igual modo que  $E_{cyl} = E_{cyl}(d, n, \rho_1)$ , siendo, entonces, la muestra cilíndrica un caso particular

de la muestra "general", con  $\rho_2 = \rho_1 + d$ ,  $c = 0$ ,  $\gamma_1 = 0$ . Esa analogía nos servirá para utilizar una formulación que simplemente extiende el caso cilíndrico.

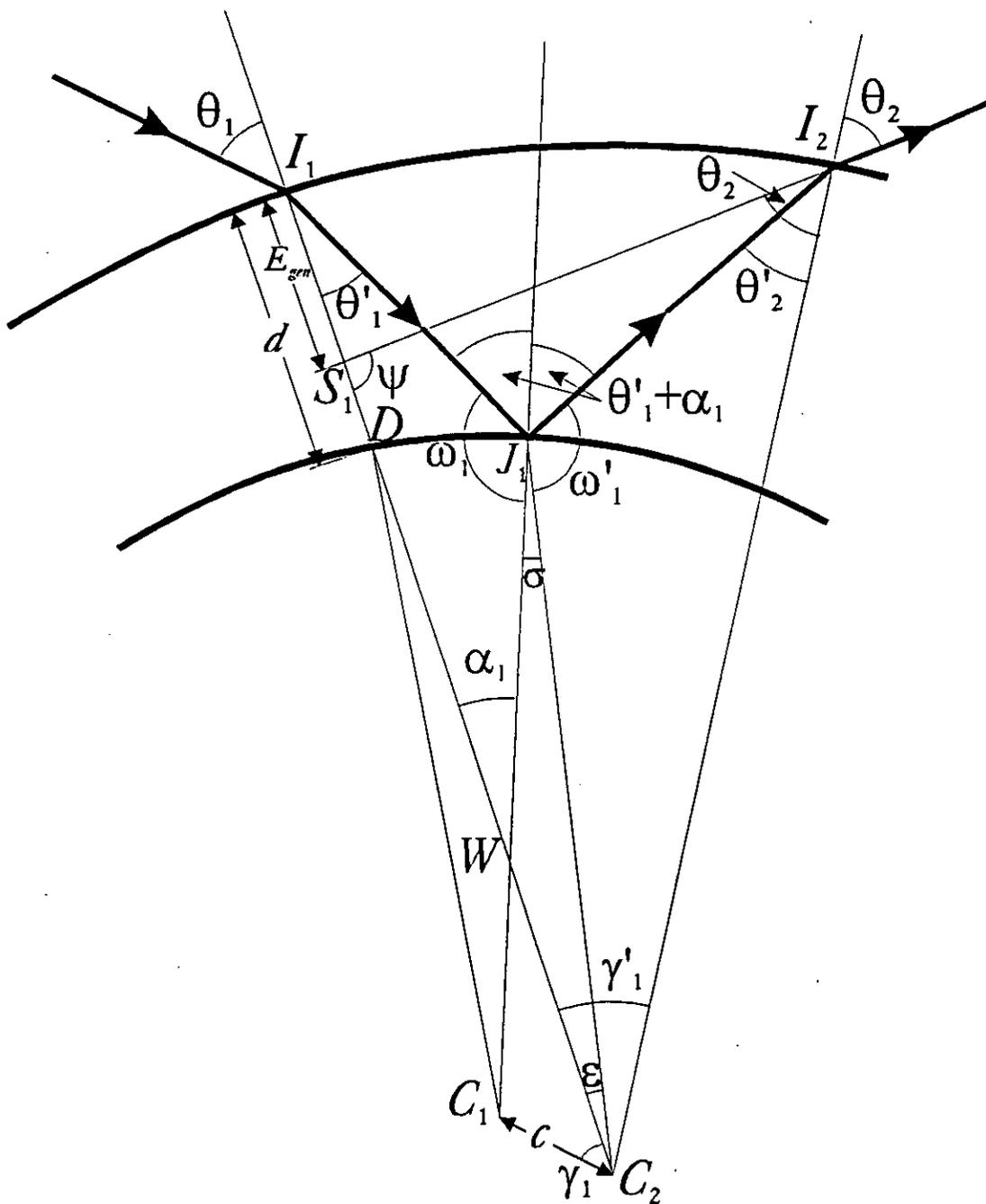


Figura 2.12. Marcha de rayos y geometría en una muestra general.

### *Cálculo del ángulo entre normales*

Del mismo modo que antes, las normales en los sucesivos puntos de incidencia no van a ser paralelas entre sí. En este caso, la situación es aún más

complicada que para una muestra cilíndrica, ya que el ángulo entre normales será función de  $c$  y  $\gamma_1$ . Llamaremos  $\alpha_i$  al ángulo que forma la normal en el punto de incidencia  $I_i$  y la normal en el punto de incidencia  $J_i$ . Vamos a calcular el valor de ese ángulo para el primer rayo reflejado internamente.

Con unos pasos análogos al cálculo de  $\alpha$  en §2.5.1., utilizando el triángulo  $I_1WJ_1$ , obtendremos

$$\frac{\sin(\pi - \theta'_1 - \alpha_1)}{I_1W} = \frac{\sin \theta'_1}{WJ_1}. \quad (2-86)$$

Si definimos

$$q'_1 = \frac{I_1W}{WJ_1}, \quad (2-87)$$

tendremos

$$\sin(\theta'_1 + \alpha_1) = q'_1 \sin \theta'_1, \quad (2-88)$$

que es una expresión enteramente análoga a (2-67).

Esto es admisible, ya que es obvio que si los centros  $C_1$  y  $C_2$  van a coincidir (es decir,  $c \rightarrow 0$ ), momento en que nuestro caso general debería converger al caso cilíndrico, el punto de corte entre las normales,  $W$ , se situará en el centro común a ambas caras, de modo que  $I_1W \rightarrow \rho_2$ ,  $WJ_1 \rightarrow \rho_1$ , y, por tanto,  $q'_1 \rightarrow q$ , tal como se define esta en (2-66). De ese modo, queda asegurado que el ángulo  $\alpha_1 \rightarrow \alpha$  para  $c$  pequeña.

Ahora bien, si  $c$  no es despreciable, la ecuación (2-88) necesita aún de un desarrollo adicional para sernos de utilidad. Hemos de escribir  $I_1W$  y  $WJ_1$  como función de  $c$  y  $\gamma_1$ .

En el triángulo  $C_1C_2W$  se pueden establecer la siguiente relación:

$$\frac{\sin \alpha_1}{c} = \frac{\sin \gamma_1}{C_1W} = \frac{\sin(\gamma_1 + \alpha_1)}{C_2W}, \quad (2-89)$$

y, de ahí,

$$WJ_1 = \rho_1 - C_1 W = \rho_1 - c \frac{\sin \gamma_1}{\sin \alpha_1}, \quad (2-90)$$

$$I_1 W = \rho_2 - C_2 W = \rho_2 - c \frac{\sin(\gamma_1 + \alpha_1)}{\sin \alpha_1}. \quad (2-91)$$

Obviamente,  $WJ_1$  converge a  $\rho_1$  e  $I_1 W$  a  $\rho_2$  si  $c \rightarrow 0$ , con lo que se va cumpliendo lo esperado. Si llevamos las expresiones (2-90) y (2-91) a la ecuación (2-87) se obtiene finalmente

$$q'_1 = \frac{\rho_2 \sin \alpha_1 - c \sin(\gamma_1 + \alpha_1)}{\rho_1 \sin \alpha_1 - c \sin \gamma_1}. \quad (2-92)$$

Por lo tanto, combinando (2-88) y (2-92) podemos hallar el valor de  $\alpha_1$  en función de parámetros supuestamente conocidos como  $\rho_1$ ,  $\rho_2$ ,  $c$ ,  $\gamma_1$  y  $q'_1$ . Si se hace esto, obtenemos una ecuación complicada en  $\alpha_1$ . Sin embargo, tras algunas operaciones se llega a una expresión muy conveniente:

$$\sin(\theta'_1 + \alpha_1) = \frac{\rho_2}{\rho_1} \sin \theta'_1 - \frac{c}{\rho_1} \sin(\theta'_1 - \gamma_1), \quad (2-93)$$

en la que se observa que la diferencia respecto de su equivalente en el caso cilíndrico, (2-67) es un término proporcional a  $c$ . Podemos despejar  $\alpha_1$ , obteniendo

$$\alpha_1 = \sin^{-1} \left[ \frac{\rho_2}{\rho_1} \sin \theta'_1 - \frac{c}{\rho_1} \sin(\theta'_1 - \gamma_1) \right] - \theta'_1. \quad (2-94)$$

### *Expresión para $d$*

En la formulación empleada no aparece, curiosamente, el parámetro de mayor importancia,  $d$ , que debe ser determinado indirectamente a través de  $\rho_1$ ,  $\rho_2$ . Hallemos la expresión que los liga.

Siguiendo la figura 2.12 tenemos que

$$d = I_1D = \rho_2 - C_2D. \quad (2-95)$$

Aplicando el teorema del coseno al triángulo  $C_1C_2D$ , y teniendo en cuenta que  $C_1D = \rho_1$ ,

$$\rho_1^2 = (C_2D)^2 + c^2 - 2c(C_2D)\cos\gamma_1, \quad (2-96)$$

de donde

$$C_2D = c \cos\gamma_1 \pm \sqrt{\rho_1^2 - (c \sin\gamma_1)^2}. \quad (2-97)$$

Pero, utilizando (2-95), se tiene (escogiendo el signo + en la ecuación (2-97) para garantizar la convergencia al valor correcto)

$$d = \rho_2 - c \cos\gamma_1 - \sqrt{\rho_1^2 - (c \sin\gamma_1)^2}. \quad (2-98)$$

Mediante esta relación podemos escoger los parámetros en función de los cuales se va a obtener la posición de las fuentes virtuales. Frecuentemente, dichos parámetros serán  $d$  y el radio interior de la muestra,  $\rho_1$ , con lo que, a partir de (2-98) obtendremos  $\rho_2$ . En el resto del desarrollo continuaremos usando  $\rho_1, \rho_2$ .

### *Cálculo del ángulo de incidencia en la cara exterior*

Una vez obtenido el valor de  $\alpha_1$ , vamos a calcular el valor del ángulo de incidencia que forma el rayo en la cara exterior. En el caso de muestra cilíndrica, por consideraciones elementales de simetría, ese ángulo es igual al refractado en la primera refracción. Sin embargo, aquí esos ángulos no coinciden.

Consideremos la figura 2.12. El ángulo que estamos buscando ha sido denominado  $\theta'_2$ . Si tenemos en cuenta los triángulos  $I_1J_1C_2$  e  $I_2J_1C_2$  y aplicamos en ellos el teorema del seno, se tiene

$$\frac{\sin \theta'_1}{C_2 J_1} = \frac{\sin \omega_1}{\rho_2}, \quad (2-99)$$

$$\frac{\sin \theta'_2}{C_2 J_1} = \frac{\sin \omega'_1}{\rho_2}. \quad (2-100)$$

De ahí,

$$\sin \theta'_2 = \sin \theta'_1 \frac{\sin \omega'_1}{\sin \omega_1}. \quad (2-101)$$

Los ángulos  $\omega_1$  y  $\omega'_1$  vienen dados por

$$\omega_1 = \pi - \theta'_1 - \alpha_1 + \sigma, \quad (2-102)$$

$$\omega'_1 = \pi - \theta'_1 - \alpha_1 - \sigma, \quad (2-103)$$

es decir,

$$\omega_1 - \omega'_1 = 2\sigma. \quad (2-104)$$

Es obvio que cuando este caso converge al cilíndrico, confundiendo  $C_1$  y  $C_2$ , el ángulo  $\sigma$  se anula, y se cumple  $\omega_1 = \omega'_1$  y, por tanto,  $\theta'_1 = \theta'_2$ . En el caso de que  $\sigma$  no sea nulo, necesitamos relacionarlo con otros parámetros conocidos para poder hallar  $\theta'_2$ . El cálculo no es complicado. Consideremos el triángulo  $J_1 W C_2$ . En él se cumple que

$$\sigma = \alpha_1 - \varepsilon. \quad (2-105)$$

Por otra parte, en el triángulo  $J_1 C_1 C_2$  se tiene que

$$\frac{\sin \varepsilon}{\rho_1} = \frac{\sin \sigma}{c}. \quad (2-106)$$

Combinando (2-105) y (2-106) y operando se obtiene finalmente

$$\tan \sigma = \frac{c \sin(\alpha_1 + \gamma_1)}{\rho_1 + c \cos(\alpha_1 + \gamma_1)}. \quad (2-107)$$

Esta expresión tiende a cero cuando  $c$  tiende a cero, como cabía esperar.

Utilizando (2-107), (2-101), (2-102) y (2-103) podremos, por tanto, conocer el valor de  $\theta'_2$ . Aplicando la ley de Snell se puede obtener  $\theta_2$ , con lo que queda perfectamente determinada la trayectoria del rayo dentro de la lámina.

### *Cálculo de $E_{gen}$*

Resta ahora, por tanto, sólo calcular la posición de la fuente virtual correspondiente a este haz reflejado una vez internamente. De la figura 2.12 se tiene que

$$E_{gen} = I_1 S_1 = \rho_2 - S_1 C_2. \quad (2-108)$$

Considerando el triángulo  $S_1 C_2 I_2$  tenemos

$$\frac{\sin \theta_2}{S_1 C_2} = \frac{\sin \psi}{\rho_2}, \quad (2-109)$$

donde el ángulo  $\psi$  viene dado por

$$\psi = \pi - \theta_2 - \gamma'_1, \quad (2-110)$$

con lo cual

$$S_1 C_2 = \rho_2 \frac{\sin \theta_2}{\sin(\theta_2 + \gamma'_1)}. \quad (2-111)$$

El ángulo  $\gamma'_1$  es el formado por las normales en  $I_1$  e  $I_2$  y se puede calcular a partir del triángulo  $C_2 J_1 I_2$ :

$$\gamma'_1 - \varepsilon = \pi - \omega'_1 - \theta_2, \quad (2-112)$$

de donde

$$\gamma'_1 = \theta'_1 - \theta'_2 + 2\alpha_1. \quad (2-113)$$

Se observa que  $\gamma'_1$  tiende a  $2\alpha$  cuando  $c$  tiende a 0, como cabía esperar.

Llevando (2-113) y (2-111) a (2-108) obtenemos finalmente

$$E_{gen} = \rho_2 \left[ 1 - \frac{\sin \theta_2}{\sin(\theta_2 + \gamma'_1)} \right]. \quad (2-114)$$

Operando, podemos llegar a una expresión enteramente análoga a (2-72):

$$E_{gen} = 2\rho_2 \sin \left[ \frac{\gamma'_1}{2} \right] \frac{\cos \left[ \theta_2 + \frac{\gamma'_1}{2} \right]}{\sin(\theta_2 + \gamma'_1)}, \quad (2-115)$$

con lo que queda garantizada la convergencia de  $E_{gen}$  a  $E_{cyl}$  cuando  $c$  tiende a 0.

**Casos  $\gamma_1=0$ ,  $\gamma_1=\pi$ .**

Una situación interesante es la que se produce cuando  $C_1$  y  $C_2$  están alineados sobre la normal en  $I_1$ , esto es, cuando  $\gamma_1=0$  ( $C_1$  más cerca de  $I_1$  que  $C_2$ ) o  $\gamma_1=\pi$  (a la inversa). En tal caso, todas las expresiones anteriores se simplifican, ya que los ángulos  $\alpha_1$  y  $\gamma'_1$  que se obtienen son los que corresponderían al caso cilíndrico. Sin embargo, se sigue teniendo  $E_{gen} \neq E_{cyl}$ . Comprobémoslo.

Si aplicamos (2-98) en este caso se obtiene

$$\rho_2 = \rho_1 + d \pm c, \quad (2-116)$$

donde el signo superior corresponde al caso  $\gamma_1=0$  y el inferior al caso  $\gamma_1=\pi$ . Si se llevan esos valores a (2-94) se obtiene que  $\alpha_1$  tiene la misma forma que  $\alpha$  para el caso cilíndrico. Del mismo modo,  $\theta'_1=\theta'_2$  y, por tanto,  $\theta_1=\theta_2$  y  $\gamma'_1=2\alpha_1$ . Sin embargo, puesto que en (2-115) aparece  $\rho_2$ , que es función de  $c$ ,  $E_{gen}$  no coincidirá con  $E_{cyl}$ . La expresión será

$$E_{gen} = 2(\rho_1 + d \pm c) \sin 2\alpha_1 \frac{\cos(\theta_1 + \alpha_1)}{\sin(\theta_1 + 2\alpha_1)}, \quad (2-117)$$

en donde se observa una dependencia de  $c$ .

### Caso de varios haces

Los desarrollos anteriores nos permiten seguir la marcha del rayo en la lámina. No hay ningún problema en considerar un número mayor de reflexiones internas. En efecto: a partir de (2-101) podemos conocer  $\theta'_2$ , que es el ángulo de incidencia en  $I_2$  y, por la ley de la reflexión, también es el ángulo reflejado en ese punto. Disponemos, pues, de la información inicial necesaria para repetir los cálculos expuestos anteriormente. De esos cálculos obtendremos un ángulo refractado  $\theta_3$  y, a partir de él, la expresión de  $E_{gen,2}$ .

Si denominamos  $\gamma'_j$  al ángulo formado por las normales en  $I_1$  e  $I_{j+1}$  (punto en el que emerge el rayo reflejado internamente  $j$  veces) y  $\theta_{j+1}$  al ángulo de emergencia en  $I_{j+1}$ , la generalización de (2-115) es inmediata:

$$E_{gen,j} = 2\rho_2 \sin \left[ \frac{\gamma'_j}{2} \right] \frac{\cos \left[ \theta_{j+1} \pm \frac{\gamma'_j}{2} \right]}{\sin(\theta_{j+1} + \gamma'_j)}. \quad (2-118)$$

El cálculo de  $\theta_{j+1}$  y  $\gamma'_{j+1}$  es engorroso aunque sencillo, siendo suficiente aplicar el número de veces necesario los desarrollos que se han mostrado en este apartado.

La ecuación (2-118) converge a la (2-78) para  $c$  tendiendo a 0. Como en el caso cilíndrico, se viola aquí también el supuesto de la equidistancia de las fuentes virtuales pero, al igual que entonces, el alejamiento de esa equidistancia resulta ser pequeño para los rangos de las magnitudes que nos interesan.

#### 2.6.2. Estimaciones numéricas de $E_{gen}$

Los desarrollos anteriores tienen un interés fundamentalmente académico, en cuanto a que muestran que el modelo de fuentes virtuales puede ser aplicado con éxito y de forma relativamente sencilla a una lámina de una geometría cualquiera. En la práctica no nos debemos ver obligados a

recurrir a las fórmulas de §2.6.1. para resolver nuestros problemas. En general, no podemos tomar como admisible un caso en el que  $c$  sea del orden de, digamos,  $\rho_1$ . Por lo tanto, una  $c$  grande, único caso en el que el alejamiento de la muestra general respecto de la cilíndrica merece ser tenido en cuenta, no va a ser una situación habitual.

Por ello, en este apartado limitaremos las estimaciones numéricas a una serie de ejemplos representativos de la importancia de la existencia de un  $c$  no nulo en el valor de  $E_{gen}$ . Puesto que nuestra idea básica es la simplicidad y ya hemos anticipado que nuestra intención es utilizar las fórmulas del caso plano siempre que sea posible, no tiene sentido realizar un estudio exhaustivo de un caso que no tiene un gran interés en sí.

En la figura 2.13 (página siguiente) se muestra el alejamiento de  $E_{gen}$  de  $E_{cyl}$  en función del valor de  $c$  para diferentes valores de  $\gamma_1$ ,  $d$  y  $\rho_1$ . Se puede comprobar que el valor de  $E_{cyl} - E_{gen}$  es siempre pequeño, al menos mientras  $c$  tiene valores razonables.

Los programas de simulación utilizados para la obtención de los valores numéricos ofrecidos aquí y en otros apartados similares de este capítulo no son complicados y admiten con gran facilidad una modificación de los parámetros. Como se verá más adelante, será frecuente que nos apoyemos en simulaciones numéricas para el uso del dispositivo experimental basado en estos cálculos.

### 2.6.3. Resumen general.

De este modo, damos por terminados los cálculos tendentes a la obtención de una relación tipo (2-31) en diferentes casos. Es posible realizar cálculos de este tipo en otros casos diferentes a los considerados aquí, como otras geometrías o muestras más generales que estas (radios y centros de curvatura no constantes en toda la cara). Puesto que no nos van a ser

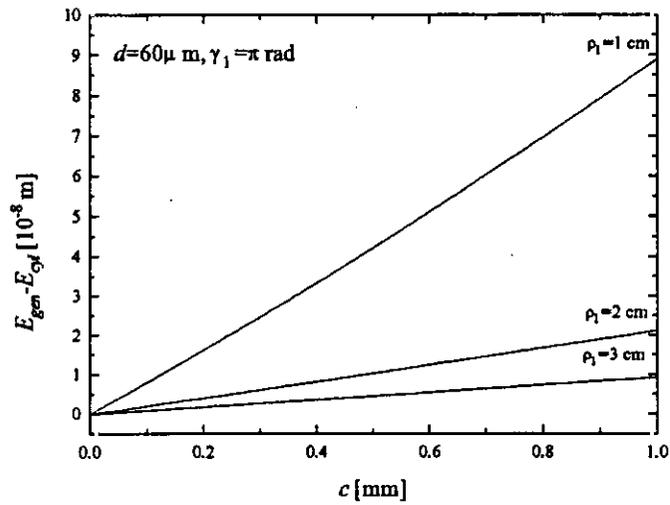
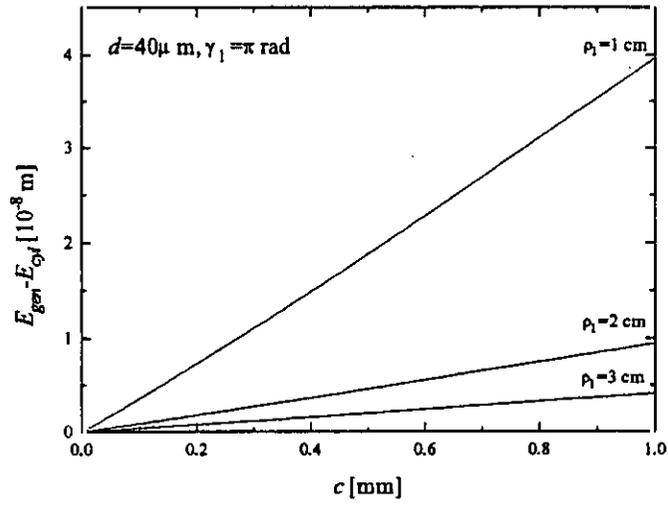
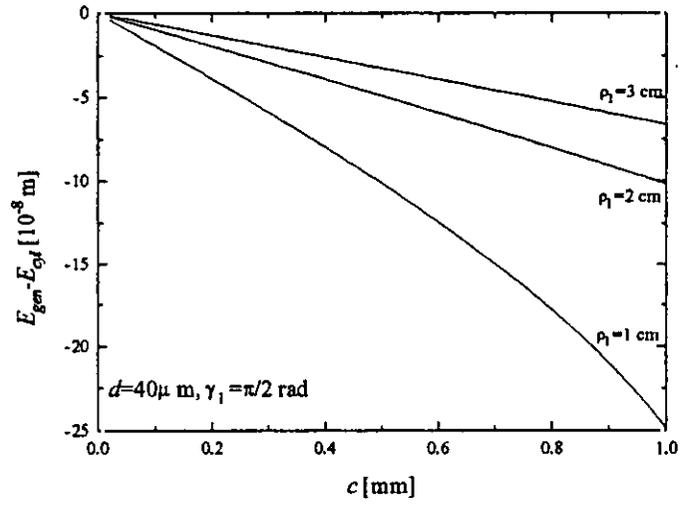


Figura 2.13. Valores de  $E_{cyl} - E_{gen}$  para diferentes valores de  $d$  y  $\gamma_1$ .

útiles, no los llevaremos a cabo, pues consideramos que la sencillez y la versatilidad del modelo de fuentes virtuales se ha puesto de manifiesto sobradamente.

En lo sucesivo, partiremos del conocimiento de la expresión de la  $E$  correspondiente y explotaremos las ventajas del modelo para la obtención de una relación tipo (2-30).

En la Tabla 2.8 se muestra un resumen de los resultados analíticos obtenidos en estos tres últimos apartados.

**Tabla 2.8.** *Expresión analítica del parámetro  $E$  para muestras de diferentes geometrías.*

Tipo de lámina [Apartado]	Parámetros iniciales	Parámetros calculables	Expresión para $E$ (núm.ec.)
Plana [§2.4.1.]	$d, n, \theta_0$		$E_{pl} = 2d \frac{\tan \theta'_0}{\tan \theta_0} \quad (2-43)$
Cilíndrica [§2.5.1.]	$d, n, \theta_0, \rho_1$	$\alpha$	$E_{cyl} = 2\rho_2 \sin \alpha \frac{\cos(\theta_0 + \alpha)}{\sin(\theta_0 + 2\alpha)} \quad (2-72)$
General [§2.6.1.]	$n, \theta_0, \rho_1, \rho_2, c, \gamma_1$	$\alpha_1, \gamma'_1$	$E_{gen} = 2\rho_2 \sin \left[ \frac{\gamma'_1}{2} \right] \frac{\cos \left[ \theta_2 + \frac{\gamma'_1}{2} \right]}{\sin(\theta_2 + \gamma'_1)} \quad (2-115)$

## 2.7. Espesor eficaz

### 2.7.1. Planteamiento

Como se dijo en §2.3.1., la introducción del modelo de fuentes virtuales pretendía facilitar la deducción de relaciones teóricas del tipo (2-4), de forma que estas pudieran aplicarse experimentalmente en un sensor interferencial de medida de espesor de láminas transparentes. En los apartados anteriores nos hemos ocupado de la deducción del parámetro característico  $E$ , parámetro fundamental en nuestros desarrollos, para diferentes geometrías. De ese modo hemos obtenido relaciones de tipo (2-31) para los casos más interesantes.

El problema fundamental sigue, no obstante, sin resolverse. La propia existencia del modelo no tiene sentido si no facilita la inversión de las ecuaciones obtenidas. De ese modo, podría ser necesaria aún una simplificación mayor.

De las tres expresiones de  $E$  deducidas (véase la tabla 2.8) sólo en el caso de la muestra plana la relación entre  $E$  y  $d$  es de una simple proporcionalidad. Para la muestra cilíndrica y la general la dependencia es más complicada.

Si aspiramos a seguir la línea 4'+4''+5' del esquema de la figura 2.5, esto es si pretendemos realizar la inversión de las ecuaciones en dos pasos, invirtiendo primero la relación entre  $E$  y  $d$  y posteriormente la relación entre  $T$  y  $E$ , hemos de encontrar relaciones del tipo

$$d = d(E). \quad (2-118)$$

Ese cálculo, inmediato en la muestra plana, puede resultar complicado en los otros casos. Habremos de desarrollar aproximaciones convenientes

para hacerlo más fácil. De ello nos ocuparemos en este apartado, mediante el ajuste de las ecuaciones que ligan  $E_{cyl}$  y  $d$  y mediante la introducción de un concepto muy conveniente para el tratamiento de este tipo de problemas, el *espesor eficaz*.

### 2.7.2. Relaciones entre $E$ y $d$

#### *Muestra plana*

En el caso de la lámina plano-paralela, la obtención de la relación (2-118) es inmediata. A partir de (2-43), tendríamos

$$d = \frac{E_{pl} \tan \theta_0}{2 \tan \theta'_0} \quad (2-119)$$

o, equivalentemente,

$$d = \frac{E_{pl}}{2} \left[ \frac{n^2 - \sin^2 \theta_0}{1 - \sin^2 \theta_0} \right]^{1/2} \quad (2-120)$$

Por lo tanto,  $d$  y  $E_{pl}$  son proporcionales y su coeficiente de proporcionalidad es dependiente de  $n$  y  $\theta_0$ .

#### *Muestra cilíndrica*

La expresión (2-72), que liga  $E_{cyl}$  con  $d$  no es tan fácilmente invertible como en el caso plano. Tanto  $\rho_2$  como  $\alpha$  dependen de  $d$ . Para  $\alpha$  hemos comprobado en §2.5.2. que su dependencia con  $d$  es muy aproximadamente lineal en los rangos que nos ocupan. Del mismo modo, en §2.5.3. hemos visto que también la propia  $E_{cyl}$  es aproximadamente lineal en  $d$ . En aquellos apartados pretendíamos solamente dar un orden de magnitud de esas cantidades. Efectuemos ahora un estudio más detallado de esas dependencias.

Vamos a obtener una expresión aproximada de  $E_{cyl}$ . Si desarrollamos las funciones trigonométricas  $\sin\alpha$  y  $\cos\alpha$  en serie de potencias y retenemos sólo los términos lineales en  $\alpha$  obtenemos

$$E_{cyl} \cong 2\rho_2\alpha \left[ \frac{1}{\tan\theta_0} - \alpha \left[ 1 + \frac{2}{\tan\theta_0} \right] \right]. \quad (2-121)$$

Si se tiene en cuenta (2-80) y se reagrupan términos se llega a

$$E_{cyl} \cong 2 \frac{\tan\theta'_0}{\tan\theta_0} d + 2 \left[ \frac{\tan\theta'_0}{\tan\theta_0} - \tan^2\theta'_0 \left[ 1 + \frac{2}{\tan\theta_0} \right] \right] \frac{d^2}{\rho_1} - 2 \tan^2\theta'_0 \frac{d^3}{\rho_1^2}; \quad (2-122)$$

es decir, un desarrollo en serie de potencias de  $d$ . Aún podemos obtener una expresión más compacta si utilizamos la magnitud  $E_{pl}$ :

$$E_{cyl} \cong qE_{pl} - \frac{q}{\rho_1} \left[ 1 + \frac{\tan^2\theta_0}{2} \right] E_{pl}^2, \quad (2-123)$$

ecuación que relaciona la separación entre fuentes virtuales para una muestra cilíndrica de espesor  $d$  y radio interior  $\rho_1$  con la separación para una muestra plana del mismo espesor.

Se observa que tanto (2-122) como (2-123) muestran dependencias no lineales, con lo que la inversión no se puede realizar de un modo sencillo, ni aún con la aproximación que hemos introducido. Sin embargo, nos dan información sobre  $E_{cyl}$ . Por ejemplo, si aplicamos la definición de  $q$  a (2-123) tenemos que, en primer orden,  $E_{cyl} = E_{pl}$  (no igual a  $qE_{pl}$ , ya que el término  $dE_{pl}/\rho_1$  es del mismo orden que el segundo sumando y no se puede considerar por separado), como ya habíamos aventurado a la vista de los datos numéricos de la tabla 2.5. Así, en primer orden sí se cumple que  $E_{cyl} \propto d$ , como habíamos visto en §2.5.3. La expresión (2-123) nos permite calcular cuánto se aleja  $E_{cyl}$  de  $E_{pl}$  para un conjunto dado de parámetros iniciales. En la figura 2.14 se muestran las cantidades  $E_{cyl} - E_{pl}$  y  $E_{cyl} - E_{cyl, apr}$ , donde  $E_{cyl, apr}$  es la  $E_{cyl}$  que se obtiene de (2-123). Los parámetros fijos han sido, como es habitual,  $n=1.5$  y  $\theta_0=45^\circ$ . El radio interior de la muestra se ha tomado de 2 cm.

Se observa que la aproximación dada por (2-123) es muy buena, aunque la más simple de tomar  $E_{cyl} = E_{pl}$  puede ser aceptable (errores del orden de la

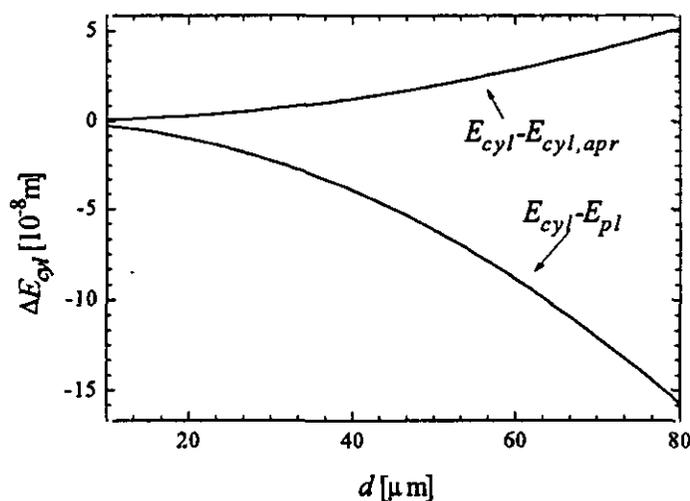


Figura 2.14

décima de micra incluso para espesores grandes). Podemos considerar, por tanto, que la relación de tipo (2-31) para el caso de la muestra cilíndrica puede ser la (2-122). Se tiene entonces que  $E_{cyl}$  es un polinomio de tercer grado en  $d$ .

Observamos que el camino de las aproximaciones matemáticas y los ajustes lineales nos lleva a una linealidad aproximada en la relación (2-31) para la muestra cilíndrica, linealidad que puede ser corregida de un modo sencillo a través de (2-122). Este es un dato interesante, que muestra la capacidad del modelo de fuentes virtuales para simplificar el tratamiento de muestras de geometrías complicadas.

Un estudio similar podría realizarse para muestras más generales. Bástenos el saber que la convergencia al caso cilíndrico está perfectamente garantizada, como se ha demostrado repetidamente en §2.6., y que la diferencia entre ambos es despreciable para  $c$  pequeña. Una linealización como la aquí contemplada sería, pues, posible bajo esas condiciones.

Disponemos, por tanto, de un desarrollo en serie que podemos truncar en el término que nos convenga. Esta es una de las soluciones al problema planteado inicialmente en §2.7.1. En el apartado siguiente se propone otra, más novedosa y de mayor potencia, para afrontar este tipo de situaciones.

### 2.7.3. Concepto de espesor eficaz.

Al introducir el modelo de fuentes virtuales comentamos que una de sus principales ventajas es la capacidad de adaptarse sin dificultad a geometrías diferentes de la muestra, ya que sus expresiones fundamentales dependían únicamente de un parámetro  $e$ , que reunía en sí todas las características particulares de la muestra. De hecho, bien podría ocurrir que muestras muy distintas produjeran la misma distribución de fuentes virtuales, la misma  $E$ , con lo que el interferograma a que darían lugar sería el mismo. Esta propiedad es la que nos lleva a definir el espesor eficaz de una muestra de geometría cualquiera:

*Definición 2.2.* Definimos el espesor eficaz,  $d_e$ , de una muestra dada de geometría cualquiera y espesor real  $d$  como el espesor que debería tener una lámina plano-paralela del mismo índice de refracción para que ambas produjeran la misma distribución de fuentes virtuales, esto es, la misma  $E$ .

Podemos expresar matemáticamente la definición 2.2. para una muestra cilíndrica de la siguiente forma:

$$E_{cyl}(d, \rho_1, n, \theta_0) = E_{pl}(d_e, n, \theta_0). \quad (2-124)$$

Además del interés que este concepto pueda tener para mostrar la versatilidad del modelo elegido, presenta una aplicación práctica importante.

Consideremos un sistema que utilice las fórmulas que se han ido deduciendo en este capítulo para determinar el espesor de una muestra de

cualquier geometría. El *software* (o incluso el *hardware*, como mostraremos más adelante) de que disponga ese sistema debe incluir los algoritmos necesarios para la determinación de  $d$ . Supongamos que, del conocimiento de la interfranja y mediante procesos como los que se mostrarán en §2.8. podemos hallar la  $E$  correspondiente. Dependiendo del tipo de muestra habremos de utilizar una u otra de las relaciones que aparecen en la tabla 2.8 para encontrar  $d$ . De ellas, la de la muestra plano paralela es la más sencilla.

Pues bien, podemos imponer al sistema que utilice la fórmula (2-119) *siempre*, aun cuando no estemos midiendo láminas plano-paralelas. Evidentemente, y según lo dicho en la definición 2.2., el resultado que obtendremos no será el espesor real de la muestra, *sino su espesor eficaz*. La ventaja es que la inversión exacta que supone (2-119) no puede realizarse sino aproximadamente para otras geometrías y que la relación de proporcionalidad entre  $E$  y  $d$  sólo se da para la muestra plana.

Si actuamos así, estamos obligados a hallar el espesor real de la muestra conocido su espesor eficaz, es decir, hemos de encontrar relaciones del tipo  $d=d(d_e)$  para las diferentes geometrías de la muestra. Obsérvese que todo este proceso supone una nueva bifurcación en el esquema de la figura 2.5, concretamente en el paso 4". Como todas las bifurcaciones anteriores proporciona una mayor simplificación a la hora de realizar los tratamientos matemáticos. En la figura 2.15 se esquematiza el proceso.

La relación  $d=d(d_e)$  no es lineal en principio. Sin embargo, podemos idear varios procedimientos para que esa dependencia no sea complicada. Centrémonos en el caso de la muestra cilíndrica. Puesto que disponemos de una expresión para  $E_{cyt}$ , la ecuación (2-72) podemos simular matemáticamente su comportamiento para un rango de valores de  $d$ . Imponiendo entonces (2-124) podemos despejar  $d_e$  obteniendo

$$d_e = 2E_{cyt} \frac{\tan \theta_0}{\tan \theta'_0}, \quad (2-125)$$

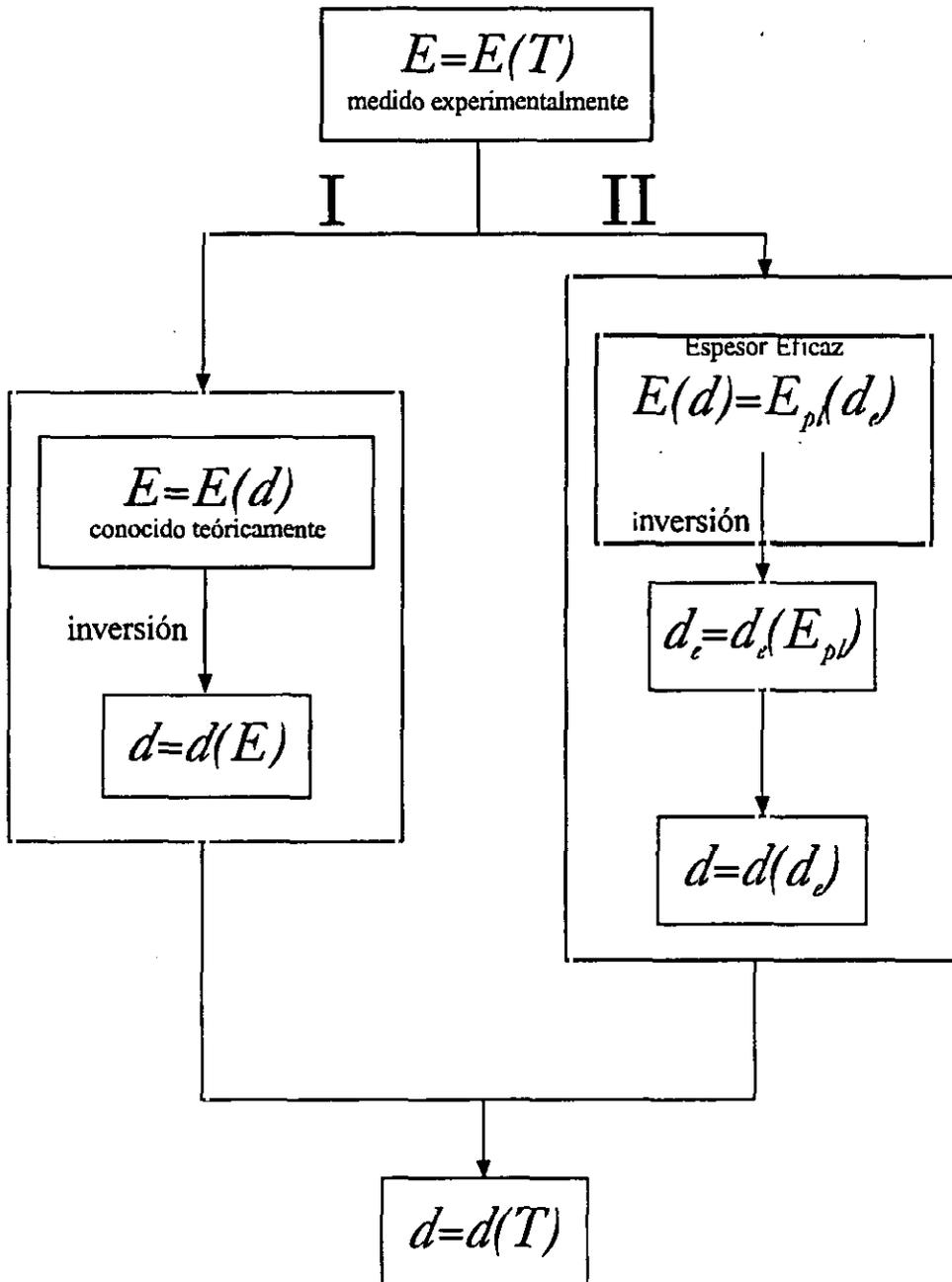


Figura 2.15. Esquema de la obtención de  $d$  a partir de  $E$

donde  $d_e$  aparece como función de  $d$  y  $\rho_\lambda$ , en principio con una dependencia complicada. Si disponemos de un conjunto amplio de valores de  $E_{\rho, \lambda}(d)$  podemos optar por un ajuste a un polinomio del grado necesario. Esa sería la primera posibilidad. De ese modo tendríamos un desarrollo de  $d_e$  en serie de potencias de  $d$ . Si truncamos éste podremos proceder a la inversión de la dependencia de un modo analítico.

Equivalentemente, podemos utilizar la expresión aproximada (2-123) y despejar  $d$  de ella:

$$qd - d^2 \left[ \frac{2q \tan \theta'_0}{\rho_1 \tan \theta_0} \left[ 1 + \frac{\tan^2 \theta_0}{2} \right] \right] = d_e. \quad (2-126)$$

Resolviendo esa ecuación de segundo grado obtenemos la expresión deseada.

Una última posibilidad es la linealización de esa relación para un rango pequeño de espesores. Puesto que en principio es posible conocer de modo aproximado el espesor de la muestra, al medir  $E_{cyl}$  y asumir que tenemos una muestra plana, obteniendo así  $d_e$ , la única corrección necesaria será un factor de proporcionalidad, que será diferente dependiendo del rango de espesor en que nos encontremos:

$$d = K(d, \rho_1) d_e. \quad (2-127)$$

Como se ve, la introducción del concepto de espesor eficaz puede ser útil si se complementa con alguna de las técnicas de aproximación que aquí se han descrito. En tanto en cuanto la precisión del resultado final no se vea afectada de un modo inaceptable por este método, habremos conseguido una simplificación del *software* o del *hardware* de tratamiento de datos y, por lo tanto, una mayor eficacia en el funcionamiento del sensor.

#### 2.7.4. Otras aplicaciones del espesor eficaz

La idea subyacente en el uso del espesor eficaz es la simplificación de las fórmulas cuando la geometría de la muestra es complicada, reduciendo todos los cálculos a la geometría más sencilla. Esta idea puede aplicarse a situaciones muy diversas con buenos resultados. A modo de ejemplo vamos a describir aquí brevemente una aplicación diferente al tema principal tratado en esta Memoria. No pretendemos entrar en detalles, ya que, como

decimos, esta no es la cuestión que nos interesa, pero este tratamiento sí resultará ilustrativo de las posibilidades que un enfoque puramente geométrico como el que aquí se está presentando puede tener.

El campo de aplicación de este método es la caracterización de láminas transparentes de cualquier geometría por reflectogoniometría espectroscópica.

### *Base teórica*

La reflectancia y la transmitancia de una lámina delgada depende de la longitud de onda de la radiación incidente [6]. Esta dependencia hace posible medir y controlar las características de la lámina (espesor, índice de refracción). [7,8] Las fórmulas usadas comúnmente son válidas para láminas plano-paralelas e incidencia normal. [9] Sin embargo, hay campos de aplicación de esta técnica, como la fabricación industrial de lentes de plástico, donde la geometría es diferente. En esos casos, se pretende controlar el espesor de recubrimientos protectores de diversas geometrías. Por ello, es necesario adaptar las fórmulas habituales a los casos más generales. El concepto de espesor eficaz puede ayudarnos a ello.

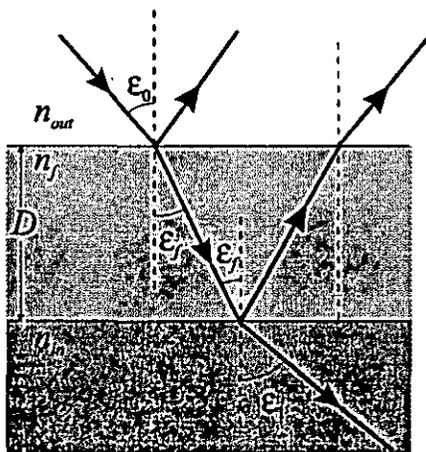


Figura 2.16

El fundamento físico es el siguiente: consideremos una lámina de espesor  $D$  e índice de refracción  $n_f$  situada entre dos medios de índices  $n_{in}$  y  $n_{out}$  (figura 2.16).

Supongamos que sobre ella incide una onda plana con un ángulo de incidencia  $\epsilon_0$ . De acuerdo con la literatura [6], las longitudes de onda incidentes para las que la reflectancia en la lámina es un máximo vienen dadas por

$$(2i + 1)\lambda = 4n_f D \cos \epsilon_f, \quad (2-128)$$

con  $i=0,1,2\dots$

Esta propiedad es la base de la caracterización de láminas por reflectometría espectroscópica. En efecto: midiendo esas longitudes de onda de reflectancia máxima podemos determinar  $D$  ó  $n_f$  a través de esa ecuación.

### *Extensión del concepto de espesor eficaz*

Cuando la lámina estudiada no es plano-paralela, (2-128) no se puede aplicar directamente, ya que el camino óptico de la luz dentro de la lámina es diferente. Podemos solventar esta dificultad aplicando el concepto de espesor eficaz, extendiendo la definición de éste para cubrir una mayor cantidad de situaciones:

*Definición 2.3. Definimos el espesor eficaz de una lámina transparente de cualquier geometría como el espesor que una lámina plano-paralela debería tener para producir los mismos efectos que la lámina en cuestión.*

Esta definición más amplia debe particularizarse en cada caso, pero permite un rango de aplicaciones muy grande. Por ejemplo, en el problema que nos ocupa, el espesor eficaz de la lámina será el que debería tener una lámina plano-paralela para que el camino óptico de la luz dentro de ella sea el mismo que dentro de la lámina estudiada. Si denominamos  $k_1$  y  $k_2$  a las curvaturas locales de las caras interior y exterior de la lámina y denotamos el

camino óptico de la luz dentro de esta como  $L$ , el espesor eficaz  $D_e$  de una lámina de espesor  $D$  será el que verifique

$$L(D, k_1, k_2) = L(D_e, 0, 0). \quad (2-129)$$

Podríamos, entonces, resolver (2-129) para las principales geometrías. Si suponemos una lámina cilíndrica de radio interior  $g$  tendremos que resolver la ecuación

$$L\left(D, \frac{1}{g}, \frac{1}{g+D}\right) = L(d_e, 0, 0). \quad (2-130)$$

El camino óptico de la luz dentro de la lámina cilíndrica se puede medir en términos del ángulo  $\alpha$  definido por (2-68). Si llevamos los resultados a (2-130) obtenemos que

$$D_e = D + g(1 - \cos \alpha). \quad (2-131)$$

Si aproximamos esa expresión para ángulos  $\alpha$  muy pequeños tenemos que la diferencia entre espesor eficaz y espesor verdadero para una muestra de ese tipo viene dada por

$$D_e - D \cong g \frac{\alpha^2}{2} \cong \frac{D^2}{2g} \left[ \frac{\sin \epsilon_0}{n_f^2 - \sin^2 \epsilon_0} \right]. \quad (2-132)$$

Así, la existencia de un ángulo entre normales  $\alpha$  no nulo introduce una diferencia entre espesor eficaz y real proporcional a  $D^2$ . Cálculos similares pueden hacerse para otras geometrías.

### *Reflectogoniometría espectroscópica para láminas de cualquier geometría*

Si utilizamos siempre (2-128), aun cuando la lámina sea cilíndrica, cometemos un error cuando medimos el espesor de esta, ya que los que estamos

mediendo en realidad es su espesor eficaz. Podemos corregir entonces los resultados aplicando (2-132). Podemos entonces utilizar la reflectometría espectroscópica en todos los casos sin más que corregirlos de esa forma.

Otra aplicación de estos cálculos puede ser la determinación del radio de curvatura de la lámina. La existencia de una curvatura no nula en las caras de esta hace que el espesor medido por el procedimiento de la reflectometría espectroscópica sea el eficaz y no el real. Eso implica un desplazamiento de las posiciones de los máximos dadas por (2-128). Si llamamos  $\lambda_i$  al máximo  $i$ -ésimo producido por una lámina plano-paralela de espesor  $D$  y  $\lambda_i^*$  al producido por una lámina plano-paralela de espesor  $D_e$ , la diferencia entre estos vendrá dada por

$$\lambda_i^* - \lambda_i = \frac{4n_f \cos \theta_f}{(2i+1)} (D_e - D) \cong \frac{4n_f \cos \theta_f D^2}{(2i+1) 2g} \left[ \frac{\sin \epsilon_0}{n_f^2 - \sin^2 \epsilon_0} \right]. \quad (2-133)$$

Si podemos medir esos máximos para una lámina dada de espesor conocido, podemos hallar de ese modo su radio de curvatura. Por ejemplo, si se trata de una lámina en la que la curvatura va variando, podemos controlar automáticamente esta sin más que ir comparando las posiciones de los máximos con las de un patrón del mismo espesor y radio de curvatura conocido. Por ejemplo, dos láminas cilíndricas de radios interiores  $g$  y  $g'$  respectivamente producirían una diferencia en la longitud de onda de máxima reflectancia dadas por

$$\lambda_i' - \lambda_i = \frac{1}{2i+1} (2n_f \cos \theta_f \tan^2 \theta_f) D^2 \left[ \frac{1}{g'} - \frac{1}{g} \right], \quad (2-134)$$

o, usando las curvaturas,

$$\Delta \lambda \propto \frac{1}{2i+1} D^2 \Delta k. \quad (2-135)$$

Si medimos  $\Delta \lambda$  con suficiente precisión, podemos determinar variaciones muy pequeñas en la curvatura.

### *Conclusiones*

Como se ve en este ejemplo, el uso del espesor eficaz y, en general, de métodos geométricos sencillos puede producir resultados interesantes en técnicas de control muy diferentes. De hecho, los cálculos que acabamos de presentar suponen un primer paso en un campo que pretendemos ir explorando en lo sucesivo. En particular, la determinación de la geometría de una lámina transparente podría hacerse de manera automática con métodos similares a los descritos en este capítulo para la medida del espesor.

## 2.8. Relación entre interfranja y espesor. Aproximaciones

### 2.8.1. Planteamiento general

Nos encontramos finalmente ante la cuestión crucial de todo nuestro tratamiento teórico: la inversión de la dependencia entre  $d$  y  $T$ . En los apartados anteriores hemos ido obteniendo una serie de resultados encaminados principalmente a la simplificación de ese problema. Ahora, propondremos una serie de aproximaciones que lo simplificarán aún más. El producto final de ese trabajo teórico será una relación suficientemente sencilla como para implementarse en el *software* de un sensor automático y un conocimiento preciso de sus limitaciones y de relaciones más complicadas para el caso de que fueran necesarias.

Mediante el modelo de fuentes virtuales podemos predecir teóricamente la forma del interferograma para cualquier muestra en función de  $E$ . En §2.3.3. se describió el procedimiento para obtener teórica o experimentalmente la interfranja,  $T$ , de un interferograma dado. Si conseguimos ligar  $T$  y  $E$  por medio de una fórmula sencilla, podremos invertir esta de modo que se obtenga una relación  $E=E(T)$ . En §2.7. se ha abordado el problema de la relación entre  $E$  y  $d$ . Si consideramos que éste está resuelto convenientemente a través también de relaciones  $d=d(E)$  sencillas, habremos conseguido llegar a la inversión final,  $d=d(T)$ , por medio de una serie de pasos indirectos aunque fácilmente abordables. Véase el esquema de la figura 2.5 para una mayor claridad.

Nos centramos, pues, en este apartado en la obtención de relaciones del tipo  $T=T(E)$  y  $E=E(T)$ . Trataremos la cuestión siguiendo varios procedimientos. En primer lugar, recurriremos a una reducción del número de haces considerados a dos, con la correspondiente simplificación de (2-37). En

esas condiciones, efectuaremos cálculos analíticos y simulaciones numéricas. Por último, simplificaremos aún más introduciendo una última aproximación, consistente en tomar una distancia de observación,  $l$ , mucho mayor que las otras longitudes involucradas en el problema ( $y$ ,  $E$ ).

## 2.8.2. Modelo de dos haces

### *Expresión para I*

Es inmediato comprobar por medio de una simulación numérica que el número de haces considerado para la producción del interferograma no afecta a la interfranja del mismo. En efecto, un mayor número de haces producirá una agudización de los picos en la intensidad de luz en el plano de observación, pero no un desplazamiento de estos. Puesto que estamos interesados únicamente en la posición de los extremos de la intensidad podemos limitar nuestros cálculos analíticos a dos únicos haces, el 0 y el 1. De hecho, un rayo reflejado internamente un número grande de veces es muy poco intenso, ya que las reflectancias de las caras de la lámina son pequeñas.

En tal caso, la expresión de la intensidad (2-37) queda simplificada considerablemente:

$$I(y) = a^2 \left[ \frac{r_1^2}{[R_0(y)]^2} + \frac{r_2^2 \tau^4}{[R_1(y)]^2} + \frac{2r_1 r_2 \tau^2}{R_0(y) R_1(y)} \cos \kappa(R_0(y) - R_1(y)) \right] \quad (2-136)$$

En esta expresión se observa un término que podríamos denominar *fondo*, constituido por los dos primeros sumandos, y un término *periódico*, el tercero. Las denominaciones utilizadas no son completamente correctas, ya que en ambos casos aparece una dependencia en  $y$ . Así, el fondo no tiene la misma magnitud en todo el rango posible de  $y$ . Tampoco el término

sinusoidal es de amplitud constante. Sin embargo, eso no debe preocuparnos, ya que en ningún momento estamos interesados en el valor de  $I$ , sino en su periodo. Podemos, por tanto, ignorar o tratar muy brevemente las dependencias no periódicas y centrarnos en el término sinusoidal, que denominaremos  $G(y)$ :

$$G(y) = \cos \kappa [R_0(y) - R_1(y)] . \quad (2-137)$$

Si desarrollamos esa expresión obtenemos

$$G(y) = \cos \kappa \left[ \sqrt{l^2 + y^2} - \sqrt{l^2 + y^2 + E^2} + \sqrt{2} E(l + y) \right], \quad (2-138)$$

que, introducido en la (2-136) nos da la expresión final de la distribución de intensidad en el interferograma cuando se consideran sólo dos haces.

### *Expresión analítica de la posición de los extremos*

Por medio de (2-38) obtenemos el valor del periodo espacial a partir de las posiciones de los mínimos de la función  $I$ . Podemos emplear la expresión (2-138) para hallar estas analíticamente. Debe observarse que todos los términos de (2-136) excepto  $G(y)$  son monótonos, con lo cual la posición de los extremos de  $I$  coincidirá con la de los de  $G$ . Calculemos estos entonces.

La función  $G(y)$  presentará un mínimo cuando su argumento sea igual a un número entero de veces  $2\pi$ , es decir

$$\kappa [R_0(y) - R_1(y)] = 2p\pi , \quad (2-139)$$

con  $p$  entero. Pero, puesto que  $\kappa = 2\pi/\lambda$ , la condición (28-4) se transforma en

$$R_0 - R_1 = p\lambda; \quad (2-140)$$

es decir,

$$\sqrt{l^2 + y^2} - \sqrt{l^2 + y^2 + E^2} + \sqrt{2} E(l + y) = p\lambda. \quad (2-141)$$

Por lo tanto, el periodo será la distancia entre dos mínimos consecutivos de los dados por (2-141). Ese periodo no será, en principio, constante, ya que la separación entre mínimos va a depender del orden de estos,  $p$ , por lo que podemos escribir

$$T_p = Y_p - Y_{p-1}, \quad (2-142)$$

donde por  $Y_p$  hemos designado la coordenada  $y$  del máximo de orden  $p$ .

Nuestros esfuerzos deben, por tanto, centrarse en la determinación de esos máximos. Ello implica la resolución de la ecuación (2-141) que, como veremos, no es sencilla. En última instancia, como ya hemos citado tantas veces, habremos de recurrir a la estimación numérica para rentabilizar mínimamente nuestros esfuerzos. Hallemos, no obstante, la expresión analítica de la posición del máximo de orden  $p$ .

Habremos de elevar al cuadrado (2-141), habiendo despejado previamente una de las raíces. Hecho esto y simplificando, se tiene

$$E^2 + \sqrt{2} El + \sqrt{2} EY_p - p^2 \lambda^2 = -2p\lambda \sqrt{l^2 + Y_p^2}, \quad (2-143)$$

donde, para hacer más sencillos los cálculos posteriores vamos a introducir la siguiente notación:

$$\left\{ \begin{array}{l} B_p = p\lambda \\ C_p = E^2 + \sqrt{2} El - B_p^2 \end{array} \right\}, \quad (2-144)$$

con lo que la ecuación queda

$$C_p + \sqrt{2} EY_p = -2B_p \sqrt{l^2 + Y_p^2}. \quad (2-145)$$

Elevando al cuadrado de nuevo se obtiene una ecuación de segundo grado,

$$Y_p^2[2E^2 - B_p^2] + Y_p[2\sqrt{2} C_p E] + [C_p^2 - 4B_p^2 l^2] = 0, \quad (2-146)$$

cuya resolución nos da la posición del máximo  $p$ -ésimo:

$$Y_p = \frac{-2\sqrt{2} EC_p \pm \sqrt{8E^2 C_p^2 - 4(2E^2 - 4B_p^2)(C_p^2 - 4B_p^2 l^2)}}{2(2E^2 - 4B_p^2)}. \quad (2-147)$$

Si se tiene en cuenta las definiciones dadas en (2-144) se observa que la expresión (2-147) es complicada. Sin embargo, podríamos utilizar, al menos en principio, (2-141) para determinar analíticamente el valor del periodo.

Podemos recurrir a la simulación numérica para evaluar  $Y_p$ . Se observa, en cualquier caso, que la separación entre mínimos dista mucho de ser constante. De hecho, el comportamiento de la función  $I(y)$  para  $y$  grandes en valor absoluto (tomando como magnitud para comparar la distancia  $l$ , típicamente del orden de 10 cm) es complicado. En la figura 2.17 (página siguiente) se observa dicha función para un conjunto de parámetros tipo. Se observa que los términos de fondo, así como el coeficiente de  $G$  en el término periódico hacen que los extremos de esa función no tengan el mismo valor, mientras que la dependencia de  $G$  con  $y$  hace que no estén uniformemente espaciados.

Parece que, en principio, este camino analítico es bastante limitado. Queda, sin embargo, por considerar un hecho importante: vamos a estar interesados en general en un rango pequeño de  $y$ , ya que, como se justificará más adelante, la longitud del detector de imagen que vamos a emplear es, en general, mucho menor que  $l$ . Así, para  $y$  mucho menores que 10 cm, la función es aproximadamente periódica, como se puede ver en la figura 2.18.

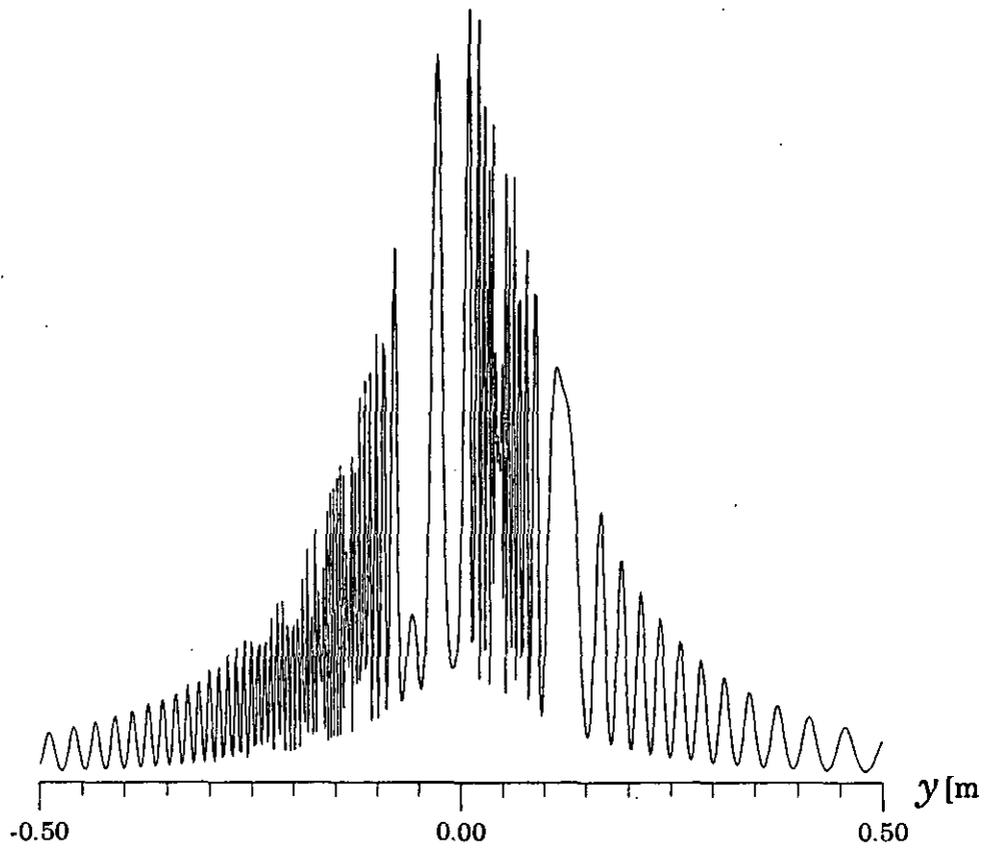


Figura 2.17. Comportamiento característico de la intensidad de luz para  $y \gg l$  ( $l=12$  cm en este caso).

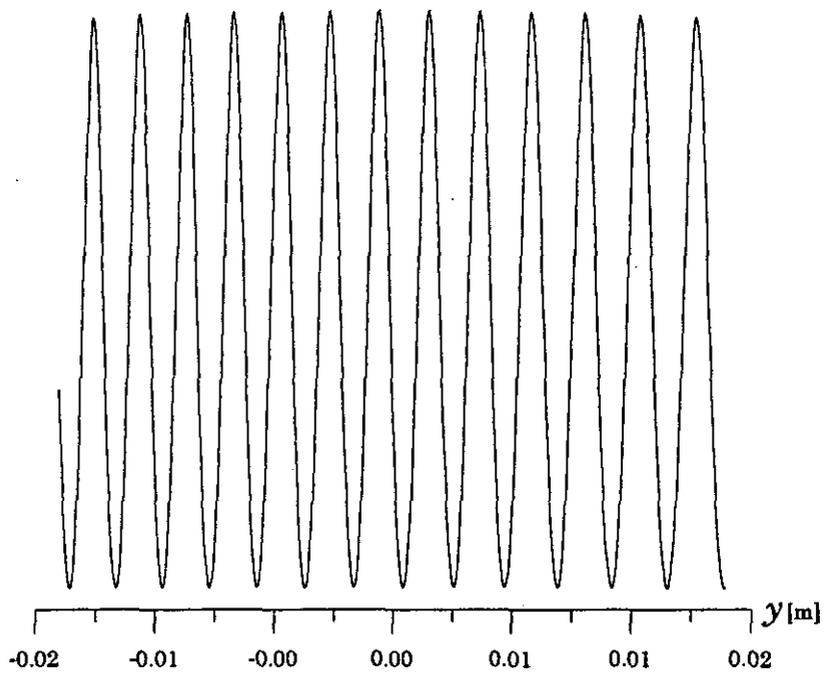


Figura 2.18. Comportamiento típico de la intensidad de luz para  $y \ll l$  ( $l=12$  cm en este caso).

Por lo tanto, es aceptable suponer que trabajaremos siempre con  $y \ll l$ , con lo que las expresiones anteriores se pueden simplificar. Nos ocupamos de esto en el siguiente apartado.

### 2.8.3. Aproximación para pequeñas aperturas

Si en (2-138) dividimos las raíces por  $l^2$  y desarrollamos en serie, considerando que  $E_{pl}$  e  $y$  son mucho menores que  $l$  tenemos

$$G(y) = \cos \frac{2\pi l}{\lambda} \left[ \frac{E_{pl}^2}{2l^2} + \frac{E_{pl} \cos \theta_0}{l} - \frac{E_{pl}}{l^2} y \sin \theta_0 \right], \quad (2-148)$$

en la que el argumento ya es lineal en  $y$ . Esa función tiene un periodo dado por

$$T = \frac{\lambda l}{E \sin \theta_0}. \quad (2-149)$$

En el caso en que  $\theta_0 = \pi/4$ , el periodo resulta ser

$$T = \frac{\sqrt{2} \lambda l}{E}. \quad (2-150)$$

Se observa un hecho importante: admitiendo como buena la aproximación presentada aquí, la relación entre  $T$  y  $E$  es simplemente de proporcionalidad inversa. Si además contamos con una relación entre  $E$  y  $d$  lineal, como en el caso de la muestra plana —o en otros casos, aplicando lo expuesto en §2.7—, habremos conseguido una relación  $T=T(d)$  lo más sencilla posible:

$$T = \frac{K(\theta_0, \lambda, n)}{d} l, \quad (2-151)$$

donde  $K$  indica una constante, que depende de todas las variables ahí expresadas. Esta es una relación inmediatamente invertible, con lo que es

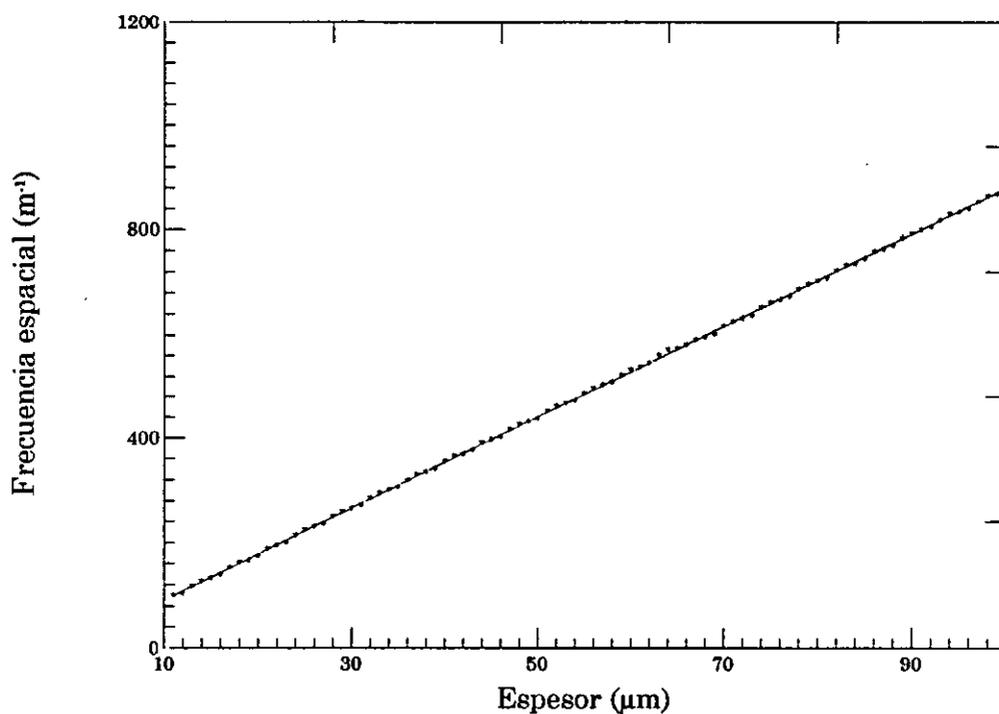
admisible considerar que existe, al menos de forma aproximada una expresión del tipo

$$d = \frac{K'(\theta_0, \lambda, n)}{T} l. \quad (2-152)$$

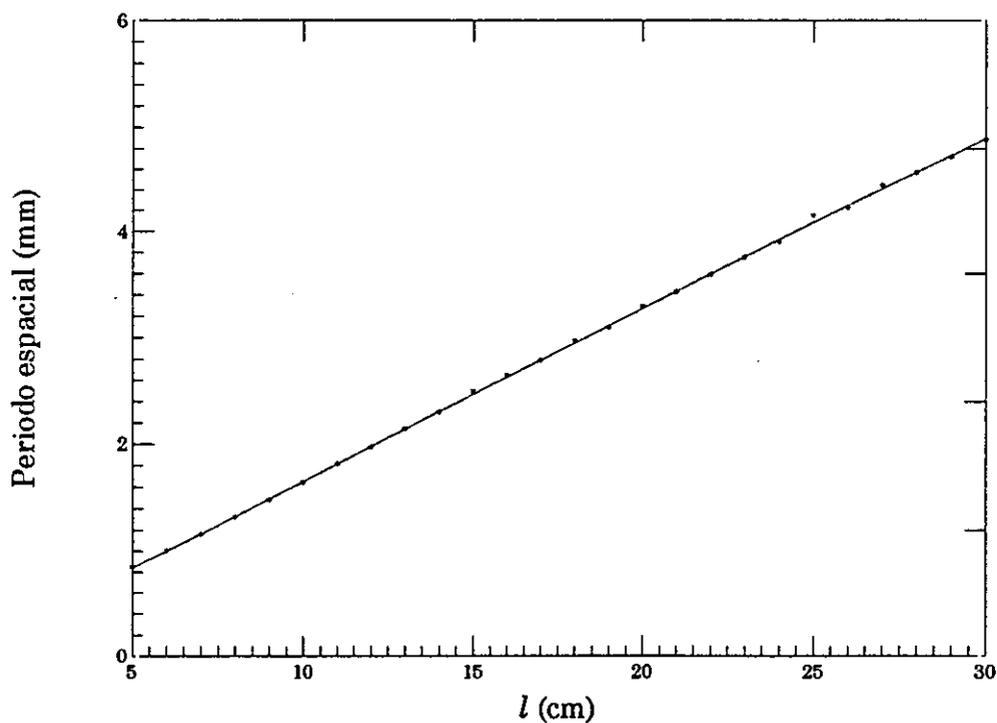
De ese modo llegamos al resultado final que perseguíamos desde el comienzo de este capítulo, el que nos llevó a definir el modelo de fuentes virtuales.

Esta aproximación es de la misma forma que la que se suele utilizar para describir el experimento de la doble rendija de Young. En efecto, desde el momento que reducimos a dos el número de fuentes puntuales, la interferencia en el caso que nos ocupa se puede formular del mismo modo que para ese experimento [10]. Por medio de nuestro modelo, hemos generalizado ese tratamiento para toda clase de muestras.

La expresión (2-152) es de gran utilidad para un sensor industrial, ya que simplifica al máximo la obtención del periodo conocido el espesor. Podemos comprobar hasta qué punto es correcta por medio de los programas de simulación. Hemos diseñado concretamente uno que permite calcular de modo automático el periodo para muestras de las características deseadas aplicando la fórmula (2-38) por medio de algoritmos enteramente equivalentes a los que se describirán en §3.5. para su uso con medidas experimentales (localización de mínimos relativos). Su listado puede consultarse en el Apéndice. A través de ese programa hemos obtenido el valor del inverso del periodo espacial –frecuencia espacial– para muestras planas con espesor entre 10 y 100  $\mu\text{m}$  para una  $l$  dada de 13 cm y también el valor del periodo espacial para muestras de un espesor dado (53  $\mu\text{m}$ ) con distancias  $l$  entre 5 y 30 cm. Esos resultados se muestran en las figuras 2.19 y 2.20. Se observa que el comportamiento predicho por la ecuación (2-152) se cumple muy aceptablemente, a tenor de los valores de los coeficientes de regresión en ambos casos.



**Figura 2.19.** Inversa del periodo espacial en función del espesor para una distancia  $l=13$  cm. Los datos han sido ajustados a una recta de ecuación  $f=8.7666d+2.7697$ , donde  $f$  es la frecuencia espacial en  $m^{-1}$  y  $d$  el espesor en  $\mu m$ . El coeficiente de regresión es de 0.999911



**Figura 2.20.** Periodo espacial en función de  $l$  para una espesor de  $53 \mu m$ . Los datos han sido ajustados a una recta de ecuación  $T=0.1622l+0.0286$ , donde  $T$  es el periodo espacial en mm y  $l$  la distancia entre el punto de incidencia y el plano de observación en cm. El coeficiente de regresión es de 0.99988

Disponemos de este modo de una serie de aproximaciones que proporcionan una serie de fórmulas cada vez más simples que nos permiten relacionar los parámetros del interferograma con las magnitudes propias de la muestra. Podemos por tanto afirmar que el objetivo que nos trazábamos al comienzo de este capítulo se ha cumplido sobradamente. En el capítulo 4 veremos como estos resultados pueden utilizarse experimentalmente.

Los resultados teóricos que hemos ido mostrando en este capítulo 2 han dado lugar a una publicación científica [11].

## *Referencias del capítulo 2*

1. M. Born, E. Wolf, *Principles of Optics*, 6<sup>a</sup> ed. corregida, Pergamon Press, Oxford, 1989, p.126.
2. M. Born, E. Wolf, *op.cit.*, pp. 130-132. Véase también O.N. Stavroudis, *The Optics of Rays, Wavefronts and Caustics*, Academic Press, New York, 1972.
3. M. Born, E. Wolf, *op.cit.*, p. 258.
4. W.H. Steel, *Interferometry*, 2nd. ed., Cambridge University Press, Cambridge, 1983, pp. 47-50.
5. D.C. Flanders, T.M. Lyszczarz, "A precision wide-range optical gap measurement technique", *J.Vac.Sci.Technol.B*, 1, 1195-99 (1983).
6. M. Born, E. Wolf, *op.cit.*, pp. 51-66.
7. A. Larena, G. Pinto, "Measuring properties of industrial polymer films using interference fringes in the infrared region", *Spectr.Lett.*, 25, 447-61 (1992).
8. A. Larena, G. Pinto, "Thickness evaluation of transparent protective coatings applied to ophthalmic lenses using the interference visible spectrum", *Appl.Surf.Sci.*, 68, 103-106 (1993).
9. I. Ohlídal, "General formulae for the optical characterization of single layers with spectroscopic reflectometry", *J.Mod.Opt.*, 35, 1373-81 (1988).
10. M. Born, E. Wolf, *op.cit.*, pp. 260-1.
11. A. González-Cano, E. Bernabeu, "Automatic interference method for measuring transparent film thickness", *Appl.Opt.*, 32, 2292-94 (1993).

## **Capítulo 3**

# **Método automático de reducción de franjas para sensores industriales**

### 3.1. Introducción

Una vez concluido el estudio del problema de las interferencias de ondas esféricas en láminas transparentes, abordaremos ahora otro de los aspectos fundamentales que el desarrollo del sensor lleva implícito: la extracción de información de un interferograma de forma simple, automática y autónoma.

Es nuestra intención, del mismo modo que en el capítulo 2, obtener resultados generales cuya validez no quede estrictamente circunscrita a las circunstancias específicas del sensor que nos ocupa en esta Memoria, sino que trasciendan estas, para constituirse en una herramienta de utilidad en otros muchos casos similares, lo cual es interesante debido al gran uso de este tipo de técnicas en los sensores industriales.

Si volvemos al esquema general de la figura 2.1 observaremos que una parte de dicho esquema no ha sido aún tratada: la referente a la extracción de los parámetros  $u_k$  característicos del interferograma a partir de la distribución de intensidad del mismo. Esta no es una cuestión trivial ya que, en general, el interferograma puede presentar franjas de formas complicadas y difícil delimitación, con lo que nuestra misión será el diseñar una serie de algoritmos aritméticos capaces de llevar a cabo esa extracción. En la literatura existe un nombre para ese proceso, *reducción de franjas*, que podemos entonces definir como *el análisis de un interferograma para la obtención de información cuantitativa del mismo*. [1]

Por lo tanto, en este capítulo vamos a tratar todo el proceso de reducción de franjas, partiendo de la existencia de un interferograma producido en las condiciones expuestas en el capítulo 2. Describiremos, al menos someramente, también los medios técnicos que hacen posible la detección y digitalización del mismo, haciendo especial hincapié en los sensores de imagen CCD, por la importancia que dichos dispositivos han cobrado en todo tipo de

experimentos relacionados con la interferencia de la luz. Siguiendo con la filosofía de este capítulo, no entraremos en detalles sobre las circunstancias específicas del sistema experimental utilizado por nosotros, que se describirá convenientemente en el capítulo 4, donde se presentan los resultados experimentales. Daremos aquí, no obstante, las indicaciones pertinentes sobre el mismo, para que las discusiones aquí emprendidas tengan sentido en relación con los objetivos perseguidos, expuestos en §1.1.

Podemos entonces esquematizar del modo que aparece en la figura 3.1 el campo cubierto en este capítulo.

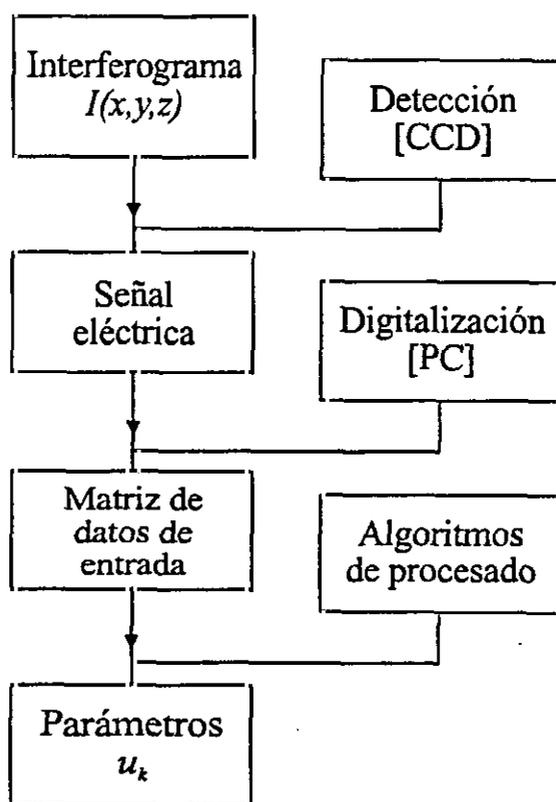


Figura 3.1

Nuestra principal aportación en este capítulo corresponde a los algoritmos de procesado. Por ello, la parte correspondiente a mecanismos de detección y digitalización sólo se trata de forma breve, al corresponder a asuntos

bien conocidos. De cualquier modo, nos ha parecido conveniente el incluir al menos una puesta al día de los conocimientos en esos campos, ya que han sido de importancia fundamental en la Memoria.

De hecho, el gran avance del uso de la interferencia y otras técnicas similares —difracción, moiré— en el control automático de magnitudes ha sido posible sólo gracias a la aparición del CCD y otros sensores de imagen y a la popularización del uso de los ordenadores personales (PCs) que, dotados de una tarjeta de adquisición de datos, pueden digitalizar y procesar de manera rápida la información presente en los interferogramas. El abaratamiento de ese tipo de dispositivos ha sido fundamental para su incorporación a la industria, donde el coste económico es un factor importante.

Establezcamos, pues, las condiciones que vamos a aceptar como dadas en este capítulo. Partiendo de un interferograma como el predicho en el capítulo 2 vamos a comentar los modos de detección del mismo y su digitalización en los apartados §3.2. y §3.3. En §3.4. haremos una serie de comentarios generales sobre las características que debe presentar una señal para que los algoritmos de procesado desarrollados por nosotros le sean aplicables. Es obvio que la señal particular que obtenemos en nuestro dispositivo experimental reúne esas características, pero el método puede aplicarse también en muchas otras situaciones. En §3.4. también se expondrán las causas más frecuentes de aparición de ruidos y los métodos de mejora general de la señal. Por fin, en §3.5. se expondrá con todo detalle el método automático de reducción de franjas desarrollado por nosotros. De nuevo, se intentará alcanzar un balance entre la generalidad de las técnicas empleadas y su uso concreto en el sensor. En general, se expondrá la teoría de un modo abstracto y se utilizarán, como ejemplos, situaciones reales obtenidas experimentalmente.

## 3.2. Los detectores de imagen CCD

Hemos utilizado en nuestro sensor para la detección del interferograma un *array* CCD. El uso de este tipo de dispositivos es hoy en día muy habitual, debido a sus buenas condiciones. Sin embargo, y dada la importancia que tiene dentro de nuestro sensor el hecho de que se haya usado un CCD (ya que condiciona todo el tratamiento de datos y los modelos matemáticos necesarios para éste), hemos juzgado conveniente dedicar unas páginas a una descripción algo más detallada de estos sistemas.

De ese modo, en los próximos apartados se tratarán la historia, los fundamentos básicos, el funcionamiento y las características electroópticas de los detectores CCD. En el capítulo 4 se realizará una comparación entre los diferentes CCDs comerciales y se describirá exhaustivamente el utilizado por nosotros.

### 3.2.1. Historia y aspectos básicos de los detectores CCD

#### *Historia*

Los sensores de imagen CCD (*charge-coupled devices*, dispositivos acoplados en carga) pertenecen a un grupo de detectores que podríamos denominar genéricamente CTD (*charge-transfer devices*, dispositivos de transferencia de carga), en el que también están incluidos los BBD (*bucket-brigade devices*), que explicaremos brevemente más adelante.

La idea fundamental en que se basan los CTD es el movimiento de paquetes de carga eléctrica a lo largo de un substrato de semiconductor de una manera controlada por secuencias de pulsos de reloj. A partir de este esquema, los CTD pueden realizar multitud de tareas, de las cuales la detección

de imágenes es la más importante. Sin embargo, otras como memorias de acceso aleatorio (RAM) o procesado digital de la señal (DSP) han sido desarrolladas con éxito.

Hasta 1970, año de la introducción de los CCD como circuitos integrados, la idea no suscitó el interés general. A partir de ese momento, sin embargo, el avance fue rápido, pues las aplicaciones potenciales de los dispositivos eran muchas. Algunas de estas no demostraron ser competitivas, con lo que se fueron desechando. Otras, principalmente la detección de imágenes, triunfaron de tal modo que hoy en día la práctica totalidad de las cámaras de vídeo, incluso las más sencillas, están equipadas con CCD.

El concepto de una memoria basada en el almacenamiento de carga en capacitores se introdujo ya desde los tiempos de las primeras cámaras de televisión (1934). Wiener, en 1948 concibió el fundamento de la transferencia de carga [2]. Janssen, en 1952 [3], sugirió una cadena de buffers y conmutadores ideales que cargasen señales analógicas en capacitores. Esos circuitos llegaron a implementarse, por medio de tubos de vacío, resultando ser demasiado aparatosos. Los sistemas de este tipo se denominaron *bucket-brigade devices* (BBD), literalmente dispositivos de cadena de cubos (en alusión a las brigadillas de extinción de incendios de antaño). La forma de los BBD fue cambiando con el tiempo, aplicando los diferentes componentes que el avance de la investigación en semiconductores iba proporcionando: transistores, MOSFETs y por último capacitores MOS, que permitieron una versión completamente integrada de BBD (1970). El fundamento no puede ser más sencillo: en cada capacitor se almacena una cantidad de carga que es transferida al siguiente elemento mediante el cambio de los voltajes de puerta aplicados a los MOS [4,5].

Boyle y Smith, trabajando independientemente de la línea anterior en los laboratorios Bell, concibieron en 1970 el principio de los dispositivos acoplados en carga [6]. La idea era simple y convincente, por lo que multitud de investigadores trataron de aplicarla a diversos campos. Dicha

investigación se veía facilitada por el buen conocimiento que en el tiempo se disponía de los capacitores MOS, así como el creciente dominio de la tecnología de semiconductores que conllevaban. No fue, sin embargo, tan sencilla la implementación de los primeros CCD, pues conllevó transformaciones en el procesado habitual de MOS. Eso hizo que algunas de las aplicaciones potenciales no llegaran a desarrollarse completamente, por la aparición de otros dispositivos basados en semiconductores cuyas características de funcionamiento o coste los hacían más competitivos.

En la actualidad, el mayor campo de utilización de los CCD es la detección de imágenes. Como ya hemos apuntado, es en ese terreno donde los éxitos han sido más espectaculares, y donde la popularización de este tipo de dispositivos ha sido mayor.

Hoy en día, los sensores de imagen CCD ofrecen unas características de funcionamiento muy superiores a otros sistemas tradicionales, como tubos de imagen tipo vidicón, al tiempo que han añadido otros aspectos deseables, como una elevada compactificación y miniaturización, y un bajo coste. Es por eso que este tipo de dispositivos se está imponiendo tanto en el trabajo de investigación como en las telecomunicaciones.

### *Conceptos básicos*

Un CCD puede definirse como un registrador (*shift-register*) en el que los valores muestreados de una señal analógica son almacenados en una serie de capacitores en la forma de paquetes de carga, que son transferidos de un capacitor al siguiente mediante la aplicación de voltajes (relojes) que alteran la forma de los pozos de potencial en los que están almacenados [7].

Esos pozos de potencial se crean aplicando un voltaje a electrodos metálicos sobre un substrato de semiconductor térmicamente oxidado [8]. Esa estructura, electrodo metálico, capa de óxido y substrato semiconductor se denomina MOS (metal-óxido-semiconductor), o, más genéricamente, GIS

(gate-insulator-semiconductor, puerta-aislante-semiconductor). Este tipo de capacitores, al que ya nos hemos referido, se discutirá con cierto detalle en el apartado siguiente.

Por lo dicho, queda justificada la denominación del dispositivo (acoplado en carga, ya que es directamente la carga en forma de paquetes la que se traslada), y se observa que no se puede hablar de corriente eléctrica en estos sistemas. Al menos, esa corriente no es "continua", entendiendo por tal el hecho de que exista en todo momento. De hecho, la cantidad de carga que está en movimiento en cada transferencia es mínima. Esa es una novedad que aportaron estos dispositivos, así como el mecanismo de lectura: en los CCD la lectura sólo tiene lugar en el último elemento de una línea de detectores, evitándose de ese modo los problemas de conexionado y multiplexado que presentan, por ejemplo, los arrays de fotodiodos de un número elevado de detectores.

Por otro lado, las buenas características de los dispositivos CCD son las mismas que las de los capacitores MOS en general, fundamentalmente su elevada capacidad de integración, con la consiguiente miniaturización de los sistemas que los usan, así como su gran dureza y su larga vida.

En los siguientes apartados se describirá detenidamente el funcionamiento de estos dispositivos, incluyendo una breve exposición sobre los capacitores MOS.

### **3.2.2. Fundamentos físicos de los dispositivos CTD**

#### *Capacitores MOS*

Como hemos dicho, la estructura básica que subyace en los dispositivos CCD es el capacitor MOS, con lo que describiremos brevemente sus

fundamentos, sin entrar en un estudio exhaustivo, presente por otro lado en la literatura [9].

Un capacitor MOS es una estructura formada por la superposición de un contacto metálico (conocido normalmente como *gate -puerta-*) y una capa de aislante (frecuentemente, el propio substrato oxidado) sobre un semiconductor dopado tipo *p* (figura 3.2)

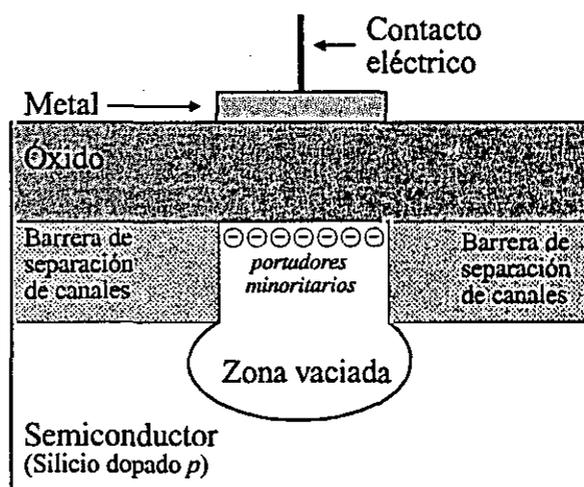


Figura 3.2. Capacitor MOS

El substrato está conectado a tierra o a un potencial de referencia. Si se aplica un voltaje positivo a la puerta, los portadores mayoritarios, huecos en este caso, son repelidos hacia el interior del substrato y se forma un pozo de potencial en la superficie de separación óxido-semicondutor, que es vaciado (*depleted*) de portadores libres. Portadores minoritarios -electrones-, generados térmicamente en este pozo o cerca de él, se acumularán en la superficie en una capa de inversión de unos nm de anchura.

Es habitual utilizar la analogía de considerar al pozo de potencial como un cubo y a la carga minoritaria como un fluido que lo llena parcialmente. De hecho, la carga se acumula en la superficie, pero el mantener la imagen del pozo que se introduce en el substrato y las cargas colocándose en el fondo ayuda bastante a formular el problema. Nosotros usaremos esta

descripción, y en las figuras representaremos de ese modo los pozos de potencial que se forman.

Si el electrodo de puerta de un MOS es pulsado súbitamente hasta un valor alto de potencial, se crea un pozo de potencial por vaciamiento que empieza a llenarse inmediatamente por portadores minoritarios generados térmicamente. El tiempo de relajación térmica de un MOS depende de sus características, pudiendo ser de centenares de segundos para un voltaje de 10 V aplicados a 100 nm de dióxido de silicio [10]. Para intervalos pequeños comparados con éste, el capacitor MOS puede utilizarse para almacenar información analógica representada por la cantidad de carga en el pozo. La carga puede ser inyectada eléctricamente o generada por procesos fotoeléctricos en el silicio. En este último caso, la cantidad de carga almacenada en el elemento es una función de el flujo de luz recibido y el dispositivo puede usarse como detector de imágenes.

### *Bucket-Brigade Devices (BBD)*

En la figura 3.3 se muestra la sección transversal de un BBD.

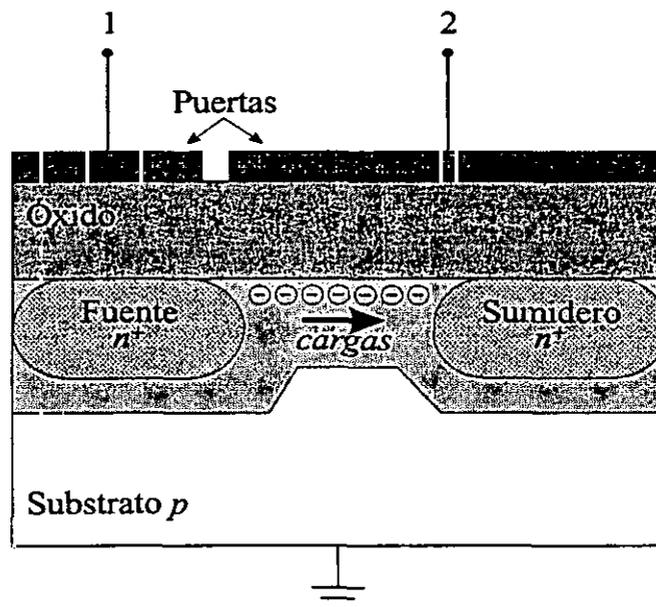


Figura 3.3. BBD

Consiste en un substrato tipo  $p$  con difusiones  $n$  cubierto por un aislante y una serie de puertas, similares a MOSFETs con fuente, sumidero y puerta. Sin embargo, las difusiones actúan simultáneamente como fuentes de un transistor y sumideros del siguiente. En otras palabras, son simplemente regiones en las que los electrones fluyen de un canal a otro. El control se realiza mediante relojes a los que están conectadas las puertas. Existen dos fases, una para elementos pares y otra para elementos impares. Por medio de ellas se selecciona el que una isla  $n$  actúe como fuente o sumidero. Por ejemplo, si la puerta correspondiente a la isla 1 tiene un voltaje menor que la de la isla 2, la carga fluye hacia esta, que funciona así como sumidero. Una vez recogida allí la carga, se cambian los voltajes de puerta.

En los BBD la carga consiste en portadores mayoritarios en las regiones de difusión y minoritarios en los canales entre ellas.

El principal problema de estos dispositivos es la falta de eficiencia en la transferencia, lo que ocasiona un efecto acumulativo, que distorsiona en gran medida la señal cuando el número de transferencias es elevado.

### *Dispositivos acoplados en carga (CCD)*

Cuando se eliminan las regiones de difusión de la estructura anterior, se hacen necesarios tres relojes para confinar la carga en cada elemento. Así nace el CCD, que originalmente fue de tres fases, aunque desarrollos posteriores permitieron CCDs de dos o cuatro fases, como posteriormente se verá.

Si dos capacitores MOS se colocan tan cerca que sus regiones de vaciamiento se solapan y sus pozos de potencial se acoplan, cualquier portador minoritario móvil se acumulará en la región de mayor potencial de superficie del pozo común. Podemos decir que la carga fluye hasta la parte más honda del cubo. De ese modo, manipulando los voltajes de puerta podemos modificar los potenciales de superficie de modo que sea posible la transferencia de carga de un elemento a otro. Ese es el principio básico de los CCD.

El funcionamiento de un CCD puede dividirse en cuatro etapas:

- Inyección de la carga en la estructura: puesto que nos vamos a centrar en la aplicación de los CCD a la detección de imágenes, esa carga proviene de la luz incidente, que sufre una conversión a carga en un elemento fotosensible. Otras vías de entrada involucran una inyección eléctrica a través de, por ejemplo, un diodo de entrada. No es éste el caso de nuestro interés.
- Almacenamiento de las cargas de cada elemento en un capacitor MOS asociado (frecuentemente, el propio MOS actúa también como fotoelemento, con lo que en la misma estructura tienen lugar los dos pasos).
- Transferencia de los paquetes de carga a través de los capacitores MOS.
- Lectura de los paquetes de carga, esto es, transformación de estas a un voltaje proporcional a la cantidad de carga.

En los CCD usados como sensores de imagen existe un quinto paso: la amplificación y muestreo de la señal de voltaje resultante para convertirla en una señal-vídeo.

En el apartado siguiente se describe cada uno de esos procesos detalladamente.

### **3.2.3. Funcionamiento de los detectores CCD**

#### *Conversión luz-a-carga*

El primer paso en la detección por CCD es, evidentemente, la detección de luz propiamente dicha. Podemos definir esta como la conversión de una cantidad de luz en otra magnitud, frecuentemente de carácter eléctrico, como un voltaje o una intensidad, que puede ser medida fácilmente. Los procesos de detección son bien conocidos, y existe un elevado número de

detectores, que ofrecen gran variedad de características y precios [11]. No discutiremos aquí en detalle estos procesos, ni utilizaremos ningún tipo de modelo matemático para describirlos, por considerar que todo ello se sale del alcance de este trabajo. Nos bastará decir que los elementos fotosensibles en los CCD son de tipo fotoconductor (MOS) o fotovoltaico (fotodiodos), fundamentalmente contruidos de silicio.

La estructura fotoconductoriva permite reunir en uno los dos primeros pasos mencionados en el apartado anterior. La presencia de radiación incidente induce la creación en el sustrato de pares electrón-hueco, con una recolección de electrones en la capa de inversión creada junto a la superficie de separación óxido-sustrato.

El material es fotosensible, con lo que la eficiencia en el proceso de generación de pares se supone elevada; si bien, como en todos los detectores basados en silicio, la respuesta espectral es mejor en la zona del infrarrojo muy próximo y pobre en la región del azul [12,13].

La estructura de MOS se presenta en dos variantes. En el llamado CCD de canal superficial (*surface-channel CCD, SCCD*) el sustrato está dopado uniformemente, y la región de vaciamiento se forma justo bajo la capa de óxido, con lo que el almacenamiento de electrones se produce en la superficie de separación óxido-sustrato. En el CCD de canal interior (*buried-channel CCD, BCCD*), existe una capa delgada de dopante sobre un sustrato de dopado contrario, con lo que el máximo de potencial cuando se aplica un voltaje de puerta se halla en esa capa delgada, no en la superficie del sustrato. Esto presenta algunas ventajas, especialmente la no-exposición de las cargas a la interacción con estados superficiales óxido-sustrato, donde podrían existir recombinaciones que degradarían la señal final [14].

En cuanto a los fotodiodos, una región  $n$  se implanta en un sustrato  $p$ , con lo que se forma un diodo  $p-n$ , que puede polarizarse en inversa (*reverse-*

*bias*) para formar una capa de inversión en la que los fotoelectrones producidos por la radiación son almacenados.

Como se ve, la conversión de luz a carga conlleva los procesos típicos de la detección de luz por detectores cuánticos y está sometida a las mismas limitaciones de estos, principalmente a la ineficiencia en los procesos de generación de pares electrón-hueco y a las posibles recombinaciones indeseadas de portadores con estados superficiales o de sustrato (*bulk*). En ese terreno los CCD no suponen una novedad respecto de, por ejemplo, los arrays de fotodiodos. Es en el mecanismo de transferencia de carga y en el proceso de lectura de la misma donde se han introducido las mejoras más interesantes.

### *Confinamiento de cargas*

Una vez generada la carga, es imprescindible confinarla correctamente en el elemento a que corresponde y evitar que fluya de forma incontrolada hacia otros elementos donde degradaría la señal final al mezclarse con otras cargas, lo que, en el caso de sensores de imagen, se traduciría en falta de nitidez y resolución de esta.

El confinamiento debe realizarse en las tres direcciones del espacio; esto es, en profundidad dentro del elemento, en la dirección de la transferencia de carga y en la dirección perpendicular al canal de transferencia.

En profundidad, el paquete de cargas queda confinado por la acción del potencial de puerta que, según se ha descrito en §3.2.2., crea unos pozos de potencial en el MOS en régimen de vaciamiento, que retienen las cargas negativas junto a la superficie óxido-sustrato (*SCCD*) o en el interior de sustrato en la capa de dopado contrario al del *bulk* (*BCCD*). Sin embargo, como muestra el modelo presentado por Schroder [15], el pozo de potencial se va "llenando" con las cargas, esto es, la región de confinamiento va

disminuyendo de anchura con lo que existe un número máximo de portadores que pueden almacenarse.

En cuanto al confinamiento en la dirección de transferencia, ya hemos apuntado la existencia de varias fases, que mantienen el potencial en los elementos adyacentes a uno dado más alto que en éste, con lo que se crean unas barreras de potencial que impiden que la carga fluya. Así, si mantenemos el potencial de puerta de, por ejemplo, el elemento 2 más alto que el de los elementos 1 y 3, siempre cuidando que todos estos potenciales sean suficientemente altos como para mantener el capacitor MOS en situación de vaciamiento, la superficie bajo 2 está en un régimen de vaciamiento más profundo que las de 1 y 3. Por ello, los portadores minoritarios que aparecen inducidos por la radiación son atraídos hacia ella, disminuyendo ligeramente el potencial en esa zona y quedando confinados en ella por las barreras existentes (pues el potencial en 1 y 3 es menor que en 2). Si aparecen más cargas, continúan almacenándose en 2 hasta un límite en el cual el potencial de superficie de esta, que va disminuyendo a medida que la región de carga se va llenando, iguala el de 1 y 3, momento en que la carga se "esparce" por toda la estructura. Esta situación marca un límite para la capacidad de almacenamiento del CCD, por encima del cual éste se satura, produciéndose entonces respuestas no fiables.

El confinamiento en la dirección perpendicular a la de transferencia requiere que el potencial de superficie en el canal de transferencia sea mayor que en la región adyacente (el exterior de la estructura o el siguiente canal, de haber varios). Ello se logra mediante una capa de espesor más grande de óxido, en el que hay más caída de potencial, o con una mayor concentración de dopantes, que aumenta la carga en la región vaciada del interior del semiconductor con lo que es más difícil la inversión. Normalmente, debido a las complicaciones técnicas que presentan ambos métodos, se utilizan conjuntamente. El efecto de acoplamiento nocivo entre canales adyacentes, que

se produciría sin esas precauciones, recibe el nombre de *crosstalk* (cruce de conversaciones).

### *Transferencia de carga*

El primer CCD que se desarrolló fue de tres fases. Por esto se entiende que el número de relojes que controlan los voltajes de puerta es de tres, de modo que si consideramos los elementos genéricos 1, 2 y 3, cada uno de ellos está conectado a una fase distinta. Así, como se ha descrito en el apartado anterior, manteniendo el voltaje de puerta de 1 y 3 por debajo del de 2 la carga queda confinada bajo éste.

El proceso de transferencia es, entonces sencillo [16]: por medio de la acción de los relojes se modifica el potencial de la puerta 3 hasta ponerlo al nivel del de 2, de modo que la carga se esparce en los dos elementos. En el instante siguiente se hace disminuir el potencial de 2, de forma que toda la carga va fluyendo (como si se tratara de agua entre dos pozos) hacia 3. Cuando se ha llegado a que el potencial de 2 es igual al de 1, toda la carga que había en 2 ha pasado a 3 y se ha completado la transferencia. Evidentemente, este proceso se ha producido a lo largo de toda la estructura, dividida en grupos de tres elementos o etapas, que se denominan células. Para que la carga sea transferida de una célula a la siguiente se necesita repetir el procedimiento descrito tres veces. La oscilación de los relojes se repite hasta que toda la carga del primer elemento del CCD ha llegado al último, donde se produce la lectura. Todo ello se muestra en la figura 3.4.

Resulta obvio que para una estructura CCD con un espesor uniforme en la capa de óxido se requieren al menos tres fases para confinar correctamente la carga, como se ha explicado anteriormente. Además, es necesario que las puertas estén lo suficientemente próximas para que no exista una barrera de potencial entre puertas con voltajes iguales y la carga pueda fluir entre ellas.

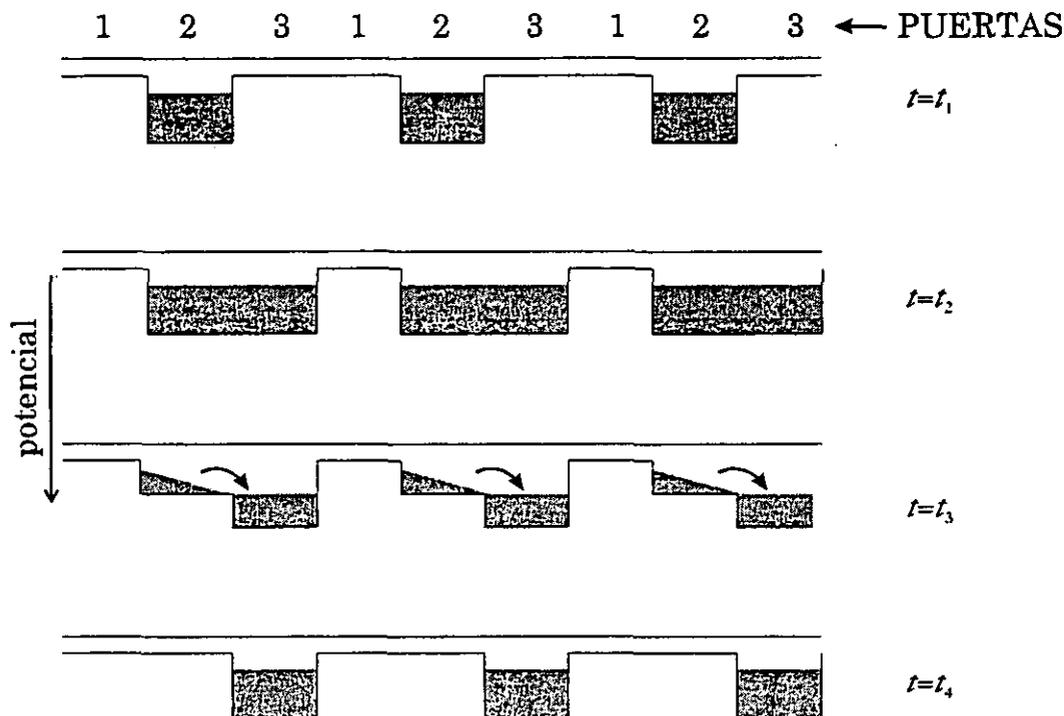


Figura 3.4. Transferencia en un CCD de tres fases.

Durante la transferencia, un paquete puede cambiar su tamaño, decreciendo ligeramente en la mayor parte de los casos, pues una pequeña fracción de la carga es atrapada por estados en la superficie de separación (en *SCCD*) o centros de recombinación en el interior (en *BCCD*). También, una parte puede permanecer en el pozo de potencial si la frecuencia de los relojes es excesivamente alta, porque no haya tenido tiempo para completar la transferencia. No hay recombinación, pues los electrones y los huecos están físicamente separados, con lo cual ese no es un problema. Sin embargo, pares electrón-hueco generados térmicamente incrementarán el tamaño del paquete, siendo éste un proceso estadístico que no puede utilizarse para compensar las pérdidas producidas por las causas enumeradas anteriormente.

El esquema de tres fases ha sido mejorado en la actualidad, con la aparición de CCDs de dos y cuatro fases, que han eliminado algunos de sus inconvenientes: mal control del potencial de superficie entre puertas, que crea

barreras que impiden la transferencia de carga, y problemas de índole topológica, por el hecho de que hay que cruzar por encima o por debajo de una de las líneas de conexión para conectar todas las puertas.

En el de cuatro fases se requieren cuatro voltajes de puerta diferentes, pero son más fáciles de generar que en el caso de tres. En este montaje, se crea una barrera de potencial doble entre paquetes de carga (dos elementos, y no uno, de separación entre paquetes), con lo que el funcionamiento es casi ideal. Se utiliza una doble deposición de conductores sobre el óxido, con lo que hay una estructura de puertas solapadas, que elimina el problema de los gaps entre puertas. La transferencia está gobernada por cuatro relojes, que almacenan la carga bajo dos elementos (figura 3.5).

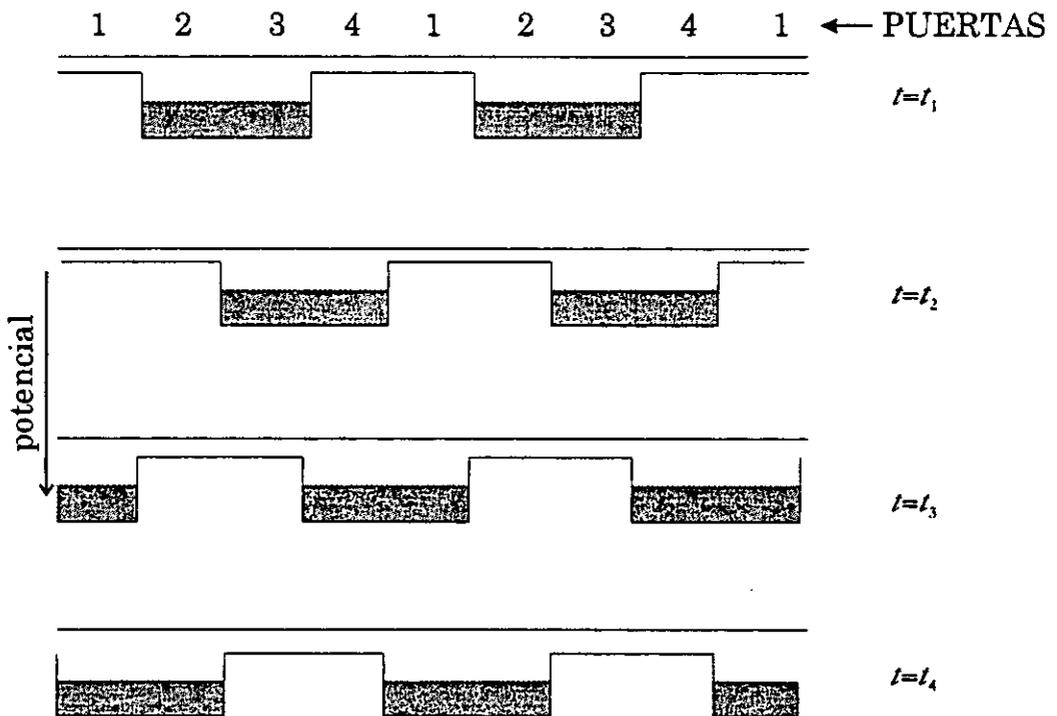


Figura 3.5. CCD de cuatro fases

Para conseguir una estructura de cuatro fases con todas las puertas de igual espesor es necesario que la primera puerta se deposite sobre un

aislante que no se oxide durante el posterior ciclo de oxidación del conductor. Este aislante es nitruro de silicio. Si la capa de nitruro esta ausente, el óxido bajo las puertas del nivel inferior crecerá mientras se oxidan las puertas, haciéndose así más espeso entre las puertas que bajo las puertas inferiores. De ese modo se obtiene una estructura asimétrica. Esa asimetría es la base del CCD de dos fases (figura 3.6.a). Otra posibilidad para construir éste es inducir la asimetría mediante un dopado mayor en una región que ocupa la mitad de cada puerta (figura 3.6.b). Sólo dos voltajes de puerta se requieren en este caso, ya que la propia asimetría de cada elemento permite el confinamiento de cargas.

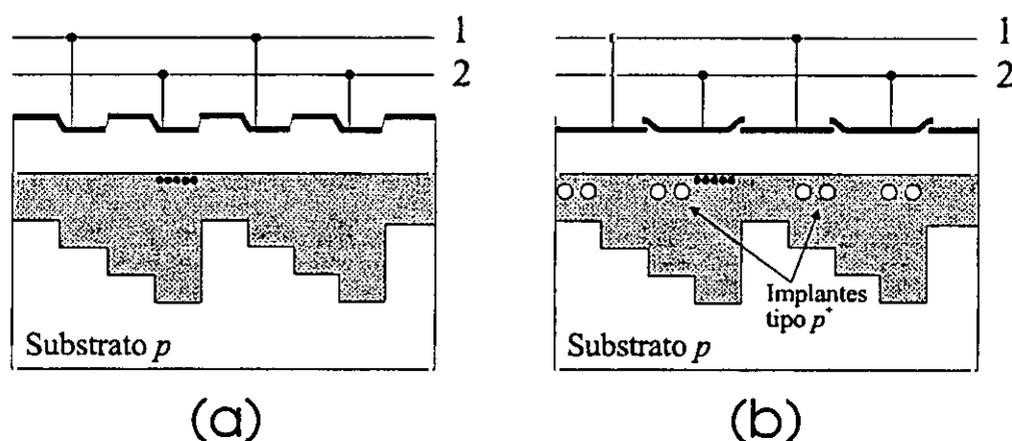


Figura 3.6. CCD de 2 fases

Se observa que en el CCD de cuatro fases la capacidad de almacenamiento de carga es mayor que en el de dos, ya que las barreras son mayores. Sin embargo, el de dos fases permite un circuito de gobierno del dispositivo más sencillo y una frecuencia mayor en los relojes.

### Lectura

Una vez transferida la carga a lo largo del canal, hay que proceder a "leerla", esto es, a transformarla en un voltaje susceptible de ser medido y

que resulte proporcional a la cantidad de carga almacenada en cada elemento.

Para ello, supongamos que tenemos un paquete de cargas en el último elemento del canal (carga de señal). El circuito de salida del dispositivo está formado por una puerta de salida, un MOSFET con una fuente flotante  $n$ , una puerta de reinicialización (*reset gate*) y un sumidero conectado a un potencial continuo  $V_D$ . Si a la puerta de salida se le aplica un pulso breve, su potencial de superficies cambia, volviendo a su valor inicial tras el final del pulso. Si el potencial de reset es mayor que  $V_D$ , éste y el potencial de la fuente flotante se igualan a ese valor, pues el sumidero está conectado a ese potencial. Si hacemos ahora el potencial en la puerta de salida mayor que en el último elemento del canal la carga de señal fluye hasta el diodo flotante variando el potencial de éste. Esa variación se mide con un circuito en el que el potencial suministrado a un MOSFET proviene del diodo flotante. Volviendo a aumentar el voltaje de la puerta de reset este exceso de carga fluye hacia el sumidero, con lo que el sistema queda preparado para la siguiente lectura. Esto se ilustra en la figura 3.7.

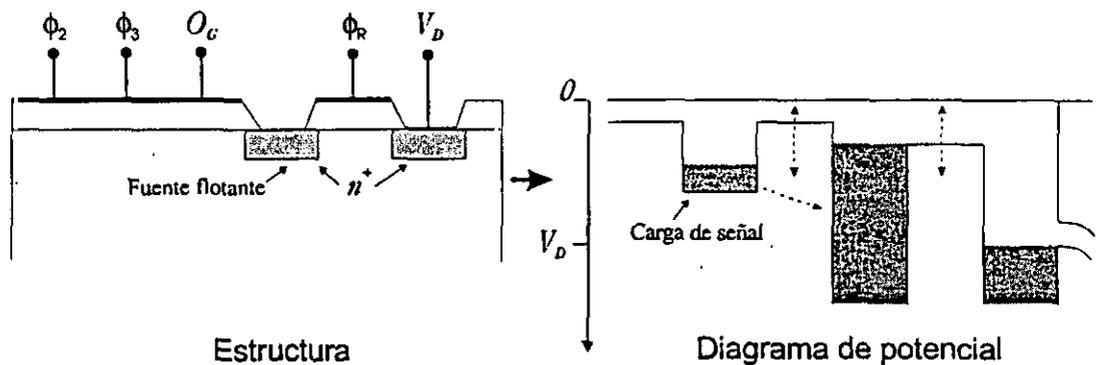


Figura 3.7. Lectura del CCD

### 3.2.4. Características de los detectores CCD

En este apartado discutiremos brevemente las características de funcionamiento de los detectores CCD [17], enumerando los factores que limitan

éste, y explicando cuáles son las principales fuentes de ruido presentes en la detección mediante estos dispositivos.

### ***Responsividad***

La responsividad se define como la relación entre la señal de salida y la señal de entrada de un detector. En nuestro caso eso será equivalente a la razón entre voltaje de salida y potencia de luz incidente. En un CCD la responsividad depende de:

- la sensibilidad o eficiencia cuántica de los fotoelementos, definida como la relación entre el número de fotocargas producidas y el número de fotones incidentes. Depende de:
  - ♦ la apertura del *pixel*<sup>1</sup>, esto es, la relación entre el área de la zona fotosensible y el área total del *pixel*,
  - ♦ la estructura del fotoelemento (fotodiodo o fotoMOS),
  - ♦ la estructura del substrato (en particular, del espesor de la capa activa ópticamente),
- el proceso de conversión de carga a voltaje, que tiene lugar en el diodo de lectura.

### ***Respuesta espectral***

En la figura 3.8. (página siguiente) se muestran las curvas típicas de respuesta espectral (responsividad para cada longitud de onda) para el ojo, un fotodiodo y un fotoMOS.

En general, como se observa, la respuesta es mejor para el fotodiodo que para el fotoMOS (la de éste es especialmente pobre en el azul), aunque se

---

<sup>1</sup> Utilizamos el término *pixel* para indicar *elemento de imagen* (en inglés, *picture element*, de donde la contracción *pixel*), ya que la imagen está formada por la suma de una serie de elementos discretos. En este caso, el *pixel* equivale a la señal procedente de cada fotoelemento.

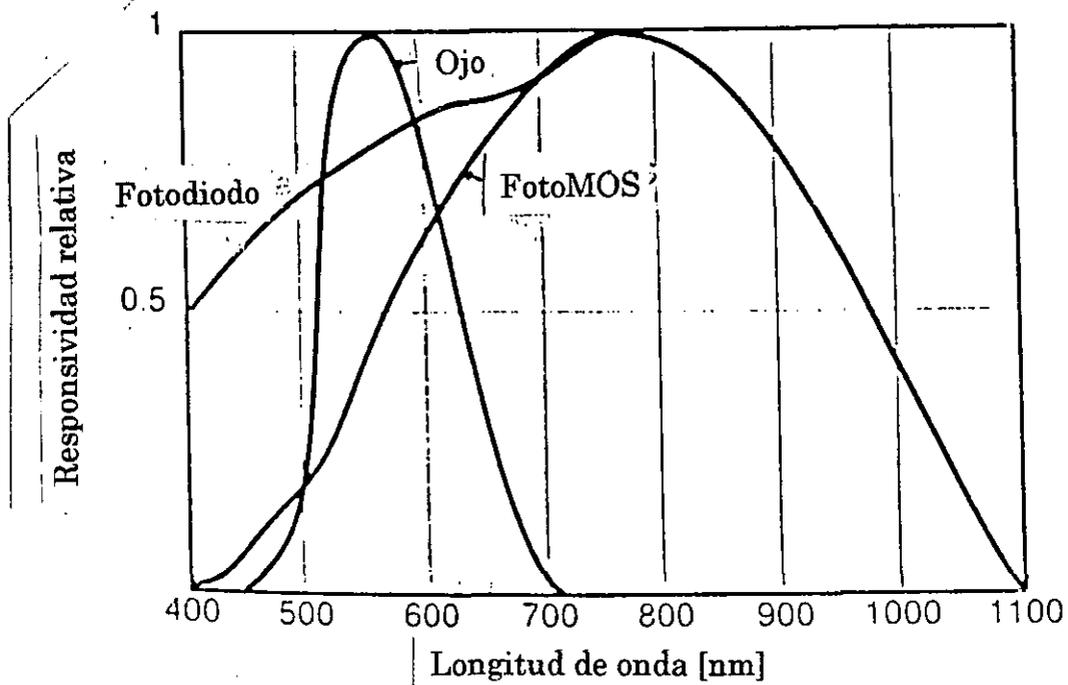


Figura 3.8. Comparación entre las respuestas espectrales relativas de un fotodiodo, un fotoMOS y el ojo humano

sigue prefiriendo el último en muchas ocasiones por otros motivos, como veremos.

### *No uniformidad en la respuesta (Photo-response non-uniformity, PRNU)*

El parámetro conocido como *PRNU* da cuenta de las posibles no-uniformidades de la respuesta en los píxels, que ocasionan que para una señal constante de entrada no se obtenga una señal constante de salida. Esto es, la existencia de modificaciones de la eficiencia cuántica a lo largo del área fotosensible. Viene producida por variaciones locales en el espesor de las capas que forman la estructura del CCD o en la geometría de los píxels. Depende de la longitud de onda de la radiación incidente, y de la estructura del sustrato. En particular, el infrarrojo penetra más en el interior del sustrato y exagera sus no-uniformidades.

## *Saturación*

Existirá, como es obvio, una señal de salida máxima que el sistema pueda producir, por encima de la cual se produce la saturación, de modo que una señal mayor de entrada no producirá un incremento en la señal de salida, con lo que el funcionamiento del dispositivo dejará de ser el correcto. El parámetro que describe esta saturación es  $V_{sat}$ , el voltaje máximo que puede producir el CCD como señal de salida. Viene limitado por uno de los siguientes factores:

- la capacidad de almacenamiento en los fotoelementos. El estudio de esta capacidad es complejo [18], pero, resumiendo, podemos afirmar que esta crece si:
  - ◆ crecen las dimensiones de los fotoelementos,
  - ◆ se emplea un esquema de cuatro fases en vez de uno de dos,
  - ◆ se emplea una estructura *SCCD* en vez de una *BCCD*,
  - ◆ los voltajes de reloj son altos,
  - ◆ se opta por fotoMOS en lugar de fotodiodos,
- la capacitancia del diodo de salida,
- el voltaje de reinicialización (*reset*), un voltaje alto permite mayor señal de salida.

## *Linealidad*

En principio, y como corresponde a todo detector que tenga alguna utilidad, la señal de salida ha de ser proporcional a la de entrada. Sin embargo, esto sólo se cumple estrictamente en un determinado rango (el llamado rango dinámico). Las principales limitaciones a la linealidad vienen dadas por:

- no-linealidad en la capacitancia de lectura,

- no-linealidad del amplificador de salida, debido a efectos de volumen en transistores MOS.

Estos efectos suelen ser de poca importancia, típicamente menores que el 1 %, aunque la linealidad se ve severamente deteriorada a voltajes próximos al de saturación.

### *Señal oscura (dark signal)*

Se habla de señal oscura cuando la señal de salida no es nula aun cuando lo haya sido la de entrada (en nuestro caso, presencia de señal cuando el detector está en la oscuridad). Está producida por la existencia de electrones en la banda de conducción del sustrato, excitados hasta ella por agitación térmica. Esta señal es proporcional al tiempo y depende fuertemente de la temperatura, lo que hace aconsejable en algunas ocasiones trabajar con detectores enfriados.

### *Fuentes de ruido.*

- Ruido cuántico, producido por la naturaleza cuántica de los fotones, y por el consiguiente carácter estadístico de los procesos involucrados en su detección. Puede ser importante a iluminaciones bajas.
- Ruido temporal. Bajo esta denominación se engloban todas aquellas fuentes de ruido que dependen del tiempo, originando una fluctuación de la señal de un *píxel* en la oscuridad. Normalmente, viene caracterizado por su valor *rms*. Existen diferentes tipos:
  - ♦ ruido de reset,
  - ♦ ruido en la amplificación (ruido Johnson, producido por agitación térmica, o ruido  $1/f$ ),
  - ♦ carácter aleatorio del nivel de señal oscura,
  - ♦ ruido en la transferencia.

- Ruido de distribución fija (*fixed-pattern noise*). Es independiente del tiempo. Dentro de esta categoría podemos destacar:
  - ◆ no-uniformidades de la señal oscura debidas a inhomogeneidades en el sustrato, como defectos de la red,
  - ◆ no-uniformidades independientes del tiempo, la temperatura y la iluminación, como las inducidas por transitorios introducidos por los relojes, interferencias con fuentes de alimentación u otras causas externas.
- Ruido introducido por una carga externa.

### *Ineficiencia en el proceso de transferencia de carga.*

Un fenómeno característico de los CCD que afecta a su funcionamiento es la ausencia de una efectividad ideal en la transferencia de la carga de un elemento a otro. Como hemos visto, mediante la actuación de unos relojes que modifican la forma de los pozos de potencial presentes en cada elemento, la carga se traslada de uno a otro. Este proceso puede no completarse correctamente debido a:

- un tiempo de transferencia demasiado breve,
- la captura de cargas en estados superficiales óxido-sustrato o estados de sustrato (valencias no llenas en la red, que atrapan portadores),
- la existencia de barreras de potencial entre pozos (esto se evita con un diseño correcto del CCD, por lo que no se considera).

El efecto de la ineficiencia en la transferencia de carga es doble. Por un lado, hay una cierta cantidad de carga de un paquete que no puede seguir al mismo al producirse la transferencia. Por ello, el tamaño inicial del paquete disminuye, con la consiguiente pérdida de señal de salida. Por otro lado, esa carga dejada atrás se agrega a las existentes en el paquete siguiente, con lo que se produce una degradación de la señal, ya que en la

de cada píxel hay contribuciones procedentes de otros píxels. Este fenómeno se conoce como *crossstalk* (literalmente, cruce de conversaciones), y se traduce en los sensores de imagen CCD en una imagen borrosa. Este problema es inexistente en el caso de que se trabaje con señales digitales, siempre que el fenómeno no sea tan importante como para transformar un 0 en un 1, por ejemplo, pero sí puede acarrear dificultades con señales analógicas [19].

### 3.2.5. Sensores de imagen CCD

Hasta ahora hemos descrito el funcionamiento y las características de los detectores CCD sin ocuparnos especialmente de su utilización como sensores de imagen. Si bien todo lo dicho se aplica igualmente en ese caso, existen una serie de cuestiones específicas que comentaremos aquí brevemente. Fundamentalmente, trataremos de la organización interna de los sensores, distinguiendo entre arrays lineales y de área, así como de los métodos empleados para evitar que la acumulación de cargas y la transferencia de las mismas se afecten mutuamente.

Como hemos señalado, existen dos tipos de sensores de imagen CCD: lineales y de área. En el primer caso, la detección tiene lugar sólo en una dirección determinada, con lo que si se utiliza para obtener una imagen debe ser desplazado por medios mecánicos para barrer línea a línea el área total de la misma (a este proceso se le denomina barrido, *scanning*). Sin embargo, en el caso de estar interesados por objetos intrínsecamente unidimensionales o si pretendemos medir distribuciones de intensidad de luz en una sola dirección, su uso presenta muchas ventajas. En cuanto a los arrays de área, existe una disposición bidimensional de detectores, que son barridos por medios electrónicos en ambas direcciones, con lo que la detección de la imagen es directa. Este tipo de sistemas se utilizan hoy en las cámaras de TV, habiendo sustituido completamente a los tubos de imagen tradicionales, como el vidicón, que dependían de un detector fotoemisivo y una

complicada óptica electrónica, lo que los hacía de mayor tamaño, complejidad y coste.

### *Arrays lineales*

Una de las características diferenciales del CCD es su modo de transferencia de carga. Por la misma esencia del dispositivo, la carga generada en un fotoelemento pasa por toda la línea hasta un único diodo de lectura. Como se ha visto, el mecanismo que gobierna ese proceso es la generación mediante voltajes de reloj de una serie de pozos de potencial en la que la carga va siendo almacenada. Cuando el CCD se utiliza como sensor de imagen hay que tener en cuenta un problema nada despreciable: operando del modo descrito los elementos están expuestos continuamente a la luz, con lo que la generación de fotocargas es continua. Si no aislamos de algún modo el canal de transferencia de los fotoelementos, la carga proveniente de las etapas anteriores se mezclará con nueva carga *producida en un momento diferente*. Esto es, se mezclarán señales distintas.

En los primeros sensores CCD éste era el procedimiento seguido, y el problema se obviaba imponiendo tiempos de integración para los fotoelementos muy grandes comparados con el tiempo de transferencia, de modo que los efectos de esa contaminación se hicieran despreciables. Intentos de utilizar un obturador mecánico o seccionado del canal de transferencia, con producción de señales diferentes para cada etapa fueron otras posibilidades que tampoco resultaron satisfactorias.

Actualmente, se tiende a una organización distinta, en la que los fotoelementos están aislados del canal de transferencias por medio de un voltaje aplicado a la llamada "puerta de transferencia". Esa puerta asegura que, durante el tiempo que dura la transferencia de carga a lo largo de toda la línea, las fotocargas que están siendo generadas por la luz incidente en los elementos fotosensibles no pasan al canal de transferencia. Cuando toda la línea ha sido leída por el único diodo de lectura existente, la puerta se abre

y se procede a la transferencia de las nuevas cargas. Se consigue así aislar el canal de la luz incidente. Por otro lado, gracias a esta configuración no existen apenas tiempos muertos en la integración de señal (dichos tiempos muertos son inevitables si no existe la puerta, ya que durante ellos se produce la transferencia de carga), con lo que se consigue un ciclo de trabajo (*duty cycle*) de casi el 100 %.

Normalmente se opta por complicar la estructura descrita, utilizando dos canales de transferencia, de modo que cada mitad de los píxels (por un lado

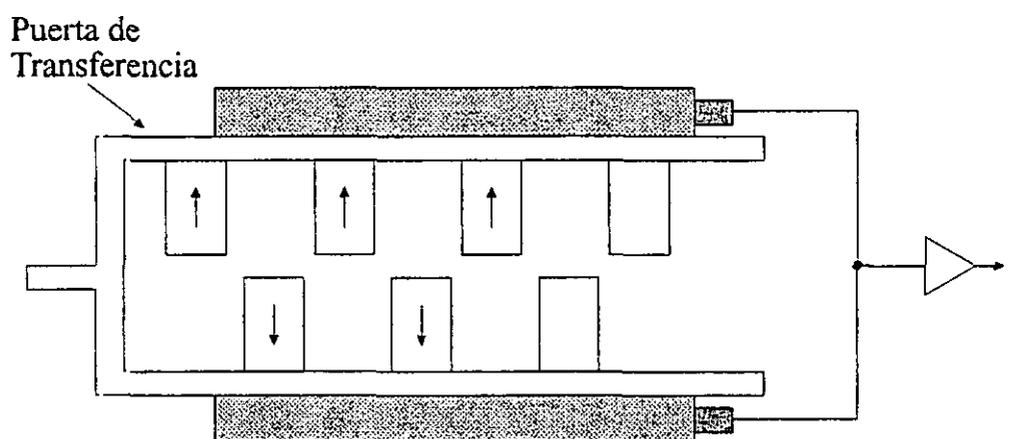


Figura 3.9. Array CCD lineal

los pares y por otro los impares) transfiere su carga por un canal diferente, produciendo dos señales que son mezcladas convenientemente en el propio dispositivo para generar la correcta señal vídeo (figura 3.9).

### *Arrays de área*

Los primeros intentos de conseguir un sensor de imagen CCD bidimensional optaron por un mecanismo de lectura alejado del principio mismo de los CTD. Eran básicamente matrices de registradores direccionados (*addressed*), en los que la lectura tenía lugar por medio de diodos asociados a ellos, que inyectaban secuencialmente la carga acumulada en el sustrato, donde podía ser leída (transformada en voltaje). Ese es el mismo

principio de los dispositivos CID (*charge-injection device*). Este tipo de sistemas direccionados en  $x$  y en  $y$  presentan un inconveniente evidente: la complejidad de las conexiones es mayor y es requerido un número de circuitos de salida igual al de fotoelementos.

Sin embargo, una de las características principales de los CCD es que todos los paquetes de cargas pueden ser leídos por medio de un sólo diodo de salida, hacia el que van siendo conducidos secuencialmente. Aprovechando esa facilidad, podemos optar por estructuras mucho más sencillas, y, por tanto, más compactas.

Un modelo de *array* de área sería entonces un conjunto de arrays lineales cuya respuesta va siendo leída en el orden adecuado bajo las órdenes de un circuito direccionador. La mayor complicación que presenta esa configuración es que cada línea debe ser leída en el instante preciso, de modo que la señal que se obtenga sea la correcta.

Una estructura de mejores características es la llamada *frame-transfer* (transferencia de imagen). En ella, existe una serie de CCDs adyacentes dispuestos en la dirección vertical, que son operados mediante un conjunto común de electrodos. Los paquetes de carga generados en ellos son almacenados en un área con el mismo número de elementos que la zona fotosensible que está protegida de la luz. La carga es transportada hacia el área de almacenamiento rápidamente durante el retrazado vertical, y durante los periodos entre líneas horizontales (*blankings*) la carga de todas las líneas verticales se desplaza una línea hacia abajo, al canal de lectura horizontal, donde es transferida hacia el circuito de salida, que forma la señal vídeo (figura 3.10, página siguiente). Esta configuración permite una gran simplicidad en la estructura de los electrodos.

Una variante del *array* de área anteriormente descrito está construida con zonas de integración separadas, en las que se acumula la carga mientras la carga de señal anterior es transferida a lo largo de los canales

verticales elemento a elemento durante los periodos de retrazado horizontales. Es posible tener dos zonas de integración por cada registro vertical, de modo que existen dos señales entrelazadas (figura 3.11).

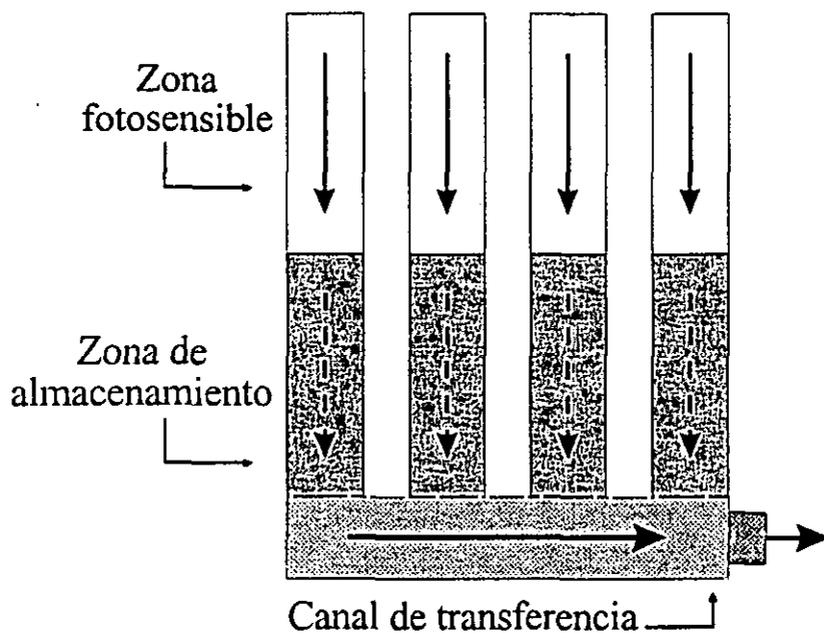


Figura 3.10. Array CCD de área *frame-transfer*

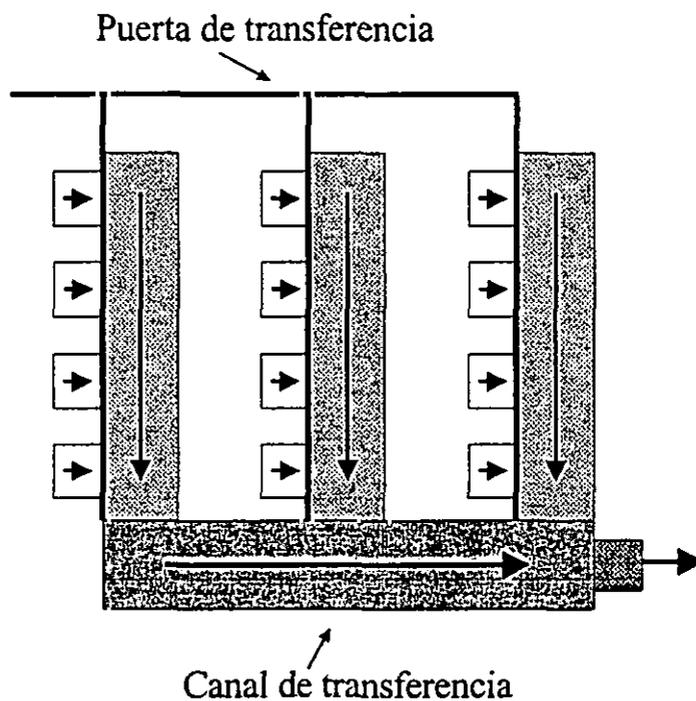


Figura 3.11. Array CCD de área con zonas de integración separadas

### 3.3. Adquisición y digitalización de datos

#### 3.3.1. Señal de salida del CCD

Una vez hemos discutido de forma exhaustiva el funcionamiento de los detectores CCD, observamos que disponemos como resultado de la acción de estos de la llamada *señal vídeo*. En esta se hallan los voltajes de salida correspondientes a cada uno de los píxels del CCD y esos voltajes son proporcionales a la intensidad de luz recibida por el elemento fotosensible correspondiente.

En general, estaremos interesados solamente en conocer la variación de la intensidad de luz en una dirección. Eso bastará para determinar los parámetros propios del interferograma que buscamos. Por tanto, utilizaremos un *array* lineal o, en el caso de contar con un *array* de área, consideraremos sólo una de sus líneas.

Así, partimos con una colección de valores  $V_i^0$ , con  $i=1,2\dots W$ , donde  $W$  es el número total de *píxels* de la imagen producida por el *array* lineal o por una de las líneas del *array* de área (típicamente,  $W=1024$  ó  $2048$ ). Esa es una señal discreta analógica en los valores de voltaje. El índice  $i$  corresponde a la región del espacio cubierta por el fotoelemento  $i$ -ésimo, que tiene una anchura pequeña (típicamente  $13.6\ \mu\text{m}$ ). Así, la señal vídeo supone un muestreo de la intensidad de luz recibida por el CCD, a la que podemos denominar del mismo modo que en el capítulo 2,  $I(y)$ .

La información de carácter espacial que ha recogido el CCD se convierte en una señal en dominio temporal ya que, como se ha descrito en §3.2., los paquetes de carga de los elementos fotosensibles se van leyendo secuencialmente y el voltaje que ocasionan se va incorporando a la señal vídeo en ese mismo orden. Por lo tanto, la señal de salida del CCD es realmente un

voltaje variable con el tiempo,  $V_i=V_i(t_i)$ , donde  $t_i$  es el instante en el que se ha leído el paquete de carga correspondiente al elemento fotosensible  $i$ -ésimo, contado desde el momento en que se leyó el elemento número 1. Como todas las señales eléctricas variables con el tiempo, esta magnitud puede observarse por medio de un osciloscopio. Supondremos entonces que utilizamos este instrumento, de modo que el instante de *trigger* corresponde al principio del *array* —esto no supone dificultad, ya que la electrónica de gobierno del *array* proporciona una línea de sincronización para tal fin.

Esa transformación espacial-temporal supone una equivalencia entre una posición dentro del CCD y un tiempo en el que éste se lee. Si denominamos  $t_r$  al tiempo total que tarda en leerse toda la línea de fotoelementos, tendremos que el elemento  $i$ -ésimo se lee en un instante

$$t_i = \frac{t_r}{W}i, \quad (3-1)$$

con lo que existe una relación lineal entre posición y tiempo, con una constante de proporcionalidad que se puede determinar a partir de las condiciones del *array* concreto que se esté utilizando.

El índice  $i$ , sin embargo, sólo es realmente un número de orden, contado desde el principio del *array*. Si queremos determinar a qué posición y corresponde, debemos proceder a una conversión adicional. El modo más cómodo de hacerlo es el siguiente: puesto que vamos a utilizar el *array* para detectar un interferograma, haremos coincidir el centro de la zona iluminada con el centro del *array*, de modo que el píxel  $W/2$  corresponda al 0 del origen de coordenadas. Si denominamos  $A$  a la anchura en unidades de longitud del *array*, consideraremos que este se extiende desde  $-A/2$  a  $A/2$ , de modo que el píxel  $i$  corresponde a una posición  $y_i$  respecto de ese origen de coordenadas dada por

$$y_i = \frac{A}{W}i - \frac{A}{2}, \quad (3-2)$$

y, así, podemos establecer la relación deseada entre  $y_i$  y  $t_i$ :

$$y_i = \frac{A}{t_T} t_i - \frac{A}{2}. \quad (3-3)$$

También podemos relacionar un incremento en la variable temporal con un incremento en la variable espacial:

$$\Delta y = \frac{A}{t_T} \Delta t, \quad (3-4)$$

o, inversamente,

$$\Delta t = \frac{t_T}{A} \Delta y. \quad (3-5)$$

De ese modo, si estamos interesados —como es el caso— en la determinación del periodo espacial del interferograma y utilizamos un CCD para hallarlo, tendremos que tener en cuenta la relación entre el periodo temporal de la función  $V=V(t)$  que constituye la salida del CCD, al que denominaremos  $T_t$  y el periodo espacial de la función  $I=I(y)$ , que denotaremos simplemente por  $T$ . En condiciones normales, nuestra información corresponde al dominio temporal, gracias al osciloscopio. Para pasar al dominio espacial necesitamos de esa relación. A partir de (3-4) se obtiene inmediatamente

$$T_t = \frac{A}{t_T} T. \quad (3-6)$$

También podríamos estar interesados en determinar el periodo de la función  $V=V(i)$ , esto es, tomando el *píxel* como unidad de medida, no el segundo o el milímetro. Llamaremos a este periodo  $T_p$ . Usando (3-1) y (3-2) se obtienen las equivalencias

$$T_p = \frac{W}{t_T} T_t = \frac{W}{A} T. \quad (3-7)$$

Así, tenemos tres maneras diferentes de medir el periodo de la función. Todas ellas están relacionadas de manera sencilla entre sí, por medio de constantes de proporcionalidad que son determinables mediante el

conocimiento de magnitudes propias del array,  $W$ ,  $A$  y  $t_r$ . En lo sucesivo, se utilizará siempre una magnitud genérica  $T$  que puede denotar cualquiera de los tres periodos, ya que los resultados serán válidos para todos ellos salvo constante de proporcionalidad. De hecho, cubrirá aún un cuarto periodo, medido en *puntos* digitalizados, que se introduce en el siguiente apartado.

### 3.3.2. Digitalización de los datos.

La extracción de información del interferograma puede hacerse a partir de la señal vídeo analógica o por medio de montajes diferentes que no incluyan la digitalización de datos. Sin embargo, habida cuenta de la popularización de los ordenadores personales y de los sistemas de adquisición de datos para los mismos, esa digitalización no supone un inconveniente excesivo y sí conlleva un gran número de ventajas.

En particular, la rapidez de cálculo de las computadoras hace que sea posible el diseño de esquemas elaborados de análisis de interferogramas que sean capaces de extraer rápida y eficientemente la información deseada de estos.

En nuestro trabajo se ha optado por esta vía. Las características propias del sensor al que se destinan estas investigaciones hacen especialmente deseable una completa automatización de su funcionamiento. Dicha automatización implica necesariamente el uso de algún tipo de ordenador —o, en la versión más reducida, un microprocesador—, dispositivos que trabajan con electrónica digital. Por ello, se ha procedido a la digitalización de los datos de salida del CCD.

Si bien existen técnicas avanzadas que pueden conseguir una señal digital directamente del CCD e incluso manipular esta mediante *hardware* [20], no será necesario llegar a esa sofisticación. Bastará con el uso de algún tipo de conversor analógico-digital (ADC, *analog-to-digital converter*). En

nuestros trabajos en laboratorio esa misión ha sido realizada por un osciloscopio digital. Puede no obstante, obviarse la utilización de un dispositivo como éste en aras de una mayor simplicidad en el montaje. Por medio de *hardware* podemos, con una electrónica relativamente sencilla, proceder a esa conversión en caso necesario.

Una vez que la señal ha sido digitalizada, se la somete a lo que se llama en general *procesado digital de la señal* (*Digital Signal Processing, DSP*). El DSP ha sido un campo en auge en los últimos años y existen teorías elaboradas sobre esa técnica [21]. Podemos esquematizar un sistema de DSP del modo que aparece en la figura 3.12. Partiendo de una señal analógica, que puede ser filtrada previamente, el ADC la digitaliza, es procesada por medio de una serie de procedimientos, obteniéndose una señal de salida digital que es reconvertida a analógica por un DAC (*Digital-to-Analog Converter*, convertidor digital-analógico) y un nuevo filtrado.

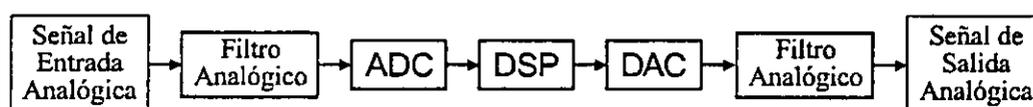


Figura 3.12. Esquema de un sistema de Procesado Digital de la Señal.

Si bien nosotros tenemos una señal discreta –definida por un cierto conjunto discreto de medidas en una serie de puntos–, no es digital, ya que el CCD produce una señal analógica, un conjunto de valores de voltaje en los que éste varía de forma continua. La digitalización consiste entonces en un *muestreo* de esos valores, de modo que se establece una correspondencia entre el conjunto inicial y un conjunto discreto. Si se cumple el teorema de muestreo [22], la señal analógica puede ser representada completamente a través de un muestreo por una señal digital.

En el osciloscopio digital se produce esa transformación. Los valores digitales resultantes son de 16 bits, y vienen representado por un entero entre  $-2^{15}$  y  $2^{15}$ , es decir, entre -32768 y 32768, siendo el bit más significativo el

correspondiente al signo. El teorema de muestreo se cumple sobradamente. De ese modo obtenemos una señal digital a la que aplicar un DSP.

Las características específicas del osciloscopio digital utilizado en nuestros experimentos —concretamente el modelo HP54501A de Hewlett-Packard— se detallan en el capítulo 4, al referirnos al montaje experimental. Para todos los efectos, podemos olvidarnos de todas sus propiedades y considerarlo un ADC de la especie más simple.

El DSP se puede llevar a cabo por medio de un *software* más o menos sencillo en un ordenador. Es evidente que hemos de introducir los datos correspondientes en éste para poder tratarlos. Para ese fin existen hoy en día una serie de tarjetas de adquisición de datos a las que se introduce la señal por medio de un puerto al que se conecta un *bus* procedente del ADC.

En el caso del osciloscopio digital, la información enviada consiste en los valores digitalizados del voltaje en función de los instantes de tiempo discretos de la base de tiempos. Es posible escoger un número de estos instantes diferente del número de *píxels* del CCD, esto es, podemos hacer que, por ejemplo, los 1024 "paquetes" de información procedentes del *array* se conviertan en, digamos, 512 paquetes enviados por medio del *bus*, correspondiendo cada uno de estos —que denominaremos *puntos*— a dos de aquellos y siendo el valor de voltaje el promedio de los voltajes correspondientes a aquellos *píxels*. Por ello, podemos definir un nuevo periodo de la señal, medido en *puntos*,  $T_x$ , dado por

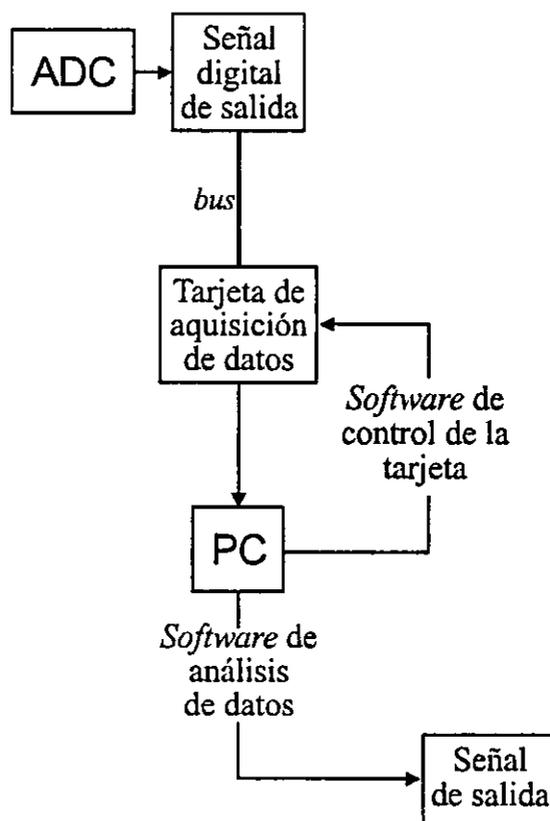
$$T_x = \frac{P}{W} T_p, \quad (3-8)$$

donde  $P$  es el número total de puntos, es decir, el número de paquetes de información transmitidos por el *bus* a la tarjeta de adquisición de datos.

La tarjeta transforma esos datos en un formato reconocible para el ordenador. Por medio de un *software* de control de la tarjeta, el ordenador recibe esos datos y, a través de programas escritos en cualquier lenguaje —como

por ejemplo BASIC, PASCAL, FORTRAN, C, etc.—, se los somete a los procesos necesarios para extraer de ellos la información deseada. Ese es el esquema básico de un dispositivo DSP como el usado por nosotros. Observamos pues que, respecto de la figura 3.12, la reconversión en analógica de la señal no se lleva a cabo ya que no nos es necesaria. Podemos entonces esquematizar el proceso de la forma que aparece en la figura 3.13.

Sobre la tarjeta de adquisición empleada —una HPIB, versión de Hewlett-Packard del estándar GPIB— y el ordenador usado —un HP-Vectra, de Hewlett-Packard, dotado de un lenguaje de programación específico para el control de la tarjeta— hablaremos en detalle en el capítulo 4. De nuevo, el modo concreto de actuación de los mismos no es importante para los temas que se desean tratar en este capítulo, en el que discutimos los algoritmos de tratamiento de modo abstracto. Cualquier sistema que responda al esquema de la figura 3.13. serviría para nuestros propósitos.



**Figura 3.13.** Esquema de un sistema de digitalización, adquisición y análisis de datos

### ***3.4. Características generales de la señal***

En este apartado se pretende dar una visión general del tipo de señales para el que es aconsejable usar los algoritmos de tratamiento que se describen en §3.5. En él, como en todo este capítulo 3, se intenta mantener un equilibrio entre la discusión abstracta y las situaciones concretas con que nos hemos enfrentado en el diseño del sensor del que es objeto esta Memoria. Tenderemos más bien a utilizar estas como ejemplo de las ideas generales que como base de la discusión.

#### **3.4.1. Condicionantes de los sensores industriales**

El fin de este capítulo es el diseño de un esquema de análisis de interferogramas apto para el uso en sensores industriales. Aunque en el capítulo 1 ya se han mencionado a grandes rasgos algunos de los condicionantes principales de estos, conviene que efectuemos aquí un estudio más exhaustivo de los mismos, de modo que cuando en §3.5. se describa el esquema, quede clara la utilidad del mismo y queden así mismo justificados los algoritmos y técnicas de validación que se han escogido para él.

Hablar en abstracto de sensores industriales es una tarea imposible, ya que la variedad de técnicas y montajes empleados es innumerable. Por ello, restringiremos nuestra discusión a sensores similares al que se presenta en este trabajo, tanto por su concepción como por el fenómeno físico utilizado, así como por los requisitos específicos que deba cumplir.

Podríamos definir entonces el tipo de sensor que aquí nos ocupa a través de las características que se detallan a continuación.

- *Magnitud a medir:* en principio, cualquier magnitud de variación lenta en un rango reducido, con el fin último de un control de una serie de tolerancias de fabricación, que puede llegar incluso a convertirse en un control efectivo de la producción, donde los datos del sensor sirvan como base para decisiones automáticas sobre la producción, que pueden incluir la variación de algún parámetro de la misma o incluso su cese.
- *Fenómeno físico utilizado para la medida de esa magnitud:* la interferencia de la luz. En este capítulo nos ocupamos del análisis de patrones de franjas interferenciales. Como se ha puesto de manifiesto en §1.2., la interferometría hace posible la determinación de un sinnúmero de diferentes magnitudes, con lo que el campo de aplicación de los métodos aquí presentados es en principio muy grande.
- *Condiciones en las que se realiza el control:*
  - ♦ *en línea de producción,* de forma continua mientras el producto circula por la línea, de modo que puedan realizarse un número elevado de medidas —que deben ser esencialmente iguales unas a otras, ya que siempre se mide lo mismo en el mismo tipo de muestra— antes de ser necesaria una decisión sobre la calidad o no del producto,
  - ♦ *en planta industrial,* en un ambiente no controlado de modo que las condiciones de medida son fácilmente variables debido a ruidos imposibles de predecir o evitar o al mal funcionamiento temporal por motivos ambientales del dispositivo de medida,
  - ♦ *por personal no entrenado,* que no conoce los fundamentos físicos del sensor y se limita a utilizar los resultados del mismo.
- *Requisitos de funcionamiento:*
  - ♦ *rapidez,* entendiéndose por tal la suficiente para que se puedan detectar la violación de las tolerancias de fabricación en un tiempo suficiente para que el daño que supone una muestra defectuosa a

la producción no sea excesivo, de acuerdo con las estimaciones del fabricante,

- ♦ *autonomía*, debido a las hostiles condiciones de operación descritas anteriormente,
- ♦ *automatismo*, de modo que todo el proceso industrial de producción y control se realice sin que medien intervenciones humanas, para así hacer posible una elevada productividad y una minimización de los fallos,
- ♦ *simplicidad* de diseño y concepción, lo que conllevará un manejo más sencillo, una mayor robustez, un menor tamaño y un menor coste, características todas ellas deseables en la industria.

Si bien sería aventurado decir que todo sensor industrial debe responder a estas características, sí podemos afirmar que la variedad de sensores con estos requisitos puede ser muy grande, con lo que todos los procedimientos que se describirán en §3.5., propios como son de un solo tipo de medida, encierran una filosofía de gran utilidad en la industria e implican una serie de concepciones de las que se pueden extraer un gran número de aplicaciones.

### 3.4.2. Fuentes de ruido

Como se ha venido diciendo, el experimento físico en el que se basa el sensor es de carácter interferencial. De entre todos los posibles vamos a concentrarnos en un solo tipo: aquellos que producen una figura de interferencia en la que las franjas son aproximadamente de igual tamaño y rectilíneas. Así, la intensidad de luz vendría caracterizada por una función de tipo senoidal en  $y$ . Esta distribución se verá contaminada por una serie de ruidos externos que complicarán esa sencilla dependencia. Vamos en este apartado a describir los ruidos más frecuentes en sensores industriales

del tipo que nos ocupa, sin entrar en más detalles de lo necesario. En §4.1. se trata la cuestión concreta de nuestro montaje experimental y sus factores de ruido. Un estudio interesante sobre las fuentes de ruido típicas en interferometría puede consultarse en [23].

Si llamamos ruido a toda señal diferente de la senoide aproximada que predice la teoría, las principales fuentes de ruido del sistema podrían ser las que se mencionan a continuación.

- *Ruidos propios de la calidad del haz o de la óptica.* Suponiendo que la fuente de luz escogida sea un láser —como es lógico—, las fluctuaciones en potencia del láser, el speckle y las propias características del perfil del haz ocasionan desviaciones del comportamiento ideal en las franjas, con una deformación de la senoide. Aberraciones en la óptica utilizada o defectos del montaje como mal alineamiento de los componentes pueden suponer efectos del mismo tipo u otros, como nivel de iluminación no constante en el plano del interferograma.
- *Ruidos propios de la muestra.* Puesto que el control se realiza en línea de producción y en planta industrial, es muy difícil mantener las condiciones de medida idóneas en todo momento. La colocación de las muestras respecto de la óptica empleada, crítica como suele ser, puede estar sometida a vibraciones. Así mismo, puesto que la producción es continua no es imposible que aparezcan variaciones en el índice de refracción u otras características del material. Todo ello ha de tenerse en cuenta y ser evaluado al diseñar el programa de tratamiento del interferograma.
- *Ruidos propios de la interferencia.* Existen patrones de franjas espurias que pueden contaminar la verdadera señal. Pueden también existir difracciones indeseadas en algún elemento óptico, luz parásita procedente de reflexiones en soportes, etc. En última instancia, hemos de saber que sobre la senoide ideal no sólo van a actuar ruidos que la deformen, sino también señales diferentes que se combinen con ella, lo que puede hacerla alejarse incluso de manera irreparable de lo que se espera de ella, con el

consiguiente perjuicio para el programa de tratamiento. Un correcto diseño experimental, que nos dé alguna seguridad de que esos fenómenos van a aparecer sólo de forma mínima, puede ser suficiente.

■ *Ruidos propios del proceso de detección y adquisición.* No son propios de la señal, y son imposibles de eliminar. Sobre el ruido en CCDs puede verse §3.2.4. Podemos suponer los procesos de adquisición y digitalización de la señal como aproximadamente perfectos, pero no es desdeñable el hecho de que la digitalización de la señal implica una discretización de los valores alcanzables para el voltaje, con la consiguiente probabilidad de enmascaramiento de mínimos (sería imposible decidir cuál de dos valores con el mismo valor digitalizado tiene realmente menor valor de señal). Existe también la posibilidad de no-linealidad en la respuesta del detector, problemática si se trabaja en niveles de iluminación próximos al de saturación.

Todas esas fuentes de ruido ocasionan una serie de problemas en la señal que deben tenerse en cuenta a la hora de tratar la misma.

Existe un gran número de procedimientos para la reducción de ruido en señales. No vamos a entrar ahora en detalles sobre ellos, pero en el apartado siguiente, cuando se muestren señales tipo, se describirán algunas técnicas de reducción que pueden dar resultados interesantes.

En nuestro trabajo se ha preferido evitar en la posible el uso de ese tipo de métodos. Hay varias razones para preferir los algoritmos de auto-validación a las técnicas de reducción de ruido generales. Fundamentalmente, el carácter específico de los sensores industriales hace que la calidad de la misma señal pueda variar mucho y de forma incontrolada durante un proceso continuo de medida. Así, un algoritmo de reducción de ruido que puede ser idóneo en un momento dado, puede acarrear en el siguiente un excesivo enmascaramiento de la señal real o resultar completamente inefectivo. Puesto que el algoritmo no puede ser adaptado en cada caso y además

afecta a la señal en su conjunto y no sólo a las partes más ruidosas de la misma, hemos de ser cautelosos con su uso.

Por otro lado, se conseguirá un ahorro de tiempo si se eliminan etapas en el tratamiento de la señal. Un paso obligatorio por una etapa de reducción de ruido cuando podría ser obviado supone una ralentización en la medida y una elevación del coste computacional del proceso. Las técnicas de validación que se describen en §3.5. pueden resultar más eficientes para señales como las que nos ocupan.

### 3.4.3. Características de la señal tipo.

#### *Descripción matemática*

Podríamos, de acuerdo a lo dicho anteriormente, describir matemáticamente la señal ideal como una senoide perfecta:

$$I(y) = A + B \cos(fy + \phi), \quad (3-9)$$

donde  $A$  y  $B$  no dependen de  $y$ ,  $f$  indica la frecuencia espacial de las franjas y  $\phi$  es una fase inicial que no tiene transcendencia en nuestros cálculos posteriores.

Si utilizamos como variable simplemente el índice que marca la posición del píxel en el CCD, la señal vídeo mostrará una dependencia del mismo tipo, si admitimos que la linealidad del detector ha sido correcta:

$$V_i = V_0 + K \cos(gi + \chi), \quad (3-10)$$

donde  $V_0$  marca el fondo de la señal sobre el que se superpone la fluctuación y los valores de  $K$ ,  $g$  y  $\chi$  están relacionados con los de  $B$ ,  $f$  y  $\phi$  de un modo similar al descrito en §3.3.1. para la relación entre  $y$  e  $i$ .

Nuestro interés es determinar  $g$ , o, por mejor decir,  $T_p$ , el periodo de las franjas. Por ello, no necesitamos tener en cuenta los valores de  $V_0$ ,  $K$  o  $\chi$ . En principio, aceptaremos que el valor de  $g$  es constante, es decir, que las franjas son del mismo tamaño. Ese hecho no se verá alterado por la presencia de ruido, pero sí se verá enmascarado. En efecto, ruidos como los descritos en el apartado anterior pueden hacer

- ♦ que  $V_0$ ,  $K$  o  $\chi$  sean función de  $i$ , y
- ♦ que otras señales se superpongan a esta principal, con lo que la intensidad detectada provendría de la suma incoherente de esas intensidades espurias y la del patrón descrito por (3-8).

Esto complicará el interferograma e, indirectamente, afectará a la detección del periodo de las franjas, ya que factores de ese tipo enmascararán la posición de los verdaderos extremos de la intensidad, producirán extremos relativos espurios o harán disminuir el contraste de las franjas, con las consiguientes dificultades para delimitar las mismas.

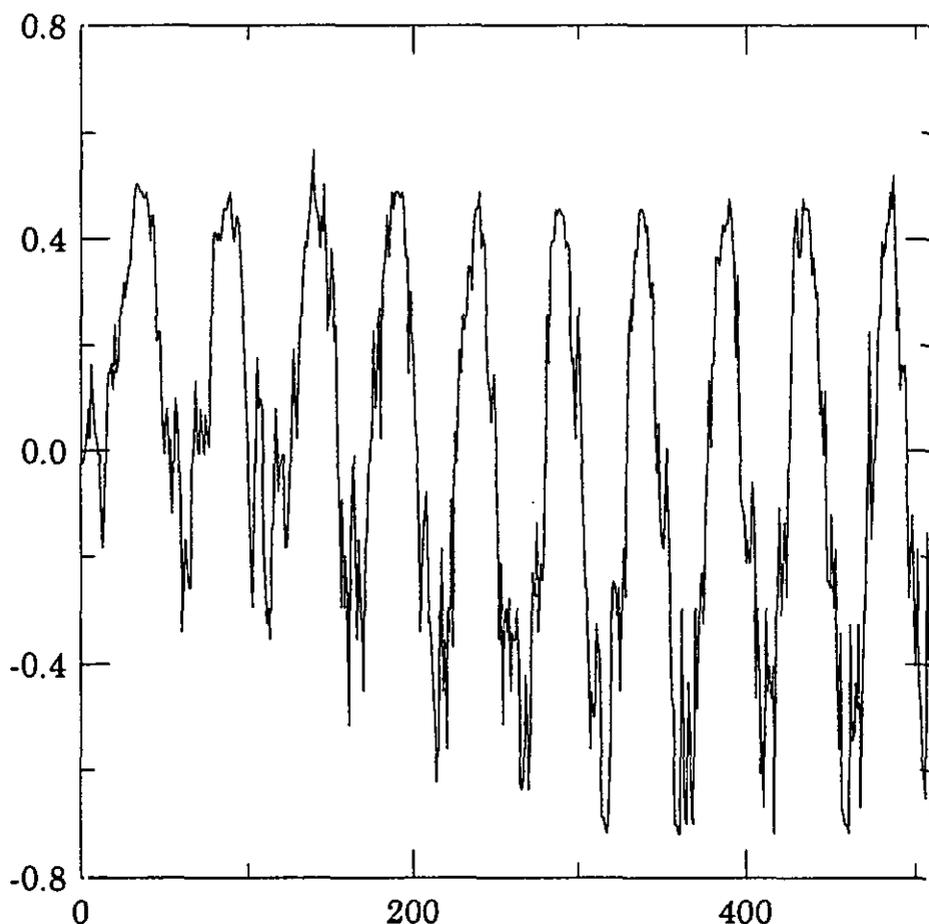
En un método de reducción de franjas como el que se pretende desarrollar aquí deben existir mecanismos capaces de luchar contra ese tipo de circunstancias, de modo que el funcionamiento correcto de los mismos esté garantizado al menos en un porcentaje alto de ocasiones. Así, los algoritmos deben ser capaces de extraer la señal "verdadera" de entre la maraña de ruidos, pues están diseñados para actuar solo con señales del tipo (3-9).

Hay dos formas fundamentales de abordar ese problema, como se ha dicho. Las técnicas generales de reducción de ruido se ocupan de "desnudar" de ruidos la señal buscada *antes* de proceder a determinar, mediante algoritmos aritméticos, los parámetros propios del interferograma que se buscan. Las técnicas de auto-validación aplican los procesos matemáticos que sólo funcionan correctamente con señales del tipo (3-9) y *después* validan los resultados, e incluso pueden corregir los mismos. En §3.5.3. se abunda más en las posibilidades de los métodos de auto-validación.

### *Ejemplos*

Mostraremos para terminar este apartado algunos ejemplos de señal a los que se puede aplicar lo que se ha venido comentando. Obviamente, esta discusión se verá completada en el capítulo 4, cuando se aplique a las condiciones concretas del sistema experimental utilizado para nuestro sensor. De todos modos, aquí se utilizan señales procedentes de ese montaje, de forma que se van a ir introduciendo las características de la misma. Esto es importante para justificar los procedimientos que se describen en §3.5.

Comenzamos por observar la figura 3.14.



**Figura 3.14.** Señal tipo. En concreto, en esta señal se muestran los valores de voltaje procedentes de la lectura del CCD sobre el que se ha formado el interferograma. Los datos se han reescalados para hacer a la señal simétrica respecto del origen.

En ella se muestra una señal típica, consistente en una senoide ruidosa. Esta es una señal obtenida con el dispositivo experimental descrito en 4. Ese es el tipo de señales para las que se puede aplicar las técnicas de análisis que aquí se presentan. Un alejamiento más acusado del comportamiento sinusoidal en cuanto a la equidistancia de los extremos sería demasiado importante.

Si bien no se han aplicado en lo posible, es un buen momento para describir algunas técnicas generales de reducción de ruido para esa señal. Se observa que en general el ruido presente es de baja respuesta y por tanto puede ser eliminado con cierta facilidad. En la literatura existen diversos métodos [24], que no comentaremos aquí en detalle.

Consideremos, por ejemplo, el promediado con el entorno. Esta técnica se basa en sustituir el valor de la señal en cada punto por un promedio de la misma en un cierto entorno alrededor de ese punto.

Si nos limitamos a señales unidimensionales, podemos expresar matemáticamente esa idea de la siguiente forma: sea una señal cualquiera, dada por un conjunto de valores  $F_i$ . En tal caso, el promediado con el entorno equivale a sustituir el valor de  $F$  en el punto  $i$  por un nuevo valor  $F_i^*$ , dado por

$$F_i^* = \frac{1}{L} \sum_{j=i-L/2}^{i+L/2} F_j, \quad (3-11)$$

donde  $L$  es la anchura del entorno, que debe ser escogida en función de la cantidad de ruido presente en la señal.

Esta técnica resulta muy efectiva en el caso de que el ruido sea de mucha menor intensidad que la señal —esto es, que la relación señal-ruido,  $SNR$ , sea muy grande. Entonces, el ruido se elimina y se reconstruye la senoide básica. Ese efecto es mucho más notorio cuando  $L$  crece. También se puede observar que si se aumenta  $L$  excesivamente, la señal tiende a aplanarse.

Podemos, por tanto, excedernos en el filtrado y comenzar a empeorar el contraste de las franjas.

Otra técnica similar consiste en el filtrado de mediana. Aquí, el valor en el punto se sustituye no por el promedio de la señal en el entorno, sino por la mediana de la misma.

Por último, nos queda una posibilidad harto interesante, aunque contraria a la filosofía general del método presentado aquí. Se trata del filtrado en dominio de frecuencias. Como se comenta en §4.2., nuestros primeros análisis de la señal se desarrollaron en dominio de frecuencias. Vamos a tratar la cuestión, entonces, con cierto detalle.

Si obtenemos la transformada de Fourier de la señal, por medio de, por ejemplo, un algoritmo *FFT*, podemos observar que existe una frecuencia claramente dominante y un cierto nivel en el resto de las frecuencias, correspondiente al ruido de la señal. Eso se puede observar en la figura 3.15, correspondiente a la transformada de la señal de 3.14.

Si imponemos vía *software* un filtrado de frecuencias, correspondiente a la eliminación de todas aquellas frecuencias menores que una cierta cota, el ruido se *limpia*, como se muestra en el espectro "limpio" de la figura 3.16, cuyo detalle para frecuencias bajas se muestra en la figura 3.17, obteniéndose al hallar la transformada inversa de ese espectro una señal completamente sinusoidal o, en el peor de los casos, con un ruido mucho menor (figura 3.18).

Esta técnica presenta mucho interés y es muy efectiva, pero no puede ser aplicada a un problema como el nuestro, ya que es muy difícil de automatizar y la *FFT* no es aconsejable para un sensor cuya primer característica ha de ser la simplicidad. Queda aquí, no obstante a título de ejemplo y volveremos sobre ella en §4.2.

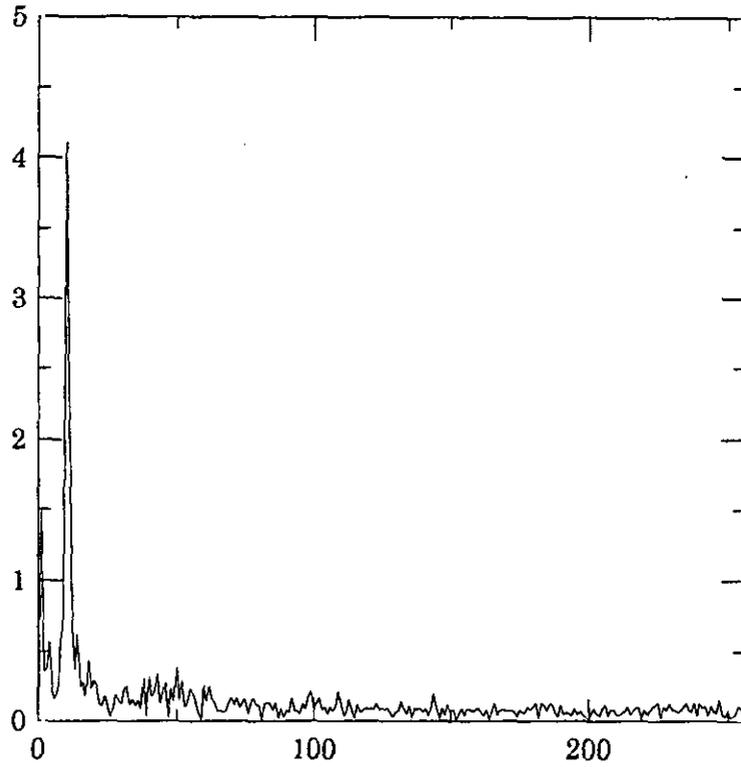


Figura 3.15. Transformada de Fourier de la señal tipo que aparece en la figura 3.14 calculada mediante un algoritmo *FFT*

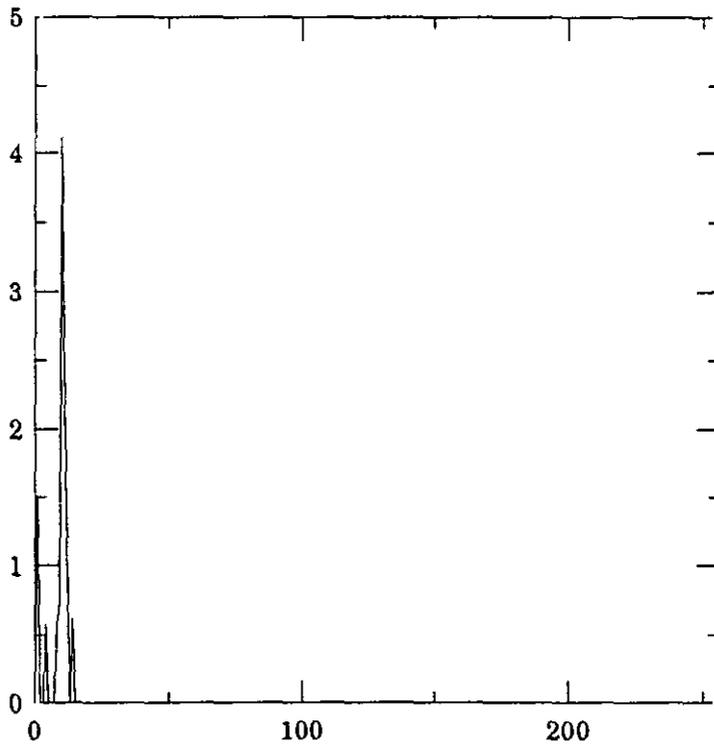
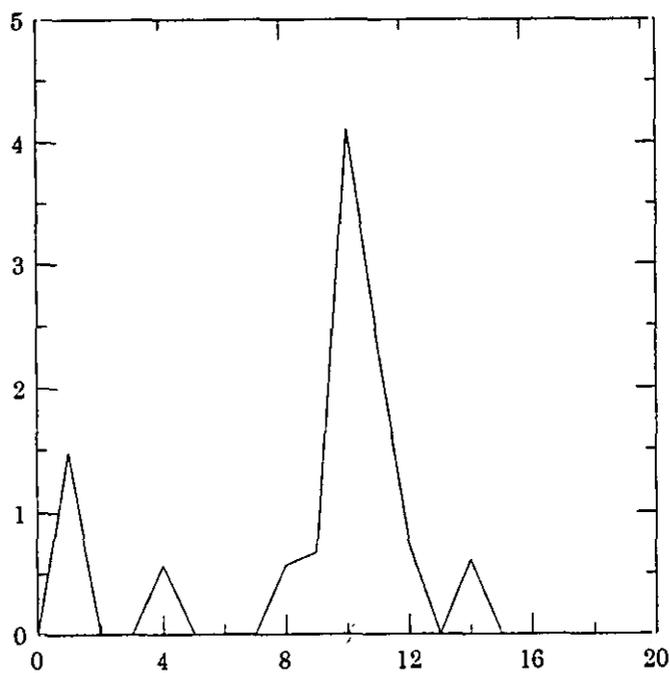
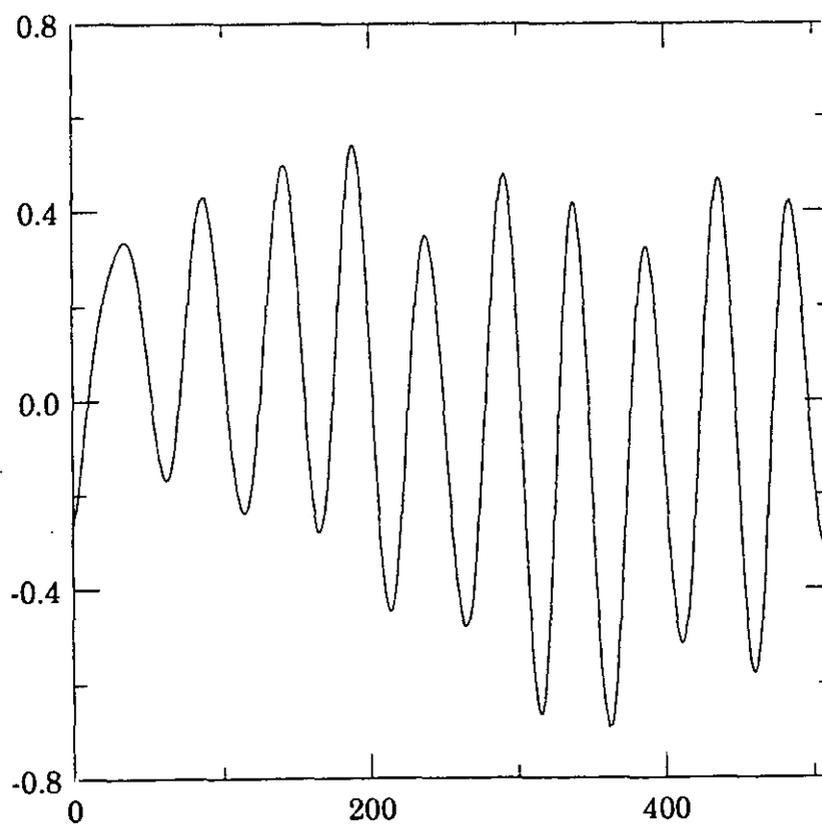


Figura 3.16. Espectro de la señal tipo al que se le han eliminado las frecuencias de ruido con un filtro



**Figura 3.17.** Detalle de la figura 3.16, en la que se muestran las frecuencias no eliminadas. La existencia de un número de frecuencias relevantes mayor que 1 es debida a la no constancia de la amplitud en la señal tipo



**Figura 3.18.** Señal tipo "limpia" obtenida de la transformada de Fourier inversa del espectro de la figura 3.16.

Tras esta exposición de una serie de generalidades sobre la señal y los métodos de eliminación de ruido en ella, pasamos a la descripción del método de reducción de franjas propiamente dicho.

## ***3.5. Técnicas automáticas de análisis y validación en interferogramas.***

### **3.5.1. Introducción. Estado del arte.**

El análisis de interferogramas se ha convertido en los últimos años en un campo de indudable interés, en el que los avances realizados han sido de gran altura. La posibilidad de realizar análisis automáticos, gracias a dispositivos como los comentados en los apartados anteriores, ha llevado al desarrollo de un gran número de técnicas y algoritmos, que han ido apareciendo en la literatura.

A este respecto, podemos citar diversos *reviews* que tratan temas relacionados con la extracción de información de interferogramas. Por ejemplo, el de J. Schwider [25] se ocupa de la cuestión de la extracción de la fase de un patrón de franjas, abordando con abundantes referencias bibliográficas las diferentes técnicas que se han desarrollado para ese fin. La obra de D. Malacara [26], ya citado en el capítulo 1, se ocupa de esta cuestión en su amplio repaso de las técnicas ópticas de control. Otras recopilaciones interesantes pueden ser [27] y [28]. A partir de ellas se puede comenzar una búsqueda en la gran cantidad de producción en este campo de los últimos años.

Frecuentemente, los autores se enfrentan a complicados problemas de determinación de centros o límites de franjas, con el fin de establecer el valor de la fase en cada punto del interferograma. En dichos casos, el recurrir al dominio de frecuencias para alcanzar ese objetivo parece la única opción. Por ello, el uso de la FFT (*Fast Fourier-Transform*, Transformada de Fourier rápida) u otros algoritmos similares es obligado. Esto acarrea ciertos problemas, ya que los requerimientos de tiempo de computación para dichas técnicas son elevados.

La situación no tiene por qué ser tan complicada. En muchos casos, un diseño inteligente del experimento productor de franjas puede hacer posible la aparición de interferogramas más sencillos. Por otro lado, es también muy variable la cantidad de información que debe extraerse del interferograma. Puede ocurrir que, como se explicó en el capítulo 2, sólo estemos interesados en un conjunto pequeño de parámetros propios del interferograma, e incluso en uno solo de estos. En casos favorables como los descritos, no es necesario recurrir al dominio de frecuencias para proceder al análisis del interferograma, siendo posible restringirnos al dominio temporal y emplear algoritmos más sencillos y rápidos.

No insistiremos más en los especiales requisitos que presentan los sensores para uso industrial, pero mencionaremos que todo esquema de análisis que no incluya algoritmos simples y rápidos y que no sea capaz de funcionar autónomamente en condiciones de operación hostiles, será desaconsejable y conllevará una serie de inconvenientes que harán al sensor que lo emplee poco competitivo.

Podemos entonces afirmar que cada interferograma presenta características específicas que hacen más aconsejable una u otra técnica de análisis del mismo. La que aquí introducimos es aplicable a las circunstancias propias de nuestro sensor, pero, del mismo modo que en el capítulo 2, se hará un esfuerzo para desarrollar una teoría abstracta de análisis de interferogramas aplicable a un gran número de casos, persiguiendo como objetivo último *un esquema eficaz de extracción de información de interferogramas sencillos que sea rápido, autónomo en su funcionamiento incluso en ambientes o condiciones hostiles, y completamente automático, de manera que sea aplicable en sensores de uso industrial que utilicen la interferencia de la luz como vehículo para la medida y el control de una magnitud física determinada.*

### 3.5.2. Esquema general de tratamiento de un interferograma.

En los apartados anteriores hemos descrito las sucesivas transformaciones sufridas por la señal de partida (la distribución de intensidad aproximadamente periódica que constituye el interferograma). Disponemos ahora de una serie de valores de voltaje  $V_i$ , con  $i=1,2\dots P$  que describen esa distribución de intensidad.

Podemos concebir un interferograma como una fuente de información codificada en términos de variaciones periódicas de intensidad de luz. Dicha información puede ser de muchos tipos, tantos como experimentos puedan concebirse para producir interferencias. En nuestro caso la información deseada es el espesor de una muestra transparente. Un experimento sencillo de producción de franjas por reflexiones múltiples da lugar a un interferograma, cuyo periodo espacial depende, entre otros factores, del espesor. Nos enfrentamos así a un problema de extracción de información, de decodificación. Que el código empleado sea concretamente la interferencia de la luz no es importante, el problema puede formularse con gran facilidad en términos abstractos.

Si nos concentramos en nuestro sensor, estamos interesados en obtener del conjunto de datos  $V_i$  de partida el valor de la interfranja o periodo espacial del interferograma, denotado por  $T$ . Los  $V_i$  se han obtenido de un proceso previo que denominaremos genéricamente *medida*. Disponemos así de un conjunto de datos inicial, que podemos denotar por *datos #0*, utilizando el símbolo # para indicar "número", como es habitual en la literatura científica anglosajona. Hemos de manipular los datos #0 para extraer lo que denominaremos *datos #S*, el resultado final del procesado del interferograma, en nuestro caso un único valor,  $T$ . Se utiliza la letra  $S$  para denotar el número de *etapas* de procesado del esquema general de análisis del interferograma: los datos iniciales han de ser sometidos a  $S$  manipulaciones distintas antes de proporcionarnos  $T$ . Plantear el problema en estos términos abstractos

clarifica la discusión posterior, así como facilita la aplicación de esquemas de análisis similares a situaciones diferentes.

Podemos por tanto formular el objetivo de nuestro esquema de análisis de interferogramas de la siguiente forma: *dado un conjunto de datos numéricos discretos  $V_i$  que representa un patrón de franjas aproximadamente rectilíneas y equidistantes (de modo que la intensidad de luz responde de forma aproximada una ley sinusoidal), hemos de desarrollar una serie de algoritmos que nos permitan extraer el valor del periodo espacial de las franjas,  $T$ .*

Concebimos así el tratamiento de datos como una aplicación sucesiva de algoritmos de procesado, de complejidad muy variable, que tienen como misión *reducir* la información inicial (téngase presente que  $P=512$  ó  $1024$  y que cada  $V_i$  viene representado por 16 bits) y *transformarla* para *extraer* de ella un único número real,  $T$ .

Ahora bien, la interfranja estará bien definida únicamente en el caso en el que la señal sea verdaderamente sinusoidal. En la práctica esto no se cumple, tanto por la propia esencia del experimento como por muy diversas fuentes de ruido que se han descrito en §3.4. Por ello, un esquema de procesado basado en algoritmos sencillos de aplicación aceptable para funciones sinusoidales puede producir resultados erróneos si la señal no tiene una calidad suficiente.

Ante esa situación caben tres posturas:

1. mejorar el montaje experimental (o incluso la misma concepción del experimento) para que la señal tenga una calidad mayor,
2. complicar los algoritmos de procesado, incluyendo en particular algunos de reducción de ruido,
3. complementar los algoritmos de procesado con algoritmos de validación de resultados, haciendo posible la corrección sobre la marcha de resultados

intermedios erróneos o, en última instancia, el rechazo de los datos imposibles de corregir.

La opción 1 no suele ser viable. Como se ha discutido en §3.4.1., las condiciones de operación hostiles de la industria son fuertemente restrictivas a la hora del diseño de los montajes experimentales. La simplicidad es un imperativo. Problemas de espacio o imperfecciones en la muestra hacen difícil mejorar sustancialmente la calidad de la señal mediante modificaciones en el montaje, que ya se supone idóneo para las características de la planta industrial y de la medida a realizar. Debemos entonces asumir que partimos de una señal con una componente de ruido pequeña pero no despreciable y debemos emplear las técnicas de análisis adecuadas para enfrentarnos a esa situación.

Sobre la utilidad de la opción 2 ya se ha hablado en §3.4. Podemos resumir nuestras objeciones a la misma diciendo que el hecho de que el sensor esté concebido para su uso en un ambiente industrial y como controlador en línea de producción hace que la calidad de la señal pueda ser muy variable, con lo que un conjunto de algoritmos de reducción de ruido aplicados indiscriminadamente pueda tener un efecto contrario al deseado, ya que dichos algoritmos ralentizan el proceso de medida y pueden ser incluso nocivos si están mal aplicados (lo cual no puede descartarse, ya que la autonomía del sistema hace imposible controlar la calidad de la señal continuamente). De hecho, podríamos eliminar señal al intentar reducir ruido.

La opción 3 presenta el mayor número de ventajas, así como el mayor valor intrínseco por ser la más novedosa y la más afín a la filosofía general de este trabajo: el desarrollo de un sistema automático apto para el control industrial. De lo discutido en los párrafos anteriores se deduce la necesidad de dotar al sistema de mecanismos de *decisión* propios, que le permitan averiguar cuando un resultado es erróneo y le den la posibilidad de corregirlo sobre la marcha, *en función de la calidad de la señal concreta que se está analizando*. Denominamos de forma genérica *validación* a los mecanismos

de ese tipo. Así, si cada etapa de procesado produce una serie de datos de salida, una etapa de validación asociada somete a dichos datos a una comparación con unas condiciones pre-impuestas para decidir si son correctos y se puede seguir el procesado o si son erróneos y se pueden corregir por medio de unos algoritmos de corrección presentes en el programa. Esas condiciones están basadas en los resultados que *cabe esperar* y pueden estar incorporadas de forma permanente al programa de tratamiento (constituyendo un conjunto de reglas fijas que toda señal debe cumplir) o ser seleccionados por el propio programa o por un operario en función de la calidad de la señal, calidad que habrá de ser determinada mediante ciertos parámetros que deberán ser definidos convenientemente. Trataremos en detalle sobre esta cuestión más adelante.

Un esquema general de tratamiento automático de interferogramas podría por tanto representarse del modo que aparece en la figura 3.19 (página siguiente).

Obsérvese que la característica principal de un esquema de este tipo es la validación continua y automática de los resultados *intermedios* del procesado. Esto hace posible la autonomía del sensor en condiciones hostiles de medida, ya que, al no disponer de un mecanismo de reducción de ruido eficaz para todas las situaciones que podrían plantearse, el sistema debe conocer en cada momento si sus algoritmos están funcionando correctamente y obrar en consecuencia si no es así. El uso de una técnica que validase sólo el resultado final conllevaría un riesgo elevado de errores —errores importantes pues el sensor controla la producción y podría rechazar una muestra debido a que obtenido un resultado incorrecto en su análisis—, que podrían subsanarse de un modo sencillo en medio del proceso, con el consiguiente aumento de efectividad. Todo ello demuestra la conveniencia de la introducción de técnicas de validación y corrección de errores como las que se explican en el apartado posterior.

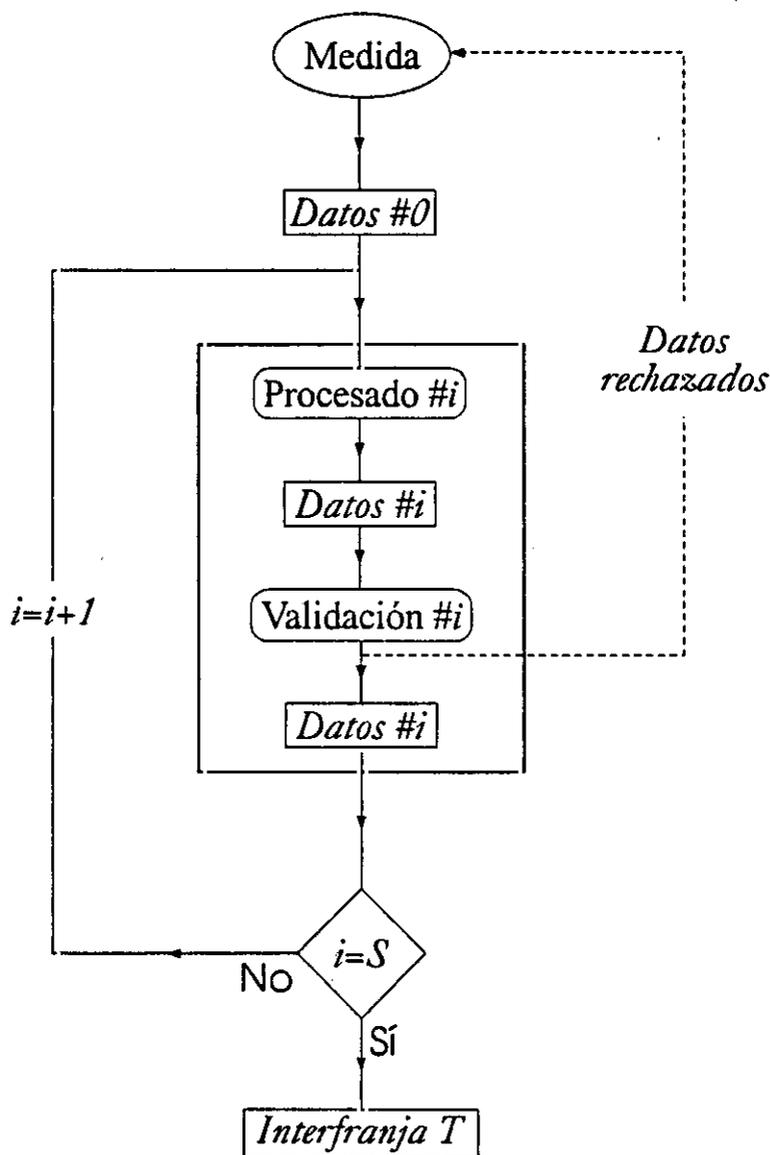


Figura 3.19. Esquema general de tratamiento automático de interferogramas para la obtención de la interfranja

### 3.5.3. Uso de algoritmos de validación.

Cada etapa de procesado supone una transformación de los datos de entrada, que son a su vez los datos de salida de la etapa de procesado anterior. Las etapas de procesado pueden ser por ejemplo reescalados, promediados, búsqueda de extremos, etc. Por lo dicho anteriormente, bien

por la mala calidad de los datos de entrada, bien por la imperfección del diseño de los algoritmos de procesado, los datos de salida de la etapa  $i$ -ésima pueden presentar errores. La forma de  $a$ ) detectar los errores y  $b$ ) corregirlos es incluir una etapa de validación después de cada etapa de procesado. De ese modo utilizaremos lo que se ha dado en denominar *self-validating software* (*software auto-validador*). En la actualidad se tiende a utilizar esquemas de ese tipo en todo programa de tratamiento para sensores industriales, ya que garantiza la autonomía de funcionamiento, aún en condiciones hostiles y permite el control en línea de la producción. Describiremos ahora qué requisitos deben cumplir las etapas de validación.

Partimos de un conocimiento al menos aproximado de los resultados aceptables *a priori*, de modo que podemos *evaluar* el error de los mismos. En los apartados posteriores se concretará esta cuestión, pero podemos poner un ejemplo: sabemos que nuestro interferograma contiene franjas aproximadamente equidistantes, con lo que la interfranja debe ser aproximadamente constante independientemente del par de franjas que se elija para medirla. Debemos dotar a nuestro sistema de la capacidad de averiguar si los resultados arrojados por la etapa de procesado correspondiente violan flagrantemente lo que se espera de ellos (por ejemplo, la constancia de la interfranja) y si ello se debe a una mala aplicación del algoritmo (téngase presente que muchos algoritmos usan cotas comparadoras cuyo valor puede no ser correcto para la aplicación a una señal concreta). Así mismo, el sistema debe ser capaz de determinar si el error es subsanable y, si lo es, ser capaz de corregirlo convenientemente, de modo que los datos de salida de la etapa de validación sean aceptables como datos de entrada para la siguiente etapa de procesado y no se realice el esfuerzo estéril de continuar procesando información inútil. Por último, debe existir también la posibilidad de que, si la baja calidad de los datos de entrada hace imposible su procesado correcto o el error de los datos de salida no puede corregirse por los algoritmos de corrección de errores presentes en la etapa

de validación, la medida entera sea rechazada y se reinicie el proceso con una nueva medida.

Por lo dicho, toda etapa de validación debe poseer:

- ♦ una serie de *condiciones* pre-impuestas a los resultados,
- ♦ unos *algoritmos de validación* que comparen los resultados con las condiciones y decidan si existe error en los datos,
- ♦ unos *criterios de corrección de errores* que permitan decidir si un conjunto de datos erróneos puede ser transformado en uno válido o si, por el contrario, los datos han de ser rechazados y una nueva medida ha de ser realizada y
- ♦ unos *algoritmos de corrección de errores* que transformen los datos erróneos en datos válidos cuando ello sea posible.

Esta es una discusión abstracta, y sólo la aplicación concreta podrá arrojar más luz sobre la forma concreta de esos algoritmos y criterios. En cualquier caso, la figura 3.19 puede ser ahora completada del modo que aparece en la figura 3.20 (página siguiente). Téngase en cuenta que durante todo este apartado se están utilizando *cajas negras* para describir los procesos y se está prestando atención a las entradas (*inputs*) y salidas (*outputs*) de cada caja negra. El funcionamiento interno de estas se tratará en los apartados posteriores.

#### 3.5.4. Descripción del procedimiento para la medida de $T$ .

Pasemos ahora a describir la estructura básica de nuestro esquema de análisis de interferogramas, los algoritmos que nos permitirán hallar  $T$  a partir de  $V_i$ .

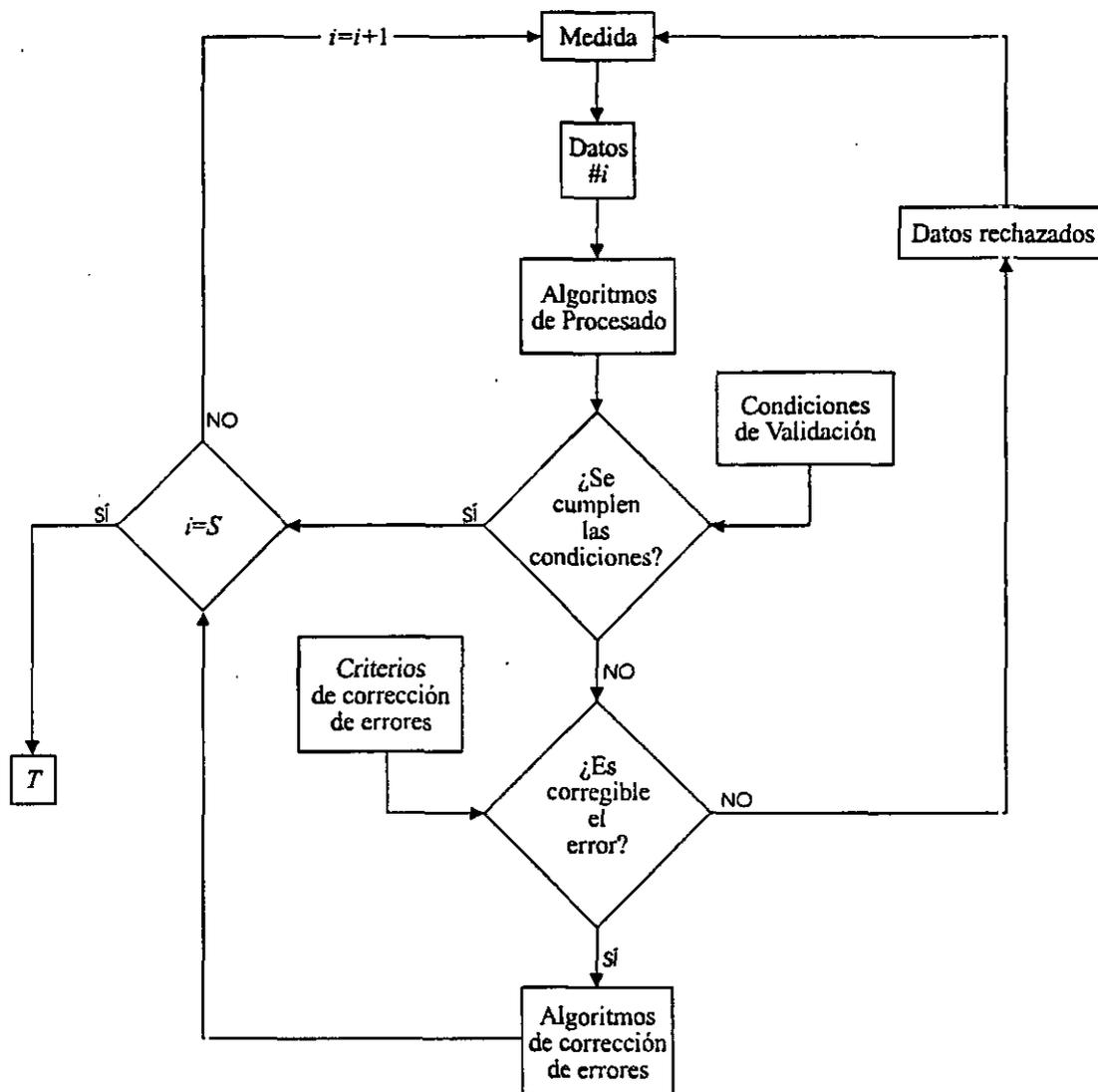


Figura 3.20. Esquema de la obtención de la interfranja, incluyendo validación de resultados y corrección de errores

La fórmula principal no es otra que la ecuación (2-38), que calcula la interfranja a través del promedio de las diferencias entre las posiciones de los mínimos de intensidad de luz:

$$T = \frac{1}{M-1} \sum_{i=1}^{M-1} (m_{i+1} - m_i), \quad (3-12)$$

donde  $m_i$  es la posición del mínimo de intensidad de la franja  $i$ -ésima y  $M$  es el número total de franjas en el interferograma. En esa fórmula el periodo

es medido en *puntos* entendiendo por tales lo explicado en §3.3. Mediante los factores de conversión allí deducidos podemos obtener el periodo temporal en  $\mu\text{s}$  o el espacial en  $\mu\text{m}$ .

La aplicación de esa fórmula supone, como es fácil de entender, que conocemos donde comienza y donde termina cada franja del interferograma. Dentro de cada franja, la localización del punto para el que el valor de la intensidad es mínimo no supone dificultad alguna: bastará con un algoritmo iterativo que compara cada valor de intensidad con el supuesto mínimo y sustituye éste por aquel si es menor. Formularemos este algoritmo más adelante.

Sin embargo, no es trivial en absoluto delimitar correctamente las franjas cuando el interferograma es mínimamente ruidoso. Si dispusiéramos de una senoide perfecta en la que periódicamente se repitiera el mismo valor mínimo (esto es, los mínimos relativos correspondientes a cada franja son todos ellos de igual valor), no nos resultaría difícil definir la franja, que sería, como es lógico, *la parte de señal comprendida entre dos mínimos relativos consecutivos*, como se muestra en la figura 3.21.

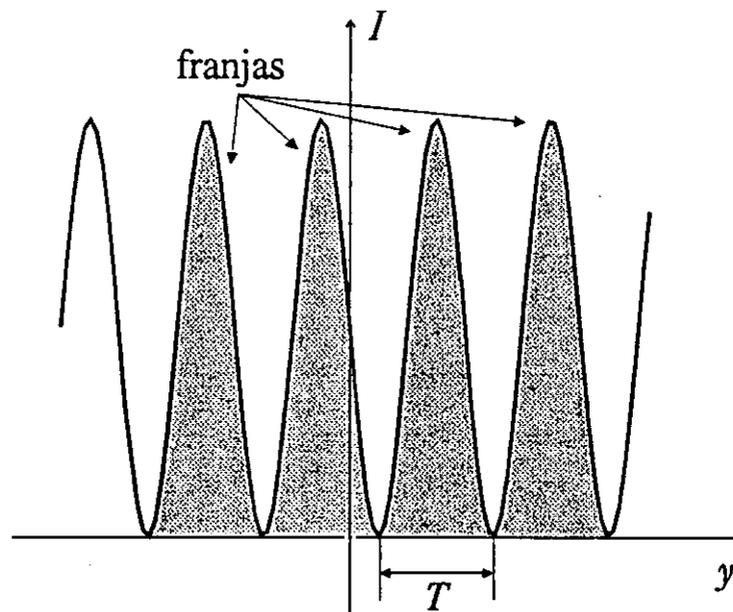


Figura 3.21. Delimitación de franjas en una señal sinusoidal ideal.

Sin embargo, lo más frecuente es que no nos enfrentemos a una señal de tan buenas características. En particular, es muy difícil que todos los mínimos relativos tengan el mismo valor. Por ello, la definición anterior no es operativa con interferogramas reales. Para poder hallar la posición de los mínimos relativos  $m_i$ , hemos de delimitar unas regiones en los que buscarlos mediante el algoritmo comparativo mencionado anteriormente.

Eso nos lleva a una redefinición de la franja que resulta más operativa. Obsérvese que nuestro único interés es localizar los  $m_i$ , por lo que podemos apartarnos del concepto físico de franja para considerar únicamente unas condiciones matemáticas que delimiten las regiones en las que se sitúan los mínimos relativos.

Supongamos que redefinimos el origen de intensidad, de modo que hacemos que la señal sea simétrica respecto de éste. Esto es, hacemos que, por ejemplo, el nuevo origen sea el valor promedio de  $V$ :

$$X_i = \bar{V} - V_i, i = 1, 2 \dots P, \quad (3-13)$$

$$\bar{V} = \frac{1}{P-1} \sum_{i=1}^P V_i. \quad (3-14)$$

Obsérvese que (3-13) lleva implícito un cambio de signo en los voltajes (voltajes mayor que el promedio resultan ser negativos tras el reescalado). Ello es debido a que, como ya se ha dicho, la señal del CCD resulta ser de signo opuesto a la intensidad de la luz. De ese modo, los mínimos de  $X$  corresponderán a mínimos de la intensidad de luz. En el caso de que no se diera esa circunstancia, obviamente, no sería necesario dicho cambio, y el reescalado sería exactamente el opuesto.

De ese modo, a cada franja le corresponde una zona positiva y otra negativa. Si seguimos considerando una senoide perfecta, la franja se ve cortada por la recta que define el nuevo origen de ordenadas en dos puntos, esto es, presenta dos cruces por cero. Esos cruces por cero corresponderían, en el

caso de que la función  $X$  fuera continua a puntos en los que esta sería realmente cero. Sin embargo, puesto que  $X$  es discreta, la mejor forma de ubicar esos cruces es buscar puntos  $c_k$  tales que el signo de  $X$  cambia en ellos, esto es,

$$\text{sgn}(X_{c_k}) \neq \text{sgn}(X_{c_{k+1}}), \quad (3-15)$$

donde "sgn" corresponde a la función signo, dada por

$$\text{sgn}(u) = \begin{cases} 1, & \text{si } u > 0 \\ 0, & \text{si } u = 0 \\ -1, & \text{si } u < 0 \end{cases} \quad (3-16)$$

Si estamos interesados en localizar los mínimos de la función, las regiones positivas de  $X$  no nos interesan en absoluto. En las regiones de signo negativo buscaremos el valor más negativo. Ese será el mínimo relativo que necesitábamos. Todo esto nos permite redefinir la franja, como pretendíamos. Podemos hacerlo de dos formas.

La primera de ellas, que llamaremos  $\alpha$ , ignora completamente las regiones de signo positivo. De ese modo, considera que es una franja la parte de señal comprendida entre

1. un cambio de signo de positivo a negativo y
2. el siguiente cambio de signo de negativo a positivo.

Las zonas de  $X$  positiva, correspondientes a cambios de signo opuestos a estos no se tienen en cuenta para el cálculo. El modo de hallar estas nuevas franjas es el siguiente:

1. hallar todos los cambios de signo presentes en el interferograma mediante la aplicación iterativa de (3-15),
2. discriminar los cambios de signo de tipo I (de positivo a negativo) de los de tipo II (de negativo a positivo). Esto se puede realizar simplemente evaluando el signo de  $X$  en el punto  $c_k+1$ , y

3. indicar al programa que la búsqueda de mínimo debe limitarse a regiones cuyos cambios de signo en sus límites sean I-II y no II-I. Es decir, cuando se termine la búsqueda de mínimo en una región determinada, se debe continuar a partir del punto en el que se produce el siguiente cambio I y no simplemente a partir del punto siguiente al final de la búsqueda anterior.

La segunda opción,  $b$ , es similar, pero no se toma el trabajo de ignorar la parte positiva de la señal. Puesto que un valor positivo de  $X$  nunca podrá ser menor que el mínimo relativo, considera que la franja es *la parte de señal comprendida entre dos cambios de signo de tipo II, esto es, de negativo a positivo, consecutivos*. Este punto de vista obliga a un mayor número de comparaciones entre el valor de  $X$  en cada punto y el valor mínimo hasta ese punto. Sin embargo, es más efectivo, ya que puede hacer las dos operaciones (búsqueda de cambios de signo y localización de mínimo entre cruces) simultáneamente. La  $a$  requiere que todo el interferograma se barra una primera vez para encontrar los cruces por cero y seleccionar los deseados y una segunda vez, en parte, para localizar los mínimos. Por ello la  $b$  ha sido la elegida normalmente. En la figura 3.22 se muestra la situación.

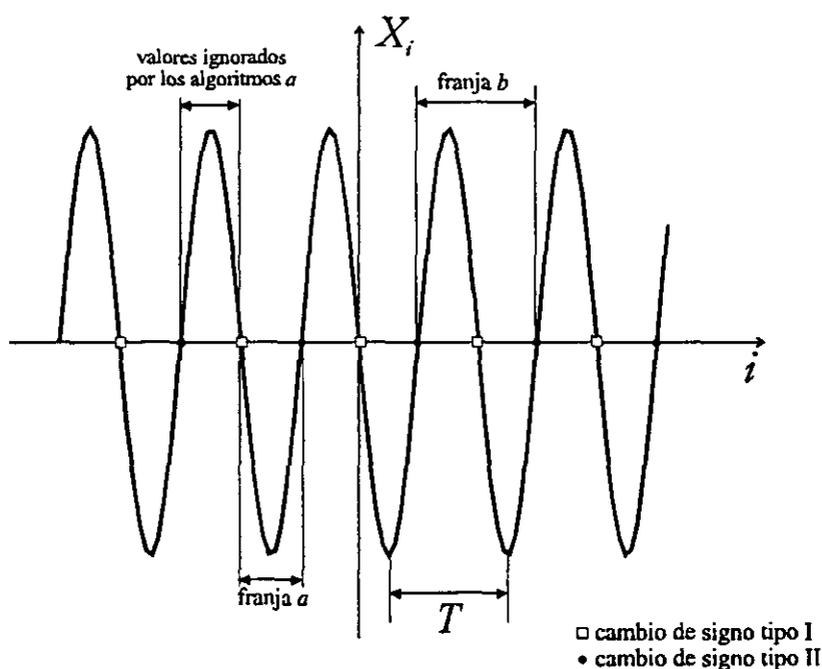


Figura 3.22. Delimitación de franjas

Por tanto, podemos expresar matemáticamente el proceso de detección de mínimos relativos por un algoritmo de cruces por cero de la siguiente forma: sean dos puntos  $c_k$  y  $c_{k+1}$  que cumplen

$$\text{sgn}[X(c_k)] \neq \text{sgn}[X(c_k + 1)] \text{ AND } \text{sgn}[X(c_k + 1)] = +1 \quad , \quad (3-16)$$

$$\text{sgn}[X(c_{k+1})] \neq \text{sgn}[X(c_{k+1} + 1)] \text{ AND } \text{sgn}[X(c_{k+1} + 1)] = +1 \quad , \quad (3-17)$$

y sean  $c_k$  y  $c_{k+1}$  tales que entre ellos no existe ningún otro punto que cumpla esas mismas condiciones impuesta a ellos. Entonces, el punto  $m_k$  que verifica que

$$m_k \in (c_k, c_{k+1}), \quad (3-18)$$

$$X(m_k) \leq X(j), \forall j \in (c_k, c_{k+1}) \quad (3-19)$$

es el mínimo relativo correspondiente a la franja  $k$ -ésima y es el valor que debemos introducir en la ecuación (3-12).

En las expresiones anteriores se ha utilizado la notación  $X(i)$  para expresar  $X_i$  de un modo más claro y el operador lógico AND para indicar que ambas condiciones deben cumplirse en ambos casos.

Una vez determinados mediante (3-18) los mínimos relativos, la interfranja se obtiene computando las distancias entre mínimos y hallando su promedio:

$$D_k = m_{k+1} - m_k, \quad (3-20)$$

$$T = \frac{1}{M-1} \sum_{k=1}^{M-1} D_k. \quad (3-21)$$

Se observa, pues, que mediante el procedimiento básico descrito en este apartado puede obtenerse el periodo espacial de las franjas de un modo rápido y sencillo. Las dificultades aparecen cuando la señal no es de tan buena calidad como la que se ha venido empleando hasta ahora, sino que presenta ruidos de diverso origen. En tal caso, los algoritmos que hemos

establecido no trabajarán convenientemente, pudiéndose producir errores. Ese es el motivo del empleo de técnicas de validación. En los sucesivos apartados iremos estudiando cada una de las partes de este proceso de análisis y trataremos la cuestión de la validación y la corrección de errores por separado para cada una de esas partes.

### 3.5.5. Re-escalado de la señal

La ecuación básica para el re-escalado de la señal es la (3-13). En condiciones normales es suficiente para nuestros propósitos, pero conviene discutir detalladamente algunas situaciones anómalas que pueden darse, así como exponer algunas variantes interesantes a la misma.

#### *Segmentación*

El problema principal aparece cuando la iluminación en el interferograma es muy variable. En tal caso, el valor promedio de  $V$ —que es, en última instancia, el valor promedio de la intensidad de luz detectada— es diferente si consideramos diversas regiones del interferograma. Si dividimos la zona iluminada en  $R$  regiones, separadas por una serie de puntos equidistantes  $r_j, j=0,1,\dots,R$ —esto es, si *segmentamos* el interferograma—, podemos calcular el valor promedio de  $V$  en cada una de ellas:

$$\bar{V}_j = \frac{1}{(r_j - r_{j-1}) - 1} \sum_{n=r_{j-1}}^{r_j} V_n. \quad (3-22)$$

Cuando  $R=1$ , esto es, cuando el interferograma no se segmenta, tenemos el re-escalado simple que indican las ecuaciones (3-13) y (3-14).  $R$  no puede ser excesivamente grande, ya que cada región debe contener al menos una franja completa de modo que los valores promedios no difieran mucho por corresponder a partes de máximo o de mínimo de la señal.

Si, por ejemplo, el promedio del voltaje en la región 1 y en la región  $R$  son muy diferentes, podría ser erróneo considerar un único origen en el re-escalado para todo el interferograma. Esto puede ocurrir si las condiciones experimentales no son muy apropiadas –un láser que no ha sido filtrado espacialmente de un modo correcto produciría situaciones de ese tipo.

Podríamos, en esa situación, optar por un re-escalado variable que consistiera en la substracción del promedio de voltaje en cada región:

$$X(i) = -[V_i - \bar{V}_j], \text{ con } i \in (r_{j-1}, r_j). \quad (3-23)$$

En nuestro sensor, una baja iluminación en una zona lleva aparejada una disminución del contraste de las franjas, ya que el valor mínimo de señal –la oscuridad– es constante. Por tanto, una segmentación como la descrita por (3-23) no mejoraría en nuestro caso gran cosa la situación. Del modo en que se ha definido la franja, no es fundamental que el re-escalado sea correcto, ya que no importa si las regiones de signo constante son del mismo tamaño, sino la posición de los mínimos. Por ello, no necesitaremos en general una segmentación como la aquí descrita, que sí puede ser interesante en algunas otras situaciones.

La segmentación es aplicable también al resto de los algoritmos de procesado. Sin embargo, su coste computacional y sus dificultades operativas –es difícil delimitar las regiones correctas para segmentar– han hecho que la consideremos poco aconsejable para nuestras necesidades.

Un paso más allá puede darse si se aplica la idea de Gåsvik et al. [29]. En ese caso, se calcula una función lineal a la que ajustar el promedio de intensidad de luz en el interferograma y se subtrae a cada punto el valor de la función en ese punto. Sería, por así decir, una segmentación en la que el número de regiones corresponde al número de puntos. Sobre este método podemos apuntar lo mismo: excede nuestras necesidades.

Como conclusión: si bien la segmentación puede producir resultados interesantes, su propia esencia la hace poco recomendable para nuestro algoritmo de re-escalado y no ha sido empleada más que en pruebas. En otras situaciones puede ser útil. En nuestro caso, es mejor asegurarse de que el nivel de iluminación en el interferograma es aproximadamente constante a través de un correcto montaje experimental.

### *Reducción de la escala de grises*

Puesto que en nuestro algoritmo de tratamiento no estamos nunca interesados en el valor de la función  $V$  ó  $X$  en un punto, sino sólo de, digamos, cuándo éste cambia de signo o cuándo es mínimo, podemos concebir un re-escalado en el cual se ignore el valor de la función y solamente se *marquen* los puntos de un modo característico.

Así, podemos proceder a una reducción máxima de la escala de grises (el conjunto de valores que puede obtener la función), procediendo, por ejemplo, de este modo:

$$X_i = \text{sgn}(\bar{V} - V_i). \quad (3-24)$$

De esa forma, la búsqueda de cambios de signo se reduce a una comprobación de si el valor de la función ha cambiado:

$$X(c_k) \neq X(c_k + 1) \text{ AND } X(c_k + 1) = 1. \quad (3-25)$$

La reducción de (3-24) puede complicarse si incluimos más niveles de grises. Estos niveles adicionales pueden tener utilidad para validar los cambios de signo.

En este sentido, la reducción que sigue sería un ejemplo:

$$X_i = \begin{cases} 1, & \text{si } V_i < \frac{V+V_{\min}}{2} \\ 1/2, & \text{si } \frac{V+V_{\min}}{2} < V_i < \bar{V} \\ 0, & \text{si } V_i = \bar{V} \\ -1/2, & \text{si } \bar{V} < V_i < \frac{V+V_{\max}}{2} \\ -1, & \text{si } V_i > \frac{V+V_{\max}}{2} \end{cases} \quad (3-26)$$

En este caso se ha introducido dos niveles de gris que permiten dividir las regiones de signo constante, de modo que se pueda determinar en qué puntos el valor no está muy alejado del valor promedio.

El uso de reducciones de niveles de gris como las descritas condiciona fuertemente el resto del procesado. Si queremos sacar una verdadera utilidad de la reducción debemos explotar al máximo sus posibilidades. En concreto, no tendría sentido que tuviéramos que conservar en una matriz los valores verdaderos de  $V$  para poder determinar la posición de los extremos dentro de las franjas. Si optamos por un esquema de reducción, sólo deberemos considerar la matriz  $X$  y eliminar de la memoria del ordenador toda otra información relativa a las franjas. En tal caso, deberemos realizar el siguiente proceso:

- búsqueda de cambios de valor de  $X$  del tipo de los descritos en (3-25),
- validación en la posición de esos cambios: los cambios muy próximos o muy alejados suponen que el ruido de la señal ha hecho ineficaz a la reducción de (3-24) o (3-26); habría que desarrollar criterios y algoritmos de corrección de errores para esos casos, los cuales serían complicados si mantenemos reducciones tan simples,
- determinación de la interfranja no por medio de la distancia entre mínimos sino por medio de la distancia entre cambios de valor del tipo (3-25).

Este esquema presenta algunas dificultades, como la ya explicada en el segundo punto: es muy difícil validar los resultados cuando el número de niveles de gris es tan pequeño. Si tenemos en cuenta que gran parte de los algoritmos de validación se basa en comparación con cotas, una reducción drástica haría que los valores se uniformaran en exceso, de modo que la comparación con cotas no tendría ningún valor discriminatorio.

Por otro lado, una de sus supuestas ventajas, como es la de que no es necesario considerar la función signo, sino solamente los valores de  $X$ , no es tal, ya que en todos los ordenadores la función signo está implementada, con lo que el coste computacional es nulo.

Por tanto, la reducción de niveles de gris es apropiada en tanto que libera gran cantidad de memoria y es conceptualmente interesante, pero es inapropiada para el caso de señales ruidosas, a no ser que el número de niveles de gris considerado sea alto —en cuyo caso, no merece la pena el esfuerzo. Sobre ella podemos afirmar lo mismo que con la segmentación: puede tener aplicación, pero nosotros sólo la hemos empleado a nivel de prueba. No obstante, con señales poco ruidosas puede ser efectiva, y el desarrollo de algoritmos de validación para un número reducido de niveles de gris es un campo aún por explorar, que promete ser interesante y en el que sin duda en el futuro centraremos nuestros estudios.

### **3.5.6. Detección de cruces por cero**

El cambio de signo de la señal es fácilmente detectable. De ese modo, las franjas, tal como se han definido antes, quedan claramente delimitadas por los cambios de signo. Sin embargo, si la señal es ruidosa pueden aparecer falsos cruces por cero que deben detectarse convenientemente. El asunto se ilustra en la figura 3.23 (página siguiente).

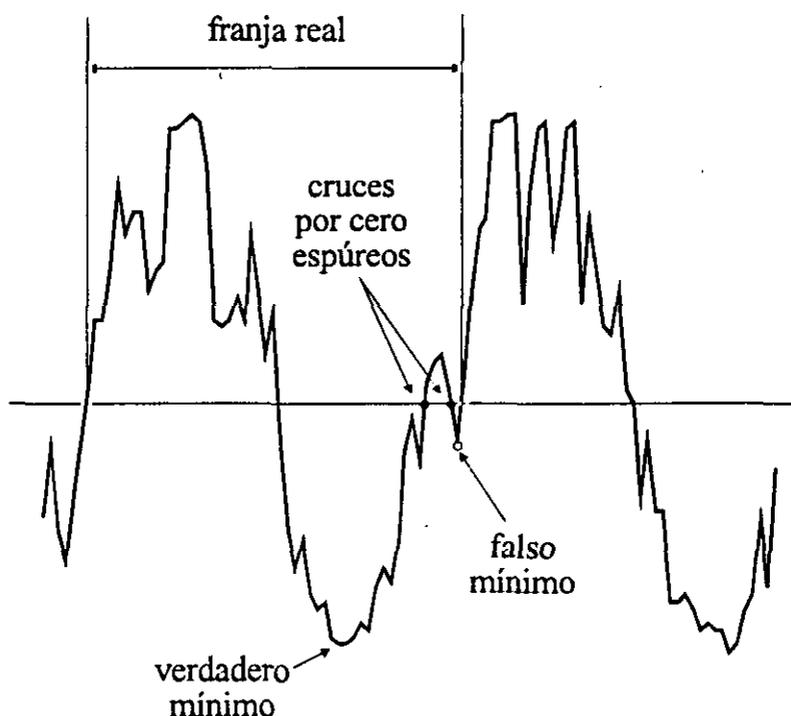


Figura 3.23. Falsos cruces por cero en una señal ruidosa.

En esta figura se muestra parte de una señal real. En ella, por efecto del ruido, no está bien definida la franja, de modo que existen dentro de lo que hemos dado en denominar franja dos cruces por cero espúreos, como se puede observar. El ruido ha hecho que en una parte de supuesto signo negativo haya aparecido una pequeña región de signo positivo. Si se aplica el algoritmo a rajatabla se detectará un falso mínimo, correspondiente a la falsa franja que los cruces espúreos han producido.

Éste va a ser un problema muy común y debe tenerse en cuenta. Se demuestra que el uso de técnicas de validación es inevitable. Podríamos pensar en una validación en función de la distancia entre cruces. Puesto que partimos de la base de que tenemos una señal aproximadamente sinusoidal, distancias entre cruces anormalmente pequeñas deben corresponder a cruces espúreos. Podríamos, entonces, definir un valor máximo para la diferencia entre la anchura de una región y la supuesta anchura correcta,  $U_w$ . La anchura correcta se puede obtener de dos modos: estimándola a partir de

la anchura total del dominio y el número de franjas que debe existir —conocimiento previo de la señal esperada— o considerando como válido el valor promedio de anchuras, y elaborando una iteración que tome en cuenta que la no validación de una región varía ese promedio, con lo que habría que llegar a una optimización de la división.

Podríamos tomar, entonces, como criterio de validación el siguiente: la franja  $k$ , generada por los cambios de signo en los puntos  $c_k$  y  $c_{k+1}$ , es válida si

$$|(c_{k+1} - c_k) - \bar{w}| \leq U_w, \quad (3-27)$$

donde  $\bar{w}$  es la anchura promedio de las franjas obtenidas o bien una estimación de cuál debería ser esta atendiendo a nuestro conocimiento previo de la señal. La cota  $U_w$  es la primera de ese tipo que nos aparecerá, y puede estimarse a partir del conocimiento de la señal o incluso modificarse de acuerdo con los resultados obtenidos en la validación de forma iterativa.

La técnica de validación presentada es efectiva cuando la división en regiones no es excesivamente mala desde el principio. En el caso de la existencia de un número elevado de cruces por cero, tanto el valor de la anchura deseada como de la cota para la comparación no serán muy correctos desde el principio, con lo que un número de iteraciones grande es inevitable.

Otro modo, quizá con mejores cualidades que el anterior, es imponer una doble condición a los puntos de cruce. Si la función camina claramente hacia un extremo cuando cambia de signo o si ese cambio de signo se produce por una mera fluctuación debido al ruido puede averiguarse comprobando si en un entorno de pocos puntos la función alcanza una segunda línea de corte, lo que demostrará que la tendencia era claramente creciente o, en el caso que nos interesa decreciente.

Consideremos por ejemplo la franja  $k$ . Que sea válida supone que lo son los dos cambios de signo que la han originado. Tomemos el de tipo I. Si el cambio de signo es correcto, el valor de la función un número, digamos,  $U_p$

de puntos más allá de él deberá ser acusadamente positivo, con lo que cabría imponer una condición del tipo siguiente: el cruce en  $c_{k+1}$  es verdadero si

$$X(c_{k+1} + U_p) > U_x, \quad (3-28)$$

donde  $U_x$  es una cota elegida de acuerdo con las características de la señal.

Este método presenta varios inconvenientes. Si el punto elegido para hacer la comparación (3-28), es, debido al ruido, casualmente un punto de mal comportamiento de la función (por ejemplo, con un nivel de señal más alto del que por lógica debiera corresponderle), la condición podría violarse por ese motivo y no porque el cambio de signo fuese falso. Eso nos lleva a la necesidad de hacer varias comprobaciones del tipo (3-28). Otro problema es la determinación de los valores de  $U_p$  y  $U_x$ , que, en el caso de baja calidad en la señal, puede entrañar muchas dificultades.

La comparación tipo (3-28) también podría hacerse, por ejemplo, en el punto medio entre los cruces, en donde, supuestamente, la función estaría cerca del mínimo. Otras posibilidades, que involucran validaciones más elaboradas, podrían tenerse en cuenta si es necesario.

Sin embargo, como puede comprobarse, el uso de validación de cambios de signo conlleva demasiados problemas como para hacer de esa técnica la base de nuestro esquema de validación. Será preferible el uso de validación en la posición de los mínimos del tipo que se describe en el apartado posterior. Sólo como técnica auxiliar o en el caso de señales de muy buena calidad puede ser aconsejable ignorar la validación de mínimos y trabajar a fondo con la validación de cruces por cero. Sin embargo, una coordinación entre las dos sí puede resultar positiva para la corrección de errores en la determinación del periodo espacial, como se discute en el apartado posterior.

Terminaremos con dos puntualizaciones de carácter técnico. En primer lugar, la existencia de puntos de  $X=0$  es inconveniente para nuestro algoritmo, ya que, si aplicamos exactamente la condición (3-15), esta se verificará *dos veces* en ese punto —hay cambio de signo de positivo a cero y de cero a negativo, por ejemplo— ya que el valor de la función signo es 0 en ese caso. Para evitarlo, hemos de introducir una instrucción en el programa que garantice que no se va a considerar ese punto como una región separada. Lo más sencillo es imponer que no puedan existir puntos con  $X=0$ . Eso se realiza simplemente cambiando el valor de esos puntos a otro muy próximo a cero, y del mismo signo que el punto que le precede. Así, podemos hacer que el valor de  $X$  en un punto  $i$  para el cual  $V_i=\bar{V}$  (y por tanto  $X_i=0$ ) sea  $X_i=0.0001 \times \text{sgn}(X_{i-1})$ . De ese modo evitamos completamente el problema.

Por último, para simplificar las expresiones matemáticas, extenderemos la definición de cruce por cero a los puntos inicial y final de la señal, esto es, los puntos  $i=1$  e  $i=P$ , ya que estos delimitan la primera y última franja del interferograma. De ese modo, si existen  $F$  cruces por cero del tipo I en el interferograma, tendremos  $F+2$  franjas delimitadas del siguiente modo: la franja  $k$ -ésima corresponde a la región comprendida entre el cruce por cero  $k$ -ésimo,  $c_k$ , y el  $k+1$ -ésimo,  $c_{k+1}$ , con  $k=0, 1, \dots, F$  y donde  $c_0=1$  y  $c_{F+1}=P$ . Obviamente, estas primera y última franja no tienen por qué tener un tamaño parecido a las restantes, con lo que todo algoritmo de validación basado en ese supuesto no debe aplicárseles. Sin embargo, es importante que también en esas franjas se proceda a la búsqueda del mínimo, ya que puede estar correctamente definido y sería absurdo ignorarlo para la determinación del periodo espacial. Puede darse el caso de que la franja  $F+1$  (la última) sea exclusivamente positiva (eso no es posible para la primera, ya que forzosamente ha de terminar en un cambio de signo de tipo D). En tal caso, su mínimo no debe tenerse en cuenta para la determinación de la interfranja. Sin embargo, esa no es una situación que nos deba preocupar, ya que los algoritmos de validación de mínimos lo desecharán forzosamente.

### 3.5.7. Validación de la posición de los mínimos

Cuando iniciamos esta discusión, expusimos que al menos un cierto conocimiento previo de las características de la señal obtenida era necesario para juzgar la misma y someterla a los procesos de validación. En particular, el proceso aquí descrito sólo es aplicable a señales que responden a la ecuación (3-9). Para ellas, se puede asumir en principio que los mínimos están situados de forma equidistante y que el valor de la intensidad en ellos es aproximadamente el mismo.

Ése es el criterio que podemos aplicar para la validación de la posición de los mínimos. El problema ya ha sido puesto de manifiesto en el apartado anterior. La existencia de cruces espurios por cero conlleva la aparición de falsas franjas en las cuales se contabiliza un falso mínimo que produce como resultado final una interfranja distinta de la verdadera del interferograma.

El proceso de validación responde a los avanzados en el apartado anterior. Si admitimos que sólo existen dos clases de mínimo, los verdaderos y los producidos por ruido de baja respuesta, podemos discriminarlos comparándolos con una cota, de modo que, puesto que los verdaderos mínimos tienen un valor absoluto de señal mucho más grande que los falsos —como se puede ver en la figura 3.23—, sólo los verdaderos podrán exceder esa cota, siendo de ese modo separados de los falsos.

El mejor modo de hacerlo es considerando el mínimo absoluto de la función —que, como ya se ha dicho, es un valor que proporciona el osciloscopio digital o que, en el peor caso, puede calcularse via *software*, ya que el mínimo de una matriz es una función implementada en los lenguajes de programación utilizados— y comparar los mínimos relativos con él. Así, si tenemos un candidato a mínimo,  $m_k$ , correspondiente a la franja  $k$ -ésima —que, como se ha visto, puede no ser una verdadera franja—, lo consideraremos validado si cumple lo siguiente:

$$X(m_k) \leq \frac{\min(X)}{U_m}, \quad (3-29)$$

donde  $\min(X)$  indica el mínimo absoluto de la señal en todo el interferograma y  $U_m$  es una cota comparadora del estilo de las introducidas en el apartado anterior.

Si realmente el contraste de las franjas es bueno y sólo está presente una cierta cantidad de ruido de baja respuesta, es imposible que los mínimos falsos puedan pasar esa condición si se escoge  $U_m$  adecuadamente. Digamos que si hacemos  $U_m=1.5-2$  podemos, manteniéndolo fijo en un valor, discriminar adecuadamente los mínimos. De todos modos, no es descartable que algún mínimo falso sea lo suficientemente importante para conseguir cumplir esa condición de validación. Si esto ocurre, existe una validación en diferencias que se describe en §3.5.8.

Existe un problema adicional, sin embargo. Si somos excesivamente exigentes en la elección del valor de  $U_m$ , esto es, si imponemos una condición fuerte al valor del mínimo, podemos encontrarnos con que, en regiones donde el contraste de las franjas es pequeño, un verdadero mínimo puede no cumplir (3-29), no siendo así validado. Como ya se ha expuesto, la presencia de patrones de interferencia espurios o ruido puede hacer que el valor mínimo de la señal en algunas franjas sea anormalmente alto.

Para evitar ambas dificultades —que un falso mínimo sea validado y que un mínimo verdadero no lo sea— hemos de ser muy cuidadosos con la elección de  $U_m$ . Sólo un mínimo conocimiento previo de la señal puede ayudarnos a este respecto. Si optamos por un valor fijo que aplicamos en todas las medidas, independientemente de la calidad de las mismas, podemos cometer errores. Esto no es excesivamente grave, ya que disponemos de etapas de validación posteriores que pueden detectar e incluso corregir esos errores. Cuenta a nuestro favor la posibilidad de repetir medidas y rechazar las innecesarias.

Siguiendo ese método, podemos colocar un valor de  $U_m$  fijo en torno al rango antes mencionado. La elección del valor concreto puede realizarse tras una serie de medidas de prueba en las que un operario entrenado compare los resultados visuales que obtiene –fundamentalmente, el número de franjas en el campo de la cámara– con los que proporciona el programa. En las numerosas medidas que se han realizado para esta Memoria, el uso de una cota fija ha resultado suficiente en la mayoría de los casos y no ha sido necesario variar el valor de esta mientras no variaran las condiciones experimentales.

Sin embargo, la idea general que alienta este capítulo –la completa automatización y autonomía de funcionamiento– hace aconsejable la exploración de otras posibilidades. En concreto, es posible concebir un sistema según el cual el programa mismo varía el valor de  $U_m$  de un modo iterativo según las necesidades concretas de la señal. Para hacer esto se debe tener en cuenta también la etapa de validación del algoritmo siguiente –el cómputo de diferencias entre posiciones de mínimos– y, por ello, se describirá en el apartado siguiente.

En cualquier caso, las pruebas experimentales, de las que la figura 3.23 es un ejemplo demuestran bien a las claras que el uso de algoritmos de validación de algún tipo es inexcusable, ya que de otro modo es imposible evitar que algunos falsos mínimos ocasionado por el ruido presente en la señal ocasionen un resultado final erróneo.

Una cuestión menor, para terminar. Puede darse el caso de que dentro de una franja existan dos o más puntos con el mismo valor y que éste resulte ser el valor mínimo en la franja. Por supuesto, se entiende que la condición (3-29) se verifica en todos ellos. Esa situación puede darse, por ejemplo, si el mínimo no es un pico de la función bien definido, sino que esta presenta una parte más o menos plana. En tal caso, hemos de decidir cuál es el valor elegido como mínimo para la aplicación de (3-12). No es realmente un problema importante, ya que a la fuerza todos esos puntos han de

encontrarse muy próximos, por las características de la señal. La solución dependerá de que en la iteración en la que se compara el valor de  $X$  en cada punto de la franja con el valor mínimo hasta ese punto, la condición IF se realice con un *menor* o con un *menor o igual*. Si aplicamos por ejemplo la siguiente sentencia: IF  $X(i) < X(m_k)$  THEN  $m_k = i$ , estamos pidiendo al punto  $i$  correspondiente a la franja  $k$  que su valor de señal sea menor que el que hasta entonces es el menor de la franja. Si transformamos esa condición en IF  $X(i) \leq X(m_k)$  THEN  $m_k = i$ , bastará con que sea igual. En el primer caso, será el *primero* de los puntos con igual valor el que sea considerado mínimo. En el segundo caso, será el *último*. Como hemos dicho, esa es una cuestión menor, con lo que cualquier decisión es válida. Nosotros hemos elegido la primera.

### 3.5.8. Cómputo de las diferencias entre mínimos

El cálculo del periodo espacial a través de la fórmula (3-12) se realiza hallando la diferencia promedio entre posiciones de mínimos consecutivos. Llamemos por simplicidad  $D_k$  a la diferencia  $k$ -ésima, es decir,

$$D_k = m_{k+1} - m_k, \quad (3-30)$$

donde  $k=1,2,\dots,M-1$ . En función de lo que hemos venido diciendo hasta ahora de nuestra señal, podemos esperar que todas las diferencias sean aproximadamente del mismo valor. Podemos calcular el valor promedio de estas diferencias:

$$\bar{D} = \frac{1}{M-2} \sum_{k=1}^{M-1} D_k. \quad (3-31)$$

De lo expuesto, podemos concebir un modo de validar las diferencias basado en una nueva comparación con una cota. Así, consideraremos validada la diferencia  $D_k$  si cumple

$$|D_k - \bar{D}| \leq U_d. \quad (3-32)$$

El uso de una diferencia promedio como la definida en (3-31) puede ser complicado si la calidad del interferograma no es muy buena y los algoritmos de validación para la posición de los mínimos no han sido muy efectivos. Si, además, el número de franjas en el interferograma no es muy grande, una sola diferencia errónea puede acarrear un promedio demasiado grande o pequeño. Hay formas de solucionar esto. Una de ellas es que la cantidad con la que se comparan las diferencias en (3-32) no sea la diferencia promedio sino una diferencia esperada, conocida puesto que ese valor es ya directamente  $T$  y, siempre que tengamos una idea aproximada del espesor de la muestra que estamos midiendo,  $T$  puede ser estimado. Otra forma de hacerlo es utilizar algoritmos de validación más complicados en los que cada diferencia se compara con todas las demás, de modo que se pueda detectar cuál debe ser el valor correcto (todos los valores correctos estarán muy próximos entre sí, con lo que se podría evaluar el alejamiento de cada diferencia de ese grupo de valores supuestamente válidos y rechazar aquella que no cumpliera una condición análoga a la (3-32)).

Sobre la cota  $U_d$  podemos decir lo mismo que en los casos precedentes. Habrá de determinarse a partir de un conocimiento previo de los resultados esperados. En cualquier caso, no debe ser un número muy grande. Una condición quizá más operativa sería la siguiente:

$$|D_k - \bar{D}| \leq \frac{\bar{D}}{U'_d}, \quad (3-33)$$

donde la diferencia entre  $D_k$  y  $\bar{D}$  se evalúa en función del valor de esta última. Del mismo modo que en el apartado anterior es posible una selección automática de  $U_d$  o  $U'_d$  en función de los resultados de la validación siguiente, la del periodo espacial. Esa selección puede hacerse iterativamente. No es necesario, sin embargo, llegar a esa sofisticación, normalmente. Si se han escogido las condiciones experimentales convenientemente, las diferencias típicas entre mínimos pueden ser de muchos puntos, con lo que

existe un margen muy amplio para esa cota, ya que los mínimos falsos por fuerza dan diferencias muy pequeñas. Un valor de  $U'_d$  del orden de 10 (es decir, es aceptable una variación del 10%) puede ser conveniente.

Supongamos que esa condición de validación ha sido establecida. Si es incumplida por alguna  $D$  puede ser de dos modos. Habremos de atender al signo de  $D_k - \bar{D}$ . Si es negativo, indica que  $D_k$  es demasiado pequeña, es decir, que un mínimo falso ha pasado la etapa de validación. Si es positivo,  $D_k$  es demasiado grande y un mínimo verdadero ha sido rechazado erróneamente.

Podemos resolver esta situación siempre que el número de casos en los que se dé una violación de (3-33) no sea excesivo. Siempre que admitamos que la regularidad del interferograma sigue siendo aceptable, podemos ignorar las diferencias erróneas —si es que el número de franjas es suficientemente grande para ello— o, incluso, aplicar un algoritmo de corrección que elimine mínimos falsos o recupere uno verdadero. En cuanto a la primera posibilidad, no requiere mayor discusión. Trataremos con mayor detalle la segunda.

En el planteamiento general ilustrado por la figura 3.19, cada etapa era independiente de la anterior. Si aplicamos la segunda posibilidad de corrección de errores violaremos este principio, ya que los resultados de la validación de las diferencias van a influir en resultados ya validados con anterioridad. Sin embargo, eso puede ser positivo en algunos casos.

Supongamos que hemos obtenido una diferencia demasiado grande. Si lo que ha ocurrido es que un mínimo "verdadero" no ha sido capaz de satisfacer la condición (3-29) —si bien la cota puede estar correctamente elegida, el contraste de una señal concreta puede ser demasiado bajo para que la cota sirva igualmente bien para ella—, la diferencia será aproximadamente el doble de grande que el resto de las diferencias. Si eso es así, la violación de (3-32) será muy acusada. Podríamos, por tanto, incluir una posición de

mínima en, digamos, el punto medio entre los dos mínimos validados que han dado lugar a esa diferencia tan grande. De ese modo, corregiríamos en esta etapa un fallo en la validación de la anterior. También podríamos volver atrás y modificar la cota contando con la información de que ha sido demasiado exigente.

Del mismo modo se puede proceder cuando la diferencia es demasiado pequeña. En tal caso, un mínimo espurio ha conseguido satisfacer la condición de validación. La diferencia entonces va a ser menor que la mitad que una diferencia típica, con lo que, de nuevo, será fácilmente detectable. Podríamos, de nuevo, rechazarla sin más o tratar de corregirla. En este último caso, procederíamos a eliminar el falso mínimo.

En la figura 3.24 se esquematizan las diferentes posibilidades y en la 3.25 se detallan los algoritmos de corrección de errores. Podemos resumir la cuestión de la validación de diferencias del modo que se expresa a continuación.

- Si los algoritmos de validación de la posición de los mínimos han trabajado de un modo aceptablemente correcto, el número de diferencias anormalmente pequeñas o grandes va a ser pequeño; de otro modo, es imposible corregir la situación y sólo hay dos opciones: la vuelta atrás en el proceso, con la elección de una nueva cota para la validación de los mínimos o el rechazo de los datos. De esa manera, podemos asumir que la validación de diferencias sólo debe evitar casos muy extremos –diferencias muy pequeñas por la existencia de un mínimo espurio o muy grandes por la inexistencia de un mínimo verdadero– que, además, serán escasos.
- Si es cierto lo anterior, podemos, sin más, colocar los mínimos que faltan –dividiendo por dos las diferencias demasiado grandes– o eliminar los que sobran –computando la diferencia entre los mínimos verdaderos y eliminando las diferencias entre el mínimo verdadero anterior y el espurio y entre éste y el mínimo verdadero posterior.

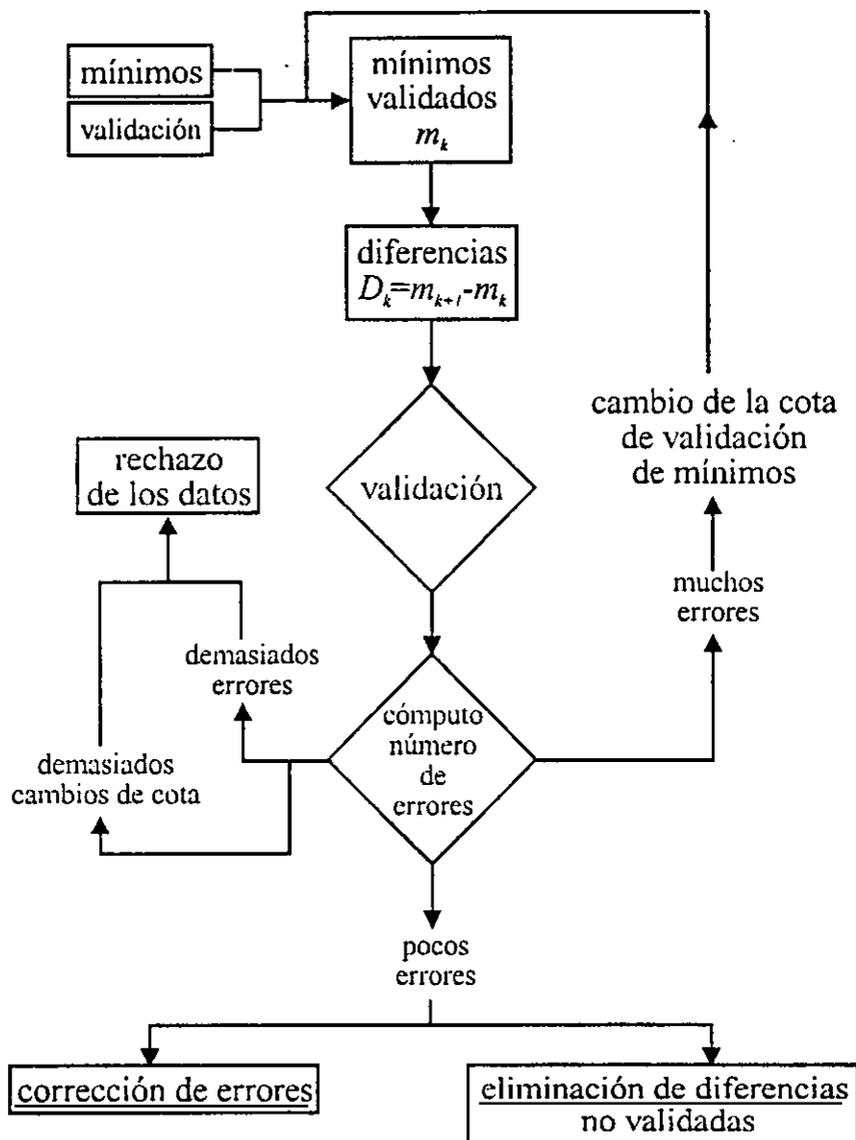


Figura 3.24. Validación de las diferencias entre las posiciones de los mínimos.

- En última instancia, si contamos con un número de franjas suficientemente grande, podemos simplemente ignorar las diferencias no validadas y calcular el periodo con las correctas, sin preocuparnos de corregir en esta etapa los errores de la anterior.

Se observa que, en sí, la validación y corrección de errores de la etapa del cómputo de diferencias depende totalmente de la validación de la anterior.

Es en esta en donde hay que intentar afinar, ya que, si no, los algoritmos a aplicar se complican y el resultado puede no ser excesivamente fiable.

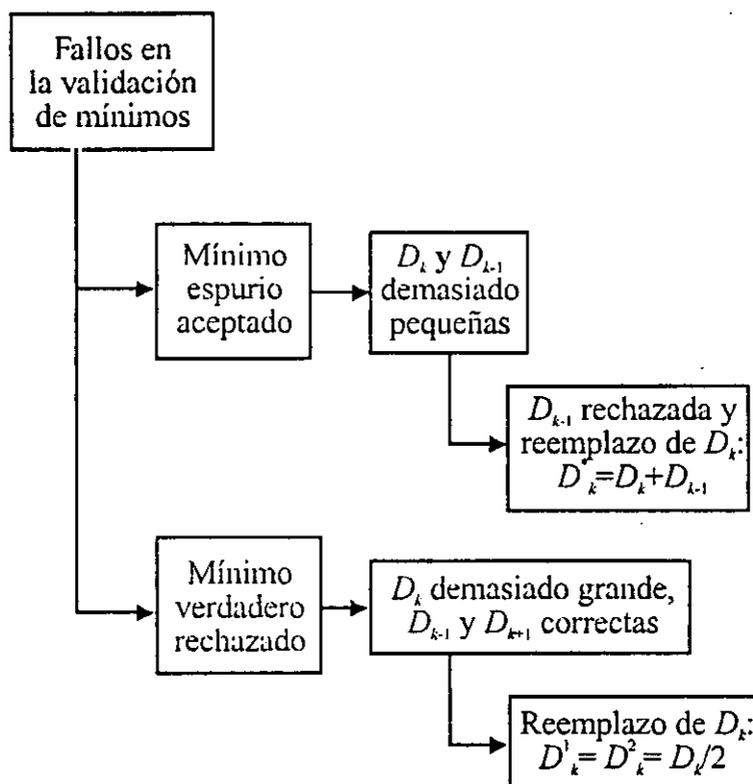


Figura 3.25. Algoritmos de corrección de errores en las diferencias entre mínimos.

### 3.5.9. Validación del valor del periodo

Un último paso que debemos considerar es el propio cálculo del periodo. Una vez obtenidas las diferencias, el promedio de ellas se toma como periodo espacial de las franjas—en cuanto a la unidad de ese periodo, nos remitimos a §3.3.—, con lo que, si disponemos de una relación entre él y una magnitud física, podemos determinar esta.

Si bien hemos de aceptar que todos los algoritmos de transformación y validación empleados para llegar aquí han actuado correctamente y han bastado para evitar una medida errónea, no es descartable que, finalmente,

esta no sea la verdadera. Podríamos proceder a una última validación antes de determinar la magnitud física.

En los apartados anteriores se han utilizado normalmente algoritmos de validación basados en comparación con cotas. Esas cotas se determinaban a partir de un conocimiento *a priori* del resultado final esperado. Podemos hacer lo mismo con  $T$ , rechazando periodos anormalmente pequeños o grandes. Así, sólo tomaremos como buenos aquellos que cumplan

$$|T - T_{esp}| \leq \frac{T}{U_T}, \quad (3-34)$$

donde  $T_{esp}$  se puede determinar de dos modos: a partir del promedio de los periodos que se van obteniendo en las medidas o a partir del valor que esperamos para  $T$  (si bien la magnitud física que medimos no nos es conocida, sí lo es de forma aproximada, lo que acota el valor que puede tener  $T$  y permite descartar un valor claramente erróneo).

### 3.5.10. Resumen

Es obvio que no todas las validaciones descritas en este capítulo tienen que aplicarse siempre. Al mismo tiempo, cuando se han ido exponiendo, siempre existían diversas opciones para elegir. Lo que se ha pretendido es mostrar el método con la mayor generalidad, pensando en que puede ser aplicado a situaciones muy diversas, con lo que un paso que en una de ellas no entraña dificultad puede ser el más sujeto a errores en otra.

En la práctica, nosotros hemos optado por no complicar en exceso el programa de análisis salvo cuando fuera necesario, ya que de ese modo se ganaba en simplicidad y rapidez. Todas las variantes complicadas se han desechado y se ha puesto especial hincapié en la validación de mínimos, ya que de ella depende el buen funcionamiento de todo el esquema. De todos modos, cuando nos veíamos obligados a trabajar con señales de mala calidad se hacía necesaria una validación de diferencias, e incluso un

promediado con el entorno previo. En última instancia, una validación del valor final del periodo siempre se llevaba a cabo, rechazando los resultados erróneos, si bien fuera del programa informático y a nivel de medida de laboratorio.

Si se pretende una mayor autonomía, es aconsejable el dotar al sistema de capacidad de decisión en cuanto a qué cotas de validación utilizar, incluyendo en algunos casos la posibilidad de variar iterativamente dichas cotas. Para ello, un diseño inteligente del programa es necesario, partiendo de un buen conocimiento de los resultados esperables —es imperativo que las medidas sean mínimamente regulares, como se ha dicho. Es para esas situaciones para las que se ha elaborado un método amplio y abierto, cuyos algoritmos pueden adaptarse fácilmente a otras necesidades.

Así, no debemos confundir entre las posibilidades del método y las opciones concretas elegidas por nosotros para nuestro sensor. En el capítulo 4, al describir el dispositivo experimental, haremos mención al programa informático empleado y allí se describirá el método de análisis de franjas, con menciones concretas a las instrucciones de dicho programa. Remitimos allí para las cuestiones relacionadas con la implementación de estos algoritmos.

### *Referencias del capítulo 3*

1. A. Choudry, "Automated Fringe Reduction Technique", *Proc. SPIE*, **816**, 49-55 (1987).
2. N. Wiener, in *Cybernetics*, p.144, John Wiley and Sons, New York 1948, citado por C.H. Séquin, M.F. Tompsett, *Charge Transfer Devices*, p.1, Academic Press, New York, 1975.
3. J.M.L. Janssen, "Discontinuous Low Frequency Delay Line with Continuously Variable Delay", *Nature*, **169**, 148-149 (1952).
4. M.F. Tompsett, "Charge Transfer Devices", *J.Vac.Sci.Technol.*, **9**, 1166-1181 (1972).
5. Para una información detallada de la evolución de los BBD véase C.H. Séquin, M.F. Tompsett, *op.cit.*, pp. 1-3.
6. W.S. Boyle, G.E. Smith, "Charge Coupled Semiconductor Devices", *Bell Syst. Tech. Jour.*, **49**, 587-593 (1970).
7. D.K. Schroder, *Advanced MOS devices*, Addison-Wesley, Massachussets, 1987.
8. M.F. Tompsett, "Charge Transfer Devices", *J.Vac.Sci.Technol.*, **9**, 1166-1181 (1972).
9. Véase, por ejemplo, D.K. Schroder, *Advanced MOS devices*, Addison-Wesley, Massachussets, 1987, fuente que hemos seguido principalmente. También Séquin y Tompsett, *op.cit.*, pp.6-11, proporcionan un resumen breve pero, a nuestro entender, atinado.
10. C.H. Séquin, M.F. Tompsett, *op.cit.*, pp. 11.
11. Un estudio bastante exhaustivo de los diferentes detectores de luz e infrarrojo se halla en R.J. Keyes (ed.), *Optical and Infrared Detectors*, Springer Verlag, 1980. El proceso de detección considerado en abstracto, con la correspondiente definición de figuras de mérito relativas a las características electro-ópticas de los detectores aparece en R.H. Kingston, *Detection of Optical and Infrared Radiation*, Springer Verlag, 1978. La bibliografía sobre el tema es muy abundante.
12. J.A. Hall, "Arrays and Charge-Coupled Devices", en *Applied Optics and Optical Engineering*, vol.VIII, pp.349-400.

13. M.P. Kesler, T.S. Lomheim, "Spectral response nonuniformity analysis of charge-coupled imagers", *Appl.Opt.*, **25**, 3653-3662 (1986).
14. *The CCD Image Sensor*, monografía editada por la firma Thomson CSF, 1987.
15. D.K. Schroder, *op.cit.*, pp.9-26 y 44.
16. *The CCD Image Sensor*, monografía editada por la firma Thomson CSF, 1987.
17. Para una definición de los parámetros que caracterizan ese funcionamiento y un estudio pormenorizado de las limitaciones de la detección, véase por ejemplo R.H. Kingston, *op.cit.*
18. C.H. Séquin, M.F. Tompsett, *op.cit.*, pp.62-69.
19. Un estudio interesante de los mecanismos que gobiernan la transferencia de carga en un CCD se encuentra en D.K. Schroder, *op.cit.*, pp.102-124.
20. E.R. Fossum, "Charge-coupled computing for focal plane image preprocessing", *Opt.Eng.*, **26**, 916-22 (1987).
21. Existe una bibliografía muy extensa sobre el tema. Citamos de ella P.A. Lynn, W. Fuerst, *Introductory Digital Signal Processing with Computer Applications*, John Wiley & Sons, Chichester (Gran Bretaña), 1989; A.V. Oppenheim, A.S. Willsky, I.T. Young, *Signals and Systems*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1983 y J. Minkoff, *Signals, Noise & Active Sensors*, John Wiley & Sons, New York, 1992.
22. P.A. Lynn, W. Fuerst, *op.cit.*, pp.8-13.
23. J. Schwider, "Advanced Evaluation Techniques in Interferometry", en E. Wolf (ed.), *Progress in Optics*, vol. XXVIII, Elsevier Science Publishers, 1990, pp. 393-353.
24. P.A. Lynn, W. Fuerst, *op.cit.*
25. J. Schwider, *op.cit.*
26. D. Malacara (ed.), *Optical Shop Testing*, John Wiley & Sons, New York, 1992, pp. 455-501
27. G.T. Reid (ed.), *Fringe Pattern Analysis*, Proc. SPIE, vol. 1163, SPIE, Washington, 1989.

28. R.J. Pryputniewicz (ed.), *Laser Interferometry: Quantitative Analysis of Interferograms*, Proc. SPIE, vol. 1162, SPIE, Washington, 1989.
29. K.J. Gåsvis, K.G. Robbersmyr, T. Vadseth, "Fringe Location by Means of a Zero-Crossing Algorithm", *Proc. SPIE*, 1163, 64-70 (1989).

## **Capítulo 4**

# **Resultados experimentales**

## 4.1. Dispositivo experimental

### 4.1.1. Esquema general

En los capítulos anteriores se han abordado una serie de cuestiones teóricas que podían ser utilizadas en un sensor para el control automático de espesor de láminas transparentes. Ha llegado ya el momento de utilizar esas conclusiones en un dispositivo experimental que permita comprobar hasta qué punto son aplicables a ese caso. En este capítulo nos ocuparemos de ese tema, comenzando con una descripción detallada del dispositivo experimental para pasar seguidamente a exponer los resultados más relevantes obtenidos.

Nuestro dispositivo buscará *la producción de un interferograma ocasionado por las reflexiones múltiples de una onda esférica en la lámina transparente que constituye la muestra –de un material plástico– y el posterior análisis automático del mismo, de modo que a través del valor del periodo espacial de las franjas interferenciales podamos conocer y controlar el espesor de la muestra.*

Podemos así dividir el sistema utilizado en tres partes:

**I. Sistema productor de franjas**, encargado de originar la figura de interferencia en base a la cual se realiza la medida. Está compuesto a su vez de

- ♦ una **fente de iluminación**, en nuestro caso un láser comercial de HeNe de poca potencia;
- ♦ una **óptica**, encargada de producir la onda esférica que incide sobre la muestra, lo que se consigue utilizando un filtro espacial, una lente colimadora y un objetivo de microscopio;

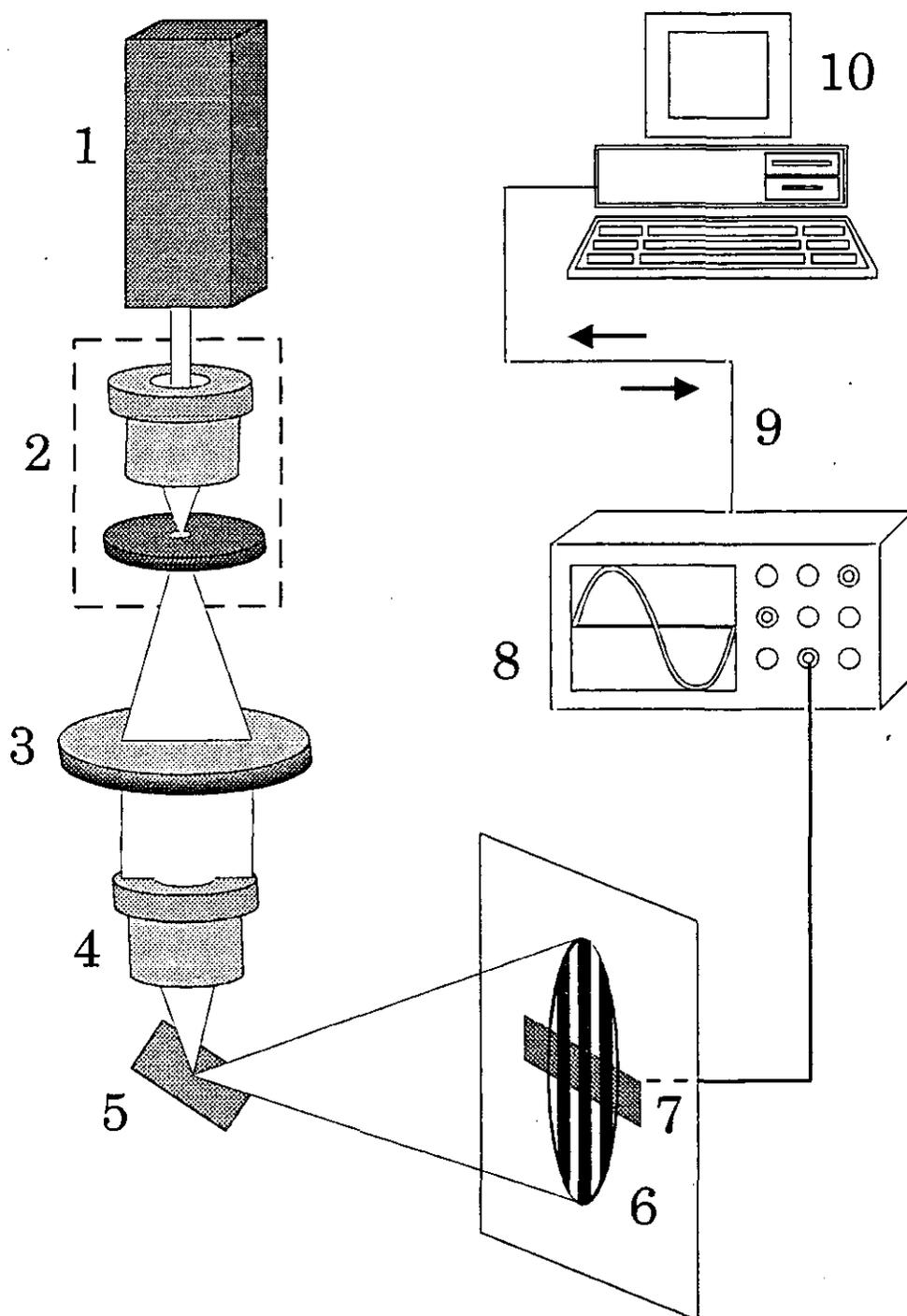
- ♦ la muestra propiamente dicho, una lámina transparente de material plástico o celulósico de un espesor de decenas de micras.

II. **Sistema de adquisición y digitalización del interferograma**, encargado de detectar la figura de interferencia y digitalizarla para hacer posible su análisis. Está compuesto de los siguientes elementos:

- ♦ un **detector de imagen**, concretamente un array CCD;
- ♦ un **osciloscopio digital**, que hace las veces de conversor analógico-digital, adquiriendo la señal de salida del CCD y digitalizándola;
- ♦ una **tarjeta de adquisición de datos**, en nuestro caso una tarjeta tipo GPIB, con la que se introduce la señal de salida del osciloscopio digital en un ordenador personal (PC) y así mismo permite un control del osciloscopio desde el PC utilizando un *software* específico;
- ♦ el **ordenador personal** citado anteriormente, un PC convencional.

III. **Sistema de análisis del interferograma**, que, por medio de una serie de algoritmos, extrae del interferograma la información deseada, es decir, el valor del periodo espacial de las franjas, a partir del cual se determina el valor del espesor de la muestra. El análisis se lleva a cabo por medio de un *software* especialmente diseñado por nosotros, presente en el PC.

Este sistema experimental se muestra en la figura 4.1. A continuación iremos discutiendo en detalle sus diferentes componentes y exponiendo las razones que nos han llevado a elegir esta configuración y no otras opciones posibles.



**Figura 4.1.** Dispositivo experimental:

1. Láser de HeNe, 2. Filtro espacial, 3. Lente colimadora, 4. Objetivo de microscopio, 5. Muestra, 6. Interferograma, 7. Array lineal CCD, 8. Osciloscopio digital, 9. Bus que permite el envío de datos del osciloscopio al PC y el control de aquél por éste, 10. PC dotado de una tarjeta de adquisición de datos, de *software* de control de esa tarjeta y de *software* para el análisis del interferograma.

### 4.1.2. Sistema productor de franjas

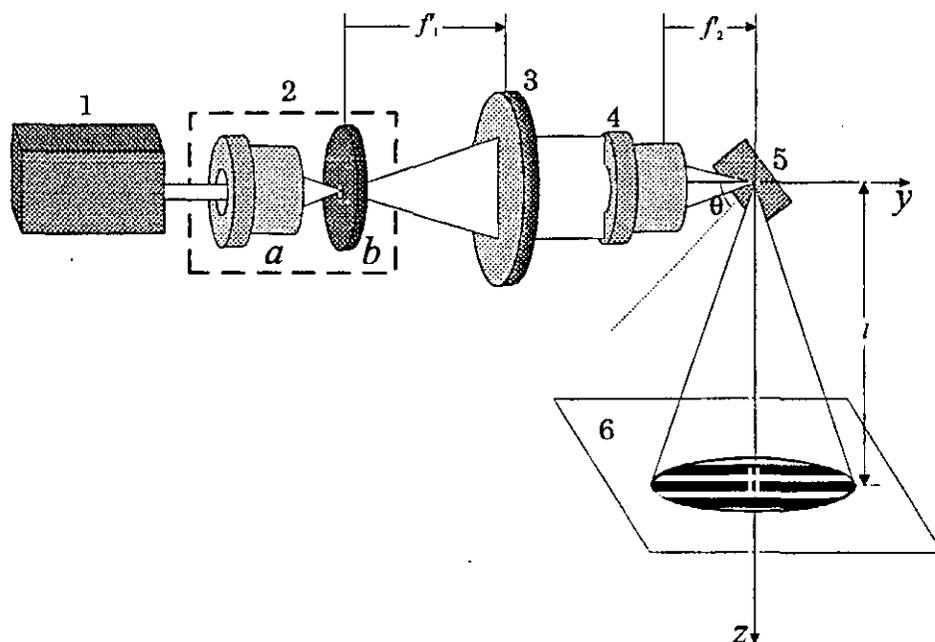
#### *Descripción general*

En el sistema productor de franjas se realizan la siguiente tarea: *producción de una onda esférica que incide sobre la muestra, sufre reflexiones internas múltiples en ella, de modo que las ondas así producidas interfieren entre sí a la salida de la lámina.*

Para hacer posible esto se ha optado por la utilización de una óptica lo más sencilla posible, en la que una onda plana –un haz colimado– es focalizada por un objetivo de microscopio sobre la muestra. La onda plana procede de un láser filtrado espacialmente de modo que el *pinhole* del filtro espacial coincide con el foco objeto de un doblete corregido de aberración esférica que hace las veces de lente colimadora.

El ángulo de incidencia sobre la muestra se ha escogido de  $45^\circ$ , ya que eso hace el montaje más sencillo, pues el haz de salida es en tal caso perpendicular al de entrada, lo que es fácil de verificar experimentalmente. El interferograma se detecta por el *array* CCD en un plano perpendicular al haz de salida, es decir, paralelo al de entrada situado a una distancia  $l$  del punto de incidencia del haz de entrada en la muestra. Ese punto se toma como origen de coordenadas en los cálculos teóricos del capítulo 2. En nuestro diseño experimental hemos adoptado, obviamente, ese mismo sistema de referencia, de modo que consideramos que el interferograma se recoge en el plano de ecuación  $z=l$  y que el CCD está situado sobre el eje  $y$ , línea en la que, por ello, se mide la distribución de intensidad de luz de la figura de interferencia.

En la figura 4.2 se muestra el sistema productor de franjas en detalle. Así mismo, en la tabla 4.1 se especifican algunas características técnicas relevantes de sus componentes.



**Figura 4.2.** Sistema productor de franjas:

1. Láser HeNe, 2. Filtro espacial, compuesto de *a.* Objetivo de microscopio y *b.* Pinhole,
3. Lente colimadora de focal imagen  $f'_1$ , 4. Objetivo de microscopio de focal imagen  $f'_2$ , 5. Muestra y 6. Plano de observación del interferograma. Se muestra también el sistema de coordenadas elegido y los parámetros propios del montaje,  $\theta$  –aquí  $45^\circ$ – y  $l$ .

**Tabla 4.1.**

### Características del sistema productor de franjas

Núm.	Componente	Características
1	Láser de HeNe	<ul style="list-style-type: none"> <li>♦ <i>Modelo:</i> Uniphase Novette™ 1508 P</li> <li>♦ <i>Longitud de onda de emisión:</i> 632.8 nm</li> <li>♦ <i>Potencia:</i> 0.5 mW</li> <li>♦ <i>Diámetro del haz:</i> 0.48 mm</li> <li>♦ <i>Divergencia del haz:</i> 1.7 mrad</li> </ul>
2	Filtro espacial	<ul style="list-style-type: none"> <li>♦ <i>Apertura numérica del objetivo de microscopio:</i></li> <li>♦ <i>Diámetro del pinhole:</i></li> </ul>
3	Lente colimadora	<ul style="list-style-type: none"> <li>♦ Doblete corregido de aberración esférica de la firma Spindler &amp; Hoyer</li> <li>♦ <i>Distancia focal imagen:</i> +160 mm</li> </ul>
4	Objetivo de Microscopio	<ul style="list-style-type: none"> <li>♦ <i>Aumento:</i> 5x</li> <li>♦ <i>Apertura numérica:</i> 0.11</li> </ul>
5	Muestra	<ul style="list-style-type: none"> <li>♦ <i>Lámina plástica de espesor entre 20 y 80 <math>\mu</math>m</i></li> </ul>

### *Justificación de la selección de los componentes.*

La misión principal del sistema productor de franjas es conseguir una onda esférica. Esto es, debemos hacer que el haz que incide sobre la muestra esté lo más perfectamente focalizado sobre ella que sea posible. Al mismo tiempo, la filosofía general de este trabajo y los requisitos exigidos a un sensor industrial hacen que el sistema elegido deba ser simple y barato. Por ello hemos optado por este montaje, similar al utilizado por Flanders y Lyszczarz [1].

La elección de un láser como fuente de iluminación es inexcusable si se desea obtener un interferograma con buen contraste. Dentro de la gran variedad de láseres existente se ha optado por un láser comercial de HeNe de poca potencia y características no excesivamente relevantes. En primer lugar, no era necesaria una gran energía en el interferograma, sino incluso contraproducente, dadas las características del detector CCD utilizado, que podía saturarse con facilidad. Por otro lado, la longitud de onda de emisión del láser —rojo, 632.8 nm— produce una buena respuesta en el detector, ya que, como todos los basados en el silicio, éste presenta mejor respuesta espectral en el rojo e infrarrojo que en el azul y ultravioleta (ver §3.2.). Por último, éste es un láser de bajo coste y presente en todos los laboratorios de Óptica.

La emisión del láser presentaba ciertas fluctuaciones en el tiempo, lo que hacía aconsejable realizar las medidas cuando se hubiera alcanzado un cierto régimen estacionario. Al menos una hora debía transcurrir desde el encendido para que dicho régimen se alcanzara. La calidad del haz era aceptable para nuestros requerimientos.

También hubiera sido aceptable la utilización de un láser de semiconductor como fuente de luz. De hecho, es incluso aconsejable en sensores industriales, ya que es de menor coste y dimensiones más reducidas que un HeNe. Para el trabajo de laboratorio resultaba sin embargo poco idóneo por

su, en general, peor calidad de haz, ya que presenta un astigmatismo acusado que puede hacer empeorar el contraste de las franjas. Queda, sin embargo, como opción para el caso de aprovechar estos resultados experimentales en un prototipo industrial. Es obvio que la elección de uno u otro láser es irrelevante para los resultados obtenidos.

En cuanto a la óptica, es la mínima necesaria para poder llevar a cabo la misión que se le asigna. El filtro espacial, como se sabe, permite expandir el haz de salida del láser sin perder calidad en el mismo. El doblete permite colimar la luz de un modo sencillo y el objetivo de microscopio focaliza el haz sobre la muestra. Todos esos elementos estaban colocados sobre soportes dotados de tornillos micrométricos que permitían el ajuste preciso de sus posiciones. La más crítica de todas ellas era la del objetivo de microscopio respecto de la muestra, ya que el contraste de las franjas disminuye rápidamente con el tamaño del *spot* de luz sobre la lámina. Cuando el haz está convenientemente focalizado sobre la cara superior de la muestra, el interferograma muestra un contraste muy bueno y es observable visualmente con claridad. El ajuste, por tanto, podía realizarse por el experimentador manualmente en base a sus observaciones, antes de poner a funcionar el sistema de detección y adquisición.

Un sistema óptico alternativo podría estar constituido por una fibra óptica que focalizara directamente el haz de salida del láser sobre la muestra. Esta es una opción interesante para sensores industriales, aunque tal vez acarrearía problemas de montaje en planta industrial.

Por último, en lo que a la muestra se refiere, esta ha de ser de un material plástico o celulósico transparente y no presentar un excesivo número de arrugas, ya que estas hacen imposible la reflexión especular en las caras de la muestra, con el consiguiente empeoramiento de la calidad del interferograma. Se han empleado diferentes tipos de muestras, las cuales se detallarán en el apartado relativo a las medidas experimentales.

### 4.1.3. Sistema de adquisición y digitalización del interferograma

Una vez producido, el interferograma debe analizarse para poder determinar su periodo espacial, parámetro relacionado con el espesor de la muestra, que es la magnitud que intentamos medir. En la figura 4.3 se muestra en detalle el sistema de adquisición y digitalización del interferograma.

#### *Detección*

El interferograma es detectado por un *array* lineal CCD, concretamente el de la firma Thomson CSF modelo TH7802, de 2048 *pixels* de 13.6×13.6

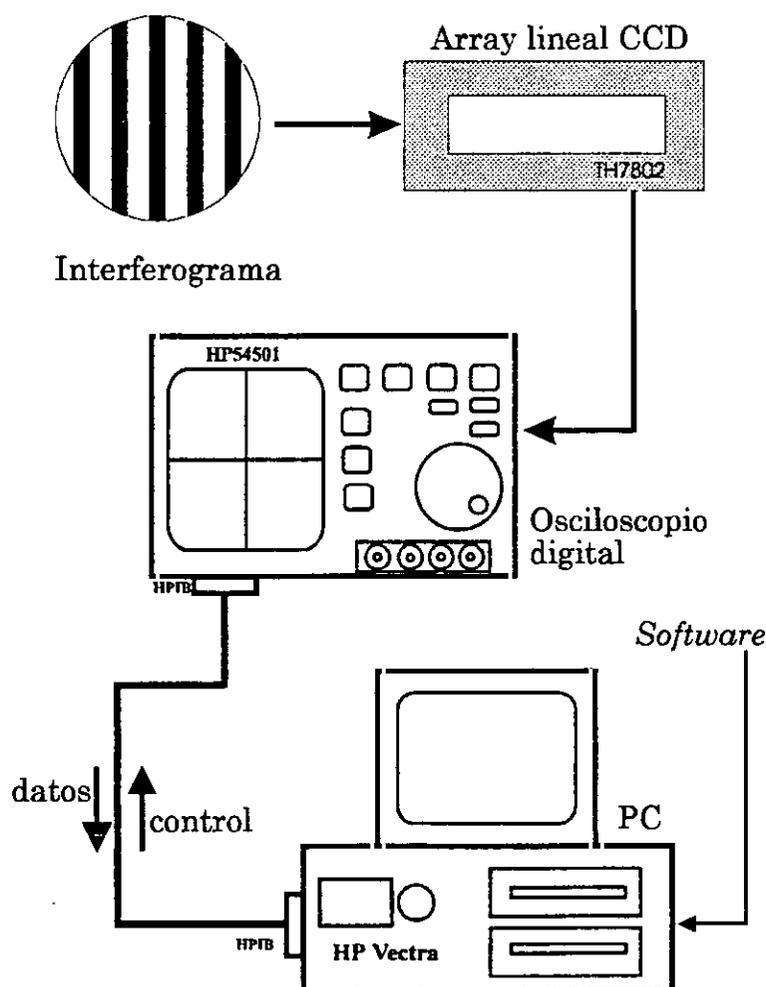


Figura 4.3. Esquema del sistema de adquisición y digitalización de datos

( $\mu\text{m}$ )<sup>2</sup> de tamaño. En los experimentos, no ha sido ese el único *array* utilizado. También se ha una cámara CCD Pulnix, en la que no se ha usado su objetivo, sino simplemente su *array* de área.

En la Tabla 4.2 muestran algunas características relevantes de los detectores y del resto de los elementos que configuran el sistema de adquisición y digitalización.

**Tabla 4.2.**

**Características del sistema de adquisición y digitalización del interferograma.**

Num.	Componente	Características
7	Detector de imagen CCD	1. <ul style="list-style-type: none"> <li>♦ <i>Modelo:</i> Array lineal TH 7802 de Thomson CSF</li> <li>♦ <i>Tamaño de píxel:</i> <math>13.6 \times 13.6 (\mu\text{m})^2</math></li> <li>♦ <i>Número de píxels:</i> 2048</li> <li>♦ <i>Área fotosensible:</i> 28 mm</li> <li>♦ <i>Tiempo de barrido:</i> 1 línea en 2.56 ms</li> </ul>
		2. <ul style="list-style-type: none"> <li>♦ <i>Modelo:</i> Cámara CCD Pulnix</li> <li>♦ <i>Tamaño de píxel:</i> <math>23 \times 13.4 (\mu\text{m})^2</math></li> <li>♦ <i>Número de píxels:</i> <math>384 \times 491</math></li> <li>♦ <i>Área fotosensible:</i> <math>8.8 \times 6.6 (\text{mm})^2</math></li> <li>♦ <i>Tiempo de barrido:</i> 1 línea en <math>51 \mu\text{s}</math></li> </ul>
8	Osciloscopio Digital	<ul style="list-style-type: none"> <li>♦ <i>Modelo:</i> HP 54501A de Hewlett-Packard</li> <li>♦ <i>Ancho de banda:</i> 100 MHz</li> <li>♦ <i>Número de canales:</i> 4</li> <li>♦ <i>Máxima sensibilidad vertical:</i> 5 mV/div</li> <li>♦ <i>Resolución vertical:</i> 8 bit A/D</li> <li>♦ <i>Rango de base de tiempos:</i> 2 ns/div - 5 s/div (precisión: 0.005 %)</li> </ul>
10	Ordenador Personal	<ul style="list-style-type: none"> <li>♦ <i>Modelo:</i> HP Vectra ES/12</li> <li>♦ <i>Microprocesador:</i> 80286</li> <li>♦ Dotado con tarjeta HPIB de adquisición de datos, puerto para la tarjeta y <i>software</i> de control (Basic Language Processor - BLP)</li> </ul>

### *Adquisición y digitalización*

La señal procedente del CCD, como se ha discutido en §3.3., debe ser digitalizada para que resulte posible su análisis. Para tal fin en nuestro trabajo en el laboratorio hemos utilizado un osciloscopio digital de la firma Hewlett-Packard, modelo HP 54502, que permite llevar a cabo esa digitalización de la señal bajo control de un ordenador tipo PC. El uso del osciloscopio digital es interesante ya que, además de digitalizar la señal, permite la observación en todo momento de la misma, con lo que es sencillo comprobar el efecto que las diferentes modificaciones en el montaje o los algoritmos iban produciendo en la misma.

La señal eléctrica se introducía en el osciloscopio por vía de una entrada convencional provista de un conector tipo BNC, tras lo cual se establecían los parámetros deseados de medida (base de tiempos, nivel de voltajes, trigger, etc.). Como quiera que las condiciones solían ser siempre las mismas, y el sistema lo admitía, la configuración inicial quedaba grabada, con lo que no era necesario el reinicializar el instrumento en cada jornada de trabajo.

Una vez llevada a cabo dicha operación, el resto del control del aparato se realizaba a través de un ordenador tipo PC, concretamente un modelo HP Vectra, que estaba dotado del *hardware* y el *software* suficientes para llevar a cabo dicha tarea.

El *hardware* correspondiente consistía en una tarjeta de adquisición de datos HPIB (versión Hewlett-Packard de la estandarizada GPIB), dotada de su correspondiente interfaz, a través de la cual se realizaba la comunicación de doble sentido (*talk & listen*) entre el osciloscopio y el PC. Es obvio que para manejar dicho *hardware* se precisa de un *software* residente. En nuestro caso esa facilidad venía aportada por una versión especial del lenguaje de programación BASIC denominada BLP (*BASIC Language Processor*), de la propia casa Hewlett-Packard, que dentro de la estructura, sintaxis y conjunto de comandos propios de ese lenguaje incluía una colección de órdenes

que hacían posible el control de la tarjeta. Así mismo, el ordenador estaba dotado de otra tarjeta específica para el uso del BLP, que permitía una mayor rapidez en su procesado, así como la posibilidad de funcionamiento en segundo plano (*background*, ejecución del programa mientras otros están ejecutándose a la vez). Por medio del BLP hemos desarrollado una serie de programas propios de control del osciloscopio, para adquisición y tratamiento de datos

Además del sistema descrito se han compuesto programas en lenguaje C, aprovechando una biblioteca de funciones específicas para el control del osciloscopio. El C es un arma mucho más poderosa que el BLP, ya que es un lenguaje más extendido, fácilmente transportable y que hace posible extraer todos los recursos del ordenador sin dificultad. Sin embargo, puesto que la tarjeta HPIB estaba concebida para usar con BLP y éste es un lenguaje de gran sencillez, el uso de programas en C ha sido más bien experimental y restringido, orientado hacia aplicaciones futuras.

Describiremos ahora la estructura básica de los programas empleados, tanto en BLP como en C, así como la sintaxis típica de las órdenes de comunicación con la tarjeta.

Por adquisición de datos entenderemos el conjunto de comandos necesarios para trasladar la información relativa a la señal detectada por el CCD hasta el ordenador que va a aplicar algoritmos de tratamiento a esa señal. Consideraremos terminada la adquisición cuando, partiendo de la respuesta eléctrica proporcionada por el CCD, hayamos obtenido un conjunto *discreto* de valores de voltaje correspondientes a cada píxel, esto es, una lista de números a los cuales aplicar todos los procesos del tratamiento de datos, de los que nos ocuparemos más adelante.

La sintaxis típica de las órdenes de comunicación desde el ordenador hacia el osciloscopio en el BLP es

OUTPUT *<camino>*; "SISTEMA:COMANDO",

donde (*camino*) indica la dirección (*address*) en la que debe enviarse esa información, en nuestro caso el número 707 (el primer 7 indica el *address* de la tarjeta HPIB y el 07 el del osciloscopio, conectado a ella por medio de la interfaz correspondiente). "Sistema" corresponde a cada uno de los que posee el osciloscopio, por ejemplo, "Base de tiempos", "Canal" o "Adquisición". "Comando" indica la orden que debe llevarse a cabo en ese sistema. [2]

Si el ordenador necesitaba recabar información del osciloscopio, enviaba una "pregunta" (*query*) y recibía la respuesta con órdenes del tipo

OUTPUT 707; "SISTEMA:QUERY?"

ENTER 707; Var\$ (\*)

donde Var\$(\*) representa una matriz donde se introduce la respuesta del osciloscopio.

En lenguaje C, la comunicación se realizaba utilizando las funciones presentes en la biblioteca antes mencionada. En cualquier caso la estructura "SISTEMA:COMANDO" y los nombres de sistemas y comandos se mantenía, aunque, debido a las características del C, se tendía a manejar dichas órdenes como argumentos de funciones de manejo de errores y a complementarlas con funciones desarrolladas específicamente que gobernaban más eficientemente la comunicación por el interfaz como IOOUTPUT, IO-TRIGGER, etc.

La adquisición de datos consta de cuatro procesos fundamentales:

- inicialización de la tarjeta, el osciloscopio y el canal de comunicación,
- selección del modo de adquisición,
- digitalización de la señal y envío de la información relativa a la misma,
- conversión de la información en bruto a valores correctos de voltaje.

El primer punto puede abordarse de dos formas opuestas. Podemos optar por seleccionar manualmente (o tener grabados de antemano) los parámetros con los que el osciloscopio mide (los ya mencionados: base de tiempos, trigger, etc.), con lo que no deberemos hacer ningún ajuste inicial desde el osciloscopio excepto la mera *limpieza* del canal de transmisiones. Por otro lado, podemos dotar al programa de posibilidades de interacción con el usuario para que este modifique desde el ordenador los parámetros del osciloscopio (lo que es muy sencillo con el BLP), de modo que antes de cada medida se solicite la configuración apropiada. El conjunto de órdenes en este caso será mayor, pero ninguna de ellas tendrá un gran interés, ya que no harán más que automatizar lo que se lleva a cabo sin dificultad manualmente. Hemos optado generalmente por la primera posibilidad, ya que una vez seleccionados los parámetros no solía haber motivo para cambiarlos. En el apéndice, no obstante, se dan algunos ejemplos de programas de control de osciloscopio.

Una vez establecida correctamente la configuración inicial del sistema, se procede a la selección del modo de adquisición de datos. El osciloscopio maneja tres parámetros relativos a esta:

■ Modo de adquisición:

- ♦ *normal*, el valor de cada instante de la base de tiempos corresponde a una sola medida;
- ♦ *average*, se produce un promediado entre un número prefijado de medidas y ese es el valor de voltaje de cada instante de la base de tiempos;
- ♦ *envelope*, se tienen en cuenta el valor máximo y mínimo de la medida en cada punto dentro de un intervalo de tiempo prefijado.

Generalmente utilizamos en modo *normal* y en algunos casos el *average*.

- Completado de la adquisición: especifica qué porcentaje de datos deben haber sido transmitidos para que la adquisición se considere completa. Siempre lo fijamos en 100% (transmisión perfecta).
- Número de puntos: indica cuántos puntos han de ser digitalizados para ser enviados al ordenador cuando se ejecute la orden de digitalización (DIGITIZE). Manejamos las cantidades de 512 y 1024 puntos.

Una vez digitalizada la señal, ya está en condiciones de ser enviada como una lista de números al ordenador. Cuando este realiza la *query* correspondiente, el osciloscopio transmite una serie de bytes que consiste en:

- ♦ un cabecero que indica el número de datos que se envían,
- ♦ una lista de valores de dos *bytes* cada uno (16 *bits*) que corresponden a enteros entre 0 y 32640 (más el -1 si no existe dato),
- ♦ un carácter EOI (*end of input*, final de transmisión) que marca el final de los datos enviados.

Cada uno de esos enteros corresponde al valor que ha alcanzado el voltaje en cada punto digitalizado. Este tipo de datos se denomina *rawdata* (que nosotros traducimos por "datos en bruto"), y para ser transformados en valores de voltaje deben ser convertidos. Para ello, el osciloscopio puede transmitir si se le ordena una matriz denominada *Preamble* (preámbulo) que contiene información tal como el nivel de *offset* en voltaje, la escala de voltajes, la base de tiempos y el origen de tiempos. Con ellos podemos transformar los *rawdata* en pares de puntos  $(t_i, V_i)$ , con  $t_i$  medido en segundos (instante de la base de tiempos correspondiente al punto digitalizado  $i$ -ésimo) y  $V_i$  en voltios (valor de voltaje medido en ese instante de la base de tiempos).

Una vez introducidos los datos en el PC, estos van a ser analizados para poder extraer de ellos el valor del periodo espacial. De eso se ocupa el tercer

sistema, aunque, como se ha visto, el mismo PC realiza las dos funciones de controlador de la tarjeta y de procesador de datos.

#### 4.1.4. Sistema de análisis del interferograma

El análisis del interferograma se lleva a cabo siguiendo las pautas descritas exhaustivamente en §3.5., con lo que no es necesario entrar en grandes detalles. Una vez introducidos los datos, disponemos de un *array*  $V_i$  de números, a los que se les aplica los algoritmos descritos en el mencionado apartado. Nos referiremos aquí fundamentalmente a la manera de implementar dichos algoritmos en el programa de tratamiento.

En primer lugar hemos de decir que el programa de tratamiento incluye también los comandos de control de la tarjeta descritos en §4.1.3. En realidad, un único programa realiza las siguientes funciones:

- inicialización del sistema y puesta a punto del osciloscopio para la medida (con la selección de modos de adquisición y número de puntos para digitalización),
- recepción de los datos de la medida del osciloscopio y transformación de los *rawdata* en valores de tiempo y voltaje por medio del *preamble*,
- grabación y representación gráfica en la pantalla del monitor del ordenador de los datos recibidos (estas operaciones son opcionales),
- re-escalado de la señal y pre-tratamiento (opcional) de la misma por medio de un algoritmo de promediado con el entorno,
- localización de los cruces por cero de la señal y de la posición de los mínimos entre cruces y validación de esta última,
- cálculo del periodo espacial,
- grabación e impresión de los resultados.

En el Apéndice se halla el listado de un programa típico de los diferentes utilizados. Ha sido completamente desarrollado por nosotros e incluye todas las opciones mencionadas, así como la posibilidad de una operación en "modo experto", en la que las opciones elegidas están fijas, con lo que no es necesario que el ordenador interrogue continuamente al usuario sobre las mismas. Otras opciones han sido ensayadas también, como el filtrado de mediana y esquemas de validación más complicados. Todas ellas han sido descritas en §3.5. Puesto que no se han utilizado normalmente no aparecen en el listado ni nos ocuparemos de ellas.

Comentaremos ahora algunas características relevantes del programa en lo que se refiere al análisis de interferograma. Para el estudio experimental en laboratorio para el que fue concebido se optó por una participación elevada del operario —obviamente, nosotros mismos— en la selección de cotas de validación. Dicha selección se puede hacer de forma automática mediante iteración, como se describió en su momento pero un esquema sofisticado como éste es innecesario para el Laboratorio. Remitimos al apartado 4.3. para esa y otras opciones avanzadas de automatización.

Siguiendo el mismo principio, el operario podía seleccionar si aplicaba o no un algoritmo de promediado con el entorno para suavizar la señal y hacer más fácil el cálculo del periodo. Las dimensiones del entorno se podían elegir del mismo modo. En general se ha intentado huir de algoritmos de ese tipo por las razones que han quedado claras en el capítulo 3.

La selección de la cota de validación de la posición de los mínimos era el punto más conflictivo. Normalmente, como se ha dicho, una cota del orden de 1.8 funcionaba perfectamente, pero podía ser modificada a la vista de la no coincidencia del número de mínimos detectado por el programa y por el usuario (visualmente, a través de la representación gráfica de la señal en la pantalla del monitor del ordenador).

La validación de diferencias se hacía en los primeros ensayos también por medio del usuario, que podía descartar en los resultados finales aquellas diferencias demasiado grandes o pequeñas.

En general, eligiendo las opciones más simples posibles (no promediado con el entorno, cota de validación de mínimos fija, no validación automática de diferencias), el programa proporcionaba en un porcentaje muy alto de los casos el valor correcto del periodo espacial de la señal, con lo que servía para los propósitos de estudio del comportamiento del sensor que nos habíamos fijado. De ese modo se demostraba que era viable un esquema tan sencillo de análisis de interferograma para el fin para el que había sido concebido.

En el Apéndice se muestran los detalles relativos a la programación de los algoritmos y las instrucciones concretas en lenguaje BASIC para los mismos.

## 4.2. Resultados experimentales

En este apartado mostramos aquellos resultados experimentales que sean más relevantes para corroborar lo expuesto durante los capítulos 2 y 3 y para probar la utilidad de las ideas desarrolladas en esta Memoria tendientes a la creación de un sensor de control automático de espesor de muestras transparentes.

El esquema de análisis de interferograma descrito en §3.5. es el resultado de una serie de ensayos que fueron paulatinamente mejorándose hasta llegar a la forma actual. De hecho, los primeros análisis se realizaron en dominio de frecuencias mediante el uso de una FFT. Por ello, en §4.2.1. pasamos revista rápidamente a las características espectrales de la señal tipo y a los procedimientos de eliminación de ruido en dominio de frecuencias que se utilizaron.

Seguidamente, y ya con el método de reducción de franjas de §3.5., mostramos los resultados obtenidos con muestras de diferentes tipos, tratando de determinar fundamentalmente dos relaciones:

- la dependencia entre el espesor de la muestra y la inversa del periodo espacial de las franjas (la frecuencia espacial),
- la dependencia entre la distancia muestra-*array* CCD ( $l$ ) y el periodo espacial de las franjas.

A partir de esos resultados comprobaremos que una relación del tipo (2-152) –idónea por su simplicidad para un sensor industrial– es aceptable. De ese modo, el objetivo propuesto al principio de la Memoria habrá sido cumplido, y tanto los principios teóricos como los métodos prácticos en que nos hemos basado habrán quedado legitimados.

### 4.2.1. Análisis en dominio de frecuencias

En §3.4. se ha descrito la señal tipo y se ha mostrado como es su espectro y de qué modo se puede suavizar la señal eliminando las frecuencias no dominantes. En un principio, la técnica de análisis de franjas que utilizamos era de ese tipo. Evidentemente, el proceso no estaba automatizado y era muy lento, ya que implicaba el uso de una FFT.

Dicha FFT se implementó de dos formas. En los primeros tiempos se utilizó un sistema de adquisición tipo Boxcar al que llegaban los datos directamente del CCD y que permitía analizar casi en tiempo real el espectro en frecuencias de los mismos. La medida era, no obstante, algo engorrosa, ya que había que colocar manualmente el cursor de la pantalla sobre los diferentes puntos del espectro para conocer sus coordenadas.

Posteriormente, cuando ya se dispuso de la posibilidad de digitalizar e introducir en el PC los datos de salida del CCD, se utilizó un programa de *software* comercial denominado MathCAD que, amén de otras muchas operaciones matemáticas, implementaba la FFT. Con él, el procedimiento habitual era el siguiente:

- ♦ detección de la señal y transmisión de esta al PC mediante el paso por el osciloscopio digital, como ya se ha descrito;
- ♦ grabación de la matriz de datos en un archivo ASCII;
- ♦ cálculo, mediante el programa MathCAD de la FFT de los datos y, eventualmente, filtrado de ruido en la misma;
- ♦ determinación de la frecuencia o frecuencias dominantes;
- ♦ búsqueda de correlación entre el espesor de la muestra y la frecuencia dominante.

En el tiempo en que empleábamos esa técnica de análisis disponíamos de un número bastante escaso de muestras, todas ellas celulósicas, con lo que los resultados no pueden ser considerados como excesivamente representa-

tivos, habida cuenta del pequeño número de medidas realizadas. Sin embargo, era evidente una conexión entre la frecuencia dominante y el espesor de las muestras.

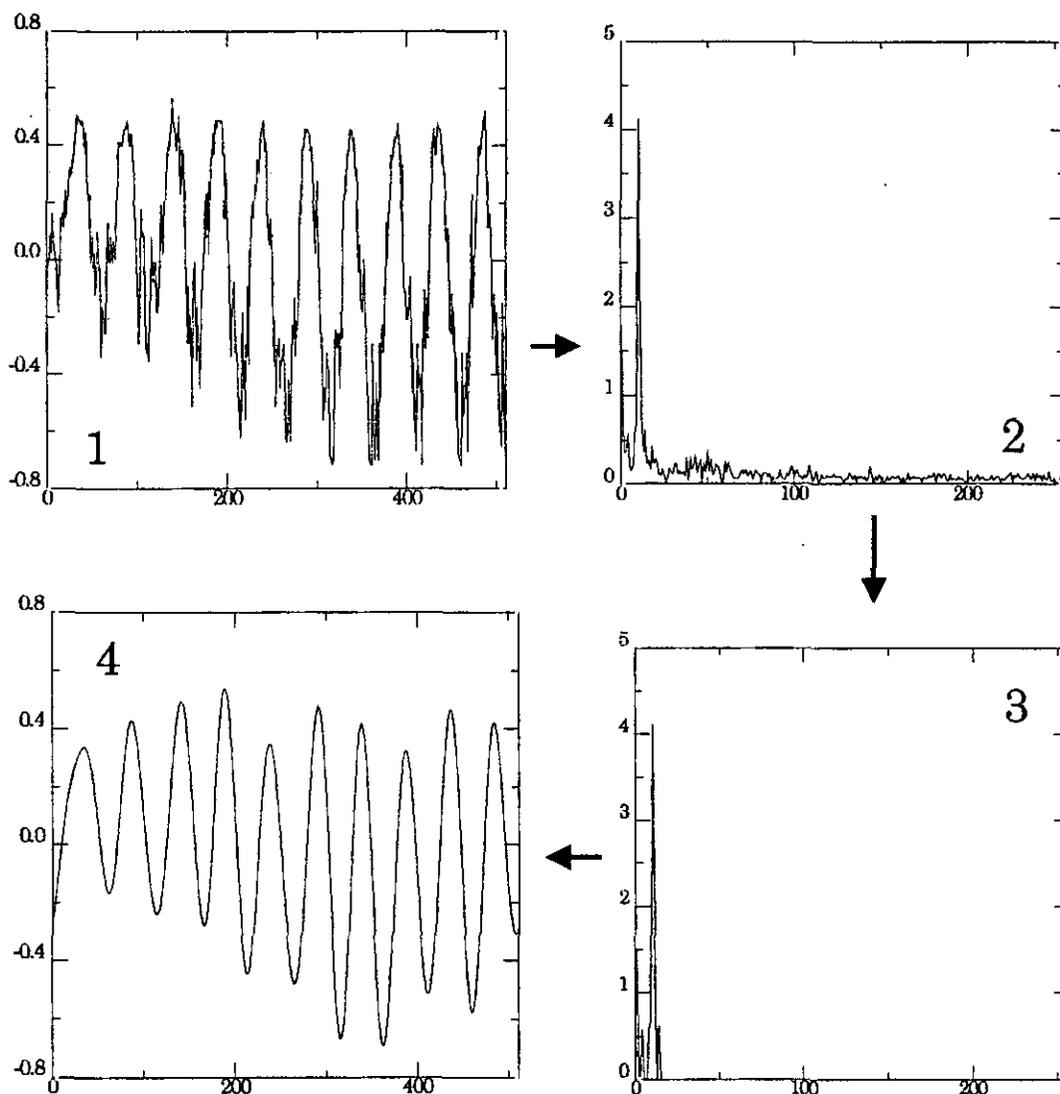
El aspecto general del espectro en frecuencias de una señal tipo como la discutida en §3.4. presentaba las siguientes características:

- ♦ presencia de una frecuencia claramente dominante, si bien el pico de frecuencias no era excesivamente agudo, con lo que la anchura del mismo englobaba algunas frecuencias secundarias de importancia; esas frecuencias respondían al hecho de que la señal tipo era una senoide ruidosa *de amplitud no constante* (en la mayor parte de los casos debido a una mala calidad del haz incidente, con la consiguiente no constancia de la iluminación en el interferograma);
- ♦ valores bajos en el resto de las frecuencias, que correspondían a un espectro de ruido debido a las diferentes fuentes de ruido que contaminaban la señal y que ya han sido discutidas.

Si se eliminaban con un filtro las frecuencias de ruido, la señal quedaba perfectamente limpia. En la figura 4.4. se describe el proceso seguido.

El único parámetro que resultaba medible en este análisis era la frecuencia dominante. Si tenemos en cuenta que la señal de partida normalmente estaba compuesta por 512 puntos, la FFT tenía solamente 257, con lo que la resolución del método no era muy buena.

Se realizaron medidas de ese tipo para comprobar la relación  $l-T$ . Para ello se utilizó el Boxcar y se determinó manualmente el máximo de frecuencias, tras lo cual se calculó el inverso de ese valor, que se tomó como periodo. Hay que tener en cuenta que las unidades del periodo medido son microsegundos ya que en el Boxcar se produce una conversión espacial-temporal. Por ello, habrá que aplicar todo lo dicho en §3.3.1. y existirá un factor de conversión entre el periodo temporal y espacial. Ese valor viene

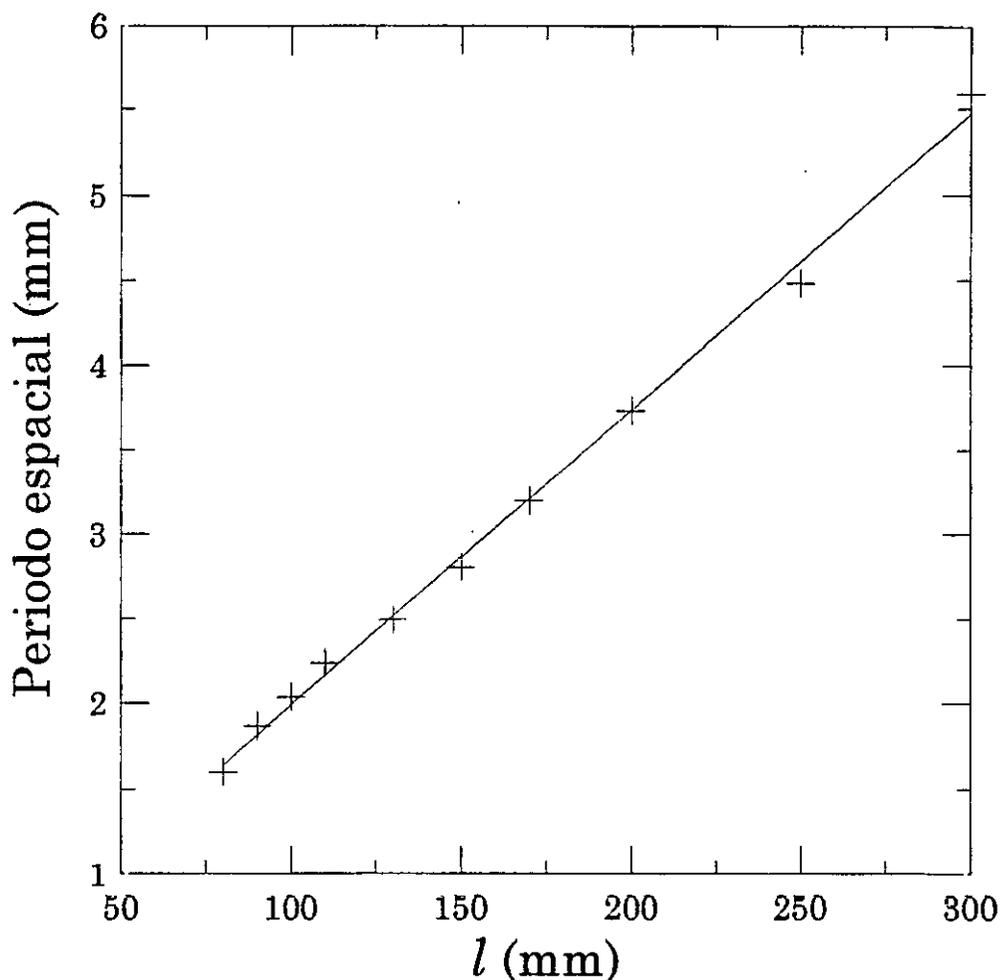


**Figura 4.4.** Análisis de la señal tipo en dominio de frecuencias:

1. Señal tipo re-escalada  $X_i$  (voltios), 2. Transformada de Fourier de la señal por FFT, 3. Transformada filtrada, 4. Señal limpia de ruido de baja frecuencia obtenida por la transformada inversa de la 3.

En 2 ó 3 se puede determinar cuál es la frecuencia dominante por simple exploración de los valores numéricos

dado por el CCD utilizado y, como ya se ha dicho, vale  $28/2.56$  m/s. De todos modos, no es importante conocer el valor numérico del periodo, sino comprobar qué tipo de relación existe entre  $l$  y  $T$ . Se observa que dicha relación es lineal. De hecho, se ha efectuado un ajuste a una recta con un coeficiente de regresión de 0.996758, lo cual es muy aceptable teniendo en cuenta la poca resolución del método.



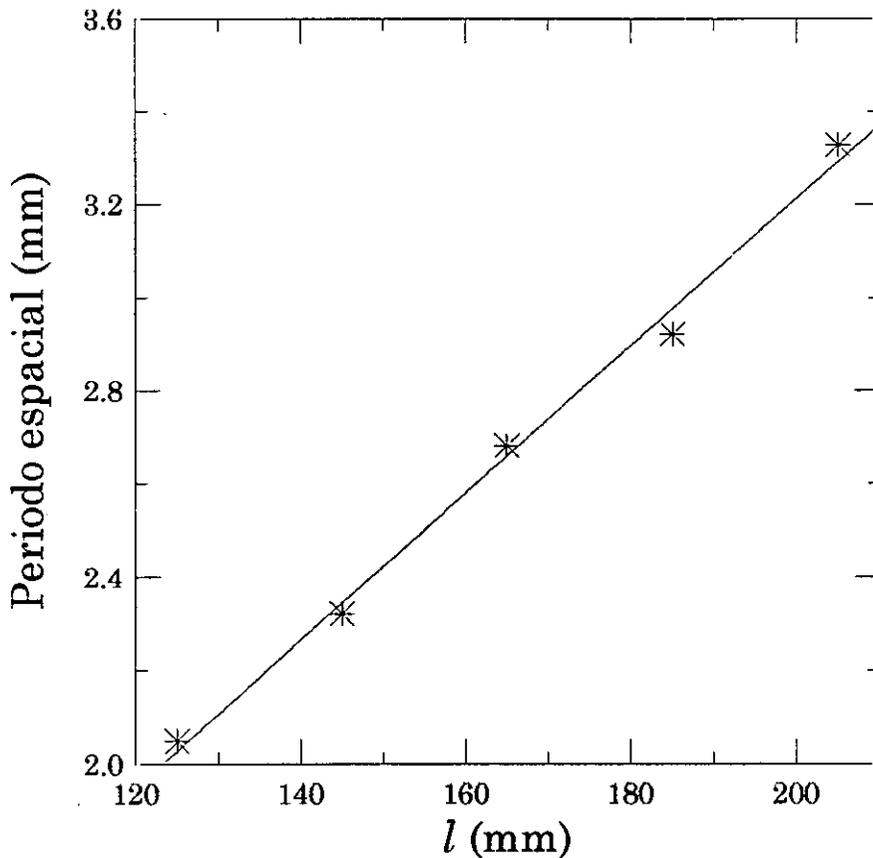
**Figura 4.5.** Dependencia de la frecuencia espacial de las franjas con  $l$  para un espesor dado. Las medidas se han realizado con un sistema tipo Boxcar determinando manualmente la frecuencia dominante del espectro de las franjas calculado mediante FFT. Los datos se han ajustado a una recta de ecuación  $f=0.01745l+0.2482$ , con  $f$  y  $l$  en mm, con un coeficiente de regresión de 0.99837.

#### 4.2.2. Dependencia del periodo espacial con $l$

Cuando el dispositivo experimental comenzó a mejorarse y a tomar la forma definitiva que se describe en §4.1., se realizaron nuevas medidas del mismo tipo que las mostradas en la figura 4.5, para averiguar la dependencia del periodo espacial con  $l$ , distancia entre el punto de incidencia de la luz en la muestra y el plano que contiene el *array* CCD. De ese modo, com-

probaríamos si una expresión lineal en  $l$  como (2-152) es aceptable en la práctica.

Para ello se realizaron cinco medidas del periodo para la misma muestra a distancias  $l$  diferentes, de 125 a 205 mm. Los resultados aparecen en la figura 2.6, en la que, de nuevo, el ajuste lineal es aceptable.



**Figura 4.6.** Dependencia del periodo espacial con la distancia muestra-array. Los datos han sido ajustados a una recta con un coeficiente de regresión de 0.9972

Hay que tener en cuenta, no obstante, que el dispositivo no está concebido para variar ese parámetro. En efecto, aunque dispongamos en el montaje del grado de libertad de desplazamiento transversal al eje  $y$ , es muy importante que las condiciones de alineamiento se mantengan, especialmente la que concierne a la perpendicularidad de los haces de entrada y salida y su

correlato de paralelismo entre la dirección del *array* lineal y el haz inicial. Esto no es fácil de conseguir en la práctica y las medidas se hacen engorrosas y se dilatan en el tiempo, ya que hay que ser cuidadoso al efectuar esos desplazamientos. Además, el grado de precisión en la determinación experimental de  $l$  no es muy grande, ya que no se dispone de tornillos micrométricos en esa dirección (el recorrido es demasiado largo) y no es fácil, dada la naturaleza del montaje (debido a los soportes que sujetan la muestra) medir exactamente la distancia entre el punto de incidencia y el plano del *array*.

En realidad, el parámetro  $l$  debe ser fijo en una concepción realista del sensor industrial, ya que tanto la posición de la muestra como del *array* no tienen por qué variar una vez instalado el sensor en la línea de producción.

Por ello, estas medidas y las anteriores (figura 4.5) pretenden únicamente corroborar una de las predicciones teóricas, pero no se utilizarán en lo sucesivo, ya que se tenderá a fijar  $l$  en las medidas. Es bien cierto que la constante  $K'$  de (2-152) puede conocerse para una muestra dada y que necesitaríamos  $l$  para poder emplear esa fórmula. Sin embargo, con una medida cuidadosa de  $l$  y aceptando la linealidad que parece comprobada por las figuras 4.5 y 4.6, no habrá dificultad en hallar el coeficiente de proporcionalidad inversa entre  $d$  y  $T$  para cada caso que nos ocupe.

### 4.2.3. Características de las muestras empleadas

Durante las pruebas experimentales se han utilizado muestras de diferentes materiales y espesores para verificar el funcionamiento del sensor. Obviamente, nos veíamos restringidos a trabajar con la variedad de muestras disponibles, no tan grande en algunos tipos como queríamos. Sin embargo, creemos que el número de medidas realizadas es suficiente para comprobar el buen funcionamiento de todos los presupuestos teóricos y prácticos en que está basado el sensor.

En la Tabla 4.3 se exponen las características más relevantes de esas muestras. Se observa que cada una de ellas ha recibido un código de identificación, que se empleará en el resto del capítulo cuando nos refiramos a ellas. Se observa también que hay tres tipos diferentes de muestras, una celulosa y dos plásticos, lo que es importante, dada la necesidad de comprobar el buen funcionamiento del sensor con distintos materiales.

**Tabla 4.3.** *Características de las muestras empleadas.*

<b>Código</b>	<b>Índice de Refracción [±0.01]</b>	<b>Espesor (<math>\mu\text{m}</math>) [±1 <math>\mu\text{m}</math>]</b>
C1	1.41	28
C2	1.41	53
C3	1.41	45
C4	1.41	69
B1	1.45	23
B2	1.45	24
B3	1.45	25
B4	1.45	25
B5	1.45	22
B6	1.45	26
B7	1.45	24
B8	1.45	29
B9	1.45	27
P1	1.52	15
P2	1.52	20
P3	1.52	25
P4	1.52	30
P5	1.52	35
P6	1.52	40

Las medidas del índice de refracción se han llevado a cabo con un refractómetro de Abbe y las del espesor con un método de contacto que describiremos a continuación. En el caso de las muestras P, el espesor era

conocido desde un principio por calibración previa. No obstante, esos valores fueron corroborados por el método de contacto.

Este consistía en una medida de la capacitancia de un condensador que se formaba por dos contactos metálicos que aprisionaban entre ellos el material correspondiente. De la diferencia entre la capacitancia cuando no hay material (distancia entre las placas del condensador nula) y cuando sí lo hay (distancia entre placas igual al espesor del material) se podía conocer éste. Este aparato es comercial y permitía un calibrado cada vez que se utilizaba al disponer de una muestra de espesor conocido como *test* de buen funcionamiento y unos controles para modificar éste. Este sistema permitía una precisión en la medida del espesor de  $\pm 1 \mu\text{m}$ .

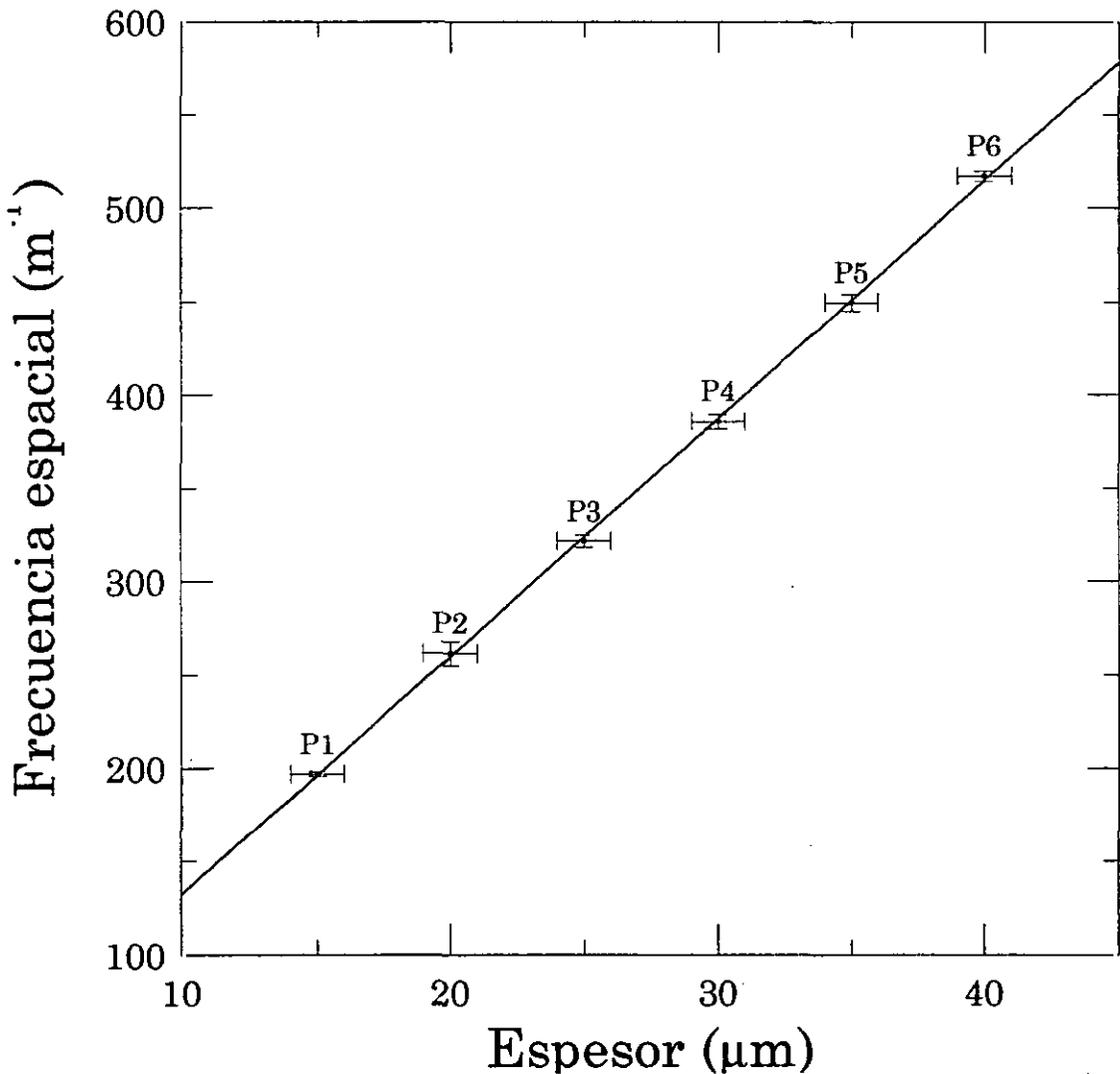
#### **4.2.4. Dependencia del periodo espacial con el espesor**

##### ***Resultados***

Llegamos a las medidas más importantes de las que se han realizado, aquellas que justifican todo el trabajo teórico y práctico de la memoria. Vamos a comprobar que, conocido el periodo espacial por el método de reducción de franjas desarrollado por nosotros y aplicando las fórmulas teóricas del capítulo 2, se puede medir el espesor de una lámina transparente de una forma rápida y precisa. Si consideramos las posibilidades de automatismo de las técnicas de análisis empleadas y las buenas características del dispositivo experimental, expuestas en §4.1., habremos de convenir que todo lo expuesto en esta Memoria permite concluir que se ha desarrollado efectivamente un sensor de control automático de espesor de muestras transparentes en el rango de las decenas de micras.

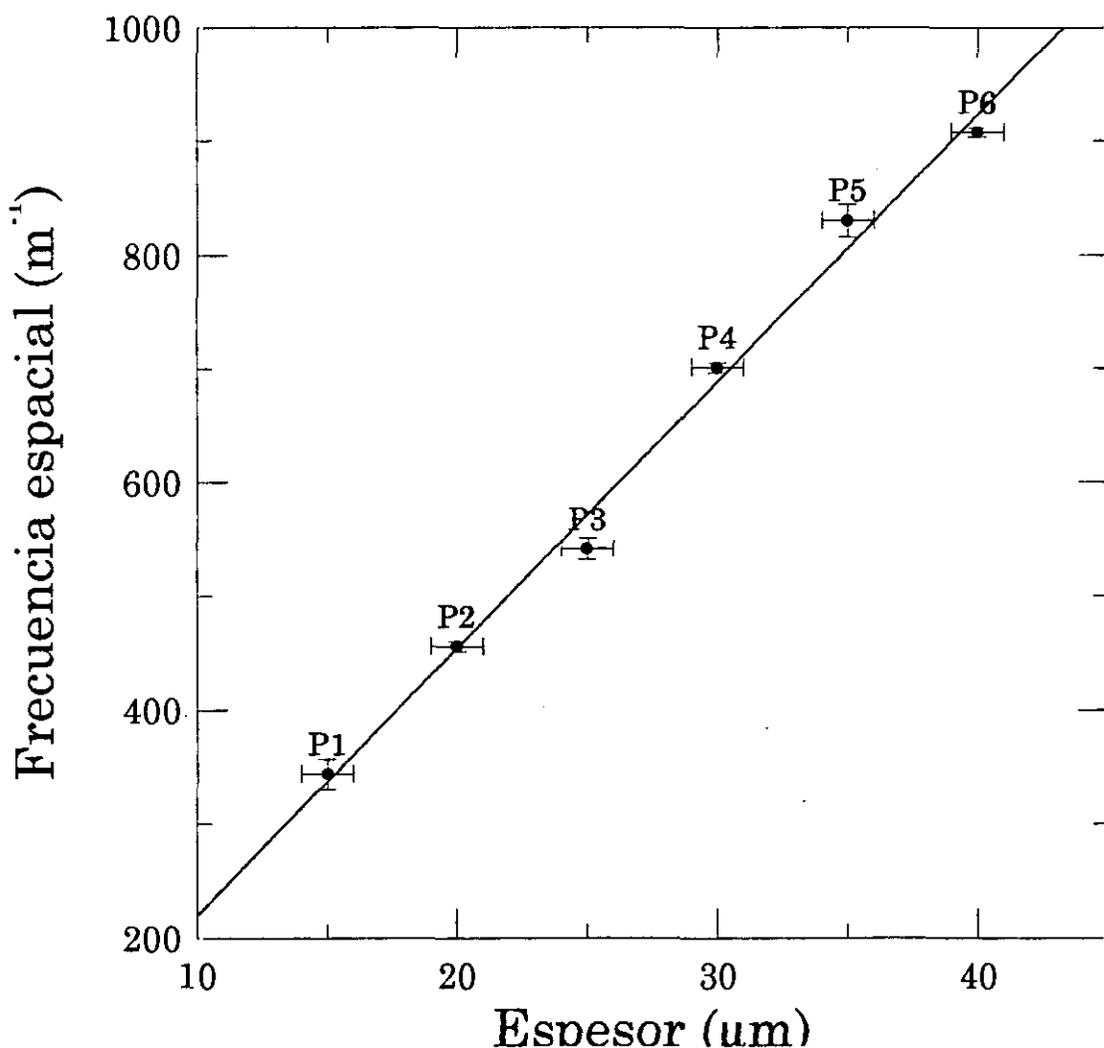
En la figura 4.7. aparecen los resultados obtenidos para las muestras tipo P. Se tomaron diez medidas para cada muestra y se promediaron. La dis-

tancia  $l$  siempre fue de 90.5 mm. Se midieron los periodos temporales en  $\mu$ s y fueron convertidos a los periodos espaciales, de los que, a su vez, se obtuvieron las frecuencias espaciales en  $m^{-1}$ . La linealidad es muy acusada y permite afirmar que el sistema podría medir sin dificultad el espesor de una muestra de ese tipo sin más que aplicar el factor de conversión que sale del ajuste a la recta de regresión.



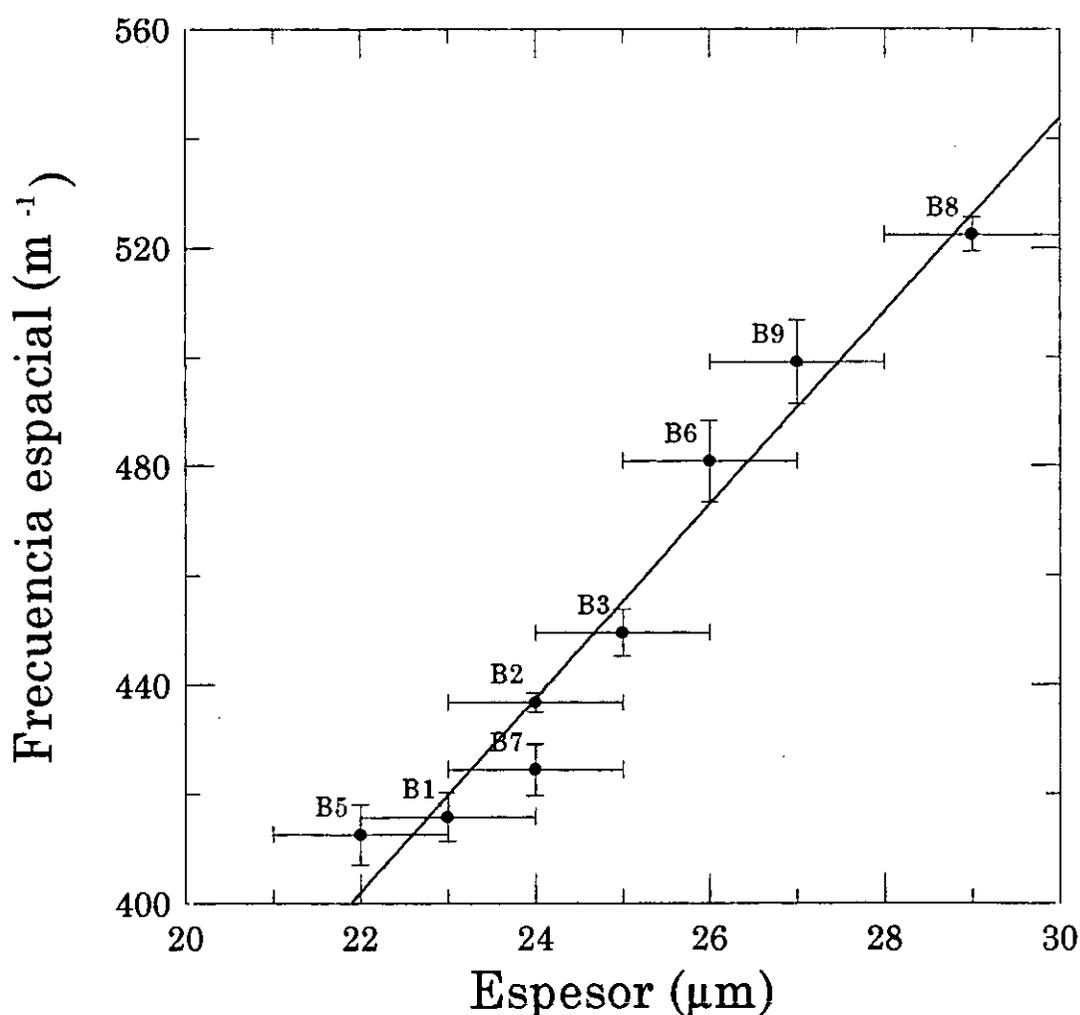
**Figura 4.7.** Dependencia de la frecuencia espacial (inversa del periodo espacial) en función del espesor de la muestra. Los datos han sido ajustados a una recta de ecuación  $f=12.7366d+5.01772$ , con  $f$  la frecuencia espacial en  $m^{-1}$  y  $d$  el espesor en  $\mu m$ . El coeficiente de regresión es de 0.9998755. El error en la frecuencia se ha obtenido a partir de la desviación estándar en diez medidas. El error en el espesor es el de la precisión del medidor ( $\pm 1 \mu m$ )

En la figura 4.8 se muestran otras medidas para las mismas muestras a una distancia  $l$  de 53.5 mm. La linealidad sigue patente, si bien es menos acusada (el número de medidas no es grande y una sola medida poco correcta puede hacer disminuir mucho la linealidad). La pendiente de la recta de regresión, como es obvio, es diferente a la de la figura 4.7., al haber cambiado la distancia  $l$  respecto de entonces.



**Figura 4.8.** Dependencia de la frecuencia espacial (inversa del periodo espacial) en función del espesor de la muestra. Los datos han sido ajustados a una recta de ecuación  $f=23.4485d+15.1412$ , con  $f$  la frecuencia espacial en  $m^{-1}$  y  $d$  el espesor en  $\mu m$ . El coeficiente de regresión es de 0.996. La distancia  $l$  a la que se ha medido ha sido de 53.5 mm.

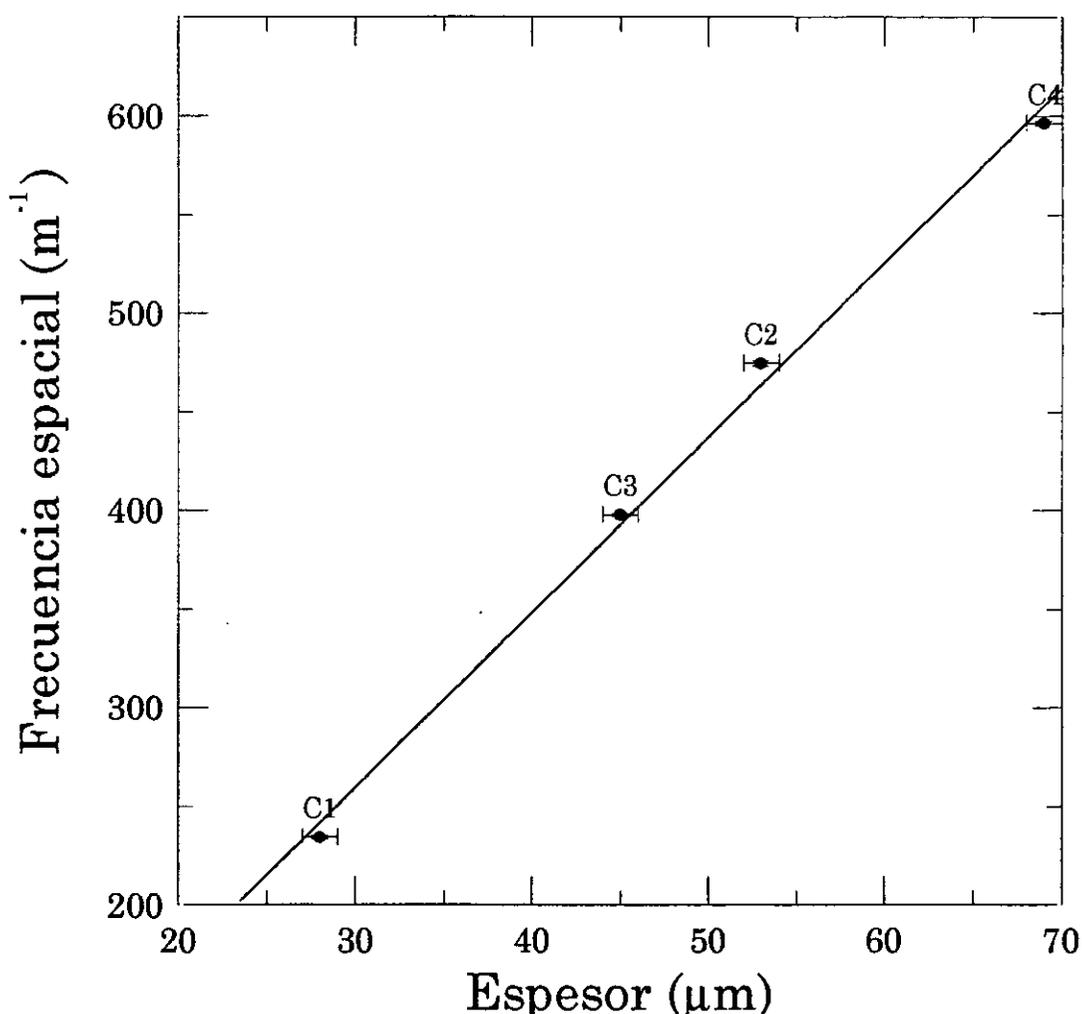
Del mismo modo, se han medido los periodos para las muestras tipo B. Los resultados aparecen en la figura 4.9. En esa figura se observa también cierta linealidad pero hay que tener en cuenta el hecho de que todas las muestras tienen un espesor muy parecido y que los límites de precisión del método de contacto no permiten diferenciar muy claramente el espesor de cada muestra. Podemos, de ese modo, estar atribuyendo a cada muestra un espesor que no es realmente el suyo. De hecho, una diferencia de espesor menor que  $1 \mu\text{m}$ , indetectable con el método de contacto, produce una variación de periodo espacial perfectamente observable en nuestro sistema, que,



**Figura 4.9.** Dependencia de la frecuencia espacial (inversa del periodo espacial) en función del espesor de la muestra. Los datos han sido ajustados a una recta de ecuación  $f=17.7259d+11.9639$ , con  $f$  la frecuencia espacial en  $\text{m}^{-1}$  y  $d$  el espesor en  $\mu\text{m}$ . El coeficiente de regresión es de 0.979. La distancia  $l$  a la que se ha medido ha sido de 53.5 mm.

de ese modo, permite en teoría precisiones menores que  $1 \mu\text{m}$  cuando el sensor está calibrado.

Por último, se muestran unos resultados correspondientes a las muestras tipo C (figura 4.10). Estas medidas fueron las primeras que se hicieron y cuentan en su contra con el hecho de que el número de muestras disponibles era muy escaso (la firma que nos las proporcionaba no fabricaba otros espesores). Sin embargo, se observa que el comportamiento es aceptablemente bueno, y que la proporcionalidad entre espesor y frecuencia espacial se pone de nuevo de manifiesto.



**Figura 4.10.** Dependencia de la frecuencia espacial (inversa del periodo espacial) en función del espesor de la muestra. Los datos han sido ajustados a una recta de ecuación  $f=8.8643d-6.4903$ , con  $f$  la frecuencia espacial en  $\text{m}^{-1}$  y  $d$  el espesor en  $\mu\text{m}$ . El coeficiente de regresión es de 0.979. La distancia  $l$  a la que se ha medido ha sido de 130 mm.

## Análisis

A partir de los resultados que se han mostrado anteriormente se pueden extraer una serie de conclusiones muy importantes.

1. En primer lugar, de la evidente linealidad de la mayor parte de las medidas (en particular de las mejor hechas, esto es, las de las muestras P, cuyo espesor era conocido con precisión y cuyas medidas se tomaron con gran cuidado), podemos afirmar que *el sistema proporciona sin dificultad medidas relativas, esto es, tras un calibrado con muestras patrón de un material determinado se puede conocer el espesor de una muestra desconocida de ese mismo material sin necesidad de conocer ni siquiera su índice de refracción.*

En efecto: admitido un ajuste lineal en un cierto rango de espesores, bastará con despejar  $d$  de la ecuación así obtenida que lo liga con  $T$  (ó  $f$ ) para, dado un cierto  $T$  medido poder determinar sin dificultad  $d$ . Bastará con asumir que el índice de refracción de las dos muestras es el mismo. Así, si suponemos que el espesor y el periodo espacial están ligados por una ecuación del tipo

$$f = \frac{1}{T} = Ad + B, \quad (4-1)$$

con  $A$  y  $B$  los coeficientes procedentes del ajuste lineal, el espesor de una muestra podría conocerse sin más que despejar:

$$d = \frac{1}{AT} - \frac{B}{A}. \quad (4-2)$$

Puesto que  $A$  depende de  $n$  y  $l$ , debemos mantener estas magnitudes iguales para que ese cálculo sea válido. Es obvio que para los tipos de medida para los que está concebido este sensor esa condición no debe ser difícil de satisfacer.

De este modo, podemos efectuar un *calibrado* del aparato y medir de forma *relativa* (respecto de las muestras patrón) muestras de unas características dadas. Esa medida se convierte en *absoluta* si se cuenta con unas muestras patrón de suficiente fiabilidad. Para un control automático de tolerancias en línea de producción *esto es todo lo que se necesita*.

2. La precisión del aparato depende de las muestras y las condiciones de medidas pero es en todo caso *menor que 1  $\mu\text{m}$* . En efecto, variaciones de décimas de micras darían lugar a variaciones de varios microsegundos en el periodo temporal (décimas de milímetro en el periodo espacial) que son perfectamente detectables. Si aceptamos el buen funcionamiento del aparato en cuanto a la linealidad, podemos concluir que es imposible que el espesor de una muestra pueda medirse con un error superior a 1  $\mu\text{m}$  aplicando el método descrito en 1. Los resultados de la figura 4.9, en la que todas las muestras tienen un espesor muy similar avalan el hecho de que es perfectamente discernible una diferencia de 1  $\mu\text{m}$  en el mismo (el problema allí era precisamente ese hecho: muestras de, digamos, 24 y 24.5  $\mu\text{m}$  aparecen tras su medida con el método de contacto como del mismo espesor y sin embargo el aparato detecta esa variación).

3. Los resultados están de acuerdo también con los cálculos teóricos del capítulo 3 y en particular con la fórmula (2-152). Veámoslo. Según esa fórmula, y particularizando para el caso de la lámina plano-paralela, el producto del periodo espacial y el espesor es una constante, que viene dada por

$$Td = \lambda l \sqrt{n^2 - 1/2} . \quad (4-3)$$

Si hallamos el promedio del producto  $Td$  en los datos de la figura 4.7 se obtiene un valor para ellos de  $7.7259 \times 10^{-8} \text{ m}^2$ . Considerando los valores de  $\lambda$  y  $l$  utilizados se tiene, despejando de (4-3) un valor para el índice de refracción de 1.52, que se corresponde perfectamente con el valor medido. Un cálculo semejante con las muestras C arroja también muy buenos resultados.

De ese modo, conocido el índice  $n$  podemos emplear las fórmulas (4-3) (u otras equivalentes, recuérdese todos los resultados teóricos del capítulo 2) para poder determinar de forma absoluta el espesor de una muestra conocido el periodo espacial sin necesidad de haber calibrado el sistema y sin necesidad de recurrir a ajustes lineales.

Un buen método en ese caso es disponer de datos procedentes de la simulación numérica de la relación  $T-d$  para diferentes conjuntos de parámetros iniciales y consultarlos a modo de tabla de valores. Hemos utilizado esa táctica en algunas ocasiones. En particular, si se simula el caso  $n=1.52$ ,  $l=90.5$  mm (muestras P, primera medida) se obtienen una serie de valores de  $T$  en función de  $d$  (se puede simular variando  $d$  de micra en micra por ejemplo) que resultan perfectamente consistentes con los resultados experimentales, como se observa en la Tabla 4.4.

**Tabla 4.4.**

*Comparación entre datos experimentales y resultados de la simulación.*

Datos experimentales			Datos de la simulación	
Muestra	Espesor ( $\mu\text{m}$ ) [ $\pm 1 \mu\text{m}$ ]	Periodo espacial (mm)	Espesor ( $\mu\text{m}$ )	Periodo espacial (mm)
P1	15	5.08 $\pm$ 0.04	14	5.3255
			15	4.8698
P2	20	3.82 $\pm$ 0.09	20	3.877
			21	3.6719
P3	25	3.11 $\pm$ 0.03	24	3.2109
			25	3.0703
P4	30	2.59 $\pm$ 0.03	29	2.6367
			30	2.5781
P5	35	2.22 $\pm$ 0.02	34	2.2656
			35	2.2242
P6	40	1.93 $\pm$ 0.01	39	1.9531
			40	1.918

\* Medido con el método de contacto.

Podemos por tanto terminar diciendo que el sistema es perfectamente operativo en su forma actual, que permite una elevada precisión y que el acuerdo con la teoría es aceptable, con lo que los objetivos trazados en el comienzo de la Memoria se han cumplido y el sistema aquí presentado puede ser utilizado como la base de un sensor óptico interferencial para el control automático de espesor de láminas transparentes.

Los diferentes resultados concernientes al desarrollo del sensor que se han mostrado en los capítulos 3 y 4 han dado lugar a una publicación científica [2].

En el apartado siguiente se dan algunas ideas sobre las modificaciones que se pueden realizar en este dispositivo experimental para optimizarlo de cara a su uso en una planta industrial.

### 4.3. *Uso industrial del sensor*

Todos los resultados que hemos expuesto en la Memoria han sido motivados por un propósito claramente identificado desde un principio: el diseño de un sensor de control automático de espesor de muestras transparentes. En los capítulos anteriores ha quedado, a nuestro juicio, demostrada sobradamente la validez de dichos resultados y podemos considerar que el sensor en cuanto a sus principios físicos ha quedado completado.

Es bien cierto, no obstante, que un sensor industrial es algo diferente a un dispositivo experimental de laboratorio. De hecho, el diseño de todo sensor incluye la realización de una serie de prototipos que se adapten perfectamente a los requisitos exigidos. A partir de las pruebas realizadas con esos prototipos se llegaría a una forma final que se podría incluso producir industrialmente a su vez.

El dispositivo en su forma actual es apto para el trabajo en laboratorio. Con ciertas modificaciones en el montaje podría ser perfectamente operativo en la industria. Fundamentalmente, se habría de diseñar una carcasa en la que introducir los elementos ópticos de forma fija para evitar problemas de alineamiento. Eso nos llevaría a un sistema de iluminación compacto que produjera una onda esférica. Los elementos utilizados no tendrían por qué ser distintos de los empleados en el dispositivo experimental. Por otro lado, no sería desaconsejable el colocar de forma solidaria con ese sistema de iluminación el *array* CCD, de modo que estuviera fijada la distancia de medida y quedara asegurado el paralelismo entre el *array* y el haz de entrada. Por último, sería conveniente que se simplificara el sistema de adquisición, obviándose la presencia del osciloscopio digital —elemento que encarece los costes y que no es apropiado para la industria—, con la substitución de este por un ADC más sencillo que produjera una señal digital de salida que pudiera introducirse directamente en el PC. El uso de un PC no es un obstácu-

lo para su uso industrial y su substitución por otro elemento —un microprocesador o un montaje electrónico que detectara directamente los mínimos sobre la señal analógica del CCD— es poco aconsejable, por conllevar una excesiva simplificación de los algoritmos de análisis, con la consiguiente pérdida de fiabilidad y versatilidad.

• El sensor en su forma actual es perfectamente adaptable para un uso industrial. En ese uso, por otro lado, la dificultad de las medidas a realizar es pequeña, ya que en general nos bastará con medidas relativas —comprobación de tolerancias en una muestra dada—, con lo que bastará con comprobar si el periodo espacial no se aleja de un rango dado durante todo el proceso de medida. Aún si se necesitaran medidas absolutas, no es aventurado suponer que en la industria se disponga del conocimiento del índice de refracción que se requiere para ese caso. Ya dijimos que una de las ventajas del uso industrial es el hecho de que el tipo de medida es esencialmente el mismo siempre, aun cuando las condiciones de trabajo sean hostiles y las fuentes de ruido incontrolables.

La industria para la que se concibió originalmente el sensor cubriría sobradamente sus necesidades con el diseño actual. Sin embargo, en el proceso de investigación se ha ido viendo que los mismos principios podrían aplicarse a otras muchas situaciones. Por ello se debería estudiar cada caso particular para ver que modificaciones serían aconsejables sobre el esquema general que aquí se presenta. Sin embargo, se puede afirmar a la vista de los resultados que dichas modificaciones serían posibles y sencillas.

En la descripción del dispositivo (§4.1.) y del método de reducción de franjas (§3.5.) se han ido dando algunas ideas de mejora generales que serían tal vez deseables para conseguir una mayor compactificación y un mayor automatismo del sistema (cualidades ambas muy deseables para un sensor industrial). Entre ellas podemos enumerar:

- Substitución del sistema de producción de franjas por otro más sencillo que incluyera un láser de semiconductor como fuente de luz y una fibra óptica cuyo haz de salida fuera focalizado por una pequeña lente.
- Automatización de la selección de cotas de validación en el programa de tratamiento de interferogramas por medio de iteraciones en las que se evaluara de una forma inteligente por parte del programa su funcionamiento. Esto es posible si se tiene un buen conocimiento de las medidas esperadas. Si eso es así, no es difícil averiguar cuando los resultados de la medida son erróneos debido a una mala aplicación de los algoritmos. En §3.5. ya se han dado algunas claves para ello. Un estudio más detallado requeriría particularizar para una muestra concreta más allá de lo que nos hemos propuesto en la memoria.
- Control de la producción por parte del sensor, con el desarrollo de sistemas de comunicación entre el PC y la maquinaria que gobierna la producción. Por ejemplo, un alejamiento excesivo de las tolerancias en la muestra podría ocasionar una parada de toda la línea que está funcionando mal y una corrección de los parámetros que influyen en las características del producto. En industrias en las que el material a controlar sea producido continuamente en grandes bobinas (lo que ocurre por ejemplo en la industria de las envolturas celulósicas) eso evitaría que toda una bobina debiera desecharse por no cumplir las tolerancias. En el momento en que se detecta el error deja de producirse, con lo que no se acumula material no válido, lo que supone un ahorro económico y de material.

Con esas y otras modificaciones, la utilidad del sistema aquí descrito puede multiplicarse, y la filosofía en la que está basado –tratamiento geométrico del problema teórico, algoritmos sencillos y auto-validados– puede ser aplicada con éxito en muchas situaciones.

## *Referencias del capítulo 4*

1. D.C. Flanders, T.M. Lyszczarz, "A precision wide-range optical gap measurement technique", *J.Vac.Sci.Technol.B*, 1, 1195-99 (1983)
2. A. González-Cano, E. Bernabeu, "Automatic optical sensor for thickness control of thin transparent films", *Sensors & Actuators A*, 37-38, 561-64 (1993).

# **Conclusiones**

A lo largo de esta Memoria se han expuesto diferentes resultados teóricos y experimentales relacionados con el desarrollo de un sensor óptico interferencial para el control automático de espesor de láminas transparentes. A continuación exponemos aquellos que consideramos más relevantes por su originalidad o generalización.

1. Hemos estudiado, utilizando un modelo geométrico, las interferencias de ondas esféricas producidas por las reflexiones internas múltiples en las caras de una lámina transparente, obteniéndose la expresión para los frentes de onda emergentes por reflexión en el caso de una lámina plano-paralela

2. Hemos propuesto un modelo aproximado para el tratamiento teórico del fenómeno mencionado. Dicho modelo postula que los haces que interfieren pueden considerarse como procedentes de un conjunto de fuentes virtuales puntuales equidistantes. La adopción de ese modelo permite plantear el problema en términos abstractos para muestra de cualesquiera índice de refracción, espesor y geometría. En particular, hemos encontrado que la distribución de la intensidad de luz en el interferograma depende de un único parámetro relativo a la muestra, la distancia entre fuentes virtuales,  $E$ .

3. Hemos calculado  $E$  para láminas plano-paralelas, de simetría cilíndrica y de geometría general (radios y centro de curvatura diferentes para cada cara de la muestra), obteniéndose expresiones analíticas y realizando simulaciones numéricas de dichas expresiones para conocer los órdenes de magnitud de  $E$  y otros parámetros implicados en los cálculos.

4. Hemos introducido el parámetro del *espesor eficaz* de una muestra, que permite aproximar la relación entre  $E$  y el espesor de la lámina, con la consiguiente simplificación de las expresiones. Ese parámetro resulta ser de utilidad en otros campos, como el de la reflectogoniometría espectrométrica.

5. Hemos realizado diversas aproximaciones que permiten llegar a una relación sencilla entre el periodo espacial de las franjas del interferograma y el espesor de la muestra. Esta expresión resulta de utilidad para su uso en un dispositivo experimental.

6. Hemos desarrollado programas de *software* que controlan una tarjeta de adquisición de datos, lo que hace posible que la información de un interferograma detectado por un *array* CCD sea digitalizada e introducida en un ordenador personal para su tratamiento de modo automático.

7. Hemos desarrollado un método completo de reducción de franjas que permite medir el periodo espacial de un interferograma consistente en una senoide ruidosa de forma automática y que incluye algoritmos de autovalidación que le previenen de error en sus medidas. Este método resulta idóneo para su uso en sensores industriales incorporados en una línea de producción.

8. Hemos escrito programas de *software* que, basándose en el método de reducción de franjas mencionado anteriormente, permiten conocer el periodo espacial de un interferograma de modo automático.

9. Hemos construido un dispositivo experimental capaz de producir una figura de interferencia del tipo descrito en el punto 1. Dicho dispositivo resulta ser simple y de bajo coste, lo que le hace útil para su uso en la industria.

10. Hemos realizado medidas, sobre muestras calibradas, con este dispositivo experimental, aplicando los algoritmos de reducción de franjas originales que se han mencionado en el punto 7. que han demostrado que

- ♦ los cálculos teóricos resultan estar de acuerdo con los resultados experimentales, con lo que los modelos introducidos quedan legitimados,

- ♦ la relación entre el periodo espacial de las franjas y el espesor de la muestra puede aproximarse por una expresión simple de proporcionalidad inversa, con lo que el dispositivo experimental construido puede ser utilizado como base de un sensor.

11. Finalmente, hemos indicado las mejoras y modificaciones que podrían realizarse en el dispositivo experimental para optimizar su funcionamiento como sensor industrial.

# Apéndice

## *Programas de adquisición y análisis de datos*

Se adjuntan dos listados de los programas utilizados para la adquisición, digitalización y análisis de los datos procedentes del interferograma, escritos en un lenguaje BASIC extendido para permitir el control de la tarjeta HPIB, denominado BLP (Basic Language Processing), de Hewlett-Packard. En ellos hay dos partes claramente diferenciadas, a saber,

- ♦ la relativa al control de la tarjeta y la adquisición y digitalización de los datos del osciloscopio digital y
- ♦ la correspondiente al proceso de reducción de franjas del interferograma, que parte del conjunto de datos de voltaje digitalizados.

Como quiera que los dos procedimientos –que tan diferentes son en esencia, como se ha mostrado en el capítulo 3– eran realizados por el mismo ordenador personal, el programa es uno solo, aunque se deba tener en cuenta esa división.

Los dos programas pertenecen a dos fases de evolución diferentes. El control de la tarjeta y la adquisición de datos requirieron muchas horas de estudio del BLP, ya que no existía un conocimiento previo de esos procedimientos. Así, el primero de ellos (en lo sucesivo Prog.1), está concebido para un uso general del osciloscopio, más allá del caso particular de nuestro dispositivo y contiene numerosas instrucciones de uso para personal no entrenado, lo que se traduce en un gran número de sentencias del programa dedicadas a lo que podíamos denominar el *front-end* (presentación visual) del programa.

El segundo programa (Prog.2) es una versión del Prog.1 concebida para su uso en la medida de periodo espacial del modo concreto que se ha descrito en el capítulo 3 para nuestro sensor. Se han eliminado todas las sentencias de *front-end* porque se asume que el usuario es perfectamente

conocedor del programa. Así mismo, se ha minimizado el número de elecciones por parte del usuario en lo que se refiere a temas secundarios como grabación o representación en pantalla de los datos.

Puesto que las sentencias realmente importantes del Prog.1 son las del Prog.2, nos limitaremos a comentar este último.

Podemos dividir el programa en las siguientes partes<sup>1</sup>:

- Inicialización del sistema. Incluye:
  - ◆ limpieza del canal de datos (CLEAR 707, donde 707 es la dirección *–address–* con la que el PC identifica al osciloscopio digital);
  - ◆ establecimiento del modo de adquisición (sentencias ACQUIRE y WAVEFORM).
- Adquisición y digitalización de la señal. Incluye
  - ◆ orden de digitalización (DIGITIZE) de la señal;
  - ◆ adquisición de la matriz PREAMBLE que lleva la información sobre las escalas de tiempo y voltaje de los datos;
  - ◆ adquisición de los datos digitalizados utilizando el comando ENTER;
  - ◆ transformación de los datos en bruto (*rawdata*) a valores en segundos y voltios (matrices T(I) y V(I)) usando el PREAMBLE.
- Reducción de franjas. Incluye:
  - ◆ re-escalado de los datos;
  - ◆ cálculo de la posición de los máximos relativos de voltaje (en el caso del CCD utilizado, los máximos corresponden a los mínimos de intensidad de luz, como ya se ha mencionado en §3.5., y en el reescalado no se ha invertido la señal);

---

<sup>1</sup> En esta exposición utilizaremos sin explicar todas aquellas expresiones que ya hayan sido tratadas en los capítulos 3 y 4. Se remite a ellos para obtener una mayor información.

- ♦ cálculo del periodo como promedio de las diferencias entre las posiciones de los máximos consecutivos.
- Impresión de los resultados finales (periodo temporal en microsegundos, periodo espacial en milímetros, periodo en función del número de píxel, posiciones de los máximos).

Lo más digno de análisis de todo el programa es la rutina de detección y validación de los máximos de voltaje. Esa rutina se ha utilizado también en los programas de simulación de los resultados teóricos del capítulo 2, concretamente en las figuras de §2.8. Podemos analizarla del siguiente modo:

- ♦ se establece el valor de la cota de validación de máximos y se dimensionan las matrices necesarias para el cálculo;
- ♦ se eliminan los valores de voltaje nulo;
- ♦ se detectan los cambios de signo: en el caso de que se produzca un cambio de signo, se salta a una subrutina denominada ANOTA;
- ♦ mientras el cambio de signo no se produzca se compara el valor de V cada punto I del bucle FOR-NEXT y si éste es mayor que el que está considerado el máximo, lo reemplaza: de ese modo, cuando se salte a ANOTA, el valor anotado corresponde efectivamente a la posición del máximo relativo entre cruces;
- ♦ dentro de ANOTA, se valida el máximo comparándolo con la cota y si se desecha, se vuelve a la línea de llamada de la subrutina para seguir buscando la posición del máximo;
- ♦ si el máximo es aceptado, se introduce el valor de su posición en la matriz IM y se vuelve a la línea de llamada para encontrar el siguiente máximo.

Una vez determinados y validados los máximos, el cómputo de sus diferencias es directo. No se incluyen en este programa algoritmos de validación más complicados, ya que no eran necesarios en la práctica.

Se han utilizado muchos otros programas de ese estilo para el análisis de datos. Hemos incluido los que resultan más representativos, pero todas las técnicas comentadas en los capítulos 3 y 4 se han probado en la práctica. Normalmente, no obstante, esas pruebas se hacían partiendo de señales ya grabadas, con lo que toda la parte de adquisición y digitalización no se incluía.

Del mismo modo, se han escrito un gran número de programas para la simulación numérica. En esos casos, sin embargo, nos valíamos de un *software* comercial de matemáticas, denominado MathCAD, en el que, fundamentalmente, sólo debíamos escribir las funciones que deseábamos evaluar. Algunos otros programas en BASIC o BLP también han sido utilizados, como por ejemplo para hallar la dependencia teórica entre el periodo espacial y el espesor, del modo que se acaba de describir. Puesto que no son de especial interés, no los incluimos.

Otros programas de *software* comercial también nos han sido útiles, fundamentalmente el paquete GRAPHER for Windows, en el que se han realizado los gráficos, que incluía una pequeña hoja de cálculo en la que se han llevado a cabo algunos cálculos simples.

## *Listados de los programas*

### PROG.1

```

10 !
20 !
30 ! *****
40 ! I. PRESENTACION
50 ! *****
60 !
70 !
80 !
90 ! I.1 SELECCION MODO EXPERTO
100 !
110 CLEAR SCREEN
120 PRINT "¿DESEAS MODO EXPERTO?"
130 PRINT "(EL MODO EXPERTO SUPONE UN CONOCIMIENTO PERFECTO DEL
PROGRAMA)"
140 PRINT "CONTESTA 1 SI DESEAS MODO EXPERTO Y 2 SI NO LO DESEAS"
150 INPUT Resp1$
160 IF Resp1$="1" THEN
170   Ex=1
180   GOTO 720
190 END IF
200 IF Resp1$="2" THEN
210   Ex=0
220   GOTO 300
230 END IF
240 PRINT
250 PRINT "CONTESTACION NO VALIDA"
260 GOTO 120
270 !
280 ! I.2 MENSAJE DE PRESENTACION
290 !
300 CLEAR SCREEN
310 PRINT "Este programa te permite:"
320 PRINT
330 PRINT "A. Recibir datos del osciloscopio digital HP54501A"
340 PRINT "B. Transformarlos en valores normales de tiempos y voltajes"
350 PRINT "C. Realizar algunos cálculos con ellos"
360 PRINT "D. Representarlos gráficamente"
370 PRINT "E. Grabarlos en un fichero"
380 PRINT "F. Grabar en fichero informaciones sobre la medida realizada"
390 PRINT "G. Grabar en fichero los resultados de los cálculos realizados"
400 PRINT
410 PRINT "Las dos primeras tareas se realizan automáticamente"
420 PRINT "cuando se ejecuta el programa."
430 PRINT
440 PRINT "Las otras son opcionales y, en el transcurso de la ejecución,"
450 PRINT "se te preguntará si quieres que se lleven a cabo o no"
460 PRINT

```

```

470 PRINT
480 PRINT "NOTA IMPORTANTE: Este programa asume como la correcta"
490 PRINT "la configuración que tuviera el osciloscopio en el momento de la ejecución."
500 PRINT "De ese modo, lo primero que debes hacer es colocar el osciloscopio"
510 PRINT "en la configuración idónea para realizar tu medida."
520 PRINT
530 PRINT " HAZLO AHORA, POR FAVOR!"
540 PRINT
550 PRINT "Cuando estás listo para continuar, pulsa ENTER"
560 INPUT Resp2$
570 !
580 !
590 ! *****
600 ! II. PUESTA A PUNTO DEL OSCILOSCOPIO PARA LA MEDIDA
610 ! *****
620 !
630 !
640 !
650 ! II.1 INICIALIZACION DEL CANAL DE ENTRADA DEL OSCILOSCOPIO
660 !
670 CLEAR SCREEN
680 PRINT "¡RECUERDA QUE LA SEÑAL DEBE ESTAR EN EL CANAL 1 DEL
OSCILOSCOPIO!"
690 PRINT
700 PRINT "PULSA ""ENTER"" SI LA CONFIGURACIÓN DEL OSCILOSCOPIO ES YA LA
APROPIADA"
710 INPUT Resp3$
720 CLEAR SCREEN
730 CLEAR 707
740 OUTPUT 707;"EOI ON"
750 DIM Preamble$(200)
760 DIM Preamb(1:10)
770 OUTPUT 707;"SYSTEM:HEADER OFF"
780 !
790 ! II.2 DETERMINACION DE LOS PARAMETROS DE ADQUISICIÓN
800 !
810 CLEAR SCREEN
820 OUTPUT 707;"ACQUIRE:TYPE NORMAL"
830 OUTPUT 707;"ACQUIRE:COMPLETE 100"
840 IF Ex=1 THEN
850     OUTPUT 707;"ACQUIRE:POINTS 512"
860     GOTO 1050
870 END IF
880 PRINT "¿NÚMERO DE PUNTOS A DIGITALIZAR (128,256,512,1024)?"
890 INPUT Npunt$
900 SELECT Npunt$
910     CASE "128"
920         OUTPUT 707;"ACQUIRE:POINTS 128"
930     CASE "256"
940         OUTPUT 707;"ACQUIRE:POINTS 256"
950     CASE "512"
960         OUTPUT 707;"ACQUIRE:POINTS 512"
970     CASE "1024"
980         OUTPUT 707;"ACQUIRE:POINTS 1024"
990     CASE ELSE
1000         PRINT
1010         PRINT "IMPOSIBLE DIGITALIZAR ESE NÚMERO DE PUNTOS. LAS
OPCIONES VALIDAS"

```

```

1020          PRINT "SON LAS INDICADAS."
1030          GOTO 880
1040 END SELECT
1050 OUTPUT 707;"WAVEFORM:SOURCE CHANNEL1"
1060 OUTPUT 707;"WAVEFORM:FORMAT WORD"
1070 !
1080 !
1090 ! *****
1100 ! III. MEDIDA
1110 ! *****
1120 !
1130 !
1140 !
1150 ! III.1 ADQUISICION DE DATOS
1160 !
1170 CLEAR SCREEN
1180 PRINT "CUANDO ESTES LISTO PARA QUE LA MEDIDA SE REALICE, PULSA
""ENTER""
1190 INPUT Resp4$
1200 PRINT
1210 PRINT "MIDIENDO. ESPERA UNOS SEGUNDOS"
1220 OUTPUT 707;"DIGITIZE CHANNEL1"
1230 OUTPUT 707;"WAVEFORM:PREAMBLE?"
1240 ENTER 707;Preamb(*)M%
1250 OUTPUT 707;"WAVEFORM:PREAMBLE?"
1260 OUTPUT 707 USING "-K";Preamble$
1270 OUTPUT 707;"WAVEFORM:DATA?"
1280 ENTER 707 USING "#,2A,8D";Header$,Bytes
1290 Length=Bytes/2)1300 ALLOCATE INTEGER Waveform(1:Length)
1310 ALLOCATE REAL Vv(1:Length)
1320 ALLOCATE REAL Tt(1:Length)
1330 ENTER 707 USING "#,W";Waveform(*)
1340 ENTER 707 USING "-K,B";End$
1350 !
1360 ! III.2 TRANSFORMACIÓN DE DATOS
1370 !
1380 FOR I=1 TO Length
1390   Vv(I)={{(Waveform(I)-Preamb(10))*Preamb(8))+Preamb(9)}
1400   Tt(I)={{(I-Preamb(7))*Preamb(5))+Preamb(6)}
1410 NEXT I
1420 !
1430 !
1440 ! *****
1450 ! IV. OPCIONES
1460 ! *****
1470 !
1480 !
1490 CLEAR SCREEN
1500 IF Ex=1 THEN
1510   GOSUB Calculos
1520   CLEAR SCREEN
1530   PRINT "LA EJECUCIÓN DEL PROGRAMA HA TERMINADO"
1540   GOTO Final
1550 END IF
1560 PRINT "La adquisición y transformación de datos ha concluido."
1570 PRINT "Los datos se encuentran ahora en la memoria del ordenador"
1580 PRINT "Existen diferentes tareas que se pueden realizar con los datos:"

```

```

1590 PRINT "Vas a seleccionar cuáles de ellas deseas que se realicen."
1600 PRINT "A medida que selecciones una, se llevará a cabo."
1610 PRINT
1620 PRINT
1630 PRINT "Cuando estés listo para continuar, pulsa ENTER"
1640 INPUT Resp5$
1650 CLEAR SCREEN
1660 PRINT "¿Quieres que se realicen cálculos con los valores obtenidos (S/N)?"
1670 INPUT Resp6$
1680 IF Resp6$="S" THEN
1690   GOSUB Calculos
1700   GOTO 1750
1710 END IF
1720 IF Resp6$="N" THEN GOTO 1750
1730 PRINT "RESPUESTA NO VALIDA"
1740 GOTO 1660
1750 CLEAR SCREEN
1760 PRINT "¿Quieres grabar alguna de estas cosas en un fichero:"
1770 PRINT " *los datos obtenidos en la medida"
1780 PRINT " *los resultados que arrojen los cálculos"
1790 PRINT " *los parámetros físicos del experimento u otra información sobre el mismo"
1800 PRINT "(S/N)?"
1810 INPUT Resp7$
1820 IF Resp7$="S" THEN
1830   GOSUB Grabacion
1840   GOTO 1890
1850 END IF
1860 IF Resp7$="N" THEN GOTO 1890
1870 PRINT "RESPUESTA NO VALIDA"
1880 GOTO 1800
1890 CLEAR SCREEN
1900 PRINT "¿Quieres representar gráficamente los resultados (S/N)?"
1910 INPUT Resp8$
1920 IF Resp8$="S" THEN
1930   GOSUB Representacion
1940   GOTO 1990
1950 END IF
1960 IF Resp8$="N" THEN GOTO 1990
1970 PRINT "RESPUESTA NO VALIDA"
1980 GOTO 1900
1990 CLEAR SCREEN
2000 PRINT "LA EJECUCION DEL PROGRAMA HA TERMINADO"
2010 GOTO Final
2020 !
2030 !
2040 ! *****
2050 ! V. CALCULOS
2060 ! *****
2070 !
2080 !
2090 Calculos: !
2100 !
2110 ! V.1. PRESENTACION
2120 !
2130 CLEAR SCREEN
2140 IF Ex=1 THEN GOTO Periodo
2150 PRINT "Has seleccionado realizar algunos cálculos."
2160 PRINT "Estos cálculos están concebidos para el tratamiento de una señal"

```

```

2170 PRINT "aproximadamente periódica."
2180 PRINT "Si tu señal no es de ese tipo, muy probablemente estos cálculos "
2190 PRINT "no te serán de gran utilidad."
2200 PRINT
2210 PRINT
2220 PRINT "Las siguientes opciones son posibles:"
2230 PRINT " 1. Cálculo del periodo de la señal"
2240 PRINT " 2. Cálculo de la Transformada de Fourier rápida (FFT) de la señal"
2250 PRINT " 3. Cálculo de periodo y FFT"
2260 PRINT " 4. Ningún cálculo"
2270 PRINT
2280 PRINT "SELECCIONA TU OPCION (1/2/3/4)"
2290 INPUT Resp10$
2300 IF Resp10$="1" THEN GOTO Periodo
2310 IF Resp10$="2" THEN
2320   PRINT
2330   PRINT "Lo siento. Esa operación no es aún posible."
2340   PRINT "Selecciona otra opción."
2350   PRINT
2360   GOTO 2220
2370 END IF
2380 IF Resp10$="3" THEN
2390   PRINT
2400   PRINT "Lo siento. La FFT no está aún disponible."
2410   PRINT "Paso a calcular el periodo."
2420   GOTO Periodo
2430 END IF
2440 IF Resp10$="4" THEN RETURN
2450 PRINT "RESPUESTA NO VALIDA"
2460 GOTO 2220
2470 !
2480 ! V.1.B. PRESUAVIZADO
2490 !
2500 Periodo: !
2510 CLEAR SCREEN
2520 PRINT "¿QUIERES PRESUAVIZAR LA SEÑAL? (1=SI/2=NO)"
2530 INPUT Presu$
2540 SELECT Presu$
2550   CASE "1"
2560     GOTO 2630
2570   CASE "2"
2580     GOTO Periodo
2590   CASE ELSE
2600     PRINT "RESPUESTA NO VALIDA"
2610     GOTO 2520
2620 END SELECT
2630 DIM Sig(600)
2640 PRINT
2650 PRINT "¿NUMERO DE PUNTOS QUE SE PROMEDIAN?"
2660 INPUT Suave
2670 FOR I=1 TO Suave
2680   Zig=0
2690   FOR K=1 TO I
2700     Zig=Vv(K)+Zig
2710   NEXT K
2720   Sig(I)=Zig/I
2730 NEXT I
2740 FOR I=Suave+1 TO 512

```

```

2750 Sig(I)=Sig(I-1)+(1/Suave)*(Vv(I)-Vv(I-Suave))
2760 NEXT I
2770 FOR I=1 TO 512
2780 Vv(I)=Sig(I)
2790 NEXT I
2800 !
2810 ! V.2. REESCALADO
2820 !
2830 Periodo: !
2840 CLEAR SCREEN
2850 PRINT "CALCULANDO."
2860 Suma=0
2870 FOR I=1 TO Length
2880 Suma=Suma+Vv(I)
2890 NEXT I
2900 Prom=Suma/Length
2910 ALLOCATE REAL X(Length)
2920 FOR I=1 TO Length
2930 X(I)=Vv(I)-Prom
2940 NEXT I
2950 !
2960 ! V.3. CALCULO DE MAXIMO Y MINIMO ABSOLUTOS
2970 !
2980 Amax=0
2990 Mmm=10
3000 Amin=Vv(Mmm)
3010 FOR I=Mmm TO Length
3020 IF Vv(I)>Amax THEN Amax=Vv(I)
3030 IF Vv(I)<Amin THEN Amin=Vv(I)
3040 NEXT I
3050 Tope1=Amax-Prom
3060 Tope2=Amin-Prom
3070 IF Presu$="1" THEN
3080 GINIT
3090 WINDOW Tt(1),Tt(Length),Amin-.1,Amax+.5
3100 FOR I=1 TO 512
3110 PLOT Tt(I),Vv(I)
3120 NEXT I
3130 WAIT 5
3140 END IF
3150 !
3160 ! V.4. CALCULO DE MÁXIMOS RELATIVOS
3170 !
3180 Xmax=0
3190 Punt=0
3200 DIM M(30),Im(30)
3210 FOR I=2 TO Length
3220 IF X(I)=0 THEN X(I)=.00001*SGN(X(I-1))
3230 IF SGN(X(I))<>SGN(X(I-1)) THEN GOSUB Anota
3240 IF I=Length THEN GOSUB Anota
3250 IF X(I)>Xmax THEN
3260 Xmax=X(I)
3270 Tmax=Tt(I)
3280 Imax=I
3290 END IF
3300 NEXT I
3310 GOTO Diferencias
3320 Anota: !

```

```
3330 IF SGN(X(I))=-1 THEN RETURN
3340 IF Xmax<Tope1/1.7 THEN RETURN
3350 Punt=Punt+1
3360 M(Punt)=Tmax
3370 Im(Punt)=Imax
3380 Xmax=0
3390 RETURN
3400 !
3410 ! V.5 CALCULO DEL PERIODO
3420 !
3430 Diferencias: !
3440 DIM Dif(30),Dife(30)
3450 Sumdif=0
3460 Sumdife=0
3470 FOR J=2 TO Punt
3480   Dif(J)=M(J)-M(J-1)
3490   Dife(J)=Im(J)-Im(J-1)
3500   Sumdif=Sumdif+Dif(J)
3510   Sumdife=Sumdife+Dife(J)
3520 NEXT J
3530 Promdif=Sumdif/(Punt-1)
3540 Promdife=Sumdife/(Punt-1)
3550 ! DIM Desvi(30)
3560 ! FOR J=1 TO Punt
3570 ! Desvi(J)=M(J)-Promdif
3580 ! NEXT J
3590 ! Sumdesvi=0
3600 ! FOR J=1 TO Punt
3610 ! Sumdesvi=Sumdesvi+Desvi(J)
3620 ! NEXT J
3630 ! Rms=SQR(Sumdesvi*Sumdesvi/(Punt*(Punt-1)))
3640 ! DIM N(30)
3650 ! Ajus=1
3660 ! FOR J=2 TO Punt
3670 ! IF Dif(J)<Promdif/1.5 THEN GOTO 3200
3680 ! IF J=2 THEN N(0)=M(1)
3690 ! N(Ajus)=M(J)
3700 ! Ajus=Ajus+1
3710 ! NEXT J
3720 ! CLEAR SCREEN
3730 ! PRINT "¿ESPESOR ESPERADO (micras)?"
3740 ! INPUT Thick
3750 ! PRINT
3760 ! PRINT "¿DISTANCIA ARRAY-MUESTRA (cm)?"
3770 ! INPUT Lon
3780 ! Cte=Thick*1.E-4*Promdif/Lon
3790 !
3800 ! V.6 IMPRESION DE DATOS
3810 !
3820 CLEAR SCREEN
3830 DIM Titulo$(100)
3840 PRINT "¿SALIDA POR PANTALLA (1) O IMPRESORA (2)?"
3850 INPUT Respu$
3860 SELECT Respu$
3870   CASE "1"
3880     GOTO Escribir
3890   CASE "2"
3900     PRINT "INTRODUCE TITULO"
```

```

3910      INPUT Titulo$
3920      PRINTER IS 706
3930      PRINT
3940      PRINT Titulo$
3950      PRINT
3960      GOTO Escribir
3970  CASE ELSE
3980      PRINT "RESPUESTA NO VALIDA"
3990      GOTO 3840
4000 END SELECT
4010 Escribir: !
4020 CLEAR SCREEN
4030 Dif(1)=1.E-9
4040 Dife(1)=1.E-9
4050 FOR J=1 TO Punt
4060  PRINT USING "3D,4D.7D,5D.7D,4D.7D,4D.7D,7D,7D"; Im(J),M(J),Vv(Im(J)),X(Im(J)),
Dif(J),Dife(J),Dife(J)-Promdife
4070 NEXT J
4080 PRINT
4090 PRINT USING "-K,3D.3D,K";"PERIODO PROMEDIO=";Promdif*1.E+6;" microsegundos"
4100 PRINT USING "-K,3D.3D";"DIFERENCIA PROMEDIO=";Promdife
4110 ! PRINT USING "-K,Z.5D";"DESVIACION=";Rms
4120 ! PRINT "ESPESOR ESPERADO=";Thick;"micras"
4130 ! PRINT "DISTANCIA ARRAY-MUESTRA=";Lon;"cm"
4140 ! PRINT USING "K,D.DDDESZ";"CONSTANTE=";Cte
4170 IF Presu$="1" THEN
4180  Susu=Suave
4190 ELSE
4200  Susu=0
4210 END IF
4230 PRINT "NUMERO DE PUNTOS PROMEDIADOS=";Susu
4231 PRINT
4235 PRINT USING "-K,3D.2D,K";"ESPESOR=",9985.57/(Promdif*1.E+6)-.08719," micras"
4240 ! FOR J=0 TO Ajus-1
4250 ! PRINT J,N(J)
4260 ! NEXT JJ
4270 IF Respu$="2" THEN
4280  PRINT
4290  PRINT
4300  PRINTER IS CRT
4310  RETURN
4320 END IF
4330 PRINT "PULSA ""ENTER"""
4340 INPUT Respu3$
4350 RETURN
4360 !
4370 !
4380 ! *****
4390 ! VI. GRABACION DE DATOS
4400 ! *****
4410 !
4420 !
4430 Grabacion: !
4440 !
4450 ! VI.1 SELECCION DE DIRECTORIO
4460 !
4470 CLEAR SCREEN
4480 IF Ex=1 THEN GOTO 4590

```

```

4490 PRINT "SELECCIONA DIRECTORIO DONDE GRABAR."
4500 PRINT
4510 PRINT "EL DIRECTORIO POR DEFECTO ES:"
4520 PRINT
4530 PRINT "C:\AGUSTIN2\DATA"
4540 PRINT
4550 PRINT "SI QUIERES CAMBIARLO PULSA ""S"" Y ""ENTER""""
4560 PRINT "SI NO, PULSA ""ENTER""""
4570 INPUT Resp11$
4580 IF Resp11$="S" THEN GOTO Cambiodir
4590 Ndir$="\AGUSTIN2\DATA"
4600 GOTO Sigue
4610 Cambiodir: !
4620 PRINT
4630 PRINT "¿NOMBRE DEL DIRECTORIO?"
4640 INPUT Ndir1$
4650 IF Ndir1$[1,1]="\" THEN
4660   Ndir$=Ndir1$
4670 ELSE
4680   Ndir$="\ "&Ndir1$
4690 END IF
4700 ON ERROR GOTO Problemas
4710 Sigue: !
4720 MASS STORAGE IS Ndir$
4730 GOTO Sigue2
4740 Problemas: !
4750 PRINT
4760 PRINT "NO VALIDO. ASUMO DIRECTORIO DE DEFECTO"
4770 WAIT 20
4780 GOTO 4590
4790 Sigue2: !
4800 CLEAR SCREEN
4810 !
4820 ! VI.2 SELECCIÓN NOMBRE DE FICHEROS
4830 !
4840 IF Ex=1 THEN GOTO 5170
4850 PRINT "Este programa selecciona automáticamente el nombre de los ficheros"
4860 PRINT "en que graba sus datos, a partir de la información sobre la prueba"
4870 PRINT "que proporciona el usuario."
4880 PRINT
4890 PRINT "Este programa graba hasta seis tipos de ficheros distintos,"
4900 PRINT "que, en modo de defecto, llevan el mismo nombre (seleccionado como"
4910 PRINT "se explica en el párrafo siguiente) y distinta extensión."
4920 PRINT
4930 PRINT "El nombre del fichero se forma del modo siguiente (la información"
4940 PRINT "requerida para formarlo se solicita más tarde):"
4950 PRINT ""la primera letra del nombre que identifica la muestra"
4960 PRINT ""la fecha"
4970 PRINT ""un guión"
4980 PRINT ""el número de prueba con esa muestra en esa fecha."
4990 PRINT "Así, por ejemplo, un nombre como P1203-11 significa la prueba 11"
5000 PRINT "realizada a la muestra tipo ""P"" el día 12 de marzo."
5010 PRINT
5020 PRINT "Las extensiones de defecto son:"
5030 PRINT ".TIM y .DAT para los datos de tiempos y voltajes"
5040 PRINT ".INF para la información general sobre las características de la prueba"
5050 PRINT ".PMT para los parámetros físicos de la prueba"
5060 PRINT ".RCS y .RCA para los resultados de los cálculos."

```

```

5070 PRINT
5080 PRINT "SI ESTAS DE ACUERDO CON ESA FORMA DE DENOMINAR A LOS
FICHEROS PULSA ""ENTER""
5090 PRINT "EN CASO CONTRARIO, PULSA ""N"" Y ""ENTER""
5100 INPUT Resp12$
5110 IF Resp12$="N" THEN GOTO Nombrenuevo
5120 ! INFORMACION SOBRE LA PRUEBA
5130 CLEAR SCREEN
5140 PRINT "VAMOS A PEDIRTE AHORA LAS CARACTERISTICAS DE LA PRUEBA PARA
FORMAR EL NOMBRE"
5150 PRINT "DE LOS FICHEROS"
5160 PRINT
5170 PRINT "¿ TIPO DE MUESTRA?"
5180 INPU Tmu$
5190 PRINT
5200 PRINT "¿ FECHA (DD/MM)?"
5210 INPUT Fecha$
5220 PRINT
5230 PRINT "¿ NUMERO DE PRUEBA?"
5240 INPUT Npru$
5250 Nfic$=Tmu$[1,1]&Fecha$[1,4]&"-"&Npru$[1,2]
5260 IF Ex=1 THEN
5270 Resp14$="s"
5280 GOTO Sigue
5290 END IF
5300 CLEAR SCREEN
5310 PRINT "EL NOMBRE DE LOS FICHEROS SERA:"
5320 PRINT
5330 PRINT Nfic$
5340 PRINT
5350 PRINT "MÁS LA EXTENSION QUE CORRESPONDA EN CADA CASO"
5360 PRINT
5370 PRINT "SI ESTAS CONFORME, PULSA ""ENTER""
5380 PRINT
5390 PRINT "SI NO, PULSA ""N"" Y ""ENTER""
5400 INPUT Resp13$
5410 IF Resp13$="N" THEN GOTO Nombrenuevo
5420 GOTO Sigue3
5430 Nombrenuevo: !
5440 CLEAR SCREEN
5450 PRINT "SI QUIERES QUE TODOS LOS TIPOS DE FICHEROS LLEVEN EL MISMO
NOMBRE"
5460 PRINT "Y DIFERENTE EXTENSION, INDICA EL NOMBRE"
5470 PRINT "(SI NO DESEAS ESTA OPCION, SINO QUE PREFIERES NOMBRES
DIFERENTES"
5480 PRINT "PARA CADA TIPO DE FICHERO, INTRODUCES ""N"")"
5490 INPUT Resp14$
5500 IF Resp14$="N" THEN GOTO Sigue3
5510 Nfic$=Resp14$[1,8]
5520 Sigue3: !
5530 !
5540 ! VI.3 OPCIONES DE GRABACIÓN
5550 !
5560 CLEAR SCREEN
5570 IF Ex=1 THEN
5580 GOSUB Grabatimes
5590 GOSUB Grabavolts

```

```
5600 GOSUB Grabaparas
5610 GOSUB Grabainfos
5620 GOSUB Grabacalcs
5630 GOTO Sigue8
5640 END IF
5650 PRINT "SELECCIONA AHORA QUE QUIERES GRABAR."
5660 PRINT
5670 PRINT "¿Quieres grabar los datos de tiempos (S/N)?"
5680 INPUT Resp15$
5690 SELECT Resp15$
5700 CASE "S"
5710     GOSUB Grabatimes
5720     GOTO Sigue4
5730 CASE "N"
5740     GOTO Sigue4
5750 CASE ELSE
5760     PRINT "RESPUESTA NO VALIDA"
5770     GOTO 5670
5780 END SELECT
5790 Sigue4: !
5800 CLEAR SCREEN
5810 PRINT "¿Quieres grabar los datos de voltajes (S/N)?"
5820 INPUT Resp16$
5830 SELECT Resp16$
5840 CASE "S"
5850     GOSUB Grabavolt
5860     GOTO Sigue5
5870 CASE "N"
5880     GOTO Sigue5
5890 CASE ELSE
5900     PRINT "RESPUESTA NO VALIDA"
5910     GOTO 5810
5920 END SELECT
5930 Sigue5: !
5940 CLEAR SCREEN
5950 PRINT "¿Quieres grabar los parámetros físicos de la prueba (S/N)?"
5960 INPUT Resp17$
5970 SELECT Resp17$
5980 CASE "S"
5990     GOSUB Grabapara
6000     GOTO Sigue6
6010 CASE "N"
6020     GOTO Sigue6
6030 CASE ELSE
6040     PRINT "RESPUESTA NO VALIDA"
6050     GOTO 5950
6060 END SELECT
6070 Sigue6: !
6080 CLEAR SCREEN
6090 PRINT "¿Quieres grabar información general sobre la prueba (S/N)?"
6100 INPUT Resp18$
6110 SELECT Resp18$
6120 CASE "S"
6130     GOSUB Grabainfo
6140     GOTO Sigue7
6150 CASE "N"
6160     GOTO Sigue7
6170 CASE ELSE
```

```

6180          PRINT "RESPUESTA NO VALIDA"
6190          GOTO 6090
6200 END SELECT
6210 Sigue7: !
6220 CLEAR SCREEN
6230 IF Resp7$="N" THEN GOTO Sigue8
6240 PRINT "¿Quieres grabar los resultados de los cálculos?"
6250 INPUT Resp19$
6260 SELECT Resp19$
6270   CASE "S"
6280       GOSUB Grabacalc
6290       GOTO Sigue8
6300   CASE "N"
6310       GOTO Sigue8
6320   CASE ELSE
6330       PRINT "RESPUESTA NO VALIDA"
6340       GOTO 6240
6350 END SELECT
6360 Sigue8: RETURN
6370 !
6380 ! VI.4 GRABACION DE TIEMPOS
6390 !
6400 Grabatimes: !
6410 CLEAR SCREEN
6420 IF Resp14$="N" THEN
6430   PRINT "¿Nombre del fichero para los tiempos?"
6440   INPUT Fictim1$
6450   PRINT "¿Extensión?"
6460   INPUT Exttim$
6470   Fictim$=Fictim1$[1,8]& "."&Exttim$[1,3]
6480   GOTO 6520
6490 END IF
6500 Fictim$=Nfic$& ".TIM"
6510 IF Ex=1 THEN GOTO Graba
6520 PRINT "El fichero para grabar los tiempos es:"
6530 PRINT
6540 PRINT Ndir$;"\";Fictim$
6550 PRINT
6560 PRINT "Si estás conforme, pulsa ""ENTER"" para empezar a grabar en él."
6570 PRINT "Si no, pulsa ""N"" y ""ENTER"""
6580 INPUT Resp20$
6590 SELECT Resp20$
6600   CASE "N"
6610       GOTO 6430
6620   CASE ELSE
6630       GOTO Graba
6640 END SELECT
6650 Graba: !
6660 DIM T$(1200)[15]
6670 PRINT
6680 PRINT "GRABANDO"
6690 ON ERROR GOTO Defensa1
6700 CREATE Fictim$,1
6710 Defensa1: OFF ERROR
6720 ASSIGN @Tiempos TO Fictim$
6730 FOR I=1 TO Length
6740   T$(I)=VAL$(Tt(I))&CHR$(10)&CHR$(13)
6750   OUTPUT @Tiempos;T$(I)

```

```

6760 NEXT I
6770 ASSIGN @Tiempos TO *
6780 RETURN
6790 !
6800 ! VI.5 GRABACIÓN DE VOLTAJES
6810 !
6820 Grabavolt: !
6830 CLEAR SCREEN
6840 IF Resp14$="N" THEN
6850 PRINT "¿Nombre del fichero para voltajes?"
6860 INPUT Ficvol1$
6870 PRINT "¿Extensión del fichero para voltajes?"
6880 INPUT Extvol$
6890 Ficvol$=Ficvol1$[1,8]&Extvol$[1,3]
6900 GOTO 6940
6910 END IF
6920 Ficvol$=Nfic$&".DAT"
6930 IF Ex=1 THEN GOTO 7020
6940 PRINT "El nombre del fichero para voltajes es:"
6950 PRINT
6960 PRINT Ndir$;"\";Ficvol$
6970 PRINT
6980 PRINT "Si estás conforme, pulsa ""ENTER"" para empezar a grabar"
6990 PRINT "Si no, pulsa ""N"" y ""ENTER"""
7000 INPUT Resp21$
7010 IF Resp21$="n" THEN GOTO 6850
7020 DIM V$(1200)[20]
7030 PRINT
7040 PRINT "GRABANDO"
7050 ON ERROR GOTO Defensa2
7060 CREATE Ficvol$,1
7070 Defensa2: OFF ERROR
7080 ASSIGN @Voltajes TO Ficvol$
7090 FOR I=1 TO Length
7100 V$(I)=VAL$(Vv(I))&CHR$(10)&CHR$(13)"
7110 OUTPUT @Voltajes;V$(I)
7120 NEXT I
7130 ASSIGN @Voltajes TO *
7140 RETURN
7150 !
7160 ! VI.6 GRABACIÓN DE PARÁMETROS
7170 !
7180 Grabapara: !
7190 CLEAR SCREEN
7200 IF Ex=1 THEN GOTO 7340
7210 PRINT "Los parámetros físicos que se van a grabar son:"
7220 PRINT ""*número de puntos digitalizados"
7230 PRINT ""*distancia array-muestra"
7240 PRINT ""*ángulo de incidencia"
7250 PRINT ""*índice de refracción de la muestra"
7260 PRINT "Algunos programas de MCAD que parten de los datos obtenidos"
7270 PRINT "con éste, necesitan estos parámetros."
7280 PRINT
7290 PRINT "Si no te interesan estos parámetros, pulsa ""N"" y ""ENTER""."
7300 PRINT "Si te interesan, te preguntaremos ahora sus valores para grabarlos"
7310 INPUT Resp22$
7320 IF Resp22$="N" THEN RETURN
7330 CLEAR SCREEN

```

```

7340 GOSUB Param
7350 CLEAR SCREEN
7360 IF Resp14$="N" THEN
7370 PRINT "¿Nombre del fichero para parámetros?"
7380 INPUT Ficpar1$
7390 PRINT "¿Extensión del fichero para parámetros?"
7400 INPUT Extpar$
7410 Ficpar$=Ficpar1$[1,8]&Extpar$[1,3]
7420 GOTO 7460
7430 END IF
7440 Ficpar$=Nfic$&".PMT"
7450 IF Ex=1 THEN GOTO 7540
7460 PRINT "El nombre del fichero para guardar los parámetros es:"
7470 PRINT
7480 PRINT Ndir$;"\";Ficpar$
7490 PRINT
7500 PRINT "Si estás conforme con él, pulsa ""ENTER"" para empezar a grabar."
7510 PRINT "Si no, pulsa ""N"" y ""ENTER"""
7520 INPUT Resp23$
7530 IF Resp23$="N" THEN GOTO 7370
7540 PRINT
7550 PRINT "GRABANDO"
7560 ON ERROR GOTO Defensa3
7570 CREATE Ficpar$,1
7580 Defensa3: OFF ERROR
7590 ASSIGN @Parametros TO Ficpar$
7600 FOR K=1 TO 4
7610 OUTPUT @Parametros;Para$(K)&CHR$(10)&CHR$(13)
7620 NEXT K
7630 ASSIGN @Parametros TO *
7640 RETURN
7650 !
7660 ! VI.7 GRABACION DE INFORMACIÓN SOBRE LA PRUEBA
7670 !
7680 Grabainfo: !
7690 CLEAR SCREEN
7700 IF Ex=1 THEN
7710 Resp15$="S"
7720 Resp16$="S"
7730 Resp17$="S"
7740 GOTO 7960
7750 END IF
7760 PRINT "Este programa permite la grabación de alguna información sobre la prueba"
7770 PRINT "que consiste en:"
7780 PRINT ""tipo de muestra"
7790 PRINT ""fecha"
7800 PRINT ""número de la prueba"
7810 PRINT ""número de puntos digitalizados"
7820 PRINT ""distancia array-muestra"
7830 PRINT ""ángulo de incidencia"
7840 PRINT ""índice de refracción de la muestra"
7850 PRINT ""nombre de los ficheros en que están guardados los datos"
7860 PRINT ""otra información que desees incluir"
7870 PRINT
7880 IF Resp14$="N" THEN
7890 PRINT "¿Nombre del fichero para guardar esa información?"
7900 INPUT Ficinf1$

```

```

7910 PRINT "¿Extensión del fichero para guardar esa información?"
7920 INPUT Extinf$
7930 Ficinf$=Fininf1$[1,8]&Extinf$[1,3]
7940 GOTO 7980
7950 END IF
7960 Ficinf$=Nfic$&".INF"
7970 IF Ex=1 THEN GOTO 8060
7980 PRINT "El nombre del fichero para grabar esa información es:"
7990 PRINT
8000 PRINT Ndir$;"\";Ficinf$
8010 PRINT
8020 PRINT "Si estás conforme, pulsa ""ENTER"" para empezar a grabar"
8030 PRINT "Si no, pulsa ""N"" y ""ENTER"""
8040 INPUT Resp24$
8050 IF Resp24$="N" THEN GOTO 7890
8060 ON ERROR GOTO Defensa4
8070 CREATE Ficinf$,1
8080 Defensa4: OFF ERROR
8090 ASSIGN @Info TO Ficinf$
8100 DIM Inf$(15){100}
8110 Inf$(1)="TIPO DE MUESTRA: "&Tmu$
8120 Inf$(2)="FECHA: "&Fecha$
8130 Inf$(3)="NÚMERO DE PRUEBA: "&Npru$&
8140 IF Resp17$="N" THEN GOSUB Param
8150 Inf$(4)="NÚMERO DE PUNTOS DIGITALIZADOS: "&Puntos$
8160 Inf$(5)="DISTANCIA ARRAY MUESTRA: "&Dist$
8170 Inf$(6)="ÁNGULO DE INCIDENCIA: "&Inci$
8180 Inf$(7)="ÍNDICE DE REFRACCIÓN DE LA MUESTRA: "&Indref$
8190 IF Resp15$="N" THEN
8200 Inf$(8)="NO SE GRABARON LOS TIEMPOS"
8210 GOTO 8280
8220 END IF
8230 Inf$(8)="FICHERO DE TIEMPOS: "&Ndir$&"\"&Fictim$
8240 IF Resp16$="N" THEN
8250 Inf$(9)="NO SE GRABARON LOS VOLTAJES"
8260 GOTO 8290
8270 END IF
8280 Inf$(9)="FICHERO DE VOLTAJES: "&Ndir$&"\"&Ficvol$
8290 Inf$(10)=""
8300 CLEAR SCREEN8
8310 PRINT "La información a grabar es:"
8320 PRINT
8330 FOR K=1 TO 9
8340 PRINT Inf$(K)&CHR$(10)&CHR$(13)
8350 NEXT K
8360 PRINT
8370 PRINT
8380 PRINT "¿DESEAS INCLUIR ALGUNA INFORMACION ADICIONAL (S/N)?"
8390 INPUT Resp25$
8400 SELECT Resp25$
8410 CASE "S"
8420 PRINT
8430 PRINT "ESCRIBELA"
8440 INPUT Inf$(11)
8450 Lim=11
8460 GOTO Grabagraba
8470 CASE "N"
8480 Lim=10

```

```

8490          GOTO Grabagraba
8500  CASE ELSE
8510          PRINT "RESPUESTA NO VALIDA"
8520  GOTO 8380
8530  END SELECT
8540 Grabagraba: !
8550 PRINT "GRABANDO"
8560 FOR K=1 TO Lim
8570  OUTPUT @Info;Inf$(K)&CHR$(10)&CHR$(13)
8580 NEXT K
8590 ASSIGN @Info TO *
8600 CLEAR SCREEN
8610 PRINT "¿DESEAS IMPRIMIR LA INFORMACION QUE ACABAS DE GRABAR (S/N)?"
8620 INPUT Respp$
8630 SELECT Respp$
8640  CASE "S"
8650          PRINT
8660          PRINT "CUANDO LA IMPRESORA ESTE LISTA, PULSA ""ENTER""
8670          INPUT Respp2$
8680          PRINTER IS 706
8690          GOTO Impr
8700  CASE "N"
8710          GOTO 8850
8720  CASE ELSE
8730          PRINT "RESPUESTA NO VALIDA"
8740          GOTO 8610
8750 END SELECT
8760 Impr: !
8770 PRINT
8780 PRINT
8790 PRINT "INFORMACIÓN SOBRE LA PRUEBA GRABADA EN EL FICHERO";"C:";
Ndir$;"\";Ficinf$
8800 PRINT
8810 FOR K=1 TO 11
8820  PRINT Inf$(K)
8830 NEXT K
8840 PRINTER IS CRT
8850 RETURN
8860 !
8870 ! VI.8 SUBROUTINA DE ADQUISICIÓN DE PARAMETROS FÍSICOS
8880 !
8890 Param: !
8900 CLEAR SCREEN
8910 PRINT "PARÁMETROS DE LA PRUEBA:"
8920 PRINT
8930 PRINT "¿NÚMERO DE PUNTOS DIGITALIZADOS?"
8940 INPUT Puntos1$
8950 Para$(1)=Puntos1$
8960 Puntos$=Puntos1$
8970 PRINT
8980 PRINT "¿DISTANCIA ARRAY-MUESTRA (cm)?"
8990 INPUT Dist1$
9000 Para$(2)=VAL$(VAL$(Dist1$)/100)
9010 Dist$=Dist1$&" cm"
9020 PRINT
9030 PRINT "¿ÁNGULO DE INCIDENCIA (GRADOS)?"
9040 INPUT Inci1$
9050 Para$(3)=VAL$(VAL$(Inci1$)*PI/180)

```

```

9060 Inci$=Inci1$&" grados"
9070 PRINT
9080 PRINT "¿ÍNDICE DE REFRACCIÓN DE LA MUESTRA?"
9090 INPUT Indref$
9100 Para$(4)=Indref$
9110 RETURN
9120 !
9130 ! VI.9 GRABACIÓN DE RESULTADOS DE CÁLCULOS
9140 !
9150 Grabacalc: !
9160 CLEAR SCREEN
9170 IF Ex=1 THEN GOTO 9380
9180 PRINT "Los resultados de los cálculos se graban en dos ficheros:"
9190 PRINT "'El de extensión de defecto' ".RCA"' incluye:"
9200 PRINT "   el periodo promedio"
9210 PRINT "   la desviación en el promedio"
9220 PRINT "'El de extensión de defecto' ".RCS"' incluye las abscisas"
9230 PRINT "de los máximos de la señal"
9240 PRINT
9250 PRINT "Para que este segundo fichero sea útil, lo lógico es tener"
9260 PRINT "grabados anteriormente los tiempos y los voltajes"
9270 PRINT
9280 PRINT "CUANDO ESTÉS LISTO PARA CONTINUAR PULSA ""ENTER"""
9290 INPUT Resp26$
9300 CLEAR SCREEN
9310 IF Resp14$="N" THEN
9320 PRINT "¿NOMBRE DE LOS FICHEROS PARA LOS RESULTADOS DE LOS
CÁLCULOS?"
9330 PRINT "(AMBOS FICHEROS SE LLAMARAN IGUAL Y LAS EXTENSIONES SERAN
LAS DE DEFECTO)"
9340 INPUT Ficles1$
9350 Ficles$=Ficles1$[1,8]
9360 GOTO 9390
9370 END IF
9380 Ficles$=Nfic$
9390 Ficper$=Ficles$&".RCA"
9400 Ficmax$=Ficles$&".RCS"
9410 IF Ex=1 THEN GOTO 9520
9420 CLEAR SCREEN
9430 PRINT "Los nombres de los ficheros para guardar los resultados de los cálculos son:"
9440 PRINT
9450 PRINT "*periodo y desviación: ";Ndir$&"\ "&Ficper$
9460 PRINT "*máximos: ";Ndir$&"\ "&Ficmax$
9470 PRINT
9480 PRINT "Si estás conforme, pulsa ""ENTER"" para empezar a grabar."
9490 PRINT "Si no, pulsa ""N"" y ""ENTER"""
9500 INPUT Resp27$
9510 IF Resp27$="N" THEN GOTO 9320
9520 PRINT
9530 PRINT "GRABANDO"
9540 ON ERROR GOTO Defensa5
9550 CREATE Ficper$,1
9560 Defensa5: OFF ERROR
9570 ON ERROR GOTO Defensa6
9580 CREATE Ficmax$,1
9590 Defensa6: OFF ERROR
9600 ASSIGN @Periodo TO Ficper$
9610 ASSIGN @Maximos TO Ficmax$

```

```

9620 Peri$=VAL$(Promdif)&CHR$(10)&CHR$(13)
9630 Rmss$=VAL$(Rms)&CHR$(10)&CHR$(13)
9640 OUTPUT @Periodo;Peri$
9650 OUTPUT @Periodo;Rmss$
9660 DIM M$(30)[20]
9670 FOR J=1 TO Punt;
9680   M$(J)=VAL$(M(J))&CHR$(10)&CHR$(13)
9690   OUTPUT @Maximos;M$(J)
9700 NEXT J
9710 ASSIGN @Periodo TO *
9720 ASSIGN @Maximos TO *
9730 RETURN
9740 !
9750 !
9760 ! *****
9770 ! VII. REPRESENTACIÓN GRÁFICA
9780 ! *****
9790 !
9800 !
9810 Representacion: !
9820 GINIT
9830 CLEAR SCREEN
9840 PRINT "REPRESENTACIÓN GRÁFICA:"
9850 PRINT
9860 PRINT "PULSA F9 PARA ELIMINAR LAS OPCIONES QUE APARECEN EN LA
PANTALLA"
9870 PRINT
9880 PRINT ";SALIDA POR PANTALLA (P) O IMPRESORA (I)?"
9890 PRINT "(LA GRAFICA PERMANECERÁ EN PANTALLA 10 SEGS)"
9900 INPUT Resp29$A
9910 IF Resp29$<>"I" AND Resp29$<>"P" THEN
9920   PRINT "RESPUESTA NO VALIDA"
9930   GOTO 9880
9940 END IF
9950 CLEAR SCREEN
9960 IF Resp6$="N" THEN
9970   Amax=0
9980   Amin=Vv(1)
9990   FOR I=1 TO Length
10000     IF Vv(I)>Amax THEN Amax=Vv(I)
10010     IF Vv(I)<Amin THEN Amin=Vv(I)
10020   NEXT I
10030 END IF
10040 WINDOW Tt(1),Tt(Length),Amin-.1,Amax+.5
10050 FRAME
10060 FOR I=1 TO Length
10070   PLOT Tt(I),Vv(I)
10080 NEXT I
10090 WAIT 10
10100 IF Resp29$="I" THEN
10110   DUMP DEVICE IS 706
10120   DUMP GRAPHICS
10130   PRINTER IS CRT
10140 END IF
10150 RETURN
10160 !
10170 !
10180 ! *****

```

```

10190 ! VIII. FINAL
10200 ! *****
10210 !
10220 !
10230 Final: !
10240 MASS STORAGE IS "AGUS\DSP"
10250 END

```

## PROG.2

```

10 !
20 ! PROGRAMA DE MEDIDA RAPIDA
30 !
40 ! 1. INICIALIZACION DEL SISTEMA
50 !
60 CLEAR SCREEN
70 CLEAR 707
80 OUTPUT 707;"EOI ON"
90 DIM Preamb(1:10)
91 DIM Preamble$(200)
100 OUTPUT 707;"SYSTEM:HEADER OFF"
110 OUTPUT 707;"ACQUIRE:TYPE NORMAL"
120 OUTPUT 707;"ACQUIRE:COMPLETE 100"
130 OUTPUT 707;"ACQUIRE:POINTS 512"
140 OUTPUT 707;"WAVEFORM:SOURCE CHANNEL1"
150 OUTPUT 707;"WAVEFORM:FORMAT WORD"
160 !
170 ! 2. ADQUISICION
180 !
190 OUTPUT 707;"DIGITIZE CHANNEL1"
200 OUTPUT 707;"WAVEFORM:PREAMBLE?"
210 ENTER 707;Preamb(*)
211 OUTPUT 707;"WAVEFORM:PREAMBLE?"
212 OUTPUT 707 USING "-K";Preamble$
220 OUTPUT 707;"WAVEFORM:DATA?"
230 ENTER 707 USING "#,2A,8D";Header$,Bytes
240 Length=Bytes/2
250 ALLOCATE INTEGER Waveform(1:Length)
260 ALLOCATE REAL V(1:Length)
270 ALLOCATE REAL T(1:Length)
280 ENTER 707 USING "#,W";Waveform(*)
290 ENTER 707 USING "-K,B";End$
300 FOR I=1 TO Length
310   V(I)=(Waveform(I)-Preamb(10))*Preamb(8)+Preamb(9)
320   T(I)=(I-Preamb(7))*Preamb(5)+Preamb(6)
330 NEXT I
340 !
350 ! 3. RE-ESCALADO DE DATOS
360 !
370 Vprom=SUM(V)/Length
380 ALLOCATE REAL Vr(1:Length)
390 FOR I=1 TO Length
400   Vr(I)=V(I)-Vprom
410 NEXT I
420 !

```

```

430 ! 4. CALCULO DE MAXIMOS RELATIVOS
440 !
450 Vrmin=0
460 Discr=2
470 Punt=0
480 DIM Im(30)
490 FOR I=2 TO Length
500   IF Vr(I)=0 THEN Vr(I)=.00001*SGN(Vr(I-1))
510   IF SGN(Vr(I))<>SGN(Vr(I-1)) THEN GOSUB Anota
520   IF I=Length THEN GOSUB Anota
530   IF Vr(I)<Vrmin THEN
540       Vrmin=Vr(I)
550       Imax=I
560   END IF
570 NEXT I
580 GOTO Diferencias
590 Anota: !
600 IF SGN(Vr(I-1))=1 THEN RETURN
610 IF ABS(Vrmin)<ABS(MIN(Vr(*)))/Discr THEN RETURN
620 Punt=Punt+1
630 Im(Punt)=Imax
640 Vrmin=0
650 RETURN
660 !
670 ! 5. CALCULO DEL PERIODO
680 !
690 Diferencias: !
700 DIM Dif(30),Diff(30)
710 FOR J=2 TO Punt
720   Dif(J)=Im(J)-Im(J-1)
730   Diff(J)=T(Im(J))-T(Im(J-1))
740 NEXT J
750 Promdif=SUM(Dif)/(Punt-1)
760 Periodo=SUM(Diff)/(Punt-1)
761 !
762 ! 6.CALCULO DEL ESPESOR
763 !
764 ! FALTARIA INTRODUCIR EL VALOR DE LA CONSTANTE, QUE DEPENDE DE LOS
765 ! PARAMETROS DE LA PRUEBA (QUE SON INTRODUCIDOS ANTES DE LA MISMA)
767 ! Espesor=Cte/Periodo
770 !
780 ! 6. IMPRESION DE RESULTADOS
790 !
800 PRINTER IS 706
820 FOR J=1 TO Punt
821   DIM Ima1$(30)
830   Ima1$="3D,6D.3D,3D.4D,4D.4D,5D,5D"
840   PRINT USING Ima1$;Im(J),T(Im(J))*1.E+6,Vr(Im(J)),V(Im(J)),Dif(J),Dif(J)-Promdif
850 NEXT J
860 PRINT
861 PRINT USING "-K,5D.3D,K";"DIFERENCIA PROMEDIO=",Promdif," PIXELS"
870 PRINT USING "-K,5D.3D,K";"Periodo=",Periodo*1.E+6," microsegs."
871 PRINT USING "-K,5D.6D,K";"Periodo espacial=",Periodo*164.28571*1000," mm"
880 PRINT USING "-K,4D.3D,K";"Espesor",Espesor*1.E+6,"micras"
1030 END

```