



UNIVERSIDAD COMPLUTENSE

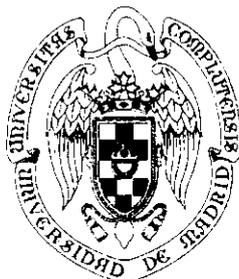


5314278611

71 1996 7

UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID

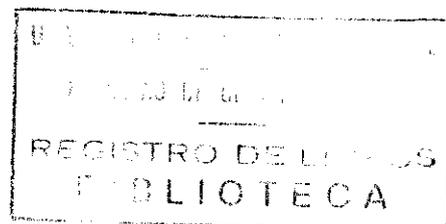
Facultad de Ciencias Físicas



# Métodos numéricos aplicados al estudio de paredes de dominios en materiales ferromagnéticos

por

**Marco César Maicas Ramos**



N.º REGISTRO 22465

Memoria presentada para optar al grado de Doctor en Ciencias Físicas  
dirigida por la **Dra. Dña. Eloísa López Pérez**  
y el **Dr. D. Claudio Aroca Hernández-Ros**

Madrid, Noviembre de 1996

*... a papá y mamá*

*“La configuración particular de mínima energía obtenida es dependiente de la ingenuidad del teórico que la obtuvo; es de esperar que un teórico más ingenioso pueda encontrar otra con aún menos energía.”*

W.F. Brown, 1962

# Agradecimientos

Con estas líneas quiero expresar mi agradecimiento a todas aquellas personas que, de un modo u otro, han contribuido a la realización de este trabajo.

A Amador y José por su ánimo y apoyo. Ellos son, en cierto modo, son un poco culpables de que llegara a meterme en este lío.

A Pedro Sánchez por sus enseñanzas, su ánimo y su confianza al haber cometido la osadía de hacerme caso cuando llamé por primera vez a su puerta.

A M. Carmen Sánchez porque junto con el resto del grupo confió desde el primer momento en que este trabajo pudiera llegar a buen término.

A todos cuantos trabajan, han trabajado o han estado de algún modo vinculados al grupo. A Carlos, Alfonso, Manuel Alcalá, Cristina y Fernando. A Manolo, compañero inseparable de tesis y congresos, y a José (“coleta”) a quien, entre muchas cosas, debo su ayuda en la obtención de las muestras y fotografías de paredes en las bicapas.

A todos mis compañeros de Alcatel por su ánimo, interés y paciencia. A Charlie por haber sido mi soporte con los “peces”. A Paco por su ayuda con la  $\mu$ station. A mucha otra gente y a ALCATEL S.E.S.A., en general, por haberme dejado utilizar su infraestructura informática para la realización de gran parte de este trabajo. A todos aquellos que no ya en lo científico, sino en lo humano, me han apoyado a lo largo de todos estos años, entre los que estan Charo, Adolfo, Luis, Ana y, por supuesto, María.

A Raúl, por sus enseñanzas, su apoyo, ánimo, ayuda, soporte, ...

A mis directores de tesis Eloísa y Claudio por sus enseñanzas, confianza, dedicación y apoyo tanto en lo científico como en lo humano. Sin ellos habría sido imposible la realización de esta memoria.

Por último a mis padres, a Ruht, Igrey, Héctor y, en general, a mi familia por su ánimo, apoyo y paciencia durante todos estos años.

# Indice

<b>1 Modelos de paredes de dominios ferromagnéticos. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1 Energía de la pared . . . . .	2
1.2 Casos con solución analítica . . . . .	4
1.3 Método de Ritz . . . . .	7
1.4 Método de LaBonte . . . . .	7
1.5 Mejoras al método de LaBonte . . . . .	9
1.5.1 Mallados adaptables . . . . .	9
1.5.2 Extensión al caso tridimensional . . . . .	10
1.5.3 Técnicas de aceleración . . . . .	10
1.5.4 Formulación en términos de polos de volumen . . . . .	14
1.6 Análisis de fiabilidad. Parámetro de autoconsistencia . . . . .	14
Bibliografía . . . . .	17
<b>2 Modelo numérico de mallado variable tipo LaBonte</b>	<b>21</b>
2.1 Modelo Bidimensional . . . . .	23
2.1.1 Energía de canje . . . . .	25
2.1.2 Energía de anisotropía . . . . .	28
2.1.3 Energía magnetostática . . . . .	28
2.1.4 Energía magnetostática de interacción . . . . .	30
2.1.5 Autoenergía magnetostática . . . . .	37
2.1.6 Campo debido al canje . . . . .	38
2.1.7 Campo debido a la anisotropía . . . . .	40
2.1.8 Campo debido a la autoenergía magnetostática . . . . .	41
2.1.9 Campo debido a la energía magnetostática de interacción . . . . .	42
2.1.10 Algoritmo de minimización . . . . .	43
2.2 Modelo Tridimensional . . . . .	46
2.2.1 Energía magnetostática de interacción . . . . .	46
2.2.2 Autoenergía magnetostática . . . . .	52
2.2.3 Campo debido a la energía magnetostática de interacción . . . . .	53
2.2.4 Campo debido a la autoenergía magnetostática . . . . .	53
Bibliografía . . . . .	55

<b>3</b>	<b>Interacción de paredes de Bloch con planos de anisotropía variable</b>	<b>57</b>
3.1	Introducción . . . . .	57
3.2	Modelo Unidimensional . . . . .	59
3.3	Estructura de la pared . . . . .	62
3.4	Interacción con zonas de diferente anisotropía . . . . .	64
3.4.1	Variación abrupta en la anisotropía . . . . .	64
3.4.2	Modulación lineal de anisotropía . . . . .	66
3.4.3	Pulso de anisotropía . . . . .	68
3.5	Interacción con un I.H.A. . . . .	70
3.6	Pérdidas . . . . .	74
3.7	Conclusiones . . . . .	80
	Bibliografía . . . . .	82
<b>4</b>	<b>Estructura de paredes de Bloch bidimensionales en materiales amorfos ferromagnéticos</b>	<b>85</b>
4.1	Introducción . . . . .	85
4.2	Estructuras monovórtice y de doble vórtice . . . . .	88
4.3	Paredes de Bloch en materiales de poco espesor . . . . .	90
4.4	Paredes de Bloch en materiales de gran espesor . . . . .	99
4.5	Estabilidad de las estructuras “C” y “S” en materiales cristalinos . . . . .	107
4.6	Estudio por técnica Bitter de la asimetría de las paredes Bloch en las proximidades de la superficie . . . . .	108
4.7	Conclusiones . . . . .	113
	Bibliografía . . . . .	115
<b>5</b>	<b>Estructuras tridimensionales. Paredes de Cross-tie</b>	<b>117</b>
5.1	Introducción . . . . .	117
5.2	Modelo . . . . .	120
5.3	Paredes Néel laterales . . . . .	129
5.4	Estructura de un cambio de quiralidad aislado en una pared de Néel . . . . .	132
5.5	Estructura periódica . . . . .	134
5.6	Líneas de Bloch . . . . .	142
5.7	Conclusiones . . . . .	147
	Bibliografía . . . . .	148
<b>6</b>	<b>Acoplamiento magnetostático de paredes en bicapas</b>	<b>151</b>
6.1	Introducción . . . . .	151
6.2	Estructura de paredes no acopladas . . . . .	154
6.3	Estructura de paredes acopladas . . . . .	162
6.4	Observación de paredes en bicapas por técnica Bitter . . . . .	164
6.5	Conclusiones . . . . .	168

Bibliografía . . . . .	170
<b>7 Conclusiones generales</b>	<b>173</b>



# Capítulo 1

## Modelos de paredes de dominios ferromagnéticos. Introducción

Un breve resumen histórico sobre la aparición de los conceptos de “dominio magnético” y “pared magnética” nos lleva a comienzos de siglo. La existencia de una estructura de dominios en un material ferromagnético fue sugerida por primera vez por *P. Weiss* en 1907 [1]. Introduciendo la idea de la existencia de un campo que tiende a alinear paralelamente los momentos magnéticos del material, “campo molecular”, *Weiss* sugirió que la imanación en un material ferromagnético se organizaba en pequeñas regiones en las que la imanación se orientaba en una dirección única. A estas pequeñas regiones las denominó “dominios magnéticos”.

Este concepto de “dominio magnético” tuvo su primera evidencia experimental en 1919 por *Barkhausen* [2]. Su experimento consistió en amplificar el voltaje inducido en un secundario bobinado en torno a una muestra ferromagnética durante el proceso de imanación de dicha muestra. El ruido característico escuchado al llevar la señal a un altavoz fue atribuido a cambios discontinuos de orientación de la imanación en cada dominio. Posteriormente y, aunque ambos procesos están relacionados con una estructura de dominios, se descubrió que el principal fenómeno causante de los saltos *Barkhausen* lo constituye el desplazamiento de las fronteras de dominio. Los experimentos llevados a cabo por *Sixtus* y *Tonks* en 1931 sobre dominios en hilos de *permalloy* [3] mostraban claramente el cambio de orientación de la imanación por el desplazamiento de dicha frontera de dominio pudiendo, incluso, medir su velocidad de desplazamiento.

La confirmación visual de la existencia de los “dominios magnéticos” se obtuvo a partir de las observaciones de *Bitter* en 1931 [22]. *Bitter* utilizó un polvo magnético muy fino suspendido en un líquido portador extendido sobre la superficie del material a observar. Este polvo se acumulaba en aquellas regiones del material en donde el gradiente del campo magnético era mayor. Dado que las fronteras entre dominios son

las zonas en donde el gradiente del campo es máximo, la acumulación de partículas en dichas fronteras. daba lugar a unas imágenes en las que podían observarse perfectamente los contornos de los dominios.

Más tarde, el desarrollo de la mecánica cuántica dió una explicación física al origen del campo molecular de *Weiss*. *Heisenberg* en 1928 postuló que su origen se debía a unas fuerzas de origen puramente cuántico denominadas “fuerzas de canje”. Teniendo en cuenta estas fuerzas, un estudio teórico llevado a cabo por *Bloch* en 1932 [5] demostró que la transición entre dominios no es abrupta a escala atómica sino que se extiende en un cierto espesor en el que la dirección de los espines cambia de forma gradual de un dominio a otro. A esta zona se la conoce como “pared magnética”.

## 1.1 Energía de la pared

Son varias las fuerzas que ejercen pares sobre los espines de una pared magnética. El estado de equilibrio para una pared se alcanza cuando el par resultante de todas estas fuerzas sobre cada espin es nulo. Aunque trabajar con pares de fuerzas es en ocasiones útil, resulta sin embargo más apropiado considerar el problema en términos de energía.

Por un lado hay que considerar la energía de canje, de origen cuántico, que tiende a mantener alineados los espines de los electrones en los materiales ferromagnéticos. Este término favorece el aumento de la anchura de la pared como resultado de un intento de mantener lo más alineados posible los espines de átomos vecinos. Si la imanación varía en el material como

$$\mathbf{M} = M_s \mathbf{u} = M_s (\alpha \mathbf{i} + \beta \mathbf{j} + \gamma \mathbf{k}) \quad (1.1)$$

donde  $M_s$  es la imanación de saturación,  $\mathbf{u}$  un vector unitario en la dirección de  $\mathbf{M}$  y  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\gamma$  los cosenos directores de la imanación, la energía de canje por unidad de volumen puede expresarse como

$$W_{ex} = A_{ex} [(\nabla\alpha)^2 + (\nabla\beta)^2 + (\nabla\gamma)^2] \quad (1.2)$$

donde  $A_{ex}$  es la constante de canje. Esta expresión tiene en cuenta tan solo la interacción entre vecinos cercanos pero constituye una buena aproximación dado que la interacción de canje decrece muy rápidamente con la distancia.

Otro término a considerar es la anisotropía. Su origen se debe a la existencia de unas direcciones preferentes en el material a lo largo de las cuales la imanación tiende a orientarse con más facilidad. La expresión asociada a la energía de anisotropía depende

de la estructura cristalina del material. Así para materiales que cristalizan en el sistema cúbico la energía de anisotropía por unidad de volumen se puede expresar como

$$W_a = K_1(\alpha^2\beta^2 + \alpha^2\gamma^2 + \beta^2\gamma^2) + K_2(\alpha^2\beta^2\gamma^2) \quad (1.3)$$

donde  $K_1$  y  $K_2$  son las constantes de anisotropía y  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\gamma$  los cosenos directores del vector imanación. Para un cristal hexagonal, donde  $Z$  es el eje hexagonal, la energía de anisotropía vale

$$W_a = K_1(1 - \gamma^2) + K_2(1 - \gamma^2)^2 \quad (1.4)$$

Esta expresión puede aplicarse también al caso de un material con un eje uniaxial de anisotropía si  $K_1 = K$  y  $K_2 = 0$ . Aun existe un término adicional correspondiente a la anisotropía de superficie, aunque este término normalmente no se tiene en cuenta. Por otra parte, los efectos magnetoelásticos, aunque de naturaleza diferente a la anisotropía, pueden tenerse en cuenta con expresiones similares a (1.3) y (1.4).

Otro término es el correspondiente a la energía potencial de un cuerpo imanado en presencia de un campo aplicado  $\mathbf{H}$

$$W_h = -\mathbf{M} \cdot \mathbf{H} \quad (1.5)$$

El último término importante a considerar es el correspondiente a la energía magnetostática. Esta energía es la que posee todo material imanado por estar inmerso en el propio campo que él genera.

$$W_m = -\frac{1}{2}\mathbf{M} \cdot \mathbf{H}_d \quad (1.6)$$

La dificultad en el cálculo de la energía magnetostática se encuentra en la evaluación del campo desimanador  $\mathbf{H}_d$  el cual requiere considerar el efecto de todo el material. En un material por el que no circule ninguna corriente ( $\mathbf{J} = 0$ ) el campo desimanador puede expresarse como gradiente de una función potencial

$$\mathbf{H}_d = -\nabla\phi \quad (1.7)$$

Esta función potencial  $\phi$  satisface la ecuación de *Poisson*  $\nabla^2\phi = 4\pi\nabla \cdot \mathbf{M}$ . Para facilitar la solución a los problemas de potencial, se introducen los conceptos de polos magnéticos de volumen y de superficie

$$\sigma = \mathbf{M} \cdot \mathbf{n} \quad \rho = -\nabla \cdot \mathbf{M} \quad (1.8)$$

donde  $\mathbf{n}$  es un vector unitario normal a la superficie.

## 1.2 Casos con solución analítica

Existen pocos casos en los que se pueda obtener una expresión analítica para la estructura de la pared. En todos ellos, además, es posible obtener tal expresión sólo en función de una serie de aproximaciones.

El caso más sencillo lo constituye una pared de Bloch en un material de gran espesor. En estos materiales, la energía magnetostática puede omitirse al ser muy inferior a la de anisotropía y de canje. Si se considera que la imanación en la pared gira en un plano, las contribuciones de canje y anisotropía dan una energía total a la pared por unidad de superficie

$$w_t = \int_{-\infty}^{\infty} [A_{ex} \left( \frac{d\theta}{dx} \right)^2 + K(\theta)] dx \quad (1.9)$$

donde  $\theta(x)$  representa el ángulo que forman los espines con respecto al eje fácil de anisotropía y  $K(\theta)$  la función que determina la energía de anisotropía. Utilizando cálculo variacional es posible probar que la distribución de espines en el equilibrio se da cuando las dos energías se hacen iguales en cualquier punto de la pared.

$$K(\theta) = A_{ex} \left( \frac{d\theta}{dx} \right)^2 \quad (1.10)$$

$$dx = \left[ \frac{A_{ex}}{K(\theta)} \right]^{\frac{1}{2}} d\theta \quad (1.11)$$

introduciendo la ecuación (1.11) en la expresión (1.9) se obtiene la energía de la pared como

$$w_t = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} 2 [A_{ex} K(\theta)]^{\frac{1}{2}} d\theta \quad (1.12)$$

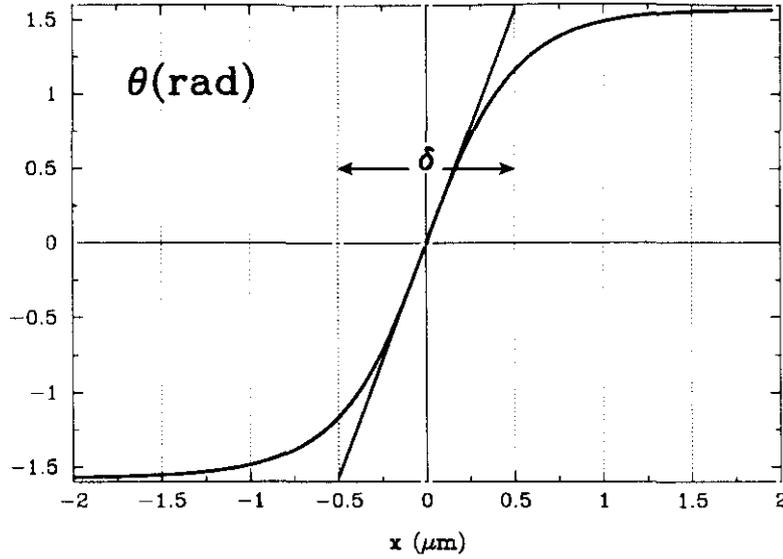
Para el caso especial de una pared  $180^\circ$  y un eje fácil de anisotropía paralelo a la pared,  $K(\theta) = K \cos^2 \theta$  se tiene

$$x = \left[ \frac{A_{ex}}{K} \right]^{\frac{1}{2}} \ln \tan \left( \frac{\theta}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \quad (1.13)$$

o bien

$$\theta(x) = 2 \arctan e^{\sqrt{\frac{K}{A_{ex}}} x} - \frac{\pi}{4} \quad (1.14)$$

siendo  $\theta$  el ángulo de los spines de la pared definido de forma que  $\theta = 0$  para  $x = 0$  y  $\theta = \pm \frac{\pi}{2}$  para  $x = \pm \infty$ .



**Figura 1.1** Estructura de una pared de Bloch clásica para un material con  $A_{ex}=10^{-6}$ erg/cm y  $K=1000$  erg/cm<sup>3</sup>.

Existen varios criterios para definir la anchura de la pared. Uno de los más utilizados consiste en considerar el tamaño de la región sobre la que giraría la imitación si la tasa de variación de la imitación en el centro de la pared se mantuviera a lo largo de toda ella (fig. 1.1). En este caso la anchura sería

$$\delta = \pi \left( \frac{dx}{d\theta} \right)_{x=0} = \pi \left( \frac{A_{ex}}{K} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (1.15)$$

En el caso de materiales de poco espesor la energía magnetostática no puede ser despreciada. Néel [6] fue el primero en demostrar que la interacción magnetostática modifica considerablemente la distribución de la imitación en la pared. En concreto, para espesores suficientemente pequeños, el término magnetostático es el responsable de que la imitación gire en el plano de la muestra. A este tipo de estructura se la denomina pared Néel.

Para el caso anterior, en el que la orientación de los spines de la pared depende tan sólo de la coordenada  $x$ , la energía magnetostática puede calcularse resolviendo directamente la ecuación de Poisson [7, 8]. Si  $b$  es el espesor del material, la energía magnetostática por unidad de superficie viene dada por

$$w_m = 2\pi M_s^2 \int_{-\infty}^{\infty} \alpha^2 dx + \frac{M_s^2}{2b} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} [\beta(x)\beta(x') - \alpha(x)\alpha(x')] F(x, x') dx dx' \quad (1.16)$$

donde

$$F(x, x') = \ln \left[ 1 + \frac{4b^2}{(x - x')^2} \right] \quad (1.17)$$

En algunos casos la ecuación (1.16) se puede simplificar notablemente. Así para  $\alpha = 0$  (pared de Bloch) en una película de espesor infinito y para  $\beta = 0$  (pared Néel) en una película de espesor nulo la energía magnetostática es cero. Del mismo modo para una pared Bloch en una película de espesor nulo  $w_m = 2\pi M_s^2 \int_{-\infty}^{\infty} \beta^2 dx$  y para una pared Néel en una película donde  $b = \infty$  vale  $w_m = 2\pi M_s^2 \int_{-\infty}^{\infty} \alpha^2 dx$ .

Para obtener la configuración de equilibrio hay que establecer las expresiones para la energía total ( $w_{ex} + w_a + w_m$ ). Esto lleva a un par de ecuaciones [7, 8, 9] similares a las de *Brown* excepto por el hecho de que la función potencial ya está evaluada. Estas expresiones sólo tienen solución para los casos especiales mencionados anteriormente.

Para el caso general  $b \neq \infty$  y  $b \neq 0$  existe una aproximación [8]

$$\int_{-a}^a \alpha(x') F(x, x') dx' = 2b\alpha(x) f\left(\frac{a}{b}\right) \quad 2a \rightarrow \text{anchura de la pared} \quad (1.18)$$

que permite resolver las ecuaciones de la pared exactamente. Utilizando esta sustitución se puede probar que las componentes  $x$  e  $y$  del promedio del campo desimanador sobre  $y$  valen

$$\overline{H}_x(x) = -2M_s\alpha f\left(\frac{b}{a}\right), \quad \overline{H}_y(x) = -2M_s\beta f\left(\frac{b}{a}\right) \quad (1.19)$$

A esta aproximación en la que el campo desimanador se puede expresar por medio de una función analítica en vez de una integral se la denomina "aproximación de campo local".

Existen modelos de paredes de Néel [10] en los que el campo desimanador se compone de un término local y otro no local

$$H_d = -4\pi M_s\alpha(x) + \frac{M_s}{b} \int_{-\infty}^{\infty} \alpha(x') F(x, x') dx' \quad (1.20)$$

El coseno director  $\alpha(x)$  se descompone en dos  $\alpha(x) = \alpha_0(x) + \alpha_1(x)$  donde el primer término describe la zona central mientras que el segundo corresponde a las largas colas de la pared. Las distribuciones de imanación obtenidas muestran el carácter logarítmico de las colas de la pared.

Todos los modelos analíticos mencionados anteriormente corresponden al caso unidimensional. La complejidad de las ecuaciones que se derivan requiere la utilización de muchas aproximaciones que hacen que el planteamiento analítico del problema bidimensional sea extremadamente complejo.

## 1.3 Método de Ritz

El método de *Ritz* es un método muy utilizado en la obtención de estructuras de paredes así como valores aproximados para su energía. Este método se basa en la aproximación de la estructura de la pared por una función que contiene una serie de parámetros variables. Esta función permite obtener una expresión para la energía en función de dichos parámetros con lo que una minimización con respecto a ellos lleva a unos valores que, por un lado, definen completamente la estructura de la pared y, por otro, determinan el valor de su energía. Este valor de la energía es tan solo un valor aproximado del valor real, sin embargo constituye un verdadero límite superior para la energía de la pared. El éxito de esta técnica depende, principalmente, de la elección de la función inicial.

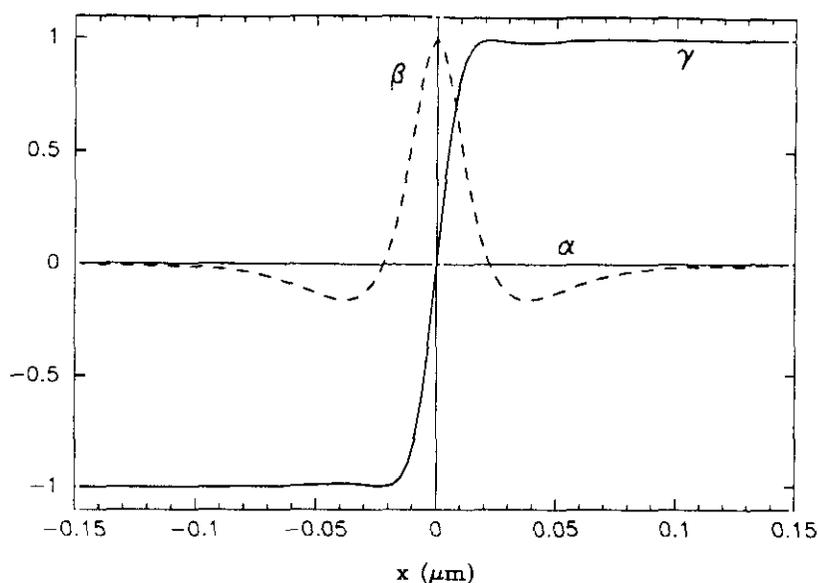
Además de la distribución escogida, la precisión de este tipo de funciones depende del número de parámetros utilizados. Así, modelos con un sólo parámetro [7] son bastante inapropiados especialmente para el caso de paredes de Néel en donde existe dos tipos claramente diferenciados de estructura, el núcleo y las colas.

A partir de aquí se han desarrollado modelos con dos [18], tres [12, 13], y hasta “n” [14, 15] parámetros para el caso unidimensional así como modelos con cuatro [16], ocho [17, 18], etc... parámetros para el caso bidimensional. La aparición de los métodos de cálculo numérico, sin embargo, ha dejado un poco de lado esta técnica al presentar ventajas fundamentales. Con estos métodos la estructura de la pared no está condicionada a una función previa determinada y, por otra parte, la energía de la pared puede evaluarse con una precisión controlada.

## 1.4 Método de LaBonte

En 1965 *Brown y LaBonte* [3] presentaron un método numérico que permite determinar la estructura y energía de una pared  $180^\circ$  unidimensional sin ninguna restricción añadida. El método consiste en dividir el continuo de imanación de la zona en la que se encuentra la pared en una serie de prismas dentro de los cuales la imanación se considera uniforme. Cada prisma se caracteriza por los tres cosenos directores que definen la orientación de la imanación en su interior. A partir de ellos es posible determinar la energía total de la pared. Los términos de canje y anisotropía se pueden calcular con facilidad y el término magnetostático se puede calcular a partir de una serie de coeficientes geométricos cuya evaluación es más o menos compleja, pero que tiene la ventaja de que sólo hay que evaluarlos una vez al comienzo del cálculo.

Partiendo de una configuración inicial de imanación se calcula la distribución de campos efectivos que actúan sobre la imanación en cada celda. A continuación se orienta la imanación en la dirección de dicho campo. Seguidamente se calcula la



**Figura 1.2** Cosenos directores de la imanación para una pared de Bloch obtenida con un modelo de tipo *Brown-LaBonte* unidimensional (ver fig. 2.1). El término correspondiente a la energía magnetostática da lugar a la aparición de unos polos inducidos a ambos lados del centro de la pared en donde se encuentra el polo principal.

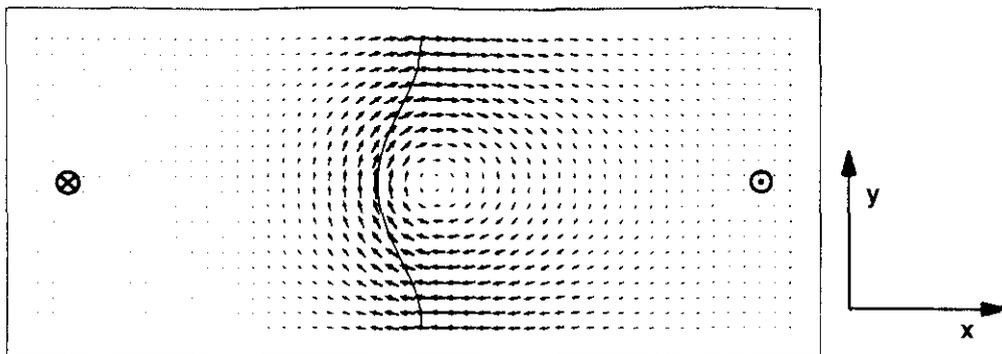
nueva distribución de campos efectivos para la nueva configuración de imanación y así se vuelve a repetir el proceso. Todo esto se hace en sucesivas ocasiones hasta que la máxima diferencia entre las orientaciones del campo y la imanación entre todas las celdas es inferior a un valor dado.<sup>1</sup>

Con esta técnica *Brown y LaBonte* encontraron sólo distribuciones de imanación de tipo Bloch y Néel. Sin embargo, en lo referente a energías de pared, el método era bueno sólo para el caso de paredes de Bloch. Las estructuras de tipo Néel requerían un número de celdas excesivo ya que el tamaño de dichas celdas debe ser pequeño para poder describir con precisión la zona central de la pared. Los valores de energía para las paredes Bloch así obtenidas eran menores que los obtenidos con cualquier otro método previo.

Posteriormente se introdujeron modificaciones a este método para poder utilizar mallados con longitud de prisma variable [9]. Estos mallados se han aplicado al caso de paredes tipo Néel [20] así como para paredes intermedias [21].

LaBonte [10] generalizó el modelo anterior al caso bidimensional obteniendo estructuras como la que se muestra en la figura 1.3. Esta figura corresponde a una pared de Bloch para una muestra de  $1000\text{Å}$  de espesor y revela el carácter asimétrico de la pared con respecto al eje  $x$ . La zona central de la pared deja de encontrarse en un plano como indica la línea continua en la figura 1.3. Debido al cierre interno de la imanación

<sup>1</sup>Una descripción detallada del método *Brown-LaBonte* puede encontrarse en el capítulo dos



**Figura 1.3** Pared de Bloch bidimensional tipo LaBonte.

alrededor de un vórtice, la energía magnetostática es mucho más pequeña que en el modelo unidimensional. En este caso la energía de canje es el término dominante en la energía total de la pared.

Las expresiones para el cálculo de la energía magnetostática son bastante complejas hasta el punto de que la precisión de las variables utilizadas en el ordenador puede resultar insuficiente a la hora de calcular los coeficientes geométricos de interacción. Para solucionar este problema *LaBonte* tuvo que hacer una aproximación de estos coeficientes en un desarrollo en serie de Taylor para deducir unas expresiones en donde la precisión fuera controlable. Estas expresiones pueden encontrarse en su tesis [23] o bien en un trabajo posterior de *Jakubovics* [12].

## 1.5 Mejoras al método de LaBonte

La mayoría de los métodos de cálculo en micromagnetismo están basados en el método de *LaBonte*. Si bien el sistema de minimización de la energía puede ser diferente, el método de cálculo de la energía magnetostática está basado siempre en una misma idea. En la última década, y con los avances que se han dado en materia de ordenadores, el método de *LaBonte* ha cobrado gran interés como herramienta para resolver un gran número de problemas de micromagnetismo. Asimismo, el propio método de cálculo, se ha tratado de mejorar para hacerlo aplicable a un conjunto más amplio de casos.

### 1.5.1 Mallados adaptables

Uno de los problemas que presenta el método original de *LaBonte* es que el mallado en el que se divide la muestra debe estar formado por prismas de base cuadrada. Esto hace que la magnitud del espesor y de la anchura de la pared deban ser del mismo orden. De no ser así, sería necesario un número de celdas grande para describir aquella magnitud que fuera más grande.

Para poder llevar a cabo cálculos sobre estructura y energía de líneas de Néel *Miltat et al.* [25] desarrollaron nuevas expresiones para poder evaluar la energía magnetostática utilizando mallados basados en prismas rectangulares. Las nuevas expresiones contemplan, además, una variante con respecto al método de *LaBonte* en el sentido de que si bien el método de *LaBonte* considera cada prisma como un prisma aislado, *Miltat et al.* consideran las superficies cargadas entre prismas por sí mismas con lo que la distribución de polos en una superficie que separe dos prismas con un estado de imanación parecido sea próxima a cero.

Otro método aplicable a casos en los que se necesiten prismas de longitud diferente en cada coordenada lo constituye el considerar mallados en los que los prismas rectangulares puedan formarse a partir de un número entero de prismas de base cuadrada. Deducir expresiones para los coeficientes de interacción entre prismas rectangulares es, en este caso, más o menos sencillo a partir de las expresiones para los coeficientes de interacción entre prismas de base cuadrada. Esta técnica ha sido aplicada con éxito al estudio de estructuras de paredes de Bloch en las proximidades de la superficie en materiales en los que el espesor es mucho más grande que la anchura de la pared [9, 10, 1].

### 1.5.2 Extensión al caso tridimensional

La extensión del método de *LaBonte* al caso tridimensional es inmediata en lo que respecta al canje y la anisotropía pero no lo es así para la energía magnetostática. El cálculo de ésta última pasa por la deducción de expresiones para los coeficientes de interacción entre prismas de dimensiones finitas en todas direcciones. La deducción de estas expresiones es complicada y se ha realizado hasta ahora tan sólo para el caso de prismas en forma de cubo [11]. Estas expresiones han servido para explicar los procesos de imanación en materiales compuestos de pequeñas partículas ferromagnéticas [8].

Dada la complejidad en el cálculo de estos coeficientes, algunos autores han utilizado con éxito cierto tipo de aproximaciones. Así *Nakatani et al.* [4] han llevado a cabo cálculos sobre paredes de *Cross-tie* utilizando mallados tridimensionales con prismas rectangulares. La deducción de los coeficientes de interacción ha sido realizada bajo la aproximación de considerar uniforme, dentro de cada prisma, el campo desimanador creado por el otro. Los autores obtienen, para el caso de prismas en forma de cubo, un error inferior al 0.17% con respecto a los valores obtenidos con las fórmulas exactas.

### 1.5.3 Técnicas de aceleración

La parte que requiere mayor tiempo de cálculo en cualquier algoritmo en micromagnetismo es la evaluación de la energía magnetostática. El cálculo del campo desimanador para una celda requiere una suma extendida sobre todas las demás celdas.

Es pues necesario, para un mallado de  $N$  celdas, realizar un número de operaciones del orden de  $N^2$ ,  $o(N^2)$ . Las demás contribuciones a la energía necesitan tan solo el estado de imanación de la celda correspondiente y de las celdas vecinas lo que hace que se necesiten  $o(N)$  operaciones por iteración. Por esta razón se ha puesto un mayor énfasis en el desarrollo de técnicas que aceleren los cálculos de la componente magnetostática. De entre las técnicas de aceleración destacan dos, el desarrollo multipolar y la transformada rápida de Fourier (FFT).

### Desarrollo multipolar

Este método comprende dos partes. Por un lado permite calcular los coeficientes de interacción magnetostática de un modo más sencillo y por otra parte reduce el número de operaciones a realizar [11].

El campo desimanador  $H_d$  puede expresarse como

$$H_d = \iiint_V (-\nabla \cdot \mathbf{M}) \mathbf{G} dv + \iint_S \mathbf{M} \cdot \mathbf{n} \mathbf{G} ds \quad (1.21)$$

donde

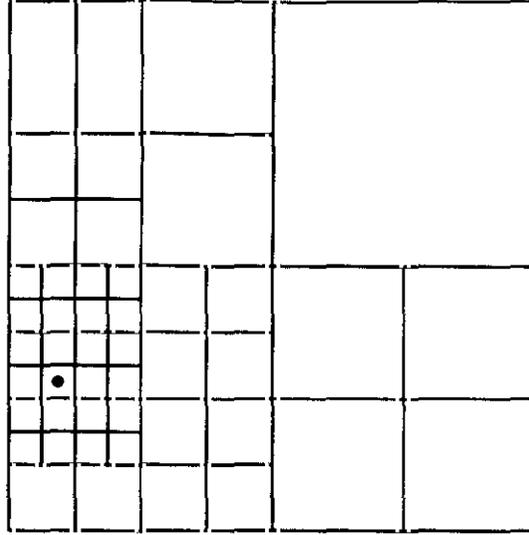
$$\mathbf{G}(x, y, z; a, b, c) = \frac{(x-a)\mathbf{i} + (y-b)\mathbf{j} + (z-c)\mathbf{k}}{[(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2]^{\frac{3}{2}}} \quad (1.22)$$

siendo  $(x, y, z)$  el punto campo y  $(a, b, c)$  el punto fuente. Si se considera que la imanación es constante en el interior de cada celda se tiene  $\nabla \cdot \mathbf{M} = 0$  con lo que el primer término de (1.21) se anula. Por su parte  $\mathbf{M} \cdot \mathbf{n}$  es un término constante y puede sacarse fuera de las integrales. El problema se reduce, por tanto, a evaluar

$$\iint_S \mathbf{G} ds \quad (1.23)$$

El método consiste en hacer un desarrollo en serie de potencias de cada una de las componentes del campo vectorial  $\mathbf{G}$ . La función  $\mathbf{G}$  se hace entonces fácilmente integrable pudiendo controlar la precisión a partir del número de términos que se tomen al hacer el desarrollo.

Por otra parte, la aceleración del cálculo de la energía magnetostática se basa en que, si bien no se puede despreciar el campo desimanador producido por los prismas que se encuentran más alejados, es posible tomar un prisma "ficticio" grande en cuyo interior la imanación sea un promedio de la imanación de los prismas que lo componen. El método parte de una subdivisión de la zona de estudio en un número reducido de prismas de gran tamaño. Cada uno de estos prismas se va subdividiendo en otros más pequeños en función de su tamaño inicial y la distancia que lo separa a la celda sobre



**Figura 1.4** Mallado de  $16 \times 16$  celdas divididas en cajas apropiadas para calcular el campo desimanador  $H_d$  en  $\bullet$  utilizando el criterio  $\frac{h}{R} \leq \frac{1}{3}$  [32].

la que se evalúa el campo desimanador. Se realizan subdivisiones sucesivas hasta que todos los prismas fuente cumplen una determinada condición

$$\frac{h}{R} \leq D, \quad \begin{array}{l} h \equiv (\text{anchura de celda campo}) \\ R \equiv (\text{anchura celda fuente}) \\ D \equiv (\text{coeficiente control mallado}) \end{array} \quad (1.24)$$

Este método lleva a un número de celdas  $o(\log N)$ . En concreto, el número de celdas no excede  $\frac{4}{3}N$ . Por ello el número de operaciones a realizar en total para las  $N$  celdas es de  $o(N \log N)$ , el cual es considerablemente menor que el tradicional  $o(N^2)$  para valores grandes de  $N$ .

La precisión de este método depende del valor escogido para  $D$  así como del número de términos tomados en la expansión multipolar. Cuanto más pequeño sea  $D$  y mayor sea el número de términos en la expansión mayor será la precisión del cálculo [11].

## FFT

Si utilizamos la representación del potencial vector magnético, la energía magnetostática puede escribirse como [7]

$$w_m = K_d \sum_{k,l} \rho_k \Phi_k \quad (1.25)$$

con

$$\Phi_k = \sum_l W_{k,l} \rho_l \quad (1.26)$$

donde  $K_d$  es una constante,  $\rho_k$  es la densidad de polos magnéticos de volumen en la celda  $k$  y  $W_{k,l}$  la energía de interacción entre las celdas  $k$  y  $l$  con una distribución de polos igual a la unidad.

Una de las formas de acelerar el cálculo del potencial magnético consiste en aplicar el algoritmo de la transformada rápida de Fourier (FFT) [7]. Esto es posible ya que los elementos de la matriz  $W_{k,l}$  dependen sólo del vector diferencia entre los centros de los prismas  $k$  y  $l$  si se escoge un mallado con un tamaño de prisma regular. Considerando, por simplicidad, el caso unidimensional la matriz  $W_{k,l}$  puede escribirse como  $W_{k,l} = U_{k-l}$  de modo que

$$\Phi_k = \sum_l U_{k-l} \rho_l \quad (1.27)$$

Esta expresión tiene la forma de un producto discreto de convolución de las funciones  $U$  y  $\rho$ . Por tanto, y de acuerdo con el teorema del producto de convolución, se tiene

$$\tilde{\Phi}_k = \tilde{U}_k \tilde{\rho}_k \quad (1.28)$$

donde “ $\sim$ ” representa la transformada de Fourier discreta de la función correspondiente. Para obtener el potencial magnético  $\Phi_k$  basta con calcular la transformada de Fourier inversa de la expresión anterior. Finalmente, la energía magnetostática se obtiene a partir de la ecuación (1.25).

La ventaja de utilizar este método se encuentra en que la evaluación de la FFT de un conjunto discreto de  $N$  valores requiere  $o(N \log N)$  operaciones mientras que el cálculo directo requiere  $o(N^2)$  operaciones. Para valores grandes de  $N$  la diferencia entre un método y otro es notable. Para valores pequeños de  $N$  el método FFT es desfavorable ya que se necesitan hacer varias transformadas por cada iteración. Algunos autores han estudiado el número de celdas  $N$  a partir del cual el método FFT se hace favorable encontrando este límite en valores de  $N$  muy pequeños ( $N = 128$ ) [7].

El método, sin embargo, requiere algunas consideraciones adicionales:

1. Los primeros cálculos en micromagnetismo utilizando la técnica FFT tenían en cuenta estructuras periódicas [34, 35]. Sin embargo, las funciones  $\rho$  y  $U$  no son, en general, periódicas por lo que es necesario utilizar técnicas especiales de tipo *zero-padding* y *wrap-around* [36] para satisfacer las condiciones del teorema de convolución. Estas técnicas permiten extender este método de cálculo a estructuras no periódicas.

2. Para dos y tres dimensiones se han de utilizar transformadas de dimensión correspondiente.
3. El planteamiento para distribuciones de polos de superficie como las utilizadas en el método original de *LaBonte* requieren un tratamiento algo más complejo [37]. En este caso hay que considerar varios coeficientes de interacción.

Existen otras formas de plantear el problema. En vez de trabajar con potenciales y distribuciones de polos de volumen es posible representar la energía magnetostática en términos de  $\mathbf{H}$  y  $\mathbf{M}$  [37, 38]. Este método es especialmente apropiado para el caso bidimensional ya que utilizando expresiones complejas se pueden evaluar las transformadas de Fourier para ambas componentes de una sola vez.

#### 1.5.4 Formulación en términos de polos de volumen

Otra de las mejoras que, recientemente, se han llevado a cabo sobre el método original de *LaBonte* la constituye el cálculo de la energía magnetostática utilizando distribuciones de polos de volumen [39] en vez de distribuciones de polos de superficie [10]. La obtención de las expresiones para la energía magnetostática a partir de distribuciones de polos de volumen plantea, frente a las distribuciones de superficie, varios problemas añadidos. Por un lado, los coeficientes de interacción magnetostática entre celdas requieren la evaluación de integrales séxtuples frente a las ya complejas integrales cuádruples del planteamiento original de *LaBonte*. Por otra parte, estas integrales ya no son puramente geométricas. Para su resolución es preciso considerar la función  $\rho = -\nabla \cdot \mathbf{M}$  la cual debe aproximarse a partir de los valores de la imanación en las celdas vecinas. Todo esto ha hecho que la gran mayoría de los trabajos numéricos realizados en micromagnetismo consideren distribuciones de polos de superficie en vez de las de volumen.

Estudios recientes han obtenido expresiones analíticas para estas integrales [39] para el caso bidimensional. Con ellas se ha podido probar cómo la precisión en el método de cálculo mejora notablemente con respecto al método tradicional a expensas de una implementación bastante compleja. A pesar de esta mejora en la precisión, la convergencia de este tipo de algoritmos es peor que en el método tradicional, llegando incluso a ser excesivamente lenta en ciertos casos [18].

## 1.6 Análisis de fiabilidad. Parámetro de autoconsistencia

Consideremos una película de espesor  $2b$  con  $|y| \leq b$ , dimensiones infinitas en el plano  $xz$  y una pared cuya posición quede definida por las condiciones de contorno

$\gamma = \pm 1$  en  $x = \pm a$ . Supongamos, además, que la pared es periódica a lo largo del eje  $z$  con una periodicidad de  $2c$ , es decir, que los valores de los cosenos directores así como sus derivadas en  $z = c$  y  $z = -c$  son iguales. Bajo estas condiciones la energía de la pared por unidad de superficie puede escribirse como combinación de los términos de anisotropía, canje y magnetostática de la forma siguiente

1. Energía de anisotropía

$$w_a = \frac{K}{4bc} \int_{-a}^a \int_{-b}^b \int_{-c}^c (\alpha^2 + \beta^2) dx dy dz \quad (1.29)$$

2. Energía de canje

$$w_{ex} = \frac{A_{ex}}{4bc} \int_{-a}^a \int_{-b}^b \int_{-c}^c [(\nabla\alpha)^2 + (\nabla\beta)^2 + (\nabla\gamma)^2] dx dy dz \quad (1.30)$$

3. Energía magnetostática

$$w_m = \frac{M_s}{4bc} \int_{-a}^a \int_{-b}^b \int_{-c}^c \left( \alpha \frac{\partial\phi}{\partial x} + \beta \frac{\partial\phi}{\partial y} + \gamma \frac{\partial\phi}{\partial z} \right) dx dy dz \quad (1.31)$$

donde  $\phi$  representa la función potencial correspondiente a las distribuciones de carga de volumen y superficie.

la energía total de la pared vendrá dada por

$$w_t = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-a}^a \int_{-b}^b (w_{ex} + w_a + w_m) dz dx dy \quad (1.32)$$

Una condición necesaria para un mínimo de energía es que la primera variación de la funcional energía total,  $\delta w_t$ , se anule para una pequeña variación del vector imanación  $\delta \mathbf{M}$  bajo la condición  $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 1$ , la periodicidad a lo largo del eje  $z$  y las condiciones de contorno. Aplicando todo esto se tiene

$$2A_{ex} \left[ \nabla^2 \alpha - \frac{\alpha}{\gamma} \nabla^2 \gamma \right] - \frac{\partial w_a}{\partial \alpha} + \frac{\alpha}{\gamma} \frac{\partial w_a}{\partial \gamma} - M_s \left[ \frac{\partial \phi}{\partial x} - \frac{\alpha}{\gamma} \frac{\partial \phi}{\partial z} \right] = 0 \quad (1.33)$$

$$2A_{ex} \left[ \nabla^2 \beta - \frac{\beta}{\gamma} \nabla^2 \gamma \right] - \frac{\partial w_a}{\partial \beta} + \frac{\beta}{\gamma} \frac{\partial w_a}{\partial \gamma} - M_s \left[ \frac{\partial \phi}{\partial y} - \frac{\beta}{\gamma} \frac{\partial \phi}{\partial z} \right] = 0$$

y

$$\frac{\partial \alpha}{\partial y} = \frac{\partial \beta}{\partial y} = \frac{\partial \gamma}{\partial y} = 0, \quad \text{para } y = \pm b \quad (1.34)$$

Estas expresiones constituyen las llamadas ecuaciones de *Brown*, [19] y su resolución determina la distribución de la imanación en la pared. Sustituyendo esta distribución en la ecuación (1.32) se obtiene finalmente la energía de la pared. Sin embargo, no existe solución analítica conocida para estas ecuaciones. Sólo en el caso unidimensional existen ciertos casos particulares para los que estas expresiones tienen una solución [42].

Utilizando las ecuaciones de *Brown* directamente, *Aharoni* [18] ha probado que la ecuación (1.32) puede reescribirse como

$$w'_t = \frac{1}{8bc} \int_{-a}^a \int_{-b}^b \int_{-c}^c \frac{1}{\gamma} \left( M_s \frac{\partial \phi}{\partial z} - 2A_{\epsilon x} \nabla^2 \gamma \right) dx dy dz \quad (1.35)$$

Esta expresión constituye, por tanto, una alternativa al cálculo de la energía de la pared. Para toda solución de (1.33) las expresiones (1.32) y (1.35) deben ser idénticas. A la expresión

$$S = \frac{w_t}{w'_t} \quad (1.36)$$

se la denomina “parámetro de autoconsistencia” y  $S = 1$  constituye una condición necesaria, aunque no suficiente, para todo modelo de pared que deba adaptarse a (1.33). Este parámetro, aplicable a materiales con anisotropía uniaxial, ha sido posteriormente extendido al caso de materiales con anisotropía cúbica [15] y paredes con campo aplicado [43].

# Bibliografía

- [1] P. Weiss, "L'Hypothèse du champ moléculaire et de la propriété ferromagnétique", *J. de Physique*, **6**, pp. 661 (1907).
- [2] H. Barkhausen, *Phys. Z.*, **20**, pp. 401 (1919).
- [3] K. J. Sixtus & L. Tonks, "Propagation of Large Barkhausen Discontinuities", *Phys. Rev.*, **37**, pp. 930 (1931).
- [4] F. Bitter, "On Inhomogeneities in the Magnetization of Ferromagnetic Materials", *Phys. Rev.*, **38**, pp.1903 (1931).
- [5] F. Bloch, *Z. Physik.*, **74**, pp. 295 (1932).
- [6] L. Neel, "Energie des parois de Bloch dans les couches minces", *Compt. Rend.*, **241**, pp. 533 (1955).
- [7] H.D. Dietze & H. Thomas, "Bloch- and Néel-walls in thin ferromagnetic films", *Z. Phys.*, **163**, pp. 523 (1961).
- [8] A. Aharoni, "Energy of one-dimensional domain walls in ferromagnetic films", *J. Appl. Phys.*, **37**, no. 8, pp. 3271 (1966).
- [9] H.N. Oredson & E.J. Torok, "One-dimensional walls", *IEEE Tran. on Magn.*, **4**, no. 1, pp. 44 (1968).
- [10] H. Riedel & A. Seeger, "Micromagnetic treatment of Néel walls", *Phys. Stat. Sol. (b)*, **46**, pp. 377 (1971).
- [11] A. Aharoni, "An improved model for the structure of a Néel wall", *J. Appl. Phys.*, **39**, no. 5, pp. 2330 (1968).
- [12] E. Feldtkeller, "The field strength for wall movement in anysotropic nickel-iron films", *Z. Angew. Phys.*, **15**, pp. 206 (1963).
- [13] E. Feldtkeller, E. Fuchs & W. Liesk, "Wall structure in thin magnetic films", *Z. Angew. Phys.*, **18**, no. 1, pp. 370 (1965).

- [14] A. Holtz & A. Hubert, "Structure of domain walls in thin magnetic films [computer program]", *Z. Angew. Phys.*, **26**, pp. 145 (1969).
- [15] A. Hubert, "Symmetric Néel walls in thin magnetic films [computer program]", *Comp. Phys. Comm.*, **1**, pp. 343 (1970).
- [16] A. Aharoni, "Ritz model for asymmetric domain walls", *Phil. Mag.*, **26**, pp. 1473 (1972).
- [17] J.P. Jakubovics, "Analytic representation of Bloch walls in thin ferromagnetic films", *Phil. Mag.*, **30**, pp. 983 (1974).
- [18] J.P. Jakubovics, "Application of the analytic representation of Bloch walls in thin ferromagnetic films to calculations of changes of wall structure with increasing anisotropy", *Phil. Mag. B*, **37**, no. 6, pp. 761 (1978).
- [19] W.F. Brown, Jr. & A.E. LaBonte, "Structure and energy of one-dimensional domain walls in ferromagnetic thin films", *J. Appl. Phys.*, **36**, no. 4, pp. 1380 (1965).
- [20] R. Kirchner & W. Döring, "Thin films: domain walls and related topics", **39**, no. 2, pp. 855 (1968)
- [21] A.L. Olson, H.N. Oredson & E.J. Torok, "Calculations of the structure of Néel, Bloch, and intermediate walls and the influence of their stray fields on Bitter powder patterns", *J. Appl. Phys.*, **38**, no. 3, pp. 1349 (1967).
- [22] Anton E. LaBonte, "Two-dimensional Bloch-type domain walls in ferromagnetic films", *J. Appl. Phys.*, **40**, no. 6, pp. 2450 (1969).
- [23] Anton E. LaBonte, thesis, Univ. Minnesota, univ. microfilms, no. 66-9028, Ann Arbor, Michigan (1966).
- [24] J.P. Jakubovics, "Interaction of Bloch-wall pairs in thin ferromagnetic films", *J. Appl. Phys.*, **69**, no. 7, pp. 4029 (1991).
- [25] J. Miltat, A. Thiaville & P. Trouilloud, "Néel lines structures and energies in uniaxial ferromagnets with quality factor  $Q > 1$ ", *J. Mag. Mag. Mat.*, **82**, pp. 297 (1989).
- [26] M.R. Scheinfein, J. Unguris, R.J. Celotta & D.T. Pierce, "Influence of the Surface on Magnetic Domain-Wall Microstructure", *Phys. Rev. Lett.*, **63**, no. 6, pp. 668 (1989).

- [27] M.R. Scheinfein, J. Unguris, J.L. Blue, K.J. Coakley, D.T. Pierce, R.J. Celotta & P.J. Ryan, "Micromagnetics of domain walls at surfaces", *Phys. Rev. B*, **43**, no. 4, pp. 3395 (1991).
- [28] A. Ahanoni & J.P. Jakubovics, "Magnetic domain walls in thick iron films", *Phys. Rev. B*, **43**, no. 1, pp. 1290 (1991).
- [29] M.E. Schabes & A. Aharoni, "Magnetostatic interaction fields for a three-dimensional array of ferromagnetic cubes", *IEEE Trans. on Mag.*, **MAG-23**, no. 6, 3882-3888, (1987).
- [30] M. E. Schabes & H.N. Bertram, "Magnetization processes in ferromagnetic cubes", *J. Appl. Phys.*, **64**, no. 3, (1988).
- [31] Y. Nakatani, Y. Uesaka & N. Hayashi, "Direct solution of the Landau-Lifshitz-Gilbert equation for micromagnetics", *J. J. Appl. Phys.*, **28**, no. 12, pp. 2485 (1989).
- [32] J.L. Blue & M.R. Scheinfein, "Using multipoles decreases computation time for magnetostatic self-energy", *IEEE Trans. on Magn.*, **27**, no. 6, pp. 4778 (1991).
- [33] D.V. Berkov, K. Ramstöck & A. Hubert, "Solving micromagnetic problems", *Phys. Stat. Sol.*, **137**, pp. 207 (1993).
- [34] M. Mansuripur & Roscoe Giles, "Simulation of the magnetization-reversal dynamics on the connection machine", *Comp. Phys.*, (May/June), pp. 291 (1990).
- [35] R.C. Giles, P.R. Kotiuga & F.B. Humphrey, "Three-dimensional micromagnetic simulations on the connection machine", *J. Appl. Phys.*, **67**, no. 9, pp. 5821 (1990).
- [36] W.H. Press, B.P. Flannery, S.A. Teukolsky & W.T. Vetterling, "Numerical Recipes", Cambridge University Press, Cambridge (1989).
- [37] S. Müller-Pfeiffer, M. Schneider & W. Zinn, "Imaging of magnetic domain walls in iron with a magnetic force microscope: A numerical study", *Phys. Rev. B*, **49**, no. 22, pp. 15745 (1994).
- [38] S.W. Yuan & H.N. Bertram, "Fast adaptive algorithms for micromagnetics", *IEEE Trans. on Mag.*, **28**, no. 5, pp. 2031 (1992).
- [39] K. Ramstöck, T. Leibl & A. Hubert, "Optimizing stray field computations in finite-element micromagnetics", *J. Magn. Magn. Mat.*, **135**, pp. 97 (1994).
- [40] J. Miltat & M. Labrune, "An adaptive mesh numerical algorithm for the solution of 2D Néel type walls", *IEEE Trans. on Mag.*, **30**, no. 6, pp. 4350 (1994).

- 
- [41] W.F. Brown, Jr., "Micromagnetics", Robert E. Krieger Publishing Co., New York (1978).
- [42] E.J. Torok, A.L. Olson & H.N. Oredson, "Transition between Bloch an Néel walls", J. Appl. Phys. **36**, no. 4, p. 1394 (1965).
- [43] A. Aharoni, "Generalized self-consistency test of wall computations", J. Appl. Phys., **73**, no. 7, pp. 3433 (1993).

## Capítulo 2

# Modelo numérico de mallado variable tipo LaBonte

En materiales ferromagnéticos sobre los que no existe un campo aplicado, tres son los principales factores que influyen en la estructura de sus paredes magnéticas: la interacción de canje, la anisotropía y la energía magnetostática. La aportación a la energía total de la pared por parte de cada uno de estos tres factores es bien conocida [1], sin embargo, no lo es así su estructura. Expresiones analíticas que describan la estructura de una pared sólo pueden obtenerse en casos muy sencillos, normalmente aquellos en los que la energía magnetostática es despreciable. Tal es el caso de paredes de Bloch  $180^\circ$  unidimensionales en materiales de gran espesor. Para este tipo de paredes es posible obtener una solución analítica a través de la aplicación de cálculo variacional sobre las ecuaciones de Brown [16]. Sin embargo, en aquellos problemas en los que la energía magnetostática se deba tener en cuenta, la situación es mucho más complicada. Tan sólo para el caso de partículas en forma de elipsoide imanado uniformemente [3] o cilindros infinitos [4, 5] se han podido obtener expresiones analíticas teniendo en cuenta la energía magnetostática. Por ello, el desarrollo de métodos numéricos aplicables a la resolución de este tipo de problemas ha cobrado gran interés en los últimos años.

El cálculo de estructuras magnéticas estáticas por métodos numéricos consiste en la búsqueda de una configuración de imanación en equilibrio a través de la minimización de su energía. Este tipo de cálculos se basan en aproximar el continuo de imanación por un conjunto discreto de celdas en cuyo interior la imanación tiene una determinada orientación. Salvo para casos en los que la temperatura sea próxima a la temperatura de Curie, un material ferromagnético se caracteriza por poseer un vector imanación constante en módulo, con independencia de la posición en el material o del campo aplicado. Por ello los cambios de una celda a otra en el vector imanación pueden considerarse tan sólo como cambios de orientación. Este tipo de cálculos es tanto más preciso cuanto más se aproxime el número de celdas al número de átomos magnéticos del material.

Normalmente, y para las dimensiones típicas de una pared, es prácticamente imposible hacer una partición tan grande como para aproximarse a esa cantidad. Sin embargo, el hecho de que la imanación en materiales ferromagnéticos cambie de orientación lentamente de un átomo a otro, hace que una celda pueda representar, sin llevar a un error muy grande, un buen número de átomos.

El modelo numérico que se presenta a continuación está basado en el modelo original de *A.E. LaBonte* [10]. El modelo de *LaBonte* se utiliza para el estudio de estructuras de imanación en muestras en las que la imanación sea constante en una dirección. Se trata, por tanto, de un modelo bidimensional. Este modelo fue más tarde ampliado al caso tridimensional por *Schabes* y *Aharoni* [11] y posteriormente aplicado al estudio de procesos de imanación en cubos ferromagnéticos [8]. Estos dos modelos (bidimensional y tridimensional) cubren la gran mayoría de los casos que son objeto de estudio, sin embargo poseen una fuerte restricción. Las expresiones deducidas para el cálculo de la energía magnetostática son válidas para mallados en los que las celdas sean prismas de base cuadrada para el modelo bidimensional y cubos para el tridimensional. Esto hace que sólo se puedan estudiar estructuras en las que las dimensiones de la muestra sean muy parecidas en todas las direcciones. En el caso de que la muestra tenga unas dimensiones mucho mayores en una dirección que en otra es necesario un mallado que permita utilizar prismas rectangulares. De no ser así, el número de celdas necesarias para realizar el cálculo se hace excesivamente grande y, consiguientemente, lo hace también el tiempo requerido para evaluar la energía magnetostática. El número de operaciones a realizar para llevar a cabo el cálculo de la energía magnetostática para un sistema con  $N$  celdas viene a ser de  $o(N^2)$ . De ahí que al aumentar el número de celdas la cantidad de operaciones a realizar sea mucho mayor.

Se ha buscado insistentemente en los últimos años una solución a este problema. Para ello se han desarrollado varias técnicas para la aceleración de este tipo de cálculos. Estas técnicas pueden, en general, dividirse en dos grupos

- técnicas basadas en la utilización de la transformada rápida de Fourier (FFT) [9, 7],
- técnicas basadas en el desarrollo multipolar de los coeficientes de interacción magnetostática [11].

En ambos casos se consigue acelerar el proceso de cálculo de forma que el número de operaciones a realizar sea del orden de  $o(N \log N)$ . Estas técnicas son aplicables, sin embargo, tan sólo a cierto tipo de problemas. En ambos casos, el mallado utilizado, ha de ser uniforme, es decir, todas las celdas han de tener el mismo tamaño. La utilización de mallados uniformes es especialmente inapropiada para problemas en los que los cambios de orientación de la imanación sean mucho mayores en unas zonas que

en otras. Tal es el caso, por ejemplo, de las paredes de Bloch en materiales de gran espesor. En estas paredes la imanación se muestra prácticamente uniforme a lo largo del espesor y cambia rápidamente en las proximidades de la superficie a una distancia de ésta mucho más pequeña que el espesor del material [9, 1]. Para poder estudiar en detalle el giro de imanación en las proximidades de la superficie, es necesario que las celdas del mallado sean mucho más pequeñas que la anchura de esta zona. Al ser esta zona, a su vez, mucho más pequeña que el espesor del material, el número de celdas necesario para abarcar todo el material se hace excesivamente grande de forma que la mejora en el número de operaciones a realizar,  $o(N \log N)$ , se hace insuficiente.

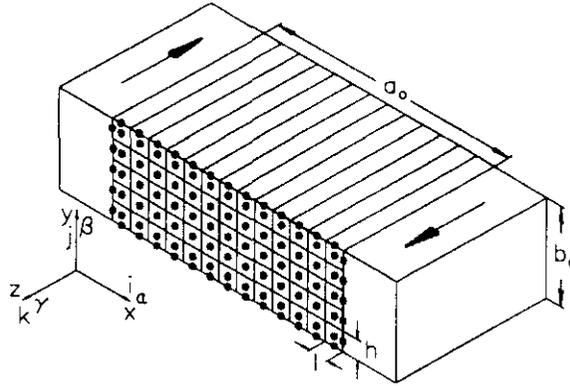
El modelo numérico que se presenta a continuación es válido para el estudio de estructuras en dos y tres dimensiones con la particularidad de poder utilizar celdas de tamaño variable. Este modelo constituye, por tanto, la generalización completa del modelo de *LaBonte*. El caso unidimensional, aplicable principalmente al estudio de paredes de Néel, no es más que un caso particular del modelo bidimensional. Por ello no trataremos el modelo unidimensional como un caso independiente.

## 2.1 Modelo Bidimensional

Consideraremos como estructuras bidimensionales a aquellas en las que la imanación es constante en una dirección. Este tipo de estructuras representan la gran mayoría de los casos de estudio de paredes de dominios al ser, normalmente, mucho mayores las longitudes de pared que su anchura o espesor. Tal es el caso, por ejemplo, de las paredes de Bloch o Néel. Para estructuras que no sean uniformes respecto de ningún eje es necesario un tratamiento tridimensional del problema. En este caso se incluyen las paredes de *Cross-Tie*, paredes cargadas, etc...

La geometría de la muestra así como la partición se muestran en la figura 2.1. La muestra se considera como un prisma rectangular infinito que se extiende paralelo al eje  $z$ . A ambos lados del prisma se encuentran los dominios que rodean la pared en donde la imanación toma los valores  $\mathbf{M} = M_s \mathbf{k}$  para  $x \leq -\frac{a_0}{2}$  y  $\mathbf{M} = -M_s \mathbf{k}$  para  $x \geq +\frac{a_0}{2}$ . La región definida por  $|x| < \frac{a_0}{2}$ ,  $|y| < \frac{b_0}{2}$  se divide en  $N_x \times N_y$  prismas donde las dimensiones del prisma  $(i, j)$  son  $l(i) \times h(j)$ . Cada prisma muestra una imanación  $\mathbf{M}(i, j) = M_s \mathbf{m}(i, j)$  donde el vector unitario  $\mathbf{m}$  se expresa en términos de los tres cosenos directores como  $\mathbf{m}(i, j) = \alpha(i, j)\mathbf{i} + \beta(i, j)\mathbf{j} + \gamma(i, j)\mathbf{k}$ . Alrededor de las celdas en las que la imanación varía libremente ( $1 \leq i \leq N_x$ ,  $1 \leq j \leq N_y$ ) se consideran puntos adicionales para establecer las condiciones de contorno en las superficies  $x = \pm \frac{a_0}{2}$  e  $y = \pm \frac{b_0}{2}$ . Por un lado tenemos las condiciones en las superficies laterales que vienen dadas por

$$\left. \begin{array}{l} \mathbf{m}(0, j) = -\mathbf{k} \\ \mathbf{m}(N_x + 1, j) = \mathbf{k} \end{array} \right\} \text{dominios laterales} \quad (2.1)$$



**Figura 2.1** Mallado utilizado para el estudio de la estructura de una pared bidimensional. La pared se extiende a lo largo del eje  $z$  separando las regiones  $x = -\frac{a}{2}$  y  $x = +\frac{a}{2}$  donde se encuentran los dominios  $-M_s \mathbf{k}$  y  $M_s \mathbf{k}$  respectivamente. La imanación puede variar libremente en las celdas interiores. Los puntos en las superficies exteriores se utilizan para imponer las condiciones de contorno.

y por otra parte las condiciones de contorno Von-Neumann [10] en las superficies superior e inferior. Si la anisotropía de superficie se considera despreciable, estas condiciones pueden escribirse como

$$\left. \begin{array}{l} \mathbf{m}(i, 0) = \mathbf{m}(i, 1) \\ \mathbf{m}(i, N_y + 1) = \mathbf{m}(i, N_y) \end{array} \right\} \text{condiciones Von Neumann} \left( \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial n} = 0 \right) \quad (2.2)$$

donde  $n$  representa la coordenada normal a la superficie.

De acuerdo con la teoría del micromagnetismo [1] la energía de un cuerpo ferromagnético puede escribirse como suma de varias contribuciones

$$w_t = w_e + w_a + w_m + w_h \quad (2.3)$$

donde  $w_e$  representa la energía de canje,  $w_a$  la energía de anisotropía,  $w_m$  la energía magnetostática y  $w_h$  la energía debida a un campo externo. La energía magnetostrictiva, normalmente, no se tiene en cuenta. Los efectos de tensiones externas pueden ser incluidos en el término correspondiente a la anisotropía. Además, los efectos de las interacciones magnetostrictivas entre dominios juegan un papel importante principalmente en muestras con dimensiones macroscópicas. En las dimensiones características de problemas micromagnéticos estas interacciones son normalmente despreciables en comparación con las interacciones de canje y magnetostática [7].

Como se verá más adelante, la energía magnetostática representa el principal problema a la hora de realizar los cálculos dado el gran número de operaciones que hay que realizar para su evaluación. Es interesante, por tanto, explotar todas aquellas

características de la pared que ayuden a acelerar los cálculos. Los trabajos de Hubert [9] sobre las configuraciones de paredes bidimensionales de  $180^\circ$  llevaron a la conclusión de que existen dos tipos de estructuras con energía magnetostática mínima. Estos dos tipos de estructuras poseen ciertas simetrías las cuales pueden ser consideradas durante el cálculo para reducir el número de variables de la función a minimizar. Estos dos tipos de simetrías vienen dados por

$$\text{simetría tipo "C"} \begin{cases} \alpha(x, -y) = -\alpha(x, y), & \alpha(i, N_y - j + 1) = -\alpha(i, j) \\ \beta(x, -y) = \beta(x, y), & \beta(i, N_y - j + 1) = \beta(i, j) \\ \gamma(x, -y) = \gamma(x, y), & \gamma(i, N_y - j + 1) = \gamma(i, j) \end{cases} \quad (2.4)$$

y

$$\text{simetría tipo "S"} \begin{cases} \alpha(-x, -y) = \alpha(x, y), & \alpha(N_x - i + 1, N_y - j + 1) = \alpha(i, j) \\ \beta(-x, -y) = \beta(x, y), & \beta(N_x - i + 1, N_y - j + 1) = \beta(i, j) \\ \gamma(-x, -y) = -\gamma(x, y), & \gamma(N_x - i + 1, N_y - j + 1) = -\gamma(i, j) \end{cases} \quad (2.5)$$

Dado que, para ambas estructuras, la imanación en la mitad de la zona de cálculo puede obtenerse por simetría a partir de la imanación en la otra mitad, el proceso de minimización puede llevarse a cabo con la mitad de celdas. Esto hace que, si el número de operaciones a realizar es del orden de  $o(N^2)$ , al reducir el número de variables a la mitad, el número de operaciones a realizar sea cuatro veces menor. Por todo ello, a continuación junto con las expresiones para cada tipo de energía, se incluirán las expresiones para estructuras de imanación con este tipo de simetrías.

### 2.1.1 Energía de canje

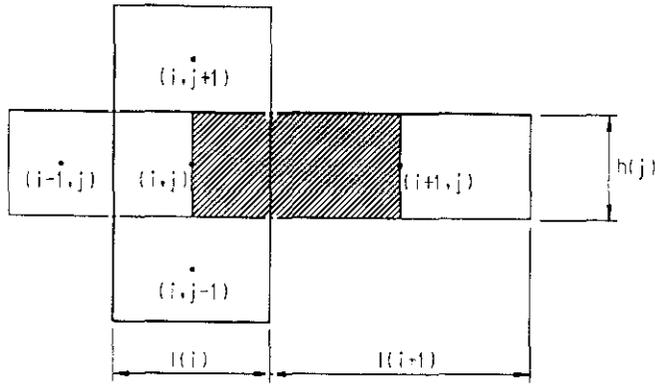
Dada una distribución continua de imanación  $\mathbf{M}(\mathbf{r})$  la energía de canje por unidad de volumen viene dada por [1]

$$W_e = A_{ex} [(\nabla\alpha)^2 + (\nabla\beta)^2 + (\nabla\gamma)^2] \quad (2.6)$$

expresión que considera la interacción de canje entre vecinos cercanos y es válida en materiales con anisotropía cúbica o en materiales amorfos. Esta expresión puede reescribirse como

$$W_e = A_{ex} \left[ \left( \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial y} \right)^2 \right] \quad (2.7)$$

en donde se han suprimido las derivadas respecto de  $z$  al tomar esa dirección como la dirección en la que la imanación es uniforme en el modelo bidimensional. En la distribución discreta  $\mathbf{m}(i, j)$  se considera que la imanación varía linealmente de una



**Figura 2.2** Región cubierta por el término de canje  $w_{ex}(i, j)$

celda a otra. De esta forma la variación de imanación entre las celdas  $(i, j)$  e  $(i + 1, j)$  contribuye a la energía de canje total por unidad de longitud como

$$\begin{aligned}
 w_{ex}(i, j) &= W_{ex}(i, j)h(j) \left( \frac{l(i) + l(i+1)}{2} \right) = \underline{\hspace{10em}} \quad (2.8) \\
 &= 2A_{ex} \frac{h(j)}{(l(i) + l(i+1))} [\mathbf{m}(i+1, j) - \mathbf{m}(i, j)]^2 = \\
 &= 4A_{ex} \frac{h(j)}{(l(i) + l(i+1))} [1 - \mathbf{m}(i+1, j) \cdot \mathbf{m}(i, j)]
 \end{aligned}$$

en donde la simplificación proviene de aplicar  $\mathbf{m}^2(i, j) = 1$ . Esta expresión representa la contribución a la energía de canje total debida a variaciones del ángulo de imanación a lo largo del eje  $x$  de la región especificada en la figura 2.1.1. Los prismas de los laterales constituyen un caso especial. Dado que se considera el ángulo de imanación en la misma superficie lateral  $\mathbf{m}(0, j)$  la distancia entre los dos últimos puntos considerados es la mitad de la anchura de la última celda por lo que la ecuación 2.8 debe modificarse ligeramente para reflejar esta separación.

La contribución a la energía de canje de las variaciones de imanación sobre el eje  $y$  se calcula de forma análoga. Así pues, sumando las contribuciones debidas a los giros de imanación a lo largo de ambos ejes  $x$  e  $y$ , y expresando el vector imanación  $\mathbf{m}$  en función de los cosenos directores se obtiene la siguiente expresión para la energía de canje total por unidad de longitud

$$\begin{aligned}
w_e = & 2A_{ex} \sum_{j=1}^{N_y} \left\{ 2 \left[ 1 - (\alpha(0,j) \alpha(1,j) + \beta(0,j) \beta(1,j) + \gamma(0,j) \gamma(1,j)) \right] \frac{h(j)}{l(1)} + \right. \\
& \sum_{i=1}^{N_x-1} 2 \left[ 1 - (\alpha(i,j) \alpha(i+1,j) + \beta(i,j) \beta(i+1,j) + \gamma(i,j) \gamma(i+1,j)) \right] \frac{h(j)}{l(i)+l(i+1)} + \\
& \left. 2 \left[ 1 - (\alpha(N_x,j) \alpha(N_x+1,j) + \beta(N_x,j) \beta(N_x+1,j) + \gamma(N_x,j) \gamma(N_x+1,j)) \right] \frac{h(j)}{l(N_x)} \right\} + \quad (2.9) \\
& 2A_{ex} \sum_{i=1}^{N_x} \left\{ 2 \left[ 1 - (\alpha(i,0) \alpha(i,1) + \beta(i,0) \beta(i,1) + \gamma(i,0) \gamma(i,1)) \right] \frac{l(i)}{h(1)} + \right. \\
& \sum_{j=1}^{N_y-1} 2 \left[ 1 - (\alpha(i,j) \alpha(i,j+1) + \beta(i,j) \beta(i,j+1) + \gamma(i,j) \gamma(i,j+1)) \right] \frac{l(i)}{h(j)+h(j+1)} + \\
& \left. 2 \left[ 1 - (\alpha(i, N_y) \alpha(i, N_y+1) + \beta(i, N_y) \beta(i, N_y+1) + \gamma(i, N_y) \gamma(i, N_y+1)) \right] \frac{l(i)}{h(N_y)} \right\}
\end{aligned}$$

Para el caso de estructuras con simetría "C" la ecuación (2.9) se transforma en

$$\begin{aligned}
w_{ex} = & 2A_{ex} \sum_{j=\frac{N_y}{2}+1}^{N_y} \left\{ 4 \left[ 1 - (\alpha(0,j) \alpha(1,j) + \beta(0,j) \beta(1,j) + \gamma(0,j) \gamma(1,j)) \right] \frac{h(j)}{l(1)} + \right. \\
& \sum_{i=1}^{N_x-1} 4 \left[ 1 - (\alpha(i,j) \alpha(i+1,j) + \beta(i,j) \beta(i+1,j) + \gamma(i,j) \gamma(i+1,j)) \right] \frac{h(j)}{l(i)+l(i+1)} + \\
& \left. 4 \left[ 1 - (\alpha(N_x,j) \alpha(N_x+1,j) + \beta(N_x,j) \beta(N_x+1,j) + \gamma(N_x,j) \gamma(N_x+1,j)) \right] \frac{h(j)}{l(N_x)} \right\} + \quad (2.10) \\
& 2A_{ex} \sum_{i=1}^{N_x} \left\{ \left[ 1 - (-\alpha^2(i, \frac{N_y}{2}+1) + \beta^2(i, \frac{N_y}{2}+1) + \gamma^2(i, \frac{N_y}{2}+1)) \right] \frac{l(i)}{h(\frac{N_y}{2}+1)} + \right. \\
& \sum_{j=\frac{N_y}{2}+1}^{N_y-1} 4 \left[ 1 - (\alpha(i,j) \alpha(i,j+1) + \beta(i,j) \beta(i,j+1) + \gamma(i,j) \gamma(i,j+1)) \right] \frac{l(i)}{h(j)+h(j+1)} + \\
& \left. 4 \left[ 1 - (\alpha(i, N_y) \alpha(i, N_y+1) + \beta(i, N_y) \beta(i, N_y+1) + \gamma(i, N_y) \gamma(i, N_y+1)) \right] \frac{l(i)}{h(N_y)} \right\}
\end{aligned}$$

En el caso de simetría "S" se tiene

$$\begin{aligned}
w_{ex} = & 2A_{ex} \sum_{j=1}^{N_y} \left\{ \left[ 1 - (\alpha(\frac{N_x}{2}+1,j) \alpha(\frac{N_x}{2}+1, N_y-j+1) + \beta(\frac{N_x}{2}+1,j) \beta(\frac{N_x}{2}+1, N_y-j+1) - \right. \right. \\
& \left. \left. \gamma(\frac{N_x}{2}+1,j) \gamma(\frac{N_x}{2}+1, N_y-j+1)) \right] \frac{h(j)}{l(\frac{N_x}{2}+1)} + \right. \\
& \sum_{i=\frac{N_x}{2}+1}^{N_x-1} 4 \left[ 1 - (\alpha(i,j) \alpha(i+1,j) + \beta(i,j) \beta(i+1,j) + \gamma(i,j) \gamma(i+1,j)) \right] \frac{h(j)}{l(i)+l(i+1)} + \\
& \left. 4 \left[ 1 - (\alpha(N_x,j) \alpha(N_x+1,j) + \beta(N_x,j) \beta(N_x+1,j) + \gamma(N_x,j) \gamma(N_x+1,j)) \right] \frac{h(j)}{l(N_x)} \right\} + \\
& 2A_{ex} \sum_{i=1}^{N_x} \left\{ 4 \left[ 1 - (\alpha(i,0) \alpha(i,1) + \beta(i,0) \beta(i,1) + \gamma(i,0) \gamma(i,1)) \right] \frac{l(i)}{h(1)} + \right. \\
& \sum_{j=1}^{N_y-1} 4 \left[ 1 - (\alpha(i,j) \alpha(i,j+1) + \beta(i,j) \beta(i,j+1) + \gamma(i,j) \gamma(i,j+1)) \right] \frac{l(i)}{h(j)+h(j+1)} + \\
& \left. 4 \left[ 1 - (\alpha(i, N_y) \alpha(i, N_y+1) + \beta(i, N_y) \beta(i, N_y+1) + \gamma(i, N_y) \gamma(i, N_y+1)) \right] \frac{l(i)}{h(N_y)} \right\} \quad (2.11)
\end{aligned}$$

## 2.1.2 Energía de anisotropía

Consideraremos el eje  $z$  como eje fácil de anisotropía uniaxial. La energía de anisotropía uniaxial por unidad de volumen que aporta la celda  $(i, j)$  viene dada por

$$W_a(i, j) = K[\alpha^2(i, j) + \beta^2(i, j)] = K[1 - \gamma^2(i, j)] \quad (2.12)$$

De estas dos posibles formulaciones es preferible utilizar la segunda ya que requiere menos tiempo de cálculo y se consigue la convergencia mucho mejor que con la primera [10]. La energía de anisotropía por unidad de longitud puede escribirse entonces como

$$w_a = K \sum_{i=1}^{N_x} \sum_{j=1}^{N_y} [1 - \gamma^2(i, j)] l(i) h(j) \quad (2.13)$$

Al igual que para el canje buscamos las expresiones equivalentes para los dos tipos de simetrías. Para estructuras con simetría "C" se tiene

$$w_a = K \sum_{i=1}^{N_x} \sum_{j=\frac{N_y}{2}+1}^{N_y} 2 [1 - \gamma^2(i, j)] l(i) h(j) \quad (2.14)$$

y para estructuras con simetría "S"

$$w_a = K \sum_{i=\frac{N_x}{2}+1}^{N_x} \sum_{j=1}^{N_y} 2 [1 - \gamma^2(i, j)] l(i) h(j) \quad (2.15)$$

## 2.1.3 Energía magnetostática

Dado un material con un volumen  $V$  y superficie  $S$  su energía magnetostática viene dada por

$$W_m = \frac{1}{2} \int_V \int_{V'} \frac{\rho(\mathbf{r})\rho(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d^3\mathbf{r} d^3\mathbf{r}' + \frac{1}{2} \int_S \int_{S'} \frac{\sigma(\mathbf{r})\sigma(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d^2\mathbf{r} d^2\mathbf{r}' + \quad (2.16)$$

$$\frac{1}{2} \int_S \int_{V'} \frac{\sigma(\mathbf{r})\rho(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d^2\mathbf{r} d^3\mathbf{r}' + \frac{1}{2} \int_V \int_{S'} \frac{\rho(\mathbf{r})\sigma(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d^3\mathbf{r} d^2\mathbf{r}'$$

donde el primer término representa la energía magnetostática debida a los polos de volumen, el segundo término corresponde a los polos de superficie y los términos tercero y cuarto a la interacción cruzada entre ambos. En la formulación discreta de la energía estas integrales se sustituyen por sumatorios extendidos a todas las celdas del mallado. De esta forma la ecuación 2.16 puede reescribirse como

$$\begin{aligned}
W_m = & \frac{1}{2} M_s^2 \sum_{i=1}^{N_x} \sum_{j=1}^{N_y} \sum_{i'=1}^{N_x} \sum_{j'=1}^{N_y} \cdot \int_{V(i,j)} \int_{V'(i',j')} \rho(i,j) \rho(i',j') \frac{d^3 \mathbf{r}(i,j) d^3 \mathbf{r}'(i',j')}{|\mathbf{r}(i,j) - \mathbf{r}'(i',j')|} + \quad (2.17) \\
& \frac{1}{2} M_s^2 \sum_{i=1}^{N_x} \sum_{j=1}^{N_y} \sum_{i'=1}^{N_x} \sum_{j'=1}^{N_y} \cdot \int_{S(i,j)} \int_{S'(i',j')} \sigma(i,j) \sigma(i',j') \frac{d^2 \mathbf{r}(i,j) d^2 \mathbf{r}'(i',j')}{|\mathbf{r}(i,j) - \mathbf{r}'(i',j')|} + \\
& \frac{1}{2} M_s^2 \sum_{i=1}^{N_x} \sum_{j=1}^{N_y} \sum_{i'=1}^{N_x} \sum_{j'=1}^{N_y} \cdot \int_{S(i,j)} \int_{V'(i',j')} \sigma(i,j) \rho(i',j') \frac{d^2 \mathbf{r}(i,j) d^3 \mathbf{r}'(i',j')}{|\mathbf{r}(i,j) - \mathbf{r}'(i',j')|} + \\
& \frac{1}{2} M_s^2 \sum_{i=1}^{N_x} \sum_{j=1}^{N_y} \sum_{i'=1}^{N_x} \sum_{j'=1}^{N_y} \cdot \int_{V(i,j)} \int_{S'(i',j')} \rho(i,j) \sigma(i',j') \frac{d^3 \mathbf{r}(i,j) d^2 \mathbf{r}'(i',j')}{|\mathbf{r}(i,j) - \mathbf{r}'(i',j')|}
\end{aligned}$$

La evaluación de la energía magnetostática del sistema puede plantearse de dos formas distintas. Una, que *a priori* parece la más apropiada, en la que se considera que la imanación varía de una celda a otra de forma progresiva. Esto hace que en el interior del material sólo existan polos magnéticos de volumen. La otra forma de plantear el problema es considerar que la imanación es uniforme en el interior de cada celda. Según este planteamiento no existirán polos magnéticos de volumen. En este caso habrá que considerar los polos magnéticos de superficie que existen en las fronteras entre celdas.

De estos dos planteamientos, el primero parece el más apropiado ya que, en la realidad, la imanación gira siempre de un modo progresivo debido a la interacción de canje. Sin embargo este planteamiento tiene dos problemas. En primer lugar, no conocemos la función  $-\nabla \cdot \mathbf{M}$  la cual necesitamos para resolver las integrales de (2.17). En una primera aproximación podríamos considerar que la densidad de polos de volumen en el interior de cada celda fuera constante, de forma que se pudiera sacar este término fuera de las integrales. Pero, aun considerando esta aproximación, las integrales son muy complicadas. Se trata de interacciones entre volúmenes y, por tanto, de integrales séxtuples. Todo esto lleva a tomar la segunda opción como la más apropiada. En este caso debemos tratar con interacciones entre superficies y, por tanto, con integrales cuádruples. Estas integrales son igualmente complicadas, pero es posible obtener una expresión analítica bastante “manejable”. El error inducido por considerar cambios discontinuos de orientación en la imanación se hace tanto menor cuanto más fino es el mallado. Los resultados obtenidos hasta ahora utilizando esta aproximación coinciden muy bien con los resultados experimentales.

La densidad de polos de superficie en cada celda viene dada por

$$\begin{aligned}
\sigma_x(i,j) &= \pm M_s \alpha(i,j) \\
\sigma_y(i,j) &= \pm M_s \beta(i,j)
\end{aligned} \quad (2.18)$$

Estas distribuciones de polos sí que son constantes para cada celda por lo que en este caso se pueden sacar fuera de las integrales. Las integrales a resolver son, por tanto, integrales que dependen exclusivamente de la geometría del mallado. Dado que lo que se busca es la energía por unidad de longitud, una de las dos integrales debe calcularse sobre un prisma cuya longitud a lo largo del eje  $z$  sea la unidad.

Un caso particular en las expresiones anteriores lo constituye la interacción de cada prisma consigo mismo. En este caso las expresiones anteriores son indeterminadas y hay que resolverlas de forma especial. Dividiremos entonces la energía magnetostática en dos partes, por un lado la energía magnetostática de interacción entre prismas y por otro la autoenergía magnetostática de cada prisma.

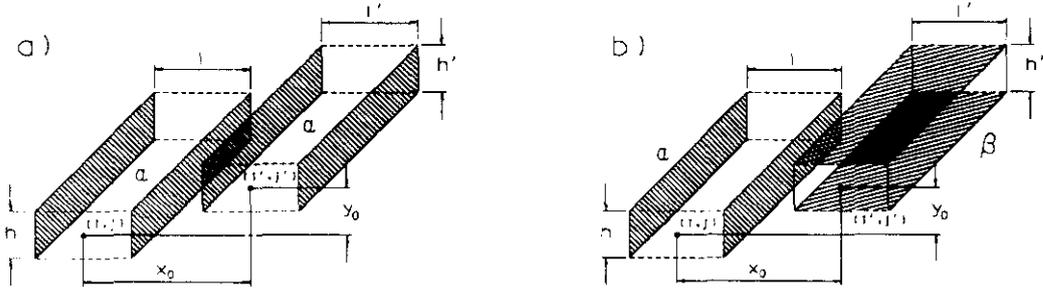
### 2.1.4 Energía magnetostática de interacción

La energía magnetostática de interacción es la suma de las contribuciones de la interacción de cada prisma con el resto de prismas del mallado. Dicha energía puede escribirse como

$$w_i = \frac{1}{2} M_s^2 \sum_{i=1}^{N_x} \sum_{j=1}^{N_y} \underbrace{\sum_{i'=1}^{N_x} \sum_{j'=1}^{N_y}}_{(i',j') \neq (i,j)} \cdot [A_m(i,j;i',j') \alpha(i,j) \alpha(i',j') + B_m(i,j;i',j') \beta(i,j) \beta(i',j') + C_m(i,j;i',j') \alpha(i,j) \beta(i',j') + D_m(i,j;i',j') \beta(i,j) \alpha(i',j')] \quad (2.19)$$

en donde los coeficientes  $A_m$ ,  $B_m$ ,  $C_m$  y  $D_m$  corresponden a los coeficientes geométricos de las integrales en (2.17). La resolución de estas integrales es larga pero se puede obtener una expresión analítica para cada coeficiente. Consideremos la interacción entre dos prismas. Escogiendo el origen de coordenadas en el centro del primero, la posición del segundo prisma viene dada por  $\mathbf{D} = x_0 \mathbf{i} + y_0 \mathbf{j}$ . Sean  $l \times h$  y  $l' \times h'$  las dimensiones del primer  $(i, j)$  y segundo  $(i', j')$  prismas respectivamente. Los coeficientes de interacción vendrán dados por

$$A_m(x_0, y_0, l, h, l', h') = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} dy \int_0^1 dz \int_{y_0 - \frac{h'}{2}}^{y_0 + \frac{h'}{2}} dy' \int_{-\infty}^{\infty} dz' \cdot \left\{ \frac{1}{\sqrt{\left(x_0 + \frac{l-l'}{2}\right)^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}} - \frac{1}{\sqrt{\left(x_0 - \frac{l+l'}{2}\right)^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}} + \frac{1}{\sqrt{\left(x_0 + \frac{l-l'}{2}\right)^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}} - \frac{1}{\sqrt{\left(x_0 + \frac{l+l'}{2}\right)^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}} \right\} \quad (2.20)$$



**Figura 2.3** Superficies cargadas que intervienen en la interacción magnetostática. Existen dos tipos básicos de geometrías: a) placas paralelas (interacción  $\alpha\alpha$ ) y, b) placas perpendiculares (interacción  $\alpha\beta$ ). Las interacciones  $\beta\beta$  y  $\beta\alpha$  se calculan fácilmente a partir de a) y b) respectivamente.

$$B_m(x_0, y_0, l, h, l', h') = A_m(y_0, x_0, h, l, h', l') \quad (2.21)$$

$$C_m(x_0, y_0, l, h, l', h') = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} dy \int_0^1 dz \int_{x_0 - \frac{l}{2}}^{x_0 + \frac{l}{2}} dx' \int_{-\infty}^{\infty} dz' \cdot \left\{ \frac{1}{\sqrt{\left(x' - \frac{l}{2}\right)^2 + \left(y - y_0 - \frac{h'}{2}\right)^2 + (z - z')^2}} - \frac{1}{\sqrt{\left(x' + \frac{l}{2}\right)^2 + \left(y - y_0 - \frac{h'}{2}\right)^2 + (z - z')^2}} + \frac{1}{\sqrt{\left(x' + \frac{l}{2}\right)^2 + \left(y - y_0 + \frac{h'}{2}\right)^2 + (z - z')^2}} - \frac{1}{\sqrt{\left(x' - \frac{l}{2}\right)^2 + \left(y - y_0 + \frac{h'}{2}\right)^2 + (z - z')^2}} \right\} \quad (2.22)$$

$$D_m(x_0, y_0, l, h, l', h') = C_m(y_0, x_0, h, l, h', l') \quad (2.23)$$

De estos cuatro tipos de coeficientes tan sólo es necesario resolver las integrales para dos,  $A_m$  y  $C_m$ . Los coeficientes  $B_m$  y  $D_m$  pueden obtenerse fácilmente a partir de ellos. El hecho de que sólo sea necesario resolver dos tipos de integrales se debe a que, desde el punto de vista geométrico, existen tan sólo dos interacciones posibles, la interacción entre placas paralelas y la interacción entre placas perpendiculares.

Para la resolución de las integrales anteriores es necesario trabajar con, al menos, dos interacciones con signo opuesto, es decir,  $\alpha^+\alpha^+$  con  $\alpha^+\alpha^-$ ,  $\alpha^-\alpha^-$  con  $\alpha^+\alpha^-$ , etc ... Esto equivale a integrar dos de los cuatro términos de interacción con signo opuesto de las expresiones (2.20) o (2.22). La razón por la que no es posible integrar cada uno de los cuatro términos por separado estriba en que la energía de interacción entre dos placas cargadas infinitas es infinita incluso si se considera energía por unidad de longitud. Esto hace que las integrales diverjan y no pueda obtenerse una solución. En

la realidad esta energía no es infinita dado que no existen monopolos magnéticos y cada superficie cargada de un determinado valor y signo debe estar compensada en algún otro lugar por otra distribución de polos equivalente. En nuestro caso, cada superficie cargada tiene otra asociada del mismo valor pero signo opuesto en la propia celda. De ahí que haya que integrar por parejas de superficies en vez de hacerlo una a una.

La integración con respecto al eje  $z$  puede obtenerse fácilmente a partir de la siguiente expresión

$$\int_0^1 dz \int_{-\infty}^{\infty} dz' \left[ \frac{1}{\sqrt{a + (z - z')^2}} - \frac{1}{\sqrt{b + (z - z')^2}} \right] = \log \frac{b}{a} \quad (2.24)$$

Las integrales definidas restantes pueden expresarse en términos de integrales indefinidas utilizando las siguientes relaciones

$$\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} dy \int_{y_0 - \frac{h'}{2}}^{y_0 + \frac{h'}{2}} dy' \cdot f(y - y') = \frac{F(y_0 + \frac{h+h'}{2}) - F(y_0 + \frac{h'-h}{2}) + F(y_0 - \frac{h+h'}{2}) - F(y_0 + \frac{h-h'}{2})}{2} \quad (2.25)$$

en donde  $F(y) = \int d^2y \cdot f(y)$

y

$$\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} dy \int_{x_0 - \frac{l'}{2}}^{x_0 + \frac{l'}{2}} dx' \cdot g(x' - a, y - b) = \frac{G(x_0 + \frac{l'}{2} - a, \frac{h}{2} - b) - G(x_0 + \frac{l'}{2} - a, -(\frac{h}{2} + b)) + G(x_0 - \frac{l'}{2} - a, -(\frac{h}{2} + b)) - G(x_0 - \frac{l'}{2} - a, \frac{h}{2} - b)}{2} \quad (2.26)$$

en donde  $G(x, y) = \int dy dx \cdot g(x, y)$

Con estas expresiones la evaluación de las integrales (2.20) y (2.22) es mucho más sencilla. Las expresiones resultantes, aunque algo más complejas, son parecidas a las originales de *LaBonte* [10].

$$\begin{aligned}
A_m(x_0, y_0, l, h, l', h') = & - \\
& G_1 \left( x_0 - \frac{l+l'}{2}, y_0 + \frac{h-h'}{2} \right) + G_1 \left( x_0 + \frac{l-l'}{2}, y_0 + \frac{h-h'}{2} \right) + \\
& G_1 \left( x_0 - \frac{l+l'}{2}, y_0 - \frac{h+h'}{2} \right) - G_1 \left( x_0 + \frac{l-l'}{2}, y_0 - \frac{h+h'}{2} \right) + \\
& G_1 \left( x_0 - \frac{l+l'}{2}, y_0 + \frac{h+h'}{2} \right) - G_1 \left( x_0 + \frac{l-l'}{2}, y_0 + \frac{h+h'}{2} \right) - \\
& G_1 \left( x_0 - \frac{l+l'}{2}, y_0 + \frac{h'-h}{2} \right) + G_1 \left( x_0 + \frac{l-l'}{2}, y_0 + \frac{h'-h}{2} \right) - \\
& G_1 \left( x_0 + \frac{l+l'}{2}, y_0 + \frac{h-h'}{2} \right) + G_1 \left( x_0 + \frac{l-l'}{2}, y_0 + \frac{h-h'}{2} \right) + \\
& G_1 \left( x_0 + \frac{l+l'}{2}, y_0 - \frac{h+h'}{2} \right) - G_1 \left( x_0 + \frac{l-l'}{2}, y_0 - \frac{h+h'}{2} \right) + \\
& G_1 \left( x_0 + \frac{l+l'}{2}, y_0 + \frac{h+h'}{2} \right) - G_1 \left( x_0 + \frac{l-l'}{2}, y_0 + \frac{h+h'}{2} \right) - \\
& G_1 \left( x_0 + \frac{l+l'}{2}, y_0 + \frac{h'-h}{2} \right) + G_1 \left( x_0 + \frac{l-l'}{2}, y_0 + \frac{h'-h}{2} \right)
\end{aligned} \tag{2.27}$$

para el coeficiente  $C_m$  se tiene

$$\begin{aligned}
C_m(x_0, y_0, l, h, l', h') = & - \\
& G_2 \left( x_0 - \frac{l+l'}{2}, y_0 + \frac{h-h'}{2} \right) + G_2 \left( x_0 - \frac{l+l'}{2}, y_0 - \frac{h+h'}{2} \right) + \\
& G_2 \left( x_0 - \frac{l+l'}{2}, y_0 + \frac{h+h'}{2} \right) - G_2 \left( x_0 - \frac{l+l'}{2}, y_0 + \frac{h'-h}{2} \right) + \\
& G_2 \left( x_0 + \frac{l-l'}{2}, y_0 + \frac{h-h'}{2} \right) - G_2 \left( x_0 + \frac{l-l'}{2}, y_0 - \frac{h+h'}{2} \right) - \\
& G_2 \left( x_0 + \frac{l-l'}{2}, y_0 + \frac{h+h'}{2} \right) + G_2 \left( x_0 + \frac{l-l'}{2}, y_0 + \frac{h'-h}{2} \right) + \\
& G_2 \left( x_0 + \frac{l-l'}{2}, y_0 + \frac{h-h'}{2} \right) - G_2 \left( x_0 + \frac{l-l'}{2}, y_0 - \frac{h+h'}{2} \right) - \\
& G_2 \left( x_0 + \frac{l-l'}{2}, y_0 + \frac{h+h'}{2} \right) + G_2 \left( x_0 + \frac{l-l'}{2}, y_0 + \frac{h'-h}{2} \right) - \\
& G_2 \left( x_0 + \frac{l+l'}{2}, y_0 + \frac{h-h'}{2} \right) + G_2 \left( x_0 + \frac{l+l'}{2}, y_0 - \frac{h+h'}{2} \right) + \\
& G_2 \left( x_0 + \frac{l+l'}{2}, y_0 + \frac{h+h'}{2} \right) - G_2 \left( x_0 + \frac{l+l'}{2}, y_0 + \frac{h'-h}{2} \right)
\end{aligned} \tag{2.28}$$

donde las funciones  $G_1$  y  $G_2$  vienen dadas por <sup>1</sup> \_\_\_\_\_

$$G_1(u, v) = 2uv \operatorname{arctg} \frac{v}{u} + \frac{1}{2} (v^2 - u^2) \log (u^2 + v^2) \tag{2.29}$$

$$G_2(u, v) = (u^2 - v^2) \operatorname{arctg} \frac{v}{u} + uv \log (u^2 + v^2) \tag{2.30}$$

Las funciones  $G_1$  y  $G_2$  no corresponden exactamente a las integrales indefinidas resultantes al aplicar las igualdades (2.24), (2.25) y (2.26) sobre las integrales (2.20) y (2.22). En las integrales indefinidas obtenidas aparecen términos que son independientes de  $y$  o de  $x$  o bien son lineales con respecto alguna de las dos variables. Estos términos dan lugar a una contribución nula al ser evaluados en las expresiones (2.27) y (2.28). Por ello no se han incluido en (2.27) y (2.28).

Estas expresiones poseen (para  $u = 0$ ) unas indeterminaciones que hay que tener en cuenta.

<sup>1</sup>“log” hace referencia al logaritmo natural

Por un lado está el caso  $u = 0$  y  $v = 0$ . El  $\arctg$  es una función acotada que al estar multiplicada por variables que tienden a cero hace que el primer término de  $G_1$  y  $G_2$  se anule. Por su parte, el término correspondiente al logaritmo también se anula al tender el logaritmo a cero mucho más lentamente que la variable por la que está multiplicado. Por tanto, sin más que resolver unos límites sencillos se puede ver como en el caso de que  $u = 0$  y  $v = 0$  se obtiene  $G_1 = 0$  y  $G_2 = 0$ .

Sin embargo, el caso  $G_2(0, v)$  para  $v \neq 0$  es más delicado. El término correspondiente al logaritmo no entraña ningún problema pero la función  $\arctg \frac{v}{u}$  tiene una discontinuidad en  $u = 0$ . En este caso, los límites laterales no coinciden. Sea, por ejemplo,  $v > 0$ . Se tiene entonces

$$\frac{\pi}{2} = \lim_{u^+ \rightarrow 0} \arctg \frac{v}{u} \neq \lim_{u^- \rightarrow 0} \arctg \frac{v}{u} = -\frac{\pi}{2} \quad (2.31)$$

De estos dos valores posibles, por la forma como se han deducido estas expresiones, los valores correctos son  $\frac{\pi}{2}$  cuando se trabaja con valores de  $y_0$  positivos y  $-\frac{\pi}{2}$  cuando se trabaja con valores de  $y_0$  negativos. Esto es muy importante tenerlo en cuenta, especialmente a la hora de implementar el programa. El ordenador, al tener una precisión finita, trabaja con números que, debiendo ser iguales, no lo son por falta de precisión en sus últimas cifras. Estas últimas cifras no son más que *ruido numérico* y que hacen que si bien la resta de dos números teóricamente iguales sea muy próxima a cero, el signo del número resultante sea completamente aleatorio. Sin embargo, en nuestro caso, la utilización de un signo incorrecto lleva a valores de coeficientes completamente erróneos.

Una de las características más interesantes de estos coeficientes es la existencia de ciertas simetrías que pueden ser explotadas a la hora de implementar el programa.

$$\begin{aligned} A_m(x_0, y_0, l, h, l', h') &= A_m(-x_0, y_0, l, h, l', h') = \\ A_m(x_0, -y_0, l, h, l', h') &= A_m(-x_0, -y_0, l, h, l', h') \end{aligned} \quad (2.32)$$

$$\begin{aligned} C_m(x_0, y_0, l, h, l', h') &= -C_m(-x_0, y_0, l, h, l', h') = \\ -C_m(x_0, -y_0, l, h, l', h') &= C_m(-x_0, -y_0, l, h, l', h') \end{aligned} \quad (2.33)$$

$$A_m(y_0, x_0, h, l, h', l') = -A_m(x_0, y_0, l, h, l', h') \quad (2.34)$$

$$C_m(y_0, x_0, h, l, h', l') = C_m(x_0, y_0, l, h, l', h') \quad (2.35)$$

El caso en el que  $x_0 = 0$  e  $y_0 = 0$  da lugar a indeterminaciones en las funciones  $G_1$  y  $G_2$ . Por ello definiremos los coeficientes

$$A_m(0, 0) \equiv 0 \quad (2.36)$$

y

$$C_m(0, 0) \equiv 0 \quad (2.37)$$

ya que estos términos corresponden a la autoenergía magnetostática de cada prisma, la cual se calcula de forma independiente (ver 2.1.5).

De las expresiones (2.34) y (2.35) se pueden obtener los coeficientes  $B_m$  y  $D_m$  como

$$B_m(x_0, y_0, l, h, l', h') = -A_m(x_0, y_0, l, h, l', h') \quad (2.38)$$

$$D_m(x_0, y_0, l, h, l', h') = C_m(x_0, y_0, l, h, l', h') \quad (2.39)$$

estas dos últimas expresiones hacen que (2.19) pueda reescribirse finalmente

$$w_i = \frac{1}{2} M_s^2 \sum_{i=1}^{N_x} \sum_{j=1}^{N_y} \underbrace{\sum_{i'=1}^{N_x} \sum_{j'=1}^{N_y}}_{(i',j') \neq (i,j)} \cdot [A_m(i, j; i', j') (\alpha(i, j) \alpha(i', j') - \beta(i, j) \beta(i', j')) + C_m(i, j; i', j') (\alpha(i, j) \beta(i', j') + \beta(i, j) \alpha(i', j'))] \quad (2.40)$$

Como puede verse en (2.40) el cálculo de la energía magnetostática requiere realizar  $N_x \times N_y \times N_x \times N_y$  operaciones. Este es el principal problema en este tipo de cálculos. El tiempo necesario para calcular la energía crece muy rápidamente al aumentar el malla con lo que no es posible hacer simulaciones con un número muy grande de celdas. Utilizando mallas típicas de  $100 \times 100$ ,  $200 \times 50$ , etc... se llega a una solución en una estación de trabajo en unas horas. Por todo ello hay que hacer énfasis en cualquier técnica que ayude a minimizar el cálculo de la energía magnetostática de interacción. Una de las técnicas más eficaces, como veremos más adelante, consiste en partir de una configuración inicial de imanación que sea lo más parecida a la configuración definitiva. Otra es la explotación de las simetrías "C" y "S" en aquellas estructuras que posean estas características. Las expresiones que se obtienen para las simetrías "C" y "S" son algo más complicadas que (2.40). A pesar de ello, los sumatorios recorren la mitad de los índices, en dos de los cuatro necesarios, con lo que el número de operaciones se reduce a la cuarta parte. La expresión que se obtiene para estructuras con simetría "C" es

$$\begin{aligned}
w_i = & M_s^2 \sum_{i=1}^{N_x} \sum_{j=\frac{N_y}{2}+1}^{N_y} \underbrace{\sum_{i'=1}^{N_x} \sum_{j'=\frac{N_y}{2}+1}^{N_y}}_{(i',j') \neq (i,j)} \cdot \\
& [A_m(i, j; i', j') \alpha(i, j) \alpha(i', j') - A_m(i, j; i', N_y - j' + 1) \alpha(i, j) \alpha(i', j') + \\
& B_m(i, j; i', j') \beta(i, j) \beta(i', j') + B_m(i, j; i', N_y - j' + 1) \beta(i, j) \beta(i', j') + \\
& C_m(i, j; i', j') \alpha(i, j) \beta(i', j') - C_m(i, j; i', N_y - j' + 1) \alpha(i, j) \beta(i', j') + \\
& D_m(i, j; i', j') \beta(i, j) \alpha(i', j') - D_m(i, j; i', N_y - j' + 1) \beta(i, j) \alpha(i', j')] + \\
& M_s^2 \sum_{i=1}^{N_x} \sum_{j=\frac{N_y}{2}+1}^{N_y} \left[ -A_m(i, j; i, N_y - j + 1) \alpha^2(i, j) + B_m(i, j; i, N_y - j + 1) \beta^2(i, j) \right]
\end{aligned} \tag{2.41}$$

Al simplificar esta expresión aplicando simetrías se obtiene:

$$\begin{aligned}
w_i = & M_s^2 \sum_{i=1}^{N_x} \sum_{j=\frac{N_y}{2}+1}^{N_y} \underbrace{\sum_{i'=1}^{N_x} \sum_{j'=\frac{N_y}{2}+1}^{N_y}}_{(i',j') \neq (i,j)} \cdot \\
& [A_m(i, j; i', j') (\alpha(i, j) \alpha(i', j') - \beta(i, j) \beta(i', j')) - \\
& A_m(i, j; i', N_y - j' + 1) (\alpha(i, j) \alpha(i', j') + \beta(i, j) \beta(i', j')) + \\
& C_m(i, j; i', j') (\alpha(i, j) \beta(i', j') + \beta(i, j) \alpha(i', j')) + \\
& C_m(i, j; i', N_y - j' + 1) (\alpha(i, j) \beta(i', j') - \beta(i, j) \alpha(i', j'))] - \\
& M_s^2 \sum_{i=1}^{N_x} \sum_{j=\frac{N_y}{2}+1}^{N_y} \left[ A_m(i, j; i, N_y - j + 1) (\alpha^2(i, j) + \beta^2(i, j)) \right]
\end{aligned} \tag{2.42}$$

para el caso de estructuras con simetría "S" se tiene

$$\begin{aligned}
w_i = & M_s^2 \sum_{i=\frac{N_x}{2}+1}^{N_x} \sum_{j=1}^{N_y} \underbrace{\sum_{i'=\frac{N_x}{2}+1}^{N_x} \sum_{j'=1}^{N_y}}_{(i',j') \neq (i,j)} \cdot [A_m(i, j; i', j') \alpha(i, j) \alpha(i', j') + \\
& A_m(i, j; N_x - i' + 1, N_y - j' + 1) \alpha(i, j) \alpha(i', j') + \\
& B_m(i, j; i', j') \beta(i, j) \beta(i', j') + \\
& B_m(i, j; N_x - i' + 1, N_y - j' + 1) \beta(i, j) \beta(i', j') + \\
& C_m(i, j; i', j') \alpha(i, j) \beta(i', j') + \\
& C_m(i, j; N_x - i' + 1, N_y - j' + 1) \alpha(i, j) \beta(i', j') + \\
& D_m(i, j; i', j') \beta(i, j) \alpha(i', j') + \\
& D_m(i, j; N_x - i' + 1, N_y - j' + 1) \beta(i, j) \alpha(i', j')] + \\
& M_s^2 \sum_{i=\frac{N_x}{2}+1}^{N_x} \sum_{j=1}^{N_y} [A_m(i, j; N_x - i + 1, N_y - j + 1) \alpha^2(i, j) + \\
& B_m(i, j; N_x - i + 1, N_y - j + 1) \beta^2(i, j) + \\
& C_m(i, j; N_x - i + 1, N_y - j + 1) \alpha(i, j) \beta(i, j) + \\
& D_m(i, j; N_x - i + 1, N_y - j + 1) \beta(i, j) \alpha(i, j)]
\end{aligned} \tag{2.43}$$

Al simplificar aplicando simetrías se obtiene finalmente

$$\begin{aligned}
 w_i = M_s^2 \sum_{i=\frac{N_x}{2}+1}^{N_x} \sum_{j=1}^{N_y} \underbrace{\sum_{i'=\frac{N_x}{2}+1}^{N_x} \sum_{j'=1}^{N_y}}_{(i',j') \neq (i,j)} \cdot \quad (2.44) \\
 [A_m(i, j; i', j') (\alpha(i, j) \alpha(i', j') - \beta(i, j) \beta(i', j')) + \\
 A_m(i, j; N_x - i' + 1, N_y - j' + 1) (\alpha(i, j) \alpha(i', j') - \beta(i, j) \beta(i', j')) + \\
 C_m(i, j; i', j') (\alpha(i, j) \beta(i', j') + \beta(i, j) \alpha(i', j')) + \\
 C_m(i, j; N_x - i' + 1, N_y - j' + 1) (\alpha(i, j) \beta(i', j') + \beta(i, j) \alpha(i', j'))] + \\
 M_s^2 \sum_{i=\frac{N_x}{2}+1}^{N_x} \sum_{j=1}^{N_y} [A_m(i, j; N_x - i + 1, N_y - j + 1) (\alpha^2(i, j) - \beta^2(i, j)) + \\
 2C_m(i, j; N_x - i + 1, N_y - j + 1) \alpha(i, j) \beta(i, j)]
 \end{aligned}$$

### 2.1.5 Autoenergía magnetostática

Para obtener la energía magnetostática total nos queda por resolver el problema de la autoenergía de cada prisma. Esta energía se calcula fácilmente a partir de sus factores desimanadores. En el modelo original de *LaBonte* [10] este cálculo era sencillo puesto que, al ser las celdas cuadradas, ambos factores, normalizados, deben ser iguales y sumar la unidad por lo que se deduce que  $d_x = d_y = \frac{1}{2}$ . En nuestro caso, al ser las celdas rectangulares, los dos factores son diferentes y, en el caso más general de mallados variables, diferentes de una celda a otra.

Los factores desimanadores corresponden a los coeficientes de interacción (2.20) para el caso de  $x_0 = 0$ ,  $y_0 = 0$ ,  $l' = l$  y  $h' = h$ . Ahora bien, estos coeficientes no pueden obtenerse de forma directa ya que aparecen indeterminaciones del tipo  $\frac{0}{0}$  en (2.29) y (2.30). Para resolver estas indeterminaciones imaginemos una pareja de prismas  $\alpha\alpha'$  con  $l' = l$  y  $h' = h$ . La autoenergía de un prisma equivale a la energía de interacción entre ambos cuando están superpuestos. Buscamos, entonces, el límite en el que la distancia entre ambos prismas tiende a cero <sup>2</sup>

$$\begin{aligned}
 D_x(l, h) = \lim_{(x_0, y_0) \rightarrow (0, 0)} A_m(x_0, y_0, l, h, l, h) = \quad (2.45) \\
 2(l^2 \log l^2 - h^2 \log h^2) + 8lh \arctg \frac{h}{l} + 2(h^2 - l^2) \log(l^2 + h^2)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 D_y(l, h) = D_x(h, l) = 2(h^2 \log h^2 - l^2 \log l^2) + 8hl \arctg \frac{l}{h} + \quad (2.46) \\
 2(l^2 - h^2) \log(h^2 + l^2)
 \end{aligned}$$

La expresión resultante para la autoenergía magnetostática es pues

---

<sup>2</sup>Estos factores desimanadores no están normalizados, por lo que  $D_x + D_y = 4\pi lh$ .

$$w_s = \frac{1}{2} M_s^2 \sum_{i=1}^{N_x} \sum_{j=1}^{N_y} \left[ D_x(i, j) \alpha^2(i, j) + D_y(i, j) \beta^2(i, j) \right] l(i) h(j) \quad (2.47)$$

Para estructuras con simetría "C" se tiene

$$w_s = M_s^2 \sum_{i=1}^{N_x} \sum_{j=\frac{N_y}{2}+1}^{N_y} \left[ D_x(i, j) \alpha^2(i, j) + D_y(i, j) \beta^2(i, j) \right] l(i) h(j) \quad (2.48)$$

Y para estructuras con simetría "S" se tiene

$$w_s = M_s^2 \sum_{i=\frac{N_x}{2}+1}^{N_x} \sum_{j=1}^{N_y} \left[ D_x(i, j) \alpha^2(i, j) + D_y(i, j) \beta^2(i, j) \right] l(i) h(j) \quad (2.49)$$

Con estas expresiones tenemos ya el conjunto de fórmulas necesario para calcular la energía de la pared. Además de estas expresiones y, como se verá más adelante al tratar el procedimiento de minimización, necesitamos también conocer el campo efectivo sobre cada espin debido a cada una de los tres factores anteriores, canje, anisotropía y energía magnetostática. Dicho campo puede definirse como

$$h_{eff}^{\psi} = -\frac{\delta w_t}{\delta \psi} = -\left( \frac{\delta w_e}{\delta \psi} + \frac{\delta w_a}{\delta \psi} + \frac{\delta w_s}{\delta \psi} + \frac{\delta w_m}{\delta \psi} \right), \quad \psi = \alpha, \beta, \gamma \quad (2.50)$$

donde

$$\mathbf{h}_{eff} = \left( h_{eff}^{\alpha}, h_{eff}^{\beta}, h_{eff}^{\gamma} \right) \quad (2.51)$$

A continuación se presentan las expresiones para cada uno de estos campos

### 2.1.6 Campo debido al canje

Para obtener los campos efectivos debidos al canje tenemos que derivar las ecuaciones (2.9), (2.10) y (2.11) con respecto a cada uno de los cosenos directores de cada una de las celdas. Estas derivadas no son complicadas pero resultan un tanto tediosas por la presencia de los sumatorios. De todos modos, la simetría que poseen con respecto a cada uno de los cosenos directores hacen que pueda derivarse una expresión única a partir de la cual se obtengan las expresiones para cada coseno director independientemente. De esta forma, en las expresiones que se muestran a continuación, para calcular el gradiente respecto a un coseno director determinado, basta con sustituir la variable genérica  $\psi$  por  $\alpha$ ,  $\beta$  o  $\gamma$ . Los resultados son los siguientes:

**Estructuras sin simetría**

$$\mathbf{h}_{e\psi}(i, j) = -\frac{\partial w_e}{\partial \psi(i, j)} = 4A_{ex} \left[ \begin{array}{c} \psi(i-1, j) \frac{h(j)}{l^-(i)} + \psi(i+1, j) \frac{h(j)}{l^+(i)} + \\ \psi(i, j-1) \frac{l(i)}{h^-(j)} + \psi(i, j+1) \frac{l(i)}{h^+(j)} \end{array} \right] \quad (2.52)$$

$$l^-(i) = \begin{cases} l(i) & \text{si } i = 1 \\ l(i-1) + l(i) & \text{si } i \neq 1 \end{cases} \quad l^+(i) = \begin{cases} l(i) & \text{si } i = N_x \\ l(i) + l(i+1) & \text{si } i \neq N_x \end{cases} \quad (2.53)$$

$$h^-(j) = \begin{cases} h(j) & \text{si } j = 1 \\ h(j-1) + h(j) & \text{si } j \neq 1 \end{cases} \quad h^+(j) = \begin{cases} h(j) & \text{si } j = N_y \\ h(j) + h(j+1) & \text{si } j \neq N_y \end{cases} \quad (2.54)$$

**Estructuras con simetría "C"**

$$\mathbf{h}_{e\psi}(i, j) = -\frac{\partial w_e}{\partial \psi(i, j)} = 8A_{ex} \left[ \begin{array}{c} \psi(i-1, j) \frac{h(j)}{l^-(i)} + \psi(i+1, j) \frac{h(j)}{l^+(i)} + \\ \Psi \frac{l(i)}{h^-(j)} + \psi(i, j+1) \frac{l(i)}{h^+(j)} \end{array} \right] \quad (2.55)$$

$$l^-(i) = \begin{cases} l(i) & \text{si } i = 1 \\ l(i-1) + l(i) & \text{si } i \neq 1 \end{cases} \quad l^+(i) = \begin{cases} l(i) & \text{si } i = N_x \\ l(i) + l(i+1) & \text{si } i \neq N_x \end{cases} \quad (2.56)$$

$$h^-(j) = \begin{cases} h(j) & \text{si } j = \frac{N_y}{2} + 1 \\ h(j-1) + h(j) & \text{si } j \neq \frac{N_y}{2} + 1 \end{cases} \quad h^+(j) = \begin{cases} h(j) & \text{si } j = N_y \\ h(j) + h(j+1) & \text{si } j \neq N_y \end{cases} \quad (2.57)$$

$$\Psi = \begin{cases} -\frac{1}{2}\psi(i, j) & \text{si } \begin{cases} j = \frac{N_y}{2} + 1 \\ \psi = \alpha \end{cases} \\ \frac{1}{2}\psi(i, j) & \text{si } \begin{cases} j = \frac{N_y}{2} + 1 \\ \psi \neq \alpha \end{cases} \\ \psi(i, j-1) & \text{si } j \neq \frac{N_y}{2} + 1 \end{cases} \quad (2.58)$$

**Estructuras con simetría "S"**

$$\mathbf{h}_{e\psi}(i, j) = -\frac{\partial w_e}{\partial \psi(i, j)} = 8A_{ex} \left[ \begin{array}{c} \Psi \frac{h(j)}{l^-(i)} + \psi(i+1, j) \frac{h(j)}{l^+(i)} + \\ \psi(i, j-1) \frac{l(i)}{h^-(j)} + \psi(i, j+1) \frac{l(i)}{h^+(j)} \end{array} \right] \quad (2.59)$$

$$l^-(i) = \begin{cases} l(i) & \text{si } i = \frac{N_x}{2} + 1 \\ l(i-1) + l(i) & \text{si } i \neq \frac{N_x}{2} + 1 \end{cases} \quad l^+(i) = \begin{cases} l(i) & \text{si } i = N_x \\ l(i) + l(i+1) & \text{si } i \neq N_x \end{cases} \quad (2.60)$$

$$h^-(j) = \begin{cases} h(j) & \text{si } j = 1 \\ h(j-1) + h(j) & \text{si } j \neq 1 \end{cases} \quad h^+(j) = \begin{cases} h(j) & \text{si } j = N_y \\ h(j) + h(j+1) & \text{si } j \neq N_y \end{cases} \quad (2.61)$$

$$\Psi = \begin{cases} -\frac{1}{2}\psi(i, j) & \text{si } \begin{cases} j = \frac{N_x}{2} + 1 \\ \psi = \gamma \end{cases} \\ \frac{1}{2}\psi(i, j) & \text{si } \begin{cases} j = \frac{N_x}{2} + 1 \\ \psi \neq \gamma \end{cases} \\ \psi(i-1, j) & \text{si } j \neq \frac{N_x}{2} + 1 \end{cases} \quad (2.62)$$

### 2.1.7 Campo debido a la anisotropía

Las expresiones del campo debido a la anisotropía son mucho más sencillas que para el canje. En el caso de la anisotropía la energía depende tan sólo del ángulo de la imanación con el eje fácil, el cual se encuentra sobre el eje  $z$ . Hay que derivar, por tanto, las expresiones (2.13), (2.14) y (2.15) con respecto a  $\gamma$ . Los resultados son los siguientes

#### Estructuras sin simetría

$$h_{a\gamma}(i, j) = - \frac{\partial w_a}{\partial \gamma(i, j)} = 2K\gamma(i, j) l(i) h(j) \quad (2.63)$$

$$\begin{matrix} 1 \leq i \leq N_x \\ 1 \leq j \leq N_y \end{matrix}$$

#### Estructuras con simetría "C"

$$h_{a\gamma}(i, j) = - \frac{\partial w_a}{\partial \gamma(i, j)} = 4K\gamma(i, j) l(i) h(j) \quad (2.64)$$

$$\begin{matrix} 1 \leq i \leq N_x \\ \frac{N_x}{2} + 1 \leq j \leq N_y \end{matrix}$$

#### Estructuras con simetría "S"

$$h_{a\gamma}(i, j) = - \frac{\partial w_a}{\partial \gamma(i, j)} = 4K\gamma(i, j) l(i) h(j) \quad (2.65)$$

$$\begin{matrix} \frac{N_x}{2} + 1 \leq i \leq N_x \\ 1 \leq j \leq N_y \end{matrix}$$

### 2.1.8 Campo debido a la autoenergía magnetostática

Al igual que para la anisotropía las expresiones del campo efectivo para la autoenergía magnetostática son bastante simples. En este caso tenemos que derivar las expresiones (2.47), (2.48) y (2.49) con respecto a los cosenos directores  $\alpha$  y  $\beta$ . Los resultados son los siguientes

#### Estructuras sin simetría

$$h_{s\alpha}(i, j) = - \frac{\partial w_a}{\partial \alpha(i, j)} = -M_s^2 D_x(i, j) \alpha(i, j) l(i) h(j) \quad (2.66)$$

$$\begin{matrix} 1 \leq i \leq N_x \\ 1 \leq j \leq N_y \end{matrix}$$

$$h_{s\beta}(i, j) = - \frac{\partial w_a}{\partial \beta(i, j)} = -M_s^2 D_y(i, j) \beta(i, j) l(i) h(j) \quad (2.67)$$

$$\begin{matrix} 1 \leq i \leq N_x \\ 1 \leq j \leq N_y \end{matrix}$$

#### Estructuras con simetría "C"

$$h_{s\alpha}(i, j) = - \frac{\partial w_a}{\partial \alpha(i, j)} = -2M_s^2 D_x(i, j) \alpha(i, j) l(i) h(j) \quad (2.68)$$

$$\begin{matrix} 1 \leq i \leq N_x \\ \frac{N_y}{2} + 1 \leq j \leq N_y \end{matrix}$$

$$h_{s\beta}(i, j) = - \frac{\partial w_a}{\partial \beta(i, j)} = -2M_s^2 D_y(i, j) \beta(i, j) l(i) h(j) \quad (2.69)$$

$$\begin{matrix} 1 \leq i \leq N_x \\ \frac{N_y}{2} + 1 \leq j \leq N_y \end{matrix}$$

#### Estructuras con simetría "S"

$$h_{s\alpha}(i, j) = - \frac{\partial w_a}{\partial \alpha(i, j)} = -2M_s^2 D_x(i, j) \alpha(i, j) l(i) h(j) \quad (2.70)$$

$$\begin{matrix} \frac{N_x}{2} + 1 \leq i \leq N_x \\ 1 \leq j \leq N_y \end{matrix}$$

$$h_{s\beta}(i, j) = - \frac{\partial w_a}{\partial \beta(i, j)} = -2M_s^2 D_y(i, j) \beta(i, j) l(i) h(j) \quad (2.71)$$

$$\begin{matrix} \frac{N_x}{2} + 1 \leq i \leq N_x \\ 1 \leq j \leq N_y \end{matrix}$$

### 2.1.9 Campo debido a la energía magnetostática de interacción

Por último nos quedan los campos debidos a la interacción magnetostática. En este caso tenemos que derivar las expresiones (2.19), (2.42) y (2.44) con respecto a los cosenos directores  $\alpha$  y  $\beta$ . Las expresiones obtenidas son

#### Estructuras sin simetría

$$h_{i\alpha}(i, j) = -\frac{\partial w_i}{\partial \alpha(i, j)} = -M_s^2 \sum_{i'=1}^{N_x} \sum_{j'=1}^{N_y} \cdot [A_m(i, j; i', j')\alpha(i', j') + C_m(i, j; i', j')\beta(i', j')] \quad (2.72)$$

$$h_{i\beta}(i, j) = -\frac{\partial w_i}{\partial \beta(i, j)} = -M_s^2 \sum_{i'=1}^{N_x} \sum_{j'=1}^{N_y} \cdot [A_m(i, j; i', j')\beta(i', j') + C_m(i', j'; i, j)\alpha(i', j')] \quad (2.73)$$

#### Estructuras con simetría "C"

$$h_{i\alpha}(i, j) = -\frac{\partial w_i}{\partial \alpha(i, j)} = \quad (2.74)$$

$$-2M_s^2 \sum_{i'=1}^{N_x} \sum_{j'=\frac{N_y}{2}+1}^{N_y} \cdot [(A_m(i, j; i', j') - A_m(i, j; i', N_y - j' + 1)) \alpha(i', j') + (C_m(i, j; i', j') + C_m(i, j; i', N_y - j' + 1)) \beta(i', j')] + 2M_s^2 A_m(i, j; i, N_y - j + 1) \alpha(i, j)$$

$$h_{i\beta}(i, j) = -\frac{\partial w_i}{\partial \beta(i, j)} = - \quad (2.75)$$

$$2M_s^2 \sum_{i'=1}^{N_x} \sum_{j'=\frac{N_y}{2}+1}^{N_y} \cdot [-(A_m(i, j; i', j') + A_m(i, j; i', N_y - j' + 1)) \beta(i', j') + (C_m(i, j; i', j') - C_m(i, j; i', N_y - j' + 1)) \alpha(i', j')] + 2M_s^2 A_m(i, j; i, N_y - j + 1) \beta(i, j)$$

#### Estructuras con simetría "S"

$$h_{i\alpha}(i, j) = -\frac{\partial w_i}{\partial \alpha(i, j)} = - \quad (2.76)$$

$$2M_s^2 \sum_{i'=\frac{N_x}{2}+1}^{N_x} \sum_{j'=1}^{N_y} \cdot [(A_m(i, j; i', j') + A_m(i, j; N_x - i' + 1, N_y - j' + 1)) \alpha(i', j') + (C_m(i, j; i', j') + C_m(i, j; N_x - i' + 1, N_y - j' + 1)) \beta(i', j')] - 2M_s^2 [A_m(i, j; N_x - i + 1, N_y - j + 1) \alpha(i, j) + C_m(i, j; N_x - i + 1, N_y - j + 1) \beta(i, j)]$$

$$\begin{aligned}
h_{i\beta}(i, j) &= -\frac{\partial w_i}{\partial \beta(i, j)} = - \\
2M_s^2 \sum_{i'=\frac{N_x}{2}+1}^{N_x} \sum_{j'=1}^{N_y} &\cdot [-(A_m(i, j; i', j') + A_m(i, j; N_x - i' + 1, N_y - j' + 1)) \alpha(i', j') + \\
&(C_m(i, j; i', j') + C_m(i, j; N_x - i' + 1, N_y - j' + 1)) \beta(i', j')] - \\
2M_s^2 [-A_m(i, j; N_x - i + 1, N_y - j + 1) \beta(i, j) + &C_m(i, j; N_x - i + 1, N_y - j + 1) \alpha(i, j)]
\end{aligned} \tag{2.77}$$

Una vez obtenidos todos estos campos podemos calcular el campo efectivo total como suma de todos ellos

$$\begin{aligned}
\mathbf{h}_{eff} &= \mathbf{h}_e + \mathbf{h}_a + \mathbf{h}_s + \mathbf{h}_i \\
h_{eff\alpha} &= h_{e\alpha} + h_{s\alpha} + h_{i\alpha} \\
h_{eff\beta} &= h_{e\beta} + h_{s\beta} + h_{i\beta} \\
h_{eff\gamma} &= h_{e\gamma} + h_{a\gamma} \\
\mathbf{h}_{eff} &= (h_{eff\alpha}, h_{eff\beta}, h_{eff\gamma})
\end{aligned} \tag{2.78}$$

### 2.1.10 Algoritmo de minimización

Existen dos métodos diferentes para la minimización de la energía: el método de *LaBonte* [10] y la minimización directa por gradientes conjugados. Ambos métodos, sin embargo, se basan en el hecho de que la imanación en el equilibrio debe estar orientada en la dirección del campo efectivo. Esto se deduce fácilmente a partir de la ecuación de Landau-Lifshitz

$$\frac{d\mathbf{M}}{dt} = \gamma (\mathbf{M} \times \mathbf{H}_{eff}) - \frac{\lambda}{M_s} \mathbf{M} \times (\mathbf{M} \times \mathbf{H}_{eff}) \tag{2.79}$$

donde  $\gamma$  es la relación giromagnética y  $\lambda$  el parámetro de amortiguamiento.

Si  $\mathbf{M} \parallel \mathbf{H}_{eff}$  se tiene

$$\mathbf{M} \times \mathbf{H}_{eff} = 0 \implies \frac{d\mathbf{M}}{dt} = 0$$

El método de *LaBonte* se basa en el cambio abrupto de orientación de la imanación en la dirección del campo efectivo para cada iteración. El campo efectivo  $\mathbf{h}_{eff}$  se calcula para cada celda del mallado manteniendo fija la distribución global de imanación. Este campo es, posteriormente normalizado  $\mathbf{h}_{eff}^*(i, j) = \mathbf{h}_{eff}(i, j) / |\mathbf{h}_{eff}(i, j)|$  y la diferencia con el vector imanación  $\delta(i, j) = |\mathbf{h}_{eff}^*(i, j) - \mathbf{m}(i, j)|$  se almacena como una medida de la estabilidad de la configuración de imanación actual. El conjunto  $\mathbf{m}(i, j)$  se sustituye por  $\mathbf{h}_{eff}^*(i, j)$  para cada celda. Después de esta sustitución el valor máximo de  $\delta(i, j)$  se compara con un valor predeterminado repitiéndose todo el proceso hasta que el valor máximo de  $\delta(i, j)$  cae por debajo de ese valor predeterminado.

El método de *LaBonte* presenta, sin embargo, problemas de convergencia dependiendo de cómo se formule la autoenergía magnetostática. Para un mallado cuadrado ( $l = h$ ) la ecuación (2.47) puede expresarse en términos de  $\alpha$  y  $\beta$  o bien en función de  $\gamma$ . Estas dos formulaciones, aunque matemáticamente equivalentes, son muy diferentes para la minimización. La formulación en términos de  $\alpha$  y  $\beta$  da lugar a oscilaciones en aquellas configuraciones en las que la autoenergía magnetostática es predominante. La formulación en términos del coseno director  $\gamma$  se presenta mucho más estable. En nuestro caso, al ser el mallado de tamaño variable, no es posible formular la autoenergía magnetostática en términos de  $\gamma$ . Esto hace más conveniente el método de gradientes conjugados en el que tales oscilaciones pueden, fácilmente, ser evitadas.

Con el método del gradiente, la imanación se gira en cada iteración en la dirección del campo efectivo de forma controlada según un parámetro  $\eta$ .

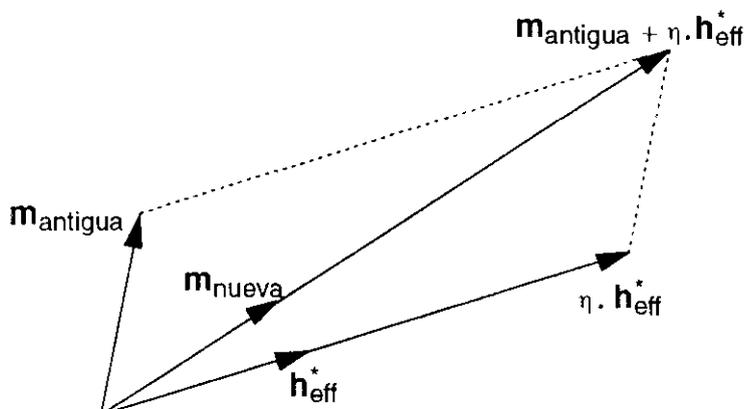
$$\mathbf{m}_{nueva}(i, j) = \mathbf{m}_{vieja}(i, j) - \eta \cdot \mathbf{h}_{eff}^*(i, j) \quad (2.80)$$

Después del cálculo de la nueva distribución de imanación se normalizan los vectores  $\mathbf{m}(i, j)$  para que se mantenga la condición  $\mathbf{m}^2 = 1$ . Posteriormente se calculan nuevos campos efectivos,  $\mathbf{h}_{eff}^*$  y el nuevo valor de la energía,  $w_t$ . Si este valor es menor que el obtenido en la iteración anterior, la iteración se acepta y se continúa con la iteración siguiente. En caso contrario, si el nuevo valor de  $w_t$  es mayor que el obtenido para la iteración anterior, se recupera la configuración de espines anterior  $\mathbf{m}_{vieja}$ , se disminuye el parámetro  $\eta$  ( $\eta = \eta / 2$ ) y se vuelve a calcular una nueva configuración de espines con este nuevo parámetro. A menos que la imanación esté ya orientada en la dirección del campo efectivo se puede llegar a obtener una configuración de espines con menor energía si el parámetro  $\eta$  es lo suficientemente pequeño.

Con objeto de acelerar la convergencia, en aquellas iteraciones en las que haya un descenso en el valor de  $w_t$  el parámetro  $\eta$  se hace más grande ( $\eta = \eta \cdot 1.3$ ). Las pruebas realizadas muestran como esto proporciona un comportamiento adecuado para la minimización.

El criterio de terminación del proceso puede basarse en las variaciones en el ángulo de imanación o en los valores de la energía de la estructura. El primero de ellos es más fiable por dos motivos:

- proporciona información acerca del estado de todo vector imanación mientras que con el criterio de la energía se dispone tan sólo de información global. Por ello, utilizando el criterio de la energía, puede llevar a término el proceso cuando el sistema está todavía lejos de la configuración de equilibrio.
- cerca del mínimo la energía varía de forma cuadrática con lo que un criterio basado en ella requiere mayor precisión numérica para ser equivalente.



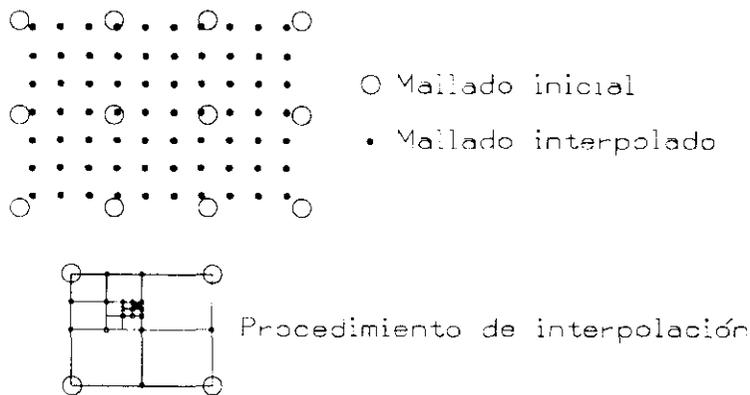
**Figura 2.4** Procedimiento iterativo de minimización. El valor nuevo de  $m(i, j)$  se obtiene girando la imanación en la dirección del campo efectivo  $h_{eff}^*(i, j)$  según un parámetro de control  $\eta$ . Cuanto mayor es  $\eta$  más se aproxima la imanación a la dirección del campo efectivo.

La precisión en los cálculos está directamente relacionada con el mallado utilizado. Cuanto mayor sea el número de celdas mejor será la precisión en los valores de la energía, especialmente en el caso de la energía magnetostática. Sin embargo, el número de operaciones a realizar aumenta muy rápidamente con el mallado por lo que éste no puede hacerse indiscriminadamente grande.

Es posible mejorar mucho el tiempo empleado en el cálculo si se hace la aproximación principal mediante un mallado pequeño. Posteriormente puede aumentarse este mallado y utilizar la solución obtenida como referencia sobre la que interpolar nuevos valores que sirvan de condiciones iniciales en la nueva simulación. Este procedimiento puede repetirse varias veces hasta que, a la hora de hacer el cálculo con el mallado más fino posible, la configuración inicial de imanación esté ya muy próxima a la configuración de equilibrio y hagan falta pocas iteraciones para conseguirla.

El procedimiento de interpolación se esquematiza en la figura 2.5. Los círculos huecos representan las celdas de un mallado previo pequeño y los círculos rellenos representan las de un mallado más grande. La idea es obtener valores para los puntos indicados por los círculos pequeños rellenos a partir de los huecos. Dado que estamos considerando sistemas de dos dimensiones no existe una fórmula analítica sencilla con la que podamos obtener estos valores de forma directa. Existe, sin embargo, un método sencillo que, con unas pocas operaciones elementales (sumas, restas, productos y cocientes), nos proporciona un valor bastante aproximado para la imanación en las nuevas celdas.

Dado un punto sobre el que queremos obtener un valor interpolado buscaremos aquellos cuatro puntos del mallado conocido que lo rodean. Dividiremos el rectángulo



**Figura 2.5** Procedimiento de interpolación.

descrito por estos cuatro puntos en cuatro cuadrantes sobre los que es fácil obtener un valor en cada uno de sus vértices. Los valores en los puntos medios del cuadrado se pueden obtener con una simple media entre los valores en los extremos. Igualmente el valor en el punto medio del cuadrado se puede obtener como una media entre los valores de sus cuatro vértices. Una vez que tenemos calculados todos estos valores identificaremos aquel cuadrante que contenga el punto sobre el que queremos interpolar un nuevo valor y lo dividiremos, a su vez, en cuatro cuadrantes. Este proceso se repite un cierto número de veces (en nuestro caso utilizaremos veinte) hasta que el valor de la imanación en ese punto es prácticamente igual al de los valores de los vértices del cuadrante en el que se encuentra. En concreto, y para 20 subdivisiones, la precisión oscila en torno a  $1/2^{20}$ , la cual puede considerarse suficiente buena.

La interpolación de soluciones previas como condiciones iniciales para una nueva simulación no sólo es interesante desde el punto de vista del tiempo de cálculo. Utilizando mallados iniciales pequeños se consigue llegar a mínimos inferiores a los que se encuentran en ocasiones utilizando mallados elevados. Esto se debe a que los mallados elevados pueden llevar a estructuras metaestables que, si bien no constituyen un mínimo de energía muy marcado, son igualmente estables.

## 2.2 Modelo Tridimensional

### 2.2.1 Energía magnetostática de interacción

El proceso de cálculo de las expresiones de la energía magnetostática para sistemas tridimensionales es análogo al seguido para el caso bidimensional. Las expresiones (2.16) y (2.17) son igualmente válidas en este caso.

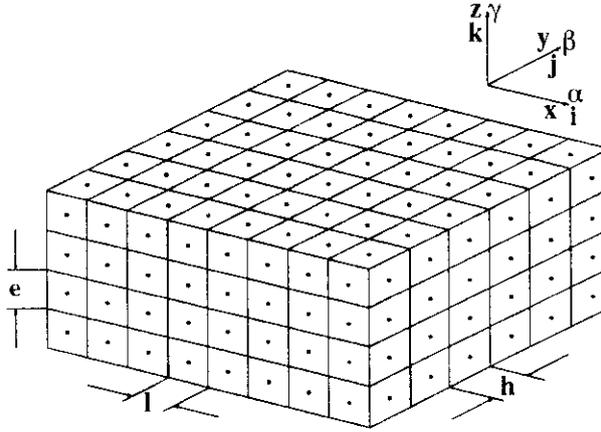


Figura 2.6 Variables del mallado tridimensional.

La energía magnetostática de interacción vendrá dada por la suma de las interacciones de cada celda del mallado con el resto. En la formulación discreta, estas expresiones se pueden reescribir como:

$$w_i = \frac{1}{2} M_s^2 \sum_{i=1}^{N_x} \sum_{j=1}^{N_y} \sum_{k=1}^{N_z} \underbrace{\sum_{i'=1}^{N_x} \sum_{j'=1}^{N_y} \sum_{k'=1}^{N_z}}_{(i',j',k') \neq (i,j,k)} \cdot [AA_m(i,j,k;i',j',k') \alpha(i,j,k) \alpha(i',j',k') + \quad (2.81)$$

$$BB_m(i,j,k;i',j',k') \beta(i,j,k) \beta(i',j',k') +$$

$$CC_m(i,j,k;i',j',k') \alpha(i,j,k) \beta(i',j',k') +$$

$$AB_m(i,j,k;i',j',k') \beta(i,j,k) \alpha(i',j',k') +$$

$$AC_m(i,j,k;i',j',k') \beta(i,j,k) \alpha(i',j',k') +$$

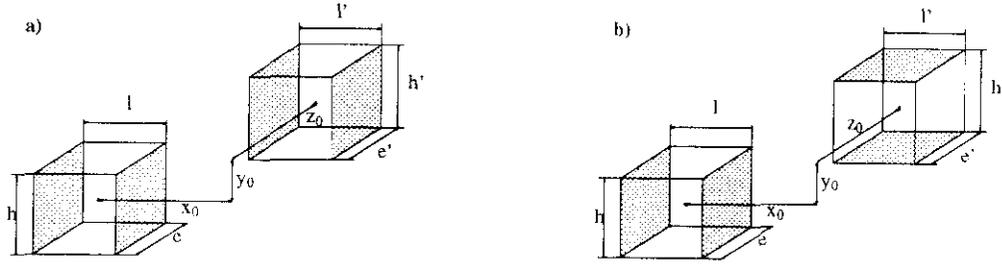
$$BA_m(i,j,k;i',j',k') \beta(i,j,k) \alpha(i',j',k') +$$

$$BC_m(i,j,k;i',j',k') \beta(i,j,k) \alpha(i',j',k') +$$

$$CA_m(i,j,k;i',j',k') \beta(i,j,k) \alpha(i',j',k') +$$

$$CB_m(i,j,k;i',j',k') \beta(i,j,k) \alpha(i',j',k') ]$$

en donde los coeficientes  $AA_m, \dots, CB_m$  corresponden a los coeficientes geométricos de (2.17). En este caso, el cálculo de estos coeficientes pasa por la resolución de unas integrales análogas a las resueltas para el caso bidimensional. Al igual que hicimos entonces, consideraremos la interacción entre dos prismas situando el origen de coordenadas en el centro del primero. La posición del segundo prisma viene dada ahora por  $\mathbf{D} = x_0 \mathbf{i} + y_0 \mathbf{j} + z_0 \mathbf{k}$ . Sean  $l \times h \times e$  y  $l' \times h' \times e'$  las dimensiones del primer  $(i, j, k)$  y segundo  $(i', j', k')$  prismas respectivamente. Los coeficientes de interacción vienen dados ahora por



**Figura 2.7** Superficies polares que intervienen en la interacción magnetostática, a) placas paralelas (interacción  $\alpha\alpha$ ) y, b) placas perpendiculares (interacción  $\alpha\beta$ ).

$$AA_m(x_0, y_0, z_0, l, h, e, l', h', e') = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} dy \int_{-\frac{e}{2}}^{\frac{e}{2}} dz \int_{y_0 - \frac{h'}{2}}^{y_0 + \frac{h'}{2}} dy' \int_{z_0 - \frac{e'}{2}}^{z_0 + \frac{e'}{2}} dz' \cdot \left\{ \frac{1}{\sqrt{\left(x_0 + \frac{l-l'}{2}\right)^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}} - \frac{1}{\sqrt{\left(x_0 - \frac{l+l'}{2}\right)^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}} + \frac{1}{\sqrt{\left(x_0 + \frac{l-l'}{2}\right)^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}} - \frac{1}{\sqrt{\left(x_0 + \frac{l+l'}{2}\right)^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}} \right\} \quad (2.82)$$

$$AB_m(x_0, y_0, z_0, l, h, e, l', h', e') = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} dy \int_{-\frac{e}{2}}^{\frac{e}{2}} dz \int_{x_0 - \frac{l'}{2}}^{x_0 + \frac{l'}{2}} dx' \int_{z_0 - \frac{e'}{2}}^{z_0 + \frac{e'}{2}} dz' \cdot \left\{ \frac{1}{\sqrt{\left(x' - \frac{l}{2}\right)^2 + \left(y_0 + \frac{h'}{2} - y\right)^2 + (z-z')^2}} - \frac{1}{\sqrt{\left(x' - \frac{l}{2}\right)^2 + \left(y_0 - \frac{h'}{2} - y\right)^2 + (z-z')^2}} + \frac{1}{\sqrt{\left(x' + \frac{l}{2}\right)^2 + \left(y_0 + \frac{h'}{2} - y\right)^2 + (z-z')^2}} - \frac{1}{\sqrt{\left(x' + \frac{l}{2}\right)^2 + \left(y_0 - \frac{h'}{2} - y\right)^2 + (z-z')^2}} \right\} \quad (2.83)$$

Al igual que ocurría para el caso bidimensional, existen tan sólo dos geometrías posibles, interacción entre placas paralelas e interacción entre placas perpendiculares. Por ello es necesario resolver, tan sólo, dos de las seis integrales que se plantean inicialmente. El resto de coeficientes puede calcularse a partir de estas dos.

$$BB_m(x_0, y_0, z_0, l, h, e, l', h', e') = AA_m(y_0, z_0, x_0, h, e, l, h', e', l') \quad (2.84)$$

$$CC_m(x_0, y_0, z_0, l, h, e, l', h', e') = AA_m(z_0, x_0, y_0, e, l, h, e', l', h') \quad (2.85)$$

$$AC_m(x_0, y_0, z_0, l, h, e, l', h', e') = AB_m(x_0, z_0, y_0, l, e, h, l', e', h') \quad (2.86)$$

$$BA_m(x_0, y_0, z_0, l, h, e, l', h', e') = AB_m(y_0, x_0, z_0, h, l, e, h', l', e') \quad (2.87)$$

$$BC_m(x_0, y_0, z_0, l, h, e, l', h', e') = AB_m(y_0, z_0, x_0, h, e, l, h', e', l') \quad (2.88)$$

$$CA_m(x_0, y_0, z_0, l, h, e, l', h', e') = AB_m(z_0, x_0, y_0, e, l, h, e', l', h') \quad (2.89)$$

$$CB_m(x_0, y_0, z_0, l, h, e, l', h', e') = AB_m(z_0, y_0, x_0, e, h, l, e', h', l') \quad (2.90)$$

La resolución de las integrales (2.82) y (2.83) es más sencilla si se hacen primero una serie de cambios de variable para reducir las integrales definidas a una combinación de integrales indefinidas. Estos cambios de variable (2.25) y (2.25) son análogos a los del modelo bidimensional. Los resultados obtenidos son los siguientes

$$\begin{aligned} AA_m(x_0, y_0, z_0, l, h, e, l', h', e') = \\ A_1(x_0 + \frac{l-l'}{2}, y_0, z_0, h, e, h', e') - A_1(x_0 - \frac{l+l'}{2}, y_0, z_0, h, e, h', e') + \\ A_1(x_0 + \frac{l-l'}{2}, y_0, z_0, h, e, h', e') - A_1(x_0 + \frac{l+l'}{2}, y_0, z_0, h, e, h', e') \end{aligned} \quad (2.91)$$

donde

$$A_1(x, y_0, z_0, h, e, h', e') = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} dy \int_{-\frac{e}{2}}^{\frac{e}{2}} dz \int_{y_0 - \frac{h'}{2}}^{y_0 + \frac{h'}{2}} dy' \int_{z_0 - \frac{e}{2}}^{z_0 + \frac{e}{2}} dz' \cdot \frac{1}{\sqrt{x^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2}} \quad (2.92)$$

Aplicando la igualdad (2.25) se pueden descomponer las integrales definidas en  $z$  y  $z'$  de la siguiente forma

$$\begin{aligned} A_1(x, y_0, z_0, h, e, h', e') = A_2(x, y_0, z_0 + \frac{e+e'}{2}, h, h') - A_2(x, y_0, z_0 - \frac{e-e'}{2}, h, h') + \\ A_2(x, y_0, z_0 + \frac{e'-e}{2}, h, h') - A_2(x, y_0, z_0 - \frac{e+e'}{2}, h, h') \end{aligned} \quad (2.93)$$

$$A_2(x, y_0, z, h, h') = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} dy \int_{y_0 - \frac{h'}{2}}^{y_0 + \frac{h'}{2}} dy' \int \int d^2z \cdot \frac{1}{\sqrt{x^2 + (y - y')^2 + z^2}} \quad (2.94)$$

Haciendo lo mismo sobre las variables  $y$  e  $y'$  se obtiene

$$A_2(x, y_0, z, h, h') = A_3(x, y_0 + \frac{h+h'}{2}, z) - A_3(x, y_0 + \frac{h'-h}{2}, z) + \quad (2.95)$$

$$A_3(x, y_0 + \frac{h-h'}{2}, z) - A_3(x, y_0 - \frac{h+h'}{2}, z)$$

con

$$A_3(x, y_0, z, h, h') = \int \int \int \int d^2y d^2z \cdot \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \quad (2.96)$$

Por último, la resolución de la integral indefinida lleva a

$$A_3(x, y, z) = \frac{1}{6}(2x^2 - y^2 - z^2)\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} - \quad (2.97)$$

$$xyz \operatorname{arctg} \frac{yz}{x\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} -$$

$$\frac{1}{2}y(x^2 - z^2) \log(\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} + y) -$$

$$\frac{1}{2}z(x^2 - y^2) \log(\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} + z)$$

En esta última expresión se han omitido los términos que son independientes o lineales con respecto a alguna de las tres variables. Estos términos pueden suprimirse al dar una contribución neta nula al ser evaluada la expresión (2.91) completa.

Siguiendo un proceso equivalente, para el coeficiente  $AB_m$  se obtiene

$$AB_m(x_0, y_0, z_0, l, h, e, l', h', e') =$$

$$B_1(x_0 + \frac{l-l'}{2}, y_0 + \frac{h+h'}{2}, z_0, e, e') - B_1(x_0 - \frac{l+l'}{2}, y_0 + \frac{h+h'}{2}, z_0, e, e') -$$

$$B_1(x_0 + \frac{l-l'}{2}, y_0 + \frac{h'-h}{2}, z_0, e, e') + B_1(x_0 - \frac{l+l'}{2}, y_0 + \frac{h'-h}{2}, z_0, e, e') -$$

$$B_1(x_0 + \frac{l-l'}{2}, y_0 + \frac{h-h'}{2}, z_0, e, e') + B_1(x_0 - \frac{l+l'}{2}, y_0 + \frac{h-h'}{2}, z_0, e, e') +$$

$$B_1(x_0 + \frac{l-l'}{2}, y_0 - \frac{h+h'}{2}, z_0, e, e') - B_1(x_0 - \frac{l+l'}{2}, y_0 - \frac{h+h'}{2}, z_0, e, e') -$$

$$B_1(x_0 + \frac{l+l'}{2}, y_0 + \frac{h+h'}{2}, z_0, e, e') + B_1(x_0 + \frac{l-l'}{2}, y_0 + \frac{h+h'}{2}, z_0, e, e') +$$

$$B_1(x_0 + \frac{l+l'}{2}, y_0 + \frac{h'-h}{2}, z_0, e, e') - B_1(x_0 + \frac{l-l'}{2}, y_0 + \frac{h'-h}{2}, z_0, e, e') +$$

$$B_1(x_0 + \frac{l+l'}{2}, y_0 + \frac{h-h'}{2}, z_0, e, e') - B_1(x_0 + \frac{l-l'}{2}, y_0 + \frac{h-h'}{2}, z_0, e, e') -$$

$$B_1(x_0 + \frac{l+l'}{2}, y_0 - \frac{h+h'}{2}, z_0, e, e') + B_1(x_0 + \frac{l-l'}{2}, y_0 - \frac{h+h'}{2}, z_0, e, e') \quad (2.98)$$

donde

$$B_1(x, y_0, z_0, e, e') = \int_{-\frac{\epsilon}{2}}^{\frac{\epsilon}{2}} dz \int_{z_0 - \frac{\epsilon}{2}}^{z_0 + \frac{\epsilon}{2}} dz' \int \int dx dy \cdot \quad (2.99)$$

$$\frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + (z - z')^2}}$$

$$B_1(x, y, z_0, e, e') = B_2(x, y, z_0 + \frac{e+e'}{2}) - B_2(x, y, z_0 + \frac{e'-e}{2}) + \quad (2.100)$$

$$B_2(x, y, z_0 + \frac{e-e'}{2}) - B_2(x, y, z_0 - \frac{e+e'}{2})$$

donde

$$B_2(x, y, z) = \int \int \int \int d^2z dx dy \cdot \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \quad (2.101)$$

$$\begin{aligned} B_2(x, y, z) = & \frac{1}{6}(3z^2 - y^2) \log(\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} + x) + \\ & \frac{1}{6}x(3z^2 - x^2) \log(\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}) - \\ & \frac{1}{3}xy\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} + \\ & xyz \log(\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} + z) - \\ & \frac{1}{2}y^2z \operatorname{arctg} \frac{xz}{y\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} - \\ & \frac{1}{6}z^3 \operatorname{arctg} \frac{xy}{z\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} - \\ & \frac{1}{2}x^2z \operatorname{arctg} \frac{yz}{x\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \end{aligned} \quad (2.102)$$

Al igual que en casos anteriores se han suprimido de (2.102) los términos lineales o independientes en alguna de las tres variables.

Con estas expresiones es posible obtener el resto de coeficientes de acuerdo con las igualdades (2.84...2.90).

Las simetrías aplicables a estos coeficientes son

$$\begin{aligned} AA_m(x_0, y_0, z_0, l, h, e, l', h', e') &= AA_m(-x_0, y_0, z_0, l, h, e, l', h', e') \\ AA_m(x_0, y_0, z_0, l, h, e, l', h', e') &= AA_m(x_0, -y_0, z_0, l, h, e, l', h', e') \\ AA_m(x_0, y_0, z_0, l, h, e, l', h', e') &= AA_m(x_0, y_0, -z_0, l, h, e, l', h', e') \end{aligned} \quad (2.103)$$

$$\begin{aligned} AA_m(x_0, y_0, z_0, l, h, e, l', h', e') &= AA_m(-x_0, y_0, z_0, l', h, e, l, h', e') \\ AA_m(x_0, y_0, z_0, l, h, e, l', h', e') &= AA_m(x_0, -y_0, z_0, l, h', e, l', h, e') \\ AA_m(x_0, y_0, z_0, l, h, e, l', h', e') &= AA_m(x_0, y_0, -z_0, l, h, e', l', h', e) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} BB_m(x_0, y_0, z_0, l, h, e, l', h', e') &= -BB_m(-x_0, y_0, z_0, l, h, e, l', h', e') \\ BB_m(x_0, y_0, z_0, l, h, e, l', h', e') &= -BB_m(x_0, -y_0, z_0, l, h, e, l', h', e') \\ BB_m(x_0, y_0, z_0, l, h, e, l', h', e') &= BB_m(x_0, y_0, -z_0, l, h, e, l', h', e') \end{aligned} \quad (2.104)$$

$$\begin{aligned} BB_m(x_0, y_0, z_0, l, h, e, l', h', e') &= BB_m(-x_0, y_0, z_0, l', h, e, l, h', e') \\ BB_m(x_0, y_0, z_0, l, h, e, l', h', e') &= BB_m(x_0, -y_0, z_0, l, h', e, l', h, e') \\ BB_m(x_0, y_0, z_0, l, h, e, l', h', e') &= BB_m(x_0, y_0, -z_0, l, h, e', l', h', e) \end{aligned}$$

Por otra parte se define

$$AA_m(0, 0, 0, l, h, e, l, h, e) = 0 \quad (2.105)$$

y

$$AB_m(0, 0, 0, l, h, e, l, h, e) = 0 \quad (2.106)$$

Estos términos representan la autoenergía de cada prisma la cual se calcula de forma independiente.

### 2.2.2 Autoenergía magnetostática

El cálculo de la autoenergía magnetostática se realiza a partir de los factores desimanadores de cada prisma. En este caso los tres factores son no nulos.

Al igual que en el caso bidimensional, estos factores se obtienen a partir de las expresiones de los coeficientes de interacción magnetostática entre dos prismas con las mismas dimensiones en el límite en el que la distancia entre ambos se hace cero.

$$\begin{aligned} D_x(l, h, e) = \lim_{x_0 \rightarrow 0} AA_m(x_0, 0, 0, l, h, e) = \\ \frac{2}{3lhe} \{ -2(2l^3 - h^3 - e^3) + 2(2l^2 - h^2)\sqrt{l^2 + h^2} + 2(2l^2 - e^2)\sqrt{l^2 + e^2} - \\ 2(h^2 + e^2)\sqrt{h^2 + e^2} - 2(2l^2 - h^2 - e^2)\sqrt{l^2 + h^2 + e^2} + 12lhe \operatorname{arctg} \frac{eh}{l\sqrt{l^2 + h^2 + e^2}} + \\ 6e(l^2 \log l - eh \log e - h^2 \log h) + 3e(h^2 - l^2) \log(l^2 + h^2) + \\ 3h(e^2 - l^2) \log(l^2 + e^2) + 6hl^2 \log l + \\ 6eh^2 \log(\sqrt{h^2 + e^2} + e) - 6el^2 \log(\sqrt{l^2 + e^2} + e) + \\ 6e^2h \log(\sqrt{h^2 + e^2} + h) - 6hl^2 \log(\sqrt{l^2 + h^2} + h) + \\ 6e(l^2 - h^2) \log(\sqrt{l^2 + h^2 + e^2} + e) + 6h(l^2 - e^2) \log(\sqrt{l^2 + h^2 + e^2} + h) \} \end{aligned} \quad (2.107)$$

las expresiones para los otros dos factores desimanadores se pueden obtener fácilmente a partir de (2.107).

$$D_y(l, h, e) = D_x(h, e, l) \quad (2.108)$$

$$D_z(l, h, e) = D_x(e, l, h) \quad (2.109)$$

Con estas expresiones podemos escribir la autoenergía magnetostática de la forma siguiente

$$w_s = \frac{1}{2} M_s^2 \sum_{i=1}^{N_x} \sum_{j=1}^{N_y} \sum_{k=1}^{N_z} [D_x(i, j, k) \alpha^2(i, j, k) + D_y(i, j, k) \beta^2(i, j, k) + D_z(i, j, k) \gamma^2(i, j, k)] l(i) h(j) e(k) \quad (2.110)$$

### 2.2.3 Campo debido a la energía magnetostática de interacción

Partiendo de la expresión (2.81) y derivando con respecto a cada coseno director se obtiene el campo efectivo debido a la energía magnetostática de interacción.

$$h_{i\alpha}(i, j, k) = -\frac{\partial w_i}{\partial \alpha(i, j, k)} = -M_s^2 \sum_{i'=1}^{N_x} \sum_{j'=1}^{N_y} \sum_{k'=1}^{N_z} \frac{\{ \alpha(i', j', k') AA_m(x_0, y_0, z_0, l, h, e, l', h', e') + \beta(i', j', k') AB_m(x_0, y_0, z_0, l, h, e, l', h', e') + \gamma(i', j', k') AC_m(x_0, y_0, z_0, l, h, e, l', h', e') + \beta(i', j', k') BA_m(x_0, y_0, z_0, l, h, e, l', h', e') + \gamma(i', j', k') CA_m(x_0, y_0, z_0, l, h, e, l', h', e') \}}{\alpha(i, j, k)} \quad (2.111)$$

$$h_{i\beta}(i, j, k) = -\frac{\partial w_i}{\partial \beta(i, j, k)} = -M_s^2 \sum_{i'=1}^{N_x} \sum_{j'=1}^{N_y} \sum_{k'=1}^{N_z} \frac{\{ \beta(i', j', k') BB_m(x_0, y_0, z_0, l, h, e, l', h', e') + \alpha(i', j', k') AB_m(x_0, y_0, z_0, l, h, e, l', h', e') + \alpha(i', j', k') BA_m(x_0, y_0, z_0, l, h, e, l', h', e') + \gamma(i', j', k') BC_m(x_0, y_0, z_0, l, h, e, l', h', e') + \gamma(i', j', k') CB_m(x_0, y_0, z_0, l, h, e, l', h', e') \}}{\beta(i, j, k)} \quad (2.112)$$

$$h_{i\gamma}(i, j, k) = -\frac{\partial w_i}{\partial \gamma(i, j, k)} = -M_s^2 \sum_{i'=1}^{N_x} \sum_{j'=1}^{N_y} \sum_{k'=1}^{N_z} \frac{\{ \gamma(i', j', k') CC_m(x_0, y_0, z_0, l, h, e, l', h', e') + \alpha(i', j', k') AC_m(x_0, y_0, z_0, l, h, e, l', h', e') + \beta(i', j', k') BC_m(x_0, y_0, z_0, l, h, e, l', h', e') + \gamma(i', j', k') CA_m(x_0, y_0, z_0, l, h, e, l', h', e') + \gamma(i', j', k') CB_m(x_0, y_0, z_0, l, h, e, l', h', e') \}}{\gamma(i, j, k)} \quad (2.113)$$

### 2.2.4 Campo debido a la autoenergía magnetostática

Partiendo de la expresión (2.110) y derivando con respecto a cada coseno director se obtiene el campo efectivo debido a la autoenergía magnetostática.

$$h_{s\alpha}(i, j) = -\frac{\partial w_s}{\partial \alpha(i, j, k)} = -M_s^2 D_x(i, j, k) \alpha(i, j, k) l(i) h(j) e(k) \quad (2.114)$$

$$\begin{aligned} & 1 \leq i \leq N_x \\ & 1 \leq j \leq N_y \\ & 1 \leq k \leq N_z \end{aligned}$$

$$h_{s\beta}(i, j) = - \frac{\partial w_s}{\partial \beta(i, j, k)} = -M_s^2 D_x(i, j, k) \beta(i, j, k) l(i) h(j) e(k) \quad (2.115)$$

$$\begin{array}{l} 1 \leq i \leq N_x \\ 1 \leq j \leq N_y \\ 1 \leq k \leq N_z \end{array}$$

$$h_{s\gamma}(i, j) = - \frac{\partial w_s}{\partial \gamma(i, j, k)} = -M_s^2 D_x(i, j, k) \gamma(i, j, k) l(i) h(j) e(k) \quad (2.116)$$

$$\begin{array}{l} 1 \leq i \leq N_x \\ 1 \leq j \leq N_y \\ 1 \leq k \leq N_z \end{array}$$

Con estas expresiones queda perfectamente determinada la componente magnetostática. Los términos de canje y anisotropía son análogos a los especificados en el modelo bidimensional por lo que no los incluimos aquí.

# Bibliografía

- [1] W. F. Brown, Jr., “Micromagnetics”, Interscience publishers, Inc., (1963).
- [2] S. Chikazumi, “Physics of magnetism”, John Wiley & Sons, (1964).
- [3] E.C. Stoner & E.P. Wohlfarth, “A mechanism of magnetic hysteresis in heterogeneous alloys”, *Phil. Trans. Roy. Soc. (London)* **A240**, 599 (1948).
- [4] A. Aharoni & S. Shtrikman, “Magnetization curve of the infinite cylinder”, *Phys. Rev.* **109**, 1522 (1958).
- [5] A. Aharoni, “Magnetization curling”, *Phys. Stat. Sol. (a)* **16**, 3 (1966).
- [6] A.E. LaBonte, “Two-dimensional Bloch-Type domain walls in ferromagnetic films”, *J. Appl. Phys.*, **40**, no. 6, (1969).
- [7] M. E. Schabes & A. Aharoni, “Magnetostatic interaction fields for a three-dimensional array of ferromagnetic cubes”, *IEEE Trans. on Mag.*, **MAG-23**, no. 6, (1987).
- [8] M. E. Schabes & H.N. Bertram, “Magnetization processes in ferromagnetic cubes”, *J. Appl. Phys.*, **64**, no. 3, (1988).
- [9] M. Mansuripur & R. Giles, “Demagnetizing field computation for dynamic simulation of the magnetization reversal process”, *IEEE Trans. on Mag.*, **24**, no. 6, pp. 2326 (1988).
- [10] D.V. Berkov, K. Ramstöck & A. Hubert, “Solving micromagnetic problems”, *Phys. Stat. Sol.*, **137**, pp. 207 (1993).
- [11] J.L. Blue & M.R. Scheinfein, “Using multipoles decreases computation time for magnetostatic self-energy”, *IEEE Trans. on Mag.*, **27**, no. 6, pp. 4778 (1991).
- [12] M.R. Scheinfein, J. Unguris, R.J. Celotta & D.T. Pierce, “Influence of the Surface on Magnetic Domain-Wall Microstructure”, *Phys. Rev. Lett.*, **63**, no. 6, pp. 668 (1989).
- [13] A. Aharoni & J.P. Jakubovics, “Magnetic domain walls in thick iron films”, *Phys. Rev. B*, **43**, no. 1, pp. 1290 (1991).

- 
- [14] A. Hubert, "Stray-field-free magnetization configurations", *Phys. Stat. Sol.*, **32**, pp. 519 (1969).

# Capítulo 3

## Interacción de paredes de Bloch con planos de anisotropía variable

### 3.1 Introducción

Características fundamentales de los materiales magnéticos blandos como son campo coercitivo, susceptibilidad, pérdidas, etc... están directamente relacionadas con las propiedades dinámicas de las paredes de sus dominios magnéticos. Un material en el que las paredes se mueven con dificultad presenta un elevado campo coercitivo y grandes pérdidas. Por otra parte, un material en el que las paredes se mueven con facilidad se imana rápidamente y tanto su campo coercitivo como sus pérdidas son pequeños. El estudio de la dinámica de las paredes de dominios magnéticos es pues de especial importancia en el conocimiento de los procesos básicos de imanación de estos materiales.

Las causas que dificultan el libre movimiento de las paredes magnéticas en un material son principalmente

- Corrientes inducidas en el material (*eddy-currents*).
- Presencia de defectos.

La primera aparece normalmente con la aplicación de campos magnéticos elevados, de alta frecuencia y en materiales de baja resistividad. Estos campos influyen en la tasa de variación del flujo de imanación y, consiguientemente, contribuyen a la aparición de corrientes inducidas (ley de *Faraday-Lenz*).

Por su parte, la existencia de defectos es importante no sólo con campos de amplitud y frecuencia elevadas sino también para campos débiles e incluso en una situación cuasi-estática. Su presencia contribuye a la irreversibilidad del movimiento

de la pared al actuar como centros de enganche (*pinning*) con independencia del sentido del movimiento de ésta. En general estos defectos son debidos a imperfecciones en la estructura del material como la presencia de partículas de otra composición, huecos, tensiones locales, etc... Para que la pared pueda sobrepasar estos centros de enganche es necesaria la aplicación de un campo adicional (campo crítico).

La existencia de irregularidades en el material hace que la pared posea una energía potencial adicional. Esta energía potencial tiene igualmente una distribución irregular alternando máximos con mínimos. Estos últimos corresponden a aquellos puntos en los que la pared se puede encontrar enganchada. Extraer información desde un punto de vista teórico sobre este tipo de interacción es muy difícil dado que no se conoce, *a priori*, la función potencial. Debido a esto, estudios teóricos sobre este tipo de interacciones se han podido llevar a cabo tan solo en casos muy concretos. Tales son los estudios de *Kersten* sobre interacciones entre pared y modulaciones sinusoidales de las tensiones en el interior del material [1] en los que se muestra como el enganche de la pared es máximo cuando el período de la oscilación en las tensiones internas y la anchura de la pared son del mismo orden.

Se han hecho varios estudios por métodos numéricos de los valores de los campos críticos en situaciones diversas [2, 3]. Los modelos utilizados consideran como defectos variaciones locales de anisotropía o canje. Estos modelos son unidimensionales con lo que en vez de tratar de centros de *pinning* las paredes interaccionan con planos de *pinning*. Estos trabajos aportan abundante información sobre el proceso de interacción entre pared y defecto. Esta información, sin embargo, ha de tenerse en cuenta más bien desde un punto de vista cualitativo y no cuantitativo. Los campos críticos obtenidos en este tipo de cálculos son siempre superiores a los observados experimentalmente. En realidad, la estructura de la pared y la del defecto no son tan perfectas como el modelo supone y existen zonas en donde la interacción entre ambas es mucho más débil. En esas zonas la pared atraviesa el defecto con mayor facilidad y arrastra al resto de la estructura. El resultado es un campo crítico inferior al que corresponde a una interacción perfecta.

En los materiales amorfos ferromagnéticos se utilizan tratamientos especiales para controlar la anisotropía del material [4]. En concreto, en cintas amorfas de gran espesor, se realizan típicamente tratamientos mediante corrientes, tensiones y campos aplicados que dan lugar a estructuras de anisotropía donde las propiedades son uniformes a lo largo de secciones planas de la muestra. Las paredes magnéticas, cuya estructura depende también fuertemente de la anisotropía del material, tienen igualmente una estructura donde la imanación está orientada en la misma dirección en secciones planas de la muestra. Estos modelos unidimensionales son, por tanto, especialmente adecuados para el estudio de interacciones pared-defecto en este tipo de materiales.

En este capítulo se hace un estudio completo de la interacción entre una pared y

un defecto originado por un cambio local en la anisotropía del material a través de un modelo unidimensional. Estas variaciones de anisotropía se manifiestan por un cambio no sólo en magnitud sino también en dirección. Así se estudia el caso especial de una interacción entre una pared y una anisotropía con la misma estructura de la pared en donde el eje fácil va rotando del mismo modo a como lo hace la imanación en la pared. En este caso, los resultados teóricos se comparan con medidas experimentales sobre pérdidas. El objetivo de este estudio es una mejor comprensión de los mecanismos de *pinning* de paredes con objeto de ver de qué forma pueden afectar los tratamientos de inducción de anisotropías a las pérdidas en este tipo de materiales.

## 3.2 Modelo Unidimensional

Consideremos un material con una única pared longitudinal  $180^\circ$  que separa dos regiones con imanación  $+\mathbf{M}_s$  y  $-\mathbf{M}_s$ . La aplicación de un campo magnético origina una presión sobre la pared cuyo valor es  $2\mu_0\mathbf{M}_s \cdot \mathbf{H}$ . La ecuación clásica del movimiento viene dada por [16, 6]:

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + \beta_0 \frac{dx}{dt} + \alpha x = 2\mu_0\mathbf{M}_s \cdot \mathbf{H} \quad (3.1)$$

donde  $x$  representa la posición de la pared.

El coeficiente  $\beta_0$  hace referencia al “amortiguamiento viscoso” (cualquier fuerza sobre un cuerpo que sea proporcional a la velocidad es, por definición, una fuerza viscosa). Las causas que dan lugar a la aparición de este amortiguamiento son

- $\beta_e$ , la aparición de corrientes inducidas, y
- $\beta_r$ , los procesos de relajación de espines.

siendo  $\beta_0 = \beta_e + \beta_r$ . El coeficiente  $\beta_e$  es debido a las ya mencionadas corrientes inducidas. El movimiento de la pared origina una variación en el flujo magnético y, por tanto, una corriente eléctrica que, a su vez, da lugar a un campo que se opone al movimiento de la pared. El segundo coeficiente  $\beta_r$  tiene su origen en los procesos de relajación de espines. Dichos procesos son los causantes de que el movimiento de precesión de los espines en torno al campo aplicado se vaya amortiguando. El resultado es que, tras un cierto tiempo, la amplitud de este movimiento va disminuyendo hasta que estos quedan perfectamente alineados con dicho campo. La energía se disipa en forma de calor y es, por tanto, un proceso irreversible. Las causas de estos fenómenos de relajación son muy diversas [7] y hacen muy difícil el cálculo teórico de  $\beta_r$ . Normalmente se recurre a su determinación como diferencia entre el valor de  $\beta_0$  obtenido experimentalmente y el de  $\beta_e$  calculado teóricamente.

El primer término de la ecuación (3.1) corresponde a la “masa” por unidad de área de la pared. Se trata de una masa inercial cuyo origen está en la resistencia a la rotación instantánea que muestran los espines de la pared. Normalmente este término es muy inferior al resto salvo para campos aplicados de alta frecuencia (valores típicos de  $m$  oscilan en torno a los  $10^{-10}$  g/cm<sup>2</sup> [16]).

El factor  $\alpha$  de la ecuación (3.1) hace referencia a los pequeños pozos de potencial en los que se encuentra inmersa la pared. Estos mínimos de energía pueden ser debidos a causas muy diversas, inclusiones, microtensiones, efectos magnetostáticos, etc... En una primera aproximación puede considerarse que el mínimo tiene forma parabólica  $E = \frac{1}{2}\alpha x^2$  si los desplazamientos de la pared son lo suficientemente pequeños. La fuerza que es necesario aplicar para salir de este mínimo vendrá dada por  $\frac{dE}{dx} = \alpha x$ . En el caso más general, la pared estará inmersa en un pozo de potencial dado a través de una función  $W(x)$ . Dado que el término correspondiente a la masa es mucho más pequeño que los demás podemos suprimirlo, con lo que la ecuación (3.1) puede reescribirse como:

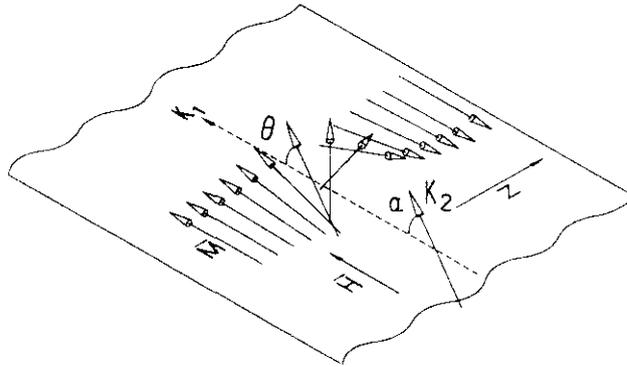
$$\beta \frac{dx}{dt} + \frac{dW}{dx} = 2\mu_0 M_s \cdot \mathbf{H} \quad (3.2)$$

De la ecuación anterior se deduce que, cuanto mayor sea  $\frac{dW}{dx}$ , mayor será el campo  $\mathbf{H}$  necesario para que la pared atraviese el defecto. Ahora bien, este modelo tiene un problema. Por  $x$  entendemos la posición del centro de la pared y consideramos que ésta tiene una posición bien definida y una anchura nula. En realidad podemos definir con precisión el centro de la pared como aquel punto en el que la imanación forma un ángulo de 90° con la imanación de los dos dominios que separa. Sin embargo, la aproximación de considerar nula la anchura de la pared puede fácilmente llevar a situaciones absurdas. Si existe, por ejemplo, una variación abrupta de la anisotropía, el campo necesario para sobrepasar dicha variación debería ser infinito al hacerse infinito el término  $\frac{dW}{dx}$  de la ecuación (3.2).

Si queremos entonces estudiar la interacción de la pared con zonas que den lugar a potenciales de energía de cualquier tipo tenemos que tener en cuenta la estructura de la pared. La ecuación (3.2) entonces ha de reescribirse en términos de los ángulos que forman los espines con respecto al eje de la pared. Si dividimos la pared en  $n$  intervalos y consideramos que en cada uno de ellos los espines están formando un ángulo  $\theta_i$  con respecto al eje de la pared, los pares que se ejercen sobre ellos vendrán dados por la siguiente expresión:

$$\beta \frac{d\theta_i}{dt} = -\frac{dW}{d\theta_i} + 2\mu_0 M_s H \text{sen}\theta_i \quad (3.3)$$

Esta expresión será aplicable en muestras que sean suficientemente largas como para que la imanación a lo largo del eje de la pared sea uniforme. Asimismo es necesario



**Figura 3.1** Variables del modelo unidimensional

que sean lo suficientemente gruesas como para que también la imanación sea uniforme en el espesor y no haya fuertes campos desimanadores. De esta forma la imanación será constante en planos que atraviesen el eje de la pared y sean perpendiculares a los dominios. Hablaremos entonces de energía de la pared por unidad de superficie.

Para que, en esta situación, se forme una pared es necesario que el material tenga una cierta anisotropía uniaxial. La anchura de la pared será un balance energético entre la interacción de canje entre espines (que tiende a hacer la pared más ancha) y la anisotropía del material (que tiende a hacerla más estrecha).

Considerando que la presencia de defectos en el material se muestra como una variación local en la anisotropía y tomando las variables de acuerdo con la figura 3.1 podemos evaluar la energía de la pared como:

$$W = A_{ex} \int_{-\infty}^{\infty} \left( \frac{\partial \theta}{\partial z} \right)^2 dz - \int_{-\infty}^{\infty} \left( K_1 \cos^2 \theta + K_2(z) \cos^2 [\alpha(z) - \theta] \right) dz \quad (3.4)$$

donde  $A_{ex}$  es la constante de canje,  $K_1$  la anisotropía uniaxial en la dirección del eje de la pared y  $K_2$  una anisotropía adicional que varía a lo largo del eje  $z$  formando un ángulo  $\alpha(z)$  con respecto a la anisotropía uniaxial  $K_1$ . Para obtener esta expresión para el modelo discretizado de la pared hacemos un desarrollo en serie de Taylor y despreciamos los términos de segundo orden. La expresión de la energía es ahora:

$$W = \sum_{i=0}^N \left[ A_{ex} \frac{|\theta_{i+1} - \theta_i|^2}{\Delta z} - K_1 \cos^2 \theta_i \Delta z + K_1 \text{sen} 2\theta_i (\theta_{i+1} - \theta_i) \frac{\Delta z}{2} - K_2(z) \cos^2 (\alpha_i - \theta_i) \Delta z + K_2(z) \text{sen} 2(\alpha_i - \theta_i) [\Delta \alpha_i - (\theta_{i+1} - \theta_i)] \frac{\Delta z}{2} \right] \quad (3.5)$$

El conjunto de valores  $\theta_i(t_0)$  para  $i = 1, \dots, N$  definen la posición y estructura de la pared en el instante  $t_0$ . La evolución de la pared, es decir, su posición, estructura, etc... en momentos posteriores puede calcularse a partir de:

$$\theta_i(t_1) = \theta_i(t_0) + \left. \frac{\partial \theta_i}{\partial t} \right|_{t_0} (t_1 - t_0) \quad (3.6)$$

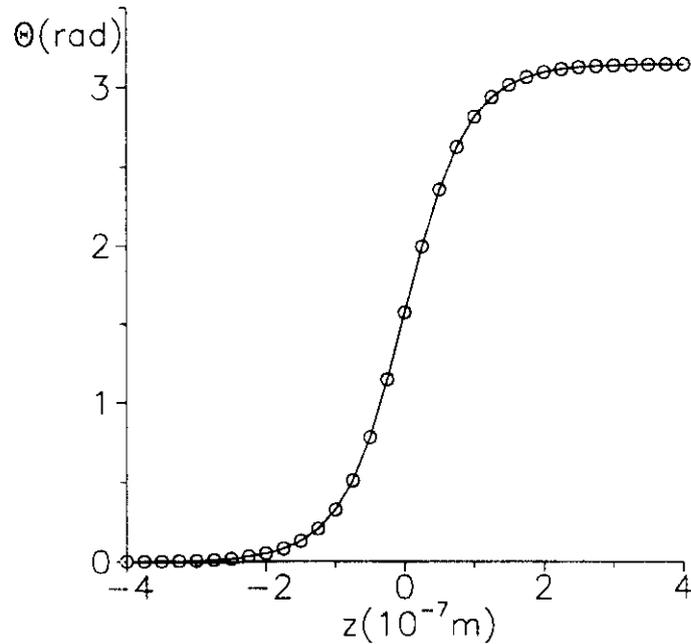
donde  $\left. \frac{\partial \theta_i}{\partial t} \right|_{t_0}$  representa a un par que se ejerce sobre el espín  $i$  en el instante  $t_0$  el cual se obtiene de la ecuación 3.3. En el proceso de minimización  $\Delta t = t_1 - t_0$  debe ser lo suficientemente pequeño para que el cálculo sea convergente.

El “damping”  $\beta$  es un factor que condiciona la velocidad a la que se desplaza la pared. Sin embargo no afecta a los campos críticos que poseen los defectos. Se ha tomado, por tanto, un valor arbitrario para este factor ( $10^{-12} \text{Kgm}^{-1} \text{s}^{-1}$ ) y se ha omitido dar valores para las velocidades de desplazamiento de las paredes.

El valor de  $\beta$  está estrechamente relacionado con el parámetro  $\Delta t$  utilizado en la simulación. Cuanto más pequeño es el “damping” más pequeño debe ser  $\Delta t$  para que el cálculo converja. Cuando el “damping” es pequeño, los espines se mueven con gran libertad de forma que cambian de orientación bruscamente. Estos giros bruscos pueden llevar a una configuración de imanación energéticamente desfavorable con lo que los nuevos pares que se ejercen sobre los espines son todavía mayores. Los giros que producen estos nuevos pares se hacen más abruptos de forma que, tras varias iteraciones, la imanación alterna entre diferentes configuraciones con giros abruptos sin llegar a una estructura estable. Este problema es similar al existente en el método original de minimización de *LaBonte* [10] y al encontrado por otros autores en la resolución directa de la ecuación de *Landau-Liftshitz-Gilbert* [4]. La solución a este problema es considerar un intervalo de tiempo  $\Delta t$  menor para que a la imanación no le dé tiempo a girar un ángulo muy grande. Sin embargo, esto tiene el inconveniente de que si el intervalo de tiempo que transcurre durante una iteración es muy corto el número de iteraciones que es necesario realizar se hace mucho mayor. Hay que buscar, por tanto, un equilibrio entre el factor de “damping” y el intervalo de tiempo  $\Delta t$  para que la simulación pueda llevarse a cabo.

### 3.3 Estructura de la pared

La resolución de la ecuación 3.3 nos da información acerca de la estructura de la pared en cada instante. Se trata de una minimización dinámica de su energía. Ahora bien, si consideramos que  $K_2 = 0$ , o lo que es lo mismo que el medio es uniforme, es fácil ver que la energía mínima del sistema corresponde al estado en el que todos los espines están orientados en la dirección del eje fácil  $K_1$ . En esta situación, tanto su energía de



**Figura 3.2** Comparación entre las estructuras de pared obtenidas numéricamente (círculos) y analíticamente (línea) para un material con  $A_{ex} = 6.2 \cdot 10^{-12} \text{ Jm}^{-1}$ ,  $K_1 = 2000 \text{ Jm}^{-3}$  y  $K_2 = 0$ .  $\theta$  representa el ángulo que forma la imanación con respecto al eje fácil de anisotropía y  $z$  la coordenada a lo largo de la cual se desplaza la pared.

canje como de anisotropía son nulas. Es pues necesario imponer unas condiciones de contorno tales que hagan que la imanación se vea obligada a formar una pared. Estas condiciones de contorno consisten en fijar a ambos lados de la zona de estudio valores para la imanación que se correspondan con la existencia de dos dominios  $180^\circ$  ( $\theta_0 = 0$  y  $\theta_n = \pi$ ). De este modo la imanación se ve obligada a girar en la zona de estudio y formar una pared.

El tipo de materiales sobre el que vamos a realizar este estudio son muestras con espesores en torno a las decenas de micras. Esto hace que las paredes de dominios  $180^\circ$  sean de tipo Bloch. En realidad estas paredes no son totalmente tipo Bloch ya que en las proximidades de la superficie la imanación se tumba para reducir la energía magnetostática. Ahora bien, estos efectos se producen a una distancia de la superficie que es del orden de la anchura de la pared [9, 1]. Valores típicos de anchura de paredes para materiales blandos de tipo *permalloy* se encuentran en torno a las décimas de micra por lo que para un espesor de, por ejemplo,  $10 \mu\text{m}$  la zona donde la imanación se tumba es dos órdenes de magnitud inferior al espesor de la muestra. De ahí que considerar que la pared es tipo Bloch en todo el espesor resulta una buena aproximación.

En el caso de que el material no tuviera ningún defecto su estructura podría calcularse analíticamente por medio del uso de cálculo variacional ( $\delta = \pi \sqrt{\frac{A_{ex}}{K}}$ ) [16]. En la figura 3.2 están representados los resultados de una minimización de la energía de

la pared en un material libre de defectos ( $K_2 = 0$ ). La anchura de la pared calculada analíticamente coincide perfectamente con los resultados obtenidos en la minimización.

### 3.4 Interacción con zonas de diferente anisotropía

Si bien la estructura de una pared en un material libre de defectos puede ser calculada fácilmente, en el momento en el que la pared se encuentra en un potencial  $W(z)$  más o menos complejo, la pared deja de tener una expresión analítica conocida. Es entonces cuando se hace necesario el uso de técnicas de cálculo que permitan resolver su ecuación dinámica por métodos numéricos. A continuación se hace un estudio de la interacción de la pared con diferentes tipos de defectos modelados a través de la función  $W(z)$  resolviendo numéricamente la ecuación (3.2).

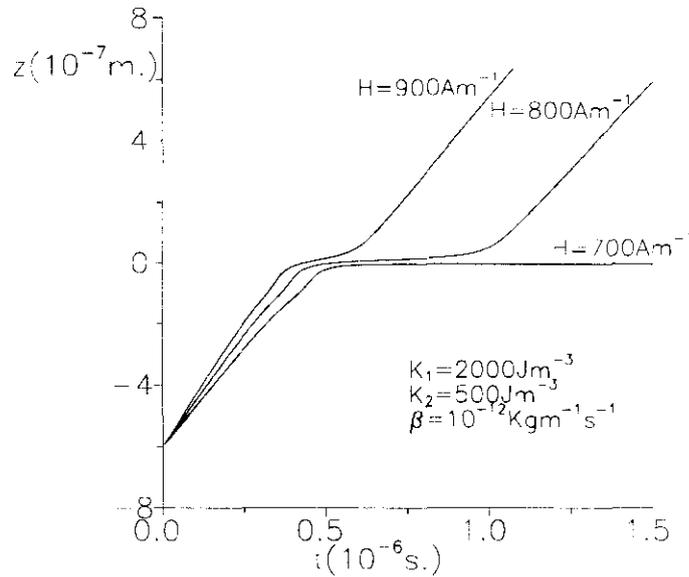
#### 3.4.1 Variación abrupta en la anisotropía

Para estudiar la interacción de una pared con un salto brusco de anisotropía superpondremos a la anisotropía  $K_1$  una anisotropía  $K_2$  perpendicular a la primera para  $z < 0$  y en la misma dirección para  $z > 0$ . El resultado es una anisotropía uniaxial total de valor  $K_1 + K_2$  para  $z > 0$  y una anisotropía uniaxial total de valor  $K_1 - K_2$  para  $z < 0$ . La utilización de una anisotropía  $K_2$  en un eje perpendicular al eje principal hace que el material presente una anisotropía biáxica pero, al tratarse de un modelo unidimensional, los espines giran en un plano perpendicular al eje  $z$ , por tanto, la zona de  $z < 0$  se comporta como si tuviera tan sólo un eje fácil de valor  $K_1 - K_2$ .

Para empezar la simulación debemos partir de unas condiciones iniciales en las cuales la pared estará completamente inmersa en la zona  $z < 0$ . Su estructura puede fácilmente calcularse con anterioridad minimizando su energía utilizando una anisotropía uniaxial de valor  $K_1 - K_2$ . El control de la posición de pared se consigue fijando el spin  $i$  en el que se encontrará el centro de la pared ( $\theta_i = \frac{\pi}{2}$ ).

Es fácil ver que la pared tendrá menos energía en la zona en la que la anisotropía uniaxial es menor. Si nos imaginamos una pared con una estructura idéntica en cada una de las dos zonas  $z < 0$  y  $z > 0$ , la pared tendrá una energía de canje igual y una energía de anisotropía menor en  $z < 0$  por lo que la energía total sería menor en  $z < 0$ . En realidad esto no es directamente aplicable puesto que la pared no tendrá la misma estructura en ambas zonas. Es bien sabido que la pared se hará más estrecha al aumentar la anisotropía uniaxial pero el resultado final sigue siendo que la pared tiene tanta menos energía cuanto menor es el valor de la constante de anisotropía uniaxial.

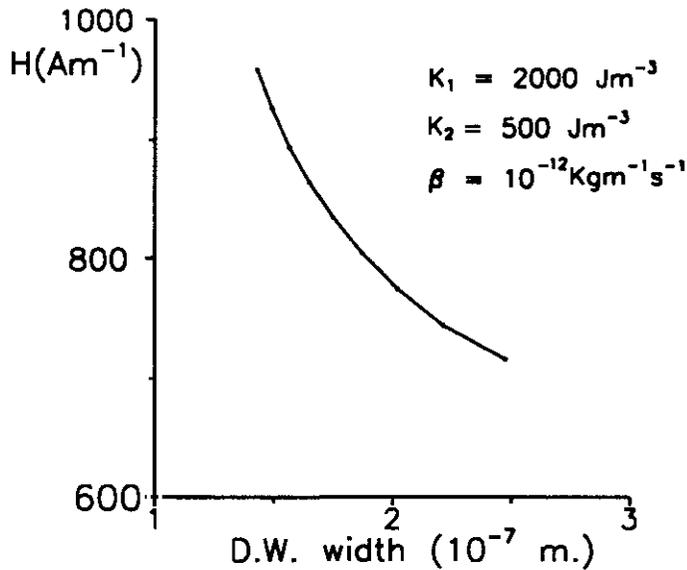
En esta situación, si aplicamos un campo  $H$  en la dirección  $\theta = 0$  se favorecerá el crecimiento del dominio en el que la imanación tiene esa dirección y la pared se



**Figura 3.3** Desplazamiento de la pared para diferentes campos aplicados.

desplazará en la dirección de  $z$  creciente. Al llegar la pared a la zona donde la anisotropía cambia, si el campo no le aporta suficiente energía, se detendrá. Para campos suficientemente elevados la pared sobrepasará el defecto aunque se vea algo frenada mientras lo está cruzando.

La figura 3.3 muestra la posición de la pared calculada en función del tiempo [12]. Para un campo de  $H = 700 \text{ Am}^{-1}$  la pared se queda en la zona donde la anisotropía uniaxial es menor. Si aumentamos el campo a  $H = 800 \text{ Am}^{-1}$  la pared se frena al llegar a la zona donde cambia la anisotropía pero no llega a tener velocidad cero. Al cabo de un cierto tiempo, consigue pasar a la otra zona y volver a recuperar la velocidad inicial. Las velocidades de la pared en ambas regiones no son exactamente iguales. La pared se desplaza con una velocidad algo mayor en la zona en donde la anisotropía es menor. La razón hay que buscarla en el “damping” que sufren los espines de la pared. Esta fuerza de frenado es proporcional a la velocidad a la que gira la imanación ( $\beta \frac{d\theta_i}{dt}$ ). En la zona en la que la anisotropía es mayor la pared es algo más estrecha. Esto quiere decir que, para una velocidad de pared constante, los espines tienen que girar más rápido que en la zona en donde es más ancha. Supongamos que tenemos dos regiones en donde la anchura de la pared ( $\delta$ ), en una de ellas, es el doble con respecto a la otra. Los espines de la pared, al desplazarse una distancia igual a la anchura de la pared  $\delta$  han de girar un ángulo  $\pi$ . Ahora bien, en la zona donde su anchura es  $2\delta$ , un desplazamiento equivalente  $\delta$  requiere que los espines giren tan solo un ángulo  $\frac{\pi}{2}$ . La imanación gira, por tanto, más lentamente en la zona donde su anchura es mayor para una velocidad de desplazamiento dada. En nuestro caso las dos zonas de anisotropía diferente dan lugar a paredes de anchura ligeramente diferente por lo que sus velocidades de desplazamiento no son exactamente iguales.



**Figura 3.4** Campos de propagación en función de la anchura de la pared en su interacción con un plano de variación abrupta de anisotropía ( $A_{ex} = 6.2 \cdot 10^{-12} \text{ Jm}^{-1}$ ,  $\mu_0 M_s = 0.7 \text{ T}$ ).

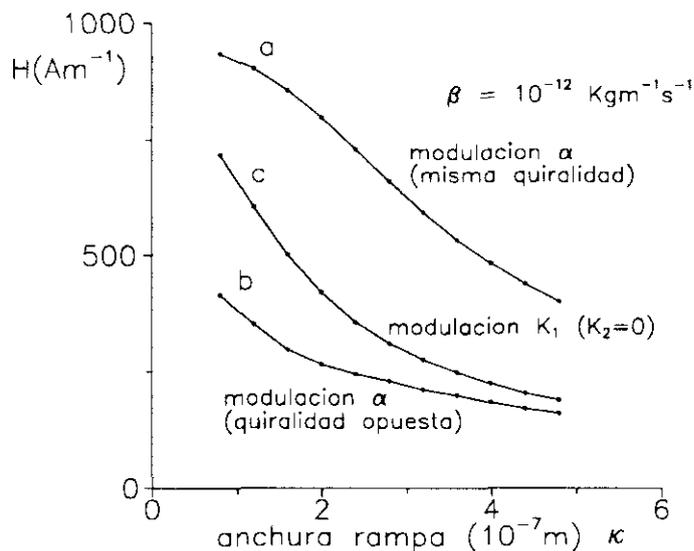
Si variamos el valor de  $K_1$  la pared se hará más ancha o más estrecha. Si, por otra parte, mantenemos constante la diferencia  $K_1 - K_2$  el efecto del cambio de anisotropía sobre la pared será el mismo. Esto puede ayudarnos para ver cuál es el efecto de la anchura de la pared sobre los campos de propagación. Los resultados de dicho estudio se muestran en la figura 3.4. Los campos de propagación crecen muy rápidamente a medida que vamos considerando paredes más estrechas. En el caso de que la pared fuera infinitamente estrecha el campo de propagación sería infinito ya que habría un incremento discontinuo en el valor de su energía potencial.

### 3.4.2 Modulación lineal de anisotropía

Estudiamos ahora el caso de la interacción entre una pared y una región en la que la anisotropía va cambiando progresivamente de tener una componente en la dirección normal al eje fácil  $K_1$  a estar orientada en dicho eje fácil.

Existe ahora un nuevo parámetro a tener en cuenta al definir las variaciones en la anisotropía que presenta el material. Un cambio progresivo de dirección en el eje fácil puede hacerse en dos sentidos diferentes. Puede girar en el mismo sentido que lo hacen los espines de la pared o hacerlo en sentido contrario. Podemos incluso pensar en una situación en la que la anisotropía cambie de valor pero manteniendo siempre la misma dirección.

Consideremos un material que tiene una zona de anchura  $\kappa$  en la que la anisotropía  $K_2$  pasa de tener el eje fácil formando un ángulo  $\frac{\pi}{2}$  con respecto a  $K_1$  (para  $z < \frac{\kappa}{2}$ ) a tenerlo formando un ángulo  $\pi$  (para  $z > \frac{\kappa}{2}$ ). Supongamos unas condiciones iniciales

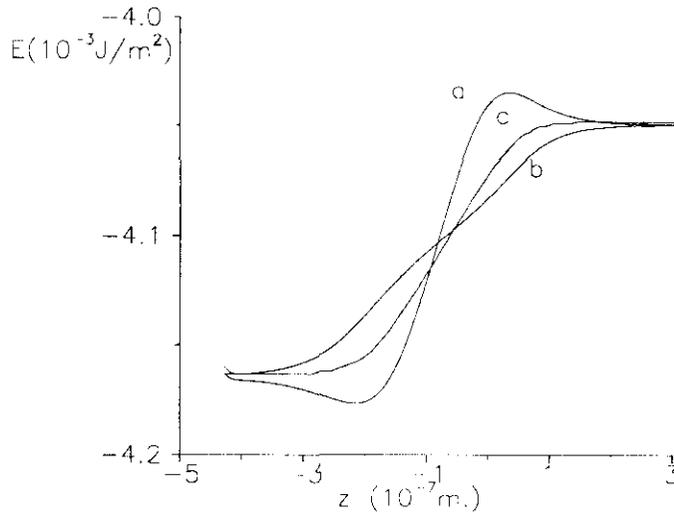


**Figura 3.5** Campos de propagación para variaciones lineales de anisotropía: (a) misma quiralidad que la pared, (b) quiralidad opuesta y (c) variación lineal en el módulo de  $K_1$ .

tales que haya una pared  $180^\circ$  en la zona en la que la anisotropía forma un ángulo  $\frac{\pi}{2}$  con respecto a  $K_1$  ( $z < 0$ ). Si aplicamos un campo en la dirección de la imanación en el dominio  $z < 0$ , la pared se desplazará en dirección de  $z$  creciente hasta encontrarse con la zona en la que cambia la anisotropía. Puesto que la pared está definida de forma que los ángulos cambian de  $0$  a  $\pi$ , la quiralidad de pared y anisotropía son iguales. Es de esperar, entonces, que se produzca un fuerte acoplamiento entre ambas ya que en esa situación, cuando la pared se encuentra en  $z = 0$ , los espines de la pared están orientados próximos a la dirección del eje fácil  $K_2$ .

La figura 3.5 muestra los resultados obtenidos para los campos de propagación para el caso de quiralidades iguales, opuestas o, simplemente, variación en el módulo de anisotropía uniaxial  $K_1$ . Como puede verse, los campos de propagación más grandes corresponden al caso en el que la quiralidad de la pared y la de la variación de anisotropía son iguales. Además, las diferencias son bastante grandes. Para anchuras del orden de la anchura de la pared, el campo de propagación, para el caso de quiralidades iguales, es cerca de tres veces mayor que el obtenido para quiralidades opuestas. Para valores de  $\kappa$  muy pequeños ( $\kappa \ll \delta$ ) los campos de propagación se reducen a los calculados en el apartado anterior.

En la figura 3.6 pueden verse los diagramas de energía potencial de la pared calculados para los tres casos citados anteriormente. Los campos de propagación están directamente relacionados con la pendiente de estas curvas la cual es máxima para el caso de quiralidades iguales. Un detalle que cabe destacar es el hecho de que exista un mínimo local de energía con un valor inferior al que tiene la pared en la zona  $z < \frac{\kappa}{2}$ . Esto quiere decir que si la pared se moviera al contrario, de derecha a izquierda, también



**Figura 3.6** Energías de pared para diferentes tipos de variación lineal de anisotropía: (a) misma quiralidad, (b) quiralidad opuesta, y (c) modulación de  $K_1$ .

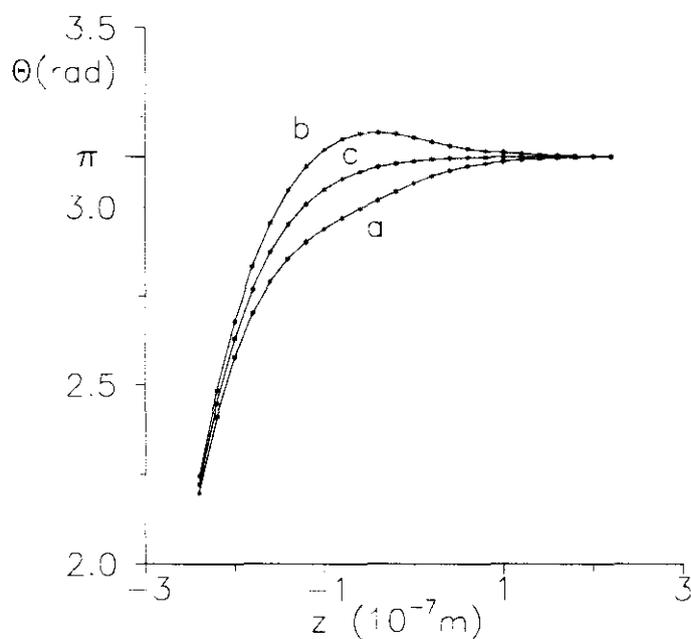
quedaría enganchada, cosa que no ocurre en los otros dos casos. Este enganche es, sin embargo, mucho más débil que el que se produce cuando la pared trata de pasar de la zona de menor a la de mayor anisotropía. En la práctica, para campos elevados, la masa inercial de la pared cobraría importancia y podría hacer que su inercia le impidiera caer en ese pozo de potencial.

Otra de las características que presenta este tipo de interacción es la deformación de la pared. La figura 3.7 representa la estructura de la pared cuando esta se encuentra en  $z = 0$ . Cabe destacar, tan sólo, el hecho de que para quiralidades opuestas la imanación gira más allá de  $\theta = \pi$  para tratar de alinearse con  $K_2$ . Recordemos que las quiralidades  $0 \rightarrow \frac{\pi}{2}$  y  $\pi \rightarrow \frac{3\pi}{2}$  son equivalentes.

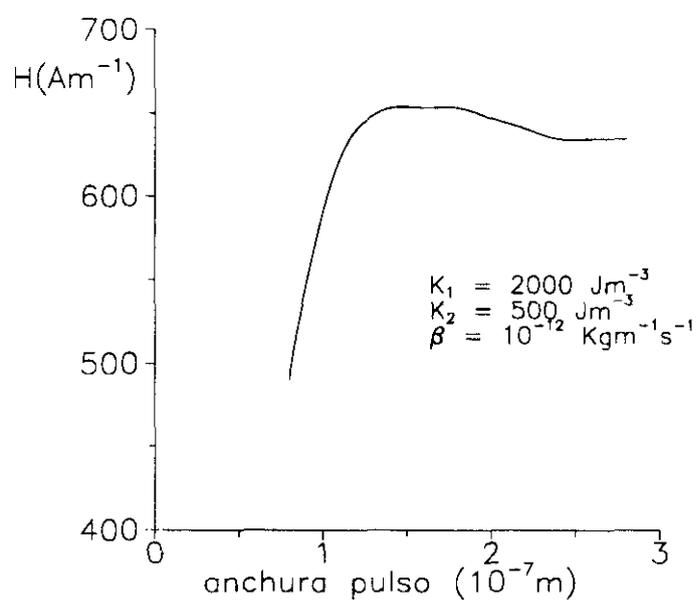
### 3.4.3 Pulso de anisotropía

Si bien un cambio abrupto de anisotropía podría considerarse equivalente a una superficie frontera entre dos materiales distintos o depositados de forma diferente, una intercapa de un material diferente en el seno de un material ferromagnético podría modelarse como un pulso de anisotropía. Consideremos un material en el que la anisotropía en la dirección de  $K_1$  cambia de forma abrupta de  $K_1 - K_2$  a  $K_1 + K_2$  en  $z = -\frac{\zeta}{2}$  y de  $K_1 + K_2$  a  $K_1 - K_2$  en  $z = \frac{\zeta}{2}$ . Analizamos ahora el caso de la interacción de una pared que se mueve desde la región  $z < -\frac{\zeta}{2}$  hasta  $z > \frac{\zeta}{2}$  atravesando la región de anisotropía  $K_1 + K_2$ .

Es interesante estudiar, en principio, la interacción entre pared y pulso cuando las dimensiones de ambos son del mismo orden. En el caso de que el pulso sea mucho más grande que la anchura de la pared la interacción se reduce al caso estudiado en la



**Figura 3.7** Estructura de la pared para variaciones lineales de anisotropía: (a) misma quiralidad que la pared, (b) quiralidad opuesta y (c) variación lineal en el módulo de  $K_1$ .



**Figura 3.8** Campos de propagación en función de la anchura de pulso (el tamaño estimado para la pared es  $\delta = 0.17\mu\text{m}$ ).

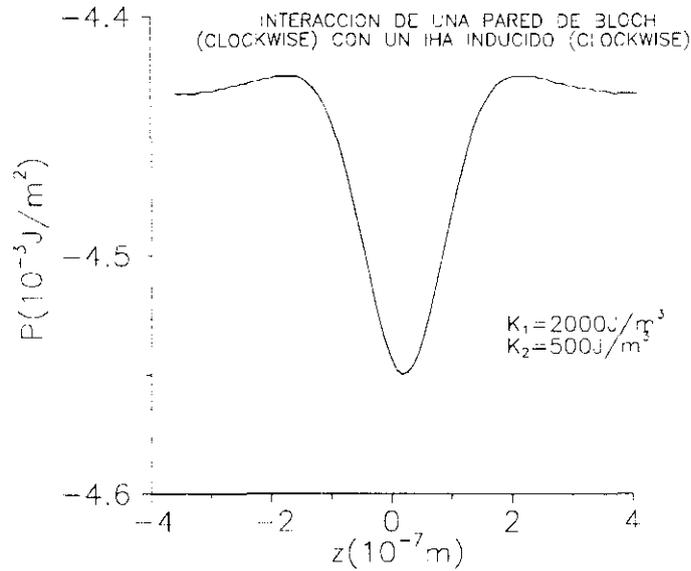
sección 3.4.1. Por otra parte, si la anchura del pulso es mucho menor que la anchura de la pared la interacción será muy débil ya que la estructura de la pared prácticamente se verá inalterada. La figura 3.8 muestra los campos críticos de la pared en función de la anchura del pulso de anisotropía para valores próximos a la anchura de la pared, la cual se estima en un valor medio de  $0.17\mu\text{m}$ . Los resultados muestran como la interacción es máxima cuando los valores de la anchura de pared y del pulso son iguales (ver figura 3.4). Para valores de anchura de pulso más grandes que la anchura de la pared los campos críticos convergen hacia un valor igual al obtenido para el caso de la interacción con un cambio brusco de anisotropía mientras que para valores de anchura de pulso pequeños los campos críticos decrecen rápidamente.

### 3.5 Interacción con un I.H.A.

Es sabido que las muestras ferromagnéticas amorfas recocidas en el seno de un campo magnético saturante adquieren una anisotropía uniaxial con el eje fácil paralelo a la dirección del campo. Estos materiales, aunque a nivel macroscópico tienen una estructura aleatoria, exhiben un cierto orden de corto alcance. Se podría decir que el material está formado por un empaquetamiento de esferas u ovoides en los que puede apreciarse una estructura cristalina y un orden magnético. Estos materiales presentan fuertes tensiones internas las cuales pueden ser eliminadas mediante recocidos, siempre a temperaturas inferiores a la temperatura de cristalización. Ahora bien, si durante el recocido y posterior enfriamiento de la muestra se aplica un fuerte campo saturante, esas pequeñas “celdas unidad” de las que se compone el material se orientan en la dirección del campo. Esta estructura se conserva en la muestra enfriada con lo que al final del proceso la muestra posee un eje fácil paralelo a la dirección del campo aplicado.

Partiendo de la base de que durante el proceso de recocido se inducen anisotropías en aquellas direcciones hacia las que está orientada la imanación [6], podemos crear una anisotropía local, con estructura igual a la de la pared, dejando estacionada, durante el recocido, una pared en una posición determinada de la muestra. De acuerdo con la naturaleza de la pared, en la que los espines van girando gradualmente de un dominio a otro, la anisotropía obtenida será en cada punto paralela a la dirección de los espines y, por tanto, tendrá una estructura en forma de hélice. A este tipo de estructura se la conoce como **I.H.A.** (Anisotropía Helicoidal Inducida) [13].

Esta estructura tiene la particularidad de ser una réplica de la estructura de las paredes magnéticas del material. Es de esperar que, entonces, sean planos de “pinning” fuertes para las paredes que en su movimiento se encuentren con ellos ya que la pared, al estar situada sobre el I.H.A., tendrá todos los espines prácticamente orientados en la dirección del eje fácil marcado por él. El I.H.A. no tiene, en realidad, la misma anchura que las paredes del material a temperatura ambiente ya que se forma a una temperatura



**Figura 3.9** Potencial de la pared en función de su proximidad al I.H.A.. En este caso las anchuras de ambos son iguales ( $\delta = \zeta = 0.17 \mu\text{m}$ ).

elevada y, por tanto, los parámetros del material son diferentes, sin embargo estas diferencias son muy pequeñas.

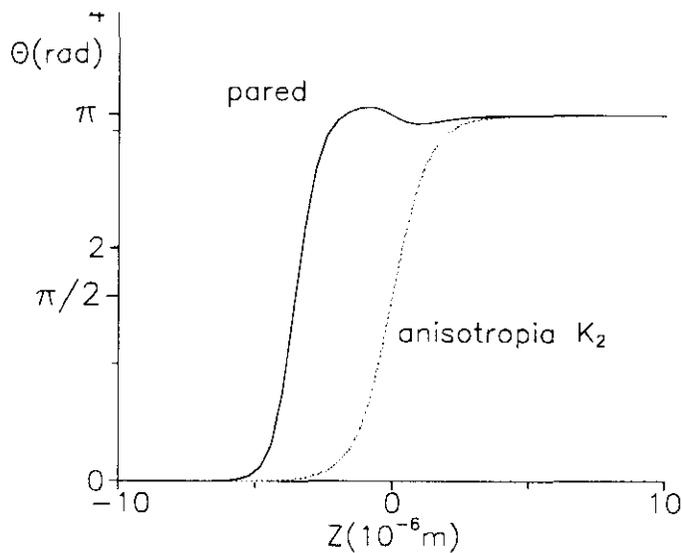
Consideremos un material en el que el espesor sea lo suficientemente grande como para que sus paredes sean de tipo Bloch con una estructura definida por el canje y la anisotropía y en la que la energía magnetostática sea mucho más pequeña. Consideremos que el material posee un I.H.A. paralelo a sus paredes magnéticas con un eje fácil de valor  $K_2$ . Considerando que su estructura es similar a la de la pared que lo originó la dirección del eje vendrá dada por [16]:

$$\alpha(z) = 2 \arctan \left( e^{\frac{z}{\zeta}} \right) - \frac{\pi}{2} \quad (3.7)$$

donde  $\zeta$  representa la anchura del I.H.A..

Al igual que en el caso de la interacción con una variación lineal de anisotropía, la quiralidad entre pared e I.H.A. es determinante en la interacción entre ambos. Cuando la quiralidad es la misma el enganche es perfecto y la energía de la pared es mucho menor. Sin embargo y como se verá a continuación existe "pinning" en ambos casos, tanto para interacción con la misma quiralidad como para interacción con quiralidad opuesta.

Consideremos primero el caso de la interacción con la misma quiralidad. La figura 3.9 muestra los diagramas de potencial para la pared en función de su distancia al I.H.A. (situado en  $z = 0$ ). Estos valores del potencial de la pared se van tomando de forma dinámica a medida que el campo aplicado va desplazando la pared de un lado a otro del I.H.A.. Dado que el movimiento es suficientemente lento como para que el

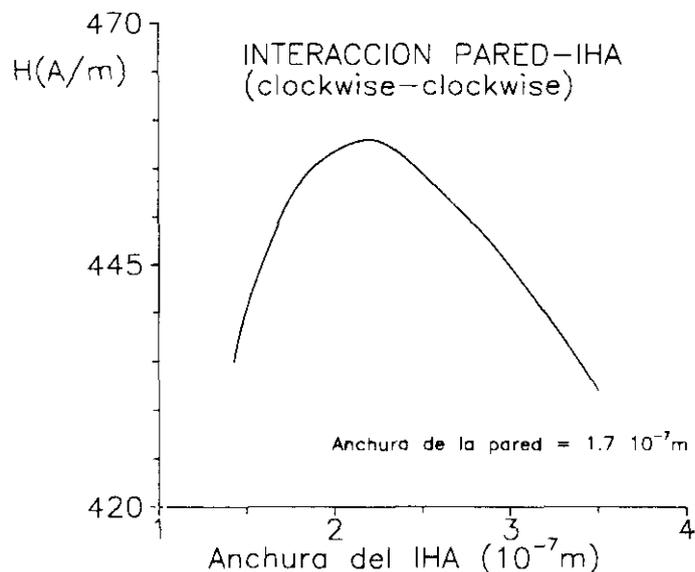


**Figura 3.10** Estructura de la pared en las proximidades del I.H.A..

término correspondiente a la masa de la pared sea mucho más pequeño que el debido al “damping” (ec. 3.1) la energía de la pared en cada momento depende solamente de la posición relativa que ésta ocupa con respecto al I.H.A.. En los resultados puede apreciarse como la energía de la pared decrece fuertemente cuando se encuentra sobre el I.H.A.. En esta situación, todos los espines de la pared recaen sobre el eje fácil inducido por el I.H.A. reduciendo notablemente su energía. Existe, sin embargo, una pequeña barrera de potencial que la pared ha de vencer antes de caer en el I.H.A.. La existencia de una barrera de potencial de este tipo hace que para que la pared caiga en el pozo de potencial inducido por el I.H.A. haga falta aplicar un cierto campo mayor que el campo de propagación  $H > H_p$ . Es decir, para valores del campo aplicado ligeramente superiores al campo de propagación la pared puede moverse hacia el I.H.A. y pararse antes de caer en él.

La razón de la presencia de una barrera de potencial de este tipo hay que buscarla en la estructura de la pared en el momento en el que ésta comienza a interaccionar con el I.H.A.. Esta estructura puede verse en la figura 3.10. Si consideramos el sentido de movimiento de la pared de izquierda a derecha la primera zona que entra en contacto con el I.H.A. es aquella en la que la imanación gira de  $\frac{\pi}{2}$  a  $\pi$ . Por otra parte el I.H.A. gira en su mitad izquierda de 0 a  $\frac{\pi}{2}$  con lo que imanación se aleja del eje fácil  $K_2$  hasta que su centro no supere el punto  $z = -\frac{\zeta}{2}$ . El resultado es que los espines próximos a  $\theta = \pi$  presentan un sobregiro y, consiguientemente, una oscilación en la imanación en las proximidades del borde derecho de la pared.

Los campos críticos obtenidos en función de la anchura del I.H.A. se muestran en la figura 3.11. Para una anchura de I.H.A. y pared similares el acoplamiento es fuerte y el campo crítico es máximo. La existencia de un campo crítico necesario para que

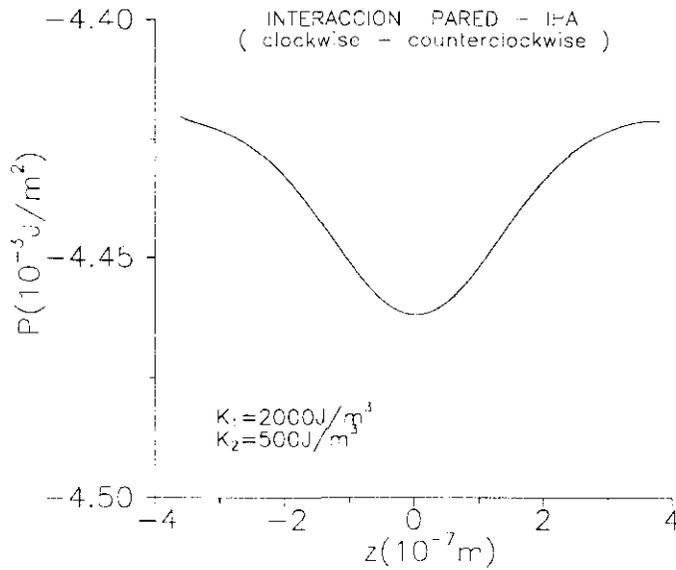


**Figura 3.11** Campos críticos en función de la anchura del I.H.A.

la pared atraviese el I.H.A. hace que el campo efectivo que ésta observa sea menor, en concreto, la diferencia entre el campo aplicado y el campo crítico. Esta disminución en el campo efectivo que mueve la pared en la zona en donde ésta interactúa con el defecto hace que su velocidad disminuya. Estudios experimentales llevados a cabo sobre la f.e.m. inducida en un secundario bobinado en torno a una muestra con un I.H.A. inducido [13] muestran una clara disminución cuando pared e I.H.A. se encuentran superpuestos.

Por otra parte, en la figura 3.11 puede observarse que el acoplamiento máximo tiene lugar para una anchura de I.H.A. ligeramente superior a la anchura teórica de la pared. El valor estimado de anchura de pared,  $\delta = 1.7 \cdot 10^{-7} \text{ m}$ , corresponde a una pared fuera del I.H.A. en la zona en donde existe, tan sólo, una anisotropía  $K_1 = 2000 \text{ J/m}^3$ . Ahora bien, cuando la pared se encuentra con el I.H.A. cambia su anchura haciéndose algo mayor ya que en esta zona existe una anisotropía  $K_2$  fuera del eje fácil  $K_1$  la cual contribuye a aumentar la anchura de la pared. En resumen, la pared se hace algo más ancha al atravesar el I.H.A. por lo que la interacción máxima entre ambos tiene lugar para anchuras de pared e I.H.A. ligeramente superiores.

En el caso de interacción pared-I.H.A. con quiralidad diferente también existe un mínimo de energía cuando ambos están superpuestos. Este mínimo de energía es menos acusado que en el caso de quiralidades iguales tal y como puede verse en la figura 3.12 en donde se muestran los resultados obtenidos en el cálculo para este tipo de interacción. En este caso ambas estructuras no coinciden y el acoplamiento, por tanto, se muestra más débil. Por otra parte, también se puede apreciar como, a diferencia de la interacción con quiralidades iguales, la pared no precisa de un campo superior al campo de propagación para caer en el I.H.A.. Si nos fijamos en la figura 3.13 veremos



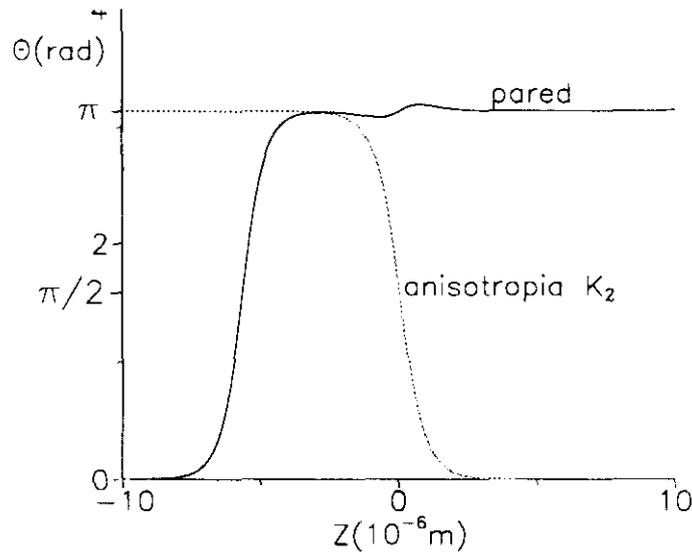
**Figura 3.12** Energía de la pared en un I.H.A. con quiralidad opuesta.

como los primeros espines de la pared que entran en contacto con el I.H.A. (la pared se mueve en el sentido de  $z$  creciente) forman un ángulo con respecto al eje de la pared en el mismo sentido que el eje fácil inducido por el I.H.A.. Esto hace que en el momento en el que comienza la interacción la estructura de la pared se adapte bien al I.H.A. y reduzca así su energía por lo que en este caso no existen barreras de potencial para la pared a ambos lados del I.H.A..

### 3.6 Pérdidas

En general, en un ciclo de histéresis, la principal causa de la existencia de pérdidas en una aleación magnética amorfa es la disipación en forma de calor producida por la existencia de corrientes microscópicas (corrientes “eddy”) [14]. Sin embargo, otros mecanismos como el “pinning” de paredes contribuyen fuertemente a las pérdidas totales en el material por dos motivos principales. Por un lado parte de la energía se disipa en los procesos de relajación de espines asociados al “pinning” de paredes. Por otra parte el “pinning” altera la movilidad de las paredes la cual influye en las pérdidas por corrientes “eddy” inducidas.

Se han llevado a cabo estudios experimentales acerca de la la movilidad de las paredes bajo el “pinning” producido por diferentes tipos de defectos como alteraciones locales de anisotropía [15]. Un análisis teórico de sus resultados resulta bastante complicado dado que es difícil encontrar un modelo que se ajuste a las curvas de potencial a que dan lugar los defectos de un material. El I.H.A. es, sin embargo, un tipo de plano de “pinning” que resulta fácil de modelar dado que su estructura es, básicamente, idéntica



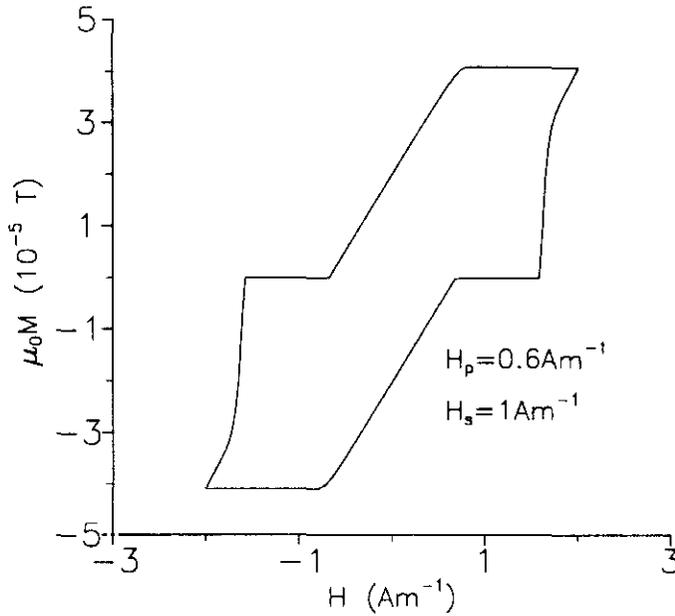
**Figura 3.13** Estructura de la pared en las proximidades de un I.H.A. con quiralidad opuesta a la suya.

a la de una pared. Por otra parte, se trata de un tipo de defecto que es posible reproducir en el laboratorio de forma que constituya el principal centro de enganche de paredes en un material, con campos críticos claramente superiores al resto de defectos. Vamos a estudiar, por tanto, este tipo de interacción tanto desde el punto de vista experimental como teórico de forma que se puedan comparar los resultados obtenidos con nuestro modelo con medidas experimentales realizadas sobre materiales de estas características.

Consideremos un material amorfo en forma de cinta con una anisotropía uniaxial más la anisotropía debida a la presencia de un I.H.A.. Los parámetros principales que controlan los procesos de imanación son

- Campo de propagación,  $H_p$
- Campo de estabilización,  $H_s$
- Campo desimanador,  $H_d$

Consideraremos el campo de propagación como el campo medio necesario para mover una pared por la muestra. Este campo depende tanto de factores internos (rugosidad de las superficies, impurezas no magnéticas, etc...) como de factores externos (anisotropías inducidas por tensiones). El campo de estabilización es el campo mínimo necesario para superar las modulaciones de anisotropía producidas por la estabilización de paredes (como el I.H.A.). Este campo es equivalente al campo crítico definido anteriormente al estudiar el “pinning” de paredes en diferentes zonas en donde se producen cambios de anisotropía. Por último, el campo desimanador es el campo



**Figura 3.14** Ciclo de histéresis “menor” para una muestra con un I.H.A.

que genera la propia imanación en aquellas zonas en donde la imanación no recorre un camino continuo y existen polos magnéticos. Este campo depende de la geometría de la muestra así como de su estado de imanación.

Es bien sabido que la velocidad de las paredes magnéticas es directamente proporcional al campo aplicado [16]. Si consideramos los tres campos descritos anteriormente, la velocidad de la pared en las proximidades del I.H.A. vendrá dada por [16]

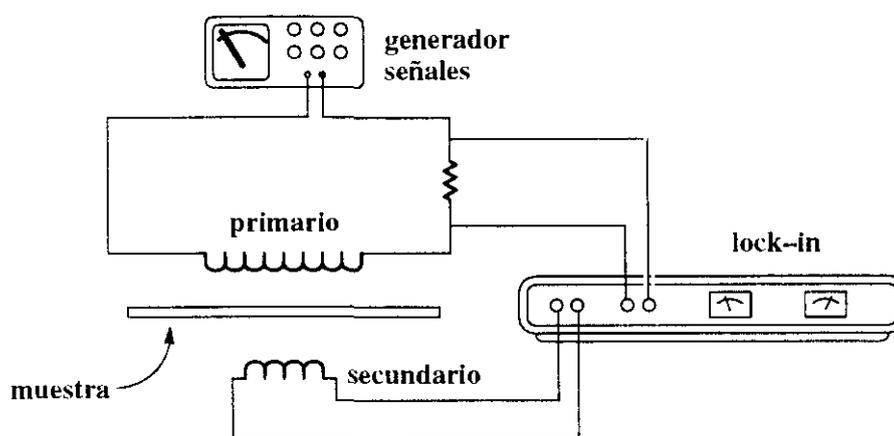
$$v = \mu_w \left( H - H_p - \frac{NxM_s}{a} \right) \quad (3.8)$$

donde  $\mu_w$  es la movilidad de la pared,  $H$  el campo aplicado,  $N$  el factor desimanador,  $2a$  la anchura de la muestra y  $x$  la posición de la pared con respecto al I.H.A.. Durante la interacción entre la pared y el I.H.A. la velocidad de la pared será nula hasta que

$$\left| H - H_p - \frac{NxM_s}{a} \right| > |H_s| \quad (3.9)$$

Estudios experimentales previos realizados sobre muestras con un I.H.A. inducido proporcionan valores aproximados para estos campos [13]. Utilizando estos valores e introduciendo la expresión (3.9) en (3.1) se puede calcular la posición de la pared en función del campo aplicado. Si consideramos que el material tiene una única pared podemos relacionar el estado de imanación del material con la posición de dicha pared y, consiguientemente, deducir su ciclo de histéresis.

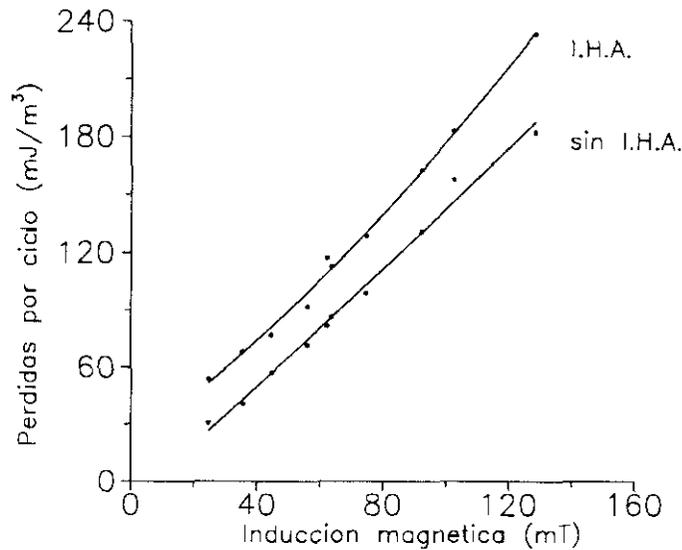
La figura 3.14 muestra un ciclo de histéresis menor calculado correspondiente a



**Figura 3.15** Esquema del montaje utilizado para la medida de pérdidas.

la interacción pared-I.H.A.. Para describir el ciclo se considera un campo aplicado alterno de baja frecuencia (suficientemente baja como para ignorar los efectos de las pérdidas por "eddy-currents"). Inicialmente, la pared está situada en el mismo punto que el I.H.A.. En esta situación es necesario aplicar un campo  $H_p + H_s$  para que la pared pueda escapar del I.H.A.. Una vez que la pared ha dejado el I.H.A. el campo efectivo que la mueve excede en  $H_s$  el campo que observaría en esa posición si no hubiera defecto por lo que su velocidad es ahora mayor. A partir de aquí su velocidad va decreciendo hasta que llega a un valor dado en el que se estabiliza. Al invertir el sentido del campo aplicado la pared permanece inmóvil hasta que éste no es inferior en un valor de  $2H_p$ . A partir de entonces comienza a moverse en sentido contrario con velocidad uniforme hasta llegar al punto en el que se encuentra de nuevo con el I.H.A.. La pared se engancha en este punto hasta que el campo no decrece en magnitud un valor de  $H_s$ , el campo de estabilización o campo crítico necesario para que la pared atraviese el I.H.A.. Una vez que el campo es suficientemente alto, la pared salta y se mueve a gran velocidad en sentido contrario al inicial hasta que alcanza un régimen constante. La inversión del campo aplicado a partir de aquí repite de nuevo el ciclo.

Para realizar el estudio experimental de las pérdidas se utilizaron muestras de Metglas 2826 ( $\text{Fe}_{40}\text{Ni}_{40}\text{P}_{14}\text{B}_6$ ) en forma de cinta de dimensiones  $10\text{cm} \times 1.2\text{mm} \times 45\mu\text{m}$ . Se obtuvieron dos tipos de muestras, unas recocidas con campo saturante y otras recocidas sin campo. Las muestras recocidas sin campo presentaban un I.H.A. inducido por la única pared estabilizada existente durante el proceso. Para favorecer la existencia de una pared longitudinal durante el recocido, éste se hizo bajo la aplicación de una tensión sobre el eje de la muestra. El Metglas 2826 es un material de magnetostricción positiva con lo que la aplicación de tensiones a lo largo de un eje hace que se induzca un eje fácil a lo largo de él. En nuestro caso, la aplicación de una tensión a lo largo del eje de la cinta induce un eje fácil que también es paralelo al eje de la cinta con lo que las



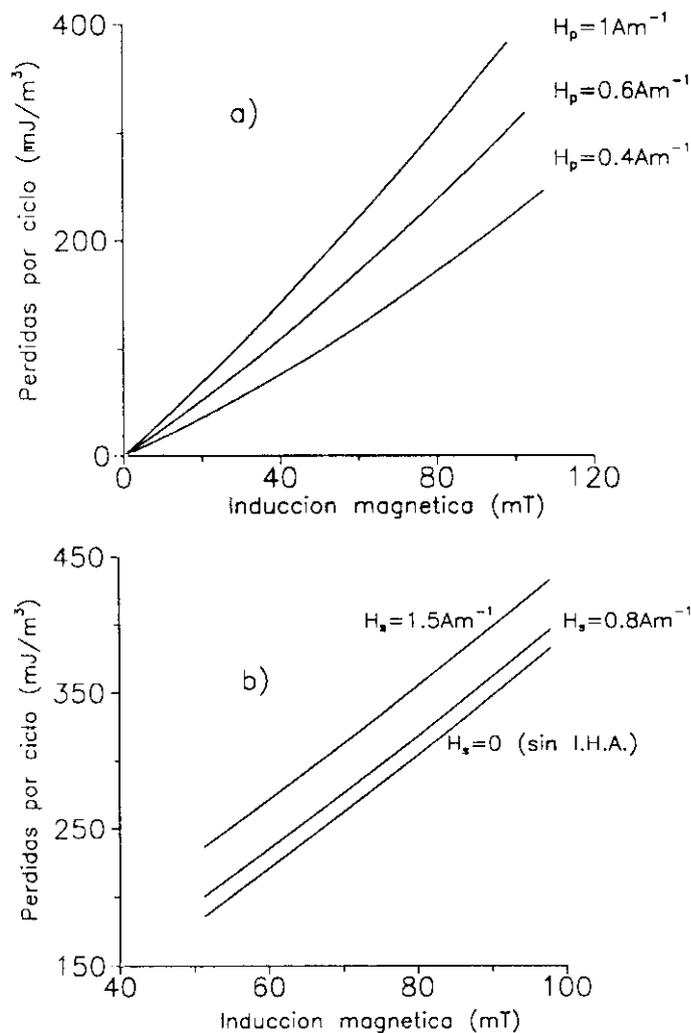
**Figura 3.16** Energía disipada por ciclo. Resultados experimentales

paredes que presenta el material son igualmente paralelas al eje de la cinta. Por otra parte, las muestras que fueron tratadas con campo saturante aplicado no presentaban ningún I.H.A..

El estudio de las pérdidas en estas muestras se llevó a cabo utilizando un sistema de inducción de doble bobinado tal y como se muestra en la figura 3.15. Se aplicó un campo magnético con una señal de continua para tener el ciclo centrado en el I.H.A. más una señal de alterna para recorrerlo. Las componentes de fase y cuadratura del primer armónico del campo  $B$  se obtuvieron midiendo la fuerza electromotriz inducida en un secundario, conectado a un amplificador "lock-in", en sincronismo con la señal del bobinado primario creador del campo. Es sabido que las pérdidas del material vienen dadas por el producto de las componentes en fase y cuadratura de  $H$  y  $B$  [17]

$$P = -H_x \cdot B_y \quad (3.10)$$

Las medidas se tomaron con una señal alterna aplicada de 40Hz. Esta frecuencia es lo suficientemente baja como para que la masa de la pared no sea relevante. Se han llevado a cabo estudios sobre los valores de la masa de la pared para materiales de características similares al Metglas 2826 que prueban que para las velocidades de pared a las que trabajamos la energía cinética debida a la masa de la pared es varios órdenes de magnitud inferior a otras componentes de la energía total como la energía de canje [18]. Si bien los espesores de las muestras sobre las que se realizó este cálculo son muy inferiores, el tipo de paredes, Bloch, es el mismo en ambos casos y, además, la diferencia en varios órdenes de magnitud de la componente cinética frente a las demás da un margen bastante amplio para pensar que en nuestro caso la componente cinética puede, igualmente, ser ignorada.



**Figura 3.17** Energía disipada por ciclo para diferentes valores del a) campo de propagación  $H_p$ , y b) campo de estabilización  $H_s$ . Resultados numéricos.

Los resultados de las medidas experimentales de estas pérdidas se muestran en la figura 3.16. Las pérdidas aumentan de forma lineal con el campo aplicado dado que este campo aplicado es un campo no saturante. Cuanto mayor es su amplitud, mayor es el ciclo que describe la pared y, por tanto, mayores son las pérdidas. Por otra parte se observa como el incremento en las pérdidas para la muestra con un I.H.A. es constante e independiente del campo aplicado. Esto prueba la existencia en la muestra de tan sólo un I.H.A. ya que de haber mas I.H.A. inducidos en la muestra debería haber tantos saltos en la cifra de pérdidas como I.H.A. existieran en la muestra. En realidad esto no asegura del todo que en la muestra no haya mas I.H.A. pero si lo hace en lo que respecta a la región a lo largo de la que se mueve la pared al describir el ciclo.

La figura 3.17 representa los resultados obtenidos con el modelo teórico para distintos campos de estabilización. La figura 3.17a muestra la energía disipada por ciclo

para una muestra sin anisotropías inducidas y para distintos campos de propagación. La figura 3.17b representa esta misma situación pero para una muestra con un I.H.A.. Como puede verse, al igual que en la curva experimental, las pérdidas aumentan linealmente con el campo aplicado. Aunque el comportamiento parece el mismo, las pérdidas medidas son inferiores a las previstas. Esto se debe a que, desde el punto de vista teórico, la pared y el I.H.A. tienen una estructura perfecta y, por tanto, el acoplamiento entre ambos es máximo. Sin embargo en la realidad la estructura de la pared no es perfecta (lo mismo ocurre para el I.H.A.) y hay zonas en las que el acoplamiento será más débil y a partir de las cuales la pared saltará con mayor facilidad. Por tanto es lógico pensar que los valores obtenidos experimentalmente sean inferiores a los del modelo teórico.

Dado que el nivel de pérdidas está directamente relacionado con la fuerza del enganche de la pared en el I.H.A. es de esperar que cuanto mayor sea éste mayor será el nivel de pérdidas. Hemos visto como el máximo enganche se produce cuando las anchuras de pared e I.H.A. coinciden, sin embargo se ha podido observar mediante medidas experimentales un pequeño mínimo local de pérdidas para espesores de pared muy próximos a la anchura del I.H.A. [19]. Este fenómeno, que en un principio se relacionó con un mínimo local existente para el campo que necesita la pared para caer en el I.H.A. cuando las anchuras de pared e I.H.A. coinciden, continua siendo un fenómeno extraño el cual requiere de medidas más precisas para poder asegurar su existencia.

### 3.7 Conclusiones

En este capítulo hemos visto un modelo numérico aplicado al estudio de la interacción entre una pared unidimensional con planos de diferente anisotropía paralelos a la pared. El objeto de este estudio es una mejor comprensión de este tipo de interacciones las cuales influyen considerablemente en el campo coercitivo y las pérdidas en materiales con defectos con simetría longitudinal.

El caso más sencillo, constituido por la interacción con un plano en el que la anisotropía varía de forma abrupta, muestra como los campo críticos de la pared se hacen tanto más pequeños cuanto mayor es su anchura. Una anchura mayor es el resultado de una anisotropía menor y, asimismo, una variación menor de energía de un lado a otro del plano de interacción.

Del caso en el que la interacción con una región en donde la anisotropía cambia de forma gradual podemos extraer dos conclusiones generales que se observan igualmente en otros tipos de interacciones

- El campo crítico necesario para atravesar la región de variación de anisotropía es

tanto mayor cuanto más próxima es su anchura a la anchura de la pared.

- El “pinning” de la pared depende de su quiralidad relativa a la quiralidad de la anisotropía en la región de interacción. Existe una interacción máxima cuando ambas son iguales.

La interacción de la pared con una región finita de anisotropía diferente muestra, igualmente, un enganche máximo para anchuras próximas de pared e I.H.A..

En particular se ha analizado el caso de la interacción de una pared con una anisotropía helicoidal inducida (I.H.A.). Este caso es de especial importancia al ser un plano de enganche perfecto para la pared. Además, por el tipo de tratamientos que suelen aplicarse a cintas ferromagnéticas amorfas, su existencia es bastante frecuente. Los resultados muestran un claro incremento en las pérdidas en materiales con este tipo de anisotropías. Los resultados teóricos obtenidos se han contrastado con medidas experimentales y se ha podido comprobar como el efecto es visible en ambos casos si bien los valores de las pérdidas obtenidas experimentalmente son inferiores a las obtenidas a partir del modelo teórico. Esto se debe a que el modelo supone un acoplamiento perfecto entre pared e I.H.A. el cual, en la práctica no es perfecto sino que existen zonas en las que es más débil y a partir de las cuales la pared lo atraviesa con mayor facilidad. Sin embargo, cualitativamente, teoría y medidas experimentales coinciden notablemente.

# Bibliografía

- [1] M. Kersten, *Physik. Z.*, , **39**, pp. 860 (1938).
- [2] D.J. Craik & E. Hill, *Phys. Lett.* “Magnetic-domain-wall pinning by regions of weak exchange or anisotropy”, **48A**, no. 3, pp. 157 (1974).
- [3] H.R. Hilzinger & H. Kronmüller, “Investigation of Bloch-wall-pinning by antiphase boundaries in RCo<sub>5</sub>-compounds”, *Phys. Lett.* **51A**, no. 1, pp. 59 (1975).
- [4] M. Rodríguez, A. García, M. Maicas, C. Aroca, E. López, M.C. Sánchez & P. Sánchez, “Induction of bistability in low-magnetostriction amorphous ribbons”, *J. Magn. Mag. Mat.*, **133**, pp. 36 (1994).
- [5] S. Chikazumi, “Physics of magnetism”, John Wiley & Sons, (1964).
- [6] B.D. Cullity, “Introduction to magnetic materials”, Addison-Wesley, pp. 446 (1972).
- [7] A. Herpin, “Théorie du magnétisme”, Imprimerie des presses universitaires de France, pp. 433 (1968).
- [8] A.E. LaBonte, “Two-dimensional Bloch-Type domain walls in ferromagnetic films”, *J. Appl. Phys.*, **40**, no. 6, (1969).
- [9] Y. Nakatani, Y. Uesaka & N. Hayashi, “Direct solution of the Landau-Lifshitz-Gilbert equation for micromagnetics”, *J. J. Appl. Phys.*, **28**, no. 12, pp. 2485 (1989).
- [10] M.R. Scheinfein, J. Unguris, R.J. Celotta & D.T. Pierce, “Influence of the Surface on Magnetic Domain-Wall Microstructure”, *Phys. Rev. Lett.*, **63**, no. 6, pp. 668 (1989).
- [11] A. Ahanoni & J.P. Jakubovics, “Magnetic domain walls in thick iron films”, *Phys. Rev. B*, **43**, no. 1, pp. 1290 (1991).
- [12] M. Maicas, E. López, C. Aroca, P. Sánchez & M.C. Sánchez, “Interaction between a Bloch domain wall and a pinning plane”, *J. Magn. Mag. Mat.*, **104-107**, pp. 319 (1992).

- [13] C. Aroca, P. Sánchez & E. López, "Interaction of a Bloch domain wall with the helical anisotropy induced by itself", *Phys. Rev. B*, **34**, no. 1, pp. 490 (1986).
- [14] J.E.L. Bishop, "Enhanced eddy current loss due to domain displacement", *J. Magn. Magn. Mat.*, **49**, pp. 241 (1985).
- [15] V.S. Gornakov & V.T. Synogach, "Dynamic instability and magnetic after-effect in domain wall dynamics", *J. Magn. Mag. Mat.* **133**, pp. 24 (1994).
- [16] E. López, C. Aroca, M. Maicas, M.C. Sánchez & P. Sánchez, "Influence of domain wall stabilization on dynamic losses in amorphous ribbons", *J. Magn. Mag. Mat.*, **133**, pp. 74 (1994).
- [17] C. Aroca et al., "Measuring harmonics of low-level electrical signals: application to magnetic measurements", *J. Phys. E: Sci. Instrum.* **22**, pp. 185 (1989).
- [18] A. Aharoni, "Two-dimensional domain walls in ferromagnetic films. IV. Wall motion", *J. Appl. Phys.*, **47**, no. 7, (1976).
- [19] M. Maicas, E. López, P. Sánchez, M.C. Sánchez & C. Aroca, , "Domain-wall-pinning simulations for different anisotropy modulations", *Phys. Rev. B*, **47**, no. 6, pp. 3180 (1993).



## Capítulo 4

# Estructura de paredes de Bloch bidimensionales en materiales amorfos ferromagnéticos

### 4.1 Introducción

Es bien sabido que en materiales ferromagnéticos de gran espesor, las paredes de sus dominios magnéticos presentan en el centro una imanación perpendicular a la superficie del material (paredes de Bloch). Este comportamiento se observa en todo el espesor salvo en las proximidades de la superficie en donde la imanación gira en un plano paralelo a ella (paredes de Néel) [1]. El motivo de este cambio de estructura hay que buscarlo en la energía magnetostática de la pared. Una estructura, en la superficie, con la imanación perpendicular a la misma daría lugar a la aparición de fuertes polos magnéticos y consiguientemente una energía magnetostática elevada. Sin embargo un giro progresivo de la imanación en una región más o menos extensa próxima a la superficie da lugar a la aparición de unos polos magnéticos de volumen que poseen una energía magnetostática muy pequeña. En el caso de materiales de poco espesor la imanación debe igualmente girar en un plano paralelo a la superficie. En estos materiales, la proximidad de ambas superficies condiciona aún más la estructura de la pared [10]. La posible aparición de polos magnéticos de superficie daría lugar a fuertes campos desimanadores que los hacen totalmente desfavorables. Es necesario por tanto, en todo estudio riguroso relacionado con la estructura de paredes de dominios magnéticos, tener muy en cuenta su energía magnetostática.

Los modelos unidimensionales de paredes magnéticas consideran que la distribución de la imanación no varía en el espesor. Estos modelos llevan siempre a estructuras que tienen un carácter puramente Bloch o Néel en donde una de las componentes de

la imanación se anula. Los resultados obtenidos a partir de ellos fallan a la hora de evaluar la contribución de la energía magnetostática a la energía total de la pared. Los polos magnéticos de superficie así calculados son mayores que los que realmente existen y, consiguientemente, llevan a energías de pared elevadas en donde la componente magnetostática aparece como una fracción importante de la energía total. Es pues necesario introducir una segunda coordenada espacial para buscar una mejor caracterización de este tipo de estructuras.

El primer estudio detallado de una pared  $180^\circ$  en dos dimensiones fue llevado a cabo por LaBonte sobre materiales con espesores en el rango 500-2000Å [10]. El modelo de LaBonte proporciona unas energías de pared entre dos y tres veces más pequeñas que las que se obtienen bajo las mismas condiciones con un modelo unidimensional [3]. Esta diferencia es especialmente apreciable en la componente magnetostática la cual llega incluso a ser un orden de magnitud inferior. Utilizando una segunda coordenada espacial es, asimismo, posible estudiar la asimetría que presentan este tipo de paredes. Los estudios de LaBonte [10] y Hubert [9] mostraron como en el rango de unos pocos cientos de nanómetros las paredes presentan una estructura conocida como pared de Bloch asimétrica con un vórtice en el interior y una pared tipo Néel en la superficie. Evidencias experimentales de estos resultados se han obtenido a través de la microscopía electrónica de transmisión [5, 6]. La existencia del vórtice ha podido ser probada midiendo la desviación que produce la estructura asimétrica de la pared sobre un haz de electrones que la atraviesa. Asimismo, la estructura de la imanación en la superficie se ha podido observar mediante efecto Kerr magneto-óptico [7] y microscopía electrónica de barrido con análisis de polarización (SEMPA) [8, 9, 10]. Este último método es probablemente el que más información aporta acerca de la estructura de la pared. Gracias a él han podido medirse espesores de pared así como el desplazamiento relativo entre los centros de pared en volumen y en superficie. Los resultados coinciden muy bien con los valores obtenidos a partir de los modelos teóricos.

Sin embargo todas las técnicas mencionadas anteriormente tienen muchas limitaciones. La microscopía electrónica de transmisión (TEM) es aplicable tan sólo a materiales en forma de lámina delgada. Las técnicas ópticas tienen su limitación en la resolución que puede proporcionar la luz. Los espesores típicos de pared oscilan en torno a la décima de micra al igual que la longitud de onda de la luz. Por tanto, es difícil poder observar detalles de esas dimensiones. Las medidas obtenidas por SEMPA son, por su parte, bastante imprecisas. La obtención de valores fiables pasa por la aplicación de un análisis estadístico de las medidas experimentales. Esta es además una técnica de análisis de superficie por lo que no podemos obtener datos acerca de la imanación en el volumen. Todo esto hace interesante insistir en el desarrollo de técnicas de análisis numérico por ser, hoy por hoy, el medio más eficaz para obtener información sobre la

estructura de las paredes magnéticas.

El principal método de cálculo utilizado para este tipo de estudios es el ya mencionado método de LaBonte [10]. Este método permite el estudio de paredes en materiales en los que el espesor viene a ser del orden de la anchura de la pared. Esta limitación viene impuesta por el tipo de mallado para el que son aplicables las fórmulas originales. Los prismas rectangulares de los que se compone el mallado son prismas de base cuadrada. Esto hace que, una vez impuesto el espesor de la muestra y un número de celdas determinado para describir la coordenada que recorre el espesor, el número de celdas a utilizar en la otra coordenada queda determinado a partir del tamaño de la zona que se desea estudiar. En el caso de que el espesor sea del orden de la anchura de la pared, los mallados en ambas coordenadas serán aproximadamente iguales, pero en el caso de que los espesores sean mayores, el número de celdas necesario en esa coordenada puede ser tan grande que haga inviable el proceso de minimización. Recordemos que el tiempo necesario para hacer el cálculo aumenta muy rápidamente con el número de celdas utilizado (ver capítulo dos).

En el estudio de materiales de gran espesor es pues necesario utilizar métodos en los que sea posible seleccionar el número de celdas en cada coordenada sin que haya condicionantes entre ellas [11]. Algunos autores han aplicado el método de LaBonte con una modificación para hacer posible el trabajo con celdas de base rectangular [1, 10]. La idea consiste en hacer prismas de base rectangular pero en los que las dimensiones sean un múltiplo entero de un prisma de base cuadrada. Los cálculos no entrañan ningún problema en lo que respecta a las interacciones de canje y anisotropía. Por su parte, la energía magnetostática puede calcularse fácilmente para cada interacción entre prismas si se conocen las expresiones correspondientes a los prismas de base cuadrada que los componen.

Estos estudios se han realizado fundamentalmente sobre materiales cristalinos. Los resultados muestran la existencia de dos tipos distintos de paredes magnéticas atendiendo al tipo de simetría que éstas posean, paredes con simetría "C" y paredes con simetría "S" [1]. Ambas configuraciones poseen niveles de energía muy similares de lo que se deduce que, en este tipo de materiales, ambas estructuras son posibles. Estos resultados encajan con la observación de dos tipos diferentes de paredes de Bloch  $180^\circ$  en *permalloys* con espesores en torno a  $1\mu\text{m}$  [12].

Si bien se tiene constancia de la existencia de estos dos tipos de estructuras con niveles de energía muy similares para materiales cristalinos, no se ha realizado ningún estudio equivalente para el caso de materiales amorfos. El objeto de nuestro estudio es, precisamente, la obtención de valores de energía y estructuras de pared para el caso de paredes de Bloch de  $180^\circ$  en materiales amorfos para un amplio rango de espesores.

## 4.2 Estructuras monovórtice y de doble vórtice

En un intento de llevar el concepto de “flujo de cierre” hasta sus últimas consecuencias, Hubert [9] hizo un estudio sobre las configuraciones de imanación que presentan una energía magnetostática nula. Si un sistema de espines en el interior de una pared no tiene asociado ningún campo desimanador, las densidades de polos en superficie y volumen han de ser nulas, es decir,  $\mathbf{M} \cdot \mathbf{n} = 0$ ,  $\nabla \cdot \mathbf{M} = 0$ . Es posible encontrar campos escalares bidimensionales  $A(x, y)$  con los que la imanación cumple las condiciones anteriores definiendo sus cosenos directores como

$$\alpha = \frac{\partial A}{\partial y}; \quad \beta = -\frac{\partial A}{\partial x}; \quad \gamma = (1 - \alpha^2 - \beta^2)^{\frac{1}{2}} \quad (4.1)$$

Las energías de anisotropía y canje pueden calcularse fácilmente en términos de  $A$ . El problema de éste método estriba en la selección de la función  $A(x, y)$  que esté de acuerdo con las expresiones anteriores y cumpla ciertas condiciones de contorno. Hubert encontró que existen funciones de este tipo para dos tipos distintos de estructuras. El primero corresponde a un tipo de paredes al que denominó paredes de Bloch asimétricas y que se caracteriza por [12]:

$$\begin{aligned} \alpha(-y) &= -\alpha(y) \\ \beta(-y) &= \beta(y) \\ \gamma(-y) &= \gamma(y) \end{aligned} \quad (4.2)$$

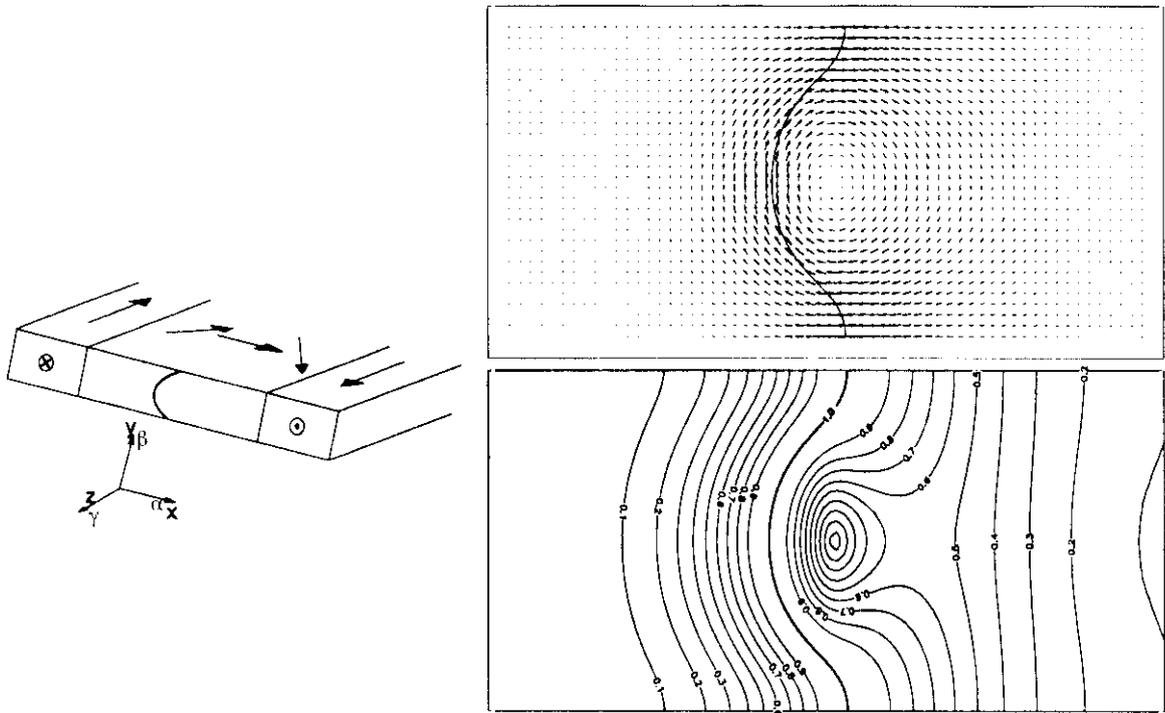
donde los cosenos directores se consideran tal y como se indica en el capítulo dos. Este tipo de estructuras corresponden precisamente a las obtenidas por LaBonte [10].

Al segundo tipo lo denominó pared de Néel asimétrica. En este caso los cosenos directores vienen dados por:

$$\begin{aligned} \alpha(-x, -y) &= \alpha(x, y) \\ \beta(-x, -y) &= \beta(x, y) \\ \gamma(-x, -y) &= -\gamma(x, y) \end{aligned} \quad (4.3)$$

Aunque los resultados de Hubert no aseguran que estos sean los dos únicos tipos de estructuras posibles, ningún estudio posterior ha revelado un tipo de estructura diferente con un nivel de energía comparable a la que poseen estos dos tipos de paredes. Esto permite aprovechar estas propiedades a la hora de implementar el programa [12].

La figura 4.1 muestra un ejemplo de la estructura de una pared de Bloch asimétrica obtenida con el método de cálculo descrito en el capítulo dos. La línea central de mayor grosor determina el centro de la pared. Como puede verse existe un desplazamiento de los centros de la pared en el interior con respecto al centro en la superficie. En estas estructuras la imanación se curva en el mismo sentido en ambas superficies lo que hace

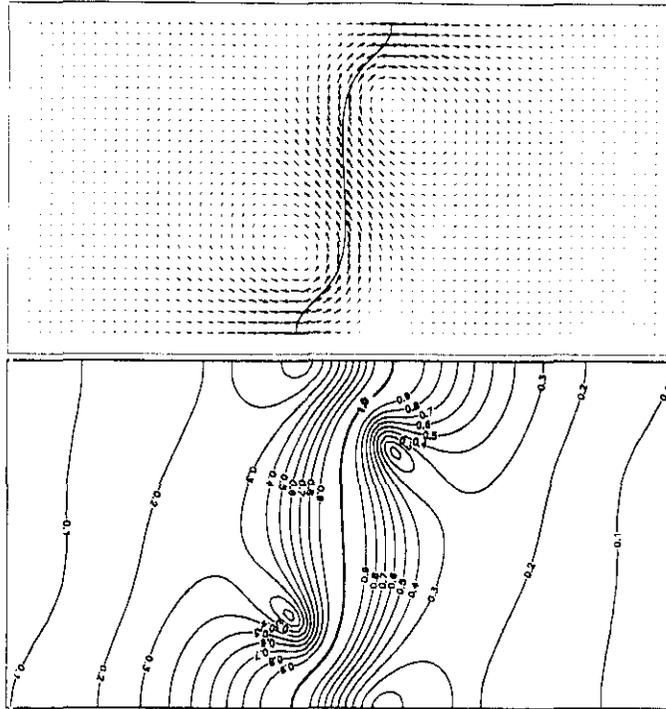


**Figura 4.1** Estructura de una pared de Bloch asimétrica. La línea central muestra el centro de la pared ( $\gamma = 0$ ). El diagrama de curvas de nivel determina los contornos de magnitud constante de la componente de imanación sobre el plano XY ( $(\alpha^2 + \beta^2)^{\frac{1}{2}}$ ) (corresponde a la simulación realizada sobre una muestra de  $1\mu\text{m}$  de espesor, tabla 4.5).

que el centro describa una curva que recuerda la letra “C”, de ahí que a este tipo de paredes se las conozca como paredes tipo “C”. En este tipo de estructuras, la imanación gira formando un vórtice con objeto de llegar a un mejor cierre del flujo de imanación y disminuir de esta forma la energía magnetostática. Este giro de imanación provoca, además, una quiralidad diferente en las paredes de Néel de ambas superficies.

La figura 4.2 muestra un ejemplo de una pared de Néel asimétrica. Esta estructura se caracteriza por que la imanación en las superficies gira paralela a ellas y con la misma quiralidad en ambas. En este caso la imanación gira sobre sí misma a ambos lados de la pared con lo que aparecen dos vórtices. El centro de la pared en la superficie está separado del centro de la pared en el volumen y, además, está en un lado diferente en cada superficie. Esto hace que la línea que delimita los centros tenga forma de “S” (paredes tipo “S”).

Un ejemplo claro del desplazamiento del centro de la pared en la superficie con respecto al centro de la pared en el volumen puede verse en la figura 4.3. Las fotografías que se muestran corresponden a una muestra de Fe (100) de gran espesor ( $20\mu\text{m}$ ) en una región en la que una pared cambia su quiralidad. La pared es de tipo Bloch en el volumen por lo que en el interior del material el centro de la pared estará en un

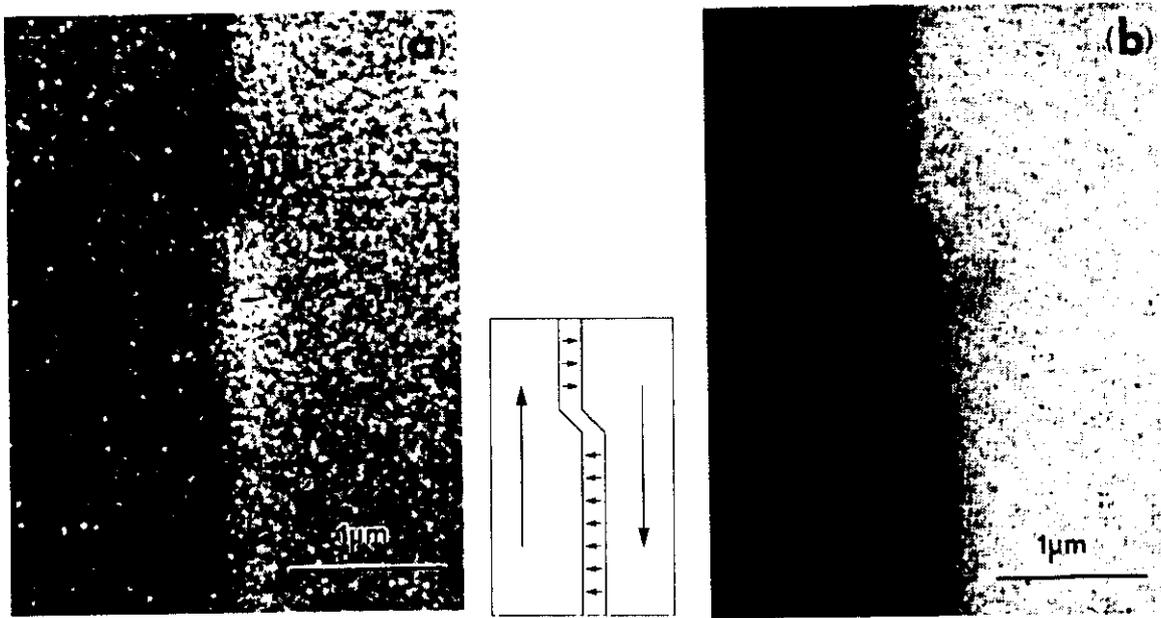


**Figura 4.2** Estructura de una pared de Néel asimétrica. La línea central indica el centro de la pared ( $\gamma = 0$ ). El diagrama de curvas de nivel determina los contornos de magnitud constante de la componente de imanación sobre el plano XY ( $(\alpha^2 + \beta^2)^{\frac{1}{2}}$ ) (corresponde a la simulación realizada sobre una muestra de  $1\mu\text{m}$  de espesor, tabla 4.5)

mismo plano a lo largo de toda ella. Al llegar a la superficie, la imanación se tumba en un sentido o en otro dependiendo de su quiralidad. Como se puede ver en las figuras 4.1 y 4.2, al tumbarse la pared hacia un lado, el centro de la pared queda desplazado hacia ese lado. En este caso, la imanación se desplaza en sentidos contrarios a ambos lados del punto en donde se produce el cambio de quiralidad con lo que se observa un desplazamiento de un segmento de pared frente al otro.

### 4.3 Paredes de Bloch en materiales de poco espesor

Consideraremos materiales de poco espesor a aquellos cuyo espesor sea igual o inferior al de la anchura de sus paredes. Para el caso de materiales amorfos blandos, los espesores típicos de las paredes de Bloch oscilan en torno a las décimas de micra. En nuestro estudio vamos a utilizar los parámetros de un material amorfo, el Metglas 2826 ( $\text{Fe}_{40}\text{Ni}_{40}\text{P}_{14}\text{B}_6$ ), el cual posee una constante de canje  $A_{ex} = 6.2 \cdot 10^{-7}$  erg/cm [14] y una imanación de saturación  $M_s = 557$  emu/cm<sup>3</sup> [15]. Consideraremos que el material posee una anisotropía uniaxial con  $K = 1000$  erg/cm<sup>3</sup>. Con estos parámetros, el modelo teórico clásico que considera canje y anisotropía [16] determina un espesor de pared de:



**Figura 4.3** Fotografías obtenidas por SEMPA de un cambio de quiralidad de pared en superficie para un cristal de Fe (100) de  $20\mu\text{m}$  de espesor [10].

$$\delta_{\infty} = \pi \sqrt{\frac{A_{ex}}{K}} = 0.78\mu\text{m} \quad (4.4)$$

Esta anchura no es más que un límite superior para la anchura de la pared en el centro de la muestra. El efecto del campo desimanador creado por la propia pared tiende a hacer ésta más estrecha.

Nuestro estudio parte de espesores de muestra en torno a la décima de micra. Para espesores inferiores a  $\delta_{\infty}$  la anchura de la pared viene a ser del mismo orden que el espesor del material. [10]. Esto hace que las dimensiones de la zona sobre la que estamos trabajando sean parecidas y, por tanto, también lo serán los tamaños de las celdas del mallado a utilizar.

En todas las simulaciones se partió de una situación inicial de imanación completamente aleatoria y con un mallado con pocas celdas para acelerar los cálculos iniciales. Sin embargo, este mallado inicial no puede ser arbitrariamente reducido. La anchura de celda debe ser inferior a la anchura de la pared, de otro modo el mallado no puede ver la pared y el proceso lleva a una solución errónea. En concreto, la insuficiencia de mallado suele llevar a resultados en los que la imanación gira de forma abrupta. Su energía de canje es inferior a la de la pared real (al girar la imanación en una distancia mayor) mientras que las energías de anisotropía y magnetostática son nulas al estar la imanación orientada sobre el eje  $z$ . El resultado es una pared con menos energía

a)

espesor ( $\mu\text{m}$ )	simetría	mallado	$a_0$ ( $\mu\text{m}$ )	$\Delta\theta$	$\Delta w_t$	S
0.1	C	350x80	0.7	$2 \cdot 10^{-4}$	$2 \cdot 10^{-6}$	0.994
0.1	S	350x80	0.7	$2 \cdot 10^{-4}$	$7 \cdot 10^{-7}$	0.964
0.2	C	350x80	1.4	$2 \cdot 10^{-4}$	$2 \cdot 10^{-6}$	1.010
0.2	S	350x80	1.4	$2 \cdot 10^{-4}$	$2 \cdot 10^{-6}$	0.992
0.5	C	200x100*	3.0	$3 \cdot 10^{-5}$	$9 \cdot 10^{-7}$	0.991
0.5	S	200x100*	3.0	$6 \cdot 10^{-5}$	$1 \cdot 10^{-6}$	1.010

b)

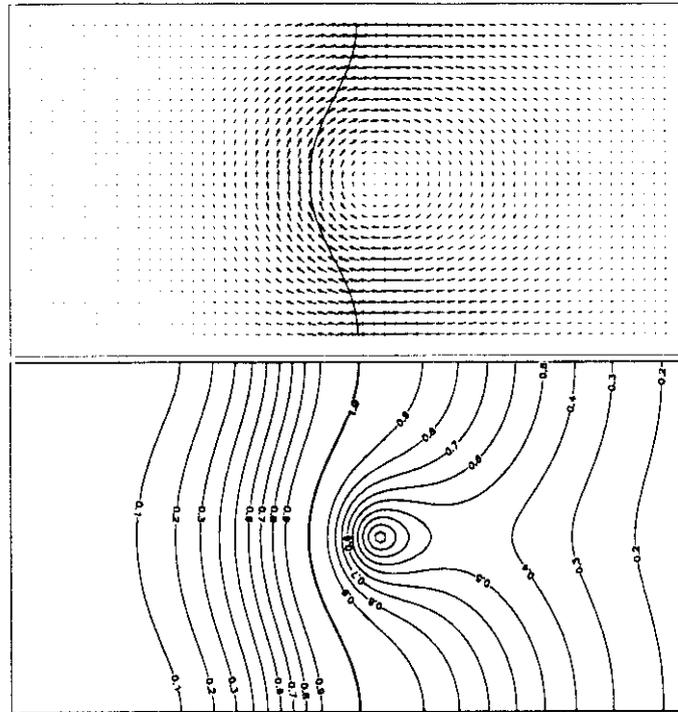
espesor ( $\mu\text{m}$ )	simetría	$w_t/2A_{ex}$	$w_{ex}/w_t$	$w_a/w_t$	$w_m/w_t$	$\beta_{max}$ sup.
0.1	C	9.66	0.938	0.005	0.057	0.172
0.1	S	12.08	0.869	0.004	0.127	0.377
0.2	C	10.34	0.956	0.019	0.025	0.074
0.2	S	13.73	0.930	0.014	0.056	0.156
0.5	C	11.72	0.877	0.101	0.022	0.026
0.5	S	15.71	0.899	0.068	0.032	0.056

**Tabla 4.1:** Simulaciones realizadas para 0.1, 0.2 y 0.5  $\mu\text{m}$  de espesor, a) datos, b) resultados.

\*Los mallados correspondientes a 0.5  $\mu\text{m}$  son mallados variables a lo largo del eje  $x$  haciéndose más finos en el centro de la pared en donde los cambios en la orientación de la imanación son más rápidos. "S" hace referencia al parámetro de autoconsistencia (ver 1.6).

pero irreal. Una pared en la que el giro de imanación es abrupto desprecia la energía de anisotropía. Existen diversas estructuras que, aunque no son energéticamente favorables, son relativamente estables. Desde un punto de vista teórico, las condiciones iniciales de la simulación no deberían influir en los resultados finales. Por ello, los resultados erróneos obtenidos con mallados de muy pocas celdas deberían desaparecer al interpolarlos y minimizarlos con un mallado superior. Sin embargo esto no siempre es así. Recordemos que estamos utilizando un proceso de minimización que nos lleva a mínimos locales de energía y no a mínimos absolutos. Las simulaciones que comienzan con mallados de pocas celdas llevaban a giros abruptos y acababan en ocasiones en estructuras con giros abruptos incluso para mallados elevados. Esto se daba principalmente en las simulaciones efectuadas para grandes espesores. Por ello se trató de evitar siempre comenzar la simulación con mallados demasiado pequeños. Los mallados utilizados al comienzo para estos espesores fueron de  $80 \times 20$ .

Una vez que se obtiene un primer resultado para un mallado pequeño se incrementa el número de celdas y se interpola la solución inicial tal y como se explica en el capítulo dos. El tiempo de cálculo es, por un lado, mayor al ser más grande el número de celdas pero, por otra parte, la pared se encuentra más próxima al mínimo por lo



**Figura 4.4** Resultados obtenidos para una pared con simetría “C” para  $0.1\mu\text{m}$  de espesor. La línea central delimita en centro de la pared ( $\gamma = 0$ ). El diagrama de curvas de nivel determina los contornos de magnitud constante de la componente de imanación sobre el plano XY ( $(\alpha^2 + \beta^2)^{\frac{1}{2}}$ ).

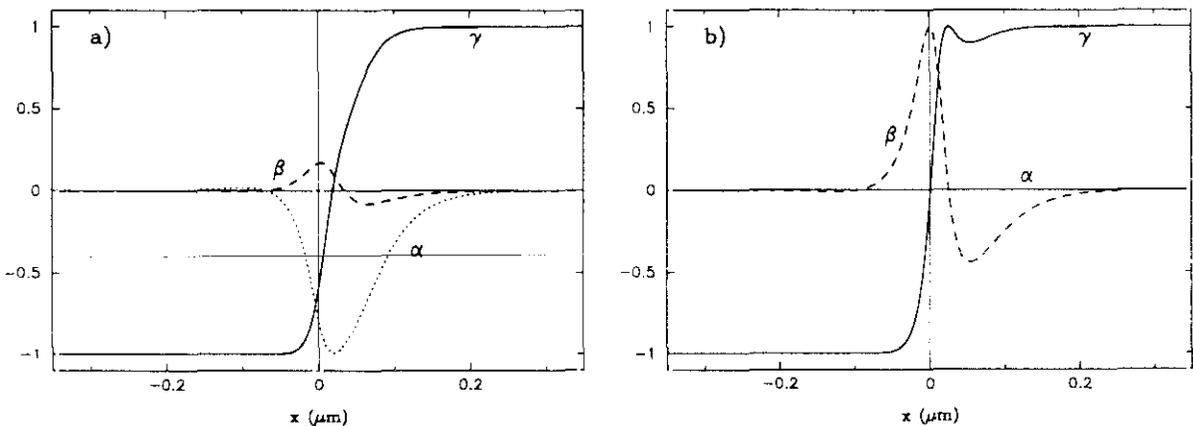
que harán falta menos iteraciones para llegar a él. De esta forma se llegó a mallados de  $350 \times 80$ , mallados por encima de los cuales los ordenadores utilizados necesitaban demasiado tiempo de cálculo para poder llegar a una solución <sup>1</sup>. Se estableció como criterio para dar validez a los resultados una variación máxima en los cosenos directores inferior a  $2 \cdot 10^{-4}$ . Las variaciones en los valores de energía para esos ángulos son ya prácticamente nulas.

La tabla 4.1 muestra los datos con los que se llevaron a cabo las simulaciones para espesores de  $0.1$ ,  $0.2$  y  $0.5\mu\text{m}$  así como los resultados obtenidos. Los valores de  $\Delta\theta$  y  $\Delta w_t$  representan las máximas variaciones en los cosenos directores y las variaciones relativas de energía en el momento de interrumpir el cálculo. El parámetro  $a_0$  indica la anchura de la zona estudiada (ver 2.1). La anchura de la zona de simulación no debe ser demasiado grande puesto que cuanto más grande sea menos resolución tendremos para describir la zona central. Por otra parte no puede ser demasiado pequeña puesto que no se dejaría a la pared espacio suficiente para girar con libertad. Se trata pues de buscar una solución de compromiso entre ambos factores para lo que es necesario hacer varias

<sup>1</sup>En una estación de trabajo DEC-5200 la velocidad de cálculo era de, aproximadamente, 1 iteración/hora

simulaciones previas con objeto de tener una idea sobre el valor que ha de tomar  $a_0$  para llevar a cabo el cálculo. Asimismo se muestran los valores de energía de la pared ( $w_t$ ) así como sus componentes de canje ( $w_{ex}$ ), anisotropía ( $w_a$ ) y magnetostática ( $w_m$ ). Los valores de energía obtenidos para las paredes con simetría "C" son claramente inferiores a los obtenidos para paredes con simetría "S". Para  $0.1\mu\text{m}$  la pared tipo "S" tiene un 25% más de energía que la pared tipo "C". Esa diferencia se hace aun mayor al aumentar el espesor. Para  $0.2\mu\text{m}$  la estructura "S" tiene un 32% más de energía que la "C" y para  $0.5\mu\text{m}$  es de un 34%. Son más estables, por tanto, para estos espesores las paredes tipo "C" que las paredes tipo "S". Ahora bien, las estructuras tipo "S" son también bastante estables. Un procedimiento de minimización realizado partiendo de una estructura con simetría "S" sin imponer ninguna condición de simetría durante el cálculo lleva a otra que conserva su simetría inicial. Esto indica que nos encontramos en un mínimo real de energía que corresponde a una estructura que, a pesar de ser energéticamente menos favorable que la estructura "C", es igualmente estable.

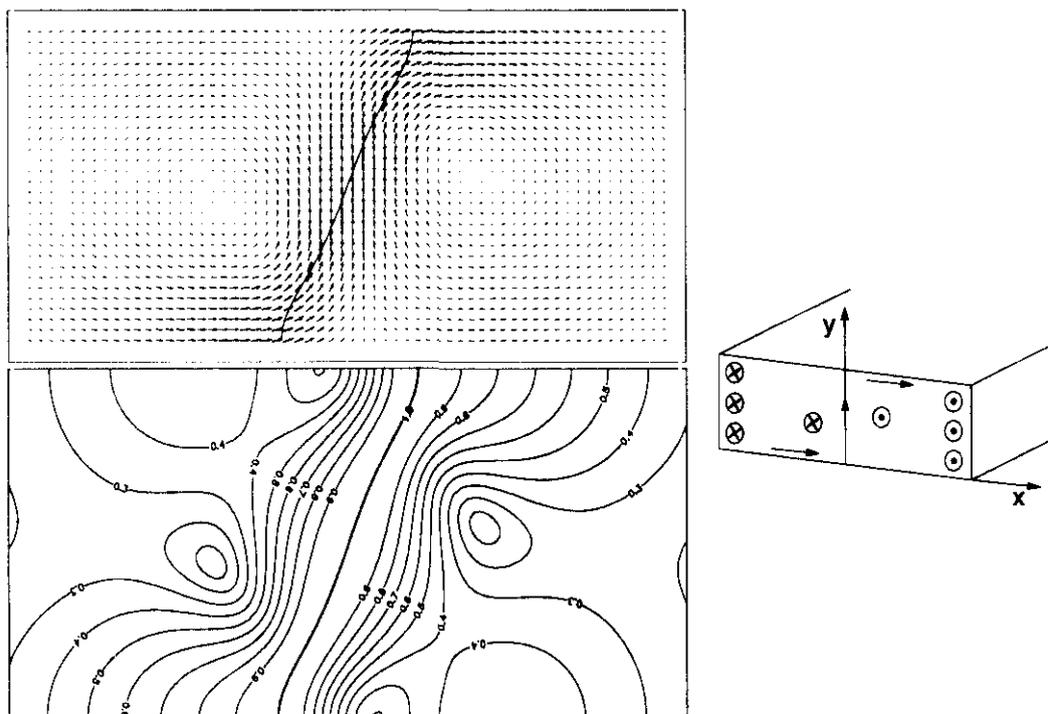
Es importante destacar que los cálculos realizados sin imponer ningún tipo de simetría llevan a uno de los dos tipos de paredes, "C" o "S". En principio, las simetrías encontradas por *Hubert* [9] corresponden a estructuras en las que la energía magnetostática es nula. En los resultados que se han obtenido, esta componente, aunque es muy inferior al canje, no es nula por lo que no se puede asegurar, en principio, que las simetrías se deban cumplir estrictamente. Sin embargo, en todas las simulaciones efectuadas, así como en todos los trabajos realizados hasta el momento sobre este tipo de paredes en otros materiales, se ha visto como estas simetrías son siempre aplicables.



**Figura 4.5** Cosenos directores de la imanación para una pared con simetría "C" en a) superficie ( $y = -\frac{b}{2}$ ), y b) centro para una muestra de  $0.1\mu\text{m}$  de espesor.

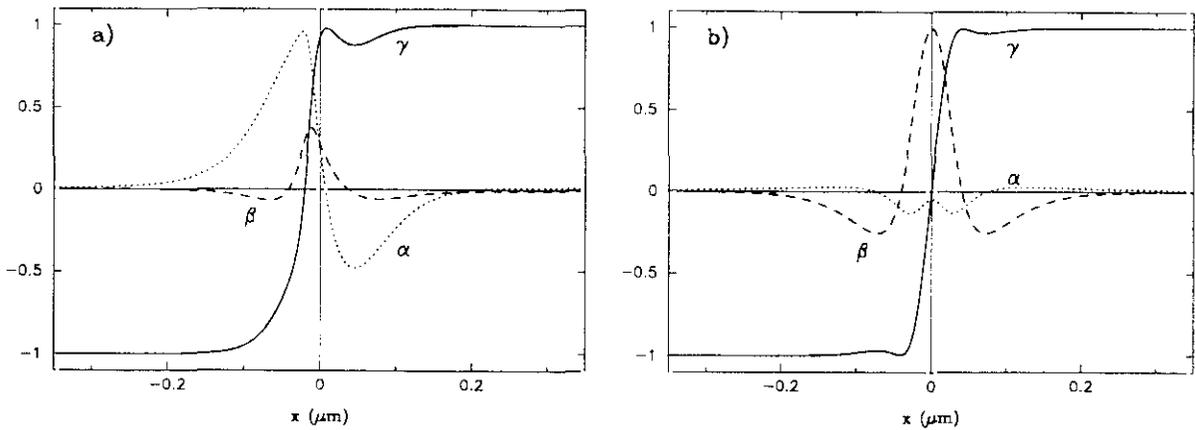
Para espesores pequeños la componentes de canje es predominante sobre las demás, especialmente para el caso de paredes con simetría "C". Para  $0.1\mu\text{m}$  de espesor la contribución de las energías de anisotropía y la magnetostática apenas supera el 6% de la energía total. Por un lado, la energía de anisotropía es muy pequeña ya que la

pared está girando en una zona muy estrecha. Por otra parte la energía magnetostática, en la mayor parte de la estructura, es también pequeña, ya que la imanación encuentra un camino cerrado en torno al vórtice a lo largo del cual puede cerrarse. Sin embargo, a la vista de los resultados, las estructuras con energía magnetostática nula no son las más favorables desde el punto de vista energético. A pesar de que la contribución de la energía magnetostática a la energía total es bastante pequeña, la estructura de la pared está totalmente condicionada por ella. En el caso de que no se considerara la energía magnetostática la pared no se tumbaría en la superficie y su estructura sería perfectamente simétrica, girando con la imanación perpendicular a la superficie en el centro de la pared a lo largo de todo el espesor. Sin embargo la pared gira en el espesor pasando de tener la imanación perpendicular a la superficie en el centro a encontrarse paralela a ella en sus proximidades. Por tanto, la energía magnetostática no puede despreciarse aunque su aportación a la energía total sea muy pequeña ya que, como puede verse en las figuras 4.4 y 4.6, condiciona fuertemente la estructura de la pared.



**Figura 4.6** Pared con simetría “S” para  $0.1\mu\text{m}$  de espesor. La línea central marca el centro de la pared ( $\gamma = 0$ ). El diagrama de curvas de nivel determina los contornos de magnitud constante de la componente de imanación sobre el plano XY ( $(\alpha^2 + \beta^2)^{\frac{1}{2}}$ ).

A medida que se consideran espesores mayores, la energía de anisotropía aumenta con el tamaño de la pared. Por su parte la energía magnetostática va disminuyendo al estar la imanación prácticamente paralela a la superficie en ella e ir disminuyendo, por tanto, la distribución de polos de superficie. En la tabla 4.1 el parámetro “ $\beta_{max}$  sup.” indica el coseno del ángulo máximo que forma la imanación con la normal a la superficie



**Figura 4.7** Cosenos directores de la imanación para una pared con simetría “S” en a) superficie y b) centro para una muestra de  $0.1\mu\text{m}$  de espesor.

del material. Para  $0.1\mu\text{m}$  la imanación llega a estar en torno a los  $10^\circ$  de inclinación con respecto a la superficie. A medida que se consideran espesores mayores este ángulo va disminuyendo hasta llegar a ser inferior a  $2^\circ$  para  $0.5\mu\text{m}$  de espesor. Existen, por tanto, espesores para los que la imanación presenta un ángulo apreciable con respecto a la superficie. Podemos asegurar, además, que este resultado es bastante fiable a la vista de la convergencia del parámetro “ $\beta_{max\ sup.}$ ” con los mallados utilizados (tabla 4.3). Es de esperar que, aunque se aumentara el mallado no se observaría una diferencia apreciable con el valor obtenido. Además, para el mallado con mayor número de celdas utilizado, el tamaño de la última celda próxima a la superficie es de  $12.5\text{\AA}$ . Para que la imanación se tumbara tendría que girar  $10^\circ$  en tan sólo  $12.5\text{\AA}$  lo cual es muy desfavorable desde el punto de vista del canje.

La tabla 4.2 muestra los resultados de las simulaciones para los distintos espesores. En ella puede verse como cambian las anchuras de pared a lo largo del espesor. En esta tabla  $\delta_c$ ,  $\delta_s$  y  $\delta_{cs}$  muestran el espesor de la pared en el centro, en la superficie y la distancia entre los centros de la pared en el centro y en la superficie respectivamente. En la figura 4.4 y 4.6 pueden verse claramente como la pared se va curvando al llegar a la superficie y se va desplazando con ella el centro de la pared. Dicho centro viene marcado por la línea de trazo grueso y representa la zona en la que la imanación presenta un ángulo de  $90^\circ$  con respecto al eje  $z$ .

La tabla 4.2 muestra la evolución de la anchura de las paredes para los distintos espesores y simetrías estudiados. Es difícil establecer un criterio de anchura de pared en estos casos. Las paredes tienen formas muy distintas en el volumen y en la superficie. Los criterios clásicos de anchura de pared como son los cálculos a partir de la pendiente máxima de  $\gamma$  o el criterio del 10%-90% no parecen muy apropiados en este caso. Si nos fijamos en la estructura de las paredes en la superficie (figura 4.5) veremos como la pendiente de  $\gamma$  va cambiando progresivamente por lo que no puede tomarse un valor

espesor ( $\mu\text{m}$ )	simetría	$\delta_c$ (Å)	$\delta_s$ (Å)	$\delta_{cs}$ (Å)
0.1	C	410	710	173
0.1	S	445	680	210
0.2	C	795	1394	436
0.2	S	971	1380	541
0.5	C	1889	3323	1210
0.5	S	2316	2956	1401

**Tabla 4.2:** Anchuras de pared para 0.1, 0.2 y 0.5 $\mu\text{m}$  de espesor.

determinado para calcular su anchura. Por otra parte si tomamos como criterio la zona en donde la imanación tiene una  $\gamma \in [-0.9, 0.9]$  estaremos olvidando las colas de las paredes Néel de la superficie. Nosotros hemos tomado el criterio de anchura de pared de Jakubovics [17]:

$$\delta = 2 \int_{-\infty}^{\infty} (\alpha^2 + \beta^2) dx \quad (4.5)$$

Esta definición constituye un método de cálculo sencillo y que aporta unos valores de anchura de pared mucho más estables a pequeños cambios en su estructura.

Los resultados obtenidos (tabla 4.2) muestran como la anchura de las paredes va creciendo a medida que aumenta el espesor de la muestra. De igual modo, la distancia entre los centros de pared en el volumen y en superficie va creciendo de forma proporcional. Esto hace que los vórtices de las paredes sean también más grandes al cerrarse el flujo de imanación recorriendo un camino mayor.

En los cálculos realizados para estos espesores, la convergencia es muy buena, especialmente para los espesores más pequeños. La tabla 4.3 muestra los datos más importantes obtenidos para cada uno de los mallados intermedios utilizados en el proceso de minimización. En ella puede observarse como los valores cambian muy poco aunque se aumente mucho el mallado. En concreto, el cálculo más difícil lo constituye la energía magnetostática al cambiar su valor en un 24% para un mallado de 350x80 con respecto al valor obtenido para 80x20. Sin embargo, la estructura de la pared converge de un modo especialmente rápido. Aunque se aumente mucho el mallado, los valores obtenidos tanto para el ángulo máximo de imanación en superficie como para las anchuras de pared difieren muy poco de los primeros valores obtenidos para el mallado inicial de 80x20.

A medida que se consideran muestras con espesores mayores, la convergencia comienza a deteriorarse. Para el caso de 0.5 $\mu\text{m}$ , el valor de la energía magnetostática cambia mucho con el mallado siendo necesario utilizar mallados con muchas celdas para poder llegar a un valor estable. La tabla 4.4 muestra un estudio realizado para dos tipos de mallados diferentes, un mallado rectangular similar al utilizado para 0.1 $\mu\text{m}$  y

mallado	$w_t/2A_{ex}$	$w_{ex}$	$w_a$	$w_m$	$\beta_{max}$ sup.	$\delta_c$ (Å)	$\delta_s$ (Å)	$\delta_{cs}$ (Å)
80x20	9.716	0.920	0.005	0.075	0.186	403	711	165
120x30	9.684	0.931	0.005	0.064	0.178	408	710	170
160x40	9.672	0.934	0.005	0.061	0.175	409	711	171
200x50	9.666	0.936	0.005	0.059	0.173	409	711	171
250x60	9.662	0.937	0.005	0.058	0.172	410	711	172
300x70	9.660	0.938	0.005	0.057	0.172	410	711	172
350x80	9.659	0.938	0.005	0.057	0.172	410	711	173

**Tabla 4.3:** Estudio de la convergencia para la pared de  $0.1 \mu\text{m}$  de espesor con simetría "C" (mallado rectangular).

$0.2 \mu\text{m}$  y otro variable en  $x$  que se hace más fino en la zona central, donde los cambios de imanación son más importantes, y más grueso en los laterales donde la imanación se aproxima lentamente hacia la dirección que ésta toma en los dominios laterales. Los resultados muestran como los valores de energía obtenidos con este segundo tipo de mallado variable son mejores que con el mallado rectangular. Sin embargo, la estructura de la pared y los parámetros que la describen ( $\beta_{max}$ ,  $\delta_c$ , ...) cambian muy poco de un mallado a otro. Esto hace pensar que, si bien el método de cálculo se vuelve impreciso a la hora de calcular la energía de las paredes en muestras de espesor grande, las estructuras de las paredes parecen bastante fiables. Este hecho será la base en la que nos apoyemos para realizar los cálculos sobre paredes en muestras con espesores mucho mayores que los mostrados hasta ahora.

a)

simetría	$w_t/2A_{ex}$	$w_{ex}$	$w_a$	$w_m$	$\beta_{max}$ sup.	$\delta_c$ (Å)	$\delta_s$ (Å)	$\delta_{cs}$ (Å)
C	12.131	0.847	0.098	0.055	0.029	1886	3324	1209
S	16.357	0.865	0.064	0.071	0.062	2297	2957	1397

b)

simetría	$w_t/2A_{ex}$	$w_{ex}$	$w_a$	$w_m$	$\beta_{max}$ sup.	$\delta_c$ (Å)	$\delta_s$ (Å)	$\delta_{cs}$ (Å)
C	11.791	0.873	0.101	0.027	0.029	1888	3323	1210
S	15.814	0.896	0.067	0.038	0.061	2307	2958	1398

**Tabla 4.4:** Comparación de los resultados obtenidos para  $0.5 \mu\text{m}$  de espesor con a) mallado rectangular y, b) mallado variable en  $x$ .

Como una medida de la fiabilidad de los resultados es corriente utilizar un parámetro conocido como parámetro de autoconsistencia  $S$  [18] (ver sección 1.6). Este parámetro viene dado por la relación entre las energía calculadas, por un lado con nuestro método y, por otro, con un método completamente diferente. Cuando la pared se encuentra en el mínimo de energía es posible obtener un valor para esa energía a

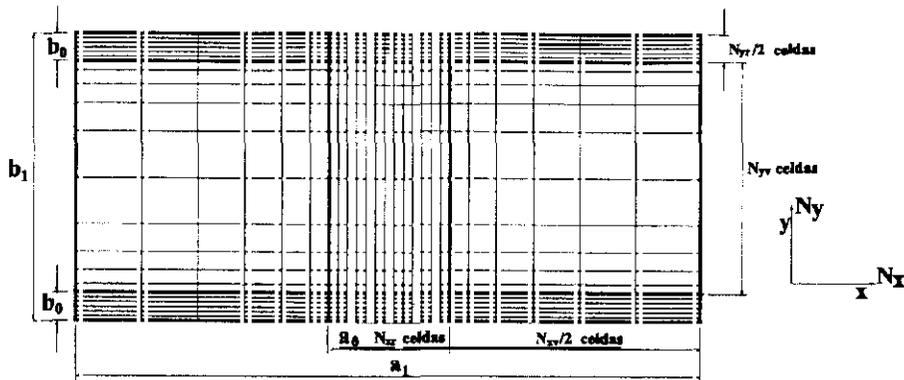
partir de la aplicación del cálculo variacional sobre las ecuaciones de Brown [19]. En el mínimo de energía ambas expresiones deben de llevar al mismo resultado y, por tanto, la relación entre una y otra debe de aproximarse a la unidad. Estas expresiones que proporcionan información sobre la energía de la pared en el mínimo son bastante sencillas pero, a la vez, son muy sensibles a pequeños cambios en la orientación de la imanación. Esto hace que no puedan ser utilizadas para calcular valores reales de energía de pared si no es en el caso en que la pared se encuentre muy próxima a la posición de equilibrio. Por otra parte, se trata de una expresión que es sólo válida en la posición de equilibrio por lo que tampoco puede ser utilizada en un proceso de minimización. Para el proceso de minimización es necesaria una expresión que proporcione el valor de la energía de la pared en todo momento y no sólo en el caso de que ésta se encuentre en el mínimo de energía.

En el mínimo absoluto teórico, el parámetro de autoconsistencia debe valer la unidad. Esta condición, sin embargo, es necesaria pero no suficiente. El parámetro  $S$  nos da una idea de cómo de buena es la aproximación al mínimo real para el mallado utilizado pero no indica nada sobre la bondad de dicho mallado.

La evolución del parámetro  $S$  a lo largo de la simulación comienza por la alternancia de valores casi totalmente aleatorios. Cuando la imanación comienza a ordenarse, el parámetro  $S$  toma un valor positivo grande y comienza a decrecer de una forma tanto más lenta cuanto más se aproxima a la unidad. Si todavía falta bastante para llegar al mínimo,  $S$  toma valores inferiores a uno e incluso negativos. Al llegar a un valor negativo grande cambia completamente y vuelve a ser positivo grande y empezar de nuevo a disminuir. Estos ciclos se repiten cada vez con una frecuencia y amplitud menores, es decir, hay una cierta tendencia a que el paso por la unidad sea cada vez más lento y, además, los valores a los que se produce el cambio de signo son cada vez menores. Parece pues que la convergencia del parámetro  $S$  no es del todo caótica. Esto puede llevar a pensar en un método que, en las proximidades del mínimo minimizara  $|S - 1|$  en vez de la energía. Se hicieron estudios sobre la minimización del parámetro  $S$  para ver si en las proximidades del mínimo una minimización de  $|S - 1|$  aceleraba el proceso. Los resultados fueron negativos. La estructura converge a un mínimo rápidamente pero este mínimo es diferente dependiendo de la configuración de imanación actual. Se desecharon, por tanto, todos los intentos de aceleración del proceso a través del parámetro  $S$ .

## 4.4 Paredes de Bloch en materiales de gran espesor

Hemos visto anteriormente como, a medida que se consideran espesores mayores, se hace necesario un mallado más grande para poder calcular la energía magnetostática con precisión. También se consigue mejorar la precisión con mallados que se adaptan



**Figura 4.8** Descripción de las variables que definen el mallado. El tamaño de las celdas en las zonas en las que es variable sigue una ley logarítmica comenzando por un tamaño igual al de la celda vecina de la zona de tamaño regular.

a la estructura que se está calculando. por ello, para el caso de un espesor de  $0.5\mu\text{m}$  utilizamos un mallado variable en el eje  $x$  que era más fino en la zona central (donde se encuentra el núcleo de la pared) y que se iba haciendo más grueso a medida que nos aproximábamos a los dominios laterales. Vamos ahora a ver qué ocurre para los espesores de  $1\mu\text{m}$ ,  $2\mu\text{m}$  y  $5\mu\text{m}$  en donde serán necesarios mallados variables en  $x$  para los dos primeros y un tratamiento especial para el último, en el que se considerarán igualmente mallados variables en el eje  $y$ .

La figura 4.8 muestra la geometría de los mallados para el caso más general en el que el mallado sea variable tanto en  $x$  como en  $y$ . Consta de una zona central en  $x$  de longitud  $a_0$  en donde el mallado es rectangular y fino con objeto de describir bien el núcleo de la pared. A ambos lados las celdas comienzan a hacerse más anchas con objeto de permitir a la imanación orientarse en la dirección de los dominios laterales sin ser forzada. Este tipo de mallados son similares a los utilizados en el estudio de paredes de Néel en láminas muy delgadas [18]. Los parámetros  $N_{xr}$  y  $N_{xv}$  definen el número de celdas dedicadas a las zonas rectangular y variable respectivamente. El número total de celdas en el eje  $x$  viene dado por  $N_x = N_{xr} + N_{xv}$ . Por otra parte, para muestras en las que el espesor es mucho más grande que la anchura de la pared, la imanación permanece prácticamente perpendicular a la superficie hasta una distancia de ésta que viene a ser del orden de la anchura de la pared. Es más eficaz, por tanto, hacer más fino el mallado en las proximidades de la superficie y más grueso en el centro, en donde la imanación se mantiene prácticamente uniforme. De este modo se define una zona de espesor  $b_0$  con  $N_{yr}/2$  celdas con una altura constante y una zona central con  $N_{yv}$  celdas en donde las celdas se van haciendo más altas a medida que nos aproximamos al centro. En este caso se verifica que  $N_y = N_{yr} + N_{yv}$ .

Para el cálculo realizado sobre  $1\mu\text{m}$  de espesor se utilizó un mallado variable en

a)

$b_1$ ( $\mu\text{m}$ )	sim.	mallado	$a_0$ ( $\mu\text{m}$ )	$a_1$ ( $\mu\text{m}$ )	$b_0$ ( $\mu\text{m}$ )	$N_{xr}$	$N_{xv}$	$N_{yr}$	$N_{yv}$
1	C	200x140*	0.5	4.5	-	60	140	-	-
1	S	200x140*	0.5	4.5	-	60	140	-	-
2	C	200x140*	0.6	8.0	-	60	140	-	-
2	S	200x140*	0.6	8.0	-	60	140	-	-
5	C	96x52**	1.0	14.0	0.5	40	56	36	16
5	S	96x52**	1.0	14.0	0.5	40	56	36	16

b)

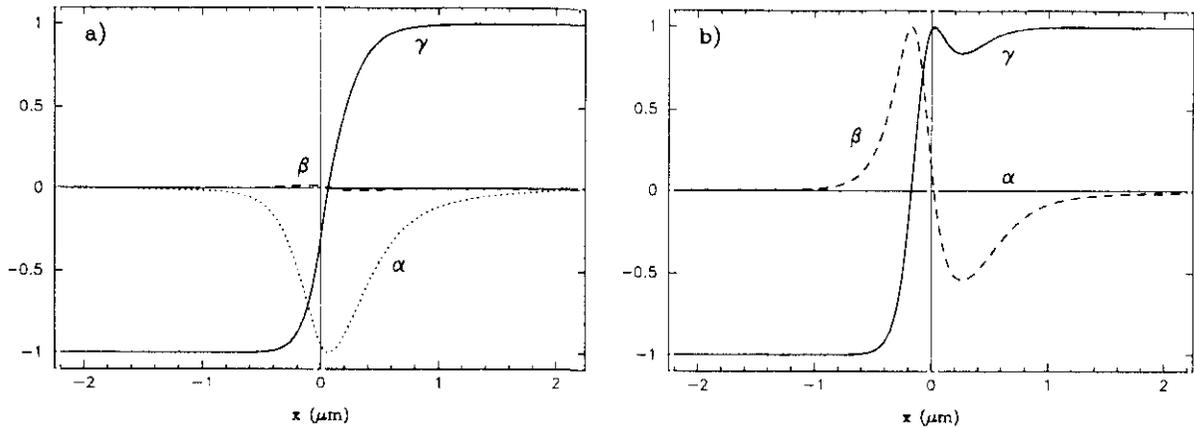
$b_1$ ( $\mu\text{m}$ )	sim.	$w_t/2A_{ex}$	$w_{ex}/w_t$	$w_a/w_t$	$w_m/w_t$	$\beta_{max}$	$\Delta\theta$	$\Delta w_t$	S
1	C	15.41	0.727	0.245	0.029	0.017	$1 \cdot 10^{-4}$	$7 \cdot 10^{-6}$	1.006
1	S	19.50	0.836	0.134	0.030	0.035	$9 \cdot 10^{-5}$	$7 \cdot 10^{-6}$	1.004
2	C	26.49	0.672	0.289	0.039	0.024	$2 \cdot 10^{-4}$	$2 \cdot 10^{-5}$	1.008
2	S	28.06	0.719	0.236	0.045	0.032	$2 \cdot 10^{-4}$	$2 \cdot 10^{-5}$	0.991
5	C	61.56	0.603	0.285	0.112	0.038	$6 \cdot 10^{-5}$	$8 \cdot 10^{-7}$	0.983
5	S	62.63	0.609	0.265	0.126	0.048	$2 \cdot 10^{-5}$	$3 \cdot 10^{-7}$	1.022

**Tabla 4.5:** Simulaciones realizadas para 1, 2 y  $5\mu\text{m}$  de espesor, a) datos, b) resultados. Los mallados marcados con \* corresponden a mallados variables en  $x$  y los marcados con \*\* corresponden a mallados variables en  $x$  e  $y$ .

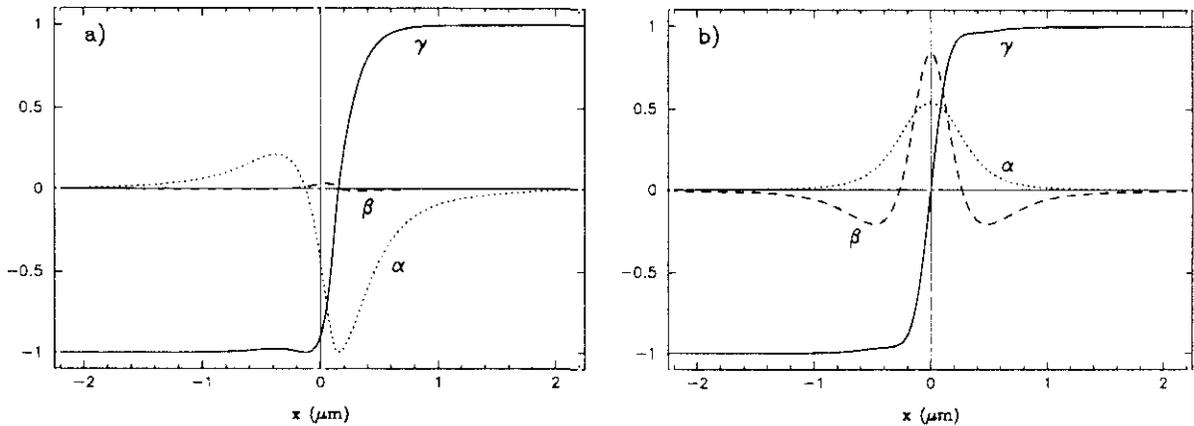
$x$  y uniforme en  $y$ . Las figuras 4.1 y 4.2 muestran las estructuras correspondientes a ambos tipos de simetría. En ellas puede verse como no hay zonas en las que la imanación gire mucho más rápidamente que en otras por lo que no parece necesario utilizar mallados variables en el eje  $y$ .

De los resultados obtenidos puede verse como para muestras de  $1\mu\text{m}$  de espesor las paredes con simetría “C” conservan una estructura similar a la que se obtuvo para espesores menores. La única diferencia estriba en los valores de anchura de las paredes así como la distancia entre centros de pared en el volumen y pared en superficie (ver tabla 4.6). A medida que crece el espesor, la anchura de pared en el volumen se va aproximando al valor teórico que se obtiene de considerar tan sólo canje y anisotropía. Una simulación sencilla realizada considerando tan sólo estas dos energías y para el criterio de anchura de pared de Jakubovics lleva a un valor de  $\delta_\infty = 6019\text{\AA}$ . Todos los valores de  $\delta_c$  son inferiores a  $\delta_\infty$ . Sin embargo el valor de  $\delta_c$  no converge hacia  $\delta_\infty$  sino que se estabiliza en valores alrededor de un 35% más pequeños. Parece, por tanto, que el campo desimanador reduce la anchura de pared incluso para muestras con espesores mucho mayores que su anchura.

Si bien las paredes con estructuras tipo “C” son bastante parecidas a sus equivalentes para muestras más delgadas, en las estructuras con simetría “S” la imanación



**Figura 4.9** Cosenos directores para una pared con simetría “C” en a) superficie y b) centro para una muestra de  $1\mu\text{m}$  de espesor.



**Figura 4.10** Cosenos directores para una pared con simetría “S” en a) superficie y b) centro para una muestra de  $1\mu\text{m}$  de espesor.

en el centro deja de estar perpendicular a la superficie. Esto puede verse claramente en la figura 4.2. En un intento de reducir la energía magnetostática la imanación gira en torno a dos vórtices que se encuentran próximos a la superficie. Estos dos vórtices tienen una cierta tendencia a estar próximos, de forma que la imanación recorra el mínimo camino posible para cerrarse. De no ser así el tamaño de la pared aumentaría y, consiguientemente, lo haría también su energía. El resultado es un giro que hace que la imanación esté parcialmente tumbada en el centro del material. En la figura 4.10b se puede ver como la componente  $\alpha$  de la imanación en el centro corresponde a un ángulo de casi  $45^\circ$  con respecto a la superficie.

A medida que se consideran espesores mayores, la precisión de este tipo de cálculos empeora en lo que se refiere a la evaluación de la energía magnetostática. Si se utiliza un número mayor de celdas la energía magnetostática se va haciendo más pequeña. Para el caso de  $1\mu\text{m}$  de espesor, con el mallado más grande utilizado, la ener-

espesor ( $\mu\text{m}$ )	simetría	$\delta_c$ (Å)	$\delta_s$ (Å)	$\delta_{cs}$ (Å)
1	C	3625	4888	2352
1	S	3344	3583	1528
2	C	3896	5721	2890
2	S	3796	4971	1908
5	C	3894	6904	3552
5	S	3713	6317	3095

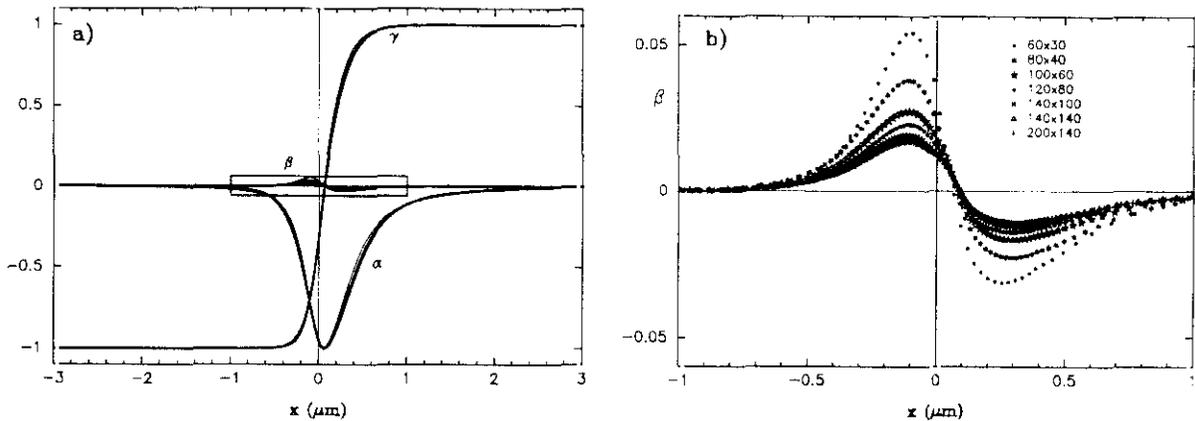
**Tabla 4.6:** Anchuras de pared para muestras de 1, 2 y  $5\mu\text{m}$  de espesor.

mallado	$w_t/2A_{ex}$	$w_{ex}$	$w_a$	$w_m$	$\beta_{max}$ sup.	$\delta_c$ (Å)	$\delta_s$ (Å)	$\delta_{cs}$ (Å)
60x30	20.524	0.592	0.160	0.248	0.054	3209	4392	2091
80x40	18.169	0.629	0.199	0.171	0.038	3509	4714	2274
100x60	16.791	0.681	0.216	0.103	0.027	3523	4721	2281
120x80	16.213	0.708	0.222	0.069	0.023	3506	4692	2265
140x100	15.805	0.710	0.238	0.052	0.019	3622	4862	2347
140x140	15.719	0.720	0.236	0.045	0.017	3590	4795	2320
200x140	15.414	0.727	0.245	0.029	0.017	3625	4888	2352

**Tabla 4.7:** Estudio de la convergencia para una pared en una muestra de  $1\mu\text{m}$  de espesor con simetría "C" y mallado variable en  $x$ .

gía magnetostática era unas diez veces más pequeña que la energía de anisotropía y más de veinte veces inferior a la energía de canje. Es de esperar que, para mallados mayores, la energía magnetostática tienda a cero, sin embargo el tiempo de cálculo así como la memoria requerida se hacen excesivos. En la tabla 4.7 puede verse como evolucionan los parámetros más característicos que definen la pared a medida que se hacen más grandes los mallados utilizados. Si bien la convergencia de la energía magnetostática es muy lenta, los parámetros estructurales que definen la pared (anchuras, máximo ángulo de imanación en superficie, etc...) parecen ser poco sensibles al aumento del mallado. La variación que sufre la anchura de pared al pasar de un mallado de tan solo 80x40 al de 200x140 es de poco más del 3% mientras que la energía magnetostática es casi 6 veces menor.

En la figura 4.11 se muestran superpuestas todas las curvas obtenidas para los distintos mallados utilizados en el cálculo para muestras de  $1\mu\text{m}$ . La parte recuadrada en 4.11a corresponde al coseno director  $\beta$  el cual, de todos los parámetros estructurales que describen la pared, es el que más varía. Sin embargo estas variaciones corresponden a ángulos inferiores a  $1^\circ$ . La tendencia es, además, a que este ángulo disminuya por lo que puede afirmarse que para muestras con espesores superiores a  $1\mu\text{m}$  la imanación en la superficie es, prácticamente, paralela a ella.

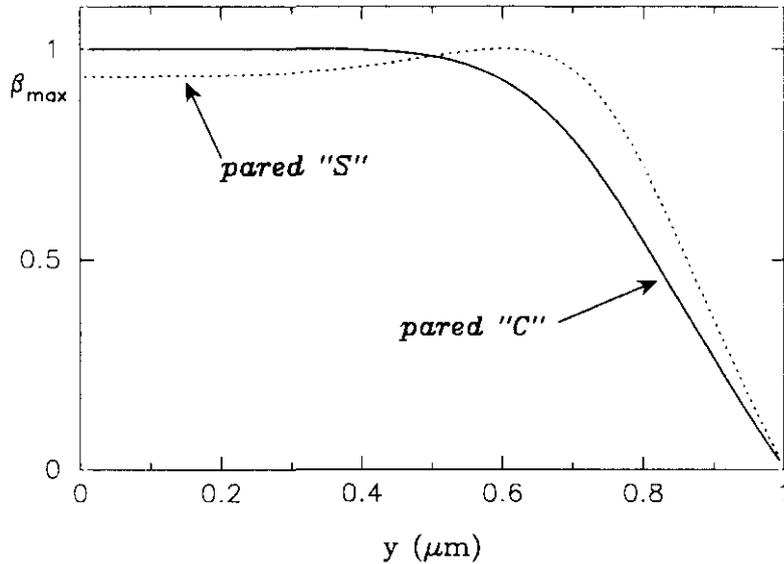


**Figura 4.11** Convergencia de las curvas de los cosenos directores de la imanación en la superficie para una muestra de  $1\mu\text{m}$  de espesor. En la figura a) se representan todas las curvas para los distintos mallados utilizados y en b) una ampliación de la zona donde la variación de  $\beta$  es mayor. Estas curvas corresponden a los resultados que se muestran en la tabla 4.7.

Para un espesor de  $2\mu\text{m}$  se observa como la imanación empieza a tumbarse a una distancia de la superficie del orden de la anchura de la pared. La figura 4.12 muestra  $\beta$  en función de la distancia al centro de la muestra. En el centro, y con un espesor del orden de  $1\mu\text{m}$ , la imanación permanece perpendicular a la superficie. A  $0.5\mu\text{m}$  de ésta la imanación empieza a tumbarse hasta llegar a estar paralela a ella en la misma superficie. En el caso de la pared con simetría "S" puede verse como la imanación en el centro de la muestra no está perpendicular. El mismo efecto que se observaba para  $1\mu\text{m}$  se sigue observando aquí, en donde la imanación trata de girar de forma que los dos vórtices se aproximen.

Para espesores superiores a  $2\mu\text{m}$  comenzamos a tener problemas de mallados insuficientes en el eje  $y$ . Ya para  $1\mu\text{m}$  y  $2\mu\text{m}$  los valores obtenidos para la energía magnetostática son más grandes de lo esperado. Para  $2\mu\text{m}$  se obtiene una proporción de energía magnetostática mayor que para  $1\mu\text{m}$  cuando debiera ser al contrario. El problema está en que, al considerar espesores mayores con mallados del mismo orden, las celdas que componen el mallado son mayores e igualmente lo son los polos superficiales que éstas poseen. Para que el cálculo fuera directamente comparable, al duplicar el espesor de la muestra considerada se necesitaría igualmente duplicar el mallado en verticales. Ahora bien, duplicar el mallado supone cuatro veces más tiempo de cálculo por iteración y dos veces más memoria. Con los mallados utilizados esto estaba ya en el límite de la potencia de los ordenadores disponibles por lo que no pudieron llevarse a cabo simulaciones con mallados superiores.

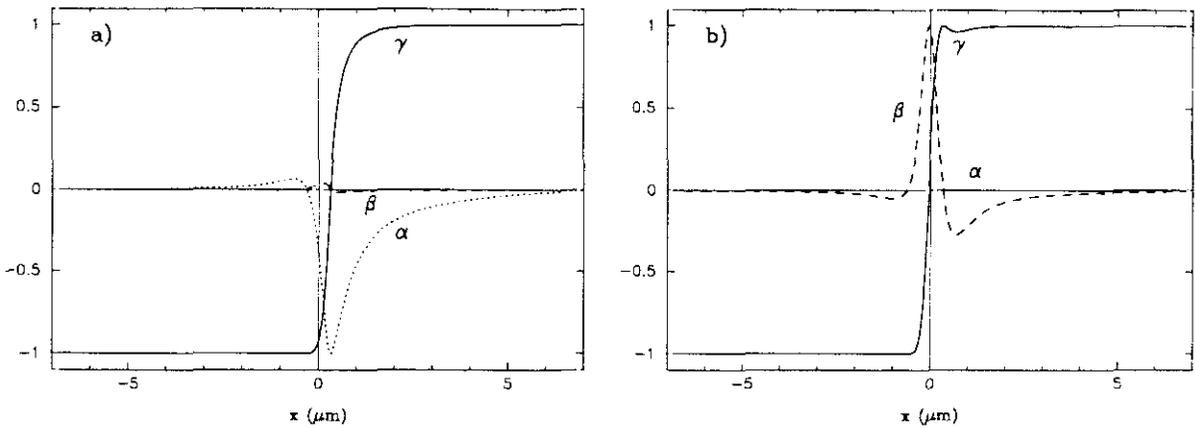
Dada la limitación existente en el número de celdas a considerar en el cálculo, es necesario adaptar, en la medida de lo posible, este mallado al tipo de estructura que se está calculando. Hasta ahora hemos utilizado mallados variables en el eje  $x$  para tratar



**Figura 4.12**  $\beta$  máxima en función del espesor ( $2 \mu\text{m}$ ).

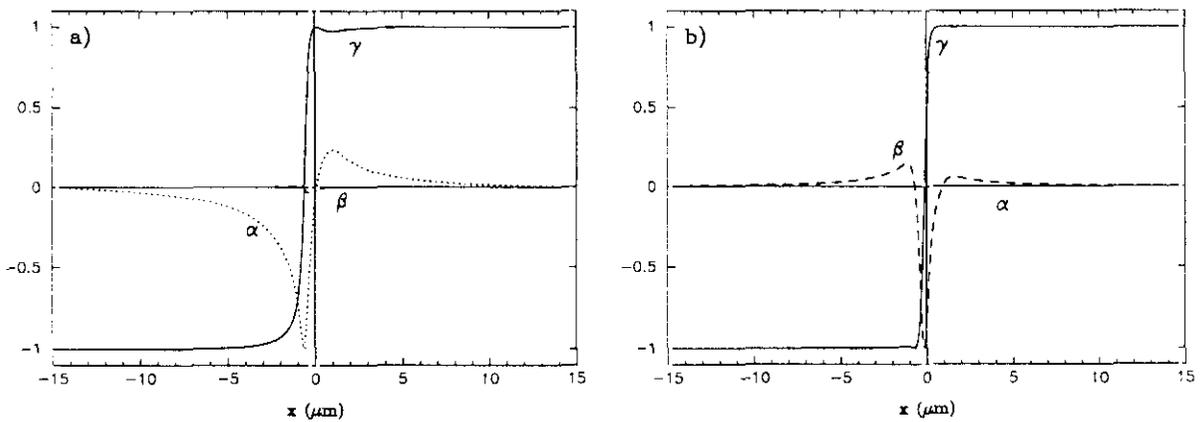
de emplear más celdas en aquellas zonas donde la imanación gira más rápidamente. En el caso de que se consideren espesores superiores a las  $2\mu\text{m}$ , la imanación no varía apenas en el eje  $y$  hasta llegar a las proximidades de la superficie lo que hace más apropiado el uso de un mallado que se haga más fino en las superficies y más grueso en el volumen. Así para el cálculo de la estructura de la pared para  $5\mu\text{m}$  de espesor se utilizó un mallado doblemente variable tal cual se especifica en la figura 4.8. El problema de los cálculos realizados con mallados doblemente variables estriba en la cantidad de datos que es necesario almacenar en el ordenador [7]. En este tipo de mallados la interacción entre dos celdas dadas depende de las posiciones y geometría de ambas, las cuales son diferentes para cada pareja de celdas. Esto hace que sea necesario almacenar tablas de coeficientes de cuatro índices lo que hace que la cantidad de números a almacenar crezca muy rápidamente al aumentar el mallado. Por ejemplo, para los mallados de  $96 \times 52$  hay que almacenar  $96 \times 52 \times 96 \times 52 \approx 25 \cdot 10^6$  datos por cada uno de los dos tipos de coeficientes que intervienen,  $A_m$  y  $C_m$ . Estos mallados, aunque con un número de celdas muy inferior a los utilizados para espesores más pequeños, pueden ser adaptados de una forma más eficaz a la estructura de la pared que se está estudiando. En vista de los resultados obtenidos para la convergencia en todos los casos anteriores, es de esperar que la estructura de la pared no cambie de forma apreciable a pesar de la insuficiencia en el mallado para el cálculo de la energía magnetostática.

Es bien conocido que las paredes de Néel en láminas delgadas poseen un núcleo muy estrecho, que puede ser del orden de las decenas de Angstroms, y unas colas muy largas que pueden llegar a ser, incluso, del orden de cm. [18]. Las paredes de Néel de superficie que estamos obteniendo en este caso están asociadas a paredes de Bloch en el volumen y, por tanto, su estructura es bastante diferente. Sin embargo, para espesores



**Figura 4.13** Cosenos directores para una pared con simetría "C" en a) superficie y b) centro para una muestra de  $5\mu\text{m}$  de espesor.

grandes, mientras que la pared en el volumen prácticamente ya no varía en estructura, la pared en la superficie comienza a tener unas colas largas que recuerdan la estructura de las paredes de Néel en láminas delgadas. La figura 4.13a representa la estructura de las paredes de Néel de superficie para un espesor de  $5\mu\text{m}$ . En ella podemos ver cómo una de las colas de la pared se extiende hasta las  $5\mu\text{m}$ , lo cual representa un tamaño de alrededor de 10 veces la anchura del núcleo.



**Figura 4.14** Cosenos directores de la imanación para una pared con simetría "C" en a) superficie y b) centro para una muestra de  $45\mu\text{m}$  de espesor.

La figura 4.14 muestra los resultados para una muestra con un espesor de  $45\mu\text{m}$  en donde puede verse como la asimetría de la pared en la superficie es aun mayor.

## 4.5 Estabilidad de las estructuras "C" y "S" en materiales cristalinos

Estudios previos realizados sobre paredes de Bloch en materiales con una fuerte anisotropía cristalina [1] muestran unos niveles de energía para las paredes tipo "C" y tipo "S" mucho más parecidos que los obtenidos para materiales amorfos con los mismos espesores. Sin embargo, si observamos las estructuras de las paredes en este tipo de muestras se ve como el comportamiento, en el fondo, es muy parecido.

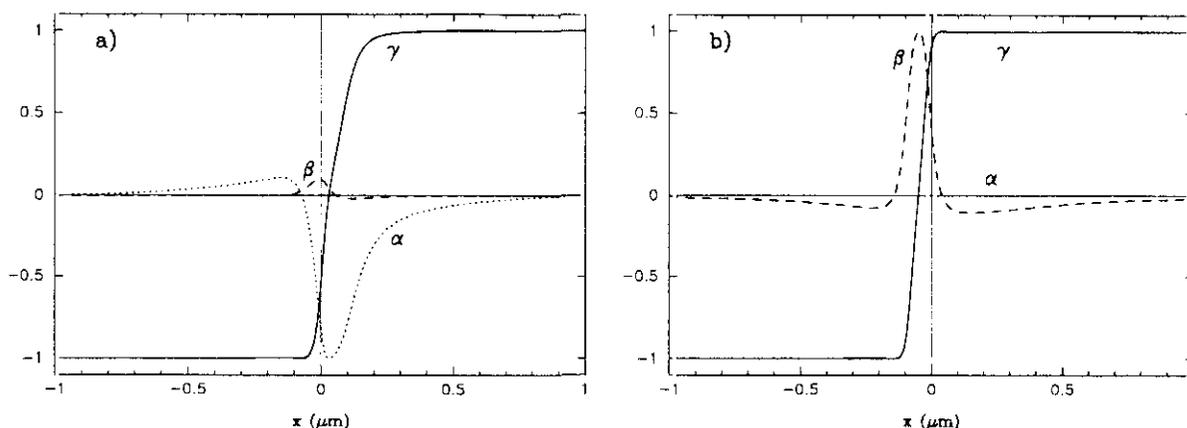
$b_1$ ( $\mu\text{m}$ )	sim.	$w_t/2A_{ex}$	$w_{ex}$	$w_a$	$w_m$	$w_c$	$\beta_{max}$	$\delta_c$ ( $\text{\AA}$ )	$\delta_s$ ( $\text{\AA}$ )	$\delta_{cs}$ ( $\text{\AA}$ )
1	C	63.23	0.599	0.010	0.026	0.366	0.11	746	1228	650
1	S	63.48	0.601	0.010	0.027	0.362	0.12	747	1180	695

**Tabla 4.8:** Resultados obtenidos para muestras de  $1\mu\text{m}$  de espesor en materiales con una anisotropía cristalina de  $10^5\text{erg/cm}^3$ .

La tabla 4.8 presenta los resultados obtenidos con nuestro método para una pared de Bloch en una muestra de  $1\mu\text{m}$  de espesor con una anisotropía cúbica de  $K_c=10^5\text{erg/cm}^3$ . Los espesores obtenidos para la pared son del orden de cuatro veces más pequeños que los obtenidos para un material amorfo. Desde el punto de vista estructural, existen dos diferencias con respecto a las paredes observadas en materiales amorfos. Por un lado, las colas de las paredes Néel de la superficie son más largas para materiales amorfos que para materiales con anisotropía cúbica. Por otra parte, los vórtices característicos de este tipo de paredes son mucho más pronunciados en materiales amorfos que en materiales cristalinos. Ambas diferencias se explican por la fuerte tendencia que la anisotropía cúbica produce sobre la imanación que la hace orientarse a lo largo de uno de los tres ejes fáciles. De esta forma, cualquier giro de imanación que se encuentre próximo a uno de estos ejes tenderá a reducirse para orientarse en la dirección del eje. En ambos casos, tanto las colas de paredes Néel como los vórtices constituyen pequeños giros de imanación fuera de los ejes fáciles y tienden entonces a ser reducidos en la medida de lo posible. Esto origina que la observación de paredes de Bloch en materiales cristalinos sea más difícil ya que las paredes son muy estrechas tanto en el volumen como, y sobre todo, en la superficie.

Los niveles de energía que se obtienen para los dos tipos de simetría son muy parecidos. En este caso la pared "C" tiene tan solo un 0.4% menos de energía que la pared "S". Este resultado coincide con el obtenido para materiales amorfos en los que a medida que aumenta el espesor disminuye la diferencia de energías entre los dos tipos de simetría manteniéndose siempre un poco por debajo el nivel de energía para las paredes que poseen simetría tipo "C".

Para llevar a cabo este tipo de cálculos se utilizó un mallado variable en el eje  $y$  y

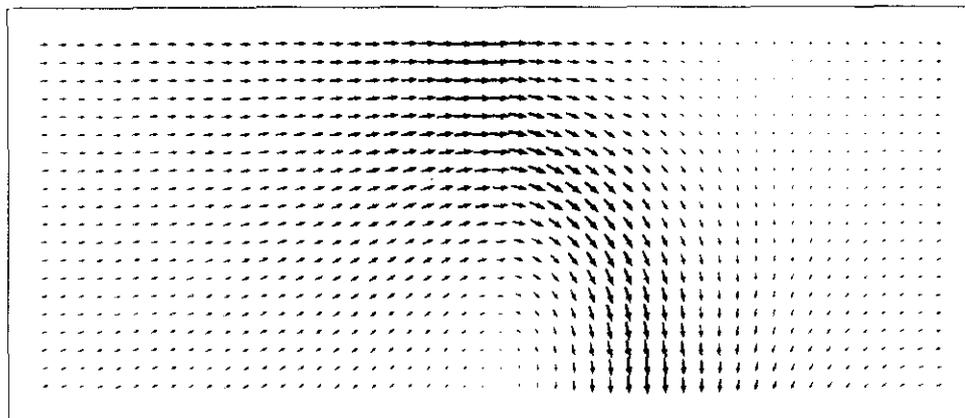


**Figura 4.15** Cosenos directores para una pared con simetría “C” en a) superficie y b) centro para una muestra de  $1\mu\text{m}$  de espesor. La muestra posee una anisotropía cúbica de  $K_c=10^5\text{erg/cm}^3$ .

un mallado rectangular en el eje  $x$ . El mallado variable en  $y$  es imprescindible puesto que la zona en la que la imanación permanece prácticamente uniforme es mucho más grande que las zonas próximas a la superficie en donde se orienta en un plano paralelo a ella. Se utilizó, por tanto, un mallado en  $y$  como el especificado en la figura 4.8 con  $N_{yv}=20$  y  $N_{yr}=40$ , dedicando así la mayor cantidad de celdas a la zona próxima a ambas superficies. En este caso no utilizamos un mallado variable en el eje  $x$  dado que las paredes no tienen ahora largas colas en la superficie y, por tanto, no hay que simular sobre una región  $a_1$  mucho más grande que la anchura de la pared en el volumen. Hay que tener en cuenta que, para un número de celdas dado, un mallado variable en  $x$  es más efectivo que un mallado rectangular pero el número de celdas que pueden utilizarse en el cálculo con un mallado rectangular es mucho mayor.

## 4.6 Estudio por técnica Bitter de la asimetría de las paredes Bloch en las proximidades de la superficie

La técnica Bitter constituye uno de los métodos más utilizados en la observación de dominios magnéticos [22]. Esta técnica está basada en la aplicación sobre el material a estudiar de un líquido que contiene partículas magnéticas en suspensión de tamaño microscópico (coloide). Estas partículas son como pequeños imanes que se acumulan en aquellas zonas del material en donde existen polos magnéticos. La zona en donde se acumulan se oscurece identificándose de este modo los polos magnéticos del material. Normalmente estos polos magnéticos se encuentran en las paredes que delimitan los



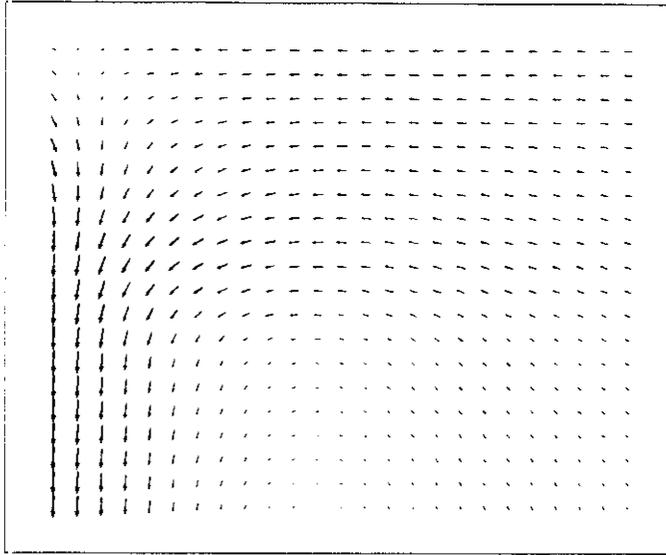
**Figura 4.16** Estructura de la pared “C” en las proximidades de la superficie para una muestra de  $45\mu\text{m}$  de espesor. La línea central delimita en centro de la pared ( $\gamma = 0$ ).

dominios por lo que las figuras Bitter muestran claramente la estructura de dominios.

Es difícil, sin embargo, estudiar las paredes mediante esta técnica, especialmente en el caso de paredes de Bloch. Las anchuras típicas de paredes de Bloch oscilan en torno a la décima de micra aproximándose mucho a la resolución que puede obtenerse con un microscopio óptico. La observación es mucho mejor para el caso de paredes de Néel. Las paredes de Néel poseen núcleos pequeños del orden de los  $100\text{-}200\text{\AA}$  pero tienen largas colas que pueden incluso llegar a ser del orden de centímetros. De esta forma el coloide se extiende a lo largo de una región más grande lo cual hace que la pared se observe más claramente. Esto es igualmente aplicable al caso de paredes de Bloch ya que el coloide se distribuye en la superficie del material y, como hemos visto, las paredes en la superficie son más anchas y hacen que el coloide se extienda más de lo que lo haría si la pared tuviera la misma estructura que en el volumen.

Hasta ahora hemos visto como las paredes tipo “C” se caracterizaban por poseer un único vórtice que se encontraba a un lado de la pared y sobre el que giraba la imanación con objeto de reducir la energía magnetostática. En ese lado la imanación gira más lentamente para orientarse en la dirección del dominio (ver figura 4.16). Con objeto de ver si esa asimetría podía observarse a través de la técnica Bitter se realizaron unas observaciones de paredes de Bloch sobre una muestra de Metglas 2826 en forma de cinta de  $45\mu\text{m}$  de espesor. Esta muestra posee una magnetostricción positiva con lo que la aplicación de una tensión a lo largo del eje da lugar a la aparición de un eje fácil de imanación en la dirección de la tensión aplicada. Se ideó entonces un dispositivo que permitiera la observación de la cinta al microscopio mientras se le aplicaba la tensión. Con esta tensión aplicada la muestra presentaba una configuración con unos pocos dominios longitudinales separados por paredes de Bloch claramente visibles.

La figura 4.18 muestra una fotografía de una de las paredes de esta estructura de dominios. En ella puede verse como el lado izquierdo de la pared está mucho más

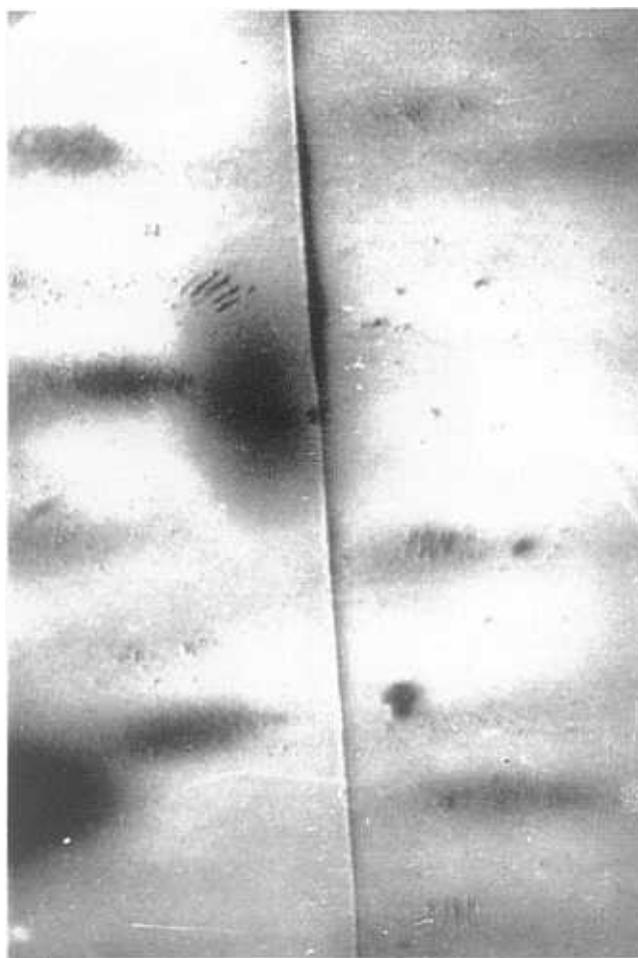


**Figura 4.17** Detalle del segundo vórtice de la pared. Para destacar más este vórtice se ha ampliado el tamaño de las flechas.

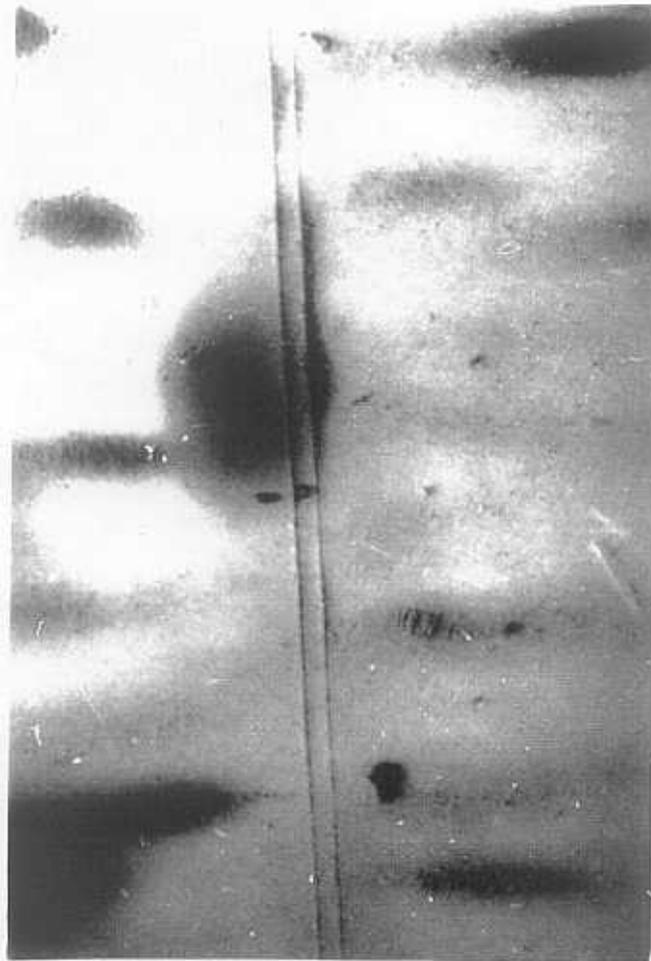
definido que el lado derecho. En este caso el vórtice de la pared se encuentra en el lateral derecho hacia donde la pared se extiende y hace que el coloide ocupe una extensión mayor. Esta asimetría no es, sin embargo, visible a lo largo de toda la pared. Hay que buscar aquellas zonas en las que la acumulación de coloide sea mayor. En la fotografía puede verse a la izquierda de la pared una región oscura que corresponde a una isla de coloide. En esta zona, la cantidad de coloide es grande y el efecto es más fácilmente apreciable.

Para comprobar este resultado se realizaron observaciones con un campo alterno aplicado en la dirección del eje de la cinta. Un campo aplicado mueve la pared y con ella el coloide. Si el coloide refleja la asimetría de la pared, esta asimetría deberá también observarse aunque la pared se desplace. La aplicación de un campo en esa dirección hace que la pared se mueva de un lado a otro siguiendo al campo aplicado. La frecuencia del campo aplicado era de 50Hz. Esta frecuencia es suficientemente baja como para que la imanación pueda seguirla sin problemas y suficientemente alta como para que lo pueda hacer el coloide. Las partículas magnéticas del coloide tienen que moverse a través del líquido en el que se encuentran el cual posee una cierta viscosidad que limita su velocidad. Esto hace que, al no poder seguir al campo, el coloide se acumule a ambos lados del punto de equilibrio de la pared a una distancia algo inferior a la amplitud de su movimiento.

La figura 4.19 muestra una fotografía de la pared con el campo alterno aplicado. En ella pueden verse las dos zonas en las que se acumula el coloide. Ahora la pared esta moviéndose entre esas dos zonas aunque la figura que muestra el coloide no se altera. El resultado son dos líneas con una estructura idéntica. Ambas líneas muestran



**Figura 4.18** Fotografía obtenida por técnica Bitter de una pared de Bloch longitudinal en una cinta de Metglas 2826 con una tensión aplicada sobre eje de la cinta.



**Figura 4.19** Fotografía obtenida por técnica Bitter de una pared de Bloch longitudinal en una cinta de Metglas 2826 con una tensión aplicada sobre eje de la cinta con y con un campo aplicado de 50Hz paralelo a la pared.

un lado izquierdo más definido y un lado derecho más difuminado.

Otra característica que puede observarse en la pared es como en el lado por el que la pared está más definida, en nuestro caso el lado izquierdo, parece que existe una franja blanca pequeña. En la región en la que la pared está más próxima a la gran mancha de coloide esta franja es más marcada. En la figura 4.17 la pared al moverse llega incluso a penetrar dentro de la gran mancha de coloide y éste no cubre esta franja blanca. Parece, por tanto, como si esta zona repeliera las partículas de coloide. Las partículas de coloide se acumulan a ambos lados, en especial al que corresponde al vórtice de la pared pero también algo en el lado contrario gracias a lo cual se distingue esta franja.

Un análisis en profundidad de la imanación en la superficie del material revela la aparición de un segundo vórtice (figura 4.17). Este segundo vórtice, mucho más débil que el primero, se encuentra en el lado contrario al vórtice principal de la pared. La figura 4.17 muestra una ampliación del lateral derecho de la pared en la figura 4.16 en las proximidades de la superficie. En ella se ha ampliado el tamaño de las flechas para hacerlo más fácilmente visible. La existencia de este segundo vórtice da lugar a que en una región pequeña de la superficie la imanación, a ambos lados de dicha región, se encuentre orientada en sentidos opuestos. Esto hace que aparezcan polos magnéticos del mismo signo a ambos lados.

Las partículas magnéticas del coloide son como pequeños imanes que tratan de acercarse a los polos magnéticos que induce la pared en la superficie. Mediante un campo aplicado perpendicular a la superficie de la cinta las partículas de coloide se orientan de forma que uno de los dos polos queda más próximo a la superficie que el otro. La acumulación de coloide se produce entonces en aquella región de la superficie en la que los polos magnéticos que posee la pared son de signo opuesto a los que poseen las partículas de coloide en su cara más próxima a la superficie. De esta forma aparecen regiones en las que la imagen se muestra más oscura (acumulación de partículas) y otras en las que se muestra más clara (repulsión de partículas). En el caso de las fotografías de las figuras 4.18 y 4.19 se aplicó un campo perpendicular a la superficie de la cinta de forma que el coloide se depositara en el lado en el que la pared en la superficie gira más lentamente.

## 4.7 Conclusiones

En este capítulo hemos presentado los resultados obtenidos en el estudio de paredes de Bloch en materiales amorfos a través del método de LaBonte modificado para permitir el uso de mallados con tamaño de celda variable. Las principales conclusiones extraídas de este estudio son las siguientes:

- Las paredes con simetría “C” son mucho más favorables energéticamente que las paredes con simetría “S” para espesores que sean inferiores o del mismo orden que la anchura de la pared en el volumen. Para espesores mayores que la anchura de la pared, las energías correspondientes a estos dos tipos de simetrías son tanto más parecidas cuanto mayor es el espesor de la muestra.
- Existe un rango de espesores para el que la imanación en la superficie forma un cierto ángulo con esta. Cuanto más pequeño es el espesor de la muestra mayor es este ángulo. En el material estudiado (Metglas 2826 con anisotropía uniaxial de  $1000 \text{ erg/cm}^3$ ) para un espesor de  $1000 \text{ \AA}$  la imanación forma un ángulo de unos  $10^\circ$ . Este ángulo decrece rápidamente a medida que se consideran espesores mayores, incluso para espesores por debajo de la anchura de pared.
- La convergencia y la precisión en el cálculo de la energía magnetostática es tanto mejor cuanto más pequeño es el espesor de la muestra considerada. La utilización de mallados que se adapten a la estructura de la pared mejora notablemente el cálculo de esta energía. Sin embargo, la utilización de este tipo de mallados deteriora la convergencia del método haciéndolo más lento.
- Para espesores muy grandes la estructura de las paredes de las estructuras calculadas para materiales cristalinos en que las colas de las paredes Néel de superficie son en este caso más largas. Este efecto es el responsable de que las figuras Bitter de paredes de Bloch muestren una asimetría que se manifiesta por tener un borde más marcado que el otro. Asimismo y, al igual que ocurre para materiales cristalinos, estas paredes poseen además del vórtice principal, un segundo vórtice más débil que da lugar a la aparición de una franja blanca en las imágenes Bitter en el lateral de la pared en el que la imanación gira más rápido.

# Bibliografía

- [1] A. Ahanoni & J.P. Jakubovics, "Magnetic domain walls in thick iron films", *Phys. Rev. B*, **43**, no. 1, pp. 1290 (1991).
- [2] Anton E. LaBonte, "Two-dimensional Bloch-type domain walls in ferromagnetic films", *J. Appl. Phys.*, **40**, no. 6, pp. 2450 (1969).
- [3] W.F. Brown, Jr. & A.E. LaBonte, "Structure and energy of one-dimensional domain walls in ferromagnetic thin films", *J. Appl. Phys.*, **36**, no. 4, pp. 1380 (1965).
- [4] A. Hubert, "Stray-field-free magnetization configurations", *Phys. Stat. Sol.*, **32**, pp. 519 (1969).
- [5] T. Suzuki & K. Suzuki, "Domain wall structures in single crystal Fe films", *IEEE Trans. Mag.*, **13**, no. 5, pp. 1505 (1977).
- [6] J.N. Chapman, G.R. Morrison, J.P. Jakubovics & R.A. Taylor, "Determination of domain wall structures in thin foils of a soft magnetic alloy", *J. Magn. Magn. Mater.*, **49**, pp. 277 (1985).
- [7] F. Schmidt, W. Rave & A. Hubert, *IEEE Trans. Mag.*, **21**, pp. 1596 (1985).
- [8] J. Unguris, G. Hembree, C. Aroca, R.J. Celotta & D.T. Pierce, "Investigation of domain walls in amorphous materials using scanning electron microscopy with spin polarization analysis", *Magnetic properties of amorphous metals*, *Els. Sci. Pub.*, pp. 221 (1987).
- [9] M.R. Scheinfein, J. Unguris, R.J. Celotta & D.T. Pierce, "Influence of the Surface on Magnetic Domain-Wall Microstructure", *Phys. Rev. Lett.*, **63**, no. 6, pp. 668 (1989).
- [10] M.R. Scheinfein, J. Unguris, J.L. Blue, K.J. Coakley, D.T. Pierce, R.J. Celotta & P.J. Ryan, "Micromagnetics of domain walls at surfaces", *Phys. Rev. B*, **43**, no. 4, pp. 3395 (1991).

- [11] C. Aroca, E. López, M. Maicas, M.C. Sánchez & P. Sánchez, "Anomalous domain wall displacement in amorphous samples under transversal magnetic fields", *J. Mag. Mat.*, **140-144**, pp. 1867 (1995).
- [12] R. W. DeBlois, General Electric Report No. AFCRL-68-414 (1968).
- [13] J.P. Jakubovics, "Interaction of Bloch-wall pairs in thin ferromagnetic films", *J. Appl. Phys.*, **69**, pp. 4029 (1990).
- [14] E. López, C. Aroca & P. Sánchez, "Measuring the exchange constant  $A_{ex}$  in metglas 2826", *J. Magn. Magn. Mater.*, **36**, pp. 175 (1983).
- [15] C. Aroca, E. López & P. Sánchez, "Temperature effect on domain-wall damping in an amorphous alloy", *Phys. Rev. B*, **30**, no. 7, pp. 4024 (1984).
- [16] S. Chikazumi, "Physics of magnetism", John Wiley & Sons, (1964).
- [17] J.P. Jakubovics, "Comments on the definition of ferromagnetic domain wall width", *Phil. Mag. B*, **38**, no. 4, pp. 401 (1978).
- [18] A. Aharoni, "Measure of self-consistency in 180° domain wall models", *J. Appl. Phys.*, **39**, no. 2, pp. 861 (1968).
- [19] W.F. Brown, Jr., "Micromagnetics", Robert E. Krieger Publishing Co., New York (1978).
- [20] J. Miltat & M. Labrune, "An adaptive mesh numerical algorithm for the solution of 2D Néel type walls", *IEEE Trans. on Mag.*, **30**, no. 6, pp. 4350 (1994).
- [21] D.V. Berkov, K. Ramstöck & A. Hubert, "Solving micromagnetic problems", *Phys. Stat. Sol.*, **137**, pp. 207 (1993).
- [22] F. Bitter, "On Inhomogeneities in the Magnetization of Ferromagnetic Materials", *Phys. Rev.*, **38**, pp.1903 (1931).

## Capítulo 5

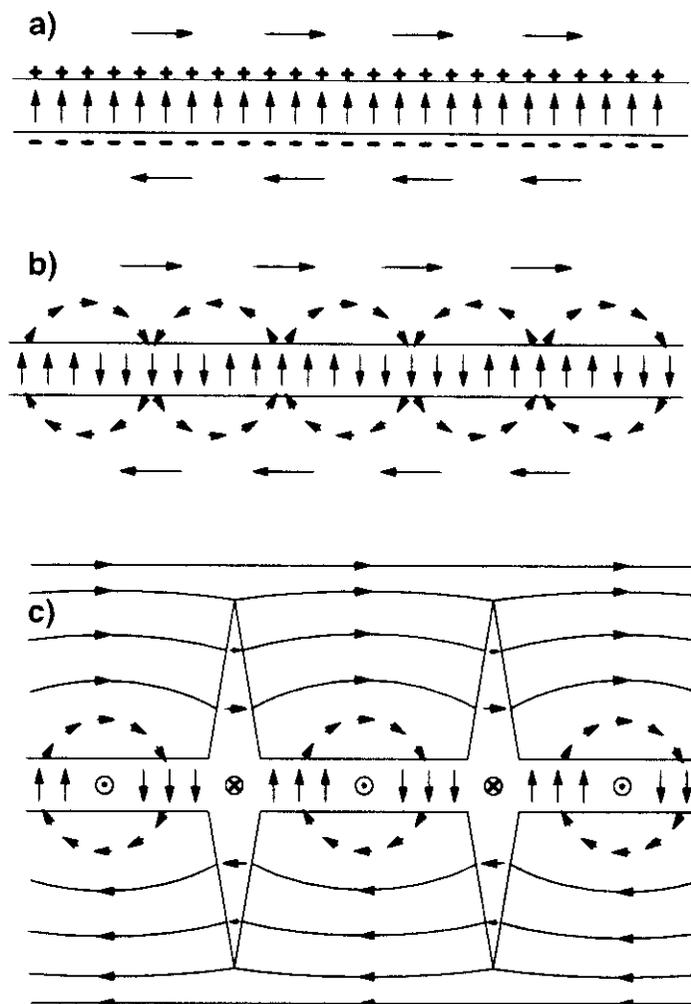
# Estructuras tridimensionales. Paredes de Cross-tie

### 5.1 Introducción

La estructura de las paredes magnéticas de un material ferromagnético está condicionada, principalmente, por su espesor. Así, para materiales de gran espesor con una anisotropía uniaxial en el plano, las paredes se muestran de tipo Bloch con la imanación en el centro girando en un plano perpendicular a la superficie, mientras que para materiales de poco espesor las paredes son de tipo Néel girando en un plano paralelo a la superficie. Sin embargo, la transición de un tipo a otro no se da de forma abrupta, es decir, no existe un espesor determinado por encima del cual existan siempre paredes Bloch y por debajo paredes Néel. Para un cierto rango de espesores las paredes presentan una estructura en la que se pueden observar zonas con un comportamiento de tipo Bloch y otras zonas de tipo Néel. A este tipo de estructuras se las denomina paredes de Cross-tie y son típicas en materiales con espesores en torno a las decenas de nanómetros.

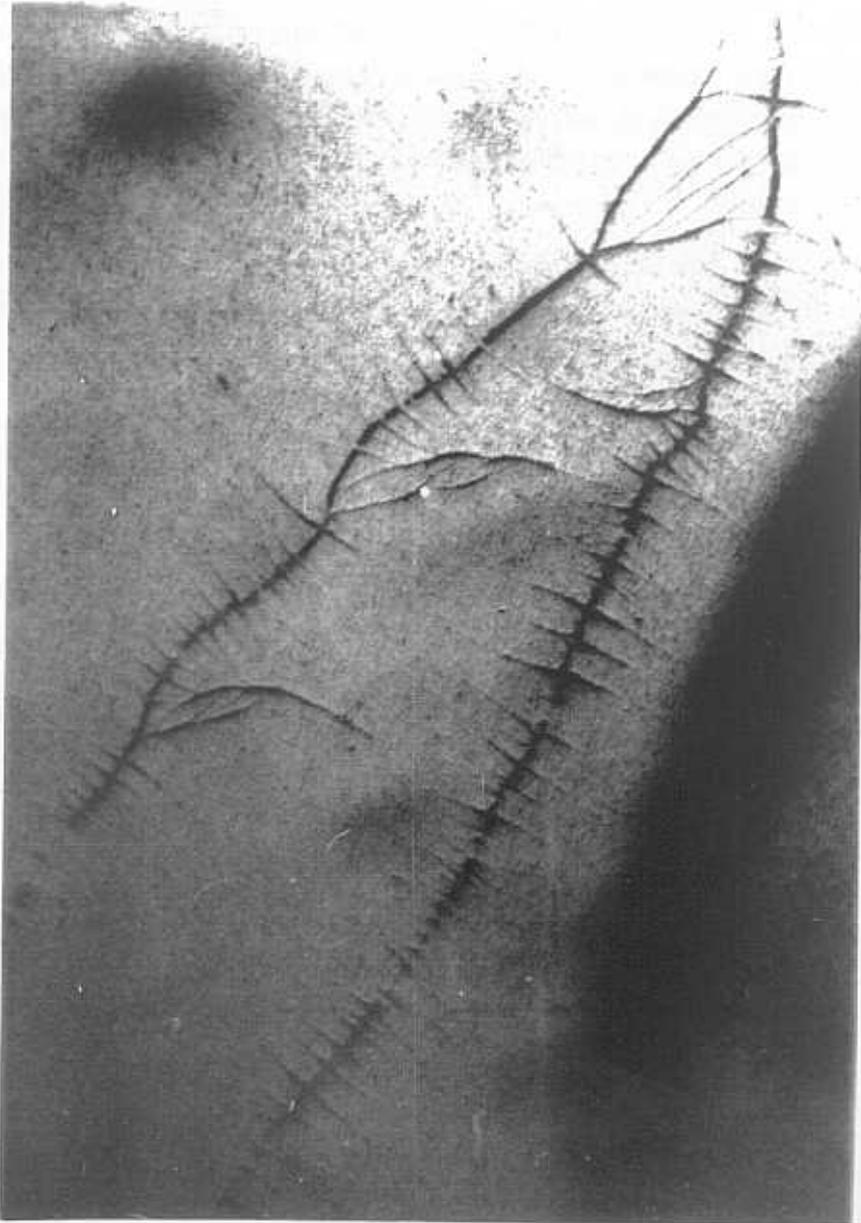
Las primeras observaciones de paredes Cross-tie fueron llevadas a cabo por Huber, Smith y Goodenough [1] en películas de *permalloy*. Las observaciones realizadas en el rango de 25 a 2000Å de espesor, mediante técnica Bitter, mostraban un tipo especial de pared Néel que se caracterizaba por estar atravesada a intervalos regulares por otras pequeñas paredes perpendiculares a la principal. A estas pequeñas paredes se las denominó *Cross-ties* y se observó que su tamaño y separación disminuían al bajar el espesor.

Una de las principales características de una pared de Néel es la reducida dimensión de su núcleo [2]. Los espesores del núcleo pueden llegar a oscilar en torno a los 50Å [18]. Esto provoca la aparición de polos magnéticos de distinto signo muy



**Figura 5.1** Diagrama de la estructura de una pared de Cross-tie, a) polos inducidos alrededor de una pared de Néel, b) posibles caminos para el cierre de la imanación, y c) estructura resultante.

próximos entre sí los cuales generan fuertes campos desimanadores y hacen que la energía magnetostática de la pared sea elevada (fig. 5.1a). Con objeto de reducir esta energía, en las paredes de Cross-tie la imanación invierte la quiralidad a intervalos regulares (fig. 5.1b). Aparecen así dos posibles caminos para el cierre de la imanación, uno en el que ésta gira en el sentido de la imanación de los dominios laterales y otro en el que lo hace en sentido opuesto. Este segundo camino es totalmente desfavorable tanto desde el punto de vista magnetostático como de canje. Por ello, en la estructura resultante (fig. 5.1c), los giros favorables se hacen más grandes en extensión hasta que llegan a solaparse unos con otros. En aquella zona en la que se produce este solapamiento la imanación hace un giro rápido que provoca la inducción de polos magnéticos. Esto es lo que aparece en las figuras Bitter como las secciones cruzadas o *Cross-ties*.



**Figura 5.2** Imagen obtenida por técnica Bitter de paredes Cross-tie en una película de *permalloy* de 500Å de espesor. La película fué crecida por pulverización catódica. La anisotropía uniaxial inducida es débil ya que está originada tan sólo por la existencia de un ángulo de incidencia del sustrato de las partículas de *permalloy* durante el crecimiento con respecto a la perpendicular al plano del sustrato.

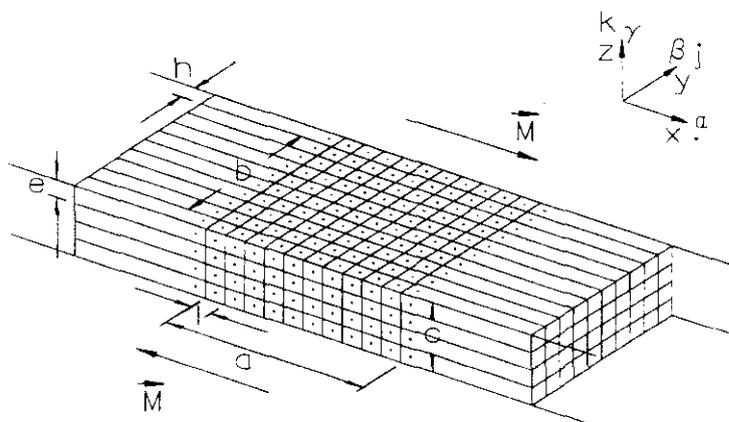
Un ejemplo de pared Cross-tie puede verse en la figura 5.2. La fotografía, obtenida mediante técnica Bitter, muestra una pared de Cross-tie en una película de *permalloy* Ni:Fe 80:20 de 500Å de espesor. La película fue obtenida en un sistema de *sputtering* a partir de un único blanco de  $\text{Ni}_{80}\text{Fe}_{20}$ . El crecimiento se llevó a cabo de forma que las partículas del material incidían sobre el sustrato formando un cierto ángulo con respecto a la vertical. Este ángulo da lugar a la aparición de un eje fácil de anisotropía en el plano de la muestra, el cual es bastante débil por lo que, como puede verse en la fotografía las paredes no son perfectamente paralelas. Sin embargo, las *cross-ties* son claramente visibles.

En el capítulo dos presentábamos expresiones para llevar a cabo cálculos de energía magnetostática en mallados tridimensionales. Las paredes de Cross-tie son estructuras que no tienen un eje de simetría como las de Bloch o Néel y que, por tanto, precisan de un modelo que permita estudiar como cambia la imanación en los tres ejes coordenados. El objetivo de este capítulo es el modelado de una pared de Cross-tie con ayuda de estas expresiones.

La mayor parte de los estudios realizados hasta ahora sobre paredes de *Cross-tie* se basan en observaciones al microscopio por medio de diferentes técnicas: Bitter, microscopía Lorentz con análisis diferencial de fase (MDPC), etc... En contraposición con lo que ocurre con las paredes de Bloch y dada su complejidad, existen muy pocos estudios numéricos sobre paredes de Cross-tie. De entre ellos destacan los trabajos de *Nakatani et al.* [4] en los que se presenta un modelo basado en la resolución directa de la ecuación de *Landau-Lifshitz-Gilbert*. En este modelo se presentan expresiones para la evaluación de la energía magnetostática deducidas bajo la aproximación de un campo desimanador uniforme en el interior de cada celda del mallado. En nuestro estudio utilizaremos un modelo similar al de *Nakatani et al.* pero sin utilizar la aproximación de uniformidad del campo desimanador, ya que las ecuaciones dadas en el capítulo dos representan las expresiones exactas para la energía magnetostática de prismas con una densidad de polo de superficie uniforme. Asimismo nos centraremos en aquellos aspectos sobre los que el modelo de *Nakatani et al.* no hace mucho hincapié como son los valores de energía de la pared y la estructura de las líneas de Bloch.

## 5.2 Modelo

Una de las principales características de una pared de *Cross-tie* es la gran regularidad de su estructura periódica [5]. Sin embargo, para espesores pequeños, próximos a la transición Néel $\leftrightarrow$ Cross-tie, es posible observar algunos cambios aislados en la quiralidad de la pared [6]. En estos cambios aislados de quiralidad, las *Cross-ties*, a las que llamaremos secciones cruzadas, aparecen en las imágenes Bitter con un aspecto similar a las que constituyen la estructura periódica. Vamos a estudiar primero uno de



**Figura 5.3** Mallado utilizado para el estudio de un cambio de quiralidad aislado en una pared de Néel. Los puntos representan las posiciones en donde se considera el estado de la imanación. La imanación varía en todos los puntos salvo los correspondientes a las posiciones de los prismas laterales infinitos.

estos cambios aislados de quiralidad como un paso previo al estudio de la estructura periódica.

El modelo utilizado se basa en considerar una región que abarque la zona donde se produce el giro la cual estará rodeada de dos paredes Néel infinitas. Esta pequeña región de dimensiones  $a \times b \times c$  se discretiza con  $N_x \times N_y \times N_z$  celdas en forma de prisma de dimensiones  $l(i) \times h(j) \times e(k)$ . El método de minimización es similar al descrito para dos dimensiones en el capítulo dos. La idea es minimizar la energía de la zona donde se produce el cambio de quiralidad teniendo en cuenta las siguientes condiciones de contorno:

- la existencia de dos dominios  $\mathbf{M} = -M_s \mathbf{i}$  para  $y \leq -\frac{b}{2}$  y  $\mathbf{M} = +M_s \mathbf{i}$  para  $y \geq +\frac{b}{2}$  de forma que en la región a estudiar se forme una pared  $180^\circ$ .
- la presencia de dos paredes Néel para  $x \leq -\frac{a}{2}$  y para  $x \geq +\frac{a}{2}$ .
- condiciones Von-Neumann para las superficies superior e inferior  $\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial z} = 0$

En el cálculo se tendrán en cuenta las tres componentes principales de la energía en estas estructuras como son, canje, anisotropía y magnetostática. En este caso, al considerar una región finita, se minimizará la energía total del sistema y no la energía por unidad de longitud como hacíamos en el caso bidimensional. Como parámetros que describen el material utilizaremos,  $A_{ex} = 10^{-6}$  erg/cm como constante de canje,  $K = 1000$  erg/cm<sup>3</sup> como constante de anisotropía y  $M_s = 800$  emu/cm<sup>3</sup> para la imanación de saturación (parámetros típicos para un *permalloy*).

La evaluación de la energía de canje y de la anisotropía puede llevarse a cabo de un modo análogo al descrito para el modelo bidimensional. Por su parte, la energía magnetostática la dividiremos en dos partes, por un lado la autoenergía de cada prisma y por otro lado la energía magnetostática de interacción con el resto de prismas del mallado. La autoenergía magnetostática se calcula a partir de las expresiones de los factores desimanadores para un prisma de dimensiones  $l \times h \times e$  (ver capítulo dos). La energía magnetostática de interacción requiere considerar la interacción con el resto de prismas del mallado de la región a estudiar así como la interacción con los prismas laterales infinitos que albergan las paredes de Néel.

La energía total de la región a estudiar viene dada por:

$$W_t = W_{ex} + W_a + W_s + W_i + W I_i \quad (5.1)$$

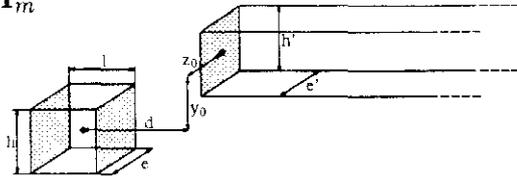
donde aparece un nuevo término con respecto a la expresión 2.3, el término que representa la interacción con los prismas laterales infinitos  $W I_i$ . La energía magnetostática que aportan estos prismas puede escribirse como:

$$W I_i = \sum_{i=1}^{N_x} \sum_{j=1}^{N_y} \sum_{k=1}^{N_z} \sum_{j'=1}^{N_y} \sum_{k'=1}^{N_z} \{w i_i(i, j, k, 0, j', k') + w i_i(i, j, k, N_x + 1, j', k')\} \quad (5.2)$$

$$w i_i(x_0, y_0, z_0, l, h, e, l', h', e') = \frac{1}{4} M_s^2 \{ \begin{aligned} & A A I_m(x_0, y_0, z_0, l, h, e, l', h', e') \cdot [\alpha(i, j, k) \alpha(i', j', k')] + \\ & B B I_m(x_0, y_0, z_0, l, h, e, l', h', e') \cdot [\beta(i, j, k) \beta(i', j', k')] + \\ & C C I_m(x_0, y_0, z_0, l, h, e, l', h', e') \cdot [\gamma(i, j, k) \gamma(i', j', k')] + \\ & A B I_m(x_0, y_0, z_0, l, h, e, l', h', e') \cdot [\alpha(i, j, k) \beta(i', j', k')] + \\ & A C I_m(x_0, y_0, z_0, l, h, e, l', h', e') \cdot [\alpha(i, j, k) \gamma(i', j', k')] + \\ & B A I_m(x_0, y_0, z_0, l, h, e, l', h', e') \cdot [\beta(i, j, k) \alpha(i', j', k')] + \\ & B C I_m(x_0, y_0, z_0, l, h, e, l', h', e') \cdot [\beta(i, j, k) \gamma(i', j', k')] + \\ & C A I_m(x_0, y_0, z_0, l, h, e, l', h', e') \cdot [\gamma(i, j, k) \alpha(i', j', k')] + \\ & C B I_m(x_0, y_0, z_0, l, h, e, l', h', e') \cdot [\gamma(i, j, k) \beta(i', j', k')] \} \end{aligned} \quad (5.3)$$

El factor  $\frac{1}{2}$  de la ecuación 5.3 respecto de la expresión 2.19 se añade para evitar contar doble la energía del campo desimanador producido por los prismas laterales.

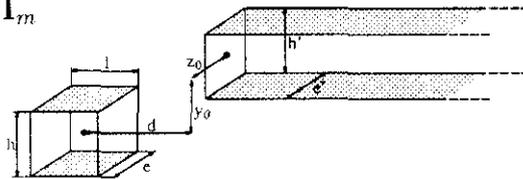
Tenemos, pues, que deducir las expresiones para los coeficientes  $A A I_m$ ,  $B B I_m$ , ...,  $C B I_m$ . Para ello consideremos un prisma rectangular de dimensiones  $l \times h \times e$  y un prisma infinito de base  $h' \times e'$ . Tomando como origen del sistema de coordenadas el centro del primero, el desplazamiento del segundo respecto al primero vendrá dado por  $\mathbf{D} = d\mathbf{i} + y_0\mathbf{j} + z_0\mathbf{k}$  donde  $d$  representa la distancia de la base del segundo prisma al centro del primero. Las expresiones resultantes para cada unos de los nueve coeficientes son las siguientes:

1.  $AAI_m$ 

$$AAI_m(d, y_0, z_0, l, h, e, h', e') = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} dy \int_{-\frac{e}{2}}^{\frac{e}{2}} dz \int_{y_0 - \frac{h'}{2}}^{y_0 + \frac{h'}{2}} dy' \int_{z_0 - \frac{e'}{2}}^{z_0 + \frac{e'}{2}} dz' \cdot \left\{ \frac{1}{\sqrt{\left(d + \frac{l}{2}\right)^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2}} - \frac{1}{\sqrt{\left(d - \frac{l}{2}\right)^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2}} \right\} \quad (5.4)$$

$$AAI_m(d, y_0, z_0, l, h, e, h', e') = A_1\left(d + \frac{l}{2}, y_0, z_0, h, e, h', e'\right) - A_1\left(d - \frac{l}{2}, y_0, z_0, h, e, h', e'\right) \quad (5.5)$$

donde  $A_1$  viene dada por (2.92).

2.  $BBI_m$ 

$$BBI_m(x_0, y_0, z_0, l, h, e, l', h', e') = \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} dx \int_{-\frac{e}{2}}^{\frac{e}{2}} dz \int_d^{\infty} dx' \int_{z_0 - \frac{e'}{2}}^{z_0 + \frac{e'}{2}} dz' \cdot \left\{ \frac{1}{\sqrt{(x - x')^2 + \left(y_0 + \frac{h' - h}{2}\right)^2 + (z - z')^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x - x')^2 + \left(y_0 + \frac{h + h'}{2}\right)^2 + (z - z')^2}} + \frac{1}{\sqrt{(x - x')^2 + \left(y_0 + \frac{h - h'}{2}\right)^2 + (z - z')^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x - x')^2 + \left(y_0 - \frac{h + h'}{2}\right)^2 + (z - z')^2}} \right\} \quad (5.6)$$

$$BBI_m(d, y_0, z_0, l, h, e, h', e') = BB_1\left(d, y_0 + \frac{h' - h}{2}, z_0, l, e, e'\right) - BB_1\left(d, y_0 + \frac{h + h'}{2}, z_0, l, e, e'\right) + BB_1\left(d, y_0 + \frac{h - h'}{2}, z_0, l, e, e'\right) - BB_1\left(d, y_0 - \frac{h + h'}{2}, z_0, l, e, e'\right) \quad (5.7)$$

donde

$$BB_1(d, y, z_0, l, e, e') = \frac{\int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} dx \int_{-\frac{e}{2}}^{\frac{e}{2}} dz \int_d^{\infty} dx' \int_{z_0 - \frac{e'}{2}}^{z_0 + \frac{e'}{2}} dz'}{1 \sqrt{(x - x')^2 + y^2 + (z - z')^2}} \quad (5.8)$$

$$BB_1(d, y, z_0, l, e, e') = BB_2(d, y, z_0 - \frac{e+e'}{2}, l) - BB_2(d, y, z_0 + \frac{e-e'}{2}, l) + BB_2(d, y, z_0 + \frac{e+e'}{2}, l) - BB_2(d, y, z_0 + \frac{e'-e}{2}, l) \quad (5.9)$$

$$BB_2(d, y, z, l) = \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} dx \int_d^{\infty} dx' \int d^2z \cdot \frac{1}{\sqrt{(x - x')^2 + y^2 + z^2}} \quad (5.10)$$

$$BB_2(d, y, z, l) = BB_3(d - \frac{l}{2}, y, z) - BB_3(d + \frac{l}{2}, y, z) \quad (5.11)$$

$$BB_3(x, y, z) = \int \int d^2x \int \int d^2z \cdot \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \quad (5.12)$$

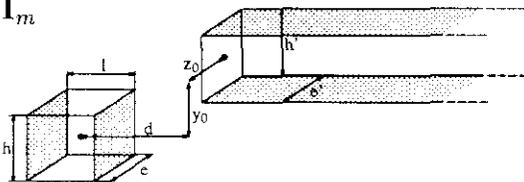
$$BB_3 \rightarrow BB_3^*(x, y, z) = \frac{1}{6}(2y^2 - x^2 - z^2)\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} - xyz \arctan \frac{xz}{y\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} - \frac{1}{2}z(y^2 - x^2) \log \left( \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} + z \right) - \frac{1}{2}x(y^2 - z^2) \log \left( \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} + x \right) + xyz \arctan \frac{z}{y} \quad (5.13)$$

La expresión  $BB_3^*$  representa el resultado de la integral indefinida  $BB_3$  después de haber sido eliminados los términos lineales en  $y$  o  $z$  y los términos independientes en alguna de las tres variables. Estos términos al igual que ocurre para (2.97) pueden eliminarse al dar una contribución neta nula al coeficiente  $BBI_m$ .

3.  $CCI_m$

$$CCI_m(d, y_0, z_0, l, h, e, h', e') = BB_m(d, z_0, -y_0, l, e, h, e', h') \quad (5.14)$$

4.  $ABI_m$



$$\begin{aligned}
ABI_m(d, y_0, z_0, l, h, e, h', e') &= \int_{-\frac{e}{2}}^{\frac{e}{2}} dz \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} dy \int_d^{\infty} dx' \int_{z_0 - \frac{e'}{2}}^{z_0 + \frac{e'}{2}} dz' \cdot \\
&\left\{ \frac{1}{\sqrt{\left(x' - \frac{l}{2}\right)^2 + \left(y - y_0 - \frac{h'}{2}\right)^2 + (z - z')^2}} - \frac{1}{\sqrt{\left(x' - \frac{l}{2}\right)^2 + \left(y - y_0 + \frac{h'}{2}\right)^2 + (z - z')^2}} \right. \\
&\left. \frac{1}{\sqrt{\left(x' + \frac{l}{2}\right)^2 + \left(y - y_0 + \frac{h'}{2}\right)^2 + (z - z')^2}} - \frac{1}{\sqrt{\left(x' + \frac{l}{2}\right)^2 + \left(y - y_0 - \frac{h'}{2}\right)^2 + (z - z')^2}} \right\}
\end{aligned} \tag{5.15}$$

$$\begin{aligned}
ABI_m(d, y_0, z_0, l, h, e) &= \\
&AB_1\left(d - \frac{l}{2}, y_0 + \frac{h'-h}{2}, z_0, e, e'\right) - AB_1\left(d - \frac{l}{2}, y_0 + \frac{h+h'}{2}, z_0, e, e'\right) + \\
&AB_1\left(d - \frac{l}{2}, y_0 + \frac{h-h'}{2}, z_0, e, e'\right) - AB_1\left(d - \frac{l}{2}, y_0 - \frac{h+h'}{2}, z_0, e, e'\right) - \\
&AB_1\left(d + \frac{l}{2}, y_0 + \frac{h-h'}{2}, z_0, e, e'\right) + AB_1\left(d + \frac{l}{2}, y_0 - \frac{h+h'}{2}, z_0, e, e'\right) + \\
&AB_1\left(d + \frac{l}{2}, y_0 + \frac{h+h'}{2}, z_0, e, e'\right) - AB_1\left(d + \frac{l}{2}, y_0 + \frac{h'-h}{2}, z_0, e, e'\right)
\end{aligned} \tag{5.16}$$

$$AB_1(d, y, z_0, l, e, e') = \int_{-\frac{e}{2}}^{\frac{e}{2}} dz \int_{z_0 - \frac{e'}{2}}^{z_0 + \frac{e'}{2}} dz' \cdot \iint dx dy \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + (z - z')^2}} \tag{5.17}$$

$$\begin{aligned}
AB_1(x, y, z_0, e, e') &= \\
&AB_2\left(x, y, z_0 - \frac{e+e'}{2}\right) - AB_2\left(x, y, z_0 + \frac{e-e'}{2}\right) - \\
&AB_2\left(x, y, z_0 + \frac{e'-e}{2}\right) + AB_2\left(x, y, z_0 + \frac{e+e'}{2}\right)
\end{aligned} \tag{5.18}$$

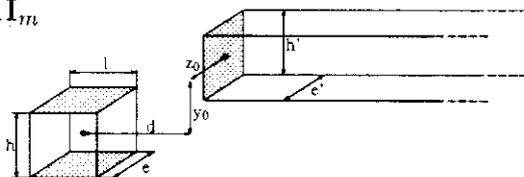
$$AB_2(x, y, z) = \int d^2 z \iint dx dy \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \tag{5.19}$$

$$AB_2(x, y, z) = B_2(x, y, z) \tag{5.20}$$

### 5. ACI<sub>m</sub>

$$ACI_m(d, y_0, z_0, l, h, e, h', e') = AB_m(d, z_0, y_0, l, e, h, e', h') \tag{5.21}$$

### 6. BAI<sub>m</sub>



$$BAI_m(d, y_0, z_0, l, h, e, h', e') = \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} dz \int_{-\frac{e}{2}}^{\frac{e}{2}} dx \int_{z_0-\frac{e'}{2}}^{z_0+\frac{e'}{2}} dz' \int_{y_0-\frac{h'}{2}}^{y_0+\frac{h'}{2}} dy' \cdot \left\{ \frac{1}{\sqrt{(x-d)^2 + \left(y' - \frac{h}{2}\right)^2 + (z-z')^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x-d)^2 + \left(y' - \frac{h}{2}\right)^2 + (z-z')^2}} \right\} \quad (5.22)$$

$$BAI_m(d, y_0, z_0, l, h, e, h', e') = BA_1\left(d - \frac{l}{2}, y_0, z_0, h, e, h', e'\right) - BA_1\left(d + \frac{l}{2}, y_0, z_0, h, e, h', e'\right) \quad (5.23)$$

$$BA_1(x, y_0, z_0, h, e, h', e') = \int_{-\frac{e}{2}}^{\frac{e}{2}} dz \int_{z_0-\frac{e'}{2}}^{z_0+\frac{e'}{2}} dz' \int_{y_0-\frac{h'}{2}}^{y_0+\frac{h'}{2}} dy' \int dx \cdot \left\{ \frac{1}{\sqrt{x^2 + \left(y' - \frac{h}{2}\right)^2 + (z-z')^2}} - \frac{1}{\sqrt{x^2 + \left(y' - \frac{h}{2}\right)^2 + (z-z')^2}} \right\} \quad (5.24)$$

$$BA_1(x, y_0, z_0, h, e, h', e') = BA_2\left(x, y_0 + \frac{h'-h}{2}, z_0, e, e'\right) - BA_2\left(x, y_0 - \frac{h+h'}{2}, z_0, e, e'\right) + BA_2\left(x, y_0 + \frac{h-h'}{2}, z_0, e, e'\right) - BA_2\left(x, y_0 + \frac{h+h'}{2}, z_0, e, e'\right) \quad (5.25)$$

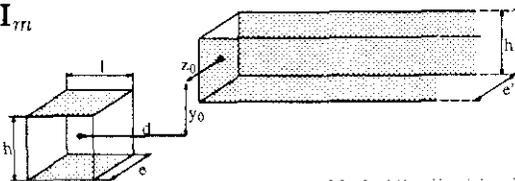
$$BA_2(x, y, z_0, e, e') = \int_{-\frac{e}{2}}^{\frac{e}{2}} dz \int_{z_0-\frac{e'}{2}}^{z_0+\frac{e'}{2}} dz' \int dy \int dx \cdot \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + (z-z')^2}} \quad (5.26)$$

$$BA_2(x, y, z_0, e) = BA_3\left(x, y, z_0 - \frac{e+e'}{2}\right) - BA_3\left(x, y, z_0 + \frac{e-e'}{2}\right) + BA_3\left(x, y, z_0 + \frac{e+e'}{2}\right) - BA_3\left(x, y, z_0 + \frac{e'-e}{2}\right) \quad (5.27)$$

$$BA_3(x, y, z) = \int d^2z \int dy \int dx \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \quad (5.28)$$

$$BA_3(x, y, z) = B2(y, x, z) \quad (5.29)$$

7. BCI<sub>m</sub>



$$BCI_m(d, y_0, z_0, l, h, e, h', e') = \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} dx \int_{-\frac{e}{2}}^{\frac{e}{2}} dz \int_d^\infty dx' \int_{y_0 - \frac{h'}{2}}^{y_0 + \frac{h'}{2}} dy' \cdot \left\{ \frac{1}{\sqrt{(x-x')^2 + (y' - \frac{h}{2})^2 + (z - z_0 - \frac{e'}{2})^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x-x')^2 + (y' - \frac{h}{2})^2 + (z - z_0 + \frac{e'}{2})^2}} + \frac{1}{\sqrt{(x-x')^2 + (y' + \frac{h}{2})^2 + (z - z_0 + \frac{e'}{2})^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x-x')^2 + (y' + \frac{h}{2})^2 + (z - z_0 - \frac{e'}{2})^2}} \right\} \quad (5.30)$$

$$BCI_m(d, y_0, z_0, l, h, e, h', e') = \quad (5.31)$$

$$\begin{aligned} & BC_1(d, y_0 + \frac{h'-h}{2}, z_0 + \frac{e+e'}{2}, l) - BC_1(d, y_0 - \frac{h+h'}{2}, z_0 + \frac{e+e'}{2}, l) - \\ & BC_1(d, y_0 + \frac{h'-h}{2}, z_0 + \frac{e'-e}{2}, l) + BC_1(d, y_0 - \frac{h+h'}{2}, z_0 + \frac{e'-e}{2}, l) - \\ & BC_1(d, y_0 + \frac{h'-h}{2}, z_0 + \frac{e-e'}{2}, l) + BC_1(d, y_0 - \frac{h+h'}{2}, z_0 + \frac{e-e'}{2}, l) + \\ & BC_1(d, y_0 + \frac{h'-h}{2}, z_0 - \frac{e+e'}{2}, l) - BC_1(d, y_0 - \frac{h+h'}{2}, z_0 - \frac{e+e'}{2}, l) + \\ & BC_1(d, y_0 + \frac{h+h'}{2}, z_0 + \frac{e-e'}{2}, l) - BC_1(d, y_0 + \frac{h-h'}{2}, z_0 + \frac{e-e'}{2}, l) - \\ & BC_1(d, y_0 + \frac{h+h'}{2}, z_0 - \frac{e+e'}{2}, l) + BC_1(d, y_0 + \frac{h-h'}{2}, z_0 - \frac{e+e'}{2}, l) - \\ & BC_1(d, y_0 + \frac{h+h'}{2}, z_0 + \frac{e+e'}{2}, l) + BC_1(d, y_0 + \frac{h-h'}{2}, z_0 + \frac{e+e'}{2}, l) + \\ & BC_1(d, y_0 + \frac{h+h'}{2}, z_0 + \frac{e'-e}{2}, l) - BC_1(d, y_0 + \frac{h-h'}{2}, z_0 + \frac{e'-e}{2}, l) \end{aligned}$$

$$BC_1(d, y, z, l) = \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} dx \int_d^\infty dx' \int \int dydz \cdot \frac{1}{\sqrt{(x-x')^2 + y^2 + z^2}} \quad (5.32)$$

$$BC_1(d, y, z, l) = BC_2(d - \frac{l}{2}, y, z) - BC_2(d + \frac{l}{2}, y, z) \quad (5.33)$$

$$BC_2(d, y, z, l) = \int \int d^2x \int dy \int dz \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \quad (5.34)$$

$$BC_2(x, y, z) = \quad (5.35)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{6}y(3x^2 - y^2) \log \left( \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} + z \right) + \\ & \frac{1}{6}z(3x^2 - z^2) \log \left( \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} + y \right) - \\ & \frac{1}{3}zy\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} + xyz \log \left( \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} + x \right) - \\ & \frac{1}{2}y^2x \arctan \frac{zx}{y\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} - \frac{1}{6}x^3 \arctan \frac{zy}{x\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} - \\ & \frac{1}{2}z^2x \arctan \frac{yx}{z\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} + \frac{1}{2}z^2x \arctan \frac{y}{z} + \frac{1}{2}y^2x \arctan \frac{y}{z} \end{aligned}$$

8.  $CAI_m$ 

$$CAI_m(d, y_0, z_0, l, h, e, h', e') = BAI_m(d, z_0, y_0, l, e, h, e', h') \quad (5.36)$$

9.  $CBI_m$ 

$$CBI_m(d, y_0, z_0, l, h, e, h', e') = BCI_m(d, z_0, y_0, l, e, h, e', h') \quad (5.37)$$

Una vez obtenidos todos estos coeficientes conviene estudiar sus propiedades, en lo referente a las simetrías. A la hora de implementar el programa, habrá que almacenar en este caso dieciocho tablas de coeficientes de tres índices cada una, nueve correspondientes a la interacción entre prismas dentro de la zona de estudio  $AA_m$ ,  $BB_m$ , etc... y nueve a la interacción con los prismas laterales infinitos  $AAI_m$ ,  $BBI_m$ , etc... Esto hace que haya fuertes requerimientos de memoria lo cual constituye uno de las principales limitaciones de este tipo de cálculos [7]. Es pues necesario tratar de almacenar sólo aquellos coeficientes que sean imprescindibles. Gran parte de los coeficientes se pueden calcular aprovechando las simetrías que poseen entre ellos. Por ello es interesante destacar en los coeficientes las siguientes propiedades:

$$\begin{aligned} AAI_m(d, y_0, z_0, l, h, e, h', e') &= AAI_m(d, -y_0, z_0, l, h, e, h', e') \\ AAI_m(d, y_0, z_0, l, h, e, h', e') &= AAI_m(d, y_0, -z_0, l, h, e, h', e') \end{aligned} \quad (5.38)$$

$$\begin{aligned} BBI_m(d, y_0, z_0, l, h, e, h', e') &= BBI_m(d, -y_0, z_0, l, h, e, h', e') \\ BBI_m(d, y_0, z_0, l, h, e, h', e') &= BBI_m(d, y_0, -z_0, l, h, e, h', e') \end{aligned} \quad (5.39)$$

$$\begin{aligned} CCI_m(d, y_0, z_0, l, h, e, h', e') &= CCI_m(d, -y_0, z_0, l, h, e, h', e') \\ CCI_m(d, y_0, z_0, l, h, e, h', e') &= CCI_m(d, y_0, -z_0, l, h, e, h', e') \end{aligned} \quad (5.40)$$

$$\begin{aligned} ABI_m(d, y_0, z_0, l, h, e, h', e') &= -ABI_m(d, -y_0, z_0, l, h, e, h', e') \\ ABI_m(d, y_0, z_0, l, h, e, h', e') &= ABI_m(d, y_0, -z_0, l, h, e, h', e') \end{aligned} \quad (5.41)$$

$$\begin{aligned} ACI_m(d, y_0, z_0, l, h, e, h', e') &= ACI_m(d, -y_0, z_0, l, h, e, h', e') \\ ACI_m(d, y_0, z_0, l, h, e, h', e') &= -ACI_m(d, y_0, -z_0, l, h, e, h', e') \end{aligned} \quad (5.42)$$

$$\begin{aligned} BAI_m(d, y_0, z_0, l, h, e, h', e') &= -BAI_m(d, -y_0, z_0, l, h, e, h', e') \\ BAI_m(d, y_0, z_0, l, h, e, h', e') &= BAI_m(d, y_0, -z_0, l, h, e, h', e') \end{aligned} \quad (5.43)$$

$$\begin{aligned} BCI_m(d, y_0, z_0, l, h, e, h', e') &= -BCI_m(d, -y_0, z_0, l, h, e, h', e') \\ BCI_m(d, y_0, z_0, l, h, e, h', e') &= -BCI_m(d, y_0, -z_0, l, h, e, h', e') \end{aligned} \quad (5.44)$$

$$\begin{aligned} CAI_m(d, y_0, z_0, l, h, e, h', e') &= CAI_m(d, -y_0, z_0, l, h, e, h', e') \\ CAI_m(d, y_0, z_0, l, h, e, h', e') &= -CAI_m(d, y_0, -z_0, l, h, e, h', e') \end{aligned} \quad (5.45)$$

$$\begin{aligned} CBI_m(d, y_0, z_0, l, h, e, h', e') &= -CBI_m(d, -y_0, z_0, l, h, e, h', e') \\ CBI_m(d, y_0, z_0, l, h, e, h', e') &= -CBI_m(d, y_0, -z_0, l, h, e, h', e') \end{aligned} \quad (5.46)$$

Una vez obtenidos los coeficientes podemos evaluar la energía magnetostática total de la zona a minimizar. Lo único que resta para llevar a cabo la simulación es determinar las condiciones de contorno, en concreto la estructura de las paredes Néel laterales. Dado que se trata de paredes Néel infinitas, podemos calcular su estructura por medio del modelo bidimensional. Veamos, por tanto, como es la estructura de las paredes Néel bidimensionales para los espesores que nos ocupan.

### 5.3 Paredes Néel laterales

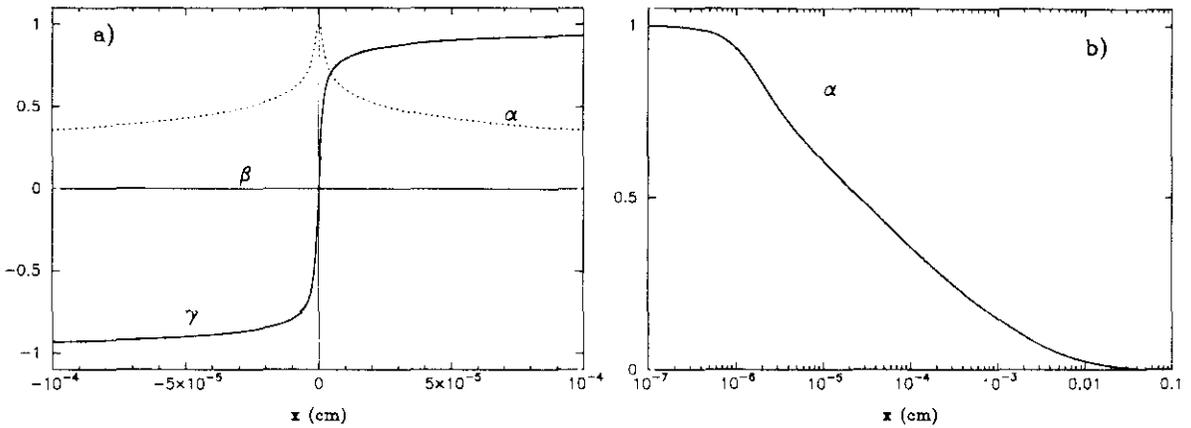
Las paredes Néel simétricas se caracterizan por poseer núcleos estrechos flanqueados por colas muy largas. Los tamaños de los núcleos pueden llegar a ser del orden de los cientos de Angstroms mientras que las colas pueden llegar a medir centímetros [8]. Se trata, por tanto, de un tipo de estructuras que envuelven escalas de longitud muy diferentes y que requieren para su modelado la utilización de mallados adaptables.

A diferencia de lo que ocurre para paredes Bloch o paredes Néel asimétricas, las paredes Néel simétricas cambian muy poco su estructura en el espesor [18]. Estudios realizados con mallados bidimensionales sobre paredes Néel simétricas para materiales con un espesor de 50Å muestran ángulos de imanación en superficie inferiores a la décima de grado [18]. Esto hace que una pared de Néel pueda describirse sin un error muy grande mediante un modelo unidimensional.

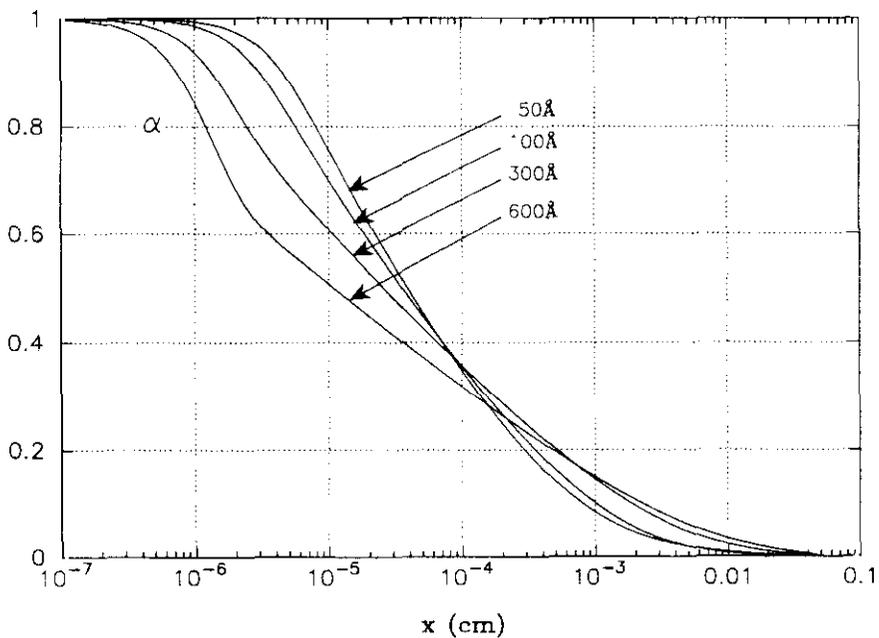
Se realizaron, de este modo, varias simulaciones con objeto de obtener estructuras de paredes Néel para espesores típicos de paredes de Cross-tie. Para ello se utilizó un modelo similar al presentado en el capítulo cuatro para paredes de Bloch pero en el que el número de celdas a lo largo de la vertical era  $N_y=1$ . El mallado considera una región central con un tamaño de celda pequeño de forma que el núcleo de la pared pueda describirse con un cierto número de celdas rectangulares pequeñas, y dos regiones a ambos lados del núcleo en las que el tamaño de las celdas crece de forma exponencial a medida que nos alejamos de la zona central. Mediante estas celdas se describen las largas colas de este tipo de paredes.

La figura 5.3 muestra los resultados obtenidos para un material de 300Å de espesor. En ella puede verse el gran tamaño de las colas que, en este caso, llegan a ser del orden de las décimas de milímetro frente a un núcleo en el que la imanación gira en su mayor parte en una distancia inferior a la décima de micra.

Uno de los problemas que surgen a la hora de hacer cálculos sobre paredes de Néel es el gran tamaño de las celdas laterales. Estos tamaños de celda, muy superiores a la



**Figura 5.4** Resultados obtenidos para la estructura de una pared de Néel en un material de  $300\text{\AA}$  de espesor: a) núcleo y, b) cola. Los cálculos se realizaron con un mallado de 128 celdas a lo largo del eje  $x$  con una zona central de  $3 \cdot 10^{-6}$  cm. con 32 celdas rectangulares flanqueadas por dos regiones con 48 celdas cuyo tamaño crece logarítmicamente a medida que aumenta la distancia al centro.



**Figura 5.5** Estudio de la influencia del espesor en la estructura de las paredes de Néel. Los cálculos se realizaron con mallados equivalentes al utilizado en la figura 5.3.

espesor (Å)	$\omega_t/2A_{ex}$	$\omega_{ex}$	$\omega_a$	$\omega_m$
50	0.179	0.181	0.172	0.648
100	0.561	0.164	0.120	0.716
300	3.553	0.085	0.085	0.741
600	10.842	0.061	0.061	0.712

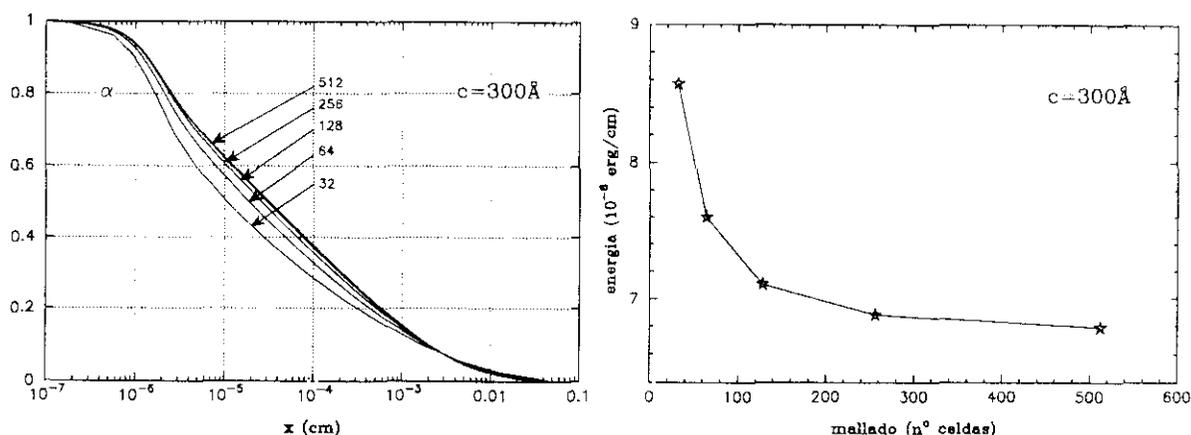
**Tabla 5.1:** Valores de energía obtenidos para paredes de Néel para distintos espesores. Los cálculos se realizaron con un mallado de 128 celdas en el eje  $X$ .

longitud de canje  $l_{ex} = \pi \sqrt{\frac{A}{2\pi M_s}}$ , pueden llevar fácilmente a resultados erróneos. Una solución de mínima energía en estos casos la constituye un giro abrupto de imanación en las celdas laterales. Este giro resulta favorable para los tres tipos de energías involucradas en nuestro estudio. Por un lado, la anisotropía se anula dado que la imanación está siempre sobre el eje fácil. La componente magnetostática es igualmente nula al no haber polo alguno de superficie. Por su parte la energía de canje es muy baja dado que se supone un giro uniforme de imanación entre cada celda y la distancia entre los centros de dos celdas vecinas en las proximidades de uno cualquiera de los dominios es suficientemente grande como para hacer que la energía de canje sea también anormalmente pequeña. Este problema puede solucionarse aplicando simetrías del mismo modo que se hacía para el caso de paredes de Bloch en dos dimensiones. En este caso se puede decir que las paredes Néel simétricas cumplen la siguiente propiedad [9]:

$$\begin{aligned}
 \alpha(-x) &= \alpha(x) \\
 \beta(-x) &= \beta(x) \\
 \gamma(-x) &= -\gamma(x)
 \end{aligned}
 \tag{5.47}$$

que no es más que la aplicación del tipo de simetría “S”, visto en el capítulo cuatro para paredes de Bloch, al caso de paredes Néel unidimensionales. Utilizando esta propiedad, la pared ya no puede hacer un giro abrupto en la zona donde las celdas son muy grandes ya que, de esta forma, no cumpliría con las condiciones impuestas por las simetrías dadas por (5.47). Además, el empleo de esta propiedad permite acelerar los cálculos y tener siempre centrada la pared en  $x = 0$  por lo que todos los resultados presentados se han obtenido haciendo uso de ella.

Es interesante estudiar, para una mejor comprensión de una estructura Cross-tie, cómo evoluciona la estructura de una pared de Néel con el espesor. La figura 5.5 muestra los resultados obtenidos en el cálculo de paredes Néel para varios espesores. Los resultados muestran como el núcleo de la pared se hace tanto más estrecho cuanto mayor es el espesor del material considerado. La explicación a este hecho hay que buscarla en la componente magnetostática de la pared. A diferencia de lo que ocurre para paredes de Bloch, en las paredes de Néel la energía magnetostática constituye la componente más importante de la energía total. Esta energía proviene, principalmente,



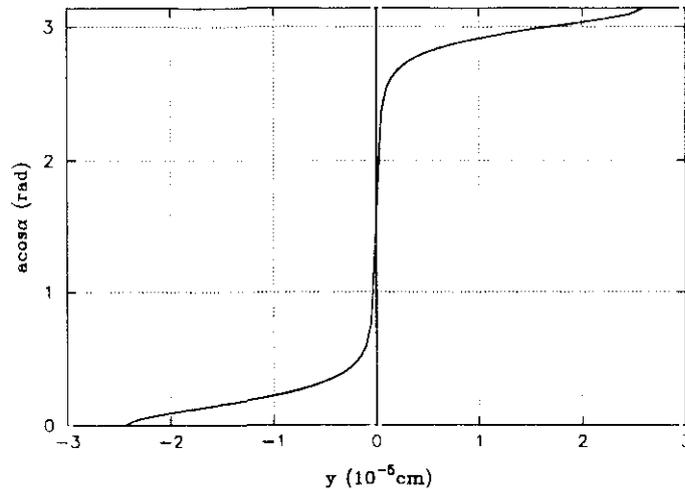
**Figura 5.6** Influencia del mallado en la estructura y valores de energía obtenidos para paredes Néel simétricas.

de las capas polares inducidas a ambos lados del núcleo (fig. 5.1a). La distancia entre estas capas es el resultado de un balance entre el canje, que tiende a hacerla más grande y la magnetostática que tiende a hacerla más pequeña. Al ser esta última componente la más importante, sus efectos se hacen sentir en mayor medida que los del canje. De esta forma, a medida que se consideran espesores mayores, el tamaño de las capas polares inducidas se hace igualmente más grande por lo que tienden a estar más próximas y hacer que la imanación gire en una zona más estrecha.

## 5.4 Estructura de un cambio de quiralidad aislado en una pared de Néel

Una vez así obtenidas las paredes Néel laterales es posible hacer el estudio del cambio de quiralidad en una pared de Néel volviendo al modelo presentado en la sección dos. Se trata pues, dado un mallado como el descrito en la figura 5.1, de minimizar la energía de la zona central, teniendo en cuenta las condiciones de contorno así como el efecto del campo desimanador de los prismas laterales que albergan las paredes de Néel.

Se llevaron a cabo las primeras minimizaciones utilizando una estructura similar a la obtenida en la fig.5.3 con tamaño de celda variable. Los resultados obtenidos mostraban una orientación de la imanación en la dirección perpendicular a la de los dominios laterales con sendos giros abruptos, de  $90^\circ$ , en las últimas celdas próximas a ellos. Estos resultados muestran, por tanto, una estructura irreal que aparece como consecuencia de utilizar celdas con un tamaño mucho mayor que la longitud de canje,  $l_{ex}$ . Este problema es equivalente al que comentamos en el apartado anterior para el caso de las paredes de Néel en el modelo unidimensional. El problema podía intentar



**Figura 5.7** Estructura obtenida para las paredes Néel laterales utilizando un mallado rectangular. El núcleo de la pared gira de un modo similar al que se obtiene para un mallado variable, sin embargo las largas colas laterales desaparecen al verse la imanación obligada a girar en una zona más pequeña.

solucionarse mediante consideraciones de simetría pero esto no es posible en este caso.

La aparición de una estructura en la que la imanación se orienta de modo uniforme en la dirección perpendicular a los dominios hace que, tanto la energía de canje como la magnetostática sean muy pequeñas. La primera porque la imanación tan sólo gira en las celdas próximas a los dominios que, por ser muy grandes hacen que el giro sea muy lento y, consiguientemente, la energía de canje pequeña. Por su parte, la energía magnetostática es igualmente pequeña dado que los únicos polos que aparecen se encuentran en las celdas laterales. Estos polos se encuentran a una distancia  $b \gg a$  por lo que su contribución a la energía magnetostática es muy pequeña. La única energía para la que esta estructura es desfavorable es la anisotropía. Al estar orientada la imanación en la dirección perpendicular al eje fácil la energía de anisotropía es máxima. Sin embargo, recordemos que estamos minimizando la energía de una región pequeña por lo que la energía de anisotropía aunque máxima no es lo suficientemente grande como para hacer energéticamente desfavorable esta estructura. En el caso unidimensional esto no es aplicable ya que, en este caso, la pared se extiende hasta en infinito en longitud y una estructura así tendría una energía de anisotropía muy grande.

Los cálculos sobre cambios de quiralidad se han hecho entonces utilizando un mallado rectangular. El error que aparece utilizando este tipo de mallados afecta a las colas de las paredes. La utilización de un mallado rectangular hace que la región de estudio no pueda ser muy grande con lo que las paredes se ven obligadas a girar en una zona más pequeña. Sin embargo y, como se verá más adelante, este hecho no afecta mucho a la estructura de una pared Cross-tie ya que las paredes de Néel involucradas en

una *Cross-tie* tienen una estructura muy diferente a las paredes Néel bidimensionales.

Las figuras 5.8 y 5.9 muestran los resultados obtenidos para simulaciones con las dos posibles configuraciones de quiralidad para las paredes Néel laterales. En ambos casos el estudio se realizó para un espesor  $c = 300\text{\AA}$  y sobre una zona  $a \times b = 0.5\mu\text{m} \times 0.5\mu\text{m}$ . El mallado utilizado fue de  $100 \times 100 \times 1$  aunque en las figuras 5.8 y 5.9 se han representado menos celdas que las utilizadas para el cálculo.

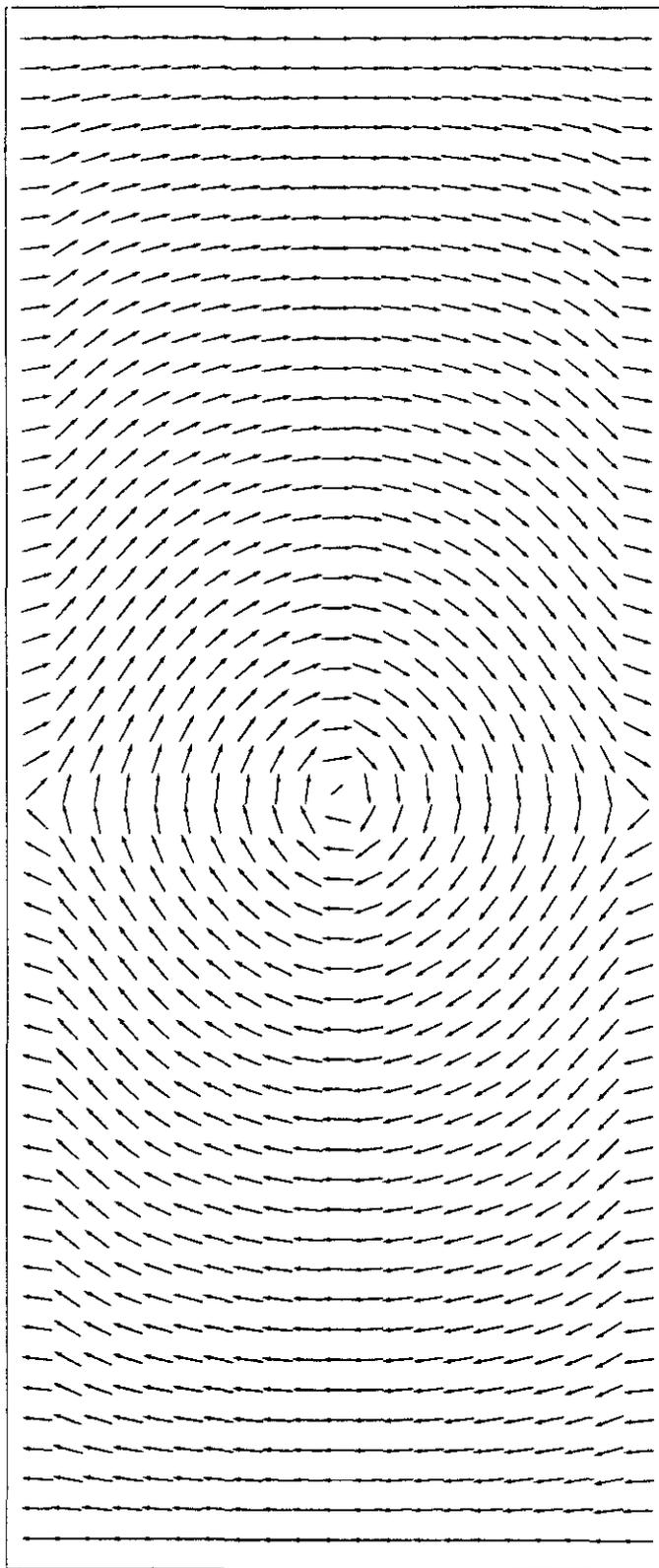
De los resultados obtenidos puede verse como, para la sección cruzada, la estructura de la imanación se ajusta mucho mejor a la estructura de las paredes laterales que para el caso de la sección circular. En este último caso, la imanación gira de un dominio a otro de un modo mucho más lento que lo hace una pared de Néel típica. Se realizaron varias simulaciones para valores de  $a$  mayores para observar la distancia a la que la imanación se ajustaba a la estructura de la pared de Néel lateral. Sin embargo, sólo se pudieron hacer las simulaciones con valores de  $a$  ligeramente superiores dado que el tamaño de celda para un mallado dado se va haciendo más grande y, para  $a=0.5\mu\text{m}$ , se encuentra ya muy próximo a la longitud de canje. En todas estas simulaciones se observó un comportamiento similar de lo que se deduce que los cambios de quiralidad por medio de una sección circular requieren bastante espacio para formarse.

La figura 5.10 corresponde a una ampliación de la zona central correspondiente a las figuras 5.9 y 5.8. En ella puede verse como la imanación se orienta perpendicular a la superficie en el centro constituyendo una línea de Bloch. La estructura de las líneas de Bloch puede verse mejor en la figura 5.11. En ella podemos observar como la imanación se orienta perpendicular a la superficie en una zona circular de unos  $400\text{\AA}$  de diámetro. El giro de la imanación es el típico de una pared con simetría "S" con dos sobregiros a ambos lados de la línea de Bloch que inducen polos de signo opuesto en un intento de cerrar las líneas de campo que salen del material a través del polo principal inducido en la línea de Bloch.

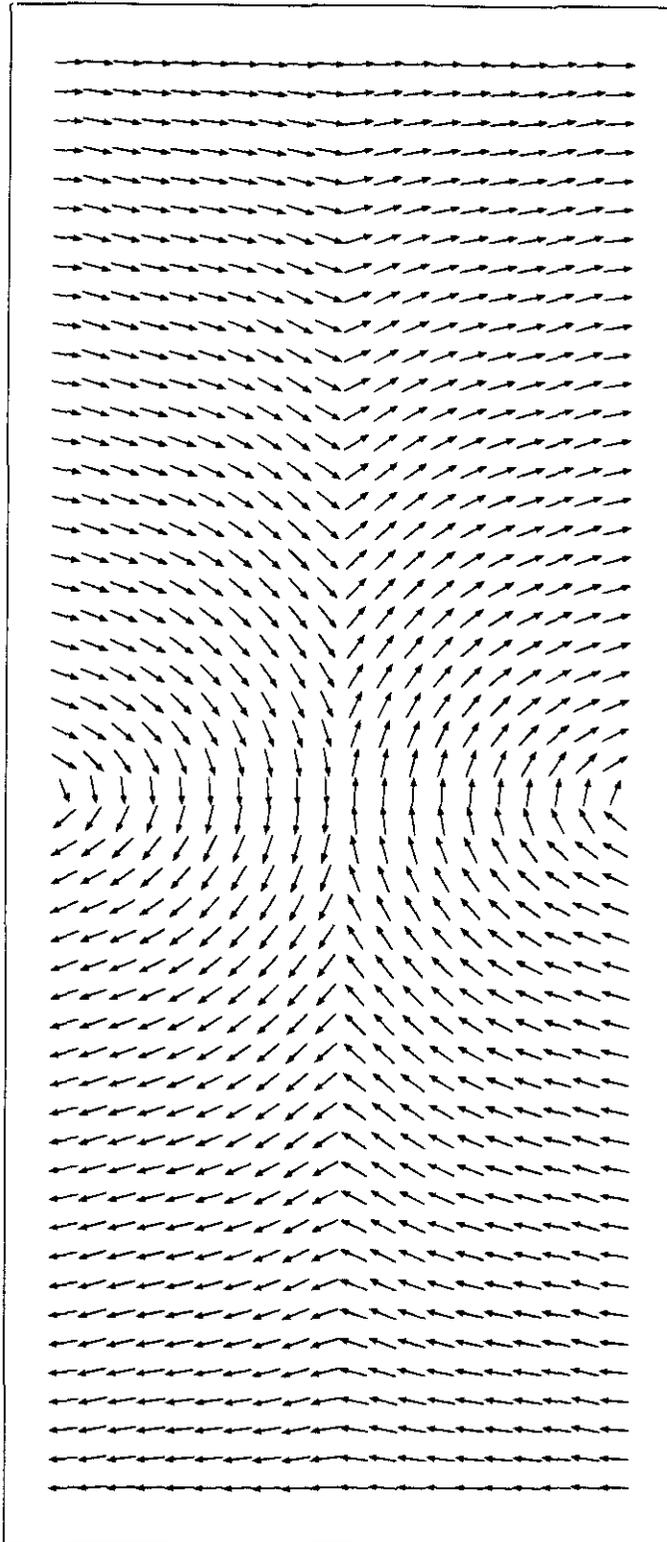
## 5.5 Estructura periódica

Es posible hacer un estudio de la estructura periódica utilizando unas condiciones de contorno igualmente periódicas a lo largo del eje  $X$  [4]. Esto permite modelar una pared de *Cross-tie* en la que el periodo coincide con la longitud a lo largo del eje  $X$  de la zona de estudio.

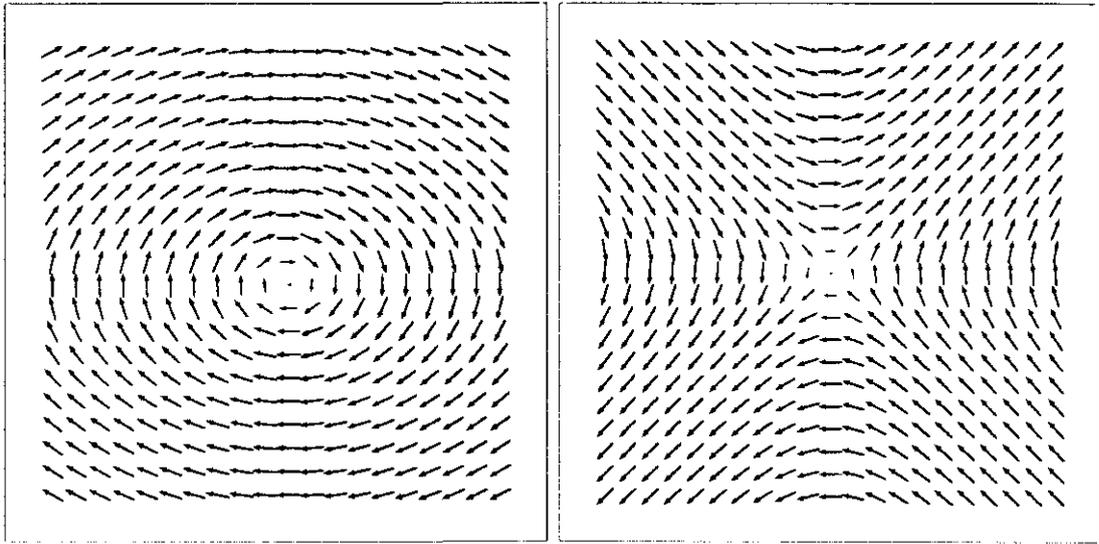
Al igual que en casos anteriores el estudio consiste en la minimización de la energía de la región  $-\frac{a}{2} \leq x \leq \frac{a}{2}$  la cual, en este caso, la constituye uno de los periodos de la estructura. La evaluación de la energía de anisotropía puede realizarse del mismo modo a como se hacía para el modelo no periódico. La energía de canje se calcula igualmente como en el caso no periódico teniendo en cuenta las nuevas condiciones de contorno.



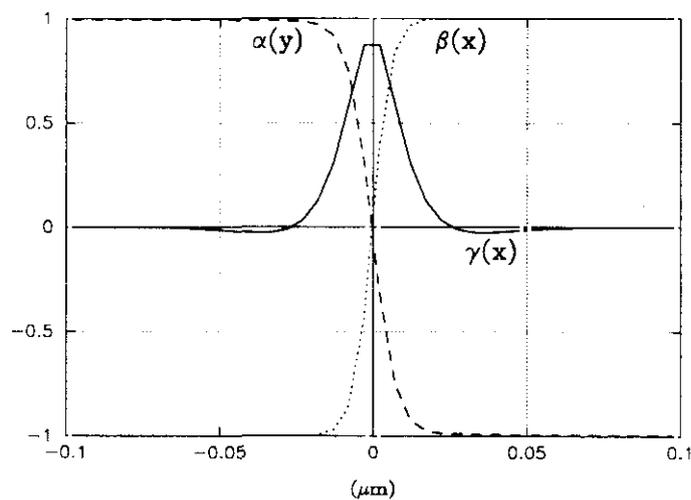
**Figura 5.8** Estructura de una pared de Néel en un cambio circular de quiralidad. Estos resultados corresponden a un cálculo efectuado sobre un mallado  $100 \times 100 \times 1$  en una región cuadrada de  $0.5\mu\text{m}$  de lado y para un material de  $300\text{\AA}$  de espesor.



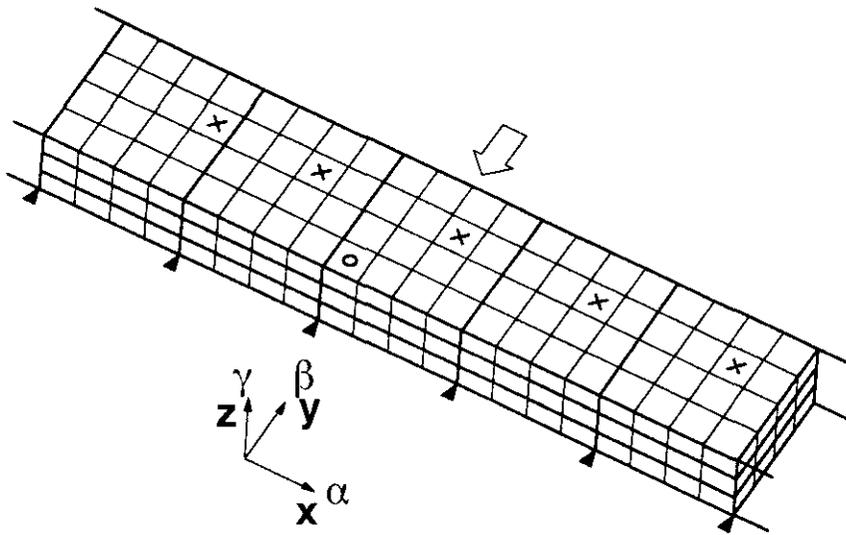
**Figura 5.9** Estructura de una pared de Néel en un cambio cruzado de quiralidad. Estos resultados corresponden a un cálculo efectuado sobre un mallado  $100 \times 100 \times 1$  en una región cuadrada de  $0.5\mu\text{m}$  de lado y para un material de  $300\text{\AA}$  de espesor.



**Figura 5.10** Detalle de las líneas de Bloch. La figura de la izquierda representa una línea de Bloch en una sección circular mientras que la de la derecha corresponde a una sección cruzada. Ambas figuras constituyen una ampliación de la zona central ( $0.1\mu\text{m}$ ) de las figuras 5.9 y 5.8.



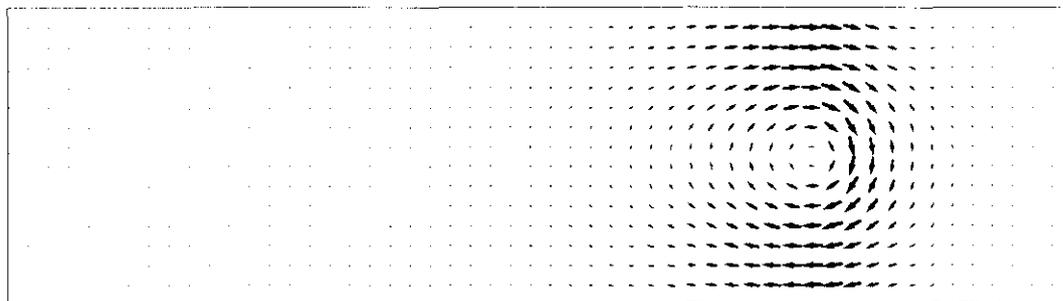
**Figura 5.11** Cosenos directores de la imanación en función de la distancia al centro de la línea de Bloch para la sección circular.



**Figura 5.12** Mallado periódico. A la hora de evaluar el campo desimanador que produce la celda  $\times$  sobre la celda  $\circ$  se evalúa también el creado por las celdas equivalentes a  $\times$  en el mallado periódico aprovechando que se encuentran en el mismo estado de imanación.

Para el cálculo del canje de la primera y última celda a lo largo del eje  $x$  debe tener en cuenta el estado de la imanación de la última celda del periodo anterior y primera del siguiente el cual coincide, dada la periodicidad de la estructura, con el estado de imanación de la última y la primera celda de la zona de estudio respectivamente. La única componente de energía que requiere un nuevo tratamiento es la componente magnetostática.

Para calcular la energía magnetostática que aporta cada una de las celdas del mallado hay que tener en cuenta el estado de la imanación en esa celda y el campo desimanador que sobre ella crean el resto de las celdas. Este efecto puede describirse a partir de los coeficientes geométricos de interacción tal y como se explica en el capítulo dos. Cada celda de la región de estudio tiene una serie de celdas equivalentes con el mismo estado de imanación a ambos lados de la región de estudio (fig 5.12). A la hora de calcular el coeficiente de interacción de la celda considerada con la que crea el campo desimanador, se pueden sumar los coeficientes correspondientes a las celdas equivalentes a esta última que poseen el mismo estado de imanación. De este modo se tiene en cuenta el efecto del campo desimanador de las regiones laterales a la región de estudio. Escogiendo un número de periodos suficientemente alto, el error que se comete al no considerar la estructura infinita, tiende a ser muy pequeño.



**Figura 5.13** Pared de Bloch tipo “C” bidimensional obtenida con el modelo periódico tridimensional.

No es posible, sin embargo, escoger un número de periodos excesivamente grande sin que ello afecte a la precisión con la que se calculan los coeficientes de interacción. Las expresiones de este tipo de coeficientes son muy grandes y el error que se va acumulando al calcularlos puede ser comparable al propio valor del coeficiente [10, 11]. El error cometido al hacer el cálculo de la interacción entre dos celdas separadas un buen número de periodos puede llegar a ser grande dado que se trabaja con dimensiones muy diferentes. Este error proviene, principalmente, de calcular la diferencia entre valores muy grandes y muy próximos entre sí. Esto puede solucionarse de dos formas

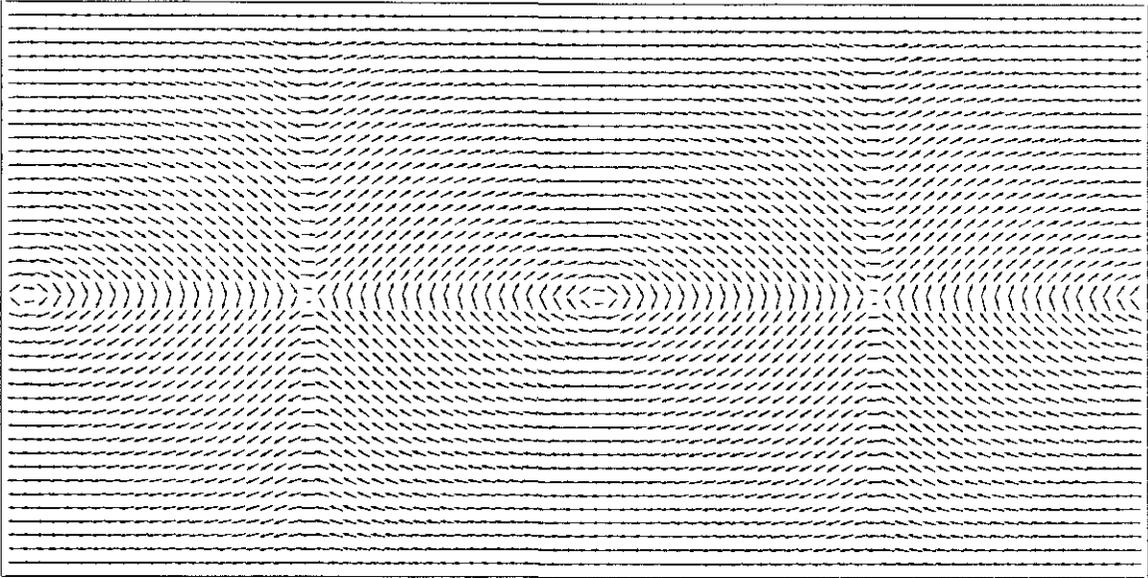
- utilizando variables de mayor precisión
- desarrollo en serie de Taylor

La primera solución es la más sencilla pero tiene el inconveniente de que variables de mayor precisión ocupan más memoria y requieren un tiempo de cálculo mucho mayor. Por su parte, los desarrollos en serie de Taylor llevan a expresiones complejas [12] pero permiten tener control de la precisión. En nuestro caso, se hicieron pruebas para ver si la precisión en el cálculo de los coeficientes era suficiente sin desarrollar expresiones en serie de Taylor que, para el modelo tridimensional con longitud de celda variable, serían muy complejas. Una prueba sencilla para ver hasta dónde llega la precisión con el tipo de variable utilizado en nuestro programa la constituye el cálculo de los coeficientes de interacción con celdas que sean simétricas entre sí, es decir, celdas para las que el cálculo del coeficiente de interacción con una de ellas pueda deducirse por consideraciones de simetría a partir del coeficiente de interacción con la otra. Las pruebas de este tipo realizadas mostraron que para un valor  $\lambda > 30$ , siendo  $\lambda$  el número de periodos a cada lado de la zona de estudio, los valores de los coeficientes diferían ya en más de un 1% de los obtenidos a partir de simetrías.

Con objeto de comprobar si éste número de periodos era suficientemente alto para calcular con precisión la energía de la pared *Cross-tie* se hicieron cálculos sobre una pared de Bloch bidimensional extendida a lo largo del eje  $X$ . Una pared bidimensional

modelo	$\omega_t$	$\omega_{ex}$	$\omega_a$	$\omega_m$
bidimensional	9.961	0.908	0.003	0.089
tridimensional	9.962	0.908	0.003	0.089

**Tabla 5.2:** Simulaciones realizadas para una pared de Bloch bidimensional a través del modelo periódico tridimensional. Los resultados corresponden a un material con espesor de 1000Å.



**Figura 5.14** Resultados para una pared *Cross-tie* con mallado periódico. La figura corresponde a una simulación realizada sobre un material de  $0.5\mu\text{m}$  de espesor y representa dos periodos.

puede ser estudiada igualmente con este modelo dado que se trata también de una estructura periódica en la cual la imanación permanece constante a lo largo de  $X$ . La figura 5.13 muestra el resultado del cálculo de una pared de Bloch bidimensional por medio del modelo tridimensional. El resultado es una pared con simetría "C" del mismo tipo que las que se muestran en el capítulo dos. La estructura no aparece centrada ya que no se utiliza ningún tipo de simetría y se parte de una configuración de imanación inicial aleatoria. La tabla 5.2 muestra los resultados obtenidos para la energía con el modelo tridimensional y el resultado de evaluar la energía de esta configuración de imanación con el modelo bidimensional. Los resultados se obtuvieron para un valor de  $\lambda = 20$  y muestran una desviación mínima en el modelo tridimensional con respecto al valor obtenido en el modelo bidimensional por lo que este valor de  $\lambda$  se consideró suficientemente bueno para llevar a cabo los cálculos de la estructura *Cross-tie* periódica. No se hicieron, por tanto, desarrollos en serie de Taylor para calcular los coeficientes con mayor precisión.

mallado	$a$ ( $\mu\text{m}$ )	$\omega_t$	$\omega_{er}$	$\omega_a$	$\omega_m$
100x100x1	0.5	10.648	0.414	0.003	0.584
100x100x1	1.0	9.833	0.400	0.005	0.595
150x150x1	1.5	9.526	0.364	0.008	0.628
200x200x1	2.0	9.360	0.332	0.010	0.657
250x250x1	2.5	9.199	0.286	0.013	0.701

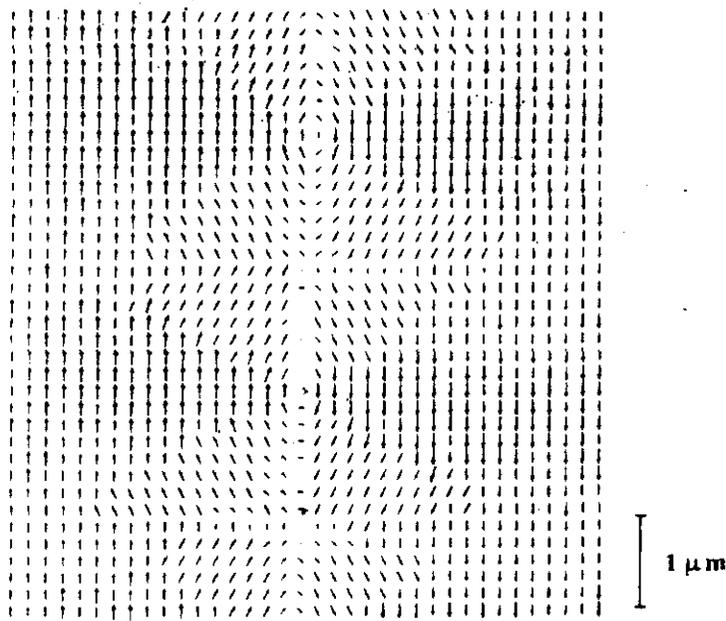
**Tabla 5.3:** Valores de energía de pared obtenidos para distintos periodos.

La restricción principal que tiene el modelo periódico de la pared *Cross-tie* es que el periodo,  $a$ , de la estructura queda fijado de antemano. Es pues necesario hacer varias simulaciones para valores diferentes de  $a$  a fin de determinar aquél que hace mínima la energía de la pared.

La tabla 5.3 muestra los distintos valores de la energía de la estructura *Cross-tie* para diferentes valores del periodo  $a$ . Para relacionar estos valores con los obtenidos para paredes Bloch o Néel bidimensionales diremos que un estudio de la energía i realizado en estos dos tipos de paredes para el espesor estudiado ( $600\text{\AA}$ ) revelan  $w_t = 9.080$  para la pared de Bloch y  $w_t = 11.232$  para la pared de Néel, utilizando mallados con un tamaño de celda equivalente al utilizado para la *Cross-tie*. Si comparamos estos resultados con los obtenidos para la pared de *Cross-tie* vemos como la *Cross-tie* es energéticamente más favorable que la pared de Néel para este espesor mientras que tiene un valor de energía muy parecido al de la pared de Bloch aunque ligeramente superior.

Un problema que se presenta a la hora de hacer los cálculos de energía para la pared de *Cross-tie* es el tamaño mínimo de celda que debemos emplear. Un mallado con celdas excesivamente grandes hace que la estructura no pueda reproducirse correctamente. Esto hace que, para conservar el tamaño de celda, al considerar periodos más grandes tengamos igualmente que utilizar un número mayor y proporcional de celdas. Esto hace que, para periodos muy grandes, el número de celdas a considerar sea grande y, consiguientemente, el tiempo de cálculo se haga igualmente muy grande. Los cálculos para mallados de 200x200x1 o superiores han requerido varios días de tiempo de CPU en un servidor Alpha TurboLaser 8200 ( $\sim 300\text{Mflops}$ ). Es por esto por lo que no se han podido hacer estudios para valores más grandes de  $a$  aunque de los resultados obtenidos se deduce que, para valores de  $a$  ligeramente superiores, la energía de la pared *Cross-tie* será ya inferior a la de su equivalente Bloch para el espesor dado.

Estudios realizados sobre paredes de *Cross-tie* a través de microscopía MDPC (*modified differential phase contrast*) sobre películas de *permalloy* [13] revelan una estructura de pared muy similar a la obtenida en las simulaciones anteriores. Estas estructuras observadas corresponden, igualmente, a películas con un espesor de  $600\text{\AA}$



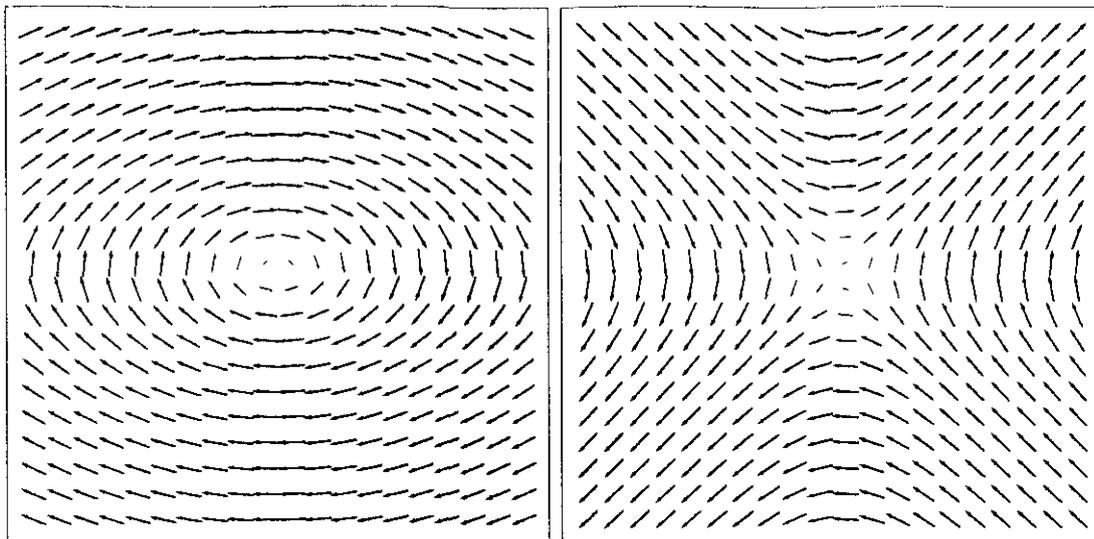
**Figura 5.15** Estructura de varias secciones obtenida por microscopía Lorentz para un *permalloy* de 600Å de espesor [13].

y revelan un periodo de  $2.8\mu\text{m}$ . Este resultado concuerda con el hecho de no haber alcanzado con  $2.5\mu\text{m}$  todavía el nivel de energía correspondiente a una pared de Bloch bidimensional.

## 5.6 Líneas de Bloch

Uno de los principales problemas en el modelado de una pared de *Cross-tie* lo constituye las grandes diferencias entre las dimensiones de ciertas partes de su estructura. Las líneas de Bloch poseen dimensiones inferiores a la décima de micra [13] mientras que el periodo de la estructura es de varias micras. La utilización de espesores más pequeños nos llevaría a periodos más pequeños pero también a tamaños de línea de Bloch inferiores con lo que el problema sigue existiendo igualmente para otros espesores. El hecho de que las líneas de Bloch sean las zonas en las que se concentra la mayor parte de la energía de la pared [4] hace que la utilización de un mallado que no pueda describir bien estas zonas lleve a la obtención de estructuras erróneas.

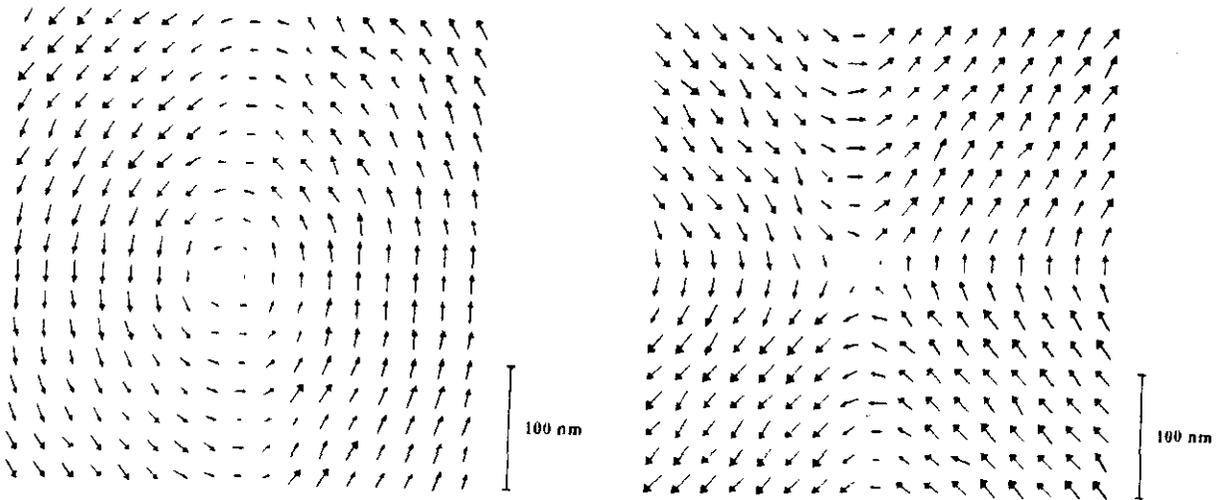
La figura 5.16 representa una ampliación del mapa vectorial de la figura 5.14 en las zonas en las que se encuentran las líneas de Bloch. La línea de Bloch correspondiente a una sección cruzada muestra como la imanación se aproxima al centro formando un ángulo de  $45^\circ$ . Este resultado coincide perfectamente con los mapas vectoriales obteni-



**Figura 5.16** Líneas de Bloch obtenidas para un mallado de  $150 \times 150 \times 1$  y un periodo de  $0.5 \mu\text{m}$ . a) sección circular y b) sección cruzada. Ambos mapas representan una zona cuadrada de  $0.1 \mu\text{m}$  de lado. Estos mapas constituyen una ampliación de la zona correspondiente a las líneas de Bloch de la figura 5.14.

dos por *Ploessl et al.* mediante la técnica MDPC [13]. Este hecho se explica por la gran densidad de energía que poseen las líneas de Bloch. Si la aproximación de la imanación no fuera a  $45^\circ$  existiría una dirección a lo largo de la cual se extendería la línea de Bloch haciéndose más grande. En la dirección perpendicular, la línea de Bloch conservaría su tamaño ya que el canje haría desfavorable una estructura más estrecha. El resultado sería la aparición de una zona mayor con polos de superficie y, consiguientemente, un aumento considerable en la energía magnetostática de la estructura. Por ello la imanación se aproxima al centro de la línea de Bloch de forma simétrica de modo que la superficie que presenta polos de superficie sea lo más pequeña posible.

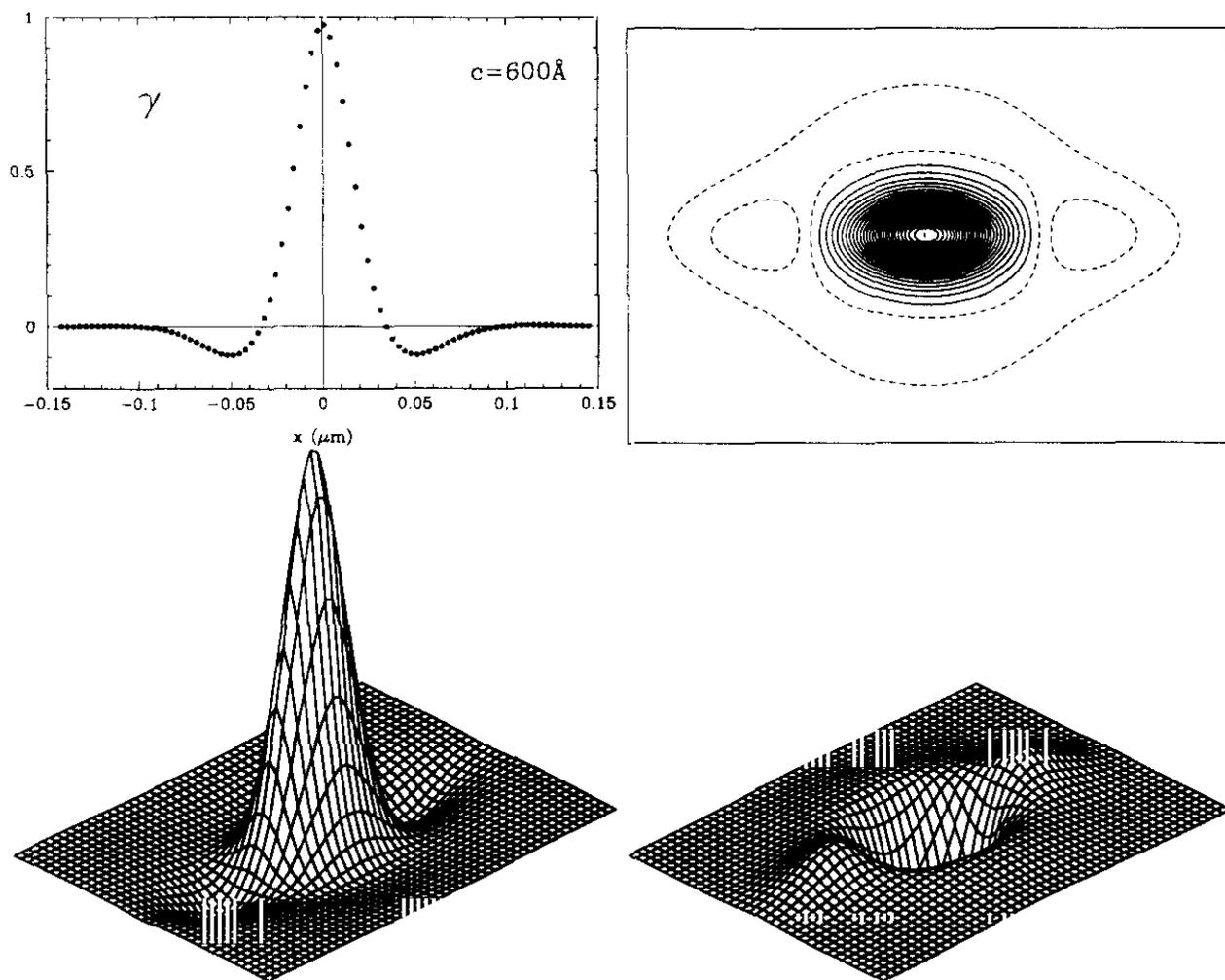
Un análisis en profundidad de la componente vertical de la imanación en las líneas de Bloch revela una cierta asimetría en su estructura. En lo que respecta a las líneas de Bloch circulares, la figura 5.18b muestra como estas líneas tiene una estructura ligeramente ovalada con el eje mayor situado a lo largo del eje de la pared. Rodeando la zona en donde la imanación se orienta verticalmente existe otra zona en donde la imanación hace un sobregiro en sentido contrario a la línea de Bloch induciendo una distribución de polo magnético de superficie de signo contrario para tratar de reducir la energía magnetostática. Este hecho es el mismo que hace que aparezcan sobregiros a ambos lados de una pared de Bloch bidimensional con simetría "S". Las regiones de polos inducidos son algo más grandes a lo largo del eje de la pared (figs. 5.18a y 5.19b). Los mapas vectoriales obtenidos por *Ploessl et al.* [13] no permiten ver detalles tan pequeños pero sí que es posible observar una cierta tendencia a que la imanación se oriente en dirección perpendicular a la superficie en una región más grande a lo largo



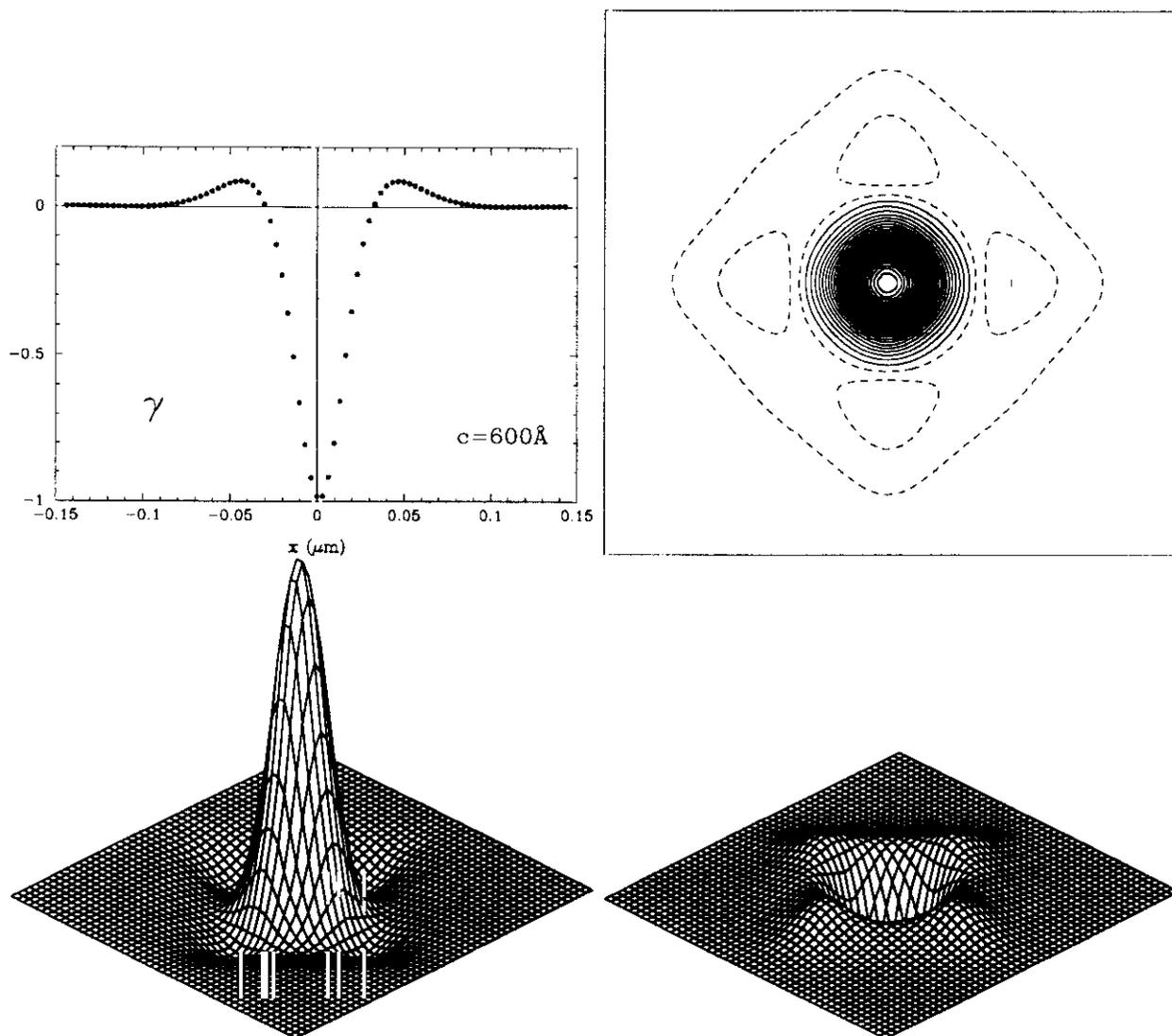
**Figura 5.17** Líneas de Bloch en una pared de Cross-tie, a) sección circular y b) sección cruzada. Estos mapas vectoriales se han obtenido a partir de imágenes de microscopía Lorentz para una lámina de *permalloy* de  $600\text{\AA}$  de espesor (cita Ploessl-jap93). La figura está representada de forma que el eje de la pared se extiende por la vertical (ver fig. 5.15).

del eje de la pared que en la perpendicular a dicho eje (fig. 5.17b).

Las líneas de Bloch correspondientes a las secciones cruzadas presentan una estructura ligeramente diferente. Al igual que para las líneas circulares, existen en torno al centro polos magnéticos inducidos de signo opuesto al de la línea de Bloch central. Sin embargo estos polos están dispuestos de forma diferente a como lo están en el caso de líneas de Bloch circulares. Los sobregiros presentan una inducción máxima de polos magnéticos de signo opuesto a lo largo del eje de la pared así como en la dirección perpendicular a éste. La inducción de polos magnéticos es, por otra parte, mínima en las direcciones que forman un ángulo de  $45^\circ$  con respecto al eje de la pared. A lo largo de este eje, y en la dirección perpendicular, la imanación gira en un plano perpendicular al eje de la pared como si se tratara de una pared de Bloch bidimensional tipo "S". Es de esperar, pues, que se induzcan sobregiros en sentido contrario al de la imanación en el centro. Sin embargo, en las direcciones que forman un ángulo de  $90^\circ$  con respecto al eje de la pared la imanación llega al centro de la línea de Bloch enfrentada como si se tratase de una pared cargada. En este caso la imanación no induce polos de signo opuesto. Es difícil justificar este hecho con estructuras parecidas puesto que, normalmente, las paredes cargadas aparecen en materiales en forma de lámina delgada o se trata de estructuras de superficie para el caso de materiales de espesor grande. En todos estos casos la imanación gira en un plano paralelo a la superficie y su estructura se asemeja bastante a la de una pared de Néel [14].



**Figura 5.18** Polos de superficie en las líneas de Bloch de una sección circular, a) componente vertical de la imanación a lo largo del eje de la pared, b) curvas de nivel de polo magnético, c,d) diagramas tridimensionales de la componente de los polos magnéticos de superficie.



**Figura 5.19** Polos de superficie en las líneas de Bloch de una sección cruzada, a) componente vertical de la imanación a lo largo del eje de la pared, b) curvas de nivel de polo magnético, c,d) diagramas tridimensionales de los polos magnéticos de superficie.

## 5.7 Conclusiones

- Se presentan expresiones para llevar a cabo cálculos de energía magnetostática en mallados tridimensionales con longitud de celda variable. Estas expresiones constituyen una generalización de las expresiones de Schabes y Aharoni [11] para mallados tridimensionales constituídos por celdas en forma de cubo.
- Las expresiones deducidas permiten estudiar estructuras que requieren mallados tridimensionales como son las paredes de *Cross-tie*. Estas expresiones se han utilizado para estudiar este tipo de paredes obteniéndose unas estructuras que coinciden muy bien con las obtenidas experimentalmente por otros autores a partir de imágenes MDPC.
- La estructura de las paredes de Néel que componen una pared de *Cross-tie* difiere mucho de la estructura de una pared Néel bidimensional. Esto hace que la existencia de cambios de quiralidad aislados en paredes de Néel sea poco frecuente.
- Se ha estudiado con detalle la estructura de las líneas de Bloch observándose su carácter asimétrico así como la existencia de polos inducidos de signo opuesto en torno a ellas.

# Bibliografía

- [1] E.E. Huber, Jr., D.O. Smith and J.B. Goodenough, "Domain-wall structure in permalloy films", *J. Appl. Phys.*, **29**, no. 3, pp. 294 (1958).
- [2] G.A. Jones and B.K. Middleton, "A review of domain wall models in thin magnetic films", *Int. J. Magnetism*, **6**, pp. 1 (1974).
- [3] J. Miltat and M. Labrune, "An adaptive mesh numerical algorithm for the solution of 2D Néel type walls", *IEEE Trans. on Mag.*, **30**, no. 6, pp. 4350 (1994).
- [4] Y. Nakatani, Y. Uesaka & N. Hayashi, "Direct solution of the Landau-Lifshitz-Gilbert equation for micromagnetics", *J. J. Appl. Phys.*, **28**, no. 12, pp. 2485 (1989).
- [5] R.M. Moon, "Internal structure of Cross-tie walls in thin permalloy films through high-resolution bitter techniques", *J. Appl. Phys.*, **30**, 82S-83S, (1959).
- [6] S. Methfessel, S. Middelhoek & H. Thomas, "Domain walls in thin magnetic Ni-Fe films", *J. Appl. Phys.*, **31**, 302S-304S, (1960).
- [7] D.V. Berkov, K. Ramstöck & A. Hubert, "Solving micromagnetic problems", *Phys. Stat. Sol.*, **137**, pp. 207 (1993).
- [8] R. Kirschner & W. Döring, "Structure and energy of a Néel wall", *J. Appl. Phys.*, **39**, 855-856, (1968).
- [9] A. Hubert, "Stray-field-free magnetization configurations", *Phys. Stat. Sol.*, **32**, pp. 519 (1969).
- [10] Anton E. LaBonte, "Two-dimensional Bloch-type domain walls in ferromagnetic films", *J. Appl. Phys.*, **40**, no. 6, pp. 2450 (1969).
- [11] M.E. Schabes & A. Aharoni, "Magnetostatic interaction fields for a three-dimensional array of ferromagnetic cubes", *IEEE Trans. on Mag.*, **MAG-23**, no. 6, 3882-3888, (1987).

- 
- [12] J.P. Jakubovics, "Interaction of Bloch-wall pairs in thin ferromagnetic films", *J. Appl. Phys.*, **69**, pp. 4029 (1991).
- [13] R. Ploessl, J.N. Chapman, A.M. Thompson, J.Zweck & H. Hoffmann, "Investigation of the micromagnetic structure of Cross-tie walls in permalloy", *J. Appl. Phys.*, **73**, no. 5, pp. 2447 (1993).
- [14] A. Hubert, "Charged walls in thin magnetic films", *IEEE Trans. on Mag.*, **MAG-15**, no. 5, 1251-1260, (1979).



# Capítulo 6

## Acoplamiento magnetostático de paredes en bicapas

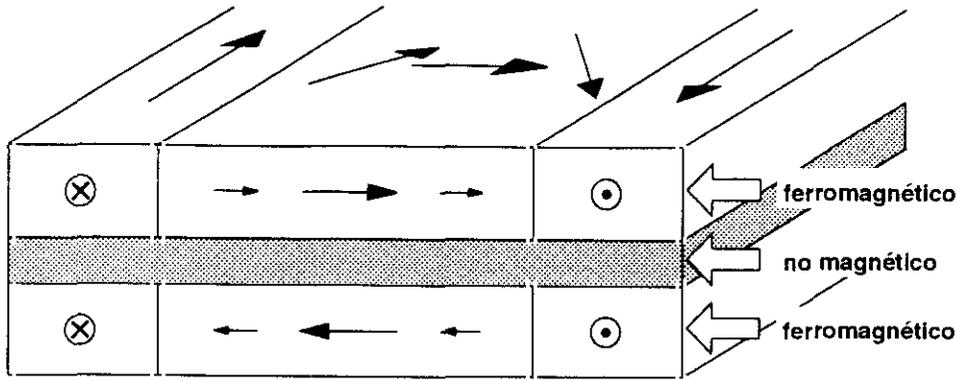
### 6.1 Introducción

Las multicapas magnéticas han sido objeto de numerosos estudios en relación a su potencial utilidad para la preparación de nuevos materiales. Sus propiedades presentan grandes diferencias frente a monocapas de espesor y composición equivalentes: diferente estructura de dominios, aumento de la movilidad de sus paredes, disminución del campo coercitivo, etc... [1, 2, 3, 4]. Asimismo se han podido también observar en ellas fuertes efectos magnetoresistivos [5, 6]. En los últimos años el interés por las multicapas magnéticas se ha visto incrementado por su posible aplicación como medio de almacenamiento magneto-óptico [7, 8, 9].

En el caso de multicapas de materiales magnéticos blandos, es de especial interés el estudio de una bicapa separada por un material no magnético (fig. 6.1). La inclusión de una intercapa no magnética modifica fuertemente la estructura de dominios de las capas magnéticas así como la estructura de sus paredes.

En estas estructuras se pueden observar dos interacciones entre las capas magnéticas, la interacción de canje y la interacción magnetostática. La presencia de una u otra depende, principalmente, del espesor de la intercapa no magnética. Así para espesores pequeños, inferiores a los 20-30Å, se pueden observar los efectos producidos por ambas [10, 11] mientras que para espesores mayores la interacción de canje desaparece quedando tan sólo la interacción magnetostática [12].

La interacción de canje entre las capas magnéticas puede ser de dos tipos, ferromagnética o antiferromagnética. Ambos tipos han podido ser observados experimentalmente [13]. En el caso de que exista acoplamiento ferromagnético, la imanación se orienta en ambas capas en la misma dirección y sentido con lo que la estructura de



**Figura 6.1** Paredes acopladas en una bicapa ferromagnética.

dominios de una es una réplica de la estructura de dominios de la otra. Esto provoca, a su vez, que las paredes de los dominios se encuentren superpuestas. Sin embargo, en la región sobre la que se extiende la pared, la imanación no tiene la misma orientación en ambas capas. De ser así sus polos magnéticos estarían superpuestos con lo que la energía magnetostática sería elevada. Para reducir la componentes magnetostática las paredes se colocan de forma que se superpongan los polos de signo opuesto y así pueda cerrarse el flujo de imanación. Aparecen así dos tipos de paredes:

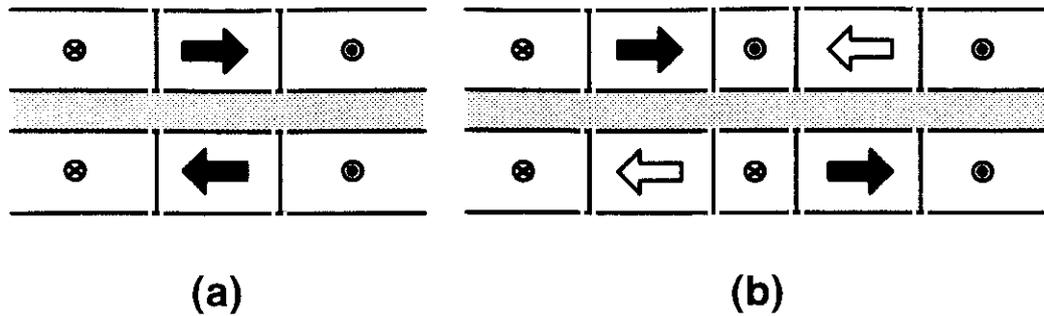
- paredes superpuestas (fig. 6.2a)

Se trata de estructuras en las que la imanación gira con quiralidad opuesta en ambas capas. La estructura de una es una réplica de la otra salvo por la componente normal a la pared la cual es de signo opuesto en ambas. Esto permite un buen cierre del flujo de imanación entre ambas reduciendo considerablemente su energía magnetostática. En ellas los centros de las paredes se encuentran perfectamente alineados.

- paredes dobles (fig. 6.2b)

Se trata de estructuras en las que la imanación gira con la misma quiralidad en ambas capas. En este caso, los centros de las paredes no se encuentran perfectamente alineados dado que de esta forma la imanación no encuentra un camino para el cierre del flujo. Ambas paredes se encuentran, entonces, ligeramente desplazadas una con respecto a la otra de forma que cada una cierra el flujo de imanación induciendo un pequeño giro de imanación en sentido opuesto en la otra capa. Este giro, dado que separa dos regiones en donde la imanación es paralela, no constituye una pared por lo que viene a denominarse cuasi-pared [10].

En el caso de que el material posea una anisotropía uniaxial, la imanación se orienta en la dirección del eje fácil y las paredes quedan paralelas. Se ha podido



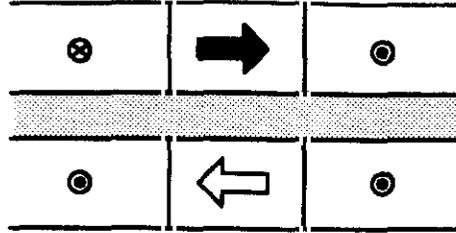
**Figura 6.2** Configuraciones posibles para paredes de Néel en una bicapa acoplada por canje: (a) paredes superpuestas con quiralidad opuesta, (b) paredes dobles con la misma quiralidad y cuasiparedes inducidas en la capa opuesta (flechas abiertas).

observar como la aplicación de un campo uniforme en la dirección perpendicular a este eje fácil altera la estructura de las paredes pudiendo producirse transiciones entre los dos tipos de paredes anteriores [14]. A medida que se aumenta el campo en la dirección de difícil imanación la energía de las paredes superpuestas disminuye. El campo favorece a aquella que gira de forma que, en el centro, la imanación esté alineada con él, sin embargo se opone al giro de la pared de la otra capa. Esto provoca una asimetría en ambas que da lugar a que el cierre del flujo de imanación no sea tan bueno y la energía magnetostática se haga mayor. Por su parte, para las paredes dobles, si el sentido de giro de las paredes coincide con el campo, éste lo favorece y la energía magnetostática disminuye. Existe, por tanto, un campo  $H_t$  para el cual se produce la transición de un tipo a otro [14].

La principal diferencia que existe entre este tipo de paredes y las paredes de Néel tradicionales es la posibilidad de que los polos magnéticos de ambas puedan compensarse. Sin embargo, esta compensación no es perfecta. La compensación es buena en la zona central en donde los polos magnéticos son fuertes, pero es mala en los laterales, en las largas colas características de este tipo de paredes. Esto hace que en las bicapas las paredes de Néel acopladas también muestren una estructura con largas colas laterales.

La anchura de las paredes acopladas en bicapas depende de la intensidad del acoplamiento de canje. El canje tiende a que la imanación se encuentre orientada en la misma dirección en ambas capas. Sin embargo, en la pared, la imanación se encuentra desalineada. Por tanto, cuanto mayor es el acoplamiento de canje menor es la anchura en donde la imanación está desalineada y, consiguientemente, menor es la anchura de la pared [15].

Cuando el espesor de la capa no magnética es suficientemente grande para que la interacción de canje entre las capas magnéticas desaparezca, la única interacción que queda entre ambas es la magnetostática. En este caso la estructura de dominios



**Figura 6.3** Estructura de una pared en una bicapa con acoplamiento magnetostático.

de ambas capas ya no tiene por qué ser la misma y las paredes pueden estar ahora desalineadas. Las paredes son ahora combinaciones de paredes Néel y cuasi-Néel tal y como se muestra en la figura 6.3.

Al igual que en el caso de monocapas, el cálculo de la energía y la estructura de la pared no puede llevarse a cabo resolviendo directamente las ecuaciones de *Brown*. Para poder obtener información sobre la estructura de la pared es preciso aproximar la distribución de imanación mediante una cierta expresión analítica. La utilización de una expresión analítica introduce una serie de restricciones pero permite resolver el problema. Así *Slonczewski y Middelhoek* [16] obtienen una expresión para la energía de la pared considerando que, por un lado la imanación gira en el plano y por otro que la distribución de imanación en una capa es una réplica de la distribución en la otra con la única diferencia de que la componente de imanación perpendicular a la pared es opuesta en ambas capas. Posteriormente se mejoró esta aproximación eliminando la restricción referente a que la imanación gire en el plano. Estas expresiones muestran ya como la energía de la pared es menor que la de una pared en una monocapa de espesor y composición equivalentes [3].

Recientemente se han aplicado métodos numéricos en el cálculo de este tipo de estructuras en bicapas acopladas por canje [15, 17]. Con ellos ha sido posible observar la fuerte dependencia de la anchura de este tipo de paredes con la magnitud de la interacción de canje entre capas magnéticas así como de su espesor. No existe, sin embargo, un estudio equivalente para el caso de acoplamiento puramente magnetostático. Este es, precisamente, el objetivo de este capítulo, la aplicación de un modelo numérico al estudio de las estructuras de paredes magnéticas en bicapas con acoplamiento puramente magnetostático.

## 6.2 Estructura de paredes no acopladas

El método de cálculo utilizado es análogo al empleado en el capítulo cuatro para el caso de monocapas. La única variación que se introduce es la de anular la interacción de canje entre las dos capas magnéticas.

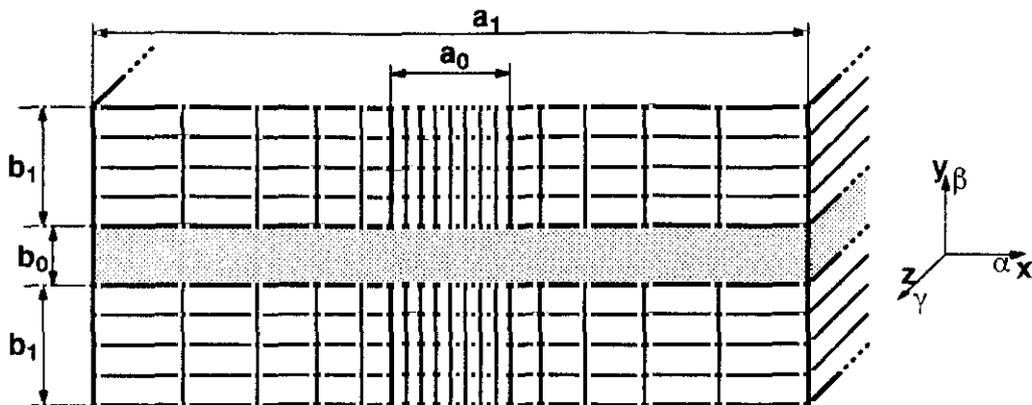


Figura 6.4 Esquema del mallado.

Nuestro estudio trata con paredes de tipo Néel por lo que el mallado a utilizar debe ser variable para poder describir bien su estructura. Por un lado debe contener celdas pequeñas en la zona por la que se extiende el núcleo y celdas progresivamente más grandes a medida que nos alejamos de él. Por otra parte, los giros que inducen las paredes en la capa opuesta están perfectamente alineados con ellas para producir un buen cierre del flujo de imanación [3, 4] por lo que el mallado en ambas capas debe ser perfectamente simétrico (fig. 6.4).

Los primeros cálculos que se llevaron a cabo sobre este tipo de estructuras consideraban que la imanación giraba en el plano  $y$ , y, por tanto, su componente vertical era nula en toda la pared [16]. Una mejora posterior consistió en permitir que la imanación tuviera una componente normal al plano no nula, salvo en las superficies exteriores, con lo que se consiguió reducir el valor de la energía magnetostática del sistema considerablemente [3]. Esto supone que, al contrario de lo que ocurre con las paredes de Néel en las monocapas [18], la imanación también cambia de orientación en el espesor. En nuestro modelo utilizaremos, por tanto, un mallado de  $N_y$  celdas en el espesor para poder describir estos cambios.

Al igual que en capítulos anteriores se han utilizado parámetros típicos para un *permalloy* como son constante de canje  $A_{ex} = 10^{-6}$  erg/cm, constante de anisotropía  $K = 1000$  erg/cm<sup>3</sup> e imanación de saturación  $M_s = 800$  e.m.u.. Con estos parámetros  $y$ , aplicando un modelo como el visto en el capítulo cuatro para paredes de Bloch y en el capítulo cinco para paredes de Néel, una monocapa posee un espesor de transición Bloch-Néel en torno a los 500Å tal y como se muestra en la figura 6.5. El control del tipo de pared a obtener en la minimización se encuentra en el tipo de mallado utilizado así como en las condiciones iniciales. De esta forma, para espesores próximos al de transición, se pueden obtener ambos tipos de pared. Este espesor de transición, en realidad, no es más que un indicador de estabilidad de un tipo de pared frente a otro

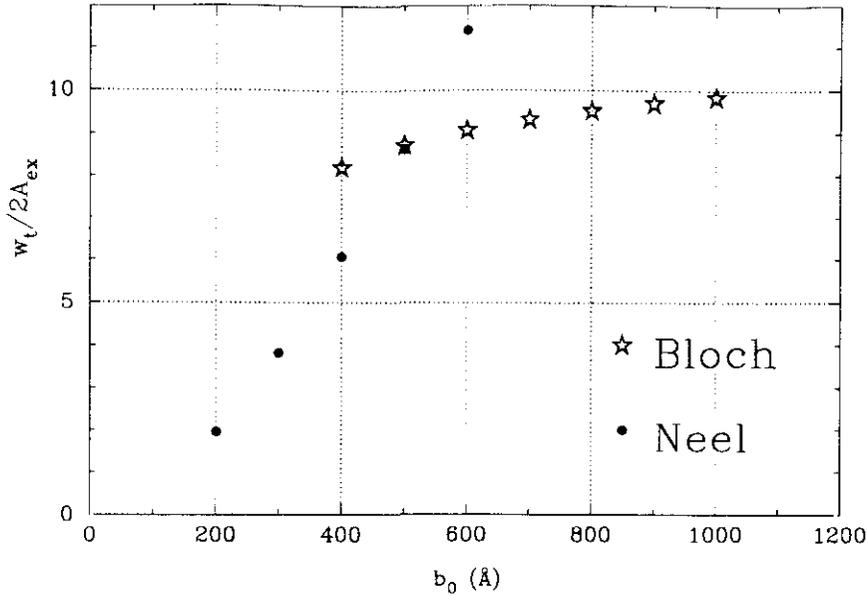


Figura 6.5 Energías de paredes Bloch y Néel en una monocapa en función su espesor (b).

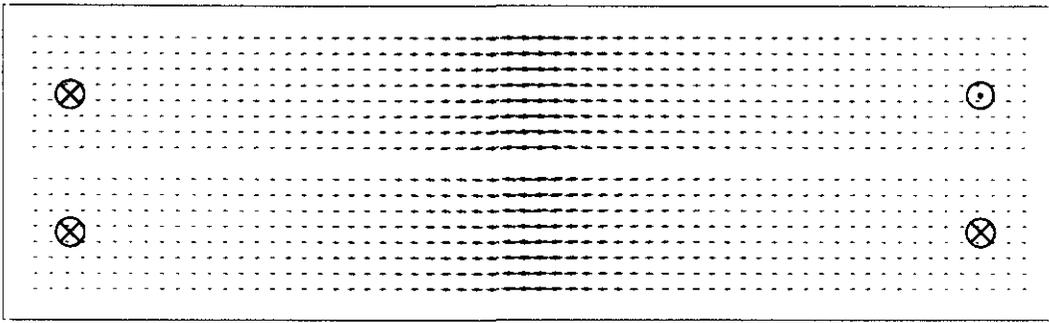


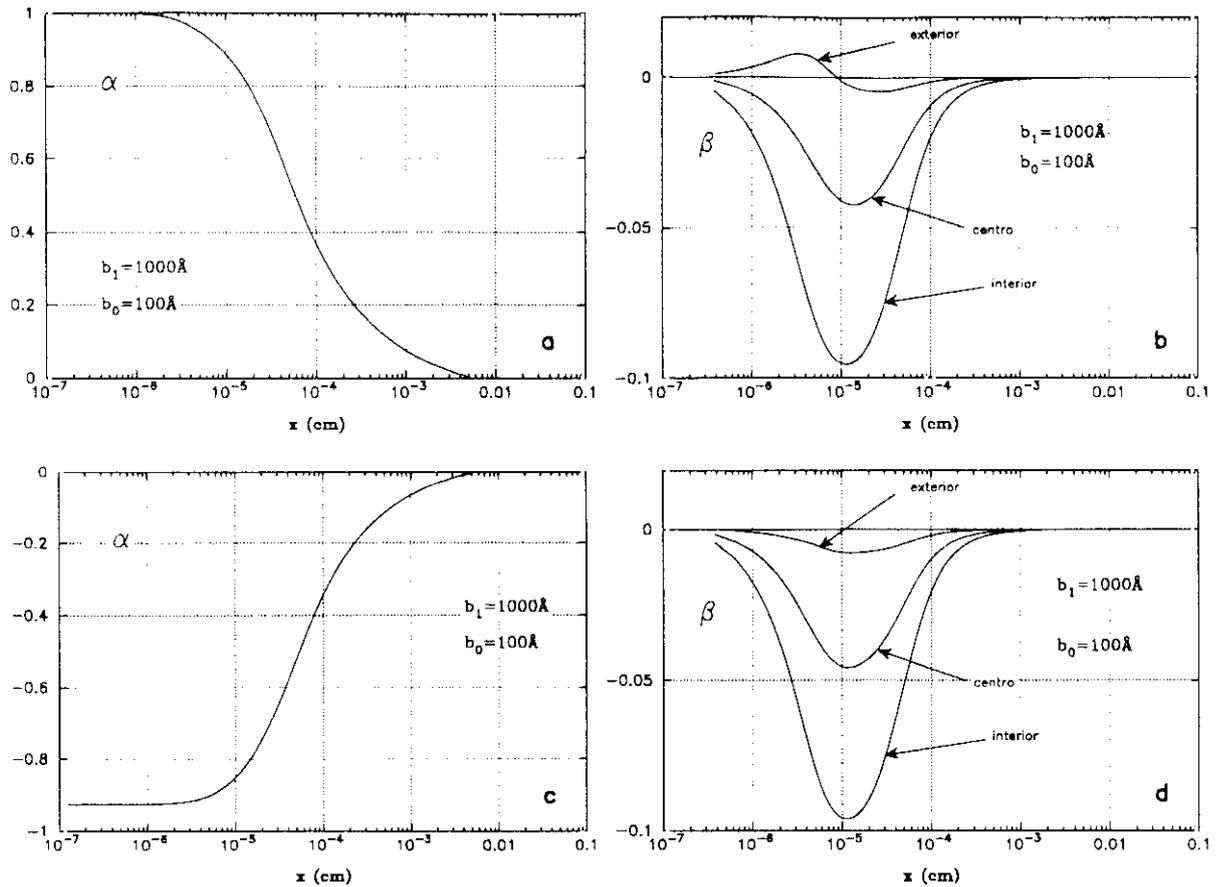
Figura 6.6 Estructura de una pared de Néel en una bicapa de espesores  $1000\text{Å}-100\text{Å}-1000\text{Å}$ . La figura representa una región de  $a_1 = 5\mu m$  de longitud.

ya que, para este espesor, son energéticamente favorables las paredes de *Cross-tie*.

Para un espesor de  $1000\text{Å}$  y, de acuerdo con la figura 6.5 una monocapa contiene una pared de Bloch tal y como se muestra en la figura 4.4. Sin embargo, en la bicapa, la posibilidad del cierre de flujo de imanación en la capa contraria hace que la estructura cambie completamente tal y como se muestra en la figura 6.6. En ella puede verse un mapa vectorial del núcleo de una pared en una bicapa  $1000\text{Å}-100\text{Å}-1000\text{Å}$ . La pared en la capa superior induce una cuasipared en la capa inferior con una estructura muy similar a la suya. Las componentes vertical y horizontal de la imanación en pared y cuasi-pared se representan en la figura 6.7.

De la estructura de la pared resultante cabe destacar las siguientes características:

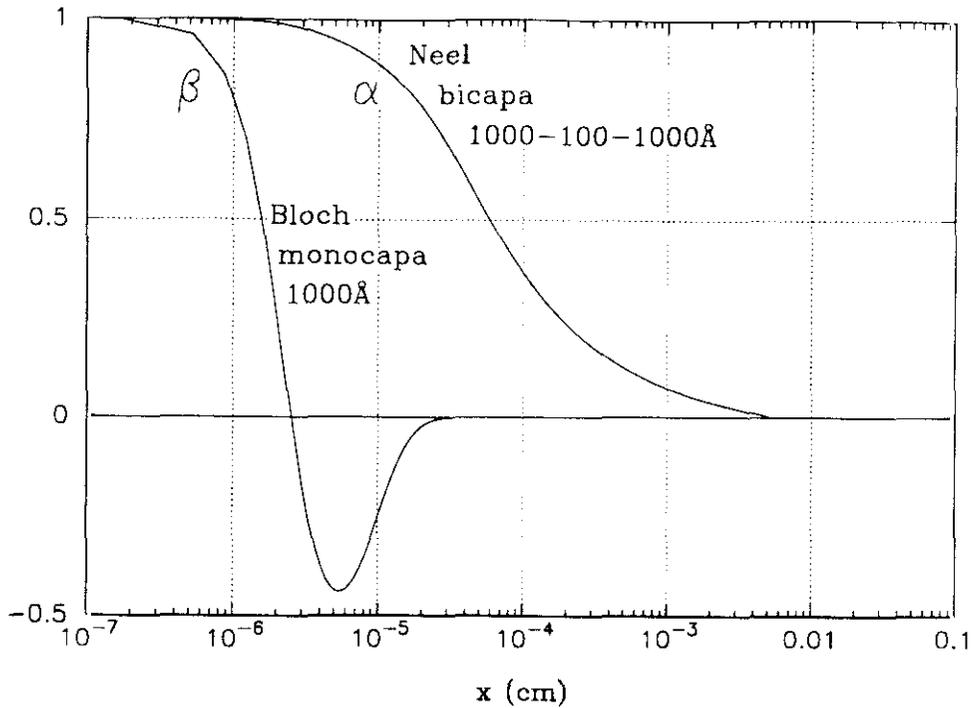
- Se trata de paredes de Néel simétricas ya que la posición del centro de la pared permanece perfectamente alineada en todo el espesor. En principio, la utilización



**Figura 6.7** Cosenos directores de la imanación para una estructura pared↔cuasi-pared en una bicapa con espesores 1000-100-1000Å. Las figuras a) y b) corresponden a la capa superior (pared) mientras que las figuras c) y d) corresponden a la capa inferior (cuasi-pared).

de un mallado a lo largo del eje  $x$  con una región de celdas rectangulares en el centro permitiría un desplazamiento relativo del centro de la pared como se obtiene para el caso de paredes de Néel asimétricas (figura 4.6), sin embargo, no se observa ningún desplazamiento de este tipo. En algunos casos, para espesores próximos a la transición con paredes de Bloch se obtuvieron estructuras que consistían en una pared de Néel asimétrica con su cuasi-pared Néel simétrica. Es difícil asegurar la existencia de este tipo de estructuras ya que sus niveles de energía son muy próximos a los de las paredes Néel simétricas así como Bloch asimétricas, pero es probable que la transición de un tipo a otro se dé a través de un tipo intermedio de estructura como éste.

- El tamaño de las colas viene a ser del mismo orden que en una pared de Néel típica, mientras que la anchura del núcleo es algo mayor (ver figura 5.5). En comparación con una pared de Bloch para una película de espesor equivalente, la anchura de la pared en la bicapa es considerablemente mayor como puede verse en la figura 6.8. Esto explica la disminución del campo coercitivo en este tipo



**Figura 6.8** Comparación entre las anchuras de paredes de Néel en una bicapa y Bloch en una monocapa de espesor equivalente. Puede apreciarse la gran diferencia entre ambas estructuras.

de materiales frente a monocapas de espesor equivalente [4]. ya que la principal causa de histéresis es el *pinning* de paredes en defectos y éste es tanto menor cuanto mayor sea la anchura de la pared.

- La componente vertical de imanación en este tipo de paredes Néel es mucho mayor que la que se encuentra para las paredes Néel de una monocapa [18]. En las superficies en contacto con la intercapa, la imanación presenta un ángulo con respecto a la superficie en torno a los  $5-6^\circ$ . Este ángulo no es muy grande pero si es mucho mayor que el que tiene la imanación en el caso de una monocapa para el que éste ángulo no es superior a las centésimas de grado [18].

Antes de aportar valores para la energía de este tipo de estructuras conviene hacer un estudio de la estabilidad de los resultados frente al mallado utilizado. En los trabajos de *Miltat y Labrune* [18] sobre modelos bidimensionales aplicados al estudio de paredes de Néel en monocapas se muestra como la convergencia en este tipo de cálculos por medio de un modelo bidimensional es muy lenta en comparación con un modelo unidimensional. Los autores utilizan  $128 \times 5$  celdas para describir la pared encontrando que mallados superiores a éste hacen el cálculo extremadamente lento. El hecho de poder utilizar pocas celdas hace que sea muy importante repartir bien el número de subdivisiones en cada coordenada y ver el efecto que esto tiene en las estructuras resultantes así como en los valores de energía obtenidos.

En la figura 6.9 se muestran los resultados de simulaciones realizadas con diferentes mallados sobre una bicapa con espesores  $1000\text{Å}-50\text{Å}-1000\text{Å}$ . En ella se muestra la estructura de la imanación en la superficie interior de la capa que contiene la pared a través de sus cosenos directores  $\alpha$  y  $\beta$ .

Las curvas 6.9a y 6.9b corresponden a los resultados obtenidos para diferentes valores del mallado  $N_y$  manteniendo  $N_x = cte$ . En ellas puede verse como la estructura de la pared, para  $N_y \geq 17$ , se muestra bastante estable. En las figuras 6.9c y 6.9d se hace un estudio equivalente manteniendo ahora  $N_y = cte$  y variando el mallado a lo largo del eje  $x$ . En este caso la estabilidad es mucho peor. Incluso para los valores más grandes que se pueden utilizar para el número de subdivisiones en el eje  $x$  la convergencia se muestra bastante lenta. A pesar de ello, la estructura no sufre grandes cambios. Tan sólo afecta de manera apreciable a la componente vertical de la imanación, la cual tiende a hacerse algo más pequeña a medida que se aumenta el mallado.

En donde se nota más el error de un mallado insuficiente es en los valores de la energía. La figura 6.10 muestra un estudio equivalente de los valores de energía obtenidos para los mallados utilizados. En ella puede verse como la subdivisión en el eje  $x$  lleva de forma extremadamente lenta a la convergencia. Incluso para los valores más altos de  $N_x$  no parece que el nivel de energía se haya estabilizado.

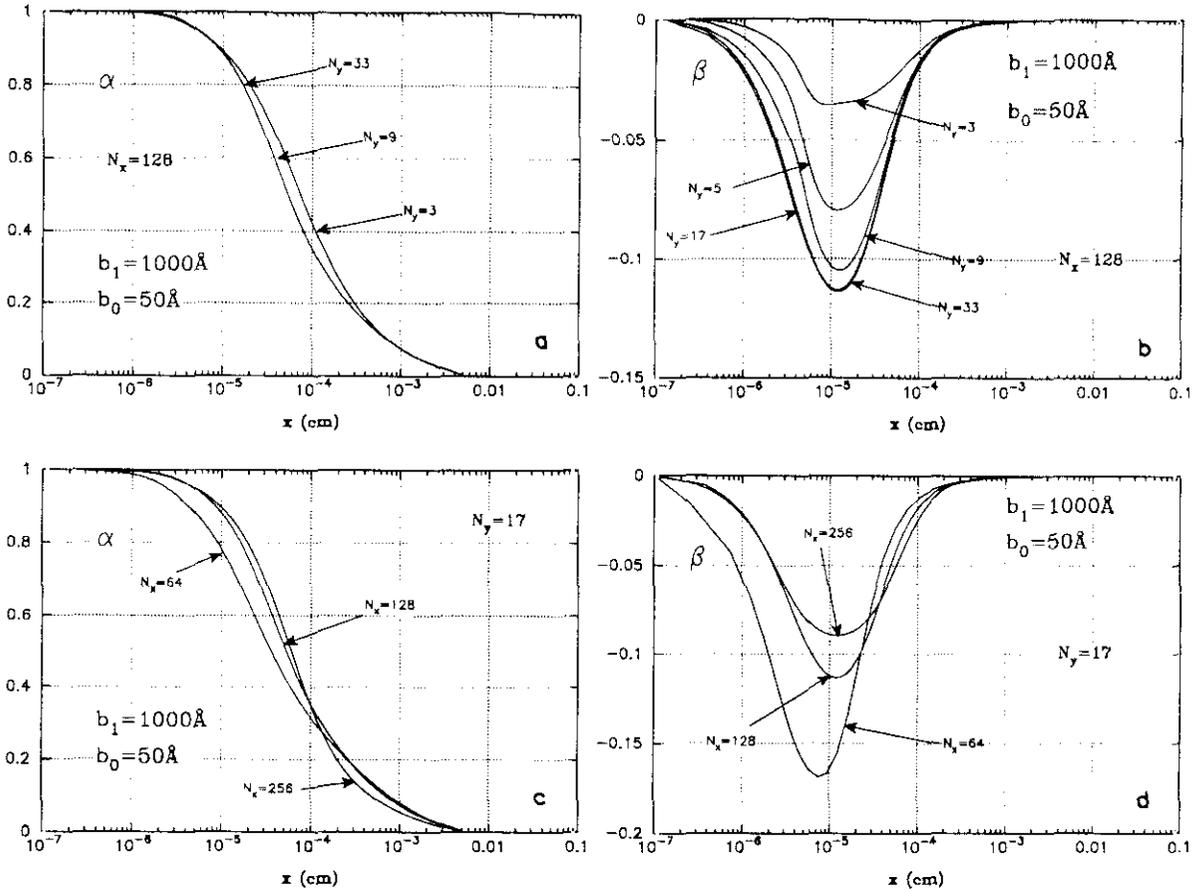
Es posible obtener una aproximación analítica al valor de la energía haciendo algunas aproximaciones [3]. Así, la energía por unidad de superficie del sistema pared↔cuasi-pared puede aproximarse por

$$W = 2M_s \sqrt{\pi K b_0 b_1} \quad (6.1)$$

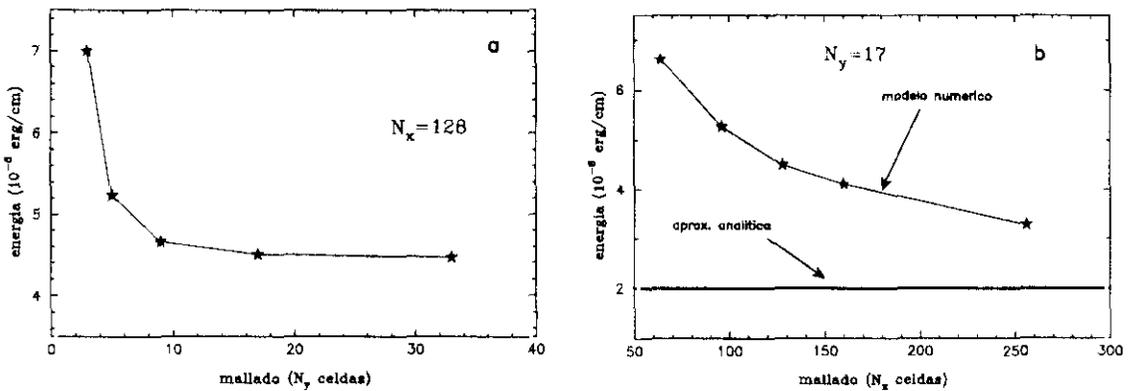
En la figura 6.10 se hace una comparación entre el valor obtenido para la estructura  $1000-50-1000\text{Å}$  en la simulación y mediante la expresión anterior. En ella puede verse como, para que el modelo numérico llegue a valores próximos a los de la aproximación analítica habría que utilizar un gran número de celdas a lo largo del eje  $x$ .

Realizar simulaciones con valores más altos de  $N_x$  se hace, sin embargo, muy difícil. Por un lado, la minimización se vuelve extremadamente lenta para valores de  $N_x \geq 128$ . Por otra parte, al ser ésta la coordenada variable, los requerimientos de memoria se hacen igualmente muy altos. El número de coeficientes de interacción magnetostática que hay que almacenar crece de forma exponencial con una coordenada si el mallado tiene dimensiones variables en esa coordenada por lo que se ha desechado realizar simulaciones con valores más altos de  $N_x$ .

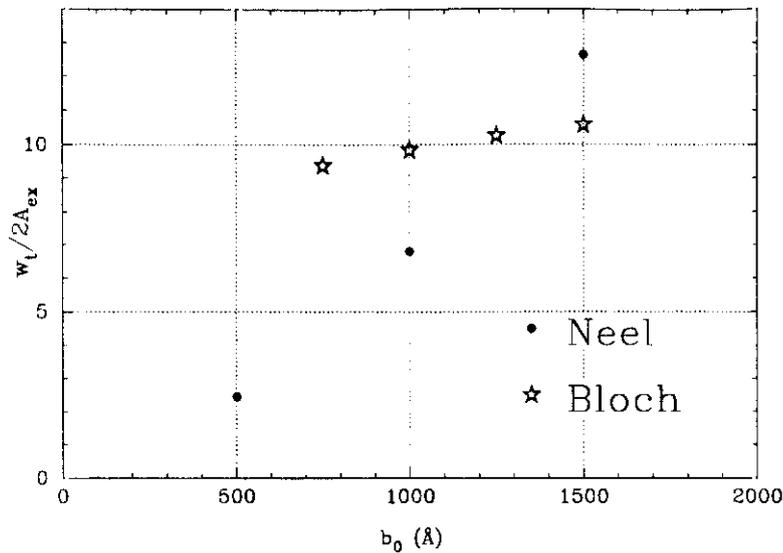
Dado que el modelo numérico no puede aportar valores de energía de pared con precisión es difícil hacer un estudio de los espesores de transición entre paredes Néel y Bloch. En la figura 6.11 se muestran los resultados obtenidos en varias simulaciones



**Figura 6.9** Influencia del mallado utilizado sobre la estructura de la pared. Las curvas representan los cosenos directores de la imanación en la superficie interna de la capa que contiene el dominio. Las figuras a) y b) estudian el efecto del mallado sobre el eje  $y$  para un mallado fijo en el eje  $x$  mientras que las figuras c) y d) hacen lo mismo manteniendo fijo el mallado en  $y$  y variando el mallado en  $x$ .



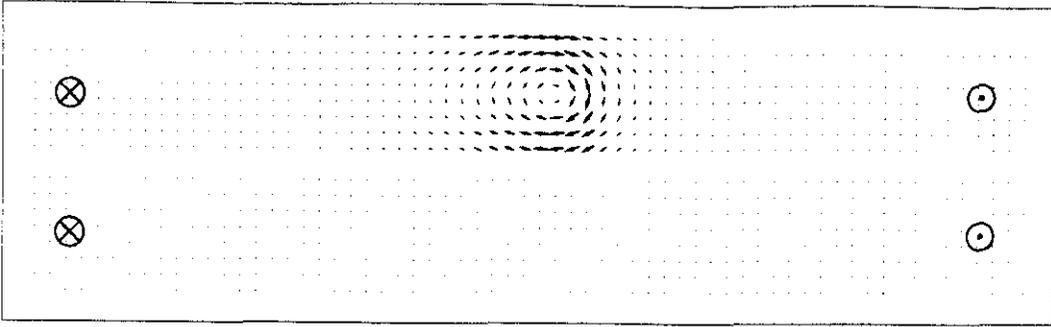
**Figura 6.10** Influencia del mallado en los valores de la energía, a) influencia de  $N_y$  para  $N_x = cte$  y b) influencia de  $N_x$  para  $N_y = cte$ .



**Figura 6.11** Espesor de transición aproximado para la capa magnética en una bicapa con intercapa no magnética de 200Å. Los valores para las paredes de Néel se obtuvieron con mallados de 128x17 celdas mientras que para las paredes de Bloch se obtuvieron con mallados de 80x33.

sobre paredes de Néel y paredes de Bloch para un espesor fijo de intercapa de  $b_1 = 200\text{Å}$ . El espesor de transición que se obtiene es de  $b_0 = 1300\text{-}1400\text{Å}$ . Este espesor de transición es claramente superior al de la transición Bloch-Néel para una monocapa para la que se obtenía un valor en torno a los 500Å. El efecto de un aumento en el espesor de transición de un tipo de pared a otro es, por tanto, claramente visible. Es más, dado que la estabilidad en los valores de energía obtenidos para el caso de paredes de Bloch es grande (ver tabla 4.3) y que los valores de energía para las paredes de Néel deben ser aun menores, este efecto debe ser, en la práctica, todavía más acusado. Esto coincide con los resultados de un estudio teórico sobre espesores de transición llevado a cabo por *Slonczewski* [12].

En lo que se refiere a la estructura de las paredes de Bloch en espesores para los que éstas son favorables frente a las de tipo Néel no existe ninguna diferencia apreciable con sus equivalentes en monocapas. La figura 6.12 muestra la estructura de una pared de Bloch para una bicapa de espesores 1500-200-1500Å. En ella puede verse claramente la pared en la capa superior mientras que no se observa giro alguno de imanación en la capa inferior. En este caso, la imanación gira en torno al vórtice central de la pared permitiendo un buen cierre del flujo de imanación por lo que, a diferencia de las paredes Néel↔cuasi-Néel no es necesario buscar el cierre de flujo en la otra capa. Un análisis más detallado de la estructura de la imanación en la capa inferior muestra un pequeño giro en la zona próxima a la pared. Esto se debe a que, como vimos en el capítulo cuatro, la imanación en la superficie, para paredes de Bloch en espesores en torno a los



**Figura 6.12** Estructura de una pared de Bloch en una bicapa 1500-200-1500Å. La figura representa una región de  $a_1 = 1\mu m$  de longitud.

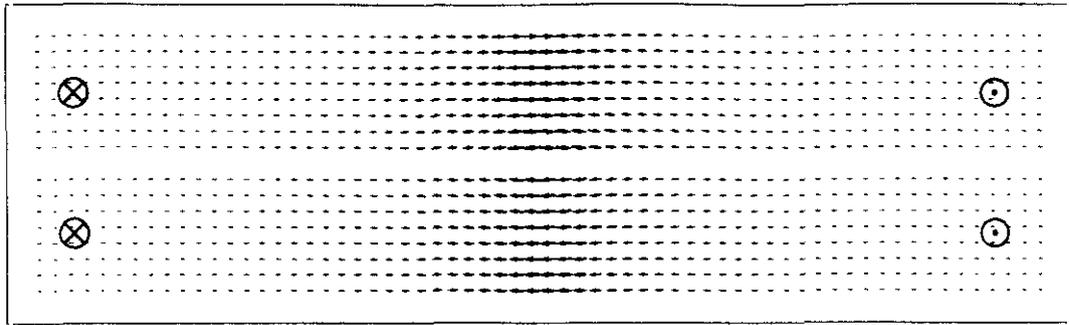
1000Å, forma un cierto ángulo con ella. Esto hace que aparezca un pequeño polo en la superficie interior de la capa que alberga la pared que induce otro pequeño polo en la capa inferior de signo opuesto. El resultado es una ligera disminución de la energía de la pared.

En lo que respecta al cálculo en sí, este tipo de estructuras requieren una anchura de la zona de estudio,  $a_1$ , mucho más pequeña y un mallado a lo largo del eje  $x$  regular. En este caso las paredes de Bloch convergen rápidamente y tanto su estructura como nivel de energía se muestra bastante estable con el mallado.

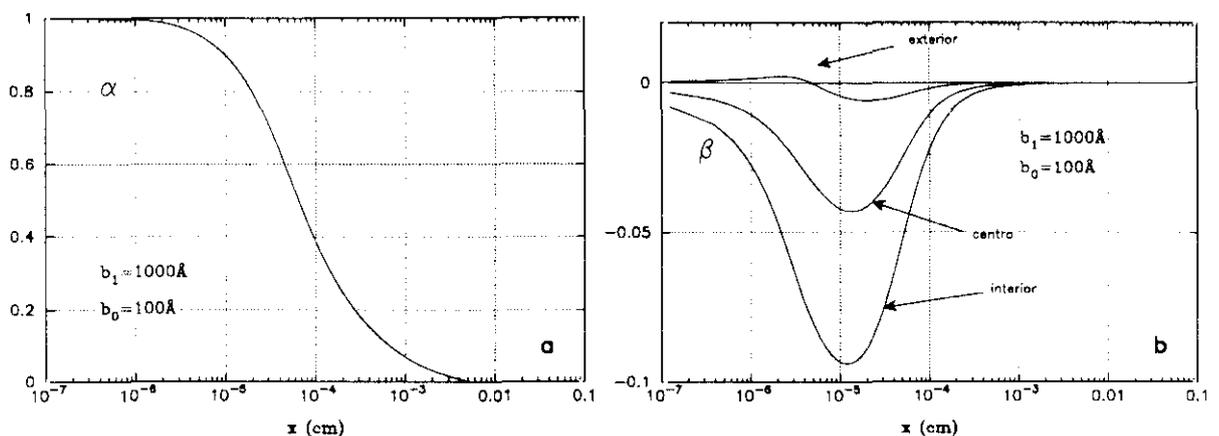
### 6.3 Estructura de paredes acopladas

A diferencia de lo que ocurre en bicapas acopladas por canje, las bicapas con acoplamiento magnetostático no tienen superpuestas sus paredes. La existencia de interacción de canje entre capas hace que la estructura de dominios sea exactamente igual en ambas con lo que las paredes se superponen. En el caso magnetostático la estructura de dominios no tiene por que ser la misma por lo que las paredes no tienen por que estar superpuestas. Sin embargo, desde el punto de vista energético, la energía de las paredes es menor si estas se encuentran superpuestas ya que, si ambas tienen quiralidades opuestas, una puede servir para el cierre de flujo de la otra y viceversa.

Las figuras 6.13 y 6.14 muestran la estructura de dos paredes Néel acopladas para una bicapa de espesores 1000Å-100Å-1000Å. Como puede verse, la estructura resultante es virtualmente idéntica a la de una pared de Néel en una configuración pared↔cuasi-pared como la que se muestra en fig. 6.7. Esto hace que los niveles de energía sean, igualmente, muy parecidos. Así, utilizando un mallado de  $128 \times 17$  celdas, mientras que para el caso de pared↔cuasi-pared se obtiene un valor de  $5.5 \cdot 10^{-6}$  erg/cm para la pareja de paredes Néel acopladas se obtiene  $5.9 \cdot 10^{-6}$  erg/cm. La diferencia entre ambos proviene de que la cuasi-pared no es exactamente igual en estructura a la pared Néel en la superficie exterior. como puede verse en la figura 6.7. Por un lado, en el



**Figura 6.13** Estructura de dos paredes de Néel acopladas para una bicapa de espesores  $1000\text{\AA}-100\text{\AA}-1000\text{\AA}$ . La figura representa una región de  $a_1 = 5\mu\text{m}$  de longitud.



**Figura 6.14** Cosenos directores de la imanación para dos paredes de Néel acopladas en una bicapa con espesores  $1000-100-1000\text{\AA}$ .

centro de la cuasi-pared la imanación no llega a orientarse por completo en dirección antiparalela a la pared de Néel (fig. 6.7c). Por otro lado, en la pared Néel la imanación en la superficie exterior hace un pequeño sobregiro de forma que induce un pequeño polo magnético del mismo signo que el más grande existente en la superficie interior (fig. 6.7d). Es como si la imanación se abriera un poco en las proximidades del núcleo de la pared. Este resultado coincide con los resultados de *Miltat* y *Labruno* sobre paredes de Néel en monocapas en donde se observan estas pequeñas componentes verticales de imanación en superficie induciendo, en este caso, polos del mismo signo en ambas superficies. En este caso, sin embargo, los polos inducidos son mucho menores. En el caso de la cuasi-pared la imanación en las proximidades de la superficie tampoco se encuentra paralela a ella pero el polo inducido por el pequeño ángulo que forma es del mismo signo en las superficies interior y exterior. Estas pequeñas diferencias hacen que los valores de energía para las paredes acopladas y no acopladas sean ligeramente diferentes.

Estos resultados obtenidos prueban, por otra parte, la fuerza del acoplamiento

entre paredes. Si bien los valores de energía de las paredes acopladas y las estructuras pared↔cuasi-pared son muy similares hay que destacar que en un caso existen dos paredes mientras que en el otro existe tan solo una. Esto quiere decir que, cuando dos estructuras pared↔cuasi-pared se juntan para formar dos paredes acopladas la energía del sistema se reduce a la mitad. Es de esperar, pues que, aunque en estos materiales no haya acoplamiento entre dominios existirá una cierta tendencia a que las paredes de dominio se encuentren superpuestas.

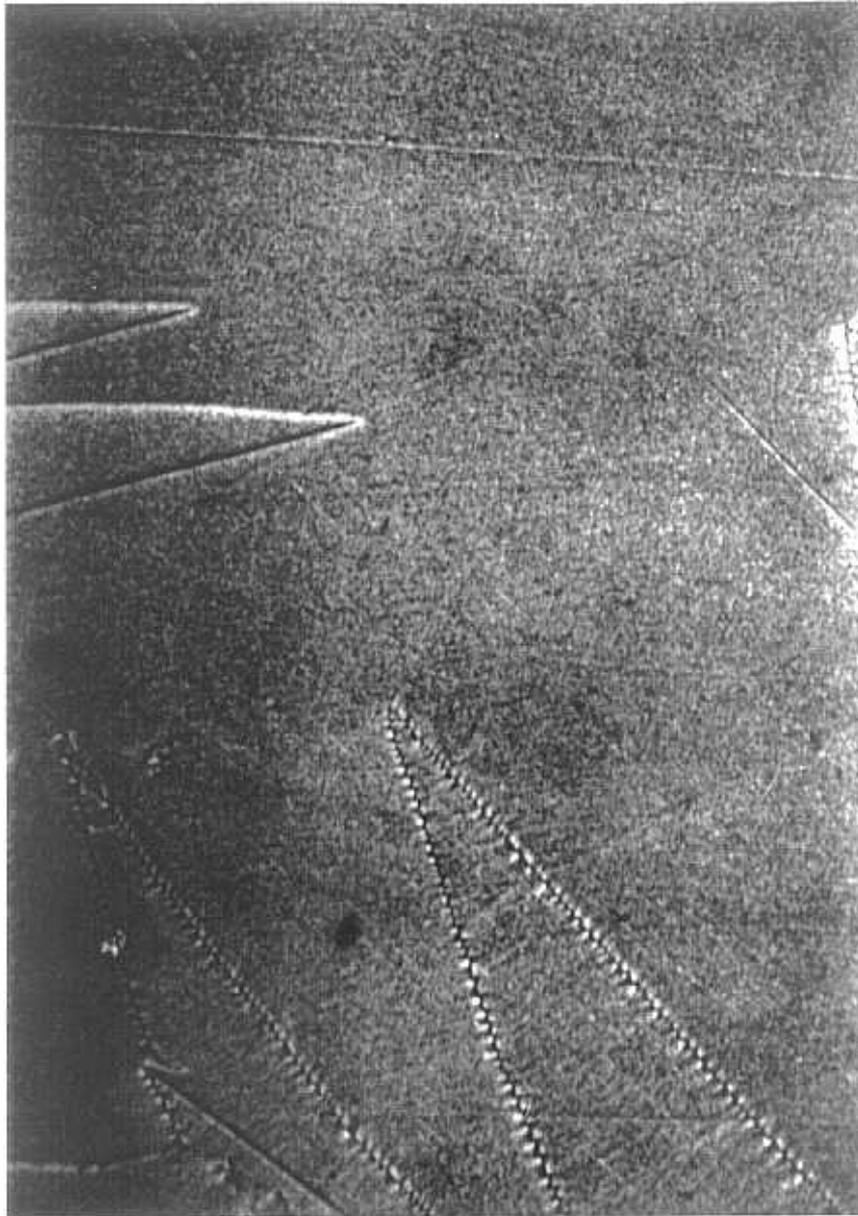
En el caso de paredes de Bloch se ha podido observar una pequeña disminución en la energía de dos paredes para el caso en el que se superpongan con el vórtice en el mismo lado. De esta forma la quiralidad de la imanación en las superficies interiores es opuesta y existen un leve acoplamiento. Sin embargo este efecto es muy pequeño por lo que este tipo de estructuras son menos probables.

## 6.4 Observación de paredes en bicapas por técnica Bitter

Con objeto de observar el acoplamiento magnetostático de paredes en bicapas se prepararon muestras de un material compuesto por dos capas ferromagnéticas separadas por una capa de un material no magnético. Las capas ferromagnéticas se prepararon de forma que tuvieran un eje uniaxial de anisotropía cada una pero en una dirección diferente el de una del de la otra. De esta forma, la estructura de dominios de ambas capas es distinta. Las paredes se extienden, en cada capa, a lo largo de la dirección marcada por su eje de anisotropía correspondiente, el cual al tener una dirección diferente en ambas hace que las paredes tengan también direcciones diferentes. En el caso de que exista acoplamiento magnetostático entre las dos capas, ambas estructuras de dominios serán visibles. Por un lado se verá la estructura de dominios de la capa superior (sobre la que se deposita el coloide) y, por otro, se verán las cuasi-paredes que inducen en la capa superior las paredes de la capa inferior.

Se prepararon muestras de un *permalloy* Ni:Fe de composición 80:20 el cual posee unos parámetros  $A_{ex}$ ,  $M_s$ , etc... similares a los utilizados en los cálculos anteriores. Estas muestras se crecieron por *sputtering* directo sobre un blanco Fe:Ni con la composición anterior ya preparada. La preparación del blanco se llevó a cabo a partir de la mezcla, en la proporción correspondiente, de Fe y Ni en forma de polvo de un elevado nivel de pureza. La mezcla, en polvo, fué introducida en un mortero de bolas de ágata con objeto de reducir, lo máximo posible, el tamaño del grano de polvo y mezclar bien ambos materiales. Posteriormente, la mezcla se colocó sobre una cazoleta y se comprimió aplicándole una presión por encima de las 100Tm.

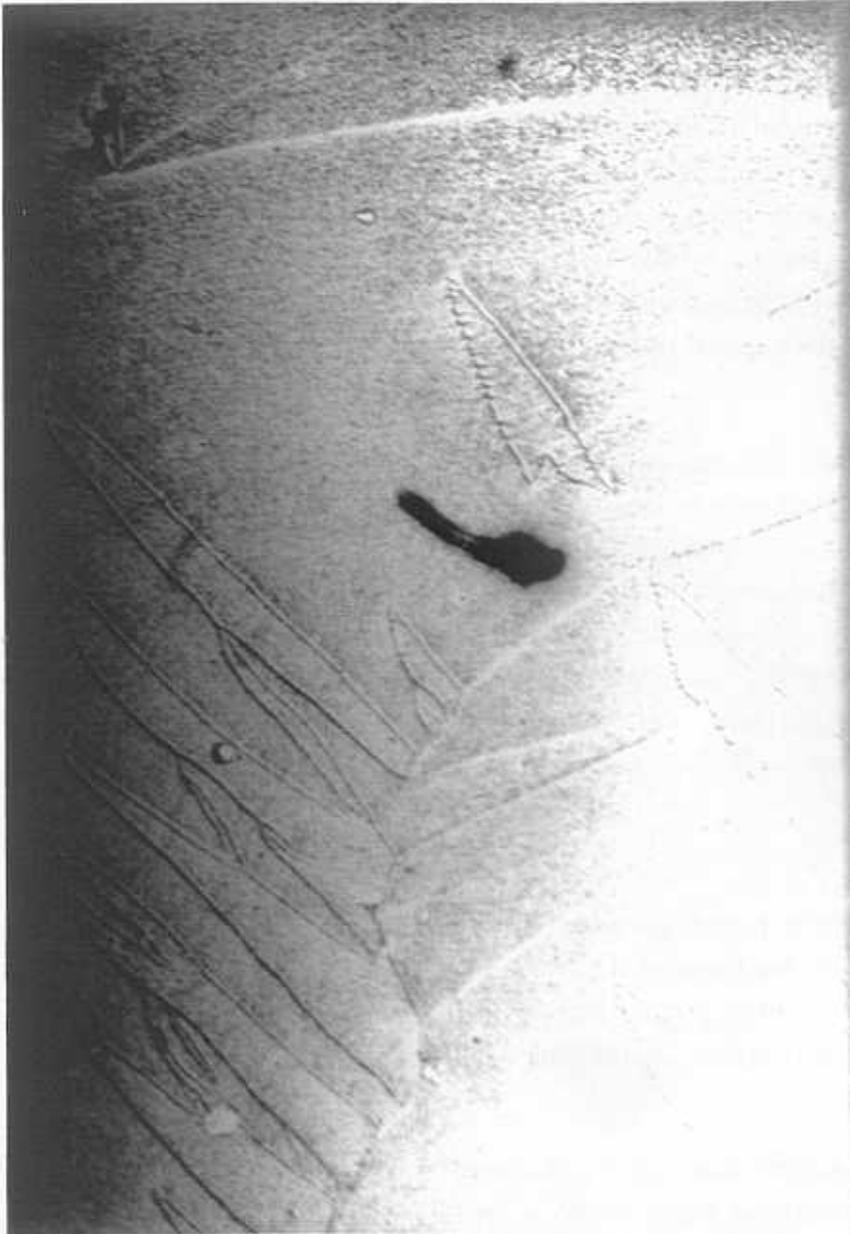
El sistema de crecimiento utilizado fué un *sputtering* de tres cañones los cuales



**Figura 6.15** Fotografía de la estructura de dominios en una bicapa  $\text{Ni}_{80}\text{Fe}_{20}$  con ejes fáciles de anisotropía en cada capa formando un ángulo de  $90^\circ$  entre sí. Las paredes en forma de diente de sierra se extienden a lo largo de las dos direcciones marcadas por los ejes de anisotropía inducidos. El hecho de que se vean ambas estructuras demuestra la inducción de cuasiparedes en la capa superior por parte de las paredes de la capa inferior.



**Figura 6.16** Estructura de dominios en una región en la que las paredes de ambas capas se superponen. En aquellas zonas próximas al vértice en las que las paredes se cruzan las paredes de una capa “cortan” a las paredes de la otra dando lugar a algunos dominios en forma de “isla”.



**Figura 6.17** Otro ejemplo de paredes en ambas capas cruzándose unas con otras y dando lugar a dominios en forma de "isla".

están colocados con respecto al sustrato de forma que los átomos de Fe y Ni no inciden perpendicularmente a él sino que forman un cierto ángulo con respecto a la vertical.

Durante el crecimiento se utilizó, tan sólo, uno de estos tres blancos por lo que el ángulo de incidencia es único. Esto hace que se induzca, en el material crecido, un eje fácil de anisotropía con una componente sobre el plano de la muestra en una dirección única.

Para la capa no magnética se utilizó un blanco de Cu. Los espesores de las tres capas  $\text{Fe}_{20}\text{Ni}_{80}$  - Cu -  $\text{Fe}_{20}\text{Ni}_{80}$  eran de 500Å-200Å-500Å. El espesor de la capa de Cu, 200Å, es, como se vió anteriormente, suficientemente pequeño como para garantizar el acoplamiento magnetostático entre las capas de *permalloy*. Por último, y después de haber crecido la primera capa de *permalloy* y encima la de Cu, se giró la muestra 90° para inducir un eje fácil perpendicular al primero.

La figura 6.15 muestra una fotografía de varias paredes en forma de diente de sierra extendiéndose a lo largo de las dos direcciones diferentes para la anisotropía de cada capa. La existencia de paredes en forma de diente de sierra es debida a que el eje de anisotropía inducido en el plano del material es bastante débil. En teoría, dado un eje de anisotropía uniaxial, las paredes deberían extenderse paralelas a dicho eje. En nuestro caso existen un eje uniáxico pero este eje es débil por lo que las paredes son más o menos paralelas a él. Esto hace que formen un cierto ángulo entre sí, lo cual da lugar a una estructura en forma de diente de sierra tal y como se muestra en la fotografía.

El hecho de que se observen paredes en dos direcciones diferentes indica que unas corresponden a las paredes de la capa superior y otras a las cuasiparedes inducidas sobre la capa superior por las paredes de la capa inferior. Esto prueba la existencia de un acoplamiento magnetostático entre ellas.

En las figuras 6.16 y 6.17 se muestra un conjunto de paredes de ambas capas las cuales, en alguna zona, llegan a cruzarse. El ángulo que forman las paredes en los dientes de sierra es muy pequeño lo cual hace que cuando las paredes de una capa se superponen con paredes de la otra el acoplamiento magnetostático entre ambas las "rompa". Aparecen así segmentos de pared en la dirección perpendicular al eje de anisotropía de forma que el dominio se cierra y queda como una "isla". Desde el punto de vista energético esto es favorable ya que, si bien las paredes que forman estos segmentos tienen bastante energía por ser perpendiculares al eje fácil de anisotropía, estas paredes son mucho más pequeñas en longitud que los segmentos que desaparecen al ser cortadas.

## 6.5 Conclusiones

Se han estudiado las estructuras de paredes en bicapas con acoplamiento magnetostático por medio de un método de minimización de la energía de tipo *LaBonte*. La aplicación de este tipo de métodos de cálculo se muestra útil en lo que se refiere al estudio de la estructura en sí, sin embargo, resultan bastante imprecisos a la hora de evaluar la energía de la pared. El error en este tipo de cálculos proviene de una sobrevaloración de la energía magnetostática. La necesidad de mallados mayores, en especial en la dirección perpendicular a la pared, unido a una convergencia lenta y unos requerimientos de memoria grandes hacen imposible una mejor aproximación.

En lo que se refiere a la estructura de la pared la principal característica de este tipo de paredes frente a las paredes Néel en monocapas se encuentra en la componente vertical de imanación. La imanación, en las superficies interiores en contacto con la intercapa no magnética, forma un ángulo de unos  $5-6^\circ$  con la superficie. Este ángulo es mucho mayor que el que poseen las paredes Néel en las monocapas el cual no excede las centésimas de grado.

# Bibliografía

- [1] E. Feldtkeller, “Coupled walls in multilayer films”, *J. Appl. Phys.*, **39**, no. 2, pp. 1181 (1968).
- [2] L.J. Oakland & Th.D. Rossing, “Coincident-current nondestructive readout from thin magnetic films”, *J. Appl. Phys.*, **30**, no. 4sup., pp. 54S (1959).
- [3] J.C. Slonczewski, “Physics of Films”, *J. Appl. Phys.*, **37**, no. 3, pp. 1268 (1966).
- [4] S. Middelhoek, “Domain wall structures in magnetic double films”, *J. Appl. Phys.*, **37**, no. 3, pp. 1276 (1966).
- [5] G. Binasch, P. Grünberg, F. Saurenbach & W. Zinn, “Enhanced magnetoresistance in layered magnetic structures with antiferromagnetic interlayer exchange”, *Phys. Rev. B*, **39**, no. 7, pp. 4828 (1989).
- [6] M.N. Baibich, J.M. Broto, A. Fert, F. Nguyen Van Dau, F. Petroff, P. Etienne, G. Creuzet, A. Friedrich & J. Chazelas, “Giant magnetoresistance of (001)Fe/(001)Cr magnetic superlattices”, *Phys. Rev. Lett.*, **61**, pp. 2472 (1988).
- [7] R.J. Gambino & T.R. McGuire, “Magneto-optic properties of Nd-Fe-Co amorphous alloys”, *J. Appl. Phys.*, **57**, pp. 3906 (1985).
- [8] K. Tsutsumi, “Direct overwrite materials for magneto-optic recording”, *J. Mag. Magn. Mat.*, **120**, pp. 247 (1993).
- [9] N. Nishimura, T. Hiroki, T. Okada & S. Tsunashima, “Magnetostatic coupling MSR with in-plane magnetization films”, *Jap. J. Appl. Phys.*, **35**, pp. 403 (1996).
- [10] H. Niedoba, A. Hubert, B. Mirecki & I.B. Puchalska, “First direct magneto-optical observations of quasi-Néel walls in double permalloy films”, *J. Magn. Mag. Mat.*, **80**, pp. 379 (1989).
- [11] I. Tomáš, H. Niedoba, M. Rührig, G. Wittmann, A. Hubert, H.O. Gupta, L.J. Heyderman & I.B. Puchalska, “Wall transitions and coupling of magnetization in NiFe/C/NiFe double films”, *Phys. Stat. Sol.*, **128**, pp. 203 (1991).

- [12] J.C. Slonczewski, Bojan Petek & B.E. Argyle “Micromagnetics of laminated permalloy films”, *IEEE Trans. on Mag.*, **24**, no. 3, pp. 2045 (1988).
- [13] B. Heinrich, Z. Celinski, J.F. Cochran, W.B. Muir, J. Rudd, Q.M. Zhong, A.S. Arrott, K. Myrtle & J. Kirschner, “Ferromagnetic and antiferromagnetic exchange coupling in bcc epitaxial ultrathin Fe(001)/Cu(001)/Fe(001) trilayers”, *Phys. Rev. Lett.*, **64**, no. 6, pp. 673 (1990).
- [14] H. Niedoba, H.O. Gupta, L.J. Heyderman, I. Tomáš & I.B. Puchalska, “Wall transitions in permalloy double films”, *IEEE Trans. on Magn.*, **26**, no. 5, pp. 1527 (1990).
- [15] M. Labrune & J. Miltat, “2D wall profiles in exchange coupled bilayers”, *IEEE Trans. on Magn.*, **29**, no. 6, pp. 2569 (1993).
- [16] J.C. Slonczewski & S. Middelhoek, “Energy of walls in thin magnetic double permalloy (Ni-Fe) films”, *Appl. Phys. Lett.*, **6**, pp. 139 (1965).
- [17] M. Labrune & J. Miltat, “Wall structures in ferro/antiferromagnetic exchange-coupled bilayers: a numerical micromagnetic approach”, *J. Magn. Mag. Mat.*, **151**, pp. 231 (1995).
- [18] J. Miltat & M. Labrune, “An adaptive mesh numerical algorithm for the solution of 2D Néel type walls”, *IEEE Trans. on Magn.*, **30**, no. 6, pp. 4350 (1994).



# Capítulo 7

## Conclusiones generales

El objetivo de este trabajo ha sido profundizar en el desarrollo de modelos de simulación de paredes de dominios magnéticos y la extracción de información sobre diferentes tipos de paredes a partir de ellos. El trabajo comprende, en líneas generales, modelos en una, dos y tres dimensiones según el tipo de estructuras estudiadas. En aquellos casos en los que ha sido posible se han efectuado estudios experimentales para ser contrastados con los resultados teóricos obtenidos a partir de los modelos. En otros casos, estos estudios teóricos se han contrastado con resultados experimentales obtenidos por otros autores.

El modelo unidimensional ha sido aplicado al estudio de paredes de Bloch en materiales de gran espesor. Este estudio está orientado, en concreto, al tipo de paredes que pueden encontrarse en materiales ferromagnéticos amorfos en forma de cinta. Por su carácter unidimensional, el modelo permite un análisis tanto estructural como dinámico de la pared. Así se ha realizado un estudio de la interacción de paredes de Bloch unidimensionales con defectos modelados a partir de variaciones locales de anisotropía. El modelo bidimensional permite el estudio de estructuras en las que las dimensiones en ambas coordenadas son muy diferentes. Este modelo ha sido aplicado al análisis de la estructura de paredes de Bloch en materiales ferromagnéticos de espesores muy diferentes, desde espesores pequeños a partir de los cuales una pared de Bloch es más estable que una de Néel o *Cross-tie* hasta espesores grandes como los de las cintas amorfas mencionadas anteriormente. Asimismo, el modelo bidimensional se ha empleado en el análisis de las estructuras existentes en bicapas de láminas delgadas en donde las estructuras de las paredes requieren un modelo de mallado variable como el que se presenta en este trabajo. Por último, se han mejorado los modelos tridimensionales existentes hasta ahora en el sentido de permitir el estudio de estructuras en las que las dimensiones en las tres coordenadas son igualmente muy diferentes. En este caso, el modelo se ha aplicado al estudio de paredes de *Cross-tie* y líneas de Bloch.

Las conclusiones obtenidas en este trabajo pueden ser divididas en varios puntos

en función del tipo de estructura estudiado

- De los resultados obtenidos a través del modelo unidimensional cabe destacar la importancia del tamaño relativo entre pared y defecto en el campo crítico que es necesario aplicar para que la pared lo atraviese. En todos los casos estudiados en los que el defecto tenía un tamaño dado, el enganche máximo de la pared tenía lugar cuando su anchura era próxima a la anchura del defecto con el que interaccionaba. Por otra parte, en aquellos tipos de planos de “pinning” en los que existía una quiralidad determinada, el enganche de la pared es mayor cuando su quiralidad coincide con la del plano de “pinning” con el que interacciona.

En el caso de un plano de “pinning” en forma de I.H.A. (anisotropía helicoidal inducida) se han comparado los resultados experimentales con los valores teóricos obtenidos a través de la simulación en lo referente a las pérdidas en el material por “pinning” de paredes. En ellos puede verse como los valores teóricos de las pérdidas son superiores a los obtenidos experimentalmente si bien el comportamiento para los diferentes valores del campo aplicado es el mismo en ambos casos. Existe pues gran similitud en lo referente al comportamiento mientras que hay gran diferencia en lo referente a los valores concretos obtenidos. Esto es de esperar ya que, en la práctica, el “pinning” de paredes no es tan perfecto como el modelo supone y, por tanto, los campos críticos así como las pérdidas son menores.

- A través del modelo bidimensional se han podido obtener estructuras de pared y niveles de energía para paredes de Bloch asimétricas así como paredes de Néel asimétricas para materiales de muy diversos espesores. Los resultados muestran la mayor estabilidad de las paredes Bloch asimétricas frente a las Néel asimétricas, siendo tanto mayor cuanto más pequeño es el espesor de la muestra. Para espesores de muestra mucho mayores que la anchura de la pared los niveles de energía de ambos se hacen muy parecidos. En este caso la estructura de la imanación en las proximidades de la superficie cambia notablemente frente a la estructura que presenta en materiales de poco espesor. Aparece una asimetría por la que la imanación gira de forma rápida a un lado del vórtice de la pared y lo hace de forma progresiva al otro. Esta estructura, típica de paredes en materiales amorfos en forma de cinta, se ha podido observar claramente por medio de técnica Bitter.

En lo que se refiere al modelo, para poder calcular esta estructura se ha tenido que utilizar un mallado variable en ambas coordenadas lo cual hace de este cálculo un proceso extremadamente lento y necesitado de recursos. La experiencia en este tipo de cálculos con mallados variables hace desaconsejar la utilización de mallados con dimensiones muy diferentes en aquellos casos en los que se pueda utilizar un mallado regular. La convergencia del método de minimización es tanto

---

peor cuanto mayores son las diferencias entre los tamaños de las celdas utilizadas en el mallado.

- El estudio sobre paredes de *Cross-tie* ha permitido estudiar en detalle la estructura de las líneas de Bloch de las secciones circular y cruzada de la pared. Los resultados muestran la existencia de sobregiros de la imanación en los alrededores de las líneas de Bloch, sobregiros equivalentes a los existentes en paredes de Bloch bidimensionales en torno al centro de la pared. Valores concretos en torno al período de las *Cross-tie* no han podido ser obtenidos por las limitaciones de los ordenadores utilizados, sin embargo, el modelo es susceptible de ser utilizado en ordenadores más potentes o ser mejorado aplicando técnicas de aceleración tipo FFT (ver capítulo 1) para poder obtener una solución. Por su parte el modelo presentado constituye la generalización completa del método de *LaBonte* al caso tridimensional y su aplicación a cualquier tipo de problema que precise de la consideración de la componente magnetostática está sólo limitado por la potencia del ordenador utilizado.
- La aplicación del modelo bidimensional al caso de paredes acopladas en bicapas ferromagnéticas muestra como la estabilidad de las paredes de Néel se amplía para un rango mucho mayor de espesores. La existencia de una intercapa no magnética que separe dos materiales ferromagnéticos blandos hace cambiar completamente la estructura de las paredes del material. Las paredes de Néel no son sólo más estables sino que inducen en la capa opuesta una cuasi-pared de espesor y niveles de energía muy similares a los suyos. El modelo ha permitido ver la estructura del sistema pared↔cuasi-pared mostrando una estructura muy similar a la de una pared de Néel en una monocapa de espesor muy pequeño ( $<100\text{\AA}$ ).