

UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID  
FACULTAD DE CIENCIAS FISICAS

DEPARTAMENTO DE FISICA DE LA TIERRA, ASTRONOMIA Y ASTROFISICA II  
(ASTROFISICA Y CIENCIAS DE LA ATMOSFERA)



**ESTUDIO EXPERIMENTAL DE LA CAPA DE MEZCLA  
AXILSIMETRICA APLICADO A INESTABILIDADES  
TERMICAS**

Memoria presentada por M<sup>a</sup> BEGOÑA BLASCO LAFFON para optar al grado de  
Doctor en Ciencias Físicas.

**DIRECTORES:** Dr. D. Gregorio Maqueda Burgos  
Dr. D. Antonio Viedma Robles

Madrid, Febrero de 1995

*A mis padres y a  
mi hija Begoña*

## AGRADECIMIENTOS

A D. Gregorio Maqueda Burgos, que ha mostrado una permanente dedicación e interés en el seguimiento de este trabajo. A D. Antonio Viedma Robles que me dió la oportunidad de integrarme en su grupo de investigación y que con gran paciencia me ha introducido en el mundo de la mecánica de fluidos experimental. A ambos quiero agradecer su dirección y ayuda en la elaboración de esta tesis.

A D. Rodrigo Martínez-Val Peñalosa, quien, con gran generosidad, ha seguido el desarrollo de mis esfuerzos, analizando los planteamientos y resultados de esta investigación y aportándome gran confianza con sus recomendaciones. Su contribución ha sido esencial en la realización de este trabajo y quiero, a través de estas líneas, dejar constancia y agradecer profundamente su dedicación.

A D. Fernando Fernández Arcas y D. José Velasco Gómez, técnicos del Laboratorio de Mecánica de Fluidos de la E.T.S.I.A., tanto por su ayuda en los problemas que se han presentado en la instalación experimental, como por el cariño con que me han dedicado su tiempo.

A mis compañeros de la Cátedra de Física de la E.U.A.T. por la gran amistad y apoyo demostrados durante estos años.

A D. Stephan Regele, no sólo por su sincero cariño, sino por la valiosa colaboración en la toma de datos experimentales y las horas de trabajo dedicadas a la edición de esta tesis.

A mi familia, y de manera especial a mi madre, por el amor y tiempo que han dedicado a mi hija. Gracias a ello, y a pesar de las dificultades, este proyecto ha sido posible.

# INDICE

<b>INTRODUCCION</b>	1
<b>CAPITULO 1 ASPECTOS GENERALES DE LA TURBULENCIA</b>	
1.1 Flujo turbulento. Análisis dimensional	8
1.2 Capa límite atmosférica	13
1.3 Desarrollo de penachos en la atmósfera	24
1.4 Capa de mezcla en chorros axilsimétricos	29
1.5 Análisis espectral en turbulencia	32
<b>CAPITULO 2 INSTALACIONES EXPERIMENTALES Y EQUIPOS</b>	
2.1 Descripción de la instalación experimental	38
2.2 Anemometría Láser - Doppler	41
2.2.1 Elección de la técnica de medida	41
2.2.2 Fundamentos físicos de la anemometría	
Láser-Doppler	44
2.2.3 Configuración de doble haz	48
2.2.4 Dimensiones del volumen de medida	51
2.2.5 El problema de la ambigüedad en el signo	
de la velocidad	54
2.2.6 Detección de la luz dispersada	56
2.2.7 Funcionamiento del contador de períodos	56

2.3	Descripción del equipo de A.L.D. utilizado	60
2.3.1	Fuente de luz láser, óptica de emisión y óptica de recepción	60
2.3.2	Acondicionamiento y procesado de la señal	63
2.3.3	Sistema de adquisición de datos	65
2.4	Equipo de visualización	67
2.4.1	Selección de la técnica adecuada	69
2.4.2	Descripción del equipo utilizado	71
	Apéndice A: Figuras del Capítulo 2	73

### **CAPITULO 3 PRUEBAS Y AJUSTE DE LOS EQUIPOS**

3.1	Generadores de partículas para medir con ALD	89
3.2	Pruebas previas para la determinación de las condiciones de ensayo y puesta a punto de la instalación experimental	93
3.3	Condiciones de ensayo para flujo homogéneo	102
3.4	Condiciones de ensayo para flujo con efectos de flotabilidad	103
	Apéndice B: Figuras del Capítulo 3	105

### **CAPITULO 4 FLUJO HOMOGENEO**

4.1	Medidas y procesado de los datos	115
4.1.1	Flujo natural. Descripción del flujo medio	115
4.1.2	Espectros de energía en flujo natural	129
4.1.3	Flujo perturbado. Selección de las condiciones de perturbación	135
4.2	Presentación e interpretación de los resultados	137
4.2.1	Flujo natural	137
4.2.2	Análisis de espectros de energía	143
4.2.3	Flujo perturbado	147
	Apéndice C: Figuras del Capítulo 4	151

<b>CAPITULO 5 FLUJO CON EFECTOS DE FLOTABILIDAD</b>	
5.1 Medidas y procesado de los datos	196
5.1.1 Flujo natural	196
5.1.2 Descripción del flujo medio y espectros de energía	207
5.1.3 Flujo perturbado. Selección de las condiciones de perturbación	214
5.2 Presentación e interpretación de los resultados	216
5.2.1 Flujo natural	216
5.2.2 Espectros de energía	225
5.2.3 Flujo perturbado	231
Apéndice D: Figuras del Capítulo 5	234
<b>RESUMEN Y CONCLUSIONES</b>	281
<b>BIBLIOGRAFIA</b>	290

# **INTRODUCCION**

La turbulencia en la atmósfera tiene una importancia muy destacada, como se ha reconocido desde principios de siglo por los científicos dedicados al estudio de la atmósfera, ya que está presente en todos los movimientos cercanos al suelo. Sus efectos son evidentes en la redistribución de la energía desde las grandes escalas a las pequeñas, antes de la disipación en calor. Además, el transporte de magnitudes físicas tales como el momento, calor, humedad, etc., está dominado por flujos turbulentos. La mezcla de las propiedades físicas y químicas se ve favorecida por la turbulencia, propiciando que la dispersión de contaminantes sea más efectiva bajo condiciones de movimiento turbulento. Esta dispersión depende, sin embargo, fuertemente de las propiedades estadísticas del flujo, tales como valores promedio, varianzas, distribuciones de probabilidad y densidades espectrales.

El estudio de la turbulencia en la atmósfera es complicado y requiere la utilización de sofisticados equipos de medida, que nunca llegan a ser lo suficientemente completos por las dimensiones de ésta. Por otra parte, la imposibilidad de controlar las condiciones más apropiadas en la experimentación directa, hace difícil el trabajo. Sin embargo, la modelización de aspectos concretos relativos a fenómenos turbulentos, tanto en el laboratorio, como mediante simulación numérica, permite su estudio de forma detallada, describiendo el comportamiento del flujo y posibilitando el planteamiento de hipótesis que justifiquen el mismo.

La dificultad más importante en el empleo de modelos es su interpretación y extensión al caso real. Para evitar precisamente mayores complicaciones, se utilizan, como norma general, las técnicas de análisis dimensional donde las variables manejadas en todos los estudios se presentan en forma adimensional, permitiendo, por tanto, la comparación entre las diferentes escalas y condiciones del problema.

La capa límite atmosférica, es la región más próxima a la superficie de la tierra donde su influencia se hace notar y donde los movimientos turbulentos están prácticamente presentes en todo momento. Su comportamiento viene regido por

características macroscópicas, tales como la distribución vertical de la temperatura (estratificación térmica), cizalla del viento y rugosidad del terreno. En ella se produce de forma notable la transferencia de magnitudes físicas, y como consecuencia tiene lugar la mezcla de todas ellas, tendiendo a una homogeneización de la capa. Precisamente por esta razón, en ocasiones, se denomina a esta capa como capa de mezcla.

Pero no sólo en la capa límite atmosférica se presenta este fenómeno, también en lugares donde las condiciones dinámicas o térmicas tienen ciertas características pueden observarse situaciones semejantes. En particular, allí donde exista un gradiente significativo en la velocidad del flujo, por ejemplo chorros, o donde las diferencias de densidad sean importantes, puede generarse un flujo turbulento y por tanto mezcla de las propiedades.

Un caso interesante, donde se cumplen estas circunstancias puede ser el de movimientos verticales localizados en una pequeña región, producidos bien por el sobrecalentamiento de una masa de aire junto al suelo desarrollándose un flujo convectivo, o bien por la salida de gases desde una chimenea de una central térmica, por ejemplo, con una velocidad notablemente alta.

En el primer caso, el origen del movimiento vertical se encuentra en una estratificación inicialmente inestable localizada en dicha región. Ejemplos de este tipo de movimientos en la atmósfera los podemos encontrar en los casos de células convectivas generadoras de cúmulos nubosos y de tormentas, o en la formación y desarrollo de tornados, todos ellos caracterizados por corrientes verticales importantes.

En el segundo, el flujo está forzado por la producción de los gases en la central de energía, pero puede estar acompañado también de diferencias de densidad respecto al aire exterior, teniendo un efecto semejante al primero en lo que se refiere a la estratificación.

En estos casos, e idealizando la situación, se puede pensar que la corriente fluida vertical se mueve dentro de otra corriente de velocidad inferior, por tanto en movimiento relativo respecto de la segunda, y presentando ambas corrientes una simetría axial. Puede ser interesante, el conocimiento del comportamiento de la capa de mezcla o de cortadura formada entre ambas corrientes, que sin duda dependerá de las propiedades promedio de los flujos y en general de las condiciones externas.

El objetivo central del presente trabajo es el estudio y modelización de la capa de cortadura entre dos corrientes verticales con simetría axial, donde la mezcla se produce de forma muy efectiva. Esta modelización se realizará dentro del entorno de un laboratorio experimental de mecánica de fluidos, en la Escuela Técnica Superior de Ingenieros Aeronáuticos de la Universidad Politécnica de Madrid, utilizando para la medida de velocidades la tecnología Láser-Doppler, muy apropiada en este caso dada la exigencia de extrema precisión y alta resolución temporal de las mismas. Sin embargo, esta tecnología tiene ciertas dificultades de aplicación, sobre todo, por necesitar partículas materiales suspendidas en los flujos, resultando muy laboriosa la correcta homogeneización de la densidad de partículas con el fluido en estudio.

Las medidas anemométricas se completarán con una técnica de visualización, que permitirá realizar interpretaciones cualitativas a la vez que cuantitativas del comportamiento de las estructuras turbulentas que se generan en la interfase de los dos flujos.

El trabajo experimental, que requiere una puesta a punto minuciosa, consistirá en diferentes ensayos variando las condiciones externas de los flujos, donde destaca el análisis de situaciones de flujo natural (no perturbado) y con perturbaciones externas. La introducción de un gas de diferente densidad en el chorro interior, permitirá la simulación de coexistencia de un flujo de aire con temperatura distinta a la del ambiente, pudiendo extrapolar los resultados, en cierto modo, a las condiciones atmosféricas en las que está presente una corriente vertical convectiva.

La Memoria elaborada para la presentación de este trabajo se ha estructurado en seis capítulos, intentando que la forma progresiva en la que se han introducido, refleje fielmente el desarrollo del mismo, y que la aportación al conocimiento de la capa de mezcla axilsimétrica quede resaltado.

En el primer Capítulo, *Aspectos Generales de la Turbulencia*, se revisan los conceptos mas importantes relativos a las características generales de la turbulencia, tanto desde la visión de la propia Mecánica de Fluidos, como desde el punto de vista atmosférico. En este capítulo se hace énfasis en el crecimiento de los penachos térmicos en la atmósfera y en su desarrollo a partir de chorros axilsimétricos con efectos de flotabilidad.

El Capítulo 2, *Instalaciones Experimentales y Equipos*, se dedica a la descripción de las instalaciones utilizadas para la experimentación, justificando la necesidad de ellas, así como los equipos de medida empleados. La teoría sustentadora de la técnica de anemometría Láser-Doppler ocupa un espacio destacado en el desarrollo de este capítulo.

En el Capítulo 3, *Pruebas y Ajuste de los Equipos*, se describen las pruebas, ajuste y calibraciones de los equipos experimentales empleados. Además se hace hincapié en los problemas que pueden surgir en la generación de partículas adecuadas para la correcta utilización de la anemometría Láser-Doppler.

En el Capítulo 4, *Flujo Homogéneo*, se desarrolla la metodología utilizada y se presentan e interpretan los resultados obtenidos en los ensayos experimentales realizados para el estudio y caracterización del flujo homogéneo, es decir, cuando las densidades de los dos chorros coaxiales son semejantes. En él se tratan de forma diferenciada los ensayos con flujo homogéneo sin perturbar y perturbado mediante excitación exterior, para conseguir un mezclado más rápido entre las dos corrientes, destacando técnicas de visualización conjuntamente con las de anemometría. Se

---

espera que en este capítulo se obtengan resultados interesantes que sirvan para alcanzar parte de los objetivos propuestos inicialmente.

El Capítulo 5, *Flujo con Efectos de Flotabilidad*, está centrado en el análisis de los efectos de flotabilidad producidos en la configuración al introducir un gas de densidad menor que la del aire en el flujo interior. Las mismas técnicas de visualización por vídeo y de anemometría empleadas en el desarrollo del capítulo anterior se usan en éste, esperando obtener diferencias importantes con los resultados previos. Aquí se realiza la comparación con situaciones semejantes en la atmósfera, intentando extrapolar los resultados obtenidos en el trabajo experimental.

El último Capítulo, *Resumen y Conclusiones*, está dedicado a sintetizar la metodología empleada y a destacar aquellos resultados que sean más relevantes y que aporten nuevas ideas al conocimiento de los flujos con simetría axial.

Finalmente, se acompaña una extensa lista bibliográfica de referencias utilizadas para el desarrollo del trabajo y la elaboración de esta Memoria.

## **CAPITULO 1**

# **ASPECTOS GENERALES DE LA TURBULENCIA**

## 1.1 Flujo turbulento. Análisis dimensional

La turbulencia es un fenómeno físico muy frecuente en la naturaleza y en la tecnología, y sin embargo, a pesar del esfuerzo dedicado por parte de muchos científicos durante décadas, el por qué un fluido pasa en un determinado momento de comportarse de una manera ordenada, con unas líneas de corriente bien definidas, a ser un fluido con movimientos desordenados o incluso caóticos, no deja de ser fuente de continuo estudio.

El concepto que predominaba hasta hace poco tiempo sobre los flujos turbulentos, era el de un fluido cuya vorticidad se encontraba en un estado de caos total. Sin embargo en los últimos años, se ha llegado a la evidencia de que los flujos turbulentos con cortadura contienen estructuras o torbellinos, cuya descripción es mucho más determinista de lo que se había pensado. Estas estructuras, que son responsables del transporte turbulento y la producción de ruido, se caracterizan por la existencia de una componente organizada de la vorticidad que está correlacionada en fase, y que subyace bajo las fluctuaciones tridimensionales de vorticidad, propias de una turbulencia desarrollada (Roshko, 1976). La presencia de movimientos organizados de gran escala en flujos turbulentos de cortadura libre, ya intuitivos por la hipótesis de la longitud de mezcla, fué sugerido por primera vez por Townsend (1956) e investigado en detalle por Grant (1958). Una descripción más detallada de este tipo de estructuras en chorros axilsimétricos se presenta en el apartado (1.4).

El movimiento turbulento es fuertemente rotacional y el recorrido de los elementos fluidos es extremadamente tortuoso, incluso cuando el fluido en su conjunto se mueva de forma estacionaria. Según el criterio de Reynolds, que intentó reducir el problema de solucionar las ecuaciones de Navier-Stokes para variables aleatorias o instantáneas, a la tarea más sencilla de encontrar las cantidades medias, se puede suponer que el flujo turbulento consiste de un movimiento medio, relativamente simple, sobre el que se superpone un movimiento secundario de

carácter oscilatorio, pero obviamente no periódico. Para diferenciar ambos movimientos, podemos establecer que flujo no turbulento es aquél en el que las irregularidades en el movimiento de un elemento fluido son infinitesimales, es decir, de escala molecular. El flujo turbulento, sin embargo, contiene oscilaciones de tamaño finito comparables con longitudes que determina la cinemática del movimiento medio, tales como la anchura de la capa límite.

El concepto de capa límite fué introducido por Prandtl a principios de siglo. Este investigador estableció la hipótesis de que el flujo alrededor de un cuerpo sólido se puede dividir en dos regiones, una capa fina en las proximidades del cuerpo, llamada capa límite, que puede ser tanto laminar como turbulenta, donde la viscosidad juega un papel esencial, y el resto de la región, donde se puede despreciar la fricción. Aunque la teoría de la capa límite nos proporciona un conocimiento cualitativo sólido del comportamiento de los flujos viscosos, no permite un cálculo completo del campo fluido, ni existe todavía una teoría exacta para la capa límite turbulenta, aún en el caso más sencillo de la placa plana, aunque hay muchas soluciones numéricas de las ecuaciones de la capa límite utilizando modelos empíricos de la difusividad turbulenta.

Los flujos que se presentan en la atmósfera y en el océano, son predominantemente turbulentos, especialmente los movimientos tridimensionales a pequeña escala que tienen lugar en la baja atmósfera. El rozamiento de las capas más bajas de la atmósfera con el suelo y la necesidad de evitar los obstáculos que se interponen en su movimiento, es la causa principal de la generación de turbulencia, que se mantiene posteriormente gracias a dos factores. Por una parte, la cizalla del viento dentro de la capa límite, y la variación, tanto de la dirección como del módulo, da lugar a intercambios entre capas contiguas de diferente velocidad. Por otro lado está la convección térmica, ya que al calentarse las capas de aire más cercanas al suelo, se hacen más ligeras y tienden a ascender, produciendo mezcla y turbulencia.

Es decir, la turbulencia desarrollada en la atmósfera tiene como origen dos efectos distintos, uno mecánico y otro térmico. En general, la turbulencia mecánica suele predominar sobre la térmica en las capas inferiores, mientras que sucede lo contrario en la parte alta de la capa límite atmosférica.

Aunque la turbulencia es un fenómeno difícil de definir, se pueden destacar una serie de características propias que la convierten en un fenómeno diferenciado. La primera de ellas es la irregularidad o aleatoriedad de la turbulencia. Para unas mismas condiciones atmosféricas iniciales, el posterior desarrollo y evolución del flujo turbulento puede ser muy diferente. En segundo lugar, aunque ya se ha comentado, se puede hablar de que el flujo turbulento es, en general, rotacional y tridimensional, además de muy variable en el tiempo y en el espacio. Otra propiedad interesante, probablemente la más importante de los flujos turbulentos en la atmósfera, es la difusividad, que proporciona una gran facilidad para mezclar distintas propiedades como momento, calor, masa, vapor de agua, contaminantes, etc. Además la energía cinética del movimiento turbulento se disipa de manera continua por viscosidad, convirtiéndose en energía interna o en calor. Es decir, que para que el flujo turbulento se mantenga, se debe suministrar de alguna manera energía continuamente, ya sea de origen térmico o mecánico, porque si no es así, la turbulencia puede decaer rápidamente.

Por último hay que referirse al amplio rango de escalas o torbellinos que caracterizan la mayoría de los flujos turbulentos. Estos torbellinos o remolinos, son estructuras del flujo claramente definidas, como ya se ha comentado, que se pueden aislar y seguir con el fin de estudiar su comportamiento. La transferencia de energía desde el flujo medio a la turbulencia tiene lugar en los grandes torbellinos, mientras que la disipación viscosa de energía turbulenta sucede, para los remolinos pequeños, en las escalas finales. Es decir, como propone Kolmogorov, aparece un proceso en cascada fuertemente no lineal, ya que hay una transferencia de energía desde las escalas más grandes a las más pequeñas, que no está bien entendido del todo.

Teniendo en cuenta estas consideraciones, uno de los métodos más utilizados, junto con el análisis integral en escala grande o volumen de control y el análisis diferencial en escala pequeña, para estudiar el flujo de los fluidos en general, y la turbulencia en particular, es el análisis dimensional. Básicamente, el objetivo que se persigue con el análisis dimensional es reducir el número y complejidad de las variables que intervienen en la descripción de un fenómeno físico dado, con ayuda de una serie de técnicas (White, 1979). Las ventajas que proporciona el análisis dimensional, no se limitan a la reducción de tiempo y dinero en la experimentación, sino que, en general, el análisis dimensional del problema permite obtener gran información sobre las relaciones físicas que estamos intentando estudiar.

Una primera razón, es que las expresiones matemáticas de las leyes físicas fundamentales son dimensionalmente homogéneas, y se pueden escribir en forma adimensional simplemente normalizando, con escalas adecuadas, las distintas cantidades que aparecen en las fórmulas. En este caso, los parámetros o grupos adimensionales son independientes del sistema de unidades que se utilice y, por tanto, puede facilitar la comparación entre datos obtenidos por distintos investigadores, tanto en trabajos experimentales de laboratorio, como en la descripción y parametrización de la turbulencia en la atmósfera. Por último, se puede señalar que el análisis dimensional permite convertir los datos obtenidos sobre un pequeño modelo, en información para el diseño de un prototipo de tamaño real, mediante las leyes de escala.

Si un problema físico depende de "n" variables dimensionales, es decir, tenemos "n" cantidades físicas  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , necesarias y suficientes para describir el problema, éstas estarán relacionadas por:

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \quad (1.1)$$

El análisis dimensional reduce el problema a sólo "k" variables adimensionales, siendo (n-k), en general, igual al número de dimensiones independientes, llamadas dimensiones básicas o primarias, que aparecen en el estudio. En Mecánica de Fluidos, se toman como dimensiones básicas la masa "M" o la fuerza "F", la longitud "L", el tiempo "T" y la temperatura "Θ".

Esta reducción se puede conseguir mediante el teorema Π de Buckingham, por ejemplo, que nos dice que la relación (1.1) es equivalente a una nueva formada por "k" grupos adimensionales independientes ( $\Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_k$ ), constituidos a partir de las (n-k) variables básicas:

$$f(\Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_k) = 0 \quad (1.2)$$

Este método no proporciona la forma de la función "f", que se debe determinar a través de consideraciones teóricas o empíricas.

En el estudio de la Mecánica de Fluidos, y en particular en problemas de flujos turbulentos o de transición a la turbulencia, la geometría y condiciones del flujo pueden ser complicadas y en muchos casos no es posible la resolución directa de las ecuaciones de movimiento, tanto en forma integral como en forma diferencial. Aunque estas ecuaciones no puedan resolverse, si aplicamos la técnica del análisis dimensional, obtendremos los parámetros adimensionales básicos, que proporcionan una primera idea de cuando son despreciables los términos donde aparecen.

A partir de las ecuaciones de continuidad y cantidad de movimiento para un fluido incompresible con viscosidad constante, se pueden obtener los números adimensionales más utilizados en los problemas de Mecánica de Fluidos (White, 1979).

El número adimensional considerado, generalmente, como criterio en la determinación del flujo en Mecánica de Fluidos, es el número de Reynolds,  $Re = (\rho UL / \mu)$ , siendo U y L una velocidad y distancia, respectivamente, características del flujo particular que se esté estudiando,  $\rho$  la densidad del flujo y  $\mu$  su viscosidad. Este número adimensional relaciona los efectos de inercia y viscosidad. En el estudio de chorros con y sin efectos de flotabilidad, aparecen también los números adimensionales de Richardson (Ri), Froude (Fr) y Strouhal (St). Los dos primeros relacionan los efectos de inercia y flotabilidad, es decir, sirven para caracterizar la estratificación vertical, y el último, permite comparar los efectos de inercia con el comportamiento oscilatorio del flujo en estudio. Sus expresiones se presentan en capítulos posteriores, en el momento de su utilización en el presente trabajo.

## 1.2 Capa límite atmosférica

La capa límite atmosférica (ABL) es la parte más baja de la atmósfera, que se forma como consecuencia de la interacción entre ésta y la superficie sobre la que circula, con escalas de tiempo inferiores a un día (Arya, 1988). En esta capa, los efectos de rugosidad del suelo, variaciones de temperatura y otras propiedades, son directamente transmitidos mediante los mecanismos de mezcla turbulenta. Ahora bien, existen situaciones en las que es difícil definir la capa límite atmosférica, ya que debido a la aparición de fuertes inestabilidades, se producen movimientos a gran escala que escapan del rango para el cual está definida la ABL. Por este motivo, no es fácil determinar su espesor o altura, ya que la definición general que proporciona la teoría de capa límite, llamando espesor a la distancia en la que la velocidad alcanza el 99% de la velocidad libre, no es útil en la atmósfera debido a la falta de precisión de las medidas realizadas en ella. Puede decirse que la ABL alcanza una altura típica de 1 Km, o alrededor de un 10% de la altura de la Troposfera, aunque tiene un rango de variabilidad de 200 m a 5 Km, dependiendo de la orografía del terreno y de las condiciones de estabilidad de estratificación.

Dentro de la capa límite atmosférica se puede diferenciar una subcapa, llamada Capa Superficial, correspondiente a los primeros metros de la ABL, que se caracteriza por poseer una intensa turbulencia a pequeña escala, generada por la rugosidad superficial o de fricción. Esta escala pequeña o microescala de turbulencia es responsable, en gran medida, del intercambio de momento, calor y masa desde la superficie hacia esta capa superficial. Los flujos verticales de estas magnitudes permanecen casi constantes en ella, por lo que también es conocida como capa de flujo constante o de tensión constante.

En consecuencia, el criterio más riguroso para la determinación de la Capa Superficial es considerar que en ella la tensión se mantiene constante. Es decir, en la práctica, la Capa Superficial tendrá un espesor limitado por la altura a la que dicha tensión varía en menos de un 10% de la existente a nivel del suelo. El espesor típico sobre terreno homogéneo es de 50 m, pero puede variar en un amplio rango, desde 5 m a 200 m, al igual que la altura de la ABL.

Las expresiones matemáticas que representan la conservación de la masa, el momento y el calor en un volumen elemental de fluido, vienen dadas por las ecuaciones de continuidad, de cantidad de movimiento y energía termodinámica, respectivamente. Estas ecuaciones se pueden aplicar tanto a flujos laminares como turbulentos. En el caso de flujos turbulentos la resolución de las ecuaciones puede ser muy complicada, ya que tanto las variables que intervienen en el problema, como sus derivadas espaciales y temporales, son muy irregulares y varían muy rápidamente. Este hecho da lugar a que todos los términos en las ecuaciones sean significativos en un flujo turbulento, y sea necesario buscar algún tipo de aproximación que simplifique en alguna medida las ecuaciones generales de movimiento.

Para el estudio de los flujos atmosféricos se utiliza principalmente la aproximación de Boussinesq (Businger et al., 1971), que consiste en descomponer la presión, temperatura y densidad en dos componentes, una de referencia o sinóptica,

que denotaremos con el subíndice "0", que está en equilibrio hidrostático por suponer que la atmósfera es un gas perfecto, y una segunda componente que representa la ligera desviación de estas magnitudes con respecto al estado referencial, y que distinguiremos con el subíndice "1". En esta aproximación, la variación de la densidad del fluido es despreciable frente a los efectos de la inercia, siendo importante sólo cuando interviene a través de las fuerzas gravitatorias. La representación matemática de la aproximación de Boussinesq es la siguiente:

$$p = p_0 + p_1 \tag{1.3}$$

$$T = T_0 + T_1 \tag{1.4}$$

$$\rho = \rho_0 + \rho_1 \tag{1.5}$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + g \approx \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p_1}{\partial z} + \frac{g}{\rho_0} \rho_1 \tag{1.6}$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + g \approx \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p_1}{\partial z} + \frac{g}{T_0} T_1 \tag{1.7}$$

siendo:    p    =    presión  
           T    =    temperatura  
           ρ    =    densidad  
           g    =    gravedad

Las ecuaciones instantáneas para un flujo turbulento, incompresible y estratificado, en un sistema de referencia cartesiano que rota unido a la superficie de la Tierra, aplicando la aproximación de Boussinesq, son las siguientes (Ayra, 1988):

Ecuación de continuidad:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (1.8)$$

Ecuaciones de Navier-Stokes:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = fv - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p_1}{\partial x} + \nu \nabla^2 u \quad (1.9)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} = -fu - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p_1}{\partial y} + \nu \nabla^2 v \quad (1.10)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = \frac{g}{T_0} T_1 - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p_1}{\partial z} + \nu \nabla^2 w \quad (1.11)$$

Ecuación del Calor:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + u \frac{\partial \theta}{\partial x} + v \frac{\partial \theta}{\partial y} + w \frac{\partial \theta}{\partial z} = \alpha_h \nabla^2 \theta \quad (1.12)$$

siendo  $\theta$  la temperatura potencial, que se define en función de la presión y temperatura como:  $\theta = T (1000/p)^{0.286}$ .

En estas ecuaciones, las variables  $u$ ,  $v$ ,  $w$ ,  $\theta$ ,  $p_1$  y  $\rho_1$ , representan las variables instantáneas, que en teoría o notación de perturbaciones, se descomponen como suma de una parte media y otra fluctuante (hipótesis de Taylor). Esta variable fluctuante es la que muestra el carácter turbulento del flujo. Las variables  $\nu$ ,  $\alpha_h$  y  $f$  son la viscosidad cinemática, la difusividad de calor y el parámetro de Coriolis, respectivamente.

El sistema formado por las ecuaciones (1.8) a (1.12) no tiene una solución general mediante métodos puramente analíticos, por lo que hay que encontrar soluciones alternativas, o bien por integración numérica en grandes ordenadores o por simulación numérica sólo para escalas de movimiento dentro de un cierto rango (Yagüe, 1992). La integración numérica no es factible actualmente para flujos turbulentos atmosféricos, ya que es necesario un número muy grande de puntos en la malla donde se tienen que hacer los cálculos que se necesitan para poder resolver todos los torbellinos turbulentos. Es decir, no es posible una simulación total del flujo turbulento. Una primera aproximación al problema consiste en las llamadas simulaciones de remolinos grandes (Large-Eddy Simulations o LES en la literatura anglosajona) introducidas fundamentalmente por Deardoff (1970, 1973). En este tipo de simulaciones las estructuras grandes del flujo se calculan explícitamente a partir de las ecuaciones promediadas, mientras que las estructuras pequeñas, de escala inferior a la malla, se modelan. Para capas límite inestable y neutra, los resultados obtenidos con esta simplificación son buenos, no así con la capa límite nocturna, que suele ser predominantemente estable.

Un método general que simplifica las ecuaciones que describen el flujo turbulento, consiste en separar las variables instantáneas o turbulentas en dos partes, una componente media y otra perturbada o fluctuante, como ya se ha comentado. Es

---

decir, si suponemos que "s" es una variable instantánea como velocidad, temperatura, etc., puede descomponer como:

$$s = \bar{s} + s' \quad (1.13)$$

Para calcular las ecuaciones del movimiento medio, se introduce la descomposición dada en (1.13), para todas las variables que intervienen en el sistema de ecuaciones (1.8) a (1.12) y se promedian teniendo en cuenta las siguientes reglas:

$$\overline{s + h} = \bar{s} + \bar{h} \quad (1.14)$$

$$\overline{cs} = c \bar{s} \quad (1.15)$$

$$\overline{s'} = 0 \quad (1.16)$$

$$\overline{\frac{\partial s}{\partial x}} = \frac{\partial \bar{s}}{\partial x} \quad (1.17)$$

$$\overline{\bar{f}} = \bar{f} \quad (1.18)$$

$$\overline{\bar{s} \bar{h}} = \bar{s} \bar{h} \quad (1.19)$$

Estas reglas son ciertas para promedios de conjunto o ensamblados (Yagüe, 1992), ya que es una media aritmética de un número muy grande, tendiendo a infinito, de realizaciones de una variable que se obtienen repitiendo un experimento bajo las mismas condiciones generales. Este promedio se usa teóricamente, pero en la práctica se utilizan más los promedios temporales y espaciales.

Para que la media temporal y ensamblada coincidan, es condición necesaria y suficiente que el flujo sea estacionario, es decir, los promedios son independientes del tiempo, y que el tiempo sobre el que se promedia sea muy largo (Monin y Yaglom, 1971). Análogamente, la condición para que la media espacial y ensamblada coincidan es que el flujo sea homogéneo, ya que en ese caso, las medias espaciales son independientes de la dirección, y que las longitudes, áreas o volúmenes sobre los que se promedia sean grandes. Puesto que estas condiciones son difíciles de cumplir estrictamente en la atmósfera, la igualdad de medias es una aproximación. Las ecuaciones promediadas para la conservación de la masa, cantidad de movimiento y calor, se pueden escribir como:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = 0 \quad (1.20)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} = f\bar{v} - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \bar{p}_1}{\partial x} + \nu \nabla^2 \bar{u} - \\ - \left( \frac{\partial \overline{u'u'}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{u'v'}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{u'w'}}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (1.21)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} = -f\bar{u} - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \bar{p}_1}{\partial y} + \nu \nabla^2 \bar{v} - \\ - \left( \frac{\partial \overline{v'u'}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{v'v'}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{v'w'}}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (1.22)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{w}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{w}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = \frac{g}{T_0} \bar{T}_1 - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \bar{p}_1}{\partial z} + \nu \nabla^2 \bar{w} - \\ - \left( \frac{\partial \overline{w'u'}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{w'v'}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{w'w'}}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (1.23)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} = \alpha_h \nu \nabla^2 \bar{\theta} - \\ - \left( \frac{\partial \overline{u'\theta'}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{v'\theta'}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{w'\theta'}}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (1.24)$$

Aunque en principio parece posible la resolución de las ecuaciones anteriores junto con un grupo conveniente de condiciones iniciales y de contorno, la aparición de varianzas y covarianzas, correspondientes al transporte turbulento, hacen que existan mas incógnitas que ecuaciones, con lo cual este sistema se dice que no está cerrado. Todos los modelos que hasta el momento se conocen y que actualmente se emplean en la resolución de los problemas de turbulencia atmosférica, tratan de parametrizar ciertas magnitudes físicas, solucionando así el problema de cierre del sistema de ecuaciones anterior.

Dentro de los modelos desarrollados para el cierre de las ecuaciones generales del movimiento turbulento, se pueden citar como los más utilizados: la teoría estadística de la turbulencia, la teoría de la longitud de mezcla, teorías semiempíricas basadas en la hipótesis de las difusividades turbulentas y la teoría de semejanza de Monin-Obukhov (Maqueda, 1987). Por otro lado, si las varianzas y covarianzas que aparecen en las ecuaciones se evalúan mediante el planteamiento de ecuaciones adicionales, el problema de cierre de las ecuaciones se desplaza a niveles superiores,

originándose los llamados esquemas de orden superior. Como ejemplo de ellos podemos citar los modelos k-ε (Rodi, 1987), siendo k energía cinética del movimiento y ε disipación viscosa. En el capítulo 5, dedicado al estudio de flujo con efectos de flotabilidad se detallan las ecuaciones correspondientes al modelo de cierre utilizado.

Los flujos turbulentos de magnitudes físicas en la capa límite atmosférica dependen fuertemente de la distribución de las magnitudes promedio. Esta distribución caracteriza a su vez el estado de la capa y puede conocerse a partir de los perfiles de dichas magnitudes (Garrat, 1994). Los perfiles de velocidad y temperatura, normalmente temperatura potencial, promedios en la capa límite tienen un interés extraordinario. Actualmente se ha logrado alcanzar un alto grado de conocimiento del comportamiento de estos perfiles. Sin embargo, la dependencia del carácter de la estratificación atmosférica dificulta la modelización.

La teoría de semejanza de la turbulencia que surge de las hipótesis de Kolmogorov, permite llegar a una modelización suficientemente válida para los perfiles de velocidad y de temperatura potencial promedio. En particular los de velocidad se obtienen de la integración de la cizalla adimensional, definida como:

$$S = \frac{K_a z}{u_*} \frac{\partial U}{\partial z} \quad (1.25)$$

donde  $K_a$  es la constante de von Karman que suele tomarse como 0.4 y  $u_*$  es la velocidad de fricción, parámetro característico del flujo. Para el caso de estratificación neutral,  $S = 1$ , lo que da un perfil de la velocidad promedio logarítmico:

$$\frac{U}{U_*} = \frac{1}{k_a} \ln \frac{z}{z_0} \quad (1.26)$$

siendo  $z_0$  la longitud de rugosidad característica de la superficie.

Para estratificaciones diferentes de la neutral,  $S$  es una función del grado de estabilidad, medido frecuentemente por la altura adimensional  $z/L$ , donde:

$$L = \frac{-u_*^3 c_p \rho T}{K_a g H} \quad (1.27)$$

se conoce como la longitud de Monin-Obukhov que incluye los efectos de la flotabilidad y del flujo vertical turbulento de calor en la superficie,  $H$ , que condicionan la estabilidad.  $H$  se suele tomar también como:

$$H = c_p \rho \overline{w\theta} \quad (1.28)$$

De la misma forma que el número de Richardson utilizado en la capa límite atmosférica,  $z/L$  toma valores negativos para inestabilidad de estratificación y positivos para estabilidad.

La cizalla de velocidad puede escribirse como:

$$S = \phi_m \left( \frac{z}{L} \right) \quad (1.29)$$

o también:

$$\Phi_m \left( \frac{z}{L} \right) = \frac{K_a z}{u_*} \frac{\partial u}{\partial z} \quad (1.30)$$

$\Phi_m$  es presumiblemente una función universal que debería obtenerse de las medidas; sin embargo, existen diferentes propuestas empíricas para describir las relaciones de  $\Phi_m$  con  $z/L$ , entre las que destacan, las fórmulas de Businger-Dyer (Businger et al., 1971), Panofsky et al. (1960) y Carl et al. (1973), por ser las más utilizadas en estratificación inestable. Para valores de  $z/L$  positivos, es decir, estratificación estable parece existir un acuerdo mayor y se admite una sola fórmula (Panofsky and Dutton, 1983).

El perfil de velocidad resulta de la integración de la ecuación (1.30) quedando:

$$u = \frac{u_*}{K_a} \left[ \ln \frac{z}{z_0} - \Psi_m(z/L) \right] \quad (1.31)$$

donde se puede poner generalmente:

$$\Psi_m(z/L) = \int_0^{z/L} (1 - \Phi_m(\xi)) \frac{d\xi}{\xi} \quad (1.32)$$

con  $\xi = z/L$ .

### 1.3 Desarrollo de penachos en la atmósfera

En los últimos años se ha avanzado mucho en el conocimiento de la estructura de la capa límite atmosférica y de la turbulencia generada en ella, y como consecuencia cada vez se dispone de modelos de difusión más completos, incluyendo los modelos de desarrollo de los penachos y de los efectos de flotabilidad. Aunque en general el crecimiento y desarrollo de los penachos está bien definido y hay teorías comúnmente aceptadas sobre la forma de calcularlos, todavía no se ha llegado a un consenso en aspectos como la altura efectiva que alcanza un penacho cuando el ambiente turbulento que rodea la fuente es el agente principal que limita su desarrollo.

Se han propuesto muchas soluciones teóricas, pero no hay datos experimentales suficientes para su comprobación en la práctica. La base de datos disponible es inadecuada, ya que excepto para las observaciones realizadas en ambiente estable, la gran mayoría de los estudios muestran que aún a grandes distancias desde el punto de observación, el penacho todavía sigue desarrollándose. Otro aspecto que también sigue sin resolverse es el del crecimiento del penacho en condiciones ambientales convectivas, ya que son excesivamente complejas, aunque como en el caso anterior, se han propuesto modelos teóricos que necesitan ser comprobados mediante datos experimentales (Briggs, 1984).

Puesto que los penachos están formados por fluido en movimiento, su estudio se basa en las leyes básicas de la Mecánica de Fluidos, conservación de la masa, conservación de la cantidad de movimiento y conservación de la energía. La mayoría de los modelos consideran el penacho como una fuente continua y suponen que el penacho es también continuo a lo largo de su trayectoria, es decir a lo largo de su eje. Una vez que se establecen las ecuaciones generales para un elemento fluido del penacho, los métodos más utilizados se basan en la integración de las ecuaciones de conservación sobre el área de un plano perpendicular al penacho en puntos

determinados de su eje. En la figura (1.1) se presenta un esquema con los parámetros básicos que se utilizan en la descripción del desarrollo del penacho.

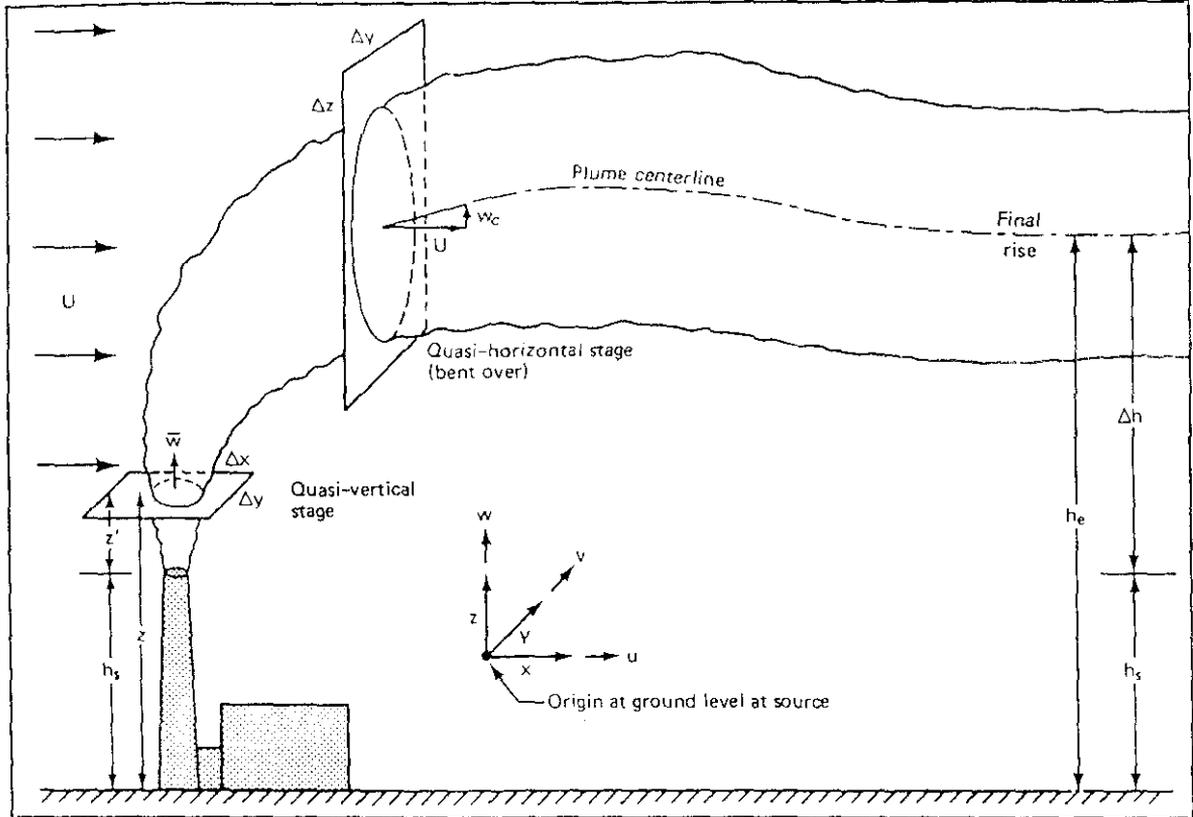


Figura 1.1 Esquema del crecimiento y desarrollo de un penacho en la atmósfera.

A partir de la integración de la ecuación de conservación de la masa, aplicando la aproximación de Boussinesq, se obtiene una relación que permite evaluar el flujo de volumen a través del penacho en función de la velocidad de entrada de aire exterior y el radio del penacho en cada momento del desarrollo. La relación matemática viene dada por:

$$\frac{dV_v}{dz} = 2\pi b_v v_e \quad (1.33)$$

donde

$$V_v = \int_p \int w \, dA_z \quad (1.34)$$

- siendo:
- $V_v$  = flujo de volumen que atraviesa el penacho
  - $b_v$  = radio del penacho
  - $v_e$  = velocidad de entrada de aire exterior en el penacho
  - $dA_z$  = elemento de superficie elemental en el plano de integración
  - $p$  = integración sobre el plano de intersección con el penacho

La ecuación (1.33) no se puede resolver a menos que se conozca la velocidad de entrada de flujo exterior (entrainment, en la literatura anglosajona). Muchos modelos utilizan esta expresión para predecir la variación del flujo  $V_v$ , mediante la aproximación de la relación entre  $v_e$  y otras magnitudes, ya sea por datos experimentales o empíricamente, es decir nos encontramos ante el llamado problema de cierre, ya comentado en el apartado anterior.

Para la mayoría de los penachos, el crecimiento es debido, fundamentalmente a los efectos de flotabilidad creados por diferencia de densidades. Por lo tanto es importante determinar cómo cambia la flotabilidad cuando el penacho se desarrolla. Llamando  $\rho'$  al déficit de densidad del penacho, es decir  $\rho = \rho_a - \rho'$ , siendo  $\rho_a$  densidad ambiente y  $\rho$  densidad del penacho, es posible a partir de la ecuación de conservación de la masa, llegar a una relación que permita evaluar la variación de la flotabilidad en el desarrollo del penacho.

Sustituyendo en la ecuación de conservación de la masa y suponiendo que la densidad ambiental varía sólo en la dirección vertical, la integración sobre un plano perpendicular al eje del penacho proporciona la siguiente relación:

$$\frac{dF}{dz} = -sV_v \quad (1.35)$$

siendo, por definición:

$$F = \int_p \int g \frac{\rho'}{\rho_a} w dA_z \quad (1.36)$$

y

$$s = \omega^2 = -\frac{g}{\rho_a} \frac{\partial \rho_a}{\partial z} \quad (1.37)$$

siendo  $\omega$  la frecuencia de estratificación del ambiente o frecuencia de Brunt-Väisälä.

En la ecuación (1.35) se ha despreciado el término  $\partial(g/\rho_a)/\partial z$ , ya que es sólo del orden de  $\rho'/\rho_a$  multiplicado por otros términos. Excepto en las proximidades de la fuente donde  $V_v$  es relativamente pequeño, se considera que  $\rho' \ll \rho_a$ . El término  $F$  es el flujo total de volumen debido a la aceleración provocada por la flotabilidad. Este parámetro de flotabilidad aparece también en la ecuación para el flujo de momento vertical.

La ecuación de conservación de la cantidad de movimiento describe el efecto de las fuerzas que actúan en un penacho y por lo tanto, está relacionada directamente con la predicción de la trayectoria que éste describe. La mayoría de los modelos a escala de penachos, desprecian los efectos viscosos en sus cálculos. Aunque es cierto que las fuerzas viscosas son pequeñas y no afectan directamente a los movimientos de gran escala del penacho, están relacionadas con el desarrollo y disipación de la

turbulencia, lo que afecta al crecimiento del penacho de manera indirecta porque disminuye la flotabilidad y aumenta el momento. Por lo tanto, para hallar una solución exacta de las ecuaciones de movimiento es necesario incluir los términos de esfuerzos viscosos.

Las fuerzas que actúan en un penacho, en la escala de su radio, son por una parte la aceleración debida al gradiente de presiones, y por otra, las fuerzas de flotabilidad debidas a la diferencia de densidad entre el penacho y el ambiente. El resultado de ambos efectos se puede expresar mediante la siguiente relación:

$$\frac{dv}{dt} = -\rho^{-1} \nabla p' + g \frac{\rho'}{\rho} k \quad (1.38)$$

siendo:  $\mathbf{v}$  = vector velocidad  
 $p'$  = perturbación de la presión  
 $\rho'$  =  $\rho_a - \rho$

Para simplificar la integración de esta ecuación suponemos que el penacho es estacionario, es decir,  $(\partial \mathbf{v} / \partial t) = 0$ , y si el penacho es prácticamente vertical, se puede suponer que la velocidad del viento  $U = 0$ , lo que permite eliminar algunos términos.

Para la componente vertical del momento, varios términos son del orden de  $\alpha^2$  multiplicados por otros términos, donde  $\alpha$  es el coeficiente de "entrainment" definido por  $\alpha = v_e/w$ , siendo  $w$  la componente media vertical de la velocidad del penacho. Estos términos se pueden despreciar, ya que datos experimentales demuestran que  $\alpha \approx 0.1$ . Con todas estas consideraciones la ecuación de momento para penachos verticales se reduce a:

$$\frac{d(\overline{wV}_v)}{dz'} = \frac{F}{\overline{w}} \quad (1.39)$$

siendo  $S_1$  un factor de forma adimensional del perfil, tal que  $S_1 = 1$  si  $\rho' = 0$ , y

$$(\overline{wV}_v) = S_1 \int \int_{\infty} w^2 dA_z \quad (1.40)$$

Como en el caso de la ecuación (1.34), es necesario hacer algunas consideraciones sobre la variación del término  $(\overline{wV}_v)$  en la ecuación (1.39). Una solución detallada se puede encontrar en Briggs (1984). En estas relaciones no se han tomado en cuenta ni las condiciones iniciales, ni los efectos de la turbulencia en el ambiente, ni el tipo de estratificación atmosférica. Aunque hay distintos modelos sobre el desarrollo de los penachos teniendo en cuenta éstos y otros factores que intervienen directamente en el problema, no se ha conseguido todavía un criterio general que permita predecir el crecimiento y posterior desarrollo en la atmósfera de un penacho.

#### 1.4 Capa de mezcla en chorros axilsimétricos

El cálculo de la capa de cortadura con simetría axial, es algo más difícil, en general, que el de la capa plana, pero ambas capas tienen en común que la corriente potencial dada sólo depende de una coordenada local, y las dos componentes de la velocidad en la capa límite son función sólo de dos coordenadas. Esto equivale a decir que no existe componente de la velocidad en la dirección de la tercera coordenada. El caso general de una capa límite con componentes de velocidad en las tres direcciones del espacio, llamada capa límite tridimensional, presenta grandes dificultades de cálculo y sigue siendo objeto de estudio constante.



más abordable que la corriente turbulenta a lo largo de una pared, ya que en el primer caso, el rozamiento turbulento en todo el campo es mucho mayor que el laminar. En consecuencia, se puede prescindir por completo de él, mientras que en las corrientes turbulentas a lo largo de una pared es necesario tenerlo en cuenta en la capa muy próxima a dicha pared, o subcapa laminar, lo que lleva consigo grandes dificultades de cálculo.

El caso de dos chorros coaxiales con velocidades distintas es similar al del *chorro libre descargando en aire ambiente*. En la configuración *axilsimétrica* que presentan ambos chorros se forma, en la región de contacto, una zona de mezcla turbulenta inestable, cuya anchura crece en el sentido del movimiento. Las investigaciones realizadas en los últimos años han resaltado la evidencia de que el crecimiento de la zona de mezcla es una consecuencia directa de movimientos de gran escala generados en los límites del chorro, en función de las dos longitudes características ya mencionadas, el espesor de la capa de cortadura inicial y el diámetro del chorro (Cohen y Wygnanski, 1987).

Este tipo de estructuras, generalmente llamadas estructuras coherentes, se pueden definir como una masa de fluido turbulento de gran escala, que posee una vorticidad correlacionada en fase a lo largo de toda su extensión espacial, conocida como vorticidad coherente (Roshko, 1976). La región en la cual existe vorticidad coherente es la que delimita la estructura, ya que éstas se excluyen mutuamente en el espacio, es decir, no se pueden superponer. Sus interacciones, por tanto, no lineales, dan lugar a *estiramientos y apareamientos completos y parciales*, formándose de esta manera nuevas estructuras (Hussain y Clark, 1981).

Cualquier clase de inestabilidad es potencialmente capaz de generar estructuras coherentes (Hussain, 1983), aunque en el caso de capas de cortadura libres como capas de mezcla, chorros o estelas, el tipo más común de inestabilidad es el de Kelvin-Helmholtz. En este tipo de flujos, la inestabilidad y el enrollamiento de capas

de cortadura dando lugar a estructuras y sus posteriores evoluciones e interacciones, dependen de alguna forma de la condición inicial (Hill y Jenkins, 1976; Hussain y Zedan, 1978), y pequeñas variaciones en las condiciones iniciales y de contorno pueden dar lugar a diferentes evoluciones del problema, como queda patente en el trabajo de revisión de los estudios realizados durante una década, tanto sobre chorros planos como axilsimétricos, llevado a cabo por Gutmark y Ho (1983).

Una mayor comprensión de la dinámica de las estructuras coherentes que se forman en la capa de mezcla axilsimétrica se debe al trabajo de Yule (1978) en una configuración con paso a la turbulencia, estudiando de forma separada la zona de transición de la zona totalmente turbulenta. Las complejas interacciones y apareamientos entre las estructuras, y la ya comentada diferencia en las condiciones iniciales del experimento, lleva consigo una gran disparidad en el cálculo de las frecuencias de paso de estas estructuras. El siguiente paso en las investigaciones, fué la utilización de excitación externa para producir estructuras de una forma más regular y controlable y facilitar así su estudio (Beavers y Wilson, 1970).

Son muchos los trabajos publicados en los últimos años sobre el crecimiento y desarrollo de la capa de mezcla axilsimétrica con y sin excitación exterior, ya que todavía no se ha llegado a una comprensión total del problema. Como ejemplo citaremos los trabajos de Long y Petersen (1992), Petersen y Long (1992) y Sang y Liu (1993), que estudian las estructuras que se forman en este tipo de flujos al variar los modos de excitación exterior.

### **1.5 Análisis espectral en turbulencia**

El análisis espectral es una utilidad estadística que se emplea con gran frecuencia en los trabajos de turbulencia, tanto en los realizados en experimentos de laboratorio como en aplicaciones a la atmósfera. Su uso se explica por la necesidad de describir

los fenómenos analizados en base al conocimiento de las escalas espacio-temporales en las que se desarrollan los movimientos turbulentos. Por otra parte, la interacción entre las diversas escalas es una de las principales preocupaciones de la investigación en este campo. Descomponiendo una serie de medidas en componentes de frecuencia o números de onda, se puede conocer cómo los remolinos de diferentes escalas contribuyen al estado completo de la turbulencia.

Cuando las medidas son tomadas en un punto fijo durante un período de tiempo, la serie de datos resultante es una serie temporal. Este tipo de serie da los valores de una variable dependiente, tal como la temperatura o las componentes de la velocidad, en función de la variable independiente tiempo  $t$ . El análisis espectral permite transformar una serie temporal (también sirve para series espaciales a las que no nos vamos a referir aquí) en un conjunto de valores asociados al espacio de frecuencias, lo que nos permite descomponer la energía total del movimiento según las escalas de cada frecuencia.

En cualquier estudio experimental se parte de una serie temporal discreta, es decir, la formada por un conjunto finito de valores,  $N$ , separados entre sí por intervalos regulares de tiempo. Se puede interpretar esta serie discreta como una muestra de una señal continua y variable. De esta manera cualquier instante de tiempo vendrá representado por  $t_k = t_0 + k \Delta t$ , donde  $k$  es un índice que varía desde 0 hasta  $N-1$ . La variable dependiente  $A$  que es función del tiempo,  $A(t_k)$ , se sustituye en las series discretas por  $A(k)$  o  $A_k$ , y el intervalo de muestreo,  $\Delta t$ , se supone constante en toda la serie. El período de registro viene determinado por el número total de datos, siendo  $T = N\Delta t$ .

Una componente de la velocidad observada  $u(t)$  puede considerarse como un elemento de una muestra o un conjunto de datos discretos, con valor medio  $\bar{u}(t)$  que normalmente se interpreta como el valor medio de la velocidad del flujo básico sobre el que se superpone una componente turbulenta  $u'(t) = u(t) - \bar{u}(t)$ . Si para cada dato

puntual se realiza esta transformación los valores  $u'(t)$  constituirán una nueva serie temporal.

Veamos a continuación como podemos obtener el espectro de la serie temporal y como puede interpretarse en términos de distribución de energía cinética. Supondremos que el conjunto de datos que constituye la serie temporal es estacionario, tal que  $u(t)$  es constante en el tiempo y que la función de correlación

$$R(\tau) = E \{ (u'(t) u'(t+\tau)) \} \quad (1.41)$$

depende solo del  $\log \tau$ . Aquí  $E\{ \}$  representa el valor promedio de la serie. Evidentemente  $R(0)$  es el doble de la energía cinética turbulenta específica de la componente de la velocidad (Panofsky 1984). Por otra parte la transformada de Fourier de la función de correlación es:

$$\Phi(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (1.42)$$

y su transformada inversa debe escribirse como:

$$R(\tau) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(\omega) e^{-i\omega\tau} d\omega \quad (1.43)$$

que para el desplazamiento  $\tau = 0$  toma la forma:

$$R(0) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(\omega) d\omega \quad (1.44)$$

lo que representa, como ya se ha dicho, el doble de la energía cinética turbulenta. Se puede deducir de esto que,  $\Phi(\omega)$  muestra la energía cinética turbulenta distribuida con respecto a la frecuencia angular  $\omega$ , siendo:

$$\omega = \frac{2\pi}{P} = 2\pi f \quad (1.45)$$

donde  $P$  es el período de una oscilación sinusoidal y  $f$  es la frecuencia medida en ciclos por unidad de tiempo.

Podemos simplificar estas expresiones observando que debido a la condición de estacionariedad  $R(\tau) = R(-\tau)$ , que nos indica que  $R(\tau)$  es una función par. Desarrollando entonces la exponencial en el interior de la integral en forma de parte real y parte imaginaria se tiene:

$$\Phi(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R(\tau) [\cos\omega\tau + i\text{sen}\omega\tau] d\tau \quad (1.46)$$

$$\Phi(\omega) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} R(\tau) \cos\omega\tau d\tau \quad (1.47)$$

ya que  $\text{sen}(\omega t)$  es una función impar. Esto muestra que  $\Phi(\omega) = \Phi(-\omega)$ , con lo que se sigue que (1.43) y (1.44) deben escribirse como:

$$R(\tau) = \int_0^{\infty} \Phi(\omega) \cos \omega \tau d\omega \quad (1.48)$$

y

$$R(0) = \int_0^{\infty} \Phi(\omega) d\omega \quad (1.49)$$

Ahora vemos más claramente que  $\Phi(\omega)d\omega$  es la contribución de las oscilaciones armónicas de frecuencia  $\omega$  a la energía total. Por su analogía con el espectro de la luz estudiado en física, llamamos  $\Phi(\omega)$  función de densidad espectral de energía (o espectro de energía). La energía cinética total  $K$  contenida entre las frecuencias  $\omega_1$  y  $\omega_2$  es obviamente:

$$K(\omega_1, \omega_2) = \frac{1}{2} \int_{\omega_1}^{\omega_2} \Phi(\omega) d\omega \quad (1.50)$$

Para un desarrollo detallado de las técnicas de más usadas en obtención de espectros de energía pueden consultarse textos clásicos de análisis numérico entre los que destacamos a Jenkins and Watts (1968), y para su aplicación en capa límite atmosférica, por ejemplo, a Stull (1988). En ellos pueden encontrarse los algoritmos más adecuados para la determinación de espectros de series temporales discretas y se resuelven gran número de dificultades que surgen como consecuencia de las limitaciones de los propios métodos numéricos, como por ejemplo el fenómeno de "aliasing".

Para la obtención de espectros es especialmente interesante la utilización de la transformada rápida de Fourier (Brigham, 1974), que simplifica los cálculos numéricos, consiguiendo un considerable ahorro de memoria y tiempo de cálculo en los ordenadores, sobre todo para series temporales con un gran número de datos.

## **CAPITULO 2**

# **INSTALACIONES EXPERIMENTALES Y EQUIPOS**

## 2.1 Descripción de la instalación experimental

Los experimentos que se han llevado a cabo para la realización de esta Tesis, cuyo objetivo es el estudio de la capa de mezcla axilsimétrica en chorros con y sin efectos de flotabilidad, forman parte de un proyecto más amplio de investigación que incluye, entre otras, las siguientes líneas de trabajo: estudio de la capa de mezcla en chorros con simetría axial con llamas de difusión (Lasheras et al., 1988, Cuerno, 1992), estudios de visualización en chorros (Lecuona et al., 1990) y evaluación de los procesos de mezclado al forzar estructuras coherentes tridimensionales mediante perturbación exterior (Rodríguez et al., 1994).

Por este motivo se ha diseñado una instalación experimental que permite, con pequeñas modificaciones, ensayos cuantitativos con anemometría Láser-Doppler y ensayos de visualización, tanto para flujos isotermos como para flujos reactantes o con efectos de flotabilidad.

La figura (2.1) del Apéndice A, muestra el esquema de la instalación. Básicamente consta de un túnel aerodinámico en el que se generan dos chorros coaxiales, controlados de forma independiente. La sección de ensayos es de metacrilato de 8 mm de espesor y está orientada verticalmente. Tiene una altura de 120 cm y una sección de 440×440 mm. La salida del túnel está conectada a un extractor a través de un tubo flexible de aluminio de 30 cm de diámetro que contiene un enderezador de corriente tipo "panal de abeja" (honeycomb en la literatura anglosajona) y dos válvulas de mariposa para controlar externamente el flujo.

La sección de ensayos está instalada sobre dos mesas cruzadas SAIN de 11 cm de carrera cada una y dos plataformas elevadoras Microcontrolle EL 120, con una carrera de 20 cm cada una, con lo que es posible desplazar el experimento en los tres ejes y por tanto recorrer todo el campo fluido. Hay instalados dos motores paso a paso Microcontrolle UE73PP de 25 vatios de potencia cada uno, mediante los cuales

---

se puede mover uno de los ejes horizontales y el eje vertical. Estos motores permiten un avance de 200 pasos por vuelta, es decir de 1.8 grados por paso, y van equipados con un reductor de 1/5, de tal manera que cada milímetro corresponde a 250 pasos. La velocidad máxima es de 200 pasos/s. Los motores están conectados a una unidad Microcontrol TL-78, que es una unidad de potencia para motores paso a paso, con capacidad para controlar hasta cuatro motores. Con esta unidad es posible realizar la búsqueda de origen, recibir señales de final de carrera y operar manualmente los motores con una resolución de 1/10 de paso.

Para el flujo primario o interior, el aire se toma de un compresor de aire rotativo monorrotor Worthington RS25, capaz de proporcionar 160 m<sup>3</sup>/h de aire a 7 Kg/cm<sup>2</sup> y circula por una instalación que asegura un suministro constante y repetitivo. El aire procedente del compresor pasa por un regulador que garantiza una presión constante en la descarga para un caudal variable de 0 a 100%. Posteriormente se sitúan un regulador de presión y dos deshumectadores de gel de sílice. En el flujo de aire que alimenta el chorro primario o interior, hay un rotámetro Fisher & Porter con tope de escala 2068 l/h.

Cuando se realizan ensayos de visualización con TiCl<sub>4</sub> o para introducir partículas para la medida con anemometría Láser-Doppler, el aire se mezcla con Nitrógeno procedente de una botella presurizada y controlado por un rotámetro con tope de escala 2100 l/h. Si los ensayos son de flotabilidad, el aire del flujo primario se sustituye por He, mezclado con N<sub>2</sub>, también procedente de una botella presurizada y controlado por un rotámetro con tope de escala 2754 l/h.

El flujo interior entra en la cámara de remanso por medio de ocho tubos de plástico cuyos diámetros interior y exterior son de 8 y 10 mm respectivamente, como se puede observar en la figura (2.1). Para los ensayos de flujo homogéneo, cuatro de estos tubos introducen Nitrógeno con la mezcla de tetracloruro de titanio, para la formación de partículas y otros cuatro conducen el aire que proviene del compresor.

---

En el caso de ensayos con efectos de flotabilidad, el Helio se introduce en la cámara de remanso del flujo primario por medio de cinco tubos y los tres restantes se utilizan para la introducción del Nitrógeno que arrastra las partículas necesarias para la utilización de la anemometría Láser-Doppler. Además, el Nitrógeno sirve para variar la densidad de la mezcla en los distintos ensayos efectuados.

Una vez que el flujo ha sido introducido en la cámara de remanso, pasa a través de varios elementos enderezadores de corriente, para conseguir un mezclado total del mismo y que éste salga al exterior en régimen laminar. Para conseguir que el perfil de velocidad axial a la salida sea lo más plano posible, ("top-hat" en la literatura anglosajona), la cámara de remanso termina en una fuerte contracción que da paso a la tobera por la que el flujo sale a la zona de ensayo. Esta tobera es de metal, de 24.4 mm de diámetro y está pintada de color negro para evitar reflejos del rayo láser.

El flujo secundario está formado por aire ambiente que entra en la sección de ensayos por efecto del extractor que está colocado a la salida del túnel aerodinámico. La razón principal de la existencia de este flujo coaxial, es la necesidad de que la zona de capa de cortadura o mezcla del flujo en estudio pueda ser medida con la técnica de la anemometría Láser-Doppler, ya que como se explicará de forma detallada en el apartado siguiente, las medidas de velocidad en un flujo mediante esta técnica, se basan en medidas de velocidad de las partículas que se encuentran inmersas en el fluido y que se mueven con él. El flujo secundario es enderezado, antes de la entrada a la sección de ensayos, mediante dos placas tipo "panel de abeja", con el fin de minimizar los efectos de las perturbaciones no controladas en las condiciones iniciales.

Por último, hay que describir los elementos utilizados para la generación de perturbaciones exteriores. Dentro de los distintos métodos para introducir excitación externa en el flujo, se ha elegido el que genera de forma más sencilla posible estructuras idénticas en la capa de mezcla axilsimétrica (Cuerno, 1992), y que

consiste en cerrar la parte inferior de la cámara de remanso del flujo primario mediante una membrana flexible, a través de la cual se introducen perturbaciones. En la base de la cámara está situado un altavoz Hifi-Woofer, marca Visaton, modelo W200ng de 8 y 20 cm de diámetro. Este altavoz se excita mediante una señal sinusoidal a una frecuencia determinada, lo que genera pulsos de presión que provocan desplazamientos periódicos de la membrana en forma de pistón. De esta manera, se consigue una gran repetibilidad de un experimento a otro, así como fijar la periodicidad del flujo. La potencia media del altavoz es de 75 w y la frecuencia de corte de 4500Hz. La fluctuación de la membrana añade una perturbación sinusoidal a la velocidad axial, de frecuencia y amplitud dadas. El generador de señales empleado es un BREMI BRI-8510 capaz de reproducir señales desde 0.2 Hz a 2 MHz, sinusoidales, cuadradas y triangulares. También dispone de una salida TTL de la misma frecuencia, utilizada en los ensayos de visualización para excitar el modulador opto-acústico. Entre el generador de señales y el altavoz está situado un amplificador de bajos FOSTEX SPA707.

## **2.2 Anemometría Láser-Doppler**

### **2.2.1 Elección de la técnica de medida**

Para realizar medidas de velocidad en fluidos el instrumento ideal debería ofrecer, entre otros, una serie de requisitos como crear la mínima perturbación en el flujo, medir componentes de velocidad y detectar recirculación, tener posibilidad de medir un gran rango de velocidades con gran exactitud, ser fácil de usar, etc.. Durante años sólo la anemometría de hilo caliente cubría muchos de estos criterios y se usaba de forma extensiva en el estudio de flujos turbulentos.

Los anemómetros térmicos son capaces de proporcionar datos de velocidad instantánea, pero ésta no se obtiene directamente, sino que se deduce de medidas de

---

transferencia de calor, principalmente por convección, desde el sensor al flujo. Esto lleva consigo grandes dificultades a la hora de calibrar el sensor, ya que debido al tamaño finito del hilo, hay pérdidas de calor hacia los soportes y además se acumulan impurezas que pueden falsear los resultados.

Aunque la anemometría de hilo caliente permite el cálculo de velocidades medias, desviaciones típicas, etc., su uso está restringido a casos de fluidos con propiedades constantes y en condiciones de baja temperatura, regiones alejadas de zonas de recirculación, y a estudios en los cuales las perturbaciones introducidas por los sensores no alteren las características principales del flujo.

En los años 60, Cummins, Knable y Yeh, sentaron las bases de una nueva técnica de medida de velocidades (Cummins et al., 1964). En su trabajo se estudiaba el espectro de la luz dispersada por el movimiento caótico de partículas micrométricas en una suspensión acuosa. Sin embargo, también observaron un cambio neto en la frecuencia de la luz, efecto que atribuyeron a pequeñas corrientes que se generaban en las celdas de convección. De este modo, casi inadvertidamente, realizaron la primera medida de velocidad en fluidos mediante lo que hoy se conoce como anemometría Láser-Doppler. Posteriormente Yeh & Cummins (1964), llevaron a cabo un experimento en el que se intentaba, expresamente, verificar tales medidas.

La anemometría Láser-Doppler es una técnica óptica. No mide la velocidad del fluido sino la velocidad de las partículas suspendidas en él. Se utiliza el efecto Doppler que se produce cuando un rayo de luz láser de una frecuencia muy precisa incide sobre las partículas que se mueven con el fluido. La luz es dispersada con una frecuencia ligeramente modificada, proporcional a la velocidad de dicha partícula. El cálculo de la velocidad no depende, por tanto, de las propiedades termodinámicas del fluido, en contraste con los sensores térmicos o químicos. Además, por el hecho de ser una técnica no intrusiva, se puede utilizar en flujos que podrían ser alterados por la presencia de una sonda material.

Hay gran cantidad de flujos que poseen un número suficiente de partículas para aplicar esta técnica. Si el número de partículas es bajo, entonces el flujo se puede "sembrar" con partículas adecuadas para permitir realizar las medidas.

Con esta técnica podemos medir una o más componentes del vector velocidad independientemente de la intensidad de fluctuación y por tanto es apropiada para medir flujos con recirculación. Proporciona una tasa de datos lo suficientemente alta como para calcular velocidades medias, desviaciones típicas de la velocidad y espectros de energía cinética turbulenta.

El concepto de anemometría Láser-Doppler (ALD) atrajo rápidamente la atención de los investigadores experimentales de dinámica de fluidos, y en pocos años se publicaron numerosos artículos con resultados satisfactorios de medidas de velocidad con esta nueva técnica (Stevenson, 1979). Ejemplo de ello son las medidas de velocidad realizadas en flujos laminares en conductos (Goldstein y Kreid, 1967), Foreman et al., 1966), flujos laminares y turbulentos de gases (Foreman et al., 1965); Goldstein y Hagen, 1967), y turbulencia en túneles aerodinámicos (Rolfe y Huffaker, 1967).

Puesto que en nuestro trabajo se estudia el desarrollo de la capa de mezcla en chorros axilsimétricos, con y sin efectos de flotabilidad, se ha creído conveniente utilizar la técnica de anemometría Láser-Doppler para el cálculo de velocidades, a fin de evitar la perturbación que se produce al colocar un sensor dentro de la corriente fluida, teniendo en cuenta además, que dicha capa es de dimensiones relativamente pequeñas.

Por otra parte, se pretende continuar la línea de trabajo que se está desarrollando en el Laboratorio de Mecánica de Fluidos de la E.T.S. de Ingenieros Aeronáuticos de Madrid y que comenzó con mediciones de líquidos (Viedma, 1988) y de gases reactantes y no reactantes (Cuerno, 1992).

### 2.2.2 Fundamentos físicos de la anemometría Láser-Doppler

La anemometría Láser-Doppler (ALD) es una técnica que consiste en la medida de la velocidad de un fluido, detectando el cambio de frecuencia Doppler de la luz amplificada mediante emisión estimulada de radiación (LASER) que ha sido dispersada por pequeñas partículas suspendidas en el fluido y que se mueven con él.

El fenómeno físico se muestra esquemáticamente en la figura (2.2); la partícula  $i$  situada en la posición  $\mathbf{x}_i(t)$  dispersa el rayo de luz incidente  $\mathbf{l}$ , representado por el vector campo eléctrico  $\mathbf{E}_{0i}$ , convirtiéndose en el vector  $\mathbf{E}_{i}$ . Por razones que comentaremos después, podemos suponer que el rayo incidente es una onda plana, linealmente polarizada en la región del espacio donde la partícula está iluminada.

La frecuencia de la luz incidente es  $\omega_{0i}$ , su dirección de propagación es  $\mathbf{s}_i$  (el símbolo " $\hat{\phantom{x}}$ " denota vector unitario), su número de onda es  $k = 2\pi/\lambda$ , su dirección de polarización lineal es  $\mathbf{p}_i$ , y su intensidad es  $I_{0i}$  ( $\text{W/m}^2$ ).

El vector campo eléctrico se puede representar por la onda compleja:

$$\bar{\mathbf{E}}_{0i} = \sqrt{I_{0i}(\mathbf{x})} e^{i\Phi_{0i}(\mathbf{x})} \hat{\mathbf{p}}_i \quad (2.1)$$

donde  $\Phi_{0i}(\mathbf{x})$  es la fase evaluada en  $\mathbf{x}$  cuya expresión es:

$$\Phi_{0i} = \omega_{0i} t - k\hat{\mathbf{s}}_i \cdot \hat{\mathbf{x}} \quad (2.2)$$

entendiendo que el vector eléctrico físico está dado por la parte real de  $\mathbf{E}_{0i}$ .

---

La partícula dispersa una onda de luz en todas las direcciones, y podemos suponer que un punto de vector de posición  $\mathbf{r}$  está en el campo lejano de la partícula, si la distancia  $r = |\mathbf{r}|$  es mucho mas grande que la longitud de onda de la luz y el diámetro medio de la partícula.

En el campo lejano la luz dispersada es una onda esférica, independientemente de la forma de la partícula, cuyo campo viene dado por (Kerker, 1969):

$$\bar{E}_{li} = \sqrt{I_{0l}(X_i)} \frac{\sigma_{li}}{k|\bar{R}-x_i|} e^{i[\Phi_{0l}(x_i) - k|r-\bar{x}_i|]} \quad (2.3)$$

donde  $\sigma_{li}$  es el coeficiente de dispersión para la partícula  $i$ , que especifica la intensidad, cambio de fase y polarización de la onda dispersada en relación con la onda incidente  $E_{0l}$ .

Podemos simplificar esta ecuación suponiendo que bajo condiciones normales la región iluminada por la onda incidente es muy pequeña ya que la onda ha sido focalizada. Por lo tanto  $|x_i| \ll |r|$ , los vectores  $\mathbf{r} - \mathbf{x}_i$  y  $\mathbf{r}$  son casi paralelos y por geometría  $|\mathbf{r} - \mathbf{x}_i| \approx r - \mathbf{x}_i \cdot \hat{\mathbf{r}}$  en el campo lejano. Entonces:

$$E_{li} = \sqrt{I_{0l}} \frac{\sigma_{li}}{kr} e^{i\Phi_{li}} \quad (2.4)$$

$$\Phi_{li} = \omega_0 t - kr + k\mathbf{x}_i \cdot (\hat{\mathbf{r}} - \hat{\mathbf{S}}_l) \quad (2.5)$$

donde el factor  $\mathbf{x}_i \cdot \hat{\mathbf{r}}$  se debe mantener en la fase, (ec. 2.5), pero puede despreciarse en el denominador del segundo miembro de la ecuación (2.3).

La ecuación (2.4) implica que la onda dispersada es aproximadamente una onda esférica que parte desde el origen ya que  $\mathbf{x}_i$  es pequeño. La fase depende de la posición de la partícula a través del término  $k \mathbf{x}_i \times \mathbf{s}_i$ .

Definiendo la frecuencia instantánea de una señal casi sinusoidal como la derivada de su fase, obtenemos de la ec. (2.5):

$$\dot{\Phi}_{ii} = \omega_{oi} + k\mathbf{v}_i(t) \cdot (\hat{\mathbf{r}} - \hat{\mathbf{s}}_i) \quad (2.6)$$

donde el último término representa el cambio Doppler causado por el movimiento de la partícula, siendo  $\mathbf{v}_i(t) = \dot{\mathbf{x}}_i(t)$  la velocidad de la partícula  $i$ .

La ecuación (2.6) nos da la frecuencia en radianes por segundo. Dividiendo por el factor  $2\pi$ :

$$f_{ii} = \frac{\dot{\Phi}_{ii}}{2\pi} \quad (2.7)$$

$$f_{ii} = f_{oi} + \frac{\mathbf{v}_i \cdot (\hat{\mathbf{r}} - \hat{\mathbf{s}}_i)}{\lambda} \quad (2.8)$$

donde  $f_{oi}$  es la frecuencia del rayo incidente.

El cambio Doppler total es la suma de dos factores, el cambio asociado con la componente de la velocidad de la partícula que se aleja de la onda incidente,  $(-\mathbf{v}_i \cdot \hat{\mathbf{s}}_i)$  y la componente de la velocidad hacia el observador en  $\mathbf{r}$ ,  $\mathbf{v}_i \cdot \hat{\mathbf{r}}$ . Consecuentemente, el cambio Doppler depende linealmente de la componente de la velocidad en la dirección  $(\hat{\mathbf{r}} - \hat{\mathbf{s}}_i)$ . Es decir, depende de la dirección hacia la que se dispersa el rayo incidente y por tanto desde dónde se recoge.

Otro problema que se plantea es que la frecuencia básica de la luz láser, del orden de  $10^{14}$  Hz, es mucho mayor que la frecuencia de respuesta de los fotodetectores disponibles. Aún en el caso de contar con una electrónica adecuada, el cambio Doppler es pequeño, comparativamente, y sería difícil de detectar. Por ejemplo, la frecuencia Doppler producida por un flujo de gas a gran velocidad, 500m/s, es aproximadamente de 200 MHz, y para un flujo convectivo de velocidad 1 mm/s, de 400 Hz.

Esto se evita eliminando el término  $\omega_{o_i}$  de frecuencia total, dejando sólo una señal que oscila en el cambio de frecuencia Doppler. Para ello, se hacen incidir en un punto dos rayos láser con dos direcciones  $s_1$  y  $s_2$ . Las partículas que atraviesan ese punto de incidencia dispersan luz de ambos rayos, resultando en la superficie del receptor un heterodinado óptico. De este modo se puede obtener una señal que oscila en la diferencia de las frecuencias.

Combinando el fenómeno Doppler con la técnica de heterodinado óptico, podemos señalar tres configuraciones para medida de flujos mediante ALD como se muestra en la figura (2.3): sistema de rayo de referencia (reference-beam), sistema de doble haz (dual-beam LDV), y sistema de doble dispersión (dual-scatter LDV).

Aunque las ecuaciones que nos proporcionan las frecuencias son muy similares en los tres sistemas citados, hay diferencias significativas en las señales que producen. La causa principal está en la eficiencia con la cual la luz dispersada es recogida y como se realiza el heterodinado óptico. Sólo el sistema de doble haz es capaz de producir señales intensas utilizando un gran ángulo sólido de recogida de la luz dispersada, y por esta razón es el método más usado en ALD.

### 2.2.3 Configuración de doble haz

Una partícula es iluminada con dos ondas de luz planas  $\mathbf{E}_{01}$  y  $\mathbf{E}_{02}$  propagándose en las direcciones  $\mathbf{s}_1$  y  $\mathbf{s}_2$  respectivamente. Las frecuencias de la luz dispersada en la dirección  $\mathbf{r}$  son:

$$f_{1i} = f_{01} + \frac{v_i \cdot (\hat{\mathbf{r}} - \hat{\mathbf{s}}_1)}{\lambda} \quad (2.9)$$

$$f_{2i} = f_{02} + \frac{v_i \cdot (\hat{\mathbf{r}} - \hat{\mathbf{s}}_2)}{\lambda} \quad (2.10)$$

La diferencia de la frecuencia es:

$$f_{1i} - f_{2i} = f_{0i} + f_{Di} \quad (2.11)$$

donde

$$f_{0i} = f_{01} - f_{02} \quad (2.12)$$

es una frecuencia constante determinada por los rayos incidentes y

$$f_{Di} = \frac{v_i \cdot (\hat{\mathbf{s}}_2 - \hat{\mathbf{s}}_1)}{\lambda} \quad (2.13)$$

es la diferencia entre los cambios Doppler.

---

La diferencia es independiente de la dirección de dispersión  $r$ , por eso la frecuencia del heterodinado es la misma en cada punto del fotodetector e independiente de su colocación.

La ecuación (2.13) se puede escribir de la forma (Edwards et al., 1971):

$$f_{Di} = \frac{\bar{K} \cdot v_i}{2\pi} \quad (2.14)$$

donde

$$\bar{K} = \frac{2\pi (s_2 - s_1)}{\lambda} \quad (2.15)$$

es un vector de onda en la dirección  $(s_2 - s_1)$ .

Llamando  $u_i(t)$  a la componente de  $v_i(t)$  en la dirección  $(s_2 - s_1)$ , tenemos:

$$f_{Di} = \frac{K u_i(t)}{2\pi} \quad (2.16)$$

siendo  $K$ , por geometría

$$|\bar{K}| = K = \frac{4\pi \text{sen}(\theta)}{\lambda} \quad (2.17)$$

Simplificando

$$f_{Di} = \frac{2\text{sen}(\theta) \cdot u_i(t)}{\lambda} \quad (2.18)$$

Por lo tanto,  $f_{Di}$  depende sólo de  $\lambda$ ,  $\theta$  y de la componente de la velocidad  $u_i$ .

Es decir, fijadas las direcciones de incidencia de los rayos y por tanto el ángulo entre ellos ( $2\theta$ ), la frecuencia Doppler obtenida es directamente proporcional a la componente de la velocidad según la normal en el plano de la bisectriz del ángulo que forman los rayos incidentes, como se muestra en la figura (2.4).

Normalmente los rayos incidentes se obtienen desdoblado el rayo láser original de frecuencia  $f_0$ , de tal manera que:

$$f_{01} = f_{02} = f_0 \quad (2.19)$$

Entonces:

$$f_{1i} - f_{2i} = f_{Di} = \frac{2\text{sen}(\theta) \cdot u_i(t)}{\lambda} \quad (2.20)$$

y la frecuencia medida en el fotodetector es directamente proporcional a  $u_i$ .

### 2.2.4 Dimensiones del volumen de medida

Esta configuración permite interpretar de otro modo el efecto producido. El rayo láser original se divide en dos haces, los cuales mediante una lente se hacen converger en un cierto punto. Como los haces tienen un diámetro finito, en dicho punto se forma un cierto volumen con forma de elipsoide (Adrian, 1983).

Las propiedades de coherencia de la luz láser hacen que se formen en el volumen de medida franjas de interferencia constructivas y destructivas, luz y sombra, de anchura:

$$d_f = \frac{\lambda}{2\text{sen}(\theta)} \quad (2.21)$$

Cuando una partícula atraviesa el volumen de medida y cruza las franjas formadas, se producen unas fluctuaciones de intensidad de la luz dispersada, de frecuencia igual a la componente de velocidad normal a las franjas, dividida por el espaciado entre éstas:

$$f_{Di} = \frac{u_i}{d_f} = \frac{2u_i \text{sen}(\theta)}{\lambda} \quad (2.22)$$

Ambos modos de interpretar el fenómeno, el comentado en el apartado 2.2.3 y este último, conducen a la misma relación lineal entre frecuencia y componente de la velocidad. El semiángulo entre los rayos tiene por valor (TSI, 1987):

$$\theta = \arctan\left(\frac{d}{2l_f}\right) \quad (2.23)$$

siendo:  $d =$  distancia entre rayos paralelos  
 $l_f =$  distancia focal de la lente de enfoque

La resolución espacial viene dada por las dimensiones del volumen de medida. Como se puede ver en la figura (2.5), se trata de un elipsoide, con su eje mayor alineado con el eje óptico.

Los bordes del elipsoide se definen como los puntos donde la amplitud de la señal doppler es  $1/e^2$  del valor en la línea central. La relación entre el diámetro del haz antes de pasar por la lente,  $D_{e^{-2}}$ , y el mínimo que se obtiene en el punto de enfoque,  $d_{e^{-2}}$ , viene dada por:

$$d_{e^{-2}} = \frac{4\lambda f}{\pi D_{e^{-2}}} \quad (2.24)$$

La longitud  $l_m$ , el diámetro  $d_m$ , del volumen de medida (ver figura 2.5), así como el número de franjas  $N_f$  presentes en dicho volumen, vienen dados por las siguientes expresiones:

$$l_m = \frac{d_{e^{-2}}}{\text{sen}(\theta)} \quad (2.25)$$

$$d_m = \frac{d_{e^{-2}}}{\text{cos}(\theta)} \quad (2.26)$$

$$N_f = \frac{d_m}{d_f} = \frac{4d}{\pi D_{e^{-2}}} \quad (2.27)$$

Por ser el tamaño de medida inversamente proporcional al diámetro del rayo antes de pasar por la lente, se puede disminuir el volumen de medida aumentando el diámetro del rayo incidente en la lente de enfoque.

Esto se consigue con unos elementos ópticos, llamados expansores de haz, que multiplican el diámetro por una cierta constante. La disminución del volumen de medida además de su propio interés por aumentar la resolución espacial, produce un aumento de la relación señal-ruido. Las magnitudes  $N_f$  y  $D_{e,2}$  son independientes de la longitud de onda del rayo, de manera que no varían con la componente de la velocidad medida.

En nuestro caso, se ha utilizado un expansor de haz con coeficiente de expansión  $E = 2.27$ , una distancia focal  $f = 350$  mm, la distancia entre los rayos paralelos  $d = 22$  mm, diámetro del rayo láser  $D_{e,2} = 1.5$  mm, y por tanto el número de franjas es  $N_f = 18$ .

Con estos datos estamos en condiciones de calcular el resto de las magnitudes para el rayo verde utilizado para medidas de la componente axial de la velocidad, lo que se muestra en la tabla (2.1).

$\lambda$	514.5 nm
$d_f$	3.62 $\mu$ m
$d_{e,2}$	0.067 mm
$d_m$	0.068 mm
$l_m$	0.95 mm
$V_m$	0.0022 mm <sup>3</sup>

**Tabla 2.1** Relación de los parámetros del rayo verde

---

### 2.2.5 El problema de la ambigüedad en el signo de la velocidad

La interpretación del efecto Doppler mediante las franjas de interferencia que se forman en el volumen de medida al hacer incidir dos rayos de la misma frecuencia, plantea una dificultad a la hora de discernir el sentido de la velocidad obtenida. En este caso, un cambio de signo en  $u_x$ , simplemente corresponde a un cambio de fase de  $180^\circ$  en la señal sinusoidal del heterodinado, señal que es difícil de detectar electrónicamente, en particular cuando la señal está contaminada por ruido.

Si el sentido de la velocidad es conocido, esta ambigüedad es fácilmente superable por la consideración global del flujo, pero en otros muchos casos, la componente de la velocidad que se mide puede anularse o incluso cambiar de signo, por lo que es necesario aplicar técnicas de discriminación. Las más utilizadas consisten en modificar la frecuencia de uno o ambos rayos, consiguiendo que en el volumen de medida los rayos incidan con frecuencias diferentes. Esto produce que las franjas de interferencia se desplacen en un sentido con velocidad (Viedma, 1988):

$$v_f = d_f f_s = \frac{\lambda f_s}{2 \sin(\theta)} \quad (2.28)$$

La frecuencia medida al pasar una partícula por el volumen de medida será mayor o menor que  $f_s$  según tenga la componente de la velocidad un sentido opuesto o igual respectivamente al de desplazamiento de las franjas. La componente transversal de la velocidad de la partícula, positiva o negativa, se obtendrá entonces por diferencia entre la velocidad medida y la velocidad de desplazamiento de las franjas.

Los modos de realizar este incremento en la frecuencia de los rayos láser son muy diversos. Los más utilizados son el disco rotatorio de difracción y la célula óptico-acústica de Bragg.

En el primer caso el haz se hace incidir sobre un disco que gira movido por un motor (Drain, 1980; Mazunder, 1970). El rayo atraviesa una serie de líneas radiales que lo difractan haciéndolo cambiar de dirección y frecuencia.

La célula de Bragg consiste en hacer pasar el rayo por un cristal que vibra con una señal acústica de unos 40MHz. Parte de la señal se difracta en su interior, cambiando de dirección y frecuencia (Drain, 1980; Viedma, 1988).

El método que hemos escogido para este trabajo es el de célula de Bragg. El sentido en el que se establece el movimiento de las franjas, el mismo o con signo contrario que el flujo principal, y la magnitud del cambio de frecuencia efectuado, dependen de las características particulares del flujo. En nuestro caso, es necesario detectar velocidades de signo contrario al flujo medio que pudieran deberse a la formación de anillos de torbellinos.

Seleccionamos el sentido de desplazamiento de las franjas contrario al flujo principal, de modo que la relación entre la frecuencia Doppler producida, la velocidad de la partícula y el cambio efectivo de la señal será:

$$f_d = \frac{v}{d_f} + f_s \quad (2.29)$$

$$v = d_f (f_d - f_s) \quad (2.30)$$

El flujo invertido producirá, por tanto, una señal de frecuencia Doppler  $f_d < f_s$ .

### **2.2.6 Detección de la luz dispersada**

La luz dispersada se recoge mediante elementos ópticos y electro-ópticos, y es convertida en señal eléctrica que se procesa para extraer la información contenida en ella, es decir, la componente de velocidad de la partícula y por ello la del fluido que la lleva, en la dirección establecida por la normal en el plano de la bisectriz de los rayos incidentes.

Las partículas dispersan luz en todas las direcciones, pero con mayor intensidad en el mismo sentido del rayo luminoso (Kerker, 1969). Por esto la mejor posición de la óptica de detección de la luz será enfrentada a la de emisión, que se denomina dispersión hacia adelante (forward scatter).

Si las condiciones de intensidad del rayo láser y de dispersión de las partículas lo permiten, también se puede situar la óptica de recepción integrada con la de emisión, en una configuración que se denomina dispersión hacia atrás o retrodispersión (back scatter). Ambas configuraciones están representadas esquemáticamente en la figura (2.6).

En nuestro caso, debido fundamentalmente a la disposición del experimento, se ha escogido como óptica de recepción la configuración en retrodispersión, para la medida de la componente axial de la velocidad. En el caso de realizar medidas simultáneas de componente axial y radial de la velocidad, se utilizaría dispersión hacia atrás para el rayo verde, y dispersión hacia adelante para el rayo azul.

### **2.2.7 Funcionamiento del contador de períodos**

Para el estudio experimental de la capa de mezcla de un flujo de estas características, es necesario obtener y procesar gran cantidad de datos de velocidad.

De esta manera se pueden aplicar métodos estadísticos y de análisis de señales y asegurar la fiabilidad de los resultados que nos proporcionan la información deseada sobre la estructura del flujo.

El procesador escogido ha sido un contador de períodos, el cual genera un dato de velocidad cada vez que una partícula pasa por el volumen de medida en condiciones adecuadas para ser detectada. Por tanto la detección de las partículas obedece a un fenómeno aleatorio que sigue una ley tipo Poisson (Erdmann y Tropea, 1982; Johnson et al., 1984).

La señal adopta la forma de brotes esporádicos, que contienen cada uno los ciclos correspondientes al paso de una partícula por el volumen de medida, como se puede observar en la figura (2.7). El modo de funcionamiento no es único, aunque siempre realiza la medida del tiempo correspondiente a N ciclos producidos por el paso de una partícula por un número constante de franjas de interferencia. El número N de ciclos es constante o variable dependiendo del modo de funcionamiento del contador. El modo de funcionamiento no debe afectar, en principio, a la medida de la velocidad, pero sí tiene importancia en la estadística utilizada para procesar los datos. El modo de funcionamiento influye, también, en la capacidad de detección de errores debidos al ruido de la señal. Los diferentes modos de funcionamiento del contador de períodos son (Figura 2.7):

1) **Modo continuo**: la medida se realiza sobre un número N de ciclos constante y fijado externamente en el contador. La comparación entre el período correspondiente a N y N/2 ciclos permite rechazar los datos que presenten una diferencia superior a un cierto porcentaje que también se fija manualmente en el contador. En el caso de que la partícula genere un número mucho mayor de ciclos, puede ocurrir que se realicen varias medidas durante el paso de la partícula.

2) **Modo de una medida por brote:** es una variante del modo anterior, pero en este caso sólo se permite realizar una medida por partícula aunque hubiera una cantidad de ciclos suficientes como para realizar varias medidas. El método de comparación también es igual.

3) **Modo N total:** se mide el número total de ciclos de cada brote, siempre que exceda del mínimo seleccionado por el contador. No es posible realizar la comparación, pues el número de ciclos no se conoce de antemano y no hay forma de evitar la medida de datos falseados por el ruido, o por haber más de una partícula simultáneamente en el volumen de medida.

En el caso de utilizar la célula de Bragg, para detectar velocidades de signo contrario al flujo medio, la magnitud de  $f_s$  viene impuesta por la necesidad de que las partículas realicen un número mínimo de ciclos para ser medidas. Suponiendo que las partículas con velocidad total "v" pasasen por el centro del volumen de medida de anchura  $d_m$ , el número de ciclos será (Tropea, 1986):

$$N = \frac{d_m}{|v|} \cdot \left( \frac{u}{d_f} + f_s \right) \quad (2.31)$$

Para que se produzca, al menos, el mismo número de ciclos que si no hubiese desplazamiento de las franjas,  $f_s$  debe tener un valor doble de la frecuencia correspondiente a la máxima velocidad negativa que se puede esperar (TSI, 1986). Es decir, fijamos como frecuencia correspondiente a la velocidad cero, la frecuencia de la célula de Bragg. Por otro lado, para que la medida se realice con precisión y el circuito electrónico de mezclado funcione adecuadamente es importante que la frecuencia efectiva de cambio sea del mismo orden que la debida a la velocidad y a las fluctuaciones de ésta, por lo que un valor excesivo no es adecuado.

La información digital que nos proporciona el contador, resultado del paso de una partícula por el volumen de medida de forma aleatoria, ha de ser enviada a un ordenador, que la recoge y almacena para ser posteriormente analizada.

Debido a esta aleatoriedad, ha de ser el contador quien gobierne el proceso de transmisión al ordenador. Por otro lado, para obtener la máxima resolución temporal interesa adquirir y conservar todos los datos generados. Como el tiempo entre datos no es regular, aunque el intervalo medio sea grande, el tiempo mínimo entre datos sucesivos puede ser muy pequeño y por tanto la rapidez necesaria en la transmisión mucho mayor.

Se pueden distinguir tres modos de realizar la transmisión de los datos al ordenador desde el contador:

1. Adquisición mediante tarjetas de transmisión en paralelo:

El ordenador controla la transmisión y adquiere el primer dato que aparece después de un intervalo fijado por él y durante el que guarda en memoria el dato anterior. Los datos que se produzcan en estos tiempos muertos no son adquiridos.

2. Adquisición mediante buffer intermedio:

Los datos se van almacenando en un buffer intermedio según se van produciendo. Desde aquí se envían al ordenador simultáneamente, por paquetes o con posterioridad a la adquisición.

3. Adquisición mediante tarjetas de acceso directo a memoria (DMA):

Estas tarjetas, una vez empezada la toma de datos, llevan el control total de la operación sustituyendo a la CPU del ordenador y al sistema operativo. En la tarjeta se guarda la dirección de memoria a partir de la cual se quieren almacenar los datos y el número de éstos. Este método

permite realizar la adquisición de los datos con tal rapidez que todos los datos generados por el contador son aprovechables y la respuesta en frecuencia del sistema optimizada.

### **2.3 Descripción del equipo de A.L.D. utilizado**

El equipo de anemometría que se ha empleado ha sido desarrollado en el Laboratorio de Mecánica de Fluidos de la E.T.S.I.A. de Madrid, en parte utilizando un equipo comercial y en parte diseñando y construyendo los elementos de la cadena de medida según las necesidades específicas. En este trabajo se ha medido únicamente la componente axial de la velocidad mediante anemometría Láser-Doppler, ya que sólo se disponía de un fotomultiplicador para la recepción de la luz dispersada. Este hecho no es una limitación importante, ya que las medidas cuantitativas realizadas con ALD se han efectuado en los casos de flujo con y sin efectos de flotabilidad, pero sin perturbaciones impuestas exteriormente. En este caso, *los parámetros más significativos para la descripción del flujo se obtienen con datos de la componente axial de la velocidad en cada punto, tal y como se detalla en el Capítulo 4.*

En la figura (2.8) se puede ver un esquema de los elementos que forman la cadena de medida y que se detallan en el siguiente apartado.

#### **2.3.1 Fuente de luz láser, óptica de emisión y óptica de recepción**

##### **a) Fuente de luz láser**

Como fuente de luz monocromática, coherente y polarizada se ha utilizado un láser Ar-Ion Coherent Innova 70-4, que opera en la banda de 457.9-528.7

nm, con 4 vatios de potencia máxima en el modo multilínea. Este láser necesita refrigeración por agua, con un flujo mínimo de 8.5 litros/minuto y una presión entre 1.41 y 4.23 Kg/cm<sup>2</sup>.

El diámetro del rayo y su divergencia, medidos a la salida y operando a 514.5 nm, son de 1.5 mm y 0.5 mrad respectivamente. Se le puede hacer funcionar en el modo "single-line" operando a 514.5 nm (raya más potente, color verde) o a 488 nm (color azul). Dispone también de una salida que proporciona una señal de voltaje entre 0 y 5 voltios proporcional en todo momento a la potencia a la cual está trabajando el láser.

#### **b) Óptica de emisión**

La óptica de emisión, al igual que la fuente de luz láser, va montada sobre un banco óptico rígido y fijo al suelo, que mantiene el alineamiento de los distintos elementos. Sus componentes son:

- **Colimador TSI 9108:** instalado en la propia salida del láser, disminuye la divergencia del rayo y mejora la resolución espacial y la relación señal-ruido de la medida.
  
- **Separador de colores TSI 9136:** consta de un prisma de dispersión, espejos, un polarizador, un atenuador y una tapa protectora opaca para conseguir que todo el conjunto forme un único elemento no accesible. El rayo que sale del láser tiene polarización vertical que es modificada, pues para el funcionamiento óptimo del prisma de dispersión se necesita polarización horizontal. El polarizador y el atenuador garantizan que esto ocurra, además de controlar la intensidad del rayo. El rayo multilínea de un láser Ar-Ion se separa mediante el uso de dos prismas de dispersión (tipo Angulo de Brewster) de alta

eficiencia. Así se consiguen separar las rayas más potentes de 514.5 nm (color verde).

■ **Polarizador TSI 9102-12:** se trata de un polarizador para el rayo verde que se ajusta hasta conseguir que la polarización sea horizontal.

■ **Divisor de haz TSI 9115:** este elemento divide el rayo incidente en dos rayos paralelos separados 25 mm del eje óptico cada uno. Para operar en el modo de doble haz, la intensidad se divide al 50%.

■ **Célula de Bragg TSI 9182-12:** este módulo tiene en su interior un cristal que vibra excitado por una fuente de alimentación TSI 9186A, y difracta el rayo que lo atraviesa modificando su frecuencia en 40 MHz. Se genera así un movimiento de las franjas formadas en el volumen de medida que permite distinguir el sentido de la velocidad medida, evitando su ambigüedad.

■ **Separador de rayos TSI 9113-22:** este elemento consta de dos prismas romboidales fijos que reducen el espaciado de 50mm de los rayos a 22mm. Se utiliza antes del expansor de haz.

■ **Expansor de haz TSI 9188A:** su utilización, junto con el desplazador de rayos, no es imprescindible. Su función consiste en dilatar el rayo aumentando su diámetro para conseguir disminuir el tamaño del volumen de medida, que es inversamente proporcional al diámetro de los rayos antes de la lente de enfoque. En nuestro caso el diámetro se expande en un factor de 2.27. Las modificaciones teóricas que resultan son:

- Disminución de la longitud del volumen de medida en un factor de 5.
- Disminución del diámetro del volumen de medida en un factor de 2.27.
- Mejora de la relación señal/ruido en un factor de 5.

■ **Selector de rayo TSI 9181:** mediante este elemento se selecciona el rayo difractado más intenso de todos los que genera la Célula de Bragg, los demás son interrumpidos.

■ **Lente de enfoque TSI 9167-350:** se trata de una lente convergente de 350 mm de distancia focal (349.2 mm reales) que enfoca y hace cruzarse los dos rayos en el punto de medida.

### c) **Optica de recepción**

El sistema escogido para la medida de la componente axial de la velocidad, como ya se ha comentado, ha sido el de fotomultiplicador operando en retrodispersión (back scatter). El diseño y los detalles de los elementos que forman el sistema de óptica de recepción, así como su puesta a punto se pueden encontrar en Viedma (1988).

## 2.3.2 **Acondicionamiento y procesado de la señal**

### a) **Acondicionamiento de la señal**

La señal obtenida a la salida del fotomultiplicador no puede ser directamente tratada en el procesador para determinar su frecuencia. Es necesario hacerla pasar por elementos acondicionadores que la amplifiquen y filtren para permitir su medida. Estos elementos son:

- **Impedancia de carga TSI 10098:** este elemento se añade a la salida del fotomultiplicador con objeto de dotarle de una impedancia de carga adecuada

a través de un filtro RC con una resistencia de  $50 \Omega$  y un condensador de 50 F, para filtrar el nivel de continua y las bajas frecuencias.

- **Mezclador:** el elemento TSI 9186A además de servir para producir la vibración del cristal de la Célula de Bragg, tiene incluido un mezclador para reducir la frecuencia base de 40 MHz sobre la que la verdadera frecuencia Doppler, debida a la velocidad, es muy pequeña y difícil de detectar. Esta frecuencia base se disminuye hasta fijarla a un valor del orden de la Doppler para permitir así la determinación de la misma. Para ello se dispone de un selector de frecuencias con un rango desde 2KHz hasta 10 MHz.
- **Preamplificador:** debido a que a veces el sembrado no produce una intensidad de luz suficiente, y a que el voltaje de alimentación no debe exceder de unos márgenes de seguridad para evitar que la intensidad de salida del ánodo sea excesiva y se dañe, es necesario introducir un preamplificador antes del contador. El preamplificador utilizado es el TSI 10099, que tiene una ganancia de 5 y una impedancia de salida de  $50\Omega$ . El ancho de banda es de 1 KHz a 200 MHz. Necesita una alimentación de +15 VDC, que se encuentra disponible en el propio contador.

#### **b) Procesado de la señal**

El procesador utilizado para analizar la señal eléctrica producida en el fotomultiplicador y acondicionada por los elementos antes mencionados es de tipo contador de períodos, modelo TSI 1980B. En este elemento se dispone de un módulo de filtrado y amplificación que elimina de la señal las altas frecuencias introducidas por el ruido y las bajas frecuencias o pedestal procedentes de la distribución gaussiana de la intensidad luminosa de los haces láser.

La señal eléctrica resulta simétrica respecto al cero tras el filtrado. Cuando se supera cierto umbral de disparo, los pasos por cero son convertidos en una onda cuadrada en la que se mide el tiempo de un cierto número de ciclos con un reloj de 2 ns de pulso. El número de ciclos puede fijarse constante o ser el total de los producidos por cada partícula. El número de ciclos medidos junto con el tiempo de los mismos son la información que proporciona el contador, y que permite obtener el período de la señal.

Con este período podremos conocer la frecuencia y, a través de la constante de proporcionalidad que la óptica de emisión establece, la velocidad. El contador posee, además, un módulo que proporciona una salida analógica proporcional al tiempo para un número de ciclos fijo, o bien, a la frecuencia Doppler.

### **2.3.3 Sistema de adquisición de datos**

Para realizar la comunicación entre el contador y el ordenador se utilizan dos elementos especiales adaptados a este fin, el módulo TSI 1998A, situado en el contador de períodos y la tarjeta de acceso directo a memoria TSI 6260 (compatible IBM). El módulo envía la información obtenida de cada dato en forma de tres palabras de 16 bits. La figura (2.9) representa el contenido de las tres palabras que el contador envía al ordenador cada vez. La primera palabra contiene el número de ciclos medidos, dos bits de identificación del contador en el caso de que estemos midiendo varias componentes y tengamos más de un contador (P), y dos banderas que indican si en la medida de dos componentes se exige simultaneidad o no (coincidencia C), y si es el primer dato transmitido tras una señal de sincronización externa (S). La segunda palabra lleva, en forma de una mantisa de 12 bits y un exponente de 4 bits, el tiempo de duración de los N ciclos medidos por el contador.

Con estas dos palabras ya se podría obtener la velocidad de la partícula, pero se puede añadir una tercera que da también, en forma de mantisa y exponente, el tiempo transcurrido desde el último dato.

La unidad de base de tiempos es  $2^{NBT} \mu s$  ( $0 < NBT < 15$ ), con el exponente seleccionable manualmente en el contador, y la resolución es por tanto  $1/4096$ . La frecuencia Doppler que toda esta información lleva codificada se puede obtener por la siguiente expresión:

$$f_d = \frac{N \cdot 10^9}{T_m \cdot 2^{ETN-2}} \quad (2.32)$$

donde:  $T_m$  = Mantisa del tiempo para N ciclos  
 $ETN$  = Exponente del tiempo para N ciclos

La tarjeta de acceso directo a memoria está conectada al módulo TSI 1998A por un haz de 25 pares de cables, que incluyen 16 líneas de datos y las señales de control y protocolo de transmisión. La capacidad de transmisión es de 500.000 palabras/s como máximo. El ordenador utilizado es un TULIP AT-386 con un procesador 80386 a 25 MHz, con sistema operativo MS-DOS, versión 4.01.

El diagrama de bloques del programa que se utiliza para la adquisición de datos se muestra en la figura (2.10). Incluye unas subrutinas Assembler facilitadas por firmas comerciales, dentro del programa principal escrito en el lenguaje Fortran, que inicializan la tarjeta y arrancan la adquisición de datos. Una vez que la toma de datos ha finalizado, mediante otra subrutina Assembler las palabras originales se convierten en datos de tiempo y velocidad, que se guardan en un fichero. Se incluye como subrutina en Fortran, la posibilidad de presentar en pantalla para cada adquisición, la distribución de probabilidad de la velocidad medida y así evaluar en el momento la calidad de la misma.

## 2.4 Equipo de visualización

Como complemento al cálculo cuantitativo de la velocidad mediante ALD, es conveniente utilizar algún tipo de técnica que permita visualizar, directa o indirectamente, la estructura del flujo en estudio. Estos métodos siempre han desempeñado un papel importante en la comprensión de problemas fluidomecánicos, ya que es posible observar el campo fluido sin interferencias físicas con el mismo (Merzkirch, 1987).

Aunque la clasificación de las técnicas de visualización se puede realizar de diferentes formas, resulta interesante la que establece como base el tipo de señal a detectar. En función de este criterio encontramos cuatro categorías (Da Riva et al., 1987) ordenadas de menor a mayor longitud de onda:

### a) Métodos acústicos

El estudio de flujos mediante técnicas acústicas se basa en el empleo de ultrasonidos, aunque actualmente estas aplicaciones son muy pocas, excepto en hidráulica para medidores de caudal (Vreeburg et al., 1985; Mattingly, 1983; Wendt, 1974).

### b) Técnicas de infrarrojos

Esta técnica está basada en la transferencia de energía térmica de un objeto a un detector, en forma de radiación. No es muy utilizada, ya que los flujos gaseosos, excepto experimentos en cámaras de combustión, quemadores, motores, etc., resultan ser transparentes a este tipo de radiación (Settles, 1986).

**c) Métodos visibles**

El conjunto de métodos visibles ha sido el más desarrollado en la dinámica de fluidos experimental, tanto para verificar principios físicos o hipótesis, como para proporcionar información de flujos muy complejos (Merzkirch, 1987b). Los más utilizados son (Lauterborn y Vogel, 1984; Settles, 1986):

- Métodos de inyección
- Velocimetría Láser-Doppler
- Detección de índices de refracción
- Dispersión de luz
- Holografía

Cada uno de estos métodos está indicado para unos objetivos de visualización distintos. En la tabla (2.2) se puede encontrar un esquema con las aplicaciones más comunes de cada uno de ellos.

**d) Métodos de ionización**

Estos métodos se basan en el uso de rayos-gamma y rayos-X con el fin de obtener información acerca de la estructura interna de volúmenes materiales que sean opacos o estén rodeados por superficies opacas. Su aplicación en mecánica de fluidos es poco frecuente. Se utilizan más en los campos de la medicina y de la inspección de procesos industriales.

Método	Objetivo
Inyección	Regiones fluidas y límites de regiones fluidas
ALD	Medida puntual de velocidad
Índice de refracción	Campos de temperatura y concentración
Dispersión de luz	Campos de temperatura, concentración y densidad
Holografía	Representación tridimensional del flujo

**Tabla 2.2** Visualización de flujos mediante técnicas ópticas visibles.

#### 2.4.1 Selección de la técnica adecuada

En nuestro trabajo se utiliza la técnica de visualización como complemento y apoyo a las medidas cuantitativas con anemometría Láser-Doppler, y para el estudio del flujo perturbado. En este sentido, parece lógico el uso de uno de los métodos visibles, tanto para la selección de casos de interés, como para explicar resultados obtenidos de datos de velocidad.

Dentro de los métodos visibles se ha seleccionado el de Inyección que es capaz de proporcionar mapas del campo de velocidad y visualizar con gran claridad estructuras complejas como torbellinos, regiones de separación, etc. (Estévez y Martínez-Val, 1986; Utami y Ueno, 1984). El fundamento de esta técnica reside en que el movimiento del fluido se deduce del movimiento de partículas extrañas añadidas al mismo, que se hacen visibles mediante planos de luz procedentes de una fuente de luz láser (Alvarez y Martínez-Val, 1986). Este ha sido otro de los motivos

en que nos hemos basado para la utilización de esta técnica, ya que se necesitan las mismas herramientas de trabajo que para las medidas cuantitativas, iluminar con luz láser e introducir partículas en el fluido.

En el caso de flujos con simetría de revolución o axilsimétricos, como es el nuestro, es suficiente iluminar un plano diametral para tener información de lo que ocurre en el resto del flujo, por la simetría del mismo.

Las partículas que se utilizan, tanto para la visualización como para medidas con ALD en el chorro primario, se consiguen con la reacción que se establece al mezclar tetracloruro de titanio con aire cargado de humedad. Esta reacción fué utilizada por primera vez por Moss (1980).

El tetracloruro de titanio ( $\text{Cl}_4\text{Ti}$ ) es un líquido de relativamente baja presión de vapor, que tiene un aspecto acuoso y es altamente reactivo con el agua. Sus vapores al mezclarse con gas seco resultan invisibles. Si en el gas existe una pequeña humedad, o se añade posteriormente, el tetracloruro de titanio reacciona inmediatamente según el esquema:



El dióxido de titanio ( $\text{TiO}_2$ ) es un sólido de elevado índice de refracción y de color intensamente blanco. Las moléculas producidas en la reacción se aglomeran para formar partículas esféricas en el rango de 0.2 a 1  $\mu\text{m}$ , con una pequeña fracción en el rango de 2 a 3  $\mu\text{m}$  (Roquemore et al., 1986). Invisibles al ojo humano, forman una espesa niebla que se difunde muy lentamente en el aire. El tamaño de las partículas es lo suficientemente pequeño para que la velocidad de sedimentación resulte baja y por lo tanto en ausencia de campos electromagnéticos se obtenga un aerosol duradero.

Para la visualización de la capa de mezcla entre el flujo primario y el flujo exterior, el método de inyección es el siguiente:

- En el caso del flujo homogéneo, si sustituimos el flujo primario por Nitrógeno, con tetracloruro de titanio disuelto y mantenemos aire húmedo en el flujo exterior, en la interfase entre ambos flujos se producirán partículas de dióxido de titanio. De esta manera sólo visualizamos la interfase, y por tanto los torbellinos y estructuras coherentes que en ella se forman y que es lo que nos interesa conocer (Lasheras, Lecuona y Rodriguez, 1990, 1991; Cuerno, Viedma, Lecuona y Rodriguez, 1990).
- En el estudio de la capa de mezcla en flujos con efectos de flotabilidad, el chorro primario está constituido por una mezcla de Helio y Nitrógeno. Igual que en el caso anterior, el Nitrógeno se utiliza para el arrastre del tetracloruro de titanio que nos proporciona las partículas que se van a visualizar.

#### **2.4.2 Descripción del equipo utilizado**

A continuación se describen las características técnicas del equipo utilizado en la toma de imágenes, tanto para el flujo homogéneo, como para el flujo con efectos de flotabilidad. En la figura (2.11) se muestra un esquema de la cadena de visualización utilizada en los ensayos.

La fuente de luz láser es la misma que se ha utilizado para las medidas cuantitativas con ALD, comentada en el apartado 2.3.1. En este caso, se desvía el rayo de luz por medio de unos espejos y se le hace pasar por una lente cilíndrica formándose un plano de luz láser que atraviesa el flujo por un plano de simetría. La luz dispersada por las partículas de dióxido de titanio en el plano de iluminación es recogida por una cámara CCD BCE-1020, que opera como una cámara de televisión

en blanco y negro, con una resolución de 310 líneas horizontales y 420 líneas verticales.

Las imágenes se graban mediante un equipo de vídeo AKAI VS-X9EGN VHS multinorma (PAL, Secam, NTSC, Mesecam), que trabaja a 25 imágenes por segundo. Estas imágenes se pueden observar al mismo tiempo en un monitor de vídeo a color SONY Trinitron PVM-2130QM.

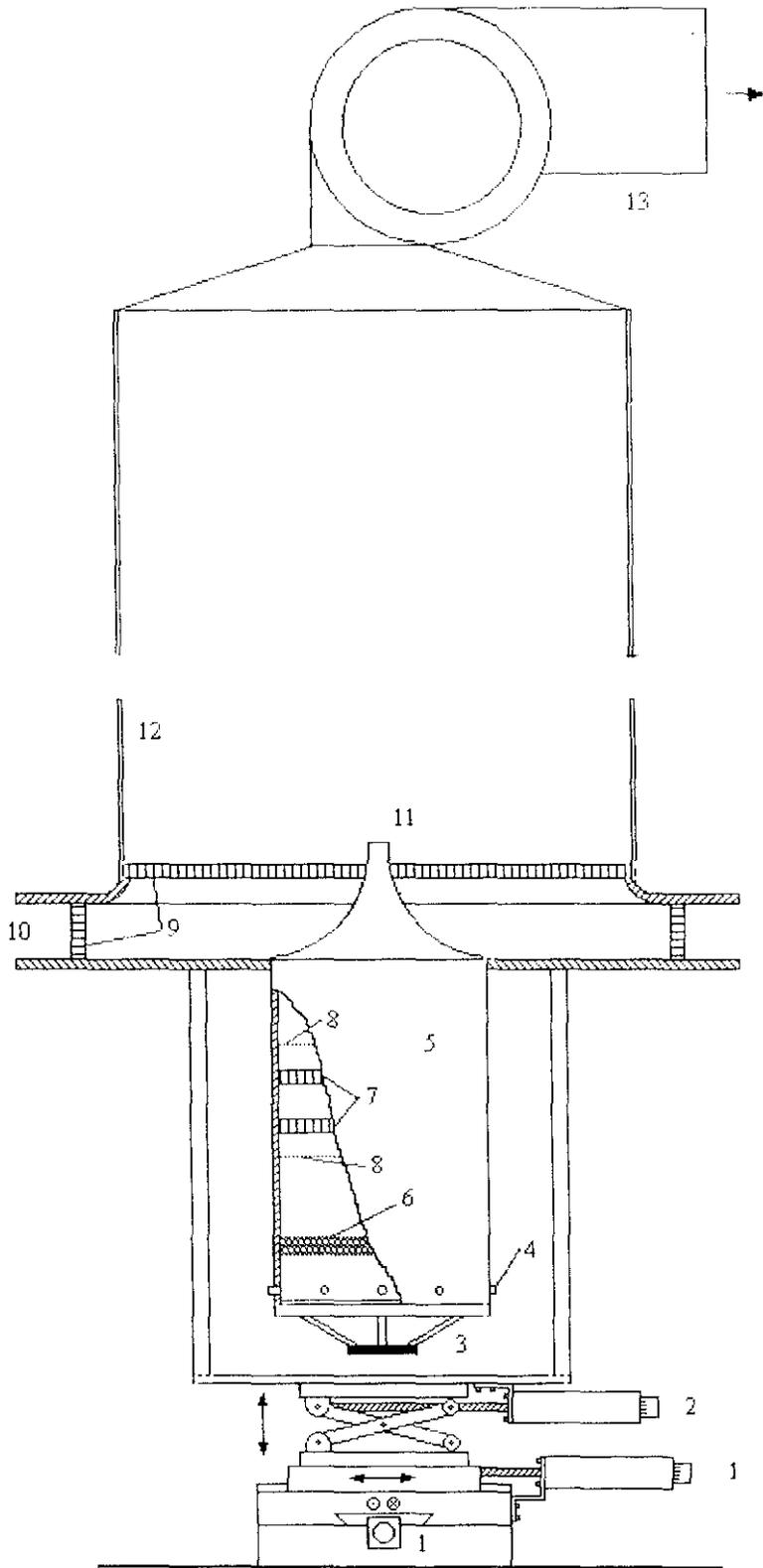
Para visualizar el comportamiento del flujo cuando está perturbado axialmente a una determinada frecuencia, el haz láser original se deflecha por un modulador optoacústico AA MTS 1200-16 & 80-B4605, que trabaja en la banda de longitudes de onda 488nm-515nm. De esta manera, se consigue congelar la imagen en cada momento de la fase de la señal excitadora y comprender cómo afecta la perturbación a la topología del flujo, lo que resulta prácticamente imposible si se mantiene la iluminación continua. El modulador es alimentado con una señal TTL de 1ms de anchura y retardo variable, mediante un generador de pulsos que se encuentra en fase con la excitación sinusoidal.

Se ha seguido el mismo procedimiento y utilizado el mismo equipo para los ensayos de visualización en flujo con efectos de flotabilidad.

De cada una de las grabaciones efectuadas, se han seleccionado las imágenes que aportan mayor información sobre el flujo, y mediante una tarjeta digitalizadora, se han grabado en unos archivos de imagen (extensión .TIF), imprimiendo las imágenes posteriormente.

## **Apéndice A.**

FIGURAS DEL CAPITULO 2



- 1 Motor paso a paso para el movimiento horizontal
- 2 Motor paso a paso para el movimiento vertical
- 3 Altavoz
- 4 Entradas del flujo primario
- 5 Cámara de remanso del flujo primario
- 6 Enderezador de corriente
- 7 Rejilla tipo 'panal de abeja' (honeycomb)
- 8 Rejilla metálica
- 9 Rejilla tipo 'panal de abeja' (honeycomb)
- 10 Entrada del flujo secundario al túnel aerodinámico
- 11 Tobera de salida del flujo primario
- 12 Túnel aerodinámico
- 13 Extractor

Figura 2.1 Esquema de la instalación.

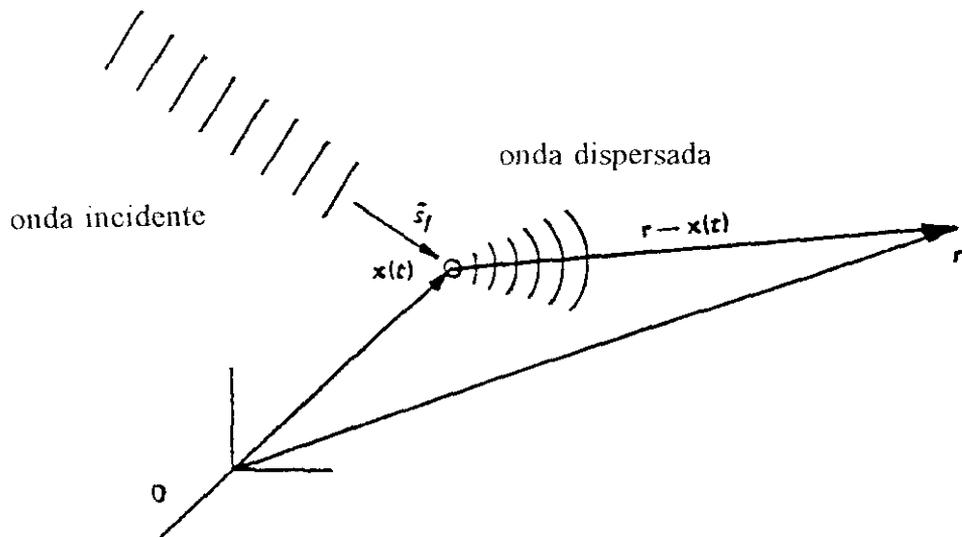
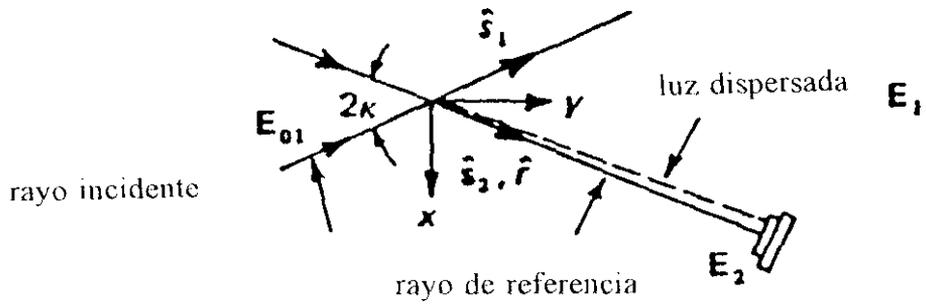
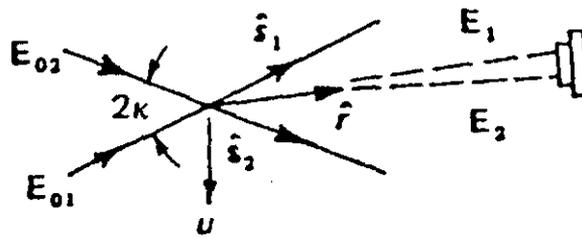


Figura 2.2 Luz dispersada por una partícula en movimiento.

rayo de referencia



doble rayo



doble dispersión

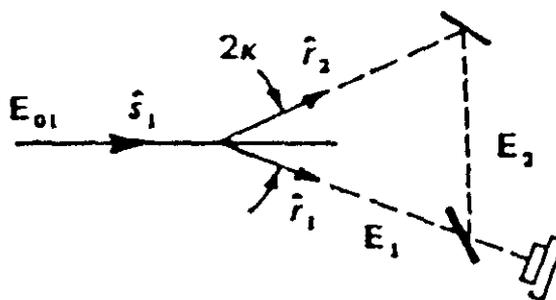


Figura 2.3 Distintas configuraciones para medidas de velocidad mediante ALD.

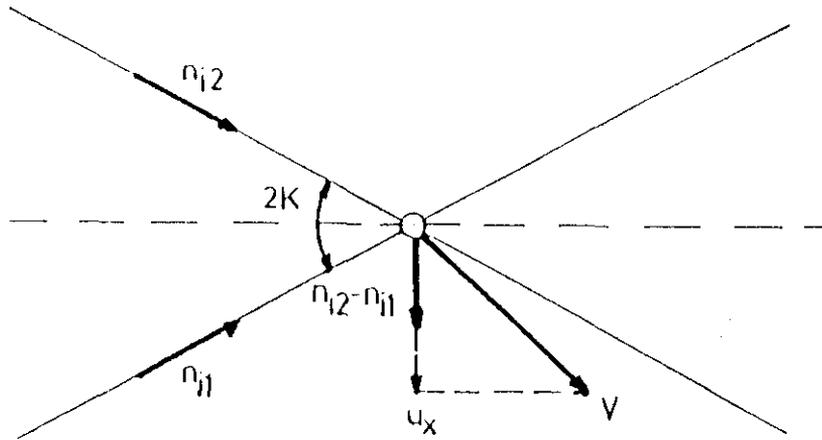


Figura 2.4 Efecto Doppler con dos rayos incidentes.

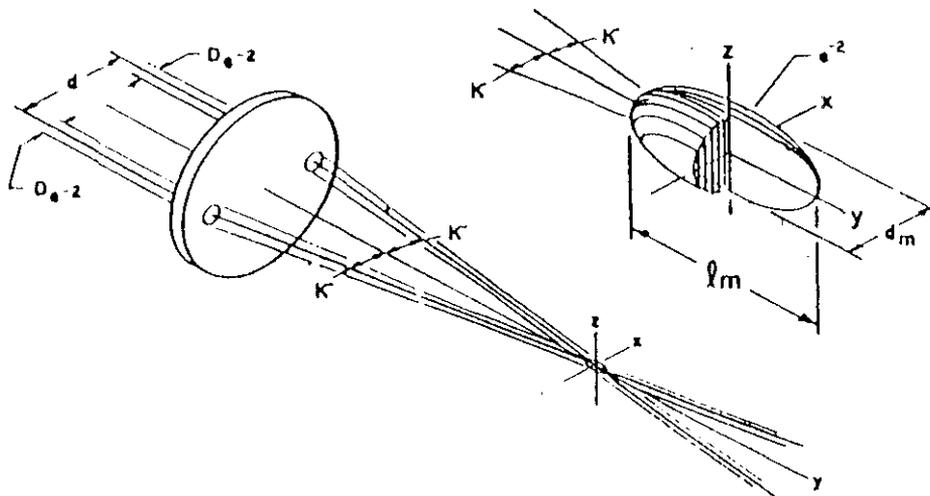
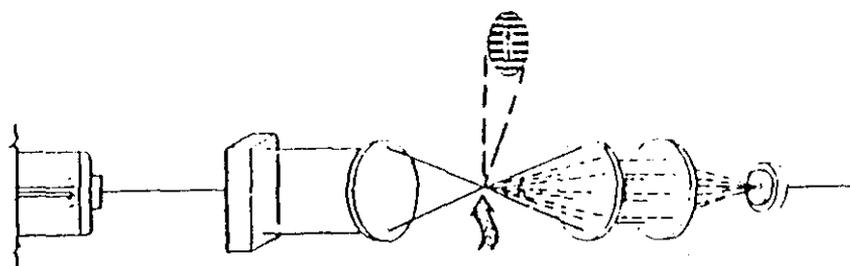
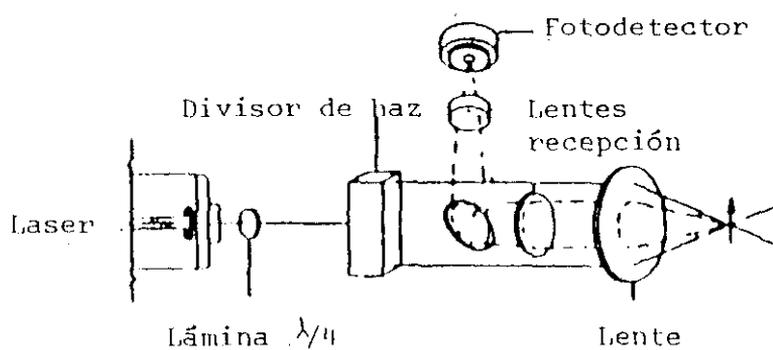


Figura 2.5 Volumen de medida, forma y dimensiones.



Configuración óptica de dispersión hacia adelante (forward scatter).



Configuración óptica de dispersión hacia atrás (back scatter).

Figura 2.6 Distintas configuraciones para la recogida de la luz dispersada.

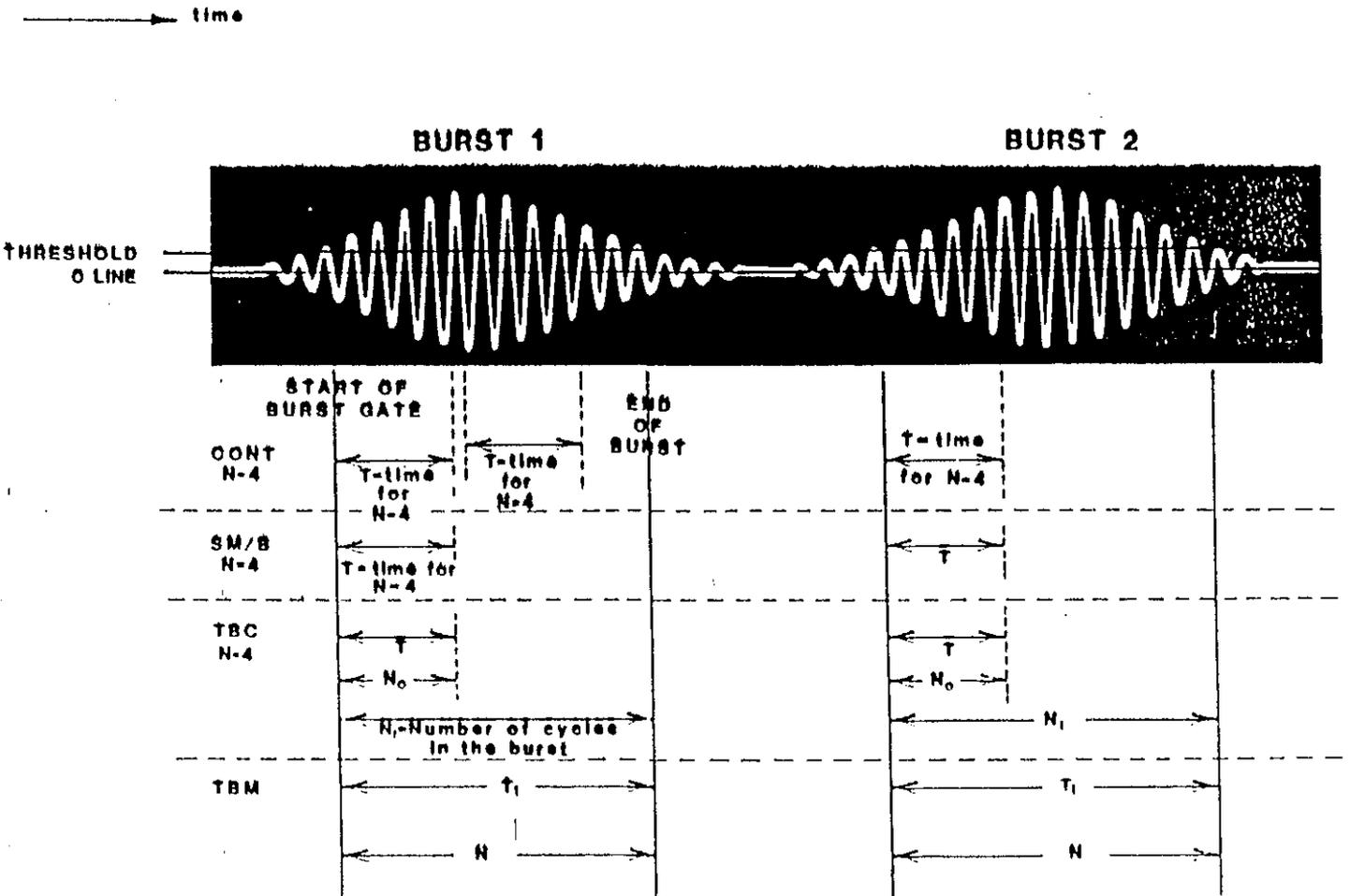
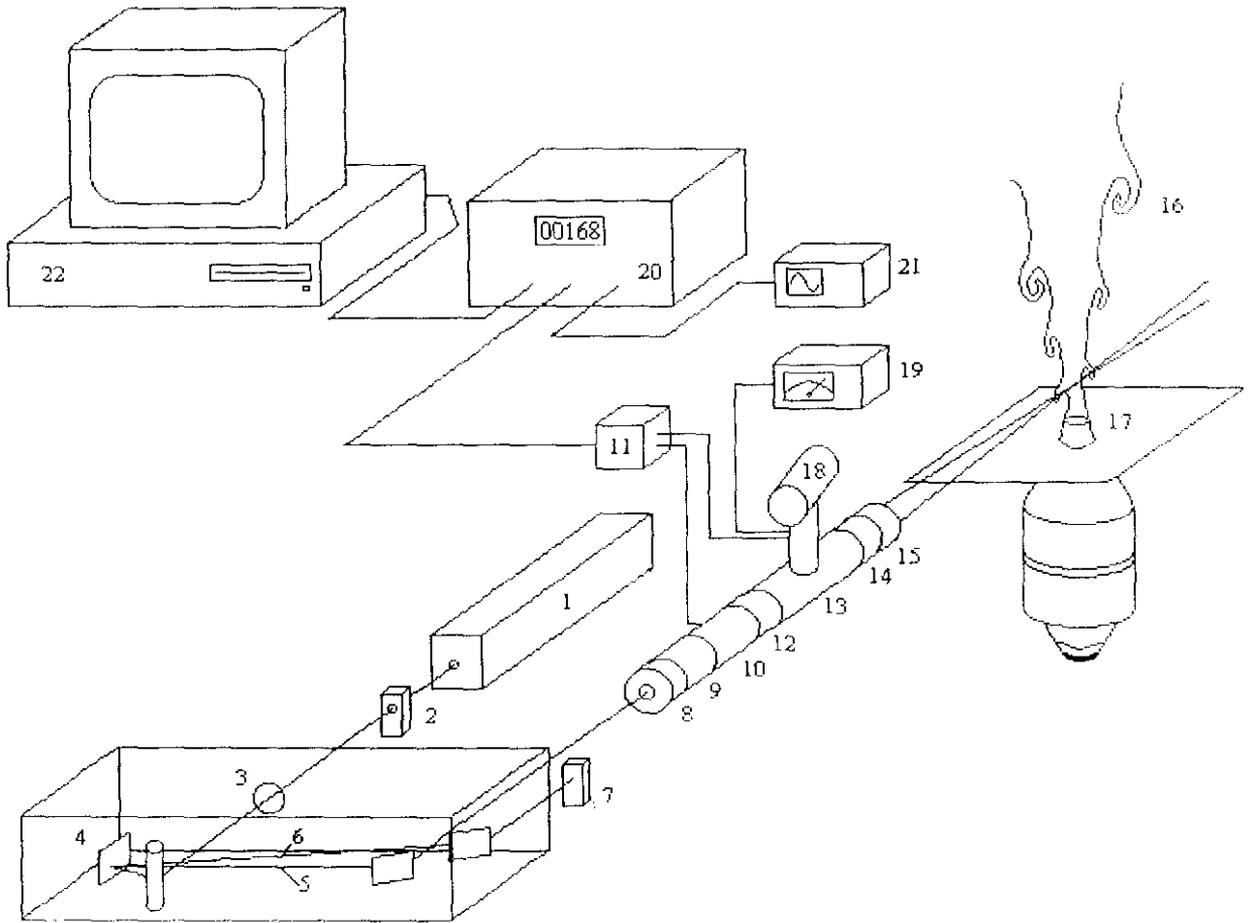


Figura 2.7 Modos de funcionamiento del contador de periodos.



- |                                 |                        |
|---------------------------------|------------------------|
| 1 Láser                         | 12 Separador de rayos  |
| 2 Colimador                     | 13 Expansor de haz     |
| 3 Polarizador                   | 14 Selector de rayos   |
| 4 Separador de colores          | 15 Lente de enfoque    |
| 5 Rayo verde (514.5 nm)         | 16 Sección de ensayo   |
| 6 Rayo azul (488 nm)            | 17 Tobera              |
| 7 Bloqueo del rayo azul         | 18 Fotomultiplicador   |
| 8 Montura con polarizador       | 19 Fuente alta tensión |
| 9 Divisor de haz                | 20 Contador            |
| 10 Célula de Bragg              | 21 Osciloscopio        |
| 11 Alimentación célula de Bragg | 22 Ordenador           |

Figura 2.8 Esquema de los elementos que forman la cadena de medida.

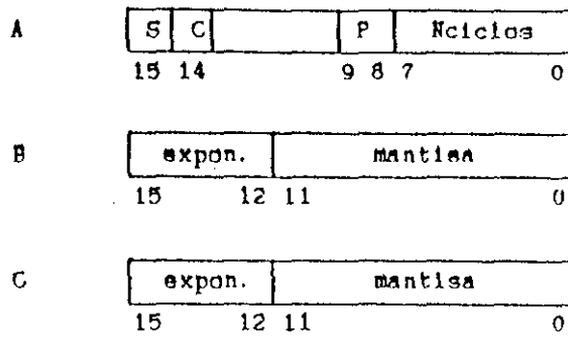


Figura 2.9 Contenido de las palabras enviadas por el contador al ordenador.

S = bit de sincronización

C = bit de coincidencia en los canales

P = dos bits de dirección del procesador

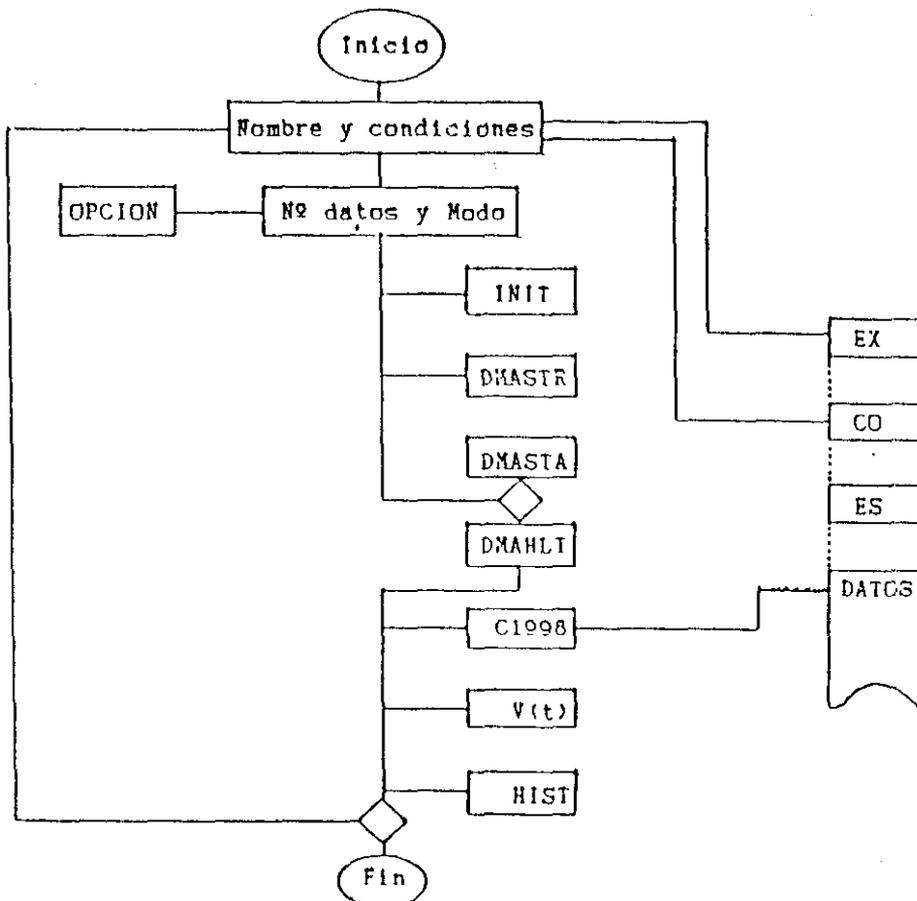
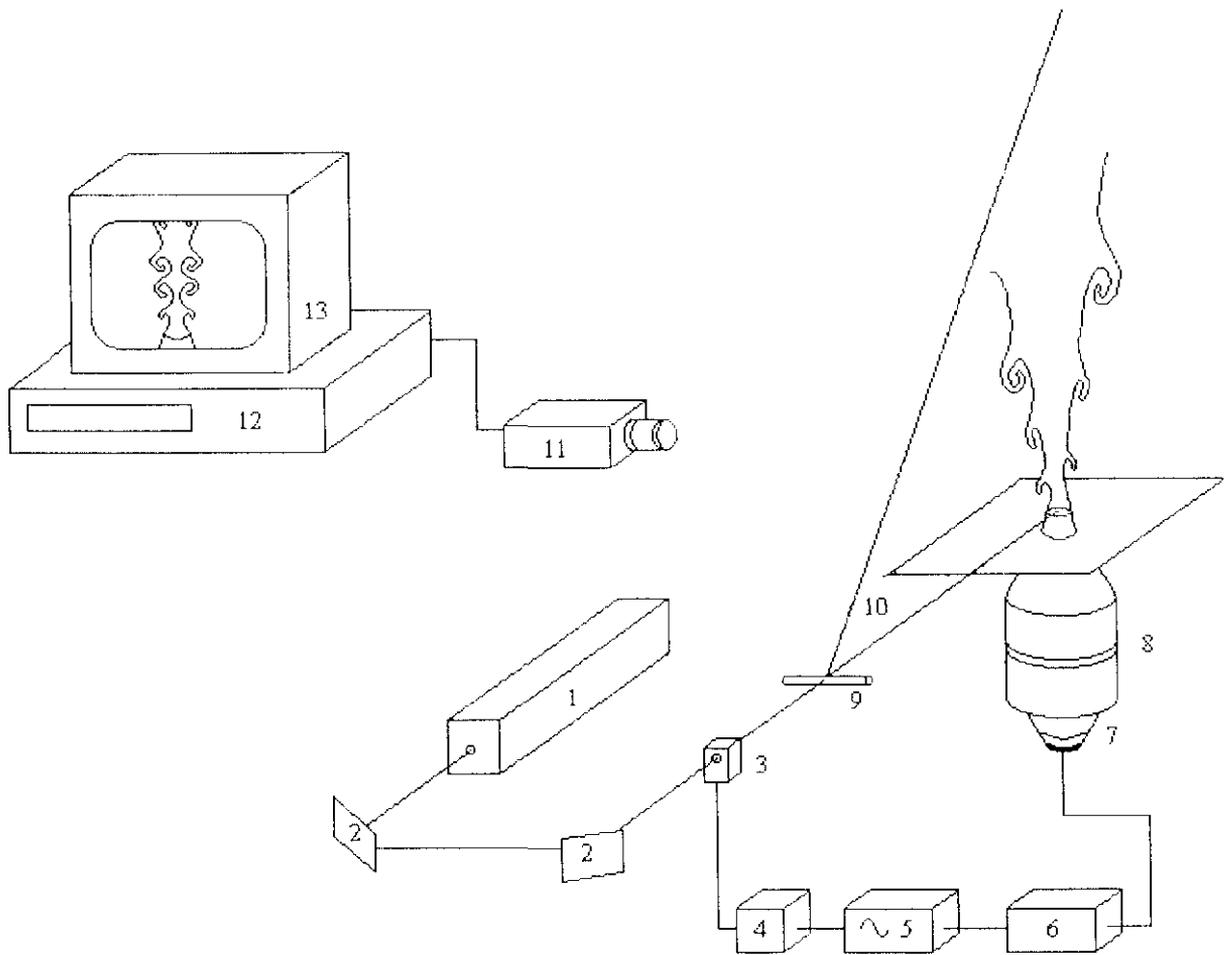
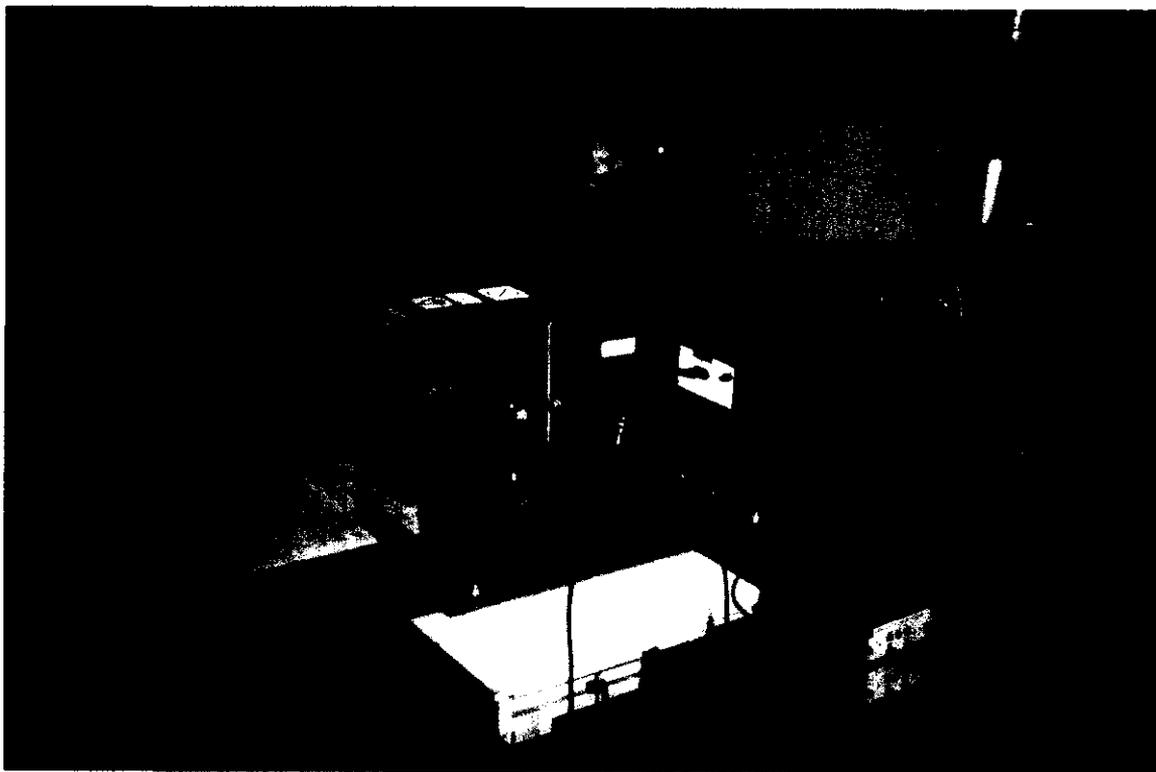


Figura 2.10 Diagrama de bloques del programa de adquisición de datos.



- |                               |  |
|-------------------------------|--|
| 1 Láser                       | 8 Cámara de remanso del flujo primario |
| 2 Espejo                      | 9 Cristal cilíndrico                   |
| 3 Modulador opto-acústico     | 10 Plano de luz                        |
| 4 Amplificador de frecuencias | 11 Cámara de video                     |
| 5 Generador de frecuencias    | 12 Video                               |
| 6 Amplificador de frecuencias | 13 Monitor                             |
| 7 Altavoz                     |  |

Figura 2.11 Esquema de la cadena de visualización.



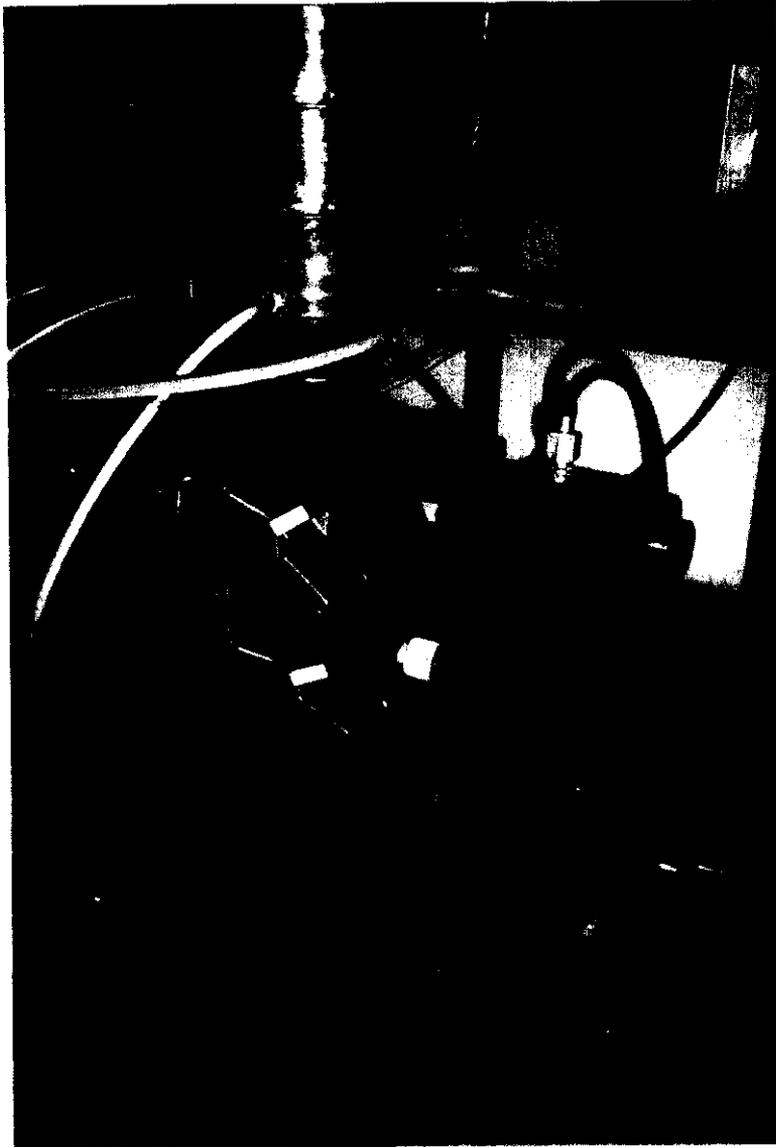
**Foto 2.1** Elementos de la cadena de medida.

Se presentan en esta foto los distintos dispositivos opticos necesarios para la medida de velocidad con anemometria Láser-Doppler. Tambien se puede apreciar el fotomultiplicador y el generador de frecuencias correspondiente a la celula de Bragg.



**Foto 2.2** Túnel aerodinámico

En esta foto se presenta el túnel aerodinámico y la cámara de remanso del flujo primario, además de los elementos ópticos que permiten el desdoblamiento del rayo láser y el fotomultiplicador integrado en la cadena de medida



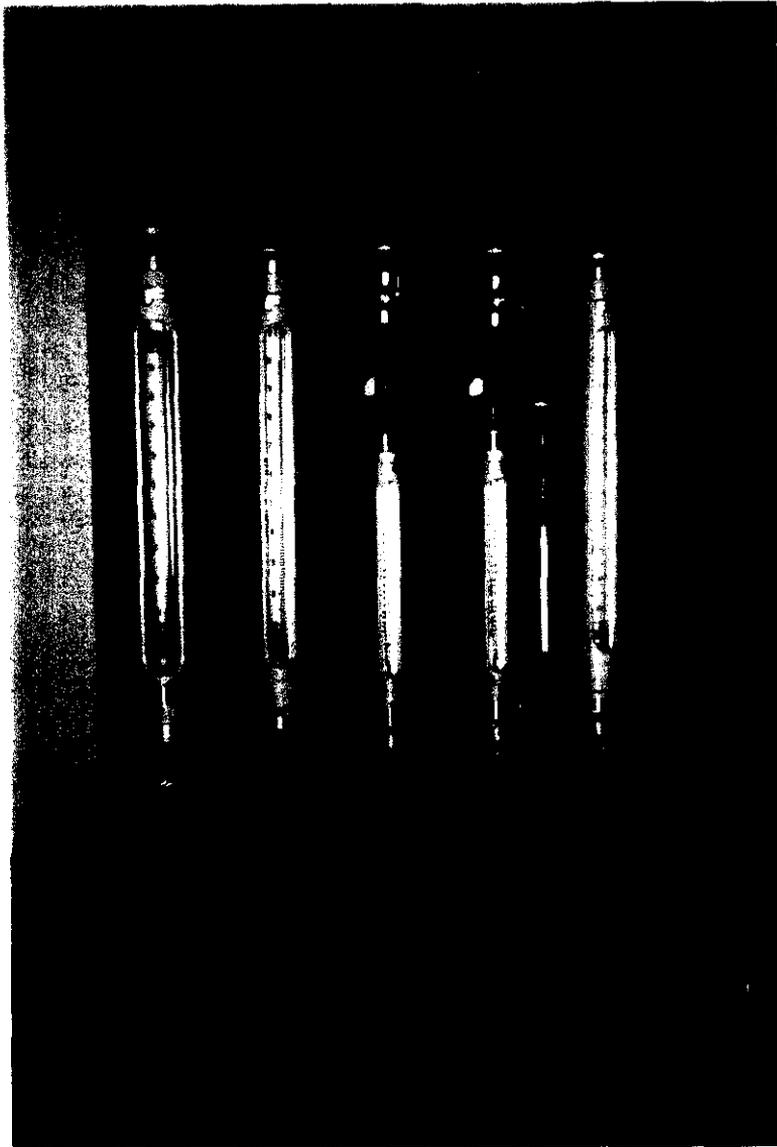
**Foto 2.3** Motores paso a paso

Detalle de los motores que permiten el movimiento del túnel aerodinámico. Se puede observar también el sistema de tubos por los que se introduce el flujo primario en la cámara de remanso



Foto 2.4 Contadores.

Módulos FSI necesarios para el correcto procesado de la señal de frecuencia, antes de su conversión en velocidad.



**Foto 2.5** Rotámetros.

Rotámetros para el control del caudal de los flujos primario y secundario, tanto para ensayos con flujo homogéneo, como para los experimentos con variación de densidad

## **CAPITULO 3**

# **PRUEBAS Y AJUSTE DE LOS EQUIPOS**

### 3.1 Generadores de partículas para medir con ALD

El gran problema con el que se enfrenta cualquier investigador que utilice la anemometría Láser-Doppler, es la obtención de partículas adecuadas que se deben introducir en el fluido, ya que son necesarias para la medida de velocidad mediante esta técnica. Conviene recordar, que la ALD es una técnica óptica basada en la medida del efecto Doppler que se produce con la dispersión del rayo láser de frecuencia muy precisa en partículas presentes en el seno del fluido y que se mueven con él. Por tanto, el conocimiento de las propiedades físicas de las partículas de sembrado es necesario para una correcta utilización de esta técnica, y así poder garantizar que la velocidad del fluido en estudio no está condicionada por ellas.

En la mayoría de los estudios realizados en líquidos, por ejemplo en canales de agua (Alvarez y Martínez-Val, 1984; Martínez-Val, 1985), este problema no se presenta ya que en general el número de partículas en suspensión que hay en el fluido es suficiente para el uso de ALD. En experimentos con gases, sin embargo, la introducción de partículas adecuadas es casi siempre obligada para incrementar la concentración de partículas en el rango deseado de diámetros.

Se han realizado muchas investigaciones sobre los principales aspectos a tener en cuenta a la hora de seleccionar el tipo de partículas más convenientes en cada caso (Melling y Whitelaw, 1973; Menon, 1989). Estos criterios se pueden resumir en:

- seguimiento del flujo por las partículas
- características de las mismas en cuanto a dispersión de luz
- procedimiento de sembrado

En muchos casos, el diseño de la instalación experimental dificulta en gran manera la obtención de un sembrado homogéneo o adecuado y muchos investigadores se muestran reacios a utilizar ALD. La anemometría de hilo caliente continúa siendo, por tanto, una de las técnicas más usadas, aún en el caso de flujos pulsátiles en los que se puede pensar que la introducción de una sonda es susceptible de crear perturbaciones no deseadas (Hussain y Zedan, 1978; Petersen y Samet, 1988; Long y Petersen, 1992; Monkewitz et al., 1990).

Este hecho ha sido un motivo más de nuestra elección de la técnica de medida, (ver apartado 2.2.1), para intentar profundizar un poco más en el estudio de la correcta utilización de la anemometría Láser-Doppler en flujos de gases y así poder comparar nuestros resultados con estudios similares en los que se emplea anemometría de hilo caliente.

En nuestro experimento se planteó el problema del correcto sembrado del flujo secundario, ya que no se contaba con una cámara de remanso adecuada para el mezclado previo de las partículas. Creemos que la solución encontrada, que se detallará en el siguiente apartado, puede ser de gran utilidad para estudios posteriores con chorros de estas características.

Para poder establecer de una forma precisa el diámetro medio de las partículas que se deben introducir en el flujo y tener la seguridad de su capacidad para seguir las fluctuaciones turbulentas en el mismo, dentro de un límite de precisión dado, se analiza el movimiento de una partícula esférica en un fluido en movimiento. La masa por la aceleración de la partícula debe compensarse con la correspondiente a la debida a la aceleración del fluido, la resistencia a la aceleración de la esfera, resistencia de Stokes y la fuerza de resistencia debida al movimiento no estacionario de la partícula. En la mayor parte de los casos, el flujo alrededor de la partícula esférica está dominado por la viscosidad, y además podemos suponer: 1) la turbulencia es homogénea y estadísticamente estacionaria, 2) las partículas son mucho

menores que la microescala de la turbulencia, 3) la resistencia de Stokes se aplica al movimiento relativo de partícula y fluido y 4) no hay interacción entre las partículas. Con estas consideraciones es aplicable la fórmula de Stokes:

$$\frac{dU_p}{dt} + \frac{18\nu}{d_p^2} \frac{(V_p - V_f)}{\rho_p / \rho_f} = 0 \quad (3.1)$$

siendo:

- $d_p$  = diámetro de la partícula
- $\rho_p$  = densidad de la partícula
- $U_p$  = velocidad de la partícula
- $\rho_f$  = densidad del fluido
- $\nu$  = viscosidad cinemática del fluido
- $U_f$  = velocidad del fluido
- $t$  = tiempo

En la tabla (3.1) se presentan los resultados del diámetro máximo de las partículas para diferentes frecuencias, que se obtienen al resolver la ecuación (3.1) (Melling y Whitelaw, 1973).

Partículas	Fluido	Relación de densidades	Viscosidad kg / (m s )	Diámetro (µm)	
				f = 1 Khz	f = 10 Khz
Aceite de silicona	Aire	900	$1.8 \times 10^{-5}$	2.6	0.8
TiO <sub>2</sub>	Aire	$3.5 \times 10^3$	$1.8 \times 10^{-5}$	1.3	0.4

**Tabla 3.1** Diámetro máximo de las partículas para diferentes respuestas en frecuencia.

Suponiendo un flujo con velocidad sinusoidal de frecuencia  $f_u$ , se puede determinar también una cota superior para el diámetro de la partícula, imponiendo la condición de que la amplitud de variación de  $U_p$  sea igual a la de  $U_f$  dentro de un 1% de fluctuación, para partículas que se mueven según la ecuación (3.1) (Drain, 1980):

$$\alpha_p^2 < 0.1 \frac{\mu}{f_u \rho_p} \quad (3.2)$$

siendo  $\mu$  la viscosidad del fluido.

Por ejemplo, partículas de densidad idéntica al agua introducidas en aire, deben tener menos de 2.7 micras de diámetro para seguir fluctuaciones de hasta 1 KHz, o menos de 0.8 micras para que la frecuencia reproducible sea de 10 KHz.

La limitación que se acaba de comentar con respecto al seguimiento de fluctuaciones rápidas no es la única. En el caso de velocidades muy bajas o si las densidades de las partículas y medio son muy diversas, puede haber problemas de sedimentación que habría que tener en cuenta.

Las propiedades ópticas de las partículas afectan a la relación señal-ruido (SNR) según tres características de las mismas (Menon, 1989):

- **Tamaño:** la SNR pasa por un máximo al compensarse la mayor superficie con la menor visibilidad y la modificación de los parámetros de dispersión. Así, para una anchura de franja  $d_f = 2.58 \mu\text{m}$  y la longitud de onda  $\lambda = 514.5 \text{ nm}$ , la SNR pasa por un máximo en  $1.5 \mu\text{m}$ .
- **Índice de refracción:** en dispersión frontal el efecto es pequeño, y en dispersión hacia atrás o retrodispersión, su efecto es de mejora cuanto mayor sea en relación al del medio.

- Forma: los cálculos de SNR se suelen hacer suponiendo partículas esféricas. Otras formas pueden incluso dispersar más luz.

El método de introducir las partículas depende de su naturaleza, aunque en general los líquidos se atomizan con vaporizadores y en gases lo más simple es generar gotas por atomización de aceites vegetales o minerales. También se utilizan partículas sólidas de sal, óxidos metálicos como alúmina o dióxido de titanio, aceites de silicona o humos de incienso o de tabaco (Menon, 1989).

Como se comentará en el siguiente apartado de forma más detallada, en nuestro estudio se han utilizado dos sistemas diferentes para introducir partículas en el fluido. Para el flujo primario se ha empleado tetracloruro de titanio que es arrastrado mediante Nitrógeno, y que al reaccionar con el aire húmedo forma partículas de dióxido de titanio. Este mismo sistema también se utiliza en el "sembrado" del flujo secundario para los ensayos de flujo con efectos de flotabilidad. En el caso de flujo homogéneo, el chorro exterior o secundario se ha sembrado mediante el humo procedente de un generador de Tricloroetileno.

### **3.2 Pruebas previas para la determinación de las condiciones de ensayo y puesta a punto de la instalación experimental**

Antes de empezar el estudio experimental del desarrollo de la capa de mezcla axilsimétrica, se han realizado unas pruebas previas en la instalación, no sólo para ajuste de los equipos, sino para poder asegurar que las condiciones iniciales del flujo en estudio son las deseadas. Hay que aclarar, que todas las pruebas se han realizado con flujo homogéneo, es decir, con chorros de igual densidad. Una vez fijadas las condiciones de estudio para este caso y a partir de ellas, se determinarán las correspondientes al flujo con efectos de flotabilidad.

En primer lugar es necesario comprobar que el experimento tiene simetría axial, es decir que los chorros que se generan son coaxiales y el campo de velocidades es simétrico en la zona de la capa de mezcla entre ambas corrientes. Para ello se han obtenido los perfiles de velocidad media axial a lo largo de un diámetro para distintas velocidades tanto del chorro primario como del secundario. Las medidas se realizan en el plano de salida del flujo primario y a varias distancias en el sentido de la corriente. Para la toma de datos de velocidad del chorro interior, se ha utilizado el equipo de anemometría Láser-Doppler, ya que con estas pruebas previas interesa también conseguir el ajuste y puesta a punto de los equipos electrónicos y contadores que van asociados a la adquisición de datos con ALD, descritos en el capítulo anterior, y comprobar que tanto el tipo de partículas que se introducen en ambos chorros como la forma de hacerlo, producen los resultados deseados en cuanto a seguimiento del flujo en estudio.

Para caracterizar el flujo medio en el chorro interior, se han tomado datos de velocidad media axial, mediante ALD, en 45 puntos no equiespaciados a lo largo del diámetro de la tobera, y se han dibujado los perfiles de velocidad correspondientes. En la zona central del chorro, el espaciado es de 2 mm y en las proximidades del borde de la tobera se han tomado medidas cada 0.4 mm, para poder así representar con mayor precisión el perfil en las zonas de gran cambio de velocidad. Para estas primeras pruebas se ha considerado suficiente el estudio del flujo en el plano de salida de la tobera y en dos distancias en el sentido de la corriente.

Con idea de comparar los resultados que se obtienen en las medidas de velocidad del chorro con la bibliografía existente, incluso en estos ensayos previos al estudio detallado del flujo, se ha creído conveniente la utilización de distancias en el sentido de la corriente adimensionalizadas con el diámetro de la tobera. Siguiendo este criterio, y llamando "z" a la posición en el sentido de la corriente y D al diámetro de la tobera, las distancias estudiadas han sido de  $z/D = 0.12, 0.5$  y  $1.0$ .

Como ejemplo, en las figuras (3.1), (3.2), (3.3) y (3.4), se muestran los perfiles de velocidad media que corresponden a la altura  $z/D = 0.12$ , es decir a 3 mm de la boca de la tobera. No ha sido posible realizar medidas más cerca del plano de salida del chorro, ya que a distancias menores, uno de los rayos láser incide en el borde de la tobera y no se puede formar el volumen de medida.

En estas figuras se pueden ver los resultados correspondientes a una velocidad media del flujo secundario de 0.13 m/s y velocidades medias máximas en el centro del flujo primario de 0.4, 0.6, 0.9 y 1.25 m/s respectivamente. Se han escogido estos valores porque proporcionan una idea aproximada del comportamiento del flujo en un gran intervalo de velocidades.

Para fijar la velocidad en el flujo secundario en cada sesión de estas medidas previas, se ha utilizado un anemómetro de sensor caliente portátil TSI Modelo 8350. La lectura de velocidad se presenta de forma instantánea en un visor, lo que permite ajustar al momento la apertura de las válvulas en el extractor y por tanto la velocidad de entrada de aire exterior al túnel aerodinámico. Al analizar las gráficas, se observa que aún en este caso, en el que la velocidad del flujo exterior es muy pequeña, y por tanto los efectos de cortadura entre ambas corrientes aumentan cuando la velocidad del chorro primario va incrementándose, la simetría en el chorro interior se conserva.

Como se ha descrito en el capítulo anterior, en el apartado 2.1, el chorro secundario o exterior se forma con aire ambiente que entra en el túnel aerodinámico, debido a la acción del extractor que está colocado a la salida del túnel. Para ajustar la velocidad en el flujo secundario para la obtención de los perfiles de velocidad que se acaban de comentar, se ha medido la velocidad instantánea del chorro exterior en el plano de salida, con el anemómetro de sensor caliente, tomando datos de velocidad en puntos alejados del borde de la tobera donde se puede suponer que el aire exterior se estabiliza. Sin embargo, y puesto que el propósito de este trabajo es el estudio de la capa de mezcla axilsimétrica entre dos corrientes coaxiales, es necesario comprobar

---

que existe también simetría en el flujo exterior, por lo menos hasta una distancia transversal al flujo en la que ya no exista mezcla entre ambas corrientes.

Con este fin, se ha realizado un estudio más detallado del campo de velocidades del flujo secundario en el plano de salida. Esta es la altura más conflictiva, ya que aunque el aire que es arrastrado desde el exterior pasa a través de dos rejillas tipo "panal de abeja", (honeycomb en la literatura anglosajona), el espacio recorrido hasta el plano de salida del chorro interior por la tobera es pequeño y se podrían crear turbulencias y recirculaciones que falsearían la toma de datos posteriores. Para esta comprobación, se ha visualizado el flujo y se han tomado datos de velocidad instantánea con el anemómetro de sensor caliente portátil.

Como se ha detallado en el Capítulo 2, en el apartado correspondiente a la descripción de las técnicas de visualización de flujos, es necesario introducir partículas en el fluido que serán iluminadas mediante planos de luz láser. En estas primeras pruebas lo que se pretende conseguir es una información instantánea de la configuración del chorro, para comprobar si el flujo es simétrico, y no medidas cuantitativas de velocidad. Por este motivo, se ha sembrado el flujo secundario con las mismas partículas que se utilizan para las medidas de velocidad con ALD en el chorro primario, ya que la visibilidad que proporcionan es muy grande, aunque como se explicará más adelante no ha sido posible continuar con esta configuración para las medidas cuantitativas de velocidad posteriores con ALD en el flujo exterior.

Mediante una derivación en el circuito que conduce el nitrógeno mezclado con el tetracloruro de titanio hasta la cámara de remanso del flujo primario, se lleva la mezcla hasta el borde de la rejilla tipo "panal de abeja"; la reacción química que produce las partículas de dióxido de titanio tiene lugar a la entrada del aire exterior. Para controlar el caudal de nitrógeno que introducimos en el flujo secundario se ha instalado una válvula reguladora.

El rayo láser se hace pasar a través de un cristal cilíndrico que crea un plano de luz perpendicular a la dirección del chorro. De esta manera se obtiene de una forma instantánea y "gráfica", lo que está ocurriendo en el flujo que rodea a la tobera. Se ha podido observar que existen pequeñas recirculaciones en las proximidades de la salida del chorro primario, que aunque permanecen estacionarias podrían hacer que se perdiera la simetría buscada. Una vez visualizado el flujo, se han tomado medidas de velocidad con el anemómetro de sensor caliente, para poder estimar de forma cuantitativa el efecto de estas perturbaciones.

La sección del túnel aerodinámico perpendicular al flujo se ha dividido mediante una malla de puntos equiespaciados como se muestra en la figura (3.5). Se han tomado medidas para seis posiciones distintas de la válvula del extractor. Estos resultados se muestran en la tabla (3.2). Las velocidades medias para cada posición son de 0.13, 0.29, 0.5, 0.74, 0.92 y 1.06 m/s. Como ejemplo, en la figura (3.6) se detallan en su posición real, las medidas correspondientes a la primera posición de la válvula del extractor.

Para todos los casos, las variaciones respecto al valor medio de la velocidad en cada punto, no superan el 5%. Podemos considerar que el flujo secundario es prácticamente estacionario. Sin embargo, se puede observar que la entrada de aire exterior en el túnel aerodinámico, cuando la velocidad del flujo secundario se incrementa, no es tan simétrica como se desearía.

Para corregir las pequeñas perturbaciones que se detectan, se ha decidido introducir unos enderezadores de corriente adosados a la parte inferior de la zona de entrada del aire exterior y cambiar la rejilla de entrada por otra con un entramado más pequeño.

Pto	Posición de las válvulas de mariposa					
	1	2	3	4	5	6
1	0.14	0.30	0.51	0.70	0.91	1.06-1.08
2	0.13	0.27	0.49	0.68	0.88	1.04-1.06
3	0.14	0.29	0.50	0.72	0.93	1.02-1.05
4	0.13	0.30	0.54	0.75	0.92-0.93	1.08-1.09
5	0.13	0.29	0.51	0.72	0.90-0.96	1.01-1.05
6	0.13	0.29	0.50	0.73	0.90-0.91	1.05-1.09
7	0.13	0.28	0.51	0.71	0.85-0.92	1.00-1.03
8	0.13	0.28	0.49	0.72	0.88-0.91	1.03-1.11
9	0.13	0.28	0.48	0.66	0.87	0.95-0.99
10	0.11	0.30	0.53	0.76	0.92-0.96	1.04-1.08
11	0.10	0.30	0.55	0.77	0.97-1.00	1.14-1.19
12	0.11	0.29	0.51	0.73	0.97-1.00	1.06-1.13

**Tabla 3.2** Valores de velocidad media en el flujo secundario en (m/s).

Pto	Posición de las válvulas de mariposa					
	1	2	3	4	5	6
13	0.10	0.29	0.50	0.72	0.85-0.89	0.98-1.03
14	0.14	0.30	0.51	0.75	0.91-0.95	1.04-1.09
15	0.13	0.30	0.51	0.76	0.96-0.98	1.04-1.09
16	0.14	0.31	0.54	0.76	1.00-1.03	1.08-1.14
17	0.14	0.29	0.51	0.76	0.92-0.98	1.02-1.12
18	0.13	0.30	0.52	0.76	0.91-0.96	1.00-1.03
19	0.13	0.30	0.51	0.77	0.88-0.92	1.04-1.10
20	0.13	0.30	0.55	0.78	0.94-1.00	1.09-1.14
21	0.13	0.29	0.52	0.74	0.91-0.96	1.03-1.05
22	0.13	0.29	0.53	0.78	0.92-1.00	1.04-1.06
23	0.13	0.31	0.53	0.77	0.96-1.00	1.09-1.12
24	0.13	0.28	0.49	0.71	0.87	0.96-0.98

**Tabla 3.2** Continuación. Valores de velocidad media en el flujo secundario en (m/s).

Como comprobación de que el flujo resultante después de esta pequeña modificación ya es el adecuado, se ha visualizado de nuevo la configuración. Los resultados confirman que el campo de velocidades en el flujo exterior es suficientemente simétrico y por tanto adecuado para las medidas que se quieren

realizar. Para mayor seguridad, durante la toma de datos, el laboratorio permanece lo más aislado posible de perturbaciones exteriores, para evitar cualquier asimetría en la entrada del aire ambiente al túnel aerodinámico.

Llegados a este punto, se ha encontrado una nueva dificultad en las medidas cuantitativas de velocidad del flujo secundario mediante ALD. El número de partículas que se introducen en la entrada de aire exterior, para visualizar el flujo, no es suficiente para las medidas con ALD, ya que no se consigue una buena señal de respuesta del fotomultiplicador. Sería necesario aumentar el caudal de Nitrógeno para que el número de partículas fuera mayor, ya que éstas se forman al reaccionar el  $TiCl_4$ , arrastrado mediante el Nitrógeno, con el aire. Aunque las partículas se han introducido mediante una serie de tubos distribuidos de forma simétrica en la base de la cámara de remanso del flujo secundario, el aumento de caudal y el pequeño espacio vertical de que se dispone para conseguir un mezclado homogéneo, modifica la velocidad de entrada del flujo exterior al túnel aerodinámico, perdiéndose la simetría axial de los chorros.

Se ha decidido sembrar el flujo secundario con otro tipo de partículas, tal como se describe a continuación. Aún así y de forma paralela, se ha seguido estudiando la manera de introducir partículas de dióxido de titanio en el flujo exterior, ya que por el hecho de tener dos tipos diferentes de partículas en los chorros coaxiales, las medidas deben realizarse con más cuidado y precisión, para poder tener la seguridad de que ambos flujos están representados adecuadamente en la capa de mezcla.

El esquema de este nuevo generador se muestra en la figura (3.7). Está formado por un cilindro de metal cuya base se calienta mediante una placa eléctrica. Para la generación de partículas se utiliza tricloroetileno ( $Cl_2CClCH$ ), estabilizado con 0.5% de etanol. El aire procedente del compresor pasa a través de una pistola sopladora que lleva incorporado un depósito en el que se acumula el tricloroetileno, inyectando una cortina pulverizada de gotas que caen encima de la placa eléctrica. Al calentarse las

gotas, se forma un humo homogéneo que pasa por un circuito de salida que conduce el humo hasta la entrada del flujo secundario.

Por último, y antes de determinar los valores de las velocidades para cada chorro, interesa conocer de manera aproximada la forma del perfil de velocidad a la salida del flujo primario. La cámara de remanso y la contracción de la tobera, se han diseñado con la intención de conseguir que el perfil a la salida sea lo más plano posible y no de tipo parabólico, típico de la salida de flujos con gran viscosidad. De esta manera, la capa límite a la salida es delgada, y por tanto la vorticidad está concentrada en una zona más estrecha. Como se señala en la bibliografía, ésta es la mejor manera de excitar el flujo para la formación de estructuras coherentes.

Analizando los perfiles de velocidad media que se han tomado para comprobar la simetría de la configuración, ver figuras (3.1) a (3.4), se observa que todos los perfiles son de tipo plano ("top-hat" en la literatura anglosajona), luego no es necesario introducir modificaciones adicionales.

A la vista de los resultados obtenidos con esta serie de pruebas y pequeños cambios podemos asegurar que nuestra configuración es axilsimétrica. Las medidas que se realicen a partir de ahora, se van a limitar, por tanto, a la zona correspondiente entre el centro de la tobera y el punto donde la velocidad del flujo secundario alcanza un valor estable. La figura (3.8) muestra la zona de estudio y la nomenclatura utilizada. La dirección del eje "x" coincide con el eje óptico del sistema ALD y el eje "z" toma valores crecientes en contra del sentido de la gravedad. Se ha tomado como origen el borde de la tobera, con lo que valores positivos o negativos de la coordenada "x" indican que las medidas corresponden al flujo interior o exterior respectivamente.

### 3.3 Condiciones de ensayo para flujo homogéneo

Una vez que la instalación está en las condiciones descritas en el apartado anterior, se pueden establecer las condiciones de ensayo para el caso de flujo homogéneo natural, es decir flujo sin efectos de flotabilidad y ningún tipo de perturbación exterior. Estas condiciones se han fijado con idea de conseguir la máxima velocidad relativa entre ambas corrientes sin que se pierda la simetría de la configuración. De esta manera podremos hacer una comparación con el estudio de chorros de distinta densidad, experimento que simula la expulsión de gases calientes a la atmósfera por una chimenea, donde además existe una gran diferencia de velocidades entre el chorro y el aire exterior.

Las velocidades para los flujos de aire interior y exterior, se han determinado, por tanto, en función del valor máximo de la velocidad axial alcanzado en cada caso. Este máximo aparece en el eje de la configuración, es decir en el centro de la tobera de salida del flujo primario. Estos valores han sido:

- Velocidad máxima en el flujo primario o interior:

$$U_1 = 0.6 \text{ m/s}$$

- Velocidad máxima en el flujo secundario o exterior:

$$U_2 = 0.1 \text{ m/s}$$

El número de Reynolds  $Re_D$ , basado en el diámetro de salida de la tobera del flujo primario,  $D = 24.4 \text{ mm}$ , en la velocidad axial máxima en el chorro interior,  $U_1 = 0.6 \text{ m/s}$  y en la viscosidad cinemática,  $\nu = 1.51 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ , toma un valor:

$$Re_D = \frac{U_1 D}{\nu} = 970 \quad (3.3)$$

Los caudales que se introducen en el chorro interior se determinan mediante unas posiciones fijas en los rotámetros de aire, Nitrógeno y Helio, para el flujo primario homogéneo y con efectos de flotabilidad respectivamente y se mantiene siempre en la misma posición la apertura de la válvula de mariposa en el extractor situado al final del túnel aerodinámico y que genera el flujo secundario. Para mayor seguridad se toman medidas de velocidad con ALD, en el centro de la tobera y en el exterior del flujo secundario, antes de cada sesión de toma de datos.

### **3.4 Condiciones de ensayo para flujo con efectos de flotabilidad**

Como se acaba de comentar, y para poder establecer las diferencias que aparecen en la estructura del flujo al introducir diferentes densidades en el chorro interior, y así simular distintos grados de inestabilidad de estratificación, la relación de velocidades entre ambos chorros es la misma que la descrita en el apartado anterior, 0.6 m/s la velocidad máxima en el flujo primario y 0.1 m/s la velocidad máxima en el flujo secundario. Se ha seguido este criterio para todos los ensayos realizados con Helio.

Para conseguir distintas relaciones de densidad entre el flujo interior y el exterior, creado al entrar en el túnel aerodinámico aire ambiente, se ha mezclado Helio con Nitrógeno en proporciones adecuadas. El Nitrógeno no sólo es necesario para variar la densidad del chorro, sino que además se utiliza para el arrastre de tetracloruro de titanio que permite la formación de las partículas necesarias para la toma de datos con anemometría Láser-Doppler. Tanto los valores de la densidad de la mezcla de gases con los que se forma el flujo primario, como la forma de evaluarlos para cada uno de los ensayos con flotabilidad estudiados, se detallan en el Capítulo 5.

La única modificación que se ha introducido en el experimento con respecto al caso de flujo homogéneo, ha sido el cambio de generador de partículas para la "siembra" del flujo secundario. Ya se han comentado las dificultades que aparecieron a la hora de medir mediante ALD en la zona del flujo exterior y se ha detallado el dispositivo utilizado para las medidas realizadas con chorros coaxiales de aire. Durante este tiempo se probaron distintos generadores hasta encontrar la manera de introducir también partículas de  $TiCl_4$  en el flujo secundario en los experimentos con variación de densidad.

La solución encontrada sorprende por su simplicidad y se ha utilizado para todas las medidas cuantitativas de velocidad mediante ALD en los casos de flotabilidad. El problema fundamental consistía en que la zona comprendida entre las rejillas por las que pasa el aire exterior hasta la entrada en el túnel aerodinámico es muy pequeña, ver figura (2.9), y por tanto no se producía una mezcla homogénea del aire exterior con las partículas. Después de muchas pruebas, se pensó en crear una "cámara de remanso auxiliar" para el flujo secundario.

Como se puede ver en la figura (3.9), se ha fabricado con un cilindro de plástico, una cámara exterior de mezclado en la que se introduce Nitrógeno con tetracloruro de titanio y aire procedente del compresor general. Las partículas de dióxido de titanio, en este caso, se forman en la nueva cámara creando un humo homogéneo que se distribuye después, mediante una serie de tubos de plástico colocados radialmente en la zona de entrada del flujo exterior. De esta manera, al estar el caudal de aire controlado por una válvula exterior, se consigue determinar de forma muy precisa la cantidad de partículas necesarias para las medidas, sin modificar la simetría buscada en el campo de velocidad del chorro secundario.

La estimación de los números de Reynolds correspondientes a los casos de flotabilidad estudiados, se presentan en el Capítulo 5, dedicado por entero a la descripción de los ensayos realizados con flujo con efectos de flotabilidad.

## **Apéndice B.**

FIGURAS DEL CAPITULO 3

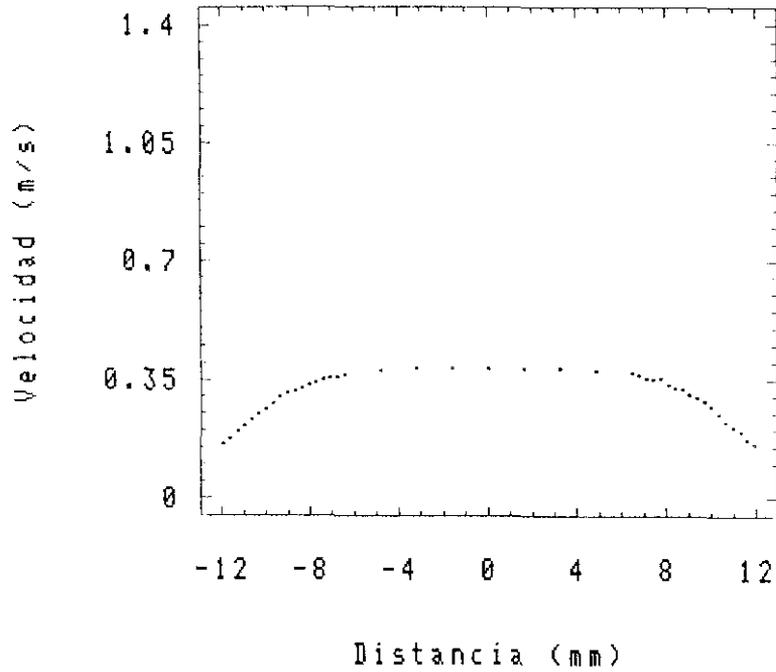


Figura 3.1 Perfil de velocidad media en la altura  $z/D = 0.12$  con una velocidad máxima de  $U_{\max} = 0.4$  m/s.

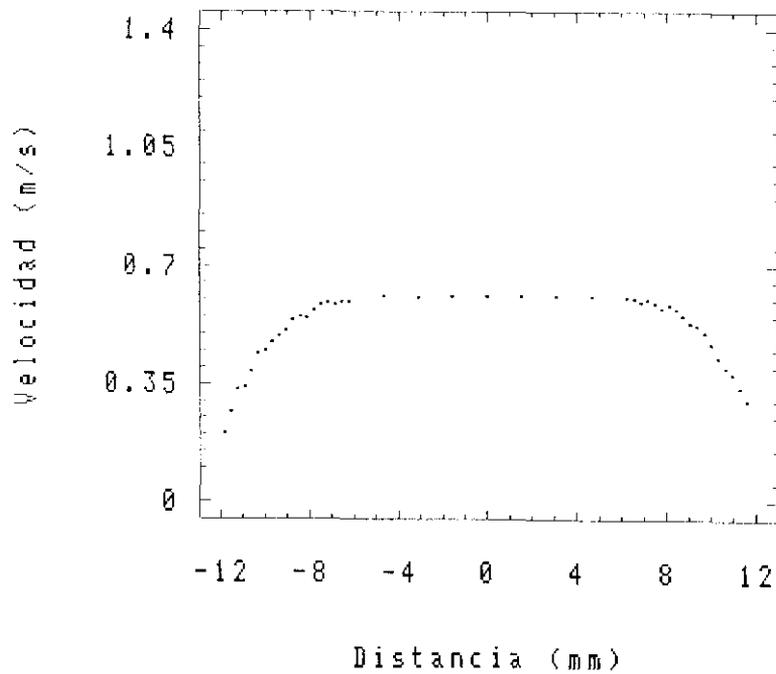


Figura 3.2 Perfil de velocidad media en la altura  $z/D = 0.12$  con una velocidad máxima de  $U_{\max} = 0.6$  m/s.

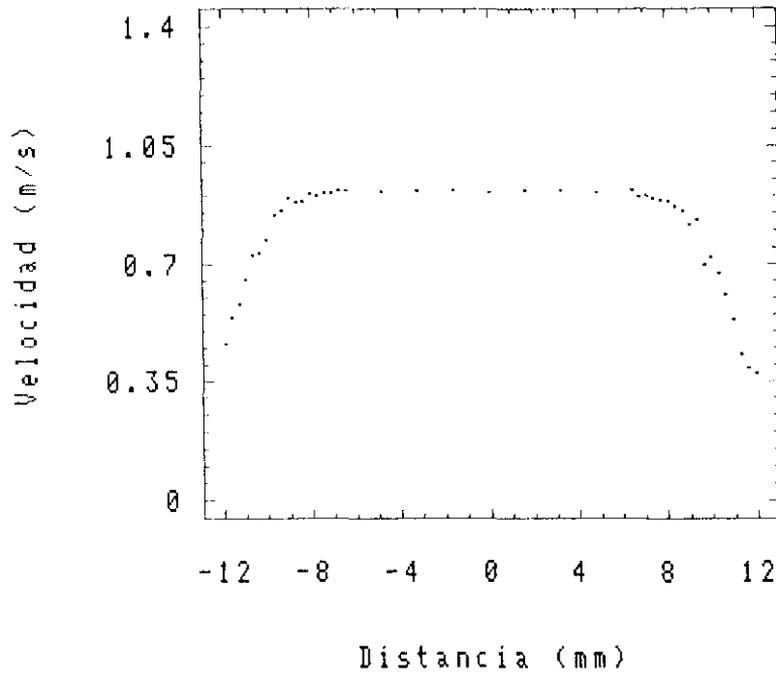


Figura 3.3 Perfil de velocidad media en la altura  $z/D = 0.12$  con una velocidad maxima de  $U_{max} = 0.9$  m/s.

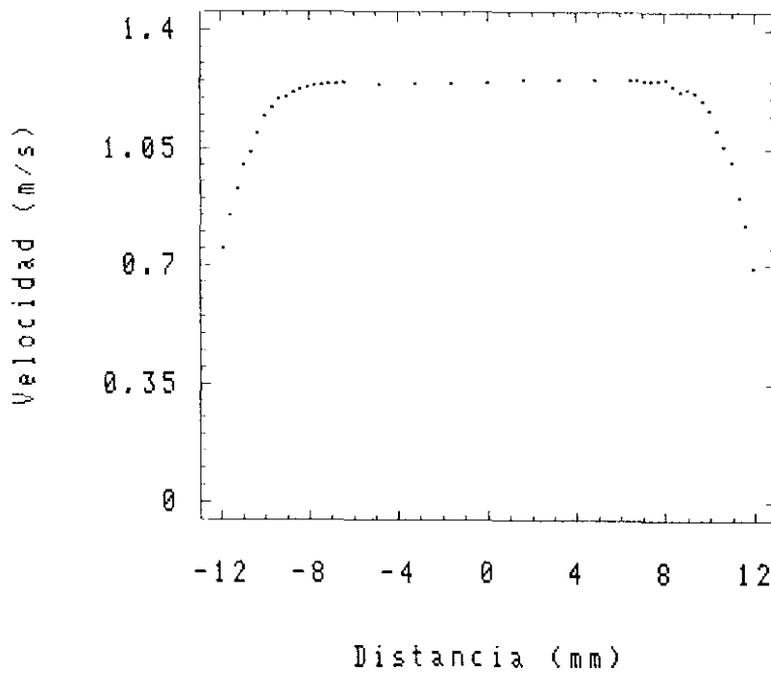


Figura 3.4 Perfil de velocidad media en la altura  $z/D = 0.12$  con una velocidad maxima de  $U_{max} = 1.25$  m/s.

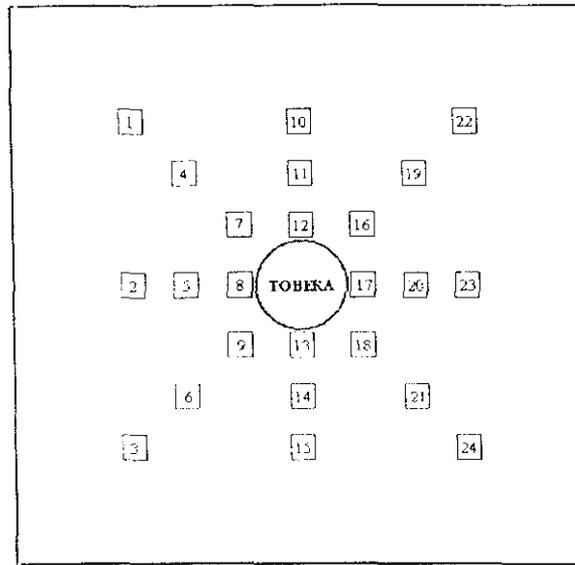


Figura 3.5 Esquema de la distribución de puntos de medida en el flujo secundario.

0.14		0.11		0.13	
	0.13	0.10	0.13		
		0.13	0.11	0.12	
0.13	0.13	0.13	0.13	0.13	0.14
		0.13	0.12	0.13	
	0.13	0.13	0.13		
0.14		0.13		0.14	

Figura 3.6 Medidas de velocidad [m/s] en el flujo secundario.

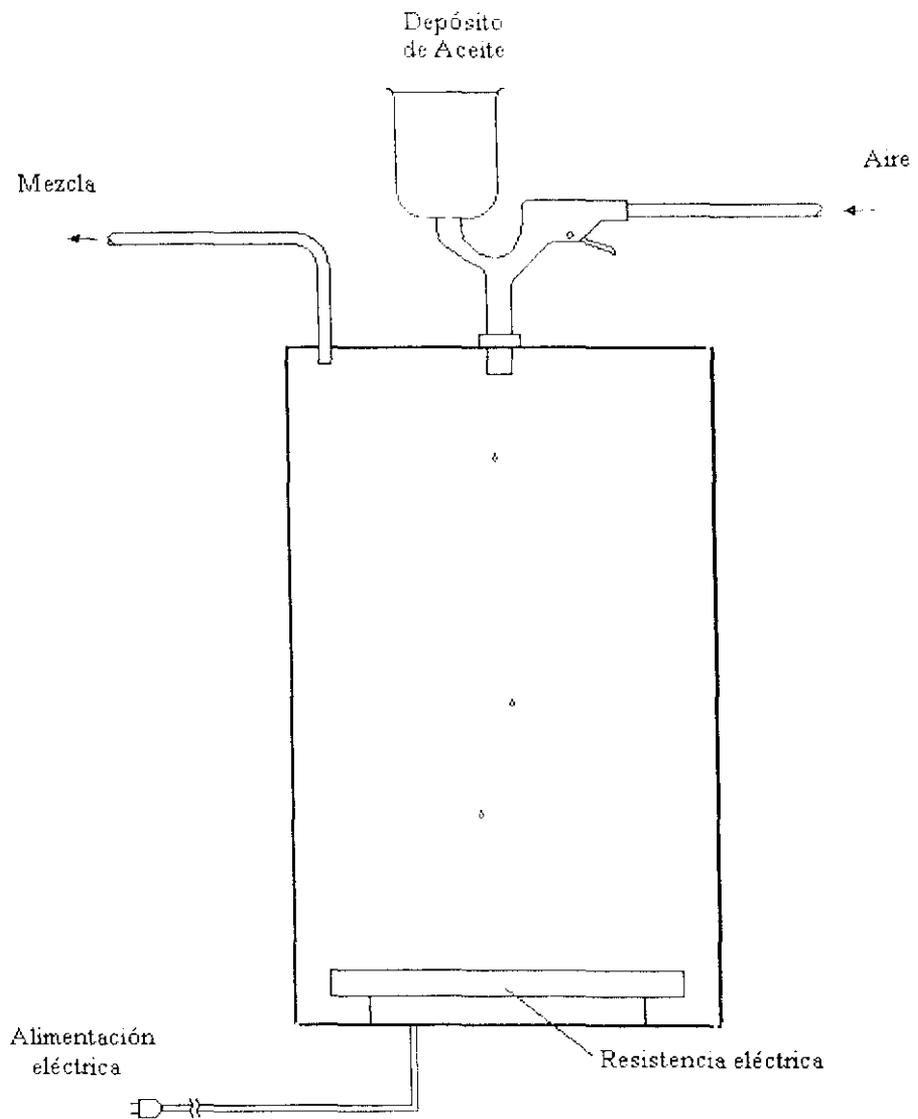


Figura 3.7 Esquema de generador de partículas.

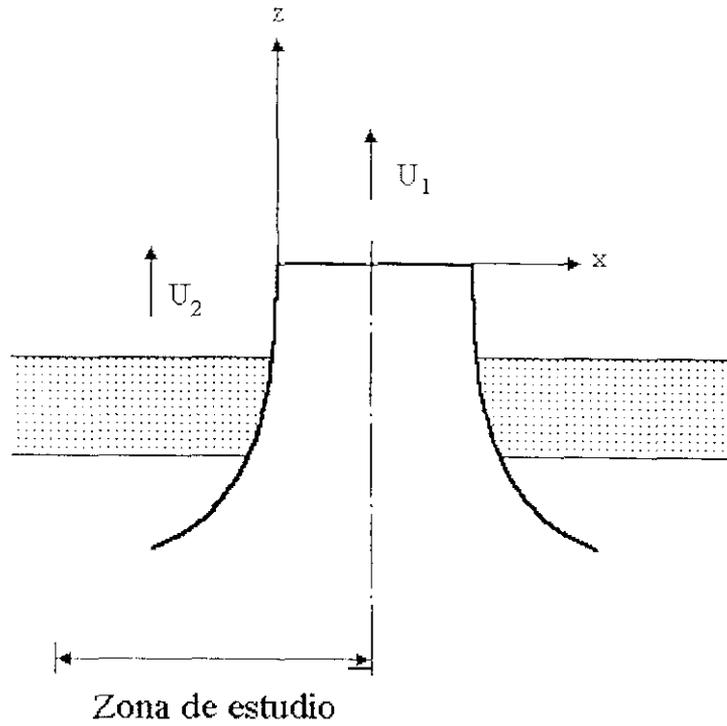


Figura 3.8 Zona de estudio.

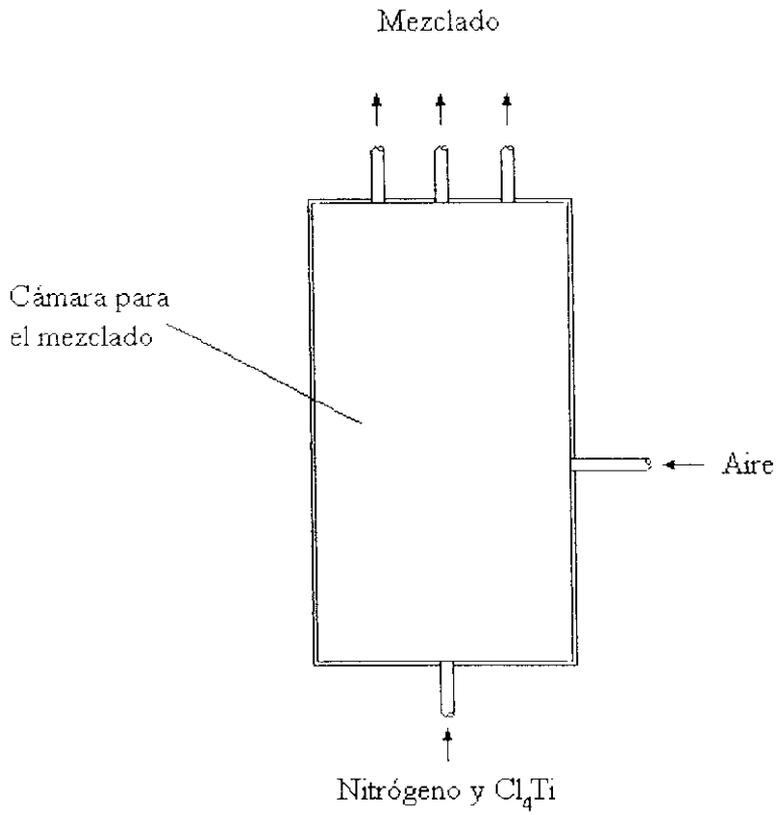


Figura 3.9 Esquema de generador de partículas.

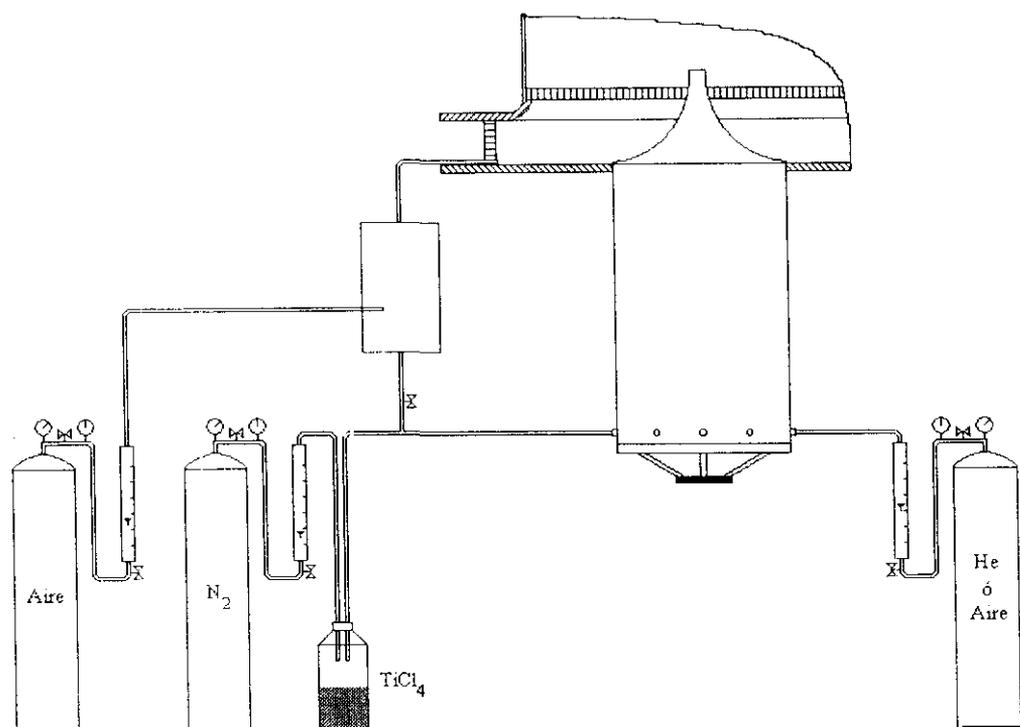


Figura 3.10 Instalación experimental.



**Foto 3.1** Generadores de partículas

Generadores de partículas utilizados para introducir partículas en los flujos primario y secundario. A la izquierda se muestra el generador utilizado en los ensayos de flotabilidad para la "siembra" del flujo secundario.

## CAPITULO 4

# FLUJO HOMOGENEO

## 4.1 Medidas y procesado de los datos

En este capítulo se considera el comportamiento del flujo homogéneo, es decir, cuando los dos chorros coaxiales de aire tienen la misma densidad y temperatura. Este primer apartado está dedicado a la descripción de las medidas experimentales realizadas para caracterizar la capa de mezcla axilsimétrica entre las dos corrientes coaxiales. El fin que se pretende, es entender los mecanismos que favorecen y aceleran el proceso de mezclado entre ambas corrientes hasta conseguir turbulencia completamente desarrollada.

Se estudian de forma separada los casos de flujo natural y de flujo perturbado. Dentro del flujo natural, es decir, flujo sin ningún tipo de excitación exterior, se realizan todas las medidas necesarias para la caracterización del flujo en estudio y se determinan las frecuencias propias de inestabilidad de la configuración. Para estas medidas se ha utilizado el equipo de anemometría Láser-Doppler, descrito en el Capítulo 2. Una vez que las frecuencias básicas son conocidas, se perturba el flujo mediante un altavoz situado en la cámara de remanso del chorro primario, con objeto de comprender mejor la dinámica de las estructuras coherentes y el paso a la turbulencia desarrollada. Esta segunda parte se realiza mediante métodos cuantitativos de visualización.

### 4.1.1 Flujo natural. Descripción del flujo medio

Las dos magnitudes fluidodinámicas que se utilizan generalmente para la descripción del flujo medio entre dos chorros verticales y coaxiales de aire, son la velocidad media y la intensidad de turbulencia. Si se revisan los trabajos experimentales en capas de mezcla axilsimétrica de aire, ya sea mediante anemometría Láser-Doppler o anemometría de hilo caliente, se llega a la conclusión de que es conveniente conocer en primer lugar, los perfiles de velocidad media axial

---

e intensidad turbulenta para diferentes alturas respecto a la salida de la tobera, entendiendo como perfil su distribución lateral, es decir, a lo largo del eje "x" transversal al flujo. Con ello se logra una idea suficientemente clara de la evolución del flujo (Champagne y Wygnanski, 1970; Husain y Hussain, 1979).

Además es necesario determinar el tipo de geometría y condición de contorno a la salida; es decir, cómo es la capa límite a la salida de la tobera del flujo primario. De esta manera, podremos comparar los resultados obtenidos con otros trabajos experimentales en instalaciones análogas. Para ello se han calculado las distancias asociadas a la capa límite y el factor de forma de la misma.

Se han tomado datos de velocidad axial en las siguientes distancias adimensionales en la dirección de la corriente :  $z/D = 0.12, 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0$  y  $3.5$ . No se han tomado medidas de velocidad media para distancias mayores de  $z/D = 3.5$ , porque a partir de esta altura, los perfiles de velocidad media ya no aportan información al estar totalmente desarrollados, como se mostrará en el apartado 4.2.1 de presentación e interpretación de los resultados. Sería interesante medir en alturas  $z/D$  mucho mayores para obtener información del flujo turbulento ya desarrollado, pero el diseño del experimento no lo permite, lo que por otra parte queda fuera de los objetivos de esta Tesis. Puesto que se ha comprobado mediante las pruebas previas descritas en el Capítulo 3 que la configuración es axilsimétrica, se limita el estudio a la zona comprendida entre el centro del chorro primario, siguiendo un radio hasta el borde de la tobera, y el punto del flujo secundario donde la velocidad alcanza un valor estable (ver figura 3.5). De esta manera, se puede estar seguro de que la zona de mezcla entre ambas corrientes queda comprendida en su totalidad.

La separación entre puntos de medida no ha sido la misma en toda la zona. En la parte correspondiente a la capa de mezcla, el intervalo escogido es de  $0.4 \text{ mm}$  ( $\Delta x/D = 0.03$ ), para poder caracterizar con más precisión el perfil de velocidad y los posibles picos de intensidad turbulenta. En la zona de flujo secundario ya estabilizado

---

y en las proximidades del centro de la tobera, el espaciado es de 1mm ( $\Delta x/D = 0.08$ ), ya que se ha comprobado que medidas en puntos más próximos no aportan información adicional y el proceso de medida se alarga de forma innecesaria. Para cada perfil de velocidad, se ha medido en 43 puntos y se han obtenido ficheros de 3200 datos para cada uno de ellos.

Ahora bien, para poder determinar las características medias del flujo, no es suficiente con tomar un gran número de datos en cada punto de medida. Es necesario tener en cuenta la relación entre el tiempo durante el que se ha realizado la medida y la escala temporal integral de la turbulencia. Para ello, hay que hacer una estimación tanto del tamaño medio de los torbellinos que se pueden formar, como de la velocidad de convección de estas estructuras. Como la velocidad media máxima de los flujos primario y secundario es de 0.6 y 0.1 m/s respectivamente, se puede suponer una velocidad media teórica de los torbellinos de 0.35 m/s, que corresponde al valor promedio entre las velocidades de cada uno de los chorros. Si se fija el tamaño medio de las estructuras que se generan en 3 cm (Cuerno, 1992), el tiempo de paso teórico será entonces de 0.086 segundos.

Para poder fijar la longitud temporal de cada toma de datos se define como precisión  $\epsilon$ , al cociente entre la desviación típica de la estimación con un tiempo de medida T y la velocidad media V (Comte-Bellot, 1982):

$$\epsilon = 2 I^2 \frac{T_I}{T} \quad (4.1)$$

- siendo:
- T = tiempo de medida
  - $T_I$  = escala temporal integral de la turbulencia
  - I = intensidad de turbulencia local ( $\sigma/V_m$ )
  - $\sigma$  = desviación típica
  - $V_m$  = valor medio de la velocidad en cada punto

Suponiendo una precisión del 1%, una intensidad turbulenta del 10% y la escala temporal de la turbulencia de 0.086 segundos, obtenemos un tiempo de medida de 17.2 segundos aproximadamente. Como cada fichero está formado por 3200 datos, para medir durante un tiempo aproximado de 17 segundos, habrá que generar tasas de datos del orden de 200 datos/segundo. Estos cálculos se refieren a la zona de mezcla entre ambas corrientes. Cuando las medidas se realizan fuera de la capa de mezcla, es decir en las proximidades del centro de la tobera o en el flujo exterior, la intensidad turbulenta es menor y por tanto el tiempo de medida puede disminuir.

El hecho de estar midiendo con chorros de velocidades distintas obliga a tener en cuenta, para la correcta utilización de la anemometría Láser-Doppler en el cálculo de las velocidades, que las tasas iniciales de datos en el centro de la tobera y el punto donde se estabiliza el flujo secundario, deben ser proporcionales a las velocidades respectivas. En caso contrario, estaríamos cometiendo errores a la hora de calcular las velocidades medias netas, ya que durante el tiempo de medida, se contabilizarían más partículas correspondientes al flujo más rápido. El sembrado del flujo exterior nos proporciona un número de datos por segundo del orden de 80-100, para una velocidad máxima de 0.1 m/s. En el flujo primario, como la velocidad máxima es de 0.6 m/s, es necesario obtener una tasa de datos por segundo del orden de 500.

Se ha elegido que el contador opere en el modo de una medida por brote (Viedma, 1988), seleccionando el número de ciclos en 8. El exponente de base de tiempos se ha fijado en 4, con lo que el tiempo entre datos máximo que permite este rango es de  $4095 \times 2^4 = 65520 \mu\text{s}$ . Como el tiempo medio entre datos con una tasa de 500 datos por segundo es de  $(1/500) = 2000 \mu\text{s}$ , y para una tasa de datos de 100 datos por segundo es de  $(1/100) = 10\,000 \mu\text{s}$ , el cociente entre el tiempo entre datos máximo y cada uno de los tiempos entre datos calculado es 32.76 y 6.55, valores que proporcionan un margen de seguridad suficiente para las medidas.

En todos los casos se ha trabajado con célula de Bragg, para ser capaces de detectar velocidades pequeñas o incluso de sentido contrario al flujo medio, como se explicó detalladamente en el Capítulo 2. El sentido de desplazamiento de las franjas es contrario al flujo principal y la relación entre la frecuencia Doppler, la velocidad de la partícula y la frecuencia de cambio efectivo de la señal  $f_s$  será:

$$V = d_f (f_d - f_s) \quad (4.2)$$

Después de una serie de pruebas se ha seleccionado el valor de 200 KHz para la frecuencia de cambio  $f_s$ . El filtro "pasa altos" se ha fijado en 30 KHz y el filtro "pasa bajos" en 1MHz, ya que el valor anterior posible en el contador es de 100 KHz y se cortaría la señal debida a la célula de Bragg.

Una vez que los datos se han adquirido, es necesario un tratamiento estadístico de los mismos para obtener la información buscada. Como la medida de velocidad se ha realizado por un contador de períodos y la adquisición ha recogido un dato de velocidad por cada partícula que atraviesa el volumen de medida, hay que realizar ciertas consideraciones referentes a la estadística de llegada y detección de partículas, que pueden conducir a errores y sesgos de importancia en los resultados. La densidad de partículas por unidad de volumen se puede suponer uniforme en la mayor parte de los casos. Es lógico pensar que se detectarán más partículas cuando la velocidad es alta que cuando es baja, puesto que el volumen de fluido que pasa por el punto de medida en la unidad de tiempo es mayor.

Si el flujo es turbulento, la velocidad media neta calculada como suma de velocidades y dividida por el número de datos total, resulta sesgada y superior a la media real. La corrección propuesta por algunos autores es ponderar cada dato de velocidad con el inverso del módulo de la componente de la velocidad medida.

Se puede pensar, sin embargo, que para niveles altos de turbulencia,  $I$  mayor de 0.15, la formulación anterior corrige en exceso, pues entonces las partículas pueden cruzar el volumen de medida en una dirección no perpendicular a las franjas y la relación supuesta entre velocidad y probabilidad de medida no es cierta, pues la partícula ha de cruzar un número mínimo de franjas para ser medida. En este caso habría que ponderar cada dato de velocidad con el módulo de la velocidad total, lo que exigiría medir las tres componentes de la misma.

La utilización de la célula de Bragg produce un movimiento de las franjas en el volumen de medida, que disminuye e incluso elimina este efecto del ángulo de incidencia, como se puede ver en la figura (4.1). Se han propuesto otras correcciones, como por ejemplo la ponderación de cada dato con el tiempo de residencia de la partícula en el volumen de medida, pero se puede concluir (Viedma, 1990), que para flujos poco turbulentos y con la utilización de la célula de Bragg en las medidas, es preferible no realizar corrección alguna, pues el error será pequeño y ésta podría ser contraproducente.

Siguiendo este criterio, los ficheros de datos se han procesado para obtener la velocidad media neta axial y la desviación típica media neta en cada punto. Las expresiones que se utilizan son:

- Velocidad media neta ( $V_m$ ):

$$V_m = \frac{\sum_{i=1}^{ND} V_i}{ND} \quad (4.3)$$

- Desviación típica media ( $\sigma$ ):

$$\sigma = \left( \frac{\sum_{i=1}^{ND} (V_i - V_m)^2}{ND} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (4.4)$$

siendo:  $V_i$  = velocidad del dato  $i$   
 ND = número de datos total del fichero

Al revisar la bibliografía se han encontrado dos criterios diferentes a la hora de estimar el valor de la turbulencia en la configuración. Se ha considerado, en primer lugar la definición clásica, introducida en la ecuación (4.1), entendiendo como intensidad de turbulencia local,  $I$ , a la relación entre la desviación típica media y el valor medio de la velocidad en cada punto:

$$I = \frac{\sigma}{V_m} \quad (4.5)$$

Sin embargo, por el hecho de tener dos corrientes coaxiales, hay autores que proponen una ponderación de la desviación típica, no con la velocidad media en el punto, sino con la diferencia de las velocidades máximas en los dos chorros. Posteriormente se justificará el por qué de la utilización del factor  $(V_1 - V_2)$  para la adimensionalización de la desviación típica. Llamando a este cociente "C", su expresión es:

$$C = \frac{\sigma}{(V_1 - V_2)} \quad (4.6)$$

siendo:  $V_1$  = Velocidad máxima en el chorro interior  
 $V_2$  = Velocidad máxima en el chorro exterior

Como se verá en el apartado correspondiente al análisis de los resultados, ambas definiciones aportan una importante información sobre el desarrollo de la capa de mezcla.

---

A continuación se detallan los cálculos realizados para la obtención de las condiciones de contorno de la capa límite a la salida y el factor de forma según el criterio de Schlichting, (1965). Los espesores calculados para cada perfil de velocidad han sido:

- Espesor de desplazamiento del flujo primario: también llamado profundidad de penetración, indica la desviación hacia fuera que experimentan las líneas de corriente del flujo exterior a consecuencia de la capa límite (efecto de desplazamiento por la capa límite). Se define por:

$$\delta_l = \int_0^{\infty} \left( 1 - \frac{V(x)}{V_1} \right) dx \quad (4.7)$$

- Espesor de cantidad de movimiento del flujo primario: o profundidad de impulso, es una escala integral que refleja la pérdida de impulso o cantidad de movimiento, a consecuencia del rozamiento en la capa límite. Su expresión es:

$$\theta = \int_0^{\infty} \left( \frac{V(x)}{V_1} \left( 1 - \frac{V(x)}{V_1} \right) \right) dx \quad (4.8)$$

- Factor de forma: relación entre los espesores de desplazamiento y cantidad de movimiento (p.ej. White, 1979). Para la capa límite laminar en una placa plana su valor es 2.59. Un elevado valor de este factor implica que la separación de la capa límite está próxima a ocurrir.

$$H = \frac{\delta_l}{\theta} \quad (4.9)$$

- Espesor de vorticidad para el flujo primario: es una medida de la concentración de la vorticidad en la capa límite y se define por:

$$\delta_{\omega} = \frac{V_1}{\left. \frac{dV(x)}{dx} \right|_{\max}} \quad (4.10)$$

siendo:  $V(x)$  = velocidad media en el punto  
 $V_1$  = velocidad máxima del flujo primario

Con el término  $V(x)$  se representa la variación de velocidad en el eje transversal al movimiento del flujo, para cada altura "z" constante.

Para poder evaluar estos espesores, cada perfil de velocidad medido,  $V(x)$ , se ha aproximado por una función polinómica de grado variable, calculada por el método de mínimos cuadrados. Con respecto a los límites de las integrales para el espesor de desplazamiento y el espesor de cantidad de movimiento, el límite superior corresponde al centro de la tobera, y el inferior se ha fijado donde está el valor mínimo de la velocidad encontrado para cada perfil, ya que este punto determina en cada altura ( $z/D$ ) la desviación del chorro debida a la mezcla con el flujo exterior.

Se ha utilizado una regresión múltiple, ajustando cada perfil a un polinomio de cuarto grado de la forma:

$$V(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 \quad (4.11)$$

Altura	Coeficientes del ajuste		Error estandar del coeficiente	Coeficiente de correlación cuadrático
z/D = 0.12	a <sub>0</sub>	0.144356	0.00656	0.9958
	a <sub>1</sub>	0.105564	0.00554	
	a <sub>2</sub>	0.002316	0.002851	
	a <sub>3</sub>	-0.001901	0.000461	
	a <sub>4</sub>	0.000103	0.000022	
z/D = 0.5	a <sub>0</sub>	0.20698	0.002469	0.9983
	a <sub>1</sub>	0.077874	0.001169	
	a <sub>2</sub>	0.004067	0.000652	
	a <sub>3</sub>	-0.001669	0.000123	
	a <sub>4</sub>	0.000084	6.397 E-6	
z/D = 1.0	a <sub>0</sub>	0.258379	0.00295	0.9971
	a <sub>1</sub>	0.074511	0.001583	
	a <sub>2</sub>	0.002501	0.000278	
	a <sub>3</sub>	-0.001422	0.000101	
	a <sub>4</sub>	0.000078	8.429 E-6	

**Tabla 4.1** Coeficientes de ajuste de los perfiles de velocidad media.

Altura	Coeficientes del ajuste		Error estandar del coeficiente	Coeficiente de correlación cuadrático
z/D = 1.5	a <sub>0</sub>	0.143313	0.003327	0.9955
	a <sub>1</sub>	0.027147	0.001373	
	a <sub>2</sub>	0.0074	0.000696	
	a <sub>3</sub>	-0.000769	0.000143	
	a <sub>4</sub>	0.000018	7.775 E-6	
z/D = 2.0	a <sub>0</sub>	0.236501	0.00281	0.9958
	a <sub>1</sub>	0.052258	0.001227	
	a <sub>2</sub>	0.001986	0.000177	
	a <sub>3</sub>	-0.000563	0.000045	
	a <sub>4</sub>	0.000019	3.623 E-6	
z/D = 2.5	a <sub>0</sub>	0.214186	0.002666	0.9957
	a <sub>1</sub>	0.043326	0.001164	
	a <sub>2</sub>	0.002493	0.000168	
	a <sub>3</sub>	-0.000338	0.000043	
	a <sub>4</sub>	1.745 E-6	3.437 E-6	

**Tabla 4.1** Continuación. Coeficientes de ajuste de los perfiles de velocidad media.

Altura	Coeficientes del ajuste		Error estandar del coeficiente	Coeficiente de correlación cuadrático
z/D = 3.0	a <sub>0</sub>	0.166881	0.002021	0.9972
	a <sub>1</sub>	0.028369	0.000883	
	a <sub>2</sub>	0.003631	0.000128	
	a <sub>3</sub>	-0.00006	0.000033	
	a <sub>4</sub>	-0.000016	2.604 E-6	
z/D = 3.5	a <sub>0</sub>	0.268197	0.00186	0.9980
	a <sub>1</sub>	0.041602	0.000677	
	a <sub>2</sub>	0.002154	0.000118	
	a <sub>3</sub>	-0.000187	0.000019	
	a <sub>4</sub>	-6.007 E-6	1.794 E-6	

**Tabla 4.1** Continuación. Coeficientes de ajuste de los perfiles de velocidad media.

Se ha exigido un límite de confianza del 95% para el ajuste. El programa de regresión utiliza el test "t - Student" para la evaluación de los niveles de significación de cada uno de los coeficientes. En todos los casos se ha encontrado que los coeficientes tienen un nivel de significación menor de 10<sup>-3</sup>. Los valores de los coeficientes y otros parámetros estadísticos de interés, obtenidos para las distintas alturas medidas con ALD, se muestran en la tabla (4.1).

Como ejemplo de la bondad del ajuste realizado, en la figura (4.2) se han dibujado, en primer lugar el perfil de velocidad medido para la altura  $z/D = 0.12$ , y en segundo lugar, el que corresponde al ajuste mediante la regresión polinómica entre los límites comentados anteriormente.

Una vez calculadas las aproximaciones del perfil de velocidad media axial, se obtienen por integración los valores de los espesores de desplazamiento y de cantidad de movimiento. La relación entre ambos nos proporciona el factor de forma de la capa límite.

Con respecto al espesor de vorticidad,  $\delta_\omega$ , se ha sustituido  $V(x)$  por un polinomio calculado como los anteriores en el que se ha buscado el máximo. Al no ser una cantidad integral, es más sensible a los detalles del perfil que el espesor de cantidad de movimiento, y por tanto proporciona más información sobre el crecimiento de la capa de mezcla, ya que es independiente de las medidas en el lado de baja velocidad. En la tabla (4.2) se presentan los resultados obtenidos para los espesores de desplazamiento, cantidad de movimiento, vorticidad y el factor de forma para cada perfil. Las variaciones de estos parámetros con respecto a la distancia adimensional ( $z/D$ ) se observan con mayor claridad en las gráficas (4.3), (4.4), (4.5) y (4.6).

La variación de los espesores de cantidad de movimiento,  $\theta$ , y vorticidad,  $\delta_\omega$ , proporcionan información sobre la evolución de las estructuras. Se han aproximado ambas variaciones mediante una regresión lineal, con un límite de confianza igual que el exigido en la aproximación de los perfiles de velocidad anteriormente descrito. En los dos casos se obtiene un valor del coeficiente de correlación cuadrático superior a 0.98 y un nivel de significación de los coeficientes menor de  $10^{-3}$ . El hecho de que tanto el espesor de cantidad de movimiento como el espesor de vorticidad, figuras (4.4) y (4.5), sean claramente lineales y con poca desviación, parece indicar que las estructuras que tienden a formarse de manera natural en el flujo no cambian de

---

carácter, como ocurriría en configuraciones con números de Reynolds elevados (Husain y Hussain, 1979).

Con respecto al factor de forma de la capa límite a la salida, en nuestro caso  $H = 2.66$  a una altura  $z/D = 0.12$ , comprobamos que es comparable al correspondiente a la capa límite laminar del perfil de Blasius, cuyo valor es según los autores de  $H = 2.59$  (Schlichting, 1965), o  $H = 2.60$  (Hinze, 1975), y por tanto se puede asegurar que la capa límite a la salida en nuestra configuración es razonablemente laminar. Los valores del espesor de vorticidad en función de la distancia en el sentido de la corriente varían desde un valor de 6.1 para el plano de salida, hasta el valor de 14.2 que encontramos en  $z/D = 3.5$ , lo que indica que la pendiente del perfil ha ido disminuyendo rápidamente y por tanto que el mezclado de las corrientes se produce con gran rapidez.

Altura $z/D$	$\delta_1$ [mm]	$\theta$ [mm]	$\delta_{\omega}$ [mm]	H
0.12	3.06	1.15	6.06	2.66
0.5	3.41	1.42	6.53	2.39
1.0	4.78	1.75	7.19	2.74
1.5	5.61	2.21	9.22	2.54
2.0	6.24	2.18	9.81	2.87
2.5	6.69	2.42	11.46	2.76
3.0	8.07	2.70	12.37	3.00
3.5	9.17	2.91	14.17	3.16

**Tabla 4.2** Valores de los espesores y factor de forma asociados a cada perfil de velocidad.

#### 4.1.2 Espectros de energía en flujo natural

Uno de los objetivos de este trabajo es la caracterización de las estructuras que se generan en la capa de mezcla entre dos corrientes coaxiales con y sin efectos de flotabilidad. Al revisar la bibliografía existente, se comprueba que las frecuencias naturales de inestabilidad en chorros de este tipo, se buscan como picos en el espectro de energía cinética turbulenta asociado a la componente axial de la velocidad (Crow y Champagne, 1971; Husain y Hussain, 1983; Yule, 1978; Chao, Han y Jeng, 1990).

Las frecuencias asociadas a la capa de mezcla entre las corrientes son inherentes a la configuración del experimento, ya sea debido al tipo de perfil de velocidades a la salida o al número de Reynolds. El estudio de los espectros nos puede proporcionar información sobre la dinámica de las estructuras coherentes sobre aspectos como apareamiento de torbellinos, realimentación de las perturbaciones por aparición de armónicos o subarmónicos, etc. (Zaman y Hussain, 1980; Hasan y Hussain, 1982).

Otro de los objetivos del trabajo consiste en trasladar los resultados de la investigación llevada a cabo en el laboratorio, a situaciones semejantes en la atmósfera, y por tanto, contribuir al conocimiento del desarrollo de la capa límite atmosférica, que se considera prácticamente siempre como turbulenta.

La utilización del análisis espectral en turbulencia atmosférica está ampliamente difundida, sobre todo para describir el comportamiento de la capa límite desde el prisma de la Teoría de Semejanza (Lumley, 1967; Wyngaard y Coté, 1970). Hay que resaltar los trabajos encaminados a la modelización del llamado subrango inercial en el que la cascada de remolinos mantiene un equilibrio de tal modo que la energía de éstos se transmite sin intervención de agentes externos a ellos mismos (p.ej. Panofsky y Dutton, 1984). Sin embargo, otros trabajos se han centrado en la determinación de frecuencias características bajo ciertas condiciones (Maqueda, 1987).

---

Finalmente la utilización en la atmósfera de espectros cruzados y la función de coherencia entre series temporales de magnitudes distintas, puede servir para encontrar la interacción en el espacio de frecuencias de dichas magnitudes (Cano et al., 1987; Maqueda et al., 1991).

Para la estimación de la energía cinética turbulenta tanto en la atmósfera como en experimentos controlados en el laboratorio se pueden utilizar diversos algoritmos, entre los que destacan los desarrollados por Blackman y Tuckey (1958) o la Transformada Rápida de Fourier, FFT (p.ej. Jenkins y Wats, 1968).

En nuestro caso se ha elegido la FFT, debido a la gran cantidad de ventajas que ofrece en el caso de la utilización de un gran número de datos para las series temporales, realizando de una manera muy eficiente la transformación entre el plano del tiempo y el de la frecuencia. Ahora bien, para la aplicación de este algoritmo, es necesario que la adquisición de datos se realice a intervalos regulares. En el caso de medidas efectuadas mediante anemometría Láser-Doppler, cada dato se obtiene al analizar la luz dispersada por una partícula al atravesar el volumen de medida creado por el cruce de los rayos láser, y como el tiempo de llegada a dicho volumen es aleatorio, los datos obtenidos no estarán distribuidos regularmente en el tiempo.

Esta irregularidad es intrínseca a esta técnica anemométrica y cualquiera que sea el sistema de procesado de la señal no se podrá dejar de lado esta consideración (Viedma y Martínez-Val, 1985). Para las condiciones de la toma de datos en el experimento, por tanto, no es posible aplicar directamente la FFT y será necesario realizar transformaciones previas con los datos para poder conseguir resultados equiparables a los que se obtendrían con una digitalización de la señal a intervalos regulares.

En nuestro caso, con procesador de tipo contador de ciclos, la información obtenida del sistema de medida es una serie de datos de velocidad ( $V_i$ ) y los

---

intervalos entre cada dato y el anterior ( $t_i = t_i - t_{i-1}$ ). De este conjunto de valores se pueden obtener, como ya se ha explicado, la velocidad media, fluctuación respecto a la misma, desviación típica y otros parámetros estadísticos de interés. Para el cálculo de espectros y consultada la bibliografía, nos encontramos con dos algoritmos especialmente indicados para transformar los datos aleatorios en datos equitemporales (George, 1978; Roberts y Gaster, 1980; Srikantiah y Coleman, 1981; Bell, 1983).

El primero de ellos es el método de promediado de periodograma con transformación directa. Con este algoritmo, el espectro estimado  $G$  se obtiene al promediar los periodogramas obtenidos con los bloques en los que se ha dividido el registro de datos, siendo cada uno de ellos calculado por:

$$G_j(f) = \frac{2}{T} [ |\sum v_i \exp(-2\pi jft_i)|^2 - \sum v_i^2 ] \quad (4.12)$$

Al no estar los datos equiespaciados no se puede aplicar la FFT en los periodogramas y por tanto el método resulta lento.

El segundo método, y más utilizado, es el de la autocorrelación por histograma de productos de retardos discretizados. En la estimación del espectro a través de la función de autocorrelación los parámetros que hay que fijar son el incremento en el retardo que se considera y el número de puntos en que se calcula la función de autocorrelación.

La estimación de la función de autocorrelación se obtiene de:

$$\hat{R}(k \Delta\tau) = \frac{\sum V_i V_j}{H(k)} \quad (4.13)$$

donde  $V_i$  y  $V_j$  cumplen  $|(t_i - t_j) / \Delta\tau - k| < 0.5$  y  $H(k)$  es el número de productos que cumplen la condición anterior.

Para que este valor sea estable se han de cumplir las condiciones:

$$T > M \Delta \tau = \tau_{\max} \quad (4.14)$$

$$N > M \lambda \Delta \tau \quad (4.15)$$

donde  $\lambda$  = número de datos en la unidad de tiempo. En estas condiciones el ancho de banda, que se define como la resolución del espectro en términos de frecuencia es:

$$B = \frac{C}{M \Delta \tau} = \frac{C}{\tau_{\max}} \quad (4.16)$$

es decir, todas las estimaciones espectrales inferiores a B están acumuladas en ese valor.

En realidad, la varianza de estos estimadores debido a la aleatoriedad del tiempo de llegada de la partícula está incrementado en una cierta magnitud (Hammond, 1985):

$$\text{var}(S) = \frac{1}{BT} \left( S(f) + \frac{\overline{v^2}}{\lambda} \right)^2 \quad (4.17)$$

por lo que el error relativo será:

$$\epsilon^2 = \frac{1}{BT} \left[ 1 + \frac{\overline{v^2}}{S\lambda} \right]^2 \quad (4.18)$$

Con los valores usuales de  $u^2$ ,  $S$  y  $\lambda$  resulta  $(u^2 / S\lambda) \ll 1$  y pueden utilizarse las expresiones simplificadas de  $\epsilon$  sin grave error (Viedma y Martínez-Val, 1985).

En nuestro caso, el error relativo, cociente entre la desviación típica del espectro estimado respecto al espectro medio y el valor del espectro, viene dado por:

$$\epsilon^2 = \frac{\tau_{\max}}{c T} \tag{4.19}$$

Este parámetro da idea del error cometido por la variabilidad del estimador.

El número de grados de libertad, índice que proporciona una estimación de cuántas partes independientes se compone cada punto del espectro estimado, y que es función del ancho de banda, se define como:

$$n = 2 c \frac{T}{\tau_{\max}} \tag{4.20}$$

- siendo:
- T = longitud temporal del registro
  - M = N° de puntos en la función de autocorrelación
  - ND = N° de datos del registro
  - C = coeficiente corrector que depende de la ventana anti "leakage"

Con la función de autocorrelación así evaluada para valores de tiempo de retardo múltiplos de  $\Delta\tau$ , se puede aplicar una FFT y obtener el espectro de energía de una sola vez.

Para el cálculo de espectros en nuestras medidas se ha escogido este segundo método para la obtención de ficheros de datos distribuidos de forma regular en el tiempo, por su mayor rapidez de cálculo y porque se dispone también de la función de autocorrelación que puede ofrecer información acerca de las escalas temporales del proceso y la identificación de componentes de baja frecuencia.

Una vez que el fichero de datos es el adecuado, para la obtención de la FFT se va a emplear el algoritmo de Cooley y Tukey (1965), ya que reduce enormemente los tiempos de cálculo. Se ha utilizado un programa que permite la evaluación de la transformada discreta de Fourier directa o inversa con una implantación en FORTRAN que se puede encontrar en Rader (1979).

Se van a establecer los parámetros utilizados en nuestro cálculo, una vez realizadas las pruebas necesarias para su ajuste y comprobación. Los ficheros iniciales de datos están formados por 3200 datos cada uno. La toma de datos se ha efectuado a un ritmo medio de 100 datos/s en el flujo exterior y 500 datos/s en el centro del chorro primario, por tanto se obtienen registros aproximados de 30s y 7s respectivamente. El tiempo de retardo para la función de autocorrelación se ha fijado en base al tiempo recomendado por varios autores:

$$\Delta \tau = \frac{\text{tiempo total}}{N^{\circ} \text{ de datos}} \quad (4.21)$$

con un valor medio aproximado, para los espectros evaluados de  $\Delta \tau = 4000 \mu\text{s}$ . El número de puntos en la función de autocorrelación (M) se ha tomado de 128, con lo que el número de bloques que se procesan es de 25.

Se ha utilizado la ventana de Hanning ( $c = 2.6$ ), para evitar el efecto de "leakage", que podría distorsionar los picos que aparezcan en el espectro, debido a

la incapacidad de reconocer armónicos cuyos períodos no sean múltiplos del intervalo de análisis en el problema de Fourier. Esto provocaría que un pico que tuviera la señal en la frecuencia  $f$  apareciera distribuido sobre frecuencias vecinas. Esta ventana se aplica a los coeficientes de la función de correlación antes de aplicar la FFT.

El otro posible efecto distorsionador en el cálculo de espectros es el "aliasing". En nuestro caso no ha sido necesaria la aplicación de ningún filtro ya que la frecuencia de Nyquist, por debajo de la cual este efecto no se presenta es de 125 Hz, muy por encima del rango de frecuencias en el cual vamos a buscar picos.

Con estas condiciones se ha determinado el resto de parámetros dependientes del algoritmo utilizado. Estos son:

- ancho de banda:  $B = 5.08$  Hz
- error relativo:  $\epsilon^2 = 0.0154$
- n° de grados de libertad:  $n = 130$

Además se ha calculado el rango de precisión del espectro para cada frecuencia (Cuerno, 1992). El valor de los límites superior e inferior, +1.08 dB y -0.95 dB, respectivamente, confirma la presencia real de los picos encontrados.

#### **4.1.3 Flujo perturbado. Selección de las condiciones de perturbación.**

Como ya se ha comentado en el capítulo anterior, para perturbar el flujo se utiliza un altavoz situado en la parte inferior de la cámara de remanso del chorro primario. Mediante este altavoz, se introduce un pulso de presión periódico en el flujo, alimentando el altavoz con una señal sinusoidal de frecuencia y amplitud regulables. Con esta perturbación exterior y mediante métodos de visualización, será posible el estudio detallado de los torbellinos que se crean en el flujo debidos a la

---

capa de cortadura entre ambas corrientes. Para poder determinar el nivel de perturbación que se introduce en el flujo, es necesario calibrar la perturbación en función de la amplificación de la señal excitadora, que se realiza mediante un potenciómetro amplificador de bajos, y la frecuencia de excitación, introducida mediante un generador de señales.

Uno de los métodos más utilizados, es la toma de datos en fase con la excitación exterior y el posterior procesado en fase de los mismos, para obtener en cada caso los valores de las velocidades máxima y mínima dentro de cada periodo (Lepicovsky, 1986), es decir, la evolución de la velocidad axial en función del tiempo para un ciclo y nivel de perturbación dado. Como ilustración de este proceso para el cálculo del nivel de perturbación exterior, se muestra en la figura (4.7), tomada de Cuerno (1992), la evolución de la velocidad media axial, una vez realizado el promediado en fase, para una frecuencia excitadora de 16 Hz y posición del potenciómetro 40, medida en el plano de salida.

Debido a que este proceso es laborioso y ya está muy desarrollado, se ha decidido estimar el nivel de perturbación exterior mediante el cálculo directo de la intensidad turbulenta en función de la posición del potenciómetro. El proceso seguido ha sido el siguiente. Se excita el flujo a una frecuencia determinada y para cada posición del potenciómetro se toman medidas de velocidad mediante anemometría Láser-Doppler. En la figura (4.8) se muestra la distribución de velocidad en las medidas con ALD para ambos casos, flujo natural y flujo perturbado, con idea de comprender mejor el efecto que la perturbación exterior provoca en el flujo. Cada fichero de datos se procesa para calcular la velocidad media y la desviación típica, según los criterios definidos en 4.1.1, y por tanto el valor de la intensidad de turbulencia  $I$ , que es ahora función de la amplificación de la señal.

La curva de calibración obtenida se muestra en la figura (4.9). Para posiciones del potenciómetro menores de 2.5, la perturbación exterior que se introduce aumenta

---

moderadamente y de forma lineal. A partir de este valor se produce un salto brusco en el nivel de perturbación, que como se verá en el estudio de las imágenes del flujo, apartado 4.2.3, corresponde al momento en el que las estructuras naturales que se han formado en el flujo, empiezan a romperse y perder coherencia.

El primer objetivo que se persigue al perturbar el flujo, es comprobar si las frecuencias de inestabilidad obtenidas mediante el análisis espectral se pueden identificar como frecuencias asociadas al paso de inestabilidades en la entrefase. A la vista de los resultados obtenidos mediante el cálculo de los espectros de energía cinética turbulenta, se ha seleccionado en primer lugar, una frecuencia de excitación de 13 Hz, que corresponde al pico más acusado de los espectros realizados. Estos espectros se presentan e interpretan en el apartado 4.2.1. Se han tomado imágenes de vídeo del flujo perturbado a esta frecuencia, aplicándole diversos niveles de perturbación mediante cambios en la amplitud de la señal, como se acaba de comentar. Por último se han tomado también imágenes del flujo, perturbado con otras dos frecuencias distintas, y de este modo poder comparar la estructura resultante del flujo cuando la excitación no corresponde con la frecuencia natural encontrada. Todas las imágenes se muestran en el apartado 4.2.3, correspondiente al análisis e interpretación de los resultados obtenidos con flujo homogéneo perturbado.

## **4.2 Presentación e interpretación de los resultados**

### **4.2.1 Flujo natural**

El primer paso en nuestro estudio ha sido la caracterización y descripción del flujo medio obteniendo la velocidad media axial y la intensidad turbulenta a lo largo de un radio, desde el centro de la tobera de salida del flujo primario, hasta la zona del flujo secundario en la que ya no son apreciables los efectos de la mezcla de las

---

corrientes. Debido al gran número, tanto de puntos de medida como de datos en cada uno de ellos, no es posible la obtención de todos los perfiles de velocidad en la misma sesión de trabajo. Por este motivo es necesario, antes de cualquier medida, comprobar que las condiciones iniciales del experimento no se modifican. Como se detalló en el apartado (3.2), el caudal que se introduce en el chorro interior se determina mediante una posición fija de los rotámetros de aire y Nitrógeno, y se mantiene siempre en la misma posición la apertura de la válvula de mariposa en el extractor situado al final del túnel aerodinámico, que genera el flujo secundario.

Aún así, es conveniente conocer de antemano cual es la variación que experimenta la velocidad media en la línea central del chorro primario en el rango de alturas medido. Para ello se han tomado medidas de velocidad con ALD sólo en el eje, y hasta una altura de  $z/D = 4.5$ . Los resultados se muestran en la figura (4.10). A la vista de esta figura se comprueba que la velocidad en el centro es casi constante en todo el rango medido.

Una vez que se puede asegurar la repetitividad del experimento y siguiendo los criterios de definición descritos en el apartado 4.1.1, se han dibujado los perfiles de velocidad media axial para las diferentes alturas estudiadas. Estos perfiles se presentan en las figuras (4.11) a (4.18), y corresponden a las alturas  $z/D = 0.12, 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0$  y  $3.5$  respectivamente. Tal y como se describió en el Capítulo 3, ver figura (3.5), se ha elegido el borde de la tobera como origen y por tanto los valores positivos de la coordenada "x" indican que las medidas se realizan en el chorro primario o interior, y los valores negativos nos muestran la zona de medida del flujo secundario o exterior. Se ha considerado interesante presentar estos primeros perfiles de velocidad con los datos, tanto de velocidad como de distancia, sin adimensionalizar, ya que así quedan determinados claramente los puntos elegidos para las medidas y las variaciones reales de la velocidad en cada altura.

Sin embargo, para poder establecer comparaciones entre los diferentes perfiles, es necesario adimensionalizar las dos magnitudes, velocidad y distancia, que aparecen en ellos. En el caso de un único flujo, la adimensionalización se realiza con el valor de la velocidad máxima encontrada en cada perfil. Sin embargo en nuestro caso, por el hecho de tener una configuración con dos corrientes coaxiales, hay que tener en cuenta las dos velocidades,  $V_1$  y  $V_2$ , correspondientes a cada uno de los chorros, a la hora de establecer la velocidad característica adecuada. Como la velocidad en el centro del chorro primario ( $V_1$ ), para todas las alturas medidas (ver figura (4.10)), se mantiene prácticamente constante, y en la zona del flujo secundario donde ya no se detectan los efectos del mezclado, la velocidad del chorro exterior ( $V_2$ ), viene impuesta por la apertura de la válvula de mariposa del extractor, se puede considerar también constante, la velocidad  $V(x)$  en cada perfil se ha adimensionalizado mediante la expresión:

$$V_{adimen} = \frac{V(x) - V_2}{V_1 - V_2} \quad (4.22)$$

de tal manera que en todos los perfiles la velocidad varía entre 0 y 1.

Para justificar esta forma de adimensionalizar los perfiles, nos basamos en la ecuación de cantidad de movimiento de la turbulencia o ecuación de Reynolds:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial z} + v \frac{\partial u}{\partial x} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} (-\overline{u'^2}) + \frac{\partial}{\partial x} (-\overline{u'v'}) + f_x \quad (4.23)$$

siendo

- $U$  = componente de la velocidad en el sentido del movimiento (eje z)
- $V$  = componente de la velocidad transversal al sentido del movimiento
- $\overline{u'^2}$  = términos del tensor de esfuerzos de Reynolds
- $\overline{u'v'}$  = términos del tensor de esfuerzos de Reynolds
- $f_x$  = fuerzas másicas

Puesto que en la ecuación anterior la velocidad siempre aparece en forma de derivada, para adimensionalizarla es conveniente conocer el orden de magnitud de la variación de la velocidad. En la configuración en estudio, esta variación viene dada por la velocidad característica de la configuración, que es la diferencia de velocidades entre la velocidad en el eje y la velocidad en el flujo exterior. De esta manera, se podría escribir la ecuación en variables de semejanza, y por tanto la velocidad toma la forma:

$$U = U_{ext} + \Delta U f(\eta) \quad (4.24)$$

Siendo:

$$\eta = \frac{x}{\delta} = \text{distancia adimensional} \quad (4.25)$$

$$f(\eta) = \frac{U - U_{ext}}{U_{eje} - U_{ext}} \quad (4.26)$$

De la misma manera se adimensionalizaría la desviación típica, obteniéndose el coeficiente C, ya comentado en el apartado anterior. Es decir, todas las magnitudes se escriben en función de la variable  $\eta$ , y por tanto sólo dependen de la distancia transversal adimensional y es posible su comparación a diferentes alturas  $z/D$ .

La manera de obtener esta distancia adimensional ha sido la siguiente: se ha calculado el punto donde la velocidad adimensional toma el valor de 0.5, y se busca en cada fichero de datos a que punto "x" corresponde. A este valor,  $x(0.5)$  se le asigna el valor 1 en el eje, según la expresión:

$$\eta = X_{adimen} = \frac{x_{cen} - x}{x_{cen} - x_{0.5}} \quad (4.27)$$

En la relación anterior, además, se ha cambiado el origen de los ejes, restando el valor de la  $x$  en el centro de la tobera, cuyo valor es de 12.2 mm según el criterio anterior. El cero corresponde ahora al centro de la tobera del flujo primario, simplemente para una mejor apreciación de las variaciones de los perfiles.

Los perfiles de velocidad adimensionalizados con estos dos parámetros se muestran en la figura (4.19). Se puede observar que éstos empiezan siendo casi planos y van evolucionando hacia una forma parabólica, perdiéndose casi totalmente el efecto de la estela del borde de la tobera del flujo primario a partir de la altura  $z/D = 3.0$ . Este efecto, que aparece como un defecto de velocidad en el perfil, puede apreciarse claramente en el que corresponde a la altura  $z/D = 0.12$ , es decir, prácticamente en el plano de salida, así como la gran diferencia de velocidades iniciales entre ambos chorros.

Como se ha comentado en el apartado 4.1.1, para obtener información de la intensidad de turbulencia en cada uno de los perfiles de velocidad medidos, se han calculado los valores de  $I$ , intensidad de turbulencia local, como relación entre la desviación típica y la velocidad media en cada punto, y los valores del coeficiente  $C$ , que se ha definido como la relación entre la desviación típica en cada punto y la diferencia entre las velocidades de cada uno de los chorros. Es decir, el valor de  $C$ , corresponde a la estimación de la desviación típica adimensionalizada con la velocidad característica de la configuración.

Las figuras (4.20) a (4.27) muestran los perfiles de la intensidad de turbulencia local en función de la distancia adimensional, en cada altura medida. Se puede observar en los perfiles, que tanto para las proximidades del centro de la tobera del flujo primario, como para la zona de flujo secundario alejada de la capa de mezcla,

los valores de la intensidad turbulenta local son inferiores al 10%. Para cada  $z/D$  constante, las fluctuaciones turbulentas del flujo primario crecen al hacerlo la distancia radial, hasta alcanzar el mayor valor en la zona de gradiente de velocidad axial máximo. Cuando nos alejamos del plano de salida del flujo, los valores máximos no sólo van decreciendo, sino que se estrecha la zona en la que están comprendidos, lo que indica que va aumentando el mezclado entre los flujos primario y secundario, hasta llegar a la altura  $z/D = 3.5$ , donde se observa que el pico de intensidad turbulenta prácticamente ha desaparecido. El único caso excepcional es el que corresponde a la altura  $z/D = 1.5$ , en el que aparece un pico excesivo en comparación con las otras alturas. Analizando la figura (4.14) o la figura (4.19), que nos proporcionan los perfiles de velocidad media axial para esta altura, podemos observar que en la misma zona donde aparece el pico de intensidad turbulenta local, la velocidad media axial sufre un ligero aumento. La única explicación posible es pensar que alguna perturbación exterior, no controlada en el momento de la medida, ha hecho que se "dispare" el valor de la turbulencia en ese punto y por tanto no se puede extraer información de este caso.

En las figuras (4.28) a (4.35) se presentan los perfiles correspondientes al coeficiente  $C$  para todas las alturas estudiadas. Como se ha comentado anteriormente, la adimensionalización de la desviación típica se hace ahora con la diferencia de velocidades de los dos chorros, es decir con la velocidad característica de la configuración, y por tanto con estas gráficas se obtiene información de la intensidad de turbulencia de una forma global.

Se comprueba que los valores del coeficiente  $C$  en la zona del chorro secundario donde no hay efectos del mezclado, son muy pequeños, del orden del 3% en todos los casos, ya que el flujo en esa zona es muy estable. Por el contrario, en las proximidades del centro de la tobera, los valores del coeficiente  $C$  aumentan con respecto a los de intensidad local  $I$ , puesto que el chorro interior está continuamente engullendo flujo de baja velocidad procedente del chorro exterior, y las variaciones

---

de velocidad entre las partículas que proceden de ambos flujos son muy grandes. En la zona de mezcla aparecen también picos, que como en el caso de la intensidad turbulenta local, tienden a disminuir con la altura puesto que el mezclado de las corrientes se produce con gran rapidez.

#### **4.2.2 Análisis de espectros de energía**

A continuación se presentan los espectros de energía cinética turbulenta, realizados para el cálculo de las frecuencias naturales o propias de los torbellinos dominantes en la configuración. A la hora de seleccionar la zona óptima para estimar las frecuencias de inestabilidad naturales de la capa de mezcla, parece lógico pensar que el punto donde aparece la máxima fluctuación turbulenta, que suele estar asociado al máximo gradiente de velocidad del perfil, puede ser el punto que más información proporcione en la búsqueda de picos de frecuencia en el espectro. Sin embargo, tal y como se puede ver en el trabajo de Mollo-Christensen (1967), el espectro de un flujo con turbulencia desarrollada, tomado en el centro de la capa de mezcla, queda oscurecido por fluctuaciones de pequeña escala que ocultan el movimiento de estructuras coherentes o torbellinos de escala mayor. A esta razón hay que añadir las que provienen de las características inherentes a la toma de datos con anemometría Láser-Doppler, como se detalló en el apartado 4.1.2, ya que esta técnica de medida no permite obtener datos de velocidad equitemporales.

En la zona de la capa de mezcla, por la gran diferencia de velocidades iniciales entre ambos chorros, el tiempo de medida se alarga y la función de autocorrelación empleada para la aplicación de la FFT, puede no ser lo suficientemente precisa para los cálculos posteriores. Según los trabajos de Petersen y Samet (1988) o de Hung y Ho (1990), los estudios espectrales se pueden realizar en el extremo exterior de la capa de mezcla o incluso fuera de ella, a distancias que sean múltiplos del espesor de cantidad de movimiento local, contando desde el centro de la capa de mezcla. Por

---

estos motivos, se han seleccionado distintos puntos para el cálculo de los espectros, desde el centro de la tobera y pasando por la zona de mezclado, hasta puntos alejados en el flujo secundario.

Debido a que el número de figuras correspondientes a todas las funciones de autocorrelación y espectros de energía calculados es demasiado elevado, se han seleccionado algunos casos, que se presentan en las figuras (4.36) a (4.46). Para la mayoría de las alturas estudiadas, por las características de medida con anemometría Láser-Doppler, el centro de la tobera de salida del flujo primario es el punto donde se aprecia más claramente el espectro de energía cinética turbulenta. A continuación se presenta una relación de los puntos escogidos para la presentación de los espectros en cada altura  $z/D$  estudiada:

- $z/D = 0.12$ 
  - centro de la tobera
  - 10.8 mm desde el centro y hacia el flujo exterior
  
- $z/D = 0.5$ 
  - centro de la tobera
  - 10.4 mm desde el centro y hacia el flujo exterior
  
- $z/D = 1.0$ 
  - centro de la tobera
  - 7.2 mm desde el centro y hacia el flujo exterior
  
- $z/D = 1.5$ 
  - centro de la tobera
  
- $z/D = 2.0$ 
  - centro de la tobera

- $z/D = 2.5$ 
  - 10 mm desde el centro y hacia el flujo exterior
- $z/D = 3.0$ 
  - centro de la tobera
- $z/D = 3.5$ 
  - centro de la tobera

En todos los casos, se encuentra un pico claramente diferenciado en el entorno de los 13 Hz, lo que indica que hasta la altura estudiada la perturbación natural no cambia de caracter.

Se ha calculado el número adimensional de Strouhal que proporciona información del comportamiento oscilatorio del flujo en función del número de Reynolds. En general, la expresión que nos proporciona este numero adimensional viene dada por (p.ej. White, 1988):

$$St = \frac{f L}{V} \quad (4.28)$$

siendo:     $f$     =    frecuencia de oscilación  
                $L$     =    longitud característica  
                $V$     =    velocidad característica

En el caso de capa de mezcla axilsimétrica existen dos longitudes características que influyen no sólo en la formación de estructuras sino en su desarrollo posterior. Por una parte está el espesor de cantidad de movimiento inicial, que si es considerablemente menor que el diámetro del chorro, es decir ( $\theta/D \ll 1$ ), proporciona un enrollamiento de la capa de cortadura similar a la de la capa plana (Michalke,

---

1965b). La segunda longitud característica es el radio del chorro, cuyos efectos se hacen apreciables cuando éste va desarrollándose. En función de estos dos parámetros se puede hablar de dos tipos de inestabilidades en la capa de mezcla axilsimétrica. El modo de capa de cortadura, asociado a las condiciones iniciales de la configuración y que guarda escala con el espesor de cantidad de movimiento inicial,  $\theta$ , tiene como expresión:

$$St_{\theta} = \frac{f \theta}{V_1} \quad (4.29)$$

El modo preferente o modo de columna ("jet-column mode" en la literatura anglosajona), basado en el diámetro del chorro, tiene como expresión:

$$St_D = \frac{f D}{V_1} \quad (4.30)$$

siendo:

- $V_1$  = velocidad media máxima en el flujo interior
- $D$  = diámetro de la tobera

En nuestra configuración el valor del espesor de cantidad de movimiento inicial es de 1.15 mm, que proporciona un valor de  $St_{\theta} = 0.025$ . Sin embargo al consultar la bibliografía se encuentra que el valor asociado al máximo ritmo de crecimiento de las inestabilidades es de  $St_{\theta} = 0.017$ , valor ampliamente contrastado de forma experimental por los investigadores y de manera teórica mediante las teorías de estabilidad (Michalke y Fuchs, 1975; Michalke y Hermann, 1982; Michalke, 1984).

El valor obtenido, en nuestro caso, para el número de Strouhal basado en el diámetro del chorro es de  $St_D = 0.53$ . El rango de variación aceptado por la mayoría de los investigadores para el número de Strouhal del modo preferente está entre 0.24

y 0.64 (Gutmark y Ho, 1983; Ho y Huerre, 1984). Esta variación se puede deber a diferencias en las técnicas de procesado de los datos (Petersen, 1978), o a algún tipo de perturbaciones acústicas o ruido residual presente en cada instalación, de frecuencia cercana al intervalo de inestabilidad de la configuración que pueden producir un efecto de resonancia.

Analizando estos datos se puede deducir que en la configuración en estudio, la frecuencia encontrada en los espectros corresponde a una inestabilidad del modo preferente, que se mantiene constante en toda la zona estudiada, es decir hasta una altura de  $z/D = 3.5$ . Este hallazgo avala la idea de descartar el modo de capa de cortadura, ya que en éste último caso, las frecuencias del pico principal disminuyen en la dirección del movimiento por interacciones y apareamientos entre estructuras turbilhonarias sucesivas (Roshko, 1976; Yule, 1978).

### **4.2.3 Flujo perturbado**

El estudio del comportamiento del flujo perturbado y su posible aplicación para aumentar la mezcla entre ambas corrientes, se ha basado en la obtención de imágenes del flujo excitado, utilizando la técnica de visualización ya comentada ampliamente en el Capítulo 2.

En primer lugar, y para que sirva de referencia, se muestra en la figura (4.47) la imagen correspondiente al flujo natural, es decir, sin excitación exterior. Tanto en esta primera figura como en el resto de las imágenes, el movimiento del flujo se presenta en su posición real dentro del túnel aerodinámico, es decir, en la parte inferior de las imágenes se encuentra la tobera de salida del chorro primario. Aunque las medidas cuantitativas con anemometría Láser-Doppler se han limitado a la zona comprendida entre el plano de salida de la tobera y una distancia de  $3.5 D$  en el sentido de la corriente, en la visualización todas las imágenes nos muestran el flujo

---

hasta una altura aproximada de 10 D. De esta manera, no sólo confirmamos los resultados obtenidos mediante las medidas con ALD, sino que además podemos conseguir información adicional de la evolución del flujo.

En esta primera imagen se puede observar, que en las proximidades de la salida de la tobera, el flujo, aún sin ningún tipo de excitación exterior, presenta una ligera periodicidad. Este hecho viene a confirmar los resultados obtenidos en el cálculo de los espectros, en los que aparece un único pico en frecuencia dentro del rango de alturas estudiado y por tanto, que la frecuencia correspondiente al modo de columna o modo preferente, está presente en el flujo de un manera determinante.

Las siguientes imágenes, figuras (4.48) a (4.53) corresponden al flujo con una excitación exterior de 13 Hz y niveles de perturbación de 3.7%, 5.5%, 8.2%, 11.4%, 11.6% y 13.9%, respectivamente, valores que representan intensidad turbulenta. Como ya se ha comprobado anteriormente (ver figura (4.8)), el grado de perturbación exterior que se introduce en el flujo, al variar la intensidad de la señal, es casi lineal hasta llegar a una posición del potenciómetro de 3, donde la curva de calibración, en el caso de frecuencia de excitación de 13 Hz, sufre un aumento brusco en el valor de la perturbación. En estas figuras se puede observar de forma clara, que al excitar el flujo a la frecuencia propia de los torbellinos dominantes y mediante el paso de la luz láser por el modulador opto-acústico, las estructuras quedan "congeladas" y su estudio se simplifica considerablemente.

En primer lugar se puede ver que los torbellinos que se van formando se encuentran equiespaciados, lo que significa que se han generado estructuras coherentes a la frecuencia dominante de la configuración. Por otra parte, se comprueba que los anillos de vorticidad concentrada se hacen cada vez más intensos a medida que se aumenta el nivel de excitación o perturbación exterior. A partir de un valor de perturbación del 14% aproximadamente, figura (4.53), los torbellinos se alargan e incluso se vislumbra la aparición de anillos de torbellinos contrarrotatorios

---

con los anteriores, similares a los encontrados en configuraciones análogas (Becker y Massaro, 1968; Yule, 1978; Zaman y Hussain, 1980; Cuerno, 1992), aunque en nuestra configuración esta modificación en la topología del flujo es menor, por ser la velocidad del flujo secundario muy pequeña.

Las figuras (4.54) y (4.55) nos muestran que al seguir aumentando la perturbación exterior, las estructuras pierden nitidez debido al alto grado de turbulencia inducido por la perturbación, produciéndose mezcla significativa entre ambas corrientes.

Por último se han tomado imágenes del flujo excitado a otra frecuencia completamente distinta. El valor elegido ha sido de 5 Hz, para evitar una posible aparición de múltiplos o submúltiplos de la frecuencia propia o dominante. Como ejemplo se muestran dos imágenes del flujo excitado a 5 Hz, figuras (4.56) y (4.57), con los mismos valores de nivel de perturbación que los que corresponden a las figuras (4.50) y (4.54), 8% y 22%, respectivamente. Se puede observar de una forma clara la gran diferencia en la forma del flujo entre la excitación a 13 Hz y la excitación a otra frecuencia cualquiera, lo que verifica la exactitud de los cálculos espectrales previos.

Mediante la visualización del flujo perturbado es posible también estimar la velocidad de convección media de las estructuras dominantes. Para ello es necesario disponer de una grabación realizada con iluminación continua, lo que nos permite dibujar mapas de las trayectorias seguidas por ciertos puntos de las imágenes (Hussain y Clark, 1981; Strawa y Cantwell, 1985; Chao, Han y Jeng, 1990). En nuestro caso, se realizaron todas las grabaciones haciendo pasar la luz láser por el modulador opto-acústico vibrando a la misma frecuencia que el altavoz, y así obtener en primer lugar una imagen "congelada" del flujo. A primera vista parece que con imágenes obtenidas mediante iluminación pulsátil sería posible medir la velocidad de los torbellinos, ya que conocida la frecuencia de excitación y midiendo en las figuras

---

la distancia entre los centros de las estructuras, se obtendría la longitud de onda de las mismas.

Como ejemplo se ha realizado este cálculo para la imagen correspondiente a una frecuencia de excitación de 13 Hz y una perturbación exterior del 8% aproximadamente, ver figura (4.50). La longitud de onda en este caso es de 45.55 mm, con lo que se obtiene un velocidad de 0.59 m/s, que es prácticamente igual a la *velocidad del chorro interior*. Con ello podríamos concluir que la teoría de remolinos congelados de Taylor, que es la que se está presuponiendo en este caso, es válida teniendo en cuenta que dichos remolinos son transportados por el flujo primario. Sin embargo, por el hecho de que la zona marcada procede del flujo de alta velocidad, hay un sesgo de selección y los valores de la velocidad encontrados con este procedimiento son superiores a los valores reales.

## Apéndice C.

FIGURAS DEL CAPITULO 4

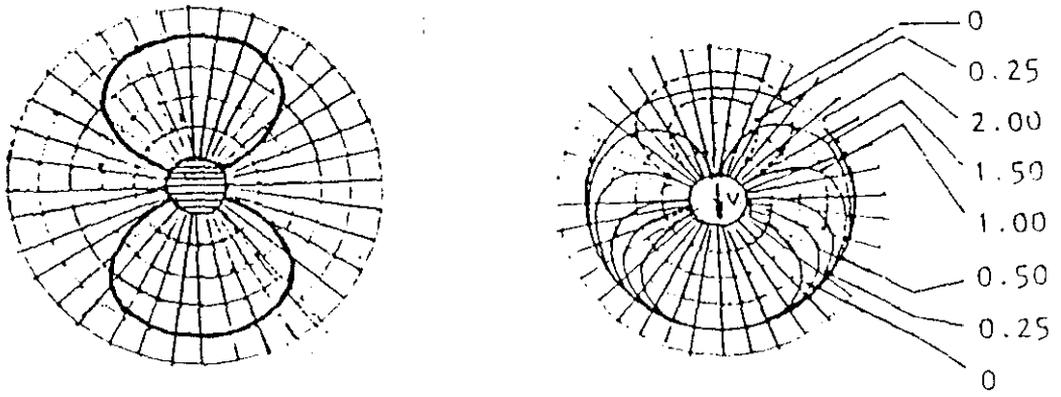


Figura 4.1 Probabilidad de medida según el ángulo de incidencia con y sin célula de Bragg.

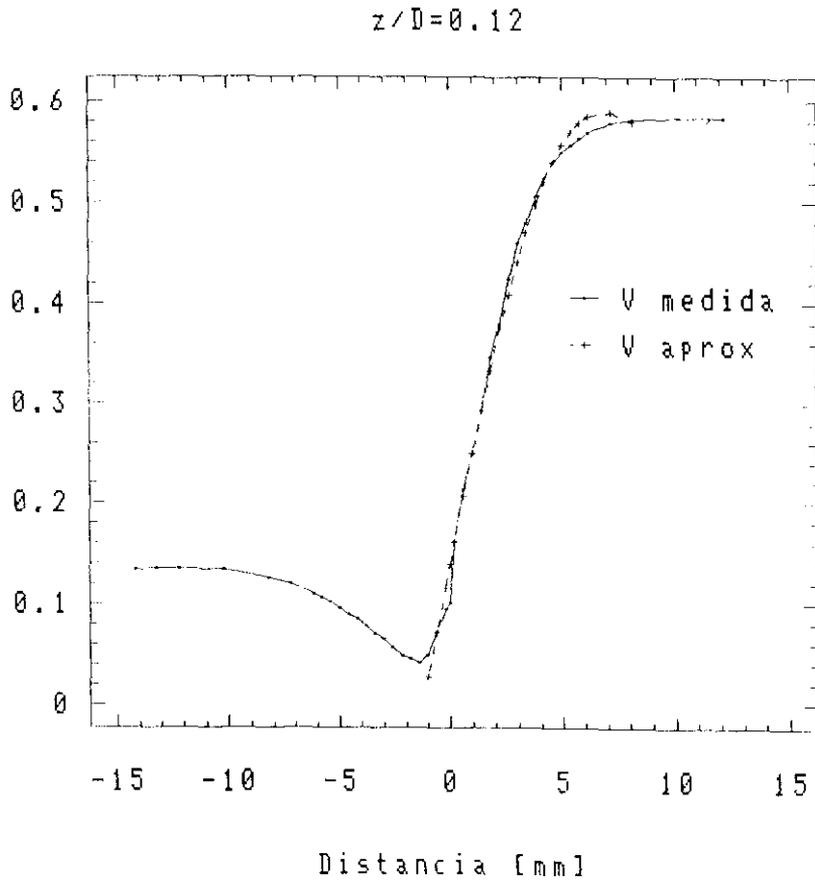


Figura 4.2 Comparación entre el perfil de velocidad medido y aproximado mediante regresión polinómica

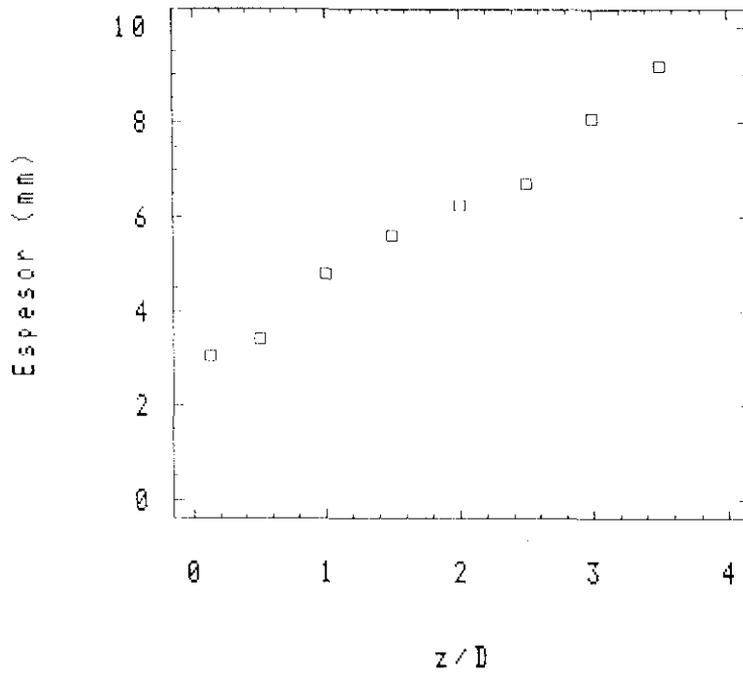


Figura 4.3 Variación del espesor de desplazamiento con la distancia  $z/D$ .

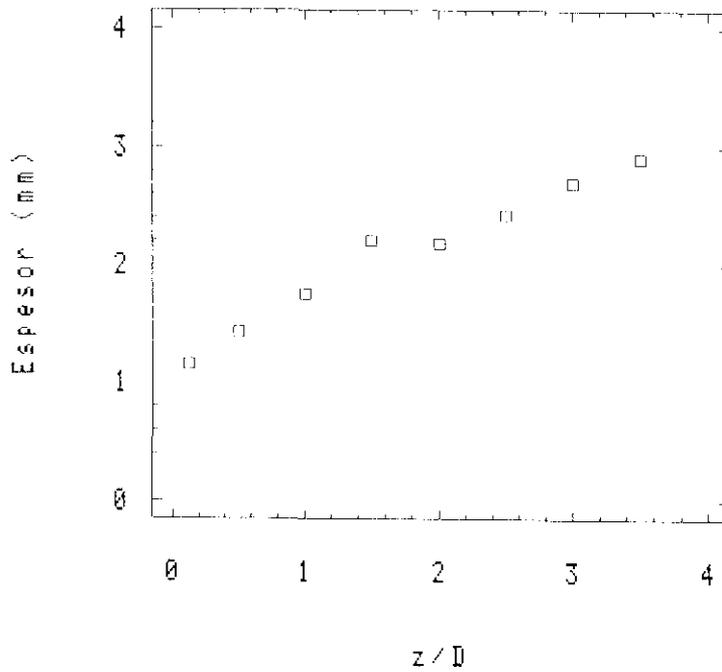


Figura 4.4 Variación del espesor de cantidad de movimiento con la distancia  $z/D$ .

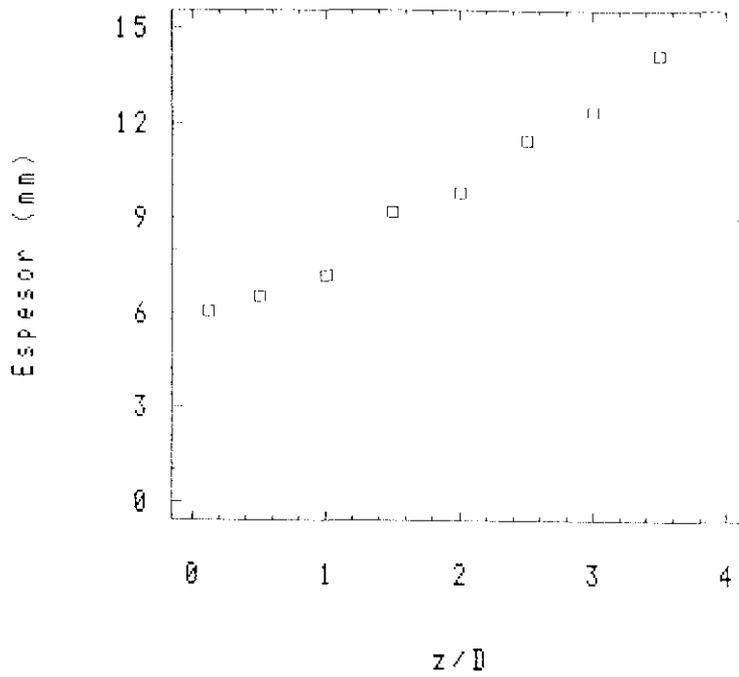


Figura 4.5 Variación del espesor de vorticidad con la distancia  $z/D$ .

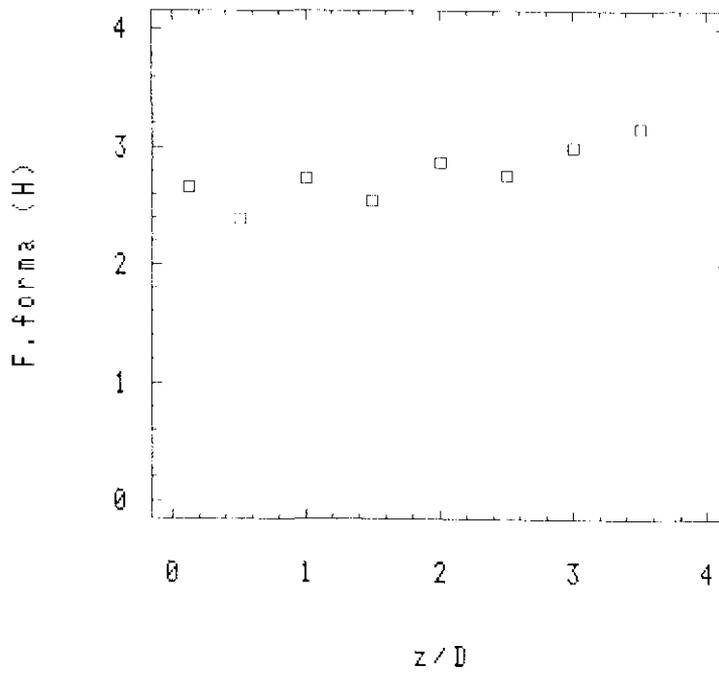
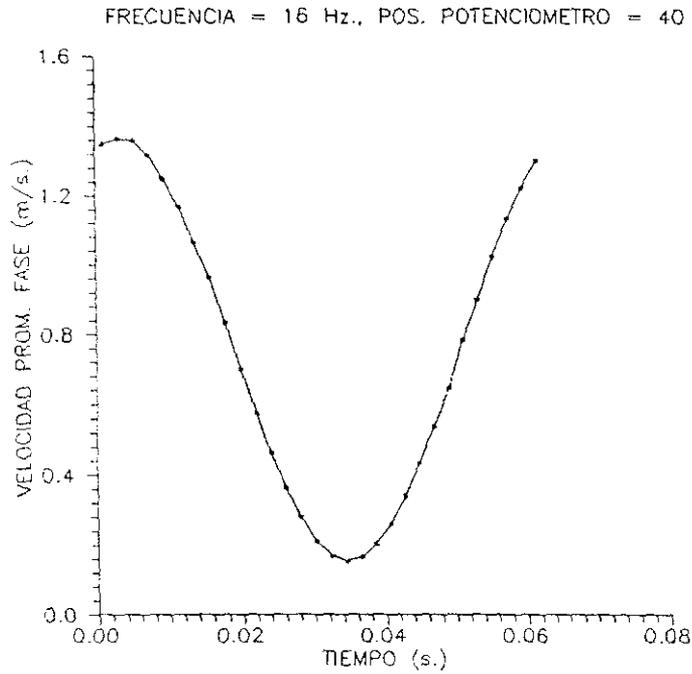
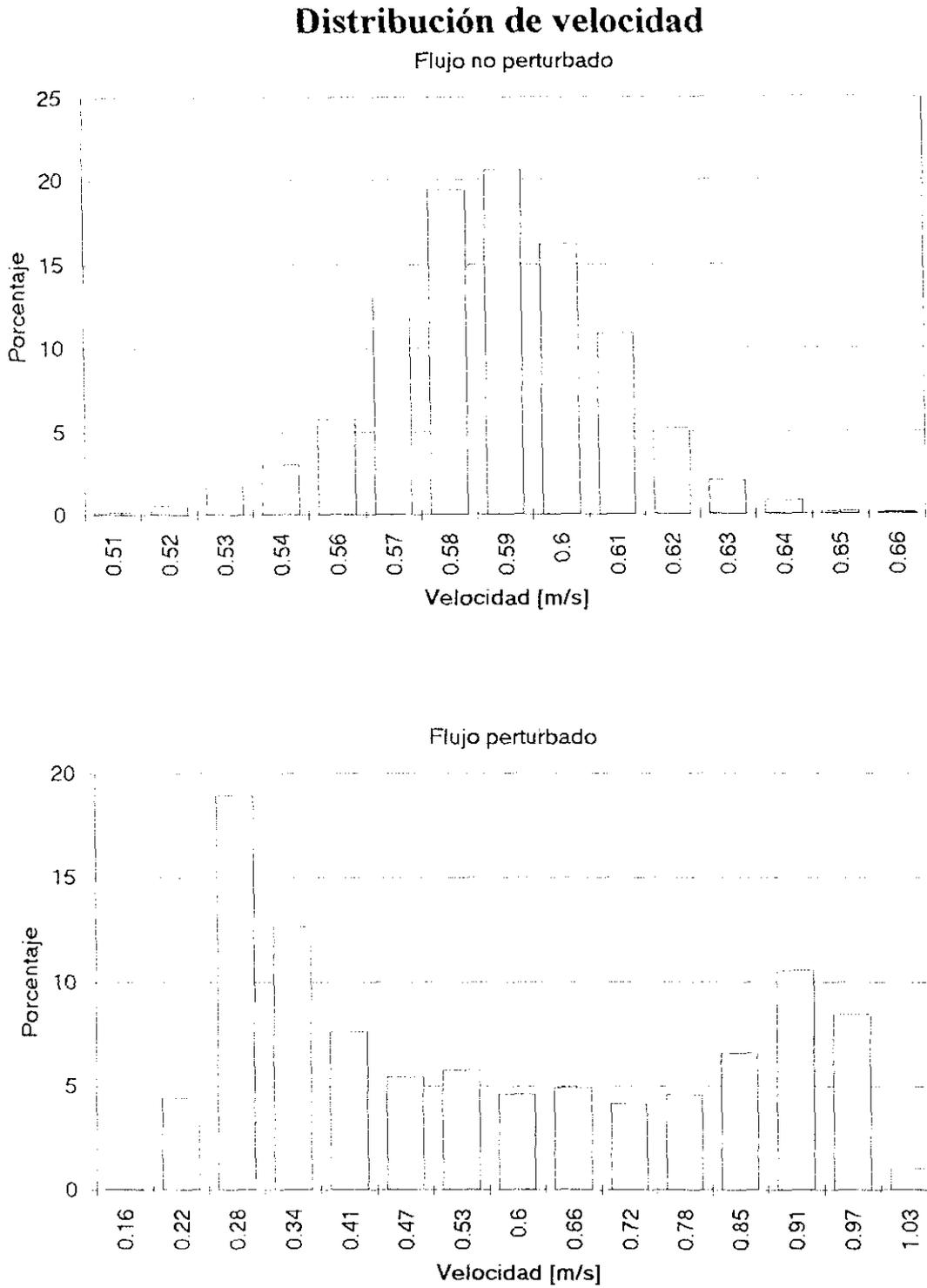


Figura 4.6 Variación del factor de forma con la distancia  $z/D$ .



Velocidad axial media promediada en fase para una frecuencia excitadora de 16 Hz y posición del potenciómetro 40, medida en el plano de salida y en el centro del flujo primario

Figura 4.7 Evolución de la velocidad media axial. Figura tomada de Cuerno (1992).



**Figura 4.8** Distribución de velocidad en las medidas con ALD.

- a) Flujo natural.
- b) Flujo perturbado.

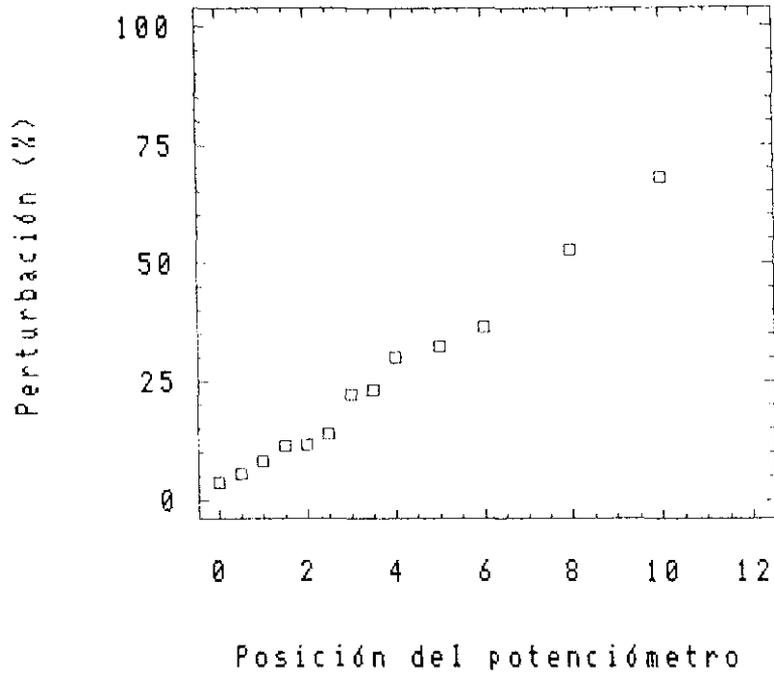


Figura 4.9 Calibración de la perturbación exterior, para una frecuencia de excitación de 13 Hz.

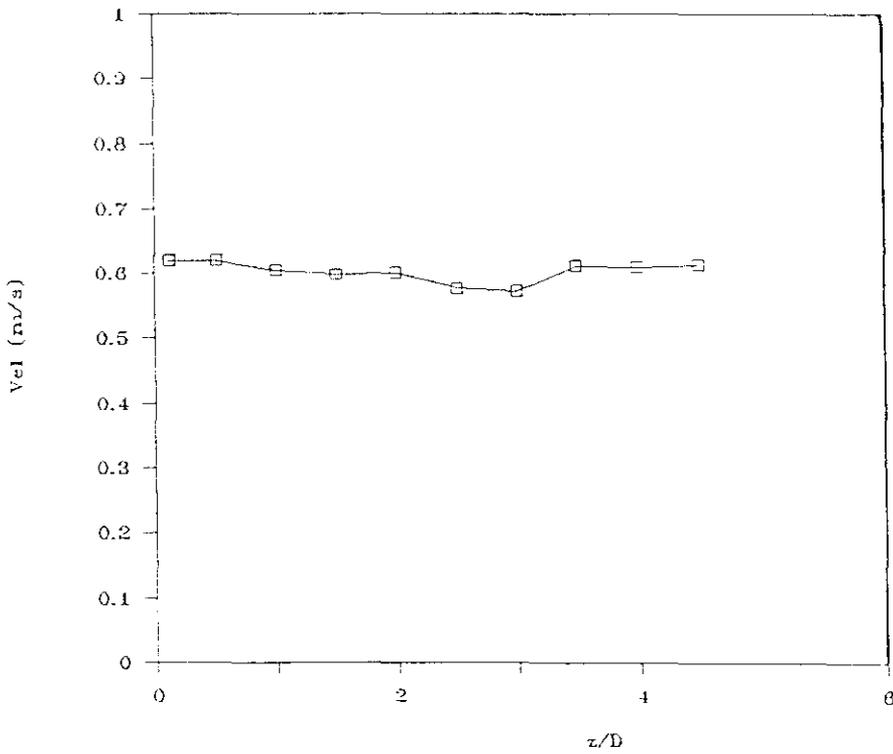


Figura 4.10 Variación de la velocidad en el eje en función de la distancia  $z/D$ .

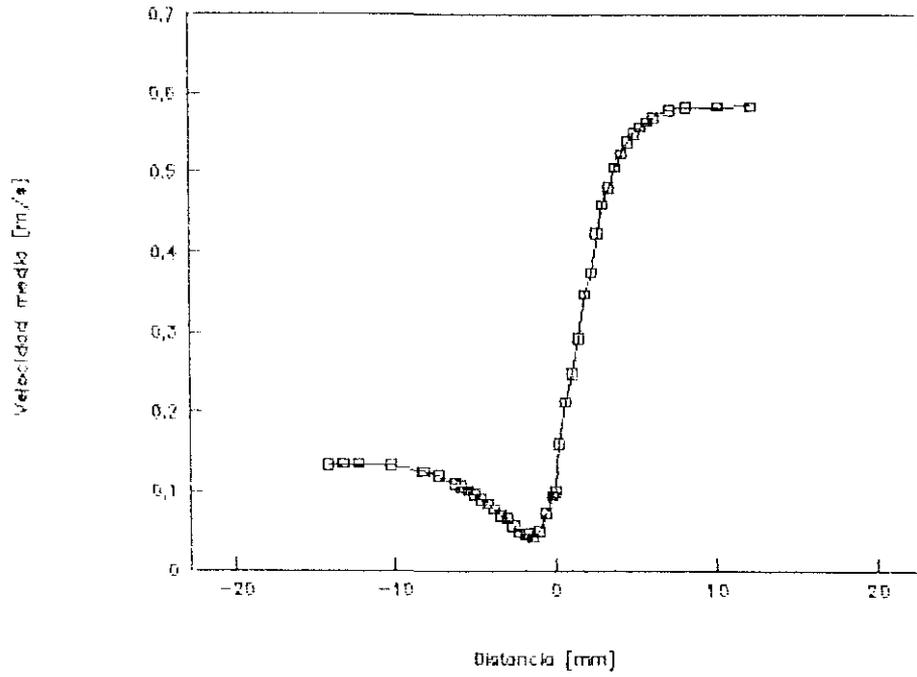


Figura 4.11 Perfil de velocidad media axial para la distancia  $z/D = 0.12$ .

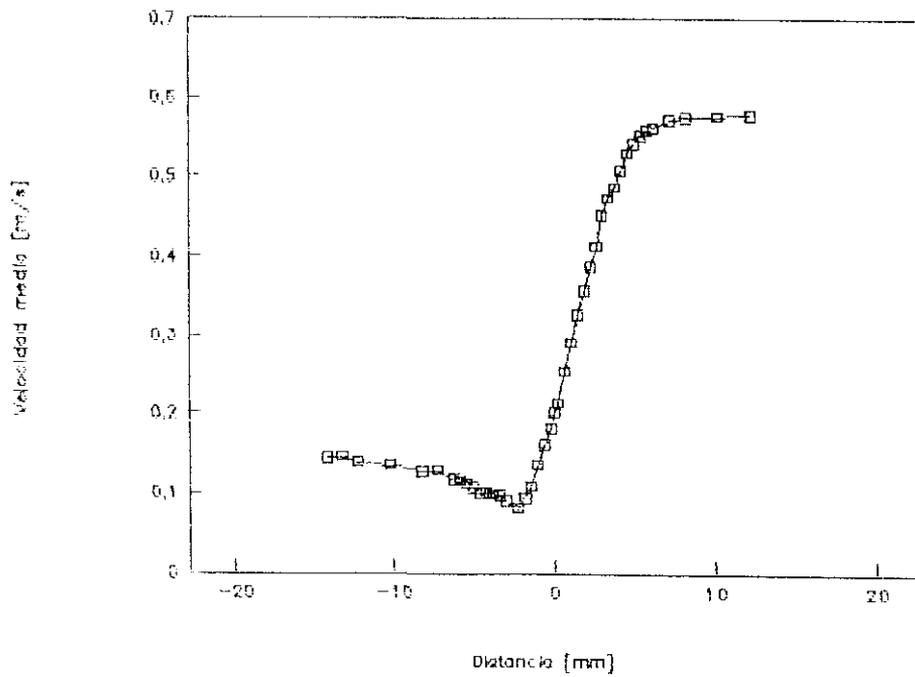


Figura 4.12 Perfil de velocidad media axial para la distancia  $z/D = 0.5$ .

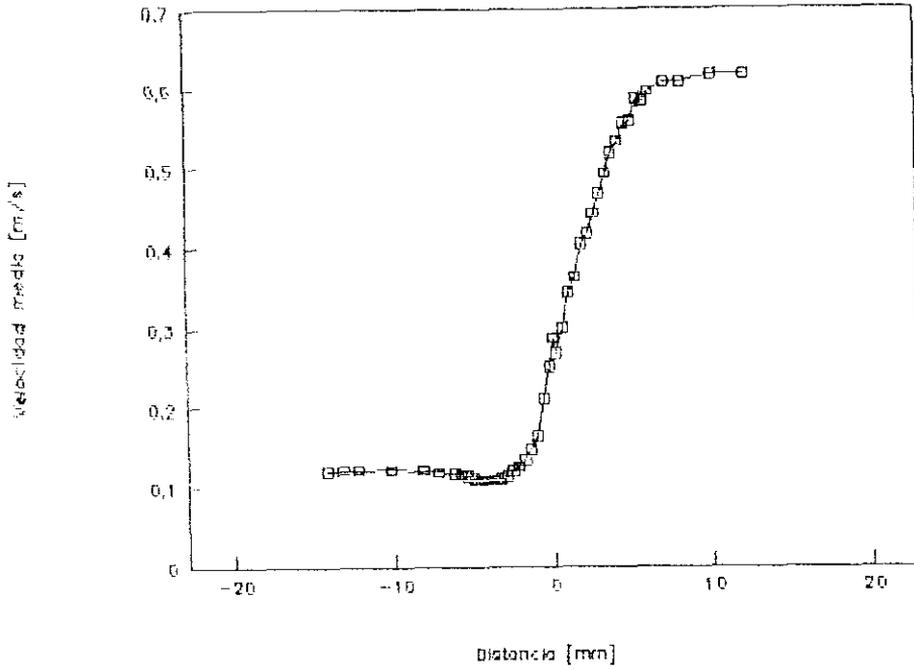


Figura 4.13 Perfil de velocidad media axial para la distancia  $z/D = 1.0$ .

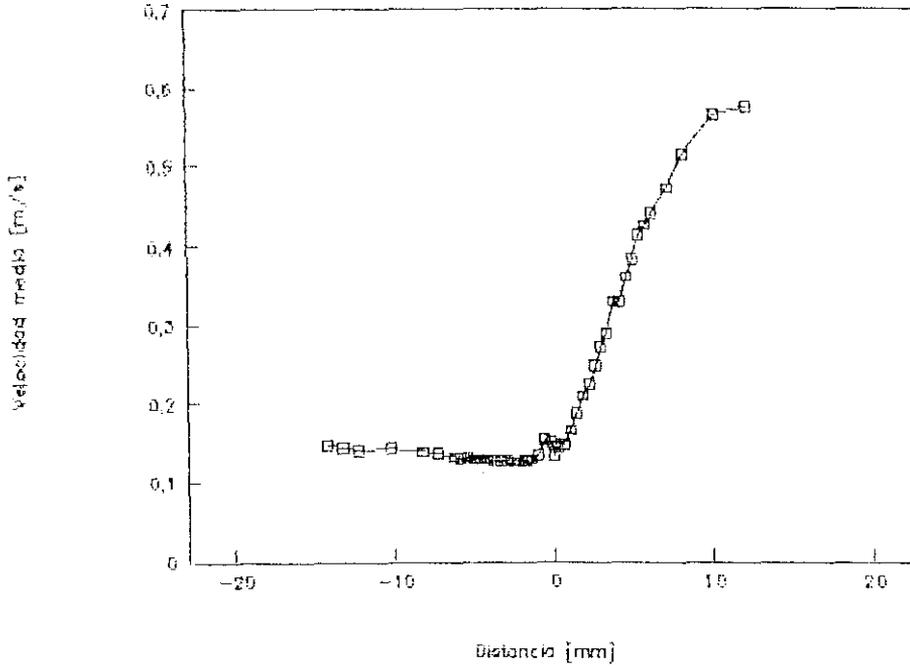


Figura 4.14 Perfil de velocidad media axial para la distancia  $z/D = 1.5$ .

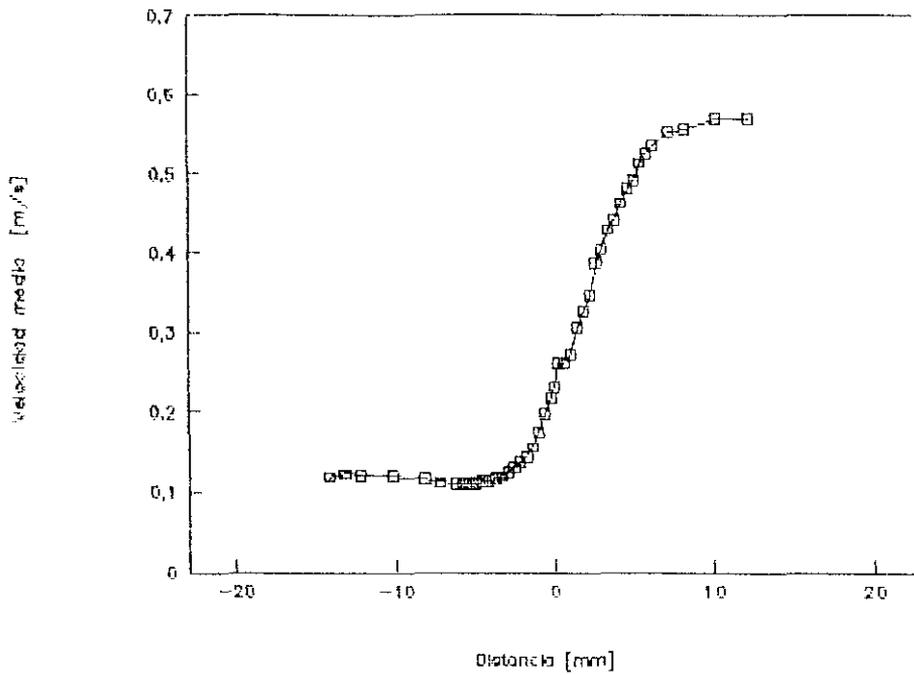


Figura 4.15 Perfil de velocidad media axial para la distancia  $z/D = 2.0$ .

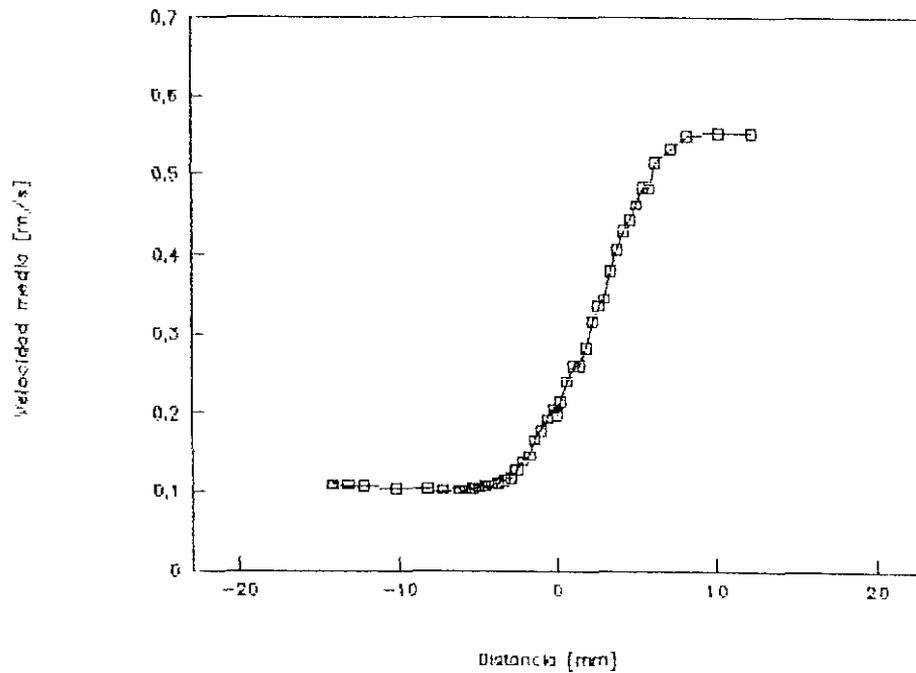


Figura 4.16 Perfil de velocidad media axial para la distancia  $z/D = 2.5$ .

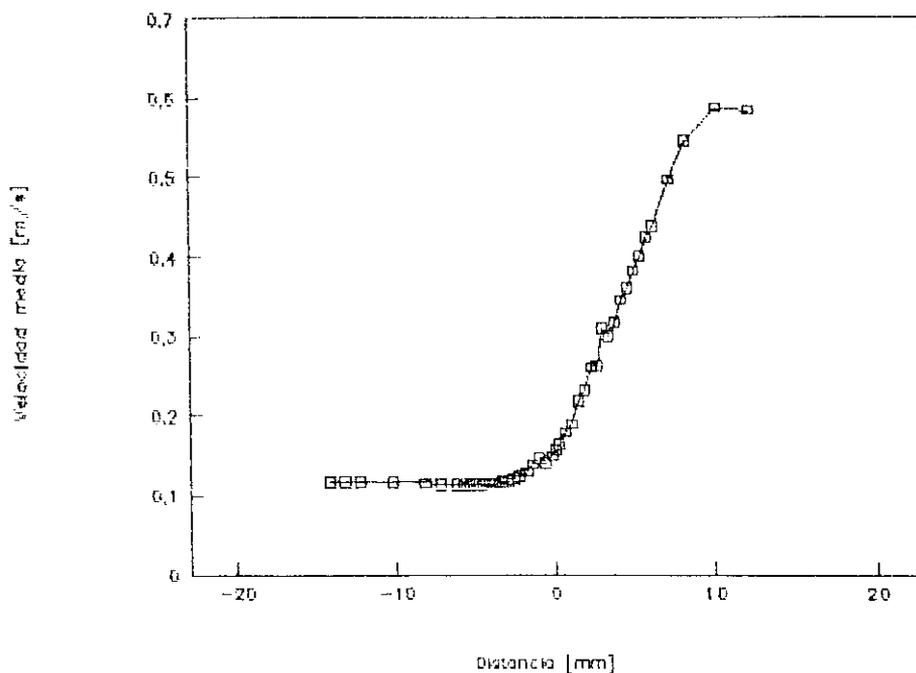


Figura 4.17 Perfil de velocidad media axial para la distancia  $z/D = 3.0$ .

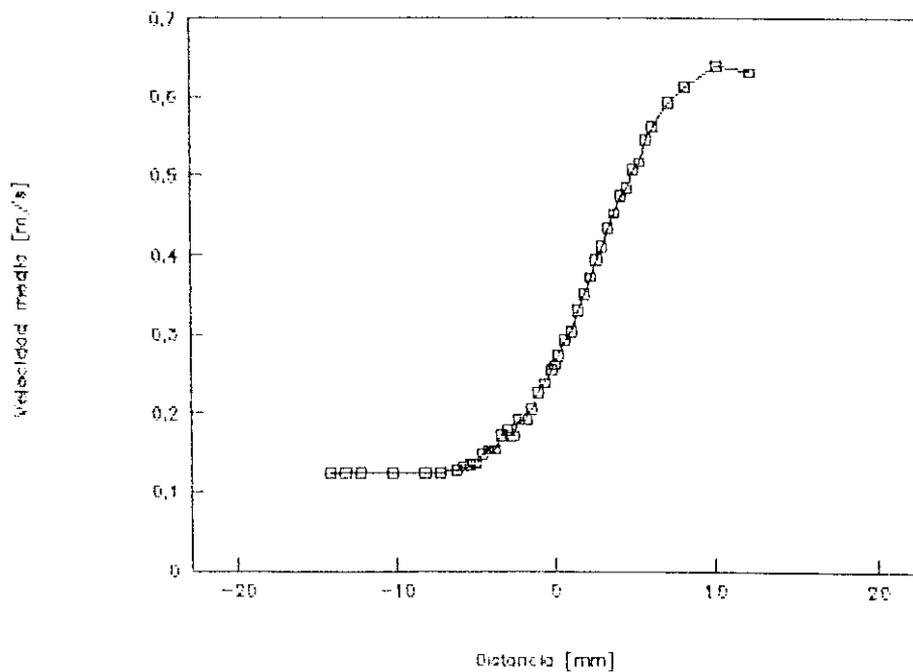


Figura 4.18 Perfil de velocidad media axial para la distancia  $z/D = 3.5$ .

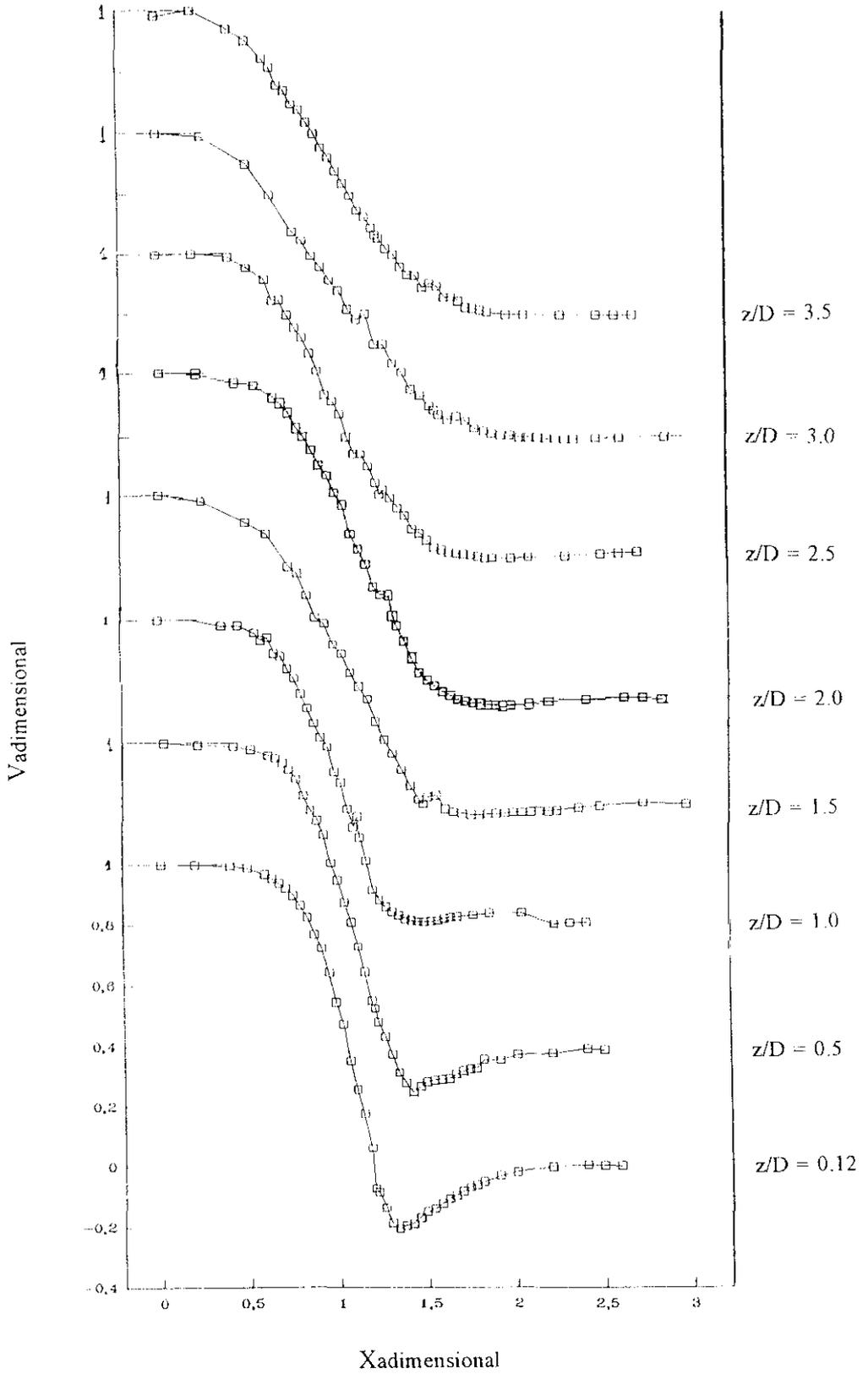


Figura 4.19 Perfiles de velocidad media adimensional para todas las distancias  $z/D$

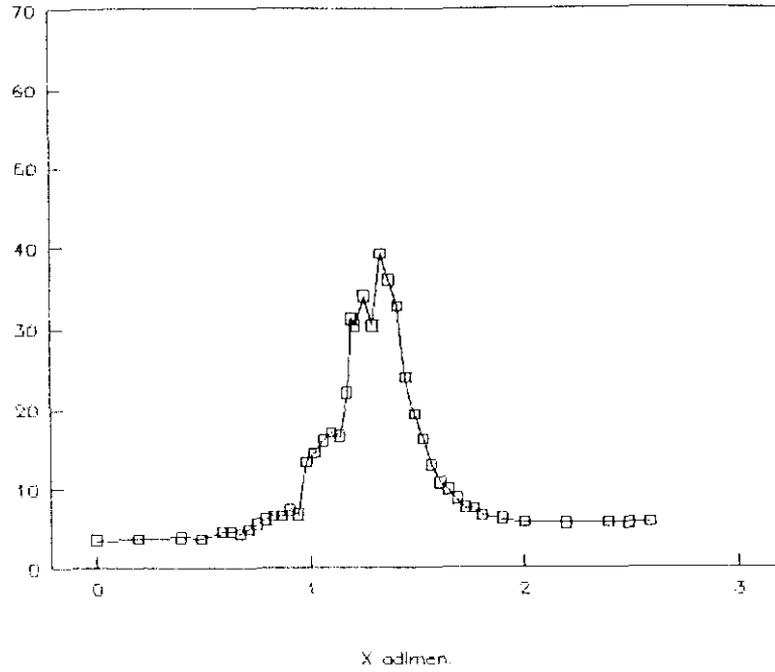


Figura 4.20 Perfil de intensidad de turbulencia local para la distancia  $z/D = 0.12$ .

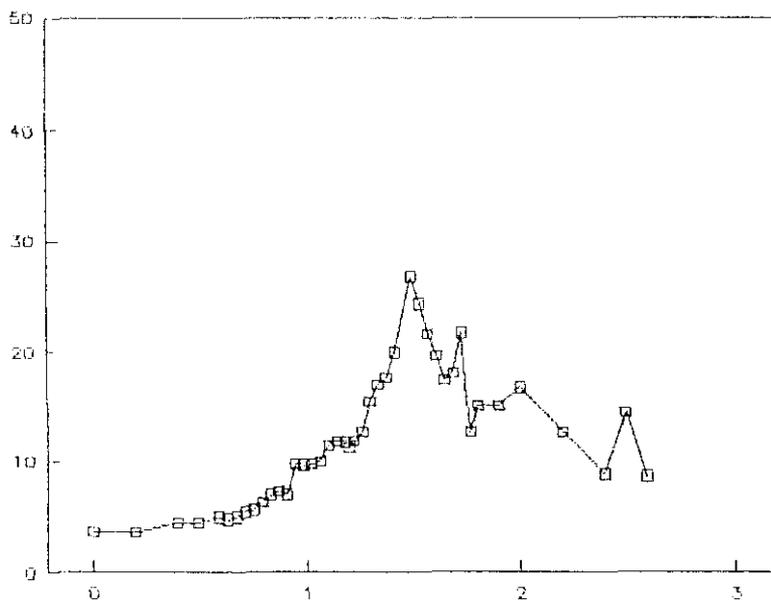


Figura 4.21 Perfil de intensidad de turbulencia local para la distancia  $z/D = 0.5$ .

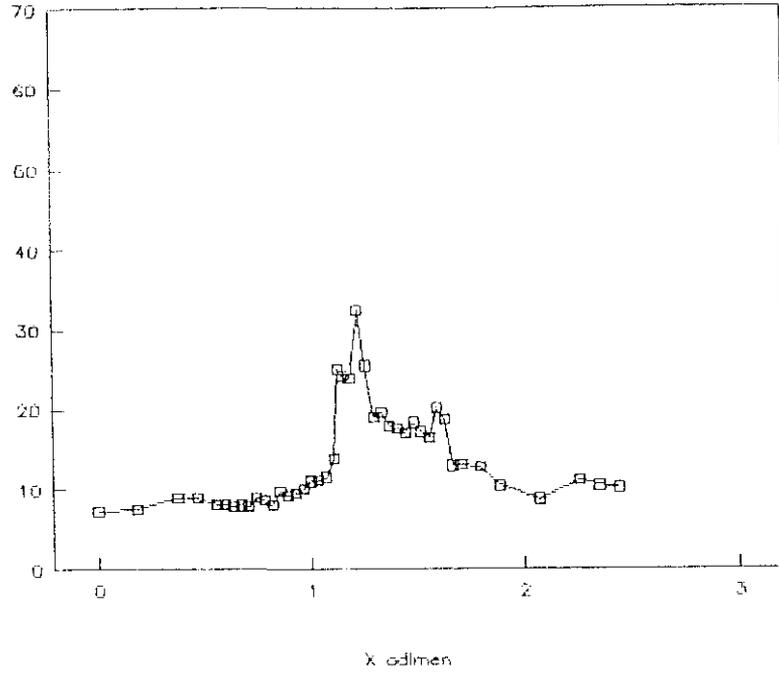


Figura 4.22 Perfil de intensidad de turbulencia local para la distancia  $z/D = 1.0$ .

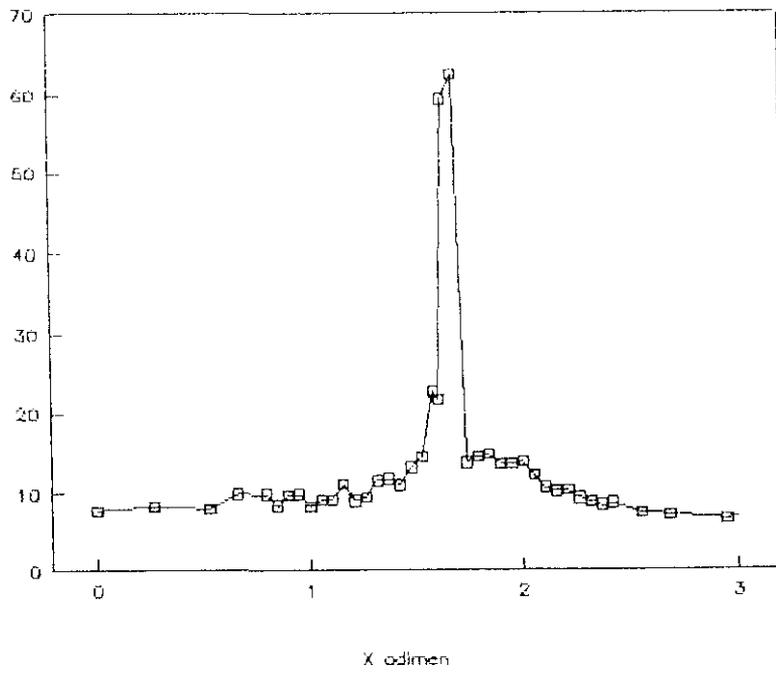


Figura 4.23 Perfil de intensidad de turbulencia local para la distancia  $z/D = 1.5$ .

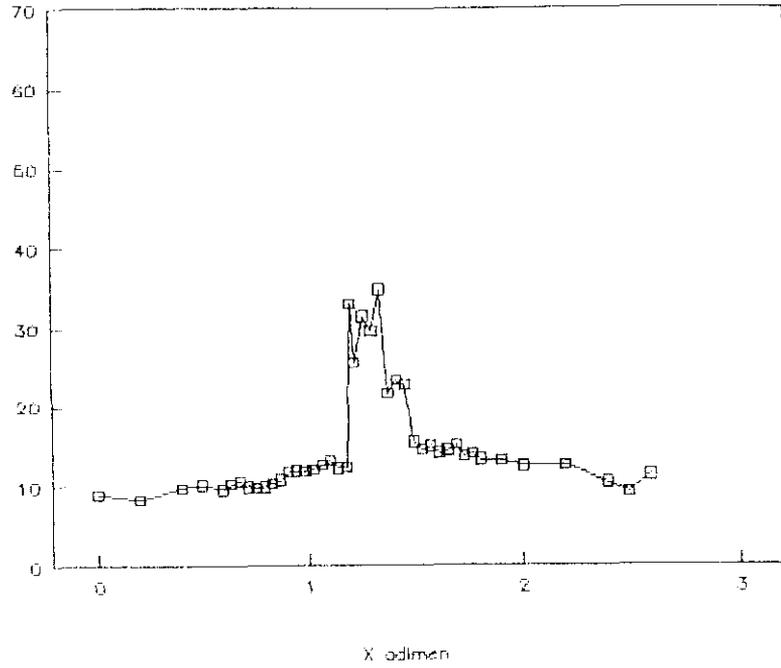


Figura 4.24 Perfil de intensidad de turbulencia local para la distancia  $z/D = 2.0$ .

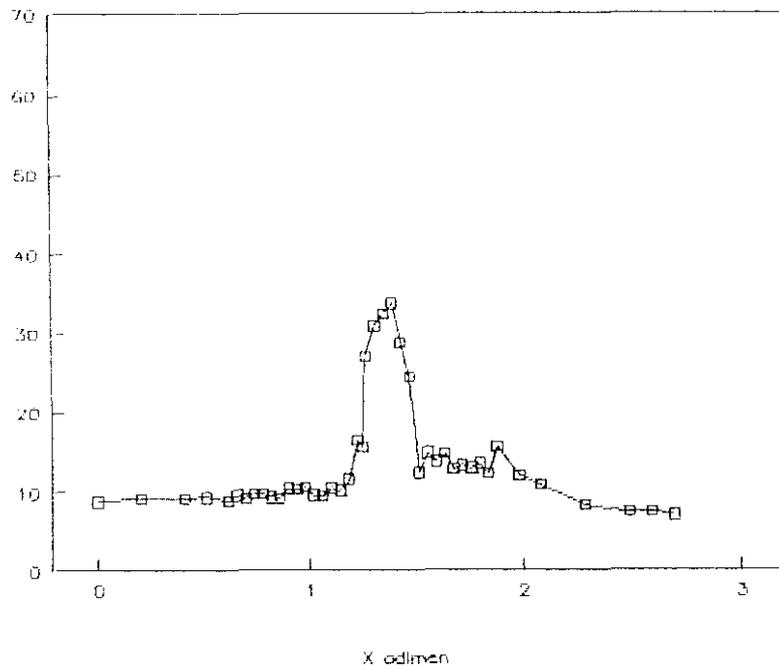


Figura 4.25 Perfil de intensidad de turbulencia local para la distancia  $z/D = 2.5$ .

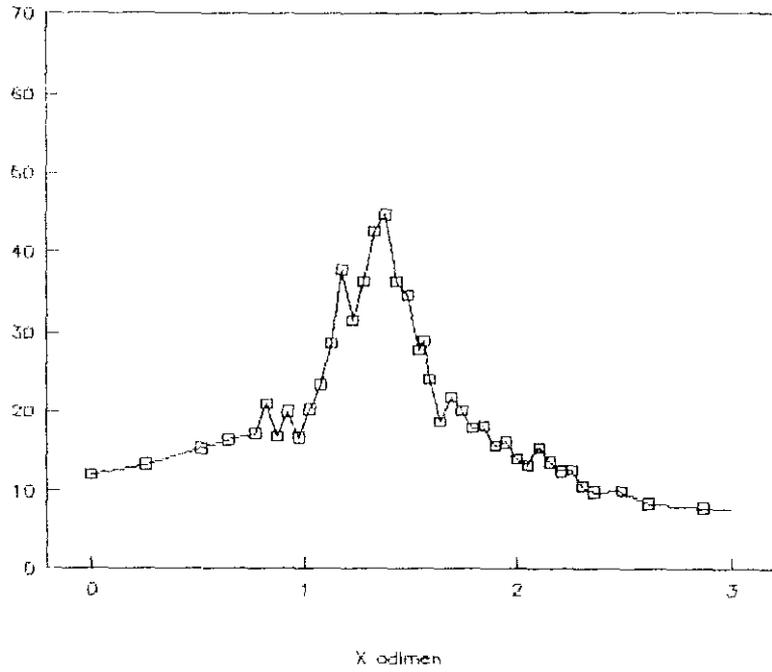


Figura 4.26 Perfil de intensidad de turbulencia local para la distancia  $z/D = 3.0$ .

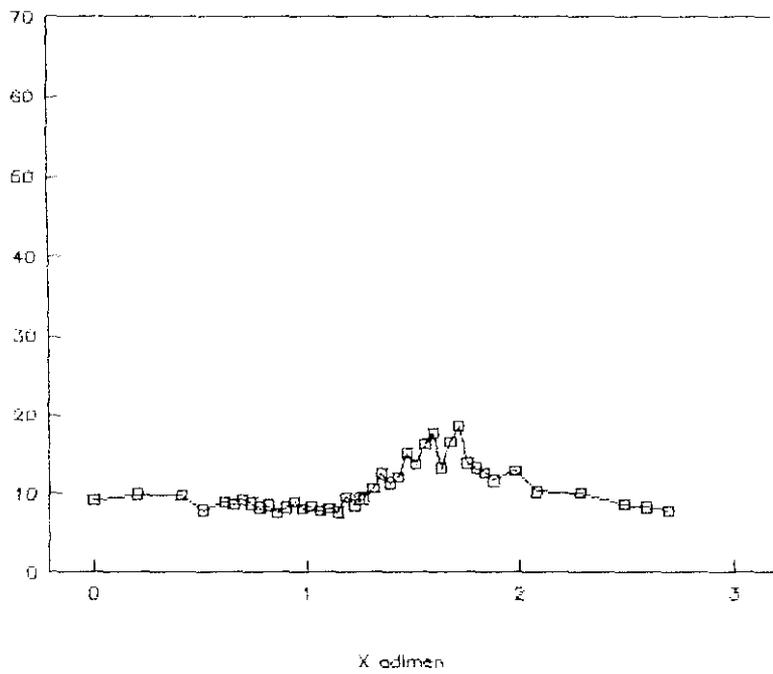


Figura 4.27 Perfil de intensidad de turbulencia local para la distancia  $z/D = 3.5$ .

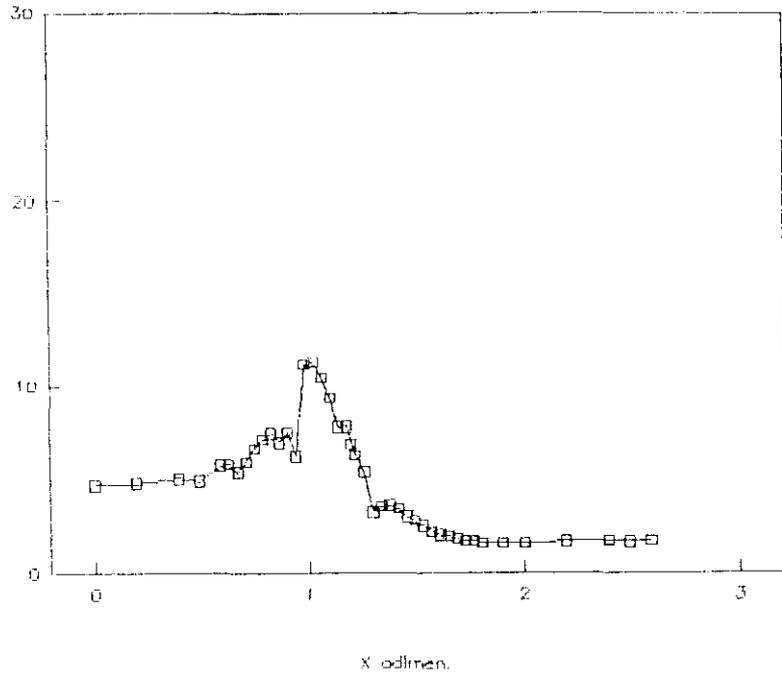


Figura 4.28 Variación del coeficiente C para la distancia  $z/D = 0.12$ .

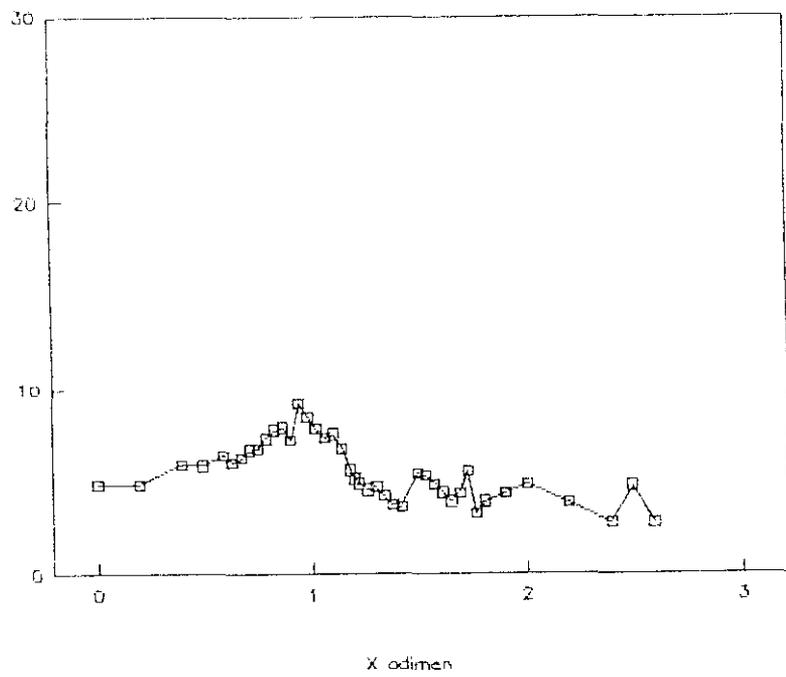


Figura 4.29 Variación del coeficiente C para la distancia  $z/D = 0.5$ .

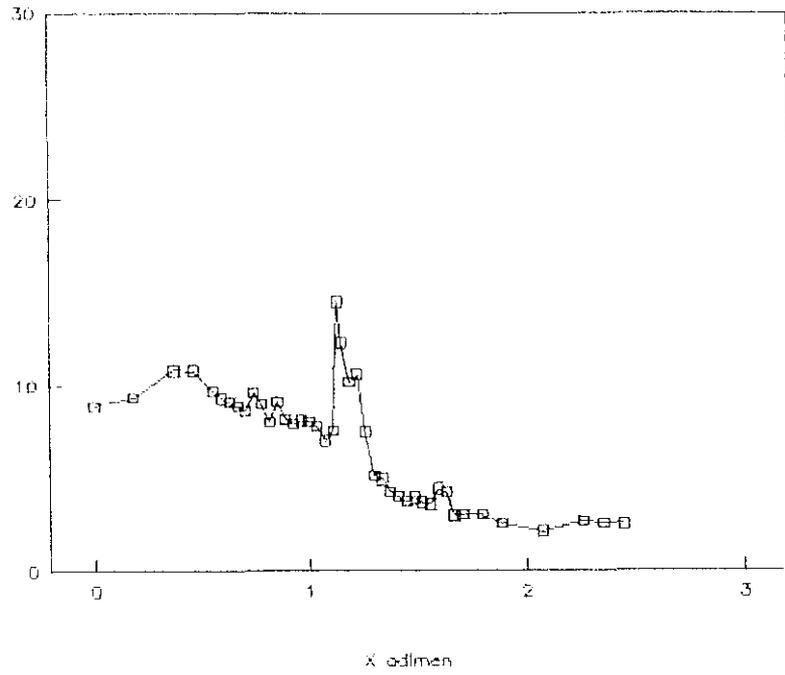


Figura 4.30 Variación del coeficiente C para la distancia  $z/D = 1.0$ .

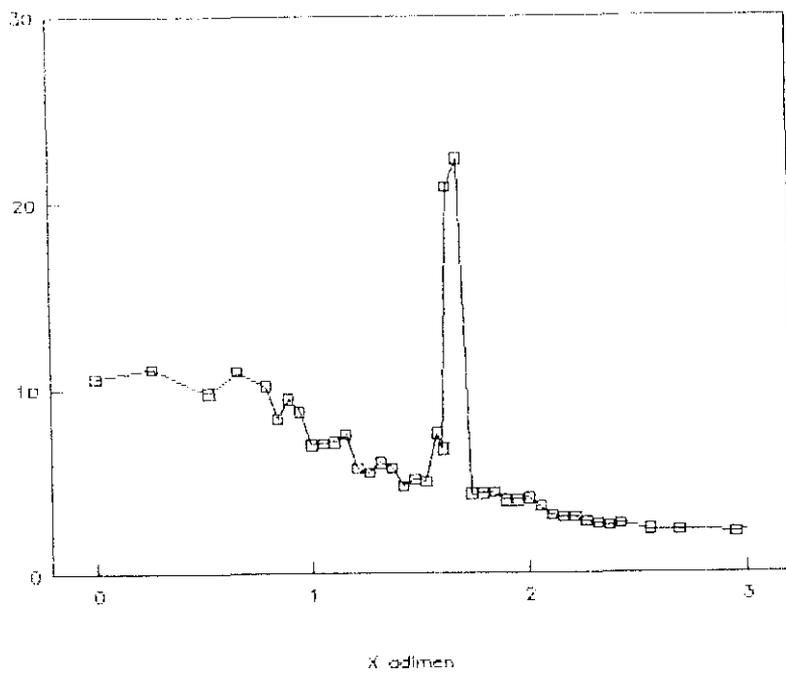


Figura 4.31 Variación del coeficiente C para la distancia  $z/D = 1.5$ .

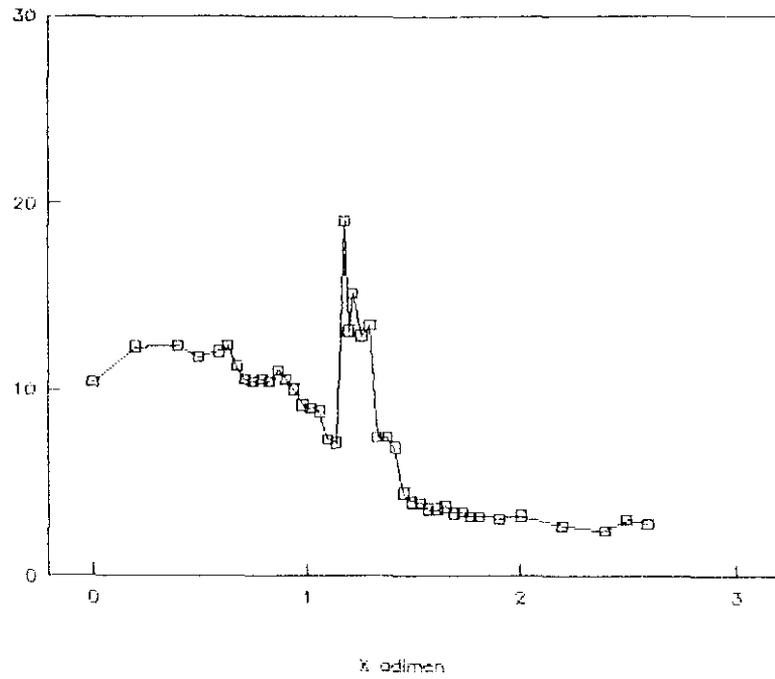


Figura 4.32 Variación del coeficiente C para la distancia  $z/D = 2.0$ .

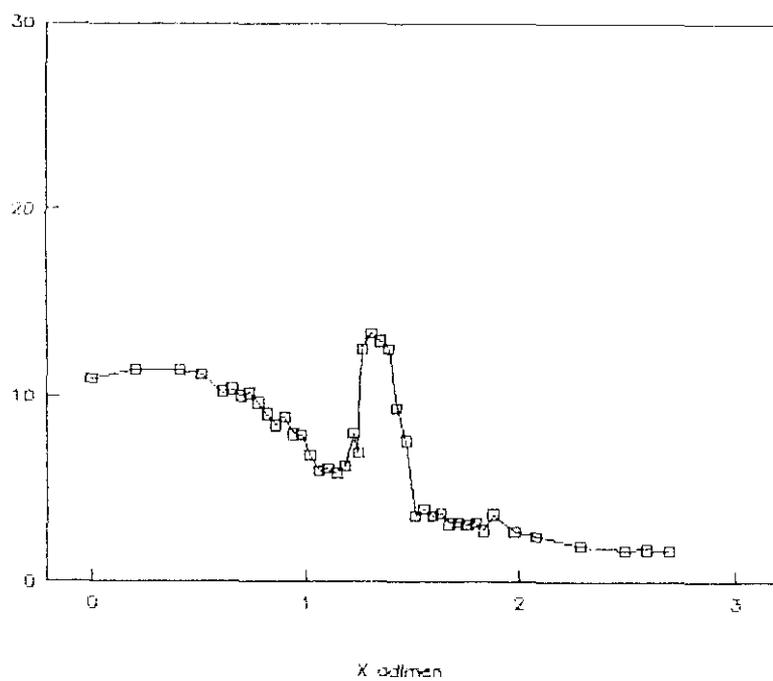


Figura 4.33 Variación del coeficiente C para la distancia  $z/D = 2.5$ .

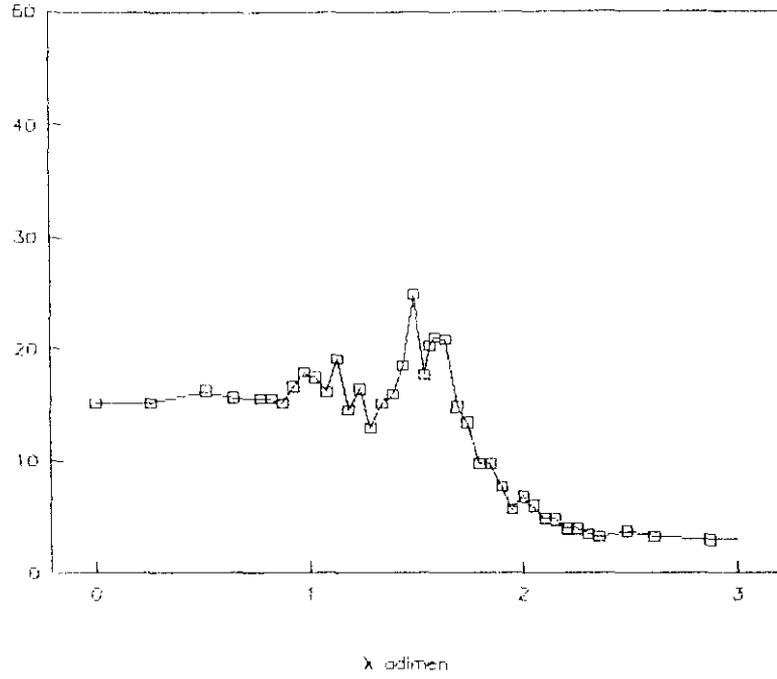


Figura 4.34 Variación del coeficiente C para la distancia  $z/D = 3.0$ .

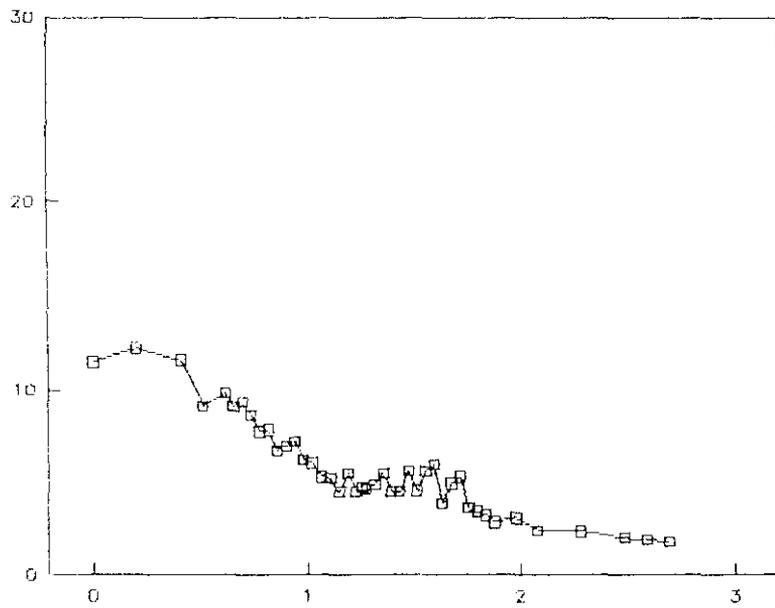
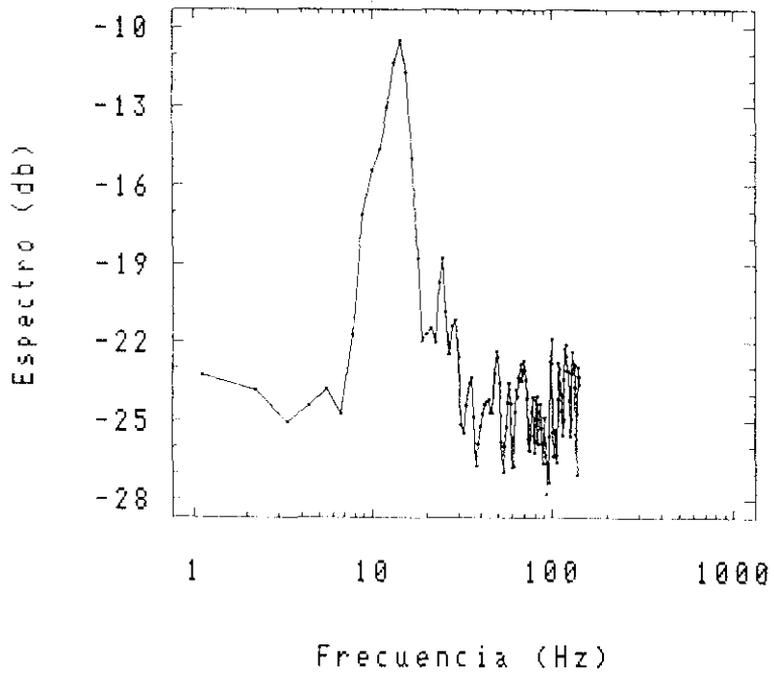
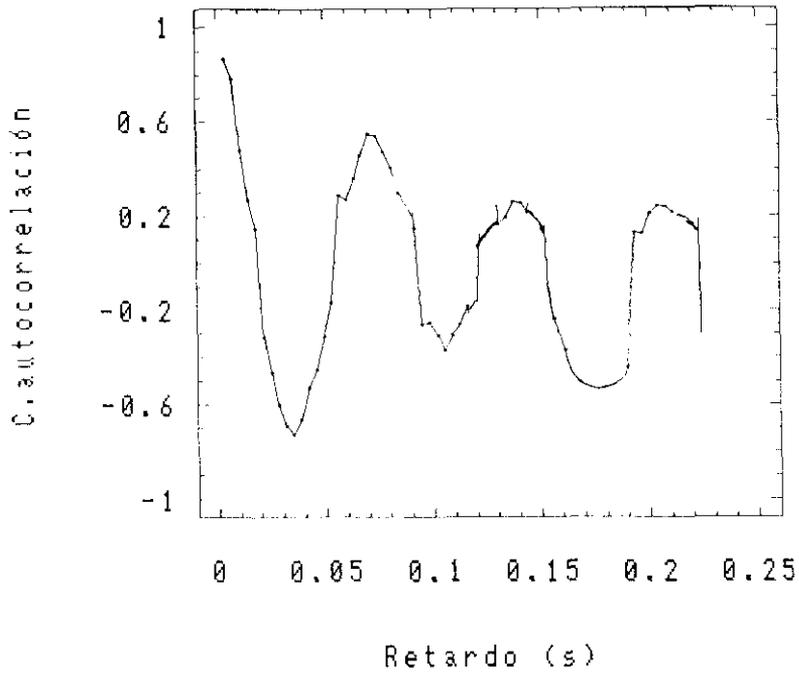
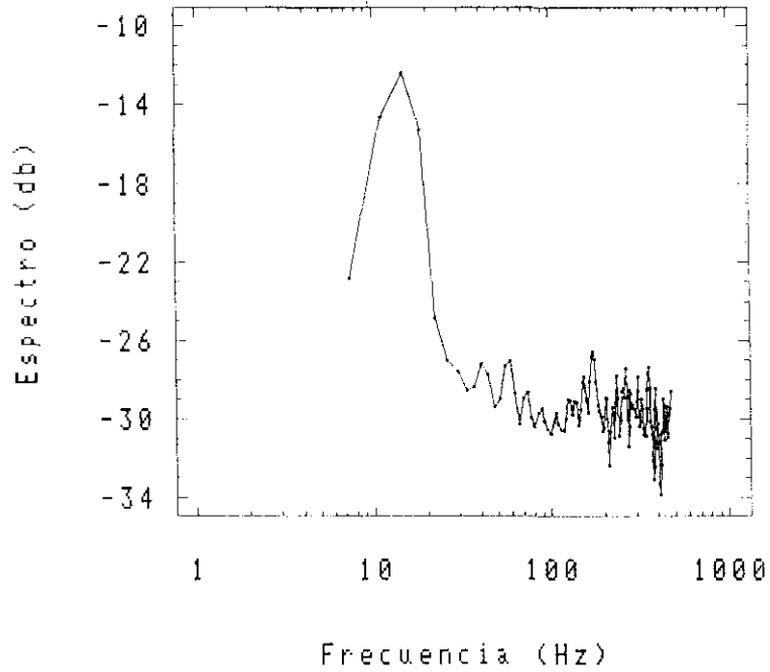
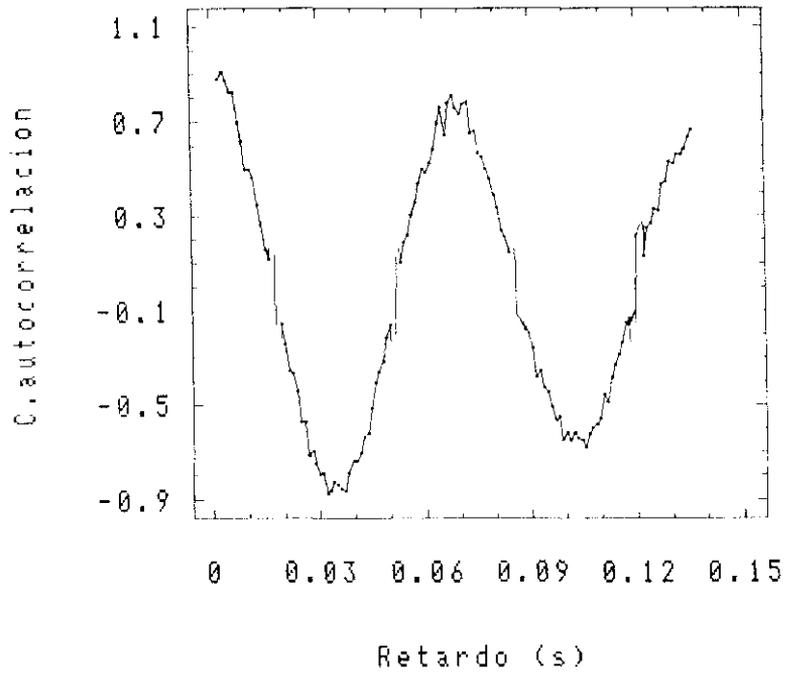


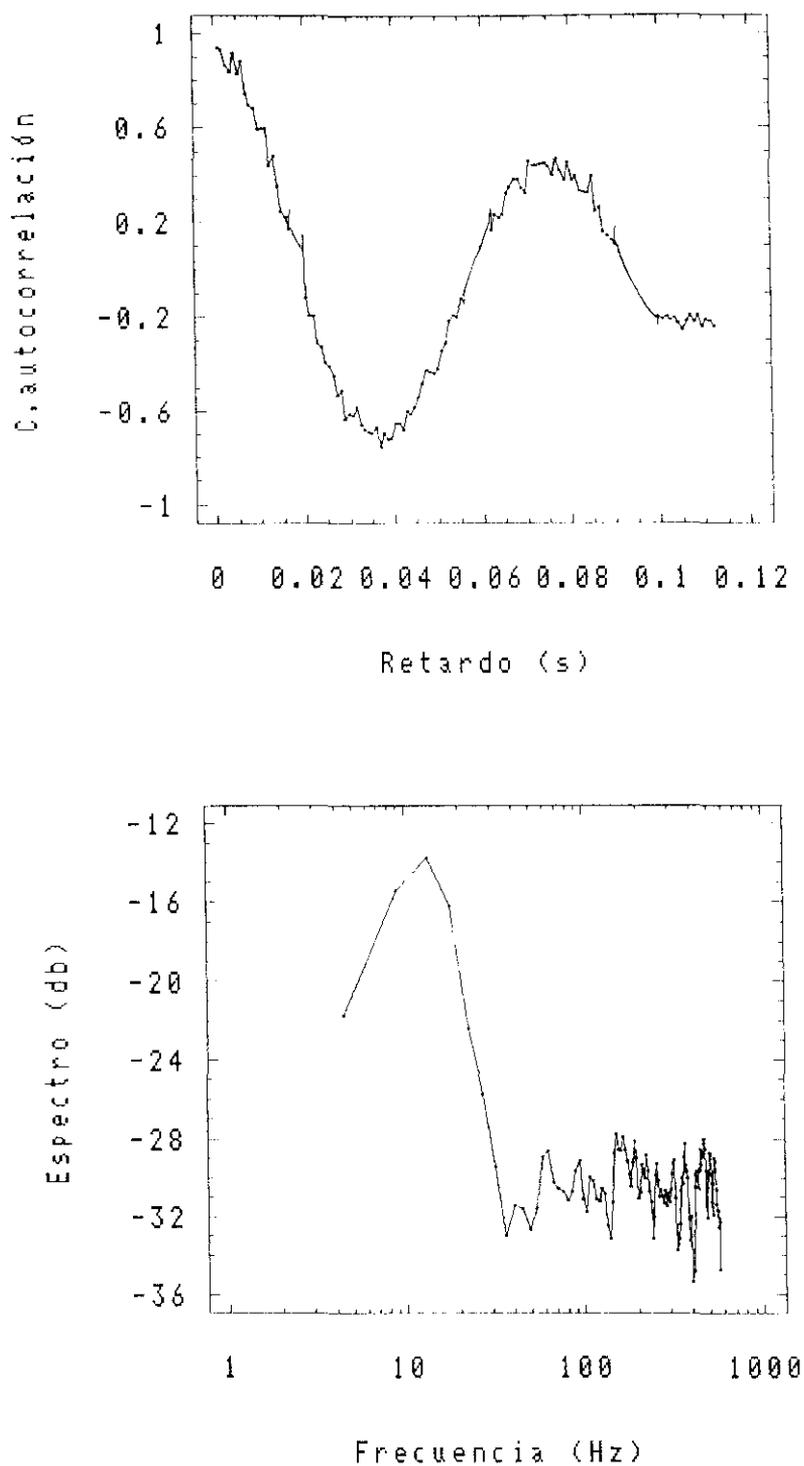
Figura 4.35 Variación del coeficiente C para la distancia  $z/D = 3.5$ .



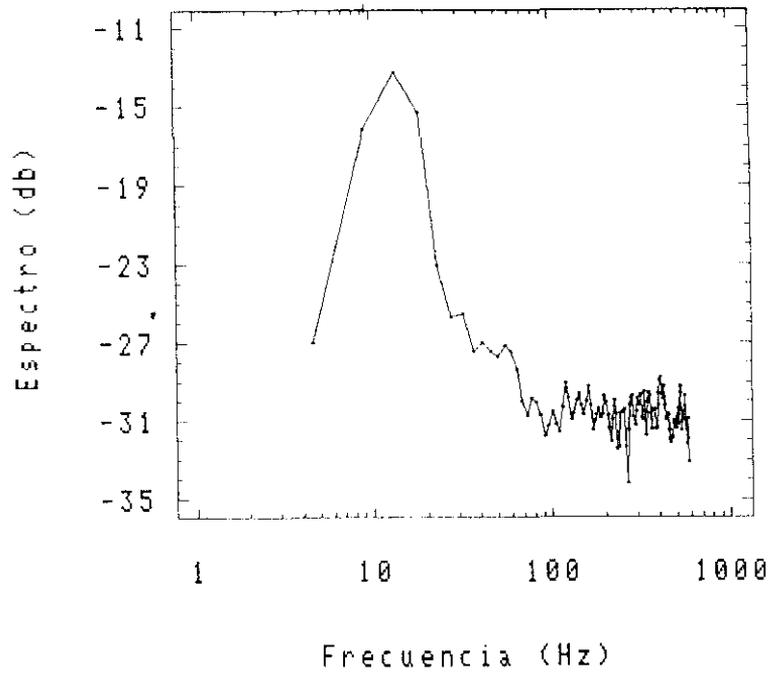
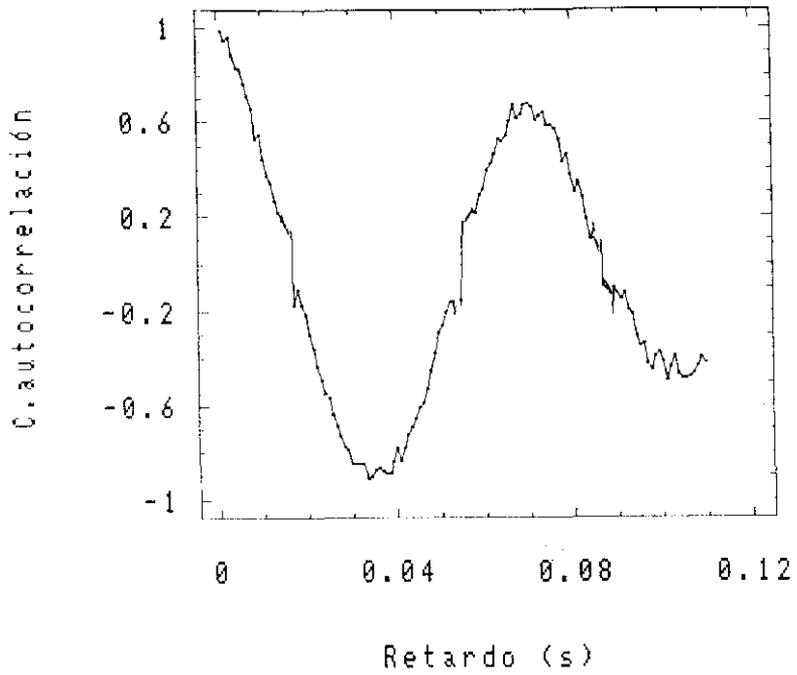
**Figura 4.36** Función de autocorrelación y espectro de energía en  $z/D = 0.12$ , en el centro del flujo primario.



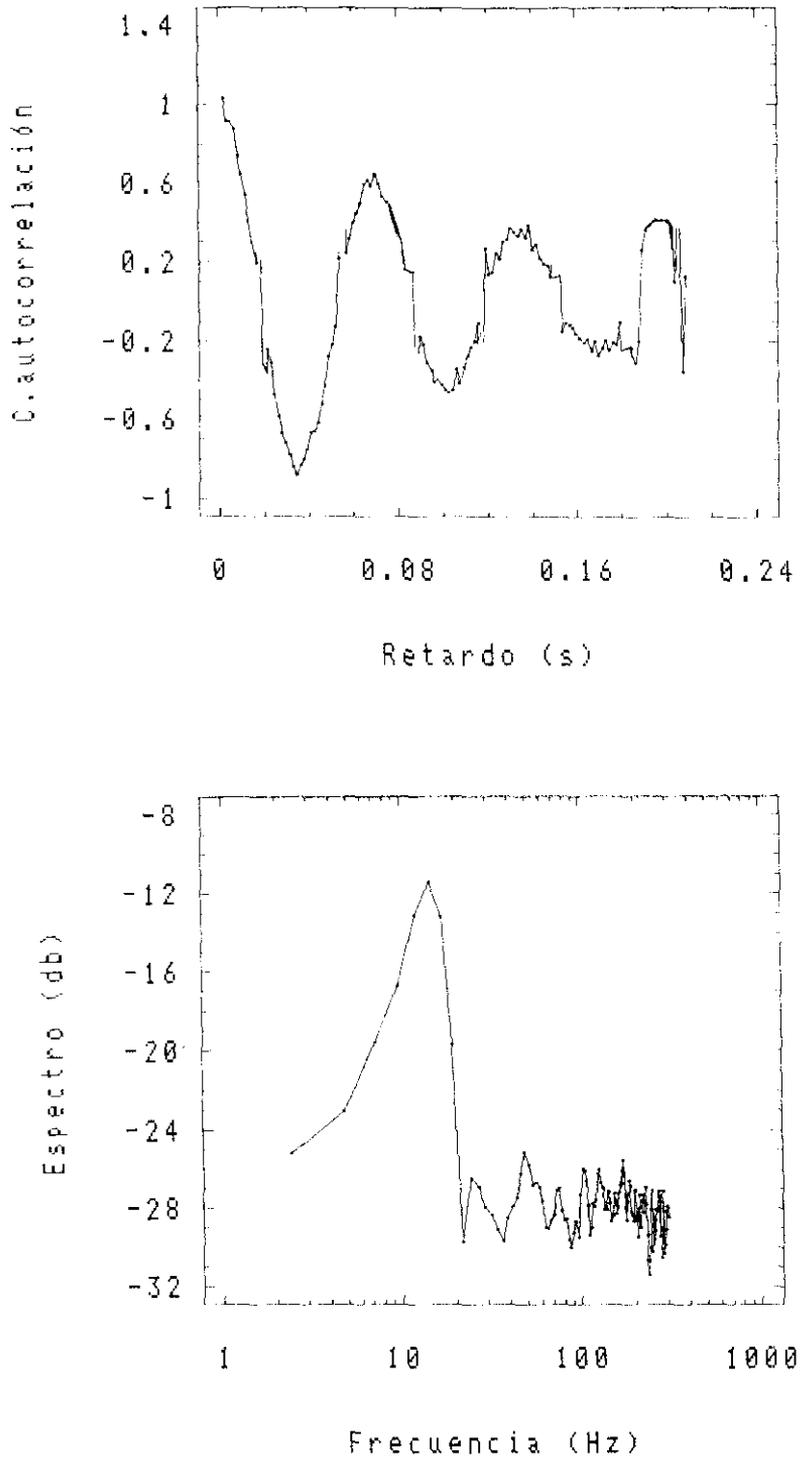
**Figura 4.37** Función de autocorrelación y espectro de energía en  $z/D = 0.12$ , a una distancia de 10.8 mm desde el centro del flujo primario.



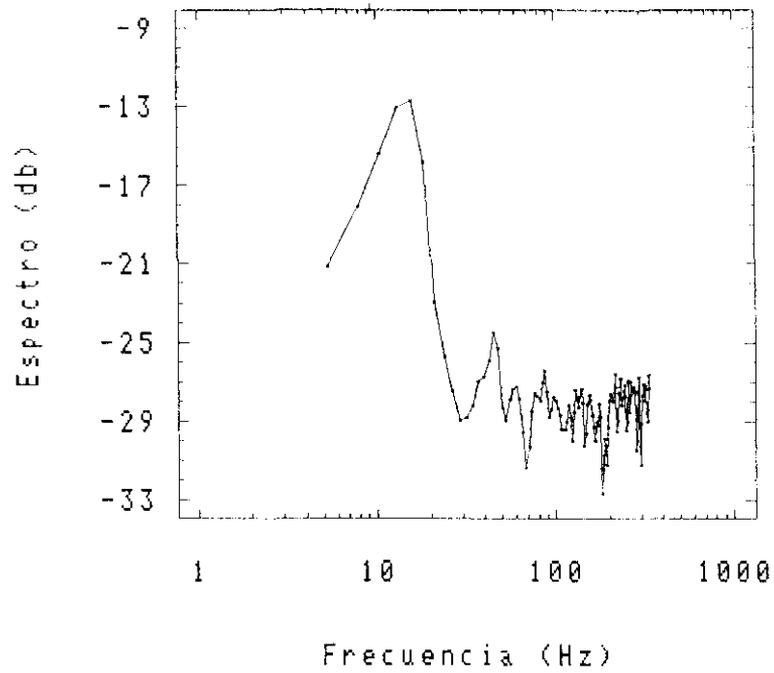
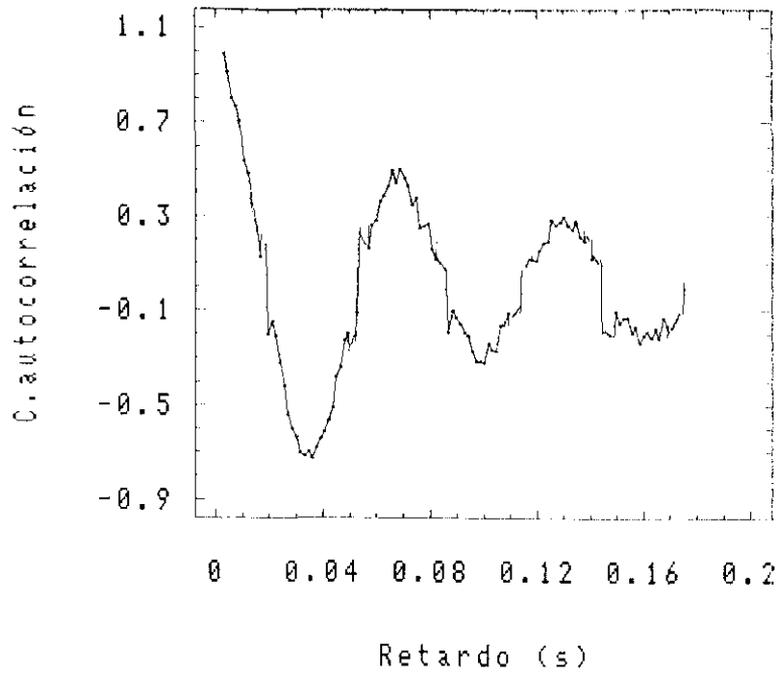
**Figura 4.38** Función de autocorrelación y espectro de energía en  $z/D = 0.5$ , en el centro del flujo primario.



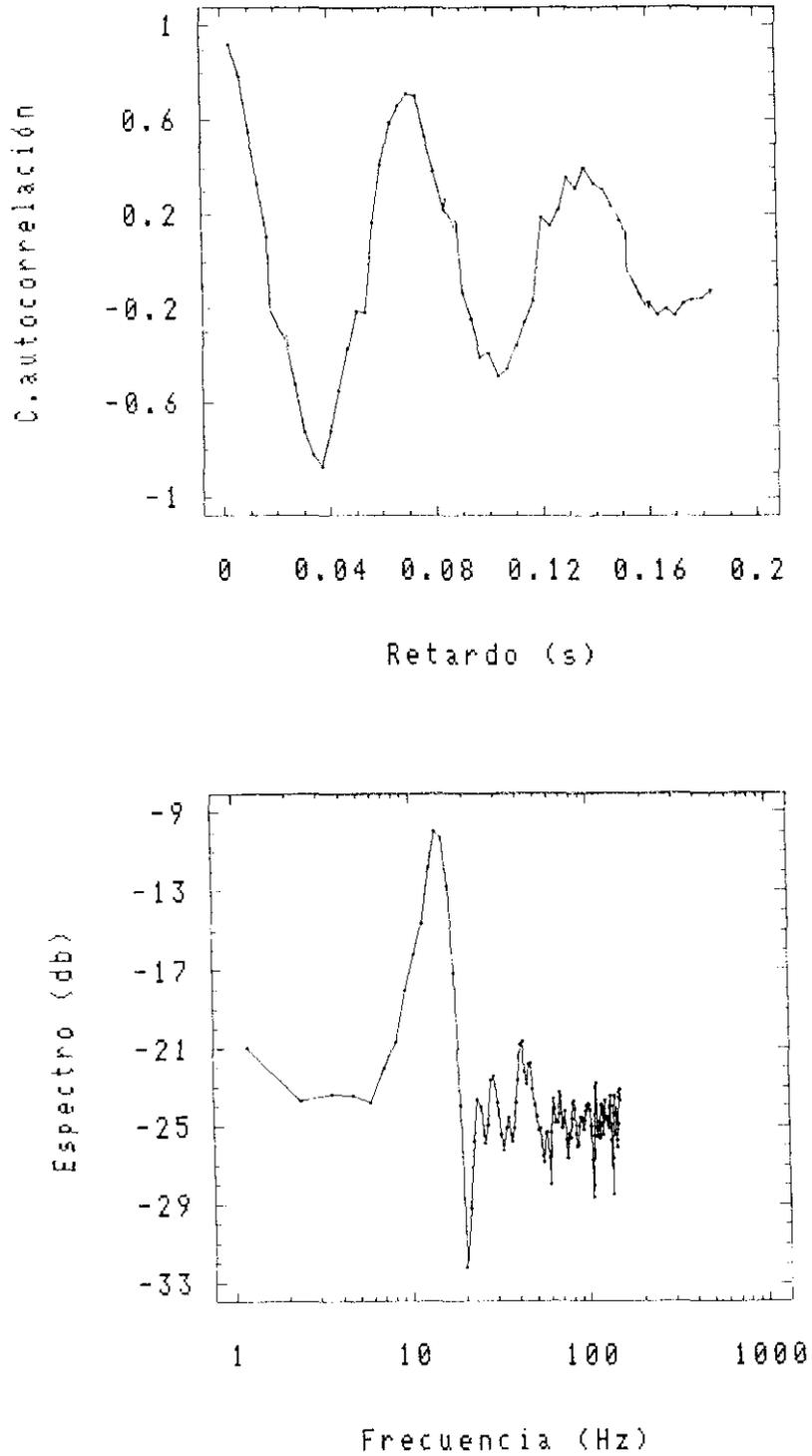
**Figura 4.39** Función de autocorrelación y espectro de energía en  $z/D = 0.5$ , a una distancia de 10.4 mm desde el centro del flujo primario.



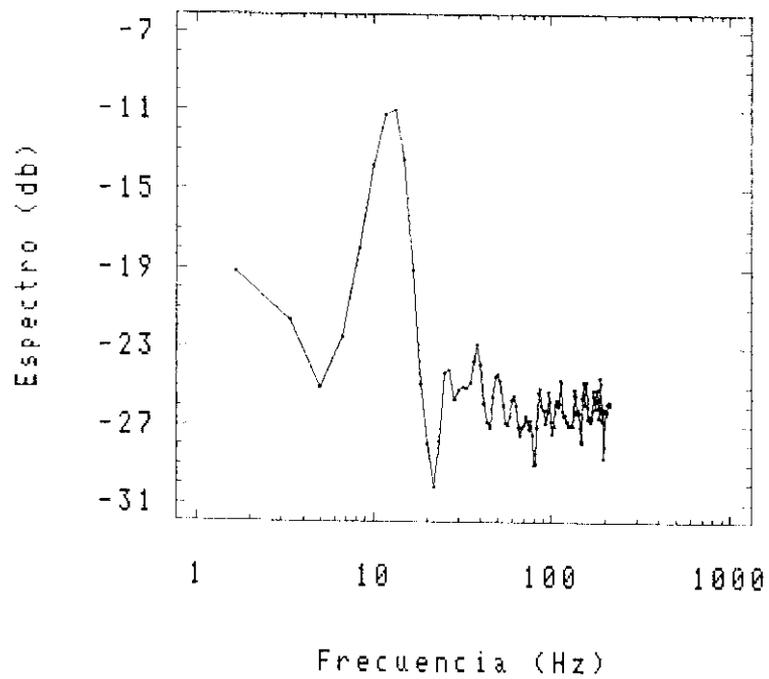
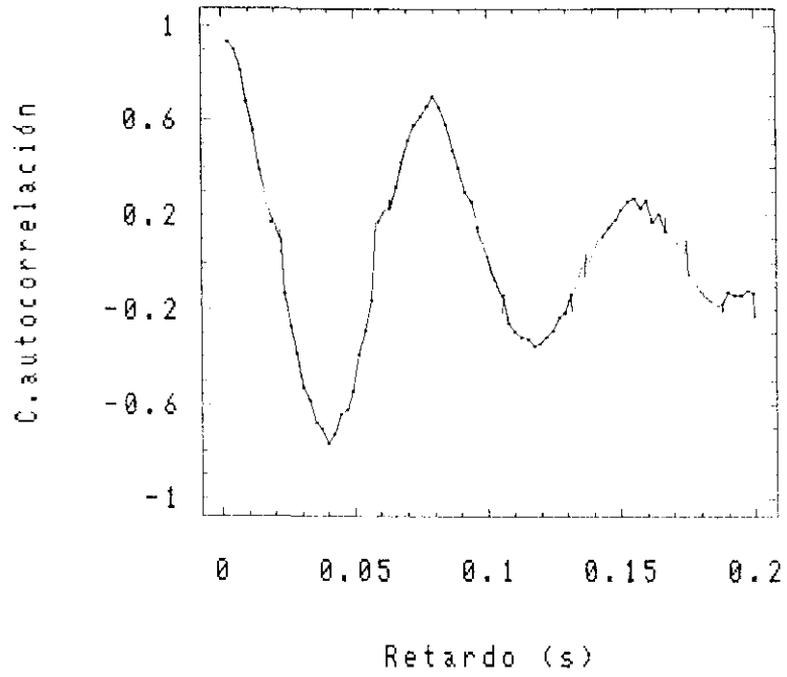
**Figura 4.40** Función de autocorrelación y espectro de energía en  $z/D = 1.0$ , en el centro del flujo primario.



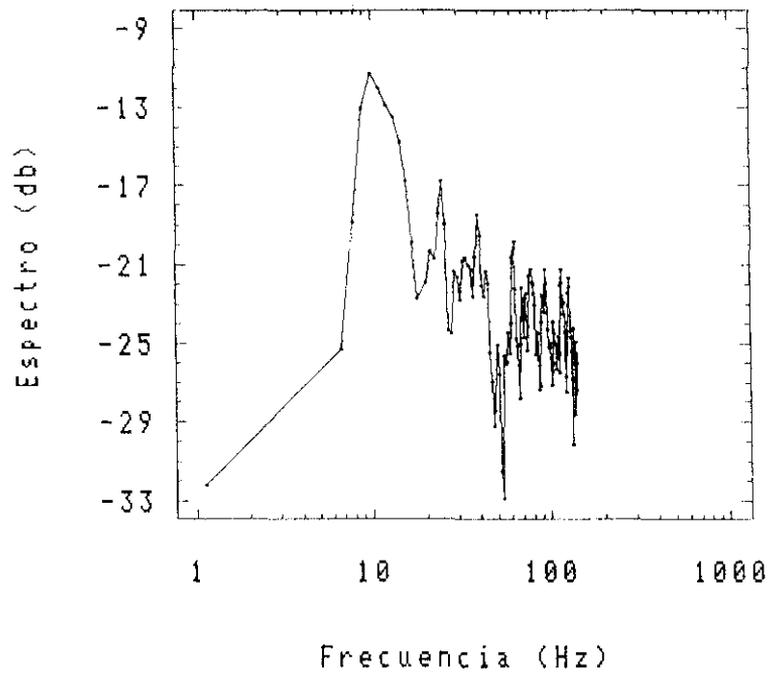
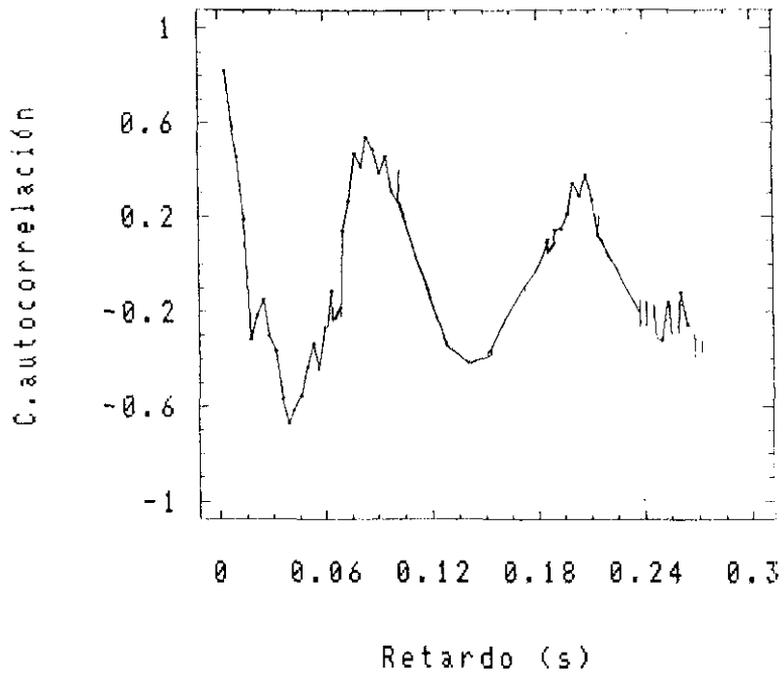
**Figura 4.41** Función de autocorrelación y espectro de energía en  $z/D = 1.0$ , a una distancia de 7.2 mm desde el centro del flujo primario.



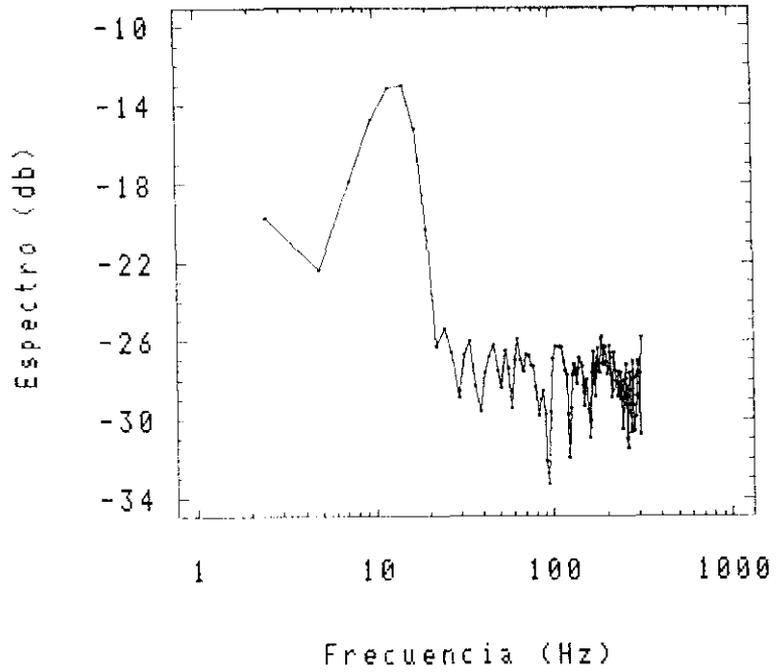
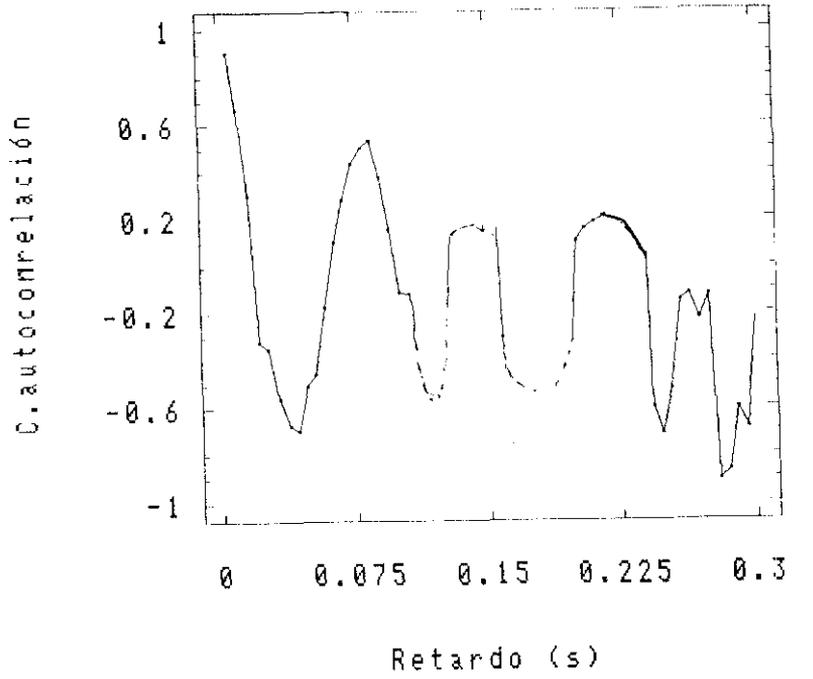
**Figura 4.42** Función de autocorrelación y espectro de energía en  $z/D = 1.5$ , en el centro del flujo primario.



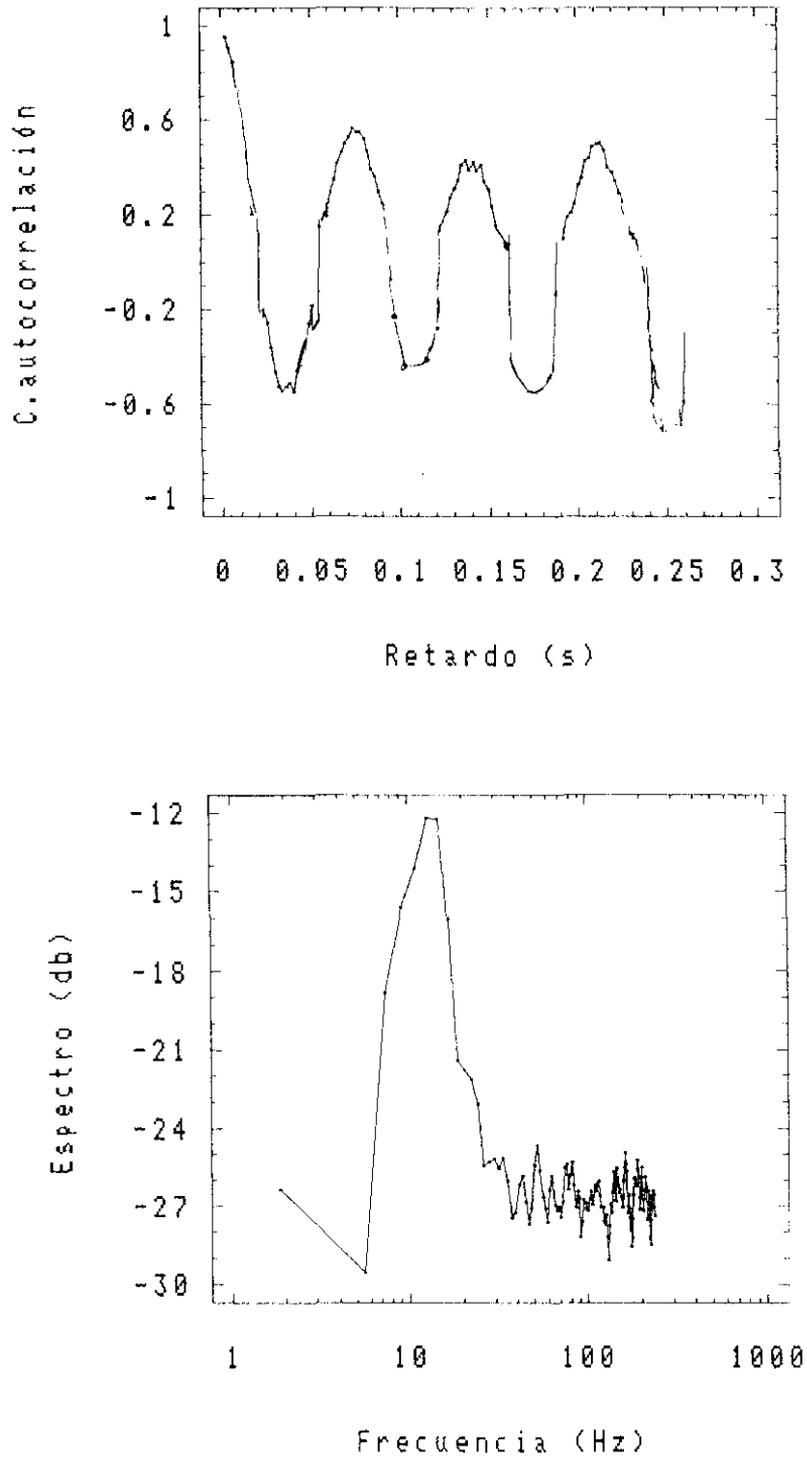
**Figura 4.43** Función de autocorrelación y espectro de energía en  $z/D = 2.0$ , en el centro del flujo primario.



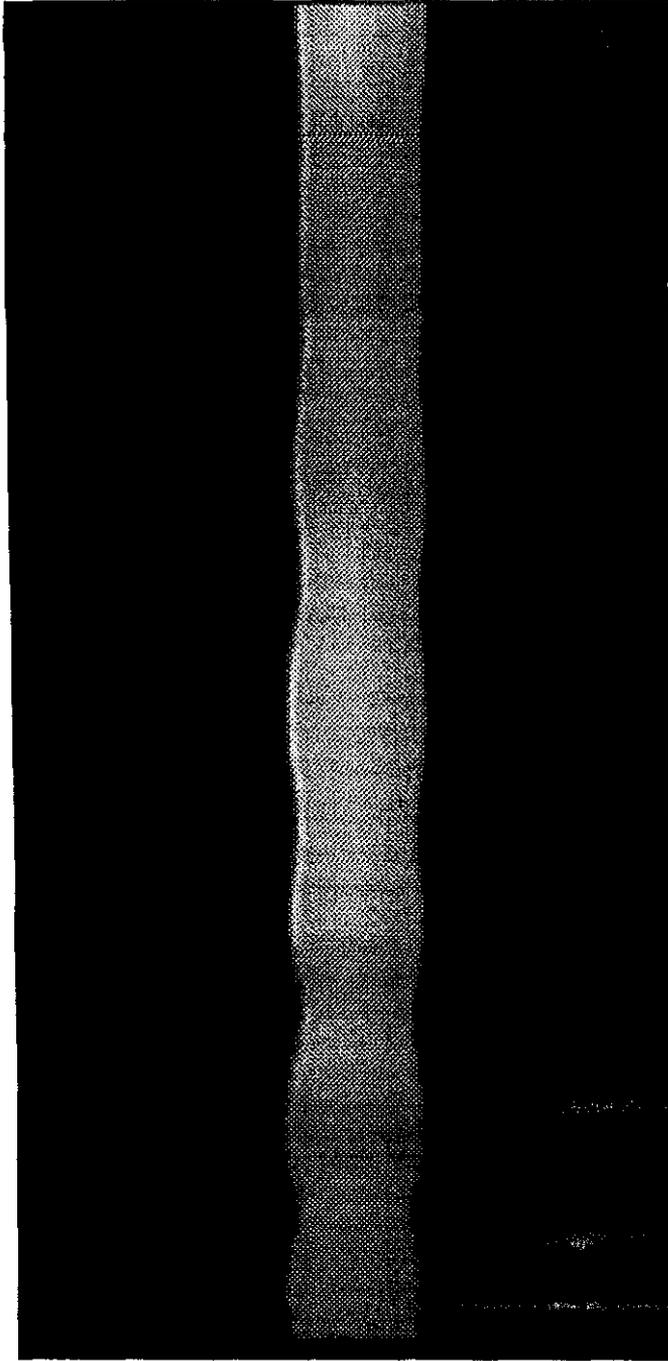
**Figura 4.44** Función de autocorrelación y espectro de energía en  $z/D = 2.5$ , a una distancia de 10.0 mm desde el centro del flujo primario.



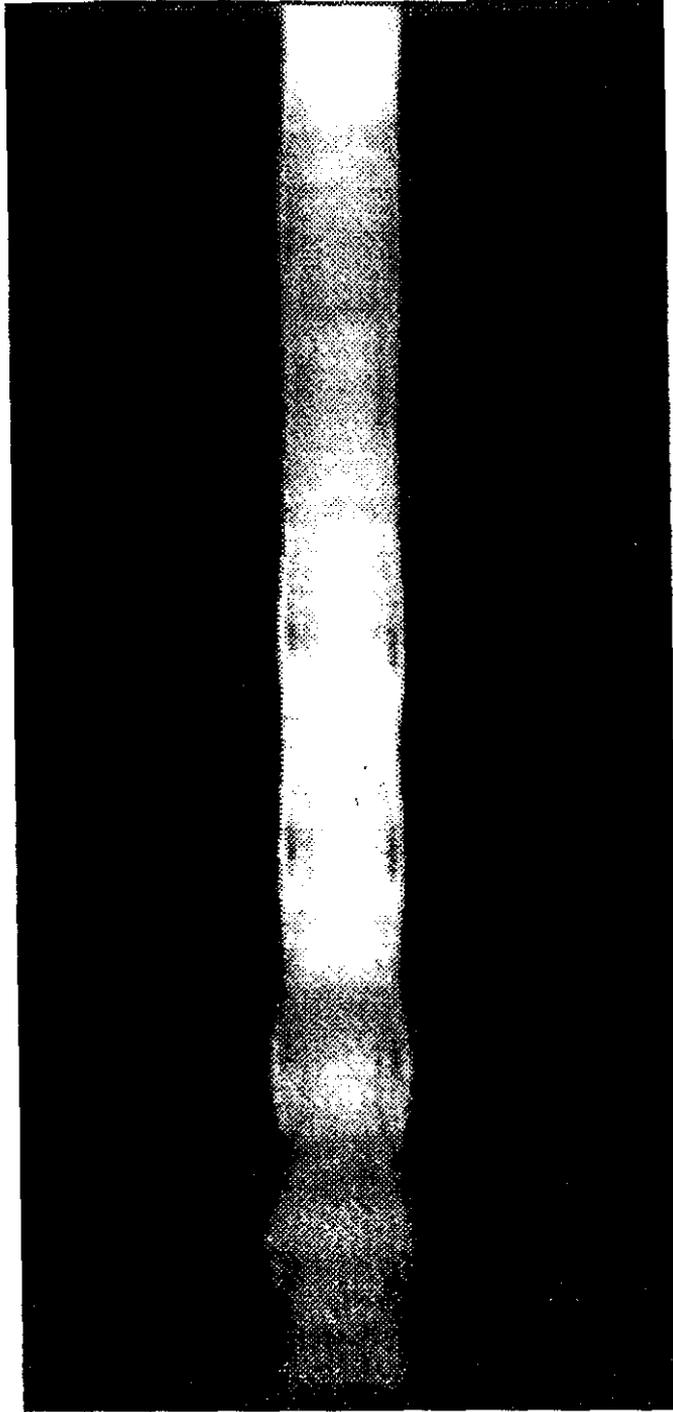
**Figura 4.45** Función de autocorrelación y espectro de energía en  $z/D = 3.0$ , en el centro del flujo primario.



**Figura 4.46** Función de autocorrelación y espectro de energía en  $z/D = 3.5$ , en el centro del flujo primario.



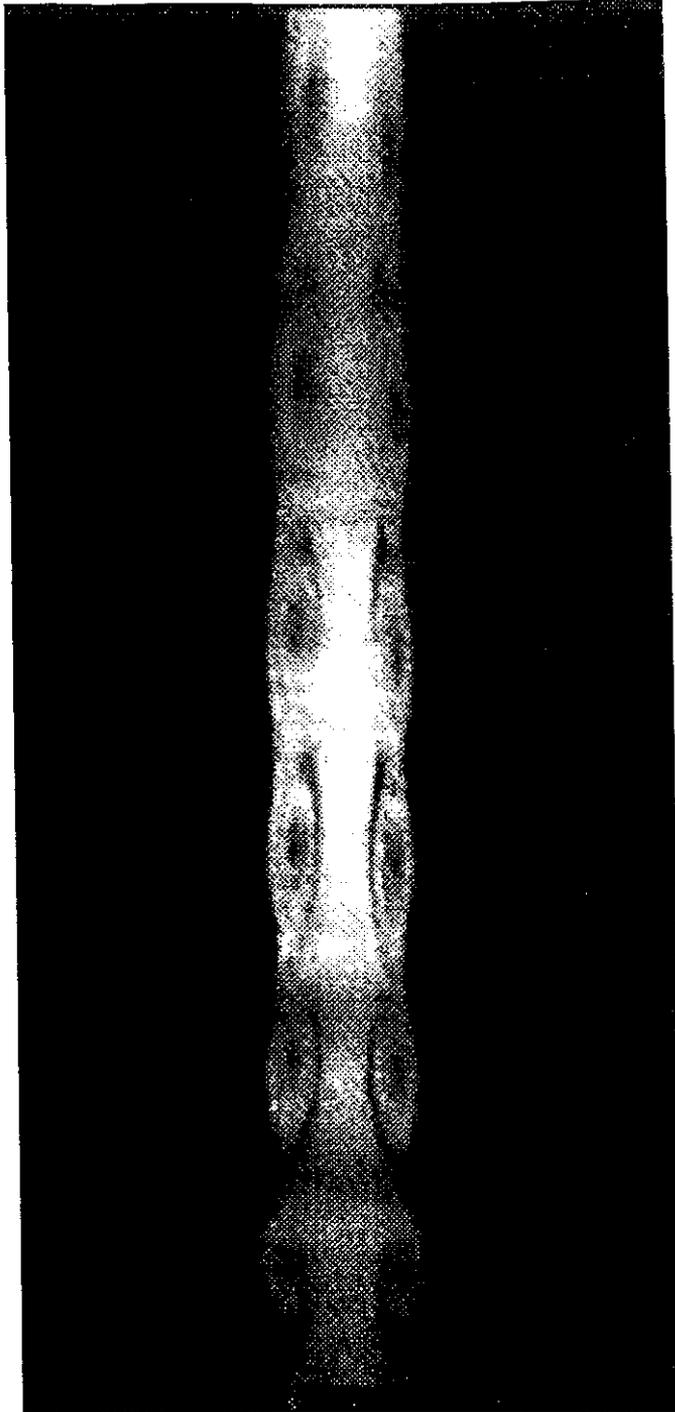
**Figura 4.47** Imagen del flujo natural.



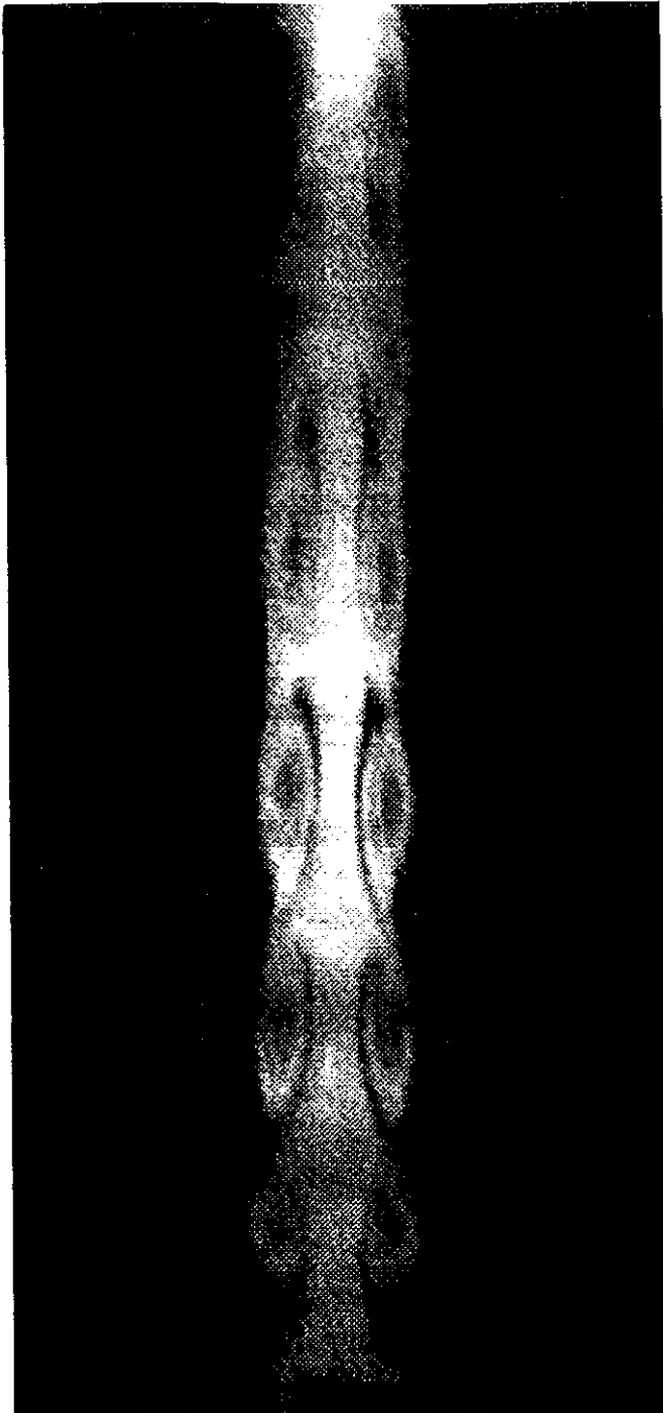
**Figura 4.48** Imagen del flujo con una frecuencia de excitación de 13 Hz y perturbación exterior de 3.7 %.



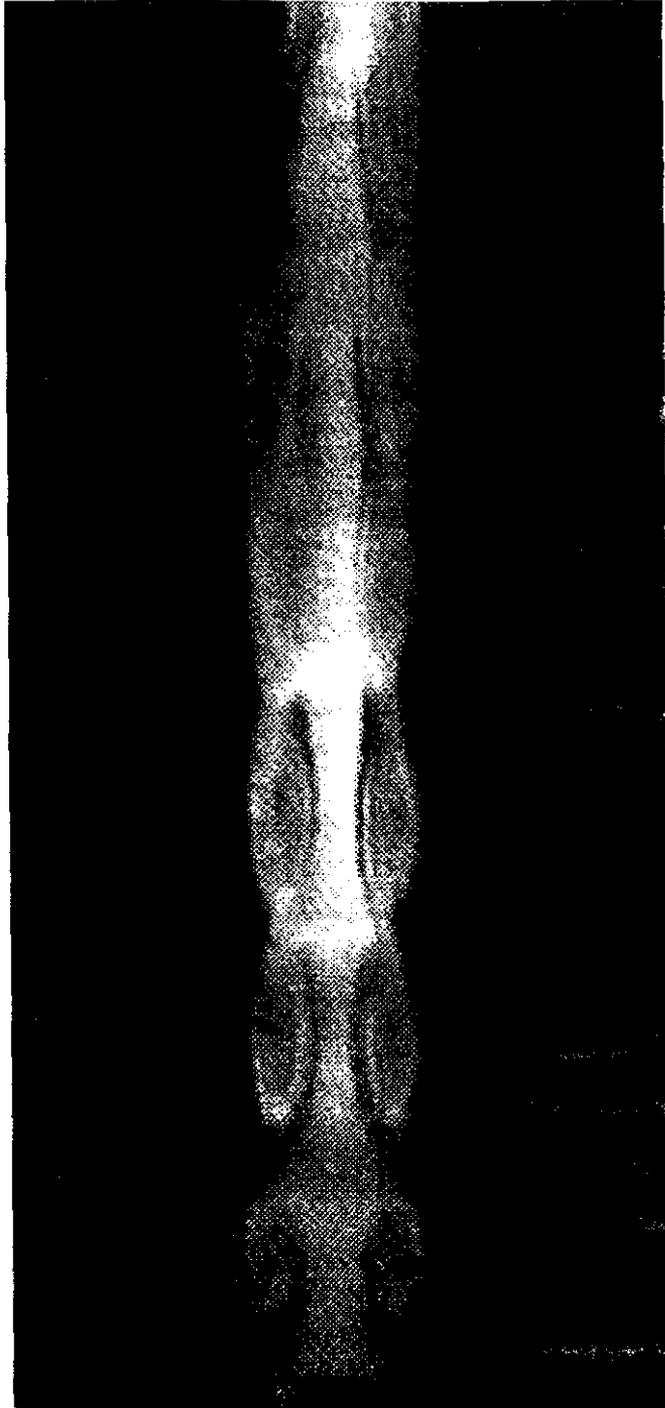
**Figura 4.49** Imagen del flujo con una frecuencia de excitación de 13 Hz y perturbación exterior de 5.5 %.



**Figura 4.50** Imagen del flujo con una frecuencia de excitación de 13 Hz y perturbación exterior de 8,2 %.



**Figura 4.51** Imagen del flujo con una frecuencia de excitación de 13 Hz y perturbación exterior de 11.4 %.



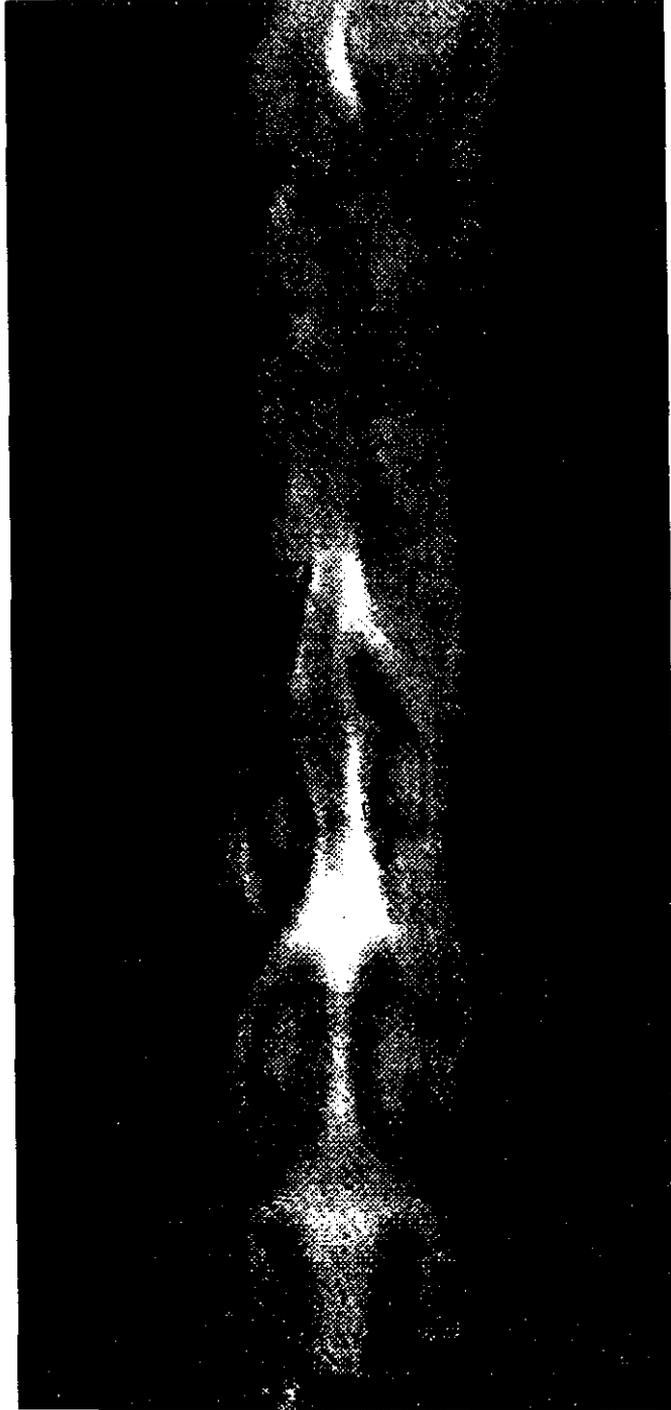
**Figura 4.52** Imagen del flujo con una frecuencia de excitación de 13 Hz y perturbación exterior de 11.6 %.



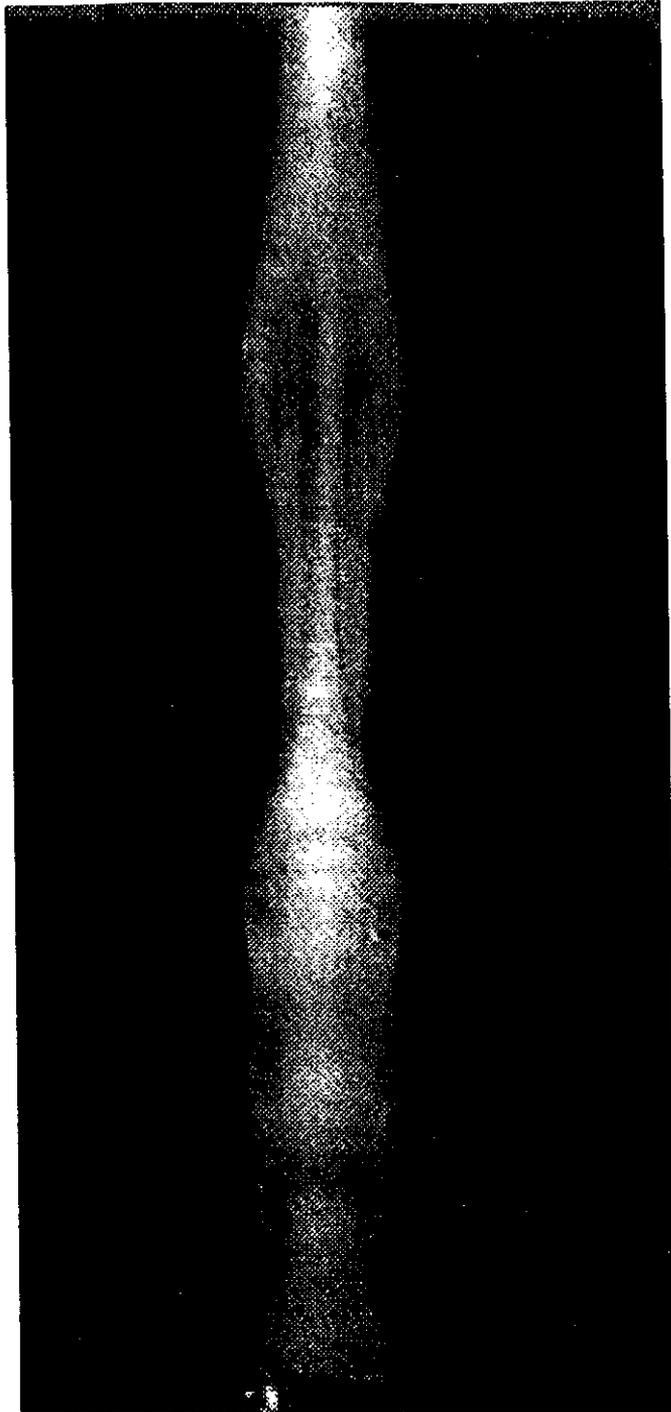
**Figura 4.53** Imagen del flujo con una frecuencia de excitación de 13 Hz y perturbación exterior de 13.9 %.



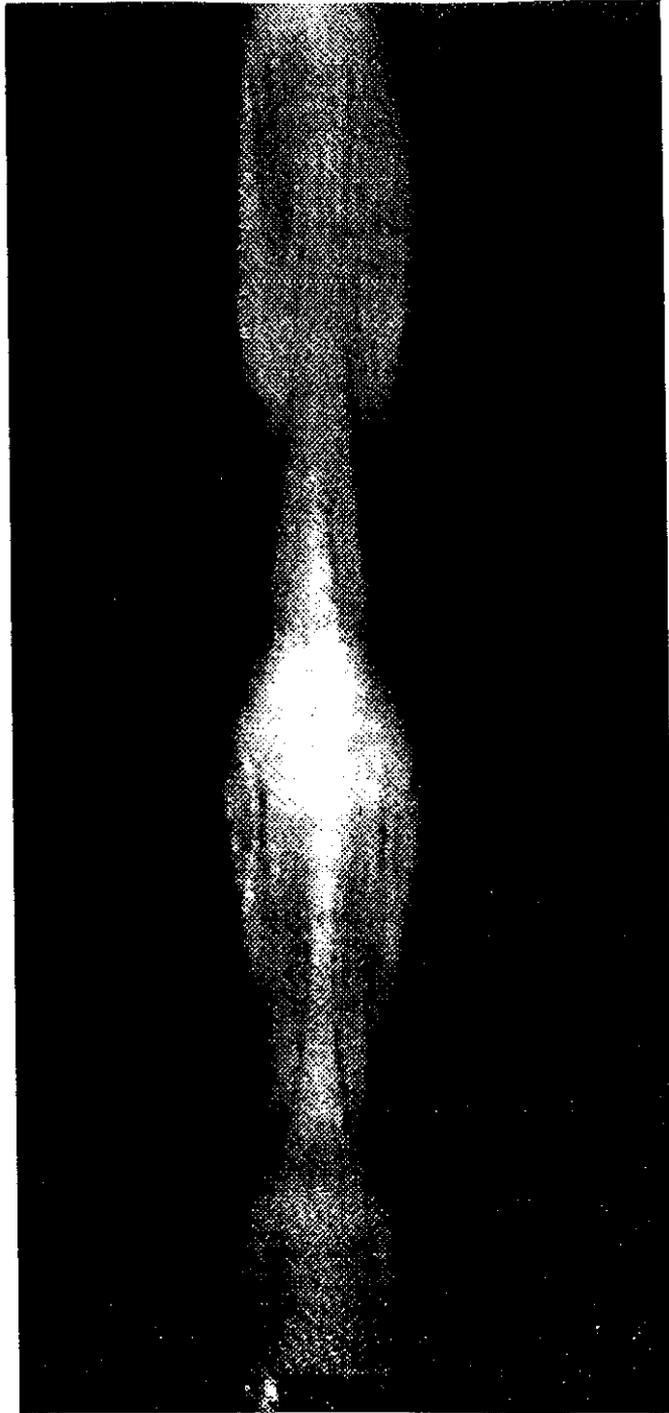
**Figura 4.54** Imagen del flujo con una frecuencia de excitación de 13 Hz y perturbación exterior de 22.3 %.



**Figura 4.55** Imagen del flujo con una frecuencia de excitación de 13 Hz y perturbación exterior de 23.0 %.



**Figura 4.56** Imagen del flujo con una frecuencia de excitación de 5 Hz y perturbación exterior de 8.0 %.

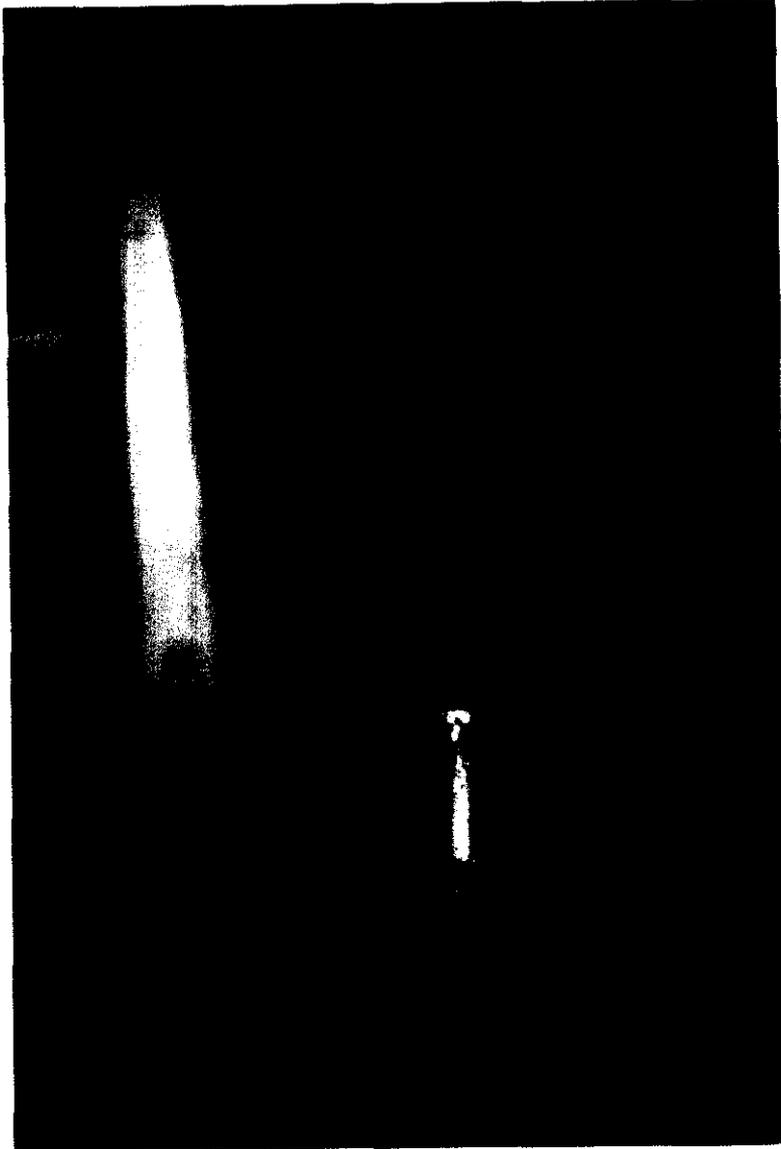


**Figura 4.57** Imagen del flujo con una frecuencia de excitación de 5 Hz y perturbación exterior de 22.0 %.



**Foto 4.1** Imagen correspondiente al flujo homogéneo natural

Esta fotografía muestra la parte inferior del túnel aerodinámico y la tobera de salida del chorro interior o primario. En ella se puede apreciar el cruce de los rayos láser que determina el punto de medida y la rejilla tipo "panal de abeja" que atraviesa el flujo secundario antes de entrar en el túnel



**Foto 4.2** Imagen correspondiente al flujo homogéneo perturbado

En esta fotografía se observa de forma detallada la tobera de salida del flujo primario y el cruce de los rayos láser. El flujo se ha perturbado exteriormente a la frecuencia del modo natural de la configuración, pudiéndose apreciar el inicio de las estructuras coherentes que determinan el desarrollo de la capa de mezcla.

## **CAPITULO 5**

# **FLUJO CON EFECTOS DE FLOTABILIDAD**

## 5.1 Medidas y procesado de los datos

### 5.1.1 Flujo natural

Una vez conocido el comportamiento del flujo homogéneo, descrito en el capítulo anterior, el paso siguiente en nuestro trabajo ha sido el estudio de los cambios que se producen en la configuración, cuando los efectos de flotabilidad en la capa de mezcla entre ambas corrientes no se pueden despreciar. Con este experimento se intenta simular la salida de gases desde una chimenea a la atmósfera, cuando éstos tienen mayor temperatura que el aire ambiente, lo que implica una menor densidad (Perry y Lim, 1978) y estudiar la estructura del chorro en la zona próxima a la salida de la tobera o chimenea. El flujo coaxial secundario existente, obligado por la necesidad de introducir partículas para las medidas de velocidad con ALD en la capa de cortadura, podría interpretarse como una corriente de convección natural debida a un calentamiento en la zona.

Debido a la forma en que está diseñado el experimento, para el estudio de las inestabilidades por efectos de flotabilidad se ha introducido un gas de menor densidad. El gas escogido para este estudio ha sido Helio mezclado con Nitrógeno en proporciones adecuadas, ya que debido a la gran diferencia de densidades entre el aire o Nitrógeno y el Helio, es posible cubrir un gran rango de casos de flotabilidad con una mezcla apropiada. A esta razón hay que sumar el hecho de que el Helio es un gas inerte, lo que facilita en gran manera su traslado y posterior manejo.

En este primer apartado se describen las medidas experimentales y los cálculos realizados para caracterizar la capa de mezcla axilsimétrica para flujos con efectos de flotabilidad. Para poder establecer una comparación entre las configuraciones de flujo con y sin efectos de flotabilidad, se han mantenido iguales en ambos casos las

condiciones iniciales del experimento, tales como forma y diámetro de la tobera de salida y velocidades iniciales en los chorros primario y secundario.

Revisando los últimos trabajos publicados sobre el estudio de los efectos de flotabilidad en chorros, se encuentra que la mayoría de los investigadores centran su investigación tanto teórica como experimental, en la descripción del desarrollo del penacho térmico a grandes distancias de la salida de la tobera o chimenea (Chen y Chen, 1979; List, 1982). También se ha realizado un gran número de estudios sobre los efectos que producen en el crecimiento y desarrollo posterior del penacho las condiciones atmosféricas, ya sea mediante modelos a escala en túneles aerodinámicos o por medidas directas en la zona, intentando aplicar y mejorar los modelos matemáticos ya existentes (Csanady, 1965; Slawson y Csanady, 1971). Sin embargo, aunque todos coinciden en afirmar que las condiciones iniciales del chorro determinan en gran medida su evolución posterior, no hay suficiente información en la literatura sobre el estudio del flujo en la zona próxima a la salida de la tobera o chimenea (Subbarao y Cantwell, 1992; Peterson y Bayazitoglu, 1992).

Este trabajo está centrado en el estudio de la zona cercana a la salida del flujo, en una configuración de dos chorros coaxiales entre los que existe una diferencia de densidad apreciable, para determinar los mecanismos que favorecen o inhiben el mezclado entre las dos corrientes y su paso a la turbulencia completamente desarrollada. Se intenta, de este modo, aportar información sobre los efectos producidos por las condiciones iniciales del flujo y de esta manera profundizar en el conocimiento del desarrollo de la capa de mezcla en chorros con efectos de flotabilidad.

Antes de empezar nuestro estudio parece necesario determinar con exactitud la diferencia que existe entre los chorros con efectos de flotabilidad y los penachos. Para ello, y en base al criterio de Chen y Rodi (1975) el término "chorro homogéneo o isoterma" indica un chorro que sale por una tobera a temperatura ambiente y cuyo

desarrollo está determinado por el momento o cantidad de movimiento. El término "penacho" indica un flujo creado por una fuente caliente y cuyo movimiento es debido solamente a los efectos de flotabilidad. Por último, el término "chorro con flotabilidad" ("buoyant jet", en la literatura anglosajona) se aplica a aquellos chorros que están dentro de ambos casos límites, y por tanto los dos efectos mencionados influyen en su movimiento y desarrollo. Es decir, en el caso de flujo con distinta temperatura o densidad saliendo por una chimenea, se podría hablar de una primera zona en la que el flujo se comportaría como un chorro con efectos de flotabilidad y a grandes distancias de la salida, llegaría a convertirse en penacho. Se puede observar, sin embargo, que los llamados chorros con flotabilidad comprenden un rango muy amplio de posibilidades, y por ello es difícil encontrar una teoría general que englobe todos los casos.

En el desarrollo de los chorros con flotabilidad se puede hablar de tres regiones. A la salida de la tobera el comportamiento del chorro con flotabilidad es similar al del caso de chorro isoterma. Es decir, en una primera zona que se denomina "región de no flotabilidad", el movimiento del chorro está determinado en gran manera por las fuerzas de inercia. En su desarrollo atraviesa una zona de transición llamada "región intermedia", que da paso a una zona donde los efectos de flotabilidad son dominantes, "región de flotabilidad" donde el chorro inicial pasa a tener un comportamiento típico de penacho, como se acaba de comentar. En la figura (5.1) se presenta un esquema de las tres zonas.

Aunque el método diferencial de solución para los chorros con flotabilidad con turbulencia desarrollada es complejo y precisa de cálculos muy elaborados, potencialmente tiene un gran rango de aplicaciones y proporciona una predicción segura del comportamiento y desarrollo de estos chorros. Para resolver este método diferencial se han propuesto varios modelos de cierre para el transporte de cantidades turbulentas (Madni y Plechter, 1976; Launder, 1973; Lumley, 1972, Hossain y Rodi, 1974). Chen y Rodi (1975) mostraron que el modelo de turbulencia basado en el

modelo de cierre de Launder predice satisfactoriamente el comportamiento de chorros verticales con flotabilidad en el campo lejano, es decir para la zona en la que el chorro se comporta como un penacho. Posteriormente, se han realizado estudios encaminados a la aplicación de este modelo para describir de forma más detallada, el fenómeno de decaimiento desde la salida de un chorro con flotabilidad, introduciendo una nueva forma de dimensionar, y así intentar uniformizar los resultados en todas las zonas en las que se puede dividir el desarrollo del chorro (Chen y Chen, 1979).

Este modelo está basado en las ecuaciones de continuidad, momento y energía para un flujo del tipo ( $U \gg V$ ) y ( $\partial / \partial y \gg \partial / \partial x$ ). Con la aplicación de la aproximación de Boussineq, podemos escribir las ecuaciones para la velocidad y temperatura como:

Ecuación de continuidad:

$$\frac{\partial \bar{U}}{\partial z} + \frac{1}{x} \frac{\partial}{\partial x} (x V) = 0 \quad (5.1)$$

Ecuación de momento en el sentido del movimiento:

$$U \frac{\partial U}{\partial z} + V \frac{\partial U}{\partial x} = \frac{1}{x} \frac{\partial}{\partial x} (-x \bar{uv}) + \frac{g(T - T_a)}{T_a} \quad (5.2)$$

Ecuación de energía:

$$U \frac{\partial T}{\partial z} + V \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{1}{x} \frac{\partial}{\partial x} (-x \bar{vT}) \quad (5.3)$$

siendo:  $T_a$  = temperatura ambiente  
 $\overline{uv}$  = esfuerzo de cortadura turbulento  
 $\overline{vT'}$  = flujo de calor  
 $U$  = componente de la velocidad en el sentido del movimiento  
 $V$  = componente de la velocidad perpendicular al sentido del movimiento

El modelo de cierre está basado en las aproximaciones hechas en las ecuaciones de transporte turbulento para los esfuerzos de Reynolds  $\overline{u_i u_j}$ , la razón de disipación de la energía cinética turbulenta  $k = 1/2 \overline{u_i u_i}$ ,  $\epsilon = \nu \overline{\partial u_j / \partial x_k} / \overline{u_i T'}$  y  $\overline{T'^2}$ . Las ecuaciones diferenciales para el modelo de cierre ( $k - \epsilon - \overline{T'^2}$ ) bajo la aproximación de capa límite están dadas por:

$$U \frac{\partial k}{\partial z} + V \frac{\partial k}{\partial x} = \frac{1}{x} \frac{\partial}{\partial x} (x c_k \frac{kv^2}{\epsilon} \frac{\partial k}{\partial x}) - \overline{uv} \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\overline{guT'}}{T_a} - \epsilon \tag{5.4}$$

$$U \frac{\partial \epsilon}{\partial z} + V \frac{\partial \epsilon}{\partial x} = \frac{1}{x} \frac{\partial}{\partial x} (x c_\epsilon \frac{kv^2}{\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial y}) + c_{\epsilon 1} \frac{\epsilon}{k} \left( -\overline{uv} \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\overline{guT'}}{T_a} \right) - c_{\epsilon 2} \frac{\epsilon^2}{k} \tag{5.5}$$

$$\begin{aligned}
 U \frac{\overline{\partial T'^2}}{\partial z} + V \frac{\overline{\partial T'^2}}{\partial x} &= \frac{1}{x} \frac{\partial}{\partial x} \left( y c_T \frac{k^2}{\epsilon} \frac{\overline{\partial T'^2}}{\partial x} \right) - \\
 &- 2VT' \frac{\partial T}{\partial x} - c_{T1} \frac{\epsilon \overline{T'^2}}{k}
 \end{aligned}
 \tag{5.6}$$

Las ecuaciones diferenciales para los términos  $\overline{u_i u_j}$  y  $\overline{u_i T'}$  que incluyen los términos  $\overline{uv}$  y  $\overline{vT'}$  en las ecuaciones (5.2) y (5.3), vienen dados por Hossain y Rodi (1974). Estas ecuaciones se pueden simplificar más, despreciando los términos de transporte convectivo,  $\overline{u_i u_j}$  y difusivo,  $\overline{u_i T'}$ . Esto conduce a la siguiente relación algebraica aproximada para  $\overline{uv}$ ,  $\overline{v^2}$  y  $\overline{vT'}$ :

$$-\overline{uv} = \frac{1 - c_0}{c_1} \frac{\overline{v^2}}{k} \left( 1 + \frac{kg \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right)}{c_h \epsilon T_a \left( \frac{\partial U}{\partial x} \right)} \right) \frac{k^2}{\epsilon} \frac{\partial U}{\partial x}
 \tag{5.7}$$

$$\overline{v^2} = c_2 k
 \tag{5.8}$$

$$-\overline{vT'} = \frac{1}{c_h} \frac{\overline{v^2}}{k} \frac{k^2}{\epsilon} \frac{\partial T}{\partial x}
 \tag{5.9}$$

$$\begin{aligned}
 \overline{uT'} &= \frac{k}{c_h \epsilon} \left[ -\overline{uv} \frac{\partial T}{\partial x} - \overline{uT'} (1 - c_{hl}) \frac{\partial U}{\partial x} + \right. \\
 &\left. + \frac{g(1 - c_{hl})}{T_a} \overline{T'^2} \right]
 \end{aligned}
 \tag{5.10}$$

Las ecuaciones (5.1) a (5.10) forman un modelo de cierre ( $\kappa - \varepsilon - T^2$ ) de turbulencia que contiene 11 constantes empíricas. Excepto para la viscosidad molecular y la conductividad térmica, las constantes se han determinado y calibrado experimentalmente en muchos flujos turbulentos y se ha verificado (p.ej. Hanjalic y Launder, 1972) que se pueden considerar aproximadamente como constantes para todos los flujos. Estos valores, propuestos por Chen y Rodi (1975), basándose en los sugeridos por Launder (1973), son los siguientes:

$$c_0 = 0.55 \qquad c_1 = 2.2 \qquad c_2 = 0.53$$

$$c_\varepsilon = 0.15 \qquad c_{\varepsilon 1} = 1.43 \qquad c_{\varepsilon 2} = 1.92$$

$$c_k = 0.225 \qquad c_T = 0.13 \qquad c_{T1} = 1.25$$

$$c_h = 3.2 \qquad c_{h1} = 0.5$$

Para chorros circulares, se puede introducir en las ecuaciones un factor que tome en cuenta la simetría con respecto al eje. Llamando  $U_c$  al valor de la componente de la velocidad en el sentido de la corriente en la línea central o eje, y llamando  $\Delta y$  a la anchura del chorro desde el eje hasta el punto donde la velocidad es la mitad de la correspondiente a la línea central, se define un factor  $G$ , cuya expresión es:

$$G = \left| \frac{\Delta y}{2U_c} \left( \frac{dU_c}{dz} - \left| \frac{dU_c}{dz} \right| \right) \right|^{0.2} \qquad (5.11)$$

de tal manera que el miembro de la derecha de la ecuación (5.7) y la constante  $c_{\varepsilon 2}$ , se multiplican por los factores  $(1-0.465 G)$  y  $(1-0.035 G)$  respectivamente (Chen y Rodi, 1975).

Las ecuaciones anteriores forman un sistema parabólico resuelto mediante un programa de diferencias finitas por Patankar y Spalding (1970), con algunas modificaciones para adaptar las ecuaciones diferenciales del modelo de cierre ( $\kappa$ - $\epsilon$  -  $\overline{T^2}$ ) a este programa. Las condiciones de contorno en el borde del chorro con flotabilidad son:

$$z > 0 , x \rightarrow \infty , T = T_a , U = k = \epsilon = \overline{T'^2} = 0 \quad (5.12)$$

En general, los datos de los chorros con flotabilidad no pueden ser correlacionados en una simple curva desde el campo cercano donde el comportamiento es similar al de los chorros homogéneos, hasta la zona del campo lejano en la que el chorro con flotabilidad se comporta como un penacho.

En el año 1978, Chen y Rodi propusieron una ley universal de adimensionalización y constataron que el decaimiento de los chorros verticales con flotabilidad en ambientes uniformes, se puede correlacionar con una simple curva en la zona de flujo ya establecido. Esta ley general se obtiene al suponer que el caracter local de un chorro con flotabilidad turbulento a cierta distancia desde la salida está determinado por el momento inicial  $M_0$ , por la intensidad de la flotabilidad inicial  $W_0$  y la densidad del ambiente  $\rho_a$ :

$$M_0 = \rho_0 U_0^2 D \left( \frac{\pi D}{4} \right) \quad (5.13)$$

$$W_0 = g (\rho_a - \rho_0) U_0 D \left( \frac{\pi D}{4} \right) \quad (5.14)$$

A través del análisis dimensional de estas tres cantidades, se obtienen los siguientes parámetros con los que dimensionan la longitud, velocidad y fuerza de flotabilidad para los chorros circulares con flotabilidad:

$$z_r = D Fr^{1/2} \left( \frac{\rho_0}{\rho_a} \right)^{1/4} \quad (5.15)$$

$$U_r = U_0 Fr^{-1/2} \left( \frac{\rho_0}{\rho_a} \right)^{1/4} \quad (5.16)$$

$$(\rho_a - \rho_r) = (\rho_a - \rho_0) Fr^{-1/2} \left( \frac{\rho_0}{\rho_a} \right)^{-3/4} \quad (5.17)$$

donde el subíndice r indica las escalas de referencia, y siendo:

$$Fr = \rho_0 U_0^2 / [gD(\rho_a - \rho_0)] = \text{Número de Froude}$$

D = diámetro del chorro

$\rho_a$  = densidad ambiente

$\rho_0$  = densidad del chorro a la salida

g = aceleración de la gravedad

$U_0$  = valor en la salida de la componente de la velocidad según el eje

En función de estas escalas de referencia se pueden adimensionalizar los valores de longitud y velocidad de la forma:

$$Z = \frac{z}{D} Fr^{-1/2} \left( \frac{\rho_0}{\rho_a} \right)^{-1/4} \quad (5.18)$$

$$U = \frac{U_c}{U_0} Fr^{1/2} \left( \frac{\rho_0}{\rho_a} \right)^{-1/4} \quad (5.19)$$

siendo "z" la distancia en el sentido de la corriente, y  $U_c$  velocidad media en el eje para las distintas alturas "z".

Mediante los parámetros Z y U, se puede determinar el comportamiento del chorro mediante una ley general, tanto para la zona inicial, como para la región alejada de la salida donde se puede pensar que el movimiento del chorro está dominado por los efectos de flotabilidad. En la zona inicial la velocidad adimensional decae en función de  $Z^{-1}$  :

$$U = A_u Z^{-1} \quad (5.20)$$

mientras que en la región del penacho el decaimiento es proporcional a  $Z^{-1/3}$  :

$$U = B_u Z^{-1/3} \quad (5.21)$$

La región de transición quedaría dentro de estas dos condiciones. Los valores de Z comúnmente aceptados para la determinación de cada una de las regiones son:

Región de chorro :	$Z \leq 0.5$
Región de transición :	$0.5 \leq Z \leq 5$
Región de flotabilidad :	$5 < Z$

Las constantes  $A_u$  y  $B_u$  se determinan mediante datos experimentales. Los valores obtenidos para  $A_u$  son de 6.2 (Chen y Rodi, 1980; Rodi, 1982) ó de 5.8 (Capp, 1983; Ogino et al., 1980). Con respecto a  $B_u$  en la zona de penacho algunos investigadores

proporcionan un valor que varía entre 3.4 y 3.6 (Beuther et al., 1979; George et al., 1977; Ogino, 1980), mientras que Chen y Rodi (1980) determinaron un decaimiento constante del penacho con un valor de  $B_0$  de 4.7.

La zona de transición, sin embargo, está poco estudiada y no hay un criterio generalizado entre los investigadores con el que se pueda determinar el decaimiento de  $U$  en función de la distancia adimensional  $Z$ . Por ejemplo, Peterson y Bayazitoglu (1992) determinan en sus experimentos, que en esta zona los valores de velocidad son proporcionales a  $Z^{-0.654}$ , con una constante de proporcionalidad de valor 7.88, y los trabajos de Chen y Chen (1979) determinan un decaimiento en función de  $Z^{-4/5}$ , con un valor para la constante de 0.2 .

En nuestro estudio, no se cuenta con un chorro descargando en ambiente en reposo, sino que la configuración está formada por dos chorros axilsimétricos aunque la relación entre sus velocidades es elevada ( $U_{int} / U_{ext} = 6$ ), debido a que la velocidad del flujo secundario es muy pequeña. Además el flujo en la zona de estudio todavía no está completamente establecido, es decir la turbulencia no se ha desarrollado totalmente.

Todos los trabajos de investigación consultados proporcionan datos y teorías sobre flujos desarrollados y como ya se ha comentado anteriormente, no existe apenas bibliografía sobre los efectos que producen en el desarrollo del chorro con flotabilidad las condiciones iniciales de la configuración (Subbarao y Cantwell, 1992). Por estos dos motivos, se ha decidido aplicar a nuestros resultados experimentales en las proximidades de la tobera de salida del flujo interior, los conceptos teóricos desarrollados anteriormente y así poder extraer alguna conclusión sobre lo que ocurre en la zona inicial y de transición del chorro cuando la turbulencia no está desarrollada. Los resultados se presentan e interpretan en el apartado 5.2.1.

### 5.1.2 Descripción del flujo medio y espectros de energía

Antes de pasar a describir el flujo medio sin excitación exterior, es necesario detallar la forma en la que se ha evaluado la densidad del flujo introducido en el chorro interior y los números adimensionales asociados a inestabilidades de tipo térmico o de flotabilidad.

Como se ha descrito en el Capítulo 3, el chorro primario, inicialmente de aire y Nitrógeno, se sustituye por una mezcla de Helio y Nitrógeno. La introducción de Nitrógeno se realiza por dos motivos. Por una parte, se utiliza para el arrastre de las partículas de tetracloruro de titanio, que son necesarias para las medidas cuantitativas de velocidad mediante *anemometría Láser-Doppler* y para la visualización del flujo. En segundo lugar, la mezcla permite variar la densidad del chorro interior sin modificar las condiciones de velocidad de salida, para los distintos casos de flotabilidad seleccionados.

Un esquema de la instalación experimental tal y como se utiliza en el estudio de flujo con flotabilidad se muestra en la figura (5.2). Como se puede ver en esta figura se ha utilizado el mezclador exterior para introducir también partículas de tetracloruro de titanio en el flujo secundario. Conocidas las densidades del Helio y Nitrógeno, y los caudales de ambos gases que entran en la cámara de remanso del flujo primario, se han calculado las densidades de la mezcla para cada caso.

Al revisar la bibliografía nos encontramos con que hay autores que establecen el grado de inestabilidad mediante el número adimensional de Richardson y otros mediante su inverso, el número de Froude, definidos por (p.ej. Subbarao y Cantwell, 1992; Briggs, 1984):

- Número de Richardson:

$$Ri = \frac{gD}{V_0^2} \frac{(1 - \rho_0/\rho_\infty)}{\rho_0/\rho_\infty} \quad (5.22)$$

- Número de Froude:

$$Fr = \frac{1}{Ri} = \frac{V_0^2}{gD} \frac{\rho_0}{\rho_\infty - \rho_0} \quad (5.23)$$

- Siendo:
- D = Diámetro de la tobera
  - $V_0$  = Velocidad del flujo primario en el centro de la tobera
  - g = aceleración de la gravedad
  - $\rho_\infty$  = densidad del aire (flujo secundario)
  - $\rho_0$  = densidad de la mezcla (flujo primario)

Esta definición que es ampliamente utilizada en problemas de corrientes verticales acompañadas de efectos de flotabilidad, en mecánica de fluidos en general, impone que todos los valores de Ri en estas condiciones sean positivos, lo que difiere con el criterio normal en capa límite atmosférica para determinar el carácter de la estratificación, donde la inestabilidad se caracteriza por valores negativos de Ri. En este trabajo se ha preferido utilizar la definición dada por la ecuación (5.22), para mantener los mismos criterios de la bibliografía más afín a este tipo de experimentación. Según este criterio Ri mayor representa flotabilidad mayor y viceversa.

En la tabla (5.1), se muestran los valores obtenidos de caudal, densidad de cada gas, densidad de la mezcla bajo condiciones de presión y temperatura ambiente y

---

números adimensionales, correspondientes a cada caso estudiado. Se ha tomado un valor constante para la densidad del aire exterior de  $1.205 \text{ Kg/m}^3$  y para el Helio de  $0.1665 \text{ Kg/m}^3$ .

Los valores típicos del número de Froude para penachos con efectos de flotabilidad varían entre 0.5 y 20, y por tanto para el número de Richardson el intervalo está comprendido entre 2 y 0.05. Dentro de las posibilidades técnicas del experimento se ha intentado cubrir este rango en su totalidad, estudiando seis casos diferentes comprendidos entre  $Ri = 1.53$  y  $Ri = 0.21$ .

Nº experimento		1	2	3	4	5	6
Caudal [l/h]	N <sub>2</sub>	147	168	262.5	315	388.5	525
	He	592	513.1	493.3	437	310.1	169.1
$\rho_{\text{mezcla}}$ [kg/m <sup>3</sup> ]		0.365	0.413	0.514	0.585	0.722	0.923
Nº de Richardson		1.53	1.3	0.89	0.7	0.46	0.21
Nº de Froude		0.65	0.77	1.13	1.43	2.2	4.76
Valores de densidad de los gases utilizados							
$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	He	0.167					
	N <sub>2</sub>	1.166					
	Aire	1.205					

**Tabla 5.1** Valores de caudal, densidad y números adimensionales para cada experimento.

El estudio del flujo con efectos de flotabilidad se ha realizado de forma conjunta mediante ALD y visualización. En primer lugar, y para cada uno de los casos estudiados en función del número de Richardson de inestabilidad a la salida de la tobera, se ha medido con anemometría Láser-Doppler la velocidad media axial en el centro de la tobera en el plano de salida y a varias distancias adimensionales ( $z/D$ ) en el sentido de la corriente. De esta manera obtenemos información de la variación de la velocidad en el eje en función del grado de flotabilidad, estimando así la aceleración convectiva del chorro que va a provocar una ingestión significativa de aire del flujo secundario. Con estos datos se calcularán también los parámetros adimensionales  $Z$  y  $U$  que permitirán establecer en que zona del chorro con flotabilidad están comprendidos los ensayos.

Con el fin de ahondar en el conocimiento del desarrollo de la capa de mezcla cuando los efectos de flotabilidad no se pueden despreciar, se ha escogido el caso de número de Richardson más elevado ( $Ri = 1.53$ ) y se ha medido con ALD la velocidad media axial a lo largo de un radio, desde el centro de la tobera hasta un punto en el chorro exterior donde la velocidad alcanza un valor estable, es decir, incluyendo la capa de mezcla en su totalidad. De forma similar al estudio correspondiente a flujo homogéneo, se han tomado puntos de medida no equiespaciados a lo largo del radio, con menor separación en la zona de la capa de mezcla. EL número total de puntos de medida ha sido de 45, con ficheros de 3200 datos en cada uno de los puntos. Se ha aumentado el número de puntos de medida con respecto al flujo homogéneo en las proximidades del centro de la tobera, ya que como se detallará en el apartado 5.2.1, el perfil de velocidad a la salida, aún en las mismas condiciones de velocidad inicial, presenta ahora forma parabólica y la velocidad decrece rápidamente al alejarse del centro. Las distancias adimensionales estudiadas para el caso de flujo con  $Ri$  más elevado han sido:  $z/D = 0.12, 0.5, 1.0$  y  $2.0$ .

Con estas medidas experimentales se han dibujado los correspondientes perfiles de velocidad media axial, siguiendo el mismo procedimiento para su obtención que el descrito en el apartado 4.1.1. Estos perfiles se presentan en el apartado 5.2.1.

En segundo lugar, mediante el cálculo de los espectros de energía cinética turbulenta en puntos adecuados, se hará un estudio de las posibles frecuencias propias de los torbellinos que se crean en la capa de mezcla entre ambas corrientes. El cálculo de los espectros correspondientes a cada punto de medida, se ha efectuado bajo los mismos criterios que están recogidos en el apartado 4.1.2. Los resultados de los espectros y de las funciones de autocorrelación calculadas previamente para la aplicación de la FFT, se presentan e interpretan, también, en el apartado 5.2.1.

El estudio del flujo natural con efectos de flotabilidad, se completa con el cálculo de los espesores de desplazamiento, de cantidad de movimiento, de vorticidad y el factor de forma, en el plano de salida del flujo primario.

A diferencia de lo que ocurría en el estudio de flujo homogéneo, los perfiles de velocidad en el caso de flujo con efectos de flotabilidad, que se presentan e interpretan en el apartado 5.2.1, no son adecuados para el cálculo de los espesores de desplazamiento y cantidad de movimiento a distancias ( $z/D$ ) en el sentido de la corriente, ya que en la integración correspondiente a los perfiles de velocidad, no se puede fijar con exactitud el punto donde la velocidad presenta un mínimo y por tanto el límite inferior de dichas integrales. Este hecho proporciona una indeterminación tal, que los valores que se obtienen con este cálculo no permiten establecer conclusiones fiables sobre la variación de estos espesores con respecto a la distancia ( $z/D$ ) en sentido de la corriente. Sin embargo, el espesor de vorticidad, ya definido en el capítulo anterior, no es una cantidad integral y el problema que se acaba de comentar no se presenta en su cálculo, y por tanto, sí puede proporcionar información de la evolución y desarrollo del chorro.

Para el cálculo de estos espesores en el plano de salida, se ha aproximado el perfil de velocidad  $U(x)$  mediante un polinomio de cuarto grado, tal y como se detalló en el capítulo anterior en el que se describe el flujo homogéneo. Los coeficientes del ajuste polinómico para el perfil de velocidad en la altura  $z/D = 0.12$ , se presentan en la tabla (5.2).

Altura	Coeficientes del ajuste		Error estandar del coeficiente	Coeficiente de correlación cuadrática
$z/D = 0.12$	$a_0$	0.073184	0.004964	0.9978
	$a_1$	-0.020037	0.006771	
	$a_2$	0.037175	0.002584	
	$a_3$	-0.004798	0.000344	
	$a_4$	0.000179	0.000015	

**Tabla 5.2** Coeficientes para el ajuste polinómico del perfil de velocidad en la salida.

Con este ajuste polinómico del perfil en  $z/D = 0.12$ , se han calculado los espesores de desplazamiento y cantidad de movimiento, y por tanto el factor de forma, sólo en el plano de salida del flujo primario. La variación del espesor de vorticidad con la distancia ( $z/D$ ) y los resultados anteriores se presentan en la tabla (5.3). La interpretación de estos valores se detalla en el apartado 5.2.1.

$z/D$	$\delta_l$	$\theta$	$\delta_w$	H
0.12	4.42	1.53	7.27	2.89
0.5	-	-	8.91	-
1.0	-	-	12.25	-
2.0	-	-	12.54	-

**Tabla 5.3** Espesores y factor de forma en la salida y espesor de vorticidad.

Por último, y para determinar las condiciones iniciales de la configuración, se han calculado los valores del número de Reynolds del chorro primario a la salida de la tobera. Para ello se ha evaluado el coeficiente de viscosidad cinemática en cada caso de flotabilidad estudiado, en función del caudal de Helio y Nitrógeno que se introduce en la mezcla del flujo interior o primario. Los resultados obtenidos se muestran en la tabla (5.4).

Experim.	1	2	3	4	5	6
$\nu_{mezcla}$ ( $10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ )	9.76	9.27	8.23	7.50	6.09	4.02
Re	150	158	178	195	241	364
Valores de la viscosidad cinemática de los gases utilizados						
$\nu$ ( $10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ )	He	11.81				
	N <sub>2</sub>	1.513				

**Tabla 5.4** Valores del número de Reynolds en los casos de flotabilidad estudiados.

El hecho, por tanto, de introducir en el flujo primario una mezcla de Helio y Nitrógeno en distintas proporciones, manteniendo constante la velocidad inicial de salida, implica una disminución del  $Re$  con respecto a los experimentos con flujo homogéneo,  $Re = 970$ , ya que la densidad del Helio es muy pequeña en comparación con la del Nitrógeno para las mismas condiciones de presión y temperatura.

### 5.1.3 Flujo perturbado. Selección de las condiciones de perturbación

El primer paso para poder determinar las condiciones de perturbación exterior, ha sido el cálculo de los espectros de energía cinética turbulenta, como ya se ha comentado, que nos proporcionan las frecuencias propias o naturales asociadas al paso de inestabilidades en la entrefase.

Para el cálculo de los espectros de energía se han utilizado los ficheros de datos de velocidad en el centro, en todas las alturas ( $z/D$ ) medidas, para los seis casos de flotabilidad seleccionados. De esta manera se intenta obtener información sobre la variación que existe entre la frecuencia y el número de Froude o Richardson, para una misma velocidad de salida del flujo. Previamente, como se comentó en el capítulo anterior, los ficheros de datos se han transformado en ficheros equitemporales mediante la función de autocorrelación.

Para poder obtener información de las frecuencias naturales del flujo en el caso de flotabilidad, el número de Richardson se puede interpretar como una relación entre dos escalas de tiempo  $\tau_1$  y  $\tau_2$ . La primera es una medida del tiempo que tarda un elemento fluido en moverse una longitud equivalente al diámetro del chorro, bajo la acción de las fuerzas de inercia, y la segunda corresponde al tiempo que tarda un elemento fluido en moverse una distancia de un diámetro bajo la acción de las fuerzas de flotabilidad. Sus expresiones son:

$$\tau_1 = \frac{D}{U_j} \quad (5.24)$$

$$\tau_2 = \left[ \frac{\rho_j D}{g (\rho_\infty - \rho_j)} \right]^{1/2} \quad (5.25)$$

siendo:     $D$  = diámetro del chorro  
            $U_j$  = velocidad media de salida, en el centro del chorro  
            $\rho_j$  = densidad del chorro interior  
            $\rho_\infty$  = densidad del chorro exterior  
            $g$  = aceleración de la gravedad

El número de Richardson se puede escribir en la forma:

$$Ri = \left( \frac{\tau_1}{\tau_2} \right)^2 \quad (5.26)$$

En el caso de los seis experimentos realizados con velocidad de salida del flujo constante y variación de la densidad de la mezcla, se han calculado los valores teóricos correspondientes a las escalas de tiempo  $\tau_1$  y  $\tau_2$  y se han comparado con los correspondientes valores de las frecuencias obtenidas experimentalmente. En el apartado 5.2.2 se presentan e interpretan estos resultados.

El estudio del flujo con efectos de flotabilidad con perturbación exterior, se ha realizado mediante la grabación de imágenes del flujo perturbado con el altavoz situado en la base de la cámara de remanso del flujo interior, en el caso de mayor inestabilidad térmica, es decir el experimento en el que el número de Richardson toma el valor de 1.53. El motivo básico ha sido el de entender la evolución del flujo y el mezclado de las corrientes cuando, dentro de los límites de  $Ri$  admitidos para el desarrollo de los penachos térmicos (Briggs, 1984), se presenta una gran diferencia

de densidades entre los chorros y por tanto los efectos debidos a la flotabilidad son dominantes, lo que produce una fuerte inhibición del proceso de mezcla a pequeña escala.

A diferencia de lo que ocurre en el caso de flujo homogéneo, para los perfiles de velocidad hasta la altura ( $z/D$ ) estudiada en el caso de  $Ri = 1.53$ , no se encuentra un único pico en el espectro sino que ya a la salida del chorro, como se detallará en el apartado 5.2.2, además de un pico dominante en el entorno de 24 Hz, aparece un pico secundario que tiende a incrementarse cuando nos alejamos del borde de la tobera en el sentido de la corriente. Este segundo pico, aproximadamente de 14 Hz, coincide con el encontrado en los experimentos sin efectos de flotabilidad y por tanto se deduce que las inestabilidades debidas a la configuración del experimento dominan el desarrollo de la mezcla.

Las imágenes grabadas en vídeo, como se acaba de comentar, corresponden al flujo de número de Richardson más elevado, flujo con el que se han obtenido los perfiles de velocidad media hasta la distancia adimensional  $z/D = 2$ . Se han seleccionado para la perturbación exterior las dos frecuencias encontradas mediante el cálculo de los espectros, es decir 24 y 14 Hz. Las imágenes obtenidas se presentan y analizan en el apartado 5.2.3.

## **5.2 Presentación e interpretación de los resultados**

### **5.2.1 Flujo natural**

Para poder describir de una forma más extensa el comportamiento del flujo natural con efectos de flotabilidad, como ya se ha comentado, se han realizado dos tipos de ensayos. Por un lado, se ha estudiado la variación de velocidad media axial en el centro del chorro primario en función de la distancia ( $z/D$ ), para los seis casos

de inestabilidad térmica seleccionados. En segundo lugar, y para un valor concreto del número de Richardson, se han obtenido los perfiles de velocidad media axial en función de la distancia "x" transversal al flujo, para cada una de las alturas (z/D).

En la figura (5.3) se presenta la variación con respecto a la distancia adimensional (z/D), de la velocidad adimensional media axial para los casos de  $Ri = 0.21, 0.46, 0.70, 0.89, 1.30$  y  $1.53$ . A la hora de determinar los valores del número de Richardson en los distintos ensayos, se ha obligado a que la velocidad de salida del flujo primario se mantenga siempre constante y de igual valor al fijado en el estudio anterior con flujo homogéneo, es decir  $0.6$  m/s, y así poder establecer una comparación entre ambas configuraciones. Como se puede ver en la ecuación (5.22), el número de Richardson, que nos proporciona el grado de inestabilidad térmica, es función de la relación de densidades entre ambos chorros, el diámetro de la tobera y la velocidad de salida en el centro o eje. Puesto que el flujo exterior está formado por aire ambiente que entra en el túnel aerodinámico debido al efecto del extractor situado al final del túnel, se ha considerado su densidad constante, y por tanto se ha variado la densidad del flujo primario, dentro de los límites establecidos para penachos térmicos en la atmósfera (Briggs, 1975), con idea de mantener la velocidad de salida constante. Ya se ha comentado que esta variación de densidad del flujo interior se consigue con la mezcla de Nitrógeno y Helio en proporciones adecuadas (ver tabla 5.1).

Las medidas de velocidad se han realizado mediante anemometría Láser-Doppler, utilizando partículas de dióxido de titanio en el flujo interior, introducidas en el chorro de la misma forma que la descrita en los ensayos de flujo homogéneo. Las alturas estudiadas han sido  $z/D = 0.12, 0.5, 1.0, 1.5, 2.0$  y  $2.5$ . Para poder comparar los perfiles, cada uno de ellos se ha adimensionalizado en función de la velocidad de salida, y por tanto el valor inicial para todos ellos es 1. En esta figura (5.3) se puede observar la gran diferencia en la variación de velocidad en el eje cuando el grado de flotabilidad aumenta. En el primer caso,  $Ri = 0.21$ , es decir con una relación de

densidades entre ambos chorros de  $(\rho_{mezcla} / \rho_{aire}) = 0.77$ , el flujo se comporta casi como si fuera homogéneo y la variación de velocidad en el eje es muy pequeña, pasando de una velocidad a la salida de 0.59 m/s,  $(V/V_0 = 1)$ , a una velocidad de 0.64 m/s,  $(V/V_0 = 1.08)$ , en la altura  $z/D = 2.5$ . Esta variación va aumentando, como se puede ver en la figura, hasta llegar al ensayo con  $Ri = 1.53$ , con relación de densidades  $(\rho_{mezcla} / \rho_{aire}) = 0.30$ , en el que la velocidad varía desde un valor de 0.6 m/s en la salida de la tobera, hasta un valor de 1.36 m/s,  $(V/V_0 = 2.3)$  en la máxima altura estudiada. El hecho de que aparezca una aceleración convectiva tan fuerte va a condicionar el desarrollo de la capa de mezcla en la zona próxima a la salida.

A continuación en las figuras (5.4), (5.5), (5.6) y (5.7) se presentan los perfiles de velocidad media axial, para el caso de  $Ri = 1.53$ , y las distancias adimensionales  $z/D = 0.12, 0.5, 1.0$  y  $2.0$ . Debe recordarse que se entiende como "perfil" la variación de la velocidad en sentido transversal al flujo. Las medidas cuantitativas de velocidad se han efectuado, como en el caso anterior, con ALD. En estos ensayos se ha utilizado el mezclador auxiliar descrito en el Capítulo 4, para generar partículas de dióxido de titanio adecuadas para la "siembra" del flujo secundario. Estas figuras muestran los valores de velocidad en (m/s) y distancia en (mm), para los puntos de medida escogidos para la determinación del perfil, manteniendo el origen de distancias en el centro de la tobera, por lo que valores positivos o negativos de la abscisa indican que las medidas corresponden al flujo primario o secundario respectivamente (ver figura 3.8).

A diferencia de lo que se ha obtenido para flujo homogéneo, aún en la distancia  $z/D = 0.12$ , el efecto de la flotabilidad es tan grande que el déficit de velocidad debido al efecto de la estela del borde de la tobera del flujo primario prácticamente desaparece. Por otra parte se observa que los perfiles son claramente de tipo parabólico, y por tanto la velocidad media decrece muy rápidamente al alejarnos del centro de la tobera en la dirección transversal al flujo.

Debido a la gran variación de velocidad que se produce al alejarnos del plano de salida, no tiene sentido adimensionalizar todos los perfiles con el criterio descrito en el caso de flujo homogéneo. Únicamente para la altura  $z/D = 0.12$ , las condiciones del flujo pueden ser comparables con el caso de flujo homogéneo y, por tanto, es posible la adimensionalización en función de la variable ( $\eta$ ). Para destacar la gran diferencia existente entre los perfiles de velocidad en ambos casos, flujo con y sin efectos de flotabilidad, en la figura (5.8) se han representado los perfiles correspondientes a la altura  $z/D = 0.12$ , para el caso de flujo homogéneo y flujo con número de Richardson  $Ri = 1.53$ , en función de las variables adimensionalizadas velocidad y distancia (ecuaciones (4.22) y (4.27)).

Aunque ya se ha apuntado brevemente que la posible explicación de este comportamiento del flujo es la gran aceleración convectiva provocada por la flotabilidad, se ha creído conveniente estimar, de forma aproximada, los valores de esta aceleración mediante la ecuación de cantidad de movimiento. La expresión general en forma vectorial de esta ecuación es:

$$\rho \frac{d\bar{V}}{dt} = \rho \bar{g} - \nabla p \quad (5.27)$$

Se puede simplificar esta expresión, suponiendo que el flujo en estudio es casi estacionario y despreciando el término del gradiente de presiones, por considerar que es lo suficientemente pequeño en nuestro caso. La ecuación de cantidad de movimiento, en la que sólo quedan fuerzas másicas, se puede escribir entonces como:

$$\bar{V} \nabla \bar{V} = \frac{\rho_{ext} - \rho_0}{\rho_0} g \quad (5.28)$$

A la vista de los resultados obtenidos en el cálculo de la variación de velocidad con respecto a la distancia ( $z/D$ ), para los seis casos de flotabilidad estudiados, se ha evaluado la aceleración convectiva media que sufre el chorro interior en la distancia de un diámetro desde el plano de salida, ya que es el tramo que presenta una pendiente más acusada (ver figura 5.3). Los valores de la velocidad medida en cada altura y en cada ensayo de flotabilidad, se presentan en la tabla (5.5).

Nº exp.	1	2	3	4	5	6
$z/D$	Velocidad media en el eje U [m/s]					
0.12	0.600	0.594	0.603	0.603	0.593	0.591
0.5	0.769	0.701	0.688	0.664	0.605	0.599
1.0	1.058	0.949	0.847	0.789	0.675	0.618
1.5	1.200	1.036	0.900	0.826	0.700	0.622
2.0	1.283	1.118	0.953	0.875	0.728	0.635
2.5	1.364	1.195	1.019	0.928	0.757	0.642
Ri	1.5283	1.3007	0.8861	0.6972	0.4548	0.2099
$\rho_{\text{flujo int.}}$	0.3653	0.4131	0.5136	0.5852	0.7223	0.9225

**Tabla 5.5** Valores de velocidad media en el eje para los seis casos estudiados.

La velocidad que aparece en estas expresiones se ha evaluado por medio de una interpolación lineal entre los valores extremos en cada caso.

En la tabla (5.6) se presentan los resultados obtenidos en la estimación del valor de la aceleración, para cada experimento de flotabilidad estudiado.

Nº de experimento	Ri	U <sub>media estimada</sub> [m/s]	Aceleración [m/s <sup>2</sup> ]
1	1.53	0.83	15.65
2	1.30	0.77	11.20
3	0.89	0.73	7.30
4	0.70	0.70	5.31
5	0.46	0.63	2.13
6	0.21	0.61	0.67

**Tabla 5.6** Valores de la aceleración convectiva en el primer diámetro.

Analizando los valores obtenidos, se comprueba que en el ensayo con número de Richardson más elevado, el valor estimado de la aceleración media que experimenta el chorro interior en este tramo es muy grande,  $a = 15.65 \text{ m/s}^2$ . Con idea de poder establecer un orden de magnitud del  $\Delta z$  en el que esta aceleración convectiva se presenta, la aceleración se ha considerado como constante desde la salida, hasta la altura de un diámetro en el sentido de la corriente. Con esta premisa, y considerando que en las proximidades de la tobera de salida el flujo es irrotacional, la ecuación de cantidad de movimiento se puede escribir como:

$$\rho_0 \left[ \bar{V} \left( \frac{1}{2} V^2 \right) \right] = \bar{g} (\rho_{ext} - \rho_0) \quad (5.29)$$

Sustituyendo el valor de la aceleración para el caso de  $Ri = 1.53$ , se obtiene un valor para  $\Delta z$  del orden de  $10^{-4}$  mm. Este resultado confirma la hipótesis de que aún en la zona más próxima a la salida en la que se ha medido, es decir, en  $z/D = 0.12$ , la gran aceleración provocada por la diferencia de densidades entre ambos chorros, produce una corriente del chorro exterior hacia el centro, que hace que el defecto de velocidad que debería existir por la estela del borde de la tobera, desaparezca casi totalmente. Por este motivo, y con más razón en los perfiles a distancias ( $z/D$ ) mayores en el sentido de la corriente, no es posible determinar de forma clara un punto de velocidad mínima en los perfiles y, por tanto, no se pueden definir de manera precisa los espesores integrales de la capa límite, espesor de desplazamiento y espesor de cantidad de movimiento, en otra altura que no sea la del plano de salida del flujo, como se comentó en el apartado 5.1.1.

El único espesor que puede proporcionar información sobre el desarrollo de la capa límite es el espesor de vorticidad ya que no es una cantidad integral, sino que depende de la pendiente del perfil de velocidad. En la figura (5.9) se ha representado la variación del espesor de vorticidad,  $\delta_{\omega}$ , en función de las distancias adimensionales ( $z/D$ ). Se observa que esta variación es prácticamente lineal hasta una altura  $z/D=1.0$ , lo que confirma los resultados presentados en la figura (5.3), representación de la variación de velocidad en el eje, ya que hasta esta altura la aceleración convectiva es tan fuerte que domina por completo el desarrollo del flujo.

Con respecto al cálculo de las distancias asociadas a la capa límite, el valor obtenido para el factor de forma a la salida es de  $H = 2.9$ , comparable al valor correspondiente al factor de forma para la capa límite laminar del perfil de Blasius,  $H = 2.60$  (Hinze, 1975). Es decir, que se puede considerar que el flujo a la salida de la tobera es razonablemente laminar.

Antes de comenzar el estudio de los espectros de energía calculados para la obtención de las frecuencias propias de la configuración, se ha hecho una estimación

de los parámetros "Z" y "U", distancia y velocidad adimensionalizadas en función del número de Froude y la relación de densidades de ambos chorros a la salida, tal y como se detalló en el apartado anterior. Esta manera de adimensionalizar, nos proporciona información del decaimiento de la velocidad en el eje central del chorro, tanto para la zona inicial del flujo, como a grandes distancias en el sentido de la corriente, donde el chorro se comporta como un penacho. Los valores de los parámetros "Z" y "U" calculados a partir de los datos de velocidad medidos en cada ensayo de flotabilidad, se presentan en la tabla (5.7).

exp.1 Fr=0.7	Z	0.20	0.83	1.67	2.50	3.33	4.17
	U	1.09	1.40	1.92	2.18	2.33	2.48
exp.2 Fr=0.8	Z	0.18	0.75	1.49	2.24	2.98	3.73
	U	1.15	1.35	1.83	2.00	2.16	2.31
exp.3 Fr=1.1	Z	0.14	0.58	1.17	1.75	2.33	2.91
	U	1.32	1.50	1.85	1.96	2.08	2.22
exp.4 Fr=1.4	Z	0.12	0.50	1.00	1.20	2.00	2.50
	U	1.44	1.58	1.89	1.97	2.08	2.21
exp.5 Fr=2.2	Z	0.09	0.38	0.77	1.15	1.53	1.92
	U	1.69	1.72	1.92	1.99	2.07	2.15
exp.6 Fr=4.8	Z	0.06	0.25	0.49	0.74	0.98	1.23
	U	2.33	2.37	2.44	2.46	2.51	2.54

**Tabla 5.7** Valores adimensionales de "Z" y "U".

Los valores de "Z", en ningún caso superiores a 5, confirman que en el flujo en estudio no se ha alcanzado la "zona de penacho" dominada sólo por efectos de flotabilidad. Este hecho es debido, no sólo a que las medidas se han realizado en las proximidades de la salida de la tobera, es decir hasta una distancia adimensional  $z/D = 2.5$ , sino que los números de Froude correspondientes a los experimentos realizados no son lo suficientemente pequeños y además al hecho de que todos los experimentos se han realizado con números de Reynolds moderadamente bajos, lo que implica que la transición a la turbulencia desarrollada no se produzca de manera rápida. En los dos últimos casos,  $Fr = 4.8$  y  $Fr = 2.2$ , la mayoría de los valores de "Z", se encuentran por debajo del límite establecido para la "zona de no-flotabilidad", es decir  $Z \leq 0.5$ , lo que se puede confirmar observando que la velocidad adimensional "U", se mantiene casi constante en todo el intervalo medido. Aún en el caso de número de Froude más pequeño, que corresponde por tanto al ensayo con mayor grado de flotabilidad, como el flujo todavía no se ha desarrollado, se observa que la velocidad en el eje todavía está dominada por la aceleración convectiva provocada por la flotabilidad inicial y por tanto, que sigue aumentando hasta la máxima altura medida.

Con el fin de comprobar si es aplicable en nuestro caso la teoría general que predice el decaimiento de la velocidad en el eje en flujos desarrollados, se presenta en la figura (5.10), la curva y datos teóricos para un gran rango tanto de números de Froude como de distancias desde la salida del flujo, tomada de Chen y Chen (1979). A continuación, en la figura (5.11) se presentan los resultados correspondientes a los experimentos realizados, recogidos en la tabla (5.7), junto con la curva teórica que nos proporciona el decaimiento de la velocidad en el eje para flujo desarrollado. A la vista de los resultados, parece posible concluir que a partir de un valor del número de Froude menor de 1.5, y por tanto,  $Ri$  mayor de 0.7, aunque la turbulencia no esté desarrollada totalmente, los valores de velocidad en el eje tienden a aproximarse a los determinados por Chen y Chen (1979) y Peterson y Bayazitoglu (1992) en chorros con flotabilidad desarrollados.

### 5.2.2 Espectros de energía

En este apartado se presentan los resultados correspondientes al cálculo de los espectros de energía cinética turbulenta, que nos pueden proporcionar información sobre las posibles frecuencias propias de la configuración en estudio. Se ha aplicado la FFT a los ficheros de datos de velocidad medida en el eje o centro de la tobera del flujo primario, para los seis casos de flotabilidad estudiados, y para cada altura ( $z/D$ ). En cualquier caso, como se comentó en el capítulo anterior, previamente ha sido necesario transformar los ficheros de datos de velocidad obtenidos con ALD en ficheros equitemporales, mediante la función de autocorrelación ya descrita en el capítulo anterior.

En las figuras (5.12) a (5.30) se representan, los espectros calculados en el eje o centro de la tobera para cada caso de flotabilidad y altura ( $z/D$ ) estudiadas. Debido a que el número de figuras es muy elevado, se ha decidido mostrar como ejemplo, sólo en dos casos, figuras (5.12) y (5.14), junto con los espectros, las funciones de autocorrelación calculadas previamente a la aplicación de la FFT. Al analizar las figuras se observa que en todos los casos aparece un único pico en el espectro que está perfectamente definido. Es posible, por tanto, a la vista de estas figuras, concluir que dentro del rango de distancias estudiado no hay turbulencia desarrollada, ya que la pendiente del pico de frecuencia encontrado en el espectro, no sigue la ley correspondiente a la pendiente del subrango inercial de  $(-5/3)$ .

Todos los picos encontrados en los espectros, se mantienen dentro de un intervalo de frecuencias entre los 10 y 30 Hz. Con idea de poder establecer conclusiones sobre la variación de las frecuencias de la configuración como función no sólo del número de Richardson, sino de la distancia en sentido de la corriente, se han calculado de forma detallada los valores de frecuencia encontrados como picos en los espectros de energía cinética turbulenta, valores que se recogen en la tabla (5.8).

---

		z/D					
		0.12	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5
Ri	Frecuc. [Hz]						
1.53		24.7	13.6	15.0	13.8	14.2	13.8
1.30		24.2	15.3	14.6	14.8	15.0	14.0
0.89		19.9	15.9	15.4	15.4	15.1	15.1
0.70		15.7	16.7	16.2	16.3	15.7	15.4
0.46		14.5	15.3	14.0	13.5	14.1	13.8
0.21		13.9	12.1	13.8	13.7	13.2	12.9

**Tabla 5.8** Valores de frecuencia (Hz) encontrados en los ensayos con distinta flotabilidad.

Para comprender de forma más clara la evolución de las frecuencias de la configuración, para cada ensayo de flotabilidad se ha representado su variación con respecto a la altura adimensional ( $z/D$ ), lo que se muestra en las figuras (5.31) a (5.36).

En la figura (5.31), correspondiente al ensayo con mayor flotabilidad y por tanto el más significativo, se puede observar que aparece en el plano de salida una frecuencia en el entorno de 25 Hz que disminuye rápidamente al movernos en el sentido de la corriente, y se estabiliza en el entorno de 14 Hz. Cuando el número de Richardson disminuye, el valor inicial de la frecuencia en el plano de salida se hace más pequeño, pero en cambio, a partir de la distancia  $z/D = 0.5$  se aprecia un ligero aumento en los valores del resto de las frecuencias. Este efecto se mantiene hasta el

ensayo con  $Ri = 0.7$ , figura (5.34), en el que el valor de la frecuencia se ha unificado en todo el intervalo de alturas estudiado, pero ha aumentado en valor medio con respecto a números de Richardson mayores. Cuando la relación de densidades entre ambos chorros se va acercando a la unidad, figuras (5.35) y (5.36), se observa que hay una disminución los valores de las frecuencias, que tienden a estabilizarse en el entorno de los 14 Hz, valor que prácticamente coincide con el de la frecuencia propia en la configuración del flujo homogéneo estudiado en el capítulo anterior.

Para subrayar este efecto que se acaba de comentar, en las figuras (5.37) y (5.38), se presenta la variación de la frecuencia con respecto al número de Richardson, en las dos alturas adimensionales extremas, es decir en  $z/D = 0.12$ , plano de salida, y la altura  $z/D = 2.5$ . Se puede observar que el valor del número de Richardson 0.7, parece marcar un límite para el distinto comportamiento del flujo. Las frecuencias encontradas para los ensayos con  $Ri < 0.7$ , están en el entorno de los 14 Hz, es decir, que hay coincidencia con el caso de flujo homogéneo ya estudiado en el capítulo anterior. Sin embargo, cuando los efectos debidos a la flotabilidad se hacen más fuertes, la frecuencia propia de la configuración aumenta progresivamente hasta alcanzar un valor cercano a los 25 Hz, en el plano de salida, y tienden a estabilizarse otra vez en el entorno de los 14 Hz, cuando nos alejamos en el sentido de la corriente.

Este resultado está de acuerdo con el valor límite encontrado para el número de Richardson, a partir del cual la evolución y posterior decaimiento de la velocidad del chorro interior en el eje, dentro del rango de alturas y flotabilidad estudiados, tiende a aproximarse a la curva general que predice el comportamiento de los chorros con flotabilidad y turbulencia desarrollada (ver figura (5.11)).

El hecho de que el trabajo se centra en el estudio de la configuración de los chorros coaxiales en una distancia cercana a la tobera de salida del flujo primario, implica que todavía no se ha alcanzado un estado de turbulencia desarrollada y la

evolución de ambos chorros está condicionada tanto por los efectos inerciales debidos a la cantidad de movimiento a la salida del flujo primario, como a los efectos de flotabilidad debidos a la relación de densidades entre ambos chorros. Este doble efecto se puede apreciar claramente si se estiman las frecuencias asociadas a los tiempos teóricos de paso de un volumen elemental de fluido una distancia de un diámetro en el sentido de la corriente bajo los efectos de inercia y flotabilidad, tiempos  $\tau_1$  y  $\tau_2$ , ecuaciones (5.24) y (5.25), y se comparan con las frecuencias reales de la configuración calculadas mediante los espectros de energía cinética en el plano de salida del flujo primario. Puesto que se han mantenido iguales en todos los experimentos de flotabilidad tanto la forma de la tobera de salida del chorro interior, como la velocidad inicial, la escala temporal teórica,  $\tau_1$ , es siempre la misma en los seis ensayos. El valor que se obtiene, con una velocidad inicial de 0.6 m/s y el diámetro de la tobera de 24.4 mm, es de 0.0407 s, lo que proporciona una frecuencia teórica asociada de 24.6 Hz aproximadamente. Si se compara este resultado con el obtenido para la frecuencia dominante en el caso de flujo homogéneo, en el entorno de los 13 Hz, podemos llegar a la conclusión de que los torbellinos que se crean en el caso de flujo cuyo desarrollo está determinado sólo por los efectos de inercia tienen una frecuencia natural mitad de la teórica calculada.

A continuación se han calculado los valores de  $\tau_2$  para los seis casos de flotabilidad estudiados en la altura  $z/D = 0.12$ , ya que en cuanto nos desplazamos en el sentido de la corriente, los chorros empiezan a mezclarse y no tiene sentido hablar de densidades constantes, a la hora de evaluar  $\tau_2$ . En la figura (5.39) se hace una comparación entre los valores teóricos calculados para la frecuencia de paso, que viene dada por el inverso de  $\tau_2$ , y las frecuencias reales encontradas como picos en los espectros. Se observa que aunque la tendencia de aumento del valor de la frecuencia cuando el número de Richardson es mayor, en ambos casos es similar, en el caso de número de Richardson mayor, el valor real de frecuencia es menor que el teórico calculado, y además este valor es prácticamente igual al encontrado en función de  $\tau_1$ . Es decir se comprueba una vez más, que la configuración en estudio

está dominada por los efectos de inercia y flotabilidad, lo que corresponde al llamado "chorro con flotabilidad", definido en el apartado 5.1.1. En el caso de número de Richardson menor,  $Ri = 0.2$ , el valor de la frecuencia medida es superior al teórico calculado, ya que los efectos de inercia son mayores, al existir una flotabilidad menor.

Para poder establecer una comparación entre los resultados obtenidos en nuestro trabajo y los de otros investigadores en configuraciones análogas, se han calculado los valores correspondientes al número de Strouhal basado en el diámetro de la tobera de salida,  $St_D$ , ecuación (4.30), para las frecuencias calculadas en el plano de salida del flujo primario. Su variación con respecto al número de Reynolds, para cada ensayo de flotabilidad, se presenta en la figura (5.40). La conclusión que se puede extraer del estudio de esta figura, es que a partir del valor de  $Ri = 0.7$ , el número de Strouhal es prácticamente independiente del número de Reynolds, resultado que está de acuerdo con el trabajo experimental de Subbarao y Cantwell (1992), en una configuración de chorros axilsimétricos con flotabilidad, aunque la relación de velocidades entre ambos chorros es en nuestro caso mucho mayor,  $U_1 / U_2 = 6$  en nuestro experimento e igual a 2 en el trabajo mencionado.

En los trabajos consultados no sólo de estudios de chorros con flotabilidad, sino de llamas de difusión (Strawa y Cantwell, 1989; Gebhart, et al. 1984), se llega a la conclusión de que la transición entre flujo dominado por efectos inerciales a flujo dominado por efectos de flotabilidad, ocurre en un rango estrecho de números de Richardson entre 0.5 y 1.0, lo cual está de acuerdo con el valor límite  $Ri = 0.7$  encontrado en nuestros experimentos. Para entender mejor la variación que experimenta el número de Strouhal en función del número de Richardson, en la figura (5.41) se han representado los resultados obtenidos para los seis ensayos de flotabilidad. En esta gráfica, como se puede observar, se ha tomado como eje "x", no el valor de  $Ri$ , sino de  $(Ri^{1/2})$ , ya que como se recordará, se puede entender el número de Richardson como la relación entre las dos escalas temporales de inercia y

flotabilidad,  $Ri = (\tau_1 / \tau_2)^2$ , y de esta manera se pueden sacar conclusiones sobre la variación de  $St$  con  $Ri$  de una forma más clara. Por debajo de ese límite,  $Ri < 0.7$ , el número de Strouhal es prácticamente constante en el entorno del valor 0.6, algo superior al valor de 0.4, encontrado por Subbarao y Cantwell (1992), por el hecho ya mencionado de una cortadura mayor entre ambas corrientes. A partir de  $Ri = 0.7$ , los valores del número de Strouhal aumentan linealmente en función del número de Richardson.

La fuerte dependencia de  $St$  con  $Ri$ , ver figura (5.41), ha llevado a algunos autores a pensar que la frecuencia natural del flujo debería estar normalizada con la escala temporal de flotabilidad  $\tau_2$ , definiendo un nuevo número de Strouhal, ahora llamado de flotabilidad mediante la expresión:

$$St = \frac{(fD/U_j) - K_1}{Ri^{\frac{1}{2}}} \quad (5.30)$$

Esta expresión coincide con la pendiente de la recta a la que se pueden aproximar los valores de  $St_D$  a partir del límite ya mencionado de  $Ri = 0.7$ . De esta manera  $K_1$  coincide con el valor de  $St_D$  cuando el flujo en esas mismas condiciones iniciales es homogéneo, y por otra parte se puede hablar de un número de Strouhal de flotabilidad constante, a partir del límite de  $Ri$  donde el flujo cambia de carácter. En nuestro caso, y dado que el número de ensayos no es elevado, no ha sido posible estimar con una estadística adecuada este valor del número de Strouhal de flotabilidad.

### 5.2.3 Flujo perturbado

El estudio del flujo con flotabilidad perturbado, como en el caso de flujo homogéneo descrito en el capítulo anterior, se ha limitado a la visualización y toma de imágenes de la configuración, sólo en el caso de mayor flotabilidad, para mostrar la forma y topología del flujo cuando se introduce una excitación exterior en el chorro interior.

A la vista de los valores de la frecuencia encontrados en el cálculo de los espectros de energía, ya presentados en el apartado anterior, se ha decidido perturbar el flujo a dos frecuencias distintas, 24Hz y 14Hz, que corresponden, respectivamente, a la frecuencia dominante en las proximidades de la tobera y a la que se alcanza a partir de una cierta distancia. El resultado encontrado, como se verá a continuación, confirma la hipótesis, de que la gran aceleración convectiva provocada por los efectos de flotabilidad, ya en los primeros instantes de la salida del flujo primario, domina el desarrollo de la configuración. Las figuras (5.42) y (5.43), muestran el flujo excitado a 24 Hz y 14 Hz respectivamente, y con una misma intensidad. A primera vista se puede observar que la variación en la forma del flujo es mínima, y que en ninguno de los dos casos aparecen estructuras definidas, en contraposición con lo que ocurría en el caso de flujo homogéneo, aún para intensidades de la señal excitadora menores (ver figura (4.50)).

La imagen (4.53), correspondiente al flujo homogéneo, muestra el flujo excitado a la frecuencia natural de la configuración y con la misma intensidad que la impuesta en los casos anteriores de flujo con efectos de flotabilidad, figuras (5.42) y (5.43). La diferencia entre ambos casos es muy grande, porque así como en el caso de flujo homogéneo, con este valor de intensidad (perturbación de 22.3%), las estructuras coherentes empiezan a romperse debido a la gran perturbación introducida, en el caso de flotabilidad apenas pueden vislumbrarse unas pequeñas contracciones en el flujo.

A continuación se presenta el desarrollo de la configuración cuando con una excitación exterior de 24 Hz se continúa aumentando la intensidad de la señal y por tanto el nivel de perturbación que se introduce en el flujo. Las figuras (5.44) a (5.49), muestran que al aumentar la intensidad de la señal, aparecen unas estructuras no equiespaciadas, que se van alargando a medida que nos alejamos del plano de salida del flujo primario, debido a que la aceleración en los primeros diámetros en sentido de la corriente es muy fuerte, como ya se ha comentado. Hay que destacar que en todos los casos, en estas figuras, la intensidad de la señal es mayor que con la que se provoca un mezclado significativo en el flujo homogéneo.

Las siguientes figuras (5.50) a (5.52), muestran el flujo excitado a una frecuencia de 14 Hz y distintos niveles de perturbación. Aunque para intensidades de la señal excitadora moderadas, ambas frecuencias nos proporcionaban una estructura similar del flujo, se comprueba que es necesaria una intensidad mucho menor para llegar a la misma configuración que se puede observar en las figuras (5.46) y (5.52). Este hecho parece confirmar que la frecuencia natural del chorro con flotabilidad en estudio se aproxima a los 14 Hz, aunque no se generen estructuras idénticas, como en el caso de flujo homogéneo, ya que la fuerte aceleración convectiva alarga las estructuras en cuanto nos desplazamos en el sentido de la corriente.

La salida de gases desde una chimenea a la atmósfera, en muchos casos, puede presentar fenómenos semejantes a los descritos en este capítulo, sobre todo cuando los gases son de distinta densidad que el aire de alrededor o cuando tienen diferente temperatura. Probablemente la mayor dificultad para extrapolar los resultados obtenidos aquí al caso real sea la diferencia entre los valores del número de Reynolds, notablemente mayores en la atmósfera, y el menor grado de inestabilidad convectiva observado en la realidad. No obstante, alguno de ellos puede servir para entender mejor el fenómeno de la mezcla entre los gases emitidos y el aire. Por ejemplo, la aceleración observada en nuestros experimentos que implica una mayor dificultad en la mezcla y la imposibilidad de formación de estructuras coherentes,

---

puede explicar el fenómeno de sobreelevación de penachos, retrasando la mezcla y la posterior difusión de los contaminantes emitidos.

Es evidente que la sobreelevación del penacho no es indefinida, ya que la disminución de densidad con la altura, compensa progresivamente el efecto de flotabilidad, además el carácter de la estratificación del aire ambiente influye notablemente en el desarrollo del penacho. Esto no ha sido estudiado en el presente trabajo, ya que la simulación en el laboratorio sería extremadamente compleja, y por otra parte, nuestro interés se ha centrado en el estudio de las proximidades de la fuente emisora, quedando fuera de nuestros el estudio del desarrollo del penacho a grandes distancias.

Un posterior avance en el conocimiento del comportamiento de los chorros axilimétricos en la atmósfera debería centrarse en la influencia de corrientes externas en el desarrollo del penacho, pensando en posibles acoplamientos entre ambos flujos. Como se ha mostrado en el presente trabajo, las perturbaciones introducidas en el chorro, afectan a la mezcla en mayor o menor medida en función de la correspondencia entre las frecuencias propias, es decir, del grado de acoplamiento, observándose un fenómeno semejante al de la resonancia en movimientos oscilatorios forzados.

## **Apéndice D.**

FIGURAS DEL CAPITULO 5

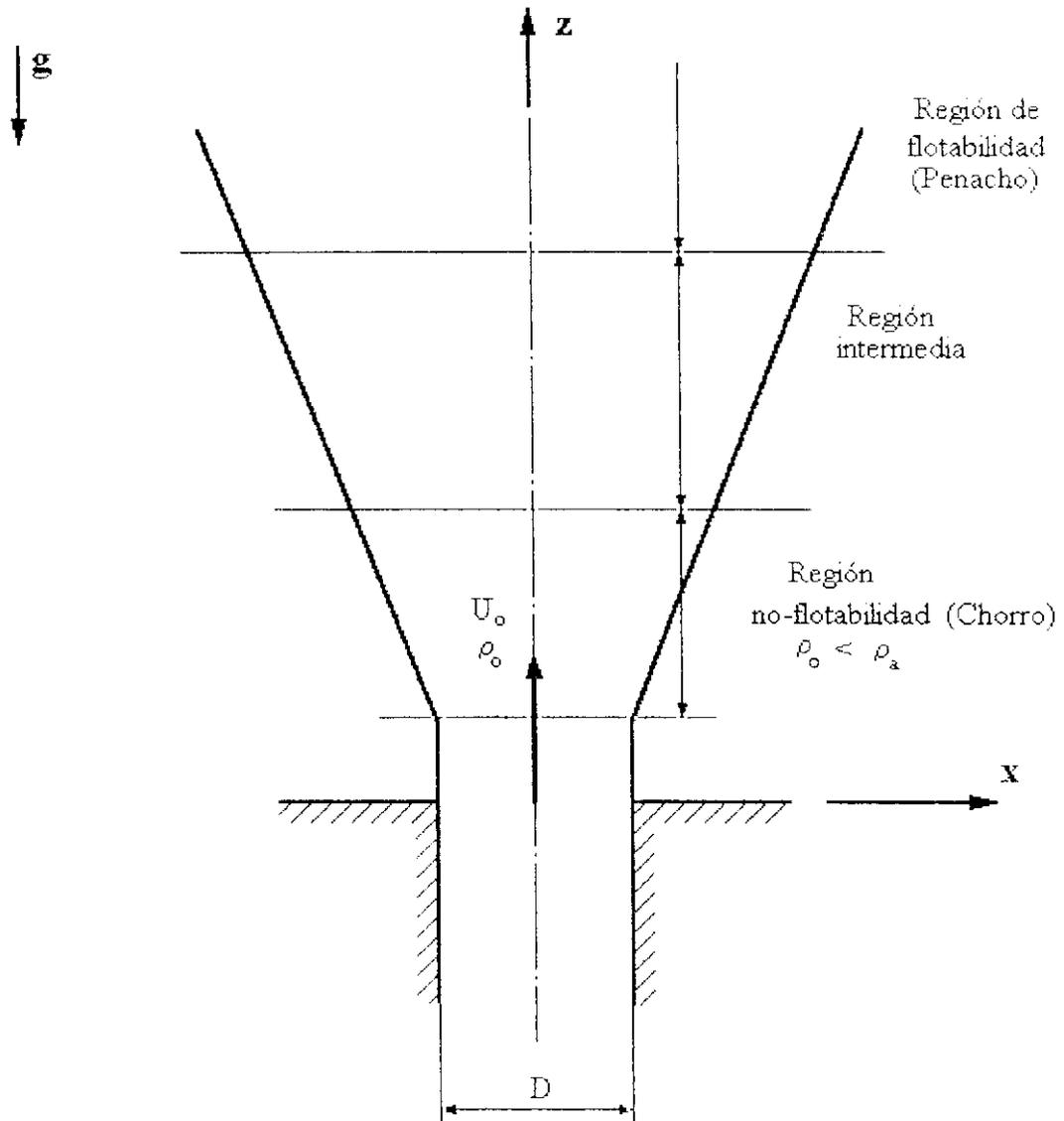


Figura 5.1 Desarrollo de un chorro con flotabilidad.

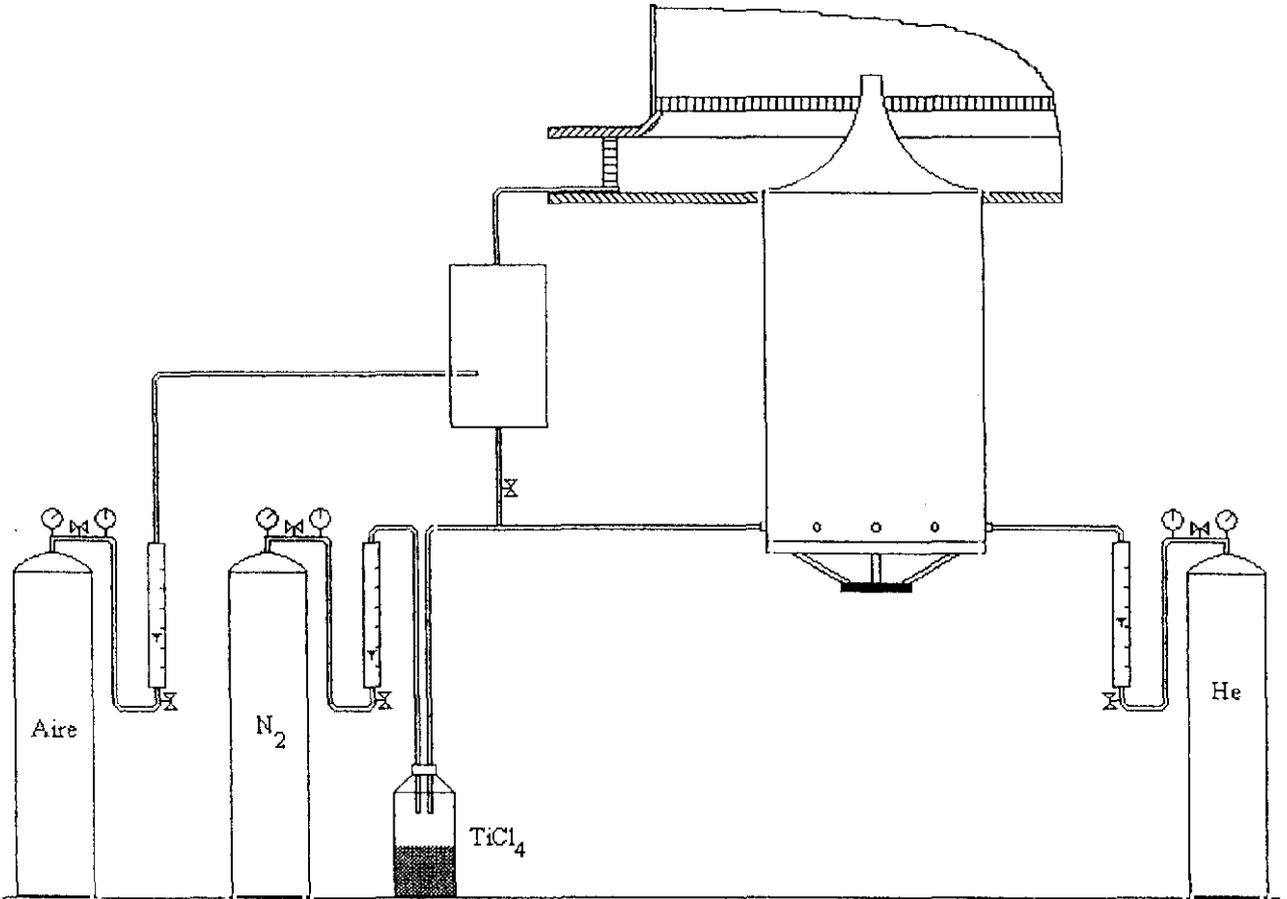
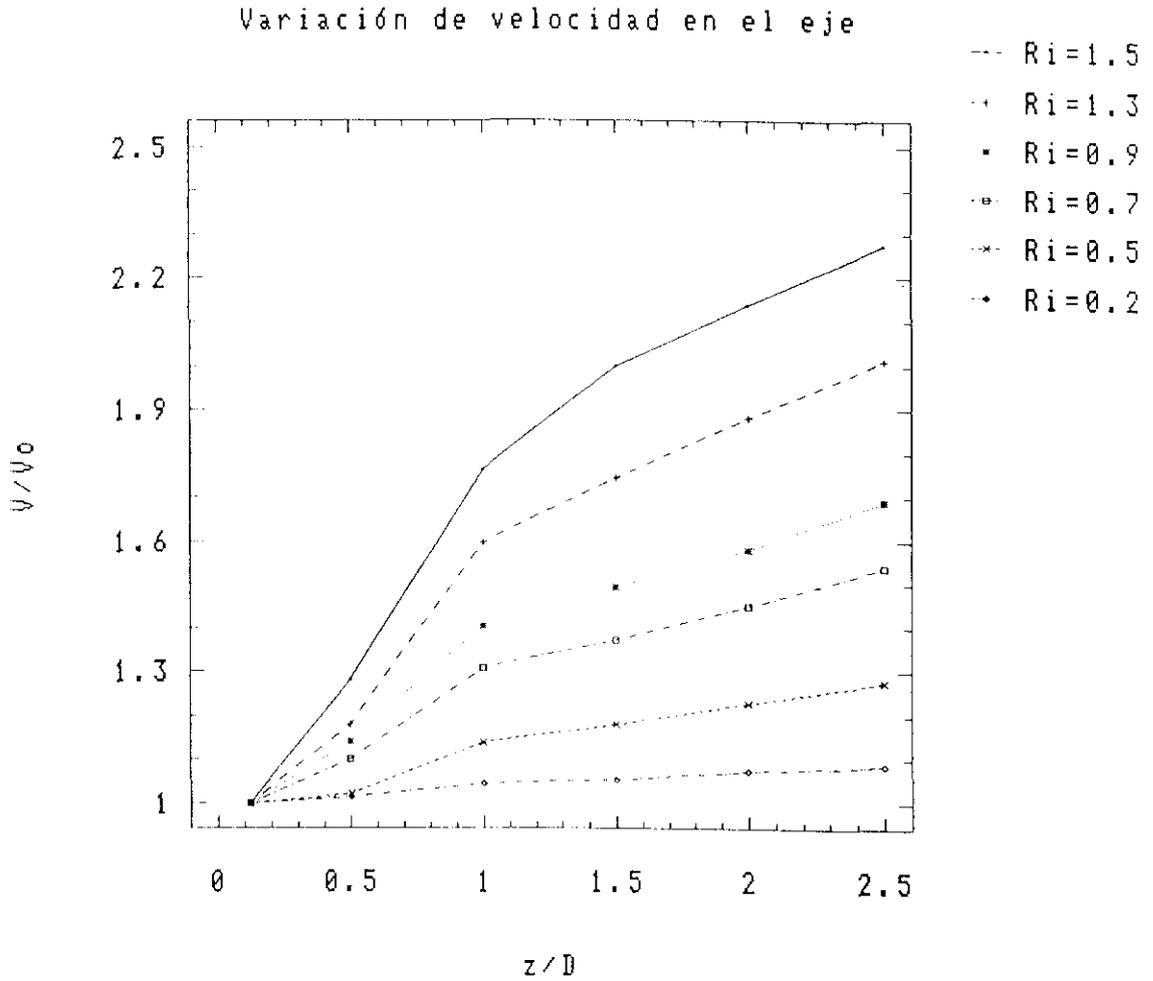


Figura 5.2 Esquema de la instalación experimental utilizada en el estudio de flujo con efectos de flotabilidad.



**Figura 5.3** Variación de la velocidad adimensional en el eje en función de la distancia adimensional  $z/D$  en el sentido de la corriente, para todos los casos de flotabilidad seleccionados.

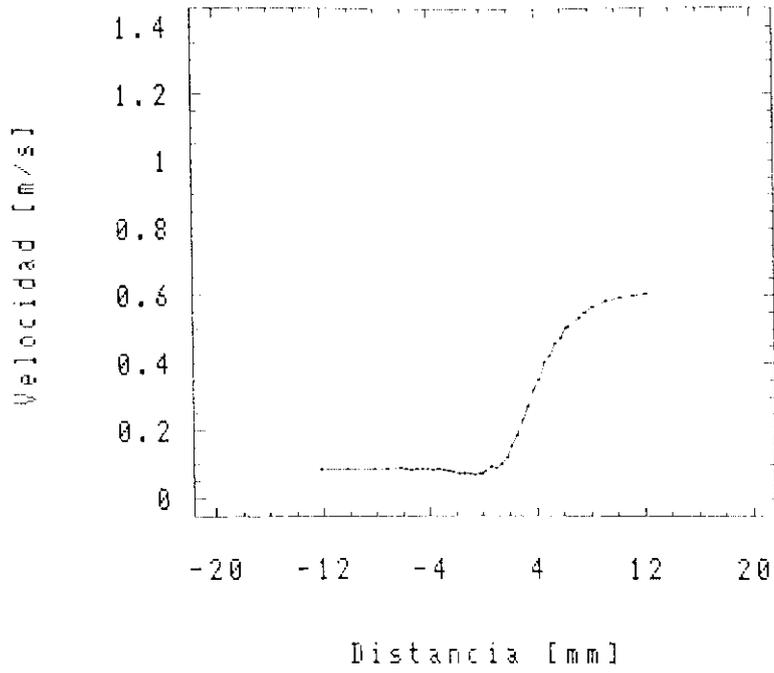


Figura 5.4 Perfil de velocidad media en  $z/D = 0.12$ , para  $Ri = 1.53$ .

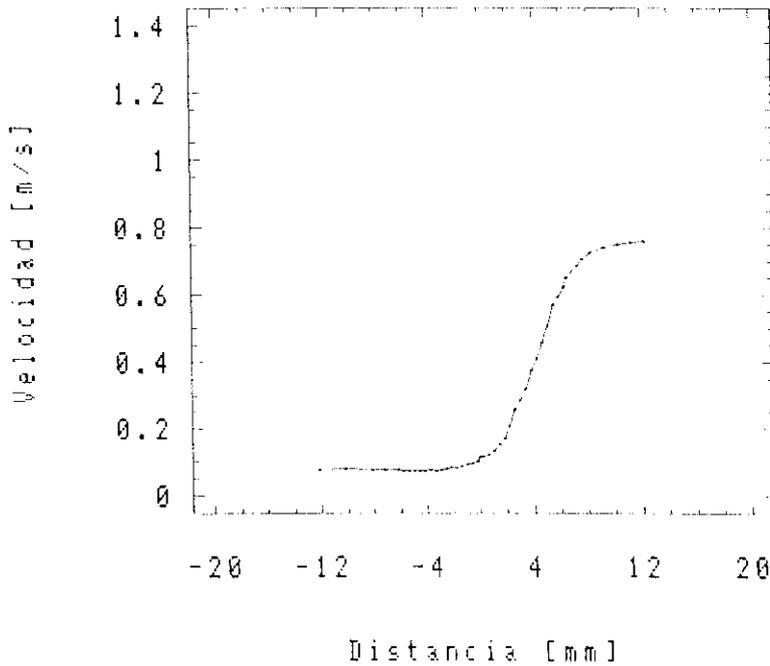


Figura 5.5 Perfil de velocidad media en  $z/D = 0.5$ , para  $Ri = 1.53$ .

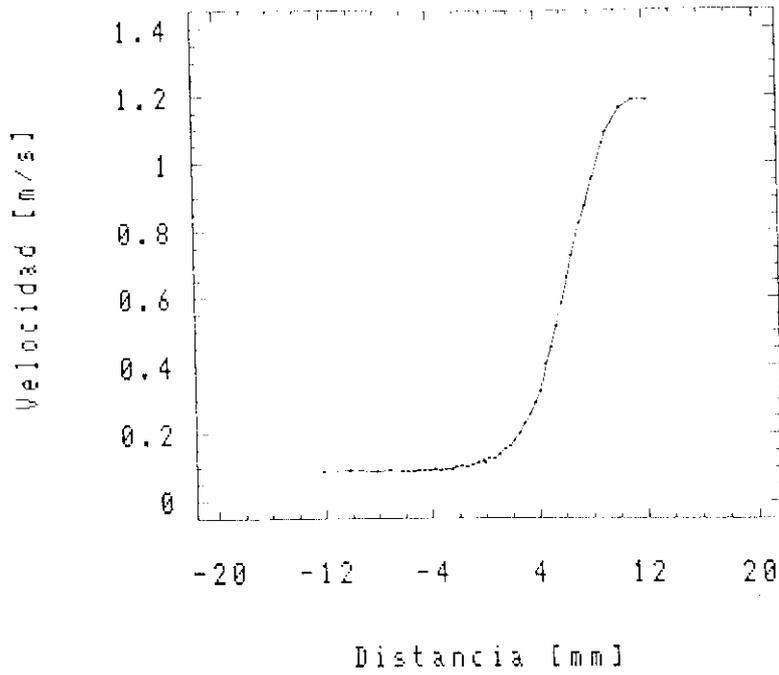


Figura 5.6 Perfil de velocidad media en  $z/D = 1.0$ , para  $Ri = 1.53$ .

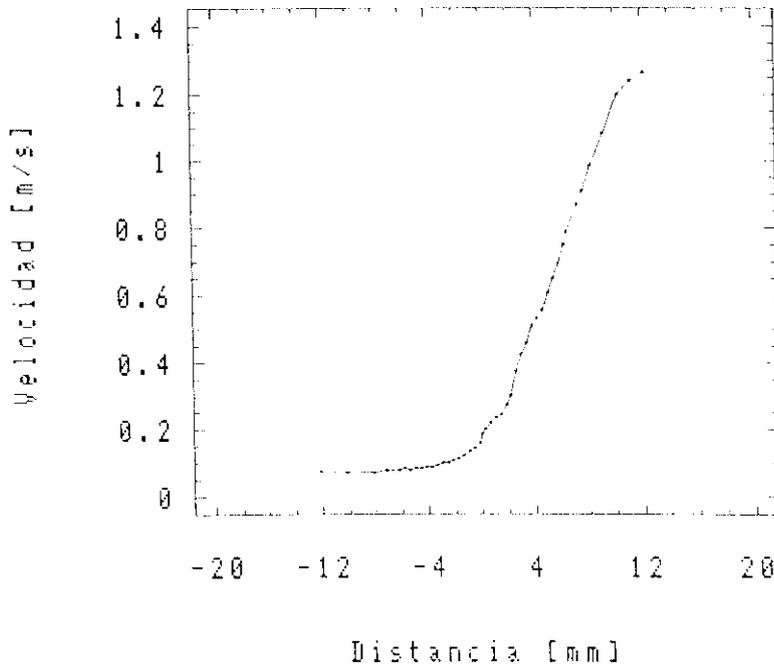
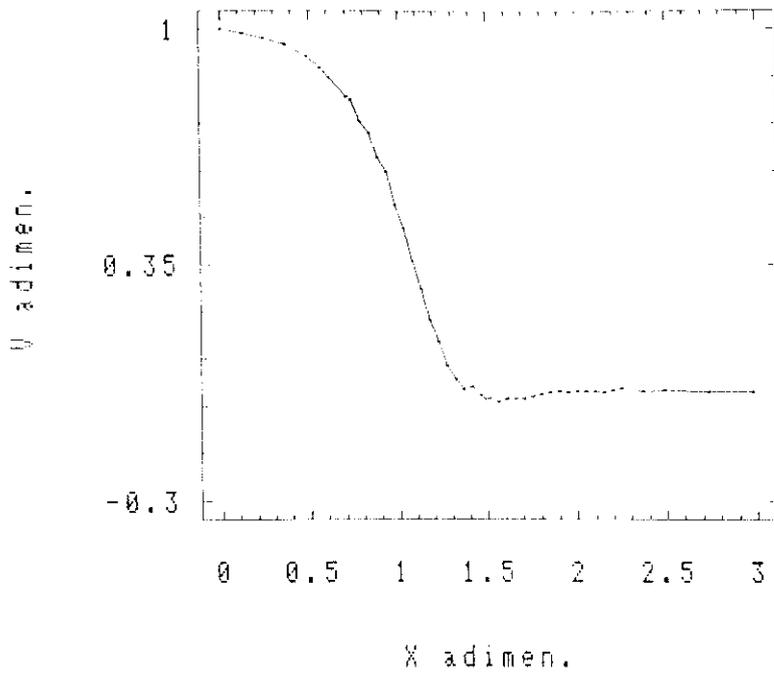
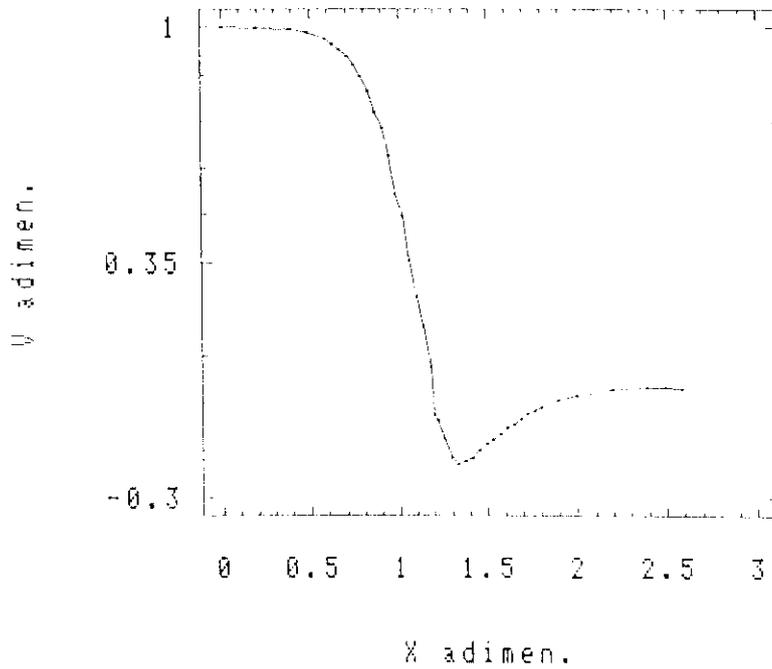


Figura 5.7 Perfil de velocidad media en  $z/D = 2.0$ , para  $Ri = 1.53$ .



a)



b)

Figura 5.8 Perfiles de velocidad media en el plano de salida ( $z/D = 0.12$ )

a)  $Ri = 1.53$ ; b) Flujo homogéneo.

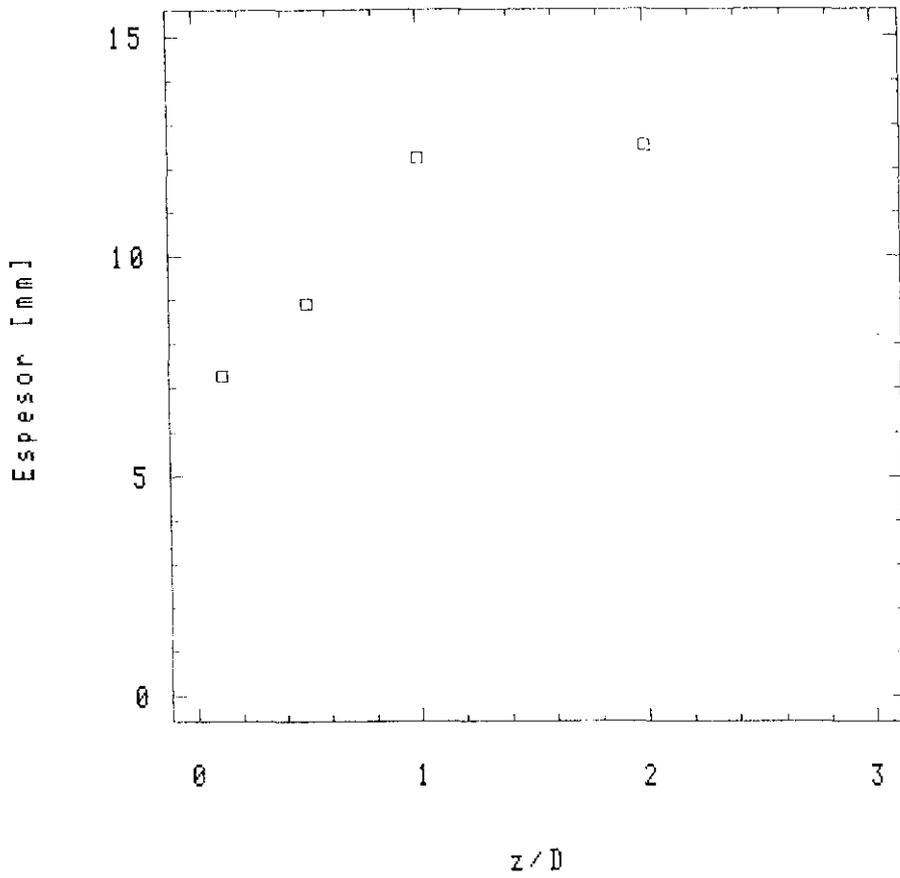


Figura 5.9 Variación del espesor de vorticidad  $\delta_{\omega}$  en función de  $z/D$ .

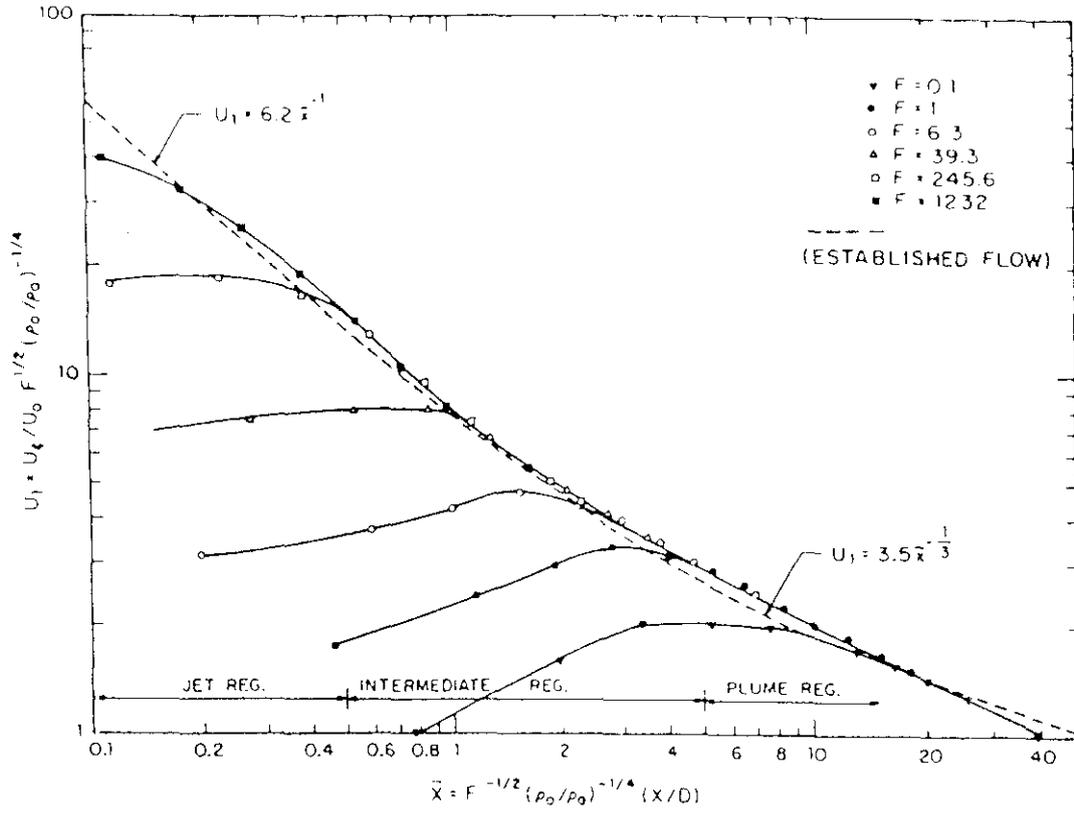
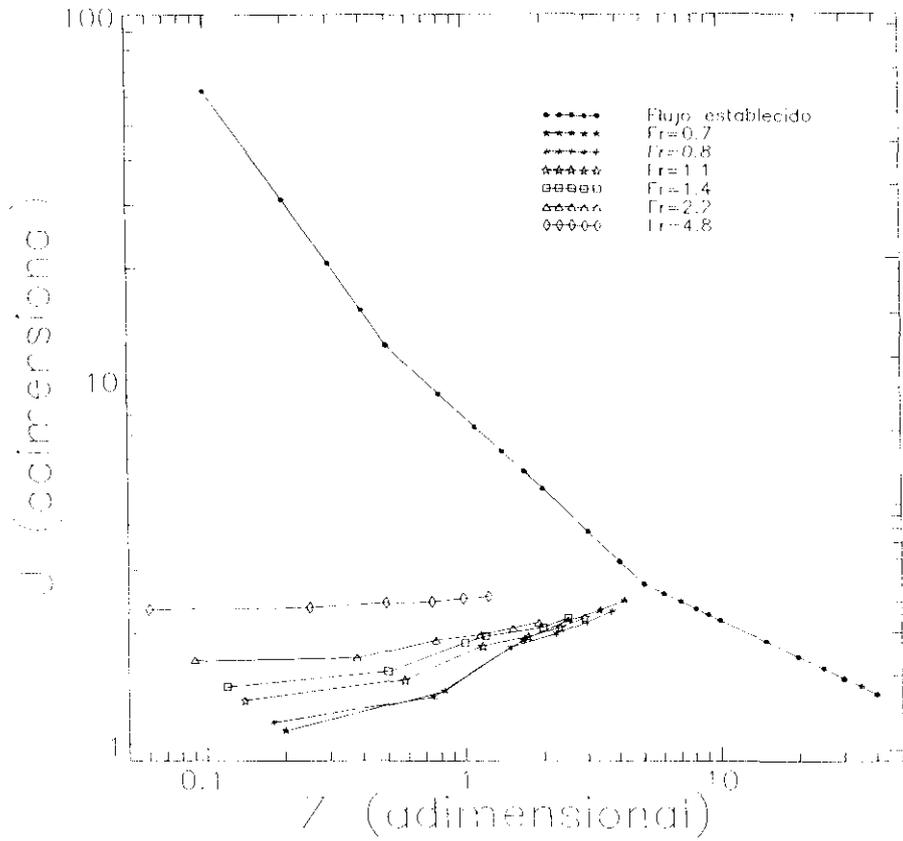


Figura 5.10 Decaimiento de la velocidad en el eje en flujos desarrollados. (Chen y Chen, 1979).



**Figura 5.11** Comparación entre la curva teórica de decaimiento de la velocidad en el eje y los resultados experimentales.

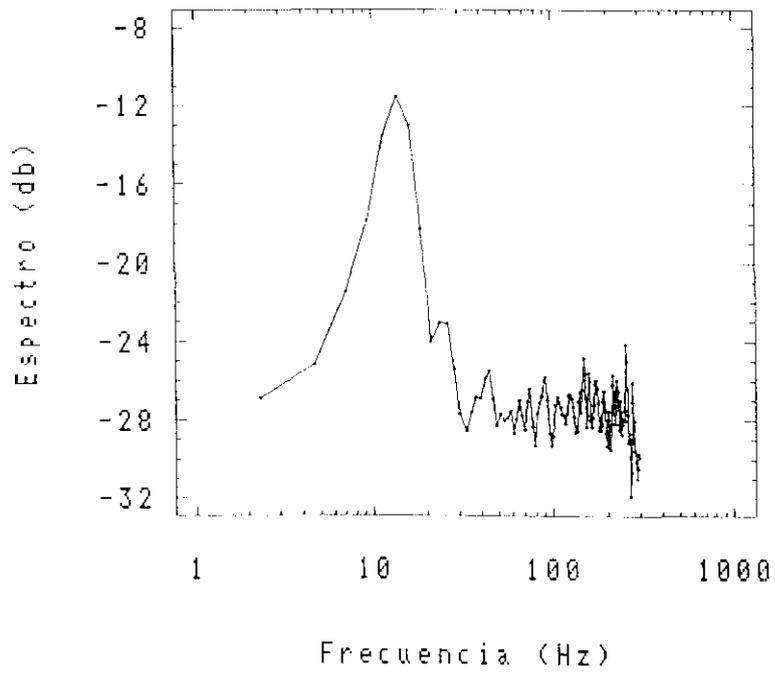
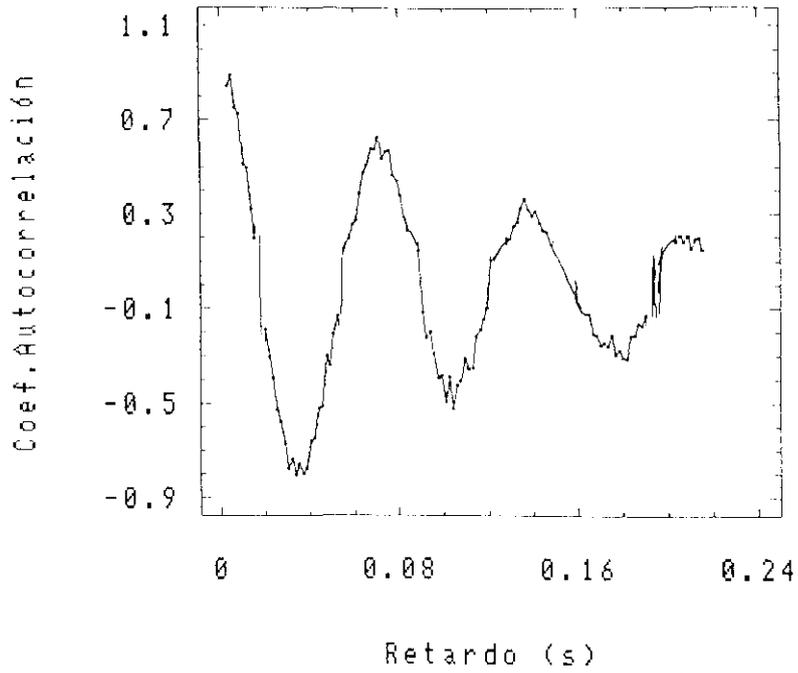


Figura 5.12 Altura  $z/D = 0.12$ . Centro de la tobera.  $Ri = 0.21$ ,  
 a) Coeficiente de autocorrelación; b) Espectro de energía.

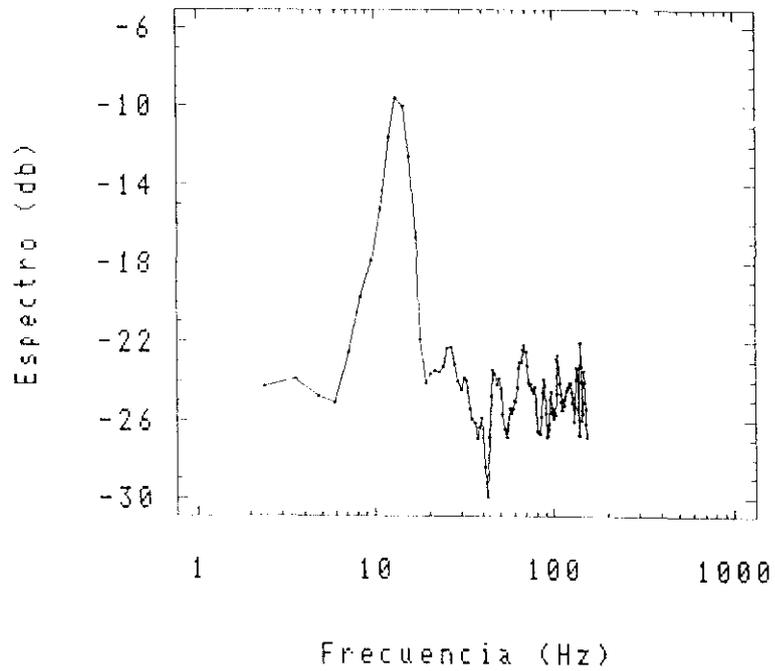
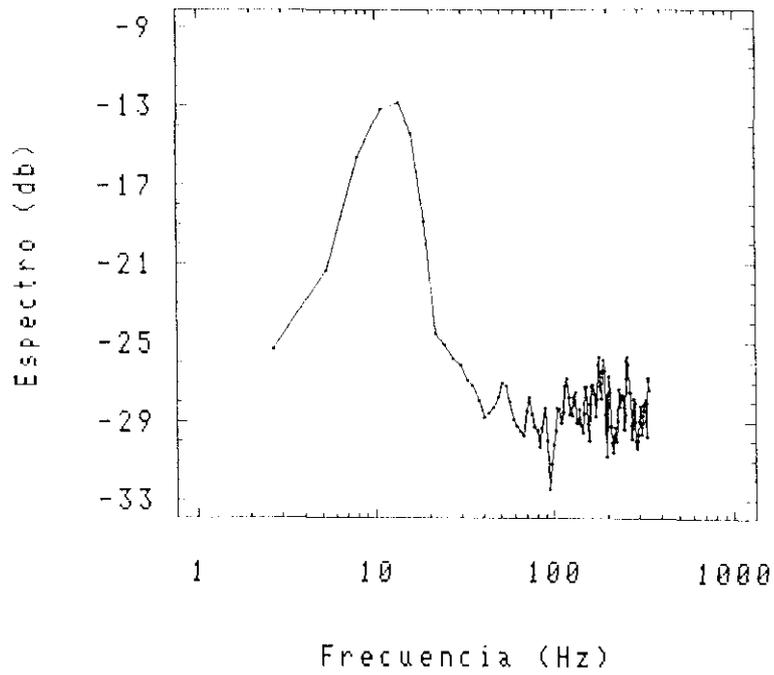
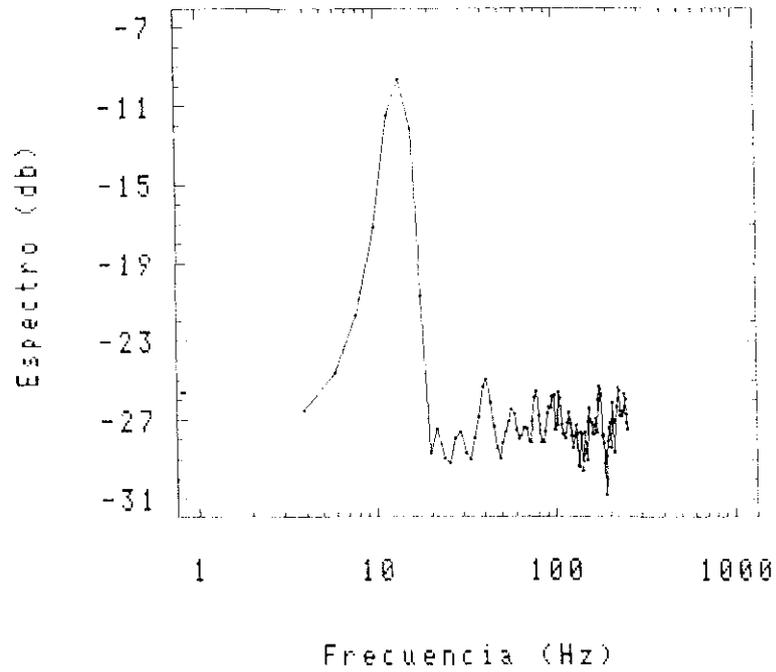
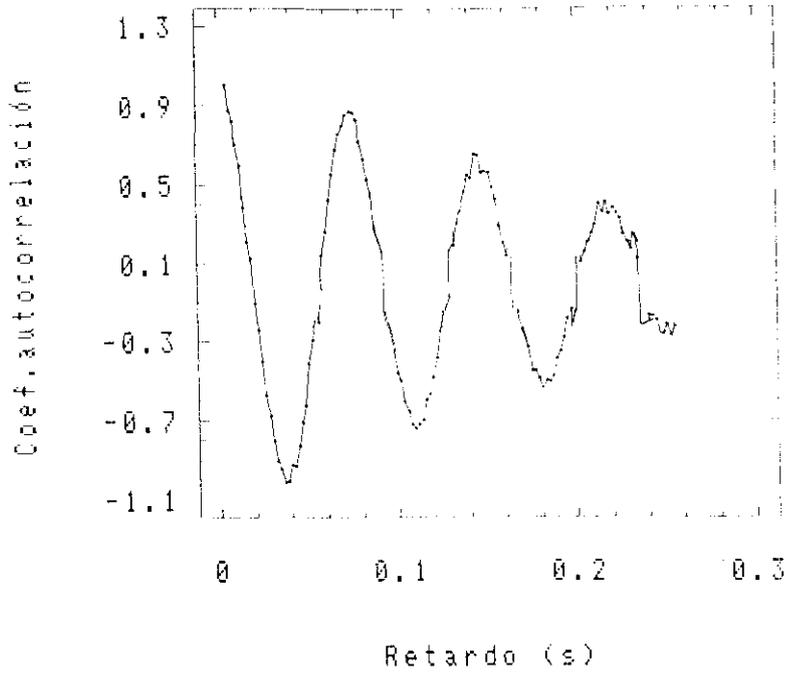
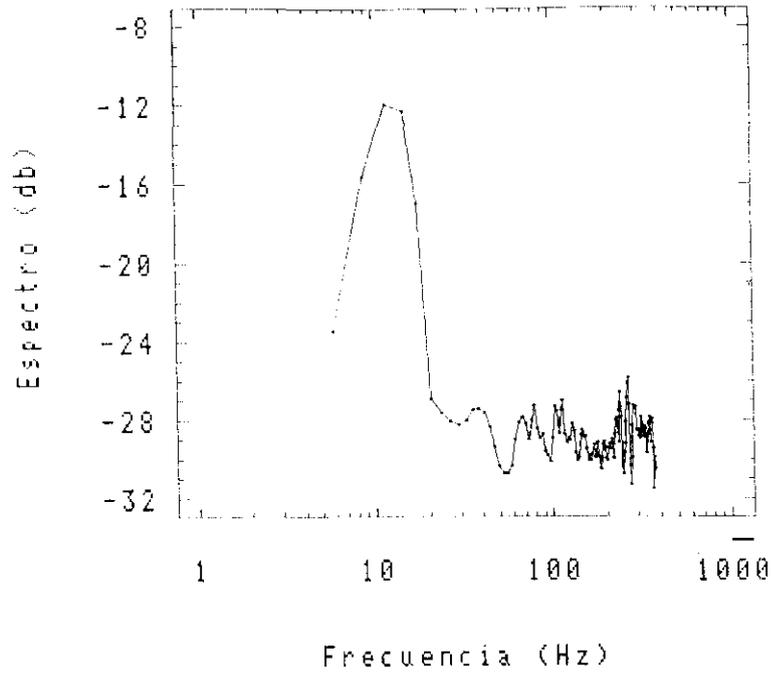


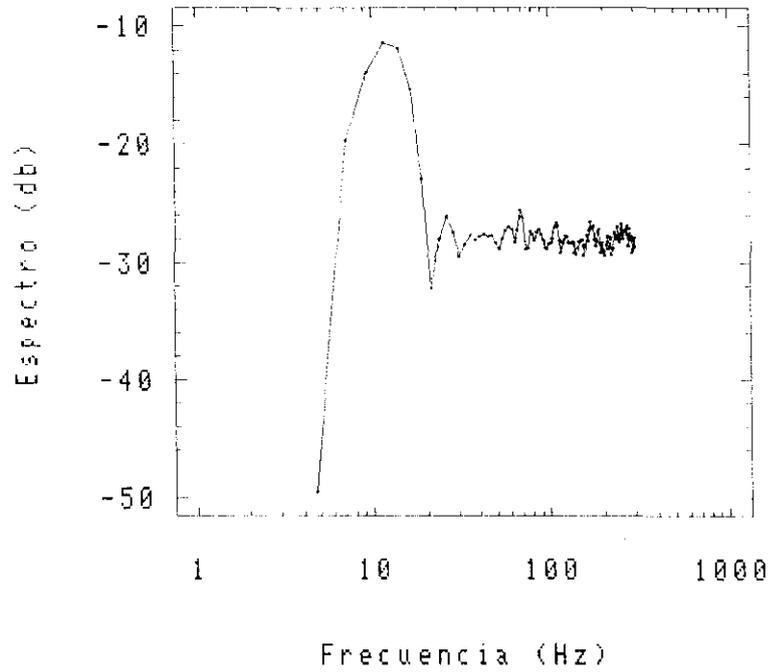
Figura 5.13 Espectros de energía. Centro de la tobera.  $Ri = 0.21$ ,  
 a)  $z/D = 0.5$ ; b)  $z/D = 1.0$ .



**Figura 5.14** Altura  $z/D = 1.5$ . Centro de la tobera.  $Ri = 0.21$ ,  
a) Coeficiente de autocorrelación; b) Espectro de energía.

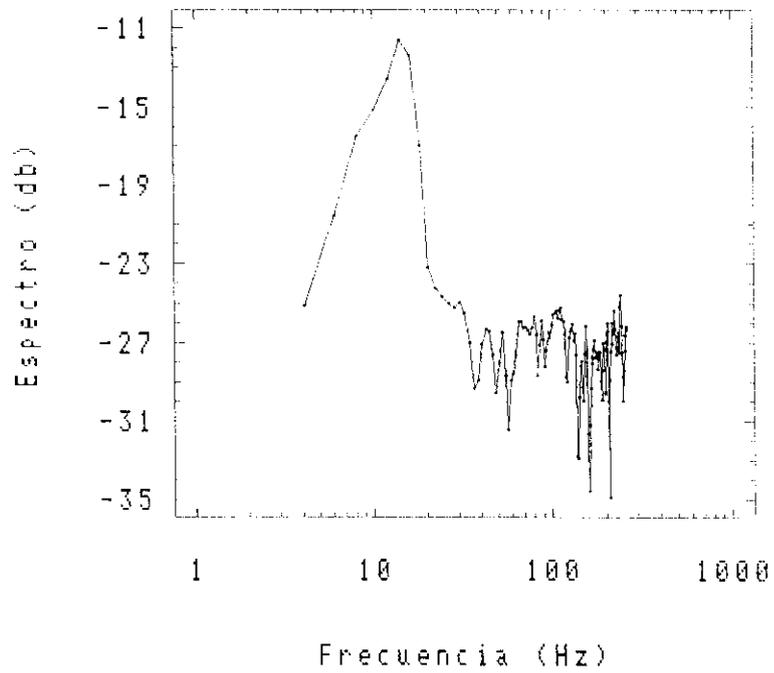
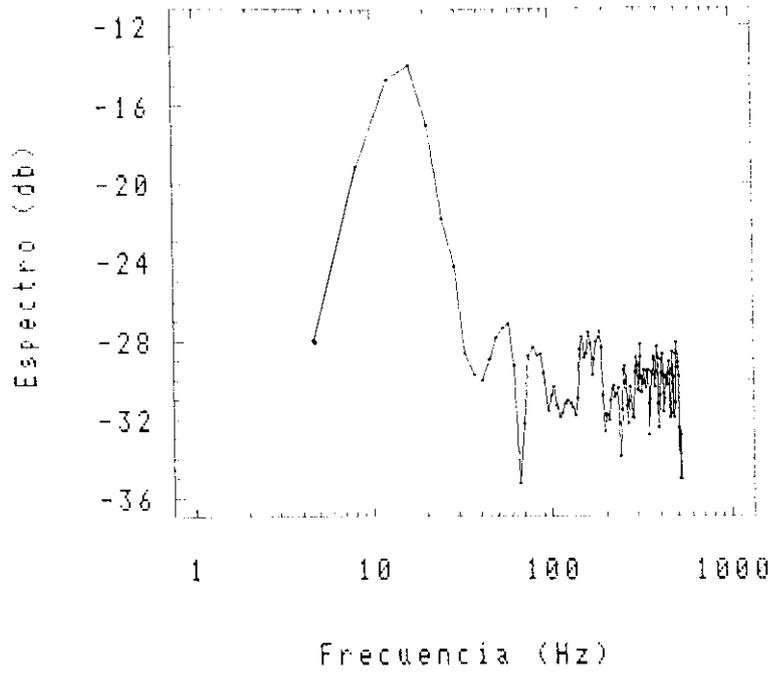


a)



b)

Figura 5.15 Espectros de energía. Centro de la tobera.  $Ri = 0.21$ ,  
 a)  $z/D = 2.0$ ; b)  $z/D = 2.5$ .



**Figura 5.16** Espectros de energía. Centro de la tobera.  $Ri = 0.46$ ,  
 a)  $z/D = 0.12$ ; b)  $z/D = 0.5$ .

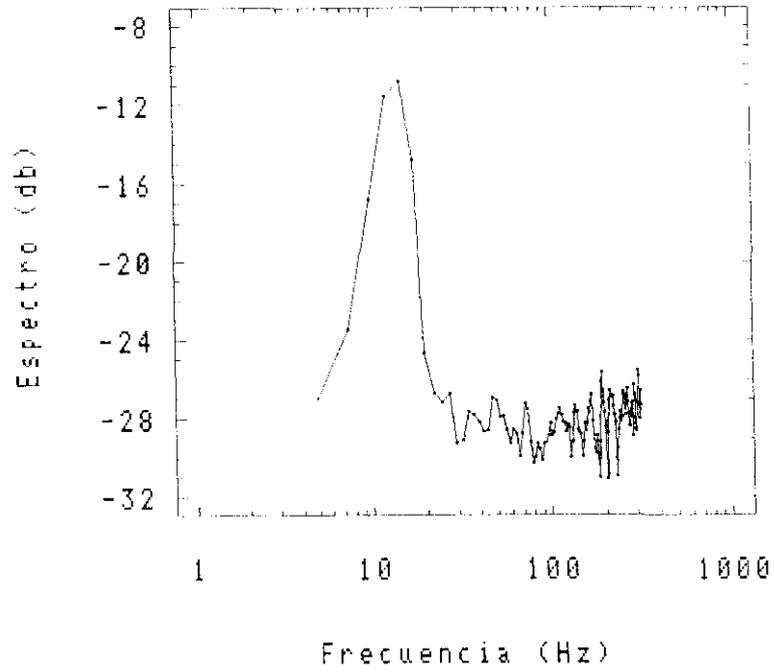
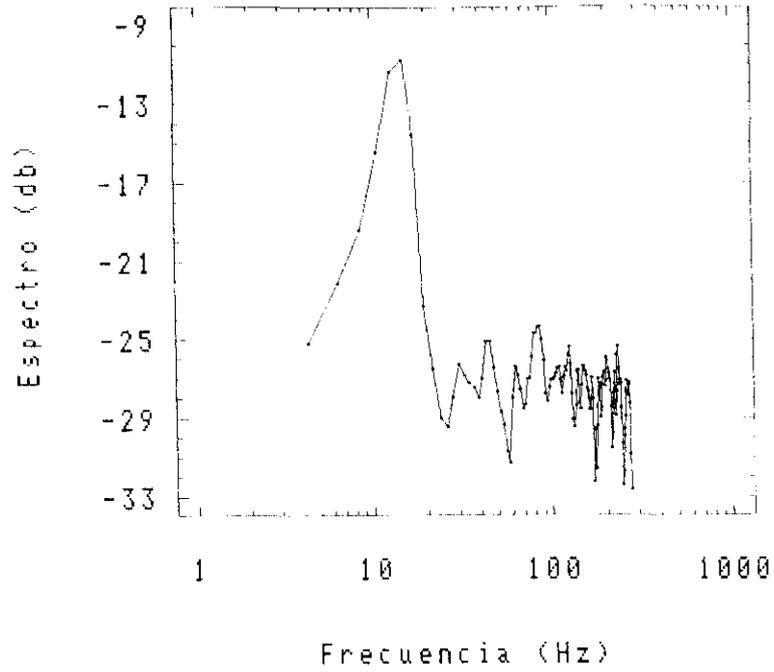
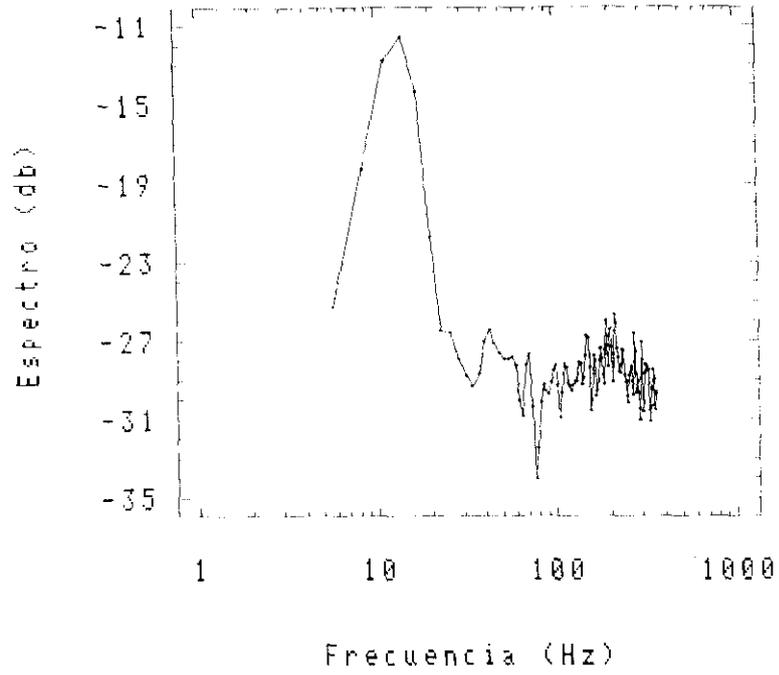
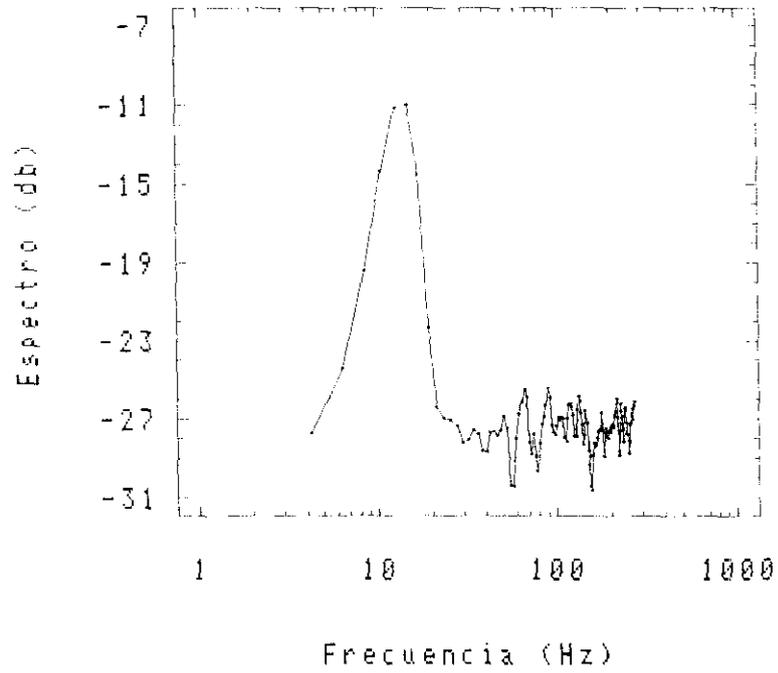


Figura 5.17 Espectros de energía. Centro de la tobera.  $Ri = 0.46$ ,  
 a)  $z/D = 1.0$ ; b)  $z/D = 1.5$ .

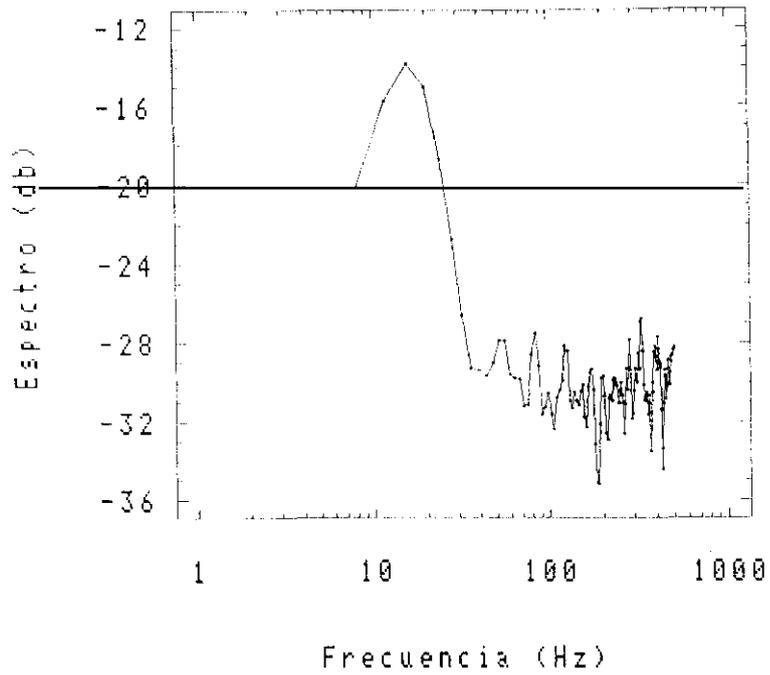


a)

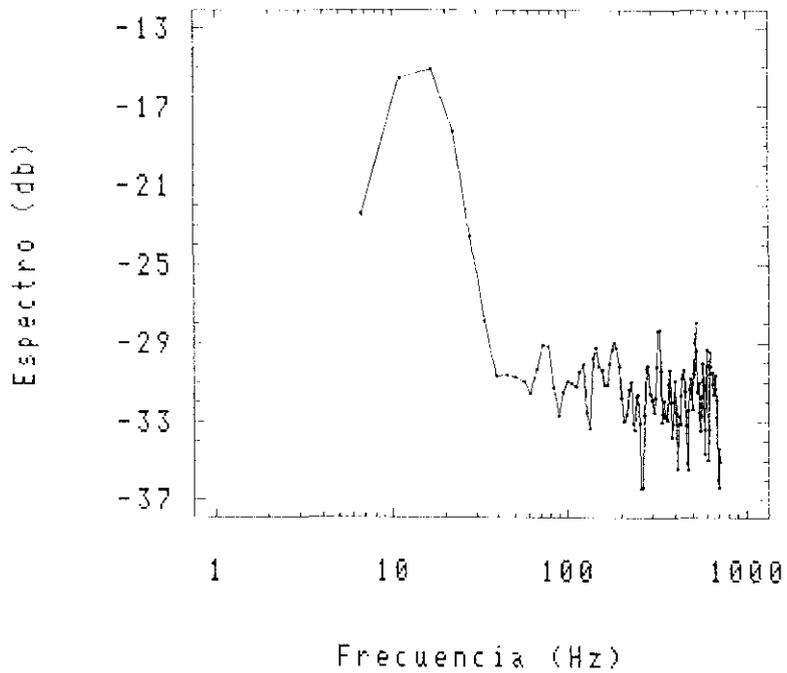


b)

**Figura 5.18** Espectros de energía. Centro de la tobera.  $Ri = 0.46$ ,  
 a)  $z/D = 2.0$ ; b)  $z/D = 2.5$ .

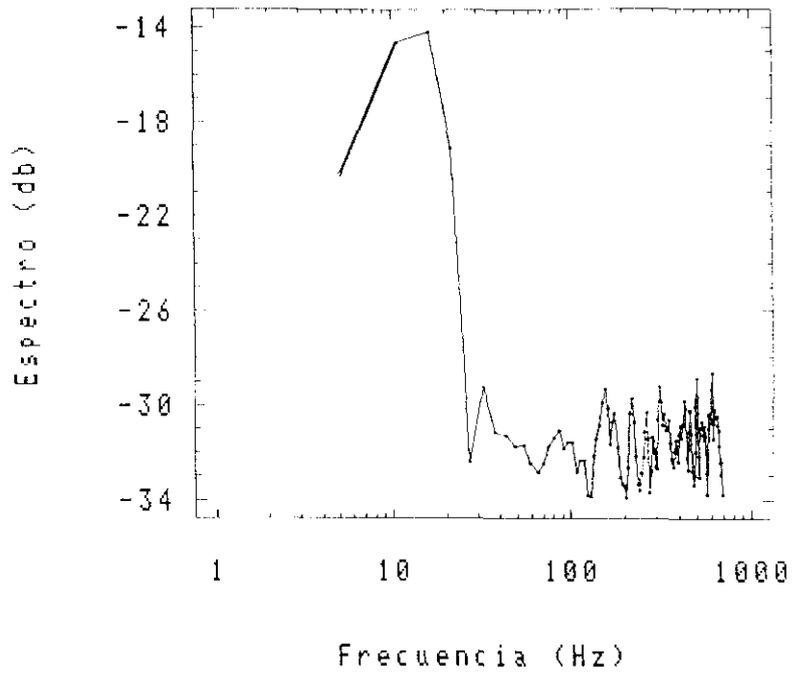


a)

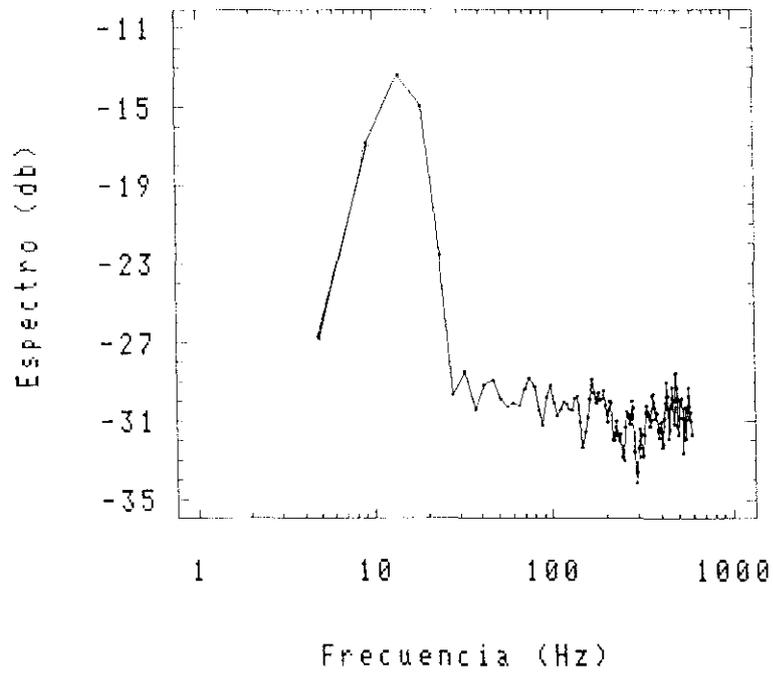


b)

Figura 5.19 Espectros de energía. Centro de la tobera.  $Ri = 0.70$ ,  
 a)  $z/D = 0.12$ ; b)  $z/D = 0.5$ .



a)



b)

Figura 5.20 Espectros de energía. Centro de la tobera.  $Ri = 0.70$ ,  
 a)  $z/D = 1.0$ ; b)  $z/D = 1.5$ .

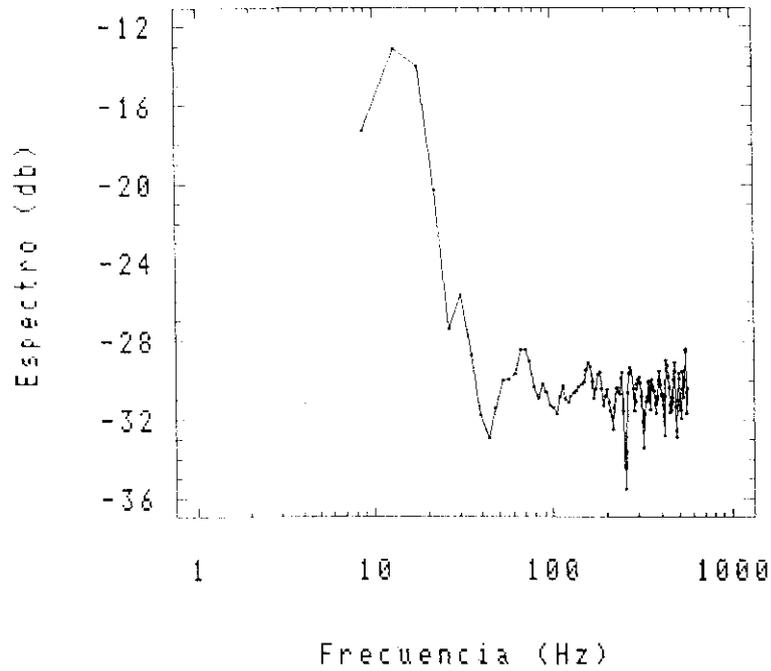
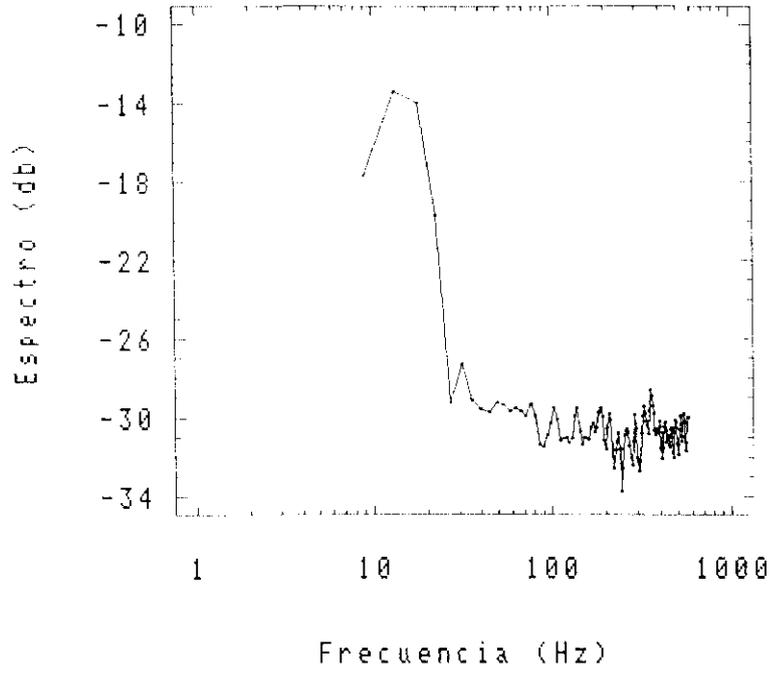
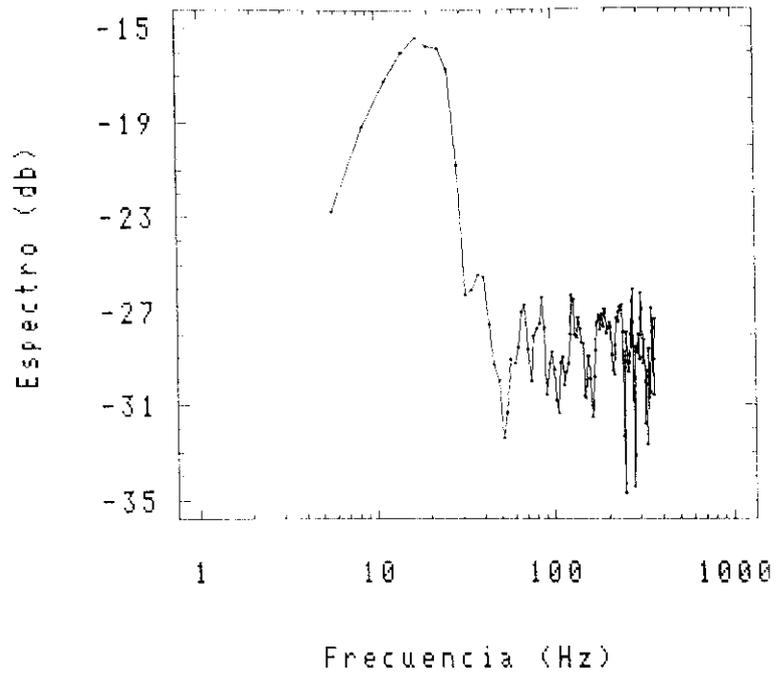
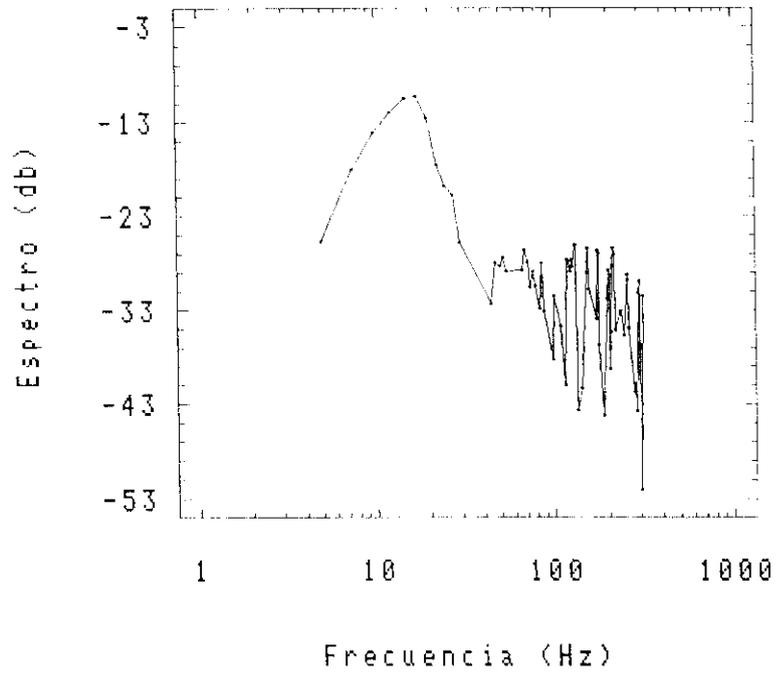


Figura 5.21 Espectros de energía. Centro de la tobera.  $Ri = 0.70$ ,  
 a)  $z/D = 2.0$ ; b)  $z/D = 2.5$ .



a)



b)

**Figura 5.22** Espectros de energía. Centro de la tobera.  $Ri = 0.89$ ,

a)  $z/D = 0.12$ ; b)  $z/D = 0.5$ .

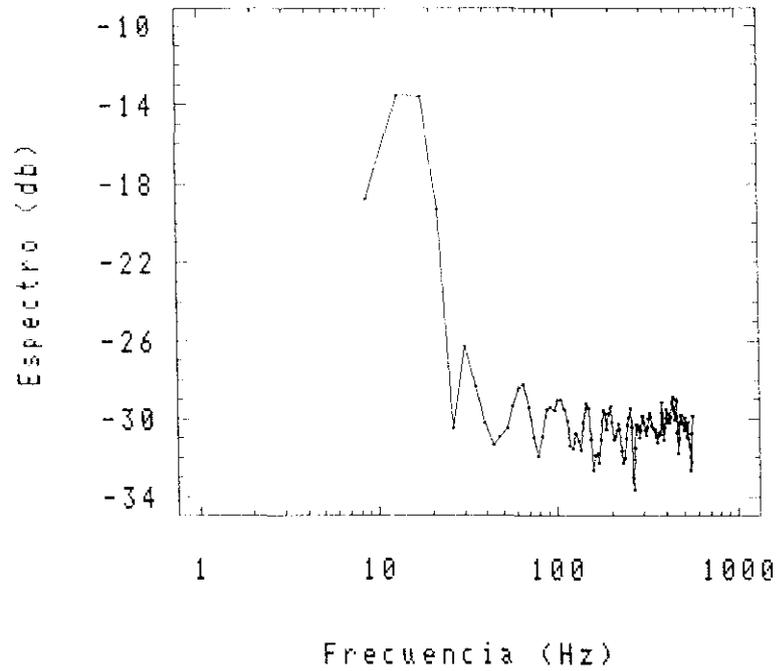
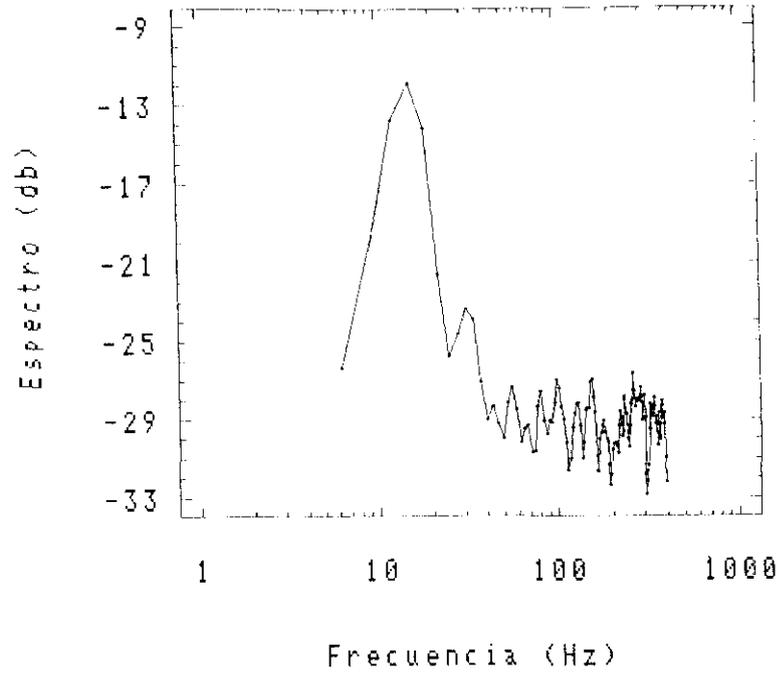
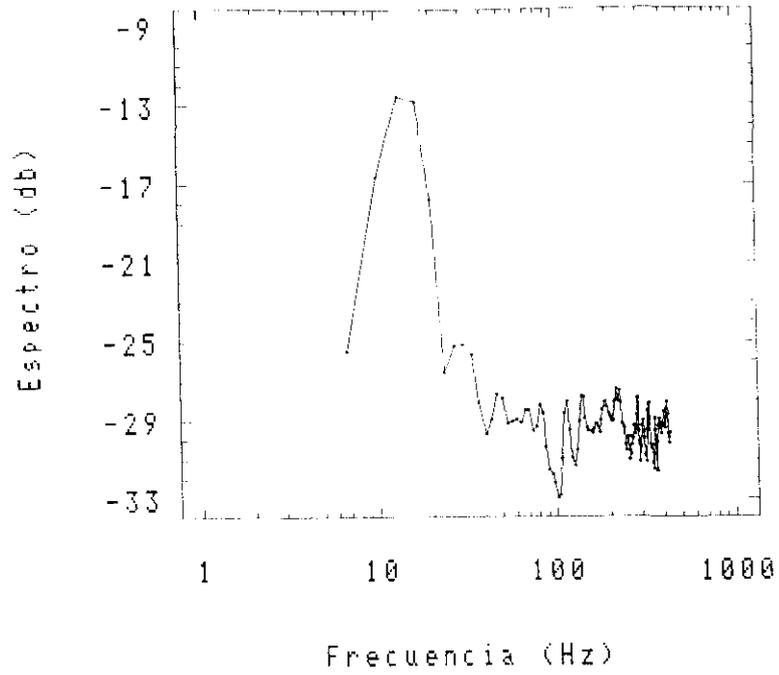
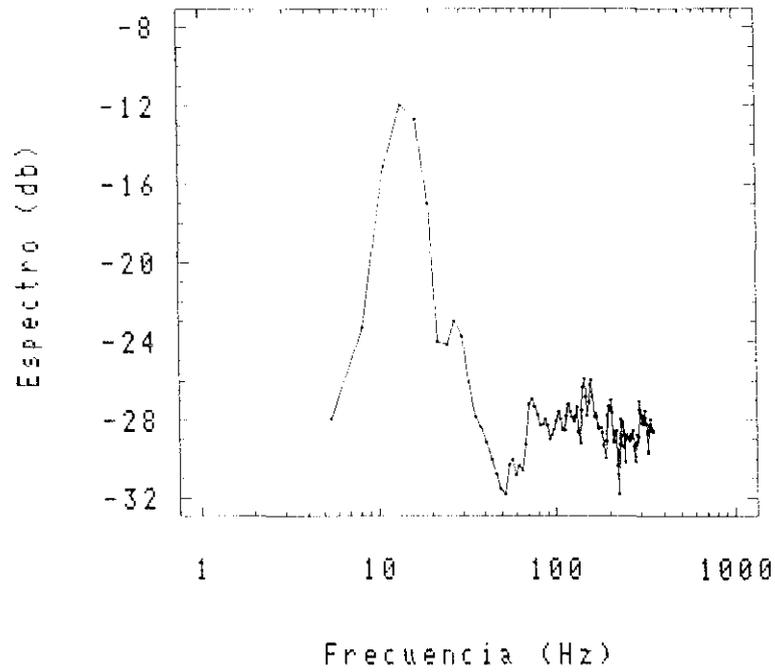


Figura 5.23 Espectros de energía. Centro de la tobera.  $Ri = 0.89$ ,  
 a)  $z/D = 1.0$ ; b)  $z/D = 1.5$ .

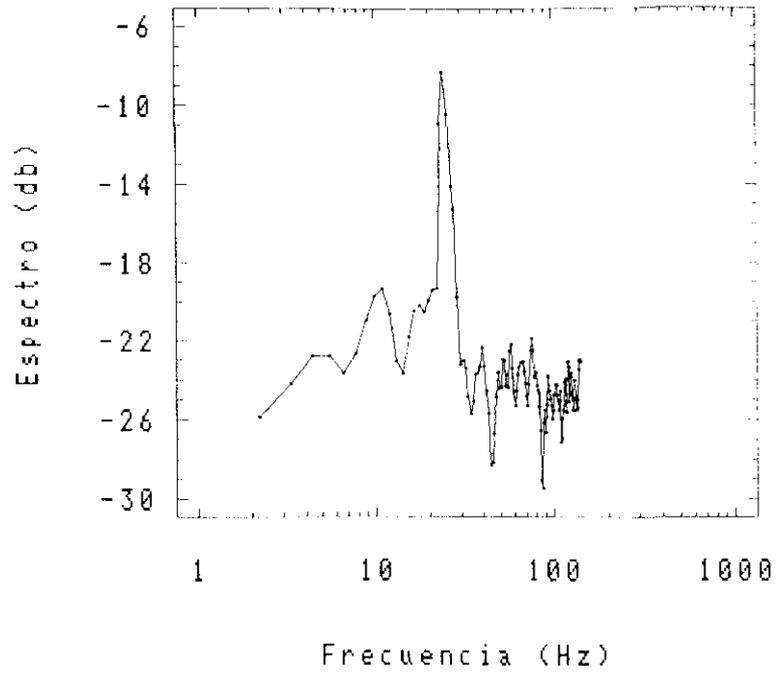


a)

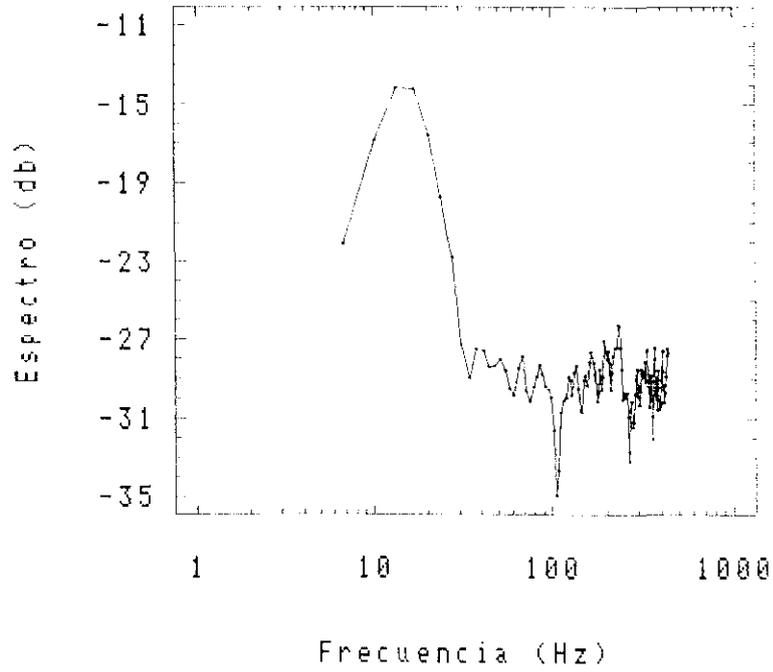


b)

Figura 5.24 Espectros de energía. Centro de la tobera.  $Ri = 0.89$ ,  
 a)  $z/D = 2.0$ ; b)  $z/D = 2.5$ .



a)



b)

Figura 5.25 Espectros de energía. Centro de la tobera.  $Ri = 1.30$ ,  
 a)  $z/D = 0.12$ ; b)  $z/D = 0.5$ .

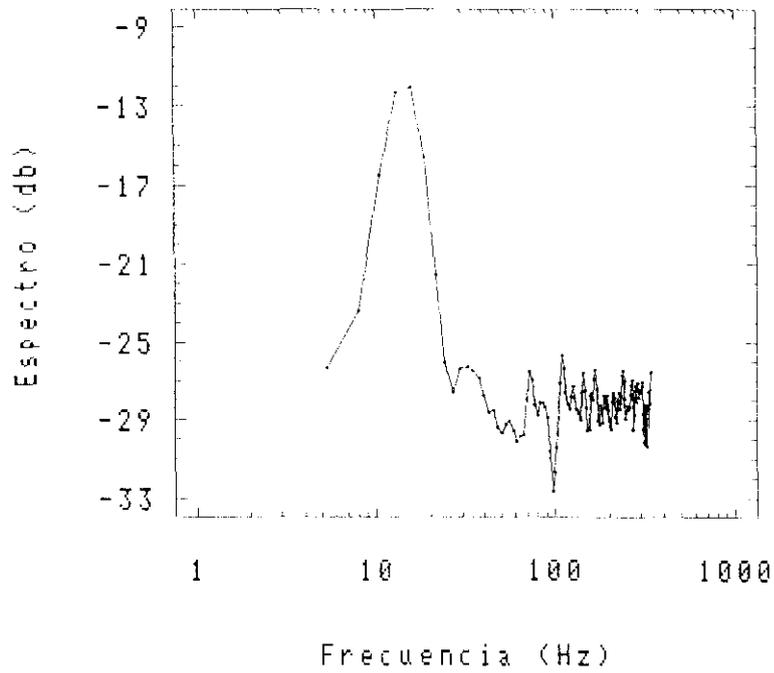
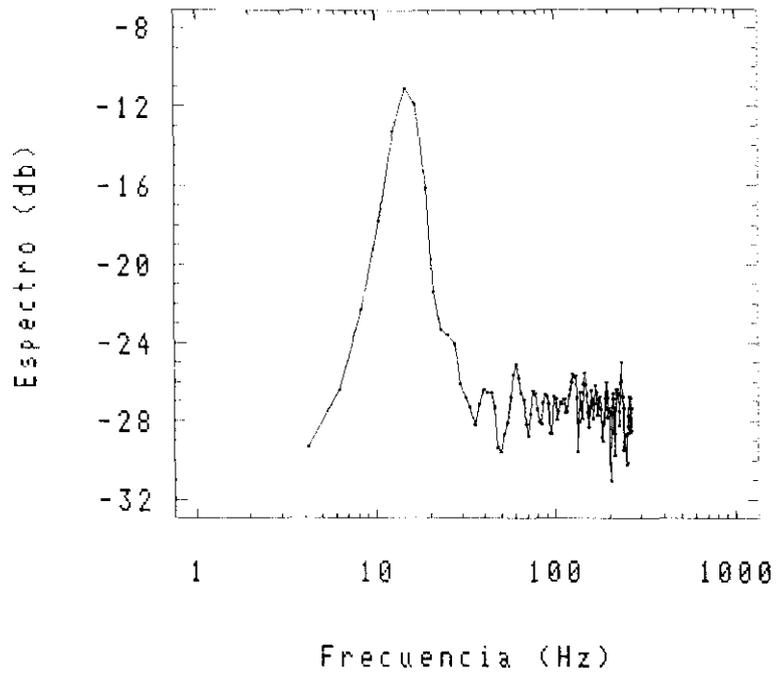
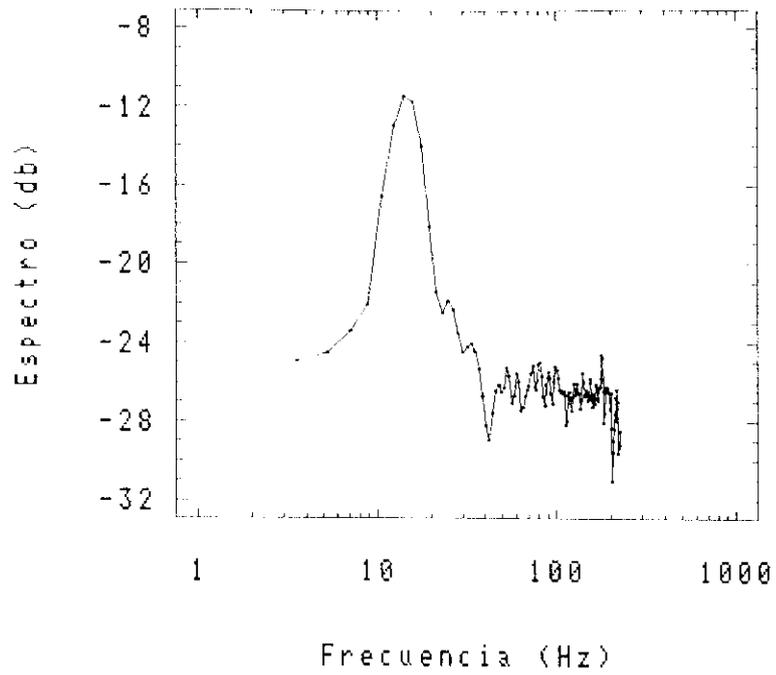
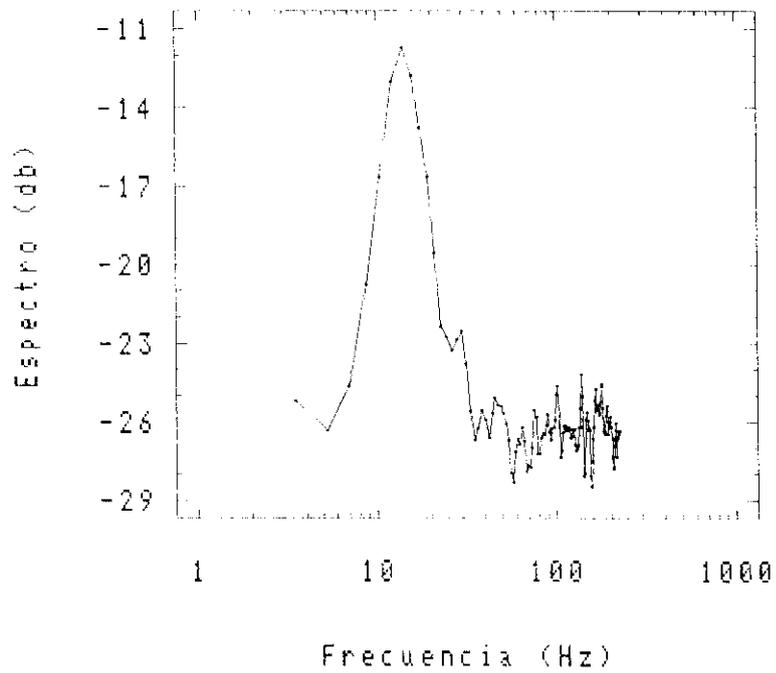


Figura 5.26 Espectros de energía. Centro de la tobera.  $Ri = 1.30$ ,  
 a)  $z/D = 1.0$ ; b)  $z/D = 1.5$ .

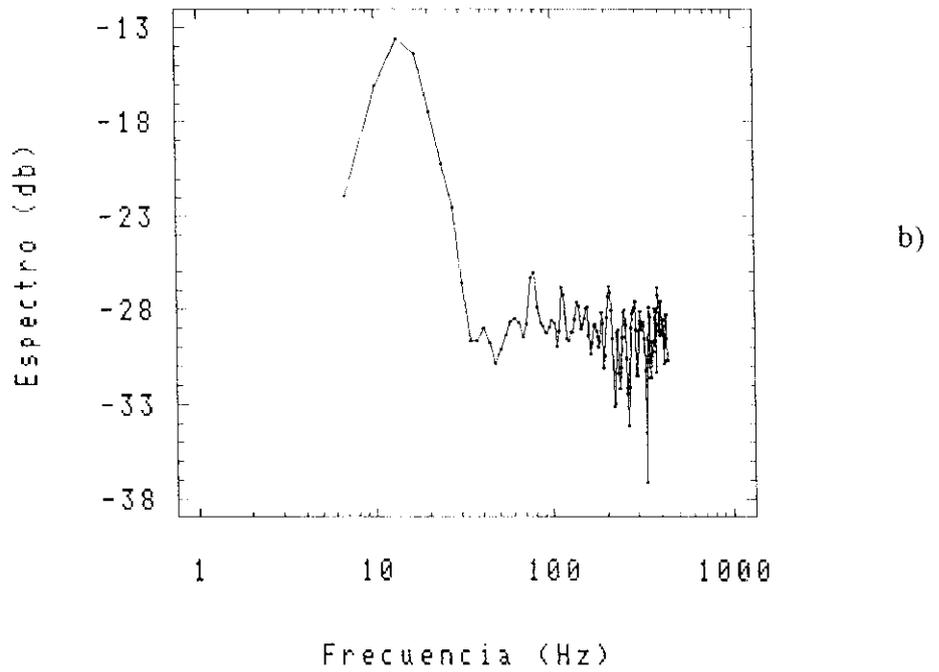
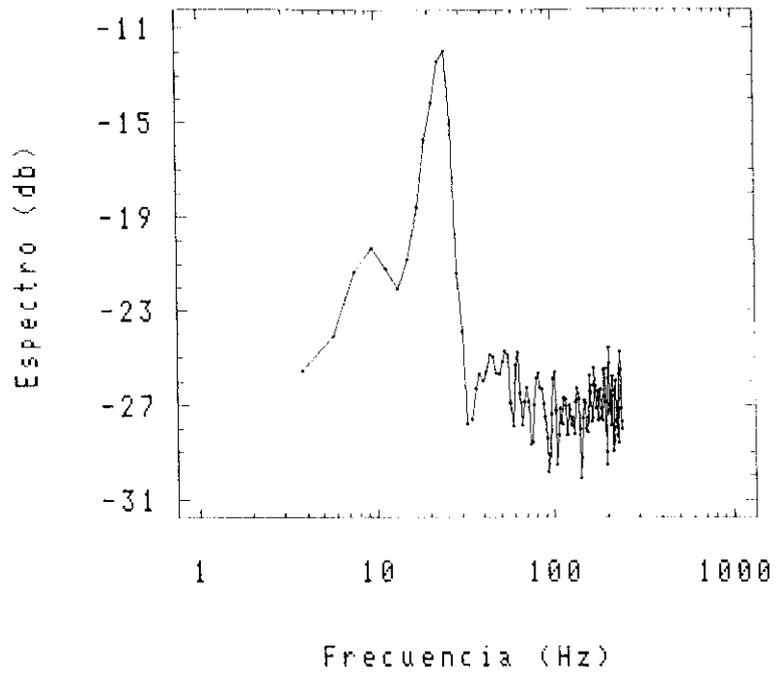


a)



b)

Figura 5.27 Espectros de energía. Centro de la tobera.  $Ri = 1.30$ ,  
 a)  $z/D = 2.0$ ; b)  $z/D = 2.5$ .



**Figura 5.28** Espectros de energía. Centro de la tobera.  $Ri = 1.53$ ,  
 a)  $z/D = 0.12$ ; b)  $z/D = 0.5$ .

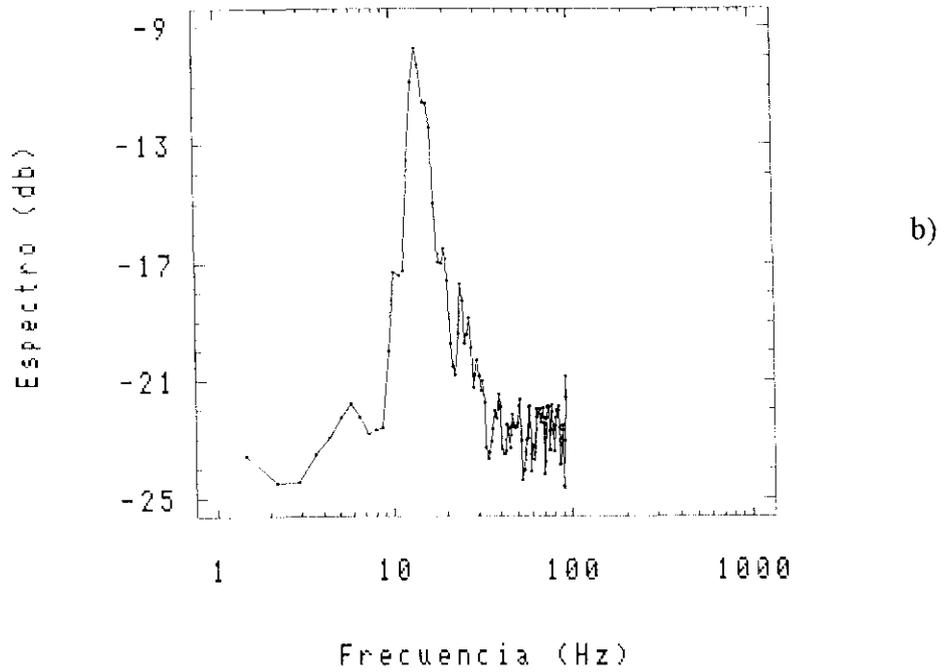
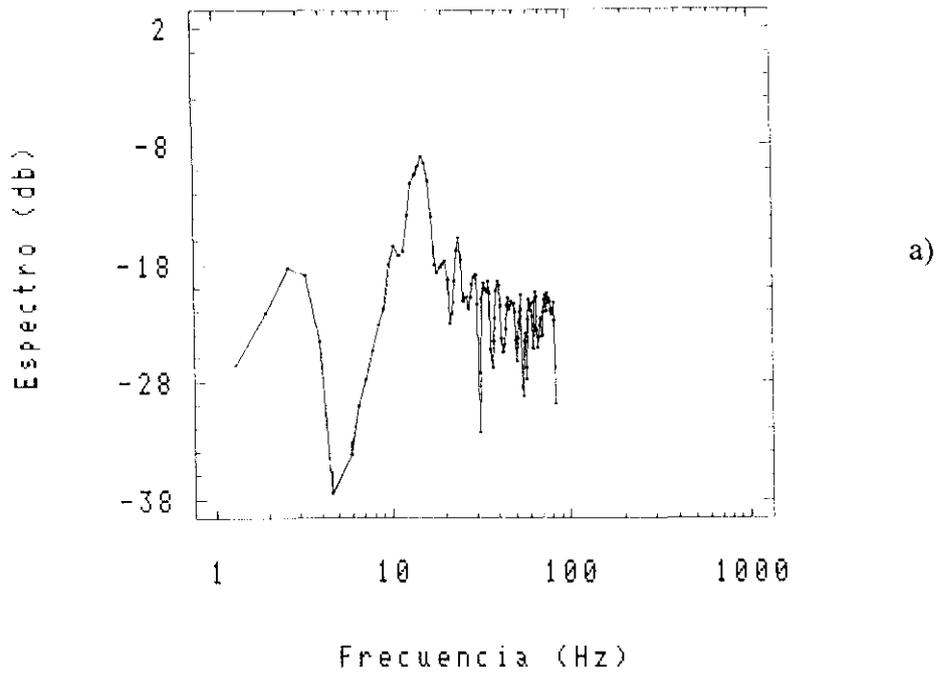
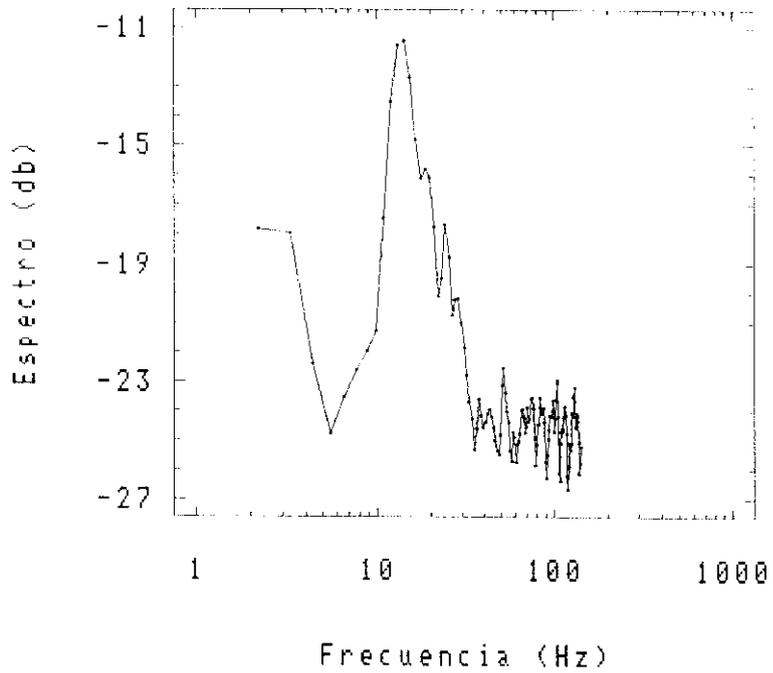
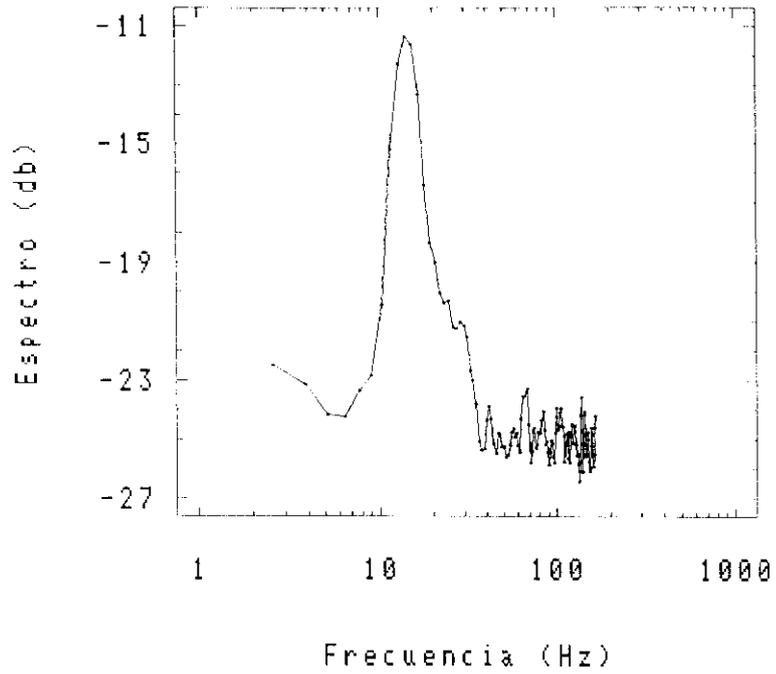


Figura 5.29 Espectros de energía. Centro de la tobera.  $Ri = 1.53$ ,  
 a)  $z/D = 1.0$ ; b)  $z/D = 1.5$ .



**Figura 5.30** Espectros de energía. Centro de la tobera.  $Ri = 1.53$ ,  
a)  $z/D = 2.0$ ; b)  $z/D = 2.5$ .

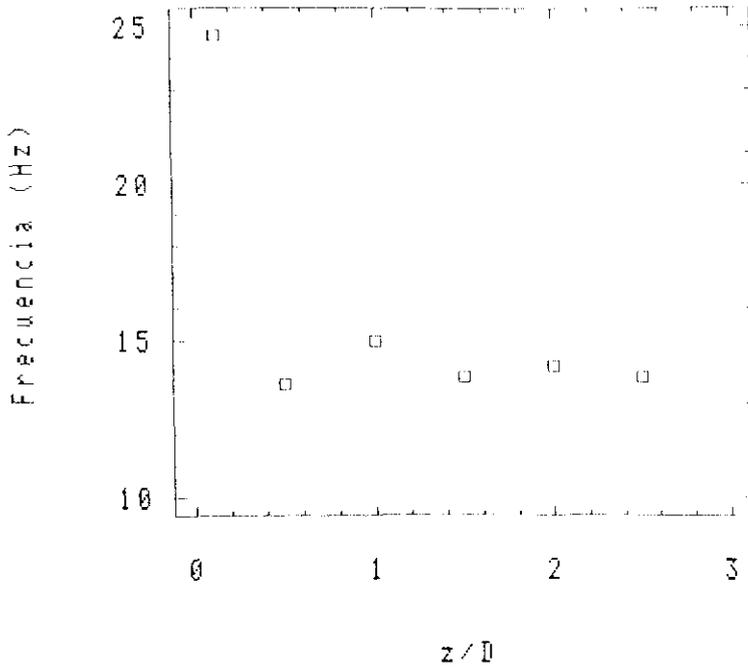


Figura 5.31 Variación de la frecuencia con z/D. Ri = 1.53.

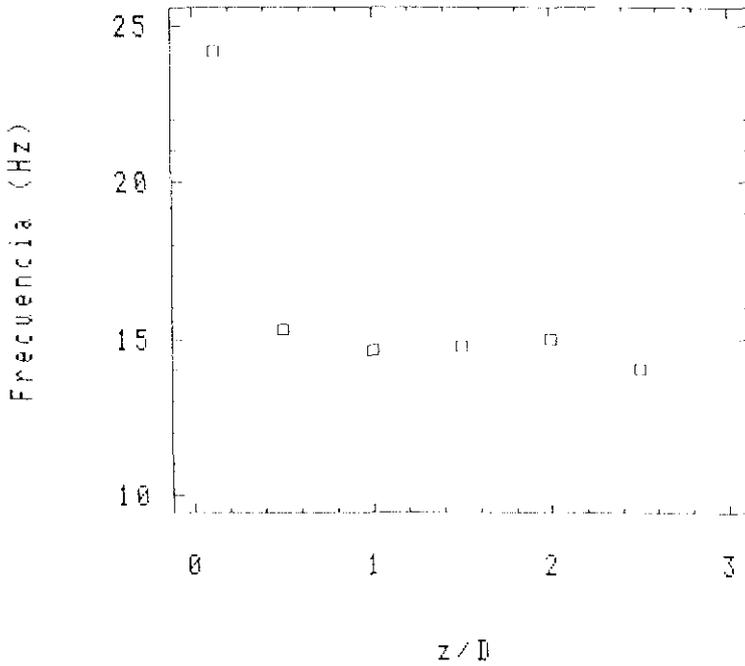


Figura 5.32 Variación de la frecuencia con z/D. Ri = 1.30.

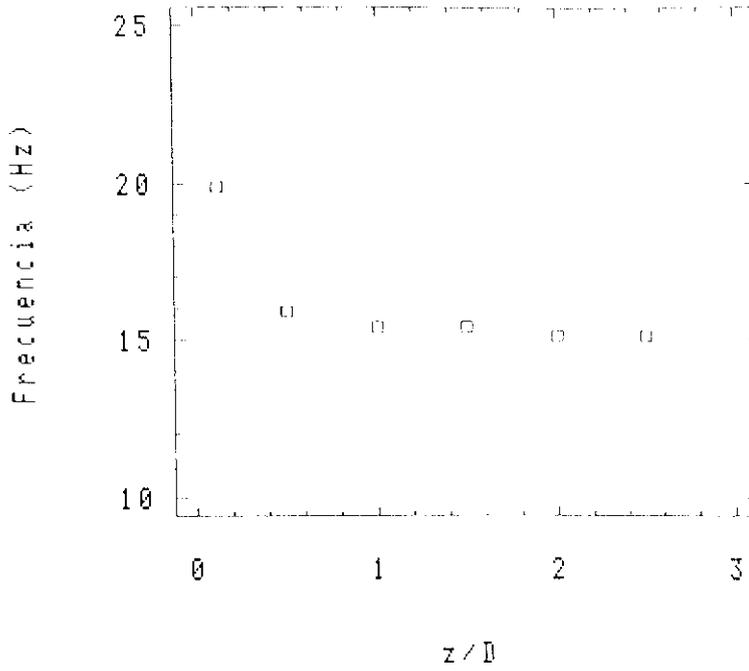


Figura 5.33 Variación de la frecuencia con z/D. Ri = 0.89.

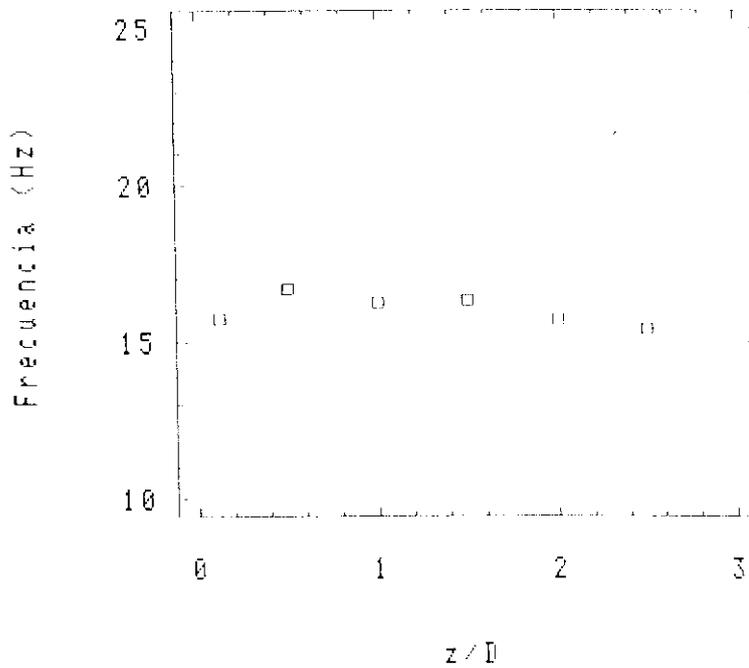


Figura 5.34 Variación de la frecuencia con z/D. Ri = 0.70.

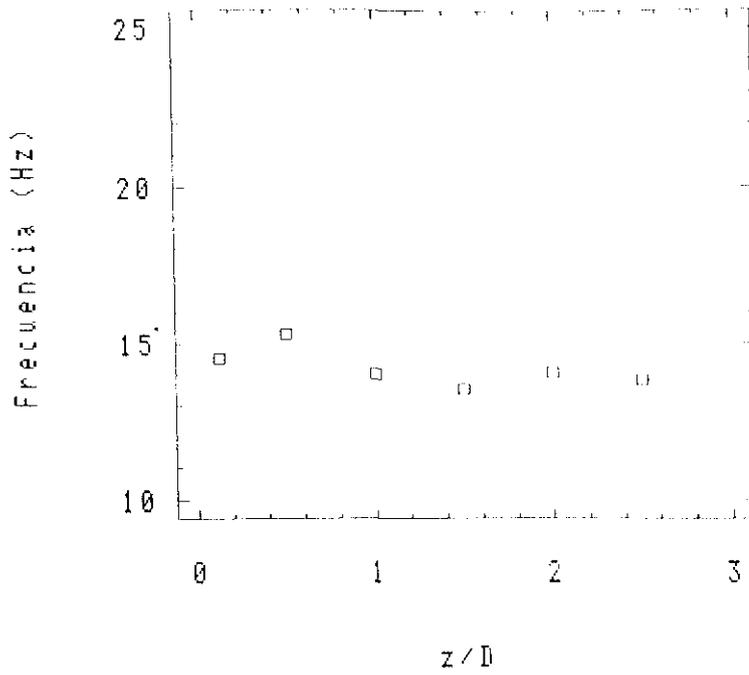


Figura 5.35 Variación de la frecuencia con z/D. Ri = 0.46.

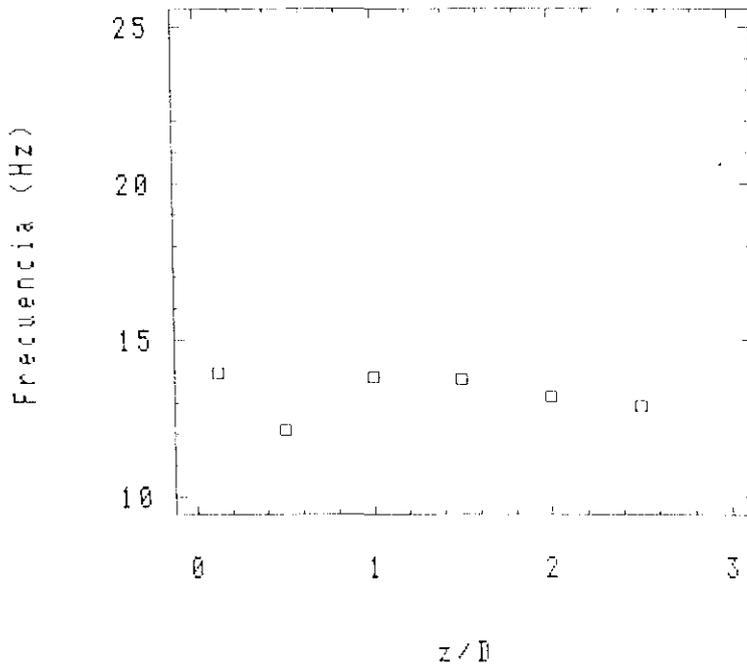


Figura 5.36 Variación de la frecuencia con z/D. Ri = 0.21.

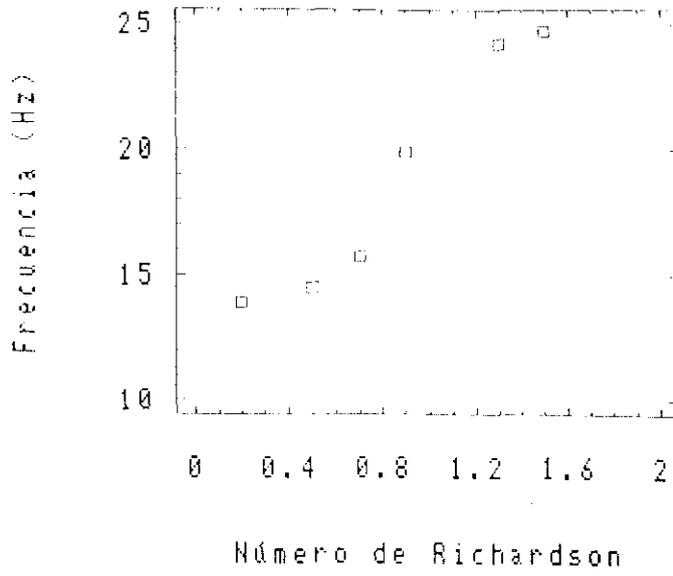


Figura 5.37 Variación de la frecuencia con Ri.  $z/D = 0.12$ .

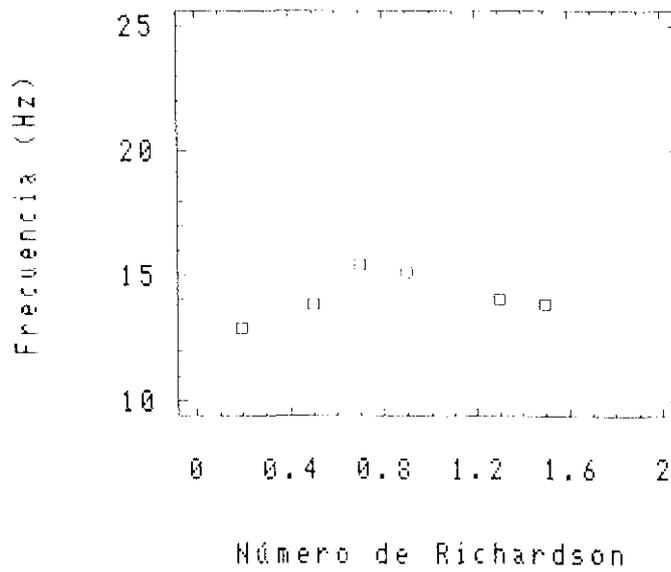
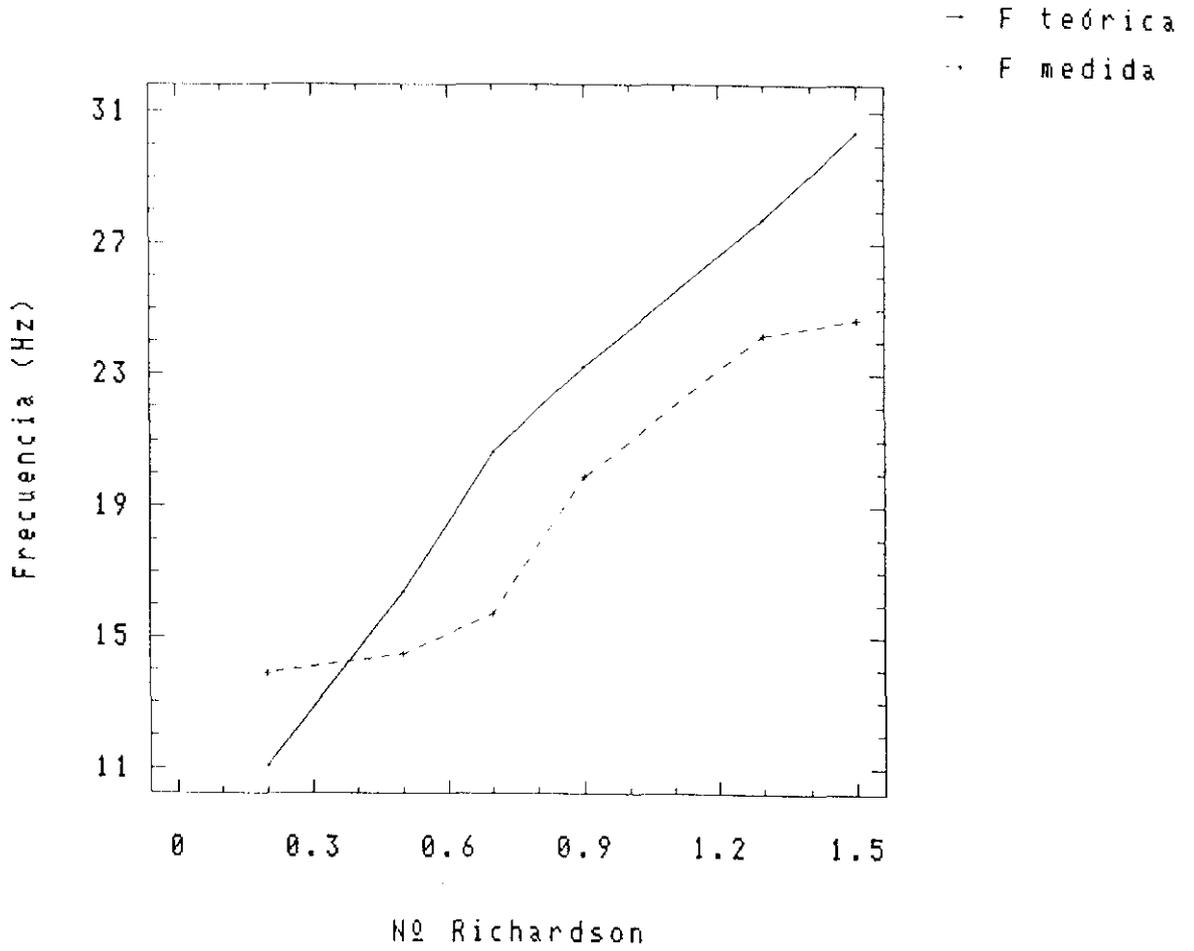


Figura 5.38 Variación de la frecuencia con Ri.  $z/D = 2.5$ .



**Figura 5.39** Comparación entre los valores de las frecuencias teórica y medida en función de  $Ri$ , en el plano de salida ( $z/D = 0.12$ ).

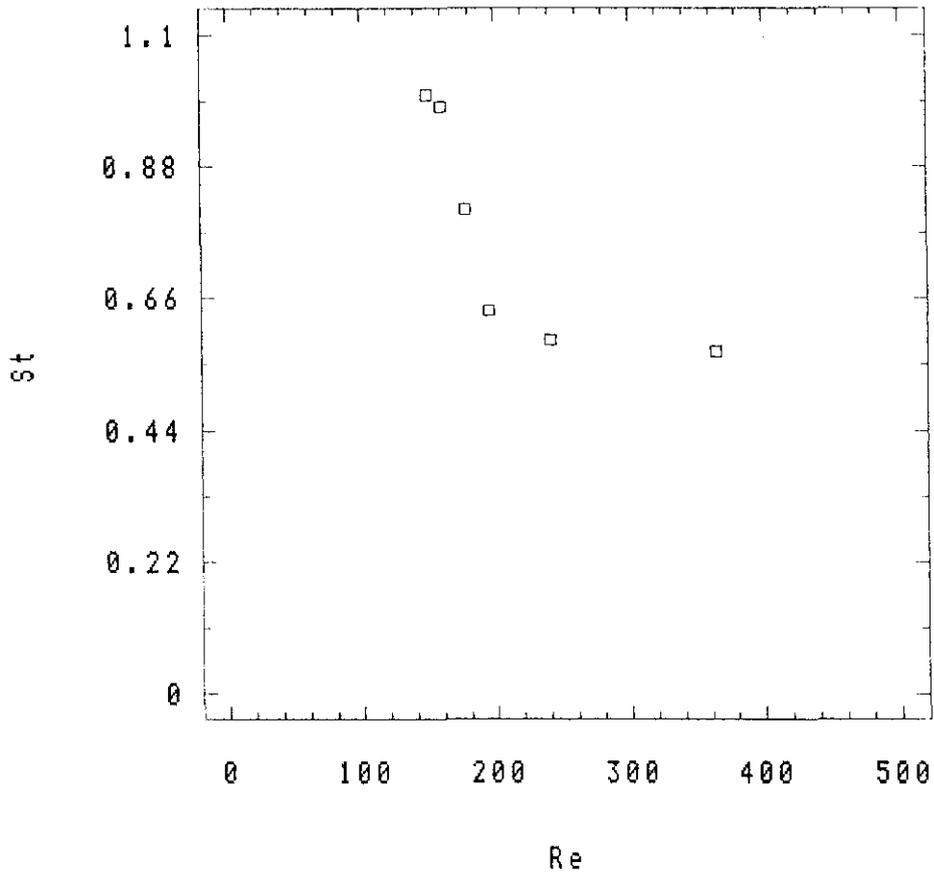


Figura 5.40 Variación de  $St_p$  en función de  $Re$  en el plano de salida ( $z/D = 0.12$ ).

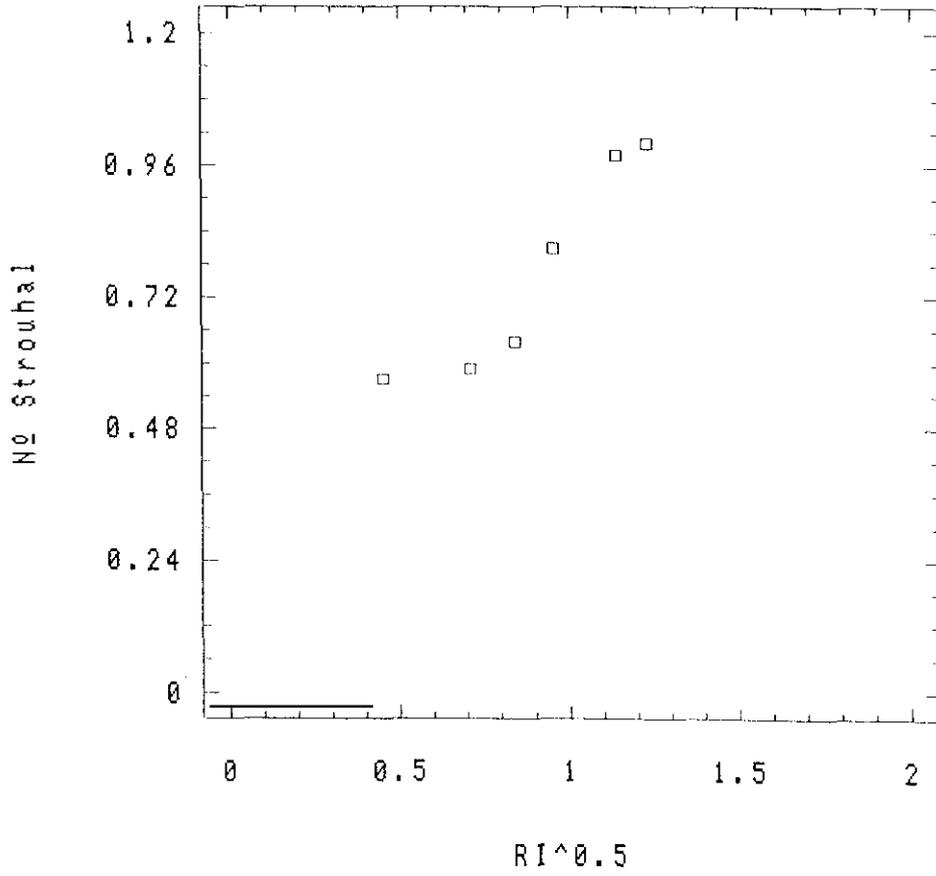
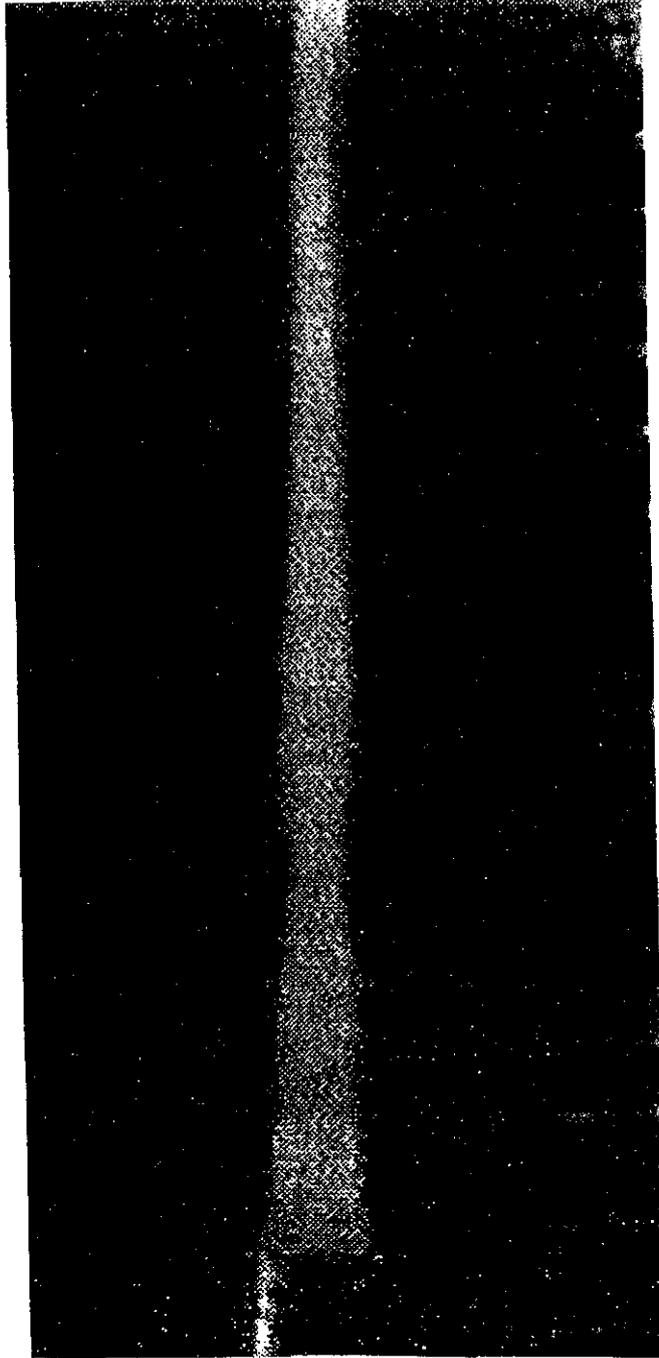
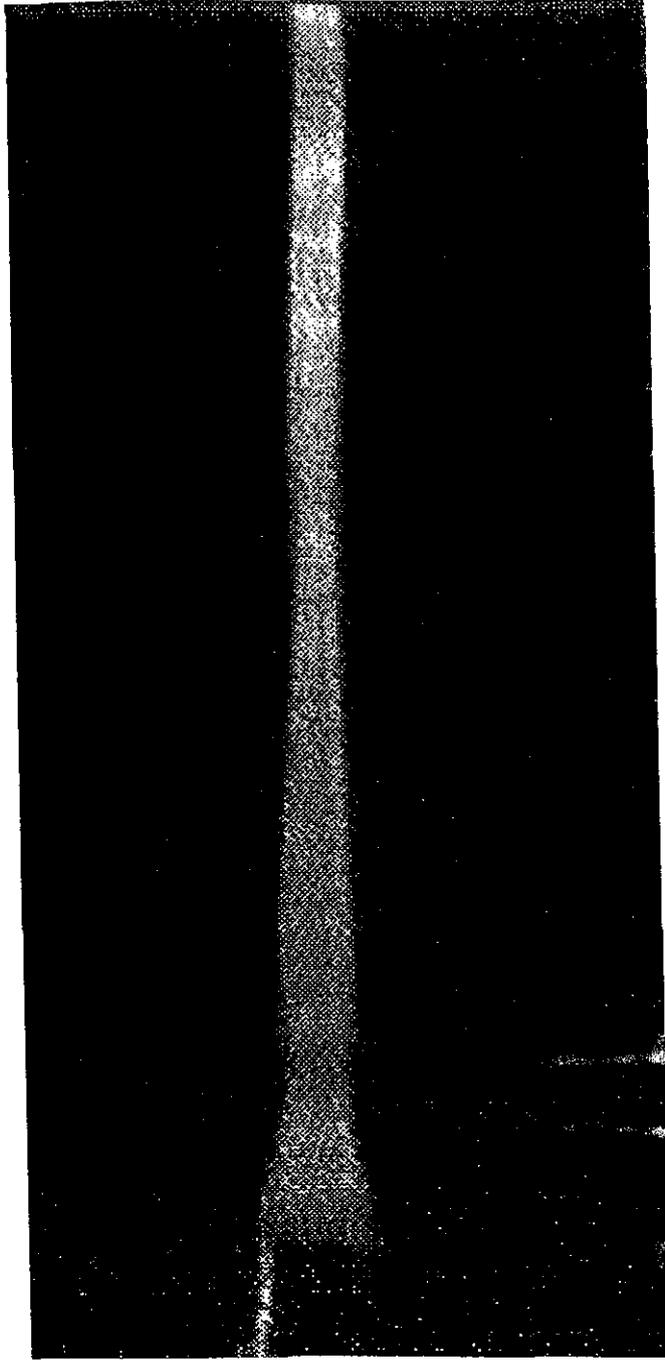


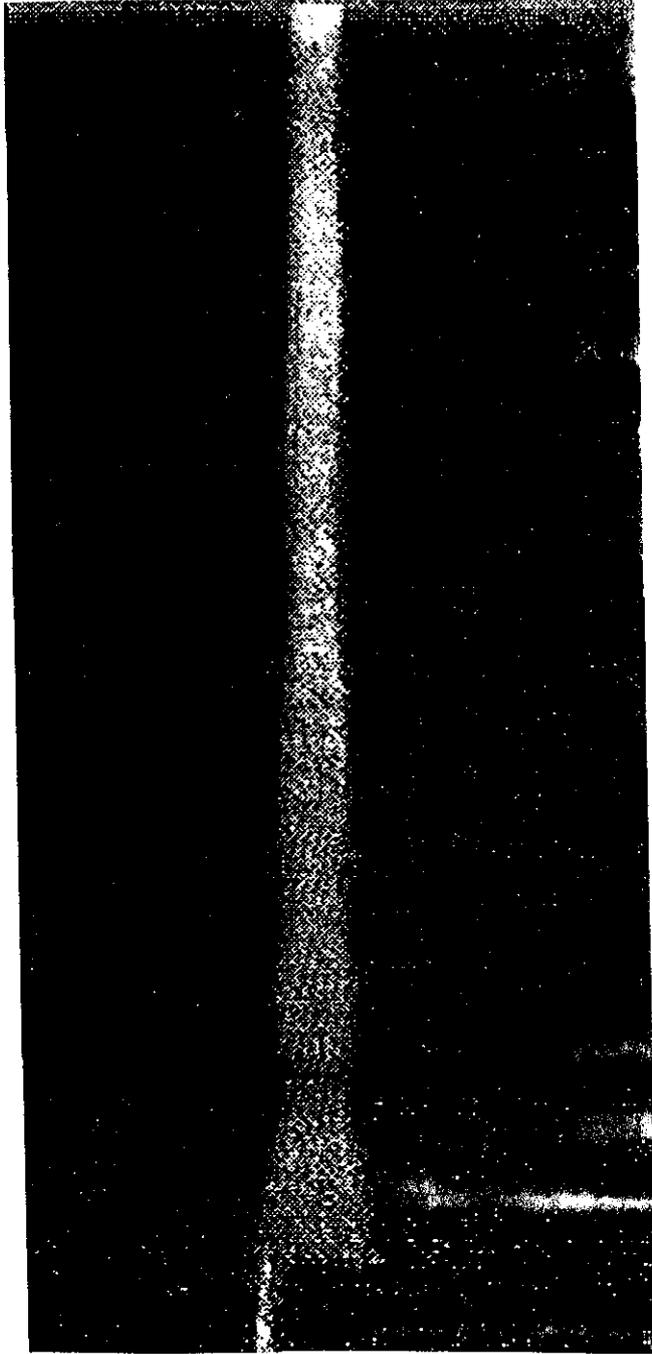
Figura 5.41 Variación de  $St_D$  en función de  $Re^{1/2}$ .



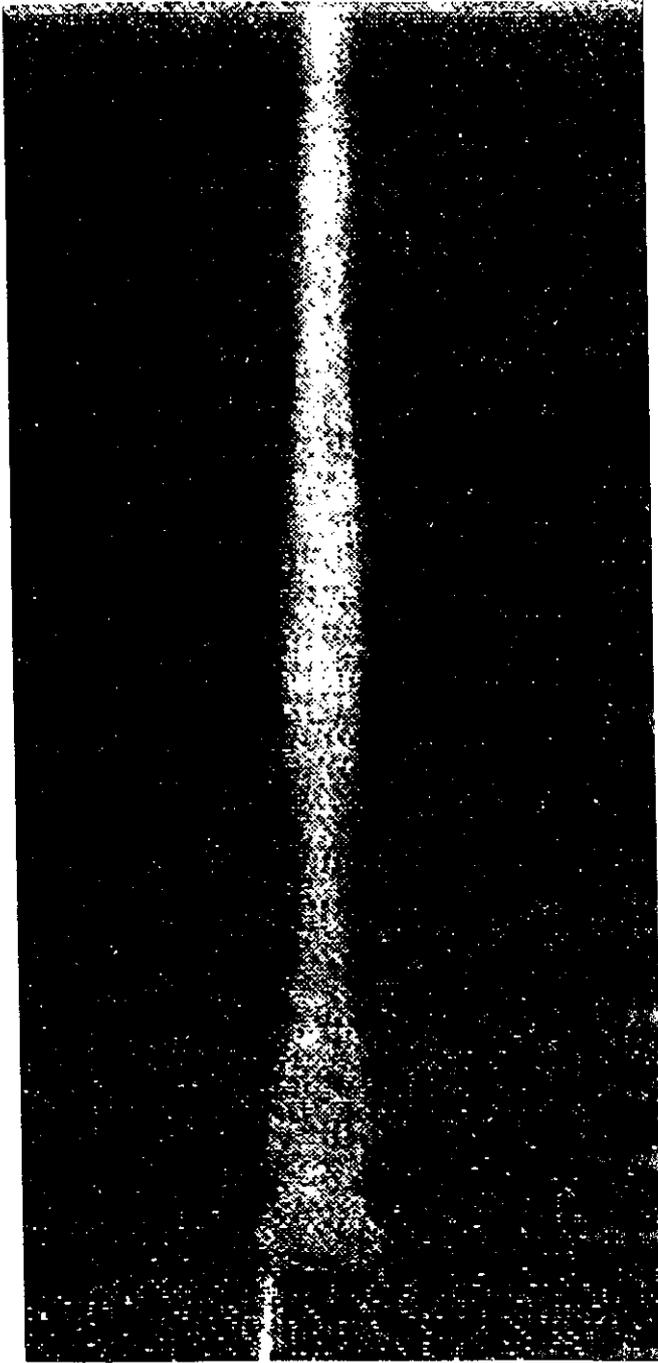
**Figura 5.42** Flujo excitado a una frecuencia de 24 Hz.  
Posición del potenciómetro 3.



**Figura 5.43** Flujo excitado a una frecuencia de 14 Hz.  
Posición del potenciómetro 3.



**Figura 5.44** Flujo excitado a una frecuencia de 24 Hz.  
Posición del potenciómetro 4.



**Figura 5.45** Flujo excitado a una frecuencia de 24 Hz.  
Posición del potenciómetro 10.



Figura 5.46 Flujo excitado a una frecuencia de 24 Hz.

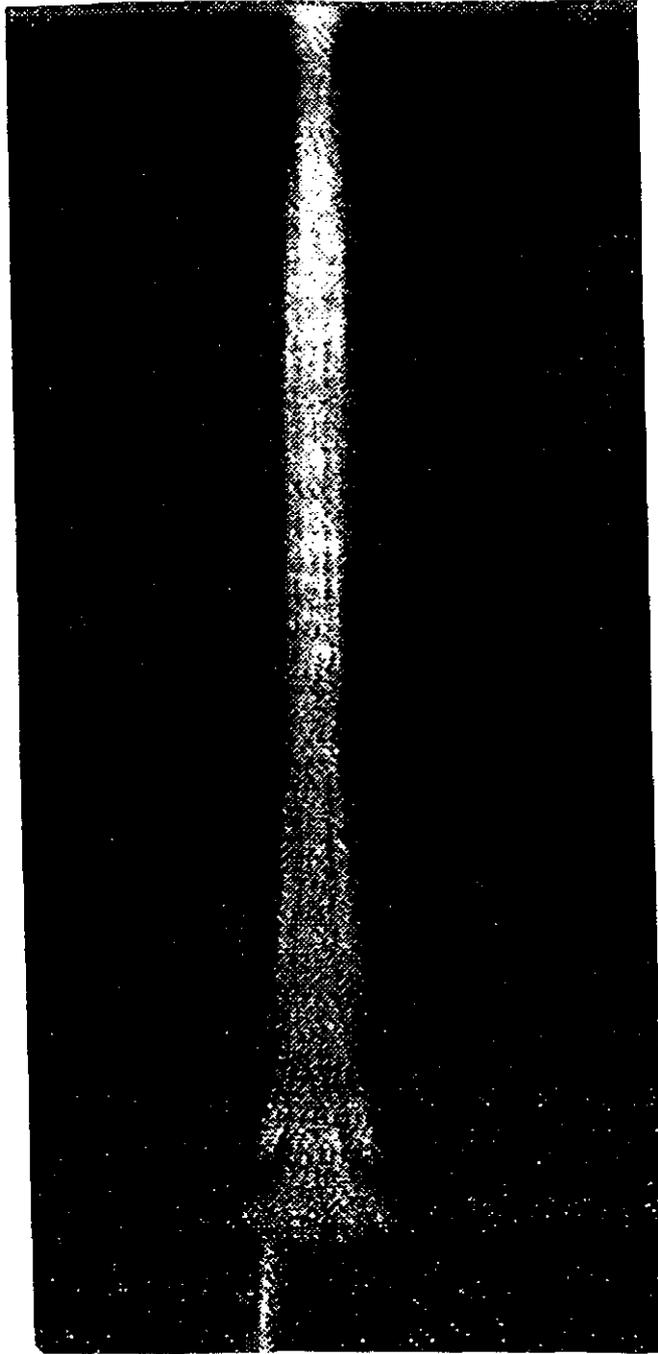


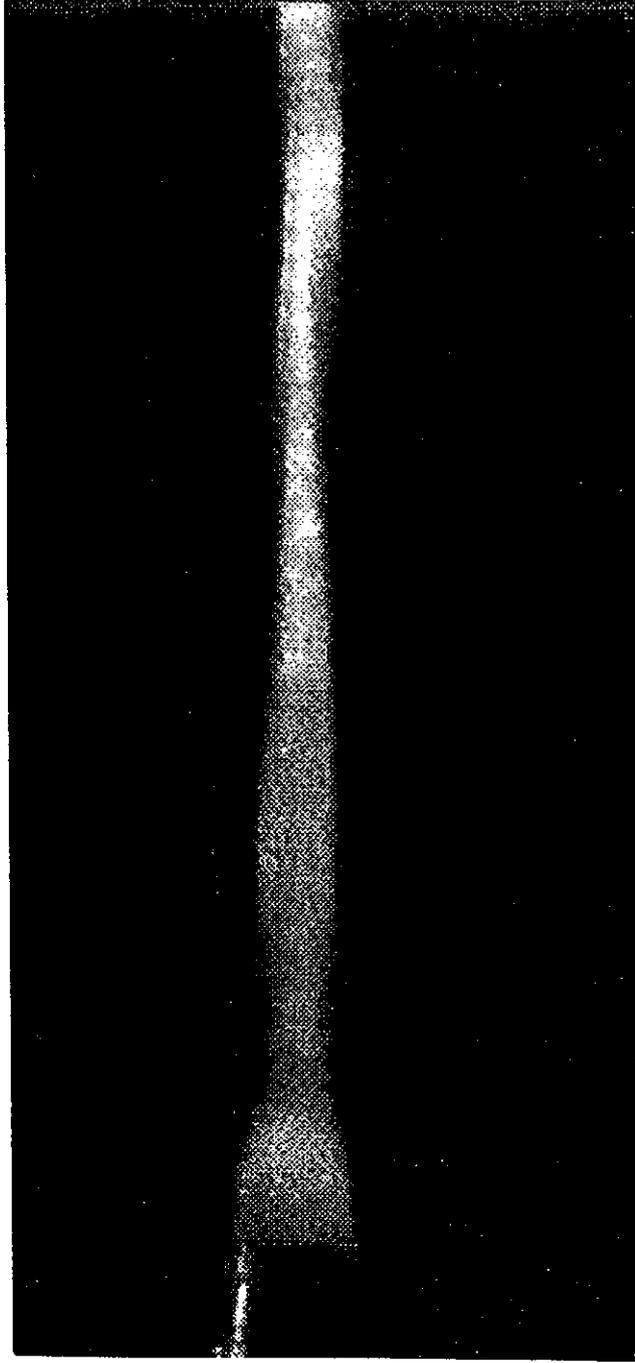
Figura 5.47 Flujo excitado a una frecuencia de 24 Hz.



**Figura 5.48** Flujo excitado a una frecuencia de 24 Hz.



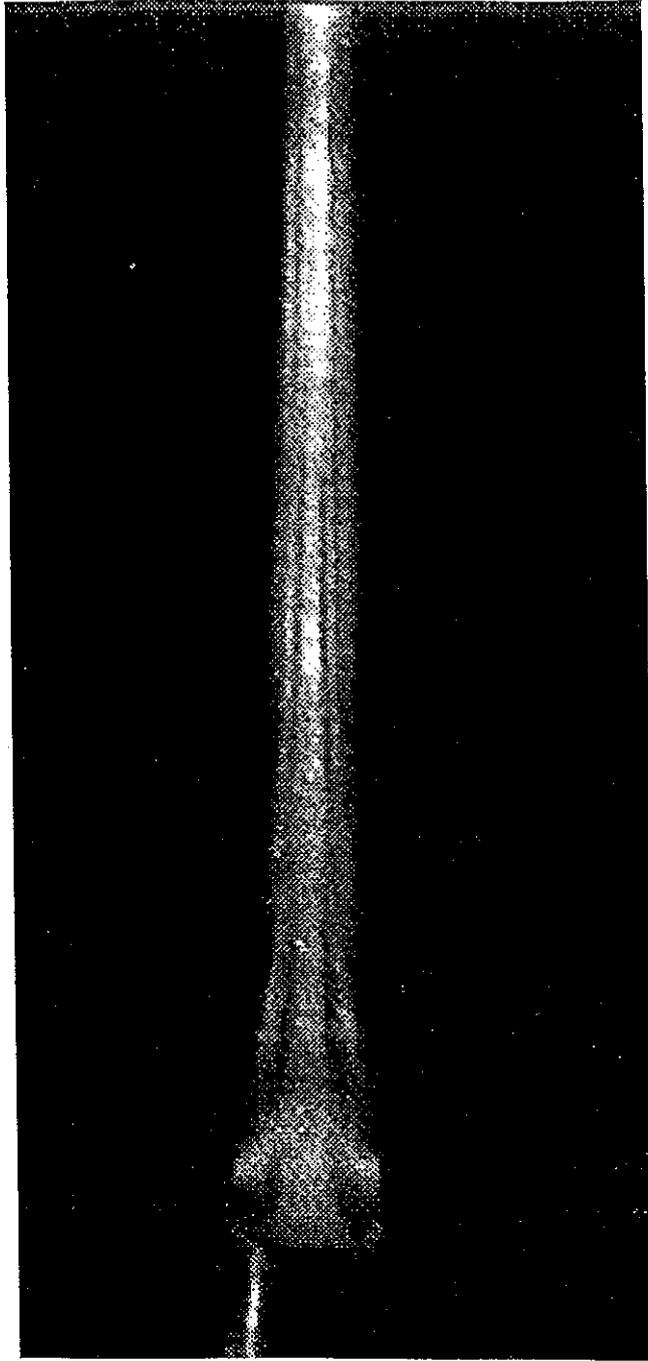
Figura 5.49 Flujo excitado a una frecuencia de 24 Hz.



**Figura 5.50** Flujo excitado a una frecuencia de 14 Hz.  
Posición del potenciómetro 5.



**Figura 5.51** Flujo excitado a una frecuencia de 14 Hz.  
Posición del potenciómetro 7.



**Figura 5.52** Flujo excitado a una frecuencia de 14 Hz.  
Posición del potenciómetro 10.

# **RESUMEN Y CONCLUSIONES**

La elaboración de este trabajo se ha planteado desde dos aspectos distintos. En primer lugar, se intenta contribuir a un mejor conocimiento de la aplicación de la técnica de anemometría Láser-Doppler en flujos gaseosos, por lo que se presenta una explicación detallada del fenómeno físico en el que se basa la ALD, y se describen, tanto los equipos adecuados para medidas de velocidad, como las características de las partículas que se deben introducir en este tipo de flujos y que son necesarias para la correcta utilización de esta técnica. El estudio se completa con la grabación de imágenes del flujo perturbado mediante el método de visualización.

Por otro lado, como ya se comentó en la Introducción, el objetivo de este trabajo es la caracterización de dos chorros de aire coaxiales de diferente velocidad, y la descripción de la capa de mezcla axilsimétrica que se desarrolla en la zona próxima a la salida de los flujos. El siguiente paso es introducir en el flujo interior un gas de menor densidad que la correspondiente al flujo exterior, para comprender la variación que experimenta la configuración entre ambas corrientes cuando los efectos de flotabilidad son apreciables. De esta manera, se intenta simular la zona inicial de un penacho creado por la expulsión de gases, con temperatura elevada, desde una chimenea a la atmósfera.

Se estudian de forma separada los casos de flujo natural, es decir, flujo sin ningún tipo de excitación exterior, y flujo perturbado, para así entender los mecanismos que favorecen y aceleran el proceso de mezcla entre las corrientes, hasta llegar a un estado de turbulencia completamente desarrollada.

Las conclusiones más relevantes de esta memoria se pueden resumir en los siguientes puntos:

- 1) Se aporta una solución sencilla para introducir partículas adecuadas en la configuración en estudio, necesarias para una correcta utilización de la técnica Láser-Doppler en la medida de velocidades en flujos gaseosos, consistente en la instalación de una cámara de remanso auxiliar para el flujo exterior. (Apartado 3.2).
- 2) En el caso de flujo natural, el valor del factor de forma,  $H = 2.66$ , comparable al correspondiente a la capa límite laminar del perfil de Blasius, permite asegurar que la capa límite a la salida, en la configuración, es razonablemente laminar. (4.1.1).
- 3) La variación lineal de los espesores de cantidad de movimiento y vorticidad, (figuras 4.3 y 4.5) indican que las estructuras que tienden a formarse de manera natural en el flujo no cambian de carácter en la zona estudiada. (4.1.1).
- 4) Se ha comprobado que la velocidad en el eje del flujo primario, o centro de la tobera de salida, y la velocidad del flujo secundario en zonas alejadas de la capa de mezcla, permanecen prácticamente constantes en todo el rango de alturas estudiado, por lo que se establece como velocidad característica de la configuración la diferencia entre ambas. Excepto para la zona de mezcla, los valores de la intensidad de turbulencia local son inferiores al 10%. (4.2.1).
- 5) Se ha caracterizado el flujo natural obteniendo en primer lugar, los perfiles de velocidad media axial. Se comprueba que éstos empiezan siendo casi planos y van evolucionando hacia una forma parabólica, perdiéndose casi totalmente el efecto de la estela del borde de la tobera que separa los flujos primario y secundario, a partir de la altura  $z/D = 3$ . (4.2.1).
- 6) Las fluctuaciones turbulentas del flujo primario crecen al hacerlo la distancia radial, hasta alcanzar el valor máximo en la zona de mayor gradiente de velocidad. Cuando nos alejamos del plano de salida del flujo, los valores máximos de la intensidad turbulenta local no sólo van decreciendo, sino que se ensancha la zona

en la que están comprendidos, lo que indica que va aumentando el mezclado entre los flujos primario y secundario. Así se comprueba que la zona de estudio corresponde a la de transición a la turbulencia desarrollada. (4.2.1).

- 7) Los valores del coeficiente  $C$ , que representan el grado de agitación turbulenta en relación con la velocidad característica de la configuración, son muy pequeños (del orden del 3%) en la zona del chorro secundario donde no hay efectos de mezclado, ya que el flujo en esta zona es muy estable. Por otra parte, en las proximidades del centro de la tobera,  $C$  aumenta con respecto a la intensidad turbulenta local  $I$ , ya que el chorro interior está continuamente engullendo flujo de baja velocidad procedente del chorro exterior, y las variaciones de velocidad entre las partículas que proceden de ambos flujos son muy grandes. (4.2.1).
  
- 8) En todas las alturas estudiadas, el cálculo de los espectros de energía cinética turbulenta proporciona un pico claramente diferenciado en el entorno de los 13 Hz. Este resultado confirma la hipótesis, ya apuntada en la conclusión 3), en el sentido de que la perturbación natural no cambia de carácter dentro de la zona estudiada. (4.2.2).
  
- 9) A partir del valor encontrado para el número de Strouhal basado en el diámetro del chorro,  $St_D = 0.53$ , se puede deducir que en la configuración en estudio, la frecuencia encontrada en los espectros corresponde a una inestabilidad del modo columnar o preferente, que se mantiene constante en toda la zona. (4.2.2).
  
- 10) En las imágenes tomadas con vídeo en el flujo natural, utilizando el modulador opto-acústico, se observa periodicidad de ligera amplitud en las proximidades de la salida de la tobera, por lo que se confirma que la frecuencia correspondiente al modo de columna o modo preferente está presente en el flujo de una manera determinante. (4.2.3).

- 11) El flujo homogéneo perturbado se caracteriza fundamentalmente por la existencia de estructuras en forma de anillo con vorticidad positiva, que se crean desde el mismo plano de salida, se desarrollan y son arrastradas por el flujo en su movimiento. Se comprueba que al excitar el flujo a la frecuencia propia de los torbellinos dominantes y mediante el paso del rayo láser por el modulador opto-acústico, las estructuras quedan "congeladas" y su estudio se simplifica considerablemente. Los torbellinos que se forman se encuentran equiespaciados, lo que significa que se han generado estructuras coherentes a la frecuencia dominante de la configuración. (4.2.3).
  
- 12) A partir de un valor de perturbación del 14% aproximadamente, los torbellinos se alargan, e incluso se vislumbra la aparición de anillos de torbellinos contrarrotatorios con los anteriores, aunque en menor medida que los encontrados en configuraciones análogas, por ser la velocidad del flujo secundario muy pequeña. (4.2.3).
  
- 13) Se comprueba que al aumentar la intensidad de la señal excitadora, y por tanto, el nivel de perturbación introducido en el flujo, el mezclado entre las corrientes se acelera de forma significativa, debido a la mayor intensidad de las estructuras, que se materializa en unas mayores concentraciones y más rápidas de vorticidad. (4.2.3).
  
- 14) Al excitar el flujo a una frecuencia completamente distinta, 5 Hz, se observa una gran diferencia en la topología del flujo con respecto a la excitación correspondiente al modo preferente, ya que no aparecen estructuras definidas. (4.2.3).
  
- 15) Para analizar los efectos producidos por la diferencia de densidad entre los flujos de los dos chorros coaxiales, se ha realizado un estudio de la variación de la velocidad en el eje, en seis casos de flotabilidad seleccionados, ( $Ri \approx 0.2, 0.5, 0.7,$

0.9, 1.3, 1.5), comprobándose que a partir de  $Ri = 0.7$ , aparece una fuerte aceleración desde la salida del flujo primario, que condiciona el desarrollo de la capa de mezcla en la zona de estudio. (5.2.1)

- 16) Los perfiles de velocidad media axial para el caso de mayor flotabilidad,  $Ri = 1.5$ , son claramente de tipo parabólico desde la salida y por tanto el valor de la velocidad media decrece muy rápidamente al alejarnos del centro de la tobera en la dirección transversal al flujo. A diferencia de lo que se ha obtenido para flujo homogéneo, la flotabilidad es tan grande que el déficit de velocidad debido al efecto de la estela del borde de la tobera del flujo primario, prácticamente desaparece aun en la distancia  $z/D = 0.12$ . (5.2.1).
- 17) Se ha estimado, de forma aproximada, el valor de la aceleración convectiva provocada por la flotabilidad en el primer diámetro en el sentido de la corriente, comprobándose que ya en la zona próxima a la salida, la gran aceleración debida a la diferencia de densidades entre ambos chorros, produce una corriente del flujo interior hacia el centro, que hace desaparecer, casi totalmente, el defecto de velocidad que debería existir por la estela del borde de la tobera. (5.2.1).
- 18) El valor del factor de forma  $H = 2.89$ , para el caso de  $Ri = 1.5$ , permite considerar la capa límite a la salida de la tobera como razonablemente laminar. Aun para este caso de tan alta flotabilidad el resultado es análogo al obtenido para flujo homogéneo. (5.2.1).
- 19) La variación del espesor de vorticidad con la altura, es prácticamente lineal hasta una distancia  $z/D = 1.0$ , lo que confirma que hasta esta altura, el desarrollo del flujo en el caso de  $Ri = 1.5$ , está dominado por la aceleración convectiva, que es particularmente intensa en esa zona ( $a = 15 \text{ m/s}^2$ ) y luego disminuye considerablemente. (5.2.1).

- 20) Para todos los casos de flotabilidad estudiados, los valores de la distancia adimensional  $Z$ , son inferiores a 5, por tanto, se puede asegurar que no se ha alcanzado la "zona de penacho" en ninguno de los experimentos realizados. Este hecho es debido también a que los ensayos se han realizado a números de Reynolds bajos comparados con los típicos de la atmósfera libre, lo que implica que la transición a la turbulencia desarrollada no se produzca de manera rápida. Se comprueba que a partir de un número de Richardson mayor de 0.7, los valores de velocidad en el eje tienden a aproximarse a los determinados por la teoría general, que predice el decaimiento de la velocidad en los penachos. (5.2.1).
- 21) En los espectros de energía cinética turbulenta, en todos los casos de flotabilidad, aparece un único pico claramente definido, dentro del intervalo de frecuencias entre los 10 y 30 Hz. En ningún caso la pendiente del espectro sigue la ley correspondiente al subrango inercial, con lo que se puede confirmar que en la zona estudiada no hay turbulencia desarrollada. (5.2.1).
- 22) Para números de Richardson mayores de 0.7, aparece en el plano de salida una frecuencia en el entorno de los 25 Hz, que disminuye rápidamente al movernos en el sentido de la corriente, y se estabiliza en el entorno de los 15 Hz. Las frecuencias encontradas para los ensayos con  $Ri < 0.7$ , están en el entorno de los 14 Hz, es decir, que hay coincidencia con el caso de flujo homogéneo. Por tanto, el valor del número de Richardson 0.7, marca un límite para el distinto comportamiento del flujo. (5.2.2).
- 23) En la comparación entre las frecuencias encontradas en la configuración y las calculadas a partir de las expresiones de  $\tau_1$  y  $\tau_2$  (escalas temporales), se puede apreciar claramente que el desarrollo del flujo está condicionado tanto por los efectos inerciales debidos al momento a la salida del flujo primario, como a los efectos de flotabilidad debidos a la relación de densidades entre ambos chorros, lo que corresponde a los llamados "chorros con flotabilidad". (5.2.2).
-

- 24) A partir de  $Ri = 0.7$  el número de Strouhal basado en el diámetro de la tobera y calculado mediante las frecuencias que aparecen en la configuración en el plano de salida, es prácticamente independiente del número de Reynolds. El valor de  $St_D$  permanece casi constante en el entorno de 0.6, para valores de  $Ri < 0.7$ . A partir de  $Ri > 0.7$ , los valores del número de Strouhal aumentan linealmente en función del número de Richardson. Se puede concluir que la transición entre flujo dominado por efectos inerciales a flujo dominado por efectos de flotabilidad viene marcado por este valor límite de  $Ri$ . (5.2.2).
- 25) Para el ensayo con  $Ri = 1.53$  se comprueba que, aun para un valor elevado de la perturbación introducida en el flujo mediante la excitación exterior a las frecuencias de 24 Hz y 14 Hz, no se forman estructuras coherentes, en contraposición con lo que ocurre en los ensayos con flujo homogéneo, debido a la fuerte aceleración provocada por la flotabilidad. (5.2.3).
- 26) Aunque para intensidades de la señal excitadora moderadas las frecuencias de 14 y 24 Hz proporcionan una estructura similar del flujo, se comprueba que es necesaria una menor intensidad de la perturbación en el caso de 14 Hz, para provocar una alteración del flujo que facilite el mezclado entre las corrientes. Este hecho parece confirmar, que aunque no se generen estructuras idénticas como en el caso de flujo homogéneo debido a que la fuerte aceleración convectiva del chorro alarga las estructuras, la frecuencia natural de la configuración en estudio se aproxima a los 14 Hz. (5.2.3).
- 27) El estudio realizado para flujos con flotabilidad puede servir para explicar algunos fenómenos observados en la atmósfera. La aceleración medida en nuestros experimentos con gran diferencia de densidades entre los chorros, es semejante a la que produce la sobre elevación de penachos en la salida de gases de una chimenea a la atmósfera, con importantes diferencias de temperatura o densidad respecto del ambiente. Como consecuencia inmediata de esto, existiría un retraso

en la mezcla y posterior difusión de los contaminantes emitidos; sin embargo este hecho puede favorecer el transporte de los mismos a zonas más alejadas. Hay que tener en cuenta que las condiciones de estratificación de la propia atmósfera pueden influir también en lo que estamos comentando, por ejemplo, en situaciones de estratificación inestable la sobreelevación del penacho se verá favorecida, sumándose al efecto de la flotabilidad propia del penacho. (5.2.3).

- 28) Se puede concluir que para chorros en los que la diferencia de densidad o temperatura no sea muy grande,  $Ri < 0.7$ , lo que ocurre en muchos casos en la salida de gases por una chimenea, o incluso en corrientes convectivas naturales, el desarrollo de una capa de mezcla axilsimétrica, en su zona inicial, es similar al que se observa en una configuración de chorros coaxiales homogéneos. Este hecho posibilita la capacidad de poder intervenir en la modificación del desarrollo del flujo, mejorando el proceso de mezcla mediante agentes externos. (5.2.3).

Esta investigación pretende servir de base a futuros trabajos sobre los efectos que provoca, en el desarrollo de penachos en la atmósfera, la variación en las condiciones iniciales de la configuración, tanto en chorros coaxiales con flotabilidad, como en la de un único chorro circular descargando en un ambiente bajo distintas condiciones meteorológicas.

# **BIBLIOGRAFIA**

---

**Adrian, R.J. (1983)**, *Laser velocimetry*, Fluid Mechanics Measurements, Ed. R.J. Goldstein, Hemisphere Pub. Co., New York.

**Alvarez, C.; Martínez-Val, R. (1984)**, *Visual measurement of streamwise vorticity in the mixing layer*, The Physics of Fluids, Vol. 27, pp. 2367-2368.

**Arya, S.P.S. (1982)**, *The critical condition for the maintenance of turbulence in stratified flows*, Q. J. R. Meteorol. Soc., Vol. 98, pp. 264-273.

**Arya, S.P.S. (1988)**, *Introduction to micrometeorology*, International Geophysics Series, Academic Press.

**Beavers, G.S.; Wilson, T.A. (1970)**, *Vortex growth in jets*, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 44, pp. 97-112.

**Becker, H.A.; Massaro, T.A. (1968)**, *Vortex evolution in a round jet*, Journal of Fluid Mechanics, 31, pp. 435-448.

**Bell, W.A. (1983)**, *Spectral analysis algorithms for the laser velocimeter: a comparative study*, AIAA Journal, 21, pp. 714-719.

**Beuther, P.D.; Capp, S.P.; George, W.K. (1979)**, *Momentum and temperature balance measurements in an axisymmetric turbulent plume*, ASME Paper, N° 79-HT-42.

**Blackman, R.B.; Tukey, J.W. (1958)**, *The measurement of the power spectrum*, Dover Publications, Inc., New York.

**Briggs, G.A. (1984)**, *Plume rise and buoyancy effects*, Atmospheric Science and Power Production, Ed. Darryl Randerson.

- 
- Brigham, E.O. (1974),** *The fast Fourier transform*, Printece-Hall International.London.
- Businger, J.A.; Wynwaard, J.C.; Izumi, Y.; Bradley, E.F (1971),** *Flux-profile relationships in the atmospheric surface layer*, J. Atmos. Sci., Vol. 28, pp. 181-189.
- Cano, J.L; Maqueda, G.; Artiñano, B. (1987),** *Espectros cruzados y función de coherencia de las componentes horizontales del viento y su energía cinética*, Rev. de Geofísica, Vol. 43, pp. 201-208.
- Carl, M.D.; Tarbell, T.C.; Panofsky, H.A. (1973),** *Profiles of wind and temperature from towers over homogeneous terrain*, J. Atmos. Sci. Vol. 30, pp. 788-794.
- Cohen, J.; Wygnanski, I. (1987),** *The evolution of instabilities in the axisymmetric jet. Part 1: the linear growth of disturbances near the nozzle*, J. Fluid Mech., Vol. 176, pp. 191-219.
- Cohen, J.; Wygnanski, I. (1987),** *The evolution of instabilities in the axisymmetric jet. Part 2: the flow rresulting from interaction between two waves*, J. Fluid Mech. Vol. 176, pp. 221-235.
- Cooley, J.W; Tukey, J.W. (1965),** *An algorithm for the machine calculation of complex Fourier series*, Mathematics of Computation, 19, N° 90, pp. 297-301.
- Crow, S.C.; Champagne, F.K. (1971),** *Orderly structure in jet turbulence*, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 48, pp. 547-591.
- Csanady, G.T. (1965),** *The buoyant motion within a hot gas plume in a horizontal wind*, J. Fluid Mech., Vol. 22, pp. 225-239.
-

---

**Cuerno, C. (1992)**, *Estudio experimental de la dinámica de las estructuras coherentes en chorros axilsimétricos reactantes y no reactantes*, Tesis Doctoral, Universidad Politécnica de Madrid.

**Cuerno, C.; Viedma, A.; Lecuona, A.; Rodriguez, P. (1990)**, *Determinación de las frecuencias naturales de inestabilidad en chorros axilsimétricos mediante técnicas ópticas*, Anales de Ingeniería Mecánica, Año 8, Vol. 2, pp. 191-198.

**Cummins, H.Z.; Knable, N; Yeh, Y. (1964)**, *Observation of diffusion broadening of Rayleigh scattered light*, Phys. Rev. Lett., Vol. 12, pp. 150-153.

**Champagne, F.H.; Wagnanski, L.J. (1970)**, *An experimental investigation of coaxial turbulent jets*, Journal of Heat and Mass Transfer, 14, pp. 1445-1464.

**Chao, Y.C.; Han, J.M.; Jeng, M.S. (1990)**, *A quantitative laser sheet image processing method for the study of the coherent structure of a circular jet flow*, Experiments in Fluids, 9, pp. 323-332.

**Chen, C.J.; Chen, C.H. (1979)**, *On prediction and unified correlation for decay of vertical buoyant jets*, J. of Heat Transfer, Vol. 101, pp. 532-537.

**Da Riva, I; Sanz, A.; Martínez, I; Corchero, G., García, J.C.; de Miguel, J.; Perales, J.M.; Varela, A.J. (1990)**, *High temperature facility technology study*, WP-9000: Combustion Experiment Instrumentation, ESTEC/Dornier Contract RAA-DS-11433 A 03235.

**Deardorff, J.W. (1970)**, *A three-dimensional numerical investigation of the idealized planetary boundary layer*, Geophys. Astrophys. Fluid Dynamics, Vol. 1, pp. 377-410.

**Deardorff, J.W. (1973)**, *Three dimensional numerical modelling of the planetary boundary layer* en *Workshop on Micrometeorology*, pp. 271-311, Amer. Meteorol. Soc., Boston, Massachusetts.

**Drain, L.E. (1980)**, *The Laser Doppler Technique*, John Wiley & Sons, Chichester, Great Britain.

**Edwards, R.V.; Angus, J.C.; French, M.J.; Dunning, Jr., J.W. (1971)**, *Spectral analysis of the signal from Laser Doppler flowmeter: Time-Independent Systems*, J. Appl. Phys., Vol. 42, pp. 837-850.

**Erdmann, J.C.; Tropea, C.D. (1982)**, *Statistical bias of the velocity distribution function in laser anemometry*, I Symp. Appl. LDA to Fluid Mech., Lisboa, Julio.

**Estévez, J.; Martínez-Val, R. (1986)**, *Visualización de la estela de un cilindro circular a números de Reynolds moderadamente bajos*, Anales de Ingeniería Mecánica, N° 1, pp. 83-90.

**Foreman Jr., J.W.; George, E.W.; Lewis, R.D. (1965)**, *Measurement of localized flow velocities in gases with a Laser-Doppler flowmeter*, Appl. Phys. Lett., Vol. 7, pp. 77-80.

**Foreman Jr., J.W.; Lewis, R.D.; Thornton, J.R.; Watson, H.J. (1966)**, *Laser Doppler velocimeter for measurement of localized flow velocities in liquids*, IEEE Proc., Vol. 54, pp. 424-425.

**Garratt J.R. (1994)**, *Review: The atmospheric boundary layer*, Earth-Science Reviews, Vol. 37, pp. 89-134

- 
- Gebhart, B.; Hilder, D.S.; Kelleher, M. (1984)**, *The diffusion of turbulent buoyant jets*, Adv. Heat Transfer, Vol. 16, pp. 1-57.
- George, W.K.; Alpert, R.L.; Tamanini, F. (1977)**, *Turbulence measurements in an axisymmetric buoyant plume*, International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 20, pp. 1145-1154.
- George, W.K.Jr. (1978)**, *Processing of random signals*, Dynamic Flow Conference, Baltimore-Marsella.
- Goldstein, R.J.; Hagen, W.F. (1967)**, *Turbulent flow measurements utilizing the Doppler shift of scattered Laser radiation*, Phys. Fluids, Vol. 10, pp. 1349-1352.
- Goldstein, R.J.; Kreid, D.K. (1967)**, *Measurements of laminar flow development in a square duct using a Laser Doppler flowmeter*, J. Appl. Mech., Vol. 34, pp. 813-817.
- Grant, H.L. (1958)**, *The large eddies of turbulent motion*, J. of Fluid Mech., Vol. 4, pp. 149-190.
- Gutmark, E.; Ho, C-M. (1983)**, *Preferred modes and the spreading rates of jets*, Physics of Fluids, 26, N° 10, pp. 2932-2938.
- Hasan, M.A.Z.; Hussain, A.K.M.F. (1982)**, *The self-excited axisymmetric jet*, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 115, pp. 59-89.
- Hill, W.G. Jr.; Jenkins, R.C; Gilbert, B.L. (1976)**, *Effects of the initial boundary-layer state on turbulent jet mixing*, AIAA Journal, Vol. 14, pp. 1513-1514.
- Hinze, J.O. (1975)**, *Turbulence*, Second Edition, Mc-Graw Hill, Inc.
-

- 
- Ho, C-M.; Huerre, P. (1984),** *Perturbed free shear layers*, Annual Review of Fluid Mechanics, Vol. 16, pp. 365-424.
- Huang, L.S.; Ho, C.M. (1990),** *Small-scale transition in a plane mixing layer* Journal of Fluid Mechanics, Vol. 210, pp. 475-500.
- Husain, H.S.; Hussain, A.K.M.F. (1983),** *Controlled excitation of elliptic jets*, Physics of Fluids, 26, pp. 2763-2766.
- Husain, Z.D.; Hussain, A.K.M.F. (1979),** *Axisymmetric mixing layer: influence of the initial and boundary conditions*, AIAA Journal, 17, pp. 48-55.
- Husain, Z.D.; Hussain, A.K.M.F. (1983),** *Natural instability of free shear layers*, AIAA Journal, 21, pp. 1512-1517.
- Hussain, A.K.M.F. (1983),** *Coherent structures - reality and myth*, Physics of Fluids, 26, pp. 2816-2850.
- Hussain, A.K.M.F.; Clark, A.R. (1981),** *On the coherent structure of the axisymmetric mixing layer: a flow-visualization study*, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 104, pp. 263-294.
- Hussain, A.K.M.F.; Zedan, M.F. (1978),** *Effects of the initial condition on the axisymmetric free shear layer: effects on the initial momentum thickness*, Physics of Fluids, Vol. 21, pp. 1100-1112.
- Jenkins G.M.; Watt D.G. (1968),** *Spectral analysis and its applications*, Holden-Day, San Fransisco.
-

**Johnson, D.A.; Modarres, D.; Owen, F.K. (1984)**, *An experimental verification of laser velocimeter sampling bias and its correction*, ASME J. of Fluid Enginn., Vol. 196, pp. 5-12.

**Kerker, M. (1969)**, *The Scattering of Light*, Chap. 3, Academic, New York.

**Lasheras, J.C.; Maxworthy, T.; Lecuona, A.; Viedma, A. (1988)**, *Llamas de difusión tridimensionales sometidas a perturbaciones periódicas simultáneas en las direcciones axial y azimutal del flujo*, Anales de Ingeniería Mecánica, Año 6, Vol. II, pp. 63-68.

**Lasheras, J.C.; Lecuona, A.; Rodriguez, P. (1990)**, *Tree-dimensional vorticity dynamics in the near field of co-flowing forced jets*, AMS-SIAM Summer Seminar on Vortex Dynamics and Vortex Methods. American Mathematical Society Series in Lectures in Applied Mathematics, Editors: C. Anderson and C. Greengard.

**Lasheras, J.C.; Lecuona, A.; Rodriguez, P. (1991)**, *Three dimensional vorticity dynamics in the near field of coflowing forced jets*, Lectures in applied mathematics, Vol. 28.

**Lauterbon, W.; Vogel, A. (1984)**, *Modern optical techniques in fluid mechanics*, Annual Review of Fluid Mechanics, Vol. 16, pp. 223-244.

**Lecuona, A.; Rodriguez, P.; Lasheras, J.C. (1990)**, *Three-dimensional vortex dynamics in co-flowing jet laminar diffusion flames under the effect of axial and azimuthal periodic perturbations*, Forthy-third Annual Meeting of the Division of Fluid Dynamics (American Physical Society). Ithaca, New York; 18-20 Nov., 1990.

**Lepikovsky, J. (1986)**, *Laser velocimeter measurements of large-scale structures in a tone-excited jet*, AIAA Journal, 24, pp. 27-31.

---

**List, E.J. (1982)**, *Turbulent jets and plumes*, Ann. Rev. Fluid Mech., Vol. 14, pp. 189-212.

**Long, T.A, Petersen, R.A. (1992)**, Controlled interactions in a forced axisymmetric jet. Part 1. The distortion of the mean flow, J. Fluid Mech., Vol 235, pp. 37-55.

**Lumley, J.L. (1967)**, *Similarity and the turbulent energy spectrum*, Phys. Fluids, Vol. 10, pp. 855-858.

**Maqueda, G. (1987)**, *Análisis y evolución de los parámetros turbulentos en la capa límite superficial atmosférica en base a datos de una torre meteorológica*, Tesis Doctoral, Facultad de Ciencias Físicas, U.C.M.

**Maqueda G.; Gómez M.C.; Cano J.L.; Viñas C. (1991)**, *Coherencia de las componentes horizontales del viento en condiciones adiabáticas para diferentes estratos*, Rev. de Geofísica, 47, pp. 227-236.

**Martínez-Val, R. (1985)**, *Visualization of coherent structures in turbulent flows. Analysis of the wake of a circular cylinder*, Final Tech. Report, Matsumae Intl. Foundation. Tokyo.

**Mattingly, G.E. (1983)**, *Volume flow measurements*, Ed. R.J. Goldstein. Washington Hemisphere Publishing Corporation, pp. 245-306.

**Mazunder, M.K. (1970)**, *Laser Doppler velocimetry without directional ambiguity using frequency shifted incident beams*, Appl. Phys. Lett., Vol. 16, pp. 462-464.

**Melling, A.; Whitelaw, J.H. (1973)**, *Seeding of gas flows for laser anemometry*, DISA Information, N° 15, pp. 5-14.

- Menon, R.K. (1989)**, *Selection of seed particles for LDV measurements*, Modern Techniques and Measurements in Fluid Flows, pp. 5-10, Pergamon Press, Oxford.
- Merzkirch, W. (1987)**, *Techniques of flow visualization*, AGARD, AG-302.
- Merzkirch, W. (1987(b))**, *Flow visualization*, Second Edition, Academic Press, Inc..
- Michalke, A. (1965)**, *On spatially growing disturbances in a inviscid shear layer*, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 23, pp. 521-544.
- Michalke, A. (1984)**, *Survey on jet instability theory*, Prog. Aerospace Sci., 21, pp. 159-199.
- Michalke, A; Fuchs, H.V. (1975)**, *On turbulence and noise of an axisymmetric jet shear layer*, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 70, pp. 179-205.
- Michalke, A.; Hermann, G. (1982)**, *On the inviscid instability of a circular jet with external flow*, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 114, pp. 343-359.
- Mollo-Christensen, E. (1967)**, *Jet noise and shear flow instability seen from an experimenter's viewpoint*, Trans. ASME E: Journal of Applied Mechanics, pp. 1-7.
- Monin, A.S.; Yaglom, A.M. (1971)**, *Statistical Fluid Mechanics: Mechanics of Turbulence*, Vol. 1, MIT Press, Cambridge, Massachusetts.
- Monkewitz, P.A.; Bechert, D.W.; Barsikow, B.; Lehmann, B. (1990)**, *Self-excited oscillations and mixing in a heated round jet*, J. Fluid Mech., Vol. 213, pp. 611-639.

**Moss, J.B. (1980)**, *Simultaneous measurements of concentration and velocity in an open premixed turbulent flame*, Combustion, Science and Technology, Vol. 22, pp. 119-129.

**Panofsky, H.A.; Blackadar, A.K.; McVehil, G.E. (1960)**, *The diabatic wind profile*, Q.J.R. Meteor. Soc., Vol. 86, pp. 495-503.

**Panofsky H.A.; Dutton J.A. (1984)**, *Atmospheric turbulence. Models and methods for engineering applications*, John Wiley and Sons, New York.

**Perry, A.E.; Lim, T.T. (1978)**, *Coherent structures in coflowing jets and wakes*, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 88, pp. 451-463.

**Petersen, R.A. (1978)**, *Influence of wave dispersion on vortex pairing in a jet*, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 89, pp. 469-495.

**Petersen, R.A.; Samet, M.M. (1988)**, *On the preferred mode of jet instability*, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 194, pp. 153-173.

**Peterson, J.; Bayazitoglu, Y. (1992)**, *Measurements of velocity and turbulence in vertical axisymmetric isothermal and buoyant jets*, J. of Heat Transfer, Vol. 114, pp. 135-142.

**Rader, C.M. (1979)**, *Programs for Digital Signal Processing*, Editado por The Digital Signal Processing Comitee, IEEE Press, John Wiley & Sons, New York.

**Roberts, J.B.; Gaster, M. (1980)**, *On the estimation of spectra from randomly sampled signals: a method of reducing variability*, Proc. R. Soc. London A, 371, pp. 235-258.

---

**Rodi, W. (1987)**, *Examples of calculation methods for flow and mixing in stratified fluids*, J. Geophys. Res., Vol. 92(C5), pp. 5305-5328.

**Rodriguez, P.; Peinado, D.; Lecuona, A.; Nogueira, J.I. (1994)**, *Experimental evaluation of the entrainment enhancement produced by forcing three-dimensional coherent structures in laminar jets*, Enviada para su publicación a Journal of Fluid Mechanics.

**Rolfe, E.; Huffaker, R.M. (1967)**, *Laser Doppler velocity instrument for wind tunnel turbulence and velocity measurements*, NASA Rep. N68-18099.

**Roquemore, W.M.; Tankin, R.S; Chiu, H.H; Lottes, S.A. (1986)**, *A study of bluff-body combustor using laser sheet lighting*, Experiments in Fluids, Vol. 4, pp. 205-213.

**Roshko, A. (1976)**, *Structure of turbulent shear flows: a new look*, AIAA Journal, Vol. 14, N° 10 October, pp. 1349-1357.

**Sang Soo Lee; Liu, J.T.C. (1993)**, *Multiple large-scale coherent mode interactions in a developing round jet*, J. Fluid Mech., Vol. 248, pp. 383-401.

**Schlichting, H. (1972)**, *Teoría de la capa límite*, 5ª edición. Ediciones Urmo, Bilbao.

**Settles, G.S. (1986)**, *Modern developments in flow visualization*, AIAA Journal, Vol. 24, pp. 1313-1323.

**Slawson, P.R.; Csanady, G.T. (1971)**, *The effect of atmospheric conditions on plume rise*, J. Fluid Mech., Vol. 47, pp. 33-49.

**Srikantaiah, D.V; Coleman, H.W. (1981)**, *Turbulent spectra from individual realization laser velocimetry data*, Experiments in Fluids, Vol. 3, pp 35-44.

**Stevenson, W.H. (1979)**, *A historical review of laser velocimetry*; en Laser velocimetry and particle sizing, ed. Thompson, H. & Stevenson, W.; Hemisphere Pub. Co., New York..

**Strawa, A.W.; Cantwell, B.J. (1985)**, *Visualization of the structure of a pulsed methane-air diffusion flame*, Physics of Fluids, Vol. 28, pp. 2317-2320.

**Strawa, A.W.; Cantwell, B.J. (1989)**, *Investigation of an excited jet diffusion flame at elevated pressure*, J. Fluid Mech., Vol. 200, pp. 309-336.

**Stull, R.B. (1988)**, *An introduction to boundary layer meteorology*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, Holanda.

**Subbarao, E.R.; Cantwell, B.J. (1992)**, *Investigation of a co-flowing buoyant jet: experiments on the effect of Reynolds number and Richardson number*, J. Fluid Mech., Vol. 245, pp. 69-90.

**Townsend, A.A. (1956)**, *The structure of turbulent shear flow*, Cambridge University Press, Cambridge.

**Tropea, C. (1986)**, *A practical aid for choosing the shift frequency in LDA*, Experiments in Fluids, Vol. 4, pp. 79-80.

**TSI. Laser Velocimetry Systems**, (Catálogo) TSI Corp., St. Paul, Mn., USA.

**TSI. (1986)**, *Model 9180 Frequency Shift System, Instruction Manual*, Rev. C, TSI corp., St. Paul, Mn., USA.

---

**TSI. (1987)**, *System 9100-7 Laser Doppler Velocimeter. Instruction Manual. Rev. B*, TSI Corp., St. Paul, Mn., USA.

**Utami, T.; Ueno, T. (1984)**, *Visualization and picture processing of turbulent flow*, Experiments in Fluids, Vol. 2, pp. 25-32.

**Viedma, A. (1988)**, *Estudio experimental de un flujo turbulento pulsátil mediante anemometría Láser-Doppler*, Tesis Doctoral, Universidad Politécnica de Madrid.

**Viedma, A. (1990)**, *Introducción a la velocimetría Láser-Doppler*, Curso-seminario sobre técnicas de velocimetría láser y de sensor caliente y sus aplicaciones. E.T.S.I. Aeronáuticos, U.P.M. .

**Viedma, A.; Martínez-Val, R. (1985)**, *Estimación de las funciones de autocorrelación y espectro de energía en flujos turbulentos mediante anemometría Láser-Doppler*, Anales de Ingeniería Mecánica, Año 3, N° 1, pp. 531-541.

**Viedma, A.; Martínez-Val, R.; Cuerno, C. (1988)**, *Structure of the pulsating flow past aortic prosthesis by LDA measurements*, Proc. 4th Int. Symp. Appl. LDA to Fluid Mechanics, paper 21.6, Lisboa.

**Vreeburg, J.P.B.; Huijser, R.H.; Delil, A.A.M. (1985)**, *Fluid physics instrumentation study*, ESA Contract 5188/82/NL/HP (SC). Final Report, Part. I: System Aspects. NLR, TR 85017L.

**Wendt, R.E. (ed.) (1974)**, *Flow, its measurements and control in science and industry*, Vol. 1, Part. Two. Pittsburg: Instrument Soc. America.

**White, F. (1979)**, *Mecánica de fluidos*, McGraw-Hill, Inc., USA.

---

**Wyngaard J.C.; Coté O.R. (1971)**, *The budgets of turbulent kinetic energy and temperature variance in the atmospheric surface layer*, Journal of the Atmospheric Sciences, 28, pp. 190-201.

**Yagüe, C. (1992)**, *Estudio de la mezcla turbulenta a través de experimentos de laboratorio y datos micrometeorológicos*, Tesis Doctoral, Facultad de Ciencias Físicas, U.C.M.

**Yeh, Y.; Cummins, H.Z. (1964)**, *Localized fluid flow measurements with an He-Ne Laser spectrometer*, Appl. Phys. Lett., Vol. 4, pp. 176-178.

**Yule, A.J. (1978)**, *Large-scale structure in the mixing layer of a round jet*, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 89, pp. 413-432.

**Zaman, K.B.M.; Hussain, A.K.M.F. (1980)**, *Vortex pairing in a circular jet under controlled excitation. Part 1: General jet response*, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 101, pp. 449-491.