

Departamento de Física de la Tierra,
Astronomía y Astrofísica I
Universidad Complutense de Madrid

Instituto Geográfico Nacional
Santa Cruz de Tenerife



TESIS DOCTORAL

TOMOGRAFÍA LINEAL CON RESIDUOS TEMPORALES DEL MANTO BAJO LA PENÍNSULA IBÉRICA

M^a José Blanco Sánchez

Directores

Prof. A. Udías
Universidad Complutense
de Madrid

Dr. W. Spakman
Universidad de Utrecht

Madrid, 1995

A mis padres.

AGRADECIMIENTOS

Para que esta tesis se haya podido realizar, ha habido numerosas personas sin cuya aportación hubiera sido imposible.

En primer lugar a Agustín Udías, que además de ser co-director de esta tesis, con su buen hacer, saber y enseñar, me transmitió su interés por la Sismología, brindándome la oportunidad de investigar en el Departamento que dirige, teniendo además la paciencia de revisar críticamente esta tesis.

To Wim Spakman, of course as co-promotor of this thesis, but also as source of tomographic knowledge. He gave me the opportunity to work at the University of Utrecht, using his software for the inversion and his P-program for plotting. I enjoyed many discussions about this research, and his sense of humour.

Agradezco a todos los miembros del Departamento de Geofísica que me ayudaron durante la investigación, animándome durante la larga etapa de su redacción.

Al Instituto Geográfico Nacional donde actualmente desarrollo mi actividad profesional, que me ha facilitado los medios para redactar esta tesis; en especial a los compañeros del Servicio Regional en Canarias, por su gran comprensión y ayuda, sobre todo en los difíciles momentos de finalización de este trabajo.

A Emilio, por el entusiasmo en la investigación que me ha transmitido y porque sin su constante apoyo y ánimo, me hubiera sido imposible terminar esta tesis.

De forma muy especial quiero agradecer a Belén Benito, José Morales y Julia Téllez, que me han perseguido literalmente, hasta que este trabajo ha visto la luz, siendo un constante acicate.

To Hanneke Paulssen, Rob van der Hilst and Alet Zielhuis for their hospitality and the wonderful atmosphere they created during my stay in Utrecht.

A mi familia, que siempre ha manifestado su interés por mi trabajo, animándome a estudiar y trabajar, aguantando mis malos momentos.

También quiero agradecer a todo aquel que ha manifestado interés por este trabajo, porque seguro que de alguna manera ha contribuido a su finalización, y a un anónimo revisor, sin cuyos comentarios y sugerencias esta tesis no hubiera sido la misma.

ÍNDICE

CAPÍTULO 1: INTRODUCCIÓN.

1.1	Modelización sísmica.	1
1.2	Planteamiento y organización del trabajo.	3
	Referencias	7

CAPÍTULO 2: FUNDAMENTO FÍSICO.

2.1	Significado e historia de la tomografía.	11
2.2	Teorema de la capa interna.	12
2.3	Concepto de tomografía sísmica con residuos	15
2.4	Principio de Fermat.	17
2.5	Aproximación de rayo sísmico.	20
	Referencias.	23

CAPÍTULO 3: DESARROLLO TEÓRICO.

3.1	Definición de magnitudes evaluables.	26
3.2	Ecuación fundamental en tomografía.	28
3.3	Discretización y linealización del problema en tomografía.	32
3.4	Sistema de ecuaciones.	35
3.5	Método de mínimos cuadrados.	39
3.6	Algoritmos de inversión.	45
3.6.1	Procedimientos directos: SVD	46
3.6.2	Métodos iterativos.	47
3.6.2.1	Técnicas de reconstrucción algebraica: SIRT	48
3.6.2.2	Métodos de proyección	50
3.6.2.2.1	Método de Lanczos	52
3.7	Método LSQR	53
	Referencias.	58

CAPÍTULO 4: SELECCIÓN DE DATOS. MODELOS INICIALES.

4.1	Sismología mediante ondas internas.	61
4.2	Datos de entrada. Características de su distribución estadística.	66
4.3	Importancia en tomografía de la elección del modelo de Tierra inicial.	68
4.4	Definición de la estructura de velocidad. Modelo de celdas.	71
4.5	Trazado de rayos.	74

4.6	Ponderación del sistema de ecuaciones.	75
	Referencias.	79

CAPÍTULO 5: ESTUDIO TOMOGRAFICO DE LA PENÍNSULA IBÉRICA

5.1	Selección de datos. Correcciones.	84
5.1.1	Criterios de selección de datos	84
5.1.2	Modelo de Tierra PM2. Corrección de los residuos temporales.	85
5.2	Definición del modelo de celdas.	89
5.3	Corrección de estación.	92
5.4	Cálculo de los parámetros de relocalización hipocentral.	95
5.5	Inversión real. Solución IP1.	97
5.6	Muestreo del modelo de celdas.	100
5.7	Tests de resolución: aspectos generales	101
5.8	Test de celda-spike.	103
5.9	Test de bloques.	104
5.10	Interpretación preliminar.	126
5.10.1	Capa 1: 0 - 33 Km.	126
5.10.2	Capa 2: 33 - 70 Km.	127
5.10.3	Capa 3: 70 - 120 Km.	128
5.10.4	Capa 4: 120 - 170 Km.	128
5.10.5	Capas 5 y 6: 170 - 275 Km.	129
5.10.6	Capas 7, 8, 9, 10, 11 y 12: 275 - 670 Km.	129
5.10.7	Capas 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20: 670 - 1420 Km.	131
5.11	Resumen de la interpretación preliminar.	132
	Referencias.	135

CAPÍTULO 6: VERIFICACIÓN E INTERPRETACIÓN DE LA ANOMALÍA POSITIVA.

6.1	Test de datos permutados.	137
6.2	Comprobación del emplazamiento de la anomalía.	141
6.3	Diseño y aplicación de tests de capa sintética.	166
6.4	Información adicional que confirma la existencia de la anomalía positiva.	178
6.4.1	Sismicidad del área peninsular.	178
6.4.2	Correcciones de estación.	185
6.5	Interpretación de las anomalías de velocidad obtenidas en el SE peninsular.	186
	Referencias.	188

CAPÍTULO 7: CONCLUSIONES.

7.1	Resumen del trabajo. Conclusiones.	191
7.2	Futuras líneas de investigación.	193
	Referencias.	195

Capítulo 1

Introducción

There are no whole truths: all truths are half-truths
A.N. Whitehead (1861-1947)

1.1 MODELIZACIÓN SÍSMICA.

El conocimiento de la distribución y magnitud de las propiedades elásticas y densidad del interior de la Tierra es fundamental para numerosos estudios geofísicos, geoquímicos y astronómicos. Desde hace más de 50 años, se vienen utilizando modelos esféricamente simétricos (1D) cada vez más perfeccionados (Jeffreys y Bullen, 1940; Herrin, 1968; Gilbert y Dziewonski, 1975; Zielhuis, 1992; Spakman *et al.*, 1993). En la actualidad, ya no es suficiente el conocimiento de modelos 1D, despertándose el interés por modelos sísmicos tridimensionales.

Denominamos modelo sísmico a la imagen de la estructura sísmica de, al menos, una parte de la Tierra; entendiendo por estructura, la información acerca de la influencia que tiene el material de una región en las ondas elásticas que la atraviesan, es decir, variaciones en la velocidad de propagación o atenuación de su amplitud.

Los modelos sísmicos no son ni químicos, ni dinámicos, a pesar de que las variaciones de las propiedades químicas, o los campos de convección, tienen influencia directa en las propiedades sísmicas de la zona en las que se producen. Los modelos sísmicos constituyen la representación estática de los parámetros sísmicos, sin tener que explicar cuáles son las causas químicas o geológicas que los producen.

Podemos dividir los modelos sísmicos en dos categorías:

- 1.- elásticos: en los que la energía no se pierde al pasar una onda sísmica, sólo hay influencia en la velocidad de propagación.
- 2.- anelásticos: dan información de cómo se produce la atenuación sísmica, influyendo en la amplitud de las ondas.

Dado el tipo de datos que vamos a utilizar en este trabajo de investigación, vamos a estudiar únicamente modelos elásticos. Una segunda subdivisión dentro de los modelos elásticos sería en:

- 1a) isótropos: modelos en los que el valor de los parámetros en un punto del espacio es independiente de la dirección en la que el rayo sísmico lo atraviesa.
- 2a) anisótropos: en los que en cada punto se ha de tener en cuenta la direccionalidad.

En este trabajo nos centramos en el estudio de modelos isótropos, dado que, con la tomografía lineal con residuos, se define precisamente el valor de un parámetro en un punto, tomando valores medios entre los distintos valores proporcionados para cada punto, por todos los rayos que lo atraviesan.

Existe todavía una subdivisión más dentro del apartado (1a):

- 1a1) modelos con simetría esférica (1D).
- 1a2) modelos sin simetría esférica (asféricos).

Por tanto, aunque en este trabajo estemos hablando de modelización de la velocidad de la onda P, en realidad estamos dentro de un grupo muy concreto de modelos: los elásticos, isótropos y asféricos.

En cuanto a los datos utilizados en modelización sísmica, también se pueden dividir en tres clases:

- 1.- ondas internas (instante de llegada, amplitud, espectro).
- 2.- ondas superficiales (amplitud, frecuencia).
- 3.- modos normales (amplitud, frecuencia).

El tipo de datos al que nos vamos a restringir pertenecen a la primera clase, y

dentro de ésta, únicamente al instante de llegada de una onda en concreto, la onda P.

La pregunta a la que vamos a intentar dar respuesta con este trabajo de investigación que presentamos es si se pueden obtener imágenes de alta resolución de la estructura esférica del manto bajo la península ibérica, utilizando el método de tomografía sísmica lineal con residuos temporales.

1.2 PLANTEAMIENTO Y ORGANIZACIÓN DEL TRABAJO.

Los estudios que hasta ahora se han realizado de la estructura de la península Ibérica han proporcionado información sobre la corteza y el sistema litosfera-astenosfera (Payo, 1970, 1972; Banda *et al.*, 1980, 1981, 1983; Panza *et al.* 1980; Marillier y Mueller, 1985; Snieder, 1988; Suriñach y Vegas, 1988; Badal *et al.*, 1990; Barranco *et al.*, 1990; ILIHA, 1993; Paulssen y Visser, 1993); algunos estudios de tomografía han permitido adquirir alguna información sobre la estructura del manto más profundo (Spakman, 1986, 1990, 1991; Spakman *et al.*, 1993; Granet y Trampert, 1989; Nolet, 1990), pero al aparecer en todos ellos la península Ibérica en el borde del modelo, y tener una más amplia cobertura geográfica, la resolución obtenida para el área peninsular no es suficiente.

El objetivo fundamental de este trabajo, ante la resolución de la litosfera proporcionada en la península Ibérica por otras técnicas geofísicas (por ejemplo, mediante los estudios de perfiles sísmicos), es la obtención de información lo más detallada posible mediante tomografía con residuos temporales de la estructura del manto bajo la península en su conjunto. Aunque a priori esperamos obtener mayor información del manto superior, utilizando como datos los residuos temporales proporcionados por el ISC (*International Seismological Centre, Newbury, Reino Unido*) para el área de estudio.

Dado el interés sísmológico y geodinámico que tiene el sur peninsular, en especial la zona de las Béticas y Mar de Alborán dentro del contexto del contacto entre las placas euroasiática y africana, y puesto que hasta ahora las investigaciones que se habían realizado mediante tomografía, presentaban esta zona de interés en un extremo del modelo (con los consiguientes problemas de resolución en la zona por los problemas de borde), y las anomalías que obtenían podrían tener un importante interés para comprender la evolución del contacto entre estas dos placas, decidimos estudiar la estructura de la península Ibérica situando ésta en el centro del área de investigación, para así evitar con toda certeza los problemas de resolución asociados a los límites del modelo, utilizando como fuente de datos, el banco más potente existente en la actualidad, que son los boletines publicados por el ISC (*International Seismological Centre, Newbury, Reino Unido*),

extrayendo de ellos los residuos de onda P asociados a sismos con hipocentro dentro del área de estudio (tanto en estaciones sobre el modelo, como fuera del mismo), o los residuos obtenidos en estaciones en el área de estudio para terremotos fuera del volumen a estudiar, con distancia epicentral inferior a 90° .

La redacción de esta tesis ha sido estructurada en siete capítulos, comenzando por el desarrollo matemático, siguiendo su aplicación práctica y comprobación, terminando con la interpretación de las anomalías obtenidas y proponiendo futuras líneas de investigación.

En el Capítulo primero hemos resumido los distintos tipos de modelos que se pueden obtener en Sismología.

En el Capítulo segundo abordamos cómo se introduce la tomografía en la Sismología, y su evolución histórica, explicando los principios físicos en que se fundamenta la tomografía sísmica lineal con residuos y las aproximaciones necesarias en su planteamiento.

El Capítulo tercero es un compendio de la formulación matemática utilizada en esta investigación (Spakman, 1988). Definimos en primer lugar las magnitudes físicas necesarias y su discretización, llegando mediante el principio de Fermat a la linealización de la relación existente entre los residuos temporales y la inversa de la velocidad de la onda sísmica (*slowness*), desglosando los residuos en los diferentes sumandos que los componen.

A partir del sistema de ecuaciones de observación, realizamos una exposición de los métodos más usuales para resolver el sistema de ecuaciones mediante mínimos cuadrados, justificando la elección de una variante del Gradiente Conjugado, denominada LSQR (Paige y Saunders, 1982).

En el Capítulo cuarto describimos los diferentes tipos de tomografía con residuos que se pueden realizar, según que los epicentros o estaciones utilizados estén dentro del volumen a estudiar y/o fuera del mismo. También se lleva a cabo la caracterización estadística de los residuos temporales proporcionados por el ISC en el proceso de localización hipocentral.

Puesto que la tomografía que vamos a aplicar linealiza las ecuaciones a partir de una distribución unidimensional asumida a priori (Nolet, 1986), estudiamos el efecto que sobre la solución tomográfica final tiene la elección de esta distribución, y cómo se han de corregir los datos por la variación del modelo utilizado en la localización hipocentral por el ISC, y el empleado en la linealización.

El Capítulo quinto resume la aplicación de la tomografía con residuos a la

península Ibérica, estableciendo en primer lugar, el modelo de capas, y el tamaño de celdas del modelo inicial y cómo se lleva a cabo el trazado de rayos con la precisión adecuada a la resolución máxima que se puede esperar, que será la de una celda del modelo.

Una vez definido el modelo inicial, y seleccionados los datos, realizamos la primera inversión, explicando cómo ponderamos los diferentes sumandos que contribuyen al valor del residuo, describiendo la manera de llevar a cabo el cálculo de las correcciones de estación, y relocalización hipocentral.

Tras obtener la solución con el conjunto total de datos, denominada IP1, hemos de comprobar la capacidad de resolución del conjunto de datos utilizado, para lo que se diseñan dos tipos de tests de resolución: uno para estructuras del tamaño de una celda del modelo (110 Km. aproximadamente), denominado de celda-spike, y otro para estructuras de mayor tamaño, denominado test de bloques, para comprobar el poder de resolución de la iluminación proporcionada, a estructuras de un tamaño del orden de 220 Km.

La interpretación preliminar de las anomalías obtenidas con el conjunto de datos IP1, se realiza a la vista de los resultados por capas de los tests diseñados y del muestreo (o iluminación) del modelo, ya que existe una gran influencia de las direcciones privilegiadas de iluminación sobre la solución sobre el valor y forma de las anomalías que se obtengan por inversión.

El Capítulo sexto comienza con la comprobación, mediante el test denominado de permutación de datos, de la relación existente entre el muestreo del modelo y el valor de los residuos.

Dada la baja resolución mostrada en el capítulo anterior por el test de celda-spike y bloques para la solución IP1, subdividimos el conjunto total de datos en dos subconjuntos disjuntos en cuanto a los datos incluidos en cada uno de ellos, y los volúmenes muestreados:

- IP2: rayos con distancias epicentrales entre 48° y 90° .
- IP3: incluye distancias epicentrales entre 0° y 30° .

con el objetivo de comprobar qué anomalías de las obtenidas con IP1 son estables en las tres soluciones, permitiéndonos asegurar su existencia y veracidad.

Puesto que en las tres soluciones obtenidas (IP1, IP2 e IP3) aparece de manera muy estable una anomalía positiva en el SE peninsular, imagen de una posible capa de subducción coronada por una capa de baja velocidad, diseñamos

diversos tests que hemos denominado de capa sintética, en los que resolvemos el problema directo del cálculo de los residuos a lo largo de los mismos rayos utilizados en el problema de inversión real, incluyendo una anomalía que simule la obtenida por inversión en contraste y posición, permitiendo comprobar el poder de resolución de una estructura semejante a la obtenida por inversión (SYN0, SYN1, SYN2, SYN4, SYN5 y SYN6).

Como final del Capítulo 6, contrastamos las estructuras obtenidas en este estudio tomográfico con la información suministrada por la sismicidad de foco profundo ($z \sim 630$ Km.) existente en el sur peninsular, y las correcciones de estación calculadas en el proceso de inversión, y realizamos la interpretación de dichas anomalías.

Pese a que la modelización propuesta es únicamente sísmica, de las anomalías significativas obtenidas en esta investigación, llevamos a cabo en el Capítulo 6, a la luz de los modelos geodinámicos más aceptados en la actualidad, una posible explicación de su origen y datación geológica de dichas estructuras dentro del marco geodinámico de las Béticas y del Mediterráneo.

En el Capítulo séptimo se resumen las conclusiones principales obtenidas en esta tesis, proponiendo nuevas líneas de investigación que continuando el camino emprendido, permitan obtener información más detallada del volumen estudiado, tanto de las anomalías obtenidas en este trabajo, como del resto de las estructuras cuya existencia no puede ser asegurada en este trabajo por la baja resolución obtenida, citando las investigaciones que con esta metodología se están realizando actualmente en España.

REFERENCIAS

- Badal, J., V. Corchete, G. Payo, J.A. Canas, L. Pujades, F.J. Serón, 1990.** Processing and inversion of long-period surface-wave data collected in the Iberian Peninsula. *Geophys. J. Int.*, 100, 193-202.
- Banda, E., J. Ansorge, M. Boloix, D. Córdoba, 1980.** Structure of the crust and upper mantle beneath the Balearic Islands (western Mediterranean). *Earth Planet. Sci. Lett.*, 49, 1219-1230.
- Banda, E., E. Suriñach, A. Aparicio, J. Sierra, E. Ruiz de la Parte, 1981.** Crust and upper mantle structure of the central Iberian Meseta (Spain). *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 67, 779-789.
- Banda, E., A. Udías, St. Mueller, J. Mezcuca, M. Boloix, J. Gallart, A. Aparicio, 1983.** Crustal structure beneath Spain from deep seismic sounding experiments. *Phys. Earth Planet. Int.*, 31, 277-280.
- Barranco, L.M., J. Ansorge, E. Banda, 1990.** Seismic refraction constraints on the geometry of the Ronda peridotitic massif (Betic Cordillera, Spain). *Tectonophysics*, 184, 379-392.
- Gilbert, F., A.M. Dziewonski, 1975.** An application of normal mode theory to the retrieval of structural parameters and source mechanisms from seismic spectra. *Philos. Trans. R. Soc. Londres, A*, 278, 187-269.
- Granet, M., J. Trampert, 1989.** Large-scale P-velocity structures in the Euro-Mediterranean area. *Geophys. J. Int.*, 99, 583-594.
- Herrin, E., 1968.** Introduction to "1968 Seismological Tables for P-phases". *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 58, 1193-1195.
- ILIHA DSS GROUP, 1993.** A deep seismic sounding investigation on lithospheric heterogeneity and anisotropy beneath the Iberian Peninsula. *Tectonophysics*, 221, 35-51.
- Jeffreys, H., K.E. Bullen, 1940.** Seismological Tables. *British Association for the Advancement of Science*, Londres.
- Marillier, F., St. Mueller, 1985.** The western Mediterranean region as an upper-mantle transition zone between two lithospheric plates. *Tectonophysics*, 118, 113-130.

- Nolet, G., 1981. Linearized inversion of (teleseismic) data. En: "The solution of the inverse problem in geophysical interpretation". Ed: R. Cassinis. *Plenum Press*. Nueva York.
- Nolet, G., 1990. Partitioned waveform inversion and two-dimensional structure under the network of autonomously recording seismographs. *J. Geophys. Res.*, 95, 8499-8512.
- Paige, C.C., M.A. Saunders, 1982. LSQR: An algorithm for sparse linear equations and sparse least squares. *ACM Trans. Math. Soft.*, 8, 1, 43-71.
- Panza, G.F., St. Mueller, G. Calgagnile, 1980. The gross features of the lithosphere-asthenosphere system in Europe from seismic surface waves and body waves. *Pure Appl. Geophys.*, 118, 1209-1213.
- Paulssen, H., J. Visser, 1993. The crustal structure in Iberia inferred from P-wave coda. *Tectonophysics*, 221, 111-123.
- Payo, G., 1970. Structure of the crust and upper mantle by means of a long period triangular array. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 20, 493-508.
- Payo, G., 1972. Crust-mantle velocities in the Iberian Peninsula and tectonic implications of the seismicity in this area. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 30, 85-99.
- Snieder, R., 1988. Large scale waveform inversions of surface waves for lateral heterogeneity, II: Application to surface waves in Europe and the Mediterranean. *J. Geophys. Res.*, 93, 12067-12080.
- Spakman, W., 1986. Subduction beneath Eurasia in connection with the Mesozoic Tethys. *Geol. Mijnbouw*, 65, 145-153.
- Spakman, W., 1988. Upper mantle delay time tomography. With an application to the collision zone of the Eurasian, African and Arabian plates. Tesis Doctoral. Utrecht. Holanda.
- Spakman, W., 1990. Images of the upper mantle of central Europe and the Mediterranean. *Terra Nova*, 2, 542-533.
- Spakman, W., 1991. Delay time tomography of the upper mantle below Europe, the Mediterranean, and Asia Minor. *Geophys. J. Int.*, 107, 309-332.

Spakman, W., S. Van der Lee, R. Van der Hilst, 1993. Travel-time tomography of the European-Mediterranean mantle down to 1400 Km.. *Phys. Earth Planet. Inter.*, 79, 3-74.

Suriñach, E., R. Vegas, 1988. Lateral inhomogeneities of the Hercynian crust in Central Spain. *Phys. Earth Planet. Int.*, 51, 226-234.

Zielhuis, A., 1992. S-wave velocity below Europe from delay-time and waveform inversion. Tesis Doctoral. Utrecht.

Capítulo 2

Fundamento físico

*La sabiduría edificó su casa,
talló sus siete columnas;
Inmoló sus víctimas, compuso su vino
y preparó su mesa.
Envío sus criadas, resonando su invitación
sobre las alturas culminantes de la ciudad
"¡Quién sea simple, véngase a mí!"
Proverbios, 9, 1-4*

El conocimiento de la evolución histórica, y de los principios físicos en los que se fundamenta cualquier metodología, ayuda a la interpretación de los resultados de su aplicación, permitiendo valorar el grado de validez de las aproximaciones realizadas.

2.1 SIGNIFICADO E HISTORIA DE LA TOMOGRAFÍA.

El término Tomografía está compuesto de dos partes, ambas con raíz griega: la primera "tomos" significa corte, y la segunda "graphê" implica representación, dibujo. Por tanto "Tomografía" quiere decir "técnica para la obtención de la imagen de una sección plana de un objeto tridimensional". Aunque primeramente se utilizó esta denominación en el campo de la Medicina para designar a la metodología que permite la visualización de órganos internos en 3 dimensiones (resolución de 1 mm.) utilizando un conjunto de emisores-receptores de rayos-X y un ordenador (de ahí el nombre de Tomografía Axial Computerizada con el que habitualmente se designa, TAC), el procedimiento se desarrolló simultáneamente en Sismología para estudiar el interior de la Tierra, sin utilizar el vocablo tomografía hasta que se incorporaron los métodos iterativos con matrices.

Esta técnica de inversión fue aplicada por primera vez en Sismología en 1976 por Aki, Christofferson y Husebye (Aki *et al.*, 1977), utilizando como datos los telesismos registrados por el array NORSAR en Noruega. Posteriormente, Aki y Lee (1976) incrementaron considerablemente la resolución del método incluyendo los datos de sismos locales, usando como datos iniciales los sismos registrados por el array del U.S.G.S. instalado en California. Los primeros resultados utilizando métodos iterativos fueron presentados por Clayton y Comer (1984).

En 1984, Clayton definió "tomografía sísmica" de la siguiente forma:

"La tomografía puede ser definida como la reconstrucción de un campo de distribución de una magnitud física cualquiera mediante el conocimiento de integrales de línea a su través. En Sismología, el análisis de variaciones laterales de la velocidad se ajusta a esta definición si perturbamos la ecuación de tiempo de recorrido alrededor de un modelo de velocidad de referencia. El campo, en este caso, es la perturbación de la lentitud (*slowness*), y las observaciones son las desviaciones del tiempo observado respecto al calculado en el modelo."

En Sismología se utilizan diferentes tipos de tomografía (Aki, 1993), dependiendo de la clase de datos y de la escala del estudio. La tomografía que se va a desarrollar en este trabajo de investigación es la que utiliza como datos los residuos temporales, pero existen otras basadas en la velocidad de fase o grupo de ondas superficiales, o formas de onda. También se aplica la tomografía a estudios de estructura entre pozos, sísmica de reflexión y refracción.

Aunque la aplicación de esta técnica es muy reciente, su fundamento matemático data de 1917, cuando el matemático austriaco Johan Radon postuló el teorema denominado "de la capa interna" (Radon, 1917). En este teorema se expone la posibilidad de reconstruir funciones bidimensionales, a partir de integrales lineales. En 1963, Allen Cormack (1963) postulaba la idea por la que mereció el premio Nobel. Esta es muy sencilla: si podemos resolver el problema en dos dimensiones por conocimiento de las integrales de línea (Radon, 1917), de la misma manera podremos reconstruir la función tridimensional a partir de las soluciones bidimensionales.

2.2 TEOREMA DE LA CAPA INTERNA

Este es el fundamento de cualquier tipo de tomografía, bien sea médica, sísmica, oceanográfica, etc (Lee y Pereyra, 1993).

Si queremos obtener la función de distribución de un parámetro en el interior de un cuerpo $h(r)$, donde r es el vector de posición de un punto cualquiera de su

interior respecto a un sistema cartesiano arbitrario definido por los vectores base ortonormales (u_x, u_y) , siguiendo el esquema de la Figura (2.1), haremos incidir un haz de rayos paralelos de una energía cuya intensidad varíe según el valor del parámetro a estudiar en cada punto del interior del cuerpo $h(r)$, y colocamos, simétricamente respecto al objeto, un conjunto de receptores para medir la energía después de haber atravesado el cuerpo a analizar.

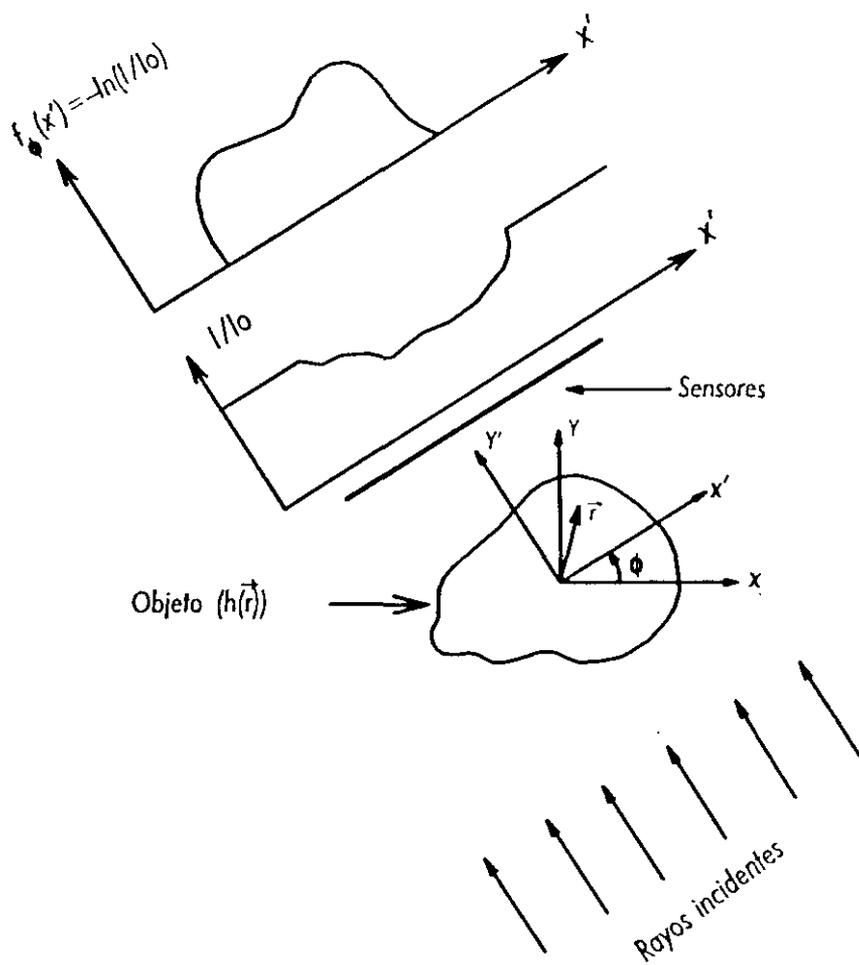


Figura 2.1 Reconstrucción de un objeto mediante el muestreo con una radiación de una energía I_0 conocida, midiendo la energía I después de atravesar dicho cuerpo (Swindell y Barrett, 1977)

Definimos otro sistema de coordenadas mediante sus vectores base ortonormales $(u_{x'}, u_{y'})$, siendo y' paralelo a la radiación incidente, obtenido girando el sistema cartesiano (u_x, u_y) un ángulo ϕ en el caso de la Figura (2.1). Las coordenadas del punto con vector de posición r en el primer sistema de referencia son (x, y) , y en el segundo (x', y') .

$$r = x u_x + y u_y = x' u_{x'} + y' u_{y'}$$

Representamos la función de proyección $f_\phi(x') = -\ln(I/I_0)$, que relaciona la intensidad incidente inicial I_0 y la registrada I a lo largo del eje x' (perpendicular a la dirección de incidencia), con r y $h(r)$ mediante la expresión

$$f_\phi(x') = \int_{-\infty}^{\infty} h(r) dy' \quad (2.1)$$

Calculando la transformada de Fourier unidimensional de (2.1), siendo ϵ' el número de onda correspondiente al eje x' , obtenemos

$$F_1[f_\phi(x')] = \int_{-\infty}^{\infty} f_\phi(x') e^{i2\pi\epsilon'x'} dx' \quad (2.2)$$

sustituyendo (2.1) en (2.2) y reagrupando los términos, obtenemos

$$F_1[f_\phi(x')] = \int_{-\infty}^{\infty} dx' \int_{-\infty}^{\infty} dy' h(r) e^{i2\pi\epsilon'x'} \quad (2.3)$$

que puede escribirse como

$$F_1[f_\phi(x')] = \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} dx' \int_{-\infty}^{\infty} dy' h(r) e^{i2\pi(\epsilon'x' + \mu'y')} \right\}_{\mu'=0} = F_2[f_\phi(x')]_{\mu'=0}$$

siendo F_2 la transformada de Fourier bidimensional, siendo μ' el número de onda correspondiente al eje y' , evaluada para $\mu' = 0$. Si variamos el ángulo de proyección ϕ en el intervalo $(0^\circ, 180^\circ)$, conoceremos F_2 en todas las direcciones permitiéndonos, por inversión, conocer $h(r)$ en todo punto r del interior del objeto.

Aunque el principio teórico de toda clase de tomografía es el mismo, conviene señalar que su formulación matemática difiere entre los distintos tipos por la diversidad de condiciones. Las diferencias entre la tomografía radiológica y la sísmica (Lee y Pereyra, 1993) se muestran en la Tabla (2.1).

	RADIOLOGÍA	SISMOLOGÍA
ECUACIÓN	$f_L = \int_L g(s) ds$ s elemento de L $f_L =$ función absorción	$T = \int_{\Gamma} u(l) dl$ l elem. diferencial de Γ T tiempo de recorrido
INCÓGNITA	$g(s) =$ coef. absorción	$u(l) =$ lentitud
TRAYECTORIA	L línea recta	Γ no suele ser recta
FUENTES	posiciones conocidas	desconocidas e incontrolables
RECEPTORES	numerosos y controlables	posicionamiento no óptimo y escasos

Tabla 2.1 Diferencias entre la tomografía radiológica y la sísmica

2.3 CONCEPTO DE TOMOGRAFÍA SÍSMICA CON RESIDUOS

Cuando se produce un terremoto o una explosión, se generan diversos tipos de ondas que se propagan (en primera aproximación) como rayos en todas las direcciones, atravesando la Tierra hasta llegar a la estación sísmica que los registra. La trayectoria que sigan, y el tiempo transcurrido desde su generación a su registro, dependerá de la estructura del medio atravesado. Por tanto, el registro de un terremoto (sismograma) contiene información de las propiedades físicas del interior de la Tierra muestreada a lo largo de la trayectoria del rayo desde la fuente hasta el receptor, permitiendo mediante su estudio, analizar la estructura atravesada.

La magnitud física del interior de la Tierra a estudiar en este trabajo, es la velocidad de propagación de las ondas P que se puede calcular a partir de los tiempos de recorrido de estas ondas desde la fuente hasta el receptor, evaluable si conocemos la posición del hipocentro, el tiempo origen, y el instante en el que la onda compresional llega a la estación.

El método de la Tomografía sísmica con residuos (diferencia entre el tiempo de recorrido observado y el calculado asumiendo un modelo de distribución de velocidades sísmicas en la Tierra y un hipocentro calculado en tal modelo) se basa en la hipótesis de que los residuos temporales pueden interpretarse en términos de estructuras anómalas de velocidad con respecto al modelo de Tierra supuesto. Por facilidad de cálculo, se suelen presuponer modelos de distribución

radial (Jeffreys-Bullen, PREM,...) (Jeffreys y Bullen, 1940; Dziewonski y Anderson, 1981, respectivamente). Si el tiempo de recorrido observado en una estación en particular difiere del tiempo calculado en cualquiera de estos modelos, la Tierra real diferirá de la supuesta con simetría radial.

El objetivo de la Tomografía sísmica lineal con residuos temporales, es explicar las diferencias entre los tiempos de recorrido observados y teóricos, mejorando el modelo de distribución de velocidades asumido a priori.

Para determinar la dimensión y emplazamiento de las regiones con velocidad sísmica anómala, necesitamos muestrear éstas con rayos en todas las direcciones. Cuanto más homogéneo sea el muestreo del interior del volumen de Tierra a estudiar por diferentes tipos de ondas, y más preciso la determinación de los tiempos de llegada y amplitudes ("picado") de las fases en los sismogramas, mejor será el conocimiento que podamos tener de la naturaleza física de las estructuras anómalas (situación, forma, volumen, propiedades sísmicas).

La fuente de datos más potente en Sismología global es la base de datos constituida por las lecturas de los instantes de llegada de las distintas fases de un evento sísmico realizadas por los operadores de las redes sísmicas locales, y que son enviadas rutinariamente al *International Seismological Centre* (ISC Newbury, Reino Unido). Estos datos se almacenan en cinta magnética junto con la localización de tal evento calculada utilizando todas las lecturas disponibles, mediante procesos iterativos de mínimos cuadrados.

En el primer trabajo realizado con este banco de datos (Dziewonski *et al.*, 1977), se calcularon los primeros coeficientes del desarrollo en armónicos esféricos de las perturbaciones en velocidad en el manto terrestre de carácter global, mediante un proceso de mínimos cuadrados.

Simultáneamente se mejoró el método de inversión (Aki y Lee, 1976; Aki *et al.*, 1977) al dividir el volumen de tierra a estudiar en celdas individuales en las que se asume velocidad constante. Esta aproximación conduce a un sistema matricial que, si el número de celdas es elevado, es singular e inestable. Para problemas de dimensiones no muy elevadas, podemos solventar estas dificultades utilizando técnicas algebraicas como la denominada Descomposición de Valores Singulares ("*Singular Value Decomposition*", SVD). En tomografía se llega fácilmente a sistemas con matrices del orden de 10^{12} elementos, no almacenables ni manejables actualmente de manera eficiente por los ordenadores, y el problema se soluciona por métodos iterativos. La primera investigación utilizando estos

métodos fue la de Clayton y Comer (1984). Es a partir de la aplicación de los métodos iterativos cuando se empieza a comprobar la gran potencialidad de análisis de la tomografía aplicada a la Sismología.

2.4 PRINCIPIO DE FERMAT

El principio filosófico de mínimo, de gran aplicación en la explicación de los fenómenos de la naturaleza (p.e. mínima acción de Maupertius en la mecánica, mínima energía en los equilibrios, etc), fue aplicado con éxito por Fermat a la propagación de los rayos de luz en Óptica. Aplicaremos este principio a la propagación de rayos sísmicos, ya que es la justificación del uso en tomografía del trazado de rayos en el modelo de distribución de velocidades de referencia (Nolet, 1987).

El enunciado original es: "la geometría del rayo es tal, que el tiempo de recorrido entre dos puntos es estacionario, es decir, mínimo o máximo". Dicho de otra manera (Figura 2.2): si el rayo va realmente de un punto A a otro B por una trayectoria, ésta es tal que el camino óptico es mínimo comparado con otras trayectorias geométricas muy próximas a ella que, pasando por A y B, no sean el camino real del rayo.

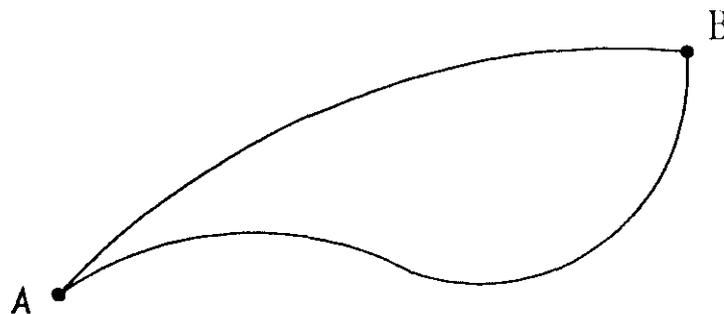


Figura 2.2 Dos posibles trayectorias de un rayo sísmico entre los puntos A y B.

Si tomamos dl tangente a lo largo del rayo, y un elemento a lo largo de éste ds , con longitud suficientemente pequeña como para que v permanezca constante (Figura 2.3), se define la velocidad sísmica escalar como

$$v = \frac{|dl|}{dt} \quad (2.4)$$

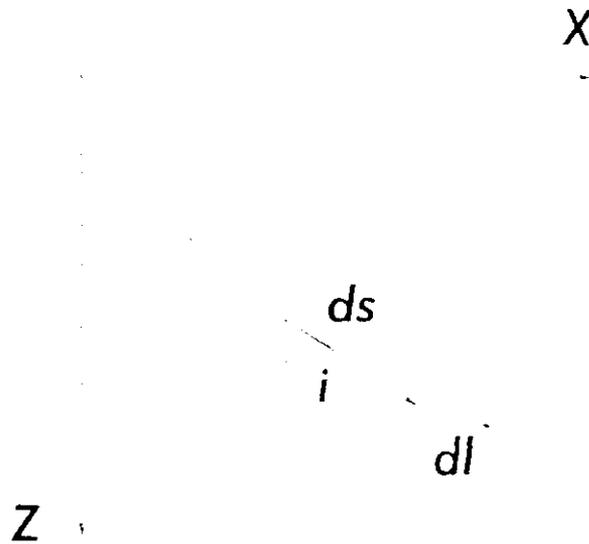


Figura 2.3 Elementos diferenciales en un rayo sísmico.

Si ahora perturbamos la trayectoria del rayo sísmico, de forma que dl pase a ser $d(l + \delta l)$, éste atravesaría una zona con una velocidad distinta, en general será $(v + \delta v)$

$$dt + \delta dt = \frac{|dl + d\delta l|}{v + \delta v} \quad (2.5)$$

desarrollando en serie de Taylor, y despreciando los términos de orden superior al segundo, obtenemos

$$dt + \delta dt = |dl + d\delta l| \left[\frac{1}{v} + \delta \frac{1}{v} \right] \quad (2.6)$$

que según la Figura (2.3)

$$| dl + d\delta l | = n \cdot (dl + d\delta l) \quad \text{siendo } n = \frac{dl}{ds} \quad (2.7)$$

resulta en primera aproximación

$$\delta dt = \frac{1}{v} n \cdot d\delta l + \delta\left(\frac{1}{v}\right) n \cdot dl \quad (2.8)$$

La perturbación total del tiempo de recorrido entre dos puntos fijos A y B será

$$\delta T = \int_A^B \delta\left(\frac{1}{v}\right) n \cdot dl + \int_A^B \frac{1}{v} n \cdot d\delta l \quad \text{con } l = l(s) \quad (2.9)$$

sustituyendo $l = l(s)$, obtenemos

$$\delta T = \int_A^B \delta\left(\frac{1}{v}\right) n \cdot \frac{dl(s)}{ds} ds + \int_A^B \frac{1}{v} n \cdot \frac{d\delta l(s)}{ds} ds \quad (2.10)$$

ya que

$$\delta\left[\frac{1}{v}\right] = \delta l \cdot \nabla\left(\frac{1}{v}\right) \quad (2.11)$$

sustituyendo en (2.10), e integrando por partes, resulta:

$$\delta T = \int_A^B \delta l(s) \cdot \nabla\left(\frac{1}{v}\right) ds + \left[\frac{n}{v} \delta l(s)\right]_A^B - \int_A^B \delta l(s) \frac{d}{ds}\left(\frac{n}{v}\right) ds \quad (2.12)$$

siendo el segundo sumando nulo porque la perturbación de la trayectoria del rayo, al ser puntos fijos A y B se anulará en ellos y quedará

$$\delta T = \int_A^B \delta l \left[\nabla\left(\frac{1}{v}\right) - \frac{d}{ds}\left(\frac{n}{v}\right) \right] ds \quad (2.13)$$

para δl arbitrario será δT nulo si la cantidad entre corchetes lo es, debiéndose cumplir por tanto:

$$\nabla \frac{1}{v} = \frac{d}{ds} \left(\frac{\mathbf{n}}{v} \right) \quad (2.14)$$

Aplicando el principio de Fermat, hemos llegado a la ecuación general del rayo sísmico.

2.5 APROXIMACIÓN DE RAYO SÍSMICO

Toda tomografía con residuos asume que, teóricamente, el tiempo de recorrido se obtiene mediante la integración a lo largo del rayo L de la velocidad sísmica correspondiente, en un espacio tridimensional:

$$\tau = \int \frac{dl}{v} \quad (2.15)$$

siendo dl el elemento diferencial a lo largo del rayo sísmico.

Hemos de darnos cuenta de la aproximación lineal del rayo sísmico que estamos aceptando, que únicamente será cierta si la longitud de onda λ tiende a cero (Nolet, 1987); es decir, si la longitud de onda λ es pequeña comparada con el intervalo de distancia en el que varía la velocidad v .

Hay tres principios en Óptica que se basan en esta aproximación: Fermat, Huygens y Fresnel. El primero de ellos ya ha sido enunciado, veamos los otros dos:

1) PRINCIPIO DE HUYGENS:

Un frente de ondas S progresa como si cada uno de sus puntos emitiera ondas esféricas elementales, siendo la posición del frente de ondas al cabo de un tiempo δt , la envolvente de dichas ondas elementales.

2) PRINCIPIO DE FRESNEL:

Un movimiento ondulatorio en cualquier punto exterior a su frente de ondas S, puede representarse como el resultado de la superposición de ondas secundarias coherentes emitidas por fuentes virtuales con distribución continua sobre S.

Si aplicamos este principio al caso de la Figura (2.4), donde:

FAR = rayo de F (fuente) a R (receptor) con tiempo mínimo.

FB = rayo de F a la fuente virtual B, con tiempo mínimo; análogamente se define BR.

Siempre que $FBR - FAR \leq \lambda/4$ los rayos interfieren constructivamente (en Sismología esto implica que la estructura muestreada en B influye en la observación en R).

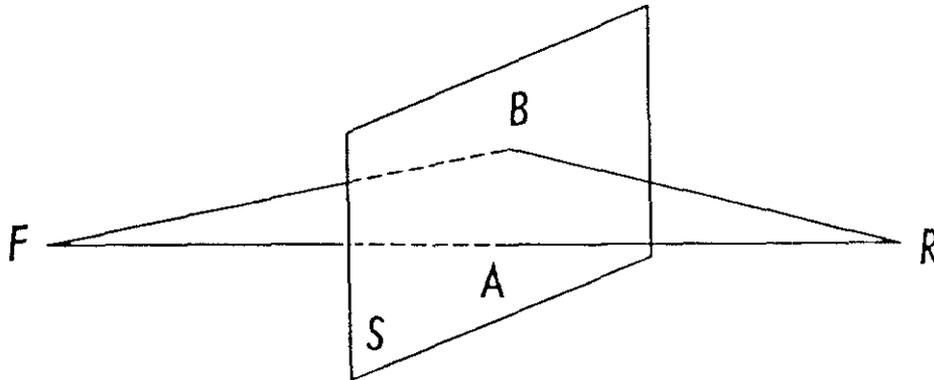


Figura 2.4 Superficie S normal al rayo FAR.

Definimos como tubo sísmico, una figura imaginaria que tendría por eje el rayo sísmico aproximado, y un radio tal que el tubo incluyera en su interior toda las estructuras que afectarían al rayo).

Así, por ejemplo, para una longitud de onda λ de 10 Km, la anchura máxima del "tubo sísmico" variará entre:

36 Km., para una longitud total del rayo de 1000 Km.
112 Km., si la longitud es de 10000 Km.

Aunque la aproximación de rayo sísmico, implica que la solución que se obtenga no es totalmente correcta, puede aplicarse suavizando las anomalías de la velocidad entre celdas adyacentes mediante una función de suavizado adecuada, de forma que no existan grandes discontinuidades.

La aproximación de rayo sísmico es de total aplicación en este trabajo, dado el tamaño de las anomalías que vamos a intentar resolver (como veremos en el Capítulo 5, al definir la unidad de resolución utilizada en este caso particular), independientemente de que apliquemos a la solución el suavizado correspondiente).

Evidentemente, en las investigaciones en las que el grado de resolución deseado sea más alto, interpretándose anomalías de menor tamaño, se deberá examinar el grado de validez de esta aproximación.

REFERENCIAS

- Aki, K., W.H.K. Lee, 1976.** Determination of the three-dimensional velocity anomalies under a seismic array using first P arrival times from local earthquakes, Part. 1. A homogeneous initial model. *J. Geophys. Res.*, 81, 4381-4399.
- Aki, K., A. Christofferson, E.S. Husebye, 1977.** Determination of the three-dimensional seismic structure of the lithosphere. *J. Geophys. Res.*, 82, 277-296.
- Aki, K., 1993.** Overview. En "Seismic Tomography. Theory and practice". Ed: H. M. Iyer, K. Hirahara. *Chapman & Hall*.
- Clayton, R.W., R.P. Comer, 1984.** A tomographic analysis of mantle heterogeneities. *Terra Cognita*, 4, 282-283.
- Cormack, A.M., 1963.** Representation of a function by its line integrals, with some radiological applications. *J. Appl. Phys.*, 34, 2722-2727.
- Dziewonski, A.M., B.H. Hager, R.J. O'Connell, 1977.** Large-scale heterogeneities in the lower mantle. *J. Geophys. Res.*, 82, 239-255.
- Dziewonski, A.M., D.L. Anderson, 1981.** Preliminary reference Earth model. *Phys. Earth Planet. Inter.*, 25, 267-356.
- Jeffreys, H., K.E. Bullen, 1940.** Seismological tables. *British Association*. London.
- Lee, W.H.K., V. Pereyra, 1993.** Mathematical introduction to seismic tomography. En "Seismic Tomography. Theory and practice". Ed: H. M. Iyer, K. Hirahara. *Chapman & Hall*.
- Nolet, G., 1987.** Seismic wave propagation and seismic tomography". En "Seismic Tomography. With applications in Global Seismology and Exploration Geophysics". Ed: Guust Nolet. *Reidel Publishing Company*.
- Radon, J., 1917.** Über die Bestimmung von Funktionen durch ihre Integralwerte langs gewisser Mannigfaltigkeiten. *Ber. Verh. Saechs. Akad. Wiss., Leipzig. Math. Phys. Kl.*, 69, 262-277.
- Swindell, W., H.H. Barrett, 1977.** Computerized tomography: taking sectional X-rays. *Physics Today*, 32-41.

Capítulo 3

Desarrollo teórico

*Un profesor de matemáticas,
por grande que sea su amor a la materia
y fuerte su deseo de comunicación,
se enfrenta permanentemente con una dificultad agobiante:
¿Cómo mantener despiertos a sus alumnos?
M. Gardner*

Desde que se instalaron los primeros sismógrafos sobre la superficie terrestre a finales del s.XIX, se han utilizado las ondas sísmicas para localizar su punto de origen y definir la distribución de las velocidades de las ondas sísmicas en el medio atravesado.

Mediante la aplicación de la Tomografía sísmica lineal tratamos de conocer la distribución tridimensional de la velocidad sísmica de una fase determinada, en particular en este estudio la onda P, utilizando como datos los residuos temporales (*delay-times*) obtenidos como diferencia entre el instante de llegada de una onda a una estación, y el calculado asumiendo un modelo de Tierra determinado.

Partimos de la hipótesis de que los residuos proporcionan información sobre las anomalías de velocidad muestreadas por los rayos sísmicos, respecto al modelo de Tierra utilizado en el proceso de localización hipocentral.

En este capítulo vamos a analizar qué es y a qué corresponde exactamente el valor de un residuo, así como el procedimiento de linealización de las ecuaciones constituyentes del sistema, la parametrización tanto de las anomalías de velocidad como de los demás sumandos constituyentes de un residuo, y los diferentes métodos de cálculo de la solución del sistema de ecuaciones en tomografía, deteniéndonos en el utilizado en este trabajo.

3.1 DEFINICIÓN DE MAGNITUDES EVALUABLES

Antes de comenzar con la formulación matemática, vamos a especificar las magnitudes que vamos a utilizar y establecer la notación que vamos a seguir. El observable físico que se utilizará va a ser la lentitud s (*slowness*), inversa de la velocidad v .

Definiremos su anomalía en un punto del interior de la Tierra a partir de la lentitud real s' y a la que el modelo de distribución de velocidad utilizado como referencia, nos da en ese mismo punto como:

$$\Delta s = s' - s$$

En función de la anomalía de la velocidad

$$\Delta v = v' - v$$

resulta

$$\Delta s = \frac{1}{v + \Delta v} - \frac{1}{v} \approx \frac{-\Delta v}{v^2} \quad (3.1)$$

Aunque todos los cálculos se realizarán utilizando esta magnitud s que los simplifica, en la interpretación al ser más intuitiva la velocidad v , hablaremos de anomalías positivas o negativas en función de la anomalía de velocidad (de signo contrario a las de lentitud).

Puesto que tanto la velocidad v , como la longitud del rayo sísmico son magnitudes de punto,

$$\left. \begin{array}{l} s = s(\mathbf{y}) \\ l = l(\mathbf{y}) \end{array} \right\} \Rightarrow s = s(l)$$

hablaremos indistintamente de $s(\mathbf{y})$ ó $s(l)$, siendo \mathbf{y} el vector de posición de cualquier punto del rayo respecto a un sistema de referencia arbitrario, y l la longitud a lo largo del rayo.

Siguiendo la Figura (3.1), definiremos genéricamente L como la longitud a lo largo del rayo y T el tiempo en recorrer dicha longitud, estableciendo las siguientes variantes:

a) trayectoria del rayo a través de la Tierra real entre el hipocentro verdadero y la estación

$$L = L(x, s, e) \quad T = T(x, s, e)$$

b) trayectoria del rayo a través del modelo de Tierra inicial, entre el hipocentro real y la estación

$$L^* = L(x, s^0, e) \quad T^* = T(x, s^0, e)$$

c) trayectoria del rayo en el modelo de Tierra inicial, entre el hipocentro calculado y la estación

$$L^0 = L(x^0, s^0, e) \quad T^0 = T(x^0, s^0, e)$$

d) trayectoria del rayo en otro modelo de distribución de velocidad s^1 entre el hipocentro calculado en el modelo s^0 y la estación

$$L^1 = L(x^0, s^1, e) \quad T^1 = T(x^0, s^1, e)$$

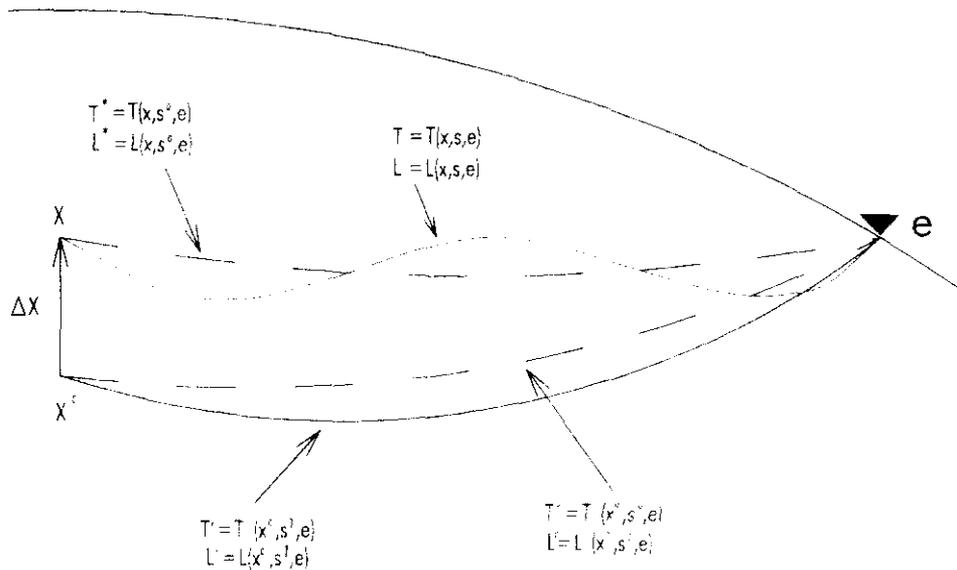


Figura 3.1 Definición de las diferentes trayectorias de rayos utilizados y tiempos de recorrido asociados.

donde:

x°	representa las coordenadas hipocentrales calculadas en el modelo asumido a priori
x	las coordenadas hipocentrales reales
e	el emplazamiento de la estación
s	la distribución real de la lentitud
s°	la distribución de velocidad teórica, asumida en la localización hipocentral
s^1	otro modelo de distribución de velocidades.

De todas las cantidades anteriormente definidas, únicamente conocemos x° , s° , s^1 , e , y por tanto L° , T° , L' y T' .

L es la trayectoria para la que el tiempo de recorrido T es estacionario frente a pequeñas perturbaciones en la geometría del rayo. Esto es, L y T satisfacen el principio de Fermat (Spakman *et al.*, 1993) expuesto en el Capítulo 2.

En el capítulo 5 se explicará la razón de tener que definir un segundo modelo de distribución de velocidades.

3.2 ECUACIÓN FUNDAMENTAL EN TOMOGRAFÍA

La definición de residuo dada en la introducción del capítulo, puede ser expresada matemáticamente de la forma siguiente:

$$r = t^{obs} - t^{cal} \quad (3.2)$$

donde:

t^{obs} = tiempo observado de llegada de una fase determinada de un terremoto a una estación.

t^{cal} = tiempo de recorrido calculado desde la localización del hipocentro, hasta la estación a través del modelo de Tierra en que se ha obtenido dicha localización.

Veamos los distintos sumandos que componen un residuo:

- 1) el tiempo observado de llegada de la fase sísmica escogida a una estación, se puede descomponer en los sumandos siguientes (Kissling, 1987; Spakman, 1988)

$$t^{obs} = t_o + T + \Delta t_e + \epsilon \quad (3.3)$$

donde t_o es el tiempo origen verdadero, T el tiempo de recorrido real e Δt_e la corrección de estación, que incluye todo efecto sistemático observado en los tiempos de llegada a cada estación en particular (p.e. la corrección por altura, pues estamos suponiendo que la posición de la estación es la misma en el modelo de Tierra que en la Tierra real); y ϵ aglutina todos los errores de observación.

- 2) De forma análoga, el tiempo calculado de llegada de la misma fase, será

$$t^{cal} = t_o^o + T^o \quad (3.4)$$

donde t_o^o representa el tiempo origen calculado y T^o el tiempo de recorrido teórico en la distribución de velocidades utilizada en la localización hipocentral.

Sustituyendo (3.3) y (3.4) en (3.2) y agrupando términos, obtenemos

$$r = T(x, s, e) - T(x^o, s^o, e) + \Delta t_o + \Delta t_e + \epsilon \quad (3.5)$$

siendo

$$\Delta t_o = t_o - t_o^o \quad (3.6)$$

el error cometido en el cálculo del tiempo origen del terremoto.

Para una distribución tridimensional de velocidades, el tiempo de recorrido es función de tal distribución y de la trayectoria del rayo, que a su vez depende de dicha distribución, y puede formularse como

$$T = \int_L s dl \quad (3.7)$$

En esta ecuación (3.7) el problema inverso, en general, consiste en: teniendo como datos de entrada los tiempos de recorrido (T), tratar de conocer la distribución espacial de lentitudes s .

Como se puede ver, se trata de un problema claramente no lineal, pues la incógnita, s , está también implícita en la trayectoria del rayo $L = L(x, s, e)$, ya que como se ha comentado, $s = s(l)$.

Sustituyendo en (3.5) los tiempos de recorrido por sus integrales correspondientes (según 3.7), llegamos a:

$$r = \int_L s dl - \int_{L'} s^o dl + \Delta t_o + \Delta t_e + \epsilon \quad (3.8)$$

Si sumamos y restamos la cantidad siguiente (Spakman, 1988) (que aunque carente de sentido físico alguno, nos permita separar las diferentes contribuciones físicas al valor total del residuo, para poder llegar a su linealización)

$$\int_{L'} s^o dl$$

obtenemos agrupando sumandos,

$$r = \left[\int_L s dl - \int_{L'} s^o dl \right] + \left[\int_{L'} s^o dl - \int_{L'} s^o dl \right] + \Delta t_o + \Delta t_e + \epsilon \quad (3.9)$$

El primer corchete representa la diferencia entre el tiempo de recorrido real (desde el hipocentro verdadero a través de la Tierra real) y el calculado en el modelo de distribución de velocidades asumido entre el hipocentro real y la estación; es por tanto el residuo verdadero. Los sumandos incluidos en el segundo corchete corrigen el residuo verdadero por el error espacial cometido en el proceso de localización hipocentral.

Si asumimos que las anomalías de la lentitud Δs producen perturbaciones despreciables en las geometría de los rayos L y L' y también errores no significativos en la localización hipocentral $\Delta x = x - x_o$, podremos:

- 1) aplicar el principio de Fermat a las integrales en L (trayectoria real), pasándolas a L' (trayectoria desde el hipocentro real, a través del modelo de Tierra inicial).
- 2) desarrollar en serie de Taylor las integrales en L' alrededor de L^o , despreciando términos de orden superior al segundo.

resultando:

$$r = \int_{L'} \Delta s dl + \Delta \mathbf{x} \cdot \nabla_{\mathbf{x}'} \int_{L'} \Delta s dl + \Delta \mathbf{x} \cdot \nabla_{\mathbf{x}'} T^o + \Delta t_o + \Delta t_e + \epsilon \quad (3.10)$$

donde

$$\nabla_{\mathbf{x}'} = (\delta/\delta x_o, \delta/\delta y_o, \delta/\delta z_o)$$

representa el operador gradiente respecto a las tres coordenadas hipocentrales cartesianas calculadas.

En el segundo sumando de (3.10) aparece el producto de dos perturbaciones, por tanto tendrá sobre r un efecto de segundo orden, que es despreciable para el grado de aproximación que se busca, y en todo caso, el error cometido en tal aproximación es incorporable al sumando ϵ , pasando a ser ϵ' .

La ecuación fundamental de la Tomografía con residuos es por tanto

$$r = \int_{L'} \Delta s dl + \Delta \mathbf{x} \cdot \nabla_{\mathbf{x}'} T^o + \Delta t_o + \Delta t_e + \epsilon' \quad (3.11)$$

En la ecuación (3.11) relacionamos cada dato, o residuo (r) con:

- las anomalías de la lentitud (Δs) atravesadas en su trayectoria
- el error espacial cometido en la localización hipocentral ($\Delta \mathbf{x}$) de ese evento
- el error en el tiempo origen de dicho evento (Δt_o)
- la corrección de estación de registro (Δt_e)
- el error de observación ϵ' de esa fase.

Dado que en la práctica el muestreo por los rayos sísmicos del volumen a estudiar es discreto, tendremos zonas que no han sido atravesadas por ningún rayo, no pudiendo entonces ser resueltas.

Por otro lado, que una zona esté muestreada por numerosos rayos, no implica que las anomalías de velocidad que presente vayan a poder ser definidas con una elevada resolución, ya que si los rayos tienen trayectorias paralelas, no se podrán separar las anomalías de una zona de las anteriores y posteriores según la trayectoria de los rayos paralelos. Por tanto, no sólo interesa un alto muestreo, si no también una adecuada cobertura acimutal en cualquier punto del volumen a estudiar.

3.3 DISCRETIZACIÓN Y LINEALIZACIÓN DEL PROBLEMA EN TOMOGRAFÍA

Para plantear la solución analítica del sistema de ecuaciones que se nos presenta, tendremos que conocer los distintos sumandos que componen un residuo r_i , y que figuran en la ecuación (3.11), (Spakman, 1988). Un residuo temporal se puede considerar compuesto de tres sumandos que son totalmente independientes, y que son:

- A) r_i^M el residuo propiamente dicho, originado por la anomalía de la lentitud de la Tierra real respecto al modelo de distribución de velocidades asumido a priori en el volumen de Tierra objeto del estudio.

Puesto que como hemos dicho anteriormente, en la práctica el muestreo no es continuo, no tendremos datos suficientes para estimar el campo de anomalías de velocidad en su totalidad, teniendo que discretizar el volumen de estudio en unidades con comportamiento homogéneo.

La teoría general de inversión desarrollada por Backus y Gilbert (1967), mejorada posteriormente por Crosson (1976) fue aplicada por Aki, Christofferson y Husebye (Aki *et al.*, 1977) al problema de la tomografía, dando la forma definitiva al modelo ACH que seguimos en este estudio.

Este modelo se basa en la proyección de las anomalías de la lentitud sobre un conjunto de funciones (ortonormales) que definen las anomalías con una forma determinada. Para ello, dividimos el volumen a estudiar en una malla de celdas, dentro de cada una de las cuales se supone la anomalía constante de amplitud Δs a determinar; las primeras aplicaciones utilizaban únicamente telesismos, para evitar así que los rayos tuvieran su punto de inflexión dentro del volumen a estudiar.

De esta manera a cada una de las celdas le hacemos corresponder como velocidad constante, la velocidad media adquirida por todos los rayos que la atraviesan. Así resolvemos tanto las zonas sin denso muestreo, como las altamente muestreadas.

Puesto que no podemos calcular la distribución real de la velocidad en la zona que vayamos a estudiar con todo detalle, nos conformaremos con obtener la parte de Δs constante en unos pequeños volúmenes cuyo tamaño sea función de la resolución que podamos obtener. En nuestro caso, dichos volúmenes serán paralelepípedos adyacentes.

Para ello definimos las funciones (Nolet, 1985; Nolet, 1987) $f_k(\mathbf{y})$ que son

base de cualquier subespacio del espacio de posibles modelos de Tierra $v(\mathbf{y})$ (siendo \mathbf{y} el vector de posición de un punto respecto a un sistema de coordenadas tridimensional arbitrario)

$$f_k(\mathbf{y}) = \begin{cases} m_k^{1/2} & \text{si } \mathbf{y} \text{ está en la celda } k \\ 0 & \text{si } \mathbf{y} \text{ está fuera de la celda } k \end{cases} \quad (3.12)$$

siendo k el contador de las celdas del modelo, cuyo número total es N , y m_k el volumen de la celda K .

Como las celdas no se solapan por su propia definición, las funciones $f_k(\mathbf{y})$ serán ortonormales, cumpliendo,

$$\int f_i(\mathbf{y}) f_j(\mathbf{y}) d^3\mathbf{y} = \delta_{ij} \quad (3.13)$$

Proyectando sobre esta base la perturbación de la lentitud, obtenemos

$$\Delta s(\mathbf{y}) = \sum_{k=1}^N \Delta s_k f_k(\mathbf{y}) \quad (3.14)$$

Por tanto, la parte de la ecuación (3.11) correspondiente al residuo por las anomalías de velocidad atravesadas por el rayo, se puede expresar

$$r_i = \delta t_i = \int_L \Delta s_i d\mathbf{y} = \sum_{k=1}^N \Delta s_k L_{ki} \quad (3.15)$$

siendo L_{ki} la longitud del i -ésimo rayo dentro de la celda k -ésima, donde N es el número de celdas del modelo.

$$L_{ki} = \int f_k(\mathbf{y}) d\mathbf{y} \quad (3.16)$$

Nos queda una ecuación que se puede expresar matemáticamente en notación con subíndices como:

$$r_i^M = \sum_{j=1}^N L_{ij} \Delta s_j \quad (3.17)$$

o en forma matricial,

$$\mathbf{r}^M = \mathbf{L} \Delta s \quad (3.18)$$

Hemos reducido así el problema tomográfico de distribución continua de la velocidad, a uno discreto y lineal, en el que \mathbf{L} es la matriz cuyos elementos son las longitudes de cada rayo en cada celda del modelo, teniendo que calcular Δs (la anomalía de velocidad de cada celda respecto al modelo de distribución de velocidad asumido a priori).

- B) r_i^o que se origina por una localización errónea hipocentral, tanto espacial como temporal, y corresponde en la ecuación (3.11) al sumando segundo y tercero.

Podemos calcular este término para pequeñas variaciones de las tres coordenadas espaciales y tiempo origen como

$$r_i^o = \nabla_x T_{ij} g_j = \sum_{m=1}^4 G_{ij}^m g_j^m \quad (3.19)$$

donde el operador ∇_x contiene las derivadas parciales respecto a las coordenadas hipocentrales (t_o, x_o, y_o, z_o), G_{ij}^m es la componente m de este vector gradiente, y g_j^m es la componente m del vector de corrección de las cuatro coordenadas origen del terremoto.

- C) r_i^e es el término debido a las anomalías de lentitud atravesadas por el rayo fuera del volumen de estudio. Este término es de difícil evaluación puesto que no queremos analizar la Tierra fuera del volumen a estudiar.

Podemos asimilarlo a una corrección de estación y calcularlo situando una celda bajo el emplazamiento de toda estación fuera del volumen de celdas.

$$r_i^e = H_{ik} h_k \quad (3.20)$$

donde H_{ik} es la longitud del rayo i que intersecta la celda de estación k , con anomalía de la velocidad h_k .

Uniendo las ecuaciones (3.17), (3.19) y (3.20) constituyentes de un residuo

$$r_i^e = H_{ik} h_k \quad (3.20)$$

donde H_{ik} es la longitud del rayo i que intersecta la celda de estación k , con anomalía de la velocidad h_k .

Uniendo las ecuaciones (3.17), (3.19) y (3.20) constituyentes de un residuo resulta (Pavlis y Booker, 1980; Spencer y Gubbins, 1980; Spakman, 1988)

$$r_i = \sum_{l=1}^N L_{il} \Delta s_l + \sum_{m=1}^4 G_{ij}^m g_j^m + H_{ik} h_k, \quad i=1, \dots, M \quad (3.21)$$

Hemos llegado a desglosar los tres sumandos enunciados como componentes de un residuo temporal: el asociado a las anomalías de velocidad, el debido a los errores en los parámetros hipocentrales, y por último y en el caso de rayos que tengan parte de su trayectoria fuera del volumen a estudiar, la parte del residuo originado fuera de este volumen, asimilándola a una corrección de estación. En el Capítulo cuarto se explicará como en la práctica se lleva a cabo la evaluación de dicha corrección.

Ahora debemos analizar las características del sistema de ecuaciones de observación, y la forma de predeterminar cómo distribuir el valor total del residuo entre estos tres sumandos mediante las matrices de covarianza, según nuestro conocimiento a priori de los valores esperados, y por último, expondremos cómo se resuelve el sistema de ecuaciones.

3.4 SISTEMA DE ECUACIONES

Como ya ha quedado demostrado, el problema en tomografía se reduce, una vez discretizado, a un sistema de ecuaciones lineales de la forma

$$r = A x$$

donde (Van der Sluis y van der Vorst, 1987):

- A es una matriz con dimensiones $M \times N_T$, y cuyos elementos A_{ij} son conocidos y representan la longitud del i -ésimo rayo en la celda j -ésima, o la influencia sobre el valor del residuo de los errores cometidos en la localización hipocentral, y la corrección de estación.
- r es un vector de dimensión M , cuyos elementos son las diferencias

entre el tiempo de recorrido observado y el calculado más unos errores de observación y medida.

- \mathbf{x} es un vector desconocido, con coordenadas que representan las anomalías de lentitud que queremos calcular, y las correcciones hipocentrales y de estación.

siendo:

- * n° ecuaciones = $M = n^{\circ}$ rayos
- * n° de incógnitas = $N_T = (N + 4N_s + N_e)$, donde
 - N número de celdas del modelo
 - N_s número de sismos utilizados en el estudio
 - N_e número de estaciones.

Generalmente este sistema es:

- poco denso (la mayoría de los A_{ij} son nulos), puesto que cada rayo muestrea un número muy limitado de celdas.
- sobredeterminado o incompatible pues $M \gg N_T$.
- simultáneamente está subdeterminado o indeterminado pues siempre en la práctica será $\text{rango}(\mathbf{A}) < N_T$.
- carente de una solución exacta.

Como no existe solución exacta, buscamos aquella que haga mínima la diferencia $\|\mathbf{A}\mathbf{x} - \mathbf{r}\|$, siendo $\|\cdot\|$ la norma euclidiana.

Si el $\text{rango}(\mathbf{A}) < N_T$ habrá infinitos vectores \mathbf{x} que minimicen la condición anterior, pero de entre todos estos vectores, habrá uno único con norma mínima, que será la solución que busquemos.

Sin embargo, hay algunas dificultades :

- los estimadores de mínimos cuadrados usuales, funcionan bien cuando la matriz \mathbf{A} es densa, pero consumen demasiado tiempo de cálculo y memoria innecesariamente cuando las matrices tienen una baja densidad.
- los errores del vector \mathbf{r} tienen una gran influencia en la solución por la singularidad de la matriz \mathbf{A} ; tendremos que buscar un procedimiento de solución que minimice este efecto perjudicial.

En tomografía que abarque extensas áreas, utilizando un elevado número de datos y parámetros, nos resultarán matrices \mathbf{A} con un número de elementos muy alto, del orden de 10^{10} . Tendremos que utilizar métodos de solución al sistema

que no requieran tener en memoria la totalidad de los elementos de A , con el consiguiente ahorro de tiempo de CPU.

Una familia de estos métodos es la conocida como de "acción por filas" (*row action*) como los denominados LSQR y SIRT, que necesitan tener en memoria simultáneamente únicamente los elementos de una fila, siendo por tanto métodos iterativos. En cada iteración se calcula una solución aproximada del sistema que será el punto de partida de la siguiente iteración. El método SIRT es de retroproyección iterativo estacionario, y el LSQR pertenece a los de gradiente conjugado (Paige y Saunders, 1982).

Pese a la sobredeterminación dada porque el número de ecuaciones es mucho mayor que el número de incógnitas ($M \gg N_T$), hay variables que no podrán ser resueltas por la realidad del experimento, ya que los datos están afectados de errores que no son fácilmente evaluables y necesitaremos redundancia de ecuaciones.

Aunque es imposible su evaluación exacta, estos errores tienen efectos deseables en nuestro problema, pues permiten imputar parte de los residuos a otros orígenes distintos de las anomalías de lentitud, proporcionando valores con más sentido físico (esto se explicará con más detalle en el siguiente apartado, cuando hablemos de la ponderación en el sistema de ecuaciones).

Para lograr esta redundancia, podemos aumentar el número de ecuaciones, o disminuir el de incógnitas. Puesto que lo primero es bastante difícil de llevar a cabo en la práctica, será la segunda opción la más viable.

Con este fin, agrupamos los sismos en conjuntos (*clusters*) calculando la relocalización del grupo como un único evento, por tanto por cada conjunto tendremos sólo 4 incógnitas en lugar de las cuatro incógnitas por cada evento sísmico.

El agrupamiento se realiza formando grupos de sismos con hipocentro en el interior de unas celdas paralelepédicas con un tamaño arbitrario (menor que el de las celdas del modelo en que queremos conocer las anomalías de la lentitud), siendo por tanto con esta definición N_g el número de grupos de hipocentros (*clusters*) del problema concreto que vayamos a resolver, y no el de terremotos.

Para comprender cada uno de los sumandos de la ecuación (3.21) vamos a explicitarlos en el caso particular que se muestra en la Figura (3.2), en la que el rayo i -ésimo atraviesa las celdas numeradas 6, 10 y 11, y es recibido en la estación j -ésima.

En la ecuación del retraso temporal correspondiente al rayo de la Figura (3.2)

intervienen los siguientes términos:

- L_{i6} por ejemplo representa la longitud del rayo atravesando la celda 6, cuya anomalía de la lentitud viene representada por Δs_6

- las derivadas parciales ∂ representan cómo afecta al tiempo de recorrido calculado los errores en los cuatro parámetros de la localización hipocentral

- por último H_{ij} representa la longitud del rayo en la celda sobre la que se asienta la estación j -ésima y h_i la anomalía en la lentitud en dicha celda(absorbiendo la parte del residuo asociado la rayo i -ésimo, por las anomalías atravesadas fuera del modelo de celdas definido).

$$r_i = L_{i6} \Delta s_6 + L_{i10} \Delta s_{10} + L_{i11} \Delta s_{11} + \frac{\partial T_{ij}}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial T_{ij}}{\partial y} \Delta y + \frac{\partial T_{ij}}{\partial z} \Delta z + \frac{\partial T_{ij}}{\partial t} \Delta t + H_i h_i \quad (3.22)$$

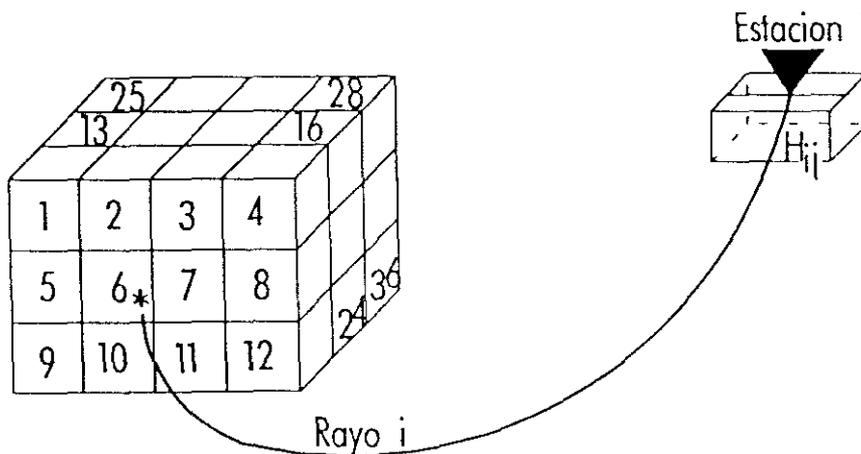


Figura 3.2 Trayectoria del rayo i -ésimo a la estación j -ésima, y celdas muestreadas en el modelo.

3.5 MÉTODO DE MÍNIMOS CUADRADOS

La ecuación (3.21) puede ser escrita en forma matricial teniendo en cuenta que para cada rayo i , están determinados unívocamente tanto j , como k . La forma general del sistema de ecuaciones es:

$$\begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \\ \dots \\ r_i \\ \dots \\ r_M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_{11} & \dots & L_{1N} & \dots & G_{1j}^1 & \dots & G_{1j}^A & \dots & H_{1k} & \dots \\ L_{21} & \dots & L_{2N} & \dots & G_{2j}^1 & \dots & G_{2j}^A & \dots & H_{2k} & \dots \\ \dots & \dots \\ L_{i1} & \dots & L_{iN} & \dots & G_{ij}^1 & \dots & G_{ij}^A & \dots & H_{ik} & \dots \\ \dots & \dots \\ L_{M1} & \dots & L_{MN} & \dots & G_{Mj}^1 & \dots & G_{Mj}^A & \dots & H_{Mk} & \dots \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Delta s_1 \\ \dots \\ \Delta s_N \\ g_1^1 \\ \dots \\ g_1^A \\ \dots \\ g_N^1 \\ \dots \\ g_N^A \\ h_1 \\ \dots \\ h_N \end{pmatrix}$$

que es expresable de manera más compacta como (Spakman, 1988)

$$r = (L \mid G \mid H) \begin{pmatrix} \Delta s \\ g \\ h \end{pmatrix} \tag{3.23}$$

donde:

* L = matriz cuyos elementos son las longitudes de cada rayo en cada celda que muestrea.

* G = matriz con los coeficientes de relocalización de cada evento o grupo de eventos.

* H = matriz conteniendo los coeficientes de las correcciones de estación.

ó bien, en función de los observables, la matriz de diseño y las incógnitas:

$$r = Ax \quad (3.24)$$

La mayoría de los elementos de la matriz L (constituída por las longitudes de cada rayo en cada una de las celdas del modelo) serán nulos puesto que cada rayo sólo muestrea un pequeño número del total de celdas. La matriz G tiene únicamente 4 elementos distintos de cero por fila (las derivadas parciales del tiempo de recorrido del rayo correspondiente, respecto a las tres coordenadas espaciales y la temporal), y la matriz H tiene un único elemento no nulo por fila (el de la estación de registro de ese rayo).

La solución por mínimos cuadrados del sistema (3.24) será:

$$x = (A^T A)^{-1} A^T r \quad (3.25)$$

Vamos a ponderar las ecuaciones del sistema (definiendo las matrices de pesos) de forma que la solución a nuestro problema proporcione más peso a los parámetros cuya medida es más precisa (estando mejor condicionado por tanto).

Para ello definimos las matrices de covarianza de los datos F_r y la de los parámetros del modelo F_x . Puesto que en la práctica desconocemos la estimación de las indeterminaciones de los datos y de los parámetros del modelo, asumimos que es una matriz diagonal cuya forma general se muestra en la ecuación (3.26)

$$F_x = \begin{pmatrix} F_x^{\Delta s} & 0 & 0 \\ 0 & F_x^g & 0 \\ 0 & 0 & F_x^h \end{pmatrix} \quad (3.26)$$

como $F_x^{\Delta s} = \text{diag}(f_j^{(s)})$, $F_x^g = \text{diag}(f_{jm}^{(g)})$, $F_x^h = \text{diag}(f_k^{(h)})$ donde jm representa el parámetro de relocalización m del evento j -ésimo.

Estos coeficientes son de difícil evaluación, pero si podemos hacer una suposición en función de nuestro conocimiento a priori: suponemos que la *amplitud resoluble esperada de la velocidad está en torno a 0.002 Km/s*, que la localización hipocentral tiene unos errores de 10 Km. (los espaciales) y de 1 s. (el temporal), ponderaremos las ecuaciones de nuestro sistema de forma tal que obtengamos estos órdenes de magnitud. Designaremos por γ_{jm} , $m = 1, \dots, 4$ a los elementos de la submatriz $f_{jm}^{(g)} = \gamma_{jm}$.

Hasta ahora no hemos tenido en cuenta la correlación existente entre las distintas componentes del vector solución buscado $\mathbf{x} = (\Delta s, \mathbf{g}, \mathbf{h})$, pues no sabemos cuánta parte del residuo es atribuible, a priori, a cada uno de los tres sumandos, y salvo que la resolución de un problema en concreto sea perfecta, no lo vamos a poder separar, sino que tendremos que poder dar más peso a una u otra parte.

Multiplicando de nuevo con distintas constantes los sub-vectores \mathbf{g} y \mathbf{h} alcanzamos este objetivo, siendo ahora

$$f_{jm}^{(g)} = \frac{1}{\mu} \gamma_m ; f_k^{(h)} = \frac{1}{\kappa} \quad (3.27)$$

las constantes que variaremos para dar mayor o menor énfasis a cada uno de los tres sumandos.

En la primera inversión daremos valor unidad a estos parámetros, y vistos los resultados iremos variándolos. Como lo que queremos es minimizar la diferencia entre el residuo obtenido y el predicho con la estructura obtenida, a mayor valor de uno de estos parámetros, menor influencia de ese sumando en el valor total del residuo.

Veamos la influencia de la variación en distintas características del modelo inicial:

- A) ¿Qué ocurriría si mezclásemos en el modelo celdas con diferentes tamaños?. Para comprenderlo veamos un caso particular (Nolet, 1987) que clarificará la metodología (Figura 3.3):

Supongamos que un rayo atraviesa dos celdas de igual sección (S), pero con diferentes longitudes (l_1, l_2). La variación total del residuo en el recorrido por ambas celdas por las anomalías de la lentitud que se suponen en su interior será:

$$\delta r = \Delta s_1 l_1 + \Delta s_2 l_2 \quad (3.28)$$

Minimizando $(\Delta s_1)^2 + (\Delta s_2)^2$ por el método de multiplicadores de Lagrange, las soluciones son:

$$\Delta s_1 = \frac{\delta r l_1}{l_1^2 + l_2^2} \quad (3.29a)$$

$$(3.29b) \quad \Delta s_2 = \frac{\delta r l_2}{l_1^2 + l_2^2}$$

Expresiones que muestran que la diferente longitud de las celdas produce un efecto no deseable en la anomalía de la lentitud atribuible a cada celda, puesto que dividiendo ambas ecuaciones resulta

$$\frac{\Delta s_1}{\Delta s_2} = \frac{l_1}{l_2}$$

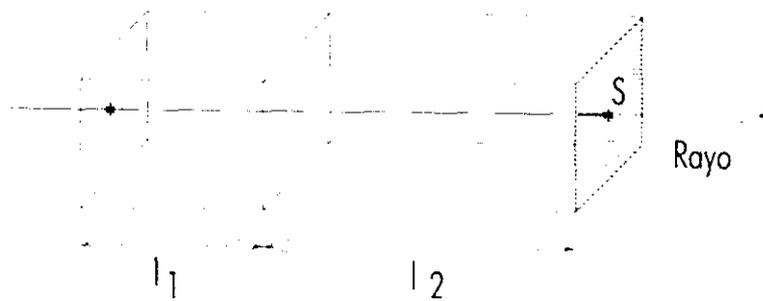


Figura 3.3 Muestreo de dos celdas adyacentes del modelo con distintos tamaños, por un mismo rayo.

Nosotros queremos que las anomalías de la lentitud estén directamente producidas por heterogeneidades de la Tierra real, y no por particularidades del modelo escogido, para ello factorizamos las anomalías de lentitud de la manera siguiente:

$$\Delta s_i = \gamma_i f_i \quad (3.30)$$

siendo en este caso γ_i , f_i los parámetros de factorización cuyo valor vamos a definir resolviendo el sistema en γ_1 , γ_2 , de nuevo mediante los multiplicadores de Lagrange, minimizando en esta ocasión $(\gamma_1^2 + \gamma_2^2)$, resultando:

$$\frac{\Delta s_1}{\Delta s_2} = \frac{l_1 f_1^2}{l_2 f_2^2} \quad (3.31)$$

si hacemos $f_i = l_i^{-1/2}$ evitamos el efecto que producía la distinta longitud de las celdas.

- B) Cuando son T el número de rayos que cruzan una celda en particular, la longitud del recorrido total de los rayos en esa celda será Tl_i . Es de esperar que el número T sea proporcional a la sección S de la celda.

Por tanto, la longitud total de los rayos dentro de la celda proporcional al volumen de la celda (m_i), por ello el factor de escala en el caso general será

$$f_i = m_i^{-1/2} \quad (3.32)$$

que constituye la base ortonormal de funciones definidas en (3.12).

Uniéndolo todas las influencias enumeradas anteriormente, F_x tiene la forma: $F_x^{(\Delta s)} = \text{diag}(m_i^{-1})$, $F_x^{(v)} = \text{diag}(v_m \mu^{-1} m^{-1})$, $F_x^{(h)} = \text{diag}(\kappa^{-1} m_k^{-1})$ donde m_k es el volumen de la celda correspondiente a la estación k -ésima, y m representa el valor medio del volumen de las celdas que constituyen el modelo de Tierra.

Con esta matriz de covarianza F_x , el sistema (3.23) se expresaría ahora como

$$\begin{cases} \mathbf{x} = \mathbf{F}_x^{1/2} \mathbf{z} \\ \mathbf{A} \mathbf{F}_x^{1/2} \mathbf{z} = \mathbf{d} \end{cases}$$

teniendo que minimizar $\mathbf{z}^T \mathbf{z} = \mathbf{x}^T \mathbf{F}_x^{-1} \mathbf{x}$, siendo \mathbf{x} la solución física de nuestro problema, y \mathbf{z} la solución ponderada.

Resulta evidente que salvo en zonas de elevado contraste de velocidades, las celdas adyacentes tendrán sus anomalías correlacionadas entre sí, y no son esperables grandes contrastes. Para dar estructura matemática a esta expresión, aplicamos un suavizado (Spakman, 1988). Para no perder la resolución vertical, se lleva a cabo el suavizado únicamente en el plano horizontal. Este suavizado puede realizarse de dos maneras:

- una vez obtenida \mathbf{z} como ya hemos explicado, suavizarla por cualquier procedimiento estándar. No es un procedimiento adecuado pues modifica el sentido de los mínimos cuadrados ya que lleva implícito un cambio en la norma utilizada.

- obtener directamente una \underline{z} ya suavizada aplicando el operador \underline{S} de suavizado (estos operadores \underline{S} se construyen de manera que las filas que los constituyen la suman cada una de ellas 1) que nos proporcionará \underline{z} , y luego resolver el sistema por mínimos cuadrados.

El sistema de ecuaciones a resolver es

$$\underline{x} = \underline{F}_x^{1/2} \underline{z} = \text{solución real}$$

siendo

$$\underline{z} = \underline{S} \underline{z} = \text{solución suavizada}$$

y por tanto el sistema (3.23) quedaría sustituyendo estas nuevas definiciones como

$$\underline{A} \underline{F}_x^{1/2} \underline{S} \underline{z} = \underline{r} \quad (3.33)$$

que deberá resolverse de forma que verifique la condición

$$\text{Min}(\underline{z}^T \underline{z}) \quad (3.34)$$

Puesto que el suavizado sólo afecta a las anomalías de la lentitud, si se expresa:

$$\underline{z} = \{\underline{z}^{(\Delta s)}, \underline{z}^{(\rho)}, \underline{z}^{(h)}\}$$

entonces

$$\underline{S} \underline{z} = \{\underline{z}^{(\Delta s)}, \underline{z}^{(\rho)}, \underline{z}^{(h)}\}$$

dejando intactos los otros dos sumandos que constituyen un residuo.

La última modificación al sistema de ecuaciones anterior se lleva a cabo con el objetivo de disminuir el número de incógnitas (facilitando la resolución del sistema), definiendo los "rayos compuestos". Un rayo compuesto es el resultado de sumar todos los rayos que se originan en una misma zona sísmica y llegan a la misma estación, sumando igualmente los retrasos y formando así un único retardo computable a este nuevo rayo.

Con esta definición estamos suponiendo que salvo los lógicos errores de lectura de las fases sísmicas, los errores cometidos en el cálculo de los parámetros hipocentrales se deben a la diferencia entre la distribución real de velocidades y

el modelo supuesto en dicha localización, y por tanto, podemos asumir que todos los hipocentros localizados en un pequeño volumen están afectados por las mismas heterogeneidades, y por tanto la estimación de los errores cometidos, puede ser la misma en todos ellos.

Para expresar la constitución de los rayos compuestos matemáticamente, multiplicamos la ecuación (3.33) por la matriz \mathbf{D} con dimensiones $M' \times M$ (siendo $M' < M$) y así no sólo conseguimos disminuir el número de filas del sistema, si no que además promediamos los errores de los datos y suavizamos la solución. La matriz \mathbf{D} la construimos de forma tal que creemos los grupos de hipocentros de la forma y dimensiones que deseemos (en el Capítulo 5 explicaremos cómo se definen los grupos o conjuntos de hipocentros).

Finalmente el sistema a resolver será el expresado en las ecuaciones siguientes, sujeto a la misma ecuación de condición de mínimos cuadrados (3.34). De este sistema, que queremos obtener \mathbf{x} (la solución real, física) por inversión mediante mínimos cuadrados de la matriz producto de matrices de todos los operadores.

$$\mathbf{x} = \mathbf{F}_x^{1/2} \mathbf{z}$$

$$\mathbf{z} = \mathbf{S} \mathbf{z} \quad (3.35)$$

$$\mathbf{D} \mathbf{A} \mathbf{F}_x^{1/2} \mathbf{S} \mathbf{z} = \mathbf{D} \mathbf{r}$$

3.6 ALGORITMOS DE INVERSIÓN

Tenemos que resolver un sistema de ecuaciones, que vamos a expresar en forma general como $\mathbf{B} \mathbf{y} = \mathbf{f}$, imponiendo la condición $\text{Min} | \mathbf{B} \mathbf{y} - \mathbf{f} |$, siendo \mathbf{B} una matriz con dimensión $m \times n$, y el vector incógnita con dimensión n , \mathbf{f} el vector conocido con dimensión m . Por tanto el problema consiste en invertir la matriz \mathbf{B} con las siguientes características:

- grandes dimensiones
- poco densa
- singular ($\det(\mathbf{B}) = 0$)
- semi-definida positiva

Queremos destacar algunas de las propiedades de los métodos de mínimos cuadrados, en el caso particular en el que $\text{rango}(\mathbf{B})$ es menor que el número de incógnitas (n) (Van der Sluis y van der Vorst, 1987):

- \mathbf{y} es la solución por mínimos cuadrados del sistema propuesto si y sólo si $(\mathbf{B}\mathbf{y} - \mathbf{f})$ es perpendicular al espacio generado por el conjunto de posibles vectores obtenidos mediante $\mathbf{B}\mathbf{y}$.

- si $(\mathbf{B}\mathbf{y} - \mathbf{f})$ es perpendicular a los vectores $\mathbf{B}\mathbf{y}$, podremos escribir que \mathbf{y} es la solución por mínimos cuadrados sólo si satisface $\mathbf{B}^T\mathbf{B}\mathbf{y} = \mathbf{B}^T\mathbf{f}$.

- si \mathbf{y} es la solución por mínimos cuadrados, cualquier otra solución distinta puede escribirse como $(\mathbf{y} + \mathbf{z})$, perteneciendo \mathbf{z} al espacio nulo de \mathbf{B} , esto es, si \mathbf{y} es perpendicular al espacio nulo de \mathbf{B} (espacio generado por todos los vectores \mathbf{z} que verifican $\mathbf{B}\mathbf{z} = \mathbf{0}$).

3.6.1. PROCEDIMIENTOS DIRECTOS: SVD

En los comienzos de la Tomografía sísmica este sistema se resolvía por procedimientos exactos (siempre amortiguados para que la solución fuera única y controlar la influencia de los errores en los datos). Un ejemplo de estos procedimientos está basado en SVD (Singular Value Decomposition).

Para calcular la matriz inversa de $(\mathbf{B}^T\mathbf{B})^{-1}$ por procedimientos directos, sería deseable poder disminuir el número de incógnitas del sistema (disminuir el número de filas de \mathbf{B}), pero esta disminución implica disminuir la resolución del problema particular, pudiéndose llegar a un modelo demasiado suave para ser una representación de la Tierra real. No hay ningún procedimiento de saber a priori el valor óptimo de n , se ha de encontrar un valor de compromiso entre el que proporciona la resolución deseada del modelo (n elevado), y aquel que implica una matriz de pequeña dimensión, por tanto más manejable (n bajo).

En la mayoría de los problemas inversos en geofísica, nos encontramos con que hemos de invertir matrices singulares (determinante nulo) porque algunas ecuaciones de observación, son combinaciones lineales de otras. Este problema se puede solventar calculando la inversa generalizada de \mathbf{B} , pues toda matriz se puede factorizar de la siguiente forma (Golub y van Loan, 1983; Lanczos, 1961)

$$\mathbf{B} = \mathbf{U} \mathbf{\Lambda} \mathbf{V}^T$$

donde:

- $\mathbf{\Lambda}$ es una matriz diagonal cuyos elementos son los autovalores no nulos $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_k > 0$, siendo $\text{rango}(\mathbf{B}) = k$.

- \mathbf{V} una matriz de dimensión $n \times n$ cuyas columnas constituyen los k autovectores de $(\mathbf{B}^T\mathbf{B})$.

- \mathbf{U} una matriz con dimensión $m \times m$ cuyas columnas son los k autovectores de $(\mathbf{B}\mathbf{B}^T)$.

Este mismo razonamiento se puede aplicar para escoger el valor umbral de autovalor que queramos en cada caso fijar. Si despreciamos todos los autovalores menores de un cierto valor, estaremos imponiendo una condición de amortiguamiento de la solución, evitando así que los autovalores menores desestabilicen la inversión. Hablaremos entonces de *rango efectivo* de la matriz, que representa el número de autovalores considerados en su inversión.

Puesto que según Nolet (1981), la varianza de la solución es inversamente proporcional a la magnitud del menor autovalor considerado, aumentando este umbral, limitaremos la propagación de errores en la solución, implicando que el modelo de Tierra que se obtenga estará muy suavizado y las celdas poco iluminadas darán anomalía nula, en lugar de valores carentes de sentido físico.

En el caso particular de este estudio, este algoritmo presenta el inconveniente de que no se aprovecha de la baja densidad de la matriz \mathbf{B} , y la almacena completa en memoria (memoria necesaria del $O(mn)$), siendo por tanto necesaria mucha capacidad y consumiendo mucho tiempo el cálculo de los autovectores ($O(mn^2)$).

Este procedimiento fue utilizado en los comienzos de la Tomografía (Aki *et al.*, 1977; Dziewonski *et al.*, 1977) para modelos con un número de parámetros menor que 10^3 , que es muy bajo si pensamos en tres dimensiones.

Si la matriz \mathbf{B} tiene $\text{rango}(\mathbf{B}) = k$ (o *rango efectivo* $(\mathbf{B}) = k$), la solución por mínimos cuadrados con norma mínima será

$$\mathbf{y} = \mathbf{V} \mathbf{\Lambda} \mathbf{U}^T \mathbf{f} = \mathbf{B}^+ \mathbf{f}$$

$(\mathbf{B}^+ =$ inversa generalizada de \mathbf{B} , si $k < n$ se denomina también de Lanczos)

3.6.2. MÉTODOS ITERATIVOS.

Debido a las elevadas dimensiones que la matriz \mathbf{B} suele tener en tomografía, no suelen interesar métodos de inversión directa, puesto que conllevan su total almacenamiento en memoria, sin aprovecharse de su baja densidad. En los métodos iterativos, se almacena en memoria principal una única fila de la matriz, y el resto, en memoria secundaria.

Además, siendo realistas, puesto que los datos iniciales (tanto en localizaciones, como en el modelo a priori) están afectados de errores, no se puede obtener una solución "exacta" del problema, si no la que tiene un error mínimo.

Por tanto, los métodos en los que la solución se va actualizando a medida que se van procesando las distintas ecuaciones son los más prácticos en tomografía, estos se suelen denominar de acción por filas (RA- *Row Action*).

Las características esenciales de los métodos RA son:

- 1) no se modifica la matriz original.
- 2) no se realiza ninguna operación con la matriz en su totalidad
- 3) en un paso de iteración, sólo se necesita acceder a una fila de la matriz, y conocer la solución de la iteración anterior.

Dentro de los procesos iterativos, hay dos grandes familias:

- métodos de retroproyección iterativa estacionaria (también conocidos como técnicas de reconstrucción algebraica (ART, *algebraic reconstruction techniques*)). Dentro de esta familia están, por ejemplo, los procedimientos siguientes: Kaczmarz (no se utiliza en Sismología, sólo en Medicina), SIRT de amplia aplicación en Geofísica.

- métodos de proyección. Este grupo engloba los siguientes métodos: gradiente conjugado (*Conjugate Gradient*, CG), de Lanczos.

Hay una variante del algoritmo de Gradiente Conjugado (CG), que se asemeja simultáneamente al de descomposición en valores singulares (SVD) que es el algoritmo denominado LSQR (Paige y Saunders, 1982), que aunque se encuadraría dentro de los métodos de proyección, veremos que mantiene una diferencia fundamental con los de este grupo.

Veamos las características esenciales de cada grupo, analizando su significado físico, y deteniéndonos en el algoritmo empleado en este trabajo, el LSQR, y sus antecesores.

3.6.2.1 Técnicas de reconstrucción algebraica: SIRT.

En las ciencias médicas y biológicas se suele utilizar el método iterativo de inversión de Kaczmarc (1937); el problema que se plantea en Sismología para su utilización (véase Tabla 1.1), es la falta de control sobre las fuente energéticas, iluminación no homogénea en general, y que se ve fuertemente afectado por los errores en los datos, por lo que únicamente sería utilizable en tomografía aplicada a la prospección geofísica.

Basándose en el trabajo de Dines y Lyttle (1979), Clayton diseñó un método como variante del método iterativo de inversión de Kaczmarc, denominado SIRT (*Simultaneous Iterative Reconstruction Technique*, técnica de reconstrucción iterativa simultánea) (Gilbert, 1972; Ivansson, 1983; Hagger *et al*, 1985).

La diferencia con el de Kaczmarc es que la solución aproximada se actualiza sólo al terminar por completo una iteración completa de todas las ecuaciones del sistema, y no al procesar cada una de éstas. Este método es menos influenciado por el bajo nivel de iluminación de algunas celdas. Veamos sus características esenciales, aunque sin explicar con detenimiento su formulación matemática, pues no es el método utilizado en este trabajo.

El método iterativo que vamos a describir, se basa en el cálculo en la iteración q -ésima de la corrección Δy^q a la solución aproximada obtenida en esta iteración y^q , calculando para ello, el residual de esa iteración e^q , donde:

$$e^q = f - By^q$$

para las sucesivas iteraciones, $q = 1, 2, \dots$

Tomando como solución inicial $y^0 = 0$, y calculando las sucesivas correcciones a las soluciones aproximadas mediante

$$\Delta y^q = wC^{-1}B^TR^{-1}y^q$$

siendo

$$y^{q+1} = y^q + \Delta y^q$$

las matrices C y R vienen definidas según

$$C = \text{diag} (c_j) , \quad c_j = \sum_i^m |A_{ij}|$$

$$R = \text{diag} (\rho_i) , \quad \rho_i = \sum_j^n |A_{ij}|$$

siendo

m = número de rayos c_j la suma por columnas de la matriz A
 n = número de incógnitas ρ_i la suma por filas de la matriz A .

Se toma $e^0 = f$, y en la iteración q calculamos el residual e^q , la corrección Δy^q a

la solución aproximada \mathbf{y}^q , siendo w un parámetro de relajación, cuyo valor varía entre 0 y 2.

La explicación física del procedimiento anterior se basa en retroproyectar el residual de cada iteración e_i^q correspondiente al rayo i -ésimo a lo largo de su trayectoria, como si se tratara de una corrección temporal, proporcionalmente a la longitud de ese rayo concreto en cada una de las celdas $\{ij\}$

$$(A_{ij} e_i^q) / \rho_{ij} \quad (3.36)$$

dándonos cuenta de que el denominador representa la longitud total del rayo dentro del modelo de celdas. Este residual o error de la iteración ha de ser explicado por \mathbf{y}_i^{q+1} .

El peso aplicado al error e_i^q en la fórmula (3.36) implica que las anomalías de velocidad de aquellas celdas que tienen más alto recorrido total de rayos a su través, explicarán un alto tanto por ciento del valor de los residuos temporales; esto es, las más muestreadas tendrán anomalías de mayor valor.

Este constituye el principal inconveniente de la aplicación de este procedimiento de inversión a la resolución de los sistemas en tomografía, el escaso control que se tiene sobre la ponderación de las diferentes variables, llegándose incluso a minimizar no en norma euclidiana, si no en otra norma diferente, con menor sentido práctico (van der Sluis y van der Vorst, 1989).

3.6.2.2. Métodos de proyección

Dado un sistema como el que deseamos resolver $\mathbf{B} \mathbf{y} = \mathbf{f}$, su ecuación normal asociada será $\mathbf{B}\mathbf{B}^T \mathbf{y} = \mathbf{B}^T \mathbf{f}$, que es expresable como $\mathbf{F} \mathbf{y} = \mathbf{d}$, donde (van der Sluis y van der Vorst, 1987):

- * \mathbf{F} es una matriz con dimensiones $(n \times n)$, simétrica y semidefinida positiva.
- * \mathbf{y} es el vector incógnita, con n componentes.
- * \mathbf{d} es un vector conocido de la misma dimensión n .

Este sistema de ecuaciones puede ser proyectado sobre el subespacio K de Krylov asociado a la matriz \mathbf{F} y al vector \mathbf{d} . Dicho subespacio K se define a partir de la matriz \mathbf{F} y del vector \mathbf{d} , como el generado por el conjunto de vectores que se obtiene por sucesivas multiplicaciones del vector \mathbf{d} por la matriz \mathbf{F} , de la forma siguiente:

$$[d, Fd, \dots, F^{p-1}d]$$

donde $F^{(p-1)}$ representa el producto de la matriz F por si misma $(p-1)$ veces.

Al ser $\dim(F) = n \times n$, será n el delimitador de la máxima dimensión que puede tener el subespacio de Krylov. Por tanto, estos métodos no son realmente iterativos, puesto que el número de iteraciones ha de ser siempre inferior a n . Aunque en la práctica esto no representa ningún problema puesto que por problemas de consumo de tiempo de CPU, el número de iteraciones se reduce a q , siendo siempre $q \ll n$, pudiendo en la práctica considerarse como métodos iterativos.

Estos métodos tienen la ventaja respecto a los descritos en el apartado anterior, de que cuando se aplican a problemas de mínimos cuadrados, para el mismo número de iteraciones, proporcionan un residuo inferior.

Veamos los distintos casos que se nos pueden presentar:

- si la matriz F es simétrica (que en nuestro caso lo es), el sistema proyectado puede calcularse en un tiempo razonable por el método de Lanczos.
- si la matriz F es simétrica y semidefinida positiva (como lo es en tomografía) se puede aplicar el método del Gradiente Conjugado (CG) que consume menos tiempo de cálculo que el de Lanczos, al evitar la construcción del sistema proyectado.

Este método es útil, sobretodo, cuando la matriz F está bien condicionada, esto es, si $\text{rango}(F) = n$; en este caso, con un número de iteraciones próximo a n , se garantiza una solución aceptable. En tomografía la matriz F no está nunca bien condicionada, ya que siempre habrá rayos con trayectorias paralelas, y por tanto sus ecuaciones asociadas serán linealmente dependientes.

- si la matriz es poco densa (vuelve a ser nuestro caso), el método idóneo es el diseñado por Paige y Saunders (1982), denominado LSQR.

Cuando el problema particular es un sistema mal condicionado, a menudo es posible dividir el proceso de inversión en dos partes: una bien condicionada para ser resuelta por un método directo, y otra a resolver por un método iterativo, aunque no suele ser sencilla esta división.

El procedimiento seguido en este trabajo es el denominado LSQR, que es muy

similar en planteamiento al de Lanczos, por lo que vamos a describir el planteamiento general de éste en primer lugar, entrando posteriormente a exponer el algoritmo LSQR de una forma más detallada, analizando las influencias que puede tener sobre la solución obtenida, y cómo se ha de realizar su interpretación.

3.6.2.2.1 Método de Lanczos

Este procedimiento es una variante del denominado Gradiente Conjugado (CG) y similar en su planteamiento al SVD (*Singular Value Decomposition*), pero en lugar de diagonalizar la matriz F de una forma directa, la tridiagonaliza en un proceso iterativo en el que se ortonormalizan los vectores constituyentes de las columnas de la matriz V (matriz que definiremos a continuación).

El procedimiento es el siguiente (Van der Sluis y van der Vorst, 1987; Le Meur, 1994):

- A) primero normalizamos d mediante $\beta_1 = \|d\|$ y colocamos este vector normalizado v_1 como primera columna de la matriz V . Este será el primer vector del subespacio a construir.
- B) los siguientes vectores base, se calculan mediante repetidas multiplicaciones por la matriz F , y posterior ortogonalización con los vectores ya calculados y normalización.

El proceso se puede expresar matemáticamente como se resumen en el conjunto de ecuaciones (3.37), calculándose en cada iteración los parámetros $\beta_i, \alpha_i \geq 0$ de forma que $\|v_i\| = 1, \|w_i\| = 1, \forall i > 0$, esto es, imponiendo la normalización de los vectores de ambas bases.

$$\left. \begin{aligned} \beta_1 v_1 &= d & v_0 &\equiv 0 \\ w_i &= F v_i - \beta_i v_{i-1} \\ \alpha_i &= v_i^T w_i \\ \beta_{i+1} v_{i+1} &= w_i - \alpha_i v_i \end{aligned} \right\} i=1, 2, \dots, q \quad (3.37)$$

Reorganizando la ecuación (3.37) tenemos

$$F v_i = \beta_{i+1} v_{i+1} + \alpha_i v_i + \beta_i v_{i-1}$$

Si construimos la matriz V_q con los vectores v_1, v_2, \dots, v_q como columnas, y T_q es la matriz tridiagonal siguiente

$$T_q = \begin{pmatrix} \alpha_1 & \beta_2 & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \beta_2 & \alpha_2 & \beta_3 & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \beta_3 & \alpha_3 & \beta_4 & 0 & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \beta_q & \alpha_q & \beta_{q+1} \end{pmatrix}$$

resulta (Van der Sluis y van der Vorst, 1987)

$$F V_q = V_{q+1} T_q \quad (3.38)$$

En el método de Lanczos, expresamos la aproximación obtenida en la iteración q -ésima $y^{(q)}$ a y en el espacio definido por los vectores base v_1, v_2, \dots, v_q (Spakman, 1988)

$$y^{(q)} = V_q e^q \quad (3.39)$$

siendo e^q sus componentes en dicho espacio.

Según (3.39), el sistema a resolver $Fy = d$, se puede expresar como

$$F V_q e^q = \beta_1 v_1$$

que multiplicada por $(V_{q+1})^T$, según (3.38) y puesto que $V_{q+1}^T V_{q+1} = I$, resulta

$$T_q e^q = \beta_1 (1, 0, \dots, 0)^T$$

La ecuación anterior representa un sistema tridiagonal con $(q+1)$ ecuaciones y q incógnitas, resoluble por mínimos cuadrados simples o amortiguados, obteniéndose e^q , y la solución aproximada buscada $y^{(q)}$ mediante (3.39).

3.7 METODO LSQR.

El problema que se plantea con el método de Lanczos expuesto, es que las necesidades de memoria van aumentando con el número de iteraciones realizadas, esto se puede evitar utilizando el procedimiento LSQR, que además de solventar este problema, tiene la ventaja de no llevar implícito ningún tipo de amortiguamiento.

El proceso de solución del sistema $\mathbf{B} \mathbf{y} = \mathbf{f}$ conlleva la construcción de una base ortonormal en el espacio n -dimensional de modelos $(\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_k)$, y otra en el espacio m -dimensional de vectores dato $(\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2, \dots, \mathbf{w}_k)$ (Paige y Saunders, 1982; Nolet, 1993).

Es muy importante resaltar que en los métodos iterativos vistos hasta ahora, la solución que buscamos es la del sistema proyectado $\mathbf{B}^T \mathbf{B} \mathbf{y} = \mathbf{B}^T \mathbf{f}$ (que lo hemos expresado como $\mathbf{F} \mathbf{y} = \mathbf{d}$), pero en LSQR se utiliza el sistema original $\mathbf{B} \mathbf{y} = \mathbf{f}$; esto es especialmente interesante para matrices mal condicionadas (como suelen ser los casos prácticos).

Veamos el procedimiento a seguir para calcular la solución aproximada mediante este algoritmo (implementado por Nolet (1987) en una subrutina FORTRAN 77 muy sencilla).

El primer vector base en el espacio de datos \mathbf{w}_1 , se obtiene por normalización de \mathbf{f} , el vector dato.

$$\beta_1 \mathbf{w}_1 = \mathbf{f} \quad \text{tal que} \quad \|\mathbf{w}_1\| = 1$$

y el primer vector del espacio modelo \mathbf{v}_1 , por retroproyección de \mathbf{w}_1 y posterior normalización

$$\alpha_1 \mathbf{v}_1 = \mathbf{B}^T \mathbf{w}_1$$

en cada iteración se calcula $\alpha_i, \beta_i \geq 0$ de forma que $\|\mathbf{v}_i\| = 1, \|\mathbf{w}_i\| = 1, \forall i > 0$.

El segundo vector \mathbf{w}_2 lo obtenemos mediante retroproyección de \mathbf{v}_1 , ortogonalización a \mathbf{w}_1 y posterior normalización

$$\beta_2 \mathbf{w}_2 = \mathbf{B} \mathbf{v}_1 - \alpha_1 \mathbf{w}_1$$

De forma análoga obtenemos \mathbf{v}_2 por retroproyección de \mathbf{w}_2 , ortogonalización a \mathbf{v}_1 y normalización

$$\alpha_2 \mathbf{v}_2 = \mathbf{B}^T \mathbf{w}_2 - \beta_2 \mathbf{v}_1$$

La expresión general del procedimiento anterior para la iteración $(j + 1)$ será

$$\beta_{j+1} \mathbf{w}_{j+1} = \mathbf{B} \mathbf{v}_j - \alpha_j \mathbf{w}_j \quad (3.40 \text{ a})$$

$$\alpha_{j+1} \mathbf{v}_{j+1} = \mathbf{B}^T \mathbf{w}_{j+1} - \beta_{j+1} \mathbf{v}_j \quad (3.40 \text{ b})$$

fácilmente se comprueba la ortogonalidad de los vectores de ambas bases, multiplicando escalarmente (3.40 a) por \mathbf{w}_j^T y (3.40 b) por \mathbf{v}_j^T .

Después de q iteraciones, podemos expresar la solución aproximada obtenida \mathbf{y}^q en la nueva base $(\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_q)$

$$\mathbf{y}^q = \sum_{j=1}^q m_j \mathbf{v}_j$$

transformando el sistema original a:

$$\sum_{j=1}^q m_j \mathbf{B} \mathbf{v}_j = \beta_1 \mathbf{w}_1$$

que mediante (3.40 a) se puede expresar como,

$$\sum_{j=1}^q m_j (\beta_{j+1} \mathbf{w}_{j+1} + \alpha_j \mathbf{w}_j) = \beta_1 \mathbf{w}_1 \quad (3.41)$$

Calculando el producto escalar de (3.41) por \mathbf{w}_1^T obtenemos $m_1 = \beta_1/\alpha_1$, y si multiplicamos por \mathbf{w}_p^T , tendremos $m_p = -\beta_p m_{p-1}/\alpha_p$. Por tanto, la solución se va construyendo durante el proceso de iteración, imponiendo una condición de límite de iteraciones que nos permita saber lo próximos que estamos a la solución verdadera, mediante por ejemplo el ajuste de datos (*data fit*).

Si definimos la matriz bidiagonal \mathbf{G}_q con los coeficientes de normalización de los vectores de ambas bases, de la forma:

$$\mathbf{G}_q = \begin{pmatrix} \alpha_1 & \beta_2 & 0 & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \alpha_2 & \beta_3 & 0 & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \alpha_q & \beta_{q+1} \end{pmatrix}$$

la ecuación (3.41) puede expresarse en forma matricial como

$$\mathbf{G} \mathbf{W} \mathbf{m} = \beta \cdot \mathbf{w}_1$$

donde la matriz \mathbf{W} tiene por filas los vectores base \mathbf{w}_i , y es ortonormal, por tanto su inversa es simplemente su transpuesta

$$\mathbf{W}^{-1} = \mathbf{W}^T$$

Hemos reducido el problema de cálculo de la solución \mathbf{m} en la base definida del espacio de modelos de velocidad, a la inversión de la matriz bidiagonal \mathbf{G} fácilmente realizable y su posterior multiplicación por \mathbf{W}^T , evitando así la inversión de la matriz \mathbf{F} que aunque de baja densidad, no tiene una disposición sistemática de los elementos no nulos, y por lo tanto su programación no es tan sencilla y conlleva el mantenimiento en memoria de mayor número de elementos no nulos.

El procedimiento LSQR seguido en este trabajo para la resolución del sistema en tomografía, es el que proporciona una solución más controlada (en el sentido de que no lleva ponderaciones implícitas), y la forma de plantear el sistema nos permite:

- controlar a qué sumando de los tres que contribuyen al valor de cada residuo (dada su interrelación), le queremos dar más importancia en cada uno de los problemas (\mathbf{F}): al asociado a las anomalías de velocidad muestreadas dentro del volumen a estudiar, a la variación del tiempo de recorrido por el error hipocentral, o a las anomalías atravesadas fuera del modelo.
- reducir (según la potencia del hardware que en cada caso esté disponible, el número de datos utilizados) el número de incógnitas a resolver, conociendo a su vez la resolución esperable en cada experimento (\mathbf{D}).
- proporcionar una solución lo más próxima posible a la realidad esperable, imponiendo que los contrastes de velocidad en el manto (al menos horizontalmente) no sean elevados (\mathbf{S}), haciendo factible la utilización de la aproximación de las trayectorias reales, a las calculadas en el modelo (principio de Fermat).

El criterio adoptado para elegir el número de iteraciones necesarias en el proceso de inversión, es el denominado reducción de la varianza (%), que representa el grado de ajuste de los residuos calculados con la nueva estructura, respecto a los residuos utilizados como datos (calculados en el modelo 1D). Es por tanto una

manera de calcular el grado de ajuste de la distribución de velocidades calculada a los residuos utilizados.

Del estudio comparativo realizado por Spakman (1988) y Van der Sluis y van der Vorst (1987) entre los diferentes métodos de solucionar el sistema en tomografía sísmica lineal con residuos temporales, y en particular, entre los algoritmos SIRT y LSQR, se desprende la idoneidad de este método por el volumen de elementos de que consta la matriz del sistema, y sus características (baja densidad, filas linealmente dependientes). Por todo lo expuesto, nos hemos decidido por este sistema de resolución, de uso común en las investigaciones tomográficas tanto globales, como regionales (Le Meur, 1994).

Una vez calculada la solución a nuestro sistema, hemos de poder evaluar su veracidad, para lo que diseñaremos tests de resolución en los que introduciendo anomalías conocidas, resolveremos el problema directo del cálculo de los residuos, invirtiendo estos mediante el mismo algoritmo utilizado en la resolución del problema real, lo que nos permitirá conocer el grado de resolución obtenido con el conjunto de datos utilizado.

Una descripción más detallada sobre los distintos métodos de inversión que mejor se adecuan a los problemas de tomografía sísmica, se encuentra en Van der Sluis y van der Vorst (1987), o Spakman (1988).

REFERENCIAS

- Aki, K., A. Christofferson, E.S. Husebye, 1977. Determination of the three-dimensional seismic structure of the lithosphere. *J. Geophys. Res.*, 82, 277-296.
- Backus, G., F. Gilbert, 1967. Numerical applications of a formalism for geophysical inverse problems. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 13, 247-276.
- Crosson, R.S., 1987. Crustal structure modeling of earthquake data, 1, simultaneous least squares estimation of hypocenter and velocity parameters. *J. Geophys. Res.*, 81, 17, 3036-3046.
- Dines, K., J. Lytle, 1979. Computerized geophysical tomography. *Proc. IEEE*, 67, 1065-1073.
- Dziewonski, A.M., B.H. Hager, R.J. O'Connell, 1977. Large-scale heterogeneities in the lower mantle. *J. Geophys. Res.*, 82, 239-255.
- Gilbert, J.F., 1972. Ranking and winnowing gross Earth data for inversion and resolution. *Geophys. J. R. Astr. Soc.*, 43, 125.
- Golub, G.H., C.F. van Loan, 1983. Matrix computations. Ed: *North Oxford Academic*, Oxford.
- Hager, B.H., R.W. Clayton, M.A. Richards, R.P. Comer, A.M. Dziewonski, 1985. Lower mantle heterogeneity, dynamic topography and the geoid. *Nature*, 313, 541-545.
- Ivansson, S., 1983. Remark on an earlier proposed iterative tomographic algorithm. *Geophys. J. R. Astr. Soc.*, 75, 855-860.
- Kaczmarz, S., 1937. Angenäherte Auflösung von Systemen linearer Gleichungen. *Bull. Acad. Polon. Sci. Lett.*, A, 35, 355-357.
- Kissling, E., 1987. Geotomography with local earthquake data. *Rev. Geophys.*, 24, 4, 659-698.
- Le Meur, H., 1994. Tomographie tridimensionnelle à partir des temps de premières arrivées des ondes P et S, application à région de Patras (Grèce). Tesis de Doctoral. Département de Sismologie Institut de Physique du Globe de Paris.

-
- Nolet, G.**, 1981. Linearized inversion of (teleseismic) data. En: "The solution of the inverse problem in geophysical interpretation". Ed: R. Cassinis. *Plenum Press*. Nueva York.
- Nolet, G.**, 1985. Solving or resolving inadequate and noisy tomographic systems. *J. Comp. Physics*, 61, 463-482.
- Nolet, G.**, 1987. Seismic wave propagation and seismic tomography". En "Seismic Tomography. With applications in Global Seismology and Exploration Geophysics". Ed: Guust Nolet. Reidel Publishing Company.
- Nolet, G.**, 1993. Solving large linearized tomographic problems. En: " Seismic Tomography. Theory and Practice". Ed: H.M. Iyer, K. Hirahara. *Chapman & Hall*.
- Pavlis, G.L., J.R. Booker**, 1980. The mixed discrete-continuous inverse problem: Application to the simultaneous determination of earthquake hypocenters and velocity structure. *J. Geophys. Res.*, 85, 4801-4810.
- Paige, C.C., M.A. Saunders**, 1982. LSQR: An algorithm for sparse linear equations and sparse least squares. *ACM Trans. Math. Soft.*, 8, 1, 43-71.
- Spakman, W.**, 1988. Upper mantle delay time tomography. With an application to the collision zone of the eurasian, african and arabian plates. Tesis Doctoral. Utrecht. Holanda.
- Spakman, W., S. van der Lee, R. van der Hilst**, 1993. Travel-time tomography of the European-Mediterranean mantle down to 1400 Km. *Phys. Earth Planet. Inter.* 79, 3-74.
- Spencer, C.P., D. Gubbins**, 1980. Traveltime inversion for simultaneous earthquake location and velocity structure determination in laterally varying media. *Geophys. J. R. Astr. Soc.*, 63, 95-116.
- Van der Sluis, A., H.A. van der Vorst**, 1987. Numerical solution of large, sparse linear algebraic systems arising from tomographic problems. En "Seismic Tomography. With applications in Global Seismology and Exploration Geophysics". Ed: Guust Nolet. Reidel Publishing Company.

Capítulo 4

Selección de datos. Modelos iniciales

*Models are to be used,
but not to be believed.
H. Theil*

4.1 SISMOLOGÍA MEDIANTE ONDAS INTERNAS.

A finales del siglo XIX se produce una revolución en la Sismología cuando R.D. Oldham consigue identificar en los registros obtenidos con sismógrafos mecánicos, las tres clases principales de ondas que se habían formulado 70 años antes: P, S y superficiales. Durante este siglo los diferentes datos sísmicos nos han proporcionado valiosa información sobre la estructura interna de la Tierra.

En la primera década del siglo XX se mejora considerablemente la instrumentación sísmica, al construirse sismógrafos capaces de registrar las 3 componentes de ondas de corto y largo período (J. Milne, E. Wiechert, B.B. Galitzin).

Entre los diferentes tipos de información contenida en un sismograma, desde el comienzo de la sismología instrumental, se han venido estudiando los tiempos de llegada de las ondas internas. En la década de los 30, Jeffreys y Bullen (1940) establecieron un modelo global esféricamente simétrico de distribución de velocidades de estas ondas y sus fases principales. Durante la década de los sesenta, se produjeron dos importantes impulsos al conocimiento de la estructura del manto:

- descubrimiento y modelización de las discontinuidades del manto superior mediante ondas internas de corto período.
- constatación de la existencia de una capa de baja velocidad (LVZ) a partir de la dispersión de ondas superficiales.

En 1966, Clearly y Hales estudiaron los tiempo de recorrido de las ondas P en telesismos, para calcular una distribución global de correcciones de estación a aplicar en estudios globales de distribución de velocidad de este tipo de onda.

Julian y Sengupta (1973) estudiaron las ondas P telesísmicas generadas en 47 terremotos profundos, encontrando importantes variaciones laterales en la velocidad en la parte más profunda del manto inferior.

Como ya hemos comentado, a mediados de los 70 se desarrolló una nueva metodología (Aki *et al.*, 1977) para realizar estudios tridimensionales (3D) utilizando los residuos de los tiempos de recorrido de las ondas sísmicas.

Este método fue utilizado por Sengupta y Toksöz (1976) con datos de ondas P, PcP, S y ScS generadas en 12 terremotos profundos, parametrizando el manto superior en bloques, encontrando bajas velocidades en las cuencas detrás de los arcos de isla y regiones montañosas, y altas velocidades en los escudos.

Dziewonski y Gilbert, (1976), utilizando 700.000 tiempos de recorrido (ISC) para terremotos superficiales y parametrizando el manto en bloques paralelepípedicos en los que desarrollaron la anomalía de velocidad en armónicos esféricos hasta grado y orden 3, concluyeron que hay una anticorrelación entre ésta y las anomalías de geode.

A partir de los ochenta, se diversifica la utilización en tomografía de las ondas internas. Hirahara (1990) clasificó los diferentes tipos de tomografía atendiendo al tipo de datos de ondas internas que utilizan.

A) Estaciones y terremotos dentro del volumen a estudiar. Figura (4.1).

En este tipo de estudios se han de determinar simultáneamente la distribución 3D de la velocidad de las ondas sísmicas utilizadas, y los parámetros hipocentrales.

B) Estaciones dentro del área a estudiar y eventos fuera de la misma. Figura (4.2). Denotamos como:

$$r_{ij} \text{ residuo del evento } i \text{ en la estación } j,$$

$$i = 1, \dots, I = n^{\circ} \text{ eventos}$$

$$j = 1, \dots, J = n^{\circ} \text{ estaciones}$$

r_{ij}^* residuo relativo para el evento i en la estación j
Mediante la utilización de residuos relativos en cada estación se elimina la influencia de los errores en los parámetros hipocentrales.

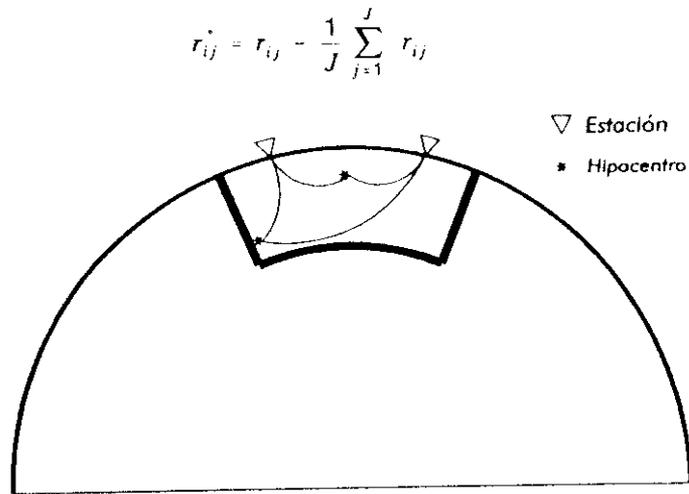


Figura 4.1 Tomografía global o de áreas pequeñas. Estaciones e hipocentros dentro del volumen a estudiar.

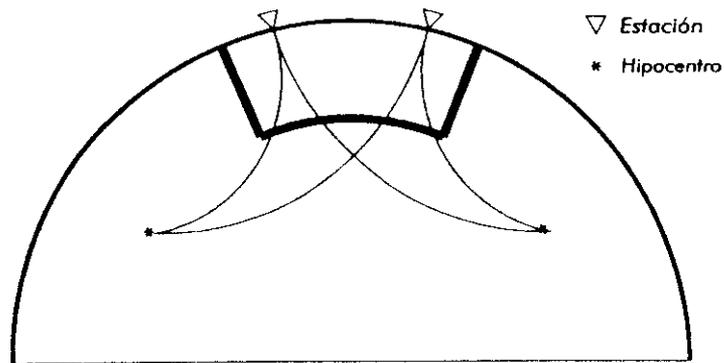


Figura 4.2 Método de tomografía ACH. Hipocentros fuera del volumen a estudiar, estaciones dentro del mismo.

Este método es el denominado ACH, cuando la zona a estudiar se subdivide en paralelepípedos. Una variante de este método es la tomografía de alta resolución que utiliza los residuos relativos de ondas reflejadas y refractadas que se registran en estaciones dentro del área

producidas por explosiones fuera de la misma. Este es el método denominado por Achauer (Achauer *et al.*, 1988) NeHT en honor de sus diseñadores (Nercessian, Hirn y Tarantola, 1984).

Los rayos que en distancias telesísmicas (distancias epicentrales $> 30^\circ$, Figura 4.3) atraviesan, para un mismo evento una anomalía de velocidad fuera del volumen (Dueker y Humphreys, 1993), al sustraer para cada estación el residuo medio del evento, eliminamos su influencia porque a esas distancias se puede decir que los rayos que llegan a cada estación han muestreado el mismo volumen fuera del área, estando por tanto los residuos únicamente afectados por las anomalías en la zona de estudio.

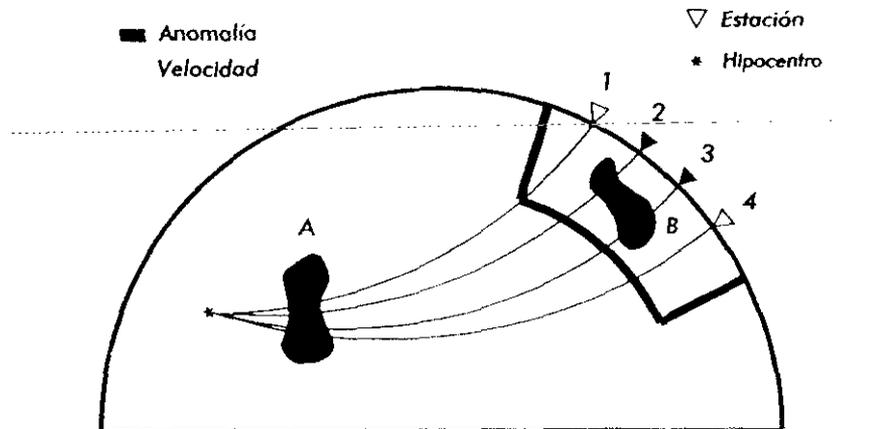


Figura 4.3 La anomalía A influye de igual manera en las estaciones 1, 2, 3 y 4, desapareciendo por tanto su efecto al trabajar con residuos relativos. La anomalía B afecta al tiempo observado en las estaciones 2 y 3, pero no a 1 y 4, permaneciendo su efecto aún trabajando con residuos relativos.

C) Terremotos dentro del área de estudio y estaciones tanto dentro como fuera del área a estudiar. Figura (4.4).

En este caso es necesario determinar simultáneamente la distribución de velocidad y los parámetros hipocentrales. Para evitar la influencia de las heterogeneidades fuera del volumen a estudiar, existen dos posibilidades:

- calcular para cada estación fuera del área, el residuo relativo como se explicó anteriormente.
- utilizar las correcciones de estaciones publicadas y los modelos

3D existentes del manto inferior.

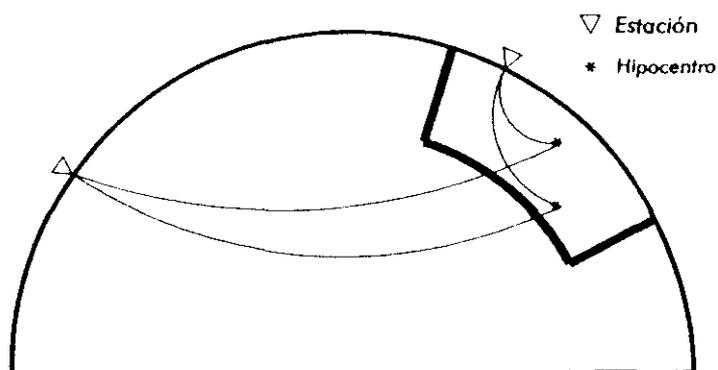


Figura 4.4 Hipocentros dentro del volumen a estudiar y estaciones tanto dentro como fuera del mismo.

- D) Terremotos dentro del área a estudiar, registrados en estaciones dentro y fuera de la misma, y terremotos fuera del área, registrados en estaciones dentro del área. (Figura 4.5).

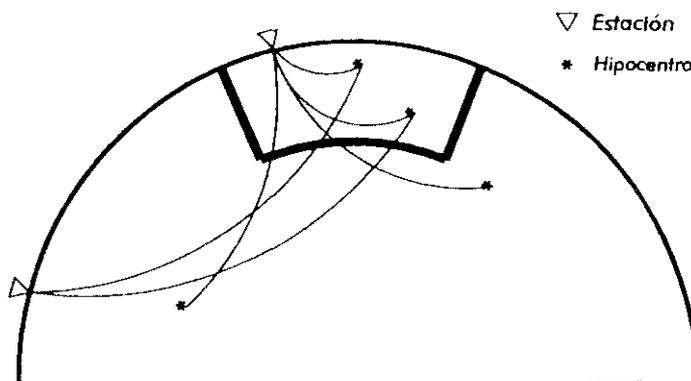


Figura 4.5 Hipocentros dentro del volumen a estudiar registrados en estaciones dentro y fuera del él, y terremotos fuera del mismo, registrados en estaciones dentro del volumen.

Se calculan correcciones estáticas para las estaciones fuera del área, y parámetros hipocentrales de los eventos.

Con este tipo de datos, en los que incluimos simultáneamente residuos asociados a terremotos regionales y telesísmicos, podemos evitar la influencia de las estructuras anómalas fuera de la zona de estudio, para simultáneamente tener la mayor resolución posible dentro del volumen de interés.

En este trabajo, vamos a aplicar el último tipo de tomografía, utilizando como onda interna la P directa, definiendo el tamaño de la malla tanto horizontal como verticalmente según la resolución que esperamos tener con el conjunto de datos disponibles, y según la obtenida por otros autores que aplicaron la metodología de tomografía con residuos al área del Mediterráneo.

4.2 DATOS DE ENTRADA. CARACTERÍSTICAS DE SU DISTRIBUCION ESTADISTICA.

El *International Seismological Centre* (ISC) ha venido recopilando desde 1964 (fecha de su constitución por transformación del ISS, *International Seismological Service*, existente desde 1913 hasta 1963), las lecturas de las fases sísmicas efectuadas por las distintas Agencias y Servicios sismológicos de cada país y publicando mensualmente los boletines (BISC), que constituyen una muy valiosa fuente de información para los sismólogos, permitiendo estudios de sismicidad y estructura interna de la Tierra.

Una vez recibidas las observaciones de cada agencia o servicio, se revisan y agrupan por eventos. La localización definitiva se lleva a cabo con todas las lecturas de P, calculando los tiempos teóricos de recorrido mediante el modelo de distribución de velocidades de Jeffreys-Bullen, y minimizando los residuos así obtenidos mediante el método de reducción uniforme de Jeffreys. Cualquier software de localización hipocentral usual, proporciona los residuos temporales que se utilizan en tomografía como datos: HYPO71 (Lee y Lahr, 1975), HYPOINVERSE (Klein, 1978), HYPOELLIPSE (Lahr, 1988), HYPOCENTER (Lienert *et al.*, 1986).

En los trabajos de tomografía lineal, como ya hemos comentado, partimos de la hipótesis de que los residuos temporales nos pueden proporcionar información sobre las anomalías de velocidad atravesadas (muestreadas) por los rayos.

Como es sabido, los residuos no siguen una distribución normal (o gaussiana) (Jeffreys, 1967), y su función de densidad puede considerarse como

superposición de dos curvas:

- la primera que contiene los residuos, digamos "normales".
- otra segunda gaussiana, con varianza significativamente mayor, que contiene los residuos de mayor valor.

Spakman (1988) calculó el histograma correspondiente a 556572 residuos de P. de terremotos en el Mediterráneo y Oriente Medio (distancias epicentrales entre 0° y 90°), (Figura 4.6) obteniendo:

- valor medio = 0.017 sg.
- desviación estándar = 2.36 sg.

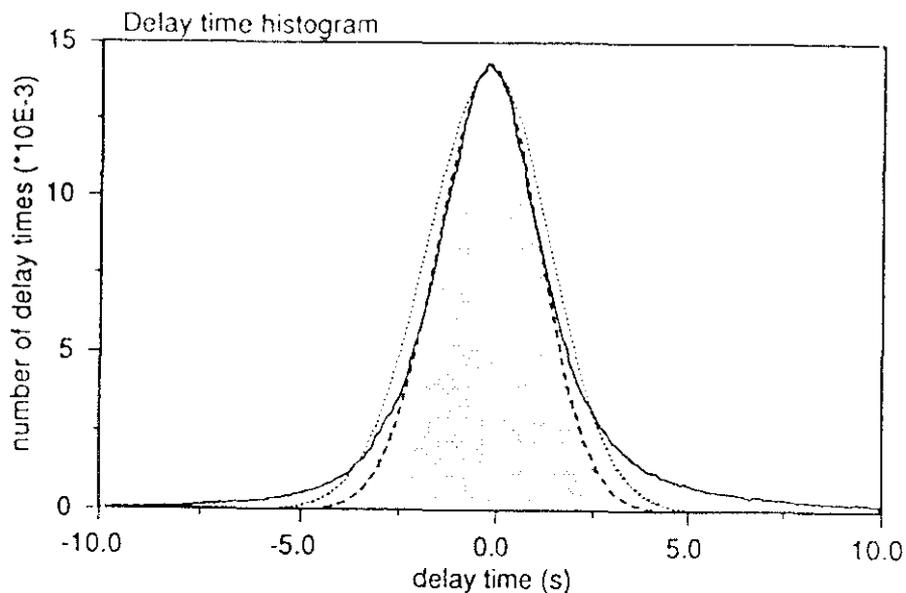


Figura 4.6 Histograma obtenido con 556572 residuos de P. La línea discontinua es una gaussiana que ajusta la parte central del histograma, pero no sus colas. La línea punteada es otra gaussiana obtenida ajustando todos los residuos (menos picuda que la anterior, y no describe adecuadamente los extremos del histograma) (Spakman, 1993).

Las diferentes líneas tienen su máximo en -0.23 sg., y corresponden a :

- línea discontinua: gaussiana que contiene un 83% de los datos, desviación estándar 1.29 sg.
- línea punteada: gaussiana que contendría todos los datos si tuvieran

una distribución normal, con el mismo máximo del histograma real, desviación estándar 1.56 sg.

Los residuos de alto valor se pueden deber a dos causas bien distintas:

- el rayo correspondiente, ha atravesado una gran zona anómala, por tanto este residuo no debe ser eliminado en el cálculo.
- se han producido importantes errores en la observación, y por tanto este residuo debería ser ignorado en el cálculo.

Por tanto, no interesa eliminar los grandes residuos, aunque si eliminar su influencia en la localización hipocentral. En esto radica precisamente lo robusto del método de localización aplicado por el ISC, conocido como de reducción uniforme diseñado por Jeffreys (1967), ya que asigna pesos que disminuyen su valor a medida que los residuos aumentan el suyo, pero sin aplicar directamente un umbral de admisión.

Como ya hemos comentado, el modelo de tierra utilizado por el ISC es el de Jeffreys-Bullen (Jeffreys y Bullen, 1940), que es un modelo global, esféricamente simétrico y promedio de corteza continental y oceánica, tanto para zonas estables como sísmicamente activas. Por tanto, aunque es válido para tomografías globales, no ha de serlo necesariamente en tomografías de áreas menores, siendo en estos casos probablemente interesante, buscar uno que se adecue mejor a la zona de estudio concreta.

4.3 IMPORTANCIA EN TOMOGRAFIA DE LA ELECCION DEL MODELO DE TIERRA INICIAL.

La Tomografía lineal se basa en la veracidad de la aplicación del Principio de Fermat, simplificando el problema tomográfico al estudio de la variación de la velocidad sísmica respecto a un modelo de distribución asumido a priori.

Para poder asegurar la veracidad de la aplicación de tal principio, la distribución inicial tiene que asemejarse lo más posible a la estructura real, porque por Fermat, asumimos que la trayectoria de los rayos en el modelo es equivalente a la trayectoria en la Tierra real.

Como los residuos del ISC son relativos a Jeffreys-Bullen, si no los corregimos, se supone por tanto, que éste es el asumido a priori. Este modelo unidimensional se caracteriza por su suavidad, sin zonas de baja velocidad ni discontinuidades, a excepción de la de Mohorovicic. Hay otros muchos modelos estándares que

describen con más detalle el manto superior. Podemos definir modelos complicados, pero hemos de tener en cuenta que en los que no sean 1D (unidimensionales) el problema del cálculo de la trayectoria del rayo entre el hipocentro y la estación se dispara en tiempo de CPU, aunque ya existen algoritmos de trazado de rayos rápidos (Moser, 1991), resultan inútiles cuando se está hablando de un número muy elevado de rayos, como es este caso.

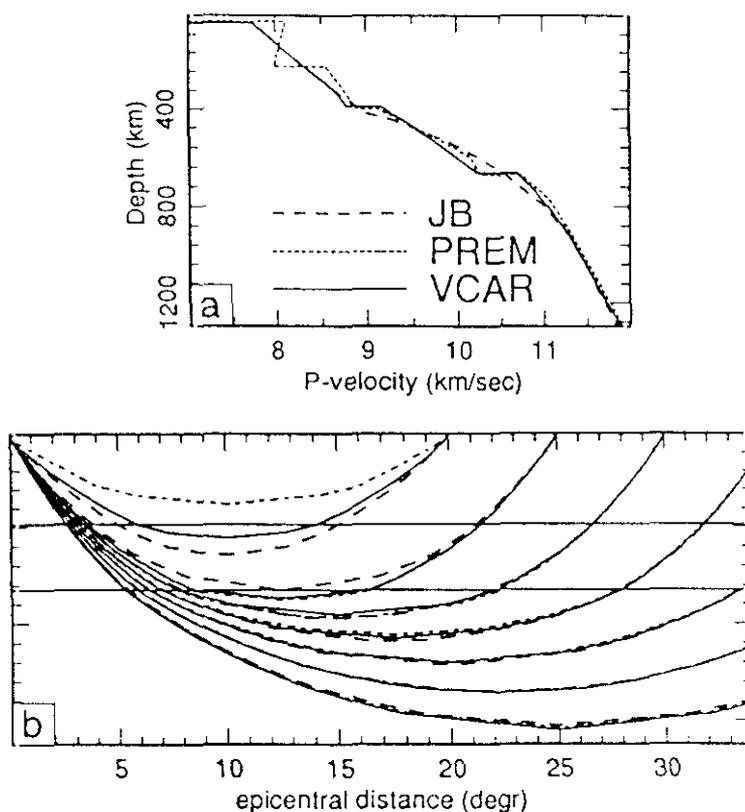


Figura 4.7 (a) Modelos 1D de velocidad: JB, PREM, VCAR, (b) Diferencia de trayectoria entre los rayos generados en los modelos 1D anteriores. (Van der Hilst, 1990).

El modelo inicial de velocidades determina, junto a la distribución de estaciones e hipocentros, la geometría de los rayos y por tanto el sistema de ecuaciones tomográfico ya que afecta a los tres elementos de la ecuación fundamental

explicada en el Capítulo 3 (ecuación 3.24):

$$A x = r$$

- determina la trayectoria de los rayos, como ya hemos dicho (**A**).
- se utiliza junto con los tiempos de llegada para calcular los residuos (**r**).
- sirve como modelo de velocidad de referencia respecto al que se expresan las anomalías de velocidad (**x**).

Cuando se utilizan datos de boletín, el modelo de velocidad inicial está ya elegido en principio para cualquier estudio de tomografía, puesto que ya se ha utilizado en la localización hipocentral y los residuos están calculados respecto a él.

Veamos la Figura (4.7) para comprender la importancia de la correcta elección del modelo inicial, la diferencia entre la trayectoria de los rayos para las mismas distancias epicentrales entre JB y otros modelos 1D ampliamente difundidos, denominados PREM y VCAR (Van der Hilst, 1990).

De la figura se concluye que en el manto inferior, las trayectorias son muy similares, pero en algunas zonas puede haber diferencias de hasta 100 Km., que es del orden del tamaño típico de celda utilizado en tomografía lineal. Por tanto, si tomamos un modelo erróneo, y realizamos el trazado de rayos, por aplicación del principio de Fermat, podemos estar situando las anomalías en posiciones incorrectas.

Por tanto, si junto con los posibles errores en los datos, la imperfecta iluminación de los modelos, la discretización de la realidad en modelos y las aproximaciones numéricas que se llevan a cabo en la formulación, realizamos una impropia elección del modelo de referencia, las imágenes que obtengamos de las estructuras anómalas de velocidad mostrarán algunos "efectos especiales" falsos, que serán difícilmente distinguibles de las verdaderas perturbaciones de la velocidad.

Esto es cualquier modelo 1D puede utilizarse en este tipo de tomografía, pero si el elegido es incorrecto podemos llegar a obtener:

- anomalías de velocidad erróneas.
- diferencias considerables entre la trayectoria real del rayo sísmico, y la supuesta con el modelo.

4.4 DEFINICIÓN DE LA ESTRUCTURA DE VELOCIDAD. MODELO DE CELDAS.

En los estudios de tomografía, desde los más locales a los globales, hay una gran variedad de maneras para representar la velocidad en la Tierra. Nuestra incógnita, la velocidad de la onda P, es una magnitud con una distribución tridimensional y continua (salvo algunas discontinuidades en la corteza y manto superior: fallas, superficies de discontinuidad, subducciones, ...). La solución de nuestro problema inverso (dados los tiempos de recorrido, calcular las velocidades de propagación) comienza con la discretización de la velocidad.

Veamos los modelos más usuales de parametrización:

- 1) Dividiendo el área de estudio en bloques en los que se supone la velocidad constante (ACH, Aki y Lee, 1976; Roecker, 1982; Koch, 1985). Figura (4.8).

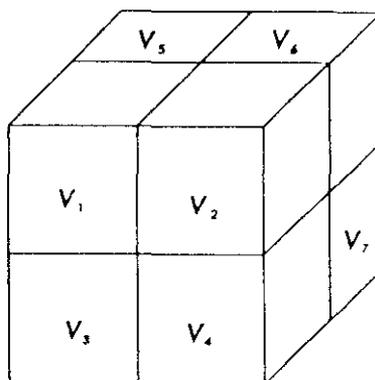


Figura 4.8 División del volumen de Tierra a estudiar en una red tridimensional de celdas con velocidad constante, el tamaño de dichas celdas, no tiene que ser constante.

Esta es la parametrización más sencilla, clara y manejable, pero no permite algo tan simple y habitual en la realidad, como es un gradiente de velocidad. Las variaciones continuas de velocidad pueden ser simuladas dentro de este esquema, disminuyendo el tamaño de las celdas, pero dado que el número de datos es limitado (aunque en general

elevado), podemos pasar de un problema super determinado a uno infradeterminado. Por tanto, hemos de definir el grado de resolución que podemos obtener con el conjunto de datos que vamos a utilizar en cada uno de los casos.

Este tipo de modelización se ha utilizado tanto para estudios locales, como de grandes áreas.

- 2) Desarrollando en armónicos esféricos la anomalía de la velocidad (Dziewonski, 1984).

En cada iteración se resuelve la estructura tridimensional de la velocidad, se relocalizan los eventos y se calculan las correcciones de estación. Esta metodología sólo se ha utilizado en estudios globales.

- 3) Capas de velocidad constante (Hawley *et al.*, 1981). Figura (4.9).

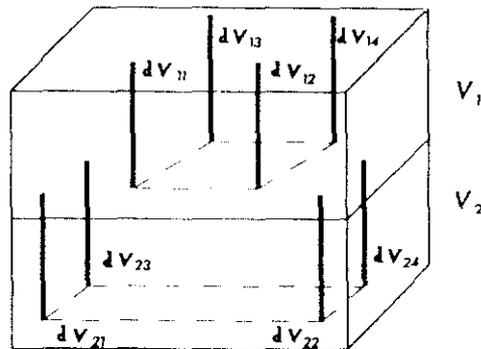


Figura 4.9 Estructura por capas de velocidad constante verticalmente, y líneas nodales para interpolar horizontalmente la velocidad en cada una de las capas del modelo.

El modelo consiste en capas de velocidad constante en dirección vertical, pero cuyo valor en horizontal, se obtiene por interpolación entre líneas nodales verticales.

La distribución de estas líneas nodales verticales puede variar de capa en capa.

4) Malla nodal 3D (Thurber, 1983). Figura (4.10).

En esta parametrización, la velocidad varía de forma continua en todas las direcciones. El valor de ésta en un punto se obtiene por interpolación de la velocidad asignada a los nodos que lo rodean.

Este modelo suele utilizarse únicamente en estudios de áreas no muy extensas pues esta definición lleva implícita la necesidad del conocimiento de la trayectoria de los rayos (algo imposible de acometer si el número de datos es elevado).

Esta parametrización ha sido utilizada también en estudios tomográficos de distribución 3D de la velocidad correspondiente a la onda S (Eberhart, 1986)

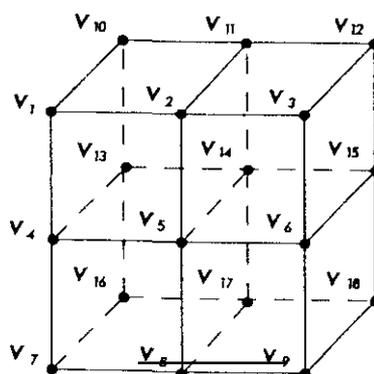


Figura 4.10 Malla 3D en la que definimos la distribución de velocidad en sus nodos.

El método basado en la subdivisión del volumen en celdas con velocidad constante, tiene la ventaja de que fácilmente se puede ver cómo influye el muestreo en el valor y forma de las anomalías encontradas durante la inversión, simplemente contando cuántos rayos inciden en cada bloque, y escogiendo tamaños adecuados a la resolución esperable en cada caso (según el tipo de datos y la distribución espacial de hipocentros y estaciones), y con una función de suavizado correcta, podemos simular con un alto grado de fidelidad, la distribución continua 3D de la velocidad.

4.5 TRAZADO DE RAYOS

Como es de todos conocido, en distribuciones esféricamente simétricas de velocidad de las ondas sísmicas, el parámetro del rayo p es constante (Figura 4.11), siendo

$$p = r * \frac{\text{sen } i(r)}{v(r)}$$

Siguiendo el procedimiento ideado por Spakman (Spakman, 1988), y dado que calcular el parámetro del rayo para cada una de las parejas hipocentro-estación sería costoso y tedioso, recurrimos a la aproximación que a continuación describimos.

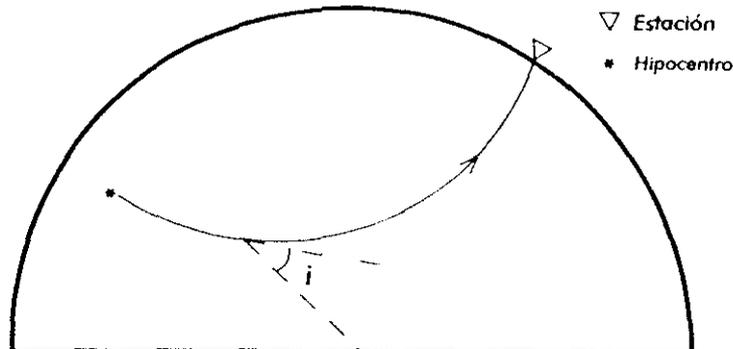


Figura 4.11 Trayectoria del rayo en un medio en el que la velocidad sólo varía con el radio. El rayo está contenido en un plano vertical que contiene el hipocentro, la estación y el centro de la Tierra. El ángulo i se evalúa en el foco.

Calculamos el parámetro del rayo para distintos intervalos de profundidad focal y distancias epicentrales, variando la amplitud de los subintervalos de forma que obtenemos cinco tablas de p , según se resume en la Tabla (4.1).

Para cada pareja hipocentro-estación, calculamos su parámetro del rayo por interpolación bilineal. Esta estimación de p nos proporciona una precisión tal que el error cometido en la distancia epicentral así calculada, es inferior a 0.06° .

Una vez calculado p aproximadamente, la trayectoria curva del rayo en nuestro modelo se calcula a profundidades fijas:

$0 < z < 33$ Km. : 0, 15 y 33 Km.
 $33 < z < 93$ Km. : cada 10 Km.
 $93 < z < 363$ Km.: cada 30 Km.
 363 Km. < z : cada 60 Km.

PARÁMETRO DEL RAYO					
PROFUNDIDAD FOCAL (Km.)			DISTANCIA EPICENTRAL (°)		
Principio	Intervalo	Final	Principio	Intervalo	Final
0	11	700	0	0.20	1
0	5	100	1	0.20	5
100	20	700	1	0.25	5
0	20	700	5	0.25	21
0	30	700	21	1.0	92

Tabla 4.1 Cuadro resumen de las cinco tablas de definición del parámetro del rayo.

Este sistema simple de "trazado de rayos", proporciona la exactitud suficiente para nuestro tamaño de celda, que definiremos en el Capítulo siguiente y será la unidad máxima de resolución posible.

4.6 PONDERACIÓN DEL SISTEMA DE ECUACIONES.

Como ya ha sido explicado, el conjunto de residuos temporales (r), es en principio descompuesto en tres sumandos según explicamos en (3.21):

- uno primero debido al retraso del rayo adquirido al muestrear zonas sísmicamente anómalas dentro del modelo de celdas a estudiar (m).
- uno segundo, atribuible directamente a la estación (h) (p.e., corrección por altura, estructuras sísmicamente anómalas bajo la estación).
- la tercera parte, que corresponde al cálculo erróneo de los parámetros hipocentrales (g).

Si se pudiera tener una resolución perfecta (matriz bien condicionada, sin errores

de observación, y con el número de ecuaciones igual al de incógnitas), seríamos capaces de resolver perfecta e independientemente cada uno de los tres sumandos (Spakman, 1988).

En la práctica, no tenemos nunca una resolución perfecta, encontrándonos frecuentemente ejemplos como el que se expone en la Figura (4.12)

En este caso, tenemos varios rayos con trayectorias quasi-paralelas, que partiendo de un mismo cluster de eventos, y atravesando las mismas celdas, llegan a la misma estación. Con este ejemplo, vemos claramente que aunque los valores de residuos temporales de cada uno de los rayos sean distintos (r_1, r_2, r_3), si han de ser iguales los tres sumandos que componen cada uno de ellos ($m_1 = m_2 = m_3, h_1 = h_2 = h_3, g_1 = g_2 = g_3$).

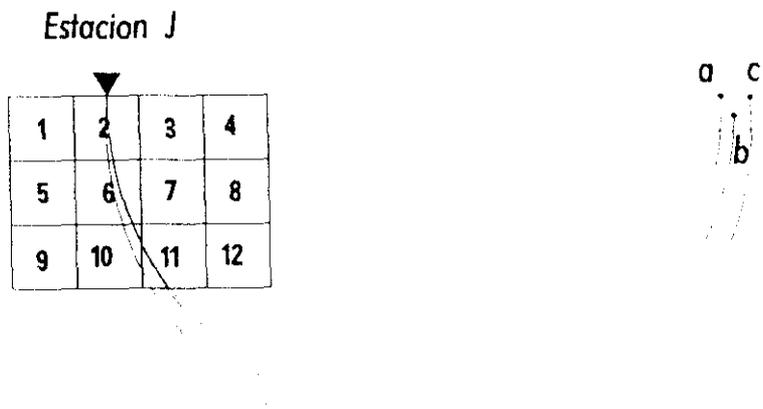


Figura 4.12 Rayos provenientes de un único cluster telosísmico, muestrean las mismas celdas del modelo, siendo registrados por la misma estación.

Este ejemplo representa lo que en tomografía se denomina "pérdida total de resolución". Aunque tuviésemos un número muy elevado de rayos, si todos tuviesen trayectorias prácticamente paralelas, no podríamos discriminar qué parte del residuo es atribuible a cada uno de los tres sumandos.

Hay por tanto una total interdependencia de los elementos constituyentes de los residuos en el proceso de inversión, tendremos que utilizar nuestro conocimiento

a priori para fijar cuales son valores correctos de órdenes de magnitud de cada sumando, y así decimos:

m: 0.0002 Km/sg.

g: 10 Km en espacio y 1 sg. en tiempo origen.

h: 1 sg.

Deberemos multiplicar cada uno de los tres sumandos del residuo por una constante (α , β , τ) que nos permita obtener valores del mismo orden que nuestro conocimiento a priori.

En la práctica, en la primera inversión que realizamos mantuvimos estas tres constantes iguales a la unidad ($\alpha = \beta = \tau = 1$). En las sucesivas inversiones fuimos modificando sus valores de manera que llegásemos a obtener valores con sentido físico por redistribución del residuo, de los órdenes de magnitud que nos da nuestro conocimiento a priori.

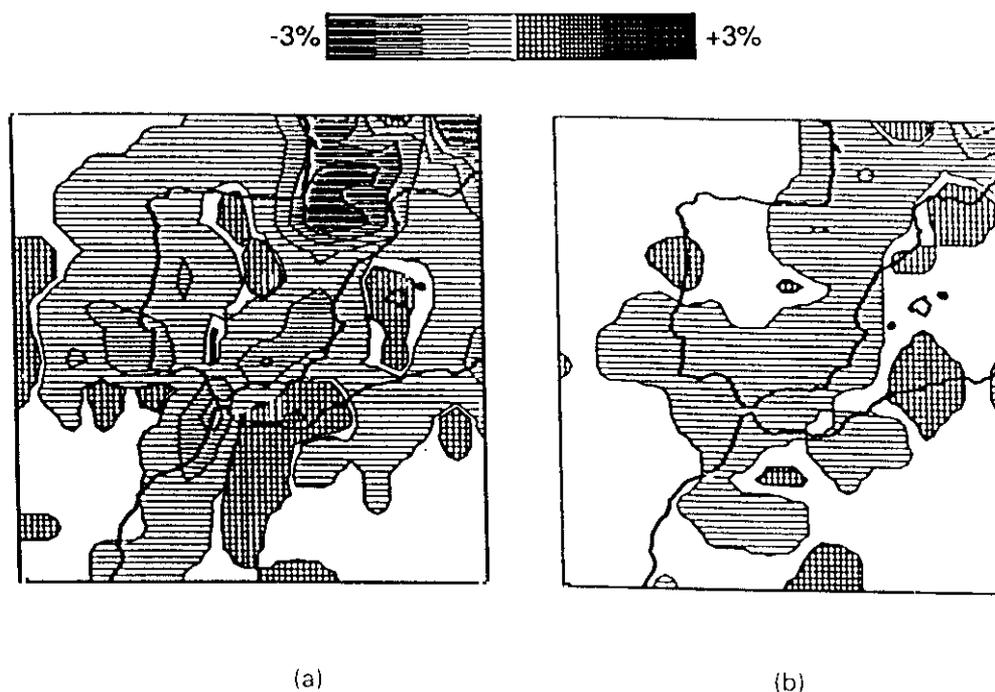


Figura 4.13 Dos ejemplos de inversión utilizando los mismos datos, variando únicamente el peso que damos en la solución a la relocalización hipocentral. (a): peso nulo. (b) elevado peso.

Con el algoritmo empleado en este trabajo, LSQR, buscamos una solución que haga mínima la diferencia entre el residuo predicho con el modelo de celdas obtenido, y el residuo observado. Por tanto, si hacemos crecer cualquiera de las tres constantes (por ejemplo α), la parte de la solución a la que multiplica (m) deberá tener elementos de menor valor para que la norma de la solución total se mantenga mínima. Así, si la constante crece, permitimos que una mínima parte del total de residuos sea explicado por el sumando al que está asociada.

En el ejemplo de la Figura (4.13) lo vemos con claridad. La parte (a) corresponde a inversión sin relocalización de hipocentros; y la (b) a una asignación de elevado peso a esta parte de la solución. Vemos que las amplitudes de las anomalías en el primer caso son considerablemente mayores que en el segundo.

Mediante sucesivas pruebas, llegamos a delimitar los valores idóneos de las constantes, definiendo el peso que en el valor del residuo total damos a cada uno de los tres sumandos.

Los valores de estos pesos, dependerán de :

- los datos disponibles en cada trabajo (volumen de datos y calidad esperable de los mismos).
- de la información geodinámica disponible de la zona.
- del tipo de datos utilizados, en el sentido de si son regionales o telesísmicos, la corrección de estación tiene un sentido completamente diferente (como veremos en el Capítulo 5, al explicar el significado de este parámetro).

Una vez definido todo el proceso matemático de inversión y de tratamiento de los datos, hemos de llegar a la puesta en práctica de toda la teoría, mediante la elección de la zona de estudio, definición del modelo de celdas más adecuado según la resolución que esperamos obtener. Después de elegidos los datos con los criterios que estableceremos, comprobaremos la bondad del modelo de distribución inicial de velocidades asumido por el ISC (Van der Hilst y Spakman, 1989).

REFERENCIAS

- Achauer, U., J.R. Evans, D.A. Stauber, 1988.** High-resolution seismic tomography of compressional wave velocity structure at Newberry volcano, Oregon Cascade Range. *J. Geophys. Res.*, 93, 10135-10147.
- Aki, K., W.H.K. Lee, 1976.** Determination of three-dimensional velocity anomalies under a seismic array using first P arrival times from local earthquakes, I, A homogeneous initial model. *J. Geophys. Res.*, 81, 4381-4399.
- Aki, K., A. Christoffersson, E.S. Husebye, 1977.** Three-dimensional seismic velocity anomalies in the crust and upper-mantle under the U.S.G.S. California seismic array. *Eos. Trans. Am. Geophys. Union*, 56, 1145.
- Cleary, J., A.L. Hales, 1966.** An analysis of travel times of P waves to North American stations, in the distance range 32° to 100°. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 56, 467-489.
- Dueker, K.G., E.D. Humphreys, 1990.** Upper mantle velocity structure of the Great Basin. *Geophys. Res. Lett.*, 17, 1327-1330.
- Dziewonski, A.M., F. Gilbert, 1976.** The effect of small aspherical perturbations on travel times and a re-examination of the corrections for ellipticity. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 44, 7-16.
- Dziewonski, A.M., 1984.** Mapping the lower mantle: Determination of lateral heterogeneity in P velocity up to degree and order 6. *J. Geophys. Res.*, 89, 5929-5952.
- Eberhart-Phillips, D., 1986.** Three dimensional velocity structure in northern California coast ranges from inversion of local earthquakes. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 76, 1025-1052.
- Hawley, B.W., G. Zandt, R.B. Smith, 1981.** Simultaneous inversion for hypocentres and lateral velocity variations: an iterative solution with a layered model. *J. Geophys. Res.*, 86, 7033-7076.
- Hirahara, K., 1990.** Inversion method of body-wave data for three-dimensional Earth structure. *Zisin*, 43, 291-306.
- Jeffreys, H., K.E. Bullen, 1940.** Seismological Tables. British Association for the Advancement of Science, London.

- Jeffreys, H., 1967. *Theory of Probability.*, Ed: Clarendon Press, Oxford.
- Julian, B.R., M.K. Sengupta, 1973. Seismic travel time evidence for lateral inhomogeneity in the deep mantle. *Nature*, 242, 443-447.
- Klein, F.W., 1978. Hypocenter location program-HYPOINVERSE: users guide to versions 1, 2, 3, and 4. *U.S. Geol. Surv. Open file report*, 78-695, 1-113.
- Koch, M., 1985. A numerical study on the determination of the 3-D structure of the lithosphere by linear inversion of teleseismic travel times. *Geophys. J. R. Astr. Soc.*, 80, 73-93.
- Lahr, J.C., 1988. HypoELLIPSE/Version 2.0: a computer program for determining local earthquake hypocentral parameters, magnitude and first motion pattern, *U.S. Geol. Surv., Open file report*, 89-116.
- Lee, W.H.K., J.C. Lahr, 1975. HYPO71: a computer program for determining hypocenter, magnitude and first motion pattern of local earthquakes. *U.S. Geol. Surv. Open file report*, 75-311.
- Lienert, B.R., E. Berg, L.N. Frazer, 1986. Hypocenter: an earthquake location method using centered, scaled, and adaptively damped least squares. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 76, 3, 771-783.
- Moser, T.J., 1991. Shortestpath calculations of seismic rays. *Geophysics*, 56, 59-67.
- Nercessian, A., A. Hirn, A. Tarantola, 1984. Three-dimensional transmission prospecting of the Mont Dore volcano, France. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 76, 307-315.
- Roecker, S.W., 1982. Velocity structure of the Pamir-Hind Kush region: possible evidence of subducted crust. *J. Geophys. Res.*, 87, 945-959.
- Sengupta, M.K., M.N. Toksöz, 1976. Three dimensional model of seismic velocity variation in the Earth's mantle. *Geophys. Res. Lett.*, 3, 84-86.
- Spakman, W., 1988. Upper mantle delay time tomography with an application to the collision zone of the Eurasian, African and Arabian Plates. Tesis Doctoral. Utrecht.
- Spakman, W., 1993. Iterative strategies for non-linear travel time tomography. En "Seismic Tomography: Theory and Practice". Ed.: H.M. Iyer, K.

Hirahara. Chapman & Hall, Londres.

Thurber, C.H., 1983. Earthquake locations and three-dimensional crustal structure in the Coyote Lake area, central California. *J. Geophys. Res.*, 88, 8226-8236.

Van der Hilst, R., W. **Spakman**, 1989. Importance of the reference model in linearized tomography and images of subduction below the Caribbean Plate. *Geophys. Res. Lett.*, 16, 10, 1093-1096.

Capítulo 5

Estudio tomográfico de la Península Ibérica

*Suelo decir, que cuando puedes medir aquello
de lo que estás hablando, y expresarlo con números,
es que sabes algo sobre ello.
William T. Kelvin (1846)*

Una vez expuestos los fundamentos físicos de la tomografía, su formulación matemática, llegamos a su puesta en práctica. Vamos a invertir residuos temporales de la onda P, para estudiar la estructura del manto respecto a esta onda bajo la península Ibérica.

Puesto que queremos evitar los problemas de interpretación de anomalías en los bordes del modelo, para zonas de elevado interés sísmico como son las Béticas, situamos éstas alejadas de tales límites, definiendo en superficie la zona de interés por sus esquinas SW (12°W , 30°N), y NE (6°E , 48°N).

5.1 SELECCIÓN DE DATOS. CORRECCIONES.

Recordemos que los datos que se van a utilizar en este trabajo, provienen del banco mundial de localizaciones que constituyen los boletines y cintas del ISC, y que estas localizaciones se realizan a partir de las lecturas de diversas fases sísmicas proporcionadas por las diferentes redes sísmicas locales y regionales, mediante un proceso de mínimos cuadrados utilizando los residuos calculados en el modelo de distribución de velocidades de JB.

5.1.1 CRITERIOS DE SELECCION DE DATOS.

Los residuos de onda P que se han utilizado como datos en este estudio, fueron obtenidos por explotación de las cintas del ISC para el período 1964-1986,

atendiendo a los siguientes criterios encadenados:

- 1) Para eventos dentro del área de estudio ((30°N, 12°W), (48°N, 6°E)), utilizamos los residuos temporales obtenidos en estaciones con distancias epicentrales inferiores a 90°.
- 2) Si los terremotos tienen su epicentro fuera de la zona de estudio, únicamente tenemos en cuenta los residuos en estaciones dentro de la región de estudio.
- 3) Sólo tenemos en cuenta terremotos registrados globalmente al menos en 10 estaciones. Esta condición la imponemos con el fin de que la localización sea lo más fidedigna posible.

Tampoco podemos elevar el umbral del número de estaciones para una mayor seguridad de las coordenadas del hipocentro, puesto que es a partir del comienzo de la década de los ochenta cuando el Instituto Geográfico Nacional de España impulsa fuertemente la densificación de la Red Sísmica Nacional, y son estas estaciones las que van a marcar, en mayor medida, el poder de resolución de este estudio, pues son las que se encuentran sobre la zona de interés.

- 4) Posteriormente veremos que la mayoría de los residuos tienen un valor absoluto inferior a 3 sg. (Figuras 5.2 y 5.4). Si únicamente tenemos en cuenta los residuos dentro de este límite, evitaremos así los grandes residuos que pueden deberse a localizaciones erróneas. El límite de 3 sg., lo imponemos a los residuos ya corregidos por el cambio del modelo inicial de velocidades, que veremos posteriormente.

Una de las características más interesantes de este trabajo lo constituye el hecho de invertir simultáneamente datos regionales y telesísmicos (Figura 4.5). Las dos clases de residuos que llevan asociados, requieren un tratamiento distinto, que explicaremos a lo largo de este Capítulo 5, puesto que unos muestrean amplias zonas fuera del volumen subdividido en celdas y su incidencia es prácticamente vertical; mientras que los otros están comprendidos dentro del volumen a estudiar, pudiendo tener trayectorias tanto ascendentes, como descendentes, pero únicamente con un sentido de avance.

En la Figura (5.1) se muestran, dentro del área a estudiar, los epicentros seleccionados y las estaciones utilizadas. El número total de terremotos se desconoce por el procedimiento utilizado en la selección de datos de las cintas del ISC, pero si sabemos que el orden de residuos seleccionados es 210.000, y que el número de epicentros regionales es de 7.410. También en el proceso de inversión perdemos el número total de estaciones utilizadas.

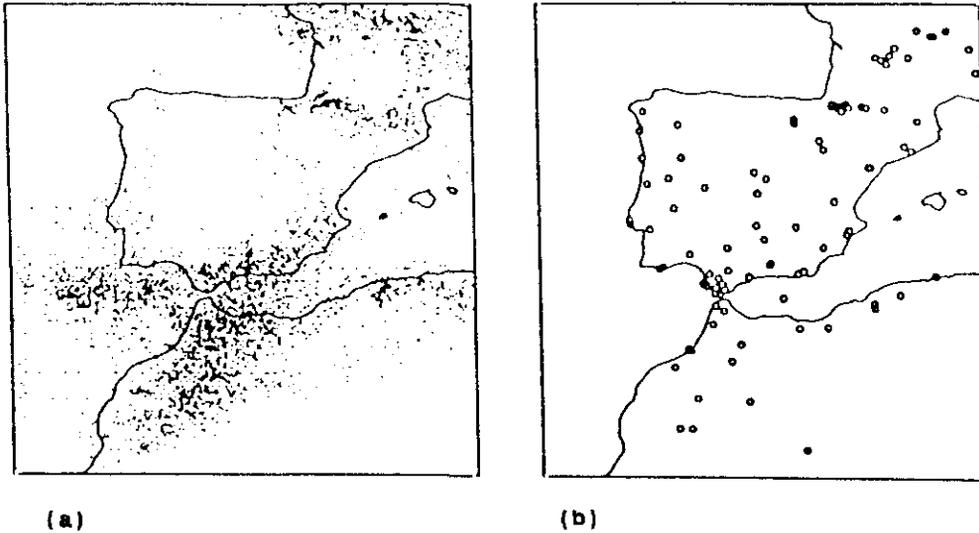


Figura 5.1 Mapa del área de estudio con: (a) los epicentros seleccionados en ella y (b) las estaciones regionales.

Observando la figura anterior, se puede fácilmente intuir que la resolución que se obtenga en este trabajo va a variar considerablemente con la zona geográfica considerada, puesto que existe una clara concentración de la sismicidad regional en el sur de la península Ibérica y norte de Marruecos, así como en los Pirineos.

5.1.2 MODELO DE TIERRA PM2. CORRECCION DE LOS RESIDUOS TEMPORALES.

Veamos si JB es adecuado para el caso de este estudio en la península Ibérica. Para ello dibujamos el histograma tridimensional de los residuos en función de la distancia epicentral (contando el número de residuos en intervalos de $0.1 \text{ sg.} \times 0.5^\circ$) (Figura 5.2).

La línea de residuo 0 sg. será la predicción del residuo según JB, cualquier diferencia que se observe respecto a esta línea puede deberse a cualquiera o varias de las siguientes razones:

- diferencias entre la tierra real y el modelo JB.
- errores en los parámetros hipocentrales.
- correcciones de estación.

Si JB fuera un modelo correcto para representar la distribución de velocidades en nuestra área de estudio, los residuos se distribuirían suave y simétricamente alrededor de la línea de residuo nulo. Observando la Figura (5.2) se puede concluir que:

- para distancias epicentrales entre 0° y 15° , los residuos tienden a ser más negativos a medida que la distancia crece. Esto indica, que la velocidad media en la litosfera es más alta que la proporcionada por JB.
- en torno a 15° existe una disminución en el número de eventos detectados, que puede ser explicada por la presencia de una capa de baja velocidad en el manto bajo la litosfera.

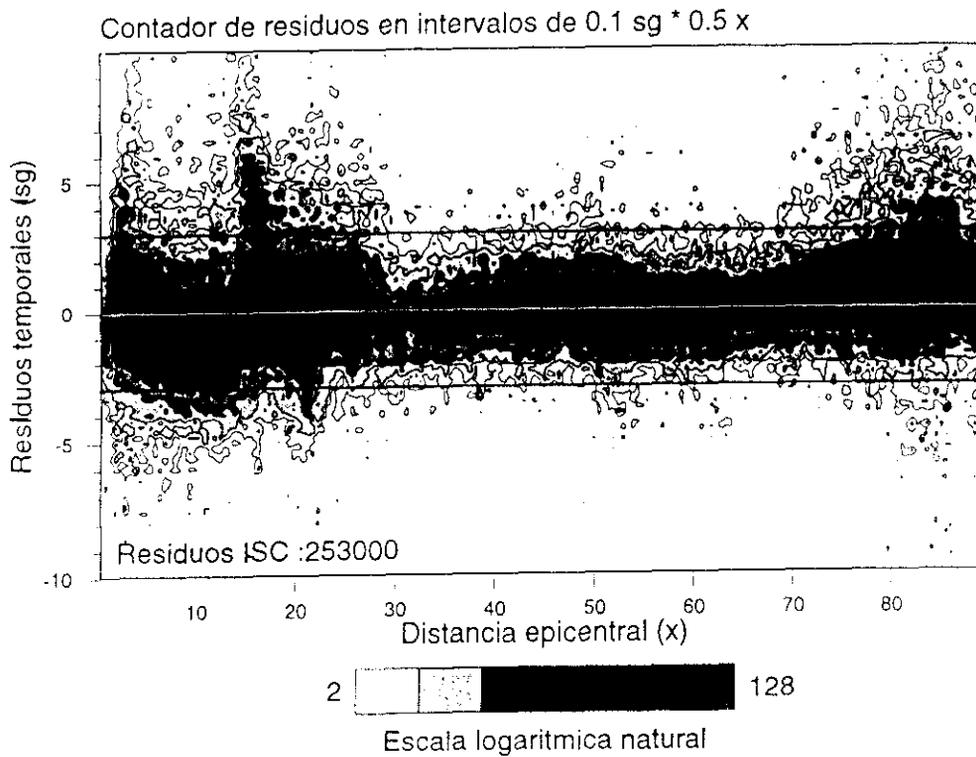


Figura 5.2 Histograma tridimensional de los residuos temporales utilizados en este trabajo, respecto al modelo 1D JB, definiendo como área unidad $0.1 \text{ sg.} \times 1.5^\circ$.

- entre 15° y 38° hay diversas áreas de residuos positivos que pueden relacionarse con las triplicaciones que se producen con los aumentos bruscos de la velocidad (discontinuidades).

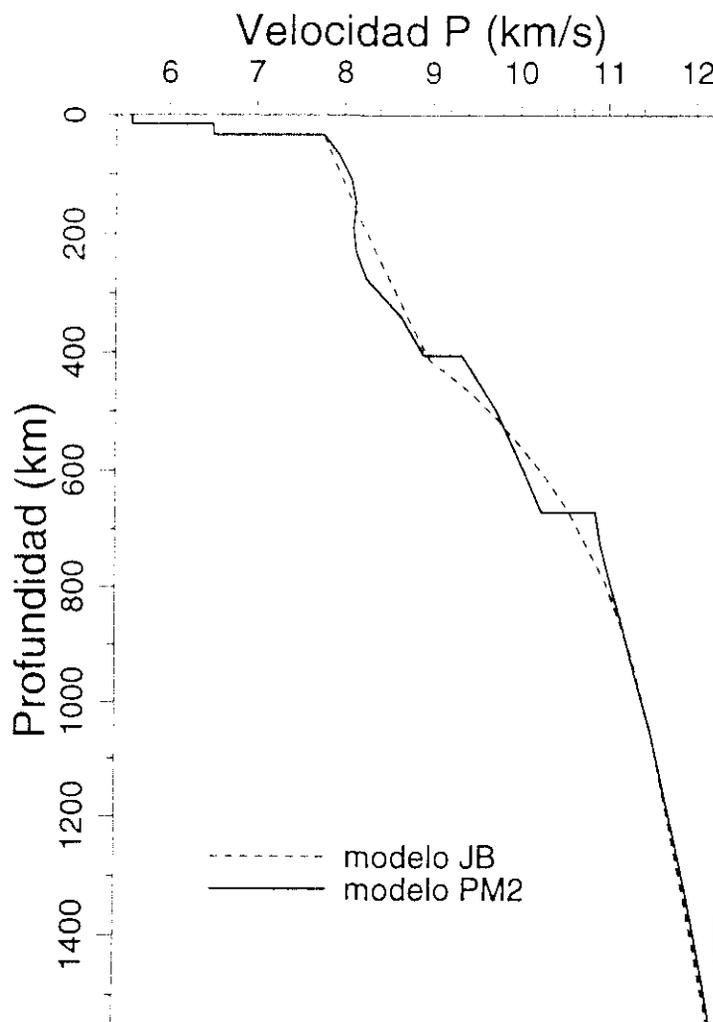


Figura 5.3 Modelos 1D: Jeffreys-Bullen (JB) y PM2, obtenido por Spakman *et al.* (1993) para tomografías del manto en el área Mediterráneo-Europa, incluyendo por tanto la península Ibérica.

Vistos los problemas que presenta la utilización del modelo de distribución de velocidades 1D que utiliza el ISC en sus localizaciones hipocentrales, Spakman *et al.* (1993), se plantearon el obtener un modelo más adecuado para Europa, de forma que los residuos temporales respecto a este nuevo modelo, tuvieran una distribución simétrica respecto a la línea de residuo nulo, y no presentaran ramas positivas asociadas a triplicaciones por discontinuidades en la velocidad no tenidas en cuenta, ni disminución en la densidad de residuos por no corregir por capas de baja velocidad. Estas serán las características mínimas que el modelo inicial de velocidades deberá cumplir.

El modelo de velocidad de la onda P así obtenido (Figura 5.3, Spakman *et al.*, 1993) se denominó PM2 y fija las discontinuidades de velocidad a 405 Km. y 670 Km., incluyendo también una zona de baja velocidad en torno a la profundidad de 200 Km..

La Figura (5.4) muestra el histograma tridimensional de los residuos temporales utilizados en este trabajo, frente a la distancia epicentral, corregidos por la diferencia entre los dos modelos JB y PM2.

Observamos que las tendencias principales que habíamos comentado en la Figura (5.2), ya no aparecen. La corrección de los residuos proporcionados por el ISC debidos a la diferencia entre PM2 y JB reduce su varianza en un 3%.

Pese a que el efecto numérico del cambio de modelo en el conjunto de datos numéricos es pequeño, si tiene una gran influencia en el trazado de rayos (recordemos las diferencias entre los modelos JB, PREM y VCAR que representábamos en la Figura 4.7), sobre todo, en los rayos con penetración inferior a los 800 Km..

Aunque cambiemos el modelo inicial, y por tanto del trazado de rayos y valor de los residuos, no se relocalizan los eventos, dado que tanto su relocalización temporal, como espacial, se obtiene en cada una de las iteraciones del proceso de inversión.

Una vez establecido PM2, calculamos sus tablas de tiempos de recorrido de P (similares a las de JB, Jeffreys, 1940) para pasar los residuos que nos proporciona el ISC respecto a JB, al modelo PM2 y utilizarlos como datos en la inversión (Spakman *et al.*, 1993). El proceso de corrección no es muy complicado de llevar a cabo, y dadas las grandes diferencias que existen entre los trazados de rayos en los diferentes modelos 1D, cuanto más aproximado sea el modelo inicial en el que calculemos el parámetro del rayo p , más correcta será la aplicación del principio de Fermat, y por lo tanto, mejores los resultados.

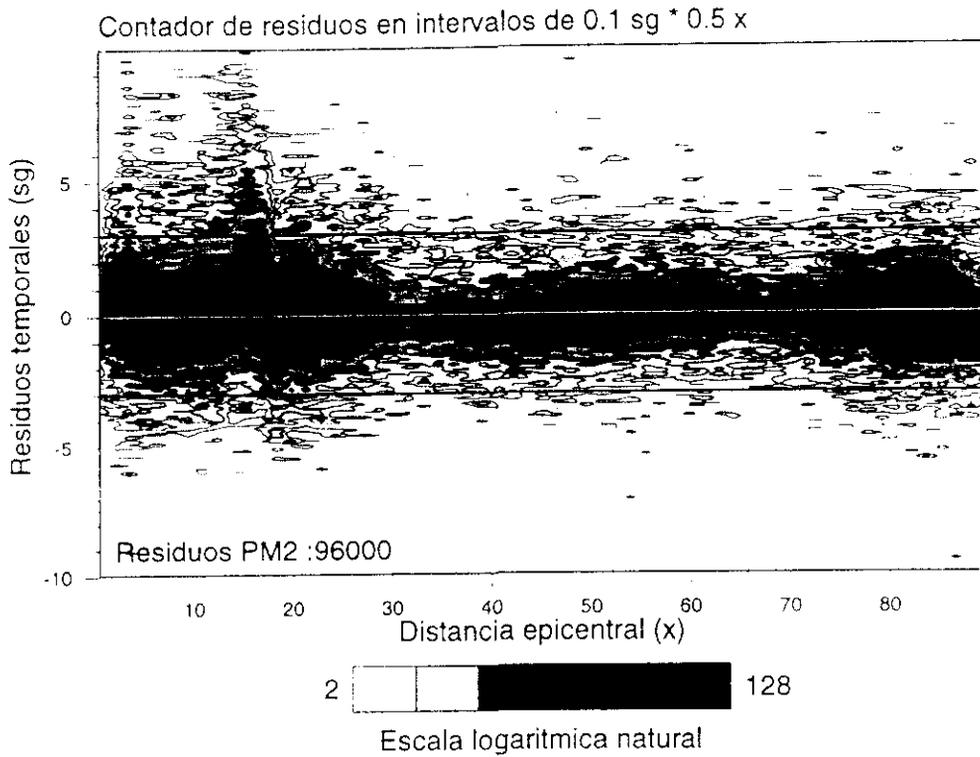


Figura 5.4 Histograma tridimensional de los residuos respecto al modelo de distribución de velocidades PM2, tomando como área unidad $0.1 \text{ sg} \times 0.5^\circ$.

5.2 DEFINICION DEL MODELO DE CELDAS.

Vamos a centrar nuestro estudio en la península Ibérica (Figura 5.5), expandiendo en ambas direcciones nuestro área a estudiar, para evitar los posibles errores de interpretación de resultados en los bordes del modelo.

Dada la forma de la península Ibérica, no hay que realizar ningún giro de los ejes de referencia, y la esquina SW del modelo tiene por coordenadas geográficas, como ya hemos fijado anteriormente (12°W , 30°N), y la NE (6°E , 48°N). El área interior se divide en 324 celdas (18×18) con un tamaño de $1^\circ \times 1^\circ$ (aproximadamente $110 \text{ km} \times 110 \text{ km}$).

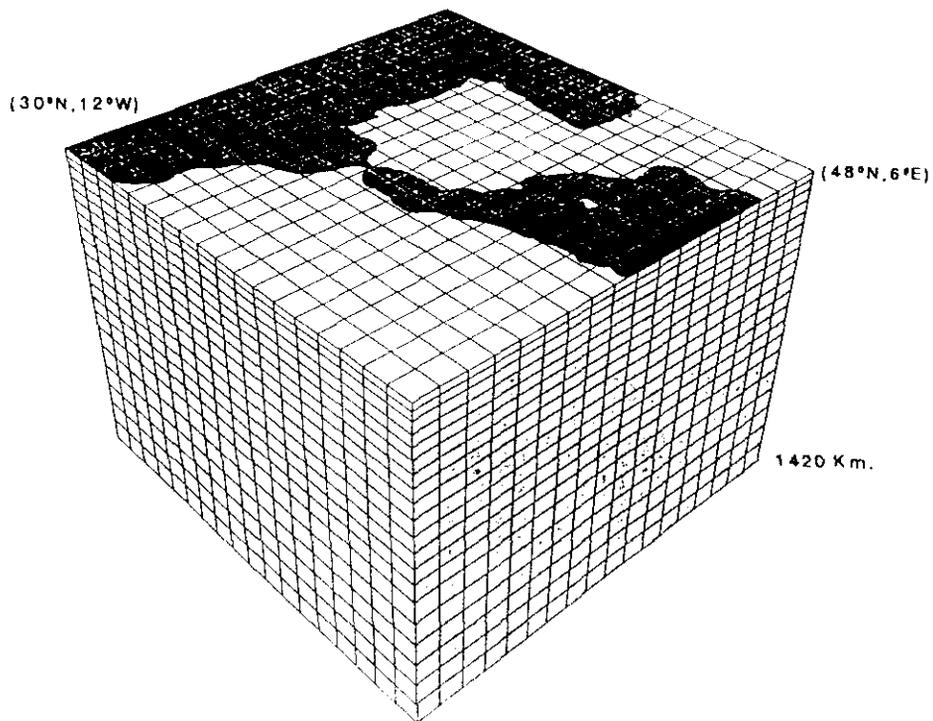


Figura 5.5 Modelo de celdas en que dividimos el volumen a estudiar. Horizontalmente tenemos 18 x 18 celdas todas de igual tamaño ($1^{\circ} \times 1^{\circ}$), verticalmente definimos 20 capas de espesor creciente, alcanzando la profundidad de 1420 Km..

El tamaño de las celdas se ha escogido de tal manera que los resultados aquí obtenidos sean una prolongación de los obtenidos por Spakman (1988) para la zona del Mediterráneo, ya que se obtuvo una baja resolución en la parte comprendida de la península Ibérica, mejorable ahora por el tipo y volumen de datos que vamos a utilizar, ya que vamos a incluir un número elevado de eventos locales, registrados por estaciones dentro de la zona a estudiar, lo que conlleva un incremento considerable del poder de resolución, como explicaremos posteriormente.

CAPA	PROF. MEDIA	VELOCIDAD	LIMITE SUPERIOR	LIMITE INFERIOR	ESPESOR
1	16	6.228	0	33	33
2	51	7.853	33	70	37
3	95	8.028	70	120	50
4	145	8.117	120	170	50
5	195	8.109	170	220	50
6	247	8.176	220	275	55
7	302	8.414	275	330	55
8	360	8.732	330	390	60
9	425	9.319	390	460	70
10	495	9.710	460	530	70
11	565	9.941	530	600	70
12	635	10.151	600	670	70
13	705	10.899	670	740	70
14	780	11.016	740	820	80
15	870	11.183	820	920	100
16	970	11.360	920	1020	100
17	1070	11.535	1020	1120	100
18	1170	11.686	1120	1220	100
19	1270	11.841	1220	1320	100
20	1370	11.988	1320	1420	100

Tabla 5.1 Características de las capas del modelo de celdas (espesor y profundidad en Km.), con la velocidad asignada a cada una de ellas (Km/sg.).

Una vez vista la subdivisión horizontal, dividimos la corteza y manto en 20 capas, cuyos espesores van aumentando de la primera de ellas con 33 Km, a la última,

con 100 Km.. En la Tabla (5.1) se resumen las características esenciales que definen esta subdivisión vertical.

Las velocidades constantes atribuidas a cada capa se obtienen calculando su valor medio según el modelo de distribución de velocidades asumido a priori PM2 (Figura 5.3) y la división en capas elegida.

El hecho de que las celdas aún teniendo las mismas dimensiones horizontales, el volumen varíe al hacerlo su espesor, nos obliga a introducir el factor comentado en el Capítulo 3 (ecuación 3.32), esto es, a multiplicar cada elemento de la diagonal de la matriz de covarianza por la inversa del volumen de las celdas (que coincide con la base ortonormal de funciones sobre la que hemos proyectado nuestro modelo de distribución de velocidad (ecuación 3.12) (Nolet, 1985, 1987).

5.3 CORRECCIÓN DE ESTACIÓN.

En este término englobamos la influencia que sobre el valor del residuo de cualquier rayo que llega a una estación, puedan tener las heterogeneidades próximas a ella, el posible error sistemático del binomio "estación-instrumentación", o las anomalías sísmicas fuera del modelo de celdas.

Esta corrección ha de ser incluida en el cálculo, puesto que no queremos, ni podemos, modelizar el volumen total de Tierra atravesado por los rayos sísmicos, teniendo que evitar la influencia de toda anomalía fuera del modelo, de forma tal que éstas no se traduzcan en anomalías en el modelo.

Una forma de evitar esta influencia en la solución, sería que en el proceso de modelización, le asignáramos a cada estación un parámetro cuyo valor fuese calculado también en la inversión, contribuyendo a minimizar la norma de la solución, absorbiendo así cualquier sistemático no deseable. El problema que este procedimiento nos plantea, es que nos llevaría a incluir un elevado número de incógnitas a resolver, una por cada estación.

Para no aumentar el volumen de variables (que lleva implícito una disminución de la resolución, y aumento del tiempo de cálculo) hemos decidido llevar a cabo el cálculo de estas correcciones de la siguiente manera:

- 1.- en aquellas estaciones fuera del modelo de celdas, para las que Dziewonski y Anderson (1983) calcularon la corrección que se ha de realizar al residuo temporal, utilizaremos esta corrección como dato en la inversión. Corregimos los residuos antes de la inversión (nótese que se introducen como datos).

- 2.- para aquellas estaciones fuera del modelo que contribuyan con más de 30 lecturas (las estaciones con menos de este número de lecturas no se consideran), colocamos debajo un paralelepípedo de 100 Km de espesor, y calculamos la intersección de cada rayo que llega a la estación con esa "celda de estación". En lugar de calcular la corrección al residuo temporal de la estación, lo que haremos será invertir buscando la anomalía de velocidad de esta celda, traduciendo después esta anomalía en residuo, multiplicando por la trayectoria del rayo en la celda bajo la estación.
- 3.- para las estaciones en la superficie del modelo de celdas, les asociamos un parámetro que se calcula en la inversión que absorberá los errores sistemáticos en los residuos de dicha estación (altura, por ejemplo, pues estamos suponiendo que las estaciones se encuentran situadas sobre la superficie del modelo).

Explicaremos ligeramente qué tipo de corrección calcularon Dziewonski y Anderson (1983), para que se comprenda la bondad de éstas, y lo adecuado de su utilización en nuestro trabajo. Estos autores, evaluaron las correcciones (δr) a los residuos temporales obtenidos en estaciones que contaban con un elevado número de lecturas de llegadas de fases correspondientes a epicentros con distancias epicentrales entre 30° y 90° , ajustando dicha corrección a la siguiente función

$$\delta r = A_0 + A_1 \cos(A - E_1) + A_2 \cos(A - E_2) \quad (5.1)$$

donde:

A es el acimut con el que se recibe el rayo en la estación.

A_0, A_1, A_2, E_1, E_2 son los coeficientes a determinar en el ajuste.

siendo por tanto:

$$r_c = r + \delta r$$

donde:

r_c es el residuo temporal corregido

r es el residuo proporcionado por el ISC.

Introducimos esta corrección porque absorbe el efecto que sobre los residuos temporales de una estación tienen las anomalías de velocidad en el manto superior fuera del modelo de celdas.

Dependiendo del histograma para cada estación, de los residuos en función de la distancia epicentral, se ajustarán más o menos parámetros (Spakman, 1988). Así si:

- $A_0 \neq 0$ $A_1 \neq 0$ $A_2 \neq 0$ se corrigen los residuos para distancias epicentrales superiores a 30° .
- $A_2 = 0$ sólo se corrigen residuos para distancias epicentrales superiores a 50° .
- $A_1 = A_2 = 0$ sólo se corrige si la distancia es superior a 60° .

La necesidad de realizar el ajuste (5.1) surge del objetivo que se plantearon los autores: descomponer un conjunto de residuos temporales proporcionados por el ISC (teniendo en cuenta sólo terremotos con buena cobertura en acimut y distancia epicentral) en tres términos: propagación, fuente y estación (las coordenadas epicentrales que consideraron fueron las obtenidas utilizando sólo los tiempos observados a distancias telesísmicas).

El procedimiento que siguieron se puede dividir en dos etapas:

- 1) partiendo de la localización obtenida utilizando únicamente telesismos, se define una curva de tiempos de recorrido (Δ , t) y en este nuevo modelo, se vuelven a relocalizar los terremotos y se mejoran las curvas de tiempos de recorrido con estas nuevas localizaciones y residuos.
- 2) ajuste de la corrección de estación.

Para ello, y con todos los residuos obtenidos en cada estación, se realiza el ajuste según (5.1) donde los parámetros utilizados tienen el siguiente significado:

- E_1 , E_2 representan las direcciones de baja velocidad de propagación de la onda P.
- $A_0 > 0$ en zonas tectónicamente activas (bajas velocidades).
- $A_0 < 0$ en zonas tectónicamente estables (altas velocidades).

En la Tabla (5.2) se muestran algunos ejemplos de este ajuste en estaciones de la península Ibérica.

Como el cálculo de esta corrección de estación se llevó a cabo simultáneamente con los parámetro de relocalización hipocentral, será relativamente independiente de las heterogeneidades laterales y de los errores de localización hipocentral, proporcionando una valiosa información sobre (Spakman, 1988):

- heterogeneidades en la corteza y manto superior, bajo la estación para incidencias quasi-verticales.

- cualquier error sistemático de la estación.

ESTACIÓN	A_0	A_1	$E_1(^{\circ})$	A_2	$E_2(^{\circ})$
TOL	0.77	0.25	337	0.28	135
CRT	1.27	0.36	232	0.10	132
MAL	0.40	0.67	255	0.02	45
ALM	0.69	0.39	154		

Tabla 5.2 Ejemplo de los parámetros de ajuste de los residuos temporales (sg.) calculados por Dziewonski y Anderson para algunas estaciones en la península Ibérica.

5.4 CÁLCULO DE LOS PARÁMETROS DE RELOCALIZACIÓN HIPOCENTRAL.

Como mencionamos en el capítulo 3, uno de los tres sumandos que contribuyen a un residuo, es la variación del tiempo de recorrido de un rayo por los errores cometidos en las cuatro coordenadas hipocentrales (x , y , z , t).

Si para cada uno de los hipocentros, tuviésemos que calcular los cuatro correcciones, se nos dispararía el número de incógnitas disminuyendo, simultáneamente, el poder de resolución de nuestro estudio, y amortiguando las amplitudes de las anomalías de velocidad encontradas. Téngase en cuenta que sólo el número de hipocentros seleccionados dentro del área de estudio se eleva a 7410, lo que significaría un total de 29640 variables a determinar.

Para evitar un alto grado de amortiguamiento, lo que haremos será agrupar los hipocentros en conjuntos (*cluster*), y aplicar las mismas correcciones a todos los hipocentros dentro de un mismo conjunto.

Dada la diversidad de datos que utilizamos en este trabajo, definiremos dos tipos de grupos:

- para terremotos con epicentro a una distancia del centro del modelo inferior a 30° , los conjuntos estarán limitados por paralelepípedos con una tamaño de $0.5^{\circ} \times 0.5^{\circ} \times 35\text{Km.}$, y en cada uno de estos volúmenes se

calcularán los cuatro parámetros de corrección hipocentral (Δx , Δy , Δz , Δt). Es decir, calcularemos un único vector corrección (con sus cuatro componentes) por conjunto, pues se supone que los errores en la localización, salvo los inevitables de lectura del instante de llegada, son debidos a la diferencia entre la distribución real de velocidades y la asumida a priori o calculada en las sucesivas iteraciones, siendo prácticamente iguales para todos los hipocentros dentro de estos pequeños volúmenes (comparados con las celdas del modelo de velocidad).

- para epicentros con distancias epicentrales mayores de 30° , los conjuntos que definimos tienen como fronteras también paralelepípedos pero de mayor tamaño: $2.5^\circ \times 2.5^\circ \times 100\text{km.}$, y en cada uno de ellos sólo calculamos la corrección temporal, pues en realidad con este parámetro solamente, y dado que no estamos interesados en modelizar la estructura fuera del modelo de celdas, podremos absorber el efecto que sobre el residuo tienen las otras tres correcciones a las coordenadas hipocentrales.

Las celdas paralelepípedicas que hemos definido, no tienen que ver con las del modelo de velocidad. Esta forma de tratar los telesismos tiene la ventaja de que eliminamos la influencia de las estructuras fuera del modelo, absorbiendo su efecto en una corrección temporal, que será igual para todos los rayos provenientes de un mismo conjunto, pero de una manera más adecuada que trabajando con residuos relativos (forma utilizada habitualmente en los estudios de tomografía que utilizan exclusivamente este tipo de eventos).

A partir de la formulación expuesta en el Capítulo 3, se puede comprobar que no se modifica físicamente el emplazamiento del hipocentro, ni su trayectoria, pero se evalúa la influencia que sobre el valor del residuo, tienen los errores de localización hipocentral.

Con residuos relativos, en casos en que el muestreo sea más o menos homogéneo y uniforme, se elimina la señal proveniente de una anomalía media a una profundidad; esto es, no quedarán reflejadas las posibles deficiencias del modelo 1D asumido a priori. Más aún, si el muestreo es altamente inhomogéneo, se pueden "crear" anomalías artificiales (Van der Hilst, 1990).

Esta definición de conjuntos, no quiere decir que consideremos únicamente un rayo para cada pareja conjunto de hipocentros-estación, si no que para cada uno de los rayos que partan de un mismo conjunto, le aplicaremos la misma corrección en sus parámetros hipocentrales (1 ó 4) tras cada iteración, pero manteniendo su individualidad.

5.5 INVERSIÓN REAL. SOLUCION IPI.

Debido al gran número de incógnitas que permanecen, pese al agrupamiento de terremotos tanto regionales como telesísmicos en conjuntos, en la inversión real del conjunto de datos (que constituye una de las dimensiones de la matriz a invertir), nos interesaría reducir, al menos, su otra dimensión, definida por el número de ecuaciones, del orden de 200000 en este caso (la formulación de esta parte del proceso de inversión se comentó en el Capítulo 3). Hablamos de la formación de lo que denominamos "rayos compuestos".

Formamos en cada binomio conjunto de eventos-estación, grupos de menos de cinco rayos. En cada uno de estos grupos construiremos un rayo compuesto con la media ponderada de las ecuaciones correspondientes a los rayos que lo constituyen. Los pesos se asignan según el criterio siguiente (Spakman, 1991):

- * 2 si la fase considerada está clasificada por el ISC como impulsiva (I).
- * 0.5 si la fase está clasificada como emergente (E).

De esta forma, no sólo eliminamos ecuaciones que son linealmente dependientes en el sistema, si no que también proporcionamos mayor estabilidad a la solución.

Por tanto, de cada cinco rayos que parten de un mismo conjunto de eventos (tanto regionales como telesísmicos) y llegan a una misma estación, formamos con su media ponderada un rayo compuesto, manteniendo todas y cada una de las intersecciones con las celdas del modelo (este concepto es totalmente distinto del denominado *summary rays* introducido por Morelli y Dziewonski (1987)).

Al promediar las ecuaciones, lo que conseguimos es:

- disminuir el tiempo de cálculo, reduciendo el tamaño de la matriz a invertir.
- disminuir la varianza de la solución al decrecer el número de ecuaciones linealmente dependientes.
- promediar los errores individuales de los datos.
- obtener soluciones más suaves.

Matemáticamente, esta estrategia de creación de rayos compuestos, se lleva a cabo mediante la multiplicación del sistema de ecuaciones por la izquierda por una matriz D ($dim(D) = M' \times M$, donde M es el número de ecuaciones o rayos,

$M' < M$) según la ecuación (3.35).

A parte del suavizado en la solución que conlleva la definición de los rayos compuestos, hemos aplicado un filtro de suavizado horizontal de manera tal que se imponga una correlación de la amplitud de la anomalía de velocidad entre celdas adyacentes de al menos un 20%, desplazando este filtro por cada una de las capas del modelo de celdas.

La primera inversión real, se realiza con todos los datos de las cintas del ISC del intervalo 1964-1986, que verifiquen las siguientes condiciones:

- epicentros dentro del modelo registrados globalmente por al menos 10 estaciones: utilizamos los residuos en estaciones tanto dentro, como fuera del modelo).
- epicentros fuera del volumen: sólo tenemos en cuenta los residuos correspondientes a estaciones sobre el volumen de celdas.

Para evitar los residuos de gran valor (posiblemente asociados a errores de lecturas, o asociadas a ramas de triplicación en las dromocrónicas), imponemos un límite al valor del residuo, debiendo ser inferiores a $\pm 3s$. A esta solución la denominaremos IP1.

La primera inversión real con todos los datos seleccionados y calculando las variables expuestas, se obtuvo tras 25 iteraciones, alcanzándose un ajuste de los datos de un 20% (reducción en tanto por ciento del error cuadrático medio de la diferencia entre los residuos observados y los predichos por el modelo).

La utilidad, como medida de la calidad de la solución obtenida, de la varianza de los datos (también denominada reducción de la varianza) ha estado en duda desde que se publicaron las primeras aplicaciones a problemas en geofísica de las técnicas de inversión. Existen métodos estadísticamente más correctos y sofisticados, pero que requieren un considerable aumento de tiempo de cálculo, incluso para un número pequeño de variables (Kissling, 1988). Se han realizado diversos tests con datos sintéticos aplicados a inversiones mediante procesos iterativos (como es nuestro caso) concluyendo que el análisis de la bondad del modelo obtenido mediante la inversión, se realiza adecuadamente mediante el cálculo de la reducción de la varianza.

El criterio seguido para escoger el final del proceso de iteración, es el siguiente: en las 20 primeras iteraciones se obtuvo un 90% del ajuste final de los datos (reducción de la varianza), lo que nos indica que después de 25 iteraciones estaremos en el nivel de ruido de los datos. También hemos tenido en cuenta que

en ausencia de amortiguamiento a medida que crece el índice de la iteración, si la solución es inestable, crece el contraste entre celdas adyacentes, que no es deseable.

La presentación de los resultados se realiza trazando los bordes de la solución por el centro de las celdas límite en cada capa, como se indica en la Figura (5.6).

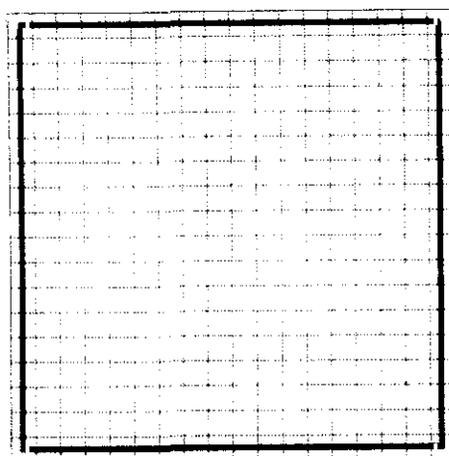


Figura 5.6 Esquema de cómo se han realizado las presentaciones de los resultados de las inversiones.

Las anomalías de lentitud obtenidas mediante inversión, se representan en tanto por ciento (%) de la velocidad asignada a cada capa en el modelo definido a priori, a partir del modelo de distribución PM2 (Spakman *et al.*, 1993).

Las áreas en tonos grises más oscuros corresponden a anomalías positivas de velocidad (nótese que es de velocidad y no de lentitud), esto es, regiones con velocidad de propagación de la onda P superior a la asignada en el modelo a priori. Por el contrario, las zonas más claras e incluso blancas, representan anomalías negativas de velocidad, o regiones con velocidad de propagación de la onda P inferior al modelo PM2.

Representamos las anomalías de velocidad de forma continua y no como valores discretos asociados a celdas pues, a parte de ser una representación más intuitiva, las variaciones continuas están más próximas a la realidad. Las líneas

que definen puntos de igual valor de anomalía se obtienen por interpolación bicúbica de los valores de anomalía de celda (asignados al centro de la celda).

Los límites de representación están en +2% y -2%, en intervalos de igual amplitud (0.5%).

5.6 MUESTREO DEL MODELO DE CELDAS.

Uno de los grandes problemas que se plantea en los estudios de tomografía, es la inhomogénea distribución de fuentes sísmicas y estaciones. Las primeras son incontrolables, y las segundas se suelen concentrar (en el caso de nuestro área de estudio) en las zonas tectónicamente activas.

Esta delimitación geográfica de las fuentes y receptores, limita la resolución de estructuras mediante métodos tomográficos, pues intuitivamente se puede comprender que, cuanto más adecuadamente se muestreen las celdas del modelo, mejor condicionada estará la solución obtenida.

Cualitativamente podemos hacernos una idea del muestreo del modelo, observando la distribución de estaciones y epicentros; pero necesitamos cuantificar esta intuición, lo que en tomografía se denomina muy gráficamente "iluminación del modelo".

Existen dos métodos de cuantificación:

- 1) muestreo individual de celdas (*hitcount*): número de rayos que atraviesan (muestrean) cada una de las celdas que constituyen el modelo (Spakman, 1988).
- 2) tensor de densidad de rayos (*ray density tensor*): distribución geométrica espacial de los rayos que intersectan una celda (Kissling, 1988).

El proceso de cálculo de este tensor consta de tres etapas:

- a) cálculo de la trayectoria de cada rayo que atraviesa la celda *j*-ésima.
- b) traslado de dichas trayectorias de forma que pasen por el centro de la celda. Trazamos una esfera imaginaria (con centro en este punto medio de la celda) que nos permita ver la distribución de los punto de corte de los rayos trasladados con la esfera. El número de puntos de intersección por unidad de área sobre la

esfera, es lo que denominamos tensor de densidad de rayos.

c) ajuste de esta distribución a un elipsoide en el que los valores de los tres ejes son proporcionales a la densidad de rayos en cada dirección.

Es más correcta la utilización del tensor de densidad de rayos, pero en casos en el que el número de rayos es elevado (como en nuestro caso), su cálculo se hace inviable por problemas de consumo de tiempo de CPU.

Nosotros utilizamos el muestreo escalar de celdas (*hitcount*), que aunque menos exacto, su representación es tan intuitiva que permite apreciar fácilmente las direcciones de iluminación preferente, permitiéndonos delimitar en que zonas podemos esperar alta o baja resolución.

Siempre hemos de interpretar las soluciones obtenidas por el método de inversión utilizado (LSQR) conjuntamente con los gráficos de distribución del contador de muestreo, pues:

- este método, en zonas de bajo muestreo tiende a disminuir las amplitudes de las anomalías, y si éstas son de baja amplitud puede, incluso, ignorarlas.
- la iluminación con dirección preferencial, hace que las anomalías se extiendan y difuminen en esta dirección. La explicación matemática es la siguiente (Van der Hilst y Spakman, 1989): esta direccionalidad en la iluminación, produce una dependencia lineal de las ecuaciones que representan esos rayos, difuminando la anomalía en esa dirección (Van der Hilst, 1990; Spakman, 1988).

Al igual que ocurre con la solución del modelo que se obtiene en tomografía, el muestreo no es una función continua, aunque para facilitar su interpretación, se definen las líneas de igual muestreo mediante una interpolación bilineal del valor del muestreo de celda (escala logarítmica natural), adscrito a su centro.

5.7 TESTS DE RESOLUCIÓN: ASPECTOS GENERALES.

Conociendo la variación espacial del muestreo de las celdas, podemos inducir las direcciones preferenciales de iluminación, y las zonas de mayor o menor muestreo, pero desconocemos cuáles son las diferencias esperables entre las anomalías obtenidas en la inversión y la realidad (Spakman, 1988).

Este es uno de los problemas cruciales en tomografía, la estimación de la calidad

de la imagen obtenida. En las primeras aplicaciones de la tomografía (Backus y Gilbert, 1967; Wiggins, 1972), dado el pequeño tamaño de las matrices que constituían el sistema, se calculaba la matriz de resolución completa; con las dimensiones que usualmente tienen en la actualidad los problemas en tomografía de grandes áreas, este procedimiento es completamente inviable.

Para poder evaluar la resolución seguimos el siguiente proceso:

- 1) diseñamos un modelo de distribución de velocidades ($\hat{\mathbf{a}}$) y calculamos los residuos temporales ($\hat{\mathbf{e}}$) que obtendríamos con la misma distribución de hipocentros y estaciones utilizada en el caso real.
- 2) añadimos a los residuos ($\hat{\mathbf{e}}$) obtenidos una distribución gaussiana de ruido ϵ .
- 3) invertimos los datos ($\hat{\mathbf{e}} + \epsilon$) utilizando el mismo algoritmo empleado en la inversión real de datos $\mathbf{B} \mathbf{y}^{(p)} = \hat{\mathbf{e}} + \epsilon$, obteniendo en la iteración p , la solución $\mathbf{y}^{(p)}$.

Comparando el modelo de velocidad introducido ($\hat{\mathbf{a}}$) en el problema directo, y el obtenido por inversión ($\mathbf{y}^{(p)}$), podemos conocer el poder real de resolución de la inversión efectuada.

El diseño del modelo de velocidad utilizado en el test, ha de realizarse con el objetivo a conseguir bien definido: nos puede interesar ver la resolución: anomalías de velocidad de gran o pequeña longitud de onda (comparada con el tamaño de las celdas del modelo), horizontal o vertical; cada objetivo requiere un diseño diferente.

El añadir ruido a los residuos obtenidos en el problema directo, posibilita que las ecuaciones asociadas a rayos paralelos, no sean linealmente dependientes, haciendo el sistema inconsistente; por tanto, los tests que no añaden ruido determinan de una manera menos realista la resolución (Spakman, 1988).

El ruido gaussiano que añadimos al vector de residuos temporales obtenido por modelización, tendrá una desviación estándar tal, que produzca en el número de iteraciones realizadas en el caso real, el mismo error cuadrático medio de ajuste de datos.

Para una mejor simulación de la inversión de datos reales, añadimos en el proceso de inversión de los tests de resolución, el cálculo de las correcciones de estación y parámetros de relocalización hipocentral.

Con estos tests, lo que no podemos comprobar es el grado de bondad del modelo

de velocidad 1D asumido a priori, sólo analizamos la resolución obtenida con un método de inversión para unos rayos concretos. Veamos los tests utilizados en este trabajo.

Hay tests de resolución que ya son clásicos en los trabajos de tomografía, y que no se describen por no ser aplicados en este estudio (Lees y Crosson, 1989).

5.8 TEST DE CELDA-SPIKE.

Si construimos un modelo de distribución de velocidad (\hat{a}) con anomalía nula en cualquier celda, y resolvemos su problema inverso asociado (Humphreys y Clayton, 1988; Spakman, 1988), habremos calculado lo que se denomina función de respuesta de celda (*cell response function*).

Esta función nos da información de cómo se recupera la amplitud de una anomalía y cómo se distorsiona su forma por un muestreo inadecuado. El calcular la función para cada una de las celdas de nuestro modelo (6480 celdas) es en la práctica irrealizable, pero dado que, en general, estas funciones tienen un máximo muy pronunciado centrado en la celda, y amplitudes mucho menores en el resto del modelo, podemos construir un modelo inicial consistente en celdas anómalas suficientemente separadas como para poder distinguir la función asociada a cada celda anómala.

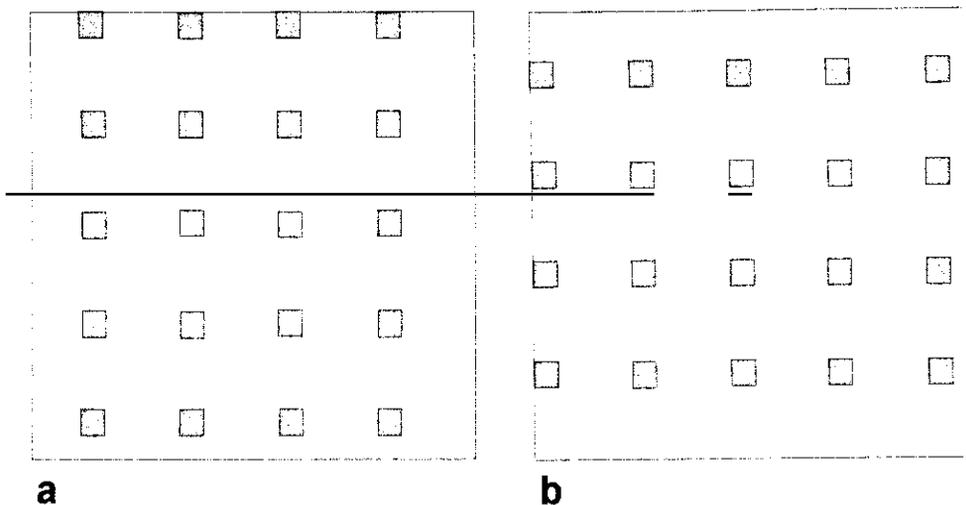


Figura 5.7 Test de celda-spike: distribución de celdas con anomalía de velocidad del 5%. (a) capas impares. (b) capas pares.

Con este test evaluamos si las anomalías del tamaño de una celda, son resolubles en modelos con heterogeneidades de alto contraste.

El modelo que hemos utilizado consiste en 20 celdas equidistantes por capa, con un contraste de velocidad respecto a su capa (anomalía de velocidad) de un 5%. Las capas adyacentes tienen este modelo desplazado en ambas direcciones horizontales en la mitad de la equidistancia entre celdas anómalas (Figura 5.7), consiguiéndose así una separación entre anomalías de, al menos, dos celdas en horizontal y una en vertical.

Hemos añadido una distribución normal de ruido con 0.6 s. de desviación estándar, pues con este nivel de ruido, se obtiene un ajuste de datos igual que el obtenido en la inversión real de datos (20%) tras el mismo número de iteraciones (25).

Los resultados del test se muestran con una equidistancia entre líneas de 0.5% del valor de la anomalía respecto a la velocidad en la capa (10% del valor pico). Las líneas discontinuas representan anomalías negativas con la misma equidistancia.

5.9 TEST DE BLOQUES.

Este nuevo test, que denominaremos de bloques, tiene un diseño similar al de celda-spike, pero las anomalías introducidas son de mayor tamaño, permitiendo así analizar la calidad de resolución para anomalías de velocidad de mayor longitud de onda (Blanco y Spakman, 1993).

En nuestro caso, el tamaño de cada bloque es de 2x2x2 celdas, con la distribución que se muestra en la Figura (5.8), lo que nos permite ver la resolución para anomalías con dimensiones del orden de 200.- 300 Km..

La amplitud de la anomalía en los bloques es del 5% (igual que en el test de celda-spike) respecto a la velocidad asumida para cada capa según el modelo de distribución de velocidad asumido a priori (PM2). Hemos añadido ruido de distribución normal, con desviación estándar de 0.8s., que proporciona una reducción de varianza para 25 iteraciones similar a la obtenida en la inversión de los datos reales (IP1), facilitando así la interpretación de los resultados (Lévêque *et al.*, 1993).

La solución de este test se representa con una equidistancia entre curvas de igual amplitud de anomalía, de 0.5% del valor de la velocidad en la capa (10% del máximo de la anomalía). Se han sombreado en gris, la posición exacta de los bloques anómalos en la capa correspondiente.

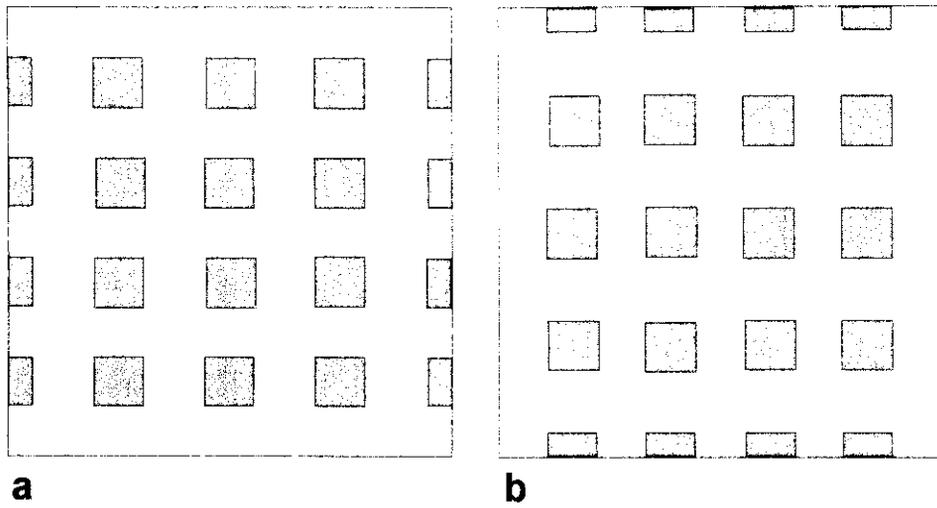


Figura 5.8 Test de bloque: distribución de los bloques con anomalía de velocidad del 5%. (a) capas número $(4n+1), (4n+2)$, con $n = 0, \dots, 4$. (b) capas número $(4n-1), 4n$, con $n = 1, \dots, 5$.

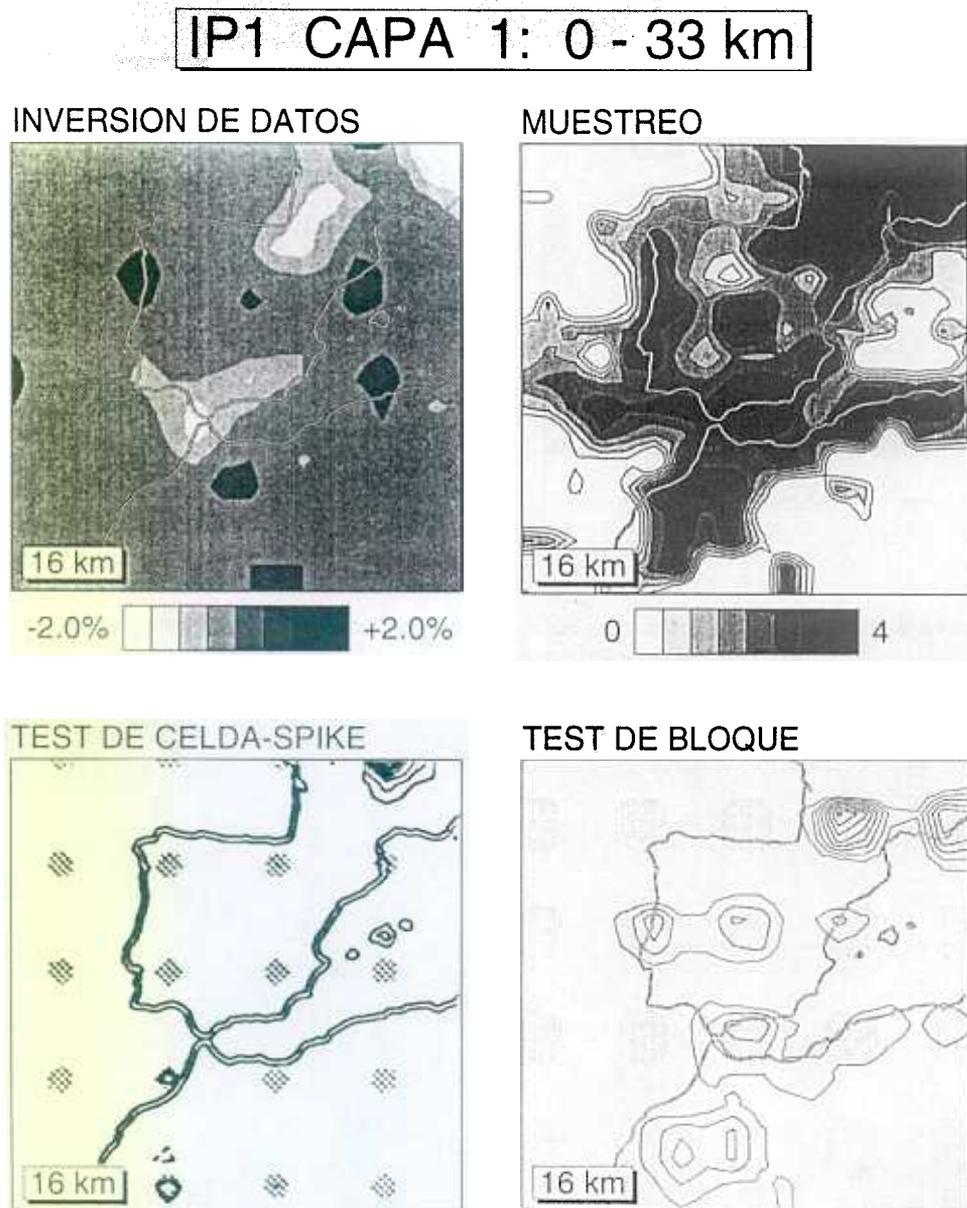
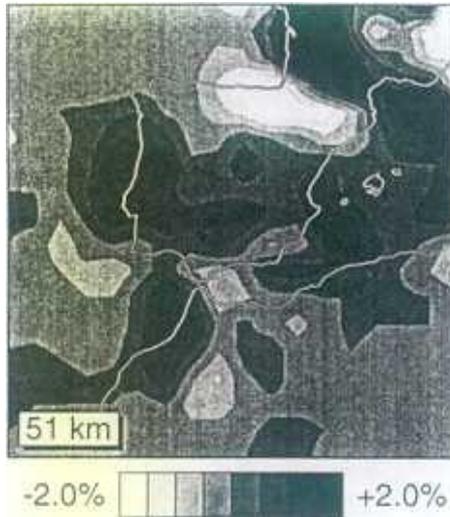


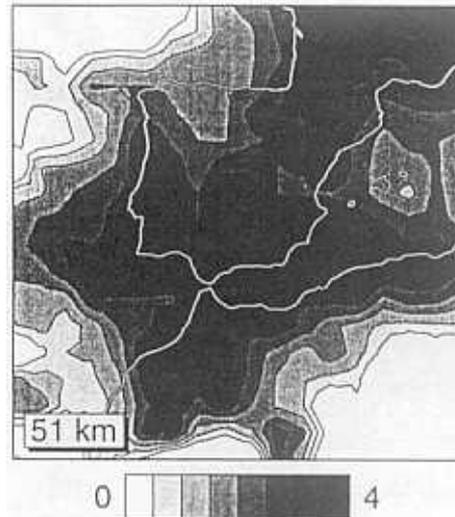
Figura 5.9 Resultados para el conjunto IP1. Profundidad: 0-33 Km.

IP1 CAPA 2: 33 - 70 km

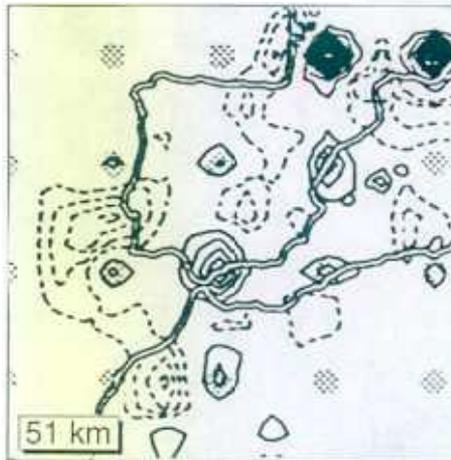
INVERSION DE DATOS



MUESTREO



TEST DE CELDA-SPIKE



TEST DE BLOQUE

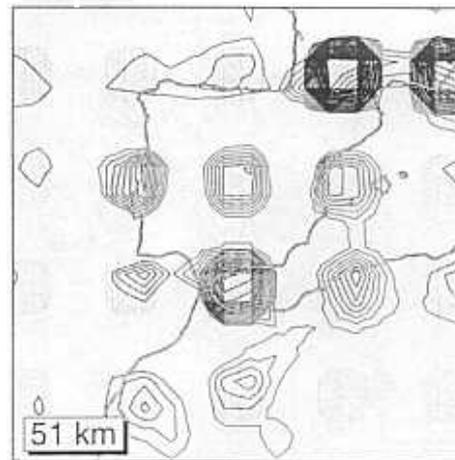
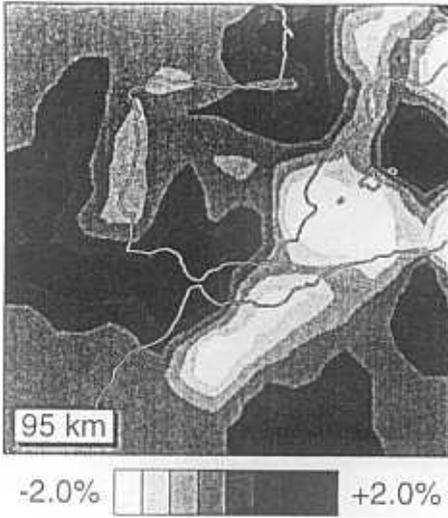


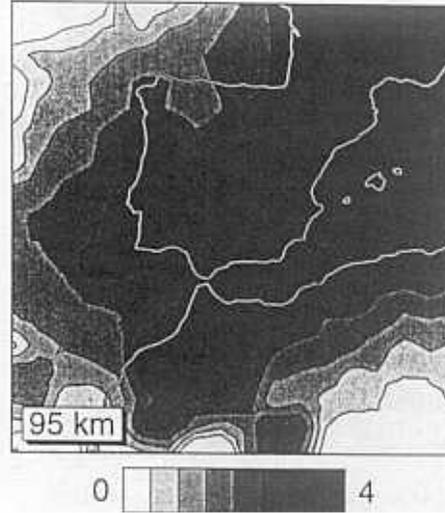
Figura 5.10 Resultados para el conjunto IP1. Profundidad: 33-70 Km.

IP1 CAPA 3: 70 - 120 km

INVERSION DE DATOS



MUESTREO



TEST DE CELDA-SPIKE



TEST DE BLOQUE

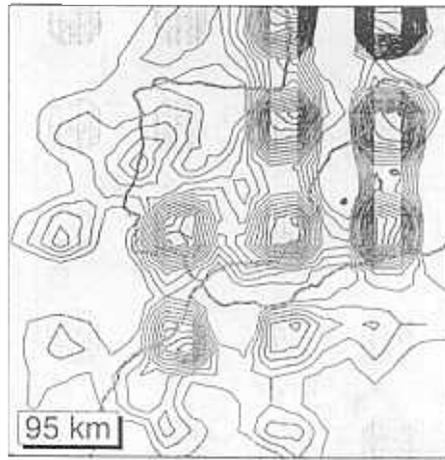
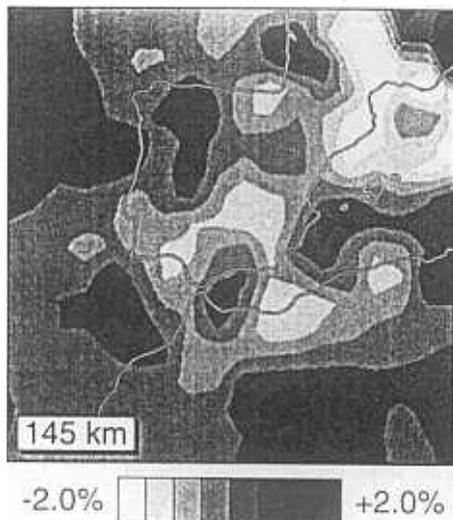


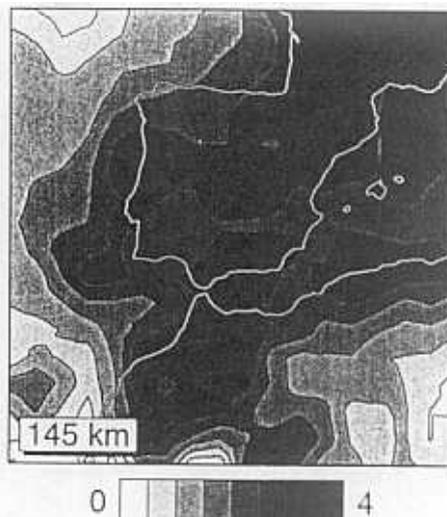
Figura 5.11 Resultados para el conjunto IP1. Profundidad: 70-120 Km

IP1 CAPA 4: 120 - 170 km

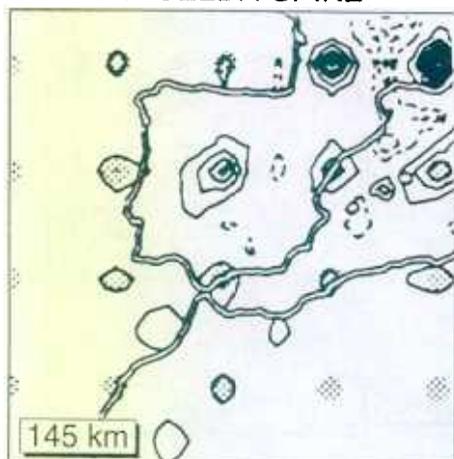
INVERSION DE DATOS



MUESTREO



TEST DE CELDA-SPIKE



TEST DE BLOQUE

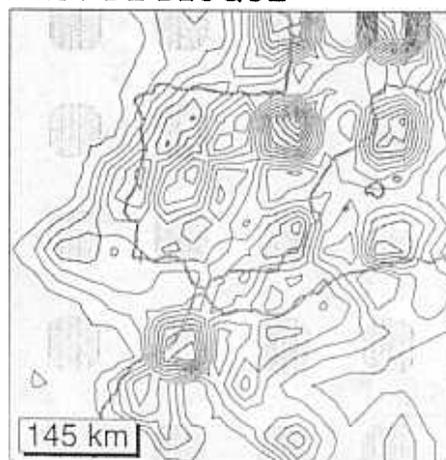
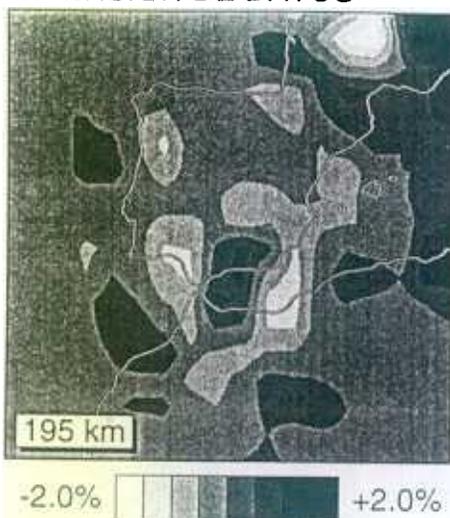


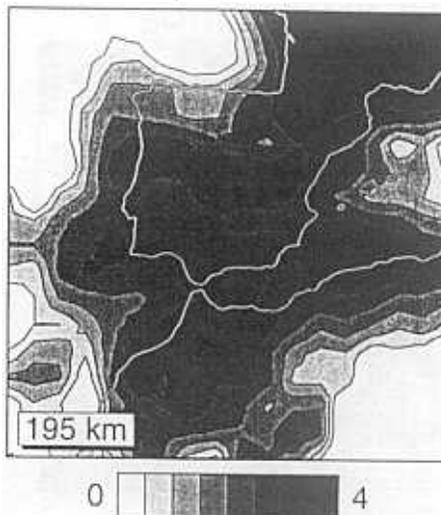
Figura 5.12 Resultados para el conjunto IP1. Profundidad: 120-170 Km.

IP1 CAPA 5: 170 - 220 km

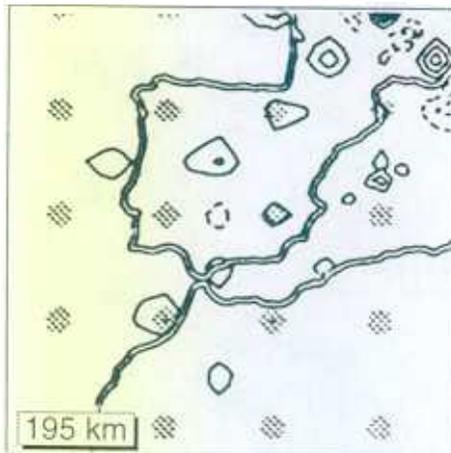
INVERSION DE DATOS



MUESTREO



TEST DE CELDA-SPIKE



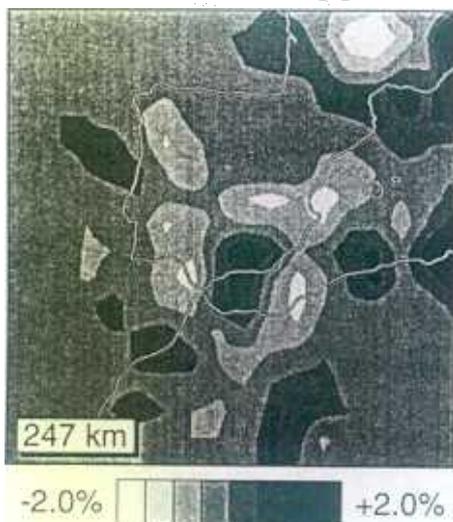
TEST DE BLOQUE



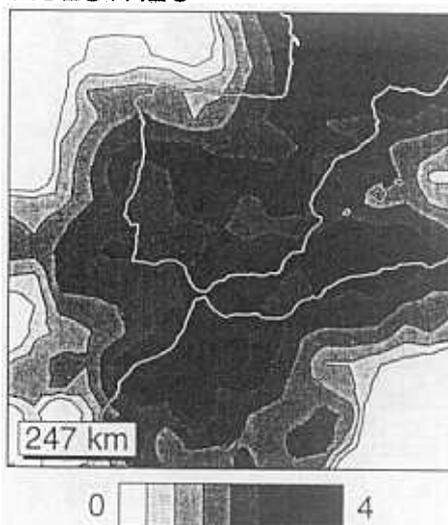
Figura 5.13 Resultados para el conjunto IP1. Profundidad: 170-220 Km.

IP1 CAPA 6: 220 - 275 km

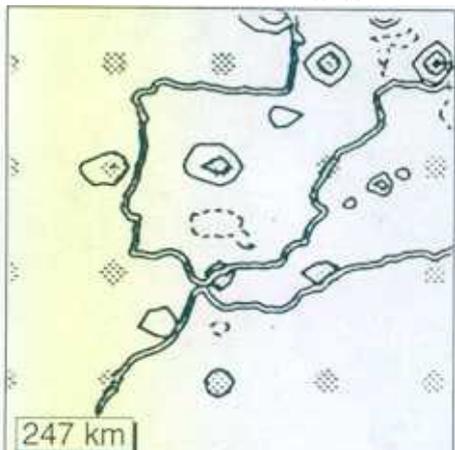
INVERSION DE DATOS



MUESTREO



TEST DE CELDA-SPIKE



TEST DE RIQUIL



Figura 5.14 Resultados para el conjunto IP1. Profundidad: 220-275 Km

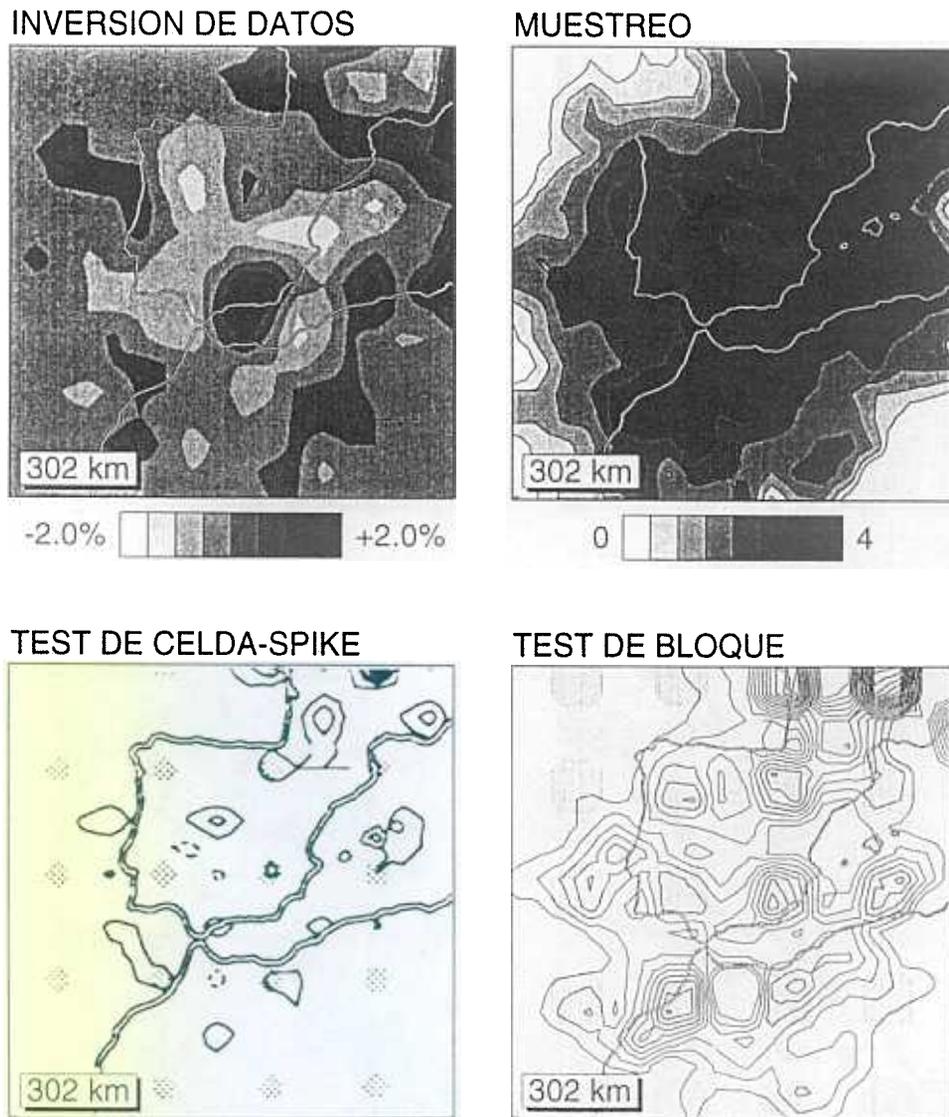
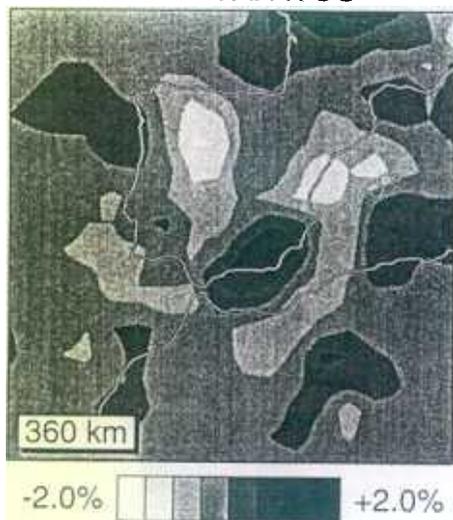
IP1 CAPA 7: 275 - 330 km

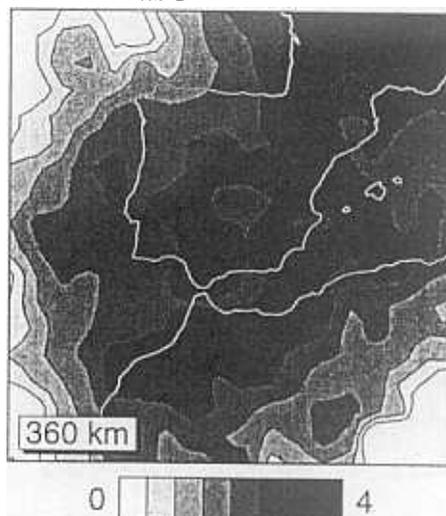
Figura 5.15 Resultados para el conjunto IP1. Profundidad: 275-330 Km.

IP1 CAPA 8: 330 - 390 km

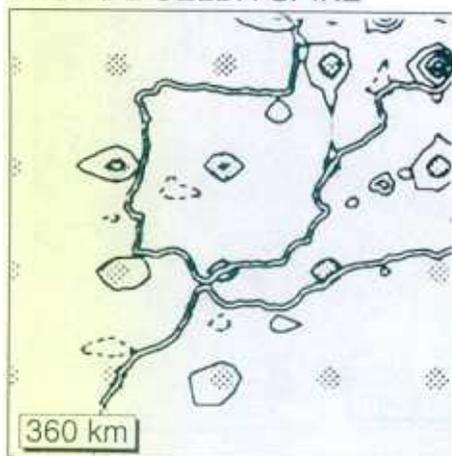
INVERSION DE DATOS



MUESTREO



TEST DE CELDA-SPIKE



TEST DE BLOQUE

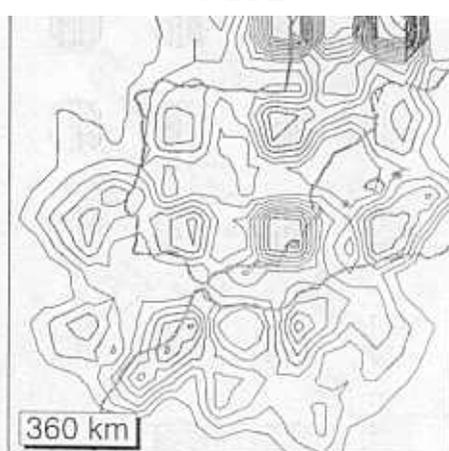
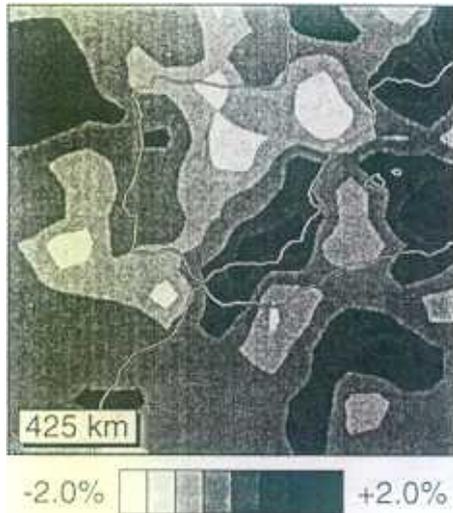


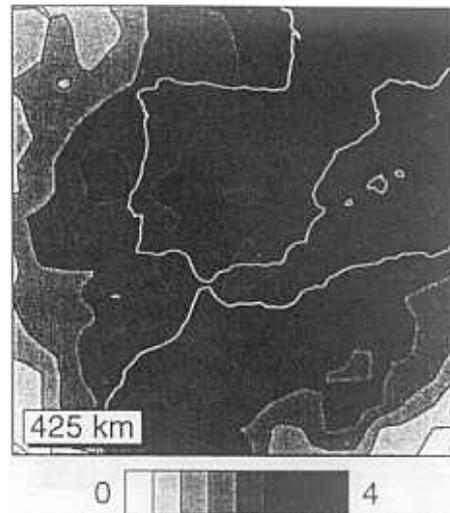
Figura 5.16 Resultados para el conjunto IP1. Profundidad: 330-390 Km.

IP1 CAPA 9: 390 - 460 km

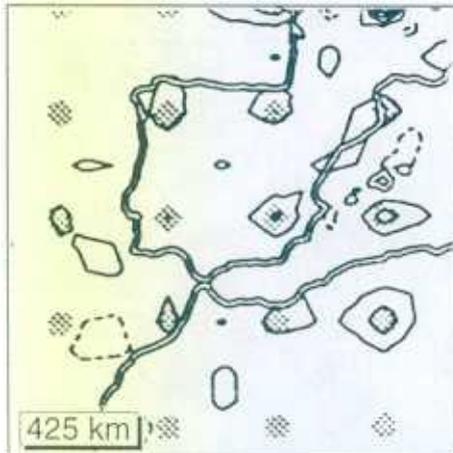
INVERSION DE DATOS



MUESTREO



TEST DE CELDA-SPIKE



TEST DE BLOQUE

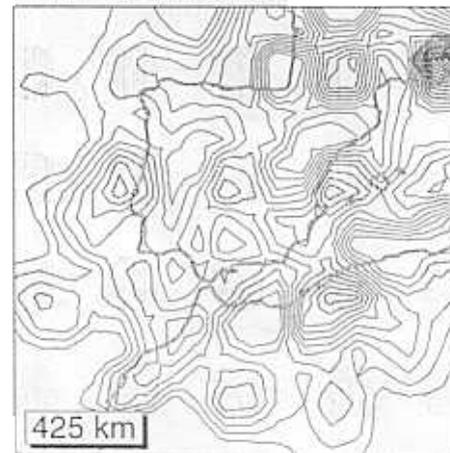
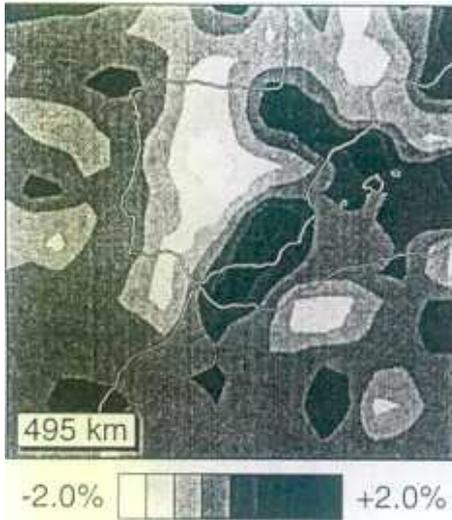


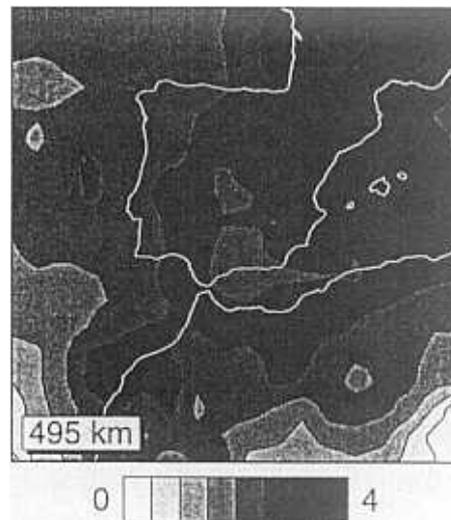
Figura 5.17 Resultados para el conjunto IP1. Profundidad: 390-460 Km.

IP1 CAPA 10: 460 - 530 km

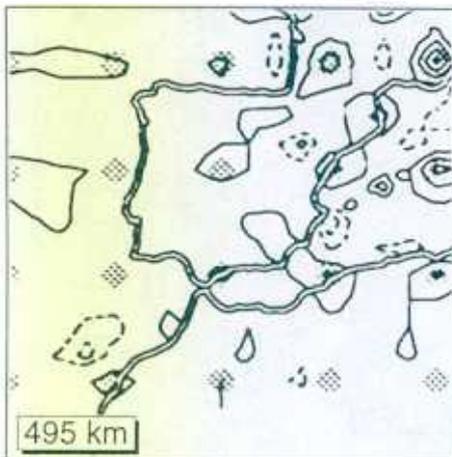
INVERSION DE DATOS



MUESTREO



TEST DE CELDA-SPIKE



TEST DE BLOQUE

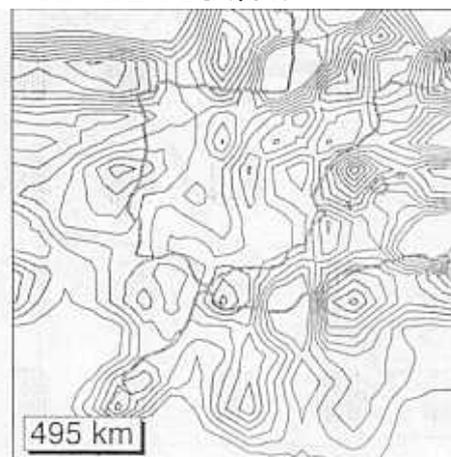
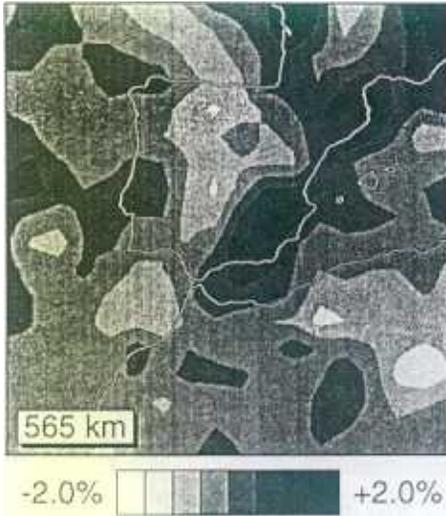


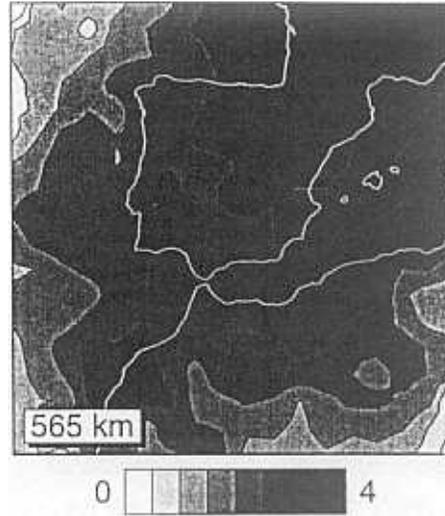
Figura 5.18 Resultados para el conjunto IP1. Profundidad: 460-530 Km.

IP1 CAPA 11: 530 - 600 km

INVERSION DE DATOS



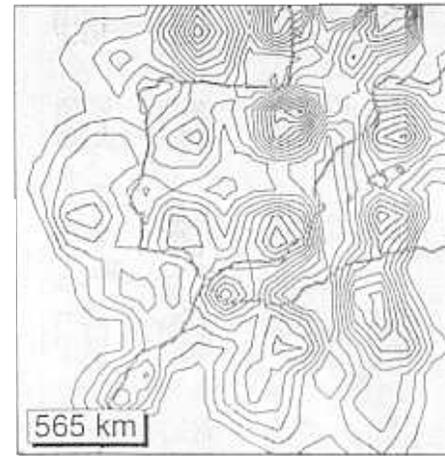
MUESTREO



TEST DE CELDA-SPIKE

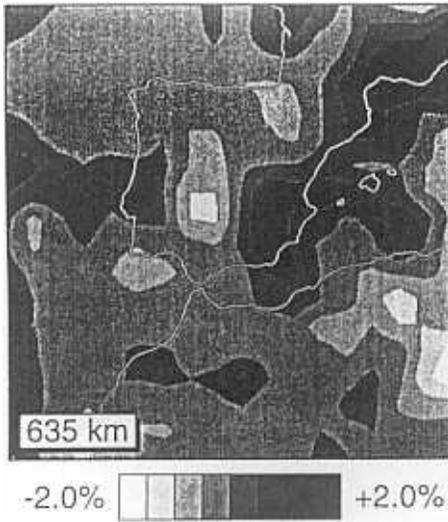


TEST DE BLOQUE

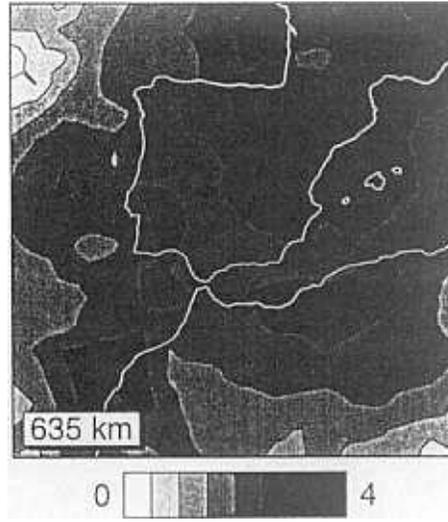
**Figura 5.19** Resultados para el conjunto IP1. Profundidad: 530-600 Km.

IP1 CAPA 12: 600 - 670 km

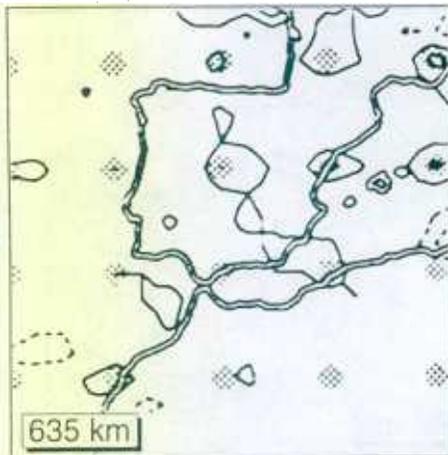
INVERSION DE DATOS



MUESTREO



TEST DE CELDA-SPIKE



TEST DE BLOQUE

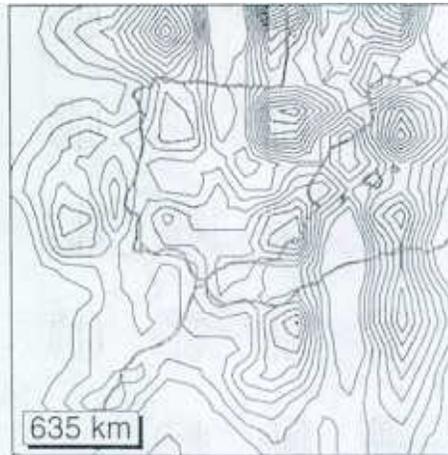
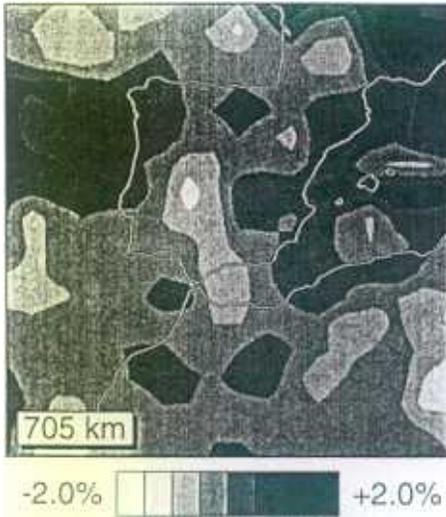


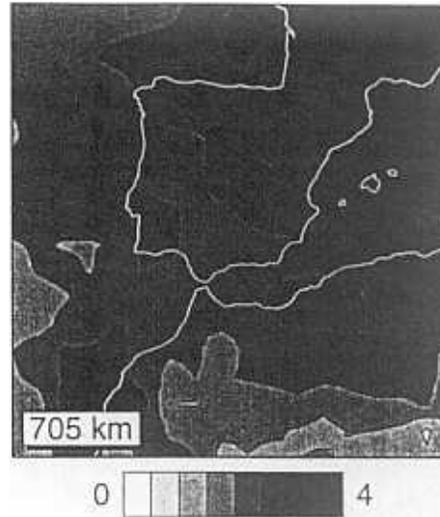
Figura 5.20 Resultados para el conjunto IP1. Profundidad: 600-670 Km.

IP1 CAPA 13: 670 - 740 km

INVERSION DE DATOS



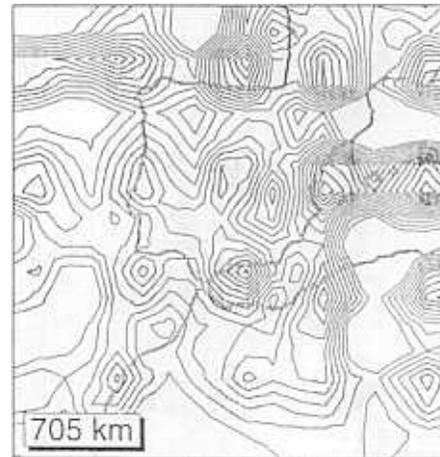
MUESTREO



TEST DE CELDA-SPIKE

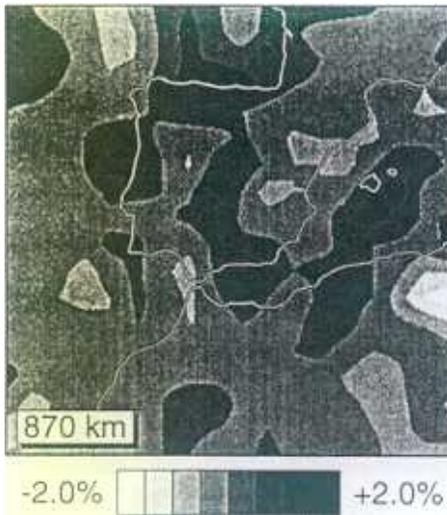


TEST DE BLOQUE

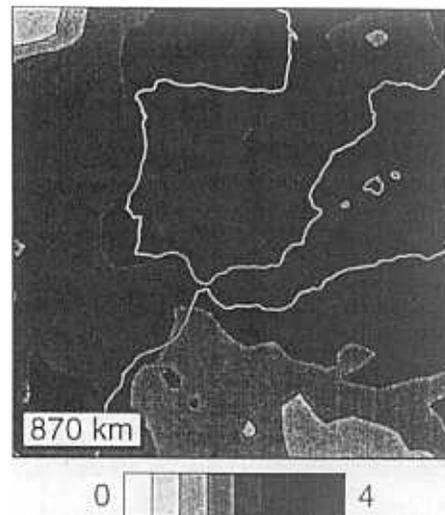
**Figura 5.11** Resultados para el conjunto IP1. Profundidad: 70-120 Km

IP1 CAPA 15: 820 - 920 km

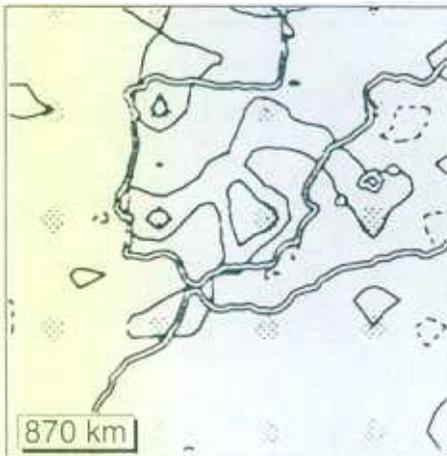
INVERSION DE DATOS



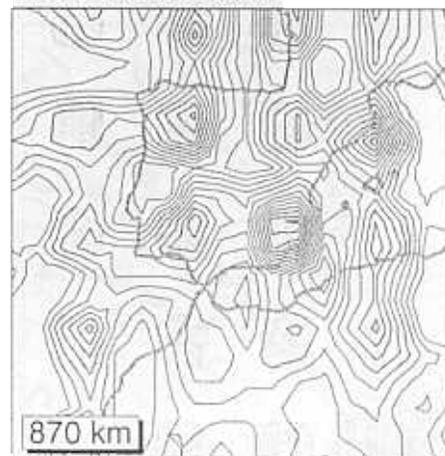
MUESTREO



TEST DE CELDA-SPIKE



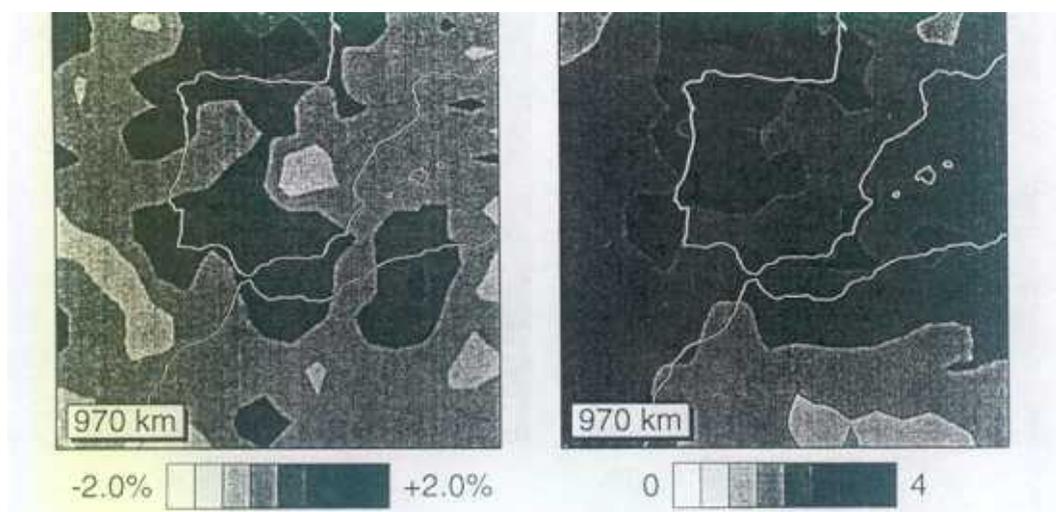
TEST DE BLOQUE

**Figura 5.23** Resultados para el conjunto IP1. Profundidad: 820-920 Km

IP1 CAPA 16: 920 - 1020 km

INVERSION DE DATOS

MUESTREO



TEST DE CELDA-SPIKE

TEST DE BLOQUE

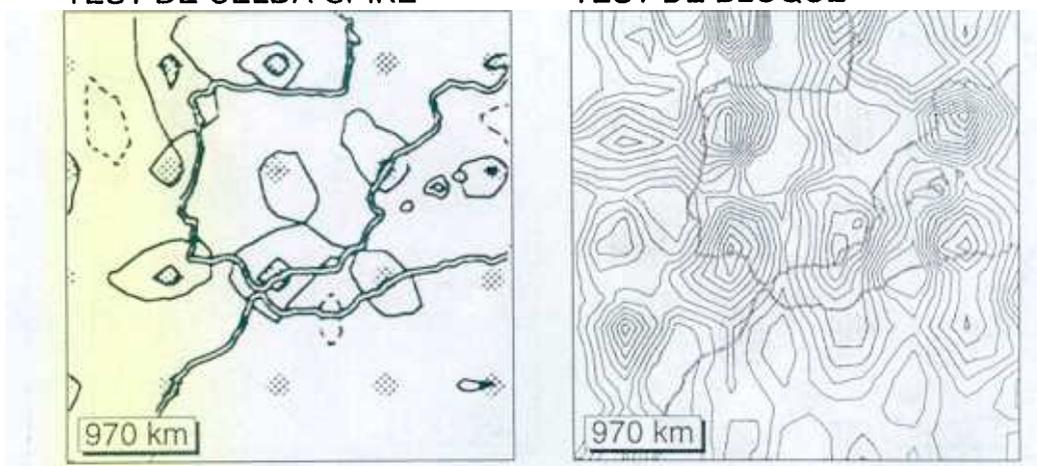
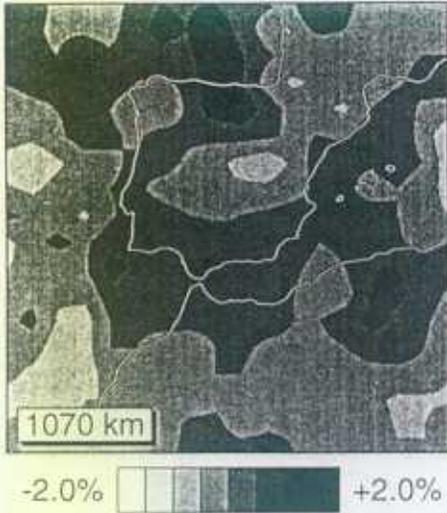


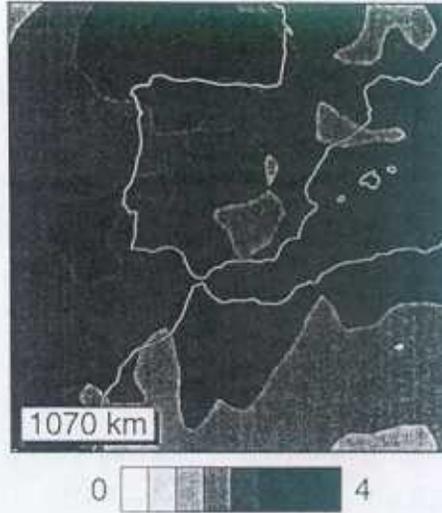
Figura 5.24 Resultados para el conjunto IP1. Profundidad: 920-1020 Km.

IP1 CAPA 17: 1020 - 1120 km

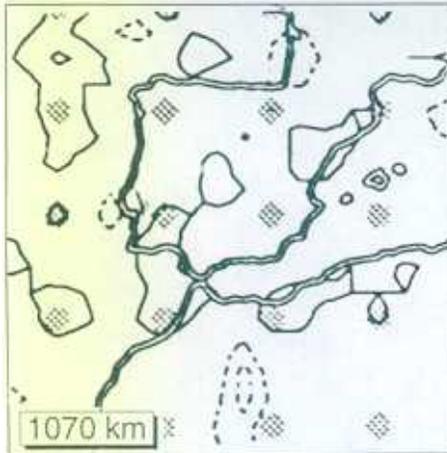
INVERSION DE DATOS



MUESTREO



TEST DE CELDA-SPIKE



TEST DE BLOQUE

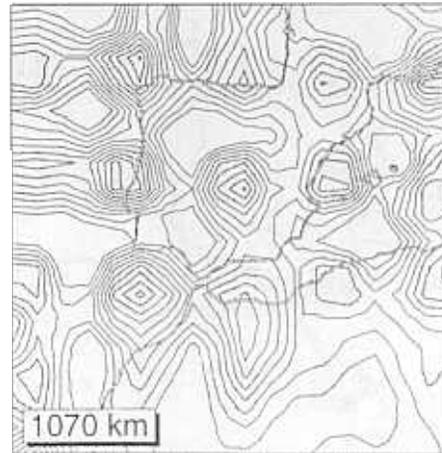
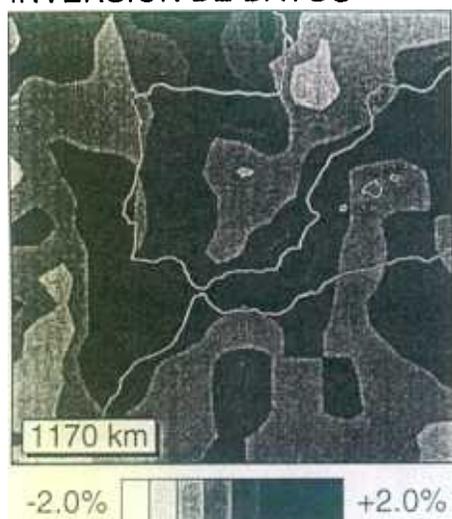


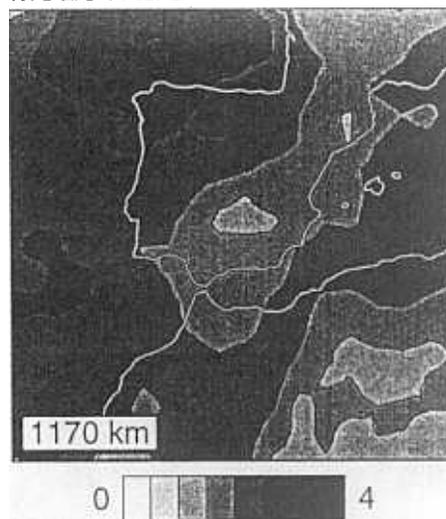
Figura 5.25 Resultados para el conjunto IP1. Profundidad: 1020-1120 Km.

IP1 CAPA 18: 1120 - 1220 km

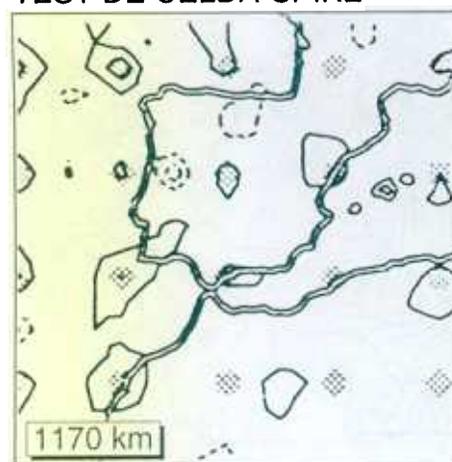
INVERSION DE DATOS



MUESTREO



TEST DE CELDA-SPIKE



TEST DE BLOQUE

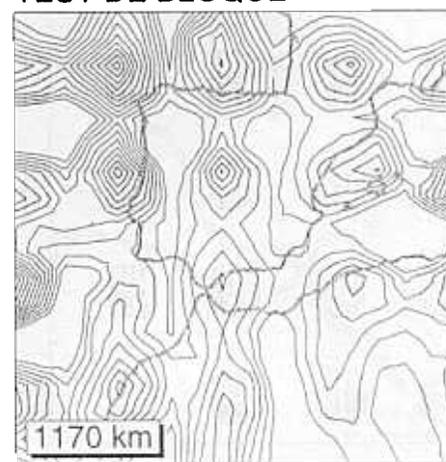
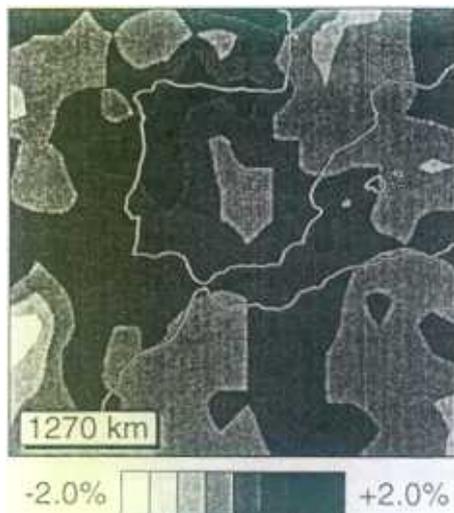


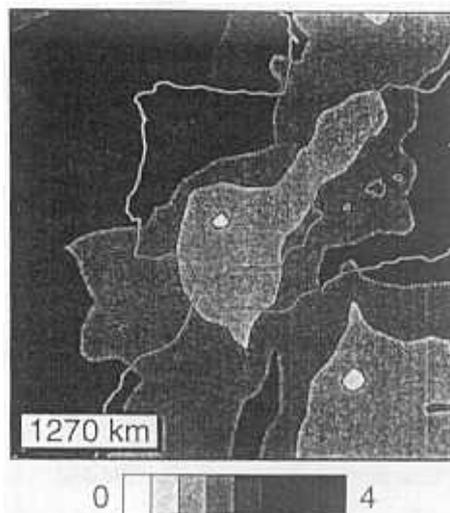
Figura 5.26 Resultados para el conjunto IP1. Profundidad: 1120-1220 Km

IP1 CAPA 19: 1220 - 1320 km

INVERSION DE DATOS



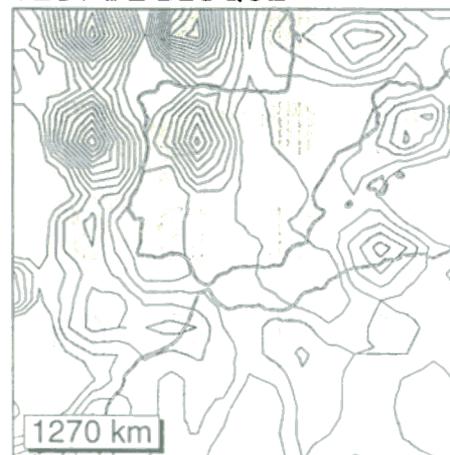
MUESTREO



TEST DE CELDA-SPIKE

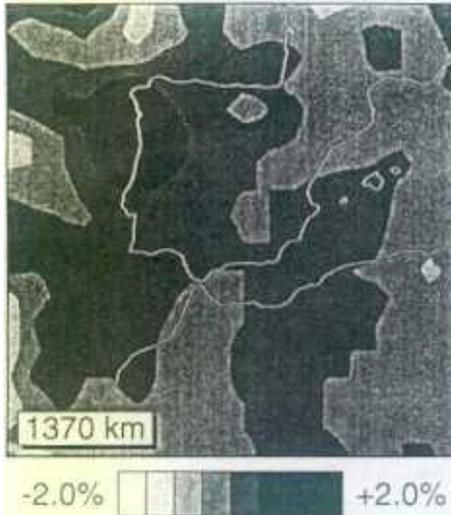


TEST DE BLOQUE

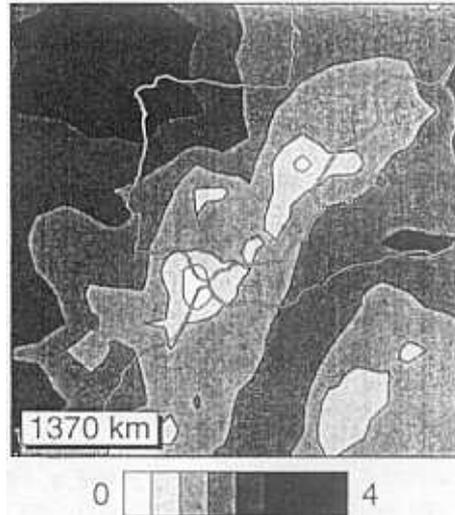
**Figura 5.27** Resultados para el conjunto IP1. Profundidad: 1220-1320 Km

IP1 CAPA 20: 1320 - 1420 km

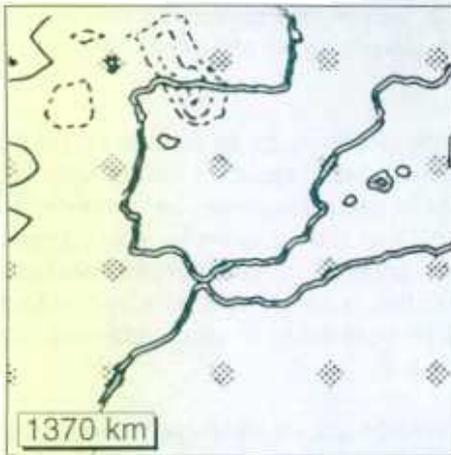
INVERSION DE DATOS



MUESTREO



TEST DE CELDA-SPIKE



TEST DE BLOQUE

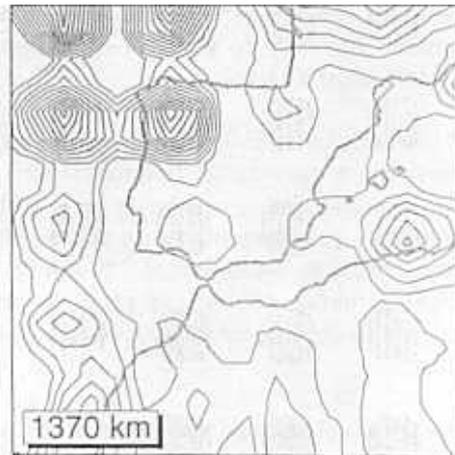


Figura 5.28 Resultados para el conjunto IP1. Profundidad: 1320-1420 Km

5.9 INTERPRETACIÓN PRELIMINAR.

Aunque al final de este capítulo presentemos de manera global un resumen de la información que se ha obtenido de la inversión y tests de resolución llevados a cabo, conviene realizar una interpretación detallada de algunos niveles, permitiendo así clarificar algunas de las ideas expuestas en la parte de teoría.

Por tanto, de las capas de las que se pueda obtener información concreta, realizaremos su interpretación separada, aunque de otros niveles se realice una interpretación conjunta.

5.9.1 Capa 1 : 0 - 33 Km.

Los resultados para la primera capa, se muestran en la Figura (5.9). Claramente de las representaciones de los dos tests realizados, podemos concluir que la resolución es muy baja salvo en la zona NE del modelo de celdas, en la que se llega a recuperar hasta un 40% en el caso del test de bloques.

Toda la zona de estudio a este nivel tiene anomalías prácticamente nulas, salvo unas anomalías ligeramente negativas en el tercio sur peninsular, zona del Estrecho de Gibraltar, Pirineos y zona francesa. Probablemente estas zonas negativas coincidan con las cadenas montañosas de las Béticas y Pirineos, muy difuminadas en el primer caso, por la baja resolución en la zona.

Esta capa es en la que se obtiene un muestreo más inhomogéneo, aumentando después la homogeneidad con la profundidad, volviendo a decrecer en las últimas capas. Al nivel cortical, el muestreo está determinado principalmente por la distribución de estaciones.

A parte de la baja resolución e iluminación inhomogénea, ha de tenerse en cuenta en la capa superficial, la importancia que tienen las estaciones (sobre todo sus tendencias). Sobre una celda en la corteza se pueden encontrar varias estaciones sísmicas que tengan alturas sobre el nivel del mar muy diferentes, con distintos espesores de sedimentos, diferente instrumentación y con heterogeneidades locales; estas diferencias producen inconsistencia en los datos, eliminando la anomalía de velocidad atribuible a la celda cortical sobre la que están emplazadas.

A este nivel se puede empezar a ver la correlación que existe entre las zonas con mayor muestreo y la resolución en el test de bloques (por ejemplo en la zona NE del modelo). La pérdida de respuesta en amplitud de las anomalías en los tests puede tener dos causas: la primera es la baja resolución, y la segunda por el bajo muestreo, aunque más que el número de rayos que atraviesan una celda, es más indicativa la longitud total en la celda de los rayos que la atraviesan (Spakman,

1988), como veremos en la interpretación de la siguiente capa.

5.9.2 Capa 2: 33 - 70 Km.

Los resultados obtenidos a este nivel del modelo se representan en la Figura (5.10). Los valores del muestreo para las capas 1 y 2 son bastante similares aunque en la capa 2, la distribución es más homogénea. Sin embargo la resolución es considerablemente mejor en la segunda, pese a que ambas tienen prácticamente el mismo espesor (33 y 37 Km.). Esta diferencia en la resolución (que aparentemente contradice la aseveración hecha anteriormente sobre la amplitud recuperada en los tests y la longitud total de rayos en cada celda) se debe a la gran diferencia en iluminación de ambas capas: la capa 1 es atravesada por la mayoría de los rayos en dirección prácticamente vertical, en cambio en la capa 2 un alto porcentaje de las trayectorias son casi horizontales, puesto que numerosos rayos invierten el sentido vertical de su trayectoria en esta capa. Por tanto en la longitud total del rayo en cada celda hay una diferencia considerable de la capa 1 a la 2 (espesor de la primera capa = 33, dimensión horizontal de una celda = 110 Km.), lo que produce menor resolución en la capa cortical por el factor de escala explicado en el Capítulo 3.

Se observa en el test de bloques, que la zona en la que existen anomalías recuperadas con amplitud aceptable, se va extendiendo respecto al nivel anterior.

Las anomalías más interesantes a este nivel son las de gran amplitud positiva situadas al este de Portugal y SW del Estrecho de Gibraltar, pero dada la casi nula resolución en ésta última zona a esta profundidad que nos indican los tests, no tenemos seguridad en su existencia. Tampoco podemos tenerla de las fuertes anomalías positivas que aparecen al Norte y Este de los Pirineos, pese a estar situadas en una zona en la que la resolución según indican los tests es buena (se recupera hasta un 80% de la anomalía introducida en el test de bloques) pues al estar muy próximas al límite del modelo de celdas, pueden ser consecuencia de la iluminación predominantemente regional, y ser un problema de frontera del modelo. La anomalía asociada a los residuos negativos en esta zona pudiera estar situada fuera de la zona cubierta por celdas, y habría que comprobar si, excluyendo la iluminación regional, siguen apareciendo estas anomalías positivas para poder asegurar su existencia.

La única anomalía situada lejos de los bordes del modelo y en una zona en la que la resolución es bastante aceptable es la banda de anomalías negativas (llegando a amplitudes de -2%) en la parte sur de los Pirineos. En el Capítulo siguiente veremos si esta anomalía negativa ha sido encontrada por otros autores utilizando otras técnicas geofísicas de mejor resolución.

A este nivel ya no se observa un signo predominante en la solución, habiendo tanto zonas claramente negativas como positivas, por lo que se podría decir que el modelo de distribución de velocidades asumido a priori parece adecuado a este nivel.

5.9.3. Capa 3: 70 - 120 Km.

Las soluciones obtenidas para esta capa con el algoritmo LSQR se muestran en la Figura (5.11). En esta capa se observa una iluminación prácticamente homogénea en toda la península Ibérica, y un incremento considerable de la resolución, llegándose, incluso, a recuperar un 70% de las amplitudes introducidas en el problema directo en el caso del test de bloques para la zona NE del modelo de celdas.

Lo más destacable a este nivel es la banda claramente negativa (con amplitud de hasta -2%) con disposición NE-SW a lo largo de la costa mediterránea peninsular, Marruecos y Este de Francia. Esta anomalía se encuentra emplazada en un área de resolución aceptable, con ligero difuminado horizontal.

En las capas 2 y 3 (33 - 120 Km) es en las que se obtienen más altas resoluciones, llegándose en el test de bloques hasta un 70% de recuperación de amplitud de anomalía, y en el de celda-spike de hasta un 60%. Por tanto, con los datos utilizados y la información proporcionada por los tests de resolución, podemos asegurar únicamente la veracidad de las anomalías con tamaño superior a dos celdas si están situadas en niveles litosféricos (incluyendo la capa 4).

En la interpretación de las anomalías que cumplan los anteriores requisitos hemos de tener en cuenta el efecto que sobre su amplitud puede tener la iluminación preferencial.

5.9.4. Capa 4: 120 - 170 Km.

Como ya hemos comentado a este nivel (Figura 5.12) sigue obteniéndose una recuperación aceptable de las amplitudes de las anomalías en ambos tests de resolución (inferior a la obtenida para la capa 3), aunque en el de bloques se aprecia claramente el difuminado que existe tanto vertical como horizontalmente, alargándose las isonómalas en dirección NE-SW.

A este nivel las amplitudes de las anomalías encontradas en la solución IP1 están muy próximas a cero, distinguiéndose únicamente una tendencia negativa en la mitad sur peninsular y SE de Francia, que podría ser continuación de las anomalías fuertemente negativas obtenidas en la capa anterior.

El resto de los contrastes de velocidad obtenidos no son significativos bien por su poca amplitud o por su escasa extensión espacial.

5.9.5. Capa 5 y 6: 170 - 275

Los resultados correspondientes a estas capas se muestran en las Figuras (5.13) y (5.14) respectivamente.

No interpretamos estas capas por separado, sino su conjunto dadas las similitudes que proporcionan tanto sus soluciones, como los resultados que se obtienen en los tests de resolución.

La iluminación de ambas capas es bastante parecida, aunque todavía bastante homogénea ya lo es menos que en la capa anterior. En cuanto al test de celda-spike, sólo se obtiene algo de resolución en el cuadrante NE del modelo, en el que claramente se descubre la falta de resolución vertical pues se recuperan (aunque con pequeña amplitud) tanto las anomalías propias de la capa analizada, como las adyacentes.

En el test de bloques se observa en la zona de la península un claro efecto de difuminado (o promediado), más horizontal que vertical, de las anomalías recuperadas, aunque de amplitudes muy disminuidas.

Interesante puede ser la anomalía positiva (+2%) de la esquina NE del modelo y la negativa (-2%) al oeste de la anterior, aunque al igual que lo comentado para la capa 2, pueden deberse a un efecto de borde del modelo de inversión, debiendo comprobar su existencia en el caso de iluminación exclusivamente telesísmica.

También interesante parecen tanto la anomalía positiva situada sobre las Béticas y Mar de Alborán, y las negativas al Este y Oeste de ésta, pero su existencia no puede ser confirmada dada la baja resolución que muestran los tests para esa zona (se recupera como máximo un 35% de la anomalía introducida en cualquiera de los tests).

5.9.6. Capas 7, 8, 9, 10, 11 y 12: 275 - 670 Km.

Los resultados para estas capas se muestran en las Figuras (5.15), (5.16), (5.17), (5.18), (5.19), (5.20) en orden creciente de profundidad.

De las gráficas de las soluciones obtenidas con los tests de celda-spike podemos concluir que las anomalías de velocidad con tamaños del orden de una celda del modelo (100 Km.) no son resolubles con la iluminación disponible a estas profundidades, y por lo tanto, no han de ser interpretadas en la solución IP1.

De los resultados obtenidos con el test de bloques, podemos concluir que, salvo en las capas superiores de este grupo y en la esquina NE del modelo, la resolución es bastante baja, con un claro promediado de las anomalías tanto horizontal como verticalmente. Si se apreciamos un cierto sistematismo en la distribución de las anomalías recuperadas, pero sus amplitudes están fuertemente amortiguadas.

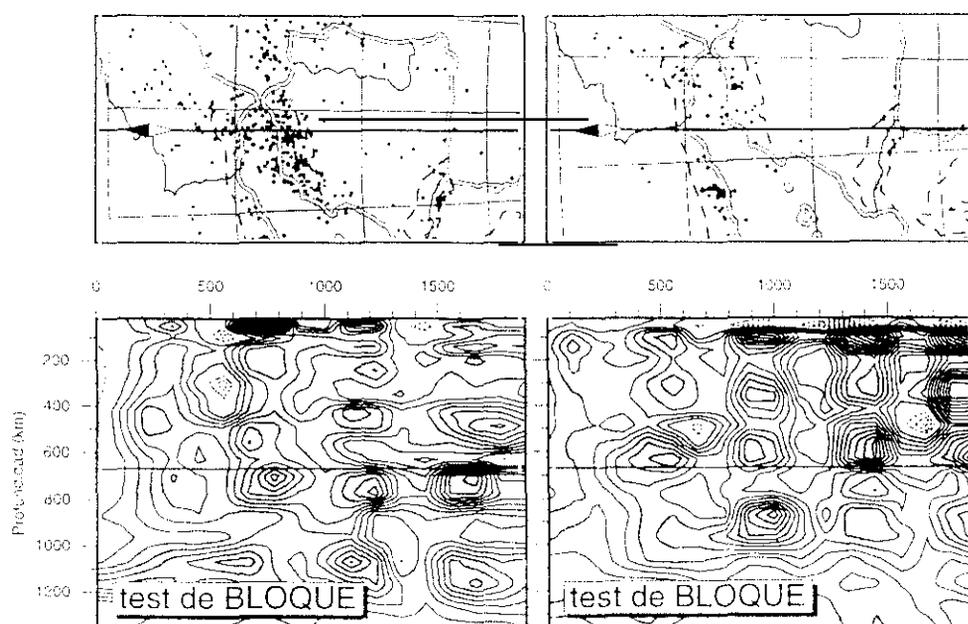


Figura 5.29 Perfiles verticales en dirección N-S a través de los tests de bloques realizados al conjunto de datos IP1, siguiendo las líneas indicadas en los mapas, en los que figuran los epicentros utilizados en la inversión y las unidades tectónicas principales. La equidistancia en las isolíneas es de 0.25% del valor de la anomalía. Las líneas de trazo grueso representan las anomalías principales obtenidas en la solución IP1.

De claro interés es la anomalía positiva (máximo de amplitud de +2%) que aparece sobre las Béticas y Mar de Alborán, con tendencia NE-SW, y que se

mantiene estable a través de todas estas capas. La anomalía se desplaza hacia el NE con la profundidad, figurando en las capas 7 y 8 centrada en las Béticas, en las capas 10, 11 y 12 se desplaza hacia Valencia y Alicante.

Esta anomalía positiva se encuentra rodeada por una anomalía ligeramente negativa en la capa 7 (Figura 5.15), dividiéndose esta anomalía negativa en dos franjas con disposición N-S a ambos lados de la anomalía positiva en la capa 8 (Figura 5.16). En la capa 9 (Figura 5.17) la anomalía negativa que aparecía en las dos capas anteriores más al Este, prácticamente ha desaparecido, acentuándose la situada al W, en la que aparecen dos lóbulos de mayor amplitud en su zona Norte (el más oriental, se sitúa sobre los Pirineos). En la capa 10 (Figura 5.18) la anomalía negativa del Oeste figura muy acentuada en amplitud (-2%), desapareciendo prácticamente en la capa 11 (Figura 5.19), y totalmente en la capa 12 (Figura 5.20).

A medida que vamos profundizando (entre las capas 9 a la 12) va apareciendo una franja de amplitud positiva, a lo largo de la costa mediterránea.

Dada la baja resolución horizontal que obtenemos a estas profundidades con el test de bloques (en concreto, al Oeste de la península Ibérica disminuye considerablemente la resolución, a cualquier profundidad; en las capas 11 y 12, se aprecia un claro alargamiento de las isoclinas en dirección N-S), debemos de intentar comprobar su existencia por otros procedimientos que veremos en el Capítulo 6.

Para ello, lo primero que haremos será unos cortes verticales en dirección N-S cortando la anomalía, para ver la resolución de los bloques en vertical (Figura 5.29). En ella comprobamos que bajo la península Ibérica no existe mucho difuminado vertical de las anomalías, distinguiéndose fácilmente los bloques individuales, aunque siempre con amplitudes muy inferiores a las del modelo inicial. Tampoco se difuminan las anomalías a través de la discontinuidad establecida a los 670 Km. de profundidad.

5.9.7. Capas 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19 y 20: 670 - 1420 Km.

Los resultados obtenidos con IP1 y sus tests de resolución a estas profundidades se muestran en orden creciente de profundidad en las Figuras (5.21), (5.22), (5.23), (5.24), (5.25), (5.26), (5.27), (5.28).

A estas profundidades, aunque con amplitudes muy amortiguadas, se distingue con claridad el patrón de distribución de las anomalías introducidas en el test de bloques bajo la península Ibérica, pareciendo más fuerte el promediado horizontal de las anomalías recuperadas, que el vertical (Figura 5.29), sobre todo sobre el

océano Atlántico tanto en dirección E-W (capas 13, 14, 15, 17 y 18), como N-S (capa 19).

El muestreo va disminuyendo en homogeneidad a medida que la profundidad crece, siendo por supuesto la iluminación proveniente de rayos telesísmicos (esta iluminación es la que debe producir los alargamientos de las anomalías recuperadas en los tests de resolución, sobre las direcciones de iluminación preferencial).

Ninguna anomalía dentro de este rango y suficientemente lejos del borde del modelo de celdas, tiene entidad suficiente como para intentar su justificación o interpretación, con amplitudes muy bajas (en las gradaciones siguientes a la de valor 0%).

5.10 RESUMEN DE LA INTERPRETACIÓN PRELIMINAR

En la pregunta anterior se ha llevado a cabo una interpretación conjunta de los tests de resolución (celda-spike y bloques), muestreo y solución para cada capa del modelo. Dada la baja resolución obtenida con la iluminación proporcionada por el conjunto de residuos utilizados en la obtención de la solución denominada IP1, no debemos dispersar nuestra atención en pequeñas anomalías (tanto en extensión espacial, como en amplitud) cuya existencia no pueda ser demostrada.

Hemos de darnos cuenta que con los tests de resolución, únicamente podemos valorar el poder de resolución del conjunto de rayos utilizados en la inversión, pero no realmente del valor de los datos usados ni la potencialidad del algoritmo de inversión. Debemos desarrollar métodos que confirmen o nieguen la existencia de las anomalías más interesantes obtenidas con IP1, sobre todo de la anomalía positiva que se extiende desde los 200 a los 670 Km. de profundidad en la zona de las Béticas y Mar de Alborán.

Resumimos a continuación los resultados más interesantes expuestos en este Capítulo 5:

VOLUMEN A ESTUDIAR Y MODELO DE CELDAS:

La definida horizontalmente por su esquina SW (30°N, 12°W) y NE (48°N, 6°E), descendiendo en profundidad hasta 1420 Km.. Las celdas del modelo tienen horizontalmente un tamaño de 1°x1°, y se disponen en 20 capas de espesor creciente con la profundidad (desde 33 Km. la primera, a 100 Km. la última).

DEFINICIÓN DE IP1:

Para la obtención de la solución IP1 se han invertido todos los residuos asociados a epicentros dentro del modelo, registrados por al menos 10 estaciones (dentro o fuera del modelo) y de los epicentros fuera del volumen a estudiar sólo utilizamos los residuos asociados a estaciones sobre el área de estudio, contenidos en las cintas del ISC para el periodo 1964-1986.

Imponemos un límite al valor del residuo de ± 3 s., para evitar lecturas asociadas a grandes errores, o fases asociadas a ramas de triplicación en las dromocrónicas. Realizamos 25 iteraciones mediante el algoritmo LSQR, obteniendo un ajuste del 20%.

TEST DE CELDA-SPIKE:

Podemos concluir que las anomalías de velocidad en IP1 con tamaños del orden de 100 Km., no son recuperables con la iluminación disponible, salvo en las capas centradas en 51, 95 y 145 Km., no debiendo por tanto ser interpretadas en IP1, salvo en estos niveles (Blanco, 1993).

A profundidades mayores se llega a recuperar hasta un 20% del valor de las anomalías, pero con poca precisión espacial (tanto horizontal como vertical).

La baja resolución que observamos con este test para anomalías del tamaño de una celda del modelo de velocidad, indica que anomalías que existan en realidad pueden no ser detectadas, y si lo son, se presentarán probablemente difuminadas en las celdas contiguas, e incluso desplazadas espacialmente.

TEST DE BLOQUE:

Con él analizamos la fiabilidad de las anomalías obtenidas en IP1 con tamaños del orden de $2 \times 2 \times 2$ celdas, o superiores.

La solución de este test nos permite ver que la resolución de anomalías con tamaños entre 200 y 300 Km., es superior a la obtenida con el test anterior, aunque desde luego, sigue existiendo un promediado de los bloques anómalos recuperados en la inversión sobre todo horizontalmente, y muy leve en dirección vertical (Figura 5.29), pero a casi todos los niveles se recupera la distribución de los bloques anómalos.

Podemos concluir con el test de bloques, que el poder de resolución de

la iluminación del modelo, permite detectar las anomalías con tamaños entre 200 y 300 Km., e incluso en algunas zonas, resolverlas (Blanco y Spakman, 1993).

En la representación de IP1, figura una anomalía positiva de tamaño horizontal interpretable en la zona de las Béticas y Mar de Alborán con tendencia SW-NE, y que se extiende verticalmente entre los 200 y 700 Km. de profundidad.

En el capítulo 6 intentaremos confirmar la existencia de estas anomalías y en caso positivo, realizaremos su contrastación con otros estudios geofísicos en la zona, realizando su interpretación.

REFERENCIAS

- Backus, G., F. Gilbert, 1967.** Numerical application of a formalism for geophysical inverse problems. *Geophys. J.R. Astr. Soc.*, 13, 247-267.
- Blanco, M.J., W. Spakman, 1993.** The P-wave velocity structure of the mantle below the Iberian Peninsula: evidence for subducted lithosphere below southern Spain. *Tectonophysics*, 221, 13-34.
- Dziewonski, A.M., D.L. Anderson, 1983.** Travel times and station corrections for P waves at teleseismic distances. *J. Geophys. Res.*, 88, 3295-3314.
- Humphreys, E., R.W. Clayton, 1988.** Adaption of back-projection tomography to seismic travel time problems. *J. Geophys. Res.*, 93, 1073-1085.
- Kissling, E., 1988.** Geotomography with local earthquake data. *Rev. Geophys.*, 26, 4, 659-698.
- Lees, J.M., R.S. Crosson, 1989.** Tomographic inversion for three dimensional velocity structure at Mount St. Helens using earthquake data. *J. Geophys. Res.*, 94, 5716-5728.
- Lévêque, J.J., Rivera, L, G. Wittlinger, 1993.** On the use of the checker-board test to assess the resolution of tomographic inversions. *Geophys. J. Int.*, XXX.
- Morelli, A., A.M. Dziewonski, 1987.** The harmonic expansion approach to the retrieval of deep Earth structure. En "Seismic Tomography. With applications in Global Seismology and Exploration Geophysics". Ed: Guust Nolet. Reidel Publishing Company.
- Nolet, G., 1985.** Solving or resolving inadequate and noisy tomographic systems. *J. Comp. Physics*, 61, 463-482.
- Nolet, G., 1987.** Seismic wave propagation and seismic tomography". En "Seismic Tomography. With applications in Global Seismology and Exploration Geophysics". Ed: Guust Nolet. Reidel Publishing Company.
- Spakman, W., 1988.** Upper mantle delay time tomography. With an application to the collision zone of the eurasian, african and arabian plates. Tesis Doctoral. Utrecht. Holanda.
- Spakman, W., G. Nolet, 1988b.** Imaging algorithms, accuracy and resolution in delay time tomography. En: " Mathematical Geophysics: A survey of

recent developments in Seismology and Geodynamics". Ed: N.J. Vlaar, G. Nolet, M.J.R. Wortel, S.A.L. Cloetingh. Reidel, Dordrecht.

- Spakman, W., S. Stein, R. van der Hilst, R. Wortel, 1989.** Resolution experiments for NW Pacific Subduction zone tomography. *Geophys. Res. Lett.*, 16, 10, 1097-1100.
- Spakman, W., 1991.** Delay-time tomography of the upper mantle below Europe, the Mediterranean, and Asia Minor. *Geophys. J. Int.*, 107, 309-332.
- Spakman, W., S. Van der Lee, R. Van der Hilst, 1993.** Travel-time tomography of the European-Mediterranean mantle down to 1400 Km.. *Phys. Earth Planet. Inter.*, 79, 3-74.
- Van der Hilst, R., W. Spakman, 1989.** Importance of the reference model in linearized tomography and images of subduction below the Caribbean Plate. *Geophys. Res. Lett.*, 16, 10, 1093-1096.
- Van der Hilst, R., 1990.** Tomography with P, PP and pP delay-time data and the three-dimensional mantle structure below the Caribbean region. Tesis Doctoral. Utrecht. Holanda.
- Van der Hilst, R., R. Engdahl, W. Spakman, G. Nolet, 1990 b.** Tomographic imaging of subducted lithosphere below northwest Pacific island arcs. *Nature*, 353, 37-43.
- Wiggins, R.A., 1972.** The general linear inversion problem: implication of surface waves and free oscillations for earth structures. *Rev. Geophys. Space Phys.*, 10, 251-285.

Capítulo 6

Verificación e interpretación de la anomalía positiva.

*Doubt is the beginning,
not the end, of wisdom.*

Anónimo

En este capítulo vamos a intentar, en primer lugar, demostrar la existencia de la anomalía de velocidad de onda P encontrada en la zona de las Béticas - mar de Alborán en la solución denominada IP1 obtenida por inversión de todos los datos seleccionados, y en segundo lugar, si confirmamos tal existencia, su contrastación con los resultados obtenidos por otros autores en esa zona y profundidad e interpretación.

Primeramente hemos de analizar, dada la baja resolución demostrada por los tests realizados en el capítulo anterior (celda-spike, bloques), si la anomalía tiene el emplazamiento obtenido con IP1, y diseñar diversos tests que permitan comprobar el poder de resolución de una anomalía similar a la obtenida en la inversión real (Blanco y Spakman, 1993).

6.1 TEST DE DATOS PERMUTADOS.

Como ya hemos comentado en el capítulo anterior, los tests de resolución que hasta ahora hemos aplicado, tienen limitaciones que dificultan su interpretación (Spakman, 1988):

- 1.- en el cálculo de los residuos asociados a las anomalías sintéticas en el problema directo, utilizamos las mismas trayectorias calculadas para el

problema inverso real (a través del modelo 1D asumido en la localización hipocentral); por tanto, los residuos sintéticos calculados, siempre serán consistentes con las trayectorias en el proceso de inversión del test.

En cambio, en el problema inverso real, los hipocentros y trayectorias reales son desconocidos, y tenemos que confiar en la bondad de la hipótesis realizada: las diferencias entre las trayectorias reales y las calculadas son despreciables dentro del grado de aproximación en el que estamos trabajando (Van der Hilst *et al.*, 1993)

Podemos confiar en la bondad de esta hipótesis para la precisión de esta investigación (Spakman *et al.*, 1993), puesto que el histograma de los residuos frente a la distancia epicentral en este nuevo modelo, es simétrico respecto a la línea de residuo nulo (Figura 5.4).

Recordemos que hemos eliminado las discrepancias encontradas entre las trayectorias calculadas en los dos modelos 1D utilizados: JB en las localizaciones hipocentrales, y PM2 para el trazado de rayos. Estas discrepancias podían llegar a ser de 100 Km., como hemos visto en capítulos anteriores, y afectarían únicamente a la inversión real de datos, pero no a los tests sintéticos (Figura 4.7).

- 2.- Añadir a las componentes del vector de residuos temporales, un vector de ruido de distribución gaussiana, no es la simulación idónea de la situación real, ya que existen varias fuentes de errores sistemáticos que por supuesto no se ajustan a una distribución normal (Van der Hilst y Spakman, 1989; Van der Hilst y Engdahl, 1989; Van der Hilst *et al.*, 1990).

Pese a lo expuesto anteriormente, en general, las anomalías encontradas mediante tomografía, correlacionan bien con las estructuras obtenidas mediante otras técnicas geofísicas, y con las estructuras geológicas y tectónicas superficiales, incluso en zonas en las que la resolución que nos indican los tests no es muy elevada (Van der Hilst, 1990), aunque por supuesto, en estos casos, se ha de intentar la confirmación de las estructuras encontradas en tomografía por otras técnicas geofísicas.

Como dijimos al comienzo de este trabajo, este tipo de tomografía que utiliza como datos los residuos temporales, se fundamenta en la hipótesis de que los residuos nos pueden proporcionar información sobre la discrepancia existente entre la distribución real de velocidad y la asumida en el proceso de localización hipocentral.

La pregunta que nos hacemos en este punto de la investigación es la siguiente:

¿Cómo podemos estar seguros de que existe correlación entre los residuos temporales y la iluminación con rayos?

Grand (1987) y Spakman (1988) buscaron la solución a la pregunta anterior. Aunque los métodos de ambos fueron distintos, siguieron el mismo planteamiento: destruir la posible correspondencia entre las trayectorias y los residuos temporales y estudiar los resultados que se obtienen:

- Grand basó su análisis en el cálculo de un vector de residuos aleatorios (aunque siempre dentro de un intervalo de valores posibles), invirtiendo después el sistema de ecuaciones con este vector como dato.
- Spakman diseñó un ingenioso test, en el que el vector de residuos f utilizado en la inversión real, permutaba aleatoriamente sus componentes, y en lugar de resolver el problema real expresado por la ecuación siguiente:

$$B y = f$$

donde B es la matriz con las trayectorias de los rayos dentro del modelo, f el vector con los residuos temporales, y la distribución de velocidad buscada, resolvió el problema inverso definido por:

$$B y^{perm} = f^{perm}$$

donde:

- la matriz B es la misma que en el problema real (manteniendo fijo el orden de las ecuaciones en el sistema, esto es, las filas de B).
- el nuevo vector f^{perm} , obtenido por permutación aleatoria de las componentes del vector real f .
- y^{perm} es la solución a calcular con la distribución de velocidad, y las correcciones a los parámetros hipocentrales y de estación.

comparando después la solución obtenida en el problema real y , con la proporcionada por el test, y^{perm} .

Hemos de darnos cuenta, de que las características estadísticas de los residuos temporales reales se mantienen en el test (media, varianza), pues nos hemos limitado a permutar su orden, y también se mantienen

las inconsistencias entre las localizaciones hipocentrales y los residuos (esto no ocurre en el test de Grand).

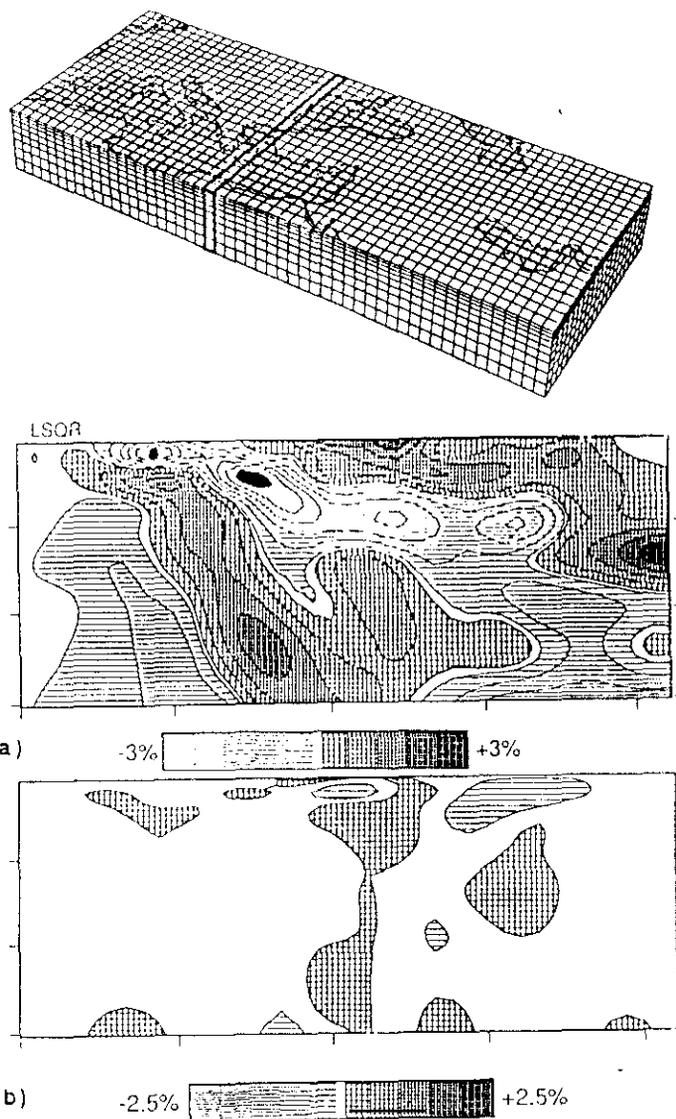


Figura 6.1 Perfil vertical a lo largo de la línea media vertical señalada sobre el mapa. (a) solución real obtenida tras 16 iteraciones con LSQR. (b) solución obtenida con las componentes del vector de residuos permutadas aleatoriamente, tras 10 iteraciones.

Aunque en este trabajo no aplicamos ninguno de los dos tests expuestos, las conclusiones del aplicado por Spakman, son en este estudio también válidas puesto que el sistema resultante de la permutación del vector f , fue resuelto por Spakman con el mismo algoritmo de inversión utilizado en este trabajo, LSQR (también lo resolvió utilizando SIRT). Explicaremos a continuación el proceso de razonamiento, y las conclusiones que se extrajeron.

Si la solución y^{perm} guarda correlación con la solución y , entonces no podríamos interpretar las anomalías obtenidas en tomografía lineal con residuos temporales, puesto que la solución del problema dependería de la iluminación que recibiera la estructura que quisiésemos resolver, y no de los residuos temporales. Sin embargo, si obtenemos una baja reducción de la varianza y además $|y^{perm}| < |y|$, entonces podemos concluir que hay correlación entre el muestreo del modelo y los residuos, y por tanto la solución calculada y , contiene información fidedigna sobre la estructura real de la Tierra.

Spakman (1988) obtuvo una amplitud de las anomalías ya muy pequeña, con tan sólo una reducción de la varianza de 2.1%. Las soluciones obtenidas y e y^{perm} se representan en las Figuras (6.1a) y (6.1b) comparándolas (se han representado utilizando el mismo sombreado, pero cambiando la amplitud del intervalo), vemos que no guardan ningún parecido, y puesto que la reducción de la varianza fue pequeña, Spakman concluyó que los residuos reales se correlacionan con la iluminación, y por tanto, hay señal (información) significativa en los datos de los residuos temporales.

Si las representaciones de ambas soluciones fuesen semejantes (en el sentido de amplitudes de anomalías obtenidas, tamaño de éstas,...) no podríamos tener seguridad sobre la veracidad de la solución y obtenida mediante tomografía.

6.2 COMPROBACIÓN DEL EMPLAZAMIENTO DE LA ANOMALÍA.

Una vez probada la veracidad de la hipótesis en la que descansa la tomografía con residuos, tenemos que intentar dar respuesta a la siguiente pregunta:

¿Cómo podemos tener la certeza de que la anomalía positiva encontrada con IP1 bajo las Béticas y mar de Alborán está realmente situada dentro del volumen de celdas y no fuera de éste?

Con este fin, subdividimos el conjunto total de residuos (IP1) en dos subconjuntos:

- IP2: incluye únicamente los residuos asociados a rayos con distancias epicentrales entre 48° y 90° , imponiendo la condición de que para cada rayo, o bien el epicentro, o bien la estación, se encuentre sobre el modelo de celdas (evidentemente con las distancias epicentrales comprendidas en este subconjunto, no pueden estarlo los dos simultáneamente).

- IP3: en este subconjunto están los residuos de rayos con distancias epicentrales inferiores a 30° .

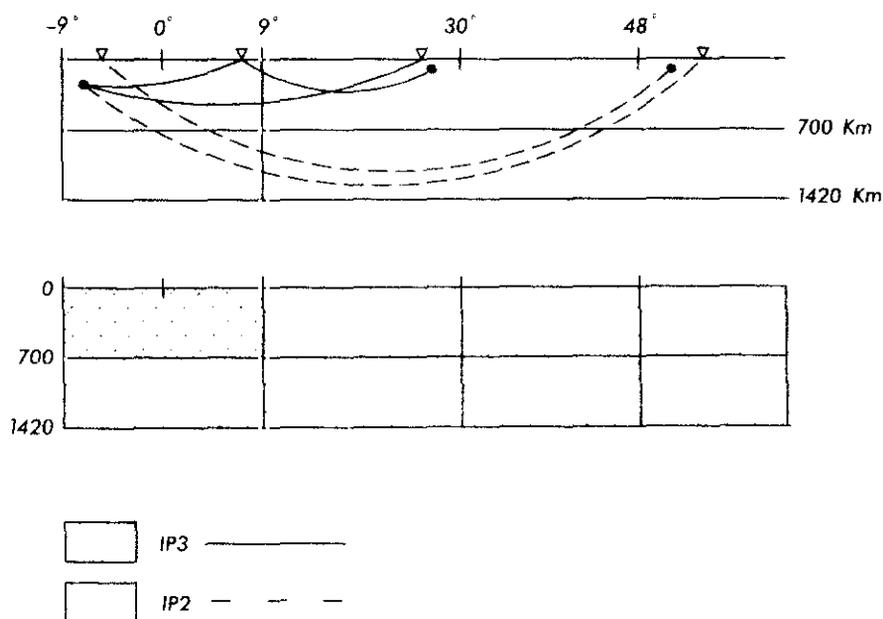


Figura 6.2 Muestreo de rayos en el caso del conjunto de residuos IP2, e IP3. Por claridad del dibujo se traza una línea a la profundidad de 700 Km .

En la Figura (6.2) se muestran en trazo continuo los dos tipos de trayectorias posibles en el caso IP2:

- hipocentro fuera del modelo de celdas: el rayo atraviesa el manto superior en la zona fuente, el manto inferior entre la zona fuente y el modelo de celdas, entrando en dicho modelo por el manto inferior.

- hipocentro dentro del modelo de celdas: el rayo sale del modelo de celdas por el manto inferior, muestrea el manto inferior entre el modelo y la estación, y el manto superior en el área de la estación.

En IP3 los rayos tienen una capacidad de penetración muy limitada por las distancias epicentrales incluidas, limitándose al manto superior (no llegan a muestrear la capa centrada en 780 Km.), como se muestra en la Figura (6.2) en trazo discontinuo.

De las trayectorias que hemos citado anteriormente, y de la exclusión de ambos subconjuntos de los rayos con distancias epicentrales entre 30° y 48° (recuérdese que ambas dimensiones horizontales del modelo de celdas son de 18°), podemos concluir que ambos conjuntos comparten exclusivamente el manto superior dentro del volumen de celdas (Figura 6.2).

Por tanto, si invertimos IP2 e IP3, y alguna anomalía apareciese en ambas soluciones (por supuesto no tendrá la misma forma por la completa diferencia de la iluminación, tanto en intensidad como en direcciones predominantes), estará demostrada su existencia, y además que ha de estar situada dentro del manto superior del modelo de celdas.

Obviamente en la solución obtenida con IP3 no aparecerán anomalías a todas las profundidades, como ya hemos explicado anteriormente, pues el muestreo no llega en ningún caso al manto inferior.

Para poder llevar a cabo la interpretación de las soluciones IP2 e IP3, vamos a representar en cada figura las dos soluciones obtenidas con cada conjunto para cada una de las veinte capas del modelo, junto con el muestreo asociado a cada conjunto, imprescindible en cualquier interpretación de los resultados obtenidos en tomografía, si el algoritmo utilizado es el LSQR, como se ha comentado en el Capítulo 5.

Los resultados se representan en orden creciente de profundidad en las Figuras (6.3), (6.4),..., (6.22). También el tamaño de las representaciones así como su interpolación y tabla de gradación serán los mismos que hemos utilizado en el capítulo 5 para las representaciones de la solución IP1, posibilitando así su comparación.

Por tanto, lo que queremos demostrar con esta subdivisión de IP1 en los conjuntos IP2 e IP3, es que, pese a la baja resolución mostrada por los tests realizados con IP1 en el capítulo anterior que no nos permitiría asegurar la existencia de las anomalías obtenidas, podemos alcanzar tal certeza, simplemente por división atendiendo a la distancia epicentral del conjunto total de datos (IP1) en dos subconjuntos (IP2, IP3) disjuntos en cuanto a los volúmenes de tierra

muestreados por cada uno y datos incluidos, a excepción claro está del volumen ocupado por las celdas del modelo.

Veamos primero las figuras con las soluciones obtenidas, y después iremos comentando cómo aparecen las anomalías citadas en el capítulo anterior.

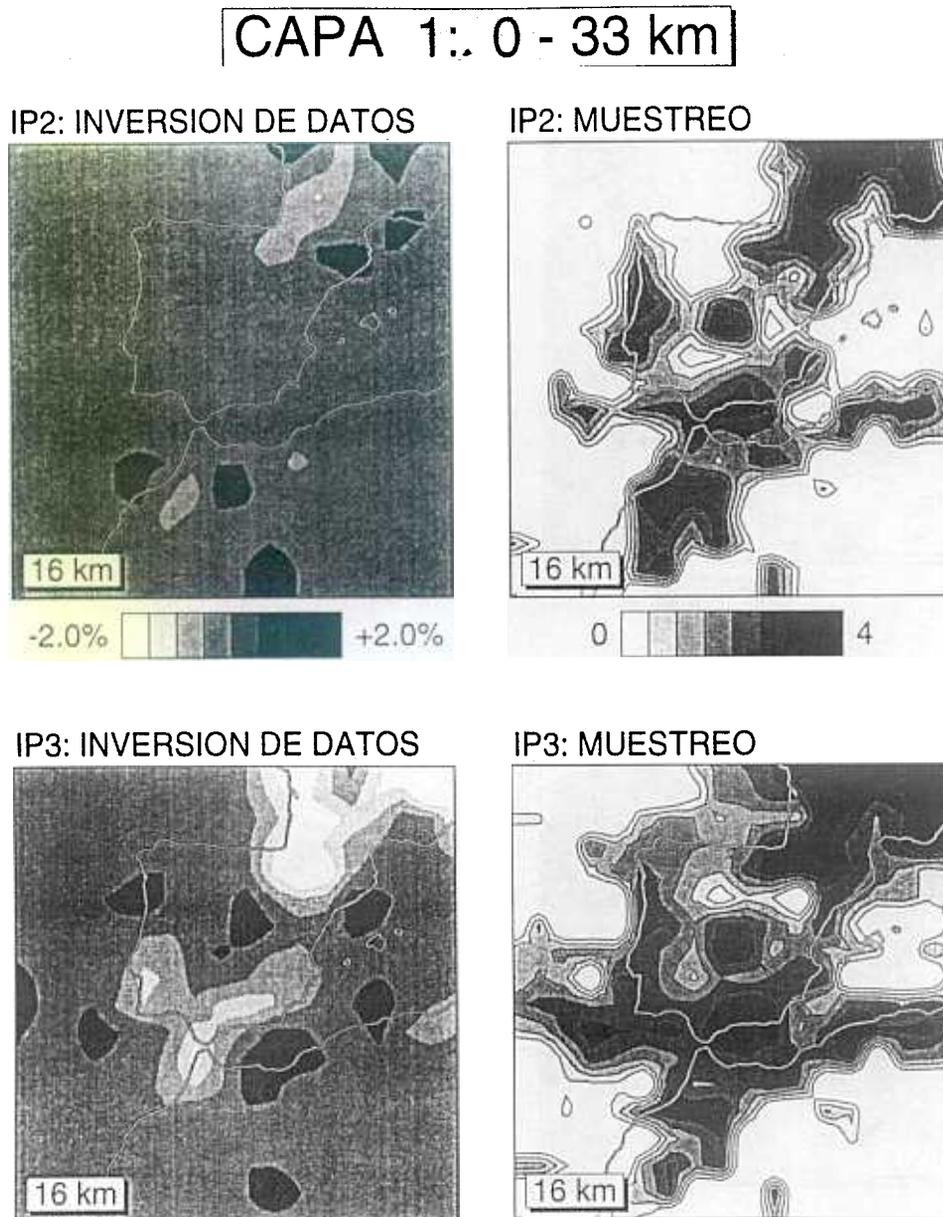


Figura 6.3 Solución y muestreo (escala logarítmica) a profundidad 0 - 33 Km. (a) IP2, (b) IP3.

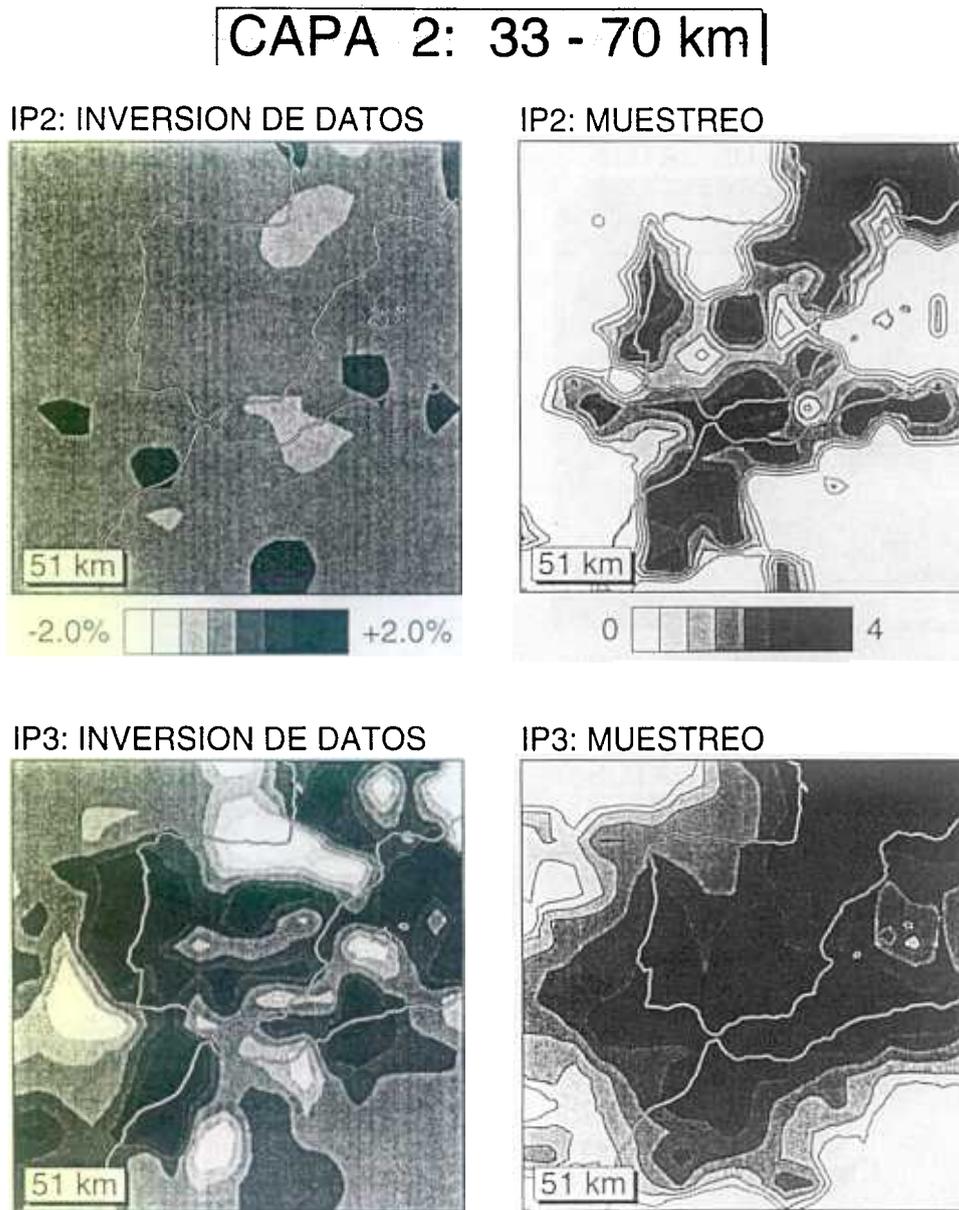
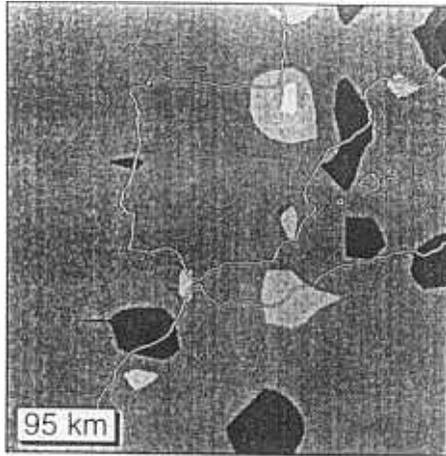


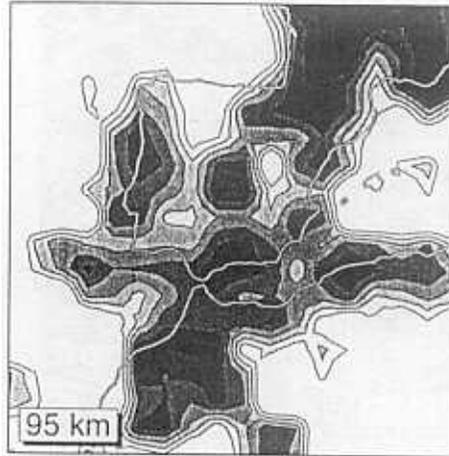
Figura 6.4 Solución y muestreo a profundidad 33 - 70 Km. (a) IP2, (b) IP3

CAPA 3: 70 - 120 km

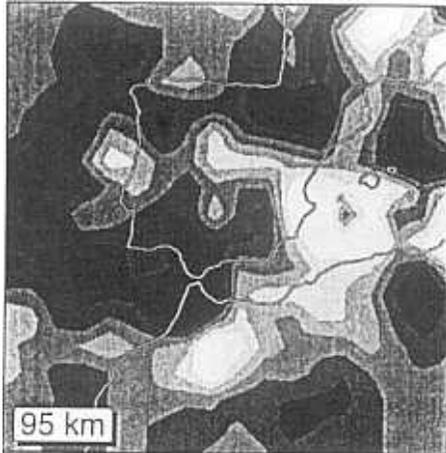
IP2: INVERSION DE DATOS



IP2: MUESTREO



IP3: INVERSION DE DATOS



IP3: MUESTREO

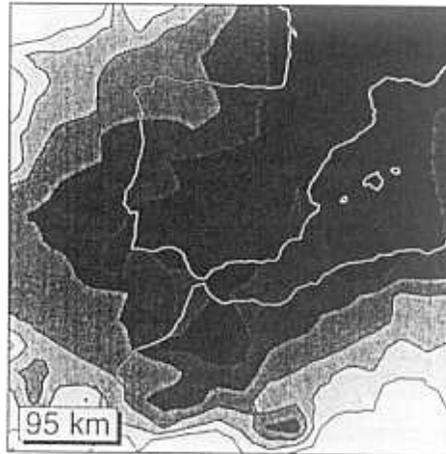
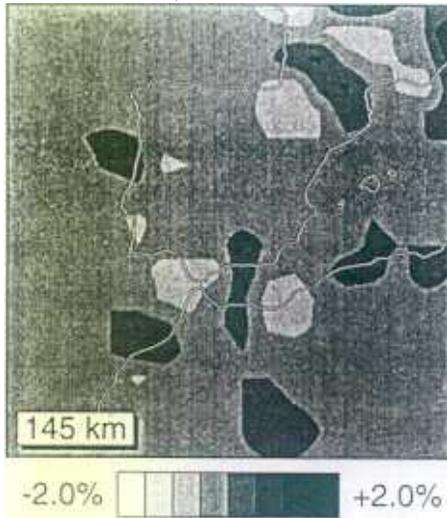


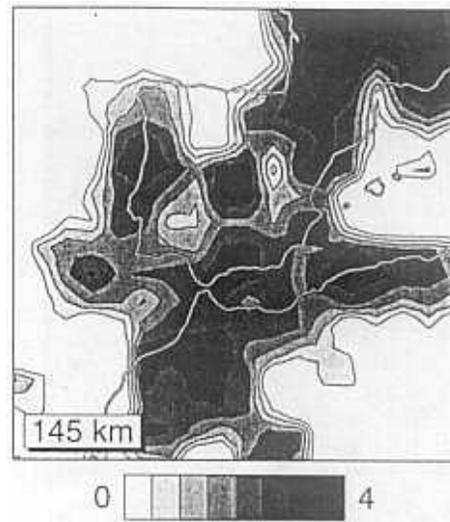
Figura 6.5 Solución y muestreo a profundidad 70 120 Km. (a) IP2, (b) IP3.

CAPA 4: 120 - 170 km

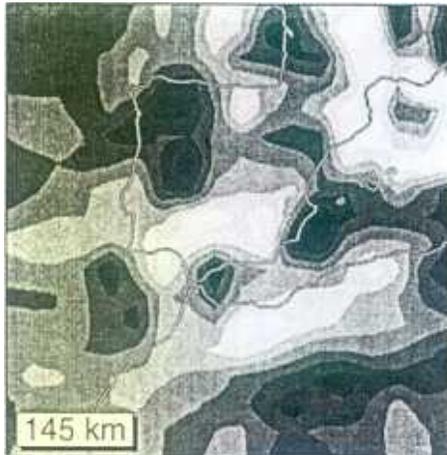
IP2: INVERSION DE DATOS



IP2: MUESTREO



IP3: INVERSION DE DATOS



IP3: MUESTREO

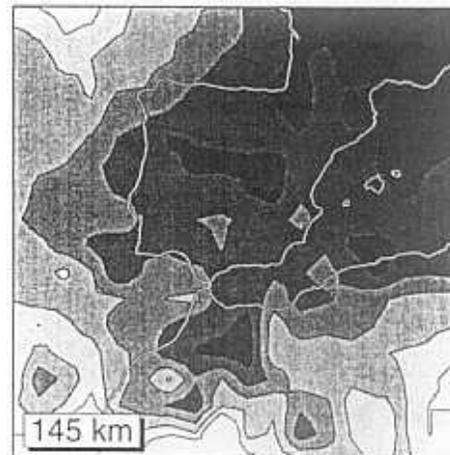
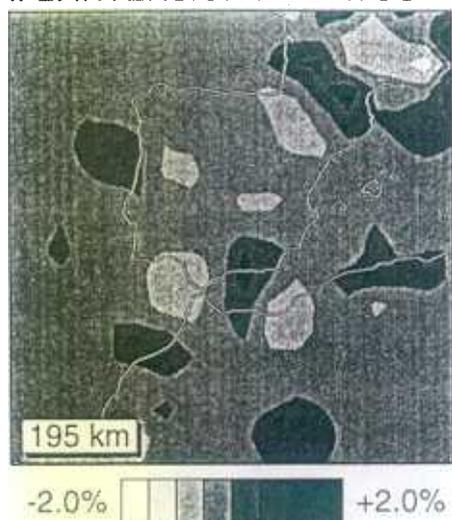


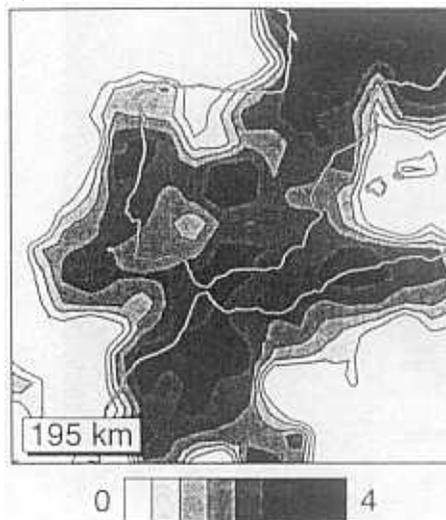
Figura 6.6 Solución y muestreo a profundidad 120 - 170 Km. (a) IP2, (b) IP3.

CAPA 5: 170 - 220 km

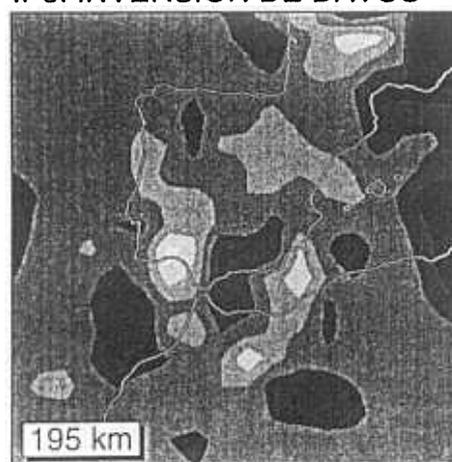
IP2: INVERSION DE DATOS



IP2: MUESTREO



IP3: INVERSION DE DATOS



IP3: MUESTREO

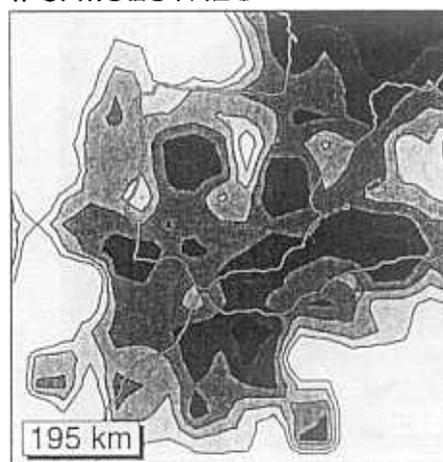
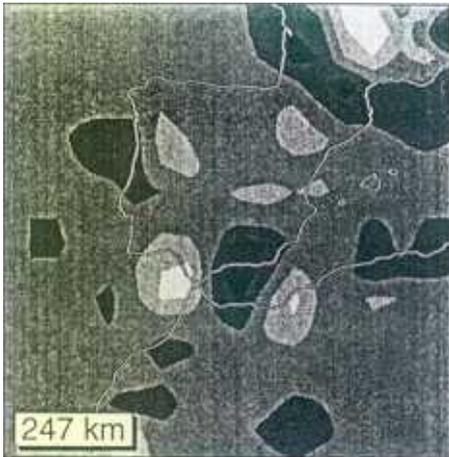


Figura 6.7 Solución y muestreo a profundidad 70 - 220 Km. (a) IP2, (b) IP3

CAPA 6: 220 - 275 km

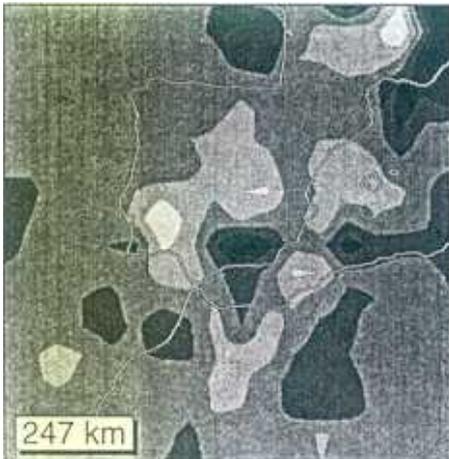
IP2: INVERSION DE DATOS

-2.0%  +2.0%

IP2: MUESTREO

0  4

IP3: INVERSION DE DATOS



IP3: MUESTREO

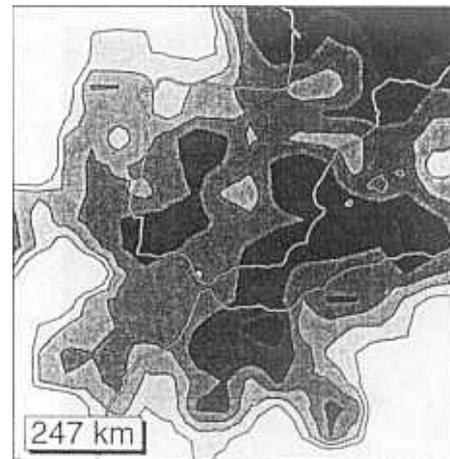
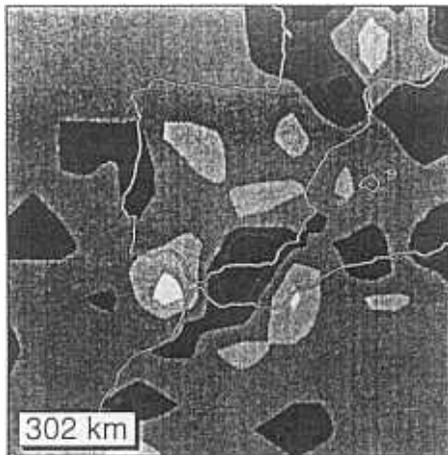
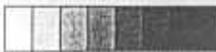


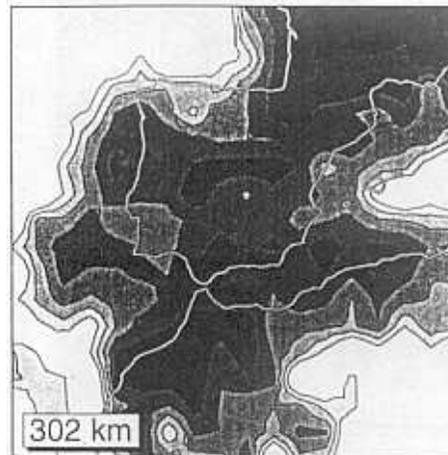
Figura 6.8 Solución y muestreo a profundidad 220 - 275 Km. (a) IP2, (b) IP3.

CAPA 7: 275 - 330 km

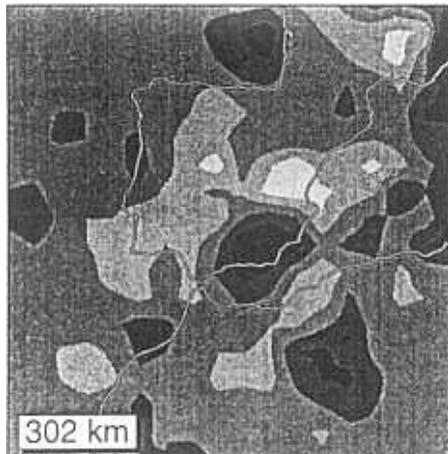
IP2: INVERSION DE DATOS

-2.0%  +2.0%

IP2: MUESTREO

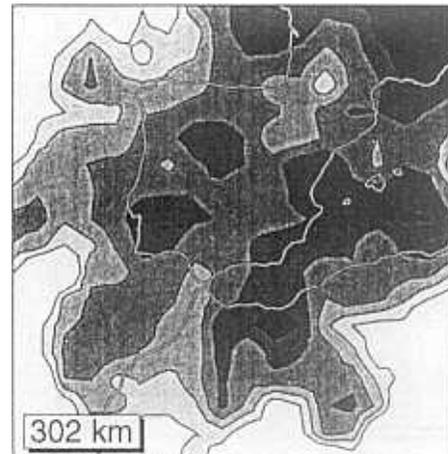
0  4

IP3: INVERSION DE DATOS



302 km

IP3: MUESTREO

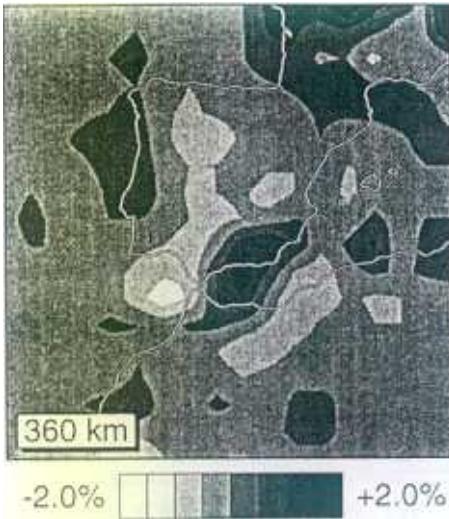


302 km

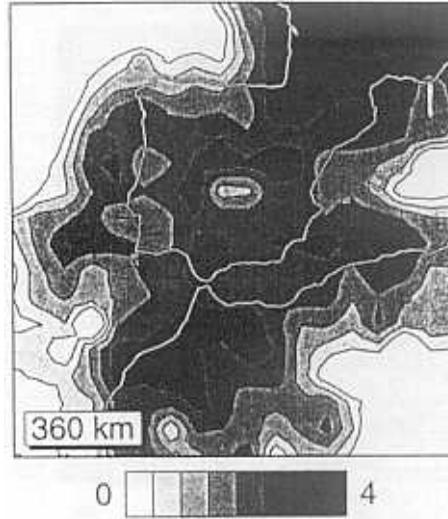
Figura 6.9 Solución y muestreo a profundidad 275 - 330 Km. (a) IP2, (b) IP3.

CAPA 8: 330 - 390 km

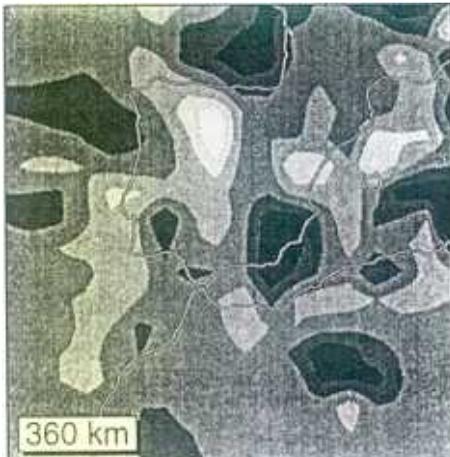
IP2: INVERSION DE DATOS



IP2: MUESTREO



IP3: INVERSION DE DATOS



IP3: MUESTREO

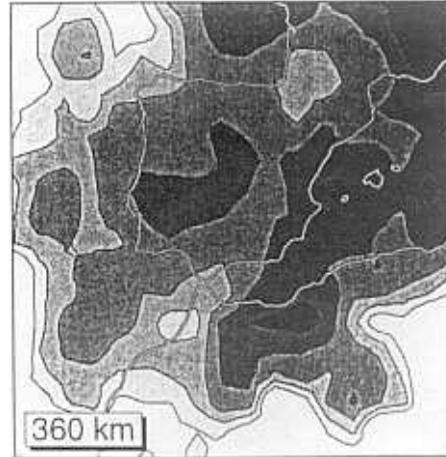
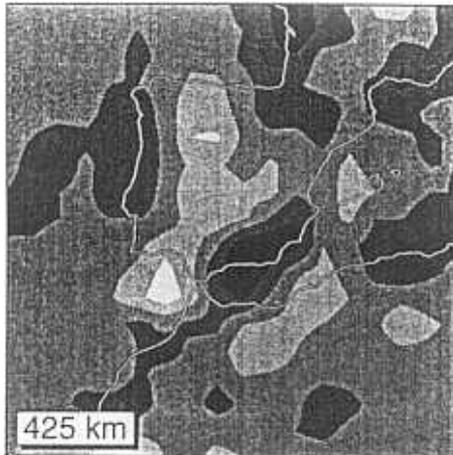


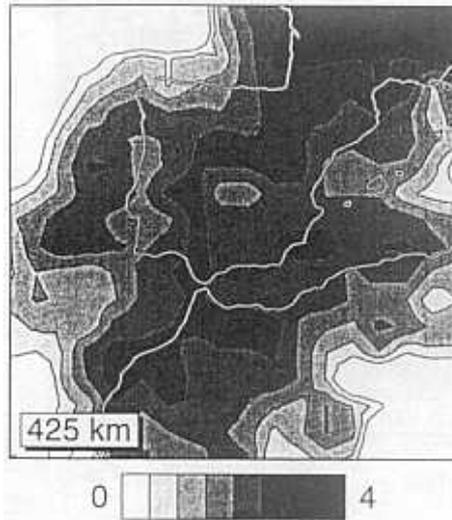
Figura 6.10 Solución y muestreo a profundidad 330 - 390 Km. (a) IP2, (b) IP3.

CAPA 9: 390 - 460 km

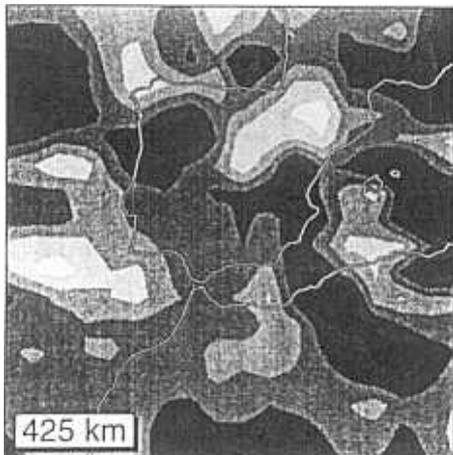
IP2: INVERSION DE DATOS



IP2: MUESTREO



IP3: INVERSION DE DATOS



IP3: MUESTREO

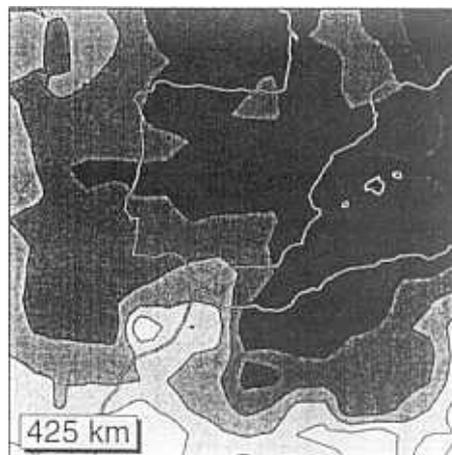
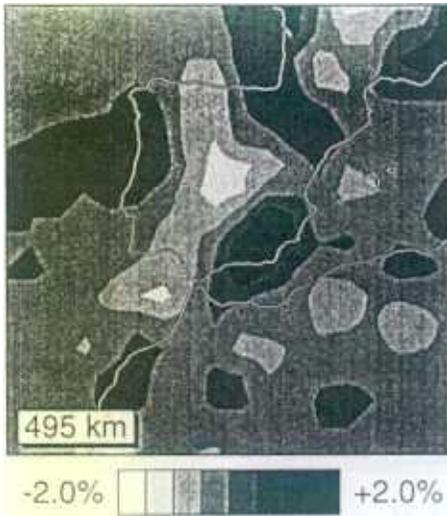


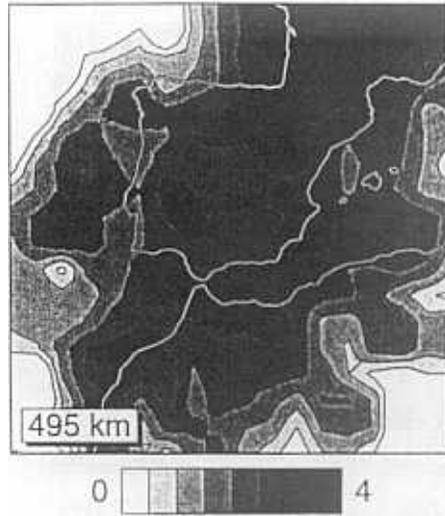
Figura 6.11 Solución y muestreo a profundidad 390 - 460 Km. (a) IP2, (b) IP3

CAPA 10: 460 - 530 km

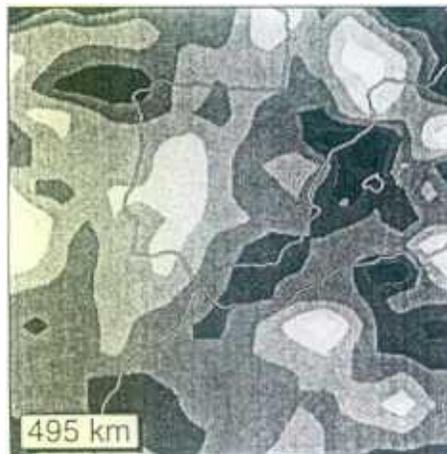
IP2: INVERSION DE DATOS



IP2: MUESTREO



IP3: INVERSION DE DATOS



IP3: MUESTREO

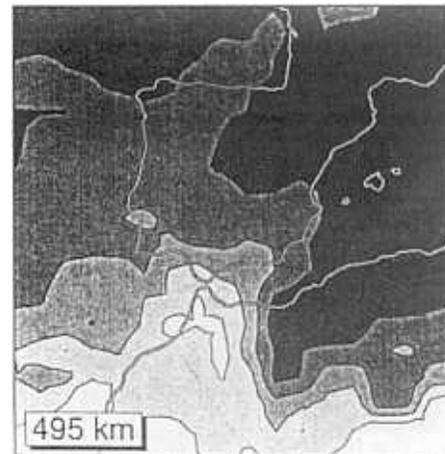
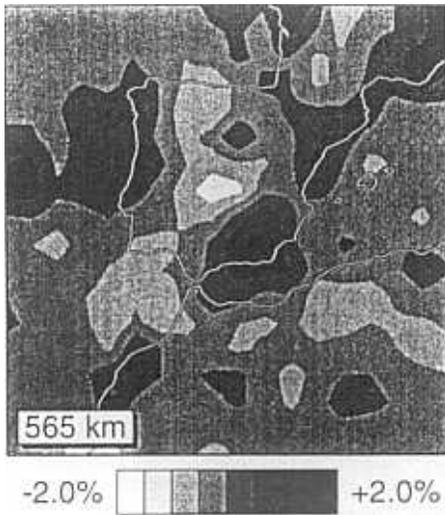


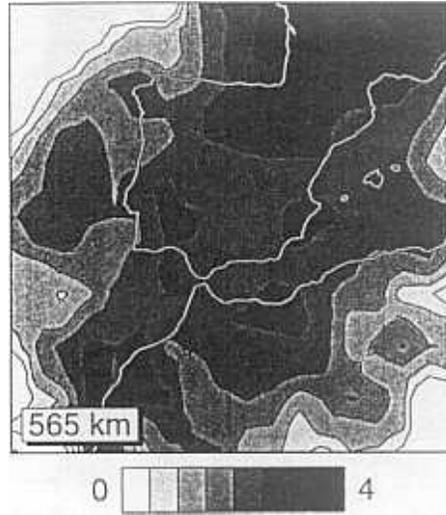
Figura 6.12 Solución y muestreo a profundidad 460 - 530 Km. (a) IP2, (b) IP3.

CAPA 11: 530 - 600 km

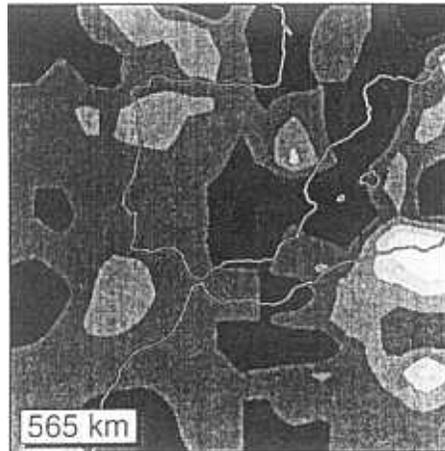
IP2: INVERSION DE DATOS



IP2: MUESTREO



IP3: INVERSION DE DATOS



IP3: MUESTREO

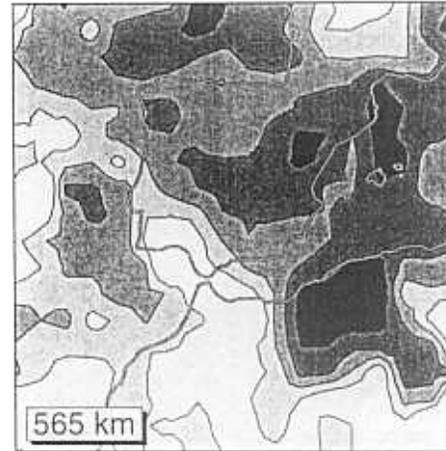
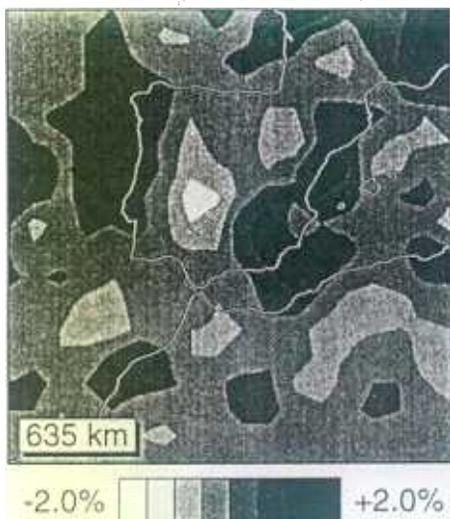


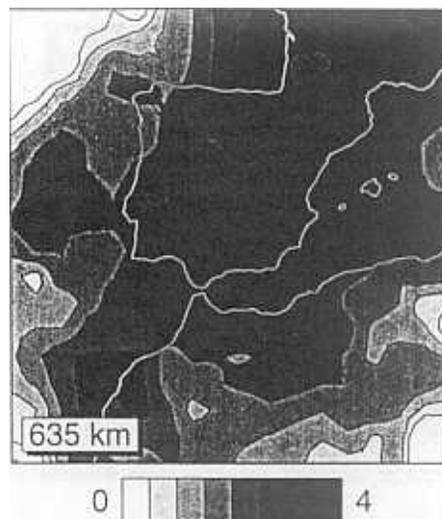
Figura 6.13 Solución y muestreo a profundidad 530 - 600 Km. (a) IP2, (b) IP3.

CAPA 12: 600 - 670 km

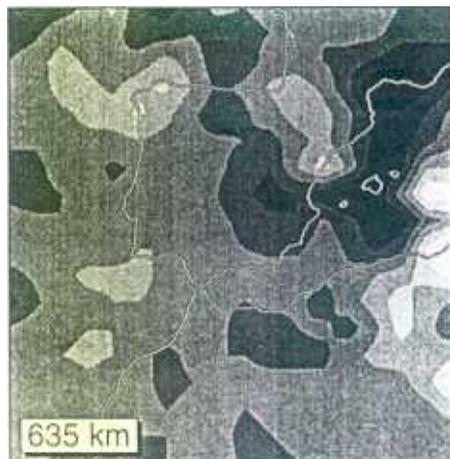
IP2: INVERSION DE DATOS



IP2: MUESTREO



IP3: INVERSION DE DATOS



IP3: MUESTREO

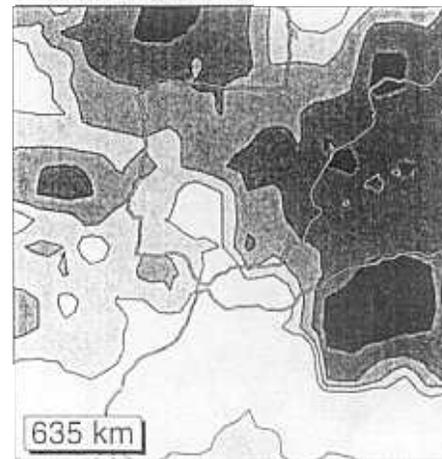
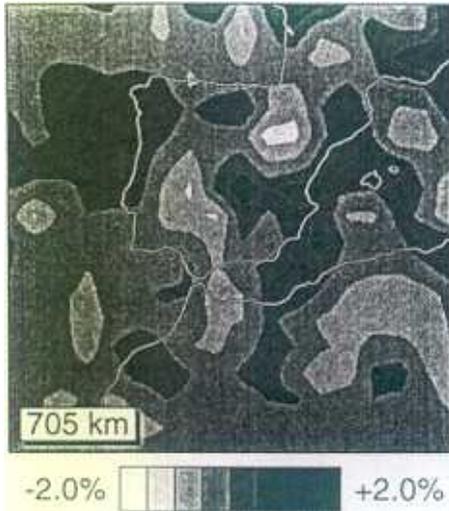


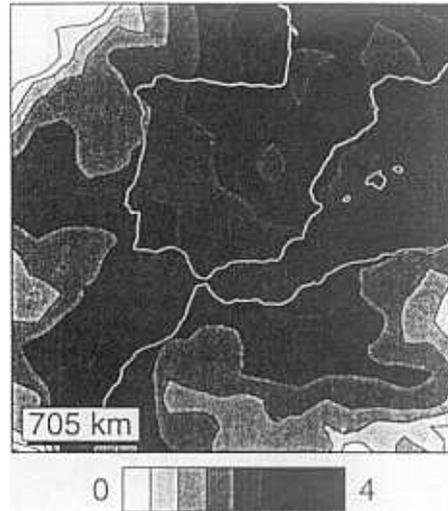
Figura 6.14 Solución y muestreo a profundidad 600 - 670 Km. (a) IP2, (b) IP3

CAPA 13: 670 - 740 km

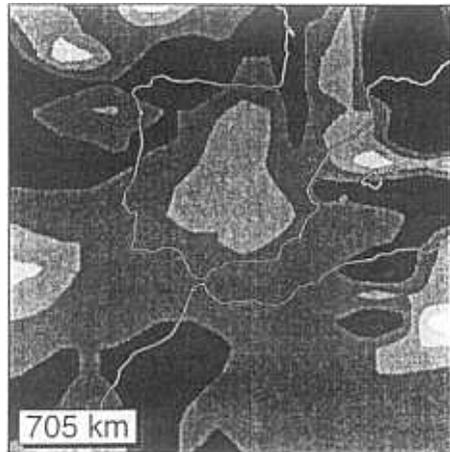
IP2: INVERSION DE DATOS



IP2: MUESTREO



IP3: INVERSION DE DATOS



IP3: MUESTREO

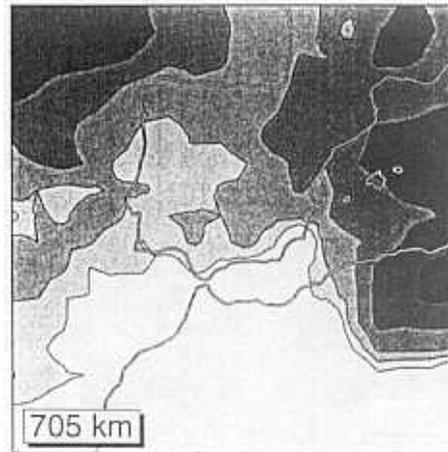
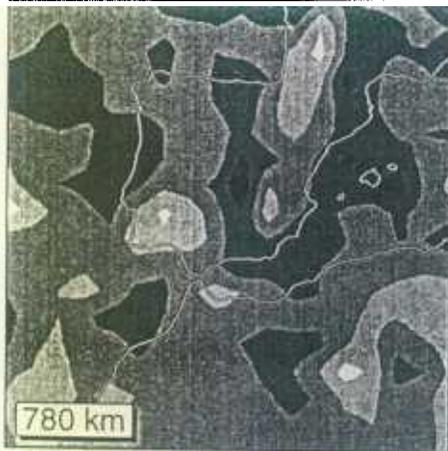
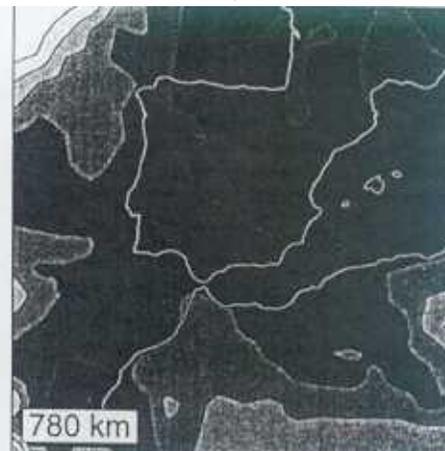


Figura 6.15 Solución y muestreo a profundidad 670 - 740 Km. (a) IP2, (b) IP3

CAPA 14: 740 - 820 km

IP2: INVERSION DE DATOS

IP2: MUESTREO

-2.0%  +2.0%0  4

P3: INVERSION DE DATOS

IP3: MUESTREO

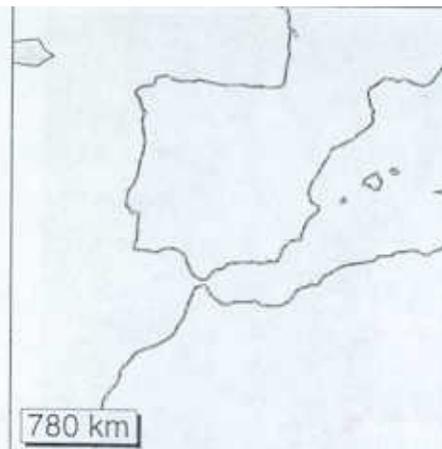
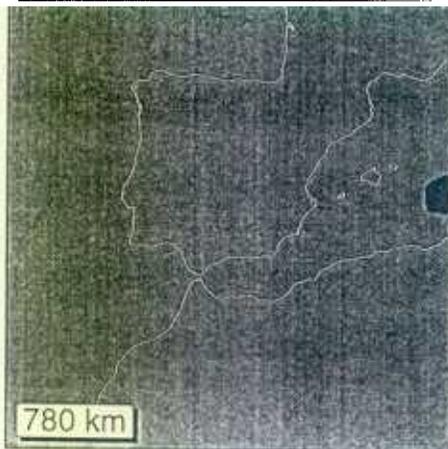
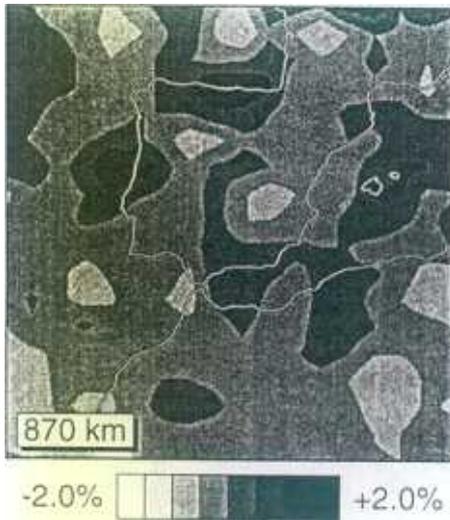


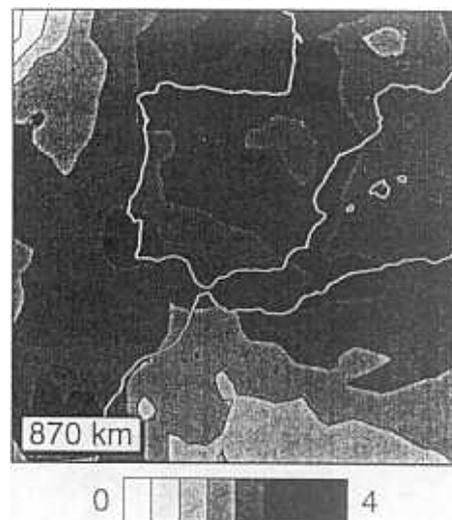
Figura 6.16 Solución y muestreo a profundidad 740 - 820 Km. (a) IP2, (b) IP3.

CAPA 15: 820 - 920 km

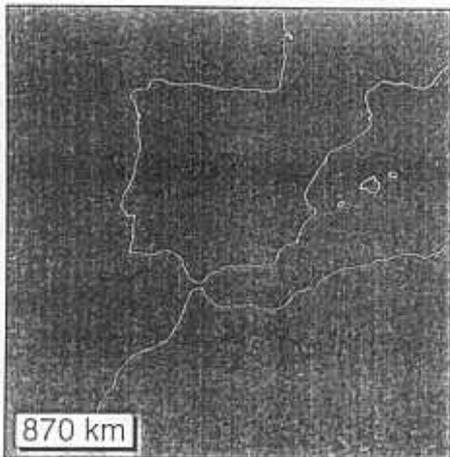
IP2: INVERSION DE DATOS



IP2: MUESTREO



IP3: INVERSION DE DATOS



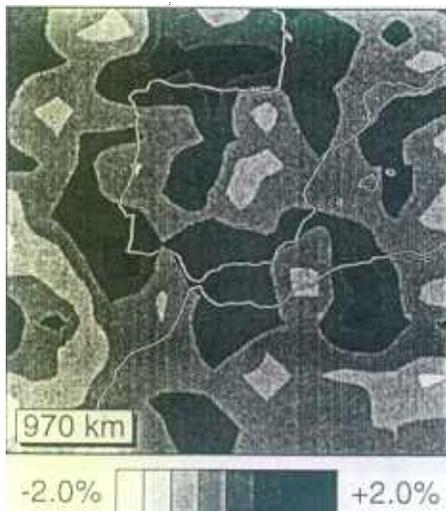
IP3: MUESTREO



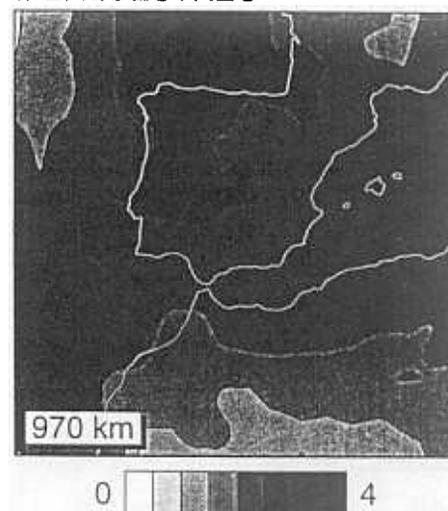
Figura 6.17 Solución y muestreo a profundidad 820 - 920 Km. (a) IP2, (b) IP3

CAPA 16: 920 - 1020 km

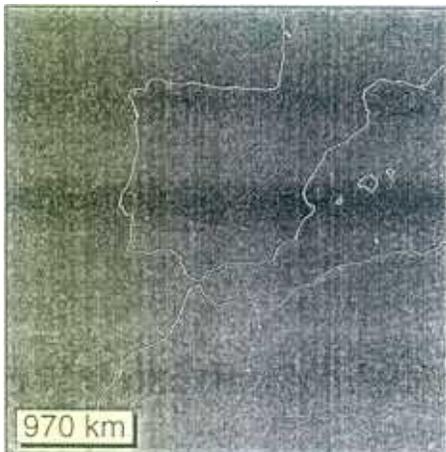
IP2: INVERSION DE DATOS



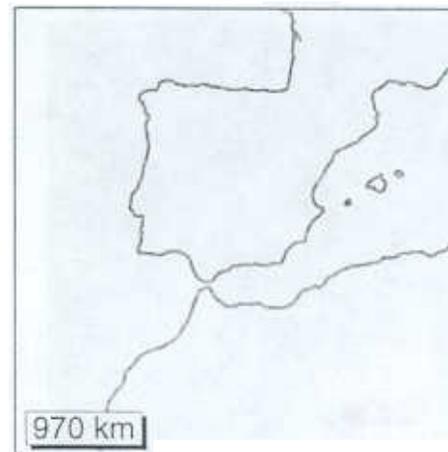
IP2: MUESTREO



IP3: INVERSION DE DATOS

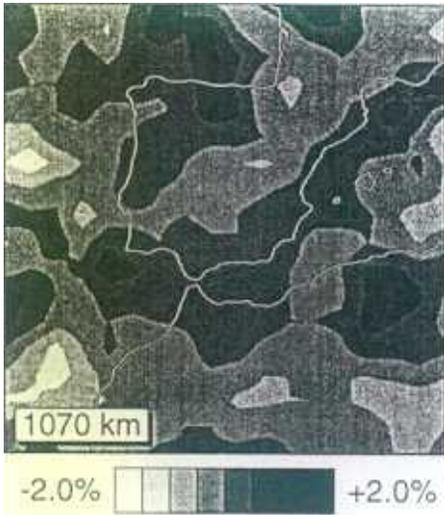


IP3: MUESTREO

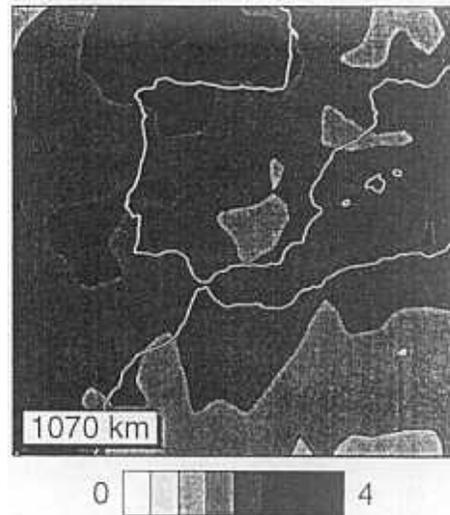
**Figura 6.18** Solución y muestreo a profundidad 920 - 1020 Km. (a) IP2, (b) IP3

CAPA 17: 1020 - 1120 km

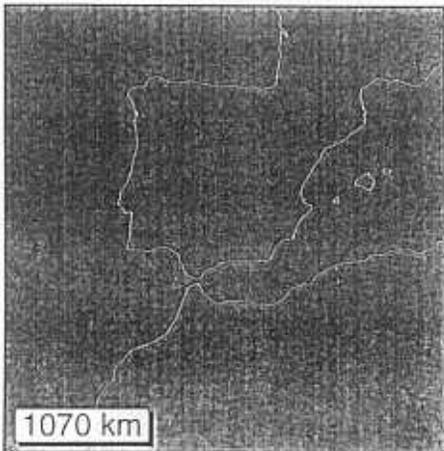
IP2: INVERSION DE DATOS



IP2: MUESTREO



IP3: INVERSION DE DATOS



IP3: MUESTREO

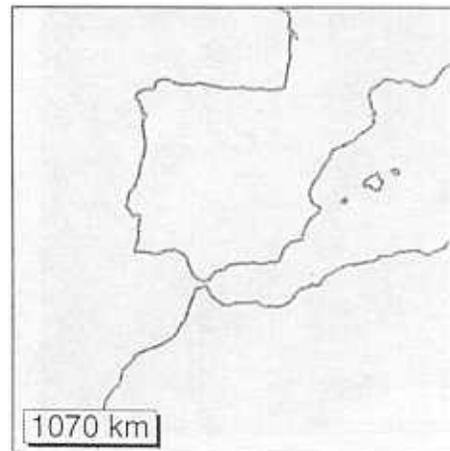
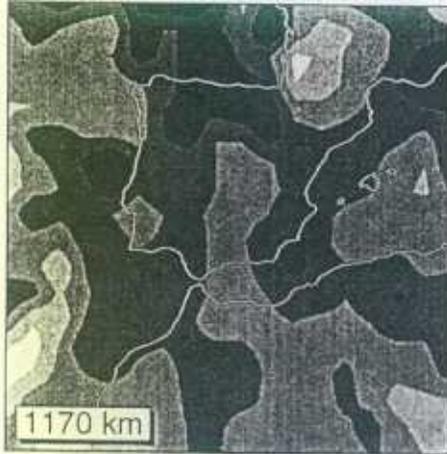


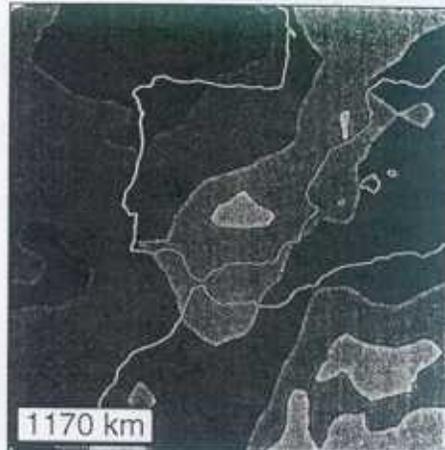
Figura 6.19 Solución y muestreo a profundidad 1020 - 1120 Km. (a) IP2, (b) IP3

CAPA 18: 1120 - 1220 km

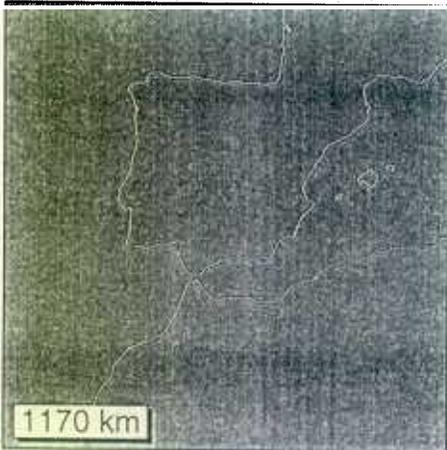
IP2: INVERSION DE DATOS



IP2: MUESTREO



IP3: INVERSION DE DATOS



IP3: MUESTREO

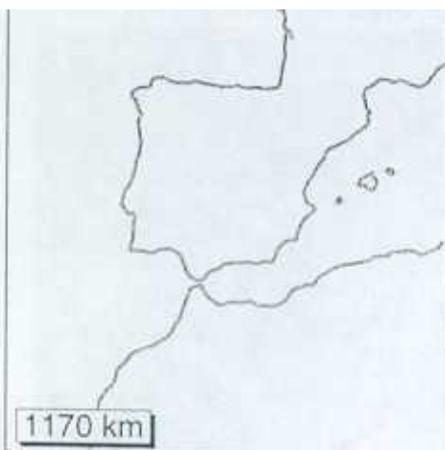
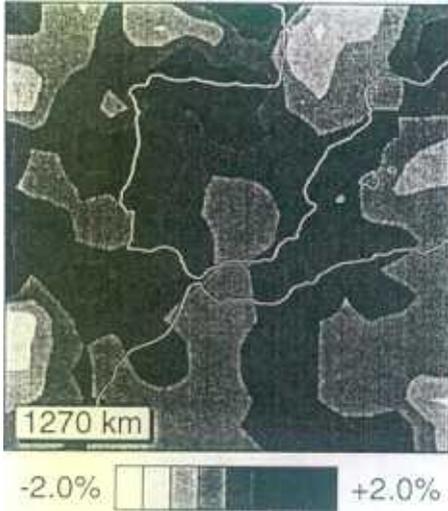


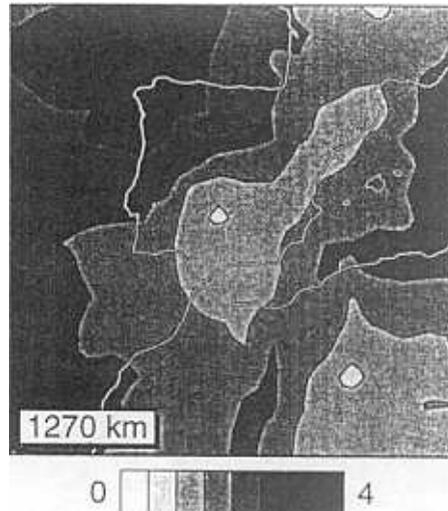
Figura 6.20 Solución y muestreo a profundidad 1120 - 1220 Km. (a) IP2, (b) IP3.

CAPA 19: 1220 - 1320 km

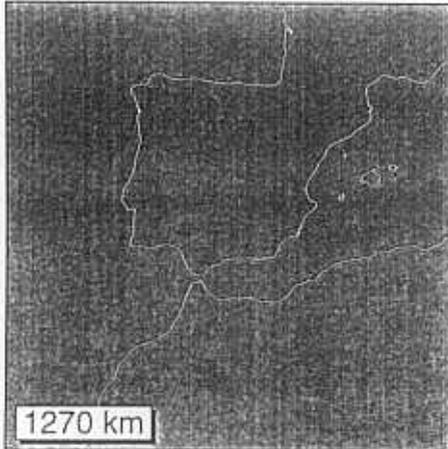
IP2: INVERSION DE DATOS



IP2: MUESTREO



IP3: INVERSION DE DATOS



IP3: MUESTREO

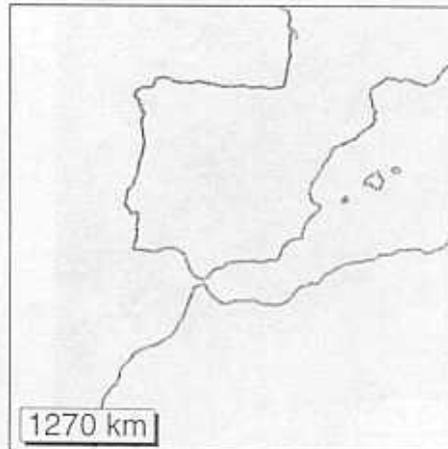
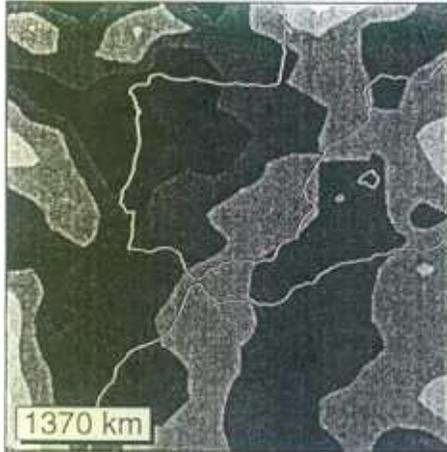


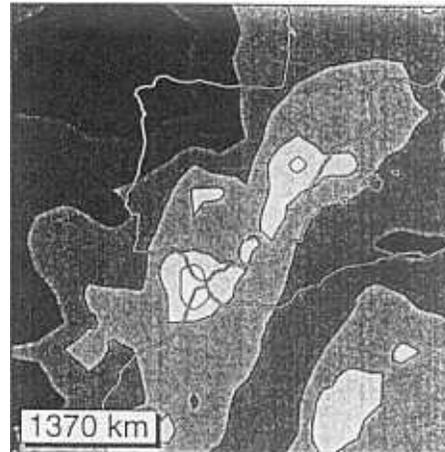
Figura 6.21 Solución y muestreo a profundidad 1220 - 1320 Km. (a) IP2, (b) IP3.

CAPA 20: 1320 - 1420 km

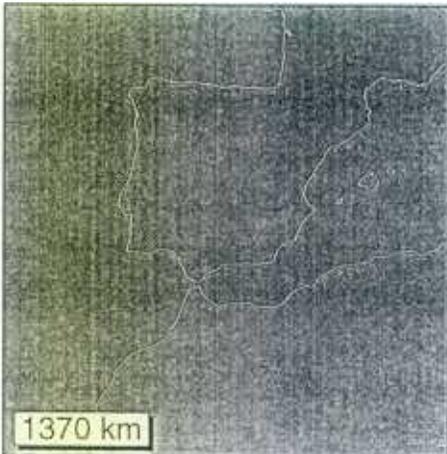
IP2: INVERSION DE DATOS



IP2: MUESTREO



IP3: INVERSION DE DATOS



IP3: MUESTREO

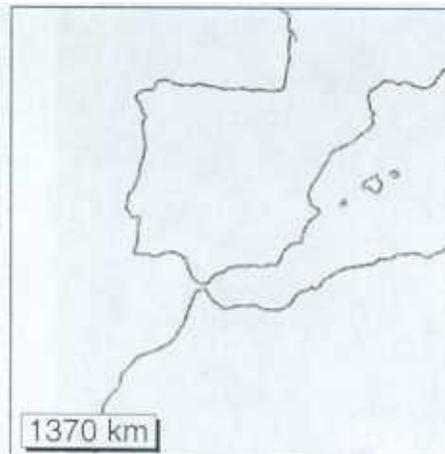


Figura 6.22 Solución y muestreo a profundidad 1320 - 1420 Km. (a) IP2, (b) IP3.

En las figuras anteriores (6.3 a 6.22) observamos que aparece claramente la anomalía positiva buscada, tanto en la solución IP2 (extendiéndose en profundidad desde la capa 5 a 11, profundidades de 170 a 600 Km., Figuras 6.7, 6.8, 6.9, 6.10, 6.11, 6.12, 6.13), como en IP3 (desde la capa número 5 a la 8, profundidad entre 170 y 390 Km., Figuras 6.7, 6.8, 6.9, 6.10), aunque, como ya habíamos comentado anteriormente, con las diferencias esperables de forma, consecuencia de las diferentes iluminaciones.

Por tanto, podemos asegurar la existencia de una anomalía positiva de gran tamaño, bajo las Béticas y mar de Alborán. Su amplitud (en contraste de velocidad) todavía ha de ser confirmada, pudiendo ser interpretada como la imagen de una posible capa de subducción.

En cuanto a las altas velocidades que se obtenían en IP1 en la esquina NE del modelo a profundidades en las capas 2, 4, 5, 6, 7, 9, 11, 12, 13, vemos que con la incidencia vertical de IP2 (iluminación telesísmica) no aparecen. Por tanto, no podemos asegurar que esta anomalía positiva no sea debida a un problema asociado a los bordes del modelo.

El área que figuraba en IP1 con bajas velocidades en torno a los Pirineos en la litosfera, aparece también en IP3 con una gran amplitud y forma similar, y muy amortiguada en IP2 (como es lógico por la incidencia prácticamente vertical, que implica una muy baja resolución en esta dirección).

La última anomalía de interés en IP1 que vamos a revisar, es el área de baja velocidad situada sobre la anomalía positiva en el SE peninsular. Mantiene clara su definición en IP3, y aparece muy desdibujada en IP2 (poco nítida en extensión y amplitud). Por tanto, al figurar tanto en IP1, como en IP2 e IP3, se confirma por tanto la existencia de una anomalía negativa en la vertical sobre la anomalía positiva en esta zona, aunque sus características estén pobremente definidas.

Tanto al conjunto IP2, como al IP3, les aplicamos los tests de celda-spike y bloques, para comprobar su poder de resolución, obteniéndose, como era de esperar que el poder de resolución del conjunto:

- IP2 es:

- en el manto inferior ligeramente superior a la obtenida con el conjunto de datos IP1.

- inferior a la de IP1 en el manto superior, puesto que la incidencia es prácticamente vertical, disminuyendo el poder de resolución en esta dirección ya que el recorrido de los rayos dentro del modelo de celdas es mínimo en sentido vertical.

- IP3 es:

- muy inferior a la de IP1 en el manto inferior, como era de esperar por las distancias epicentrales incluidas en este conjunto.

- ligeramente superior en el manto superior a IP1, particularidad también predecible, pues hemos evitado la inconsistencia que pudieran introducir los rayos telesísmicos.

Por tanto podemos decir que la resolución obtenida con el conjunto total de datos (IP1) es un promedio de las obtenidas mediante los subconjuntos (IP2 e IP3): ligeramente inferior en la parte más superior e inferior del manto, pero superior a profundidades medias del modelo.

6.3 DISEÑO Y APLICACIÓN DE TESTS DE CAPA SINTÉTICA.

En los apartados anteriores hemos demostrado que la anomalía positiva encontrada bajo las Béticas y mar de Alborán, no podía ser la imagen de una heterogeneidad que estuviese situada fuera del modelo de celdas, y que por problemas de contorno se trasladara a su interior. Ahora vamos a abordar el problema de demostrar la existencia de tal anomalía desde otro punto de vista, que nos permita analizar, simultáneamente, la veracidad de la amplitud de anomalía obtenida:

Si una anomalía con las mismas características (situación, tamaño y amplitud) de la obtenida con el conjunto de datos IP1 y que hemos denominado anomalía de "capa", existe, ¿podríamos "observarla" con la iluminación disponible y la metodología utilizada?

Para poder contestar a esta pregunta, hemos de diseñar varios modelos sintéticos que simulen adecuadamente la anomalía positiva obtenida con el conjunto IP1, y que denominaremos tests de capa sintética.

Las características que han de tener en común todos los modelos, son las siguientes:

- valor del contraste de anomalía de velocidad: en el centro de la anomalía será de un +2% respecto al modelo de distribución de velocidad PM2 a cada profundidad, disminuyendo gradualmente hasta un 0% en los bordes.

- **extensión en profundidad:** desde 200 a 700 Km..
- **tendencia:** acimut aproximado de 35°.
- **extensión horizontal:** longitudinal 650 Km., transversal 275 Km.

En primer lugar, resolvemos el problema directo del cálculo de los residuos que se obtendrían muestreando esta anomalía sintética positiva, con los mismos rayos utilizados en la inversión de los datos reales (es el mismo procedimiento utilizado tanto en el test de celda-spike, como en el de bloques). Al vector de residuos de este modo obtenido, le sumamos otro vector cuyas componentes están definidas por una distribución gaussiana con características similares a la del ruido real de los residuos. Después de realizar la inversión de los "residuos ruidosos", calculamos el tanto por ciento del ajuste a los datos del modelo del problema directo.

Para poder analizar las resoluciones de los distintos subconjuntos de datos construidos, definimos varios tests de capa sintética, atendiendo a las distancias epicentrales incluidas y al nivel de ruido añadido.

Las características de los diferentes tests se especifican en la Tabla (6.1), así como el ajuste obtenido.

NOMBRE	DIST. EPICENTRAL	SEÑAL/RUIDO	AJUSTE
SYN0	0° - 90°	0%	60%
SYN1	0° - 90°	15%	4%
SYN2	0° - 30°	15%	4%

Tabla 6.1 Nombre de los tests diseñados en función de la distancia epicentral, y el nivel de ruido añadido, especificando el tanto por ciento de ajuste obtenido en la inversión mediante LSQR después de 20 iteraciones.

Este tipo de test, también nos permitirá ver si es posible confirmar la prolongación de la capa de subducción por debajo de la discontinuidad a los 670 Km. de profundidad, proporcionando información sobre la existencia y evolución de un manto estratificado (Jordan, 1977; Richter 1979; Davies, 1984; Silver *et al.*, 1988).

Los resultados obtenidos para las distintas capas del modelo de celdas mediante

SYN1 (con una relación señal/ruido muy próxima a la realidad) se muestran en la Figura (6.23), por claridad de la representación:

- se ha limitado la escala de anomalías representadas a prácticamente valores positivos (sólo representamos a partir de la amplitud de anomalía de velocidad con valor -0.5% , hasta $+1.5\%$), dado que es una anomalía con este signo la que queremos analizar.
- se ha representado con trazo grueso blanco el emplazamiento de la anomalía introducida en el test, lo cual permite una mejor interpretación de los resultados.
- la interpolación realizada de los valores de anomalía de velocidad obtenidos, es la misma utilizada para representar las soluciones obtenidas por inversión de datos reales (IP1, IP2, IP3).

En la Figura (6.23) se observan además de la anomalía sintética introducida en el modelo, otras "estructuras" causadas por fallos de resolución (Blanco y Spakman, 1993), como por ejemplo vemos una clara prolongación de la anomalía sintética al manto inferior (penetrando en la capa centrada en 705 Km. de profundidad), lo que imposibilita la confirmación de la penetración de la capa de subducción, más allá de la profundidad de 670 Km., por no poder confiar en la resolución vertical obtenida en estas profundidades.

De esta misma figura, en la que se representa el caso más desfavorable en cuanto a ajuste de los datos (Tabla 6.1), se puede concluir que la anomalía positiva sintética, similar a la obtenida en la inversión real cuya existencia queremos demostrar, se resuelve con bastante nitidez, sobre todo su núcleo (parte central) en la que la amplitud de la anomalía de velocidad introducida es máxima ($+2\%$), recuperándose hasta el valor 1.5% .

Una mejor visión del poder de resolución del muestreo empleado en la resolución de estos tests sintéticos de capa, se puede obtener mostrando los resultados en perfiles verticales tanto a lo largo de la capa, como transversalmente a ella. En la Figura (6.24) mostramos estos dos cortes en los tres tests realizados (SYN0, SYN1 y SYN2), apareciendo los bordes de la anomalía sintética introducida dibujados mediante una gruesa línea blanca, facilitando así la interpretación de las secciones (en la parte superior de la figura se muestra la línea del perfil sobre el mapa de la zona, así como la sismicidad mas relevante y las unidades geológicas principales).

Incluso en el caso en el que no se ha añadido a los datos obtenidos del problema directo ningún tipo de ruido (SYN0) se observan problemas claros de resolución, que producen anomalías ficticias fuera de la "capa".

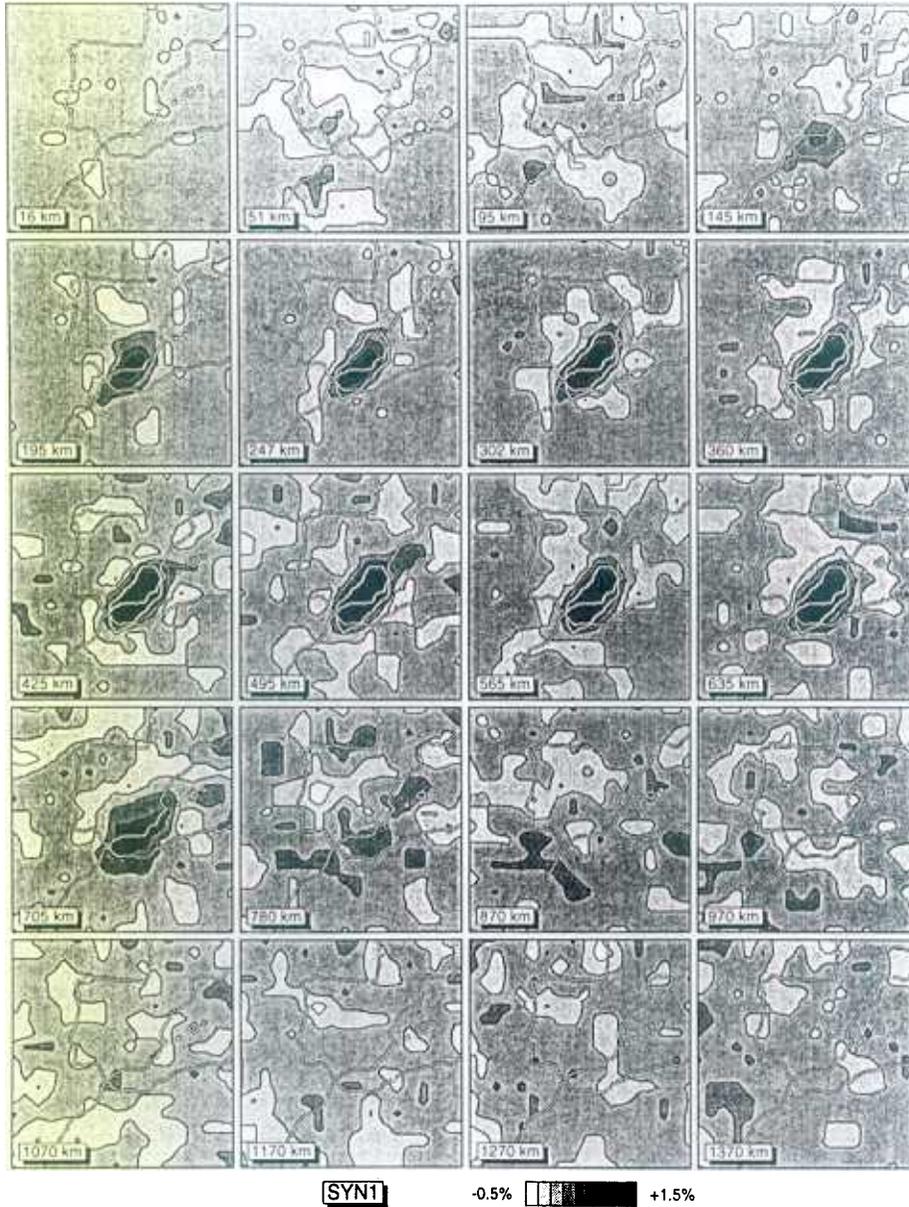


Figura 6.23 Resultados en cada capa del modelo, obtenidos en el test de capa sintética SYN1; incluimos las distancias epicentrales 0° - 90° , añadiendo un ruido gaussiano que nos proporciona una razón señal/ruido del 15%, obteniéndose un ajuste de los datos de 4%.

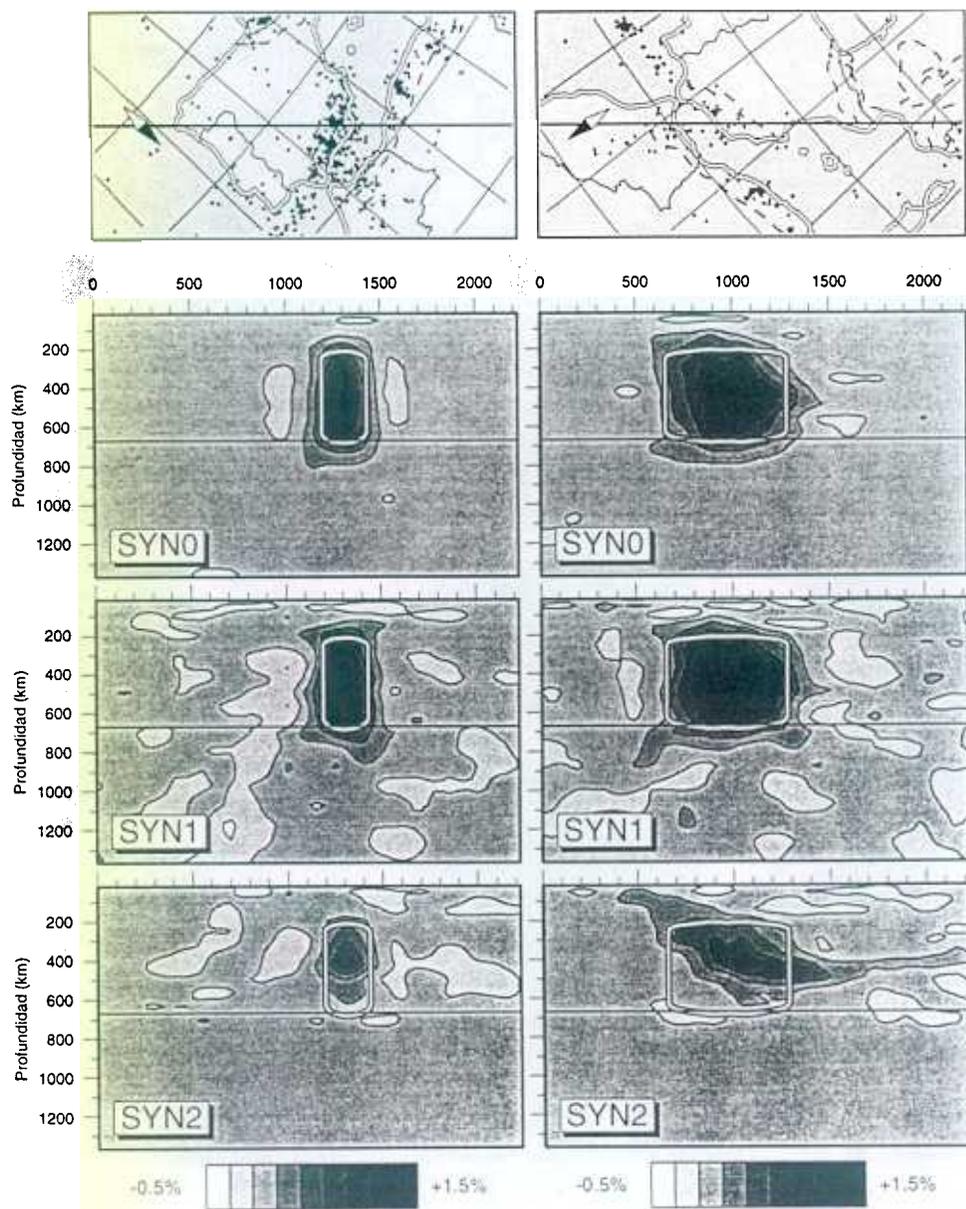


Figura 6.24 Perfiles verticales a través de los tests de capa sintética SYNO, SYN1 SYN2. La anomalía sintética introducida se representa mediante una gruesa línea blanca.

Comparando los resultados de los tests que más se acercan a la realidad por el nivel de ruido introducido en sus datos (SYN1, SYN2), vemos que los residuos asociados a distancias epicentrales menores (SYN2) reproducen mejor la parte superior de la anomalía.

Resulta interesante comparar los resultados de SYN1 en la capa centrada en 51 Km. (Figura 6.23), con los de IP1 a la misma profundidad (Figura 5.10). Vemos que en la zona de los Pirineos aparece en IP1 una anomalía claramente negativa, justo donde en SYN1 figuran dos "manchas" con anomalía negativa. Por tanto, no podemos saber si realmente la anomalía negativa existe (como se podría deducir de la buena resolución que indican tanto el test de celda-spike, como el de bloques para esta zona y profundidad), o es un problema de resolución.

También resulta interesante intentar analizar en más detalle la anomalía negativa que aparecía en IP1 e IP3 en la capa centrada en 145 Km. (Figuras 5.12 y 6.6 respectivamente), justo sobre la anomalía de la capa de subducción, pues los tests de capa sintética (SYN1 por ejemplo en la Figura 6.23) parecen indicar que en esta zona y para esa profundidad, los problemas de resolución tienden a crear, en todo caso, anomalías ligeramente positivas, nunca negativas.

Siguiendo el esquema planteado en este capítulo, hemos de intentar dar respuesta a la siguiente pregunta:

¿Qué poder de resolver la distribución de velocidad sobre la anomalía de "capa" situada bajo las Béticas y mar de Alborán tienen los residuos empleados?

De nuevo la contestación a esta pregunta pasa por el diseño de varios tests, en este caso comprenderán tanto la anomalía de "capa" positiva, como diversas posibles distribuciones de velocidad sobre esta anomalía.

Los modelos sintéticos a través de los cuales se calculan los residuos que se obtendrían utilizando todos los rayos empleados en el cálculo de la solución real IP1, tienen las siguientes características:

- SYN4: modelo con litosfera con anomalía de velocidad positiva (+2% respecto al modelo de distribución de velocidad PM2) hasta los 70 Km., desde esta profundidad hasta 220 Km. situamos una capa de baja velocidad (-2% respecto a PM2), y a partir de este punto, el modelo es el mismo creado para el test de capa sintética (de 220 Km. a 700 Km. anomalía de valor máximo +2%), Figura (6.25).

- SYN5: En este caso la litosfera tiene mayor espesor (0-120 Km.) pero conserva la misma anomalía positiva de velocidad (+2%). El resto del modelo es el mismo que en el caso anterior, es decir, una capa de baja velocidad (-2%) desde 120 Km. hasta 220 Km., sobre la anomalía positiva que simula la capa utilizada en los tests anteriores, Figura (6.26).
- SYN6: Para el último modelo sintético, "creamos" una anomalía positiva desde la superficie hasta los 670 Km. de profundidad con una amplitud de + 2%, rodeada en su parte superior por una litosfera y astenosfera de baja velocidad (-1%) también desde la superficie hasta la profundidad de 220 Km. extendiéndose a toda la península Ibérica, Figura (6.27).

En todos los casos añadimos a los residuos obtenidos del problema directo como en todos los tests de resolución que hemos diseñado hasta ahora, un ruido de distribución normal con desviación estándar de 0.5s..

Los resultados proporcionados por estos tres tests se muestran en cortes horizontales en las Figuras (6.25, 6.26 y 6.27), en estos tests vemos que las anomalías ligeramente negativas que se situaban al Este y Oeste de la anomalía positiva del SE peninsular, aparecen incluso cuando sólo introducimos anomalías positivas. Por tanto, podemos concluir, que estas bandas de anomalías positivas se deban probablemente a problemas de resolución por la iluminación dada al modelo de bloques.

Una interpretación más detallada se puede hacer centrándonos en los perfiles verticales (Figura 6.28), siguiendo las dos mismas líneas (longitudinal y transversal a la anomalía encontrada en la inversión de datos reales) utilizadas en los tests anteriores. Las anomalías se representan con la misma gradación que los perfiles de la Figura (6.24), y también representamos superpuestas a las soluciones obtenidas, los bordes de las anomalías introducidas en cada test.

De la Figura (6.28) podemos concluir, que incluso en el caso de que la capa de baja velocidad que se encuentre sobre la anomalía positiva sea de pequeño espesor (tan sólo 100 Km. en SYN5), la iluminación disponible y la metodología empleada permiten resolver con satisfacción esta capa de baja velocidad (aunque observamos un discreto difuminado de las anomalías positivas que la circundan en este último caso, este hecho no ocurre para una capa de baja velocidad de mayor espesor como la simulada en SYN4, de 150Km.).

Hemos introducido el test SYN6 para demostrar que la resolución obtenida es suficiente para recuperar por inversión incluso una anomalía positiva que se extendiera desde la superficie hasta 700 Km. de profundidad rodeada en sus

primeros 220 Km. por anomalías negativas. Por tanto, podemos concluir que las bajas velocidades obtenidas en la inversión real IP1 no pueden originarse por un efecto de difuminado o promediado de otras anomalías negativas próximas, si no que **realmente existen bajas velocidades sobre la anomalía positiva del SE peninsular.**

Los perfiles verticales obtenidos en SYN4, SYN5 y SYN6 a profundidades mayores que 200 Km., son muy similares al perfil a través de SYN1 (Figura 6.24), indicando que las anomalías de gran tamaño situadas en el sistema litosfera-astenosfera en la zona de las Béticas y mar de Alborán, se pueden resolver de forma completamente independiente de las estructuras que pudieran existir en la parte inferior del manto superior (aunque exista un ligero difuminado de las estructuras en las direcciones privilegiadas de iluminación).

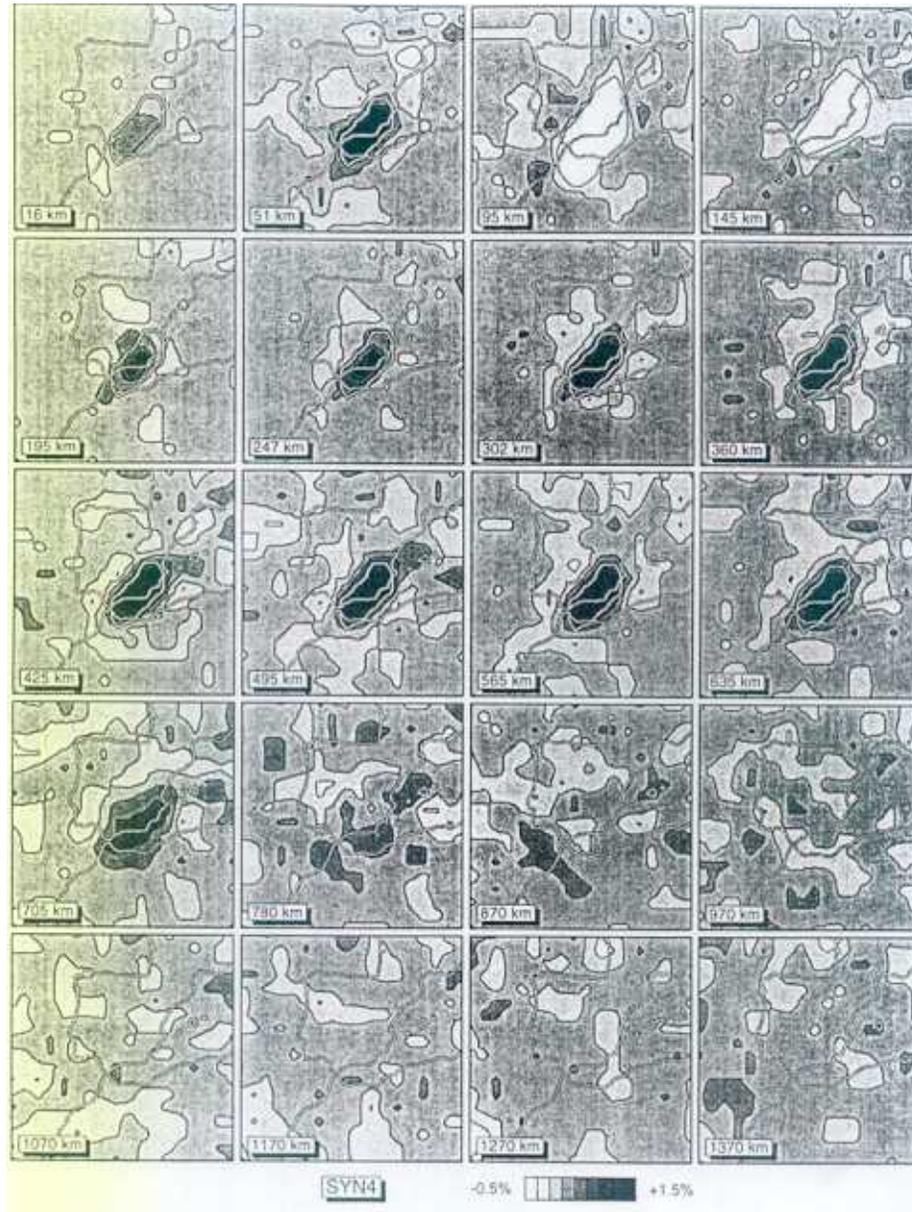


Figura 6.25 Resultados en cada capa del modelo, obtenidos en el test de capa sintética SYN4 en el que la litosfera tiene un espesor de 70 Km. y anomalía de +2%, una capa de baja velocidad (-2%) hasta 220 Km. y luego la anomalía positiva encontrada con la solución IP1.

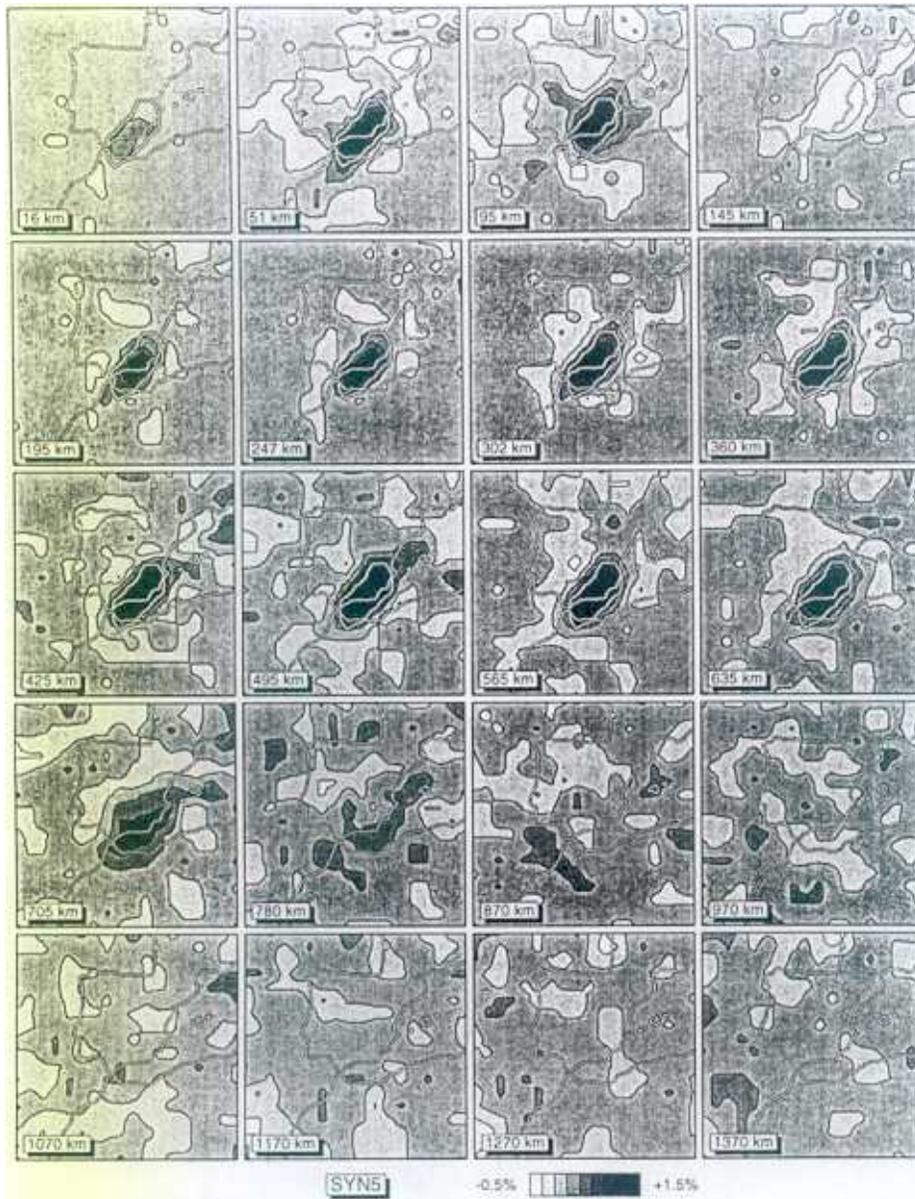


Figura 6.26 Resultados en cada capa del modelo, obtenidos en el test de capa sintética SYN5 en el que la litosfera tiene un espesor de 120 Km. y anomalía de +2%, una capa de baja velocidad (-2%) hasta 220 Km, y luego la anomalía positiva encontrada con la solución IP1.

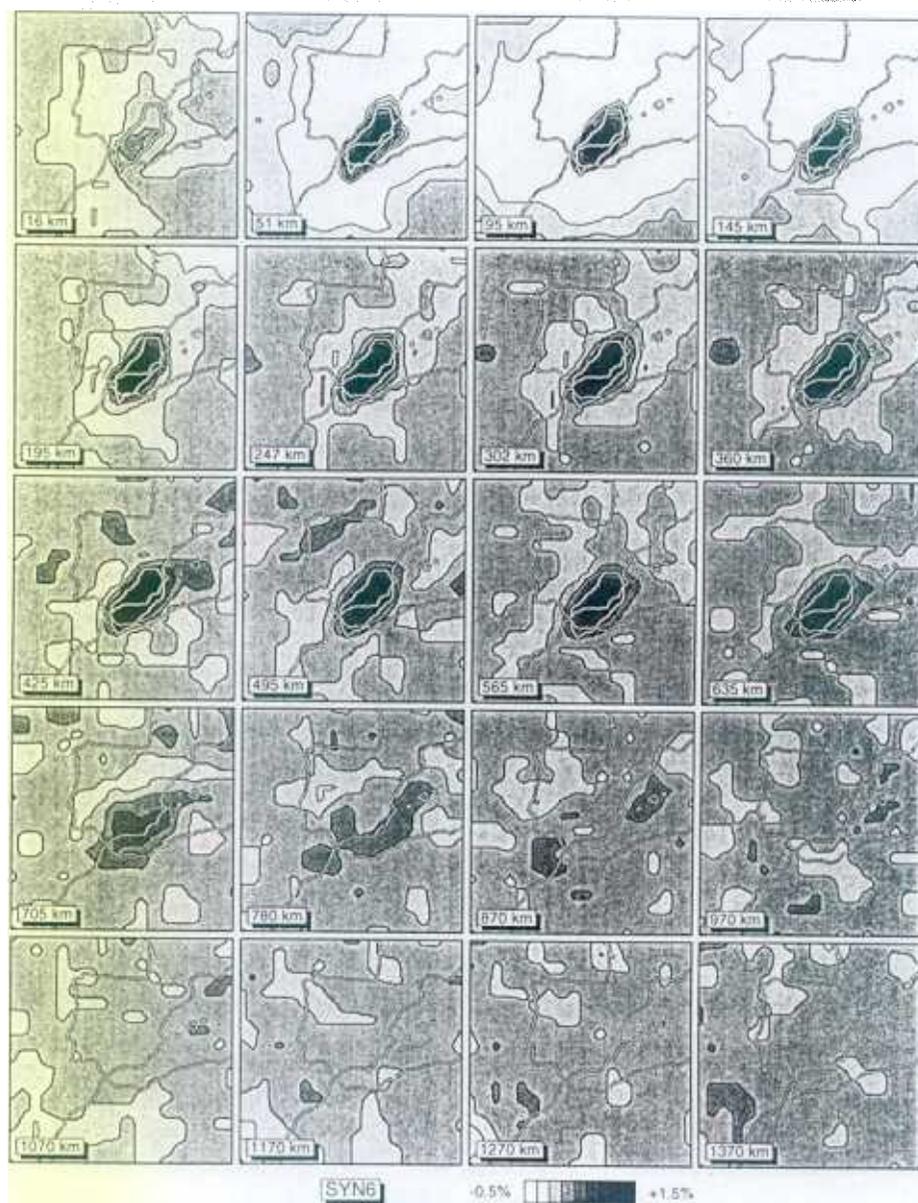


Figura 6.27 Resultados en cada capa del modelo, obtenidos en el test de capa sintética SYN6 en el que la anomalía positiva similar a la obtenida con IP1, se extiende desde 0 a 670 Km., rodeada por un anillo de velocidad positiva (+ 1%) con espesor de 220 Km.

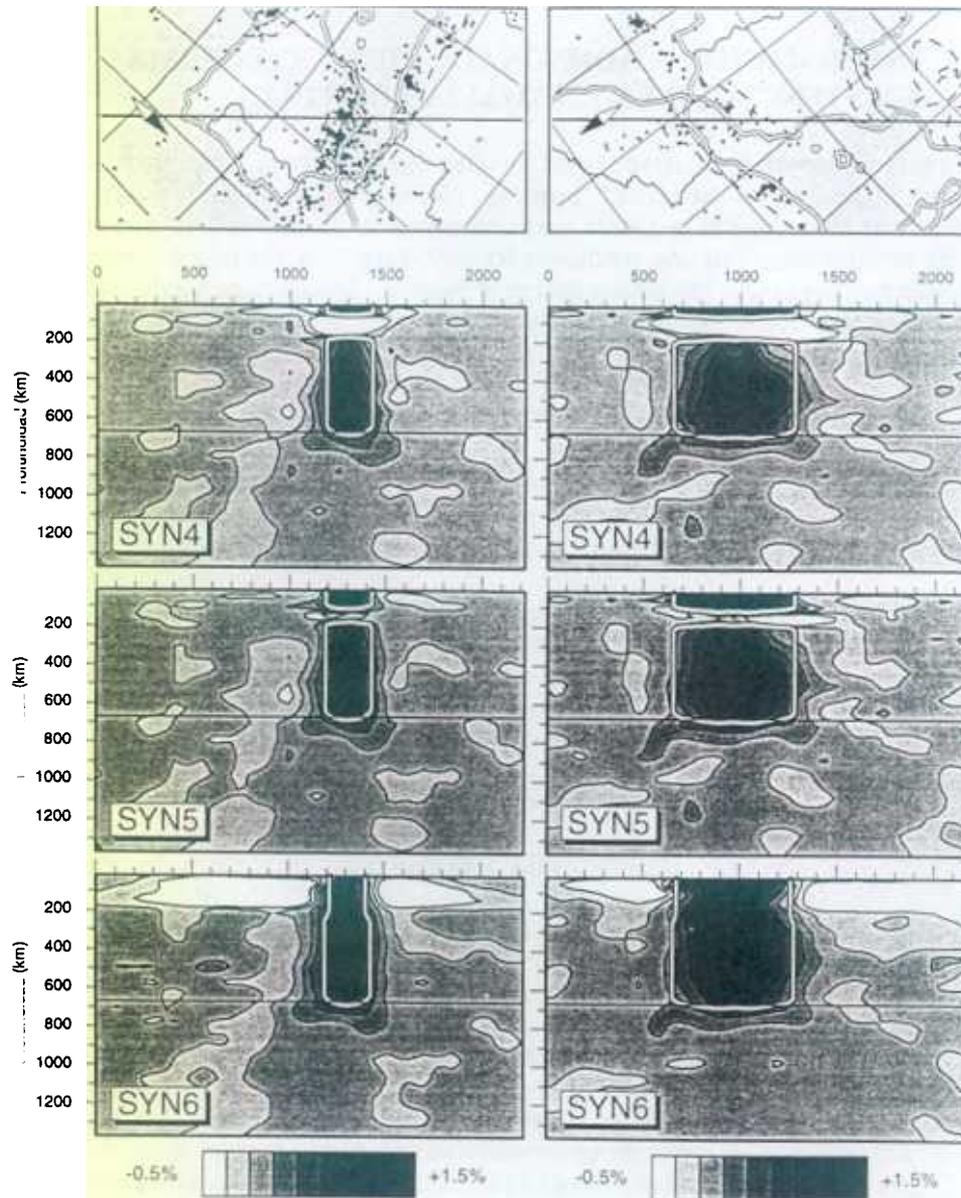


Figura 6.28 Perfiles verticales a través de los tests diseñados para comprobar el poder de resolución de la capa de baja velocidad observada en IP1 sobre la capa de subducción: SYN4, SYN5 y SYN6.

6.4 INFORMACIÓN ADICIONAL QUE CONFIRMA LA EXISTENCIA DE LA ANOMALÍA POSITIVA.

Ahora que ya hemos demostrado la existencia bajo las Béticas y mar de Alborán de una anomalía de velocidad positiva (+2% respecto del modelo 1D denominado PM2) que se extiende aproximadamente desde los 200 a los 700 Km. de profundidad, con una tendencia NE-SW, coronada por una anomalía de velocidad negativa (-2% también respecto al modelo 1D PM2, aunque de espesor no determinado con seguridad), tenemos que ver qué información disponible corrobora tal existencia.

6.4.1 SISMICIDAD DEL ÁREA PENINSULAR.

Para estudiar la sismicidad en la denominada área íbero-mogrebí (Mezcua y Udías, 1991), que comprende la zona analizada en este trabajo, podemos clasificar los terremotos atendiendo a su profundidad hipocentral, dividiéndolos en:

- 1.- **SUPERFICIALES** ($0 < z < 30$ Km.): los sismos pertenecientes a este grupo se concentran principalmente al sur de la Península Ibérica, más concretamente, en la región de deformación que define el contacto entre las placas euroasiática y africana. Las dos características fundamentales de esta sismicidad (Bufo *et al.*, 1991) son:

- + actividad sísmica continua de baja magnitud ($M \leq 4.5$).
- + grandes terremotos ($M > 6$) muy distanciados temporalmente.

Los mecanismos focales dentro de esta clase, muestran un gran variedad, asociados a los esfuerzos compresivos regionales en dirección NNW-SSE debidos a la colisión entre las placas euroasiática y africana.

- 2.- **INTERMEDIOS** ($30 < z < 150$ Km.): los terremotos de esta categoría no son frecuentes, y presentan una distribución espacial en forma de arco (Bufo *et al.*, 1991) en la zona Granada-Málaga al este del mar de Alborán. Una característica interesante de esta sismicidad, es que la profundidad máxima alcanzada es de 130 Km. (el error máximo cometido en el cálculo de la profundidad en el proceso de localización hipocentral, es de 15 Km.). Los mecanismos focales tienen algunos rasgos comunes como son:

- + un plano prácticamente vertical en dirección NE-SW ó E-W.
- + un eje de presión con inclinación de 45° en dirección NW ó

SE.

La interpretación de esta sismicidad (Bufo *et al.*, 1991) se basa en la existencia de una subducción reciente de la placa africana bajo Iberia en dirección SE.

- 3.- **PROFUNDOS** (z en torno a 650 Km.): de esta categoría ha habido exclusivamente 3 terremotos desde 1954, cuyos parámetros hipocentrales se resumen en la Tabla (6.2).

FECHA	H0	LATITUD	LONGITUD	PROF.(KM)	MAG
29-03-1954	06:16:05.0	37.0° N	3.6° W	640	7.0
30-01-1973	02:35:59.8	36.9° N	3.7° W	660	4.0
08-03-1990	01:37:12.3	37.0° N	3.6° W	637	4.8

Tabla 6.2 Parámetros hipocentrales de los tres terremotos con foco profundo ocurridos en la península ibérica.

Los mecanismos focales asociados (Bufo *et al.*, 1991) a esta sismicidad se caracterizan por:

+ un plano de falla en dirección N-S, que es vertical para el sismo de 1954, y con inclinación de 74° y 62° oeste para los de 1973 y 1990, respectivamente.

+ eje de presión inclinado hacia el este, y el de tensión hacia el oeste.

El origen de esta sismicidad tan profunda (y que en otros puntos está asociada a una clara subducción actual (Humphreys *et al.*, 1984)) ha sido explicado por numerosos autores (Udías *et al.*, 1976; Chung y Kanamori, 1976; Bufo *et al.*, 1988, 1991; Grimison y Chen, 1986) mediante la existencia de un bloque suelto de material litosférico, suficientemente frío todavía a esa profundidad, como para que en su movimiento de hundimiento, produjera estos terremotos.

En las secciones verticales (Figura 6.29) vemos claramente que la anomalía positiva encontrada, es la causa de esta sismicidad profunda, puesto que los hipocentros aparecen situados justo bajo la "columna" anómala, no definiendo la sismicidad existente ninguna zona de Wadati-Benioff (Humphreys *et al.*, 1984)

En la Figura (6.30) representamos a lo largo de las mismas líneas de la Figura (6.29), las secciones a través del muestro de las celdas del modelo, aplicando la interpolación ya comentada en el capítulo anterior.

El hecho de que la anomalía aparezca coronada por una zona con anomalía de velocidad negativa (-2%), implica que la capa de subducción está aislada de las estructuras más superficiales. Este hecho se ve corroborado por la inexistencia de sismicidad desde los 130 a los 630 Km.

Según Buforn *et al.* (1991), si suponemos que el eje de presión se inclina hacia abajo en la capa de subducción, no podemos explicar su inclinación hacia el este, dentro del marco de colisión actual que es en dirección N-S hace NW-SE. Por tanto, no debemos relacionar los mecanismos focales de los terremotos profundos con el estado de esfuerzos existente en el momento en que comenzó la subducción en superficie, si no con el hundimiento de un bloque litosférico aislado dentro del manto inferior.

Como vemos, hay numerosos autores que tenían la necesidad de la existencia de esta capa de subducción para explicar los resultados de sus investigaciones. Nuestro procedimiento ha sido el inverso, mediante nuestro estudio de tomografía lineal con residuos de la península ibérica, hemos encontrado una anomalía positiva asimilable a una capa de subducción, cuya existencia está corroborada por los resultados de otros investigadores.

Esta capa de subducción ya fue postulada con anterioridad en otros estudios de tomografía por Spakman (1986, 1990), pero debido a que la península Ibérica se encontraba en el borde del modelo, no se podía tener seguridad de la existencia de la anomalía que figuraba en el SE peninsular.

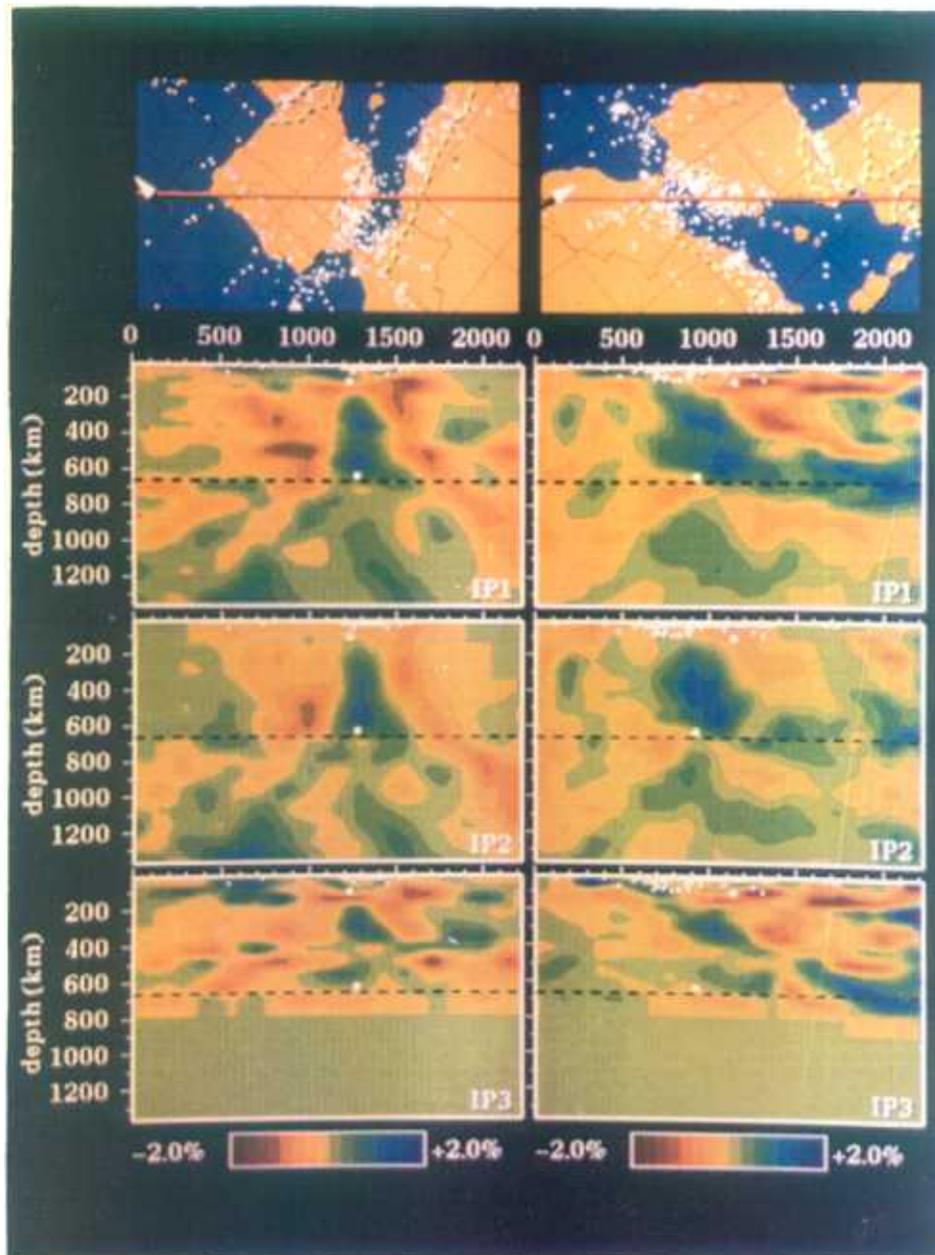


Figura 6.29 Perfiles verticales de las soluciones IP1, IP2 e IP3. En la parte superior se representa la línea a lo largo de la cual se ha realizado el perfil, la columna izquierda es transversal a la anomalía, y la derecha longitudinal. La sismicidad en los perfiles verticales se ha representado por puntos blancos.

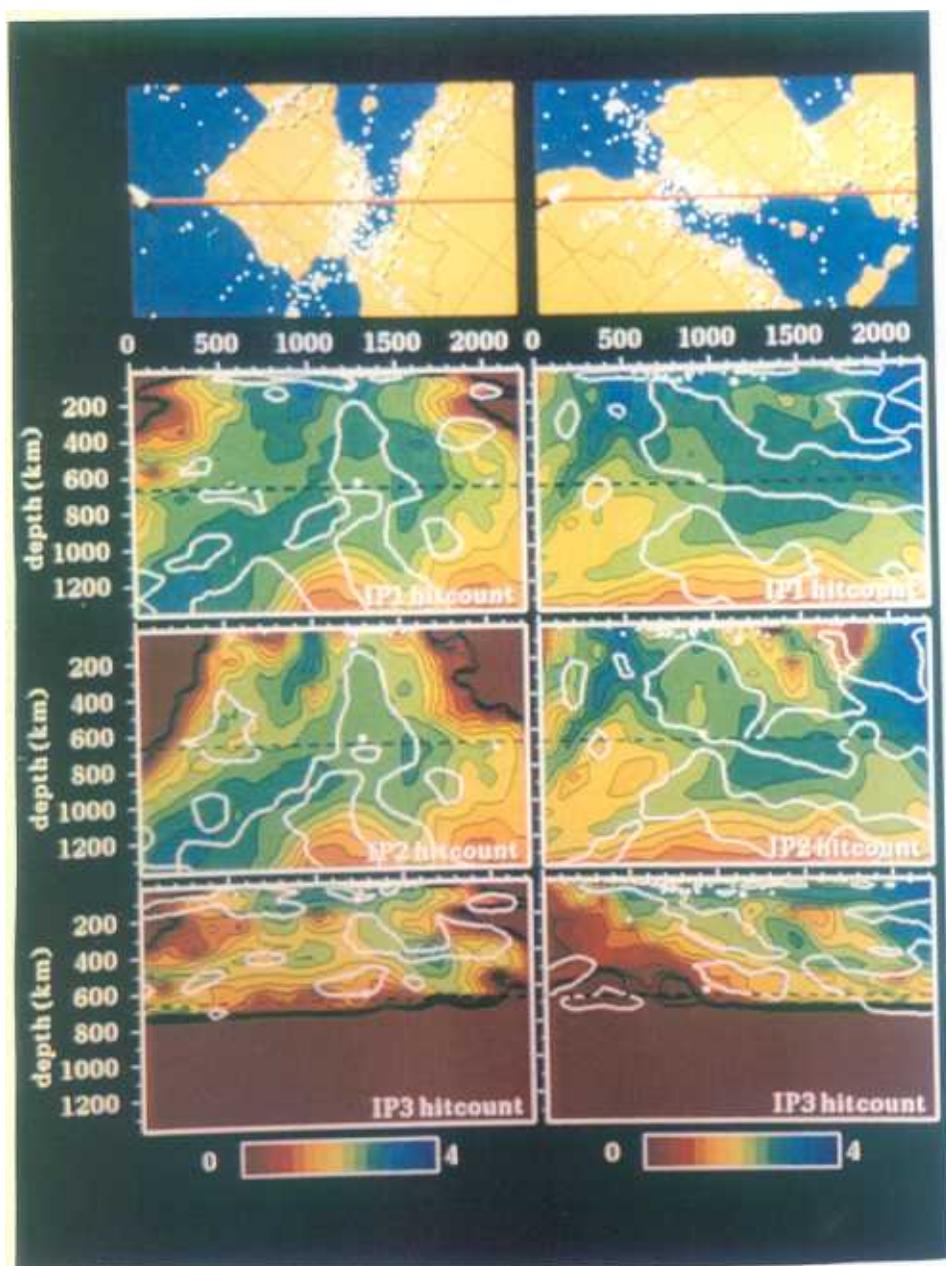


Figura 6.30 Perfiles verticales siguiendo las mismas líneas de la Figura (6.26), a través de los muestreos obtenidos en cada una de las soluciones IP1, IP2 e IP3, en escala logarítmica. En trazo blanco grueso se han representado las anomalías positivas obtenidas.

6.4.2 CORRECCIONES DE ESTACIÓN.

Los detractores de la tomografía lineal con residuos pueden pensar que no hemos contestado a una duda razonable:

La anomalía positiva obtenida, ¿puede ser el resultado de la proyección de las correcciones calculadas para las estaciones sísmicas situadas en las proximidades de tal anomalía?

Si representamos los residuos medios calculados para las estaciones sobre el modelo de celdas utilizadas en la inversión, observamos (Figura 6.31) que a lo largo de la costa mediterránea peninsular, son invariablemente positivos. Si intentásemos justificar estos valores con una anomalía de velocidad, ésta debería tener signo negativo, nunca positivo.

Correcciones de estación

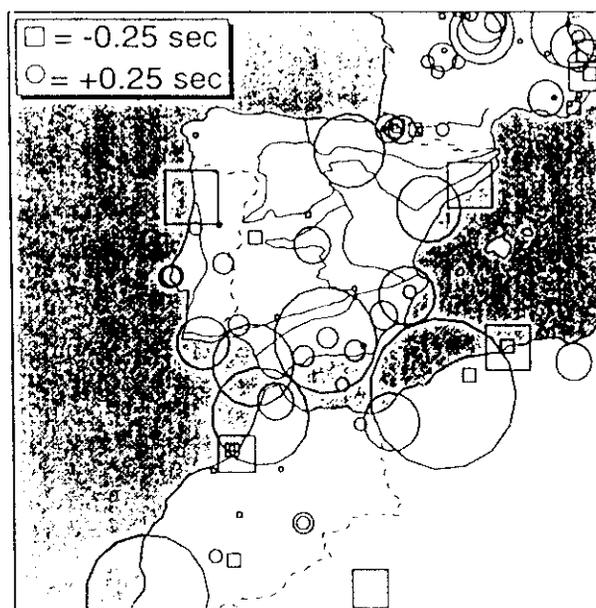


Figura 6.32 Residuos medios calculados respecto al modelo 1D PM2 para las estaciones sobre el modelo de celdas. El tamaño de los símbolos es proporcional al valor del residuo medio.

Por tanto, si se hubiera realizado una retroproyección errónea de la corrección de estación, lo que hubiésemos obtenido es una anomalía negativa, no positiva como ha ocurrido en los tres casos reales (IP1, IP2, IP3).

Tampoco puede ser el reflejo de estructuras fuera del modelo de celdas por las siguientes tres razones:

- 1.- si la anomalía positiva estuviese situada fuera del volumen de estudio, su reflejo aparecería en todo caso en las celdas borde del modelo.
- 2.- las correcciones de estación, si están correctamente evaluadas, absorben el efecto que sobre los residuos podrían tener las anomalías atravesadas por los rayos fuera de las celdas.
- 3.- mediante la subdivisión de datos en IP2 e IP3, ha quedado contestada definitivamente esta pregunta.

6.5 INTERPRETACIÓN DE LAS ANOMALÍAS DE VELOCIDAD OBTENIDAS EN EL SE PENINSULAR.

A partir de la Figura (6.29) podemos concluir que por la baja resolución obtenida y la clara influencia de la dirección preferencial de iluminación, no podemos deducir la posible dirección del buzamiento de la anomalía positiva de velocidad que se extiende desde los 200 hasta los 700 Km., como imagen de una capa de subducción, no pudiendo confiar en la forma obtenida de tal anomalía.

De la representación en plano de la anomalía de capa de subducción (Figuras 5.11, 5.12, ..., 5.17 con IP1; 6.7, 6.8, ..., 6.13 con IP2 e IP3) si podemos concluir que la anomalía se dispone horizontalmente en dirección SW-NE, con un acimut aproximado de 35° , y poca extensión horizontal. Las dimensiones obtenidas mediante tomografía, son superiores a los 30 Km. obtenidos mediante estudios de fuente sísmica (Chung y Kanamori, 1976, aunque estos autores hablaban de una anomalía de pequeño volumen, nunca de las dimensiones obtenidas en este trabajo mediante tomografía).

La capa de subducción encontrada, es atípica en dos sentidos:

- 1) uno de menor importancia, es que su disposición parece ser vertical y no con un cierto buzamiento como la mayoría de las capas de subducción.
- 2) el otro es más atípico, pues no se tiene conocimiento hoy en día, de ninguna estructura similar a esta capa de subducción, en la que no exista

sismicidad a lo largo de ella, si no únicamente en su parte inferior.

A partir de los resultados obtenidos a lo largo de este trabajo, hemos deducido que la anomalía positiva asociada a la capa de subducción se encuentra coronada por una zona con anomalía de velocidad negativa, demostrando la existencia de esta anomalía mediante los tests de capa sintética diseñados con este fin (SYN4, SYN5 y SYN6). La existencia de esta zona de bajas velocidades respecto al modelo de distribución de velocidades PM2, corrobora la suposición realizada por otros autores anteriormente (Buforn *et al.*, 1991) de que la capa de subducción está aislada de las estructuras que tiene sobre ella.

En el período en que se produjo la separación de la capa de subducción de las estructuras más superficiales, tuvo lugar la respuesta dinámica del sistema corteza-litósfera situado justo sobre la capa. Antes de que esta separación tuviese lugar, la energía elástica que se acumulaba en la parte de la capa doblada por la subducción, sería liberada tras la separación de la capa, causando grandes elevaciones del terreno en la región sobre la capa (England y Houseman, 1988; Wortel y Spakman, 1992).

En la región de las Béticas, la fase más reciente de grandes levantamientos tuvo lugar en los comienzos del Mioceno. Para explicar esta fase, Platt y Vissers (1989) postularon la separación de una "raíz litosférica fría" hundiéndose bajo las Béticas; esta misma hipótesis la realizaron Grimison y Chen (1986) calculando el tiempo que debería transcurrir para que el material "anómalo" alcanzase esa profundidad, y constatando la inexistencia de otras áreas con sismicidad tan profunda en sus proximidades. Combinando nuestras deducciones con las de Wortel y Spakman, Platt y Vissers, podemos situar el momento de separación de la capa de subducción a comienzos del Mioceno, y por tanto, la subducción tuvo lugar al menos durante parte del Oligoceno.

REFERENCIAS

- Blanco, M.J., W. Spakman, 1993. The P-wave velocity structure of the mantle below the Iberian Peninsula: evidence for subducted lithosphere below southern Spain. *Tectonophysics*, 221, 13-34.
- Bufo, E., A. Udías, R. Madariaga, 1991. Intermediate and deep earthquakes in Spain. *Pageoph.*, 136, 375-393.
- Chung, W., H. Kanamori, 1976. Source process and tectonic implications of the Spanish deep-focus earthquake of 29 March 1954. *Phys. Earth Planet. Int.*, 13, 85-96.
- Davies, G.F., 1984. Lagging mantle convection, the geoid and mantle structure, *Earth Planet. Sci. Lett.*, 69, 187-194.
- England, P.C., G.A. Houseman, 1988. The mechanics of the Tibetan plateau. *Royal Society of London Philosophical Transactions, A*, 326, 301-320.
- Grand, S.P., 1987. Tomographic inversion for shear velocity beneath the North American Plate. *J. Geophys. Res.*, 92, 14065-14090.
- Grimison, N.L., W-P Chen, 1986. The Azores-Gibraltar plate boundary: focal mechanisms, depth of earthquakes, and their tectonic implications. *J. Geophys. Res.*, 91, 2029-2047.
- Humphreys, E., R. Clayton, B. Hager, 1984. A tomographic image of mantle structure beneath southern California. *Geophys. Res. Lett.*, 11, 625-627.
- Jordan, T.H., 1988. Lithospheric slab penetration into the lower mantle beneath the Sea of Okhotsk. *J. Geophys.*, 43, 473-496.
- Mezcua, J., A. Udías, 1991. Seismicity, seismotectonics and seismic risk of the Ibero-Maghrebian region. *Instituto Geográfico Nacional, Madrid*, 390 pp.
- Platt, J., R.L.M. Vissers, 1989. Extensional collapse of thickened continental lithosphere: A working hypothesis for the Alboran Sea and Gibraltar arc. *Geology*, 17, 540-543.
- Richter, F.M., 1979. Focal mechanisms and seismic energy release of deep and intermediate earthquakes in the Tonga-Kermadec region and their bearing on the depth extent of mantle flow. *J. Geophys. Res.*, 84, 6783-6795.
- Silver, P. R.W. Carlson, P. Olson, 1988. Deep slabs, geochemical heterogeneity,

- and the large scale structure of mantle convection. *Ann. Rev. Earth Planet. Sci.*, 16, 477-541.
- Spakman, W., 1986. Subduction beneath Eurasia in connection with the Mesozoic Tethys. *Geol. Mijnbouw*, 65, 145-153.
- Spakman, W., 1988. Upper mantle delay time tomography. With an application to the collision zone of the eurasian, african and arabian plates. *Tesis Doctoral*. Utrecht. Holanda.
- Spakman, W., S. Stein, R. van der Hilst, R. Wortel, 1989. Resolution experiments for NW Pacific Subduction zone tomography. *Geophys. Res. Lett.*, 16, 10, 1097-1100.
- Spakman, W., 1990. Images of the upper mantle of central Europe and the Mediterranean. *Terra Nova*, 2, 542-533.
- Spakman, W., S. Van der Lee, R. Van der Hilst, 1993. Travel-time tomography of the European-Mediterranean mantle down to 1400 Km.. *Phys. Earth Planet. Inter.*, 79, 3-74.
- Van der Hilst, R., W. Spakman, 1989. Importance of the reference model in linearized tomography and images of subduction below the Caribbean Plate. *Geophys. Res. Lett.*, 16, 10, 1093-1096.
- Van der Hilst, R., E.R. Engdahl, 1989. On the use of pP and PP in delay time tomography. *EOS Trans. AGU*, 70, 1228.
- Van der Hilst, R., 1990. Tomography with P, PP and pP delay-time data and the three-dimensional mantle structure below the Caribbean region. *Tesis Doctoral*. Utrecht. Holanda.
- Van der Hilst, R., R. Engdahl, W. Spakman, G. Nolet, 1990. Tomographic imaging of subducted lithosphere below northwest Pacific island arcs. *Nature*, 353, 37-43.
- Van der Hilst, R.D., E.R. Enhdahl, W. Spakman, 1993. Tomographic inversions of P and pP data for aspherical mantle structure below the northwest Pacific region. *Geophys. J. Int.*, 115, 264-302.
- Wortel, M.J.R., W. Spakman, 1992. Structure and dynamics of subducted lithosphere in the Mediterranean region. *Proc. K. Ned. Akad. Wet.*

Capítulo 7

Conclusiones

*Life is the art of drawing
sufficient conclusions
from insufficient premises.
S. Butler*

En este último capítulo vamos a enunciar las principales conclusiones obtenidas en este trabajo, así como las futuras líneas de investigación que mejorarían estos resultados, *permitiendo tener un mayor conocimiento de la estructura del manto bajo la península Ibérica, facilitando su interpretación geodinámica.*

7.1 CONCLUSIONES.

Dado que todo el tratamiento matemático e informático de la aplicación de la tomografía lineal con residuos temporales fue desarrollado con anterioridad a este trabajo (Spakman, 1988), nos limitaremos a enunciar únicamente las conclusiones propias de la aplicación de esta metodología al área de la península Ibérica, esto es, las estructuras obtenidas y su interpretación.

- 1.- Con el conjunto total de datos IP1, se obtiene una baja resolución según los tests de celda-spike y bloques, que no permite tener la seguridad sobre las estructuras obtenidas en ella.
- 2.- *Dividimos el conjunto de datos de IP1 en dos subconjuntos disjuntos en cuanto a los volúmenes de muestreo: IP2 (48° - 90°) e IP3 (0° - 30°). Las estructuras anómalas que aparezcan tanto en IP2 como en IP3, existen bajo el manto superior de la península Ibérica.*

-
- 3.- Las anomalías principales encontradas son dos: una de signo positivo en el SE peninsular, coronada por otra de signo negativo.
 - 4.- Características de la anomalía positiva:
 - **amplitud de anomalía:** en el centro de la anomalía será de un +2% respecto al modelo de distribución de velocidad PM2 a cada profundidad, disminuyendo gradualmente hasta un 0% en los bordes.
 - **extensión en profundidad:** desde 200 a 700 Km..
 - **tendencia:** acimut aproximado de 35°.
 - **extensión horizontal:** longitudinal 650 Km., transversal 275 Km.
 - **forma:** no se puede determinar por la baja resolución demostrada por los tests, y la existencia de claras direcciones de iluminación preferencial.
 - 5.- Características de la anomalía negativa:
 - **situación:** sobre la anomalía positiva anterior.
 - **extensión en profundidad:** aproximadamente 100 Km., pero no se puede saber con certeza por la baja resolución obtenida.
 - 6.- La capacidad de resolución de estas dos estructuras anómalas por la iluminación disponible ha sido demostrada como suficiente mediante los test de capa sintética diseñados con tal fin (SYN0, SYN1, SYN2, SYN4, SYN5 y SYN6).
 - 7.- La anomalía positiva ha de ser el origen de la sismicidad de foco profundo que se produce en el SE peninsular ($z > 630$ Km.), hasta ahora desconocido.
 - 8.- Esta anomalía positiva es la imagen del resto de una capa de subducción que tuvo lugar en el contacto entre las placas euroasiática y africana, con unas características atípicas dentro del conjunto de capas de subducción, puesto que aparentemente no tiene buzamiento, ni sismicidad a todo lo largo de ella, si no únicamente en su base.
 - 9.- La capa de subducción está aislada de la litosfera superior, ya que hemos demostrado que se encuentra coronada por la anomalía negativa

explicada anteriormente, que puede ser el resto de la ocupación por material astenosférico, del volumen dejado libre al producirse la separación de la capa de subducción de la litosfera.

7.2 FUTURAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN.

En este apartado vamos a tratar de enunciar las investigaciones que podrían llevarse a cabo para dar solución a las cuestiones que este trabajo ha dejado abiertas, y otras cuyo fin sea mejorar el conocimiento del manto bajo la península Ibérica.

Los resultados obtenidos en este trabajo de investigación son mejorables de diversas maneras:

- 1) mejorando los datos iniciales mediante la relocalización de los eventos sísmicos en el nuevo modelo de tierra, utilizando para ello los residuos corregidos (Van der Hilst y Engdahl, 1992; Van der Hilst *et al.*, 1993).
- 2) trazando los rayos en el modelo que se vaya obteniendo en cada iteración.
- 3) sería interesante incorporar los datos de las cintas del ISC desde 1986 a la actualidad, y dado que la red sísmica del Instituto Geográfico Nacional es a partir de comienzo de la década de los ochenta cuando incrementa considerablemente en número de estaciones, probablemente se mejoraría la calidad de la resolución considerablemente. También sería deseable la incorporación de los datos provenientes de las restantes redes sísmicas regionales que existen sobre la península Ibérica.
- 4) sería deseable poder incorporar al modelo inicial, la información litosférica disponible en el área.
- 5) dado que la iluminación es muy inhomogénea en las capas más superficiales, sería recomendable poder trabajar con distintos tamaños de celdas en el modelo (las zonas de más alto muestreo, las subdividiríamos en celdas de tamaño menor).

A parte de las mejoras anteriormente citadas, podríamos distinguir dos grandes líneas de investigación en tomografía que se podrían desarrollar:

- una primera línea se centraría en estudios litosféricos zonales de distribución de velocidad de la onda P en la península Ibérica, utilizando algoritmos estándares de trazado de rayos e inversión del sistema de ecuaciones, posibilitando la inclusión como modelo inicial de la

información procedente de otras técnicas geofísicas (p.e., perfiles sísmicos). Ampliando a estudios también con residuos de S (de evaluación correcta muy difícil).

- Una segunda línea dirigida a la mejora de calidad y resolución, de la estructura obtenida de la distribución de velocidad de P en el manto superior bajo la península Ibérica, con un trazado más preciso de rayos, mayor volumen de datos, e inversiones no lineales (Spakman, 1993).

REFERENCIAS

- Spakman, W.**, 1993. Iterative strategies for non-linear travel time tomography using global earthquake data. En "Seismic Tomography: Theory and Practice". Ed.: H.M. Iyer, K. Hirahara. Chapman & Hall, Londres.
- Van der Hilst, R.D., E.R. Engdahl**, 1992. Step-wise relocation of ISC earthquake hypocenters for linealized tomographic imaging of slab structure. *Phys. Earth Planet. Inter.*, 75, 39-53.
- Van der Hilst, R.D., E.R. Engdahl, W. Spakman**, 1993. Tomographic inversions of P and pP data for aspherical mantle structure below the northwest Pacific region. *Geophys. J. Int.*, 115, 264-302.