### UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID

### FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS



### CONTROL ACTIVO DEL RUIDO RADIADO POR ESTRUCTURAS BIDIMENSIONALES

### MEMORIA PARA OPTAR AL GRADO DE DOCTOR PRESENTADA POR

María Cuesta Ruiz

Bajo la dirección del Doctor:

Pedro Cobo Parra

### Madrid, 2002

**ISBN:** 84-669-1730-6



#### CONSEJO SUPERIOR DE INVESTIGACIONES CIENTÍFICAS CENTRO DE TECNOLOGÍAS FÍSICAS LEONARDO TORRES QUEVEDO INSTITUTO DE ACÚSTICA

# CONTROL ACTIVO DEL RUIDO RADIADO POR ESTRUCTURAS BIDIMENSIONALES

**TESIS DOCTORAL** 

Presentada por MARÍA CUESTA RUIZ

Dirigida por Dr. PEDRO COBO PARRA



UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS

**MADRID, DICIEMBRE 2001** 

A papá, con cariño y admiración. Tu recuerdo es una alegría continua.

A Fernandito, que día a día me hace ser consciente de lo generosa que es la vida conmigo y me motiva para seguir adelante.

M.C.R.

Al Zambuch

Esta tesis se ha desarrollado en el Laboratorio de Control Activo del Ruido del Instituto de Acústica, bajo la dirección del Dr. Pedro Cobo Parra, Científico Titular del CSIC. Con verdadero afecto expreso la inmensa satisfacción que he vivido trabajando junto a él todos estos años. Deseo agradecerle por haber depositado tanta confianza en mí, a menudo no merecida. Gracias por tu inestimable dedicación en cada una de las actividades que he venido realizando, y por tu paciencia y continua amabilidad. Con tu ayuda todo me ha resultado más fácil, divertido e intenso.

Al Dr. Carlos Ranz Guerra, mi gratitud por brindarme la posibilidad de incorporarme al proyecto que me abrió las puertas a la investigación y por su confianza en mi candidatura para los siguientes. Gracias a los dos por vuestra continua preocupación de que nunca faltase financiación para mi estancia y por vuestro apoyo en los momentos difíciles.

Agradezco a la Dra. Rosa M<sup>a</sup> González, del Departamento de Física de la Tierra de la UCM, por sus sugerencias, que han contribuido a un planteamiento más claro del trabajo.

A José Pons Espí, que ha tenido la deferencia de ayudarme con la representación gráfica del sensor y con el manejo de la instrumentación. Gracias también por tu amable acogida.

Al Departamento de Señales, Sistemas, y Tecnologías Ultrasónicas del Instituto, por facilitarme el uso de sus instalaciones, y en particular a Víctor Acosta, por su continua disposición durante las medidas con el sistema de vibrometría láser, y a José María Torregrosa por estar siempre dispuesto a cortarme una cerámica.

A todo el personal del Instituto, porque tanto unos como otros han contribuido de alguna manera a que esto llegara a buen puerto. A Carlos Puicercus y Julio Ruiz por el excelente servicio de reprografía, a Salvador Remón por la delineación de planos, a todo el personal del taller, en especial a Alfonso Cabello, por la mecanización de mi dispositivo, a Enrique de Costa, por el soporte electrónico, a Tirso Untoria y Benjamín González, por su ayuda en el laboratorio, a todo el personal de la biblioteca. A Emilio, a María, a Isabel, a Salvador, a Manolo,..., a todos gracias.

A Teresa, por tantos momentos compartidos, tantas expectativas y anhelos por fin cumplidos. Gracias por tu compañía.

A mi amiga Carmen, con cariño y gratitud por tu ayuda y amistad.

Con especial cariño dedico este trabajo a toda mi familia, sobre todo a mi madre, que es para mí un continuo ejemplo de fortaleza y valentía. Gracias por tu apoyo incondicional, por tu esfuerzo sin límites y por sobrellevar con tanto cariño todos mis fallos durante la elaboración de este trabajo. A mis hermanos, Nano y Pi, siempre dispuestos a animarme, y a Fernandito, porque él jamás podrá presentar una tesis, para que nunca le falte mi cariño y dedicación. A mis cuñados, Tudor y Concha.

A Jorge, porque la alegría que me invade hoy no es comparable a la intensidad con la que vivo cada uno de los momentos que me dedica.

### RESUMEN

El objetivo fundamental de la tesis es el diseño y validación experimental de un sistema de Control Activo Acústico Estructural (CAAE), para reducir el ruido de baja frecuencia radiado por una placa delgada en condiciones de contorno simple, y su comparación con uno tradicional (CAR). La modelización de su respuesta vibroacústica permite determinar las frecuencias y formas propias de la placa, y aquellos modos más eficientes en la radiación acústica (modos radiantes). La comprobación experimental revela que el prototipo desarrollado se ajusta a las condiciones preestablecidas. Gran parte de la investigación se dedica al estudio y comparación experimental de las prestaciones de control que ofrecen diferentes sensores de error, acústicos y estructurales puntuales y distribuidos. El trabajo contribuye con el diseño teórico e implementación práctica de un sensor modal, diseñado para medir el desplazamiento volúmico de la placa considerada, en un margen de baja frecuencia. Dicho sensor está formado por dos tiras de PVDF en cruz, cuyas geometrías son proporcionales a las formas propias de la placa, estimadas con el modelo elaborado. La respuesta en frecuencias de dicho sensor, una vez adherido a la estructura, confirma la validez del planteamiento teórico realizado para su diseño. El prototipo CAAE optimizado consta de unos componentes acústicos-estructurales y electrónicos, para reducir la radiación al campo lejano. Con una fuente primaria de fuerza (vibrador) se excita la placa en resonancia y en vibración forzada. La señal de referencia utilizada para informar al controlador de las características de la vibración primaria es la propia señal de excitación. Se utiliza la salida de cada uno de los sensores de error citados como función de coste a minimizar. Uno o dos actuadores piezoeléctricos dobles, posicionados simétricamente sobre la placa, ejercen la vibración secundaria que contrarresta la inicial, con el fin de reducir la radiación acústica. El controlador, procesa las señales de entrada (referencia y error) y genera la señal que alimenta las fuentes secundarias, hasta optimizar la minimización de la señal de error. El control CAAE implementado es satisfactorio en todos los casos analizados y revela que el sensor distribuido diseñado es idóneo para este tipo de aplicaciones. Se comprueba también que el control tradicional, con un altavoz como fuente de control y un micrófono de error, es menos apropiado. Con el trabajo se pretende profundizar en los mecanismos y prestaciones del control en estructuras sencillas, y asentar las bases para futuras extrapolaciones a problemas 2D más complejos.

# ÍNDICE

### I. INTRODUCCIÓN GENERAL

I.1.	El Problema de la Contaminación Acústica	1
I.2.	Objetivos de la Tesis	7
I.3.	Estructura de la Memoria	8

### II. CONTROL ACTIVO DEL RUIDO (CAR)

II.1.	Evolución Histórica	11
II.2.	Fundamentos Acústicos	12
II.3.	Fundamentos de Control	15
II.4.	Aplicaciones	17
II.5.	Control Activo Acústico Estructural (CAAE)	18

### III. ACTUADORES Y SENSORES PARA EL CAAE

III.1.	Actuadores	25
	III.1.1. Introducción General	25
	III.1.2. Actuadores Piezoeléctricos	26
<b>III.2</b> .	Sensores	29
	III.2.1. Sensores Puntuales	29
	III.2.1.1. De Modos Estructurales	30
	III.2.1.2. De Modos Radiantes	31
	III.2.2. Sensores Distribuidos	32
	III.2.2.1. De Modos Estructurales	33
	III.2.2.2. De Modos Radiantes	35
	III.2.2.3. Del Desplazamiento Volúmico	36

### IV. MODELO 2D. PLACA EN SOPORTE SIMPLE

IV.1. Descripción Estructural	40
IV.1.1. Fuerza Puntual	43
IV.1.2. Actuador Piezocerámico	46
IV.2. Radiación Acústica	50
IV.2.1. Formulación de Campo Lejano 🛛	51
IV.2.2. Formulación de Campo Próximo 🛛	54
IV.2.3. Formulación en el Dominio del Número de Onda	57

#### V. DISEÑO DEL SENSOR DISTRIBUIDO DEL DESPLAZAMIENTO VOLÚMICO

V.1. Planteamiento Matemático		61
V.2. Salida del Sensor Distribuido		67
V.3. Función de Forma del Sensor	Distribuido	69

### VI. MONTAJE EXPERIMENTAL

VI.1. Prototipo 2D Desarrollado	73
VI.1.1. Diseño del Soporte Simple	73
VI.1.2. Descripción del Sensor Distribuido	75
VI.2. Respuesta Estructural de la Placa	76
VI.2.1. Desplazamiento Volúmico con Sensores Puntuales	76
VI.2.2. Formas Modales	82
VI.2.3. Desplazamiento Volúmico con el Sensor Distribuido	84
VI.2.4. Velocidad Vertical con Vibrometría Láser	86
VI.3. Radiación de la Placa en Campo Lejano	91
VI.3.1. Descripción del Experimento	91
VI.3.2. Directividad	93
VI.4. Implementación CAAE y CAR	96
VI.4.1. Fuentes Secundarias	97
VI.4.2. Sensores de Error	100
VI.4.3. Unidad de Control	100

### VII. RESULTADOS CAAE/CAR

VII.1. Resultados con un Micrófono de Error	104
VII.1.1. A Frecuencia de Resonancia 201 Hz	105
VII.1.1.1. CAAE	105
VII.1.1.2. CAR	105
VII.1.2. A Frecuencia de Resonancia 455 Hz	106
VII.1.2.1. CAAE	106
VII.1.2.2. CAR	109
VII.1.3. A Frecuencia de Resonancia 499 Hz	110
VII.1.3.1. CAAE	110
VII.1.3.2. CAR	112
VII.1.4. En Vibración Forzada a 410 Hz	113
VII.1.4.1. CAAE	113
VII.1.4.2. CAR	115
VII.1.5. En Vibración Forzada a 508 Hz	117
VII.1.5.1. CAAE	117
VII.1.5.2. CAR	119
VII.2. Resultados CAAE con un Acelerómetro	120
VII.2.1. A Frecuencia de Resonancia 201 Hz	121
VII.2.2. A Frecuencia de Resonancia 455 Hz	122
VII.2.3. A Frecuencia de Resonancia 499 Hz	125
VII.2.4. En Vibración Forzada a 410 Hz	128
VII.2.5. En Vibración Forzada a 508 Hz	130
VII.3. Resultados CAAE con el Sensor Distribuido	132
VII.3.1. A Frecuencia de Resonancia 201 Hz	133
VII.3.2. A Frecuencia de Resonancia 455 Hz	134
VII.3.3. A Frecuencia de Resonancia 499 Hz	136
VII.3.4. En Vibración Forzada a 410 Hz	139
VII.3.5. En Vibración Forzada a 508 Hz	141

VIII.	CONCLUSIONES		145
-------	--------------	--	-----

### 

APÉNDICE B: MODOS RADIANTES	153
<b>APÉNDICE C: DISTRIBUCIÓN DE CARGA DE UNA LÁMINA DE PVDF</b>	155
APÉNDICE D: ÍNDICE DE ATENUACIÓN ESPACIAL	159
REFERENCIAS	161

### NOMENCLATURA

а	Longitud de la placa
$a_f$	Longitud de una lámina de PVDF
b	Anchura de la placa
$b_f$	Anchura de una lámina de PVDF
с	Velocidad del sonido en el medio de propagación
d	Número de radiadores elementales de una placa
$d_{ij}$	Coeficientes de deformación piezoeléctrica
D(f)	Desplazamiento volúmico de una placa
$D_i$	Desplazamiento eléctrico en un piezoeléctrico en dirección i
$\vec{D}$	Vector desplazamiento eléctrico
e(k)	Señal de error
$e_{ij}$	Coeficientes de tensión piezoeléctrica
E	Cte de rigidez elástica o módulo de Young de una placa
$E_k$	Campo eléctrico en dirección <i>k</i>
$E_{pe}$	Cte de rigidez elástica de un piezoeléctrico
f	Frecuencia
f(x,y)	Fuerza armónica
F(x,y)	Función de forma de una lámina de PVDF
$F(\mathbf{x})$	Función de forma de una tira de PVDF en el eje x
F(y)	Función de forma de una tira de PVDF en el eje $y$
$F_{f}$	Amplitud de la fuerza armónica puntual
$F_x(x)$	Función de forma del sensor distribuido diseñado a lo largo del eje x
$F_y(y)$	Función de forma del sensor distribuido diseñado a lo largo del eje y
$g_{nj}$	Coeficientes de $\mathbf{j}(\mathbf{y})$
G	Rigidez flexional de la placa
h(.)	Función escalón
Н	Subíndice que indica el hermítico de un vector o matriz
Ι	Número de modos propios considerados
I(r, <b>q, f</b> )	Intensidad acústica radiada por una fuente al campo lejano
IA <sub>q</sub>	Índice de atenuación espacial
k	Número de onda acústico
<i>k</i> <sub>m</sub>	Número de onda estructural en la dirección x de una placa en
	soporte simple
<i>k</i> <sub>n</sub>	Número de onda estructural en la dirección y de una placa en
	soporte simple
$k_x$	Número de onda estructural en la dirección $x$ de una placa

$k_y$	Número de onda estructural en la dirección $y$ de una placa
( <i>m</i> , <i>n</i> )	Índices modales en una estructura 2D
$(m_i, n_i)$	Índices del modo propio <i>i</i> en una estructura 2D
$(m_x, m_y)$	Distribuciones de momentos de flexión en las direcciones $x \in y$ de
	una placa, inducidos por un actuador piezocerámico
M	Matriz de transferencia de resistencia acústica
$(M_x, M_y)$	Distribuciones de momentos de flexión internos en las direcciones <i>x</i> e
	<i>y</i> de una placa
nj	Índice del modo radiante medido con el sensor de PVDF con $\boldsymbol{j}(y)$
p	Vector de presiones acústicas complejas radiadas por una placa
$P(r, \boldsymbol{q}, \boldsymbol{f})$	Presión sonora radiada por una fuente al campo lejano
$P_i$	Polarización eléctrica
$P_p$	Campo acústico primario
$P_s$	Campo acústico secundario
q	Distribución de carga de una lámina de PVDF con <i>F(x,y)</i>
$q_x$	Salida de las tiras de PVDF con $F(x)$ o $F_x(x)$
$q_y$	Salida de las tiras de PVDF con $F(y)$ o $F_y(y)$
$oldsymbol{Q}$	Matriz de las formas de los modos radiantes
<i>r(k)</i>	Señal de referencia filtrada
r	Vector de posición de un punto en el campo lejano de la placa
<i>r<sub>ij</sub></i>	Separación entre los radiadores <i>i,j</i> -ésimos de un placa
$\Gamma_{S}$	Vector de posición de un punto de la placa
R	Parte real
R	Vector de posición entre un punto de la placa y uno del campo lejano
R	Número de índices modales impares de una placa en la dirección <i>x</i>
$R_0$	Aislamiento de un panel simple
S	Número de índices modales impares de una placa en la dirección y
$S_d$	Area de los <i>d</i> radiadores en que puede dividirse una placa
S <sub>f</sub>	Area de un electrodo de PVDF
$S_j$	Deformación de un piezoeléctrico en dirección j
$S_p$	Area de una placa
$S_q$	Factor de sensibilidad del sensor
$t_f$	Espesor del PVDF
$l_p$	Espesor de la placa
lpe T	Espesor de un plezoelecurico
1	Submarce que marca transpuesto de un vector o matriz
$u_1$	Desplazamiento de una lámina en la dirección x
	Vector de amplitudes de les modes radiantes transformades
$V(\mathbf{r})$	Velocidad de un nunto de la placa
$V(\mathbf{I}_{S})$ $V(\mathbf{Y} \setminus \mathbf{f})$	Velocidad de una plaça en dirección vertical
V (A, y, 1)	Vector de las velocidades estructurales $v(x \ y \ f)$
· V	Vector de las amplitudes modales de la velocidad
$\mathbf{V}(\mathbf{k}_{1},\mathbf{k}_{2})$	Velocidad estructural en el dominio del número de onda
$V_{mn}$	Amplitudes modales de la velocidad
$V_{ne}$	Voltaje aplicado a un piezoeléctrico
• pe	· stajs apricado a un prozocioenteo

W(x, y, f)	Desplazamiento de la placa en dirección vertical
Wmn	Amplitudes modales del desplazamiento
Wi	Amplitud del desplazamiento del modo <i>i</i>
W(k)	Coeficientes del filtro en el paso actual
W(k+1)	Coeficientes del filtro en el paso siguiente
Xct	Posición de la tira de PVDF con $F(y)$ o $F_y(y)$
$(x_f, y_f)$	Posición en la placa de la fuerza puntual
$(x_1, x_2, y_1, y_2)$	Posición en la placa de una piezocerámica rectangular
X(k)	Señal de referencia
У	Vector de los modos radiantes
y <sub>i</sub>	Modo radiante <i>i</i> (elemento <i>i</i> de <b>y</b> )
<i>Yct</i>	Posición de la tira de PVDF con $F(x)$ o $F_x(x)$
Ζ	Matriz de transferencia de impedancia acústica
(x,y,z)	Coordenadas cartesianas
(r, <b>q</b> , <b>f</b> )	Coordenadas esféricas

### Letras griegas

<b>a</b> <sub>(2r-1)</sub>	Coeficientes de $F_x(x)$ en el sensor distribuido diseñado, donde $r=1:R$
<b>b</b> <sub>(2s-1)</sub>	Coeficientes de $F_y(y)$ en el sensor distribuido diseñado, donde $s=1:S$
g	Posición de un sensor distribuido con forma arbitraria $\mathbf{j}(y)$
<b>d</b> (.)	Delta de Dirac
$d_i$	Cte que depende del modo propio de la placa considerado
<b>D</b> X	Separación entre fuentes sonoras
Dq	Intervalo de ángulo <b>q</b>
$\mathbf{x}_{ik}^{S}$	Permitividad de una lámina piezoeléctrica a deformación constante
$e_{pe}$	Deformación en los piezoeléctricos que forman el actuador doble a consecuencia del voltaje aplicado
$oldsymbol{e}_{j_i}$	Distribución de deformaciones con dirección <i>j</i> en la interfaz placa-
	actuador
h	Factor de amortiguamiento de la vibración de una placa
1	Longitud de onda
$\boldsymbol{l}_i$	Elementos de la matriz diagonal <b>L</b>
L	Matriz con las eficiencias de radiación de los modos radiantes
m	Coeficiente de convergencia de los algoritmos LMS y FXLMS
т <sub>к</sub>	Semianchura máxima de la tira de PVDF con forma $F(x)$ o $F_x(x)$
т <sub>у</sub>	Semianchura máxima de la tira de PVDF con forma $F(y)$ o $F_y(y)$
n	Coeficiente de Poisson de la placa
$n_{pe}$	Coeficiente de Poisson de un piezoeléctrico
Ρ	Potencia acústica

Densidad de una placa Densidad superficial de un panel o placa Densidad del medio acústico Tensiones con dirección <i>i</i> en la interfaz de la placa inducidas por el
actuador doble Tensiones con dirección <i>j</i> en toda la placa
Tensiones en dirección j en la interfaz de cada piezoeléctrico que
forma el actuador doble a consecuencia del voltaje aplicado Tensiones con dirección <i>j</i> en todo el piezoeléctrico
Forma de un sensor distribuido del modo radiante <i>n<sub>j</sub></i> en dirección <i>y</i> Matriz de las formas de los modos radiantes transformados
Fase del campo acústico primario
Fase del campo acústico secundario
Formas propias de una placa
Forma propia <i>i</i> de una placa
Matriz de las formas propias de una placa
Pulsación de la excitación
Frecuencias propias de la placa

### **CAPÍTULO I**

### INTRODUCCIÓN GENERAL

#### I.1. El Problema de la Contaminación Acústica

El ruido es una fuente de contaminación ambiental. Produce molestias, distracción, e incluso a niveles altos y tiempos de exposición prolongados, puede ocasionar daños irreversibles en el oído. Una consecuencia muy extendida en la población sometida a niveles continuos de ruido, es precisamente el cambio en el umbral de audición. Puede producir alteraciones psicológicas y fisiológicas considerables, afectando a la conducta, al sueño, a la capacidad de concentración, etc. Sin duda, la existencia de ruido se traduce en una pérdida de calidad de vida, tanto en el ambiente laboral como en el doméstico y urbano.

El ruido está presente en cualquier sociedad moderna. Todos los medios de transporte, las plantas industriales, los transformadores eléctricos, los sistemas de aire acondicionado y de calefacción, etc., producen ruido. Resulta paradójico que el avance en los sistemas de generación energética, asociado al progreso social y tecnológico, conlleve el deterioro del ambiente acústico que nos rodea. El ruido en las ciudades es un problema creciente y que afecta a toda la población, tanto que las distintas administraciones, en el ámbito autonómico y estatal, se han visto obligadas a elaborar normativas sobre los niveles máximos permitidos. Sin embargo, controlar, y en su caso reducir el ruido, es un reto tecnológico importante, por la complejidad temporal, frecuencial, y espacial que presenta. La reducción del ruido implica además un considerable coste económico por lo que en numerosas ocasiones es preferible disminuirlo a unos niveles aceptables para la población que los padece, en lugar de cancelarlo completamente (Cobo, 1997).

El conjunto de medidas encaminadas a eliminar o reducir la contaminación acústica se denomina Control del Ruido. El ruido se puede controlar mediante (Figura I.1):

- Técnicas pasivas
- Técnicas activas
- Técnicas híbridas pasivas-activas



Fig.I.1. Técnicas de control del ruido

Las medidas de control que tratan de interrumpir las ondas acústicas, o de variar la impedancia del medio para dificultar la propagación del campo acústico, utilizando materiales absorbentes, se denominan *técnicas pasivas* (Beranek y Vér, 1992; Bies y Hansen, 1996). No introducen energía adicional al sistema y por consiguiente son intrínsecamente estables. Se pueden aplicar en la fuente de ruido, en el camino de transmisión entre la fuente y el receptor, y en el propio receptor.

La envergadura de un dispositivo de control pasivo, en cuanto a su tamaño y peso, está directamente relacionada con la longitud de onda de las frecuencias que dominan el espectro de ruido. La ley de masas, por ejemplo, establece que el aislamiento acústico de un panel simple está gobernado por el producto entre su densidad superficial y la frecuencia del ruido que se desea controlar (Beranek y Vér, 1992),

$$R_0 \approx 10 \log \left[ 1 + \left( \frac{\tilde{n}_s \dot{u}}{2\tilde{n}_0 c} \right)^2 \right]$$
(I.1)



Fig.I.2. Aislamiento de un panel simple (ley de masas)

Como puede verse en la Figura I.2, para conseguir un aislamiento de 50 dB mediante un paramento simple, se requiere un producto  $\rho_s f=41000 \text{ Hzkg/m}^2$ . Esto se puede lograr con un material de 41 kg/m<sup>2</sup> (un panel laminado de madera) a 1000 Hz, pero es necesario uno de 410 kg/m<sup>2</sup> (panel de hormigón macizo de unos 12 cm de grueso) a 100 Hz. Cuando se reduce la frecuencia, hay que incrementar la densidad superficial de masa para mantener el mismo aislamiento, bien sea usando un material más denso, o aumentando el espesor del panel.

Uno de los filtros acústicos más simples es una cámara de expansión en un conducto. El silenciador de los coches es de este tipo. La atenuación de estos filtros está controlada esencialmente por la longitud y el diámetro de la cámara. La máxima atenuación se produce cuando su longitud iguala a la longitud de onda. Es decir, se podría conseguir la misma atenuación con una cámara de expansión de 34 cm a 1000 Hz, que con una de 3.4 m a 100 Hz.

Las barreras acústicas son uno de los dispositivos de control más usuales para mitigar el ruido de tráfico en las zonas habitadas próximas a vías rápidas. Las Pérdidas por Inserción de una barrera acústica dependen de su exceso de altura sobre la línea de visión entre la fuente de ruido (el tráfico) y el receptor, con relación a la longitud de onda, y del ángulo de difracción (Colina y Moreno, 1997). Usando el ábaco de Redfearn, se encuentra una Pérdida por Inserción de 12 dB para un ángulo de difracción de 30 º, cuando el exceso de altura de la barrera es de una longitud de onda. De nuevo, a 1000 Hz sólo se requiere un exceso de altura de 34 cm, mientras que para 100 Hz el exceso de altura debería ser 3.4 m.

Es obvio que se puede incrementar el aislamiento de los paramentos diseñando paneles multicapa, o bien la atenuación de los silenciadores usando cámaras de expansión múltiple, o la Pérdida por Inserción de barreras mediante cumbreras. Pero en cualquier caso se sigue manteniendo la pérdida de eficiencia en baja frecuencia. En rigor, no es que el dispositivo de control pasivo no funcione en baja frecuencia, sino que se requieren dimensiones y/o pesos excesivos. Son por consiguiente métodos poco rentables en este margen y difíciles de desarrollar industrialmente.

El ruido de baja frecuencia es sin embargo muy frecuente en nuestro entorno, y sus efectos fisiológicos y psicológicos son padecidos por una gran parte de la población, debido a su gran penetración, propagación eficiente y reducida eficacia de los sistemas de control pasivo (Berglund et al., 1996).

El hombre urbano pasa una parte importante de su tiempo en el interior de medios de transporte públicos o privados (coches, autobuses, aviones). El ruido del motor de un vehículo es periódico, con picos a las frecuencias N, 2N, 3N, 4N,..., siendo N la frecuencia de funcionamiento del motor. La Figura I.3 muestra el ruido medido en el interior de una furgoneta, en régimen neutral, a 3600 rpm. Se aprecian claramente los armónicos a la frecuencia fundamental N=60 Hz. En el caso de motores de cuatro tiempos, el armónico de nivel de ruido más alto es el segundo. Para un régimen de funcionamiento del motor entre 1500 y 6000 rpm, el armónico 2N recorre un margen de frecuencias entre 50 y 200 Hz.

Es decir, el ruido en el interior de vehículos procedente del motor es esencialmente de baja frecuencia. Para reducirlo mediante control pasivo, habría que incrementar el aislamiento (y por consiguiente, el peso) y/o la absorción (lo que implicaría reducir el volumen del habitáculo). De hecho, los coches de gama alta suelen ser menos ruidosos (también más caros) porque incorporan más

4

aislamiento y absorción. En cambio, los coches de gama baja y media son más ruidosos, aunque son más ligeros y consumen menos combustible.

El problema del control del ruido en el interior de los aviones es muy similar. Es esencialmente ruido de baja frecuencia, y para aumentar el aislamiento acústico en el interior del habitáculo hay que añadir excesivo peso, lo cual puede dificultar el funcionamiento del avión.



Fig. I.3. Forma de onda (a) y módulo espectral (b) del ruido medido en el interior de una furgoneta a 3600 rpm, en régimen neutral

Afortunadamente, en el margen de baja frecuencia se pueden utilizar técnicas de Control Activo del Ruido (CAR) (Tokhi y Leitch, 1992; Nelson y Elliott, 1992; Fuller et al., 1996; Kuo y Morgan, 1996; Cobo, 1997; Hansen y Snyder, 1997). Los sistemas CAR tratan de generar electrónicamente un ruido secundario de similar amplitud y en contrafase con el ruido existente (ruido primario). En condiciones de linealidad, ambos campos interfieren destructivamente, resultando en una reducción neta del campo sonoro total. Este principio funciona tanto mejor cuanto más baja es la frecuencia y cuanto más simples son la estructura espacial y frecuencial del ruido.

La Figura I.1 ilustraba algunos problemas de ruido donde se han aplicado soluciones CAR. En los protectores auditivos activos, la extensión espacial del campo acústico a controlar (la cavidad entre la orejera y el oído) es muy pequeña, lo que permite cancelar las bajas frecuencias aun con controladores analógicos (Carme, 1988; Bera et al., 1995). En conductos, por debajo de la frecuencia de corte del primer modo transversal, sólo se propagan ondas planas. Se han aplicado sistemas CAR monocanal (un sensor y un actuador) para reducir el ruido de baja frecuencia en los tubos de escape de cogeneradores (von Heesen, 1996), en el tubo

de descarga de un ventilador centrífugo conectado a un colector de polvo (Eriksson y Allie, 1988), y en sistemas de ventilación y aire acondicionado (HVAC) (Burlage et al., 1991; Pelton et al., 1994). En el interior de coches y aviones la estructura espacial del campo acústico es más compleja. Aquí es necesario diseñar sistemas CAR multicanal (Elliott et al., 1990; Sutton et al., 1993; Bremigan et al., 1995). El interés creciente por conseguir el máximo confort en el interior de aviones y vehículos, ha favorecido programas integrados de investigación que contemplan la aplicación del CAR en estos medios de transporte, tal y como figura en los objetivos 3.1 y 4.3 del V Programa Marco de la Unión Europea.

Los sistemas CAR funcionan en el margen de las bajas frecuencias, mientras que los sistemas pasivos lo hacen en el de las frecuencias medias y altas. Por tanto, el control activo del ruido más que alternativo, es complementario a las técnicas pasivas. Es más, en la práctica cualquier sistema que pretenda controlar una banda ancha de frecuencias, incluyendo las bajas, ha de ser necesariamente un sistema *híbrido pasivo-activo* (Cuesta et al., 1998; Cuesta y Cobo, 1999a, 1999b, 2000a, 2001a), es decir, ha de incluir elementos tanto pasivos como activos para complementar el margen de frecuencias en que actúa cada uno.

Los sistemas CAR requieren sensores acústicos (micrófonos, por ejemplo) para medir el ruido primario y actuadores acústicos (altavoces, por ejemplo) para generar el ruido secundario. Al contrario que los micrófonos, que son relativamente pequeños, los altavoces requieren un cierto espacio para su instalación. Esto puede llegar a ser un problema, sobre todo en aplicaciones CAR multicanal que requieren un cierto número de actuadores. Por ejemplo, Bravo et al. (1999) implantaban un sistema CAR con seis altavoces en el interior de una furgoneta para cancelar el booming (ruido característico que se produce cuando el orden 2N del motor excita una resonancia del habitáculo), y Elliott et al. (1990) diseñaban un sistema CAR multicanal con 16 altavoces para atenuar el ruido en el interior de un avión British Aerospace 748. Uno de los principios básicos es que el control activo del ruido es más eficiente cuando actúa próximo a la fuente.

Esto llevó a Fuller et al. (1991a) a proponer la sustitución de los actuadores acústicos por actuadores estructurales (adheridos a la superficie). Se trataba por tanto de cancelar el ruido radiado al campo lejano actuando activamente sobre la vibración estructural que lo producía. Surgió así el Control Activo Acústico Estructural (CAAE). Es importante enfatizar que los sistemas CAAE pueden usar los mismos controladores que los sistemas CAR. Basta con cambiar los altavoces por actuadores estructurales, y los amplificadores de audio, de baja impedancia de salida, por amplificadores más apropiados a la alta impedancia de entrada de los actuadores estructurales.

Snyder y Tanaka (1993), Elliott y Johnson (1993) y Gu et al. (1994) propusieron integrar también los propios sensores en la estructura, con el fin de diseñar sistemas CAAE inteligentes, en los que tanto sensores como actuadores fuesen estructurales. El problema con este tipo de sensores es que miden vibraciones, cuando el objetivo del sistema CAAE es cancelar ruido. En baja frecuencia, el patrón de radiación de una superficie vibrante está dominado por aquellos modos de vibración con índices impares, también llamados modos volumétricos, modos radiantes o modos supersónicos. Esto implica que reducir la vibración no conlleva necesariamente la reducción del ruido radiado, ya que todos los modos estructurales no poseen la misma eficiencia de radiación. Era necesario por tanto seleccionar aquellos modos que radian sonido más eficientemente de entre los modos estructurales medidos por los sensores (filtrado modal). Desde el punto de vista instrumental, esto requería intercalar un dispositivo (un filtro) entre los sensores y las entradas al sistema de control.

Basados en un trabajo previo de Lee y Moon (1990), Johnson y Elliott (1995a), Tanaka et al. (1996) y Charette et al. (1998) demostraban que es posible incluir el filtrado modal en la forma de sensores distribuidos. Estos sensores estructurales distribuidos, especialmente diseñados, seleccionan aquellos modos estructurales que radian sonido más eficientemente en la banda de frecuencias de interés, y no requieren por consiguiente un filtro adicional para su conexión al controlador.

### I.2. Objetivos de la Tesis

El objetivo fundamental de esta tesis es el diseño, construcción, y validación experimental de un sistema de control activo acústico estructural del ruido radiado por una estructura bidimensional simple, y su comparación con un sistema CAR clásico. La elección de la condición de contorno simple se justifica en que existe solución analítica sencilla del problema vibroacústico, lo que facilita la comparación entre teoría y experimento.

Este objetivo general se puede desglosar en los siguientes objetivos concretos:

- Modelización acústico-estructural de una placa rectangular delgada en soporte simple. Análisis de su respuesta estructural a diferentes excitaciones. Análisis de su radiación acústica con las formulaciones de campo lejano (integral de Rayleigh), de campo próximo (formulación de modos radiantes) y en el dominio del número de onda estructural.
- Diseño y análisis de actuadores estructurales como fuentes secundarias del sistema CAAE.
- Diseño y análisis de sensores de error distribuidos del desplazamiento volúmico de la placa. La potencia radiada por una placa en baja frecuencia es proporcional a su desplazamiento de volumen. Por consiguiente, un sensor capaz de medir directamente esta magnitud proporciona una señal de error ideal para un sistema CAAE. Comparación con sensores estructurales puntuales y con sensores acústicos.

- Construcción de un prototipo bidimensional simple. Implantación de la condición de soporte simple. Análisis estructural con sensores puntuales, con el sensor distribuido elaborado, y mediante vibrometría láser. Estimación de las formas modales de la placa.
- Validación experimental en cámara anecoica. Comparación CAR/CAAE a distintas frecuencias de excitación. Comparación CAAE con sensores acústicos, estructurales puntuales, y estructurales distribuidos.

El diseño del sensor distribuido es el aspecto más destacado y original de la investigación. Su forma geométrica se define matemáticamente a partir de las formas modales de la placa, por lo que se trata de un sensor independiente de la frecuencia y de la posición de la excitación.

Todo el análisis realizado permitirá profundizar en los mecanismos de funcionamiento y las prestaciones de un dispositivo CAAE sencillo, asentando las bases para acometer problemas más reales en el futuro, como por ejemplo el diseño de sistemas CAAE integrados en los fuselajes de los aviones, o en el chasis de vehículos, entre otros.

### I.3. Estructura de la Memoria

La memoria de esta tesis presenta dos partes bien diferenciadas. La primera, que abarca los tres primeros capítulos, recopila el estado de conocimientos sobre sistemas CAR y CAAE. La segunda parte, estructurada en los siguientes capítulos, engloba todo los aspectos relacionados con el trabajo de investigación.

En el Capítulo II se revisa de manera global la evolución histórica, fundamentos y aplicaciones del control activo del ruido. En el último apartado del capítulo se introduce la técnica CAAE, que surge como una aplicación del CAR tradicional, para reducir el ruido de origen estructural. Se hace una revisión más profunda de esta técnica con el fin de centrar el marco de investigación en el que se desarrolla el trabajo.

El Capítulo III recopila el estado del arte sobre los distintos actuadores y sensores que se pueden utilizar en sistemas de control activo acústico estructural. Se describen con más detalle los actuadores piezoeléctricos dobles en contrafase, que son los que se usarán después en el prototipo. En cuanto a los sensores, se enfatiza en el diseño de sensores distribuidos para estos dispositivos.

En el Capítulo IV se presenta la formulación matemática del comportamiento estructural (vibraciones) y acústico (radiación del sonido al campo lejano) de una placa delgada en soporte simple. El modelo utilizado permite calcular las frecuencias y formas modales, y la vibración flexional de la placa, en términos del desplazamiento o velocidad, como una función de la frecuencia y del tipo de

excitación. Se analizan los dos casos de interés, fuerza puntual (vibrador) y actuador piezocerámico. Para modelizar el problema acústico se utiliza una formulación de campo lejano (la integral de Rayleigh) y una de campo próximo. La descomposición en valores y vectores propios de la formulación de campo próximo conduce al concepto de modos radiantes. Se analiza la potencia radiada en el dominio transformado de los números de onda, que permite distinguir los modos subsónicos y supersónicos.

El Capítulo V recoge detalladamente el desarrollo teórico del sensor distribuido que mide el desplazamiento de volumen de la placa en soporte simple. Se discute el procedimiento de diseño, las diferentes aproximaciones utilizadas, y las ventajas que ofrece el sensor.

El Capítulo VI reúne la descripción tanto del prototipo creado como del dispositivo experimental utilizado en los ensayos de control. Los resultados obtenidos se discuten en el Capítulo VII. Se optimizan los sistemas CAAE y CAR implementados para distintas frecuencias de excitación de la placa, en resonancia y vibración forzada. Se analizan las atenuaciones relativas en la señal de error y en la radiación de campo lejano.

Para finalizar el trabajo se exponen en el Capítulo VIII las conclusiones extraídas y las líneas abiertas para futuras investigaciones.

## **CAPÍTULO II**

### **CONTROL ACTIVO DEL RUIDO (CAR)**

### II.1. Evolución Histórica

La idea de utilizar el principio de interferencia destructiva para controlar el ruido fue patentada en 1933 por un científico alemán, Paul Lueg (Guicking, 1990). Sin embargo, hasta los años 50, no se desarrollaron las primeras aplicaciones prácticas. Olson y May (1953) diseñaron un sistema activo para reducir el ruido en zonas localizadas. Fue uno de los trabajos pioneros en la combinación de sistemas activos y pasivos para la reducción del ruido. El diseño consistía en un resonador de Helmholtz con material absorbente en la pared opuesta a la entrada, combinado un sistema micrófono-altavoz a la entrada del resonador. Consiguieron reducciones de entre 10 y 25 dB entre 30 y 300 Hz. El dispositivo era más eficaz cuanto más próximos estaban el altavoz y el micrófono. Sugirieron aplicaciones para reducir el ruido en los reposacabezas de los pasajeros de coches y aviones, en sistemas de ventilación y máquinas.

Conover y Ringlee (1955) utilizaron el CAR para reducir el ruido en transformadores eléctricos. Fue la primera aplicación exitosa del control activo a un caso de ruido real. Crearon un filtro analógico fijo para reducir los tres primeros armónicos del espectro. Con un micrófono fijo como sensor de error lograron reducir el ruido únicamente en algunas direcciones. Para evitar el refuerzo sonoro en el resto del espacio, proponían utilizar más altavoces y micrófonos.

En la década de los 70, Jessel y Mangiante (1972) introdujeron el concepto de la absorción activa. Demostraron que el principio de Huygens y el de la absorción activa eran casos particulares de un mismo principio de perturbación general. Poco después se publicó el importante artículo de Widrow et al. (1975) sobre principios y aplicaciones del filtrado adaptativo, que abría una nueva vía de investigación e innovación en control activo. Hasta entonces los filtros eran fijos, no podían seguir las variaciones del ruido. Dedujeron las famosas ecuaciones del filtrado adaptativo por mínimos cuadrados, que permitían implementar filtros con coeficientes que se actualizaban en el tiempo. Discutieron algunas aplicaciones,

como el filtrado de los 50 Hz en aplicaciones médicas y la cancelación de los lóbulos laterales de antenas y sónares.

Con la aparición de las placas DSP en los años 80, toda una revolución en control activo, se empezó a concebir el CAR como una técnica con capacidad para solucionar problemas reales. Surgieron las primeras aplicaciones prácticas para reducir el ruido de escape de motores y en el interior de coches (Oswald, 1984; Trinder et al., 1986; Elliott et al., 1988). Muy importante fue la contribución de Carme (1988) en el desarrollo de protectores auditivos activos.

El periodo más fructífero para el CAR, tanto en aspectos prácticos como teóricos, se concentra en los últimos diez años. Nelson y Elliott (1992), del Instituto de Sonido y Vibraciones de la Universidad de Southampton (ISVR), publican un volumen sobre control activo del ruido, en el que asientan los fundamentos acústicos y de control involucrados en los sistemas CAR. Paralelamente, en la Universidad de Adelaida (Australia) se forma un equipo de control activo del ruido y vibraciones que destaca hasta el momento, no sólo por sus investigaciones fundamentales (Hansen y Snyder, 1997; Snyder y Vokalek, 1994; Snyder, 2000), sino también por las numerosas aplicaciones prácticas que realiza (Smith et al., 1996; Tanaka et al., 1996; Cazzolato y Hansen, 1998). Este equipo investigador mantiene una relación muy estrecha con su homólogo del Instituto Politécnico de la Universidad de Virginia. Este centro encabeza las investigaciones en la técnica CAAE, propuesta como aplicación para reducir el ruido estructural (Clark et al., 1991; Fuller et al., 1996; Guigou y Fuller, 1999; Johnson y Fuller, 2000).

Hoy en día la evolución de la electrónica digital es tal, que los microprocesadores van adquiriendo mayor capacidad para empaquetar nueva información, por lo que los sistemas activos poseen un gran potencial de mejorar sus prestaciones. Existen controladores comerciales que facilitan el acceso al CAR y CAAE a investigadores no expertos en electrónica ni en control adaptativo.

#### II.2. Fundamentos Acústicos

La técnica del CAR se basa en el principio de la superposición lineal (Cobo, 1997). Si en una región del espacio existe un campo acústico primario,  $P_p(x,y,z,t)$  y se genera un campo acústico secundario,  $P_s(x,y,z,t)$ , tal que

$$P_p(x, y, z, t) + P_s(x, y, z, t) = 0$$
(II.1)

con

$$\begin{vmatrix} P_p \\ = |P_s| \\ \ddot{O}_p = -\ddot{O}_s \end{aligned} \tag{II.2}$$

donde |P| y  $\ddot{O}$  denotan el espectro de amplitud y de fase respectivamente, ambos campos interferirán destructivamente cancelándose mutuamente.

El CAR es una técnica multidisciplinar en la que se combinan aspectos acústicos, electrónicos, y de procesado de señal. La parte acústica de cualquier dispositivo de control activo determina la máxima cancelación que se puede alcanzar, y la electrónica o parte de control, condiciona el grado de aproximación a esta cancelación máxima. En realidad, el éxito de la cancelación activa del ruido radica en la correcta interconexión de ambas partes. En la Figura II.1 se muestra un esquema general con los componentes acústicos y de control de un sistema CAR.



Fig. II.1. Componentes acústicos y de control de un sistema CAR (Según Cobo, 1997)

El controlador electrónico procesa las señales acústicas de los sensores de referencia (que detectan el ruido primario) y de error (que miden el campo en el punto de cancelación), para generar la señal que excita las fuentes secundarias. Este proceso es un claro problema de extrapolación de campos de ondas, donde conocido el campo acústico en un punto se predice la forma de éste en otra zona del espacio. Por consiguiente se debe modelizar la propagación tanto del campo primario, entre los sensores de referencia y de error, como del secundario, entre las fuentes secundarias y los sensores de error. La separación entre los sensores de referencia y de error las señales medidas y generar el campo secundario. Este es el principio de causalidad, de cumplimiento obligatorio en cualquier sistema CAR, que impone que el camino acústico ha de ser mayor que el camino electrónico.

El diseño del controlador depende del problema acústico a abordar y de los objetivos acústicos que se desean alcanzar. Las características espectrales (ruido de banda ancha o estrecha) y el medio de propagación (recintos, tubos, etc.) influyen en la correcta elección del número y de la posición de los sensores y de las fuentes secundarias. Por ejemplo, siempre es más fácil controlar el ruido periódico que el aleatorio. En cuanto a la geometría, el problema de la propagación en tubos o en campo libre, es más fácil de abordar que en recintos. En campo libre, o en un tubo por debajo de la frecuencia de corte del primer modo transversal, el operador extrapolación o matriz de transferencia, es un simple cambio de fase. Sin embargo este operador en recintos es mucho más complicado, resulta de la aplicación del teorema de Kirchhoff, o de su versión en acústica, la integral de Rayleigh (Berkhout, 1984). Por otra parte, los objetivos acústicos a alcanzar determinan sobre todo el tipo de control que se debe realizar (local o global).

Tanto en control local como en control global, la cancelación es mayor cuanto más próximas estén las fuentes primaria y secundaria, con relación a la longitud de onda. Por esto el CAR sólo es efectivo en el margen de bajas frecuencias. La eficacia aumenta también con el número de fuentes secundarias. De acuerdo con el criterio de Nyquist, se puede reconstruir un frente de ondas con un número finito de fuentes, con tal de que éstas estén separadas una distancia menor que la mitad de la longitud de onda máxima presente en el frente primario ( $\Delta x \leq \lambda_{max} / 2$ ). Al aumentar la frecuencia, el número de fuentes secundarias crece también, y el principio de la cancelación activa se vuelve inviable.

A continuación se muestran varios patrones de interferencia entre los campos sonoros generados por dos fuentes puntuales en condiciones de campo libre. La fuente primaria está situada en el origen de coordenadas y la secundaria en el punto  $(x_s, 0)$ . La simulación describe el campo sonoro alrededor de las fuentes y del punto de cancelación,  $(x_1, y_1)$ .



Fig.II.2. Patrón de interferencias cuando se ajusta una fuente secundaria en  $x_s$ =0.25 m para cancelar la presión acústica en el punto ( $x_1$ , $y_1$ ), producida por una fuente primaria en el origen, a 100 Hz (izq.) y 1000 Hz (dcha.)



Fig.II.3. Idem para x<sub>s</sub>=1 m

La Figura II.2 muestra el comportamiento de la cancelación a 100 y 1000 Hz, y una separación de 0.25 m entre las fuentes. La Figura II.3 representa el campo acústico a estas mismas frecuencias cuando se aumenta a 1 m la distancia entre ellas. En todas las gráficas la máxima reducción se consigue en el punto de cancelación y alrededores. Sin embargo, estos niveles de atenuación dependen mucho de la separación entre fuentes y de la frecuencia de excitación. Se observa como al aumentar la separación se incrementan las zonas de refuerzo y disminuye la cancelación. Este efecto se agudiza a medida que aumenta la frecuencia y puede llegar a ocurrir un refuerzo casi total del campo acústico (Fig.II.3). Estos resultados pueden inducir a error en cuanto a la eficacia de un sistema de control activo.

Lo cierto es que el mecanismo de control no es la interferencia destructiva. Aunque se suele recurrir a este principio para explicar el funcionamiento del control activo del ruido, en parte por ser muy didáctico y fácil de entender, y también por analogía con fenómenos ondulatorios similares (óptica), el mecanismo fundamental consiste en la reducción del cuadrado de la señal de error mediante técnicas de mínimos cuadrados. En el caso de las dos fuentes puntuales esto significa que se ajusta la fuente de control hasta minimizar la potencia total. A medida que aumentan la separación y la frecuencia de excitación la cancelación va disminuyendo hasta que desaparece, pero no se produce refuerzo (Elliott y Nelson, 1993).

#### II.3. Fundamentos de Control

El controlador es el componente que minimiza la señal de error. Procesa la información acústica que le llega y ajusta la señal de control hasta optimizar la atenuación en el sensor de error. Puede recibir información a priori del ruido primario a través de una señal de referencia (acústica o de vibración), en cuyo caso se dice que la estrategia de control es *feedforward* o *anticipativa* (Fig.II.4(a)). En caso contrario, la señal procedente del sensor de error alimenta directamente la fuente

secundaria, y el controlador tiene una estructura *feedback* o *por realimentación* (Fig.II.4(b)) (Leitch y Tokhi, 1987; Elliott y Nelson, 1993; van Overbeek, 1993). Siempre que sea posible se recomienda utilizar un sistema anticipativo porque ofrece mejores prestaciones.



Fig. II.4. Diagrama de bloques del control anticipativo (a) y por realimentación (b)

El filtro es la parte del controlador que determina la señal secundaria a partir de la estimación de las funciones de transferencia del sistema (Fig.II.4). Se requiere además un algoritmo adaptativo que varíe estos coeficientes del filtro hasta que la señal de control que proporciona, optimice la atenuación de la señal de error. Los dispositivos CAR implementan algoritmos de mínimos cuadrados, concretamente el LMS, desarrollado por Widrow et al. (1975).

Este algoritmo adaptativo calcula los coeficientes del filtro con el método del descenso más pronunciado (*steepest descent*), según el cual, los coeficientes del filtro en el siguiente paso, W(k+1), son iguales a los del paso actual, W(k), más un cambio proporcional a la señal de error, e(k),

$$W(k+1) = W(k) + \mathbf{m}e(k)X(k)$$
(II.3)

donde *m* es un parámetro que controla la estabilidad y la velocidad de convergencia. La expresión (II.3) representa las ecuaciones del algoritmo LMS del filtrado adaptativo, también conocidas como ecuaciones de Widrow-Hoff.

Para aplicaciones CAR se debe alterar ligeramente este algoritmo porque la señal de error está modificada por la vía de error (Nelson y Elliott, 1992), que es la función de transferencia entre el sensor de error y la fuente secundaria. Se define una señal de referencia filtrada por la vía de error, r(k), de manera que los coeficientes del nuevo filtro se actualizan tanto por la señal de error, e(k), como por la señal de referencia filtrada, r(k), según,

$$W(k+1) = W(k) - \mathbf{m}e(k)r(k)$$
(II.4)

El algoritmo de la Ec. (II.4) se denomina LMS filtrado-X (FXLMS) y es de los más utilizados en CAR. Se implementa como un filtro de respuesta impulsiva finita (FIR). Otra versión del algoritmo LMS es el FULMS, que suele implementarse en filtros de respuesta infinita (IIR) (Eriksson, 1991).

El gran desarrollo de las técnicas de procesado digital de señal (DSP) y la posibilidad de integrarlas en placas potentes y rápidas, ha permitido la implementación de estos filtros adaptativos, y ofrece un futuro alentador para la mejora de los resultados CAR con la posibilidad de utilizar algoritmos más potentes.

### **II.4.** Aplicaciones

Se han desarrollado aplicaciones para control activo del ruido en transformadores, maquinaria industrial (motores, turbinas, etc.), tubos, recintos, en la cavidad auditiva y de ruido estructural. Esta última, por ser la aplicación concreta que se trata en la investigación, se estudiará en el siguiente apartado.

La cancelación activa del ruido generado por un transformador eléctrico fue una de las primeras aplicaciones exitosas de los sistemas CAR. Por aquel entonces no existían procesadores DSP, ni se había desarrollado la teoría del filtrado adaptativo. El éxito de la aplicación se debió a la sencillez del ruido. Existen otras fuentes de ruido periódico que son fácilmente abordables con CAR, como los ventiladores, refrigeradores, turbinas, maquinaria encapsulada, etc., cuyo espectro está dominado por armónicos de la frecuencia fundamental, proporcional a la velocidad de giro de las paletas o del motor, sobre un fondo de ruido continuo (van Herbruggen et al., 1996; Enamito et al., 1998). Actualmente, existen sistemas CAR comerciales desarrollados para muchas de estas aplicaciones.

La aplicación del CAR en conductos ha sido uno de los problemas más tratados en la literatura, por su interés industrial y relativa sencillez (Ross, 1982a, 1982b; Roure, 1985; van Overbeek, 1993; Okamoto et al., 1994). Como en baja frecuencia el campo acústico en un conducto es especialmente simple, ya que sólo se propagan ondas planas, el CAR funciona muy bien. Se necesitan unos micrófonos a lo largo del tubo, uno o varios altavoces insertados directamente en el conducto o en otro tubo en forma de rama lateral. Muchas han sido las aplicaciones CAR a casos reales en conductos de escape de gases y de ventilación (Eriksson y Allie, 1988; Hardouin et al., 1993; Schirmacher y Guicking, 1994; von Hessen, 1996; Remington et al., 1998; Cuesta y Cobo, 2000a, 2001a).

La aplicación del CAR en recintos es más complicada debido a las características del campo acústico en el interior, que depende de la geometría y condiciones de contorno del habitáculo, así como del medio de propagación. Se define por una combinación de modos normales, cuyo número crece con la frecuencia. Existe una frecuencia límite por encima de la cual se necesitarían demasiadas fuentes secundarias para realizar control global en todo el recinto, por lo que el problema debe ser tratado de manera local. Hoy en día se investiga sobre todo en aplicaciones CAR en el interior de medios de transporte (aviones, trenes, automóviles, etc.). Dentro de estas aplicaciones, uno de los aspectos que más interés acapara es la optimización del número y posición de las fuentes secundarias (Bravo y Cobo, 2000).

La aplicación del CAR en protectores auditivos está muy desarrollada (Carme, 1988; Elliott y Nelson, 1993; Bera et al., 1995). Son dispositivos de control por realimentación, caracterizados por un micrófono, un altavoz y un sencillo circuito electrónico, todo ello integrado en el auricular del protector o casco. Actualmente existen sistemas activos comerciales para protección auditiva (Bose, Peltor, RCA, Sennheiser,..) que proporcionan atenuación adicional a la pasiva, de entre 10 y 30 dB en baja frecuencia.

El efecto de la difracción en las pantallas acústicas es muy importante a baja frecuencia y limita mucho la eficacia de control del ruido de tráfico. Omoto y Fujiwara (1993), Sugiki et al. (1995) y Duhamel (1995) ensayaron en condiciones de laboratorio la reducción activa del ruido difractado. Sin embargo es una técnica que está aún poco desarrollada para una aplicación real.

### II.5. Control Activo Acústico Estructural (CAAE)

El éxito de un sistema CAR depende del número y de la posición de las fuentes secundarias. En recintos, por ejemplo, el campo es tan complejo que para realizar control global se requieren tantas fuentes como modos propios son excitados en su interior. Este patrón de radiación es similar al generado por un panel en vibración. El ruido estructural puede ser cancelado con relativa eficacia por sistemas CAR, pero la limitación práctica viene impuesta por el tamaño y número de altavoces que se requieren.

En la década de los 90, Fuller et al. (1991a) propusieron utilizar fuentes secundarias de fuerza (actuadores) directamente aplicadas sobre el panel, para modificar o incluso cancelar los modos de vibración más eficientes en la radiación de origen estructural (CAAE). En este caso, el controlador trata de minimizar el ruido estructural ajustando la respuesta de vibración del panel. Como sólo se

desea cancelar algunos modos, se requieren menos fuentes de control, con independencia del orden modal. Los algoritmos de control son los mismos que en el CAR y por consiguiente se pueden usar los controladores comerciales clásicos.

La Figura II.5 ilustra las técnicas activas con las que se puede abordar el control de la radiación acústica de una placa excitada estructuralmente.



Fig.II.5. Esquema de un sistema CAR (a) CAV (b) y CAAE (c)

La Figura II.5(a) representa un típico sistema CAR, con micrófonos para medir el ruido radiado en el campo lejano y altavoces para cancelarlo. En la figura central, Fig.II.5(b), se esquematiza el funcionamiento de un sistema de control activo de las vibraciones (CAV), que emplea acelerómetros para detectar la vibración y actuadores piezoeléctricos para cancelarla. Esta técnica no es muy efectiva para controlar la radiación acústica ya que no toda la vibración radia sonido con la misma eficiencia. La Figura II.5(c) ilustra un sistema CAAE tradicional, con actuadores integrados en la estructura como fuentes de control y micrófonos como sensores de error.

Los micrófonos son los mejores sensores de error para sistemas CAAE porque miden directamente la potencia acústica radiada al campo lejano. Sin embargo, en muchas aplicaciones, sobre todo en aviones y vehículos, es conveniente que los sensores estén también integrados en la propia estructura para ocupar el menor espacio posible. Por esta razón, la tendencia actual es sustituir estos micrófonos por sensores estructurales que miden directamente aquellos modos de vibración que contribuyen a la radiación acústica en el campo lejano.

Fuller et al. (1991a) compararon experimentalmente las técnicas CAR y CAAE en una placa delgada en condiciones de soporte simple. Las medidas se realizaron en la cámara anecoica de la Universidad de Adelaida. En ambos casos, el panel era excitado con un vibrador a frecuencias propias de interés y a otras fuera de resonancia (vibración forzada). Cuando aplicaban el CAR disponían de varios altavoces (hasta 5) próximos al panel vibrante. Para la técnica CAAE usaron entre 1 y 3 actuadores (vibradores) sobre el propio panel. Midieron la respuesta estructural del panel con acelerómetros. Como sensor de error utilizaban un micrófono formando un determinado ángulo con el eje acústico del panel. Este trabajo ponía más énfasis en la parte acústico-estructural que en la parte electrónica; de hecho la cancelación se hacía manualmente, ajustando las amplitudes y las fases de las fuentes de control para máxima cancelación en el sensor de error. Del análisis de los resultados obtuvieron conclusiones muy interesantes:

- Al aplicar CAR, el mecanismo de cancelación era la reducción de la impedancia de radiación "vista" por la fuente de ruido ("descarga" acústica de la fuente). No se producía apenas variación en la vibración del panel.
- Con CAAE, parecía haber dos mecanismos de cancelación: supresión o control modal (reducción de las amplitudes modales), que predominaba a las frecuencias propias del panel, y reestructuración modal (modificación de las fases y amplitudes relativas de los modos), que prevalecía en vibración forzada.
- La cancelación CAAE era siempre superior a la cancelación CAR.
- Los resultados CAAE mejoraban cuando se utilizaban más actuadores.

A partir de este trabajo pionero, las publicaciones sobre CAAE en placas fueron adquiriendo un creciente protagonismo en las revistas especializadas. Estos mismos autores publicaron poco después un trabajo experimental muy similar, con la novedad de que utilizaban un actuador piezocerámico como fuente de control, en lugar del tradicional vibrador (Fuller et al., 1991b). Consiguieron reducir cerca de 40 dB el nivel del micrófono de error a la frecuencia de los dos primeros modos impar-impar.

En la mayoría de los trabajos posteriores se emplearon estas cerámicas piezoeléctricas como fuentes secundarias. Algunos autores cuantificaron la capacidad de control de estos actuadores, sus ventajas e inconvenientes (Dimitriadis et al., 1991; Clark y Fuller, 1992a). Lo interesante de este último trabajo es que en él se analizaba el efecto del número y posición de actuadores. Para excitación en resonancia el número de actuadores tenía poca influencia en los resultados del control, mientras que fuera de la resonancia, la cancelación aumentaba en proporción a su número. La posición de los actuadores también resultaba crítica. Clark et al. (1993) comprobaron poco después que el modelo teórico desarrollado por Dimitriadis et al. (1991) para calcular las amplitudes modales de una placa en soporte simple inducidas por un actuador piezocerámico, concordaba bastante bien con los resultados experimentales, sobre todo a las primeras frecuencias propias.

Innovar estos sistemas CAAE con nuevos sensores de error se convirtió rápidamente en la prioridad de las investigaciones. Muy pronto se propuso utilizar tiras de PVDF como sensor de error en sustitución de los micrófonos. Clark y Fuller (1992b) demostraron teóricamente que con un par de tiras perpendiculares entre sí, paralelas a cada uno de los lados de una placa simplemente soportada, se medían los modos estructurales responsables de la radiación en baja frecuencia (modos impar-impar) junto con otros impar-par. Experimentalmente, verificaron que se conseguía mayor cancelación con micrófonos de campo lejano que con un sensor distribuido. Para mejorar las prestaciones del sensor diseñado, estos autores sugirieron darles una forma más apropiada para seleccionar mejor los modos de interés.

Poco después, publicaron un nuevo estudio sobre el PVDF para aplicaciones CAAE en placas (Clark y Fuller, 1992c), en el que optimizaban la posición y forma de este sensor, aplicando la teoría de control óptimo lineal cuadrático. Optimizaron la posición del actuador asumiendo sensores acústicos en el campo lejano, y a partir de ésta calculaban la posición y forma óptimos del sensor de PVDF. Definieron una función de coste que incluía modelos para el shaker primario, para el actuador y para el sensor, y aplicaron rutinas de un paquete comercial para implementar el algoritmo de optimización. Como resultado de este proceso, el actuador debía situarse cerca de la esquina superior derecha, y el sensor en el borde inferior de la placa. El ensayo experimental se hizo con la misma placa de trabajos anteriores, excitándola a una frecuencia fuera de resonancia. Con este dispositivo reducían 20 dB a –45°,0°, y 45° de la placa.

Algunos autores (Snyder y Tanaka, 1993; Snyder et al., 1995a, 1995b, 1996; Tanaka et al., 1996, 1998) diseñaron sensores modales 2D selectivos de estos modos impar-impar resolviendo la expresión de la potencia acústica en campo lejano como un problema de autovalores. La matriz de autovectores define un conjunto de modos desacoplados entre sí, formados por agrupaciones de modos estructurales, y que se denominan modos radiantes. El primer modo radiante es el conjunto de modos estructurales impar-impar. Estos sensores distribuidos presentaban una geometría proporcional a estos modos estructurales.

Elliott y Johnson (1993) publicaron un interesante artículo en el que proponían desarrollar sensores distribuidos (tipo PVDF) que midiesen la velocidad volúmica de la superficie vibrante, como estrategia para reducir la radiación acústica de baja frecuencia. En este margen de frecuencias sólo el primer modo radiante es significativo en la radiación. Al tratarse de un modo tipo pistón, cuya amplitud es proporcional a la velocidad de volumen de la superficie vibrante, se puede reducir toda la potencia radiada al campo lejano con un sistema CAAE monocanal que mida esta magnitud. Ellos mismos abordaron el diseño teórico de un sensor distribuido de este tipo (Johnson et al., 1993), definiéndolo con una función de sensibilidad cuadrática en uno de los ejes de la placa. Gran parte del trabajo se dedicaba a cómo implementar el sensor en la práctica. El gran inconveniente de este diseño era que se requería cubrir toda la estructura con tiras de PVDF, y por tanto no era una alternativa práctica ni barata.

Los trabajos publicados por Charette et al. (1995, 1998) son muy interesantes porque proponían un diseño del sensor distribuido que resolvía este inconveniente. En este caso se definió el desplazamiento de volumen estructural como función de coste a minimizar. El sensor diseñado consistía en una cruz de dos tiras de PVDF con máxima anchura de 1 cm. Definieron la forma del sensor a partir de medidas estructurales, y por tanto se trataba de un método válido para cualquier condición de contorno. Otro aspecto a destacar era que dicha forma no dependía de la frecuencia. Se presentaron resultados experimentales en una placa de aluminio, usando cerámicas piezoeléctricas como fuentes primaria y secundaria, los sensores distribuidos diseñados como sensores de error, y un filtro anticipativo FXLMS. Consiguieron atenuaciones de la presión sonora radiada de 16, 40, y 14 dB, cuando se excitaba la placa en vibración forzada y a las frecuencias de los modos (1,1) y (1,2), respectivamente.

Se ha analizado teórica y experimentalmente la posibildad de utilizar sensores estructurales puntuales, e incluso micrófonos en campo próximo, como sensores de error para reducir la radiación acústica de una placa (Wang y Fuller, 1992; Maillard y Fuller, 1998; Berkhoff y Doelman, 1999). Como estos sensores no realizan por sí mismos el filtrado modal para seleccionar los modos eficientes en la radiación, la señal que detectan debe pasar por un filtro electrónico que desarrolle esta función, antes de entrar en el controlador. A pesar de que las prestaciones de este tipo de sensores pueden ser similares a las de los micrófonos en campo lejano, su gran inconveniente es que se requiere un gran número de ellos. Esto hace que los sensores distribuidos siguan siendo más sencillos de implementar en la práctica y sobre todo en los casos más reales. El diseño de sensores de la velocidad o desplazamiento de volumen, sigue estando de actualidad. Recientemente, François et al. (2001) utilizan un orginal dispositivo formado por un array de cerámicas piezoeléctricas, convenientemente filtrado, como sensor de la velocidad volúmica de un cristal rectangular. Tal sensor es capaz de medir esta magnitud tan bien como un sistema de vibrometría láser. Este trabajo está dentro de una línea de investigación sobre CAAE robusto de placas.

En la literatura existen también intentos de implementar sistemas CAAE en estructuras con condiciones de contorno más reales, sobre todo en aviones, coches, submarinos, maquinaria industrial, etc. Master et al. (1992) investigaron el CAAE en un compresor. Se trataba de un ruido periódico, formado por los armónicos de la frecuencia fundamental del motor, 56 Hz. Analizaron las prestaciones que ofrecían dos señales de error diferentes, una procedente de un acelerómetro próximo al actuador (colocado en la carcasa) y otra de un micrófono a 0.6 metros por encima del compresor. Las pruebas de cancelación se efectuaron a una frecuencia de resonancia de la cavidad del compresor. Consiguieron reducir 18 dB el nivel de la señal del acelerómetro cuando actuaba como señal de error, mientras que el nivel acústico aumentaba 13.3 dB en el micrófono. Usando el micrófono como señal de error, atenuaban 13.5 dB su nivel aunque únicamente 4.5 dB en el acelerómetro. Era una prueba clara de que la reducción de la vibración no conlleva siempre la atenuación sonora.

Fuller y Gibbs (1994) trataron de controlar el ruido en el interior de un jet privado de tamaño medio, usando pequeños actuadores piezocerámicos con suficiente autoridad de control para tal aplicación, pegados al fuselaje. Implementaron un filtro FXLMS para controlar 11 micrófonos de error y dos grupos de cuatro actuadores cada uno. Los mejores resultados se obtenían a frecuencias de resonancia del recinto, alcanzándose reducciones de entre 20 y 30 dB en las cuatro posiciones de la cabina. Fuera de resonancia los resultados empeoraban considerablemente, y los autores identificaron esta pérdida de control con causas de no-linealidad.

Dehandschutter et al. (1995) presentaron resultados preliminares de un proyecto para control CAAE del ruido de rodadura en habitáculos de coches. Se hizo un análisis teórico exhaustivo de la configuración óptima de sensores y actuadores, y se analizó el efecto de la coherencia mutua de las señales de referencia con las de error, y de los retardos, en la máxima atenuación alcanzable con esta estrategia. Ensayaron en un prototipo de laboratorio. El ruido de rodadura se simulaba mediante un vibrador en un banco de rodillos. Las señales de referencia procedían de acelerómetros en el eje de las ruedas. Los actuadores se situaron en la parte trasera del chasis, lo más cerca posible a la suspensión. Las señales de error las captaban dos micrófonos próximos a los asientos traseros. Se consiguió una atenuación promedio de 15.2 dB en la banda de 70 a 320 Hz, cuando se excitaba sólo en una rueda. Con excitación simultánea en las dos ruedas traseras consiguieron una atenuación media de 7.8 dB entre 50 y 160 Hz.
Rossetti y Norris (1996) compararon experimentalmente los resultados de cancelación CAR y CAAE en una sección del fuselaje de un avión de Havilland DASH-7. El ruido se generaba con dos altavoces en el exterior del avión. Para el control CAR se usaron 4 altavoces y en el control CAAE, 4 actuadores del tipo inercial distribuidos sobre el fuselaje. Como sensores de error se utilizaron 8 micrófonos en ambos casos, distribuidos uniformemente en el interior. La cancelación CAAE resultó 40 dB superior a la atenuación CAR en la banda (60, 74) Hz. En las bandas (130, 150) Hz y (200, 220) Hz, se obtuvieron cancelaciones CAR y CAAE similares, de unos 10 y 4 dB, respectivamente.

# **CAPÍTULO III**

# ACTUADORES Y SENSORES PARA EL CAAE

Una importante línea de investigación del CAAE se ocupa de los actuadores y sensores. El continuo interés por desarrollar componentes mejor adaptados, está del todo justificado, ya que el éxito de estos sistemas de control depende críticamente de las prestaciones de las fuentes secundarias y de los sensores de error implementados. A continuación se presenta una recopilación de los diferentes actuadores y sensores utilizados en dispositivos CAAE. En el apartado de los sensores se profundiza en el diseño de los sensores distribuidos, para definir el marco de referencia en la creación del sensor.

# **III.1.** Actuadores

# III.1.1. Introducción General

Cualquier dispositivo diseñado para controlar el ruido de vibraciones debe implementar actuadores de fuerza capaces de generar elevadas deformaciones mecánicas en la estructura. Los actuadores más utilizados son piezoeléctricos. Existen sin embargo, materiales con otras propiedades electromecánicas que pueden emplearse para estos fines, por ejemplo, los materiales electroestrictivos y magnetoestrictivos, las aleaciones con memoria de forma, o los fluidos electroreológicos. A continuación se revisarán sucintamente las características y prestaciones de estos últimos. Los actuadores piezoeléctricos, que son los que se han implementado en el prototipo, se analizan en el siguiente apartado.

El efecto electroestrictivo, similar al piezoeléctrico, no suele ser suficientemente grande como para explotarlo en dispositivos electromecánicos, excepto en una familia conocida como relaxores ferroeléctricos. Los más conocidos son las cerámicas basadas en el plomo, magnesio, y niobato (PMN). Sus altos coeficientes dieléctricos dan lugar a grandes deformaciones. Las cerámicas eletroestrictivas generan con menor voltaje, unas deformaciones iguales o superiores a las de las cerámicas piezoeléctricas, aunque presentan la gran desventaja de ser mucho más caras y difíciles de acondicionar. Los materiales magnetoestrictivos son sólidos cristalinos o amorfos que se deforman cuando son sometidos a un campo magnético. El más conocido es el terfenol-D, una aleación de terbio, disprosio y hierro. Además de producir grandes desplazamientos, la principal ventaja de este material es que funciona muy bien por debajo de su frecuencia de resonancia. Su mayor inconveniente es que sufre histéresis y que requiere un campo magnético para deformarse, lo que da lugar a actuadores voluminosos.

Una aleación con memoria de forma (AMF) es un material que tiende a recuperar su forma original cuando se calienta. Puede usarse como actuador y como sensor (Rogers, 1990). Uno de los materiales AMF con propiedades más espectaculares es una aleación de níquel y titanio denominada nitinol. El nitinol es capaz de modificar el módulo de Young de la estructura en un factor 4. Estas alteraciones del material ocurren simplemente por un cambio de fase cuando se supera una cierta temperatura en la AMF. Debido a las pérdidas térmicas que experimentan, requieren más energía que los otros materiales para ser activados. También sufren histéresis.

Los fluidos electroreológicos (FER) son suspensiones que experimentan cambios reológicos de primer orden bajo un campo eléctrico. El FER más común es un tipo de aceite dieléctrico dopado con partículas semiconductoras. Su aplicación más inmediata en CAAE son las suspensiones semi-activas o soportes activos (Hansen y Snyder, 1997). Sus principales inconvenientes son el tiempo de respuesta (varios ms) y los altos voltajes requeridos (de 2 a 10 kV). Wicker et al. (1997) aprovechaban la gran variación de sus propiedades viscoelásticas para diseñar absorbentes eléctricamente controlables en aplicaciones submarinas. Gulden et al. (1995) combinaban los FER con un elastómero blando para usarlo como un recubrimiento activo-pasivo en control de señales hidroacústicas con escalas de tiempos de milisegundos (ruido de flujo).

# III.1.2. Actuadores Piezoeléctricos

El material piezoeléctrico se deforma mecánicamente cuando se le aplica un campo eléctrico, y viceversa. En los años 60 se presentó una piezocerámica de titanato circonato de plomo (PZT) que mejoraba las propiedades piezoeléctricas de la primera cerámica, que era de titanato de bario. El PZT es la base de la mayor parte de las piezocerámicas que se usan en la actualidad.

Los piezoeléctricos pueden servir como actuadores o sensores, dependiendo de sus características electromecánicas. Por ejemplo, un actuador requiere un material que desarrolle una gran fuerza mecánica cuando se le aplica una polarización eléctrica (constante de deformación piezoeléctrica alta). Las cerámicas de PZT son las más utilizadas como actuadores en dispositivos CAAE debido a su buena conversión electromecánica (coeficiente de acoplamiento elevado), combinada con la alta temperatura de Curie que soporta. Aunque puede fabricarse según la forma deseada, se suele manufacturar en forma de pastillas o discos. Para un sensor, en cambio, el material debe proporcionar un campo eléctrico alto cuando se deforma mecánicamente (constante de tensión piezoeléctrica grande). El polivinilideno fluoroso (PVDF), material que combina las características de los materiales plásticos con las de los piezoeléctricos, presenta unas propiedades excelentes como sensor, a pesar de su baja temperatura de Curie. Se comercializa en forma de película con espesores de 9-50  $\mu$ m, y es el material más usado en el diseño de sensores distribuidos, porque puede cortarse fácilmente para darle la forma deseada.

En aplicaciones CAAE es muy común usar actuadores como los de la Figura III.1, constituidos por un par de cerámicas, una a cada lado de la estructura, y actuando en el modo 31 (polarización vertical y deformación horizontal).





Para controlar con CAAE el ruido que radia cualquier estructura, es necesario que el actuador adherido a su superficie sea capaz de excitar con suficiente nivel aquellas ondas estructurales causantes de la radiación. Estas ondas son flexionales. Lo que interesa es que el actuador genere en la estructura un desplazamiento vertical. Como la frecuencia de resonancia de las piezocerámicas en el modo espesor (d<sub>33</sub>) es del orden del MHz, en baja frecuencia el actuador no puede generar la suficiente deformación vertical para transmitirla a la estructura. Con el fin de generar esta vibración se aprovecha la deformación horizontal que experimenta el actuador bajo un voltaje vertical.

El motivo de utilizar un actuador doble es porque se logra enfatizar este tipo de ondas respecto a otras. Por ejemplo, con una única cerámica se genera un movimiento estructural híbrido compuesto por ondas flexionales y longitudinales (Fig. III.1(c)). Se pierde por tanto capacidad de generar sonido. Cuando se usan dos cerámicas se obtienen vibraciones puras (longitudinales o flexionales) dependiendo del voltaje que se les aplica.

Para generar ondas flexionales por la estructura, se deben excitar estas cerámicas en contrafase, de forma que los movimientos horizontales de cada una sea contrario. Esto se traduce en una serie de contracciones y extensiones horizontales que provocan la vibración vertical de la estructura: su flexión (Fig.III.1(a)). Si se excitan en fase el movimiento es puramente longitudinal, y por tanto no radia sonido (Fig. III.1(b)) (Dimitriadis et al., 1991; Gibbs y Fuller, 1992; Clark et al., 1993).

Dimitriadis et al. (1991) analizaron teóricamente el comportamiento dinámico de estos actuadores dobles adheridos a superficies elásticas. Elaboraron un modelo que describe la respuesta estructural de una placa en soporte simple excitada con un actuador de este tipo. En su desarrollo asumieron que las cerámicas estaban perfectamente pegadas a la superficie, es decir, que en la interfaz entre ambas la deformación era la misma, y que no alteraban significativamente la masa ni la rigidez de la placa. Bajo estas hipótesis, obtuvieron la conocida expresión para las amplitudes modales de la placa, en función de las características mecánicas y geométricas de la placa y de la cerámica, de las propiedades piezoeléctricas de la cerámica, y del voltaje aplicado. En el Capítulo IV se modeliza la dinámica de la placa utilizada con esta formulación. Sin embargo, para una descripción más extensa del modelo de Dimitriadis, véase el Apéndice A.

La validez del modelo teórico ha sido demostrada con numerosos ensayos experimentales. Clark et al. (1993) usaron un actuador cerámico doble en una placa de acero de (38 cm x 30 cm x 1.96 mm) en soporte simple, y midieron las amplitudes modales, con diferentes configuraciones de los actuadores, y a diferentes frecuencias (modales y forzadas). En todos los casos analizados, se aplicó a los actuadores un voltaje pico-pico de 60 V.

De los resultados extrajeron unas conclusiones muy interesantes:

- Las amplitudes modales predichas por el modelo y las experimentales, se ajustaban bastante bien, sobre todo a las frecuencias de los primeros modos estructurales.
- La correlación teoría-experimento se deterioraba a medida que la frecuencia de excitación se alejaba de las resonancias.
- A frecuencias modales, el efecto del actuador en la respuesta estructural de la placa era despreciable.
- La posición del actuador resultó crítica. Por ejemplo, los actuadores apenas excitaban una resonancia estando localizados en alguna de sus líneas nodales.

Brennan et al. (1997) demostraban que tanto la rigidez como la masa de un actuador sencillo o doble tiene muy poco efecto en las ondas longitudinales y flexionales que se propagan en una barra en el margen de baja frecuencia, siempre que se utilicen cerámicas finas. En cambio, en alta frecuencia y utilizando cerámicas gruesas con relación al espesor de la estructura, era necesario incluir estos efectos pasivos en la dinámica de la estructura. Estas conclusiones pueden extrapolarse al modelo 2D.

# **III.2.** Sensores

En sistemas CAAE se utilizan tradicionalmente micrófonos localizados en el campo lejano de la estructura que vibra. Los sensores acústicos en estas condiciones ofrecen las mejores prestaciones al sistema CAAE porque miden directamente la presión sonora que se desea minimizar. Sin embargo, en muchas aplicaciones su uso no es adecuado ni práctico. Una alternativa es implementar sensores adheridos a la estructura. Para que estos sensores estructurales sean afines a los objetivos del CAAE y puedan usarse como sensores de error deben detectar magnitudes que estén vinculadas con la radiación de campo lejano.

La relación entre la velocidad estructural y la radiación de campo lejano en baja frecuencia conlleva implícitamente un filtro modal que selecciona los modos estructurales que radian sonido más eficientemente (ver Capítulo IV) (Guigou et al., 1996; Berry, 1999). Este filtrado puede incorporarse, bien con sensores distribuidos (láminas de PVDF o sensores de fibra óptica) que seleccionan espacialmente estos modos estructurales a través de su forma geométrica, o bien con sensores puntuales (acelerómetros, micrófonos en campo próximo) que sí requieren el adecuado post procesado modal de sus señales.

El diseño de estos sensores puntuales o distribuidos parte del análisis modal de la vibración de la estructura, que puede realizarse indistintamente en términos de la velocidad o del desplazamiento en problemas armónicos. Para completar la formulación aquí expuesta, véase el Capítulo IV y los apéndices citados.

# **III.2.1. Sensores Puntuales**

Los sensores puntuales en CAAE pueden ser sensores de vibración (acelerómetros) o acústicos (micrófonos) y utilizarse para medir modos estructurales o radiantes. En este último caso las señales de salida deben filtrarse.

## **III.2.1.1. De Modos Estructurales**

Para medir modos estructurales en cualquier superficie se colocan sobre ella unos acelerómetros, cuya disposición espacial y número, dependen de los modos que se deseen medir. Por ejemplo, para detectar el primer modo de una placa basta con situar un único acelerómetro en el centro. En la práctica, como se sabe cual es la distribución espacial de los modos estructurales, donde se localizan los máximos y mínimos de amplitud correspondientes, no es necesario un análisis más exhaustivo.

En cambio cuando estos sensores puntuales miden modos radiantes deben además incluir el filtrado mencionado. Este filtro espacial está basado en la técnica de extracción de las amplitudes modales a partir de las medidas estructurales en una serie de puntos y de las formas propias de vibración calculadas teóricamente. Esta técnica se conoce como filtrado modal (Snyder y Tanaka, 1993; Snyder et al., 1995a, 1996) o como descomposición modal (Clark y Fuller, 1992a). Aunque para el caso concreto de modos estructurales este método no tiene mucho interés práctico se va a discutir brevemente como una introducción al siguiente apartado.

La Figura III.2 muestra el esquema de un conjunto de sensores puntuales utilizado para medir modos estructurales en una placa en condiciones de soporte simple. En la práctica los acelerómetros pueden medir, además de la aceleración, la velocidad o el desplazamiento, dependiendo del tipo de acondicionamiento utilizado. El análisis estructural se formula en términos de la velocidad.



Fig.III.2. Esquema de un conjunto de sensores puntuales

La velocidad vertical de la placa puede detectarse con varios acelerómetros distribuidos en su superficie. Si el número de puntos de medida es  $P=m^*n$ , siendo m y n los índices modales de la placa, entonces el vector de velocidades,  $\mathbf{v}$ , representa un sistema de P ecuaciones con P incógnitas y puede invertirse para

proporcionar las amplitudes modales,  ${\it V}$  , en función de la matriz de  $\,$  las formas propias de la placa,  ${\it O}$  ,

$$\mathbf{V} = \mathbf{\mathcal{O}}^{-1} \mathbf{v} \tag{III.1a}$$

Con los *P* sensores puntuales se pueden medir *P* amplitudes modales como máximo. Cuando se aplica esta técnica se asume que los modos de órdenes superiores tienen una amplitud despreciable para evitar el aliasing espacial. Por ello la frecuencia de excitación de la estructura tiene que ser mucho menor que la frecuencia del modo más alto que se pretende medir. Si se utiliza mayor número de sensores que amplitudes modales a determinar,  $P > m^*n$ , se debe aplicar el método de mínimos cuadrados para obtener

$$\mathbf{V} = \boldsymbol{\mathscr{O}}^T (\boldsymbol{\mathscr{O}} \boldsymbol{\mathscr{O}}^T)^{-1} \mathbf{v}$$
(III.1b)

Para implementar cualquier sistema CAAE que cancele *P* modos estructurales se requieren por lo menos *P* sensores puntuales, y por tanto un sistema multicanal, y un filtro externo que implemente las Ecs. (III.1). Si la estructura vibrante tiene una geometría regular se puede aprovechar la simetría de los modos estructurales para reducir el número de sensores puntuales (Snyder et al., 1996). En una placa en soporte simple, por ejemplo, con cuatro acelerómetros en las esquinas se elimina la influencia de muchos modos. Sin embargo, la mejor alternativa para reducir este número es el uso de sensores distribuidos.

## **III.2.1.2. De Modos Radiantes**

La técnica de medida de modos radiantes con sensores estructurales puntuales es una generalización de la anterior. Recuérdese que los modos radiantes son agrupaciones de modos estructurales que están desacopladas entre sí y con diferentes eficiencias de radiación (ver Apéndice B y Capítulo IV). En este caso el vector de velocidades estructurales puede expresarse como,

$$\mathbf{v} = \boldsymbol{\emptyset} \boldsymbol{Q}^T \boldsymbol{Q} \boldsymbol{V} = \boldsymbol{\ddot{O}} \boldsymbol{U}$$
(III.2)

siendo  $\ddot{\boldsymbol{O}} = \boldsymbol{\mathcal{O}} \boldsymbol{Q}^T$  la matriz de las formas de los modos radiantes transformados por la matriz de modos estructurales en cada uno de los puntos de medida, y  $\boldsymbol{U} = \boldsymbol{Q} \boldsymbol{V}$  el vector de amplitudes de estos modos radiantes (Snyder y Tanaka, 1993; Tanaka et al., 1996).

En un problema concreto se conocen los modos estructurales de la placa y su matriz de resistencias, que define el acoplamiento entre la vibración y el medio circundante al cual radia sonido. Partiendo de las medidas estructurales se pueden determinar las amplitudes de los modos transformados, invirtiendo la Ec. (III.2). Con igual número de modos estructurales que de sensores puntuales se aplica la inversión directa para obtener

$$\boldsymbol{U} = \boldsymbol{\ddot{O}}^{-1} \boldsymbol{v} \tag{III.3}$$

Si el número de sensores es mayor que el de modos, el filtrado modal que deberá implementarse antes de que las señales de los acelerómetros entren en el controlador, se calcula como

$$\boldsymbol{U} = \boldsymbol{\ddot{O}}^T (\boldsymbol{\ddot{O}} \boldsymbol{\ddot{O}}^T)^{-1} \mathbf{v}$$
(III.4)

Berkhoff y Doelman (1999) diseñaron sensores puntuales para medir los modos radiantes de una placa utilizando micrófonos en campo próximo. En este caso la deducción de los modos se efectuó relacionando la presión acústica que detectaban estos micrófonos con la velocidad estructural de la placa a través de la admitancia acústica (inversa de la impedancia acústica). Se expuso el problema de esta forma para poder expresar la potencia en campo lejano en función de la presión de campo próximo. La diferencia fundamental con el planteamiento de sensores estructurales fue que éste relacionaba ambas magnitudes a través de la matriz de impedancias, con el fin de formular la potencia radiada en función de la velocidad estructural. Esta pequeña variación en las dos formulaciones condicionaba el tipo de filtrado que debía implementarse en cada caso.

Los autores desarrollaron un filtro modal a partir de 20 micrófonos próximos a una placa que estaba encastrada en el interior de un encapsulamiento. La fuente primaria era un altavoz dentro del encapsulamiento y los actuadores eran cerámicas PZT. Los sensores de error se conformaron con las salidas de este filtro *(front-end)* cuyas entradas eran las señales de los micrófonos. Con un actuador y un sensor del primer modo radiante (el más eficiente) consiguieron cancelaciones de 16.2 dB hasta 250 Hz. Con tres actuadores y tres sensores de los tres primeros modos radiantes redujeron 22.9 dB en la misma banda de frecuencias.

Para utilizar sensores puntuales acústicos o estructurales en dispositivos CAAE, se necesitan al menos tantos sensores como modos hay en la banda de frecuencias de interés, y el filtro modal para que la señal de error informe al controlador de los modos más eficientes. Esto provoca una gran carga en la unidad de control que los vuelve poco recomendables, incluso utilizando los DSP más potentes.

# III.2.2. Sensores Distribuidos

El PVDF, como se dijo al principio del capítulo, es un material con las características idóneas para desarrollar sensores integrados en la estructura. El diseño de estos sensores distribuidos está basado en el trabajo de Lee y Moon (1990), que demostraron que la carga eléctrica *q*, proporcionada por un sensor de PVDF de este tipo pegado sobre una estructura 2D, es (Apéndice C):

$$q = -\frac{t_p + t_f}{2} \int_0^{a_f} \int_0^{b_f} F(x, y) \left[ e_{31} \frac{\partial^2 w(x, y)}{\partial x^2} + e_{32} \frac{\partial^2 w(x, y)}{\partial y^2} + 2e_{36} \frac{\partial^2 w(x, y)}{\partial x \partial y} \right] dxdy \quad \text{(III.5)}$$

La respuesta del PVDF es muy sensible a sus características piezoeléctricas  $(e_{ij})$ , dimensiones  $(a_f, b_f, t_f)$  y sobre todo a su forma geométrica, definida con la función de sensibilidad (F(x,y)), función de forma o apertura. Generalmente se polariza la película de PVDF en dirección vertical  $(e_{36}=0)$  lo cual simplifica el diseño del sensor. Es importante resaltar la dependencia de la salida del sensor con las derivadas segundas del desplazamiento vertical. Cuando se desarrolla esta expresión general, en términos de los modos normales y para las condiciones concretas de soporte simple, se sigue manteniendo la dependencia con las formas modales de la placa (las derivadas segundas de un producto de senos (Ec. (IV.2)) son proporcionales a él). Aprovechando la condición de ortogonalidad de estos modos normales se puede definir una función de sensibilidad tal que el sensor sea capaz de seleccionar algunos de estos modos. Por consiguiente la forma más sencilla de resolver la salida del sensor, es haciendo que su forma geométrica sea proporcional a los modos estructurales que debe medir.

Esto no es fácil en la práctica ya que los modos estructurales de las placas son bidimensionales y el PVDF se comercializa actualmente en láminas con espesores de micras. La única alternativa es utilizar tiras de PVDF con anchura variable. Aunque una tira sólo puede distinguir modos en una dimensión, disponiendo de múltiples tiras adecuadamente colocadas sobre la estructura, se logra medir modos 2D. En el caso de placas con una cierta regularidad se puede aprovechar la simetría de los modos estructurales para dar la forma a los sensores y simplificar el diseño.

Sin duda el aspecto más interesante de los sensores distribuidos en aplicaciones CAAE es la posibilidad de darles una geometría selectiva capaz de medir los modos estructurales más eficientes en la radiación. Cuando se analiza la literatura, se encuentran esencialmente dos estrategias de diseño de estos sensores. Conceptualmente buscan lo mismo pero con planteamientos diferentes:

- **Formulación de los modos radiantes**: calcula la apertura del sensor igualando su salida a la forma del modo radiante deseado (Snyder et al., 1995a, 1995b, 1996; Tanaka et al., 1996).
- Formulación del desplazamiento volúmico: calcula la apertura del sensor igualando su salida al desplazamiento volúmico de la estructura (se puede hacer también en términos de la velocidad) (Johnson et al., 1993; Johnson y Elliott, 1995a, 1995b; Charette et al., 1995, 1998).

## **III.2.2.1. De Modos Estructurales**

Los modos estructurales de una placa en soporte simple pueden medirse

fácilmente con tiras de PVDF localizadas en sus máximos de amplitud. Clark y Fuller (1992b) utilizaron dos tiras rectangulares paralelas a cada uno de los ejes de una placa en estas condiciones para detectar sus modos impares (Fig.III.3).



Fig.III.3. CAAE en placa delgada con sensores de PVDF

Definieron la función de forma de este sensor de PVDF con una función escalón de las posiciones de ambas tiras. Por la simetría de los modos normales de la placa, las tiras denominadas *PVDF2* y *PVDF1* sólo debían medir los modos impares en la dirección de los ejes x e y. Sin embargo en los experimentos realizados detectaban también modos indeseados. Los autores compararon los resultados CAAE obtenidos con estos sensores de PVDF y con tres micrófonos en el campo lejano de la placa a diferentes frecuencias. Obtenían cancelaciones próximas a 30 dB con los sensores distribuidos, y unos 5-10 dB más con los micrófonos. Concluyeron que era menester usar sensores distribuidos más selectivos para mejorar los resultados del CAAE con el PVDF.



en una placa delgada en soporte simple

La Figura III.4 ilustra dos sensores distribuidos, constituidos por tiras de PVDF perpendiculares entre sí y anchura 2.54 cm, desarrollados para medir los modos (3,impar) y (\*,1) de una placa rectangular en soporte simple (Clark y Burke, 1996). La forma de la tira paralela al eje x es proporcional al modo (3,1) y por tanto sensible a todos los modos (3,\*), pero por estar emplazada en la línea central sólo detecta los modos (3,impar). Dada la posición de la tira en la dirección del eje y sólo detecta los modos (\*,1). Se observa que el sensor en x tiene tres cambios de polaridad. Como el PVDF es flexible puede doblarse cuando pasa por cero para intercambiar la polaridad de cada cara. Otra forma de hacerlo es invertir las conexiones eléctricas entre segmentos adyacentes del sensor.

En los trabajos sobre diseño de sensores modales que presentan resultados experimentales, es usual atribuir las desviaciones respecto a los resultados teóricos a errores en el corte del PVDF. Sin embargo, Clark y Burke (1996) atribuían más importancia a los errores en la ubicación de los sensores en la estructura. Si se diseña un sensor para medir un único modo estructural, la apertura correspondiente debería ser ortogonal al resto de modos, y por tanto debería proporcionar respuesta cero a dichos modos. Un pequeño error en la ubicación del sensor puede resultar en contribuciones significativas de otros modos.

## III.2.2.2. De Modos Radiantes

Tanaka et al. (1996) desarrollaron un método numérico para definir la salida y la forma de un sensor distribuido que seleccionaba combinaciones de modos estructurales de una placa en soporte simple (impar-impar, par-impar, etc.). Este sensor 2D constaba de varias tiras de PVDF paralelas a uno de los ejes de la placa. Analizaron la función de forma,  $\mathbf{j}(y)$ , que debía adoptar uno de estos sensores 1D situado a lo largo de una línea arbitraria  $x=\mathbf{g}$  para detectar un modo radiante concreto, el  $n_j$  (Fig.III.5).





La forma del sensor era proporcional modo *n<sub>j</sub>*-ésimo:

$$\boldsymbol{j}(\boldsymbol{y}) = g_{n_j} \operatorname{sen}\left(\frac{n_j \, \delta \boldsymbol{y}}{b}\right) \tag{III.6}$$

Esta expresión era en definitiva un sumando con todas las contribuciones de aquellos modos estructurales que formaban el modo radiante definido. Los autores formularon matricialmente la salida de este sensor 1D, y demostraron que una tira de PVDF con esta forma prescrita era capaz de medir todos los modos con índice modal  $n_j$  en la dirección *y*. Resolver completamente la función de forma de este sensor 1D, implicaba determinar los coeficientes  $g_{nj}$ , para lo cual se igualó la salida del sensor, Ec. (III.5), a la amplitud del modo radiante  $n_j$ , Ec. (III.2). El número y la posición de sensores 1D de este tipo dependía de las combinaciones de modos estructurales que se deseara medir con él (impar-impar, par-impar, etc.).

Aplicaron el método a una placa en soporte simple con dimensiones (88 cm x 180 cm x 9 mm), en una banda de frecuencias hasta 200 Hz. Los sensores 1D debían colocarse paralelos al eje y, porque en esta dirección se producía la máxima variación de índices modales. Con un único sensor a lo largo de la línea central se midieron todos los modos estructurales impar-impar de este margen de frecuencias, el (1,1), el (1,3) y (1,5). La forma del sensor era proporcional a todos ellos. La salida del sensor contenía tres sumandos. Al primero contribuían los modos con índice n=1, que son el (1,1) y (2,1). El segundo sumando agrupaba los modos con índice n=3, esto es, el (1,3) y (2,3), y el tercero, el modo (1,5). El sensor en la posición mencionada no detectaba los modos (2,1) y (2,3), con lo cual se simplifica su salida. Siguiendo el mismo procedimiento obtuvieron los coeficientes de los sensores 1D para el segundo y tercer modo radiante, es decir el conjunto de modos impar-par, y el de modos par-impar, respectivamente.

Los sensores modales diseñados captaron también modos estructurales indeseados. Según Tanaka et al. (1996) estos errores se debían a imprecisiones en el corte del PVDF. A pesar de ello, el filtrado modal era evidente comparando con la salida de un acelerómetro.

#### III.2.2.3. Del Desplazamiento Volúmico

Guigou et al. (1996) demostraron que la presión radiada al campo lejano por una placa en baja frecuencia es proporcional a su velocidad de volumen (ver las secciones IV.2.2 y IV.2.3). En una placa de dimensiones (*a,b*) la velocidad de volumen es la integral de superficie de la velocidad vertical. Relacionaban pues una magnitud de campo lejano con una estructural de campo próximo. Por consiguiente un sensor que mida directamente esta magnitud proporciona una señal de error ideal para un sistema CAAE. Es equivalente definir el sensor distribuido en términos del desplazamiento de volumen, ya que ambas magnitudes están relacionadas por un factor *jw*. El desplazamiento de volumen es la integral de superficie del desplazamiento vertical:

$$D(f) = \int_{0}^{a} \int_{0}^{b} w(x, y, f) dx dy$$
(III.7)

Johnson y Elliott (1995b) demostraron que un sensor de PVDF con una función de apertura cuadrática en la dirección de uno de los ejes,  $F(x, y) \approx x - x^2$ , generaba una salida proporcional al desplazamiento volúmico, siempre y cuando se cumpliesen las siguientes condiciones:

- El desplazamiento vertical en los extremos de la placa a lo largo del eje *x* fuese cero (condiciones de contorno simple o encastrado).
- El gradiente del desplazamiento vertical fuese el mismo en los extremos de la placa a lo largo de la dirección *y*. Esta condición se cumplía en una placa encastrada. En el caso de soporte simple, era necesario usar un par de películas de PVDF convenientemente ponderadas (Johnson et al., 1993).

Para implementar este sensor en la práctica había que recubrir toda la superficie de la placa con el PVDF, lo cual ni es barato ni práctico.

Charette et al. (1998) propusieron un sensor para el desplazamiento volúmico de una placa, que podía ser implementado mediante un par de tiras cruzadas de PVDF. Se trataba de un método válido para condiciones de contorno arbitrarias ya que partían de medidas estructurales experimentales. Siguiendo el procedimiento usado por un paquete de análisis modal comercial, calcularon las formas modales de la placa utilizada, ajustando las medidas experimentales del desplazamiento vertical en una malla de puntos, a unas funciones polinómicas en x e y. Formularon el desplazamiento de volumen a partir de las formas modales estimadas.

Diseñaron el sensor de la Figura III.6, constituido por dos tiras de PVDF, con las siguientes características:

- Una de ellas estaba ubicada a lo largo del eje *x*, en  $y=y_{ct}$ , y tenía una anchura  $2m_x F(x)$ .
- La otra estaba ubicada a lo largo del eje *y*, en  $x=x_{ct}$ , con una anchura dada por  $2m_V F(y)$ .

Los valores  $2m_x$  y  $2m_y$  eran las anchuras máximas de las tiras en las direcciones  $x \in y$ , y la forma de cada una estaba definida con la correspondiente función F normalizada a la unidad.



Fig.III.6. Configuración de un sensor de PVDF del desplazamiento volúmico

Partiendo de la definición de Lee y Moon (1990), los autores calcularon primero la salida que proporcionaba cada uno de estos sensores por separado ( $q_x$  y  $q_y$ ), y en segundo lugar, igualaron la expresión matricial del desplazamiento a la salida total del sensor diseñado ( $q_x + q_y$ ). Para determinar los coeficientes de estas funciones de forma resolvieron el sistema de ecuaciones resultante. En este proceso era necesario especificar la posición de las tiras,  $x_{ct}$  e  $y_{ct}$ .

Los autores aplicaron este método para diseñar un sensor distribuido del desplazamiento volúmico de una placa encastrada excitada con un actuador cerámico doble. Disponían de PVDF de 28 *m*m de espesor, del cual cortaron dos tiras de 1 cm de ancho que pegaron en las posiciones  $x_{ct} = 0.259$  m,  $y_{ct} = 0.176$  m. Compararon el desplazamiento de volumen que proporcionaba el sensor con el de un sistema de vibrometría láser en 144 puntos de la placa. Ambas medidas se ajustaban bastante bien, sobre todo a las frecuencias de los modos propios. Debido a las imperfecciones del dispositivo experimental contribuían algunos modos indeseados.

Los dos métodos mencionados buscan el mismo objetivo, esto es que el sensor mida los modos estructurales más eficientes en la radiación. Según la Ec. (III.5) esto implica que la forma geométrica del sensor debe ser proporcional a estos modos. Para diseñar el sensor distribuido en este trabajo se elige el método de Charette et al. (1995, 1998), en parte porque se trata de una formulación más acústica y también porque es más sencilla de implementar en la práctica, ya que se requieren menos sensores para detectar lo mismo.

# **CAPÍTULO IV**

# MODELO 2D. PLACA EN SOPORTE SIMPLE

El objetivo de aplicar control activo a una placa que vibra, es cancelar el ruido de baja frecuencia que radia a consecuencia de esta vibración. Por consiguiente, es necesario solucionar dos problemas:

- Problema estructural: resolver la vibración de la placa, conocida su geometría, sus propiedades mecánicas, las condiciones de contorno, y las fuerzas externas aplicadas a la misma.
- Problema acoplado acústico-estructural: resolver la radiación acústica de la placa, conocido su comportamiento estructural y las condiciones de carga del medio circundante (impedancia acústica).



Fig.IV.1. Placa delgada vibrando transversalmente

Como la radiación estructural es debida a las ondas flexionales que se propagan por la placa, la magnitud estructural que interesa modelizar es la vibración vertical, bien en términos del desplazamiento, w(x,y,f), o de la velocidad, v(x,y,f). La Figura IV.1 muestra una placa de dimensiones  $(a,b,t_p)$  vibrando para radiar sonido. El problema estructural en geometrías sencillas y a baja frecuencia, se aborda tradicionalmente con la teoría de modos normales. La condición de contorno más utilizada en barras y placas es la de soporte simple, porque proporciona la solución analítica más sencilla al problema acústico-estructural. Bajo este contorno, los extremos de la placa pueden rotar, pero no pueden desplazarse verticalmente y tienen momento nulo.

El problema de la radiación acústica de la placa al campo lejano puede resolverse con las siguientes formulaciones:

- La formulación de campo lejano: usa la integral de Rayleigh para calcular la presión acústica radiada (Wallace, 1972; Fuller et al., 1996). En esta aproximación la distancia a la que se detecta la radiación debe ser mayor que las dimensiones de la placa.
- La formulación de campo próximo: calcula la potencia radiada dividiendo la superficie en células, caracterizada cada una de ellas por una velocidad de vibración y una presión acústica (Elliott y Johnson, 1993; Johnson y Elliott, 1995a, 1995b). Es importante en el desarrollo de sensores distribuidos.
- La formulación en el dominio transformado del número de onda (k<sub>x</sub>, k<sub>y</sub>): deduce la potencia acústica a partir del campo estructural estimado en este dominio. Permite distinguir los modos que más radian (supersónicos) y los menos eficientes (subsónicos) (Clark y Fuller, 1992b; Guigou et al., 1996; Scott y Sommerfeldt, 1997; Maillard y Fuller, 1998).

# IV.1. Descripción Estructural

Suponiendo una fuerza de excitación armónica f(x,y) actuando sobre una placa y una solución en modos normales, el desplazamiento vertical que experimenta, se expresa como (Fuller et al., 1996),

$$w(x,y, f) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} W_{mn}(f) \mathcal{O}_{mn}(x,y)$$
(IV.1)

donde  $W_{mn}$  y  $\emptyset_{mn}$  son las amplitudes y formas modales, (m,n) los índices modales en las direcciones x e y, respectivamente, y f la frecuencia de excitación La formulación de la vibración en términos de la velocidad es análoga.

En función de las condiciones de contorno, las formas y amplitudes modales, adoptan expresiones concretas. Para soporte simple, las formas modales mantienen la siguiente relación con las dimensiones de la placa,

$$\mathscr{O}_{mn}(x,y) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{sen}(k_m x) \operatorname{sen}(k_n y)$$
(IV.2)

con los números de onda estructurales definidos como

$$k_m = m\mathbf{p} / a \quad m = 1, 2, 3, ..$$
  
 $k_n = n\mathbf{p} / b \quad n = 1, 2, 3, ..$ 
(IV.3)

Las amplitudes modales siempre dependen de la frecuencia de excitación y de las frecuencias propias de la placa, de sus dimensiones, de su densidad r; del factor de amortiguamiento h y de la fuerza exterior aplicada. Fuller et al. (1996) desarrollan la siguiente expresión:

$$W_{mn}(\boldsymbol{w}) = \frac{P_{mn}}{\boldsymbol{r} t_p (\boldsymbol{w}_{mn}^2 - \boldsymbol{w}^2 + 2j\boldsymbol{h}\boldsymbol{w}\boldsymbol{w}_{mn})}$$
(IV.4a)

con

$$P_{mn} = \frac{4}{ab} \int_{0}^{a} \int_{0}^{b} f(x, y) sen(k_m x) sen(k_n y) dxdy$$
(IV.4b)

Las frecuencias propias de la placa dependen de sus características mecánicas, a través del módulo de rigidez y del coeficiente de Poisson del material y de sus dimensiones,

$$\dot{u}_{mn} = \left(\frac{Et_p^2}{12\tilde{n}(1-\boldsymbol{n}^2)}\right)^{1/2} \left[ \left(\frac{m\tilde{\partial}}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\tilde{\partial}}{b}\right)^2 \right]$$
(IV.5)

Cada combinación de índices modales da lugar a un modo o forma de vibración de la placa, que está asociado a una frecuencia de resonancia y caracterizado por m-1 y n-1 líneas nodales en las direcciones x e y, respectivamente. En el margen de baja frecuencia, cuando la placa se excita en resonancia, el movimiento estructural está dominado por ese modo, siendo despreciable la contribución del resto. En cambio, en vibración forzada, es decir a otras frecuencias que no son propias, la participación de todos los modos de la placa, sí es notable en la vibración que experimenta.

El prototipo diseñado consiste en una placa delgada de duraluminio en condiciones de soporte simple, con densidad  $r=2670 \text{ kg/m}^3$ , y cuyas dimensiones son (0.51 m x 0.31 m x 0.002 m). En las simulaciones se introduce el coeficiente de Poisson del Al, n=0.34, y su módulo de Young ajustado a la primera frecuencia de resonancia experimental de la placa, E=66.27 GPa.

La tabla IV.1 recoge las diez primeras resonancias de la placa deducidas a partir de la Ec. (IV.5). Se observa que en el margen de baja frecuencia considerado existen 4 modos con los índices impar-impar, el (1,1), (3,1), (1,3) y (5,1). Estos son los modos que debe detectar el sensor distribuido. La Figura IV.2 enseña algunos modos de vibración de la placa.

(m,n)	f (Hz)
(1,1)	68.46
(2,1)	123.87
(3,1)	216.23
(1,2)	218.44
(2,2)	273.86
(4,1)	345.53
(3,2)	366.21
(1,3)	468.41
(4,2)	495.51
(5,1)	511.71

Tabla.IV.1. Frecuencias propias de la placa





Fig.IV.2. Modos propios normalizados de una placa simplemente soportada

Se evalúan las Ecs. (IV.4) en los dos casos de interés práctico: excitación puntual y con actuador cerámico doble. La Figura IV.3 describe el sistema de coordenadas utilizado.



Fig.IV.3. Placa excitada con una fuerza puntual y un actuador

### **IV.1.1. Fuerza Puntual**

Cuando se aplica a la placa una fuerza puntual de amplitud  $F_f$  en la posición ( $x_f$ ,  $y_f$ ), la Ec. (IV.4b) se transforma en la Ec. (IV.6). Las amplitudes modales, Ec. (IV.4a), dependen por tanto de la amplitud y coordenadas de la fuerza, y de la frecuencia de excitación, **w**.

$$P_{mn} = \frac{4F_f}{ab} \operatorname{sen}\left(\frac{m\mathbf{p}\mathbf{x}_f}{a}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{n\mathbf{p}\mathbf{y}_f}{b}\right)$$
(IV.6)



Fig.IV.4. Desplazamiento en una esquina (a) y en el centro (b) de la placa

A partir de la Ec. (IV.1) se evalúa el módulo del desplazamiento vertical de la placa en dB, suponiendo una fuerza de 1 N aplicada en el punto (0.24, 0.12). La Figura IV.4 muestra el desplazamiento como una función de la frecuencia,

calculado en dos puntos diferentes, uno próximo a una esquina inferior (0.036, 0.034) y otro en el centro (0.255, 0.155). Los puntos donde se aplica la fuerza y donde se deduce la vibración equivaldrían en medidas reales a la posición de un vibrador y de un acelerómetro, respectivamente.

En el desplazamiento calculado en una esquina de la placa, Fig.IV.4(a), aparecen todas las resonancias del margen estudiado, aunque el modo (1,2) tiene una amplitud muy pequeña. Esto es consecuencia de la posición de la fuerza, que está cerca de la línea nodal de este modo. El pico que presenta mayor nivel de desplazamiento corresponde a la primera frecuencia propia, 68.46 Hz. Nótese que los únicos modos que contribuyen al desplazamiento en el centro de la placa, Fig.IV.4(b), son los modos impar-impar. Este resultado equivale al desplazamiento volúmico. Por consiguiente, colocando un acelerómetro en el centro de la placa lo que se detecta es el desplazamiento de volumen, o dependiendo del tipo de preamplificador utilizado, la velocidad o la aceleración de volumen. La amplitud del desplazamiento producido por esta fuerza, es mayor en el centro que cerca de un extremo. Por ejemplo, el nivel de vibración del modo (1,1) en el centro de la placa es 24 dB superior al que se mide en la otra posición.

La Figura IV.5 refleja el desplazamiento en un punto ligeramente desviado del centro. A tan sólo 2 mm del centro (en ambas direcciones), ya no se mide el desplazamiento volúmico porque aparece un modo que no es impar-impar, el (3,2). Esto demuestra lo crítica que es la posición del sensor cuando se pretende medir el desplazamiento de volumen de la placa.



Fig.IV.5. Desplazamiento en un punto ligeramente desviado del centro de la placa

También es interesante caracterizar la vibración en todos los puntos de la placa a una frecuencia de excitación. Los mapas de colores de la Figura IV.6 muestran los desplazamientos calculados a las frecuencias de los modos (1,1), (2,2), (3,2) y (5,1), con una fuerza puntual de 1N localizada en el punto (0.24,0.12). En todas las gráficas se aprecian claramente los ceros de amplitud que separan distintas zonas de vibración en la placa, a excepción claro está, del modo (1,1) que vibra como un monopolo y por consiguiente no tiene ninguna línea nodal. La menor amplitud de vibración corresponde al modo (2,2) ya que la fuerza actúa cerca de su línea nodal.

En la Figura IV.7 se describen los patrones equivalentes, considerando una fuerza con la misma amplitud y en la posición real del vibrador en el prototipo CAAE diseñado, (0.383,0.083). Los dos modos impar-impar tienen una amplitud de vibración ligeramente menor que en el caso anterior. Por el contrario a la frecuencia de los modos (2,2) y (3,2) los desplazamientos verticales aumentan un poco. La fuente está más próxima de la esquina inferior derecha que del centro de la placa, en un punto más alejado de los máximos de vibración de los modos (1,1) y (5,1), y en cambio más cerca de un máximo del (2,2) y del (3,2).



Fig.IV.6. Desplazamiento de la placa excitándola a la frecuencia de los modos (1,1) (a), (2,2) (b), (3,2) (c), y (5,1) (d), con una fuerza en el punto (0.24,0.12)



Fig.IV.7. Idem para una posición de la fuerza (0.383,0.083)

A continuación se examina el desplazamiento vertical de la placa cuando se excita el modo (1,3) con fuerzas de 1 N, Fig.IV.8(a), y 10 N, Fig.IV.8(b), aplicadas en el mismo punto. Los niveles de la vibración varían en un factor equivalente a la amplitud de excitación.



Fig.IV.8. Desplazamiento de la placa a 468.41 Hz con fuerzas puntuales de 1 N (a) y 10 (N) (b)

Como conclusión, se debe enfatizar la importancia que tiene tanto la posición como la amplitud de excitación en los patrones de vibración de una placa en soporte simple. Por consiguiente, la modelización de su campo estructural ayuda a escoger correctamente la posición de los sensores y del vibrador en el prototipo CAAE.

## IV.1.2. Actuador Piezocerámico

Con un actuador piezocerámico doble localizado en  $x_1 \le x \le x_2$  e  $y_1 \le y \le y_2$ , se obtiene que, (Dimitriadis et al. 1991, ver Capítulo III y Apéndice A)

$$P_{mn} = A(k_m^2 + k_n^2) \left[ \cos(m\mathbf{p}x_1 / a) - \cos(m\mathbf{p}x_2 / a) \right] \left[ \cos(n\mathbf{p}y_1 / b) - \cos(n\mathbf{p}y_2 / b) \right]$$
(IV.7a)

donde

$$A = -\frac{4C_0 d_{31} V_{pe}}{mn \boldsymbol{p}^2 t_{pe}}$$
(IV.7b)

La constante  $C_0$  depende de las propiedades y geometrías de la combinación actuador/placa. El factor  $d_{31}$  es la constante de deformación piezoeléctrica de la cerámica (deformación producida cuando se aplica un campo eléctrico determinado manteniendo la tensión constante), y  $t_{pe}$  es su espesor. Las amplitudes modales de la placa bajo este tipo de excitación dependen:

- Del voltaje aplicado a la cerámica (V<sub>pe</sub>).
- De la posición y propiedades electromecánicas de la cerámica.
- Del orden del modo.

A continuación se exhiben algunas simulaciones del desplazamiento originado en la placa por varios actuadores excitados con diferentes voltajes. Las posiciones donde se detecta la vibración son las mismas que se han considerado en el caso de la fuerza puntual, cerca de un extremo y en el centro de la placa. Considérense los dos actuadores piezocerámicos que se han integrado en el prototipo CAAE. Sus dimensiones son (6 cm x 3.65 cm x 1.2 mm) y están colocados en posiciones antisimétricas respecto al centro de la placa. Sus coordenadas son (Fig.IV.3):

- Actuador en la zona inferior izquierda de la placa:  $x_1=10.1$  cm,  $x_2=16.1$  cm,  $y_1=5.9$  cm,  $y_2=9.55$  cm.
- Actuador en la parte superior derecha:  $x_1=34.9$  cm,  $x_2=40.9$  cm,  $y_1=21.45$  cm,  $y_2=25.1$  cm.

La Figura IV.9 recoge los desplazamientos verticales en los dos puntos definidos, cuando se excita la placa con el actuador izquierdo. Obsérvese que cerca del extremo inferior de la placa se captan todas las resonancias de interés, aunque los modos (4,1) y (4,2) presentan un nivel despreciable. Como al desplazamiento calculado en esta misma posición para una excitación puntual, ver Fig.IV.4(a), sí contribuyen estos modos,  $\mathfrak{E}$  puede afirmar que la causa de que no aparezcan cuando actúa la cerámica doble, es la posición de ésta. En efecto, el actuador utilizado está situado sobre una línea nodal de los modos (4,\*), de manera que no es capaz de excitarlos suficientemente. En el centro de la placa se mide su desplazamiento volúmico. Tal y como ocurre con una fuerza puntual, en esta posición las amplitudes de los modos excitados son mayores que en el extremo inferior. Este efecto se agudiza en el primer modo, que presenta 25 dB más. A causa de su comportamiento monopolar se facilita su excitación y medida en cualquier punto de la placa, aunque siempre con mayor amplitud en el centro.



(a)



Fig.IV.9. Desplazamiento en una esquina (a) y en el centro (b). Actuador cerámico actuando en la parte inferior izquierda de la placa

En la Figura IV.10 se muestran las mismas gráficas para excitación con el actuador derecho. Se observa que ambos actuadores causan una vibración semejante en los puntos calculados. Esto es debido a sus posiciones simétricas respecto a una de las diagonales de la placa. No es casualidad que se hayan escogido estas posiciones para los actuadores del prototipo CAAE, porque cuando funcionen simultáneamente las dos fuentes secundarias para controlar la radiación sonora, deberán excitar la placa de forma similar con el fin de optimizar la atenuación de la vibración primaria.





Fig.IV.10. Desplazamiento en una esquina (a) y en el centro (b). Actuador cerámico actuando en la parte superior derecha de la placa

Por último se representan los niveles del desplazamiento en metros en toda la superficie, cuando se excita con uno de estos actuadores a distintos modos propios de la placa y aplicando diferentes voltajes a las cerámicas, Fig.IV.11 y Fig.IV.12. A medida que aumenta la frecuencia de excitación disminuyen los niveles de desplazamiento en toda la superficie de la placa. Estas amplitudes de vibración se incrementan proporcionalmente al voltaje.







Fig.IV.12. Idem para una polarización del actuador de 100 V

#### IV.2. Radiación Acústica

La radiación de una placa en baja frecuencia está dominada por su comportamiento modal (Fig.IV.13). Fahy (1987) demostró que en este margen la intensidad que radiaba la placa dependía de la interferencia entre las distintas secciones de la placa limitadas por las líneas nodales de los modos. Por ello la forma y eficiencia con la que radia sonido cada modo estructural depende de los índices modales correspondientes. Los que tienen índices impares son radiadores monopolares. Si su paridad es distinta, son radiadores dipolares, y si es par, son cuadripolares (Maidanik, 1962). En este margen los modos impares son los radiadores más eficientes (Wallace, 1972; Fahy, 1987). Este acoplamiento vibroacústico puede analizarse con diferentes métodos analíticos.



Fig.IV.13. Radiación modal de una placa delgada en baja frecuencia

# IV.2.1. Formulación de Campo Lejano

La integral de Rayleigh es el método clásico para calcular el campo radiado por una placa (en aproximación de bafle o plano infinito). Esta expresión, Ec. (IV.8), proporciona la presión acústica en un punto del espacio circundante de densidad  $r_{0}$ , en función de la velocidad vertical de la placa de área  $S_{p}$  (Fig. IV.14).



Fig.IV.14. Sistema de coordenadas para el cálculo de la presión acústica radiada por una lámina delgada en un bafle infinito

$$P(\mathbf{r}) = \int_{S_p} \frac{j \mathbf{w} \mathbf{r}_0 v(\mathbf{r}_s) e^{-jk\mathbf{R}}}{2\mathbf{p}\mathbf{R}} dS_p$$
(IV.8)

Wallace (1972) evalúa esta integral para el caso de una placa simplemente soportada,

$$P(r, \boldsymbol{q}, \boldsymbol{f}) = \frac{j \boldsymbol{w} a b \boldsymbol{r}_0 e^{-j k r}}{2 \boldsymbol{p}^3 r} \sum_m \sum_n \frac{V_{mn}}{mn} \left[ \frac{(-1)^m e^{-j \boldsymbol{a}} - 1}{(\boldsymbol{a} / m \boldsymbol{p})^2 - 1} \right] \left[ \frac{(-1)^n e^{-j \boldsymbol{b}} - 1}{(\boldsymbol{b} / n \boldsymbol{p})^2 - 1} \right]$$
(IV.9a)

con

$$a = kasinq \cos f$$

$$b = kbsinq \sin f$$
(IV.9b)

La radiación acústica depende por consiguiente:

- Del punto del medio circundante donde se calcula, definido con la distancia *r*, y los parámetros *a* y *b* que informan de la orientación respecto de la placa.
- De las características de la fuerza exterior aplicada, a través de las amplitudes modales de la velocidad estructural,  $V_{mn}$  (Ec. (IV.5)).

De la frecuencia de excitación.

A continuación se muestran algunas representaciones de la presión sonora que radia la placa al campo lejano. En las simulaciones se evalúan las Ecs. (IV.9) para la placa utilizada en el dispositivo experimental (véase el apartado anterior). Las fuerzas que se aplican a la estructura son puntuales y piezocerámicas.

La Figura IV.15 recoge los niveles de presión sonora radiados por la placa a 2 m de distancia, cuando se excitan los modos (1,1) y (2,1) con una fuerza puntual de 0.1 N en el punto (0.127,0.083). Seguidamente se muestra el patrón de radiación de la placa en el plano (q,0°) en los dos casos anteriores (Fig.IV.16). El primer modo de la placa produce niveles sonoros más altos, y se aprecia claramente su comportamiento monopolar. La excitación del segundo modo normal de la placa, genera una radiación dipolar que se traduce en dos lóbulos de máxima amplitud separados por un mínimo. Este mínimo aparece en dirección perpendicular a la placa, que es donde se localiza la línea nodal del modo.



Fig.IV.15. Niveles de presión sonora radiados a 2 m cuando se excita la placa con una fuerza puntual a las frecuencias de los modos (1,1) (izq) y (2,1) (dcha)



Fig.IV.16. Diagramas de radiación acústica de la placa en el plano  $(q, 0^o)$ a las frecuencias de los modos (1,1) (izq) y (2,1) (dcha)

La Figura IV.17 ilustra los campos de presión sonora de ambos modos a 3 m de la placa. Los niveles acústicos han disminuido 3.5 dB al aumentar 1 m la distancia a la que se calcula la radiación.



Fig.IV.17. Presión sonora a 3 m de la placa cuando se excita con una fuerza puntual los modos (1,1) (izq) y (2,1) (dcha)

Para evaluar el efecto de la excitación estructural con un actuador, se introducen en las Ecs. (IV.9), las amplitudes modales correspondientes, calculadas a partir de las Ecs. (IV.7). Se modeliza el campo sonoro cuando se emplea el actuador izquierdo excitado con 50 V (véase el apartado IV.1.2). La Figura IV.18 muestra la presión sonora en función de los ángulos de orientación, cuando el actuador vibra a la frecuencia de los modos (3,1) y (1,3) de la placa.



Fig.IV.18. Niveles sonoros de la placa a 2 m, cuando se excitan los modos (3,1) (izq) y (1,3) (dcha) con un actuador piezocerámico

En las Figuras IV.19 y IV.20 aparecen los diagramas polares de estos patrones de radiación para orientaciones fijas de f. En todas las gráficas se destaca el perfil monopolar, propio de la radiación de modos impar-impar.



Fig.IV.19. Diagramas polares de la presión sonora de la placa a la frecuencia del modo (3,1), calculada en los planos (q,0°) (izq), y (q,90°) (dcha)



Fig.IV.20. Idem para el modo (1,3)

La Integral de Rayleigh es quizá el método más sencillo para resolver el problema de la radiación acústica. Sin embargo, en relación al control activo acústico estructural, que trata de reducir los modos estructurales más eficientes en la radiación (modos radiantes o supersónicos), las formulaciones de campo próximo y del dominio transformado  $(k_x, k_y)$  son más adecuadas porque analizan explícitamente la potencia acústica en términos de estos modos.

## IV.2.2. Formulación de Campo Próximo

La potencia acústica que radia una placa al campo lejano depende de su comportamiento estructural, a través de la velocidad de vibración, y de su acoplamiento con el medio circundante, definido con la matriz de resistencia acústica. Este problema se plantea habitualmente en forma matricial. Debido a las características de la matriz de resistencia se obtiene que los modos normales de la placa se acoplan para radiar sonido. Esto significa que al minimizar la vibración de un determinado número de modos en una banda de frecuencias no se garantice la reducción de la potencia acústica radiada en dicha banda (Borgiotti, 1990; Cunefare, 1991; Cazzolatto y Hansen, 1998).

Una manera de solucionar esto es planteando la potencia acústica como un problema de autovalores (Elliott y Johnson, 1993). Lo importante de esta formulación, resumida en las Ecs. (IV.10), es que la potencia acústica se obtiene como la suma de una serie de términos que son independientes (ortogonales) unos de otros (para una descripción más detallada, véase el Apéndice B).

$$\boldsymbol{D} = \boldsymbol{v}^{H}\boldsymbol{Q}^{T}\boldsymbol{\ddot{E}}\boldsymbol{Q}\boldsymbol{v} = \boldsymbol{y}^{H}\boldsymbol{\ddot{E}}\boldsymbol{y} = \sum_{i=1}^{d}\boldsymbol{I}_{i}|y_{i}|^{2}$$
(IV.10a)

con

$$\mathbf{y} = \mathbf{Q}\mathbf{v} \tag{IV.10b}$$

Esta expresión se traduce en la existencia de un conjunto de distribuciones de velocidades, y, que radian independientemente, y que se denominan modos radiantes. Cada vector propio (filas de la matriz Q) es la forma de un modo radiante. Los autovalores  $I_i$  (elementos de L) son proporcionales a las eficiencias de radiación de éstos. Cada modo radiante está formado por una combinación lineal de modos estructurales, en una proporción definida por la matriz de vectores propios. Por ejemplo, el primer modo radiante está definido por la agrupación de los modos impar-impar.

La forma de estos modos radiantes no sufre apenas variaciones con la frecuencia de excitación, en el margen de baja frecuencia. No dependen tampoco del tipo de fuerza que actúa sobre la placa. Esto se debe a que son agrupaciones de modos estructurales, y por tanto mantienen una única dependencia con las dimensiones de la placa. La ortogonalidad de los modos radiantes es la propiedad que los hace tan interesantes para aplicaciones CAAE.

A continuación se muestran algunos resultados de las simulaciones llevadas a cabo con esta formulación. En la Figura IV.21 se representan las formas de los seis primeros modos radiantes de la placa de duraluminio con dimensiones (0.51 m x 0.31 m x 0.002 m) cuando se excita a la frecuencia del primer modo, 68.46 Hz. Por otra parte la Figura IV.22 examina las eficiencias de radiación de estos seis modos radiantes en función de la frecuencia.

Nótese que en baja frecuencia, es decir cuando ka << 1, la potencia radiada está dominada esencialmente por el primer modo radiante. Si se consigue reducir este modo se controla gran parte de la radiación. Se observa que posee una distribución de velocidad constante, y por consiguiente todos los puntos de la placa se mueven a la misma velocidad con independencia de la frecuencia. Este modo representa la velocidad de volumen de la placa, por eso se denomina modo volúmico, modo pistón, o modo monopolar. Este comportamiento del primer modo radiante en baja frecuencia justifica la utilidad de diseñar sensores de la

velocidad o desplazamiento de volumen. Un sistema CAAE que minimice una señal de error tal, es capaz de cancelar gran parte de la potencia radiada en baja frecuencia (Elliott y Johnson, 1993; Johnson y Elliott, 1995a, 1995b; Charette et al., 1995, 1998; Naghshineh y Mason, 1996; St. Pierre et al., 1998).



Fig.IV.21. Formas de los seis primeros modos radiantes de la placa en soporte simple



Fig.IV.22. Eficiencias de radiación de los seis primeros modos radiantes

Guigou et al. (1996) demostraron la conexión existente entre la formulación clásica, que calcula la presión radiada por una placa al campo lejano con la integral de Rayleigh (Ec. (IV.8)), y la aproximación de campo próximo, que

relaciona la potencia radiada con la velocidad de volumen de la placa en baja frecuencia. Partiendo de la Ec. (IV.8), se demuestra fácilmente que la presión sonora radiada al campo lejano en dirección perpendicular (q=0), es también proporcional a la velocidad de volumen de la placa.

# IV.2.3. Formulación en el Dominio del Número de Onda

La vibración de una placa depende directamente de las componentes x e y de su número de onda estructural. El interés de expresar la vibración en el dominio del número de onda se debe al problema acústico asociado. La potencia radiada al campo lejano depende del cuadrado de la velocidad estructural de la placa. Se puede expresar la velocidad en el dominio del número del número de onda  $(k_x, k_y)$ con la transformación espacial de Fourier, según

$$V(k_x, k_y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} v(x, y) e^{j(k_x x + k_y y)} dx dy$$
(IV.11)

siendo v(x,y), la velocidad en términos de los modos normales, que se obtiene al multiplicar por *jù* el desplazamiento calculado a partir de la Ec. (IV.1).

La potencia sonora radiada al campo lejano, expresada en este espacio, es (Fuller et al., 1996; Scott y Sommerfeldt, 1997)

$$\boldsymbol{P} = \frac{\boldsymbol{wr}_0}{8\boldsymbol{p}^2} \Re\left\{ \iint\limits_{k_x^2 + k_y^2 \le k^2} \frac{\left| V(k_x, k_y) \right|^2}{\sqrt{k^2 - k_x^2 - k_y^2}} \, dk_x dk_y \right\}$$
(IV.12)

donde  $k = (\mathbf{w}/c)$  es el número de onda acústico,  $k_z = \sqrt{k^2 - k_x^2 - k_y^2}$  es el número de onda estructural en dirección vertical a la placa, y  $\Re$  denota parte real.

Lo más interesante de esta expresión es que:

- Aquellos modos para los que  $k \ge \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$ , contribuyen a la potencia acústica radiada. Estos modos se denominan *supersónicos*.
- Aquellos modos para los que  $k < \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$ , dan lugar a una componente imaginaria pura, y por tanto no contribuyen a la potencia acústica radiada. Estos modos se denominan *subsónicos*.

Esta formulación de la potencia acústica es útil en un sistema CAAE no sólo para distinguir los modos que radian con mayor eficiencia, sino también para determinar los mecanismos que intervienen cuando se aplica el control. Como en el espectro del cuadrado de la velocidad en la frecuencia espacial se distingue la zona radiante o supersónica, se pueden comparar los espectros antes y después del control, e identificar fácilmente si la reducción se produce por supresión modal o por reestructuración modal. En el caso de la supresión modal la zona supersónica baja de nivel, y si se trata de reestructuración modal, esta zona radiante se desplaza hacia la zona subsónica, lo que implica que modos eficientes antes del control dejan de serlo.

A continuación se muestran algunas representaciones de  $V^2(k_x,k_y)$ . Con tal fin se evalúa la Ec. (IV.11) para excitación de la placa con fuerza puntual y piezocerámica. En la Figura IV.23 se representa la velocidad de la placa en función de  $k_x$  y  $k_y$ , en el caso de aplicar una fuerza puntual de 1 N localizada en el punto de coordenadas (0.127,0.083), a la frecuencia del primer modo estructural, 68.46 Hz.



Fig.IV.23. Módulo del cuadrado de la velocidad vertical en el dominio  $(k_x, k_y)$  (izq) y a lo largo del eje  $k_x$  (dcha). Excitación puntual a 68.46 Hz, modo (1,1)

Para representar la zona subsónica y supersónica, separadas por el número de onda acústico, se recurre habitualmente a la representación 1D de la velocidad a lo largo de cada uno de los ejes. En la Figura IV.23 (dcha) se muestra la evolución de esta magnitud a lo largo del eje  $k_x$ . En este caso el número de onda acústico es k=1.2541 m<sup>-1</sup>, con lo cual la región supersónica en la representación 1D de la velocidad está limitada para los  $k_x \pounds k$ , y la subsónica para  $k_x > k$ . En el caso del eje  $k_y$  el procedimiento es equivalente.

La Figura IV.24 ilustra el comportamiento de la velocidad estructural de la placa a otra frecuencia de resonancia, 468.41 Hz. En esta simulación la zona supersónica es el área limitada por los números de onda estructural menores que 8.5805 m<sup>1</sup>. En la Figura IV.25 se muestra el espectro de velocidades de la placa cuando se excita el actuador izquierdo con 50 V (véase apartado IV.1) a la misma frecuencia. La única diferencia con el espectro anterior es la amplitud de la

velocidad. El espectro de la Figura IV.26 corresponde al modo par-impar (2,1). Es evidente que se trata de un modo poco eficiente en la radiación, ya que el máximo de amplitud se concentra en la zona subsónica.



Fig.IV.24. Idem a la frecuencia de excitación puntual a 468.41 Hz, modo (1,3)



Fig.IV.25. Idem con excitación piezocerámica a 468.41 Hz, modo (1,3)



Fig.IV.26. Idem con excitación puntual a 216.23 Hz, modo (2,1)
# **CAPÍTULO V**

#### DISEÑO DEL SENSOR DISTRIBUIDO DEL DESPLAZAMIENTO VOLÚMICO

Se diseña un sensor distribuido con una geometría proporcional al desplazamiento volúmico de la placa de duraluminio. Para ello se prosigue la formulación utilizada por Charette et al. (1995, 1998) en cuanto al planteamiento y notación. El sensor está constituido por dos tiras de PVDF entrecruzadas con una geometría ajustada a la combinación de los modos impar-impar de la placa, que son los que caracterizan el desplazamiento volúmico en este margen de frecuencias. A continuación se detalla y discute el desarrollo completo de dicho sensor.

#### V.1. Planteamiento Matemático

Como la salida del sensor distribuido debe ser proporcional al desplazamiento volúmico de la placa, se iguala la expresión de Lee y Moon (1990), Ec. (III.5), a esta magnitud. En el caso de una placa delgada en soporte simple el desplazamiento de volumen, de acuerdo a la Ec. (III.7), adopta la forma

$$D(f) = \int_{0}^{a} \int_{0}^{b} w(x, y, f) dx dy = \sum_{i=1}^{I} W_i(f) \int_{0}^{a} sen\left(\frac{m_i px}{a}\right) dx \int_{0}^{b} sen\left(\frac{n_i py}{b}\right) dy$$
$$= ab \sum_{i=1}^{I} W_i(f) \left[\frac{cos(m_i p) - 1}{m_i p}\right] \left[\frac{cos(n_i p) - 1}{n_i p}\right] = ab \sum_{i=1}^{I} W_i(f) d_i(m_i, n_i)$$
(V.1)

donde *I* es el número de modos considerados y  $W_i$  las amplitudes modales correspondientes que se evalúan con las Ecs. (IV.4). Nótese que  $d_i$  es distinto de cero sólo para valores de  $m_i$  y  $n_i$  impares, y por consiguiente son los únicos modos normales que contribuyen al desplazamiento volúmico de la placa en soporte simple.

Según la Tabla IV.1, la placa utilizada está caracterizada por 4 modos impar-impar en el margen de bajas frecuencias considerado. Estos modos son el

(1,1), (3,1), (1,3) y (5,1), cuyos índices modales *I* son respectivamente, 1, 3, 8 y 10. La expresión del desplazamiento volúmico se simplifica a cuatro contribuciones modales, según

$$D = ab(W_1 d_1 + W_3 d_3 + W_8 d_8 + W_{10} d_{10})$$
(V.2)

La salida de un sensor distribuido de PVDF que está polarizado en dirección vertical se obtiene a partir de la Ec. (III.5),

$$q(x, y, f) = -\left(\frac{t_p + t_f}{2}\right) \int_0^{a_f} \int_0^{b_f} \left(e_{31}\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + e_{32}\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right) F(x, y) \, dx \, dy \tag{V.3}$$

donde F(x,y) es la función de forma del sensor. A partir de la Ec. (IV.1),

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = -\sum_{i=1}^{I} W_i(f) \left(\frac{m_i \mathbf{p}}{a}\right)^2 \mathbf{y}_i(x, y)$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = -\sum_{i=1}^{I} W_i(f) \left(\frac{n_i \mathbf{p}}{b}\right)^2 \mathbf{y}_i(x, y)$$
(V.4)

Luego la Ec. (V.3) se transforma en

$$q(x, y, f) = \left(\frac{t_p + t_f}{2}\right) \sum_{i=1}^{I} W_i(f) \left[ e_{3i} \left(\frac{m_i p}{a}\right)^2 + e_{32} \left(\frac{n_i p}{b}\right)^2 \right] \int_{0}^{a_f} \int_{0}^{b_f} y_i(x, y) F(x, y) \, dx \, dy$$
(V.5)

El sensor está compuesto por dos tiras, cada una de ellas situada a lo largo de uno de los ejes de la placa, con el fin de que detecten los modos 1D asociados a la dirección correspondiente. Siguiendo la notación mencionada en el Capítulo III, la tira en la dirección del eje x está localizada en  $y=y_{ct}$ , y tiene igual longitud que la placa (*a*) y una anchura variable de  $2m_x F_x(x)$ , siendo  $2m_x$  la anchura máxima. La tira del eje y se posiciona en la coordenada  $x=x_{ct}$  y se caracteriza por una anchura de  $2m_v F_v(y)$  y longitud igual a la anchura de la placa (*b*).

La salida del sensor contiene la contribución de cada una de las tiras de PVDF

$$q = q_X + q_y \tag{V.6a}$$

con

$$q_{X}(x,y,f) = \left(\frac{t_{p} + t_{f}}{2}\right) \sum_{i=1}^{I} W_{i}(f) \left[e_{3I} \left(\frac{m_{i}p}{a}\right)^{2} + e_{32} \left(\frac{n_{i}p}{b}\right)^{2}\right] \int_{0}^{a} \int_{y_{ct} - m_{x}}^{y_{ct} + m_{x}F_{x}(x)} \int_{y_{i}(x,y)}^{y_{i}(x,y)} dx dy$$
(V.6b)

$$q_{y}(x, y, f) = \left(\frac{t_{p} + t_{f}}{2}\right) \sum_{i=1}^{I} W_{i}(f) \left[e_{32} \left(\frac{m_{i}p}{a}\right)^{2} + e_{31} \left(\frac{n_{i}p}{b}\right)^{2}\right] \int_{0}^{b} \int_{x_{ct}}^{x_{ct} + m_{y}F_{y}(y)} \int_{x_{ct}}^{y_{ct}(x, y)} dx dy$$
(V.6c)

Nótese que en la expresión de  $q_y$  se han intercambiado los índices  $e_{31}$  y  $e_{32}$  respecto a la de  $q_x$ , porque se supone que ambas tiras están cortadas en la dirección del  $e_{31}$ . El PVDF utilizado en la práctica es biaxial, y por lo tanto,  $e_{31} = e_{32}$ .

Para resolver las Ecs. (V.6) se analizan por separado las integrales de cada contribución. En cuanto a la salida de la tira *x*, se obtiene que:

$$I_{I} = \int_{0}^{a} sen\left(\frac{m_{i}px}{a} \int_{y_{ct}-m_{x}F_{x}(x)}^{y_{ct}+m_{x}F_{x}(x)} sen\left(\frac{n_{i}py}{b}\right) dy\right) dx$$
(V.7)  
$$= \int_{0}^{a} sen\left(\frac{m_{i}px}{a} \left(\frac{-b}{n_{i}p} \int cos\left(\frac{n_{i}py}{b}\right)\right)_{y_{ct}-m_{x}F_{x}(x)}^{y_{ct}+m_{x}F_{x}(x)} dx$$
$$= \left(\frac{-b}{n_{i}p} \int_{0}^{a} sen\left(\frac{m_{i}px}{a} \int cos\left(\frac{n_{i}p(y_{ct}+m_{x}F_{x}(x))}{b}\right) - cos\left(\frac{n_{i}p(y_{ct}-m_{x}F_{x}(x))}{b}\right)\right) dx$$

y teniendo en cuenta que

$$cos(A+B) - cos(A-B) = -2senAsenB$$

la Ec. (V.7) se simplifica a

$$I_{1} = \left(\frac{2b}{n_{ij}p}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{n_{ij}py_{ct}}{b}\right)_{0}^{a} \operatorname{sen}\left(\frac{m_{ij}px}{a}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{n_{ij}pm_{x}}{b}F_{x}(x)\right) dx$$
(V.8)

La integral de  $I_1$  puede evaluarse fácilmente con la siguiente aproximación del seno en el margen de baja frecuencia,

$$sen\left(\frac{n_{i}pm_{x}}{b}F_{x}\right) \approx \frac{n_{i}pm_{x}}{b}F_{x}(x) \text{ siempre que } \frac{n_{i}pm_{x}}{b} <<1$$
 (V.9a)

siendo  $|F_x(x)| \le 1$ . En el caso de la placa utilizada para el diseño del prototipo CAAE (ver Capítulo IV), b=0.31 m,  $m_x=0.015$  m, y max $\{n_i\}=3$ . Luego,

$$\frac{max\{n_i\}pm_x}{b} = 0.45 \quad y \quad sen(0.45) = 0.44$$
 (V.9b)

Con esta aproximación,

$$I_1 = 2\mathbf{m}_x \operatorname{sen}\left(\frac{n_i \mathbf{p} y_{ct}}{b}\right)_0^a \operatorname{sen}\left(\frac{m_i \mathbf{p} x}{a}\right) F_x(x) \, dx \tag{V.10a}$$

Procediendo análogamente con la tira del ej<br/>eyse obtiene un valor similar para la integral<br/>  $I_2$ 

$$I_2 = 2\mathbf{m}_y \operatorname{sen}\left(\frac{m_i \mathbf{p} \mathbf{x}_{ct}}{a}\right)_0^b \operatorname{sen}\left(\frac{n_i \mathbf{p} \mathbf{y}}{b}\right) F_y(\mathbf{y}) d\mathbf{y}$$
(V.10b)

Cuando se introducen  $I_1$  e  $I_2$  en las expresiones respectivas, Ecs. (V.6b) y (V.6c), se observa que la dependencia tanto de  $q_x$  como de  $q_y$ , con las direcciones asociadas (x e y), está determina por el producto entre la función de forma de la tira correspondiente y los modos estructurales asociados a esa dirección. Por consiguiente la forma más sencilla de resolver la salida del sensor distribuido es aprovechar la propiedad ortogonal de los modos propios, y definir una función de forma adecuada que filtre los modos estructurales 1D en la dirección asignada.

Sean R y S el número de índices impares distintos en las direcciones x e y en la banda de frecuencias de interés. En el caso de la placa de duraluminio R=3 y S=2. Se definen unas funciones de forma para las tiras x e y, que son equivalentes a la suma de los modos estructurales impares asociados a cada dirección (Ecs. (V.11)). La geometría del sensor es por consiguiente independiente de la frecuencia y del tipo y posición de la fuerza excitadora. Tiene las mismas propiedades que los modos estructurales, sólo dependen de las dimensiones de la estructura, según

$$F_{X}(x) = \sum_{r=1}^{R} a_{(2r-1)} sen\left(\frac{(2r-1)px}{a}\right) \qquad R = 3$$
(V.11a)

$$F_{y}(y) = \sum_{s=1}^{S} \boldsymbol{b}_{(2s-1)} sen\left(\frac{(2s-1)\boldsymbol{p}y}{b}\right) \qquad S = 2$$
(V.11b)

Introduciendo estas funciones de forma en las Ecs. (V.10) se obtiene que,

$$I_1 = a \mathbf{m}_{\mathbf{x}} sen\left(\frac{n_i \mathbf{p} \mathbf{y}_{ct}}{b}\right)_{r=1}^R \mathbf{a}_{(2r-1)} \mathbf{d}_{m_i,(2r-1)} \qquad R = 3$$
(V.12a)

У

$$I_2 = b\mathbf{m}_y \operatorname{sen}\left(\frac{m_i \mathbf{p} \mathbf{x}_{ct}}{a}\right)_{s=1}^{S} \mathbf{b}_{(2s-1)} \mathbf{d}_{n_i,(2s-1)} \qquad S = 2$$
(V.12b)

donde  $d_{m_i,(2r-1)}$  y  $d_{n_i,(2s-1)}$  representan la delta de Kronecker. Nótese que sólo los modos impares en la dirección *x* contribuyen a  $I_i$ , y sólo los modos impares en

la dirección y contribuyen a  $I_2$ . Como el PVDF utilizado tiene la misma orientación en ambas direcciones ( $e_{31}=e_{32}$ ), las expresiones resultantes para  $q_x$  y  $q_y$  son

$$q_{X}(f) = a e_{31} m_{X} \left(\frac{t_{p} + t_{f}}{2}\right) \sum_{i=1}^{I} W_{i}(f) \left[ \left(\frac{m_{i} p}{a}\right)^{2} + \left(\frac{n_{i} p}{b}\right)^{2} \right] sen \left(\frac{n_{i} p y_{ct}}{b}\right) \sum_{r=1}^{R} a_{(2r-1)} d_{m_{i},(2r-1)}$$
(V.13a)

$$q_{y}(f) = b e_{31} \mathbf{m}_{y} \left(\frac{t_{p} + t_{f}}{2}\right) \sum_{i=1}^{I} W_{i}(f) \left[ \left(\frac{m_{i}\mathbf{p}}{a}\right)^{2} + \left(\frac{n_{i}\mathbf{p}}{b}\right)^{2} \right] sen \left(\frac{m_{i}\mathbf{p}\mathbf{x}_{ct}}{a}\right) \sum_{s=1}^{S} \mathbf{b}_{(2s-1)} \mathbf{d}_{n_{i},(2s-1)} \mathbf{d}_{(v,13b)}$$
(V.13b)

Con el fin de simplificar la notación, defínanse los términos

$$A_{i} = a e_{31} m_{x} \left( \frac{t_{p} + t_{f}}{2} \right) \left[ \left( \frac{m_{i} p}{a} \right)^{2} + \left( \frac{n_{i} p}{b} \right)^{2} \right] sen \left( \frac{n_{i} p y_{ct}}{b} \right)$$
(V.14a)

y

$$B_{i} = b e_{31} m_{y} \left( \frac{t_{p} + t_{f}}{2} \int \left( \left( \frac{m_{i} p}{a} \right)^{2} + \left( \frac{n_{i} p}{b} \right)^{2} \right] sen \left( \frac{m_{i} p x_{ct}}{a} \right)$$
(V.14b)

tales que

$$q_X(f) = \sum_{i=1}^{I} W_i(f) A_i \sum_{r=1}^{R} a_{(2r-1)} d_{m_i,(2r-1)} \qquad R = 3$$
(V.15a)

y

$$q_{y}(f) = \sum_{i=1}^{I} W_{i}(f) B_{i} \sum_{s=1}^{S} \boldsymbol{b}_{(2s-1)} \boldsymbol{d}_{n_{i},(2s-1)} \qquad S = 2$$
(V.15b)

Nótese que la salida del sensor depende de:

- Las amplitudes modales de la placa en el margen de frecuencias escogido.
- Los coeficientes A<sub>i</sub> y B<sub>i</sub>, que son a su vez función de las dimensiones de la placa, de las características piezoeléctricas (e<sub>31</sub>) y dimensiones del PVDF (t<sub>f</sub>, m<sub>x</sub>, m<sub>y</sub>), de los modos estructurales considerados en cada dirección, y de la ubicación del sensor a lo largo de éstas (x<sub>ct</sub>, y<sub>ct</sub>).
- Los coeficientes de las funciones de forma de cada una de las tiras  $(a_{(2r-1)}, b_{(2s-1)})$ .

Para determinar la salida del sensor distribuido y la forma de cada una de las tiras que lo componen, se necesita evaluar estos coeficientes.

En el caso concreto de la placa utilizada en el diseño (véase Tabla IV.1), las salidas de las tiras del sensor distribuido adoptan la siguiente expresión:

$$q_{x} = A_{1}\boldsymbol{a}_{1}W_{1} + A_{3}\boldsymbol{a}_{3}W_{3} + A_{4}\boldsymbol{a}_{1}W_{4} + A_{7}\boldsymbol{a}_{3}W_{7} + A_{8}\boldsymbol{a}_{1}W_{8} + A_{10}\boldsymbol{a}_{5}W_{10}$$
(V.16a)

у

y

$$q_y = B_1 \boldsymbol{b}_1 W_1 + B_2 \boldsymbol{b}_1 W_2 + B_3 \boldsymbol{b}_1 W_3 + B_6 \boldsymbol{b}_1 W_6 + B_8 \boldsymbol{b}_3 W_8 + B_{10} \boldsymbol{b}_1 W_{10}$$
(V.16b)

Estas ecuaciones pueden simplificarse dependiendo de cual sea la ubicación de las tiras. Por ejemplo, colocando el sensor a lo largo de las líneas  $x_{ct}=a/2$  e  $y_{ct}=b/2$ , entonces los elementos  $A_4$ ,  $A_7$ ,  $B_2$  y  $B_6$  de las Ecs. (V.16) se anulan. Es este caso resulta

$$q_x = A_1 a_1 W_1 + A_3 a_3 W_3 + A_8 a_1 W_8 + A_{10} a_5 W_{10}$$
(V.17a)

$$q_y = B_1 \boldsymbol{b}_1 W_1 + B_3 \boldsymbol{b}_1 W_3 + B_8 \boldsymbol{b}_3 W_8 + B_{10} \boldsymbol{b}_1 W_{10}$$
 (V.17b)

La suma de las Ecs. (V.17) tiene que ser proporcional al desplazamiento de volumen, es decir,

$$D = S_q (A_1 \mathbf{a}_1 + B_1 \mathbf{b}_1) W_1 + S_q (A_3 \mathbf{a}_3 + B_3 \mathbf{b}_1) W_3 + S_q (A_8 \mathbf{a}_1 + B_8 \mathbf{b}_3) W_8 + S_q (A_{10} \mathbf{a}_5 + B_{10} \mathbf{b}_1) W_{10}$$
(V.18)

siendo  $S_q$  la sensibilidad del preamplificador utilizado, que transforma la carga que mide el sensor en desplazamiento. Igualando la Ec. (V.18) al desplazamiento volúmico de la placa de duraluminio calculado a partir de la Ec. (V.2), resulta el siguiente sistema de ecuaciones

$$A_{1}\boldsymbol{a}_{1} + B_{1}\boldsymbol{b}_{1} = ab\boldsymbol{d}_{1} / S_{q}$$

$$A_{3}\boldsymbol{a}_{3} + B_{3}\boldsymbol{b}_{1} = ab\boldsymbol{d}_{3} / S_{q}$$

$$A_{10}\boldsymbol{a}_{5} + B_{10}\boldsymbol{b}_{1} = ab\boldsymbol{d}_{10} / S_{q}$$

$$A_{8}\boldsymbol{a}_{1} + B_{8}\boldsymbol{b}_{3} = ab\boldsymbol{d}_{8} / S_{q}$$
(V.19)

Se trata pues de un sistema de 4 ecuaciones para 5 incógnitas,  $a_1$ ,  $a_3$ ,  $a_5$ ,  $b_1$  y  $b_3$ . Para introducir una nueva ecuación se modifica ligeramente la Ec. (V.2). La contribución del modo (1,1) al desplazamiento volúmico global se separa en dos sumandos iguales. Este proceso es válido porque la vibración del modo (1,1) es simétrica respecto a las líneas centrales de la placa, y por tanto el desplazamiento global que proporciona a lo largo de la superficie puede distribuirse en dos contribuciones. El desplazamiento volúmico resultante es

$$D = 0.5ab\mathbf{d}_1 W_1 + ab\mathbf{d}_3 W_3 + ab\mathbf{d}_{10} W_{10} + + 0.5ab\mathbf{d}_1 W_1 + ab\mathbf{d}_8 W_8 = D_X + D_V$$
(V.20a)

y la salida total del sensor,

$$q = A_1 \mathbf{a}_1 W_1 + (A_3 \mathbf{a}_3 + B_3 \mathbf{b}_1) W_3 + (A_{10} \mathbf{a}_5 + B_{10} \mathbf{b}_1) W_{10} + B_1 \mathbf{b}_1 W_1 + (A_8 \mathbf{a}_1 + B_8 \mathbf{b}_3) W_8$$
(V.20b)

Igualando término a término las Ecs. (V.20a) y (V.20b), y teniendo en cuenta el factor  $S_q$ , se establece el nuevo sistema de ecuaciones que debe solucionarse:

$$A_{1}\boldsymbol{a}_{1} = 0.5ab\boldsymbol{d}_{1} / S_{q}$$

$$A_{3}\boldsymbol{a}_{3} + B_{3}\boldsymbol{b}_{1} = ab\boldsymbol{d}_{3} / S_{q}$$

$$A_{10}\boldsymbol{a}_{5} + B_{10}\boldsymbol{b}_{1} = ab\boldsymbol{d}_{10} / S_{q}$$

$$B_{1}\boldsymbol{b}_{1} = 0.5ab\boldsymbol{d}_{1} / S_{q}$$

$$A_{8}\boldsymbol{a}_{1} + B_{8}\boldsymbol{b}_{3} = ab\boldsymbol{d}_{8} / S_{q}$$
(V.21)

Resolviendo el sistema de Ecs. (V.21) se obtienen los coeficientes que determinan la salida del sensor y su función de forma. Se resumen a continuación las características fundamentales del sensor desarrollado (Cobo y Cuesta, 2001; Cuesta y Cobo, 2001b):

- Está constituido por dos tiras cruzadas cuya salida total proporciona el desplazamiento de volumen de la placa estudiada.
- El filtrado de los 4 modos radiantes que caracterizan la respuesta estructural de la placa en el margen de frecuencias considerado (hasta 520 Hz), se implementa a través de la forma geométrica del sensor.
- La geometría del sensor es una función de las formas propias de estos modos estructurales, y por consiguiente es independiente del tipo y frecuencia de excitación. Sin embargo sí depende de su ubicación en la placa ya que ha sido definido para que detecte estos modos justo en el centro, de manera que su forma se desvía ligeramente de la óptima al alejarlo de esta posición.
- El principal inconveniente es que la salida del sensor depende de la correcta ubicación de las tiras. El sensor está diseñado para situarse en las líneas centrales de la placa y por consiguiente cualquier desviación de esta posición óptima genera errores en la detección del desplazamiento de volumen.
- La ventaja más característica es su diseño sencillo, que como se verá en los Capítulos VI y VII, ofrece resultados muy satisfactorios.

A continuación se exponen los resultados de la modelización de la salida y de la forma del sensor, creado con objeto de detectar los cuatro modos radiantes de la placa de duraluminio en el margen de baja frecuencia considerado. Como herramienta de cálculo se utiliza el código Matlab.

# V.2. Salida del Sensor Distribuido

Las tiras de PVDF localizadas en ambas direcciones de la placa tienen un espesor de 40  $\mu$ m y una anchura máxima de 3 cm. El material PVDF utilizado es

biaxial, con coeficientes de tensión piezoeléctrica  $e_{31}=e_{32}=0.016$  N/Vm. El sensor tal y como se ha comentado, se sitúa a lo largo de las líneas centrales de la placa, concretamente en las posiciones  $x_{ct}=0.255$  m e  $y_{ct}=0.155$  m.



Fig.V.1. Desplazamiento volúmico de la placa (azul) y salida del sensor (rojo) situado a lo largo del centro de la placa



Fig.V.2. Desplazamiento volúmico de la placa (azul) y salida del sensor (rojo) ligeramente desviado del centro de la placa

La Figura V.1 superpone la respuesta en frecuencias que proporciona este sensor y el desplazamiento de volumen de la placa, ambos calculados con la formulación expuesta. Es claro que el sensor en la ubicación mencionada detecta el desplazamiento volúmico de la estructura. Sin embargo, con una ligera desviación de su posición óptima, el sensor deja de medir esta magnitud. Nótese en la Figura V.2 la aparición de los modos (2,1) y (4,1) en la salida del sensor cuando se desplaza ligeramente la tira en la dirección *y* a  $x_{ct}$ =0.27 m. Este error debido a la posición del sensor crece al alejarlo del centro.

Las figuras anteriores están calculadas para una excitación puntual. Con un actuador piezocerámico la salida del sensor es similar a la obtenida con un vibrador. En la Figura V.3 se muestra la misma representación cuando el sensor está situado en el centro de la placa y un actuador piezocerámico excita la placa. La única diferencia aparece en los niveles de amplitud relativos, que dependen de las características electromecánicas de la cerámica y del voltaje aplicado.



Fig.V.3. Desplazamiento volúmico de la placa (azul) y salida del sensor (rojo) en el centro de la placa, calculados para excitación piezocerámica

En el Capítulo VI se discuten los resultados experimentales del desplazamiento volúmico de la placa de duraluminio, medido con el sensor diseñado y con un acelerómetro en el centro de la placa. Las comparaciones con el resultado teórico se analizan también en esa sección.

#### V.3. Función de Forma del Sensor distribuido

Para determinar la forma del sensor distribuido se resuelve primero el sistema de Ecs. (V.21) y a continuación se introducen los coeficientes resultantes en las Ecs.

(V.11). En la Figura V.4 se muestran las funciones de forma del sensor en ambas direcciones de la placa. Estas representaciones están normalizadas a la unidad tal y como se fijó en el modelo. Por consiguiente la anchura de cada tira del sensor es estándar, y únicamente habrá que multiplicarlas por el factor correspondiente  $(\mathbf{m}_x o \mathbf{m}_y)$  para definir exactamente la anchura deseada para cada una de ellas, respetando en todo momento la aproximación de baja frecuencia utilizada (Ec. (V.9a)).

En las funciones  $F_x$  y  $F_y$  se aprecia claramente la contribución de los modos impar-impar considerados. Por ejemplo en la tira del eje y se observa que el modo (1,1) figura en forma de la envolvente de  $F_y$ , mientras que la contribución del modo (1,3) aparece muy explícita con los máximos y mínimos de amplitud correspondientes. En cuanto a la tira a lo largo del eje x es notoria la dependencia con los modos (1,1), (3,1) y (5,1), pudiendo adivinarse la combinación de sus formas modales a lo largo de  $F_x$ .



Fig.V.4. Funciones de forma  $F_x$  y  $F_y$  del sensor distribuido

El sensor está definido, en cada una de las direcciones, por la superposición de la función de forma correspondiente y su opuesta. Así pues, la tira situada en el eje x de la placa es el área delimitada por  $F_x y - F_x$ , y lo mismo para el eje y. La Figura V.5 recoge la forma final del sensor distribuido con 3 cm de anchura que se utiliza en los ensayos experimentales. Se trata por tanto de un sensor simétrico respecto de la línea central de la placa en cada dirección. Esto hace que la precisión en la ubicación del sensor sea crítica para detectar óptimamente los modos para los que se ha diseñado. Ambas tiras tienen tres cambios de polaridad que definen las conexiones eléctricas de cada uno de los segmentos delimitados.



Fig.V.5. Forma del sensor distribuido

La forma del sensor es muy sensible a su ubicación en la placa. En la representación de la Figura V.6 la función de forma del sensor está calculada para el mismo caso de la Figura V.2, es decir cuando se desplaza la tira *y* del sensor a la posición  $x_{ct}$ =0.27 m. En este ejemplo contribuyen los modos (2,1) y (4,1) al desplazamiento volúmico. En las funciones de forma de ambas tiras se aprecia ligeramente la aparición de estos modos no deseados.



Fig.V.6. Funciones de forma  $F_x$  y  $F_y$  del sensor distribuido ligeramente desviado del centro de la placa

Las formas modales respectivas a lo largo de la dirección x de la placa presentan una línea nodal en el centro, y dos equidistantes de éste, en el caso del modo (4,1). Estas líneas nodales se sitúan en los máximos y en el mínimo de  $F_x$ , de manera que el efecto global es una disminución de la amplitud de esta función de forma, y por consiguiente la tira en esta posición es más estrecha.

En la dirección *y* estos modos no tienen ninguna línea nodal y presentan un máximo de amplitud a lo largo del eje central de la placa. Este comportamiento estructural queda reflejado en la función de forma del sensor  $F_y$ , cuyo mínimo aumenta respecto al obtenido para una tira en el centro de la placa (Fig.V.4).

# **CAPÍTULO VI**

#### MONTAJE EXPERIMENTAL

En esta sección se describe el dispositivo experimental con el que se han llevado a cabo los ensayos CAAE y CAR. El Capítulo comienza detallando las características del prototipo desarrollado para la implementación del control activo en la placa en soporte simple. Se describe la realización práctica del sensor distribuido y su respuesta en frecuencias. Se analiza el comportamiento estructural de la placa con dicho sensor y con acelerómetros, y su patrón de radiación en cámara anecoica. Por último se discuten las particularidades de cada uno de los componentes integrados en los sistemas de control: los sensores de error, las fuentes secundarias y el controlador.

#### VI.1. Prototipo 2D Desarrollado

Tal y como se adelantó en anteriores capítulos, la placa analizada es de duraluminio y tiene unas dimensiones de (0.51 m x 0.31 m x 0.002 m). Se trata de una placa delgada con relación a las longitudes de onda que se van a tener en cuenta (baja frecuencia) y por consiguiente su respuesta estructural y radiación pueden analizarse teóricamente con el modelo 2D elaborado en el Capítulo IV. En este apartado se verifica el ajuste del modelo a los resultados experimentales.

El primer paso a realizar en el diseño del prototipo es la implementación de las condiciones de contorno simple. Desarrollar un soporte lo más parecido al esperado ha sido sin duda uno de los aspectos más difíciles de conseguir en la experimentación. Es ciertamente una limitación muy grande para el correcto funcionamiento del sensor distribuido, diseñado para este tipo de contorno, y también para la obtención de resultados de cancelación satisfactorios.

#### VI.1.1. Diseño del Soporte Simple

El soporte tiene que ser tal que permita a los extremos flexar sin experimentar ningún desplazamiento vertical. En la literatura consultada se describen distintas formas de implementación práctica del soporte simple (Ochs y Snowdon, 1975), aunque no siempre son fáciles de mecanizar y ajustar a un problema concreto.

La primera concepción del soporte simple es la que se esquematiza en la Figura VI.1. Consiste en un conjunto articulado que está formado por dos secciones de plástico unidas por unas bisagras. Se construye un prototipo articulado para poder medir con distintas inclinaciones de la placa, aunque en todos los ensayos realizados hasta el momento la placa está perpendicular a la base, y sobre todo para facilitar su manejo y traslado durante la experimentación.



Fig.VI.1. Esquema del soporte simple diseñado

La base del prototipo, siempre apoyada sobre alguna superficie, está compuesta por una única lámina de 5 cm de ancho y 57 cm de largo. La parte articulada la constituyen dos planchas del mismo material, entre las cuales se coloca la placa, y que están unidas por sus esquinas y en la parte central mediante unos tornillos de gran diámetro. Los bordes de una de las caras de la placa se apoyan en una hilera de finas cuchillas, mientras que la otra cara se sujeta en sus extremos con unos tornillos más pequeños colocados a lo largo de todo el perímetro. Para que la placa vibre y radie en condiciones simples, y no llegue a estar encastrada, se debe atornillar sin forzar ninguna de las uniones.

A pesar de que este prototipo inicial se ajustaba bastante a lo deseado, fue necesario mejorarlo antes de empezar con los ensayos de control. El problema fundamental era que las planchas de sujeción y los tornillos iban dilatándose y desajustándose con el uso, y como consecuencia aparecía una notable distorsión en la vibración y radiación de la placa.

En el soporte definitivo, con el que se han realizado los ensayos CAR y CAAE, cada uno de los bordes de la placa está adherido en toda su longitud a una lámina de acero de una décima de milímetro de espesor y 13 cm de ancho. Estas tiras están atornilladas al brazo articulado, del cual se ha eliminado la plancha de plástico que reposaba sobre la placa. Estas láminas al ser tan flexibles pueden moverse flexionalmente cuando se excita la vibración de la placa y transmitir su

movimiento a los extremos. Por otra parte los bordes no pueden desplazarse verticalmente, como es requisito, ya que están suficientemente sujetos. El soporte final se muestra en la Figura VI.2.



Fig.VI.2. Dos perspectivas del prototipo 2D creado. Detalles del soporte simple

### VI.1.2. Descripción del Sensor Distribuido

Otro aspecto de gran interés en el dispositivo experimental es la elaboración práctica del sensor distribuido, cuya forma y salida han sido calculadas matemáticamente en el Capítulo V. Con un sistema de representación gráfica se dibuja a escala real la geometría de las dos tiras que componen el sensor (Fig.V.5), ambas con una anchura máxima de 3 cm. Este esquema sirve de patrón para cortar el PVDF con la forma exacta.

El PVDF utilizado tiene un espesor de 40  $\mu$ m y es biaxial, es decir que las propiedades piezoeléctricas son las mismas en toda su superficie ( $e_{31}=e_{32}$ ), y por tanto da igual a lo largo de qué dirección se corten las tiras del sensor. Este consta de dos tiras en cruz ubicadas en las líneas centrales de la placa. Como cada cara del PVDF es un electrodo, las tiras no pueden superponerse sobre la placa porque se cortocircuitaría el sensor. Para evitar esto se adhiere cada tira de PVDF a un lado de la placa (Fig.VI.3).



Fig.VI.3. Tiras del sensor distribuido pegadas en la placa

En el Capítulo V se comentó la existencia de tres cambios de polaridad en la función de forma de cada una de las tiras. Este cambio a lo largo de las dos direcciones del sensor está asociado a la simetría de las formas modales de la estructura. Para introducir este efecto en la práctica se intercambian las conexiones eléctricas entre los segmentos adyacentes de cada una de las tiras de PVDF.

Cuando se excita la placa en baja frecuencia, se genera una distribución de carga a lo largo de todo el sensor que es proporcional al desplazamiento volúmico de la estructura. En este margen la vibración que detecta el sensor es debida fundamentalmente a la flexión de la placa, siendo despreciable la contribución de movimientos longitudinales, siempre y cuando la placa sea delgada respecto a la longitud de onda excitada. La respuesta en frecuencias del sensor se analiza a continuación.

## VI.2. Respuesta Estructural de la Placa

En este apartado se recogen los resultados obtenidos en el análisis del comportamiento estructural del prototipo descrito. Se mide la función de transferencia entre múltiples sensores puntuales adheridos a la placa y la fuente impulsiva para determinar las frecuencias resonantes. Integrando en toda la desplazamiento superficie el obtenido en cada punto, se calcula experimentalmente el desplazamiento volúmico de la estructura para verificar si se cumple el principio de que en baja frecuencia sólo los modos impares de la placa contribuyen. Se mide también la respuesta estructural con el sensor distribuido y se compara con la obtenida por un sensor en el centro de la placa.

Es interesante estimar las formas modales de la placa porque son las magnitudes que definen la geometría del sensor. Si se parecen a los modos propios calculados con el modelo descrito en el Capítulo IV, entonces se demuestra que se ha conseguido diseñar un prototipo con las condiciones de contorno preestablecidas, y que pueden utilizarse indistintamente unas u otras para calcular la apertura de las láminas de PVDF.

Otra forma de verificar la idoneidad del diseño es determinando si las distribuciones de velocidad (o bien de desplazamiento) que se generan en la placa cuando se excita a cada una de sus frecuencias propias, son proporcionales a las formas modales asociadas. Esta experiencia se realiza con vibrometría láser.

### VI.2.1. Desplazamiento Volúmico con Sensores Puntuales

Para el análisis estructural se divide la placa en una malla de 104 puntos equidistantes. La respuesta impulsiva se mide con el sistema de adquisición multicanal PROSIG. Usando el martillo que incorpora se excita el movimiento vertical en cada uno de los puntos considerados. La vibración vertical se detecta mediante un acelerómetro B&K 4344 localizado a (0.24,0.123) metros del origen de

coordenadas y lejos de las líneas nodales de los modos de interés. El sistema calcula la función de respuesta en frecuencias (FRF) entre la señal de excitación y del acelerómetro, en términos de aceleración. La Figura VI.4 muestra las FRF medidas en tres puntos de la placa.







Fig.VI.4. Módulo y fase de la FRF de la placa en un punto próximo al borde inferior de la placa (a), uno ligeramente desviado del centro (b), y otro situado en la línea nodal (\*,2) (c)

En el punto localizado a (0.036, 0.034) metros del origen se observan claramente las diez resonancias que caracterizan el margen de frecuencias escogido (Fig.VI.4(a)). En la modelización del desplazamiento vertical en este mismo punto de la placa, descrita en la Figura IV.4(a), se observa una respuesta estructural muy parecida en cuanto a las resonancias que predominan. Lógicamente los niveles de vibración relativos entre las frecuencias teóricas y experimentales se ajustan mejor cuando se comparan los dos espectros en términos de la misma magnitud.

El ejemplo de la Figura VI.4(b), que representa la respuesta estructural de un punto ligeramente desplazado del centro de la placa, también se ajusta bastante bien al resultado expuesto en la Figura IV.5. La principal diferencia entre ambas curvas es que el modo (1,2), que contribuye a la aceleración experimental, no figura en la representación teórica. Esto es debido a que el punto donde se mide la vibración no corresponde exactamente al que se introduce en la modelización.

La última gráfica corresponde a la medida en la línea nodal de los modos (\*,2), que se detectan como con menor amplitud, a excepción del sexto modo (3,2) (Fig.VI.4(c)). La aparición de este modo par-par es una consecuencia del desajuste del soporte en el momento del ensayo.

Para determinar el desplazamiento volúmico experimental se suman las 104 FRF medidas en toda el área de la malla. Previamente a esto se ha transformado esta matriz de aceleraciones a otra de desplazamientos, dividiéndola término a término por  $-w^2$ . A continuación se exponen superpuestos el desplazamiento calculado con el modelo desarrollado y el medido con la respuesta impulsiva de toda la placa. Nótese que dichas curvas se han ajustado para distintos valores del módulo de elasticidad de la placa, y a los niveles máximos de amplitud. Estos módulos de Young para el duraluminio se ajustan a distintos valores de las frecuencias propias medidas.

Comparando las Figuras VI.5 a VI.9 se puede concluir que el ajuste entre el desplazamiento teórico y experimental es bastante similar en todas. Lo más relevante de estas representaciones es que el desplazamiento experimental está efectivamente dominado por los modos eficientes. Se observa sin embargo, que el modo (3,2), que no debería contribuir por no ser un modo impar-impar, aparece con un nivel bastante alto. En cambio, la segunda resonancia, aunque figura en todas estas curvas experimentales, apenas influye al desplazamiento volúmico puesto que tiene un nivel despreciable respecto al resto de modos. En cualquier caso el ajuste teoría-experimento es satisfactorio. En la literatura consultada es frecuente la aparición de modos indeseados a causa de los errores cometidos a lo largo de la experimentación y en el propio diseño del dispositivo.

En las modelizaciones teóricas que se han mostrado en el Capítulo IV se introduce el módulo de elasticidad del duraluminio con el que se ha ajustado la Figura VI.6, cuyo valor es 66.27 10<sup>9</sup> Pa. Este valor está calculado con la Ec. (IV.5) para la primera frecuencia experimental.



Fig.VI.5. Desplazamientos volúmicos de la placa, teórico (azul) ajustado con E=65 10<sup>9</sup> Pa, y experimental (rojo)



Fig.VI.6. Idem para *E*=66.27 10<sup>9</sup> Pa



Fig.VI.7. Idem para E=65.48 109 Pa



Fig.VI.8. Idem para *E*=67.33 10<sup>9</sup> Pa



Fig.VI.9. Idem para *E*=65.27 109 Pa

En la Tabla VI.1 se comparan las frecuencias de resonancia de la placa, modelizadas y medidas experimentalmente con estos sensores puntuales. Como

medida de las desviaciones entre los valores teóricos y reales se calcula el error en %. Nótese que para la primera frecuencia coinciden los dos valores, porque según lo comentado, en los cálculos se ajusta el módulo de elasticidad de la placa a esta resonancia. El error cometido en la estimación experimental de las frecuencias propias es bastante pequeño y por consiguiente se confirma que el prototipo elaborado se aproxima al ideal.

(m,n)	Teóricas (Hz)	Experimentales(Hz)	Error (%)
(1,1)	68.46	68.46	-
(2,1)	123.87	123.75	0.09
(3,1)	216.23	211.58	2.15
(1,2)	218.44	221.56	1.43
(2,2)	273.86	272.46	0.51
(4,1)	345.53	340.33	1.50
(3,2)	366.21	364.28	0.53
(1,3)	468.41	479.06	2.27
(4,2)	495.51	488.04	1.51
(5,1)	511.71	502.01	1.90

Tabla.VI.1. Resonancias de la placa, teóricas y experimentales

Los valores de estas frecuencias iniciales se van modificando un poco a medida que se pegan los actuadores. Su principal efecto es que alteran la rigidez de la placa. El comportamiento estructural del prototipo seguirá esencialmente dominado por los modos de vibración analizados con la diferencia que se excitarán a frecuencias ligeramente menores como consecuencia del aumento de la masa total y de la rigidez de la placa.

### VI.2.2. Formas Modales

Un modo de vibración es una propiedad global de la estructura, en definitiva es la manifestación de una energía atrapada dentro de sus extremos que no puede disiparse mientras existe la excitación. Estos se presentan a varias frecuencias naturales, y decaen en amplitud, es decir se amortiguan, cuando las fuentes externas de energía se quitan.

Son unas magnitudes que dependen de la geometría de la superficie vibrante y de las condiciones de contorno utilizadas. Cuando se excita la placa a una frecuencia propia, la vibración expresada como combinación de las amplitudes y formas modales con todos los índices considerados y en todo el eje de frecuencias definido, presenta una contribución dominante del modo propio, junto con una aportación residual del resto de modos (Nelson y Elliott, 1992). Por consiguiente para determinar las formas modales de la placa de duraluminio se debe medir la velocidad o el desplazamiento vertical en toda su superficie y a todas las

frecuencias, y estimar a continuación en qué medida contribuye cada uno de los modos excitados.

Las formas modales de la placa considerada se estiman con el paquete comercial STAR MODAL. Este software requiere una matriz de datos de la vibración en una malla de puntos y a todas las frecuencias. Las curvas experimentales se ajustan a una función polinómica. En la Figura VI.10 se muestran las formas modales de la placa que el sistema es capaz de estimar en el margen de frecuencias establecido.

En cada uno de los modos dibujados se aprecian nítidamente las líneas nodales asociadas, que separan los máximos y mínimos de vibración. El paquete modal no ajusta correctamente el modo (1,2), tal vez por su proximidad a la tercera resonancia. La novena y décima formas propias, aunque sí son estimadas, no se muestran gráficamente porque no se visualizan bien.





Fig.VI.10. Formas modales de la placa estimadas con STAR MODAL. (a) Primer modo, (b) segundo, (c) tercero, (d) quinto, (e) sexto, (f) séptimo, (g) octavo

#### VI.2.3. Desplazamiento Volúmico con el Sensor Distribuido

Para determinar en qué medida el sensor diseñado detecta el desplazamiento de volumen, se analiza su respuesta en frecuencias utilizando el sistema MLSSA (ver Sección VI.3.1). El cálculo de la FRF se basa en la correlación cruzada de la señal de máxima longitud (MLS) que genera el propio sistema, y a la cual se excita la placa, con la señal que recibe procedente del sensor.

La Figura VI.11 ilustra el desplazamiento vertical que detecta este sensor en el margen de baja frecuencia preestablecido (Cobo y Cuesta, 2001). Se excita la placa con señales MLS a través de un vibrador electrodinámico convenientemente amplificado. En este análisis se ha despreciado la contribución de la respuesta en frecuencias del excitador por ser fundamentalmente plana en el margen de interés. La única resonancia de su espectro surge a 58 Hz, suficientemente alejada de la primera frecuencia propia de la placa como para añadir alguna modificación en la FRF del sensor. Nótese que la curva dibujada es muy parecida al desplazamiento de volumen esperado, destacándose claramente los modos (1,1), (3,1), (1,3) y (5,1). El modo (2,1) apenas contribuye.



Fig.VI.11. FRF entre el shaker y el sensor de PVDF

En la Figura VI.12 se superpone la respuesta en frecuencias de este sensor distribuido junto con la de un acelerómetro ubicado en el centro de la placa. En ambas curvas predominan los modos impar-impar, siendo poco significativa la contribución de otras resonancias. Los dos sensores estructurales detectan sin duda el desplazamiento volúmico de la placa, si bien el sensor distribuido parece ser un poco más selectivo en cuanto a los modos deseados.



Fig. VI.12. FRF entre el shaker, y un acelerómetro en el centro (azul), y el sensor de PVDF (rojo)

La Figura VI.13 compara la respuesta real del sensor distribuido, medida en dos realizaciones de la condición de soporte simple, y el desplazamiento volúmico de la placa calculado teóricamente con la formulación del Capítulo IV (Cobo y Cuesta, 2001).

El comportamiento real del sensor se ajusta bien al esperado ya que en el espectro mostrado son dominantes los 4 modos impar-impar. Se puede afirmar que el desarrollo matemático del sensor distribuido, descrito en el Capítulo V, es correcto porque efectivamente su salida real es proporcional al desplazamiento volúmico de la placa. Se observa que los picos resonantes de las curvas experimentales están ligeramente desplazados respecto de los teóricos y también se desvían de los valores estimados con sensores puntuales (Tabla VI.1). Aparte de los errores asociados a toda medida, la explicación está en que estos ensayos se han realizado con los actuadores integrados en la placa, y según lo comentado en el apartado anterior, conllevan una ligera disminución de las resonancias estructurales.

En estos resultados se aprecia la influencia de la condición de soporte simple en el comportamiento del sensor. Cualquier alteración del contorno hace que la placa no vibre simétricamente, y esto provoca que los modos que no son imparimpar no puedan cancelarse mutuamente y que contribuyan de alguna manera a la respuesta de la placa.



Fig.VI.13. Salida teórica (rojo) y experimental (verde) del sensor distribuido, en dos realizaciones distintas (a) y (b) de la condición de soporte simple

## VI.2.4. Velocidad Vertical con Vibrometría Láser

En esta sección se analiza la respuesta estructural de la placa medida con vibrometría láser. Se mide la velocidad vertical a cada una de las frecuencias propias de la estructura. El ensayo se realiza en una pequeña cámara semianecoica del Instituto de Acústica. La instrumentación utilizada es:

- Vibrador electrodinámico
- Generador de señal
- Amplificador de baja impedancia
- Micrófono B&K para sincronizar las señales
- Láser Polytec de última generación

Los sensores ópticos de vibración que componen la cabeza escaneadora del láser, utilizan la técnica de interferometría Mach-Zehnder para medir vibración. El sistema Polytec utiliza un láser de Helio-Neón como fuente de luz coherente linealmente polarizado, con una potencia de salida entre 2.2 y 3.0 mW. Poniendo a vibrar la superficie de interés para modular las distancias del camino recorrido por los haces del láser, el interferómetro detecta las señales de vibración con amplitudes inferiores al nanómetro.

Las fotos que se muestran a continuación describen la experiencia realizada. La cabeza del láser, colocada en un trípode, dista suficientemente de la placa. Se focaliza el haz sobre la placa para que mida su velocidad de vibración con la máxima precisión, controlando en todo momento desde la unidad de control que se recibe suficiente señal de todos los puntos de la superficie. La señal de un micrófono alineado con la placa y el láser sirve para sincronizar la vibración detectada en todos los puntos y aportar la información de fase.



Fig.VI.14. Montaje experimental para medir la vibración de la placa con vibrometría láser

Se excita la placa a las frecuencias de resonancia de interés. En la unidad de control se define el movimiento que debe seguir el láser para escanear toda la superficie seleccionada. El programa graba la señal temporal de la vibración detectada en cada punto y calcula los espectros con el método de la FFT. En las Figuras VI.15 a VI.24 se representan el módulo y la fase de la velocidad vertical de la placa a dichas frecuencias. Estos diagramas son parecidos a los mapas 2D con los que se representa el desplazamiento teórico de la placa en el Capítulo IV.



Fig.VI.15. Módulo (dcha.) y fase (izq.) de la velocidad de vibración de la placa medidos a la frecuencia experimental del modo (1,1)



Fig.VI.16. Idem a la frecuencia de resonancia del modo (2,1)



Fig.VI.17. Idem a la frecuencia de resonancia del modo (3,1)



Fig.VI.18. Idem a la frecuencia de resonancia del modo (1,2)



Fig.VI.19. Idem a la frecuencia de resonancia del modo (2,2)



Fig.VI.20. Idem a la frecuencia de resonancia del modo (4,1)



Fig.VI.21. Idem a la frecuencia de resonancia del modo (3,2)



Fig.VI.22. Idem a la frecuencia de resonancia del modo (1,3)



Fig.VI.23. Idem a la frecuencia de resonancia del modo (4,2)



Fig.VI.24. Idem a la frecuencia de resonancia del modo (5,1)

En todas estas distribuciones de velocidad se aprecian con nitidez los máximos y mínimos de vibración correspondientes a los modos propios excitados. El espectro de fase, sobre todo el de las tres primeras figuras, refleja muy bien cómo vibra cada punto de la placa. Nótese en la Figura VI.15 que el modo (1,1) actúa prácticamente como un pistón ya que toda la superficie de la placa vibra en fase, excepto algunos puntos próximos a los extremos.

Una vez realizado el análisis estructural de la placa se mide la presión sonora que radia al campo lejano.

# VI.3. Radiación de la Placa en Campo Lejano

En el Capítulo IV se ha estudiado teóricamente la radiación acústica de la placa mediante formulaciones de campo lejano y de campo próximo. En este apartado se verifica experimentalmente la primera de ellas.

Las condiciones en las que se ha realizado el ensayo no son ideales, ya que por restricciones de espacio en el montaje la placa no puede colocarse en un bafle. Lógicamente esta simplificación del problema añade modificaciones respecto a los resultados teóricos, sobre todo en la radiación de los extremos de la placa. El interés fundamental de estas medidas no son tanto los niveles de amplitud que genera la placa, sino la distribución espacial del sonido que radia a su alrededor, sobre todo en dirección frontal.

# VI.3.1. Descripción del Experimento

La experiencia se realiza en la cámara anecoica del Instituto de Acústica siguiendo el procedimiento descrito en el esquema de la Figura VI.25.



Fig.VI.25. Esquema del montaje experimental para medir la directividad de la placa

La instrumentación utilizada en la cadena de medidas es la siguiente (Siguero et al., 2001):

- Vibrador electrodinámico
- Amplificador General Radio
- Micrófono B&K 4161 de 1 pulgada
- Preamplificador B&K 2636
- Sistema MLSSA
- Mesa giratoria Outline ET1-ST1

El sistema MLSSA, como se ha comentado ya, mide la respuesta impulsiva de sistemas lineales con secuencias de máxima longitud (MLS) (Fig.VI.26). La principal diferencia con un analizador de frecuencias convencional es que opera en el dominio del tiempo (Garai, 1993; Cobo et al., 1998). La ventaja más destacada para este estudio, es que puede medir funciones de transferencia de baja frecuencia con una resolución de 0.065 Hz. Es por tanto un sistema muy útil para caracterizar fielmente sistemas CAR y CAAE (Cuesta y Cobo, 2000a, 2000b, 2001a).



Fig.VI.26. Medida de la respuesta impulsiva con MLS

La placa en soporte simple se excita mediante un vibrador, alimentado con la señal MLS que genera MLSSA, previa amplificación. La mesa giratoria, situada en la parte posterior del prototipo, ver Figura VI.27, sostiene un brazo articulado de 1.5 m de longitud, en cuyo extremo está colocado un micrófono de gran sensibilidad y convenientemente acondicionado. El micrófono está a suficiente distancia de la placa para que se cumpla la aproximación de campo lejano. La mesa giratoria es programada desde MLSSA para que gire cada 5 grados hasta completar una circunferencia alrededor de la placa.

MLSSA correlaciona la señal MLS y la del micrófono en cada una de sus posiciones. En la representación espacial de la radiación se considera el ángulo que forma el micrófono con el eje acústico de la placa (en su perpendicular). El ángulo cero es justamente la alineación de ambos.



Fig.VI.27. Dos vistas del montaje en cámara anecoica

# VI.3.2. Directividad

A continuación se muestran los resultados obtenidos en las medidas (Siguero et al., 2001). En la Figura VI.28 se exponen los niveles de presión sonora que detecta el micrófono, como una función de los ángulos frontales, entre –90° y 90°, y de la frecuencia, en el margen entre 0 y 510 Hz. La siguiente figura describe la misma medida sólo que en un mapa de colores 2D (Fig.VI.29). En estas representaciones se observa que la simplificación de bafle infinito en el dispositivo montado, influye sobre todo en los niveles sonoros detectados cerca de los extremos de la placa. En ambas gráficas se distinguen las resonancias estructurales que contribuyen significativamente a la radiación de la placa. Los cuatro modos impar-impar en este margen son los predominantes, aunque el modo (3,2) presenta también niveles elevados. Las otras resonancias de la placa influyen menos en los niveles globales.

La Figura VI.30 ilustra el comportamiento de la vibración de la placa, detectada con un acelerómetro en un punto alejado del centro, y de la radiación que mide el micrófono en la dirección del eje acústico (a 0º). Esta representación refleja muy

bien el concepto en que se basa el CAAE, esto es, que todos lo modos estructurales no poseen la misma eficiencia de radiación. Obsérvese cómo los modos que más radian son los impar-impar. En cambio, modos que aparecen con un nivel de vibración considerable, por ejemplo el (2,1), apenas influyen en la radiación global de la placa. Si bien es cierto, algunas resonancias que no deberían radiar mucho, por ejemplo entre 250 y 325 Hz, presentan niveles sonoros superiores a los de vibración, aunque siempre menores a los de modos eficientes.



Fig.VI.28. Radiación acústica de la placa en función de la frecuencia y ángulo de referencia



Fig.VI.29. Niveles de radiación de la placa entre -90 º y 90 º



Fig.VI.30. Espectros de vibración en un punto de la placa (rojo) y de la radiación en campo lejano a lo largo de su eje acústico (azul)

La aparición de estos modos que no deberían contribuir a la radiación, fue la causa principal por la cual se sustituyó este soporte antes de empezar con los ensayos de control. Con el soporte definitivo se solventa esta limitación inicial. Nótese por ejemplo, en las Figuras VI.12 y VI.13, que en el desplazamiento volúmico detectado por el sensor distribuido, medido con el soporte definitivo, estos modos apenas intervienen en el espectro.

Las figuras que se muestran seguidamente ilustran los diagramas de la radiación en polares de los modos más eficientes, el (1,1), (3,1), (1,3) y (5,1). En estas representaciones se pone de manifiesto el comportamiento monopolar de la radiación a estas frecuencias. En el Capítulo IV se verificó esta propiedad de la radiación de los modos impar-impar de una placa en soporte simple, al modelizar la integral de Rayleigh para calcular la presión sonora que radia al campo lejano.





Fig.VI.31. Directividad de la placa a las frecuencias de los modos (1,1) (a), (3,1) (b), (1,3) (c), (5,1) (d)

#### VI.4. Implementación CAAE y CAR

El objetivo final del trabajo es implementar un dispositivo de control activo en el prototipo 2D desarrollado con el fin de reducir el ruido de baja frecuencia que radia al campo lejano. Concretamente se introduce un sistema de control activo tradicional (CAR) y uno de control activo acústico estructural (CAAE). En la Figura VI.32 se esquematiza cada uno de estos dispositivos.




Estos sistemas CAR y CAAE se caracterizan por:

- Una fuente primaria puntual (vibrador).
- Un generador de señal.
- Una o varias fuentes secundarias: en el prototipo CAAE, uno o los dos actuadores integrados, y el altavoz en el tradicional (CAR).
- Una señal de referencia: señal del generador.
- Un sensor de error: micrófono de error en el campo lejano en ambos dispositivos, o bien un sensor estructural en el caso del CAAE (el sensor distribuido del desplazamiento volúmico o un acelerómetro).
- Un controlador comercial.

En los ensayos realizados, la placa de duraluminio se excita en resonancia o en vibración forzada, con el vibrador electrodinámico, que está en contacto directo con la placa, concretamente a (0.127, 0.083) m del extremo derecho. Está alimentado por la señal que sale del generador interno del controlador, previo acondicionamiento en un amplificador de baja impedancia para adaptarla. En cuanto a los dos actuadores se pueden considerar como fuentes extensas porque actúan sobre una superficie mayor. Se utilizan como fuentes secundarias y necesitan un amplificador de alta impedancia para acondicionar su señal.

Tanto el sistema CAR como el CAAE utilizan una estrategia anticipativa (Capítulo II) y por tanto requieren una señal de referencia lo más coherente posible con el ruido primario. En los ensayos realizados se utiliza como referencia la señal de excitación que sale del generador.

En la unidad de control entran las señales de referencia y de error procedente de alguno de los sensores descritos. En cuanto a sus salidas, excitan cualquiera de las fuentes secundarias mencionadas. El controlador procesa las entradas y optimiza la salida con el fin de producir la máxima atenuación de la señal de error. A continuación se analiza con más detalle cada componente.

# VI.4.1. Fuentes Secundarias

En la Figura VI.33 se muestran las fuentes secundarias de los dos dispositivos de control, las piezocerámicas dobles integradas en la placa (CAAE) y el altavoz que está próximo a ella (CAR).

El altavoz se ha colocado en el interior de una caja de madera de dimensiones (25 cm x 25 cm x 25 cm) rellena de lana mineral. Este transductor es capaz de generar con nivel suficiente el campo secundario a cada una de las frecuencias de excitación de la placa. En los ensayos CAR, el altavoz está ubicado por debajo de la placa, con el diafragma moviéndose en la misma dirección en que ésta vibra, tal y como figura en la foto mostrada. Se escoge esta posición porque el CAR funciona mejor cuanto más próximas estén las fuentes primaria y secundaria, y también debido a la posición relativa del micrófono de error en el campo lejano, que tal y como aparece en la Figura VI.33, está aproximadamente en el eje acústico de la placa. De esta manera cuando se conecte el sistema CAR, tanto la placa como el altavoz radian sonido frontalmente y se puede optimizar con mayor facilidad la reducción de los niveles sonoros que detecta el sensor en la posición indicada.



Fig.VI.33. Vista del altavoz (CAR) y de los actuadores (CAAE) que actúan como fuentes de control en estos dispositivos

Las fuentes de control implementadas en el dispositivo CAAE, son unos actuadores piezocerámicos dobles excitados en contrafase, como los que se describen en el Capítulo III. En la figura anterior se distinguen con forma de rectángulos blancos. Con el fin de garantizar el máximo acoplamiento estructural entre la placa y estas fuentes de control, los actuadores integrados son tales que sus dimensiones mantienen la misma proporción que las de la placa. En el laboratorio se disponen de cerámicas PZ29 y PZ21, de Ferroperm, con geometría cuadrada (6 cm x 6 cm) y diferentes espesores. Se utilizan las PZ29 porque debido a sus características piezoeléctricas experimentan mayores deformaciones. En cuanto al espesor, se escogen las cerámicas más delgadas (1.2 mm) porque tienen mayor coeficiente de transformación electromecánica (Tucker y Gazey, 1996). Una vez cortadas las cerámicas en la proporción adecuada se componen actuadores de (6 cm x 3.65 m x 0.12 cm).

La posición de los actuadores piezocerámicos dobles queda reflejada también en la figura anterior. Lo interesante a destacar es que ambos están localizados simétricamente respecto a una de las diagonales de la placa, y alejados de las líneas nodales de los modos impar-impar que se vienen considerando a lo largo de todo el trabajo. Se escoge esta ubicación simétrica con el fin de que ambos actuadores puedan excitar una vibración similar. Se consigue así optimizar el funcionamiento del sistema CAAE cuando ambos actúen simultáneamente como fuentes de control. Los actuadores implementados en cualquier sistema CAAE deben tener la suficiente autoridad de control para garantizar la cancelación del campo primario con los niveles sonoros que son capaces de generar. En las curvas de la Figura VI.34 se muestran los niveles de presión sonora que detecta el micrófono de error cuando se excita la placa con uno de los dos actuadores a varias frecuencias de resonancia, 201 Hz, 455 Hz, 499 Hz, y en vibración forzada, 410 Hz y 508 Hz, en función de los voltajes que se le aplica. A estas frecuencias se realizan los ensayos de control con los dos dispositivos.



Fig.VI.34. Niveles sonoros producidos por la placa cuando se excita con un actuador a distintos voltajes rms y a las frecuencias señaladas

Los valores representados limitan el margen de voltajes máximos en que puede actuar el actuador sin que se produzca distorsión en el sonido radiado. Lo primero que llama la atención es que el actuador no funciona igual a todas las frecuencias. Las frecuencias de resonancia más altas, 499 Hz y 455 Hz, generan los mayores niveles de presión sonora en campo lejano. Por ejemplo, excitando el actuador con poco más de 50 V a la frecuencia del modo (5,1) se generan niveles de 70 dB sin distorsión. En cambio la radiación del modo (1,3) no supera los 65 dB a pesar de que se le puedan aplicar al actuador voltajes más altos. Excitando la placa en vibración forzada, bien a 420 Hz o 508 Hz, no se sobrepasan los 60 dB en campo lejano.

La frecuencia más baja de las que se considera es 201 Hz, correspondiente al modo (3,1). Nótese que a esta frecuencia el actuador genera los niveles acústicos más bajos, 55 dB, a pesar de que se puede alimentar con voltajes superiores. El problema que surge a las frecuencias más bajas es que se requiere excitar mayores desplazamientos en la placa para radiar sonido, y que las piezocerámicas actúan mejor a frecuencias altas debido a su elevada frecuencia de resonancia.

Tras este análisis queda claro que hay una limitación en cuanto a los niveles acústicos en que deben realizarse los ensayos de control. Lo más importante es que

en todo momento el actuador que se utilice como fuente de control genere un campo acústico similar al primario.

# VI.4.2. Sensores de Error

En cualquier dispositivo de control activo debe elegirse adecuadamente la función de coste a minimizar, que a su vez determina el tipo de sensor de error que se requiere para conseguirlo. En los ensayos de control que aquí se discuten se usan tres señales de error diferentes, una señal acústica procedente de la radiación de la placa, y otras dos señales de vibración, proporcionales ambas al desplazamiento volúmico de la estructura.

El sistema CAR, por ejemplo, tiene como señal de error aquella que proporciona el micrófono situado a lo largo del eje acústico de la placa (Fig.VI.33). Está localizado aproximadamente a 2 m de ella, distancia suficiente para considerarlo en el campo lejano de la placa. Se trata de un micrófono de gran sensibilidad en el margen de baja frecuencia considerado. Esta señal acústica se utiliza también en el dispositivo CAAE. En los dos casos la función de coste que trata de minimizarse con control activo es la presión sonora detectada.

Además del micrófono, se ensayan como sensores de error, un acelerómetro B&K 4344 en el centro de la placa y el sensor distribuido. El acelerómetro utilizado es sensible a las frecuencias que se excitan en las experiencias y está preamplificado en términos del desplazamiento. Tal y como establece la Figura VI.12, la salida de este acelerómetro es proporcional al desplazamiento volúmico de la placa, y por consiguiente similar a la que proporciona el sensor distribuido de PVDF.

Con estos ensayos CAAE se pretende verificar cuánto se aproximan los resultados de cancelación obtenidos con el sensor modal diseñado, que en la práctica es imperfecto debido a los errores de corte y de pegado, a la imprecisión de su ubicación en la estructura, al acondicionamiento eléctrico, etc., a los que proporciona un sensor estructural ideal como es un acelerómetro en el centro de la placa.

Todas estas señales de error están amplificadas con nivel suficiente antes de entrar en el controlador. Éste las filtra posteriormente en un margen de frecuencias comprendido entre 55 Hz y 550 Hz.

# VI.4.3. Unidad de Control

La unidad de control o controlador es una parte fundamental en cualquier sistema de control activo. Básicamente integra un DSP en el que se procesan las señales de entrada y se generan las de salida. En la experimentación que se lleva a cabo se utiliza el sistema comercial DIGIWARE, desarrollado por Digisonix, para control del ruido y vibraciones de baja frecuencia.

Se trata de un sistema multicanal, con 8 entradas (señales de referencia y de error) y 8 salidas de control. Es adaptativo por lo que es capaz de seguir cualquier fluctuación en las características espectrales y temporales del ruido primario. Permite configuraciones anticipativas y por realimentación. En los ensayos experimentales se utiliza siempre la configuración anticipativa (con señal de referencia).

Su electrónica está compuesta fundamentalmente de un DSP C40 de Texas Instruments. En la unidad de control se configuran la convergencia del algoritmo adaptativo (FXLMS o FULMS) y los coeficientes del filtro de salida (FIR o IIR), hasta optimizar la minimización de la señal de error. En todas las pruebas realizadas se utilizan filtros IIR con un número de coeficientes variable.

Este sistema es una herramienta que permite desarrollar todo tipo de configuraciones, adaptándose a las necesidades concretas de cada problema de ruido. Ofrece además la ventaja de adquirir internamente las trazas de las señales de entrada y de salida (de error, de referencia y de control) y la posibilidad de comunicación con otros programas, como MATLAB. En los ensayos realizados y cuyos resultados se describen en el siguiente capítulo, se aprovecha esta opción para superponer los espectros de las señales de error, sin y con control. Para ello se modifica el programa de adquisición que incorpora originalmente el sistema. En la Figura VI.35 se muestra este controlador junto con otra instrumentación utilizada durante los ensayos de control.



Fig.VI.35. Controlador y otra instrumentación utilizada en los ensayos CAR y CAAE

# **CAPITULO VII**

## **RESULTADOS CAAE/CAR**

En este capítulo se recopilan los resultados obtenidos en los ensayos de control activo del ruido radiado por el prototipo 2D desarrollado. Todas las pruebas se llevan a cabo en la cámara anecoica del Instituto de Acústica con los dispositivos CAAE y CAR descritos en el Capítulo VI.

El capítulo se ha organizado siguiendo la metodología de las medidas con el fin de clarificar el objetivo que se persigue. La clasificación general de los resultados se realiza en función del sensor de error utilizado: un micrófono en campo lejano, un acelerómetro en el centro de la placa, o bien el sensor distribuido que se ha elaborado. Lo que se pretende, por consiguiente, es cuantificar la influencia de cada sensor de error en las prestaciones CAAE y sobre todo verificar la validez del sensor modal.

Otro análisis de interés es la comparación de los resultados que se consiguen con el dispositivo de control activo tradicional, caracterizado por un micrófono de error y un altavoz como fuente secundaria, y el de control activo acústico estructural, en el que se sustituye esta fuente de control por un actuador directamente integrado en la placa. Se comprueba lo que ya es sabido en este tipo de aplicaciones, que un sistema CAR es menos eficiente que uno CAAE.

Los ensayos se realizan excitando la placa con el vibrador electrodinámico a distintas frecuencias de resonancia de interés (algunas de las que definen la salida del sensor distribuido) y en vibración forzada (Capítulo VI). Concretamente se mide a las frecuencias de los modos impar-impar (3,1), (1,3) y (5,1), que se excitan en la placa a 201 Hz, 455 Hz, y 499 Hz, respectivamente, y a dos frecuencias fuera de resonancia, 410 Hz y 508 Hz. Se intentan mejorar los resultados CAAE iniciales (con una única fuente de control) utilizando los dos actuadores adheridos a la placa.

Los resultados se analizan en términos de la atenuación espectral de la señal de error y en los diagramas de radiación. Con estas últimas medidas se puede determinar la distribución espacial de la cancelación alrededor de la placa. A la frecuencia más baja, no se miden los patrones de directividad a causa de las dificultades que tienen los actuadores para excitar la vibración de la placa (Capítulo VI). Se presenta igualmente la cancelación global de los niveles sonoros en un micrófono monitor en el campo lejano del prototipo.

Por las limitaciones del dispositivo experimental, los ensayos de directividad no han podido realizarse simultáneamente con la adquisición de la señal de error, aunque el sistema CAAE se optimiza en ambos casos para conseguir la misma atenuación global en el micrófono. Tampoco se miden seguidamente los patrones de la radiación con los diferentes sensores de error, ni con una y dos fuentes de control. Además las condiciones de medida han ido variando, en muchos momentos de la experimentación ha sido necesario sustituir el micrófono utilizado por problemas con la señal detectada, y se ha podido variar su ganancia en el preamplificador. Por ello en muchas de las figuras expuestas, los niveles que se muestran a una misma frecuencia, bien en los patrones de radiación o bien en los espectros de la señal de error, no son equivalentes.

No obstante, esto no influye en la interpretación de los resultados obtenidos porque lo que interesa es la cancelación de los niveles relativos, antes y después de aplicar el sistema de control, más que los niveles absolutos. Con el fin de cuantificar la reducción acústica alrededor de la placa en cada uno de los ensayos realizados, y poder comparar los resultados a las distintas frecuencias y con los tres sensores de error implementados, se define un índice de atenuación espacial que especifica la reducción total de la potencia sonora alrededor de la placa, cuando se conecta el dispositivo de control, a la frecuencia concreta de excitación (ver Apéndice D).

Todos los resultados expuestos se obtienen tras la optimización del sistema de control implementado en cada caso. Esto quiere decir que la configuración del filtro que determina la salida de control y los parámetros del algoritmo adaptativo, se han escogido de manera que la atenuación de los niveles acústicos recogidos por el micrófono monitor sea siempre máxima. Por consiguiente se supone que la mejora de los resultados aquí expuestos estaría limitada por los aspectos acústicos y estructurales del prototipo creado.

En todas las pruebas realizadas se implementan filtros IIR con un número de coeficientes variable, concretamente se han ensayado entre 10 y 50, tanto en la parte directa (anticipativa) como en la recursiva (realimentada). En cuanto a los valores de la convergencia del algoritmo, se escogen siempre anteponiendo la estabilidad del sistema a la rapidez de adaptación.

# VII.1. Resultados con un Micrófono de Error

Tal y como se comentó en la descripción del montaje experimental el sensor de error está localizado aproximadamente a 2 m del centro de la placa. A

continuación se analizan los resultados obtenidos a las frecuencias mencionadas, con los dispositivos CAAE y CAR.

# VII.1.1. A Frecuencia de Resonancia 201 Hz

# VII.1.1.1 CAAE

La Figura VII.1 muestra los espectros de la señal del error, sin (azul) y con (rojo), el sistema de control activo, cuando se utiliza el vibrador como fuente primaria, y uno de los actuadores cerámicos descritos en el Capítulo VI como fuente secundaria. Se observa que el sistema CAAE introduce una cancelación espectral de 56 dB, a la frecuencia de 201 Hz. Sin embargo, el nivel global, tal y como se lee en un amplificador de medida B&K 2636, sólo desciende 9 dB. Esto es debido a la presencia de distorsión armónica en la radiación de la placa a esta frecuencia, como se aprecia claramente en la Figura VII.1.



Fig.VII.1. Espectros de la señal de error a 201 Hz, sin (azul) y con CAAE (rojo)

# VII.1.1.2. CAR

En la Figura VII.2 se muestra la reducción de los niveles espectrales en el micrófono para excitación puntual de la placa con un vibrador, y actuación con un altavoz (ver Figura VI. 33).



Fig.VII.2. Espectros de la señal de error a 201 Hz, sin (azul) y con CAR (rojo)

La atenuación espectral es de 76 dB, mientras que la reducción del nivel global es de 20 dB en la dirección perpendicular a la placa. En comparación con los resultados CAAE expuestos en la Figura VII.1, parece ser que a esta frecuencia el sistema CAR funciona algo mejor. Esto es atribuible a la limitación que tienen los actuadores adheridos a la placa cuando vibran a esta frecuencia, tal y como se comentó en el Capítulo VI.

## VII.1.2. A Frecuencia de Resonancia 455 Hz

## VII.1.2.1. CAAE

En la Figura VII.3 se superponen los espectros de la señal que detecta el micrófono de error cuando se excita la placa con el vibrador a la frecuencia del modo (1,3), con y sin control. Se sigue el mismo código de colores en este tipo de representaciones, el azul corresponde al ruido primario y el rojo se asocia al ruido residual tras conectar la cancelación. La atenuación a esta frecuencia es de 81 dB y la global en el micrófono monitor, de 37 dB.

Sin duda el CAAE implementado controla mejor la radiación a esta frecuencia de resonancia que a la de 201 Hz. A 455 Hz, según indica la curva de la Figura VI.34, los actuadores tienen más autoridad de control, y además la radiación primaria no presenta una distorsión destacada.



Fig.VII.3. Espectros de la señal de error a 455 Hz, sin (azul) y con CAAE (rojo)

En la Figura VII.4 se muestran conjuntamente los diagramas de directividad de la placa a esta frecuencia, con y sin control, medidos con el dispositivo comentado en el Capítulo VI. En estos ensayos se adquiere la señal del micrófono entre 0° y 180°, de manera que a 90° está alineado con el eje acústico de la placa.



Fig.VII.4. Diagrama de directividad de la placa con excitación puntual a 455 Hz, sin (azul) y con (rojo) CAAE

Lo más interesante de este resultado es que se consigue cancelación prácticamente en todo el espacio representado, y que el sistema CAAE es capaz de

suprimir el modo (1,3), ya que el campo residual pasa a tener un comportamiento dipolar, lo que implica la contribución de otros modos menos eficientes. Se comprueba por consiguiente que el mecanismo de control a esta frecuencia es el de supresión modal. Minimizando la presión sonora en un punto, donde está localizado el sensor de error, se reduce la radiación en toda la semicircunferencia frontal de la placa.

La atenuación máxima, 25 dB, se produce alrededor de 90°, que es justamente la dirección donde apunta el sensor de error. Se observa un ligero refuerzo únicamente en uno de los laterales de la placa, que por otra parte no es nada extraño ya que las medidas no se realizan en condiciones ideales y en los extremos se percibe más el efecto de no considerar la placa en bafle infinito. La atenuación total de la radiación espacial a esta frecuencia es de 9.5 dB.

En el diagrama en polares de la Figura VII.5 se presentan los resultados de la cancelación espacial del ruido primario a esta frecuencia, cuando se utilizan los dos actuadores como fuentes secundarias. Se observa que aumentando el número de fuentes de control, se consigue más cancelación en buena parte de la región considerada, en particular entre 95° y 180°. Aunque se produce un refuerzo de aproximadamente 6 dB alrededor de 60°, efecto asociado al descenso del nivel del campo primario en este lóbulo, la atenuación total ha aumentado respecto al uso de un único actuador, alcanzándose en esta ocasión unos 11.13 dB de reducción espacial. La radiación sigue siendo fundamentalmente monopolar, lo que implica que el modo no se ha cancelado completamente.



Fig.VII.5. Diagrama de directividad de la placa con excitación puntual a 455 Hz (azul) y con CAAE (rojo), utilizando los dos actuadores piezoeléctricos como fuentes secundarias

#### VII.1.2.2. CAR

A continuación se muestran los resultados obtenidos a esta frecuencia con el altavoz. La Figura VII.6 muestra los espectros de la señal del micrófono de error, sin y con CAR, cuando el shaker induce la vibración de la placa. La frecuencia excitada, 455 Hz, desciende 71 dB.



sin (azul) y con CAR (rojo)

Respecto al análisis CAAE obtenido a esta misma frecuencia, la cancelación espectral del tono es ligeramente inferior utilizando CAR. Sin embargo, la diferencia más destacada está en lo que descienden los niveles globales del micrófono. Con CAR se consigue menos reducción, concretamente de 30 dB. A esta frecuencia, a la cual las piezocerámicas utilizadas tienen suficiente autoridad de control, sí se comprueba que el CAAE mejora los resultados CAR.

Los patrones de radiación con CAR a esta frecuencia, se muestran con los obtenidos con CAAE, porque ambas medidas se efectúan en iguales condiciones. Con la representación conjunta de ambos diagramas se percibe mejor la diferencia de aplicar uno u otro método. La Figura VII.7 confirma que el control del ruido radiado por la placa a esta frecuencia es mucho más eficaz utilizando la técnica CAAE. Mientras que actuando directamente sobre la vibración de la placa se reduce espacialmente casi todo el sonido a esta frecuencia, el altavoz sólo es capaz de disminuir el ruido primario en un estrecho lóbulo, reforzándose el campo en el resto del espacio. Nótese que en este caso, el índice de atenuación espacial es negativo, que significa que existe más refuerzo que atenuación.



Fig.VII.7. Diagrama de directividad de la placa con excitación puntual a 455 Hz (azul), con CAR (verde) y con CAAE (rojo)

## VII.1.3. A Frecuencia de Resonancia 499 Hz

## VII.1.3.1. CAAE

De nuevo se analizan las reducciones espectrales tanto en el micrófono de error como en el que mide la directividad de la placa. En cuanto a la disminución en los niveles del sensor de error, la Figura VII.8 ilustra un comportamiento muy similar al de las otras frecuencias analizadas. Se consigue una reducción espectral de 70 dB. El nivel global detectado desciende 35 dB, algo menos que a 455 Hz. Esto concuerda con lo expuesto en los diagramas de directividad de la Figura VII.9, donde se muestra que, a la frecuencia del modo (5,1), el CAAE no es capaz de extender la cancelación a todo el entorno de la placa, como ocurría con la otra frecuencia.

Al igual que a 455 Hz, se observa que el patrón de radiación de la placa a la frecuencia del modo (5,1) es fundamentalmente monopolar. Está caracterizado por un lóbulo principal confinado en la región frontal de la placa, que se deforma ligeramente a unos determinados ángulos próximos al extremo derecho de la placa. Este pequeño efecto debe asociarse a la ubicación y tipo de excitación de la fuente primaria.

Bajo el control CAAE, la radiación de la placa se vuelve dipolar. El principio de la supresión modal se manifiesta una vez más en resonancia. En el patrón de radiación de la Figura VII.9 se observa que la atenuación espectral, máxima de 22 dB, se confina en la región próxima al centro de la placa. En los dos laterales existe refuerzo de unos cuantos dB, con máximo de 14 dB entre 30° y 60°. En términos globales, la atenuación espectral en todo el espacio considerado alrededor de la placa, es de 0.64 dB, bastante menos que a la frecuencia del modo (1,3).



En la Figura VII.10 se muestra la radiación de la placa proporcionada con el shaker, superpuesta a la que se mide cuando se conectan los dos actuadores piezoeléctricos como fuentes secundarias. Con relación a los resultados anteriores, ciertamente en esta configuración se cancela el campo en más zonas que con un único actuador y la misma fuente de excitación (Fig.VII.9), tal y como indica el índice de atenuación espacial (6.04 dB).



Fig.VII.10. Directividad de la placa excitada con el shaker a 499 Hz (azul) y con CAAE (rojo), con dos actuadores piezoeléctricos como fuentes secundarias

#### VII.1.3.2. CAR

La Figura VII.11 muestra los espectros de la señal de error, antes y después de conectar el sistema de control, usando el vibrador como fuente primaria y un altavoz como fuente secundaria. La frecuencia excitada se reduce 70 dB, mientras que el nivel global se atenúa 32 dB.



Fig.VII.11. Espectros de la señal de error a 499 Hz, sin (azul) y con CAR (rojo)

Con los diagramas de radiación de la placa excitada a esta frecuencia, se vuelve a confirmar que el altavoz es peor fuente de control que un actuador directamente adherido a la estructura, y que por tanto el CAR no es la técnica más adecuada para este tipo de control. En la Figura VII.12 se superpone el patrón de la radiación primaria junto con los obtenidos tras conectar los dos dispositivos de control. Se aprecia claramente que el altavoz refuerza el campo primario en más zonas del espacio. La máxima cancelación se registra en el lóbulo frontal de la radiación. Tal y como ocurría a la frecuencia del modo (1,3), el índice de atenuación espacial es negativo para el CAR, dado que el refuerzo es mayor que la cancelación.



Fig.VII.12. Directividad de la radiación a 499 Hz (azul), con CAAE (rojo) y CAR (verde), excitando con el shaker

## VII.1.4. En Vibración Forzada a 410 Hz

## VII.1.4.1. CAAE

En los espectros representados en la Figura VII.13, se encuentra que el nivel espectral de la señal de error a esta frecuencia fuera de resonancia, desciende 73 dB. El nivel global, sin embargo, disminuye 18 dB. El hecho de que en la señal de error la frecuencia excitada desaparezca casi por completo, y no conlleve una mayor atenuación de los niveles sonoros en este último, puede ser debido de nuevo a la presencia de distorsión en la radiación. El sistema de control tiene información previa únicamente de la frecuencia de excitación, a través de la señal de referencia eléctrica. No intenta, por tanto, cancelar otros armónicos radiados por la placa.



Fig.VII.13. Espectros de la señal de error a 410 Hz, sin (azul) y con CAAE (rojo)

La Figura VII. 14 muestra los diagramas de la radiación de la placa a 410 Hz, sin y con control mediante un único actuador. Esta frecuencia no corresponde a ningún modo propio de la placa, está situada entre los modos (3,2) y (1,3), que contribuyen a la radiación excitada a esta frecuencia, sobre todo el impar-impar.



con CAAE (rojo)

Lo más destacado de esta representación, es que el dispositivo de control es capaz de reducir en gran parte del espacio analizado alrededor de la placa. La atenuación en el lóbulo frontal es bastante homogénea, no superior a 15 dB, salvo a 70° que se reduce 20 dB, aproximadamente. La atenuación global en la zona representada es de unos 6 dB. Nótese que la radiación con CAAE presenta básicamente la misma directividad del campo primario, esto es una evidencia de que en vibración forzada el mecanismo de control es la reestructuración modal, es decir el controlador no suprime el modo dominante como ocurre en resonancia, sino que reduce las amplitudes de los modos que contribuyen, con el fin de minimizar la radiación total en el micrófono.

Con dos actuadores para controlar la radiación de la placa generada con el vibrador, aumenta la cancelación respecto al resultado con un único actuador, sobre todo en la dirección perpendicular y a 110º aproximadamente, en las cuales se alcanzan reducciones de 18 y máxima de 27 dB, respectivamente (Fig.VII.15). Nótese que el índice de atenuación espacial es ahora de 7.52 dB. La conclusión es que nuevamente se mejora el control espacial global utilizando dos actuadores, a pesar de la existencia de algún pequeño refuerzo, tal y como ocurría con uno.



Fig.VII.15. Diagrama de directividad de la placa con excitación puntual a 410 Hz (azul) y con CAAE (rojo), con dos actuadores piezoeléctricos como fuentes secundarias

#### VII.1.4.2. CAR

Los espectros de la señal de error recogidos en el micrófono de error, con y sin dispositivo CAAE, se muestran en la Figura VII.16. Se aprecia que el ruido primario a esta frecuencia desciende al nivel del ruido de fondo, concretamente la atenuación es de 76 dB. El nivel global que mide el amplificador de micrófono se reduce 20 dB.



Fig.VII.16. Espectros de la señal de error a 410 Hz, sin (azul) y con CAR (rojo)

La Figura VII.17, que representa los diagramas de directividad sin control, con CAR y con CAAE, demuestra que el CAR funciona peor para controlar la radiación generada por la placa cuando es excitada con el vibrador. La reducción conseguida por el altavoz se confina en el lóbulo principal, sin superar casi en ninguna dirección la obtenida con CAAE, y generando en el resto del espacio bastante refuerzo acústico.



con CAAE (rojo) y con CAR (verde)

#### VII.1.5. En Vibración Forzada a 508 Hz

## **VII.1.5.1. CAAE**

La Figura VII.18 representa los espectros de error, sin (azul) y con (rojo), el sistema CAAE funcionando. Se reduce 73 dB el nivel espectral, mientras que el nivel global del micrófono desciende 32 dB.



Fig.VII.18. Espectros de la señal de error a 508 Hz, sin (azul) y con CAAE (rojo), con excitación puntual de la placa

A continuación se muestran los patrones de la radiación de la placa a esta frecuencia en los mismos casos. Esta frecuencia está separada sólo unos pocos Hz del modo volúmico (5,1). En la Figura VII.19 se superpone la distribución del campo primario en la región considerada, sin y con CAAE, cuando se excita la placa con el vibrador y se actúa con un actuador cerámico. Se observa que el CAAE reduce el campo primario en más de la mitad del espacio. La máxima reducción, en torno a 25 dB, se concentra alrededor del eje acústico de la placa. En algunas direcciones, por ejemplo a 60° y cerca del origen, el campo acústico se refuerza más de 30 dB. A pesar de esto, la atenuación espacial total permanece positiva, tal y como demuestra el índice calculado. En los patrones de radiación se observa que la directividad de la radiación bajo control ha cambiado respecto a la primaria. A pesar de ser una frecuencia fuera de la resonancia, la proximidad del modo (1,1) parece ser la causa de que el mecanismo de control sea la cancelación modal.



con CAAE (rojo)

A esta frecuencia, como viene observándose hasta el momento, la implementación de un sistema CAAE con dos actuadores mejora el control espacial de la radiación. En la Figura VII.20 se muestra la directividad de la radiación de la placa excitada con el vibrador y la controlada con los dos actuadores que están adheridos a ella. A pesar de que la reducción en la dirección central es menor, unos 12 dB, aumenta la cancelación en casi toda la región, salvo en un pequeño sector angular centrado a 60°, donde se refuerza unos 12 dB el campo radiado. La máxima atenuación, próxima a 25 dB, se produce a 30°. Para esta medida, el índice de atenuación espacial aumenta a 8.91 dB.



Fig.VII.20. Diagrama de directividad de la placa con excitación puntual a 508 Hz (azul) y con CAAE (rojo), utilizando los dos actuadores piezoeléctricos como fuentes secundarias

#### VII.1.5.2. CAR

En la Figura VII.21 se muestra la reducción de la señal de error a la frecuencia excitada, tras conectar el sistema CAR. El espectro se atenúa 73 dB y se consigue reducir 30 dB el nivel global del micrófono de error. Los diagramas de directividad medidos a esta frecuencia se presentan en la Figura VII.22. Se comprueba una vez más que el CAR proporciona peores prestaciones de control. Con el altavoz como fuente secundaria, el refuerzo espacial del campo primario es mayor que la reducción obtenida, tal y como indica el índice de atenuación negativo.



Fig.VII.21. Espectros de la señal de error a 508 Hz, sin (azul) y con CAR (rojo), con excitación puntual de la placa





En las Tablas VII.1 y VII.2, se resumen las reducciones CAAE y CAR obtenidas a cada frecuencia de excitación de la placa, en los niveles espectrales y globales del micrófono de error, y en la radiación espacial con uno y dos actuadores, respectivamente.

f (Hz)	ATENUACIÓN CAAE (dB) Espectral Global		ATENUACIÓN CAR (dB) Espectral Global	
201	56	9	76	20
410	73	18	76	20
455	81	37	71	30
499	70	35	70	32
508	73	32	73	30

Tabla VII.1. Niveles de atenuación espectral y global, en dB, obtenidos en el micrófono de error, con las técnicas CAAE y CAR. Excitación primaria con el vibrador

Tabla VII.2. Índices de atenuación espacial, en dB, obtenidos con las técnicas CAAE (con 1 y 2 actuadores), y con CAR (con 1 altavoz). Excitación primaria con el vibrador

f (Hz)	IA <sub>e</sub> CAAE (dB) 1 Actuador 2 Actuadores		IA <sub>q</sub> CAR (dB) 1 Altavoz
410	5.83	7.52	- 2.13
455	9.50	11.13	- 2.04
499	0.64	6.04	- 3.02
508	1.93	8.91	- 3.24

Para terminar el análisis con el micrófono de error se concretan algunas conclusiones extraídas:

- El CAAE funciona siempre mejor que el CAR, independientemente de que se excite la placa en vibración forzada o en resonancia. Aunque los niveles globales de atenuación medidos en el micrófono, son en algunos casos mayores con el CAR, a 201 y 410 Hz, la técnica de control sigue siendo peor que el CAAE tal y como demuestran los diagramas de radiación asociados a estas frecuencias y los índices de atenuación espacial correspondientes.
- La limitación CAAE a la frecuencia del modo (3,1), a 201 Hz, está impuesta por la escasa autoridad de control de los actuadores adheridos para excitar la vibración necesaria que contrarreste la primaria.
- Con dos actuadores como fuentes de control, mejora la distribución espacial de la cancelación a todas las frecuencias ensayadas.

## VII.2. Resultados CAAE con un Acelerómetro

En esta segunda sección se recapitulan los resultados de los ensayos CAAE en los que se ha utilizado un acelerómetro de instrumentación, ubicado en el centro de la placa, para informar al controlador de la señal a minimizar. Se trata por tanto de una señal de vibración. En esta ocasión, el micrófono que anteriormente actuaba como sensor de error, se usa para detectar la atenuación de los niveles globales en el punto donde está localizado (a 2 m del centro de la placa). Los resultados se exponen de nuevo en términos de los espectros de la señal del acelerómetro y de los diagramas de radiación.

#### VII.2.1. A Frecuencia de Resonancia 201 Hz

En la Figura VII.23 se muestran conjuntamente los espectros de la señal de error, sin (azul) y con (rojo), el sistema CAAE conectado. La placa vibra con la fuente puntual y se utiliza un único actuador como fuente de control. A esta frecuencia el acelerómetro detecta con mucha sensibilidad el segundo armónico, cuyo nivel aumenta al activar el dispositivo de control a consecuencia de la distorsión de la cerámica en este margen. La frecuencia principal desciende 72 dB.



Fig.VII.23. Espectros de la señal de error a 201 Hz, sin (azul) y con CAAE (rojo)

El nivel espectral del micrófono, mostrado en la Figura VII.24, apenas desciende 4 dB a esta frecuencia. Nótese que en la señal de este sensor también se produce una gran distorsión. El nivel global únicamente desciende 3 dB, debido sobre todo a la contribución del tercer armónico.



Fig.VII.24. Espectros de la señal del micrófono en el campo lejano de la placa a 201 Hz, sin (azul) y con CAAE (rojo)

Es evidente que a esta frecuencia el dispositivo CAAE con el acelerómetro como sensor de error, a pesar de las limitaciones ya comentadas sobre la autoridad de control de las cerámicas en este margen, ofrece peores prestaciones que el implementado con un micrófono. Esto es totalmente lógico, ya que en general una señal acústica es mejor función de coste que una de vibración, en cualquier sistema CAAE.

## VII.2.2. A Frecuencia de Resonancia 455 Hz

A la frecuencia del modo (1,3) los resultados CAAE son bastante mejores. En las Figuras VII.25 y VII.26 se muestran respectivamente, los espectros de la señal de error, con y sin control, y los que detecta el micrófono en las mismas condiciones. La excitación de la placa se lleva a cabo con la fuente puntual.

En la señal de vibración, el nivel de la frecuencia radiada desciende 83 dB. En el micrófono el nivel espectral se reduce unos 17 dB, mientras en el preamplificador que acondiciona su señal, se verifica una atenuación global de 16 dB. La contribución de otros armónicos a la radiación global es mínima ya que la reducción espectral de la señal de error, a la frecuencia excitada, conlleva prácticamente la misma reducción en el nivel global. A esta frecuencia apenas existe distorsión.



Fig.VII.26. Espectros de la señal del micrófono en el campo lejano de la placa a 455 Hz, sin (azul) y con CAAE (rojo)

La Figura VII.27 muestra la directividad de la placa a esta frecuencia, excitada por la fuente puntual (azul) y controlada con un actuador (rojo). Lo más destacado

es que la minimización de la señal del acelerómetro genera cancelación del campo radiado en prácticamente todo el espacio representado, así lo confirma el elevado índice de atenuación espacial. Únicamente se refuerza el campo unos 5 dB alrededor de 60°, a consecuencia del descenso del campo primario en este sector angular. En la perpendicular la cancelación espectral es de 8 dB, mientras que en el sector angular comprendido entre 95° y 140°, existe una atenuación homogénea de 12 dB aproximadamente. La máxima reducción, 20 dB, se produce a 150°.



Fig.VII.27. Directividad de la radiación a 455 Hz, sin (azul) y con CAAE (rojo)

Con relación al resultado equivalente con un micrófono de error, Fig.VII.4, se comprueba que la señal de error acústica es mejor porque se consigue mayor cancelación en la región considerada, unos 2 dB más en la atenuación espacial. A pesar de esto, es un buen resultado en vista de que se trata de un sensor estructural. En estos patrones de radiación no se percibe tan claramente el mecanismo de cancelación porque la distribución espacial de los campos primario y residual no es muy diferente, las pequeñas variaciones se pueden achacar a imperfecciones o a ligeras alteraciones en las condiciones de alguna de las dos medidas.

En la Figura VII.28 se analiza el resultado de utilizar dos actuadores en el control CAAE, con el acelerómetro como sensor de error (rojo) y con el micrófono (verde). Como las medidas con dos fuentes secundarias se han realizado en las mismas condiciones para los tres sensores analizados, se pueden superponer los patrones de radiación que se obtienen al minimizar cada una de estas señales de error.

En comparación con el uso de un actuador, tan sólo aumenta ligeramente la atenuación en la dirección perpendicular de la placa, unos 12 dB, siendo menor en

el resto. La atenuación espacial total es menor que en el caso de controlar la radiación con una única fuente secundaria. Sin embargo, en estos patrones se aprecia mayor diferencia entre las directividades de la radiación primaria (monopolar) y secundaria (dipolar).



Fig.VII.28. Diagrama de directividad de la placa con excitación puntual a 455 Hz (azul) y controlada con dos actuadores piezoeléctricos, y el acelerómetro (rojo) y el micrófono (verde), como sensores de error

## VII.2.3. A Frecuencia de Resonancia 499 Hz

La Figura VII.29 presenta la atenuación espectral que resulta en la señal del acelerómetro, cuando se actúa con uno de los actuadores dobles para cancelar la radiación de la placa generada con el vibrador a la frecuencia del modo (5,1). Se rebaja el nivel de esta frecuencia en 77 dB. Por otra parte el nivel espectral de la señal acústica, mostrado en la Figura VII.30, se reduce 8 dB, exactamente la misma atenuación del nivel global recogido en el previo del mismo micrófono. Esto implica que el tono excitado es la contribución dominante en la radiación global. A esta frecuencia no existe distorsión.

La Figura VII.31 muestra los diagramas de directividad de la radiación de la placa a esta frecuencia, sin control y actuando con una piezocerámica doble. Se atenúa bastante el campo primario de la mitad izquierda de la placa, unos 16 dB en promedio, en cambio el derecho, se refuerza aproximadamente 8 dB alrededor de 60°. En comparación con el resultado obtenido con el micrófono en las mismas condiciones, Fig. VII.9, se observa que, con el acelerómetro, la cancelación espacial es más homogénea, hay menos refuerzo, aunque en la perpendicular se consigue menos reducción. El índice de atenuación espacial a esta frecuencia es mayor utilizando el acelerómetro de error, por consiguiente se trata de un resultado muy satisfactorio.



Fig.VII.29. Espectros de la señal de error a 499 Hz, sin (azul) y con CAAE (rojo)



Fig.VII.30. Espectros de la señal del micrófono en el campo lejano de la placa a 499 Hz, sin (azul) y con CAAE (rojo)



Por último se presenta el patrón de la radiación controlada con los dos actuadores, Fig.VII.32. Lo primero que destaca es que con el acelerómetro como sensor de error se consiguen mayores atenuaciones que con el micrófono en casi todas las direcciones, salvo en el eje acústico de la placa, donde se reducen 5 dB más con este último sensor. Esto se traduce en mayor atenuación global del sonido detectado alrededor de la placa, tal y como se refleja en los índices *IA*<sub>q</sub> mostrados. Por otra parte, usando las dos fuentes de control se mejoran ciertamente las prestaciones del sistema CAAE implementado con el acelerómetro y un actuador. Nótese que la disminución espectral en la perpendicular aumenta a 15 dB, y la máxima, 40 dB, se alcanza de nuevo a 150° aproximadamente.



Fig.VII.32. Diagrama de directividad de la placa con excitación puntual a 499 Hz (azul) y controlada con dos actuadores piezoeléctricos, y el acelerómetro (rojo) y el micrófono (verde), como sensores de error

#### VII.2.4. En Vibración Forzada a 410 Hz

La Figura VII.33 muestra los espectros de la señal de error a esta frecuencia, sin y con, el sistema CAAE funcionando con un único actuador. El nivel espectral de la frecuencia radiada desciende 78 dB en la señal del acelerómetro, y unos 12 dB en el micrófono de error, Fig.VII.34. Sin embargo el descenso global medido en este punto es ligeramente menor, 10 dB.





Fig.VII.34. Espectros de la señal del micrófono en el campo lejano de la placa, a 410 Hz, sin (azul) y con CAAE (rojo)

La Figura VII.35 muestra los diagramas de directividad de la placa, con y sin control, con una única fuente secundaria. Se consiguen atenuaciones en gran parte del espacio representado, sobre todo en la región derecha, donde es clara la homogeneidad de la reducción. En alguno de los ángulos izquierdos, cercanos al extremo de la placa (0°), se produce un ligero refuerzo del campo primario. En términos globales, la cancelación espacial es de 8.05 dB.



con CAAE (rojo)



Fig.VII.36. Diagrama de directividad de la placa con excitación puntual a 410 Hz (azul) y controlada con dos actuadores piezoeléctricos, y el acelerómetro (rojo) y el micrófono (verde), como sensores de error

En la Figura VII.36 se analiza, por último, el efecto de utilizar los dos actuadores para controlar la radiación a esta frecuencia. Se superponen los diagramas obtenidos, con el acelerómetro (rojo) y con el micrófono (verde), como

sensores de error. En ambos casos la reducción espacial de la radiación mejora respecto al uso de una fuente secundaria, se observa una distribución más homogénea en toda la zona representada, y apenas existe refuerzo del campo primario. El control espacial es mayor con el acelerómetro que con el micrófono.

#### VII.2.5. En Vibración Forzada a 508 Hz

En este apartado se analizan los últimos resultados con el acelerómetro como sensor de error. En la Figura VII.37 se muestra la cancelación obtenida en la señal de error a 508 Hz, concretamente 88 dB. La cancelación global en el micrófono ubicado frente a la placa es de 19 dB.



Fig.VII.37. Espectros de la señal de error a 508 Hz, sin (azul) y con CAAE (rojo)

A continuación se muestran los patrones de radiación de la placa a esta frecuencia, con y sin CAAE. La Figura VII.38 expone la directividad cuando se incita la vibración de la estructura con el vibrador y se actúa con un actuador. El sistema de control en estas condiciones de medida genera una cancelación espacial muy notoria, véase que el único refuerzo aparece en un pequeño sector angular en torno a 60°. En el resto de la zona se consigue una reducción homogénea, salvo en la dirección perpendicular, en la que alcanza la máxima, 20 dB. La atenuación espacial total alrededor de la placa es de 8.97 dB, según establece el índice calculado. El resultado es mejor que el conseguido con el micrófono.



con CAAE (rojo)

Cuando se utilizan los dos actuadores para controlar la vibración producida con el shaker, el resultado mejora ligeramente, y sigue obteniendose mayor cancelación espacial que la que proporciona el micrófono de error como sensor de error para el mismo control CAAE (Fig.VII.39).



Fig.VII.39. Diagrama de directividad de la placa con excitación puntual a 508 Hz (azul) y controlada con dos actuadores piezoeléctricos, y el acelerómetro (rojo) y el micrófono (verde), como sensores de error

La Tabla VII.3 resume las atenuaciones logradas a cada frecuencia, con la optimización del sistema CAAE en el prototipo, caracterizado por uno y dos actuadores como fuentes de control, el acelerómetro en el centro de la placa

actuando como sensor de error, y el vibrador como fuente primaria. Se muestran también los índices de atenuación espacial de los diagramas de radiación.

<b>f</b> (II)	ATENUACIÓN CAAE (dB)				
1(HZ)	Espectral	Global	IA <sub>¶</sub> (1 actuador)	IA <sub>q</sub> (2 actuadores)	
201	72	3	-	-	
410	78	10	8.05	12.72	
455	83	16	7.40	3.84	
499	77	8	6.12	10.34	
508	88	19	8.97	9.44	

Tabla VII.3. Reducciones espectrales (dB) obtenidas en el sensor de error (acelerómetro), globales en un micrófono en el campo lejano de la placa, e índices de atenuación espacial (dB) con 1 y 2 actuadores

Con el análisis realizado pueden extraerse varias conclusiones acerca de las prestaciones de este dispositivo de control:

- Comparando con los resultados obtenidos con el micrófono de error, el acelerómetro proporciona menores atenuaciones en los niveles globales detectados en el micrófono localizado en la perpendicular a la placa, aunque la atenuación espacial de la radiación, con el acelerómetro de error, es mejor a casi todas las frecuencias, excepto a 455 Hz (tal y como reflejan los índices de atenuación espacial).
- La diferencia principal entre los resultados CAAE a las distintas frecuencias estudiadas, se percibe ante todo en la distribución espacial de la cancelación alrededor de la placa, y en los niveles globales cancelados en el campo lejano. Los mejores resultados con un actuador se obtienen a 508 Hz.
- Cuando se utilizan los dos actuadores piezocerámicos como fuentes de control se observa que el control espacial mejora a todas las frecuencias, exceptuando a la frecuencia del modo (1,3).

# VII.3. Resultados CAAE con el Sensor Distribuido

En esta última sección se recopilan los resultados conseguidos cuando se utiliza como función de coste, la señal procedente del sensor distribuido elaborado. Una vez más se analizan las medidas a distintas frecuencias y excitaciones, en función de las reducciones espectrales que experimenta dicho sensor al activar el CAAE, y las atenuaciones espaciales en la radiación, recogidas en los diagramas de directividad.

Durante los ensayos con este sensor se utiliza el preamplificador del acelerómetro para amplificar su señal. Queda pendiente para futuras

experimentaciones, el diseño del dispositivo específico que suele utilizarse para adaptar correctamente la impedancia del PVDF y amplificar su señal de salida. Esto explica que los niveles espectrales en estas señales de error sean ligeramente menores que las del acelerómetro.

Otro aspecto práctico de interés es que un sensor tal, si no está perfectamente aislado, actúa como antena de cualquier ruido eléctrico. En especial, es muy sensible al lazo de tierra (los 50 Hz de la red y sus armónicos). En este caso, dadas las características espectrales de la señal, no se filtra con el fin de no alterar significativamente su forma original. En cualquier caso los niveles de los armónicos del bucle de tierra están muy por debajo de la frecuencia de interés, y no suponen una limitación para el funcionamiento del CAAE.

#### VII.3.1. A Frecuencia de Resonancia 201 Hz

La Figura VII.40 superpone los espectros de la señal de error, adquirida en la unidad de control, sin (azul) y con (rojo) el sistema de control funcionando.



Fig.VII.40. Espectros de la señal de error a 201 Hz, sin (azul) y con CAAE (rojo)

El nivel a esta frecuencia desciende 70 dB en la señal del sensor distribuido. El nivel global en el micrófono monitor localizado en el eje acústico de la placa, desciende 5 dB aproximadamente. Para mejorar el CAAE a esta frecuencia sería
menester, en primer lugar ajustar mejor el soporte de la placa con el fin de evitar la aparición de otros armónicos tanto en la vibración como en la radiación. El segundo aspecto, sería perfeccionar la calidad de los actuadores para que en este margen de frecuencias más bajas, pudieran proporcionar a la estructura la vibración requerida sin distorsión.

### VII.3.2. A Frecuencia de Resonancia 455 Hz

La Figura VII.41 presenta los niveles espectrales de la señal del sensor distribuido a la frecuencia del modo (1,3). Se produce una reducción de 70 dB a la frecuencia excitada cuando se controla activamente con un único actuador. El nivel global medido en el micrófono ubicado en el campo lejano de la placa, se atenúa 25 dB. En la Figura VII.42 se muestra el nivel espectral recogido por el micrófono tras la optimización del dispositivo CAAE, produciéndose un descenso de 28 dB en el tono excitado.



Fig.VII.41. Espectros de la señal de error a 455 Hz, sin (azul) y con CAAE (rojo)



Fig.VII.42. Espectros de la señal del micrófono en el campo lejano a 455 Hz, sin (azul) y con CAAE (rojo)

La Figura VII.43 presenta la directividad de la radiación de la placa a esta frecuencia, cuando se excita con el vibrador (azul) y tras ser controlada con uno de los actuadores (rojo).



Lo más interesante a destacar es que se consigue reducción en prácticamente todo el espacio considerado alrededor de la placa. Existe un leve refuerzo del campo primario en torno a 60° de apenas 2 dB. En la perpendicular y cerca del extremo derecho se consiguen las máximas atenuaciones. Es un resultado muy satisfactorio, porque a pesar de que se consigue menor atenuación que con el sensor acústico, el control espacial es similar al de la Figura VII.4, extraída con el micrófono de error. En relación con el acelerómetro, Fig.VII.27, también se confirma que a esta frecuencia el sensor modal elaborado se acerca a las prestaciones CAAE de este sensor estructural ideal.



En la Figura VII.44 se analiza el efecto de utilizar más de una fuente de control con los distintos sensores de error. Los patrones obtenidos utilizando el micrófono y el acelerómetro, se han mostrado a lo largo de los apartados anteriores. Aquí se recogen de nuevo para mostrar conjuntamente el efecto de cada uno de ellos en el control. El campo radiado por la placa a esta frecuencia, al activarse el CAAE con los dos actuadores, varía respecto al de la Figura VII.43. Se observa que en casi todas las direcciones, salvo en la perpendicular y en la zona reforzada (a 60°), se consigue mayor atenuación que con una única fuente de control. El índice de atenuación espacial aumenta considerablemente. Referente al control con los demás sensores de error, es bastante obvio que el sensor distribuido en estas condiciones de medida, mejora los resultados del acelerómetro y no dista mucho de las prestaciones del micrófono.

### VII.3.3. A Frecuencia de Resonancia 499 Hz

La Figura VII.45 muestra los espectros de la señal de error, sin (azul) y con control mediante un actuador (rojo). La frecuencia excitada desciende 85 dB, prácticamente al nivel del ruido de fondo. En el preamplifiacador del micrófono se detecta una atenuación global de 20 dB. El espectro correspondiente a esta medida, Figura VII.46, muestra un descenso de 23 dB en el tono radiado.



Fig.VII.45. Espectros de la señal de error a 499 Hz, sin (azul) y con CAAE (rojo)



Fig.VII.46. Espectros de la señal del micrófono en el campo lejano a 499 Hz, sin (azul) y con CAAE (rojo)

La Figura VII.47 presenta la directividad de la radiación de la placa, con y sin control CAAE con un actuador cerámico. Se comprueba que bajo control, la radiación de la placa refuerza el campo primario en un sector angular centrado a 60° del origen. La máxima atenuación, próxima a 20 dB, se concentra en el sector frontal. Este resultado es ligeramente mejor que el conseguido con el micrófono en iguales condiciones de medida, Fig.VII.9. Con el micrófono la única ventaja es que se consigue mayor cancelación espectral en la perpendicular, que es precisamente la dirección donde se minimiza la señal de error. En cambio el refuerzo se extiende en ambos laterales. El índice de atenuación espacial obtenido con el sensor de error distribuido es de 2.72 dB. Con el acelerómetro, Fig.VII.31, la reducción en el eje acústico de la placa es ligeramente menor aunque existe más cancelación espacial a esta frecuencia, el resultado es mejor. Aun así, el CAAE con el sensor distribuido se aproxima bastante al resultado obtenido con el sensor estructural puntual.



con CAAE (rojo)

En la Figura VII.48 se representan los diagramas de la radiación de la placa a esta frecuencia, excitada por el vibrador, y controlada con los dos actuadores y con cada uno de los sensores de error utilizados. Hay dos aspectos a resaltar, uno es que se mejora el CAAE obtenido con el sensor distribuido y una única fuente de control, expuesto en la Figura VII.47. Aunque en la perpendicular la reducción es menor, unos 11 dB, disminuye el refuerzo del campo primario, y aumenta significativamente la cancelación en el resto de zonas, tal y como refleja el índice de atenuación. La otra conclusión extraída de este análisis, es que con este tipo de control, las prestaciones de los tres sensores son bastante similares, incluso la cancelación espacial que proporcionan los sensores de error estructurales supera la del micrófono.



#### VII.3.4. En Vibración Forzada a 410 Hz

En la Figura VII.49 se muestran los espectros de la vibración detectada por el sensor distribuido, en azul cuando la placa es excitada con el vibrador de fuerza, y en rojo cuando se ha conectado el sistema CAAE. La atenuación espectral de esta frecuencia es de 68 dB. La disminución del nivel global medido en el micrófono perpendicular a la placa es de 11 dB.



Fig.VII.49. Espectros de la señal de error a 410 Hz, sin (azul) y con CAAE (rojo)

En la Figura VII.50 se analiza la atenuación espacial obtenida a esta frecuencia cuando se activa el dispositivo CAAE con un actuador como fuente de control y la salida del sensor como señal de error, para controlar la radiación producida por la excitación puntual de la placa. En este caso, se consigue una atenuación homogénea de 5 dB en buena parte del espacio considerado, aunque en algunas direcciones se alcanzan casi 10 dB de reducción, resultando en una cancelación global de 4.25 dB. En comparación con las medidas realizadas a esta frecuencia minimizando las otras señales de error, se verifica que el micrófono genera mayores atenuaciones en todo el sector frontal de la placa (Fig.VII.14), pero apenas en el lateral, y proporciona un índice global algo mayor en este caso; mientras que el acelerómetro genera mayor cancelación en global, aunque refuerza en algunas direcciones (Fig.VII.35).



Fig.VII.51. Diagrama de directividad de la placa con excitación puntual a 410 Hz (azul), y controlada con dos actuadores, y como sensores de error, el sensor distribuido (rojo), el acelerómetro (verde), y el micrófono (rosa)

En la Figura VII.51 se muestran los diagramas de directividad obtenidos a esta frecuencia cuando se controla la radiación de la placa con dos actuadores y los distintos sensores de error implementados. Respecto a la actuación con una única fuente de control y minimización de la señal del sensor distribuido, Fig.VII.50, ahora se aumenta considerablemente la cancelación en todo el frente de la placa, superándose en algunas direcciones reducciones de 20 dB. Según confirma el índice de atenuación espacial, a esta frecuencia se consigue una reducción de la potencia sonora superior a 10 dB.

Otra característica, que se está observando en el resto de las frecuencias, es que el CAAE implementado con esta señal de error y las dos fuentes secundarias, produce cancelaciones espaciales similares a las conseguidas con el acelerómetro, y supera en general las prestaciones que ofrece el micrófono de error en las mismas condiciones de medida.

#### VII.3.5. En Vibración Forzada a 508 Hz

La Figura VII.52 presenta los espectros de la señal del sensor modal a 508 Hz, sin y con, sistema CAAE. El descenso espectral observado es de 77 dB, mientras que el nivel del micrófono en el campo lejano de la placa se reduce 20 dB, prácticamente lo mismo que su nivel espectral (Fig.VII.53).



Fig.VII.52. Espectros de la señal de error a 508 Hz, sin (azul) y con CAAE (rojo)



Fig.VII.53. Espectros de la señal del micrófono en el campo lejano a 508 Hz, sin (azul) y con CAAE (rojo)

El control espacial alrededor de la placa es bastante satisfactorio, Fig.VII.54. En el diagrama mostrado, figura una reducción espectral en casi toda la semicircunferencia considerada en torno a la placa.



La máxima reducción, unos 20 dB, se alcanza en dirección perpendicular a la placa. El refuerzo se confina, una vez más, alrededor del lóbulo primario radiado a 60°. Comparando con el resultado obtenido con la señal de error acústica,

Fig.VII.19, hay que destacar que el sensor distribuido proporciona mayor cancelación espacial. Nótese que aunque el CAAE con el micrófono de error produce reducciones similares en algunas direcciones, sobre todo en la perpendicular, con el sensor distribuido el refuerzo es menor, y el índice de atenuación global a esta frecuencia es mayor. Con relación al acelerómetro de error, Fig.VII.38, es notoria la similitud del control espacial a esta frecuencia con los dos sensores de error, aunque el puntual ofrece mejores prestaciones que el distribuido porque genera cancelaciones mayores.

Para finalizar se muestran conjuntamente en la Figura VII.55, los patrones de directividad de la placa excitada con el vibrador (azul), y los de la radiación controlada con los dos actuadores y cada uno de los sensores de error. Como viene observándose en toda la discusión con el sensor distribuido, utilizando dos fuentes secundarias se mejora considerablemente el CAAE logrado con una única. Nótese cómo aumenta la atenuación en todas las direcciones que cancelaba un único actuador. En cuanto al tipo de sensor de error, se observa que con los tres se consiguen prestaciones CAAE similares en estas condiciones, tal y como reflejan los índices de atenuación espacial asociados a cada una de estas medidas.



En la Tabla VII.4 se recopilan las reducciones espectrales a cada una de las frecuencias, en el sensor de error distribuido, las globales detectadas por el micrófono en el campo lejano de la placa, así como los índices de atenuación espacial, obtenidos controlando con uno y dos actuadores. Estos últimos valores reflejan la reducción obtenida en la potencia sonora radiada por la placa a cada una de las frecuencias excitadas.

f(Hz)	ATENUACIÓN CAAE (dB)			
	Espectral	Global	IA <sub>q</sub> (1 actuador)	IA <sub>q</sub> (2 actuadores)
201	70	5	-	-
410	68	11	4.25	10.49
455	70	25	6.71	10.34
499	85	20	2.72	7.98
508	77	20	3.74	9.19

Tabla VII.4. Atenuaciones espectrales (dB) obtenidas en el sensor de error distribuido, globales en un micrófono en el campo lejano de la placa, e índices de atenuación espacial (dB) con 1 y 2 actuadores

Del análisis realizado con el sensor distribuido se extraen algunas conclusiones:

- La señal de error que proporciona el sensor diseñado es una función de coste adecuada para el objetivo que se persigue. Se confirma por lo tanto que el diseño teórico es correcto.
- La actuación con dos fuentes de control mejora el CAAE con una única, a casi todas las frecuencias ensayadas. Además en estas condiciones el control CAAE es similar con los tres sensores, siendo incluso mejor con el sensor distribuido que con el micrófono.
- Las señales de vibración, tanto del acelerómetro como de este sensor distribuido, ofrecen un control espacial de la radiación muy bueno, tomando como referencia el sensor acústico.

# **CAPÍTULO VIII**

### CONCLUSIONES

En esta tesis se aborda el diseño y validación experimental de un prototipo de Control Activo Acústico Estructural (CAAE) 2D, para reducir el ruido radiado por una placa delgada en condiciones simples, en el margen de baja frecuencia. La motivación de la investigación es afianzar el conocimiento de los mecanismos implicados en el control del ruido estructural en problemas sencillos, con el fin de asentar las bases para futuras extrapolaciones a estructuras bidimensionales más complejas, por ejemplo los fuselajes de aviones, o los chasis de vehículos, entre otros.

El CAAE en estructuras sencillas, como barras, placas y paneles, sigue siendo de gran interés en la comunidad científica implicada, sobre todo en lo referente al estudio, desarrollo e implementación práctica, de nuevos sensores y actuadores mejor adaptados. En este sentido, el trabajo realizado presenta un amplio estudio sobre los diferentes sensores que pueden utilizarse en tales dispositivos de control, y contribuye con el diseño original de un sensor distribuido que mide el desplazamiento volúmico del prototipo elaborado.

El primer paso en el desarrollo del prototipo CAAE consiste en la modelización de su comportamiento vibroacústico, para determinar las frecuencias y modos propios de la vibración, y aquellos de entre éstos que radian sonido más eficientemente (modos volúmicos, supersónicos o radiantes). Se requiere este análisis previo para la implementación práctica de los sensores y actuadores en el prototipo, así como en la elaboración teórica del sensor modal. La comprobación experimental de la respuesta estructural de la placa, con sensores puntuales estructurales y mediante vibrometría láser, así como la medida de su radiación acústica en campo lejano, confirman que el prototipo desarrollado se ajusta a la predicción teórica.

Para el correcto funcionamiento del control activo, cualquiera que sea su aplicación, debe elegirse una señal de error adecuada porque es la que el dispositivo trata de minimizar para reducir el ruido. Tanto en CAR como en CAAE, se han utilizado tradicionalmente las señales acústicas. Sin embargo la tendencia actual, impuesta en cierta medida por las aplicaciones en el sector aeronáutico y de la automoción, donde la solución CAAE es la mejor alternativa a las limitaciones del CAR a causa del tamaño de los altavoces, es sustituir estos micrófonos por sensores estructurales, que al igual que los actuadores están directamente adheridos a la superficie vibrante.

El sensor elaborado mide el desplazamiento volúmico de la placa, una magnitud estructural dominada por aquellos modos que radian sonido más eficientemente en baja frecuencia. Por consiguiente, proporciona al controlador una señal de error estructural que es proporcional a la potencia acústica radiada. La implementación práctica del sensor creado, constituido por dos láminas de PVDF con una geometría proporcional a las formas modales de la placa, y ubicadas a lo largo de sus direcciones centrales, confirma la validez del diseño teórico efectuado. Una de las ventajas más destacadas del método planteado para diseñar el sensor, es su sencillez, que no por ello deja de ofrecer excelentes resultados.

La calidad del sensor distribuido como señal de error, se verifica experimentalmente, y se compara con las prestaciones que ofrecen otros sensores, un micrófono en el campo lejano de la placa, y un sensor estructural puntual ideal cuya salida es también proporcional al desplazamiento volúmico, como es un acelerómetro localizado en el centro de la placa. El dispositivo CAAE implementado para reducir el ruido de la placa al campo lejano, consta de:

- Dos actuadores piezocerámicos dobles, diseñados para excitar la vibración que causa la radiación (flexión) y que actúan como fuentes secundarias. Tanto su forma geométrica como su posición en el prototipo se optimizan para garantizar el máximo acoplo con la estructura.
- Un vibrador que genera la vibración de la placa, con el fin de excitar el campo sonoro primario.
- Cada uno de los sensores de error mencionados.
- La unidad de control, basada en un DSP, que pilota todo el proceso de cancelación.

Los ensayos se realizan en la cámara anecoica del Instituto de Acústica. Consisten en la excitación de la placa a distintas frecuencias de interés, en resonancia y en vibración forzada, y el posterior control de la radiación con el sistema CAAE descrito, y con uno de control activo tradicional (CAR), que utiliza un altavoz para generar el campo de control y una señal de error acústica. Los resultados se analizan en términos de la atenuación espectral en cada uno de los sensores de error implementados, de la reducción espacial de la radiación, a través de los diagramas de directividad, y de la disminución global en un micrófono en el campo lejano de la placa.

Tras la discusión de los resultados se extraen las siguientes conclusiones:

- Se comprueba que el control CAAE tradicional (con el micrófono de error) es mucho más eficaz que el CAR, independientemente de la frecuencia de excitación. En los patrones de radiación se verifica que el CAR no altera el comportamiento estructural de la placa, por lo cual no es tan eficaz como la técnica CAAE.
- La limitación CAAE a las frecuencias más bajas, es una consecuencia de la falta de autoridad de control de las fuentes secundarias diseñadas en este margen.
- Se confirma que el uso de más de una fuente de control aumenta las prestaciones CAAE obtenidas con un único actuador. El efecto más destacado se traduce en una mayor y mejor distribución de la cancelación acústica en torno al prototipo. En estas condiciones el control obtenido con cada uno de los sensores es más parecido, incluso los resultados con los estructurales son mejores que con el micrófono.
- El micrófono ofrece las mayores reducciones de los niveles globales, pero no siempre garantiza la mejor distribución espacial de la atenuación alrededor de la placa. Para control local del ruido alrededor de la placa, el micrófono ofrece sin duda las mejores soluciones CAAE.
- Referente a los dos sensores estructurales analizados, un acelerómetro en el centro de la placa y el sensor distribuido que se ha diseñado, ambos ofrecen soluciones de control muy satisfactorias, en comparación con el sensor ideal (micrófono). Aunque proporcionan atenuaciones globales siempre menores, a muchas de las frecuencias ensayadas controlan mejor la radiación espacial, sobre todo el acelerómetro. Para control global del ruido alrededor de la placa, se puede sustituir el micrófono de error por cualquiera de estos sensores estructurales.
- El sensor diseñado, a pesar de las limitaciones asociadas a su integración en el prototipo (corte, pegado, ubicación, conexión eléctrica, etc.) y con las dificultades del acondicionamiento y adaptación de su señal, ofrece unas prestaciones CAAE similares a las de un sensor puntual ideal en el centro de la placa. Esto hace prever que el perfeccionamiento de todo el proceso práctico y diseñando el amplificador adecuado a la impedancia del PVDF, se mejorarán los resultados CAAE mostrados, pudiéndose incluso superar los del sensor puntual.
- La experimentación realizada pone de manifiesto la necesidad de mejorar, además de las condiciones del sensor distribuido, el diseño e implementación práctica de los actuadores piezocerámicos, con el fin de solventar los problemas de distorsión y mal funcionamiento a las frecuencias más bajas.

En cuanto al trabajo futuro, se puede adelantar que la proyección más inmediata de la investigación realizada, es la implementación de un sistema de control activo similar en alguna estructura más compleja, por ejemplo, sin forma y condiciones de contorno preestablecidas, y por tanto sin solución analítica conocida de su comportamiento acústico-estructural. El diseño global de un prototipo CAAE de estas características, incluida la elaboración de los sensores distribuidos y de los actuadores integrados en él, deberá iniciarse con la modelización del acoplamiento vibroacústico asociado a partir de la estimación real de los modos propios de la estructura considerada.

# **APÉNDICE A**

### MODELO DINÁMICO DE UN ACTUADOR PIEZOCERÁMICO DOBLE EN ESTRUCTURAS 2D SENCILLAS

Basándose en un trabajo previo de Crawley y de Luis (1987) sobre el funcionamiento de actuadores piezoeléctricos en barras, Dimitriadis et al. (1991) formularon matemáticamente la respuesta estructural de una placa delgada simplemente soportada, excitada mediante un actuador piezocerámico doble rectangular de geometría variable (Fig.A.1).



Fig.A.1. Distribución de tensiones en el conjunto placa-actuador doble cuando se le aplica un voltaje en la misma dirección de polarización para producir la flexión de la placa

Un actuador doble formado por dos elementos piezoeléctricos colocados simétricamente a cada lado de la placa, y excitados en contrafase, genera unas distribuciones de tensiones y esfuerzos en el conjunto placa-actuador (Fig.A.1). El resultado es una flexión pura de la placa, a consecuencia de las compresiones y dilataciones en las interfaces entre las dos estructuras. Se analiza primero el comportamiento estático (sin señal de excitación).

Aplicando la ley de Hooke se obtienen las siguientes expresiones para estas distribuciones en la interfaz,

$$(\acute{o}_{X_i})_p = \frac{E}{1 - i^2} \left[ \dot{a}_{X_i} + i \, \dot{a}_{Y_i} \right] \tag{A.1a}$$

$$(\delta_{y_i})_p = \frac{E}{1 - i^2} \left[ \dot{a}_{y_i} + i \, \dot{a}_{x_i} \right]$$
(A.1b)

$$(\acute{o}_{X_{i}})_{pe} = \frac{E_{pe}}{1 - i\frac{2}{pe}} \left[ e_{X_{i}} + i_{pe}\dot{a}_{Y_{i}} - (1 + i_{pe})\dot{a}_{pe} \right]$$
(A.2a)

$$(\acute{o}_{y_i})_{pe} = \frac{E_{pe}}{1 - i\frac{2}{pe}} \left[ \dot{a}_{y_i} + i_{pe} \boldsymbol{e}_{x_i} - (1 + i_{pe}) \dot{a}_{pe} \right]$$
(A.2b)

donde

$$(\dot{a}_{X})_{pe} = (\dot{a}_{Y})_{pe} = \dot{a}_{pe} = \frac{d_{31}}{t_{pe}} V_{pe} \tag{A.3}$$

es la deformación que experimenta cada uno de los piezoeléctricos a causa del voltaje aplicado.

Las tensiones flexionales en la placa y en el actuador en las direcciones  $x \in y$ , pueden expresarse en términos de sus valores en la interfaz, a lo largo de la dirección z, según

$$(\delta_x)_p = \frac{(\delta_{x_i})_p}{\frac{t_p}{2}} z$$
 (A.4)

$$(\acute{o}_{x})_{pe} = (\acute{o}_{x_{i}})_{pe} - (\acute{o}_{x_{i}})_{p} \left(1 - z\frac{2}{t_{p}}\right)$$
(A.5)

siendo análogas las expresiones en la dirección y.

La relación entre las tensiones en la interfaz de la placa y del actuador se obtienen de la condición de equilibrio de los momentos en el eje neutral de la placa, es decir,

$$\int_{0}^{t_{p}/2} (\delta_{X})_{p} z dz + \int_{t_{p}/2}^{(t_{p}/2)+t_{pe}} \int (\delta_{X})_{pe} z dz = 0$$
(A.6)

que se simplifica en la identidad

$$(\delta_{Xi})_p = K(\delta_{Xi})_{pe} \tag{A.7a}$$

donde *K* es un factor adimensional que depende de las dimensiones de los piezoeléctricos del actuador y de la placa,

$$K = \frac{3t_{pe}(t_p / 2)(t_p + t_{pe})}{2((t_p / 2)^3 + t_{pe}^3) + 3(t_p / 2)t_{pe}^2}$$
(A.7b)

Sustituyendo las Ecs. (A.7) en las Ecs. (A.4) y (A.5), resulta

$$(1-P)\dot{a}_{X_{i}} + (i - Pi_{pe})\dot{a}_{Y_{i}} = -(1+i_{pe})P\dot{a}_{pe}$$
(A.8a)

siendo

$$P = -\frac{E_{pe}}{E} \frac{1 - i^2}{1 - i^2_{pe}} K$$
(A.8b)

Reorganizando la Ec. (A.8a) se determinan las deformaciones en la interfaz a lo largo de las dos direcciones, como una función de las propiedades piezoeléctricas del actuador, y de la geometría y características mecánicas de la estructura placaactuador,

$$\dot{a}_{X_{i}} = \dot{a}_{Y_{i}} = -\frac{(1+i_{pe})P}{1+i_{r}-(1+i_{pe})P}\dot{a}_{pe}$$
(A.9)

Los momentos de flexión, uniformemente distribuidos, que producen las tensiones en la interfaz,  $(\delta_{xi})_p$ , se definen como

$$m_x = m_y = \frac{2}{3} (t_p / 2)^2 (\delta_{x_i})_p \tag{A.10}$$

y sustituyendo las Ecs. (A.1a) y (A.9) en esta última expresión, se establecen unas relaciones de los momentos estáticos en ambas direcciones:

$$m_X = m_y = C_0 \dot{a}_{pe} \tag{A.11a}$$

con

$$C_0 = -E \frac{1+i_{pe}}{1-i} \frac{P}{1+i-(1+i_{pe})P} \frac{2}{3} (t_p / 2)^2$$
(A.11b)

Para analizar la excitación de una placa rectangular en soporte simple por un actuador similar, localizado paralelamente a los bordes de la placa y con coordenadas ( $x_1$ ,  $x_2$ ,  $y_1$ ,  $y_2$ ) (Capítulo IV), se supone que el actuador induce una distribución de momentos tal que:

$$m_x = m_y = C_0 \dot{a}_{pe} \left( h(x - x_1) - h(x - x_2) \right) \left( h(y - y_1) - h(y - y_2) \right)$$
(A.12)

siendo h(.) la función escalón.

Suponiendo que el voltaje de entrada al actuador oscila a una determinada frecuencia, el desplazamiento experimentado por la placa, despreciando las cargas de masa y rigidez debidas al actuador, se describe en términos de los momentos de flexión internos de la placa  $M_x$ ,  $M_y$ ,  $M_{xy}$ , y de los momentos inducidos por el actuador  $m_x$ , y  $m_y$ , como,

$$\frac{\partial^2 (M_x - m_x)}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 (M_y - m_y)}{\partial y^2} + \mathbf{r}_s \ddot{w} = 0$$
(A.13a)

o lo que es lo mismo,

$$G\nabla^4 w + \mathbf{r}_s \stackrel{"}{w} = \frac{\partial^2 m_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 m_y}{\partial y^2}$$
(A.13b)

donde  $\mathbf{r}_s$  es la densidad superficial de la placa, y  $G = \frac{E(t_p / 2)^3}{3(1 - i^2)}$  su rigidez

flexional.

Sustituyendo las cargas externas en la Ec. (A.13b), que se obtienen derivando la expresión de los momentos (A.12), resulta finalmente la expresión del movimiento de la placa,

$$G\nabla^{4}w + \mathbf{r}_{s} \ddot{w} = C_{0}\dot{a}_{pe} \left[ \ddot{a}'(x - x_{1}) - \ddot{a}'(x - x_{2}) \right] h(y - y_{1}) - h(y - y_{2}) ] + C_{0}\dot{a}_{pe} \left[ h(x - x_{1}) - h(x - x_{2}) \right] \left[ \ddot{a}'(y - y_{1}) - \ddot{a}'(y - y_{2}) \right]$$
(A.13c)

Teniendo en cuenta la formulación modal del desplazamiento vertical de una placa en soporte simple, y la condición de ortogonalidad de los modos propios, la Ec. (A.13c), se soluciona en términos de las amplitudes modales según,

$$W_{mn} = -\frac{4C_{0}\dot{a}_{pe}V_{pe}}{\tilde{n}t_{p}t_{pe}\boldsymbol{p}^{2}} \frac{(k_{m}^{2} + k_{n}^{2})}{mn(\dot{u}_{mn}^{2} - \dot{u}^{2} + 2j\dot{u}\dot{u}_{mn})} [cos(k_{m}x_{1}) - cos(k_{m}x_{2})]$$

$$[cos(k_{m}y_{1}) - cos(k_{m}y_{2})]$$
(A.14)

## **APÉNDICE B**

#### **MODOS RADIANTES**

Se supone una placa dividida en *d* radiadores elementales de área  $S_d$ . Cada uno vibra en dirección vertical con velocidad  $v_i$  y radia una presión sonora  $p_i$  La potencia acústica radiada por la placa se puede expresar matricialmente según (Johnson y Elliott, 1995a)

$$\boldsymbol{P} = \left(\frac{S_d}{2}\right) \Re\left\{\boldsymbol{v}^H \boldsymbol{p}\right\}$$
(B.1)

donde,  $\mathbf{v} = (v_1, v_2, ..., v_d)$  y  $\mathbf{p} = (p_1, p_2, ..., p_d)$ , son los vectores de velocidades y presiones acústicas complejas, respectivamente. La presión acústica y la velocidad de vibración están relacionadas por la matriz de transferencia de impedancia,  $\mathbf{Z}$ ,

$$\boldsymbol{p} = \boldsymbol{Z} \boldsymbol{v} \tag{B.2}$$

luego

$$\boldsymbol{P} = \left(\frac{S_d}{2}\right) \Re\left\{\boldsymbol{v}^H \boldsymbol{Z} \boldsymbol{v}\right\} = \boldsymbol{v}^H \boldsymbol{M} \boldsymbol{v}$$
(B.3)

siendo *M*, la matriz de transferencia de resistencia, que tiene la forma general

$$\boldsymbol{M} = \left(\frac{S_d}{2}\right) \Re\{\boldsymbol{Z}\}$$
(B.4)

En el caso particular de una placa delgada en soporte simple, los elementos de la matriz **M** se definen como (Johnson y Elliott, 1995a),

$$M_{ij} = \frac{\boldsymbol{w}^2 S_d^2 \boldsymbol{r}_0}{4\boldsymbol{p}\boldsymbol{c}} \left[ \frac{\sin(kr_{ij})}{kr_{ij}} \right]$$
(B.5)

donde,  $r_{ij}$  es la distancia entre los radiadores *i*,*j*-ésimos de la placa.

La Ec. (B.3) calcula la potencia acústica radiada por la estructura al campo lejano, conocido su comportamiento estructural (velocidad de vibración) y su acoplamiento al medio circundante (matriz de resistencia). Como M no es diagonal, los modos normales estructurales contribuyen a la radiación de una manera acoplada. Es decir, el modo estructural *i*-ésimo contribuye aisladamente a la potencia radiada, a través del elemento  $M_{ii}$ , pero también se acopla con el modo *j*-ésimo para radiar sonido, a través del elemento  $M_{ij}$ . Por esta razón, la minimización de un número determinado de modos estructurales en una banda de frecuencias no garantiza la reducción de la potencia acústica radiada en ésta.

Sin embargo, M es una matriz simétrica ( $M_{ij}=M_{ji}$ ), real y definida positiva. Por tanto, se puede descomponer en vectores y valores propios,

$$\boldsymbol{M} = \boldsymbol{Q}^T \boldsymbol{L} \boldsymbol{Q} \tag{B.6}$$

donde Q es una matriz unitaria ( $QQ^{-1}=I$ ) de vectores propios, y L es una matriz diagonal de valores propios reales y positivos. La potencia acústica radiada es entonces

$$\boldsymbol{P} = \boldsymbol{v}^{H}\boldsymbol{Q}^{T}\boldsymbol{L}\boldsymbol{Q}\boldsymbol{v} = \boldsymbol{y}^{H}\boldsymbol{L}\boldsymbol{y} = \sum_{i=1}^{d} \boldsymbol{I}_{i}|y_{i}|^{2}$$
(B.7)

con

$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{Q}\boldsymbol{v} \tag{B.8}$$

La potencia acústica se obtiene como la suma de una serie de términos que son independientes (ortogonales) unos de otros y que se denominan modos radiantes. La matriz Q define la forma de los modos radiantes. Los valores propios,  $I_i$ , son proporcionales a las eficiencias de radiación de éstos. Cada modo radiante está formado por una combinación lineal de modos estructurales, en una proporción definida por la matriz de vectores propios. La potencia radiada por cada modo radiante es igual al cuadrado de su amplitud multiplicado por su valor propio.

# **APÉNDICE C**

### DISTRIBUCIÓN DE CARGA DE UNA LÁMINA DE PVDF

Lee (1990) y Lee y Moon (1990), aplicaron la teoría clásica de propagación de ondas en estructuras multicapa, a composites piezoeléctricos como los de la Figura C.1, formados por dos tiras de PVDF adheridas a ambos lados de una lámina metálica, con el fin de desarrollar sensores y actuadores distribuidos que detectasen o generasen, según el caso, el movimiento de la estructura. El PVDF está constituido por una lámina piezoeléctrica recubierta por dos electrodos metálicos.



Fig.C.1. Composite de láminas de PVDF adheridas a una lámina metálica

Los autores calcularon la distribución de carga generada a lo largo del espesor de cada lámina individual, como consecuencia del desplazamiento de todas ellas. Esta carga o intensidad se mide en los electrodos superficiales de cada capa.

Partían la ecuación constitutiva del desplazamiento eléctrico en un piezoeléctrico, que relaciona las deformaciones experimentadas por el material y la intensidad del campo eléctrico aplicado,

$$D_i = \mathbf{x}_{ik}^S E_k + e_{ij} S_j \tag{C.1}$$

Esta ecuación general se modifica para el caso de una lámina piezoeléctrica como la de la Figura C.1. En los cálculos se tiene ya en cuenta que el PVDF normalmente utilizado es isótropo, y se toma como referencia la mitad del plano del conjunto laminado (centro de la lámina metálica), por ser donde se concentran las tensiones y momentos resultantes. Si el conjunto está formado por *n* capas, la lámina *z*-ésima tiene el plano medio en la coordenada  $z_k=(z_k+z_{k-1})/2$ .

Una lámina piezoeléctrica tal sufre el desplazamiento vertical definido por,

$$D_3 = A_1(S_1^0 + zk_1) + A_2(S_2^0 + zk_2) + A_6(S_6^0 + zk_6) + \mathbf{x}_{33}E_3$$
(C.2a)

donde

$$[A_1 A_2 A_6] = \begin{bmatrix} e_{31}^0 P_1 e_{32}^0 P_2 e_{36}^0 P_6 \end{bmatrix}$$
(C.2b)

donde  $(e_{ij})$  son las constantes de tensión piezoeléctrica del material, *Sj* las deformaciones, *Pi* es la polarización eléctrica en cada plano, y  $zk_1$ ,  $zk_2$ ,  $zk_6$ , definen la curvatura en un plano paralelo al *xz*, *yz*, y al *xy*, respectivamente, según

$$zk_{1} = \left(-\frac{\partial^{2} w}{\partial x^{2}}\right)$$

$$zk_{2} = \left(-\frac{\partial^{2} w}{\partial y^{2}}\right)$$

$$zk_{6} = \left(-2\frac{\partial^{2} w}{\partial x \partial y}\right)$$
(C.2c)

La Ec. (C.2b) hace referencia a la variación de cada constante de tensión piezoeléctrica de la lámina en función de la polarización correspondiente. Por ejemplo, en un punto (x,y) la constante  $e_{31}$  puede calcularse como  $e_{31^0}$  veces el perfil de polarización asociado  $P_1(x,y)$ .

A partir de la ley de Gauss, se sabe que la carga encerrada en una superficie  $S_f$ puede calcularse como  $q(t) = \int \vec{D} d\vec{s}$ , siendo  $\vec{D}$  el vector desplazamiento eléctrico,

y  $d\mathbf{s}$  el vector superficial infinitesimal en dirección perpendicular a  $S_{f}$ . Si se usa directamente esta ecuación para determinar la carga encerrada en una porción de una lámina piezoeléctrica, el resultado sería cero, dado que la carga dentro del dieléctrico es neutra. Como la carga en un piezoeléctrico se concentra en su superficie mientras existe fuerza externa, se puede utilizar un circuito equivalente, que relacione la señal de carga en circuito cerrado, detectada en el electrodo superficial, con la fuerza aplicada.

El circuito equivalente de un material piezoeléctrico, siempre que no sea resonante en su modo espesor, se aproxima con un condensador y una resistencia de carga en paralelo. En la lámina piezoeléctrica *k*-ésima de un conjunto laminado como el de la Figura C.1, tiene un vector desplazamiento definido a partir de la ecuación (C.2a),

$$\vec{D} = D_3 \vec{e}_3 \tag{C.3}$$

donde  $\tilde{e}_3$  es un vector unitario paralelo al eje *z*. Para medir la carga, el lazo eléctrico debe cerrase, y por tanto suponerse un electrodo en cada superficie, uno arriba de área  $S_{f1}$  y otro abajo con  $S_{f2}$ . De esta forma se puede aproximar la porción de los electrodos que es efectiva durante la medida de la carga, como la intersección de ambos, es decir  $S_{f} = S_{f1} \cap S_{f2}$ , que se define como el electrodo superficial efectivo. Con estas aproximaciones, la carga medida en circuito cerrado entre los electrodos de la *k*-ésima lámina, es

$$q_{Z}(t) = \frac{1}{2} \left( \iint_{S_{f}(z=z_{k})} D_{3} dx dy + \iint_{S_{f}(z=z_{k-1})} D_{3} dx dy \right)$$
(C.4)

Sustituyendo la Ec. (C.3) en la anterior expresión, se obtiene la ecuación general de la salida de una lámina de PVDF

$$q_{Z}(t) = \iint_{S_{f}} \left[ A_{1} \frac{\partial u_{1_{0}}}{\partial x} + A_{2} \frac{\partial u_{2_{0}}}{\partial y} + \left( \frac{\partial u_{1_{0}}}{\partial y} + \frac{\partial u_{2_{0}}}{\partial x} \right) + \mathbf{x}_{33} E_{33} \right] dxdy - - z_{k} \iint_{S_{f}} \left[ A_{1} \frac{\partial^{2} w}{\partial x^{2}} + A_{2} \frac{\partial^{2} w}{\partial y^{2}} + 2A_{6} \left( \frac{\partial^{2} w}{\partial x \partial y} \right) \right] dxdy$$
(C.5a)

siendo  $u_{1_0}$  y  $u_{2_0}$  los desplazamientos de la mitad del plano de la lámina en dirección *x* e *y* respectivamente, que se definen a partir de los desplazamientos de toda la lámina,  $u_1$  y  $u_2$ , como

$$u_1 = u_{1_0} - z \frac{\partial w}{\partial x}$$
  $y \quad u_2 = u_{2_0} - z \frac{\partial w}{\partial y}$  (C.5b)

Considerando que el movimiento principal es el vertical, e introduciendo la Ec. (C.2b), la Ec. (C.5a) se simplifica a,

$$q_{Z}(t) = -z_{k} \iint_{S_{f}} P(x, y) \left[ e_{31}^{0} \frac{\partial^{2} w}{\partial x^{2}} + e_{32}^{0} \frac{\partial^{2} w}{\partial y^{2}} + 2e_{36}^{0} \left( \frac{\partial^{2} w}{\partial x \partial y} \right) \right] dxdy$$
(C.5c)

Considerando una lámina como la superior de la Figura C.1, para la cual  $z_k = (t_p+t_f)/2$ , y definiendo una función F(x,y), proporcional al perfil de polarización que describe la distribución de carga detectada entre los electrodos de la lámina piezoeléctrica, la carga se reduce a,

$$q_{Z}(t) = -\frac{t_{p} + t_{f}}{2} \iint_{S_{f}} F(x, y) \left[ e_{31}^{0} \frac{\partial^{2} w(x, y)}{\partial x^{2}} + e_{32}^{0} \frac{\partial^{2} w(x, y)}{\partial y^{2}} + 2e_{36}^{0} \frac{\partial^{2} w(x, y)}{\partial x \partial y} \right] dxdy$$
(C.6)

Este fenómeno de selección de carga realizada por el electrodo superficial de la lámina de PVDF, es la característica que le hace interesante para el diseño de sensores distribuidos. El proceso es equivalente a realizar un procesado de señal en el dominio espacial. Quiere decirse que un sensor tal, puede detectar un movimiento concreto de la superficie siempre que se asigne la forma adecuada a su electrodo, por medio de F(x,y).

# **APÉNDICE D**

## ÍNDICE DE ATENUACIÓN ESPACIAL

Conocida la presión acústica radiada al campo lejano por una fuente, P(r, q, f), la intensidad acústica se define como,

$$I(r, \boldsymbol{q}, \boldsymbol{f}) = \frac{1}{2r_0 c} P^2(r, \boldsymbol{q}, \boldsymbol{f})$$
(D.1)

La potencia radiada es el flujo de la intensidad a través de una superficie que encierra a la fuente. Considerando una superficie esférica de radio r

$$\boldsymbol{P}(r) = \frac{1}{2\boldsymbol{r}_0 c} \int_0^{2\boldsymbol{p}} \int_0^{2\boldsymbol{p}} P^2(r, \boldsymbol{q}, \boldsymbol{f}) r^2 d\boldsymbol{q} d\boldsymbol{f} = \frac{r^2}{2\boldsymbol{r}_0 c} \int_0^{2\boldsymbol{p}} \left[ \int_0^{2\boldsymbol{p}} P^2(r, \boldsymbol{q}, \boldsymbol{f}) d\boldsymbol{q} \right] d\boldsymbol{f} \quad (D.2)$$

Una fuente en un bafle infinito sólo radia hacia el frente, luego

$$\boldsymbol{P}(r) = \frac{r^2}{2\boldsymbol{r}_0 c} \int_0^{\boldsymbol{p}} \left[ \int_0^{\boldsymbol{p}} P^2(r, \boldsymbol{q}, \boldsymbol{f}) d\boldsymbol{q} \right] d\boldsymbol{f}$$
(D.3)

Así pues

$$\boldsymbol{P}_{\boldsymbol{q}}(r) = \frac{r^2}{2r_0c} \int_0^{\boldsymbol{p}} P^2(r, \boldsymbol{q}) d\boldsymbol{q}$$
(D.4)

representa la contribución a la potencia radiada por la fuente acústica en un plano  $\phi$ =constante. Se puede definir un índice de atenuación espacial *IA<sub>q</sub>* que especifique la reducción resultante en la potencia radiada por la fuente en ese plano, como consecuencia de aplicar control activo:

$$IA_{\boldsymbol{q}} = 10 \log[\boldsymbol{P}_{\boldsymbol{q}}(r)]_{sinCAR} - 10 \log[\boldsymbol{P}_{\boldsymbol{q}}(r)]_{con CAR} =$$

$$= 10 \log\left[\frac{r^{2}}{2\boldsymbol{r}_{0}c}\int_{0}^{\boldsymbol{p}}P^{2}(r,\boldsymbol{q})d\boldsymbol{q}\right]_{sinCAR} -$$

$$- 10 \log\left[\frac{r^{2}}{2\boldsymbol{r}_{0}c}\int_{0}^{\boldsymbol{p}}P^{2}(r,\boldsymbol{q})d\boldsymbol{q}\right]_{con CAR}$$
(D.5a)

Es decir

$$IA_{\boldsymbol{q}} = 10\log \frac{\left[\int_{0}^{\boldsymbol{p}} P^{2}(r, \boldsymbol{q}) d\boldsymbol{q}\right]_{sinCAR}}{\left[\int_{0}^{\boldsymbol{p}} P^{2}(r, \boldsymbol{q}) d\boldsymbol{q}\right]_{con CAR}}$$
(D.5b)

Si se mide a intervalos regulares de  $D\!q$  entonces el índice de atenuación espacial se simplifica a,

$$IA_{q} \approx 10 \log \frac{\left[\sum_{i} P^{2}(r, q_{i}) Dq\right]_{sinCAR}}{\left[\sum_{i} P^{2}(r, q_{i}) Dq\right]_{con CAR}} =$$

$$= 10 \log \frac{\left[\sum_{i} P^{2}(r, q_{i})\right]_{sinCAR}}{\left[\sum_{i} P^{2}(r, q_{i})\right]_{con CAR}}$$
(D.5c)

## REFERENCIAS

- Bera, J.C., Sunyach, M., and Buck, K., 1995. "Testing of different types of active hearing protectors". Acta Acustica, 3(2), 203-207.
- Beranek, L.L. and Vér, I.L., 1992. Noise and Vibration Control Engineering. Principles and Applications. John Wiley & Sons, New York.
- Berglund, B., Hassmen, P., and Soames Job, R.F., 1996. "Sources and effects of low-frequency noise". J. Acoust. Soc. Am. 99(5), 2895-3002.
- Berkhoff, A.P. and Doelman, N.J., 1999. "Efficient radiation mode sensing strategies for active structural acoustic control". ACTIVE 99, 411-422.
- Berkhout, A.J., 1984. Seismic Resolution. Geophysical Press, Amsterdam.
- Berry, A., 1999. "Advanced sensing strategies for the active control of vibration and structural radiation". ACTIVE 99, 73-90.
- Bies, D.A. and Hansen, C.H., 1996. Engineering Noise Control. Theory and Practice. E&FN Spon, London.
- Borgiotti, G.V., 1990. "The power radiated by a vibrating body in an acoustic fluid and its determination from boundary measurements". J. Acoust. Soc. Am., 88(4), 1884-1893.
- Bravo, T., Cobo, P., and Martín, J.M., 1999. "A multichannel active system for control of the booming inside a van". J. Acoust. Soc. Am., 105(2, Pt. 2), 1244.
- Bravo, T. y Cobo, P., 2000. "Localización óptima de los transductores en un sistema de control activo del ruido en un recinto". Revista de Acústica, 31.
- Bremigan, C.D., Eriksson, L.J., Eppli, R.J., and Stroup, E.S., 1995. "Future of active sound and vibration control in vehicles". ACTIVE-95 (Sommerfeldt and Hamada, Eds.), Noise Control Foundation, New York, 791-802.
- Brennan, M.J., Elliott, S.J., and Pinnington, R.J., 1997. "The dynamic coupling between piezoceramic actuators and a beam". J. Acoust. Soc. Am., 104(4), 1931-1942.

- Burlage, K., Kapsos, D., Depies, C., Dineen, S., Goodman, S., and Wise, S., 1991. "An update of commercial experience in silencing air moving devices with active noise control". NOISE-CON 91, 253-258.
- Carme, C., 1988. "Absoption acoustique active dans les cavités auditives". ACUSTICA, 66(5), 233-246.
- Cazzolato, B.S. and Hansen, C.H., 1998. "Active control of sound transmission using structural error sensing". J. Acoust. Soc. Am., 104(5), 2878-2889.
- Charette, F., Guigou, C., and Berry, A., 1995. "Development of volume velocity sensors for plates using PVDF films". ACTIVE 95, (Sommerfeldt and Hamada, Eds.), Noise Control Foundation, New York, 241-252.
- Charette, F., Berry, A., and Guigou, C., 1998. "Active control of sound radiation from a plate using a polyvinylidene fluoride volume displacement sensor". J. Acoust. Soc. Am., 103(3), 1493-1503.
- Clark, R.L., Fuller, C.R., and Wicks, A., 1991. "Characterization of multiple piezoelectric actuators for structural excitation". J. Acoust. Soc. Am., 90(1), 346-357.
- Clark, R.L. and Fuller, C.R., 1992a. "Experiments on active control of structurally radiated sound using multiple piezoceramic elements". J. Acoust. Soc. Am., 91(6), 3313-3320.
- Clark, R.L. and Fuller, C.R., 1992b. "Modal sensing of efficient acoustic radiators with polyvinylidene fluoride distributed sensors in active structural acoustic control approaches". J. Acoust. Soc. Am., 91(6), 3321-3329.
- Clark, R.L. and Fuller, C.R., 1992c. "Optimal placement of piezoelectric actuators and polyvinylidene fluoride error sensors in active structural acoustic control approaches". J. Acoust. Soc. Am., 92(3), 1521-1533.
- Clark, R.L., Flemming, M.R., and Fuller, C.R., 1993. "Piezoelectric actuators for distributed vibration excitation of thin plates: A comparison between theory and experiment". J. Vib. Acoust., 115, 332-339.
- Clark, R.L. and Burke, S.E., 1996. "Practical limitations in achieving shaped modal sensors with induced strain materials". J. Vib. Acoust., 118, 668-675.
- Cobo, P., 1997. Control Activo del Ruido. Principios y Aplicaciones. CSIC, Colección Textos Universitarios, Nº 26, Madrid.

- Cobo, P., Ranz, C., Santiago, J.S., Pons, J., Siguero, M., and Delgado, C., 1998. "Insertion loss measurements of an acoustical enclosure by using sound power and MLS methods". J. Acoust. Soc. Am., 103(5, Pt.2), 3074.
- Cobo, P. y Cuesta. M., 2001. "Sensores distribuidos para el desplazamiento volúmico de una placa delgada en soporte simple". Revista de Acústica, 32.
- Colina, C. y Moreno, A., 1997. Acústica de la Edificación. Fundación Escuela de la Edificación, Madrid.
- Conover, W.B. and Ringlee, R.J., 1955. "Recent contributions to transformer audio noise control". AIEE Trans., 74(1), 77-90.
- Crawley, J.F. and de Luis, J., 1987. "Use of piezoelectric actuators as elements of intelligent structures". AIAA Journal, 25(10), 1373-1385.
- Cuesta, M., Moreno, J.M., Pons, J., y Cobo, P., 1998. "Control activo del ruido de escape de una fuente encapsulada". Revista de Acústica, 29, 273-276.
- Cuesta, M. and Cobo, P., 1999a. "A passive/active hybrid system for control of the noise radiated by a small enclosure". J. Acoust. Soc. Am, 105(2, Pt.2), 1156.
- Cuesta, M. y Cobo, P., 1999b. "Control activo del ruido de escape de una fuente encapsulada utilizando una referencia múltiple". Revista de Acústica, 30.
- Cuesta, M. and Cobo, P., 2000a. "Active control of the exhaust noise radiated by an enclosed generator". Applied Acoustics, 61(1), 83-94.
- Cuesta, M. y Cobo, P., 2000b. "Modelización de la vibración de una barra y aplicación al control activo acústico estructural de sus modos radiantes". Revista de Acústica, 31.
- Cuesta, M. and Cobo, P., 2001a. "Optimisation of an active noise control system to reduce the exhaust noise radiated by a small generator". Applied Acoustics, 62(5), 513-526.
- Cuesta, M. y Cobo, P., 2001b. "Comparación CAR/CAAE en una placa delgada en soporte simple". Revista de Acústica, 32.
- Cunefare, K.A., 1991. "The minimum multimodal radiation efficiency of baffled finite beams". J. Acoust. Soc. Am., 90(5), 2521-2529.
- Dehandschutter, W., van Cauter, R., and Sas, P., 1995. "Active structural acoustic control of structure borne road noise: Theory, simulations, and experiments". ACTIVE 95, (Sommerfeldt and Hamada, Eds.), Noise Control Foundation, New York, 735-746.

- Dimitriadis, E.K., Fuller, C.R., and Rogers, C.A., 1991. "Piezoelectric actuators for distributed vibration excitation of thin plates". J. Vib. Acoust., 113, 100-107.
- Duhamel, D., 1995. "Active control around noise barriers". Acta Acustica, 3(1), 25-35.
- Elliott, S.J., Stothers, I.M., Nelson, P.A., McDonald, A.M., Quinn, D.C., and Saunders, T., 1988. "The active control of engine noise inside cars". Internoise 88, 987-900.
- Elliott, S.J., Nelson, P.A., Stothers, I.M., and Boucher, C.C., 1990. "In-flight experiments on the active control of propeller-induced cabin noise". J. Sound. Vib., 140(2), 219-238.
- Elliott, S.J. and Johnson, M.E., 1993. "Radiation modes and the active control of sound power". J. Acoust. Soc. Am., 94(4), 2194-2204.
- Elliott, S.J. and Nelson, P.A., 1993. "Active noise control". IEEE Signal Proc. Magazine, October, 12-32.
- Enamito, A., Hayash, T., and Kurata, K., 1998. "Active control of the noise radiated from an engine enclosure". Internoise 98.
- Eriksson, L.J. and Allie, M.C., 1988. "A practical system for active attenuation in ducts". J. Sound. Vib., 22(2), 30-34.
- Eriksson, L.J., 1991. "Development of the filtered-U algorithm for active noise control". J. Acoust. Soc. Am., 89(1), 257-265.
- Fahy, F.J., 1987. Sound and Structural Vibration. Academic Press, London.
- François, A., de Man, P., and Preumont, A., 2001. "Piezoelectric array sensing of volume displacement: A hardware demonstration". J. Sound. Vib., 244(3), 395-405.
- Fuller, C.R., Hansen, C.H., and Snyder, S.D., 1991a. "Active control of sound radiation from a vibrating rectangular panel by sound sources and vibrational inputs: An experimental comparison". J. Sound. Vib., 145(2), 195-215.
- Fuller, C.R., Hansen, C.H., and Snyder, S.D., 1991b. "Experiments on active control of sound radiation from a panel using a piezoceramic actuator". J. Sound. Vib., 150(2), 179-190.
- Fuller, C.R. and Gibbs, G.P., 1994. "Active control of interior noise in a business jet using piezoceramic actuators". NOISE- CON 94, 389-394.

- Fuller, C.R., Elliott, S.J., and Nelson, P.A., 1996. Active Control of Vibration. Academic Press, London.
- Garai, M., 1993. "Measurement of the sound-absorption coefficient in situ: The reflection method using periodic pseudorandom sequences of maximum length". Applied Acoustics, 39(1-2), 119-139.
- Gibbs, G.P and Fuller, C.R., 1992. "Excitation of thin beams using asymmetric piezoelectric actuators". J. Acoust. Soc. Am., 92 (6), 3221-3227.
- Gu, Y., Clark, R.L., Fuller, C.R., and Zanden, A.C., 1994. "Experiments on active control of plate vibration using piezoelectric actuators and PVDF modal sensors". J. Vib. Acoust., 116, 303-308.
- Guicking, D., 1990. "On the invention of active noise control by Paul Lueg". J. Acoust. Soc. Am., 87(5), 2251-2254.
- Guigou, C., Li, Z., and Fuller, C.R., 1996. "The relationship between volume velocity and far-field radiated pressure of a planar structure". J. Sound. Vib., 197(2), 252-254.
- Guigou, C. and Fuller, C.R., 1999. "Control of aircraft interior broadband noise with foam-PVDF smart skin". J. Sound. Vib., 220(3), 541-557.
- Gulden, T.D., Harder, C.R., Trester, P.W., Keith, W., and Austin, S., 1995. "Electroactive elastomeric structure (EAES) for hydroacoustic applications". ACTIVE-95 (Sommerfeldt and Hamada, Eds.), Noise Control Foundation, New York, 1311-1318.
- Hansen, C.H. and Snyder, S.D., 1997. Active Control of Noise and Vibration. E&FN Spon, London.
- Hardouin, L., Micheau, P., Tartarin, J., and Laumonier, J., 1993. "An anti-pulsatory device used as an active noise control system". Acta Acustica, 1, 189-198.
- Jessel, M.J.M. and Mangiante, G.A., 1972. "Active sound absorbers in an air duct". J. Sound Vib., 23(3), 383-390.
- Johnson, M.E., Elliott, S.J., and Rex, J.A., 1993. "Volume velocity sensors for active control of acoustic radiation". Technical Memorandum, ISVR, University of Southampton.
- Johnson, M.E. and Elliott, S.J., 1995a. "Active control of sound radiation using volume velocity cancellation". J. Acoust. Soc. Am., 98(4), 2174-2186.

Johnson, M.E. and Elliott, S.J., 1995b. "Experiments on active control of sound

radiation using a volume velocity sensor". SPIE, 2443, 658-669.

- Johnson, B.D. and Fuller, C.R., 2000. "Broadband control of plate radiation using a piezoelectric double amplifier active-skin and structural acoustic sensing". J. Acoust. Soc. Am., 107(2), 876-884.
- Kuo, S.M. and Morgan, D.R., 1996. Active Control Systems. Algorithms and DSP Implementations. John Wiley & Sons, New York.
- Lee, C.K., 1990. "Theory of laminated piezoelectric plates for the design of distributed sensors/actuators. Part I: Governing equations and reciprocal relationships". J. Acoust. Soc. Am., 87(3), 1144-1158.
- Lee, C.K. and Moon, F.C., 1990. "Modal sensors/actuators". J. Appl. Mech., 57, 434-441.
- Leitch, R.R. and Tokhi, M.O., 1987. "Active noise control systems". IEE Proc., 134A(6), 525-546.
- Maidanik, G., 1962. "Response of ribbed panels to reverberant acoustic field". J. Acoust. Soc. Am., 34(6), 809-826.
- Maillard, J.P. and Fuller, C.R., 1998. "Comparison of two structural sensing approaches for active structural acoustic control". J. Acoust. Soc. Am., 103(1), 396-400.
- Master, A.R., Kim, S.J., and Jones, J.D., 1992. "Experimental investigation into active control of compressor noise radiation using piezoelectric actuators". Internoise 92, 395-400.
- Naghshineh, K. and Mason, V.B., 1996. "Reduction of sound radiated from vibrating structures via active control of local volume velocity". Applied Acoustics, 47(1), 27-46.
- Nelson, P.A. and Elliott, S.J., 1992. Active Control of Sound. Academic Press, London.
- Ochs, J.B. and Snowdon, J.C., 1975. "Transmissibility across simply supported thin plates. I. Rectangular and square plates with and without damping layers". J. Acoust. Soc. Am., 58(4), 832-840.
- Okamoto, Y., Bodem, H., and Abom, M., 1994. "Active noise control via sidebranch resonators". J. Acoust. Soc. Am., 96(3), 1533-1538.
- Olson, H.F. and May, E.G., 1953. "Electronic sound absorber". J. Acoust. Soc. Am., 25(6), 1130-1136.

- Omoto, A. and Fujiwara, K., 1993. "A study of an actively controlled noise barrier". J. Acoust. Soc. Am., 94(4), 2173-2180.
- Oswald, L.J., 1984. "Reduction of diesel engine noise inside passenger compartments using active adaptive noise control". Internoise 84, 483-488.
- Pelton, H.K., Wise, S., and Sims, W.S., 1994. "Active HVAC noise control systems provide acoustical comfort". Sound and Vibration, 14-18.
- Remington, P., Hanna, D., and Knight, S., 1998. "Control of exhaust noise from diesel electric locomotives using a hybrid active/passive system". J. Acoust. Soc. Am., 103(5), 3011(A).
- Rogers, C.A., 1990. "Active vibration and structural acoustic control of shape memory alloy hybrid composites: Experimental results". J. Acoust. Soc. Am., 88(6), 2803-2811.
- Ross, C.F., 1982a. "An algorithm for designing a broadband active sound control system". J. Sound Vib., 80(3), 373-380.
- Ross, C.F., 1982b. "An adaptive digital filter for broadband active sound control". J. Sound Vib., 80(3), 381-388.
- Rossetti, D.J. and Norris, M.A., 1996. "A comparison of actuation and sensing techniques for aircraft cabin noise control". Noise Control Eng. J., 44(1), 53-58.
- Roure, A., 1985. "Self-adaptive broadband active sound control system" J. Sound. Vib., 101(3), 429-441.
- Schirmacher, R. and Guicking, D., 1994. "Theory and implementation of a broadband active control system using a fast RLS algorithm". Acta Acustica, 2, 291-300.
- Scott, B.L. and Sommerfeldt, S.D., 1997. "Estimating acoustic radiation from a Bernouilli-Euler beam using shaped polyvinylidene fluoride films". J. Acoust. Soc. Am., 101(6), 3475-3485.
- Siguero, M., Cuesta, M., y Cobo, P., 2001. "Directividad de una placa delgada en soporte simple medida con secuencias de máxima longitud (MLS)". Revista de Acústica, 32.
- Smith, J.P., Burdisso, R.A., Fuller, C.R., and Gibson, R.G., 1996. "Active control of low frequency broadband jet engine exhaust noise". Noise Control Eng. J., 44(1), 45-52.

- Snyder, S.D. and Tanaka, N., 1993. "On feedforward active control of sound and vibration using vibration error signals". J. Acoust. Soc. Am., 94(4), 2181-2193.
- Snyder, S.D. and Vokalek, G., 1994. EZ-ANC user' s guide. Causal Systems Pty Ltd, Adelaide, Australia.
- Snyder, S.D., Tanaka, N., Burgemeister, K., and Hansen, C.H., 1995a. "Directsensing of global error criteria for active noise control". ACTIVE 95 (Sommerfeldt and Hamada, Eds.), Noise Control Foundation, New York, 849-860.
- Snyder, S.D., Tanaka, N., and Kikushima, Y., 1995b. "The use of optimally shaped piezoelectric film sensors in the active control of free field structural radiation, part 1: Feedforward control". J. Vib. Acoust., 117, 311-322.
- Snyder, S.D., Tanaka, N., and Kikushima, Y., 1996. "The use of optimally shaped piezoelectric film sensors in the active control of free field structural radiation, part 2: Feedback control". J. Vib. Acoust., 118, 112-121.
- Snyder, S.D., 2000. Active Noise Control Primer. Springer, New York.
- St. Pierre, R.L., Koopmann, G.H., and Chen, W., 1998. "Volume velocity control of sound transmission through composite panels". Applied Acoustics, 210(4), 441-460.
- Sugiki, Y., Sugiyama, T., Naganawa, A., and Owaki, M., 1995. "A study of noise barrier using the active noise control for electric power facilities". ACTIVE 95 (Sommerfeldt and Hamada, Eds.), Noise Control Foundation, New York, 707-716.
- Sutton, T.J., Elliott, S.J., Nelson, P.A., and Saunders, T.J., 1993. "The active control of harmonic and random sound in vehicles". Vehicle Noise and Vibration. Course Notes, 1-13.
- Tanaka, N., Snyder, S.D., and Hansen, C.H., 1996. "Distributed parameter modal filtering using smart sensors". J. Vib. Acoust., 118, 630-640.
- Tanaka, N., Kikushima, Y., and Fergusson, N.J., 1998. "One-dimensional distributed modal sensors and the active modal control for planar structures". J. Acoust. Soc. Am., 104(1), 217-225.
- Tokhi, M.O. and Leitch, R.R., 1992. Active Noise Control. Oxford Science Publications, Oxford.

- Trinder, M.C.J., Chaplin, G.B.B., and Nelson, P.M., 1986. "Active control of commercial vehicle exhaust noise". Internoise 86, 611-616.
- Tucker, D.G. and Gazey, B.K., 1996. Applied Underwater Acoustics. Pergamon Press, Oxford.
- van Herbruggen, J., Raeymaeckers, J., and Sas, P., 1996. "Integration of active noise control in an acoustic encapsulation". ACUSTICA-Acta Acustica, 82 (Supp. 1), S194.
- van Overbeek, M., 1993. "Active control of periodic noise". Tesis Doctoral, TNO-TPD, Delft.
- von Hessen, W., 1996. "Practical experience with an active noise control installation in the exhaust gas line of a co-generation plant engine". ACUSTICA-Acta Acustica, 82 (Supp. 1), S195.
- Wallace, C.E., 1972. "Radiation resistance of a rectangular panel". J. Acoust. Soc. Am., 51(3), 946-952.
- Wang, B.T. and Fuller, C.R., 1992. "Near-field pressure, intensity, and wave number distributions for active structural acoustic control of plate radiation: Theoretical analysis". J. Acoust. Soc. Am., 92(3), 1489-1498.
- Wicker, K., Eberius, C., and Guicking, D., 1997. "Electrorheological fluids as an electrically controllable medium and possible applications to underwater sound absorbers". ACTIVE 97 (Elliott and Horváth, Eds.), OPAKFI, Budapest, 733-744.
- Widrow, B., Glover, J.R., McCool, J.M., Kaunitz, J., Willians, C.S., Hearn, R.H., Zeidler, J.R., Dong, E., and Goodlin, R.C., 1975. "Adaptive noise cancelling: Principles and applications". Proc. IEEE, 63(12), 1692-1716.