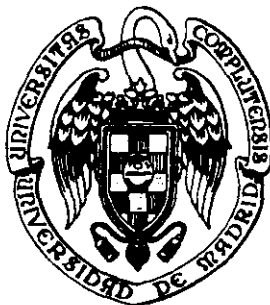


R. 57.7 92

**UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID**  
**FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS Y EMPRESARIALES**

---

T  
1835



**ANALISIS DE LA PARIDAD PESETA-MARCO DURANTE  
EL PERÍODO 1987-1996 MEDIANTE EL EMPLEO DE  
ALGUNOS MODELOS DE DETERMINACIÓN  
DEL TIPO DE CAMBIO**

## AGRADECIMIENTOS

Como preámbulo al trabajo que ahora presento, deseo mostrar mi gratitud hacia todas aquellas personas que de un modo u otro me han prestado su ánimo y ayuda en el desarrollo del mismo. En este sentido quiero tener un especial recuerdo hacia la profesora Dña. M<sup>a</sup> Teresa Castaño del Riego al haberme sugerido el tema sobre el que he trabajado y prestarme su apoyo incondicional en los primeros momentos.

También deseo manifestar mi agradecimiento hacia el profesor F.V.K. Fitzgerald por sus enseñanzas acerca del tipo de cambio en el curso de doctorado que impartió en la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales de la Universidad Complutense de Madrid durante el curso 1994-1995 y del que tuve la fortuna de ser alumno.

Profundamente reconocido estoy también al profesor Dn. José Hernández Alonso por sus comentarios y sugerencias en relación a la parte econométrica que forma parte de este trabajo.

Para con mi director de tesis, el profesor Dn. Luis Hernández Mendoza, debo reconocer públicamente la deuda que con él he contraído por el tiempo y esfuerzo que pacientemente dedicó a leer y comentar los borradores que le fui presentando, así como por la confianza depositada en este doctorando.

Hago extensible mi agradecimiento a aquella o aquellas personas que simplemente por amistad me han prestado su máxima ayuda y gran apoyo.

Por último, deseo agradecer a mi mujer y a mis hijos la paciencia y comprensión que han tenido durante los largos períodos de tiempo que he estado abstraído bien estudiando o bien delante del ordenador realizando este trabajo. Espero que sepan perdonarme la falta de atención que injustamente les he sustraído.

Muchas gracias a todos.

Carlos Manrique Carreño

## INDICE

### **CAPÍTULO 1: INTRODUCCIÓN**

1.1. Los enfoques en la modelización del tipo de cambio .....	1
1.2. Clasificación y características de los modelos de equilibrio de stocks .....	2
1.3. La modelización del tipo de cambio mediante los modelos basados en los equilibrios de stocks .....	6
1.4. Objetivo del Proyecto de Tesis Doctoral .....	8
1.4.1 Justificación de los modelos escogidos .....	9
1.4.2 Justificación de la aplicación sobre la que se realiza la contrastación empírica .....	10
1.5. Metodología empleada en el desarrollo del trabajo .....	11

### **CAPÍTULO 2: MODELOS MONETARIOS CON PRECIOS FLEXIBLES**

2.1. El modelo monetario básico	
2.1.1. Hipótesis sobre las que se sustenta .....	12
2.1.2. El equilibrio en el mercado monetario .....	13
2.1.3. Función de demanda de dinero tipo Cagan .....	13

2.1.4. El tipo de cambio nominal y la paridad del poder adquisitivo .....	14
2.2. Principales conclusiones que se derivan de la determinación del tipo de cambio mediante el modelo monetario básico .....	16
2.3. Las expectativas y el modelo monetario básico .....	18
2.3.1. La paridad no cubierta de intereses (PNCI) .....	18
2.3.2. La paridad del poder adquisitivo .....	19
2.3.3. El efecto Fisher .....	20
2.3.4. La formación de expectativas .....	21
2.4. Linealización de la ecuación representativa de tipo de cambio nominal .....	22
2.5. El modelo de Frenkel .....	23
2.6. Limitaciones del modelo monetario básico .....	24
2.7. El tipo de cambio real. La paridad del poder adquisitivo relativa. ....	25
2.8. La paridad no cubierta de intereses reales .....	26
2.9. Un modelo monetario generalizado .....	29
2.10. Conclusiones sobre el modelo monetario generalizado .....	30

### **CAPÍTULO 3: MODELOS MONETARIOS CON PRECIOS RÍGIDOS**

3.1. Características generales de los modelos con precios rígid	34
---	----

3.2. El modelo de Dornbusch con ajuste instantáneo del tipo de interés nominal .....	36
3.2.1. Ecuaciones constitutivas del modelo .....	37
3.2.1.1. Equilibrio en el mercado monetario .....	37
3.2.1.2. Demanda agregada en el mercado de bienes y servicios .....	38
3.2.1.3. Paridad no cubierta de intereses (PNCI) .....	39
3.2.1.4. Ajuste de los precios en el mercado de bienes y servicios .....	40
3.2.1.5. Esquema de formación de expectativas .....	41
3.2.2. Equilibrio a largo plazo: Condiciones sobre el tipo de cambio, nivel de precios y tipo de interés .....	42
3.2.3. Ecuaciones diferenciales representativas de las trayectorias a largo plazo del tipo de cambio y nivel de precios .....	43
3.2.4. Solución del sistema de ecuaciones diferenciales de las trayectorias a largo plazo del tipo de cambio y nivel de precios .....	46
3.2.5. Conclusiones derivadas del modelo .....	47
3.2.6. Linealización del modelo de Dornbusch con ajuste instantáneo del tipo de interés nominal .....	51
3.3. El modelo de Dornbusch con ajuste retardado del tipo de interés nominal .....	53
3.3.1. Ecuaciones constitutivas del modelo .....	54
3.3.1.1. Equilibrio en el mercado monetario .....	54
3.3.1.2. Demanda agregada en el mercado de bienes y servicios .....	55
3.3.1.3. Paridad no cubierta de intereses (PNCI) .....	55

---

3.3.1.4. Ajuste de los precios en el mercado de bienes y servicios .....	55
3.3.1.5. Esquema de formación de expectativas .....	56
3.3.2. Equilibrio a largo plazo: Condiciones sobre el tipo de cambio, nivel de precios y tipo de interés .....	56
3.3.3. Ecuaciones diferenciales representativas de las trayectorias a largo plazo del tipo de cambio y nivel de precios .....	57
3.3.4. Solución del sistema de ecuaciones diferenciales de las trayectorias a largo plazo del tipo de cambio y nivel de precios .....	59
3.3.5. Conclusiones derivadas del modelo .....	62
3.3.6. Linealización del modelo de Dornbusch con ajuste retardado del tipo de interés nominal .....	64
3.4. El modelo de Dornbusch con nivel de renta endógeno .....	66
3.4.1. Ecuaciones constitutivas del modelo .....	67
3.4.1.1. Equilibrio en el mercado monetario .....	67
3.4.1.2. Demanda agregada en el mercado de bienes y servicios .....	68
3.4.1.3. Paridad no cubierta de intereses (PNCI) .....	69
3.4.1.4. Ajuste de los precios en el mercado de bienes y servicios .....	70
3.4.1.5. Esquema de formación de expectativas .....	70
3.4.2. Equilibrio a largo plazo: Condiciones sobre el tipo de cambio, nivel de precios tipo de interés y renta .....	71
3.4.3. Ecuaciones diferenciales representativas de las trayectorias a largo plazo del tipo de cambio y nivel de precios .....	71

3.4.4. Solución del sistema de ecuaciones diferenciales de las trayectorias a largo plazo del tipo de cambio y nivel de precios .....	75
3.4.5. Conclusiones derivadas del modelo .....	76
3.4.6. Linealización del modelo de Dornbusch con nivel de renta endógeno .....	79
3.5. El modelo de Frankel .....	82
3.5.1. Ecuaciones constitutivas del modelo .....	83
3.5.1.1. Equilibrio en el mercado monetario .....	83
3.5.1.2. Demanda agregada en el mercado de bienes y servicios .....	83
3.5.1.3. Paridad no cubierta de intereses (PNCI) .....	83
3.5.1.4. Ajuste de los precios en el mercado de bienes y servicios .....	84
3.5.1.5. Esquema de formación de expectativas .....	84
3.5.2. Conclusiones derivadas del modelo .....	85

## **CAPÍTULO 4: MODELOS DE EQUILIBRIO DE CARTERA**

4.1. Características generales de los modelos de equilibrio de cartera .....	88
4.2. El modelo de Frenkel y Rodriguez .....	90
4.2.1. Ecuaciones constitutivas del modelo .....	92
4.2.1.1. Equilibrio en el mercado monetario .....	92
4.2.1.2. Demanda agregada en el mercado de bienes y servicios .....	93
4.2.1.3. Ajuste de los precios en el mercado de bienes y servicios .....	94

4.2.1.4. Esquema de formación de expectativas . . . . .	95
4.2.1.5. Equilibrio de la balanza de pagos . . . . .	96
4.2.2. Equilibrio a largo plazo: Condiciones sobre el tipo de cambio, nivel de precios y tipo de interés . . . . .	97
4.2.3. Ecuaciones diferenciales representativas de las trayectorias a largo plazo del tipo de cambio y nivel de precios . . . . .	97
4.2.4. Solución del sistema de ecuaciones diferenciales de las trayectorias a largo plazo del tipo de cambio y nivel de precios . . . . .	100
4.2.5. Conclusiones derivadas del modelo . . . . .	102
4.2.6. Linealización del modelo de Frenkel y Rodriguez . . . . .	106

## **CAPÍTULO 5: CONTRASTACIÓN DE MODELOS MONETARIOS CON PRECIOS FLEXIBLES: EL MODELO MONETARIO BÁSICO**

5.1. Relación funcional objeto de la estimación . . . . .	108
5.2. Restricciones sobre los coeficientes de la regresión . . . . .	109
5.3. Selección de las variables empleadas en la contrastación . . . . .	109
5.4. Regresión por mínimos cuadrados ordinarios (MCO) del modelo perteneciente al período 1987-1996 . . . . .	110
5.4.1. Corrección de la autocorrelación en las perturbaciones aleatorias . . . . .	117
5.4.2. Análisis de la multicolinealidad en las variables explicativas . . . . .	120



---

5.4.3. Análisis de la presencia de heterocedasticidad en las perturbaciones aleatorias .....	121
5.5. Regresión por mínimos cuadrados generalizados (MCG) del modelo perteneciente al período 1987-1996 .....	124
5.5.1. Corrección de la autocorrelación en las perturbaciones aleatorias .....	125
5.6. Conclusiones acerca del modelo estimado .....	129
5.7. Test de cambio estructural .....	129
5.8. Regresión por mínimos cuadrados ordinarios (MCO) del modelo perteneciente al período 1987-1992 .....	131
5.8.1 Análisis de la multicolinealidad en las variables explicativas .....	134
5.8.2. Análisis de la presencia de heterocedasticidad en las perturbaciones aleatorias .....	135
5.9. Regresión por mínimos cuadrados generalizados (MCG) del modelo perteneciente al período 1987-1992 .....	136
5.9.1. Corrección de la autocorrelación en las perturbaciones aleatorias .....	137
5.10. Conclusiones acerca del modelo estimado .....	140
5.11 Regresión por mínimos cuadrados generalizados (MCG) del modelo perteneciente al período 1992-1996 .....	141
5.11.1. Análisis de la multicolinealidad en las variables explicativas .....	144
5.11.2. Análisis de la presencia de heterocedasticidad en las perturbaciones aleatorias .....	144
5.11.3. Corrección de la autocorrelación en las perturbaciones aleatorias .....	144

5.12. Conclusiones acerca del modelo estimado .....	147
---	-----

## **CAPÍTULO 6: CONTRASTACIÓN DE MODELOS MONETARIOS CON PRECIOS FLEXIBLES: UN MODELO MONETARIO GENERALIZADO**

6.1. Relación funcional objeto de la estimación .....	148
6.2. Restricciones sobre los coeficientes de la regresión .....	149
6.3. Selección de las variables empleadas en la contrastación .....	149
6.4. Regresión por mínimos cuadrados generalizados (MCG) del modelo perteneciente al período 1987-1996 .....	150
6.4.1. Análisis de la multicolinealidad en las variables explicativas .....	154
6.4.2. Análisis de la presencia de heterocedasticidad en las perturbaciones aleatorias .....	155
6.4.3. Corrección de la autocorrelación en las perturbaciones aleatorias .....	155
6.5. Conclusiones acerca del modelo estimado .....	158
6.6. Test de cambio estructural .....	158
6.7. Regresión por mínimos cuadrados ordinarios (MCO) del modelo perteneciente al período 1987-1992 .....	159
6.7.1. Análisis de la multicolinealidad en las variables explicativas .....	161
6.7.2. Análisis de la presencia de heterocedasticidad en las perturbaciones aleatorias .....	162

6.8. Regresión por mínimos cuadrados generalizados (MCG) del modelo perteneciente al período 1987-1992 .....	162
6.8.1. Corrección de la autocorrelación en las perturbaciones aleatorias .....	164
6.9. Conclusiones acerca del modelo estimado .....	166
6.10 Regresión por mínimos cuadrados generalizados (MCG) del modelo perteneciente al período 1992-1996 .....	167
6.10.1. Análisis de la multicolinealidad en las variables explicativas .....	169
6.10.2. Análisis de la presencia de heterocedasticidad en las perturbaciones aleatorias .....	169
6.10.3. Corrección de la autocorrelación en las perturbaciones aleatorias .....	171
6.11. Conclusiones acerca del modelo estimado .....	174

## **CAPÍTULO 7: CONTRASTACIÓN DE MODELOS MONETARIOS CON PRECIOS RÍGIDOS: LOS MODELOS DE DORNBUSCH Y FRANKEL**

7.1. Relación funcional objeto de la estimación .....	175
7.2. Restricciones sobre los coeficientes de la regresión .....	176
7.3. Selección de las variables empleadas en la contrastación .....	177
7.4. Regresión por mínimos cuadrados del modelo perteneciente al período 1987-1996 .....	178

7.4.1. Corrección de la autocorrelación en las perturbaciones aleatorias .....	179
7.5. Regresión por mínimos cuadrados generalizados (MCG) del modelo perteneciente al período 1987-1996 .....	180
7.5.1. Análisis de la multicolinealidad en las variables explicativas .....	183
7.5.2. Análisis de la presencia de heterocedasticidad en las perturbaciones aleatorias .....	184
7.5.3. Corrección de la autocorrelación en las perturbaciones aleatorias .....	185
7.6. Conclusiones acerca del modelo estimado .....	188
7.7. Test de cambio estructural .....	189
7.8. Regresión por mínimos cuadrados generalizados (MCG) del modelo perteneciente al período 1987-1992 .....	190
7.8.1. Análisis de la multicolinealidad en las variables explicativas .....	193
7.8.2. Análisis de la presencia de heterocedasticidad en las perturbaciones aleatorias .....	193
7.8.3. Corrección de la autocorrelación en las perturbaciones aleatorias .....	194
7.9. Conclusiones acerca del modelo estimado .....	197
7.10. Regresión por mínimos cuadrados generalizados (MCG) del modelo perteneciente al período 1992-1996 .....	199
7.10.1. Análisis de la multicolinealidad en las variables explicativas .....	202
7.10.2. Análisis de la presencia de heterocedasticidad en las perturbaciones aleatorias .....	202

7.10.3. Corrección de la autocorrelación en las perturbaciones aleatorias .....	203
7.11. Conclusiones acerca del modelo estimado .....	206

## **CAPÍTULO 8: CONTRASTACIÓN DE MODELOS DE EQUILIBRIO DE CARTERA: EL MODELO DE FRENKEL Y RODRIGUEZ**

8.1. Relación funcional objeto de la estimación .....	208
8.2. Restricciones sobre los coeficientes de la regresión .....	209
8.3. Selección de las variables empleadas en la contrastación .....	210
8.4. Regresión por mínimos cuadrados generalizados (MCG) del modelo perteneciente al período 1987-1996 .....	211
8.4.1. Análisis de la multicolinealidad en las variables explicativas .....	214
8.4.2. Análisis de la presencia de heterocedasticidad en las perturbaciones aleatorias .....	215
8.4.3. Corrección de la autocorrelación en las perturbaciones aleatorias .....	215
8.5. Conclusiones acerca del modelo estimado .....	219
8.6. Test de cambio estructural .....	220
8.7. Regresión por mínimos cuadrados generalizados (MCG) del modelo perteneciente al período 1987-1992 .....	221

8.7.1	Análisis de la multicolinealidad en las variables explicativas .....	224
8.7.2	Análisis de la presencia de heterocedasticidad en las perturbaciones aleatorias .....	225
8.7.3	Corrección de la autocorrelación en las perturbaciones aleatorias .....	225
8.8	Conclusiones acerca del modelo estimado .....	229
8.9	Regresión por mínimos cuadrados generalizados (MCG) del modelo perteneciente al período 1992-1996 .....	230
8.9.1	Análisis de la multicolinealidad en las variables explicativas .....	233
8.9.2	Análisis de la presencia de heterocedasticidad en las perturbaciones aleatorias .....	233
8.9.3	Corrección de la autocorrelación en las perturbaciones aleatorias .....	234
8.10	Conclusiones acerca del modelo estimado .....	237

## **CAPÍTULO 9: CONCLUSIONES**

9.1	Resumen de los ajustes obtenidos con los modelos .....	239
9.1.1	Modelo abarcando el período 1987-1996 .....	240
9.1.2	Modelo abarcando el período 1987-1992 .....	242
9.1.3	Modelo abarcando el período 1992-1996 .....	244
9.2	Consideraciones acerca de los resultados obtenidos .....	246

## **ANEJO 1: RESOLUCIÓN DE LOS SISTEMAS DE ECUACIONES DIFERENCIALES. CONDICIONES DE EQUILIBRIO A LARGO PLAZO**

- Modelo de Dornbusch con ajuste instantáneo del tipo de interés nominal ..... 272
- Modelo de Dornbusch con ajuste retardado del tipo de interés nominal ..... 278
- Modelo de Dornbusch con nivel de renta endógeno ..... 284
- Modelo de Frenkel y Rodriguez ..... 289

## **ANEJO 2: TABLAS DE VALORES DE LAS VARIABLES EMPLEADAS EN LOS MODELOS**

**BIBLIOGRAFÍA ..... 306**

**CAPÍTULO 1**  
**INTRODUCCIÓN**



## **1.1. LOS ENFOQUES EN LA MODELIZACIÓN DEL TIPO DE CAMBIO**

La investigación acerca de la modelización del tipo de cambio de una divisa con respecto a otra ha ido pasando por diferentes etapas a lo largo del tiempo. Así en los años anteriores a 1973 el centro de atención de la cuestión eran los equilibrios de flujos entre los países, de forma tal que el tipo de cambio podía determinarse mediante las correspondientes funciones de oferta y demanda de cada una de las divisas, cuyo origen residía en el comercio internacional de bienes y servicios (exportaciones e importaciones). Modelos que responden a este planteamiento son los de Meade (1951) y Mundell - Fleming (1963).

Con posterioridad, la crisis del sistema de Bretton Woods a comienzos de los años setenta unido a la falta de explicación en muchos casos de las desviaciones producidas entre los valores efectivos del tipo de cambio y los predichos por los modelos, hace que en la literatura económica comiencen a aparecer modelos en los que no solamente el comercio internacional sea el hecho relevante en la fijación de un determinado tipo de cambio, sino también el deseo de los diferentes agentes que intervienen en la economía por mantener su riqueza en forma de activos valorados en diferentes monedas. Nace así el enfoque denominado como de equilibrio de stocks el cual pretende explicar las fluctuaciones del tipo de cambio mediante un proceso análogo al que se ven sometidos los precios de otros activos financieros.

Como señalan Gámez y Torres (\*), este enfoque se basa en los siguientes supuestos:

- El tipo de cambio se determina por las condiciones de equilibrio de los stocks existentes de activos.

---

(\*) Gámez C. y Torres J.L.: *Teoría Monetaria Internacional*. Ed: Mc Graw Hill (1996)

- Los ajustes del tipo de cambio se producen con gran rapidez debido a la llegada de nueva información. Debido a ello, las expectativas de los agentes evolucionan con extrema celeridad e inducen cambios súbitos en el tipo de cambio, lo cual permite explicar su comportamiento errático a corto plazo.
- El tipo de cambio está fuertemente influido por consideraciones de rentabilidad y riesgo lo cual condiciona la composición óptima de las carteras de los detentadores de activos.

## **1.2. CLASIFICACIÓN Y CARACTERÍSTICAS DE LOS MODELOS DE EQUILIBRIO DE STOCKS**

Dentro del enfoque de equilibrio de stocks, también denominado mercado de activos, existen las siguientes tipologías de modelos:

- Modelos monetarios.
  - Con precios flexibles.
  - Con precios rígidos.
- Modelos de equilibrio de cartera.

En todos estos modelos se supone que existe movilidad perfecta de capital, sin embargo, en los modelos monetarios se supone además la sustituibilidad perfecta de activos en diferentes monedas y consecuentemente inexistencia de riesgos asociados con la incertidumbre del tipo de cambio. En los modelos de equilibrio de cartera se parte de la imperfecta sustituibilidad entre los diferentes activos y en consecuencia aversión hacia el riesgo por parte de los detentadores de activos.

Los modelos monetarios se subdividen a su vez como de precios flexibles o de precios rígidos. En el primer caso, se supone que el tipo de cambio es un fenómeno esencialmente monetario y que los niveles de precios se modifican instantáneamente ante alteraciones en el equilibrio del mercado. En estas condiciones, el tipo de cambio queda determinado simultáneamente a la vez que se produce el correspondiente equilibrio en los mercados de dinero de los correspondientes países. Esta especificación puede ser no obstante generalizada mediante la inclusión de elementos de carácter real que permitan considerar la influencia de los mercados de bienes y servicios en la determinación del tipo de cambio.

Los modelos con precios rígidos hacen intervenir en la determinación del tipo de cambio no solo a los elementos de carácter monetario sino también a aquellos de carácter real. Desde este punto de vista, el tipo de cambio de equilibrio se produce mediante la interacción simultánea de los mercados de dinero y de bienes y servicios, a la vez que se considera que los precios son rígidos a corto plazo ante alteraciones en el equilibrio y en estas circunstancias el tipo de cambio sobrerreacciona por encima o por debajo de su valor a largo plazo mientras que el nivel de precios se ajusta a su nuevo valor de equilibrio.

En cualquiera de los casos, el tipo de cambio puede ser expresado mediante una combinación lineal de un conjunto de variables macroeconómicas (fundamentos) y opcionalmente un término que recoga las expectativas de los agentes en la evolución futura del mismo. Algunos modelos prescinden de este último término ya que consideran un esquema de formación de expectativas implícito a la propia especificación del mismo. No obstante, en otros aparece como un término claramente diferenciado y cuya ley de variación puede responder básicamente a alguna de las formas que seguidamente enumeramos:

- Expectativas adaptativas de forma que los valores esperados futuros para el tipo de cambio son función de los valores que anteriormente éste haya tomado. La afirmación anterior puede expresarse analíticamente de la siguiente forma:

$$E_t s_{t+1} - E_{t-1} s_t = (1 - \theta)(s_t - E_{t-1} s_t) \quad 0 < \theta < 1 \quad (1.1)$$

siendo  $s_t$  el logaritmo del tipo de cambio nominal en el período  $t$ ,  $s_{t+1}$  el logaritmo del tipo de cambio nominal en el período  $t+1$  y  $\theta$  un parámetro de ajuste. Es decir, la variación en el tipo de cambio esperado (en forma de logaritmos) es proporcional a la discrepancia entre el tipo de cambio registrado y el tipo de cambio esperado para ese período (también en forma de logaritmos).

Operando adecuadamente la relación anterior puede también expresarse como:

$$E_t s_{t+1} = (1 - \theta)s_t + \theta E_{t-1} s_t \quad 0 < \theta < 1 \quad (1.2)$$

Esta ecuación describe, de otra manera, la capacidad de aprendizaje de los agentes: el tipo de cambio esperado para el período  $t+1$  es una media ponderada del tipo de cambio registrado en  $t$  y del esperado en  $t-1$  para el período  $t$ , con ponderaciones  $(1-\theta)$  y  $\theta$ , respectivamente.

- Expectativas regresivas tomando como base para predecir los tipos de cambio futuros las desviaciones que en el momento presente se producen entre el tipo de cambio actual y su valor de equilibrio a largo plazo. Este hecho se puede reflejar algebraicamente del siguiente modo:

$$E_t s_{t+1} - s_t = \theta(\bar{s} - s_t) \quad 0 < \theta < \infty \quad (1.3)$$

siendo  $\theta$  un parámetro positivo que mide la velocidad de ajuste del logaritmo del tipo de cambio presente ( $s_t$ ) al logaritmo de su valor de equilibrio a largo plazo ( $\bar{s}$ ).

Esta última expresión permite asimismo una representación alternativa del siguiente modo:

$$E_t s_{t+1} = (1 - \theta)s_t + \theta\bar{s} \quad 0 < \theta < \infty \quad (1.4)$$

la cual nos dice que el tipo de cambio esperado para el período  $t+1$  es una media ponderada del tipo de cambio registrado en  $t$  y del tipo de cambio de equilibrio a largo plazo, con ponderaciones  $(1-\theta)$  y  $\theta$ , respectivamente.

- Expectativas racionales consideran que en el futuro el tipo de cambio se seguirá comportando como hasta el momento actual lo haya venido haciendo, de tal forma que si el mismo depende de un determinado número de variables macroeconómicas (fundamentos), en el futuro lo seguirá igualmente haciendo. De esta manera lo que se trata realmente es de establecer un método para determinar los valores esperados de dichos fundamentos que permitan en función de los mismos determinar los valores esperados para el tipo de cambio futuro.

En general los modelos suelen considerar la hipótesis de que el país externo se ve poco influenciado (país grande) por los acontecimientos que puedan ocurrir en el país interno, de forma que ello permite tomar como exógenas los

fundamentos del primero de ellos.

### **1.3. LA MODELIZACIÓN DEL TIPO DE CAMBIO MEDIANTE LOS MODELOS BASADOS EN LOS EQUILIBRIOS DE STOCKS**

La modelización de tipo de cambio bajo el enfoque mercado de activos supone aceptar que las divisas no representan en todos los casos la contrapartida lógica a la entrega de un bien o servicio, como así se entiende bajo el enfoque de equilibrio de flujos, sino que complementariamente a lo anterior, suponen una forma alternativa de mantener riqueza y en este sentido compiten con otros activos financieros alternativos. Es por ello que se debe entonces aceptar en cuanto a su precio (tipo de cambio) los mismos problemas que existen con respecto al de los restantes activos. Así, es bien conocido que en gran número de ocasiones el precio de las acciones de las empresas no está simplemente descontando al instante de la valoración las expectativas respecto a los flujos positivos futuros que se espera rindan sus proyectos de inversión, sino que con independencia de este análisis fundamental, la valoración bursátil puede estar teniendo en cuenta otro tipo de situaciones de forma más o menos razonable u objetiva, y en consecuencia fijando un precio que puede alejarse sustancialmente de la valoración fundamental anteriormente aludida (volatilidad).

A los modelos que hemos expuesto no se les debe en buena lógica considerar en un contexto diferente al anteriormente mencionado para el caso de las acciones, esto es, dichos modelos pretenden establecer una valoración lo más objetiva posible desde un punto de vista fundamental, del precio de una divisa en términos de otra basándose en la medición actual de ciertas variables macroeconómicas (o diferenciales de las mismas) que sin duda afectan al tipo de cambio y en unas expectativas de variación futura del mismo las cuales asimismo dependen de la proyección futura que se lleve a cabo acerca de las

mencionadas variables. En cualquier caso, dicha proyección se realiza mediante algún tipo de esquema que resulte asimismo razonable teniendo en consideración que los agentes se comportarán en el futuro de manera similar a como lo han realizado en épocas recientes del pasado. Aún así se observa en gran número de contrastaciones, que el mercado está valorando (con mayor o menor objetividad) ciertas situaciones, a veces no contempladas en las variables del modelo, que hacen que la cotización real difiera sustancialmente de la valoración fundamental.

Una dificultad adicional surge del hecho de la existencia de situaciones que afectando indudablemente a las expectativas, difícilmente pueden ser cuantificadas. Nos referimos a riesgos de inestabilidad política de todo tipo, fiscalidad diferencial entre los diferentes países y la existencia permanente de sorpresas inesperadas en el contexto internacional. El tratamiento riguroso de todo ello implica una enorme complejidad y resulta difícil pensar que pueda ser abordado con las herramientas tradicionales de análisis que hasta la fecha se han empleado. Más bien parece que el desarrollo futuro de tales situaciones solamente pueda ser considerado mediante el empleo y puesta a punto de potentes sistemas expertos de información que permitan almacenar grandes cantidades de datos referentes a lo acontecido con anterioridad en situaciones similares a las que se pretenda modelizar y que sea el propio sistema el que valorandolas convenientemente en términos de probabilidad y considerando tanto los aciertos como los errores cometidos en el pasado, pudiese evaluar el escenario más adecuado en relación a la evolución de tales expectativas.

Por otro lado, la mejor adaptación "a priori" de los diferentes modelos que hemos expuesto, parece que pueda darse entre países perteneciente a un mismo sistema monetario que imponga a todos sus miembros disciplinas similares en relación a sus fundamentos macroeconómicos, ya que la misma impone desfases máximos en los diferenciales y ello permite tener mucho mejor controladas las

expectativas acerca de la evolución futura del tipo de cambio por parte de los agentes intervinientes puesto que si tal disciplina se cumple, los agentes deberán pensar desde un punto de vista racional que las cosas no deben cambiar sustancialmente en el futuro. Ello permite suponer que no deben producirse importantes errores en la valoración futura de las tasas de variación del tipo de cambio en base a los valores esperados de los fundamentos o sus diferenciales.

Dicho esto, hemos de decir que a tales modelos solamente cabe exigirles el que ofrezcan la mejor valoración fundamental posible del tipo de cambio en un determinado instante y no que ofrezcan explicación a los cambios rápidos que a corto plazo se producen en las cotizaciones tal y como decíamos para el caso de las acciones. En consecuencia, el verdadero valor de las determinaciones dadas por estos modelos es servir como marco de referencia en cuanto a conocer en qué cantidad puede estar sobre o infravalorada una divisa y en consecuencia saber el grado de riesgo que se está asumiendo siguiendo determinadas conductas especulativas si de manera súbita la cotización regresase a su valoración fundamental.

#### **1.4. OBJETIVO DEL PROYECTO DE TESIS DOCTORAL**

Una vez revisada la evolución en el tiempo de los distintos enfoques y métodos que han servido para modelizar la dinámica del tipo de cambio, diremos que el objetivo del presente trabajo va a consistir en el análisis de la modelización del tipo de cambio, mediante algunos de los modelos denominados estructurales, a una situación concreta que a continuación justificaremos el por qué de su elección, a fin de establecer comparaciones entre los resultados obtenidos. En concreto, los modelos de los que vamos a hacer uso son:



- Modelo monetario básico.
- Modelo monetario generalizado.
- Modelo de Dornbusch con ajuste instantáneo del tipo de interés.
- Modelo de Dornbusch con ajuste retardado del tipo de interés.
- Modelo de Dornbusch con nivel de renta endógeno.
- Modelo de Frankel.
- Modelo de Frenkel y Rodríguez.

Los dos primeros se encuadran dentro de lo que podríamos llamar modelos monetarios con flexibilidad de precios, los cuatro siguientes son modelos monetarios con rigidez de precios y el último de ellos es un modelo que comparte aspectos de los modelos de precios rígidos y de equilibrio de cartera.

Con esta selección disponemos de un conjunto de modelos que abarcan los tres grupos de modelos estructurales a los que anteriormente hicimos mención.

#### **1.4.1. JUSTIFICACIÓN DE LOS MODELOS ESCOGIDOS**

En cuanto a la selección de los modelos que hemos realizado se debe, por una parte, a las posibilidades prácticas de obtener series de datos concretas en relación con las distintas variables que forman parte de la especificación de cada uno de ellos. De esta forma no resulta necesario recurrir a variables *proxy* de las mismas que hagan difícil emitir un juicio sobre la idoneidad de cada modelo, puesto que sería complejo enjuiciar si los errores se deben a una incorrecta especificación del mismo, o bien a datos inadecuados en la realización de la contrastación. En segundo lugar, se ha cuidado el considerar modelos con un mínimo de variables inobservables en el contexto de su especificación teórica a fin de no recurrir a variables instrumentales de las mismas más que en el mínimo imprescindible.

ble por motivos análogos a los que anteriormente hemos hecho mención.

#### **1.4.2. JUSTIFICACIÓN DE LA APLICACIÓN SOBRE LA QUE SE REALIZA LA CONTRASTACIÓN EMPÍRICA**

En cuanto a la selección de la aplicación concreta sobre la que realizar la contrastación, se han tenido en cuenta los criterios que hemos expuesto anteriormente acerca de la mejor validez de los resultados que pueden ofrecernos estos modelos. Así hemos comentado que la pertenencia a un mismo sistema monetario supone una mayor coordinación entre las políticas de los países miembros, con lo que los diferenciales de las variables macroeconómicas fundamentales pueden ser más estables en el tiempo lo cual redundaría en un mayor grado de certidumbre en relación a las tasas de variación esperadas del tipo de cambio. Por otra parte, la existencia de un país líder (grande) en relación a otro con el que se desea modelizar el tipo de cambio permite considerar como exógenas las variables fundamentales del exterior lo cual es un supuesto que aplican la mayoría de los modelos.

Con estos dos condicionantes, hemos seleccionado el análisis de la evolución del tipo de cambio entre España y Alemania durante un período de tiempo (1987-1996) en el que por una parte España se incorpora al SME (Sistema Monetario Europeo), y por otra en Alemania existe un período previo a la unión con la República Democrática y otro posterior a la misma, con lo que se podrá investigar empíricamente las diferencias que sobre el ajuste del tipo de cambio existen en ambos períodos con respecto a cada uno de los modelos elegidos.

## **1.5. METODOLOGÍA EMPLEADA EN EL DESARROLLO DEL TRABAJO**

En lo referente a la metodología que seguiremos en el desarrollo de este trabajo consistirá, en primer lugar, exponer para cada modelo las hipótesis sobre las que se construye (ecuaciones constitutivas), para a continuación plantear el conjunto de relaciones que permitan describir la trayectoria del tipo de cambio hacia su valor a largo plazo, discutiendo en cada caso las características del equilibrio alcanzado en función de los posibles valores que adopten los parámetros del modelo. A continuación llevaremos a cabo la contrastación empírica detallada de cada uno de dichos modelos, para los dos países y horizonte temporal anteriormente descrito. Por último expondremos las conclusiones derivadas de los resultados que se hayan obtenido conjuntamente con una interpretación de las posibles causas que estén directamente relacionadas con los mismos.

## **CAPÍTULO 2**

### **MODELOS MONETARIOS CON PRECIOS FLEXIBLES**

## 2.1. EL MODELO MONETARIO BÁSICO

### 2.1.1. HIPÓTESIS SOBRE LAS QUE SE SUSTENTA

La descripción de la evolución del tipo de cambio de acuerdo con la teoría monetaria representa un intento de explicar hacia donde tiende el tipo de cambio a largo plazo debido a que las hipótesis de las que parte solamente se pueden considerar realistas dentro de dicho contexto (\*):

- Cumplimiento de la *paridad del poder adquisitivo* (PPA). Esta condición supone que el tipo de cambio entre dos monedas cualesquiera pertenecientes a dos países, A y B, cuyos niveles internos de precios son respectivamente  $P$  y  $P^*$ , está permanentemente fijado a través de la relación:

$$S = P/P^* \quad (2.1)$$

siendo:

$S$  = Tipo de cambio nominal de la moneda del país A en relación a la moneda del país B.

$P$  = Nivel general de precios en el país A.

$P^*$  = Nivel general de precios en el país B.

- Flexibilidad perfecta de precios para que en todo momento pueda ser satisfecha la PPA tal y como la hemos definido en el punto anterior.

---

(\*) *Bilson, J.F.: The monetary approach to the exchange rate: some empirical evidence. International Monetary Staff Papers.*

### 2.1.2. EL EQUILIBRIO EN EL MERCADO MONETARIO

Bajo el enfoque monetario, los tipos de cambio se determinan como una consecuencia derivada del propio equilibrio de los respectivos mercados de dinero (interno y externo). En consecuencia, se debe cumplir la igualdad entre oferta y demanda de saldos reales en el mercado de dinero de los países A (interno) y B (externo) tal y como se expresa en las siguientes relaciones:

$$\text{País A: } M/P = L(i, Y) \quad (2.2)$$

$$\text{País B: } M^*/P^* = L^*(i^*, Y^*) \quad (2.3)$$

siendo:

$M$  = Oferta monetaria en el país A.

$M^*$  = Oferta monetaria en el país B.

$P$  = Nivel general de precios en el país A.

$P^*$  = Nivel general de precios en el país B.

$L$  = Demanda real de dinero en el país A.

$L^*$  = Demanda real de dinero en el país B.

$i$  = Tipo de interés nominal en el país A.

$i^*$  = Tipo de interés nominal en el país B.

$Y$  = Renta real en el país A.

$Y^*$  = Renta real en el país B.

### 2.1.3. FUNCIÓN DE DEMANDA DE DINERO TIPO CAGAN

En la especificación de la función de demanda de saldos reales de dinero para cada uno de los países, es usual el empleo de funciones exponencia-

les tipo Cagan que obedecen a la siguiente forma funcional:

$$\text{País A: } L(i, Y) = c \cdot Y^\eta \cdot e^{-\varepsilon i} \quad (2.4)$$

$$\text{País B: } L(i^*, Y^*) = c^* \cdot Y^{*\eta^*} \cdot e^{-\varepsilon^* i^*} \quad (2.5)$$

si tomamos logaritmos naturales en la expresión (2.4) resulta:

$$\ln L = \ln c + \eta \ln Y - \varepsilon i \quad (2.6)$$

y si derivamos con respecto a "ln Y" y con respecto a "i", queda:

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \ln Y} = \eta \quad (2.7)$$

$$\frac{\partial \ln L}{\partial i} = -\varepsilon \quad (2.8)$$

de acuerdo con estos resultados decimos que  $\eta$  es la elasticidad de la demanda de dinero con respecto a la renta y  $\varepsilon$  es la semielasticidad de la demanda respecto al tipo de interés, ambos referidos al país A. Igualmente en el caso del país B:

$$\frac{\partial \ln L^*}{\partial \ln Y^*} = \eta^* \quad (2.9)$$

$$\frac{\partial \ln L^*}{\partial i^*} = -\varepsilon^* \quad (2.10)$$

teniendo los parámetros  $\eta^*$  y  $\varepsilon^*$  un significado análogo al comentado anteriormente.

#### **2.1.4. EL TIPO DE CAMBIO NOMINAL Y LA PARIDAD DEL PODER ADQUISITIVO**

Bajo todos los supuestos que hemos descrito, el equilibrio en el mercado monetario surge a través de movimientos en el nivel general de precios conforme indica la siguiente expresión referida al país A:

$$P = \frac{M}{c \cdot Y^n \cdot \theta^{-\epsilon l}} \quad (2.11)$$

en donde puede apreciarse que definida la demanda de dinero en términos reales, el nivel de precios se determina proporcionalmente a las variaciones que pueda experimentar la cantidad de dinero.

Suponiendo para el país B un comportamiento análogo en relación con el mercado monetario, tendremos que el equilibrio a largo plazo se obtendrá a través de la siguiente expresión:

$$P^* = \frac{M^*}{c^* \cdot Y^{*n} \cdot \theta^{*\epsilon l}} \quad (2.12)$$

Las ecuaciones anteriores demuestran que el nivel de precios de equilibrio en cada uno de los países se determina endógenamente.

No obstante y debido al supuesto que estamos realizando respecto al cumplimiento de la paridad del poder adquisitivo, entre ambos niveles de precios deberá verificarse permanentemente que:

$$P = S \cdot P^* \quad (2.13)$$

Esta relación establece que los niveles de precios de ambos países deben ser iguales cuando se expresan en una misma moneda.

Bajo todo este conjunto de hipótesis, y en el supuesto de que las elasticidades-renta de las demandas de dinero y las semielasticidades-tipo



de interés sean iguales en ambos países, podemos expresar el tipo de cambio nominal mediante la expresión:

$$S = \frac{c'}{c} \cdot \frac{M}{M^*} \cdot \left( \frac{Y}{Y^*} \right)^{-\eta} \cdot e^{\varepsilon \cdot (i - i^*)} \quad (2.14)$$

siendo  $(M/M^*)$  la cantidad de dinero relativa,  $(Y/Y^*)$  la renta real relativa e  $(i-i^*)$  el diferencial de interés entre ambos países.

## **2.2. PRINCIPALES CONCLUSIONES QUE SE DERIVAN DE LA DETERMINACIÓN DEL TIPO DE CAMBIO MEDIANTE EL MODELO MONETARIO BÁSICO**

De la observación de la expresión anterior, podemos establecer las siguientes conclusiones en relación al modelo monetario básico de determinación del tipo de cambio:

- Un incremento en la relación  $(M/M^*)$  incrementará *ceteris paribus* el valor de S y por lo tanto provocará una depreciación de la moneda del país A en relación a la moneda del país B. Como consecuencia de ello, un aumento de la oferta monetaria en el país A o una disminución en la oferta monetaria del país B, depreciará la moneda del primero de ellos:

$$\Delta M \rightarrow \Delta (M/M^*) \rightarrow \Delta S$$

En sentido contrario, una disminución de la relación  $(M/M^*)$  provocará *ceteris paribus* una disminución del valor de S y en consecuencia se registrará una apreciación de la moneda del país A con relación a la

del país B. Por lo tanto, una disminución de la oferta monetaria en el país A o un incremento de la misma en el país B, apreciará la moneda del primero de ellos:

$$\nabla M \rightarrow \nabla (M/M^*) \rightarrow \nabla S$$

- Un aumento en la relación  $(Y/Y^*)$  provoca *ceteris paribus* una disminución de S y en consecuencia una apreciación de la moneda del país A frente a la del país B. Por lo tanto si se produce una expansión en la renta real del país A o una contracción en la del país B, se depreciará la moneda del primero de ellos:

$$\Delta Y \rightarrow \Delta (Y/Y^*) \rightarrow \nabla S$$

Por otra parte, una disminución del cociente  $(Y/Y^*)$  causará *ceteris paribus* un aumento en el valor de S y por tanto una depreciación de la moneda del país A en relación a la del país B por razones opuestas a las anteriormente aludidas. Ello se provocará a consecuencia de una retracción en la renta real del país A o bien por una expansión en la correspondiente al país B:

$$\nabla Y \rightarrow \nabla (Y/Y^*) \rightarrow \Delta S$$

- Una subida en el tipo de interés nominal del país A o una disminución en el tipo de interés nominal del país B provocará *ceteris paribus* una depreciación de la moneda del primero de ellos respecto a la del segundo:

$$\Delta i \rightarrow \Delta S$$

Al contrario ocurrirá en caso de producirse una disminución en el tipo de interés nominal del país A o un aumento en el tipo de interés nominal del país B, esto es, la moneda del primero de ellos se apreciará con relación a la del segundo:

$$\nabla i \rightarrow \nabla S$$

## **2.3. LAS EXPECTATIVAS Y EL MODELO MONETARIO BÁSICO**

El modelo monetario básico no considera de forma explícita un esquema de formación de expectativas sino que se lleva a cabo implícitamente a través de la paridad no cubierta de intereses, la paridad del poder adquisitivo y el efecto Fisher. Vamos seguidamente a describir en qué consisten cada uno de estos principios y el mecanismo por el que los agentes dan forma a tales expectativas.

### **2.3.1. LA PARIDAD NO CUBIERTA DE INTERESES (PNCI)**

La misma establece que el mercado cambiario se encuentra en una situación de equilibrio cuando todos los activos, con independencia de la moneda en que vengan expresados, ofrezcan la misma tasa de rentabilidad esperada.

La anterior condición puede formularse de acuerdo con la siguiente expresión:

$$i_t = i_t^* + (S_{t+1}^e - S_t)/S_t \quad (2.15)$$

siendo:

$(S_{t+1}^e - S_t)/S_t =$  Tasa de apreciación esperada de la moneda del país A respecto a la moneda del país B.

$i_t =$  Tipo de interés nominal en el país A en el período "t"

$i_t^* =$  Tipo de interés nominal en el país B en el período "t"

### 2.3.2. LA PARIDAD DEL PODER ADQUISITIVO

El concepto de ésta ya ha quedado definido al comienzo de este capítulo, si bien volvemos a insistir sobre la misma debido a que puede ser objeto de un planteamiento alternativo tal y como vamos seguidamente a probar.

Si partimos nuevamente de la definición que dimos como relación por cociente entre los índices de precios interno (país A) y externo (país B):

$$S = P/P^* \quad (2.1)$$

y se diferencia esta expresión, resulta:

$$d(S) = \frac{d(P) \cdot P^* - d(P^*) \cdot P}{(P^*)^2} = \frac{d(P)}{P^*} - \frac{d(P^*)}{P^*} \cdot \frac{P}{P^*} \quad (2.16)$$

dividiendo los dos miembros de esta expresión por la ecuación (2.1) resulta:

$$\frac{d(S)}{S} = \frac{d(P)}{P} - \frac{d(P^*)}{P^*} \quad (2.17)$$

expresión que representa la paridad del poder adquisitivo en forma de tasas de inflación, entre los países 1 y 2, y que nos dice que la tasa de depreciación de la moneda del país A frente a la del país B es igual a la diferencia entre las tasas de inflación entre ambos países.

$$\frac{(S_{t+1} - S_t)}{S_t} = \pi_t - \pi'_t \quad (2.18)$$

siendo:

$S_{t+1}$  = Tipo de cambio en el período "t"

$S_t$  = Tipo de cambio en el período "t-1"

$\pi_t$  = Tasa de inflación en el país A entre "t" y "t+1"

$\pi'_t$  = Tasa de inflación en el país B entre "t" y "t+1"

### 2.3.3. EL EFECTO FISHER

El mismo establece que el tipo de interés real es igual al correspondiente tipo de interés nominal menos la tasa de inflación esperada. Lo que acabamos de decir puede formularse de la siguiente forma:

$$\text{País A: } i_{Rt} = i_t - \pi_t^e \quad (2.19)$$

$$\text{País B: } \hat{i}_{Rt} = \hat{i}_t - \pi_t^e \quad (2.20)$$

siendo:

$i_{Rt}$  = Tipo de interés real en el país A en el período "t"

$\hat{i}_{Rt}$  = Tipo de interés real en el país B en el período "t"

$i_t$  = Tipo de interés nominal en el país A en el período "t"

$i_t^*$  = Tipo de interés nominal en el país B en el período "t"

$\pi_t^\circ$  = Tasa de inflación esperada en el país A entre "t" y "t+1"

$\pi_t^{*\circ}$  = Tasa de inflación esperada en el país B entre "t" y "t+1"

#### 2.3.4. LA FORMACIÓN DE LAS EXPECTATIVAS

Si la paridad del poder adquisitivo se cumple, los participantes en el mercado actuando con criterios de racionalidad, formularán sus expectativas en base a la misma esperando que se cumpla. En este caso podemos expresar la relación (2.18) que anteriormente demostramos en terminos de valores esperados de la siguiente manera:

$$\frac{(S_{t+1}^\circ - S_t)}{S_t} = \pi_t^\circ - \pi_t^{*\circ} \quad (2.21)$$

siendo:

$S_{t+1}^\circ$  = Tipo de cambio esperado para el período "t+1"

$S_t$  = Tipo de cambio en el período "t"

$\pi_t^\circ$  = Tasa de inflación esperada en el país A entre "t" y "t+1"

$\pi_t^{*\circ}$  = Tasa de inflación esperada en el país B entre "t" y "t+1"

Como por otra parte debe cumplirse la paridad no cubierta de intereses, de ésta y de la relación (2.21) resulta:

$$i_t - i_t^* = \pi_t^\circ - \pi_t^{*\circ} \quad (2.22)$$

lo cual demuestra que las variaciones en el tipo de interés nominal del país A (sin que cambie el interés nominal en el país B ni tampoco su tasa

esperada de inflación) se transforman en cambios en la tasa esperada de inflación del país A.

La condición última supone que los tipos de interés reales en ambos países sean iguales ( $i_{Rt} = \hat{i}_{Rt}$ ) como consecuencia del efecto Fisher.

Como consecuencia de todo lo comentado, podemos decir que el diferencial de tipos de interés nominales refleja el diferencial de inflación esperada por los agentes y también la tasa de variación esperada en el tipo de cambio. Mediante esta relación que acabamos de describir es como los agentes de alguna manera implícita al propio modelo, formulan sus expectativas de variación del tipo de cambio.

## **2.4. LINEALIZACIÓN DE LA ECUACIÓN REPRESENTATIVA DEL TIPO DE CAMBIO NOMINAL**

En las aplicaciones prácticas a fin de contrastar la validez de los postulados del modelo monetario básico, es usual escribir la ecuación que refleja el tipo de cambio nominal:

$$S = \frac{c'}{c} \cdot \frac{M}{M^*} \cdot \left( \frac{Y}{Y^*} \right)^{-\eta} \cdot e^{\varepsilon(i - i^*)} \quad (2.14)$$

en términos logarítmicos. Para ello, si en la ecuación (2.14) tomamos logaritmos naturales nos queda la siguiente expresión:

$$\ln S = (\ln c' - \ln c) + (\ln M - \ln M^*) - \eta (\ln Y - \ln Y^*) + \varepsilon(i - i^*) \quad (2.23)$$

Esta ecuación la podemos asimismo representar de la siguiente forma:

$$s_t = \alpha + (m_t - m_t^*) - \eta(y_t - y_t^*) + \varepsilon(i_t - i_t^*) \quad (2.24)$$

donde las variables en minúsculas:  $s_t$ ,  $m_t$ ,  $m_t^*$ ,  $y_t$ ,  $y_t^*$ , representan los logaritmos naturales del tipo de cambio nominal ( $S$ ), ofertas monetarias nominales ( $M$  y  $M^*$ ) y rentas reales ( $Y$  e  $Y^*$ ). La variable  $\alpha$  representa el término independiente constante que corresponde a  $(\ln c' - \ln c)$ .

La relación (2.24) es la que se emplea en los trabajos prácticos de contrastación empírica y será así utilizada en la aplicación concreta que desarrollaremos posteriormente.

## 2.5. EL MODELO DE FRENKEL

Debido a la relación que existe entre los diferenciales de tipos de interés nominales y las tasas de inflación esperadas:

$$i_t - i_t^* = \pi_t^e - \pi_t^{*e} \quad (2.22)$$

Frenkel (\*) (1976) considera para realizar contrastaciones un modelo alternativo al escrito en la ecuación (2.24) del apartado anterior:

$$s_t = \alpha + (m_t - m_t^*) - \eta(y_t - y_t^*) + \varepsilon(\pi_t^e - \pi_t^{*e}) \quad (2.25)$$

---

(\*) Frenkel, J: *A monetary approach to the exchange rate: doctrinal aspects and empirical evidence. Scandinavian Journal of Economics (1976).*



## **2.6. LIMITACIONES DEL MODELO MONETARIO BÁSICO**

El enfoque que hemos analizado toma en consideración únicamente efectos de índole monetaria en la determinación del tipo de cambio nominal. No obstante, se pueden producir circunstancias en los mercados de bienes y servicios que impidan el cumplimiento de la paridad del poder adquisitivo (PPA) en todo momento.

Ledesma, F.J.; Navarro, M; Pérez, J.V. y Sosvilla, S (\*), ofrecen como causas de tales hechos las siguientes:

- La existencia de costes del transporte.
- Aplicación de medidas de protección comercial.
- Diferenciación de productos y la diversidad de preferencias entre los distintos países.
- La presencia de bienes no comerciables en la elaboración de los índices generales de precios.
- La falta de movilidad internacional de los factores de producción.
- Rigideces en los precios de los productos finales.
- La influencia de factores monetarios, como el diferencial de tipos de interés, en la evolución del tipo de cambio.

Cualquiera que sea la causa o la combinación de ellas, puede parecer que el planteamiento ofrecido por el modelo monetario básico para explicar las variaciones en el tipo de cambio, resulta excesivamente simplista más aún cuando el mismo es ajeno a los sucesos que puedan ocurrir en la economía real. Vamos seguidamente a exponer algunas ideas complementarias que pueden

---

(\*) Ledesma, F.J.; Navarro, M; Pérez, J.V. y Sosvilla, S: *Paridad del poder adquisitivo. Una reconsideración. Documento de trabajo 97-01. Fedea (1997).*

permitir mejorar el nivel predictivo del modelo que acabamos de analizar.

## **2.7. EL TIPO DE CAMBIO REAL. LA PARIDAD DEL PODER ADQUISITIVO RELATIVA**

Podemos definir el tipo de cambio real ( $S_R$ ) entre las monedas de dos países como el precio relativo de dos cestas de productos iguales, una de ellas valorada de acuerdo con la moneda de un país y la otra con la moneda del otro (\*). Esto es:

$$S_R = \frac{S \cdot P^*}{P} \quad (2.26)$$

siendo:

$S_R$  = Tipo de cambio real de la moneda de un país A en relación a otro B.

$S$  = Tipo de cambio nominal de la moneda del país A en relación a la del país B.

$P$  = Nivel de precios del país A.

$P^*$  = Nivel de precios del país B.

A la relación anterior también se la conoce con el nombre de paridad del poder adquisitivo relativa e indica que la moneda del país A se deprecia en términos reales con relación a la del país B cuando  $S_R$  aumenta, y se considera que dicha moneda se aprecia en términos reales cuando  $S_R$  disminuye.

Observando la expresión (2.26) podemos ver que cuando las variaciones en el tipo de cambio respondan a determinantes exclusivamente monetarios (cumplimiento de la PPA), el tipo de cambio real permanecerá constante. Sin

---

(\*) Krugman, P.R. y Obstfeld, M: *Economía Internacional*. Ed. Mc.Graw Hill (1995)

embargo, cuando existan alteraciones en el sector de bienes y servicios, lo que se modificará será el tipo de cambio real ( $S_R$ ) a través del cual se producirán variaciones en el tipo de cambio nominal ( $S$ )

## 2.8. LA PARIDAD NO CUBIERTA DE INTERESES REALES

Si diferenciamos la ecuación (2.26) resulta:

$$d(S_R) = d(S) \cdot \frac{P}{P^*} + S_R \cdot \left( \frac{d(P^*)}{P} - \frac{d(P)}{P} \cdot \frac{P^*}{P} \right) \quad (2.27)$$

Dividiendo los dos miembros de la expresión anterior nuevamente por la relación (2.26) y simplificando:

$$\frac{d(S_R)}{S_R} = \frac{d(S)}{S} + \frac{d(P^*)}{P^*} - \frac{d(P)}{P} \quad (2.28)$$

Esta ecuación se puede expresar en términos discretos de la siguiente manera:

$$\frac{(S_R)_{t+1} - (S_R)_t}{(S_R)_t} = \frac{(S_{t+1} - S_t)}{S_t} + \pi_t^* - \pi_t \quad (2.29)$$

donde:

$(S_R)_{t+1}$  = Tipo de cambio real de la moneda de un país A en relación a la de otro B en el instante "t+1".

$(S_R)_t$  = Tipo de cambio real de la moneda de un país A en relación a la de otro B en el instante "t".

$S_{t+1}$  = Tipo de cambio nominal de la moneda de un país A en relación a la de

otro B en el instante "t+1".

$S_t$  = Tipo de cambio nominal de la moneda de un país A en relación a la de otro B en el instante "t".

$\pi_t$  = Tasa de inflación en el país A entre "t" y "t+1"

$\pi_t^*$  = Tasa de inflación en el país B entre "t" y "t+1"

Si esta relación se cumple, los participantes en el mercado confiarán en que la misma se siga cumpliendo en el futuro por lo que sus expectativas serán formuladas en base al siguiente esquema:

$$\frac{(S_R^e)_{t+1} - (S_R)_t}{(S_R)_t} = \frac{(S_{t+1}^e - S_t)}{S_t} + \pi_t^e - \pi_t^* \quad (2.30)$$

siendo:

$(S_R^e)_{t+1}$  = Tipo de cambio real esperado para la moneda de un país A en relación a la de otro B en el instante "t+1".

$S_{t+1}^e$  = Tipo de cambio nominal esperado para la moneda de un país A en relación a la de otro B en el instante "t+1".

$\pi_t^e$  = Tasa de inflación esperada en el país A entre "t" y "t+1"

$\pi_t^*$  = Tasa de inflación esperada en el país B entre "t" y "t+1"

En cuanto al resto de las variables tienen significados análogos a los ya comentados anteriormente.

Si consideramos que debe seguir cumpliéndose la condición de la paridad no cubierta de intereses nominales, podremos expresar finalmente que:

$$\frac{(S_R^e)_{t+1} - (S_R)_t}{(S_R)_t} = i_t - i_t^* + \pi_t^e - \pi_t^* \quad (2.31)$$

Obsérvese que cuando el mercado espera que prevalezca la PPA:  $(S_R^e)_{t+1} = (S_R)_t$  y en consecuencia el primer término de la izquierda se anula.

Consecuentemente y de la expresión (2.31) podemos deducir que, en general, la diferencia entre los tipos de interés nominales en los países A y B será igual a la suma de dos componentes:

- 1) La tasa esperada de depreciación de la moneda del país A respecto a la del B.
- 2) La diferencia entre las tasas de inflación esperada en ambos países.

La expresión (2.31) en virtud del efecto Fisher, puede asimismo escribirse en términos de los tipos de interés reales existentes en los países A y B de la siguiente manera:

$$\frac{(S_R^e)_{t+1} - (S_R)_t}{(S_R)_t} = i_{Rt} - i_{Rt}^* \quad (2.32)$$

siendo:

$i_{Rt}$  = Tipo de interés real en el país A en el período "t"

$i_{Rt}^*$  = Tipo de interés real en el país B en el período "t"

Esta última relación podemos denominarla como la paridad no cubierta de intereses reales e indica que en el equilibrio, el tipo de interés real nacional (país A) tiene que ser mayor (menor) que el tipo de interés real externo (país B) en una

cuantía igual a la tasa esperada de depreciación (apreciación) de la moneda nacional en términos reales.

## 2.9. UN MODELO MONETARIO GENERALIZADO

Si introducimos en la expresión linealizada del modelo monetario básico:

$$s_t = \alpha + (m_t - m_t^e) - \eta(y_t - y_t^e) + \varepsilon(i_t - i_t^e) \quad (2.24)$$

en lugar de la diferencia de intereses nominales que allí aparece, el resultado obtenido en el apartado anterior:

$$i_t - i_t^e = \frac{(S_R^e)_{t,1} - (S_R)_t}{(S_R)_t} + \pi_t^e - \pi_t^e \quad (2.31)$$

se obtiene finalmente la siguiente relación:

$$s_t = \alpha + (m_t - m_t^e) - \eta(y_t - y_t^e) + \varepsilon \frac{(S_R^e)_{t,1} - (S_R)_t}{(S_R)_t} + \varepsilon(\pi_t^e - \pi_t^e) \quad (2.33)$$

donde las variables en minúsculas:  $s_t$ ,  $m_t$ ,  $m_t^e$ ,  $y_t$ ,  $y_t^e$ , representan los logaritmos naturales del tipo de cambio nominal ( $S$ ), ofertas monetarias nominales ( $M$  y  $M^e$ ) y rentas reales ( $Y$  e  $Y^e$ ), las variables  $\pi_t^e$ ,  $\pi_t^e$  representan las tasas de variación esperadas en los niveles de precios interno y externo respectivamente y finalmente el término donde aparece el tipo de cambio real, representa la tasa de depreciación esperada para la moneda interna en relación a la externa en términos reales. La variable  $\alpha$  representa el término independiente constante que corresponde a  $(\ln c^e - \ln c)$ .

Esta expresión permite poder modelizar el tipo de cambio entre los países A y B a largo plazo teniendo en cuenta las posibles interferencias que sobre el mismo pueden ejercer los diferentes mercados de bienes y servicios.

## **2.10. CONCLUSIONES SOBRE EL MODELO MONETARIO GENERALIZADO**

La forma en que el tipo de cambio real permite describir los efectos que perturbaciones en los mercados de bienes y servicios provocan sobre el tipo de cambio nominal, lo reflejan Krugman, P.R y Obstfeld, M (\*) mediante los siguientes argumentos:

- Un aumento en la demanda relativa de bienes y servicios por parte del exterior (país B) con relación a los productos interiores (país A) tiene como consecuencia inicial un incremento en el nivel de precios interno:

$$\Delta DA \rightarrow \Delta P$$

Debido a la relación:

$$S_R = \frac{S \cdot P^*}{P} \quad (2.26)$$

este incremento en el precio provocará una apreciación (disminución) del tipo de cambio real a largo plazo de la moneda del país A en relación a la del país B.

---

(\*) Krugman, P.R. y Obstfeld, M: *Economía Internacional*. Ed: Mc Graw Hill (1995)

Por otro lado, el aumento en la demanda agregada provocará en el mercado monetario un incremento de la demanda de saldos reales de dinero y puesto que el equilibrio del mismo exige se cumpla la relación:

$$\frac{M}{P} = L(Y, i) \quad (2.2)$$

será necesario que el nivel general de precios disminuya:

$$\Delta L(Y, i) \rightarrow \nabla P$$

Este proceso continuará hasta que el nivel general de precios sea igual al existente previamente a la perturbación y debido a la relación:

$$S = \frac{S_R \cdot P}{P^*} \quad (2.34)$$

será necesario que el tipo de cambio nominal experimente a largo plazo, una apreciación (descenso) de la misma cuantía que la sufrida por el tipo de cambio real en el primer momento.

Resultado similar aunque de sentido opuesto, hubiésemos obtenido en el caso de haber considerado inicialmente una disminución en la demanda relativa de bienes y servicios por parte del exterior (país B) con relación a los productos interiores (país A).

- Un aumento de la oferta relativa de productos internos (país A) hará que aumente su producto de equilibrio y a la vez disminuya su nivel de precios:



$$\Delta OA \rightarrow \Delta Y - \nabla P$$

Debido a la relación:

$$S_R = \frac{S \cdot P^*}{P} \quad (2.26)$$

esta disminución en el nivel de precios interno provocará una depreciación (aumento) del tipo de cambio real a largo plazo de la moneda del país A en relación a la del país B.

Esta situación se trasladará al mercado monetario incrementando la demanda de saldos reales de dinero, y como consecuencia del equilibrio en el mismo que implica el que se cumpla:

$$\frac{M}{P} = L(Y, i) \quad (2.2)$$

será necesario que disminuya el nivel de precios para que se siga conservando dicha igualdad:

$$\Delta L(Y, i) \rightarrow \nabla P$$

En consecuencia puede observarse que los efectos de los mercados de productos y monetario se refuerzan (ambos tienden a hacer bajar el nivel de precios) de forma que de acuerdo con la relación:

$$S = \frac{S_R \cdot P}{P^*} \quad (2.34)$$

el efecto final conduce a una depreciación (aumento) del tipo de cambio real ( $S_R$ ) simultáneamente con una apreciación (disminución) del tipo de cambio nominal ( $S$ ).

Resultado similar aunque de sentido opuesto, hubiésemos obtenido en el caso de haber considerado inicialmente una disminución en la oferta relativa de productos internos (país A).

**CAPÍTULO 3**  
**MODELOS MONETARIOS CON PRECIOS RÍGIDOS**

### **3.1. CARACTERÍSTICAS GENERALES DE LOS MODELOS CON PRECIOS RÍGIDOS**

Los modelos monetarios anteriormente descritos aceptan un ajuste inmediato en los mercados de dinero y de bienes y servicios mediante los correspondientes cambios en el nivel de precios interno (país A). Sin embargo, en la práctica, puede observarse que mientras el mercado monetario si se ajusta instantáneamente, los ajustes en los mercados de productos como consecuencia de la rigidez en los precios, se efectúan lentamente. Este hecho da lugar a que se produzca el fenómeno del "overshooting" (desbordamiento) en el tipo de cambio nominal de forma que éste último fluctúa en una mayor medida de lo que es su posición final a largo plazo.

Cualquier análisis del "overshooting" y de la dinámica del ajuste requiere integrar tres horizontes temporales: corto, medio y largo plazo. El largo plazo es la referencia necesaria para evaluar con exactitud la amplitud verdadera del fenómeno, siendo para dicho horizonte válidas todas las hipótesis que en relación al cumplimiento de la paridad del poder adquisitivo (PPA) se formulaban en los modelos con precios flexibles. El corto plazo se caracteriza por las importantes implicaciones que sobre el tipo de cambio, suponen las variaciones reales en los mercados de dinero y otros activos.

La dinámica del tipo de cambio y de las restantes variables endógenas a medio plazo, se rige por el ajuste de los precios entre el corto y el largo plazo. No obstante, y dada la importancia que las expectativas sobre la variación del tipo de cambio ejercen sobre estos modelos, el tipo de cambio nominal a largo plazo influye sobre el equilibrio instantáneo y sobre la dinámica de ajuste a medio plazo.

Como consecuencia de lo anteriormente dicho, el análisis del "overshooting" instantáneo del tipo de cambio nominal ante una perturbación, y el proceso de ajuste hacia su nuevo valor de equilibrio a largo plazo, dependerá de la especificación concreta del modelo que se suponga determina el tipo de cambio a corto y a largo plazo.

De acuerdo con esta última afirmación, vamos seguidamente a exponer algunos modelos de determinación del tipo de cambio nominal basados en el desbordamiento inicial del mismo si bien con diferentes hipótesis de partida lo cual nos permitirá analizar la situación final a la que nos conduce cada una de ellas.

En todo lo que sigue en el capítulo, y a fin de no hacernos repetitivos, cuando mencionemos la expresión "tipo de cambio", nos estaremos refiriendo a su valor en términos nominales.

### **3.2. EL MODELO DE DORNBUSCH CON AJUSTE INSTANTÁNEO DEL TIPO DE INTERÉS NOMINAL**

El modelo que vamos a desarrollar se formula en base a los siguientes supuestos de partida (\*):

- El país respecto al cual se determina el tipo de cambio (país A), es un país pequeño que debe tomar como variables exógenas el nivel de precios exterior ( $P^*$ ) y el tipo de interés externo ( $i^*$ ).
- Cumplimiento de la paridad no cubierta de intereses (PNCI).
- El mercado de dinero está permanentemente en equilibrio.
- El mercado de bienes y servicios se ajusta con lentitud lo cual implica la existencia de rigideces en los precios a corto plazo.
- La economía se encuentra en su nivel de pleno empleo.

Con estas hipótesis, Dornbusch demuestra que ante un crecimiento monetario no anticipado, el tipo de cambio se deprecia instantáneamente en mayor proporción que en el largo plazo, tendiendo de forma continuada a dicho valor mediante un proceso de apreciación.

Debido a que durante el proceso de ajuste (dinámica a medio plazo), los precios internos estarán creciendo mientras el tipo de cambio se aprecia, la paridad del poder adquisitivo (PPA) no se mantiene, excepto en el nuevo equilibrio a largo plazo.

---

(\*) Dornbusch, R. : *Expectations and Exchange Rate Dynamics*. *Journal of Political Economy* (1976).

### 3.2.1. ECUACIONES CONSTITUTIVAS DEL MODELO

#### 3.2.1.1 EQUILIBRIO EN EL MERCADO MONETARIO

En el mercado monetario existe equilibrio con una función de demanda de saldos reales tipo Cagan:

$$\frac{M}{P} = \bar{Y}^{\eta} \cdot e^{-\epsilon i} \quad \eta > 0, \epsilon > 0 \quad (3.1)$$

siendo  $\bar{Y}$  la renta interna de pleno empleo,  $M$  la oferta nominal interna de dinero,  $P$  el nivel general de precios interno,  $\eta$  la elasticidad de la demanda con respecto a la renta y  $\epsilon$  la semielasticidad de la demanda respecto al tipo de interés.

Si tomamos logaritmos en esta expresión resulta:

$$\ln M - \ln P = \eta \ln \bar{Y} - \epsilon i \quad (3.2)$$

Esta ecuación puede también escribirse como:

$$m - p = \eta \bar{y} - \epsilon i \quad (3.3)$$

siendo:  $m = \ln M$ ;  $p = \ln P$ ;  $\bar{y} = \ln \bar{Y}$ .

Esta ecuación muestra que el equilibrio en el mercado monetario bajo la hipótesis de rigidez de precios a corto plazo ( $p = \text{cte}$ ), y estando la renta en su nivel de pleno empleo ( $\bar{y}$ ), determina el tipo de interés nominal para cada nivel de oferta de dinero en términos reales.

### 3.2.1.2 DEMANDA AGREGADA EN EL MERCADO DE BIENES Y SERVICIOS

En ausencia de Sector Público, la demanda agregada es función de:

- El consumo:  $C(\bar{Y})$
- La inversión:  $I(i)$
- La cuenta corriente:  $CC\left(\frac{S.P^*}{P}, \bar{Y}\right) = CC(S_R, \bar{Y})$

siendo  $S_R$  el tipo de cambio real.

De acuerdo a todo ello se adopta la siguiente función de demanda agregada:

$$D = \bar{Y} \cdot \left(\frac{S.P^*}{P}\right)^\delta \cdot e^{-\sigma i} \quad 0 < \gamma < 1, \delta > 0, \sigma > 0 \quad (3.4)$$

siendo  $\gamma$  la elasticidad de la demanda con respecto a la renta,  $\delta$  la elasticidad de la demanda con respecto al tipo de cambio real y  $\sigma$  la semielasticidad de la demanda respecto al tipo de interés.

Tomando logaritmos en esta expresión resulta:

$$\ln D = \gamma \ln \bar{Y} + \delta (\ln S + \ln P^* - \ln P) - \sigma i \quad (3.5)$$

Ecuación que puede también escribirse como:

$$d = \gamma \bar{y} + \delta (s + p^* - p) - \sigma i \quad 0 < \gamma < 1, \delta > 0, \sigma > 0 \quad (3.6)$$

donde las letras en minúsculas representan los logaritmos naturales



de las correspondientes variables a excepción del tipo de interés nominal. Esta última ecuación expresa la función de demanda agregada como función del saldo de la balanza comercial mediante el tipo de cambio real  $(s+p^*-p)$ , de la renta de pleno empleo y del tipo de interés nominal.

### 3.2.1.3 PARIDAD NO CUBIERTA DE INTERESES (PNCI)

La misma establece que:

$$i_t = i_t^* + (S_{t+1}^* - S_t)/S_t \quad (3.7)$$

siendo:

$(S_{t+1}^* - S_t)/S_t$  = Tasa de apreciación esperada de la moneda del país A respecto a la moneda del país B.

$i_t$  = Tipo de interés nominal en el país A en el período "t"

$i_t^*$  = Tipo de interés nominal en el país B en el período "t"

La formula anterior permite ser reformulada considerando la variable tiempo como continua en lugar de discreta, de la siguiente manera:

$$i - i^* = \frac{d(S^*)/dt}{S^*} = d(\ln S^*)/dt = d(s^*)/dt = s^* \quad (3.8)$$

siendo  $s^*$  el logaritmo de  $S^*$  e igual a la tasa de depreciación esperada del tipo de cambio.

### 3.2.1.4 AJUSTE DE LOS PRECIOS EN EL MERCADO DE BIENES Y SERVICIOS

Se supone que en el mercado de bienes y servicios los precios se van ajustando paulatinamente al exceso de demanda existente conforme a una ley que se puede modelizar de la siguiente forma:

$$\left(\frac{D}{\bar{Y}}\right)^{\xi} = \theta \frac{dP/dt}{P} \quad \xi > 0 \quad (3.9)$$

Tomando logaritmos en esta expresión resulta:

$$\frac{d(P)/dt}{P} = \frac{d(\ln P)}{dt} = \xi \cdot (\ln D - \ln \bar{Y}) \quad (3.10)$$

o bien:

$$\rho = \xi \cdot (d - \bar{y}) \quad (3.11)$$

donde las letras en minúsculas representan los logaritmos de las correspondientes variables,  $\xi$  un parámetro positivo que mide la velocidad de ajuste en dicho mercado, y  $\rho$  la tasa de crecimiento del nivel de precios la cual depende de lo amplia que sea la diferencia entre la demanda en un momento dado y el producto de pleno empleo.

### 3.2.1.5 ESQUEMA DE FORMACIÓN DE EXPECTATIVAS

Además de lo anterior es preciso incorporar al modelo un mecanismo para la consideración de las expectativas acerca de la tasa de variación esperada del tipo de cambio. A estos efectos, Dornbusch considera un esquema de expectativas regresivas conforme a la siguiente expresión:

$$\left(\frac{\bar{S}}{S}\right)^{\theta} = \theta \frac{dS^*/dt}{S^*} \quad \theta > 0 \quad (3.12)$$

Tomando logaritmos en esta expresión resulta:

$$\frac{d(\ln S^*)/dt}{S^*} = \frac{d(\ln S^*)}{dt} = \theta \cdot (\ln \bar{S} - \ln S) \quad (3.13)$$

que se puede expresar también como:

$$s^* = \theta \cdot (\bar{s} - s) \quad (3.14)$$

siendo:  $\bar{S}$  el tipo de cambio a largo plazo,  $s = \ln S$ ,  $\bar{s} = \ln \bar{S}$  y  $\theta$  un parámetro que mide el ritmo de convergencia del tipo de cambio a su valor a largo plazo en función del tipo de cambio esperado en cada instante.

La última relación se puede asimismo representar como una media ponderada del tipo de cambio actual y el tipo de cambio de equilibrio

a largo plazo, esto es:

$$s_{t+1}^e = (1 - \theta)s_t + \theta\bar{s} \quad (3.15)$$

donde  $s_{t+1}^e$  es el logaritmo del tipo de cambio esperado para el instante "t+1",  $s_t$  es el logaritmo del tipo de cambio en el instante "t" y  $\bar{s}$  es el logaritmo del tipo de cambio a largo plazo.

$$s_{t+1}^e - s_t = \theta\bar{s} - \theta s_t \quad (3.16)$$

$$\Delta s_{t+1}^e = \theta(\bar{s} - s_t) \quad (3.17)$$

siendo la expresión (3.17) equivalente a la (3.14) si bien expresada en forma discreta. Si se impone que  $\theta$  sea un número positivo, se estará esperando que el tipo de cambio se mueva convergiendo hacia  $\bar{s}$  ante cualquier tipo de perturbación que a corto plazo le haga separarse de dicho valor.

### **3.2.2 EQUILIBRIO A LARGO PLAZO: CONDICIONES SOBRE EL TIPO DE CAMBIO, NIVEL DE PRECIOS Y TIPO DE INTERÉS**

Si suponemos que el país sobre el que se va a aplicar el modelo (país A) es pequeño en comparación con el país frente al que se desea determinar el tipo de cambio de su divisa (país B), resultará que el primero deberá tomar como datos las variables macroeconómicas existentes en el segundo sin poder ejercer control efectivo sobre las mismas. En estas condiciones, el tipo de interés ( $\hat{i}$ ) y el nivel de precios ( $p^* = \ln P^*$ ) correspondientes al país B serán variables exógenas al modelo.

Los valores de equilibrio a largo plazo del nivel de precios y del tipo de cambio,  $\bar{p}$  y  $\bar{s}$  del país A, se obtienen cuando:

$$p = s = s^* = 0 \quad \rightarrow \quad i = i^*, p = \bar{p}, s = \bar{s} \quad (3.18)$$

Lo cual supone considerar expectativas estáticas una vez alcanzado el equilibrio a largo plazo.

### 3.2.3. ECUACIONES DIFERENCIALES REPRESENTATIVAS DE LAS TRAYECTORIAS A LARGO PLAZO DEL TIPO DE CAMBIO Y NIVEL DE PRECIOS

Partiendo de las ecuaciones constitutivas del modelo así como de los valores a largo plazo del tipo de cambio, nivel de precios y tipo de interés, conjuntamente con un sistema de expectativas estáticas en el equilibrio, vamos seguidamente a determinar las sendas de variación del tipo de cambio y del nivel de precios.

Si en la relación representativa del equilibrio en el mercado monetario:

$$m - p = \eta \bar{y} - \epsilon i \quad (3.3)$$

sustituimos las condiciones del equilibrio a largo plazo, esto es:  $p = \bar{p}$  y  $i = i^*$ , resulta:

$$m - \bar{p} = \eta \bar{y} - \epsilon i^* \quad (3.19)$$

Despejando en estas dos relaciones los valores de  $i$  e  $i^*$ , tenemos:

$$i = \frac{p - m}{\epsilon} + \frac{\eta}{\epsilon} \cdot \bar{y} \quad (3.20)$$

$$i^* = \frac{\bar{p} - m}{\epsilon} + \frac{\eta}{\epsilon} \cdot \bar{y} \quad (3.21)$$

Por otra parte si en la expresión de la paridad no cubierta de intereses:

$$i - i^* = \frac{d(S^*)/dt}{S^*} = d(\ln S^*)/dt = d(s^*)/dt = s^* \quad (3.8)$$

sustituimos el diferencial de intereses por las expresiones (3.20) y (3.21) tenemos:

$$i - i^* = s^* = \frac{p - \bar{p}}{\epsilon} \quad (3.22)$$

Suponiendo previsión perfecta de las expectativas, lo cual supone que las variaciones esperadas en el tipo de cambio son las que efectivamente se producen, se cumplirá que  $s^* = s$  por lo que llegamos finalmente a la siguiente expresión:

$$s = \frac{p - \bar{p}}{\epsilon} \quad (3.23)$$

Si en la expresión correspondiente al ajuste de precios en el mercado de bienes y servicios:

$$p = \xi \cdot (d - \bar{y}) \quad (3.11)$$

sustituimos la demanda por la expresión que hemos desarrollado:

$$d = \gamma \bar{y} + \delta(s + p^* - p) - \sigma i \quad 0 < \gamma < 1, \delta > 0, \sigma > 0 \quad (3.6)$$

resulta la siguiente relación:

$$\rho = \xi \cdot [(\gamma - 1)\bar{y} - \sigma i + \delta(s + p^* - p)] \quad (3.24)$$

sustituyendo en esta expresión las condiciones del equilibrio a largo plazo, esto es:  $p = \bar{p}$ ,  $i = i^*$ ,  $\rho = 0$  y  $s = \bar{s}$  resulta:

$$(\gamma - 1)\bar{y} - \sigma i^* + \delta(\bar{s} + p^* - \bar{p}) = 0 \quad (3.25)$$

Despejando en esta última ecuación el valor de  $(\gamma - 1)\bar{y}$  y sustituyéndolo en la relación (3.24) queda finalmente:

$$\rho = \xi(\sigma i^* - \delta \bar{s} + \delta \bar{p} - \sigma i + \delta s - \delta p) \quad (3.26)$$

Por último, si en esta última hacemos uso del resultado obtenido en la ecuación (3.22), nos queda:

$$\rho = \xi \delta (s - \bar{s}) - \xi \left[ \delta + \frac{\sigma}{\epsilon} \right] (\rho - \bar{\rho}) \quad (3.27)$$

Las ecuaciones (3.23) y (3.27) constituyen un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias cuya resolución nos dará las sendas de variación de los precios y tipos de cambio hasta alcanzar sus respectivos valores de equilibrio a largo plazo.

### 3.2.4. SOLUCIÓN DEL SISTEMA DE ECUACIONES DIFERENCIALES DE LAS TRAYECTORIAS A LARGO PLAZO DEL TIPO DE CAMBIO Y NIVEL DE PRECIOS

Las dos ecuaciones que hemos desarrollado en el apartado anterior pueden escribirse en la forma:

$$s' - \frac{1}{\varepsilon} p = - \frac{1}{\varepsilon} \bar{p} \quad (3.28)$$

$$p' - \xi \delta s + \xi \left( \delta + \frac{\sigma}{\varepsilon} \right) p = \xi \left( \delta + \frac{\sigma}{\varepsilon} \right) \bar{p} - \xi \delta \bar{s} \quad (3.29)$$

y constituyen un sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden, no homogéneo y con coeficientes constantes. Su solución permite determinar la trayectoria temporal del tipo de cambio y el nivel de precios hacia sus valores de equilibrio a largo plazo. La solución completa de este sistema aparece en el Anejo 1.

Como puede comprobarse, el conjunto de trayectorias que para el nivel de precios convergen hacia un valor finito a largo plazo, viene dado por la expresión:

$$p = C_1 e^{\alpha_1 t} + \bar{p} \quad (3.30)$$

con  $C_1 < 0$  ya que en el proceso de ajuste el precio crece desde su nivel inicial hasta el valor de equilibrio a largo plazo, y  $\alpha_1$  una constante menor que cero.



Si sustituimos este conjunto de trayectorias en la ecuación diferencial (3.29) resulta:

$$C_1 \alpha_1 e^{\alpha_1 t} - \xi \delta s + \xi \left( \delta + \frac{\sigma}{\epsilon} \right) C_1 e^{\alpha_1 t} + \xi \left( \delta + \frac{\sigma}{\epsilon} \right) \bar{p} - \xi \left( \delta + \frac{\sigma}{\epsilon} \right) \bar{p} - \xi \delta \bar{s} \quad (3.31)$$

Operando sobre esta expresión llegamos finalmente a la expresión del conjunto de trayectorias que convergen hacia un valor finito del tipo de cambio a largo plazo:

$$s = C_1 e^{\alpha_1 t} \left[ 1 + \frac{\alpha_1}{\xi \delta} + \frac{\sigma}{\delta \epsilon} \right] + \bar{s} \quad (3.32)$$

### 3.2.5. CONCLUSIONES DERIVADAS DEL MODELO

De la combinación de las trayectorias del tipo de cambio y nivel de precios se deriva:

$$s - \bar{s} = (p - \bar{p}) \left[ 1 + \frac{\alpha_1}{\xi \delta} + \frac{\sigma}{\delta \epsilon} \right] \quad (3.33)$$

Si introducimos el valor de  $p - \bar{p}$  correspondiente a la relación anterior en la ecuación:

$$i - i^* = s^* = \frac{p - \bar{p}}{\epsilon} \quad (3.22)$$

resulta:

$$s^* = - \frac{\bar{s} - s}{\epsilon \left[ 1 + \frac{\alpha_1}{\xi \delta} + \frac{\sigma}{\delta \epsilon} \right]} \quad (3.34)$$

Identificando miembro a miembro esta última ecuación con la expresión:

$$s^* = \theta \cdot (\bar{s} - s) \quad (3.14)$$

se deduce que:

$$\theta = - \frac{1}{\epsilon \left[ 1 + \frac{\alpha_1}{\xi \delta} + \frac{\sigma}{\delta \epsilon} \right]} \quad (3.35)$$

La expresión encerrada entre corchetes es siempre negativa como vamos a demostrar. Para ello hemos de partir de la siguiente relación que se demuestra en el Anejo 1 donde aparece resuelto el sistema de ecuaciones diferenciales correspondiente a las trayectorias a largo plazo del tipo de cambio y del nivel de precios:

$$\alpha_1 < \frac{-\xi(\sigma + \delta\epsilon) - \sqrt{\xi^2(\delta\epsilon + \sigma)^2} - 2\xi(\sigma + \delta\epsilon)}{2\epsilon}$$

$$\frac{\alpha_1}{\xi\delta} < \frac{-\left(\frac{\sigma}{\delta} + \epsilon\right)}{\epsilon} \rightarrow \frac{\alpha_1}{\xi\delta} < -\left(1 + \frac{\sigma}{\delta\epsilon}\right) \rightarrow 1 + \frac{\alpha_1}{\xi\delta} + \frac{\sigma}{\delta\epsilon} < 0$$

y por lo tanto resulta  $\theta > 0$  como así hemos supuesto en el esquema de formación de las expectativas.

La relación:

$$s - \bar{s} = (p - \bar{p}) \left[ 1 + \frac{\alpha_1}{\xi \delta} + \frac{\sigma}{\delta \varepsilon} \right] \quad (3.33)$$

es posible entonces reformularla en términos del resultado que hemos obtenido de la siguiente forma:

$$s - \bar{s} = (p - \bar{p}) \left[ -\frac{1}{\varepsilon \theta} \right] = -\frac{(p - \bar{p})}{\varepsilon \theta} \quad (3.36)$$

Si diferenciamos esta ecuación considerando que existe rigidez de precios a corto plazo ( $d(p) = 0$ ) resulta:

$$ds - d\bar{s} = -\frac{1}{\varepsilon \theta} (dp - d\bar{p}) = -\frac{1}{\varepsilon \theta} d\bar{p} \quad (3.37)$$

En el Anejo 1 demostramos asimismo que a largo plazo se verifica:

$$d(\bar{s}) = d(\bar{p}) = d(m)$$

por lo cual la relación anterior puede reescribirse como:

$$ds - dm = \frac{1}{\varepsilon \theta} dm$$

$$\frac{ds}{dm} = 1 + \frac{1}{\varepsilon \theta} \quad (3.38)$$

Esta última ecuación expresa el efecto que produce, a corto plazo, un incremento no anticipado de la oferta monetaria sobre el tipo de cambio. Vemos que siempre se produce "overshooting" respecto a su valor de equilibrio a largo plazo, puesto que  $ds/dm > 1$ , dependiendo su valor final de los valores de  $\epsilon$  y  $\theta$ .

En este sentido Gamez C. (\*) comenta que: "El incremento de la cantidad de dinero produce como efecto inmediato un crecimiento instantáneo del tipo de cambio, a la vez que una disminución del tipo de interés interno. Puesto que el tipo de interés exterior está dado ( $i^*$ ), la diferencia de intereses provoca unas expectativas de apreciación de la moneda nacional a los efectos de mantener la paridad de intereses no cubierta, lo cual solo es posible si la depreciación a corto plazo supera a la depreciación final.

De otra parte, la reducción en el tipo de interés y el aumento del tipo de cambio real, incrementan la demanda de bienes y servicios provocando en consecuencia aumentos de los precios. En el proceso de ajuste se producirán al mismo tiempo disminuciones del tipo de cambio e incrementos del nivel de precios con lo que no podrá cumplirse la paridad del poder adquisitivo (PPA) hasta alcanzarse el nuevo equilibrio a largo plazo".

Podemos finalmente significar a la luz de lo expuesto que a largo plazo vuelve a cumplirse la paridad del poder adquisitivo tal y como preconizan los modelos monetarios con precios flexibles, si bien a corto plazo la explicación del tipo de cambio es significativamente diferente entre ambos tipos de modelos.

---

(\*) Gamez, C.: *Teoría Monetaria de los Tipos de Cambio*. Universidad de Málaga. Caja de Ahorros de Antequera. (1985)

**3.2.6. LINEALIZACIÓN DEL MODELO DE DORNBUSCH CON AJUSTE INSTANTÁNEO DEL TIPO DE INTERÉS NOMINAL**

Vamos seguidamente a desarrollar una expresión del tipo de cambio de acuerdo con el modelo analizado, que permita llevar a cabo contrastaciones empíricas con el mismo. Para ello, si igualamos las relaciones:

$$i_t - i_t^* = s_t^* \quad (3.8)$$

$$s_t^* = \theta \cdot (\bar{s} - s_t) \quad (3.14)$$

resulta:

$$i_t - i_t^* = \theta \cdot (\bar{s} - s_t)$$

$$s_t = \bar{s} - \frac{1}{\theta} \cdot (i_t - i_t^*) \quad (3.39)$$

De acuerdo con esta expresión puede apreciarse que si  $\theta = \infty$ , el ajuste de precios sería instantáneo y el tipo de cambio coincidiría con su valor de equilibrio a largo plazo.

Dado que a largo plazo el tipo de cambio se comporta conforme al modelo monetario básico por las razones que ya comentamos, podremos expresar el tipo de cambio a largo plazo conforme a la expresión:

$$\bar{s} = \alpha + (\bar{m} - \bar{m}^*) - \eta(\bar{y} - \bar{y}^*) + \varepsilon(\bar{i} - \bar{i}^*) \quad (3.40)$$

donde las variables superralladas representan los respectivos valores de cada una de ellas a largo plazo. Como por otra parte se cumple a largo plazo la igualdad entre los diferenciales de interés nominal y los diferenciales de las tasas de inflación, resulta finalmente:

$$\bar{s} = \alpha + (\bar{m} - \bar{m}^*) - \eta(\bar{y} - \bar{y}^*) + \varepsilon(\pi_t^e - \pi_t^{*e}) \quad (3.41)$$

Si sustituimos esta última expresión en la ecuación (3.39) tenemos finalmente:

$$s_t = \alpha + (\bar{m} - \bar{m}^*) - \eta(\bar{y} - \bar{y}^*) - \frac{1}{\theta} \cdot (i_t - i_t^*) + \varepsilon(\pi_t^e - \pi_t^{*e}) \quad (3.42)$$

Esta relación es la utilizada en los trabajos de contrastación e indica que el tipo de cambio actual se determina en función de los diferenciales de los logaritmos de las ofertas monetarias a largo plazo, de los diferenciales de los logaritmos de las rentas reales a largo plazo, de los diferenciales en los tipos de interés actuales y de los diferenciales en las tasas de inflación esperadas en ambos países.

### **3.3. EL MODELO DE DORNBUSCH CON AJUSTE RETARDADO DEL TIPO DE INTERÉS NOMINAL**

Vamos seguidamente a considerar un modelo similar al anterior, si bien introduciremos como variante el hecho de que el tipo de interés en el mercado monetario, no se ajuste instantáneamente en respuesta a un cambio no anticipado en la oferta monetaria nominal. A su vez, seguiremos manteniendo el supuesto de rigidez de precios a corto plazo.

El resto de las hipótesis son análogas a las consideradas en el modelo previo, esto es:

- El país respecto al cual se determina el tipo de cambio (país A), es un país pequeño que debe tomar como variables exógenas el nivel de precios exterior ( $P^*$ ) y el tipo de interés externo ( $i^*$ ).
- Cumplimiento de la paridad no cubierta de intereses (PNCI).
- El mercado de bienes y servicios se ajusta con lentitud lo cual implica la existencia de rigideces en los precios a corto plazo.
- La economía se encuentra en su nivel de pleno empleo.

Seguidamente describimos las diferentes ecuaciones constitutivas que conforman dicho modelo.

### 3.3.1. ECUACIONES CONSTITUTIVAS DEL MODELO

#### 3.3.1.1 EQUILIBRIO EN EL MERCADO MONETARIO

En el mercado monetario existe equilibrio conforme a la siguiente relación:

$$\frac{M}{P} e^{\frac{1}{\alpha} \cdot \frac{di}{dt}} = \bar{Y}^{\eta} \cdot e^{-\epsilon i} \quad \eta > 0, \epsilon > 0, \alpha > 0 \quad (3.43)$$

siendo  $\bar{Y}$  la renta interna de pleno empleo,  $M$  la oferta nominal interna de dinero,  $P$  el nivel general de precios interno,  $\eta$  la elasticidad de la demanda con respecto a la renta,  $\epsilon$  la semielasticidad de la demanda respecto al tipo de interés y  $\alpha$  la velocidad de ajuste en el mercado monetario.

Si en esta expresión tomamos logaritmos naturales resulta:

$$\ln M - \ln P + \frac{1}{\alpha} \frac{di}{dt} = \eta \ln \bar{Y} - \epsilon i \quad (3.44)$$

Esta ecuación se puede asimismo escribir como:

$$\frac{di}{dt} = \alpha(\eta \bar{y} - \epsilon i - m + p) \quad (3.45)$$

La expresión anterior nos muestra que el ajuste en el mercado de dinero es proporcional al exceso de oferta monetaria, siendo:



$$m = \ln M ; p = \ln P ; \bar{y} = \ln \bar{Y}$$

### 3.3.1.2 DEMANDA AGREGADA EN EL MERCADO DE BIENES Y SERVICIOS

La función de demanda agregada es la misma que hemos descrito en el apartado 3.2.1.2 por lo que después de realizar las transformaciones que allí se indicaban, puede representarse en la forma siguiente:

$$d = \gamma \bar{y} + \delta (s + p^* - p) - \sigma i \quad 0 < \gamma < 1, \delta > 0, \sigma > 0 \quad (3.6)$$

con el mismo significado que para las diferentes letras allí se indicaba.

### 3.3.1.3 PARIDAD NO CUBIERTA DE INTERESES (PNCI)

Se representa también a través de la relación que se expuso en el apartado 3.3.1.3. Esto es:

$$i - i^* = \frac{d(S^*)/dt}{S^*} = d(\ln S^*)/dt - d(s^*)/dt - s^* \quad (3.8)$$

teniendo las diferentes letras significado análogo al allí indicado.

### 3.3.1.4 AJUSTE DE LOS PRECIOS EN EL MERCADO DE BIENES Y SERVICIOS

Nuevamente esta relación adopta la misma forma que la anterior-

mente analizada en el apartado 3.3.1.4 la cual después de ser transformada convenientemente queda del siguiente modo:

$$\dot{p} = \xi \cdot (d - \bar{y}) \quad (3.11)$$

donde las letras en minúsculas representan los logaritmos de las correspondientes variables,  $\xi$  un parámetro positivo que mide la velocidad de ajuste en dicho mercado, y  $\dot{p}$  la tasa de crecimiento del nivel de precios la cual depende de lo amplia que sea la diferencia entre la demanda en un momento dado y el producto de pleno empleo.

### 3.3.1.5 ESQUEMA DE FORMACIÓN DE EXPECTATIVAS

Nuevamente se emplea el mismo tipo de visto en el apartado 3.3.1.5 y que conduce a la siguiente expresión:

$$\dot{s}^* = \theta \cdot (\bar{s} - s) \quad (3.14)$$

siendo:  $\bar{S}$  el tipo de cambio a largo plazo,  $s = \ln S$ ,  $\bar{s} = \ln \bar{S}$  y  $\theta$  un parámetro que mide el ritmo de convergencia del tipo de cambio a su valor a largo plazo en función del tipo de cambio esperado en cada instante.

### 3.3.2 EQUILIBRIO A LARGO PLAZO: CONDICIONES SOBRE EL TIPO DE CAMBIO, NIVEL DE PRECIOS Y TIPO DE INTERÉS

Cabe hacer las mismas puntualizaciones que ya se hicieron al respecto en el apartado 3.2.2. sin más que añadir en este caso que a largo plazo el tipo de interés se habrá definitivamente ajustado a su valor de equilibrio a largo

plazo lo cual implica que deberá cumplirse la condición  $di / dt = 0$

### 3.3.3. ECUACIONES DIFERENCIALES REPRESENTATIVAS DE LAS TRAYECTORIAS A LARGO PLAZO DEL TIPO DE CAMBIO Y NIVEL DE PRECIOS

Mediante las ecuaciones constitutivas anteriormente expuestas y con los valores a largo plazo del tipo de cambio, nivel de precios y tipo de interés, así como también mediante las condiciones sobre estas mismas variables a largo plazo, podemos determinar las sendas de variación del tipo de cambio y del nivel de precios.

Si en la relación representativa del equilibrio en el mercado monetario:

$$\frac{di}{dt} = \alpha(\eta\bar{y} - \varepsilon i - m + p) \quad (3.45)$$

sustituimos las condiciones del equilibrio a largo plazo, esto es:  $p = \bar{p}$ ,  $i = i^*$  y  $\frac{d}{dt} = 0$  resulta:

$$m - \bar{p} + \varepsilon i^* - \eta\bar{y} = 0 \quad (3.46)$$

Multiplicando esta última expresión por  $\alpha$  y sumando el resultado a la ecuación (3.45) resulta:

$$\frac{di}{dt} = -\alpha\varepsilon(i - i^*) + \alpha(p - \bar{p}) \quad (3.47)$$

Por otro lado de las ecuaciones correspondientes a la paridad no cubierta de intereses y al esquema de expectativas adoptado, se concluye que:

$$i = i^* + \theta(\bar{s} - s) \quad (3.48)$$

y derivando esta última relación:

$$\frac{di}{dt} = -\theta \frac{ds}{dt} \quad (3.49)$$

sustituyendo en la ecuación (3.47) los dos últimos resultados finalmente llegamos a:

$$s = -\frac{\alpha}{\theta} [(\rho - \bar{\rho}) + \epsilon\theta(s - \bar{s})] \quad (3.50)$$

Por otro lado si en la expresión correspondiente al ajuste de precios en el mercado de bienes y servicios, se sustituye la expresión de la demanda por la relación (3.6) obtenemos la expresión:

$$\rho = \xi \cdot [(\gamma - 1)\bar{y} - \sigma i + \delta(s + p^* - \rho)] \quad (3.51)$$

Dado que alcanzado el equilibrio a largo plazo se debe cumplir que:  $\rho = 0$ ,  $i = i^*$ ,  $s = \bar{s}$  y  $p = \bar{p}$ , la ecuación anterior la podremos expresar para dichas condiciones de la siguiente forma:

$$\delta\bar{s} - \delta\bar{p} + \delta p^* - \sigma i^* + (\gamma - 1)\bar{y} = 0 \quad (3.52)$$

Multiplicando los dos miembros de esta expresión por  $\xi$  y restando la ecuación resultante con la (3.51) nos queda:

$$\rho = \xi \cdot [\delta(s - \rho) - \delta(\bar{s} - \bar{\rho}) - \sigma(i - i^*)] \quad (3.53)$$

por último, sustituyendo  $(i - i^*)$  de acuerdo con la ecuación de expectativas que estamos contemplando:

$$\rho = \xi \cdot [-\delta(\rho - \bar{\rho}) + (\delta + \sigma\theta)(s - \bar{s})] \quad (3.54)$$

Las ecuaciones (3.50) y (3.54) constituyen un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias cuya resolución nos dará las sendas de variación de los precios y tipos de cambio hasta alcanzar sus respectivos valores de equilibrio a largo plazo.

### **3.3.4. SOLUCIÓN DEL SISTEMA DE ECUACIONES DIFERENCIALES DE LAS TRAYECTORIAS A LARGO PLAZO DEL TIPO DE CAMBIO Y NIVEL DE PRECIOS**

Las dos ecuaciones que hemos desarrollado en el apartado anterior pueden escribirse en la forma:

$$s' + \frac{\alpha}{\theta} \rho + \alpha \epsilon s = \frac{\alpha}{\theta} \bar{\rho} + \alpha \epsilon \bar{s} \quad (3.55)$$

$$\rho' + \xi \delta \rho - \xi(\delta + \sigma\theta)s = \xi \delta \bar{\rho} - \xi(\delta + \sigma\theta)\bar{s} \quad (3.56)$$

Este sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden, no homogéneo y con coeficientes constantes tiene por solución el conjunto de trayectorias

que resultan válidas en cuanto a las sendas de variación del tipo de cambio y del nivel de precios. Su solución detallada se recoge en el Anejo 1.

Este sistema presenta diferentes soluciones según sean a su vez las soluciones de la ecuación característica del mismo:

$$r^2 + (\alpha\varepsilon + \xi\delta)r + \left[ \xi\delta\alpha\varepsilon + \frac{\xi\alpha}{\theta} (\delta + \sigma\theta) \right] = 0 \quad (3.57)$$

En caso de que la ecuación anterior tenga sus raíces reales, se demuestra en el Anejo 1 que necesariamente éstas deben ser negativas. Entonces, las trayectorias del tipo de cambio hacia su valor a largo plazo vienen definidas por la expresión:

$$s = C_1 e^{\beta_1 t} + C_2 e^{\beta_2 t} + \bar{s} \quad (3.58)$$

siendo  $\beta_1 < 0$  y  $\beta_2 < 0$  las raíces reales de la ecuación característica del sistema, y  $C_1$  y  $C_2$  dos constantes arbitrarias.

Sustituyendo esta expresión en la ecuación (3.55) resulta:

$$C_1(\beta_1 + \alpha\varepsilon)e^{\beta_1 t} + C_2(\beta_2 + \alpha\varepsilon)e^{\beta_2 t} + \frac{\alpha}{\theta} p = \frac{\alpha}{\theta} \bar{p} \quad (3.59)$$

Operando esta última relación llegamos finalmente a la expresión del conjunto de trayectorias del nivel de precios hacia su valor de equilibrio a largo plazo:

$$p = \bar{p} - C_1 \frac{\theta}{\alpha} (\beta_1 + \alpha \epsilon) e^{\beta_1 t} - C_2 \frac{\theta}{\alpha} (\beta_2 + \alpha \epsilon) e^{\beta_2 t} \quad (3.60)$$

No obstante, en caso de que la ecuación característica del sistema presente soluciones en el campo complejo del tipo:  $r = -\gamma_1 \pm i\gamma_2$  se demuestra en el citado Anejo que la solución correspondiente a las trayectorias que convergen hacia el valor del tipo de cambio a largo plazo, vienen dadas por la expresión:

$$s = e^{-\gamma_1 t} (C_1 \cos \gamma_2 t + C_2 \sin \gamma_2 t) + \bar{s} \quad (3.61)$$

siendo  $\gamma_1$  y  $\gamma_2$  las partes real e imaginaria respectivamente de las soluciones correspondientes a la ecuación característica, y  $C_1$  y  $C_2$  dos constantes arbitrarias.

Sustituyendo esta última expresión en la ecuación (3.55) resulta:

$$e^{-\gamma_1 t} (C_1 \cos \gamma_2 t + C_2 \sin \gamma_2 t) (\alpha \epsilon - \gamma_1) + \gamma_2 e^{-\gamma_1 t} (C_2 \cos \gamma_2 t - C_1 \sin \gamma_2 t) + \frac{\alpha}{\theta} p - \frac{\alpha}{\theta} \bar{p}$$

y operando adecuadamente esta relación se obtiene finalmente el conjunto de trayectorias que convergen hacia el nivel de precios de equilibrio a largo plazo:

$$p = \bar{p} - \frac{\theta}{\alpha} e^{-\gamma_1 t} (C_1 \cos \gamma_2 t + C_2 \sin \gamma_2 t) (\alpha \epsilon - \gamma_1) - \frac{\theta}{\alpha} \gamma_2 e^{-\gamma_1 t} (C_2 \cos \gamma_2 t - C_1 \sin \gamma_2 t)$$

(3.62)

### 3.3.5. CONCLUSIONES DERIVADAS DEL MODELO

Hemos visto anteriormente que la variación del tipo de interés nominal puede expresarse conforme a la siguiente expresión:

$$\frac{di}{dt} = -\alpha \epsilon (i - i^*) + \alpha (p - \bar{p}) \quad (3.47)$$

si en élla sustituimos el diferencial de tipos de interés nominal por su equivalente conforme a la siguiente expresión:

$$i - i^* = \theta (\bar{s} - s) \quad (3.48)$$

podemos reescribir tal relación en esta forma:

$$\frac{di}{dt} = \alpha \epsilon \theta (s - \bar{s}) + \alpha (p - \bar{p}) \quad (3.63)$$

Si diferenciamos esta ecuación considerando que existe rigidez de precios a corto plazo ( $d(p) = 0$ ) resulta:

$$\frac{d^2i}{dt^2} \cdot dt = \alpha \epsilon \theta (ds - \bar{ds}) - \alpha d\bar{p} \quad (3.64)$$

En el Anejo 1 demostramos asimismo que a largo plazo se verifica:

$$d(\bar{s}) = d(\bar{p}) = d(m)$$

por lo cual la relación anterior puede reescribirse finalmente como:



$$\frac{ds}{dm} = \left[ 1 + \frac{1}{\varepsilon\theta} \right] + \frac{1}{\alpha\varepsilon\theta} \frac{\partial^2 i}{\partial m \partial t} \quad (3.65)$$

De la ecuación correspondiente al equilibrio en el mercado monetario que anteriormente dedujimos:

$$\frac{di}{dt} = \alpha(\eta\bar{y} - \varepsilon i - m + p) \quad (3.45)$$

se desprende que  $\frac{\partial^2 i}{\partial m \partial t} = -\alpha$  por lo que finalmente se llega a que:

$$\frac{ds}{dm} = 1$$

Lo cual significa que debido al ajuste paulatino del tipo de cambio ante la variación producida en la cantidad de dinero, en este caso no se produce desbordamiento del tipo de cambio con lo que la depreciación del mismo será proporcional al aumento de la oferta monetaria.

No obstante, se puede observar que la convergencia hacia el tipo de cambio de equilibrio será monótona en el caso de que la ecuación característica del sistema de ecuaciones diferenciales que obtuvimos en el punto anterior presente soluciones reales, o bien puede ser oscilante presentando alternativamente valores por encima y por debajo del valor de equilibrio a largo plazo en el caso de que las raíces de dicha ecuación no sean reales.

### 3.3.6. LINEALIZACIÓN DEL MODELO DE DORNBUSCH CON AJUSTE RETARDADO DEL TIPO DE INTERÉS NOMINAL

De las ecuaciones correspondientes a la paridad no cubierta de intereses y del esquema de expectativas que se ha seleccionado:

$$i_t - i_t^* = s_t^* \quad (3.8)$$

$$s_t^* = \theta \cdot (\bar{s} - s_t) \quad (3.14)$$

resulta:

$$i_t - i_t^* = \theta \cdot (\bar{s} - s_t)$$

$$s_t = \bar{s} - \frac{1}{\theta} \cdot (i_t - i_t^*) \quad (3.39)$$

De acuerdo con esta expresión puede apreciarse que si  $\theta = \infty$ , el ajuste de precios sería instantáneo y el tipo de cambio coincidiría con su valor de equilibrio a largo plazo.

Dado que a largo plazo el tipo de cambio se comporta conforme al modelo monetario básico por las razones que ya comentamos, podremos expresar el tipo de cambio a largo plazo conforme a la expresión:

$$\bar{s} = \alpha + (\bar{m} - \bar{m}^*) - \eta(\bar{y} - \bar{y}^*) + \varepsilon(\bar{i} - \bar{i}^*) \quad (3.40)$$

donde las variables superralladas representan los respectivos valores de cada una de ellas a largo plazo. Como por otra parte se cumple a largo plazo la igualdad entre los diferenciales de interés nominal y los diferenciales de las tasas de inflación esperadas, resulta finalmente:

$$\bar{s} = \alpha + (\bar{m} - \bar{m}^*) - \eta(\bar{y} - \bar{y}^*) + \varepsilon(\pi_t^e - \pi_t^{*e}) \quad (3.41)$$

Si sustituimos esta última expresión en la ecuación (3.39) tenemos finalmente:

$$s_t = \alpha + (\bar{m} - \bar{m}^*) - \eta(\bar{y} - \bar{y}^*) - \frac{1}{\theta} \cdot (i_t - i_t^*) + \varepsilon(\pi_t^e - \pi_t^{*e}) \quad (3.42)$$

Esta relación es la utilizada en los trabajos de contrastación e indica que el tipo de cambio actual se determina en función de los diferenciales de los logaritmos de las ofertas monetarias a largo plazo, de los diferenciales de los logaritmos de las rentas reales a largo plazo, de los diferenciales en los tipos de interés actuales y de los diferenciales en las tasas de inflación esperadas en ambos países.

### **3.4. EL MODELO DE DORNBUSCH CON NIVEL DE RENTA ENDÓGENO**

En los dos modelos que hemos analizado anteriormente, se ha considerado que la producción se encontraba en su nivel potencial tanto a nivel interno (país A) como externo (país B). No obstante, podemos considerar la posibilidad de que ello no sea así y que el nivel de producción sea flexible en función del nivel de demanda existente. Bajo este supuesto vamos a desarrollar el presente modelo con las siguientes hipótesis complementarias:

- El país respecto al cual se determina el tipo de cambio (país A), es un país pequeño que debe tomar como variables exógenas el nivel de precios exterior ( $P^*$ ) y el tipo de interés externo ( $i^*$ ).
- Cumplimiento de la paridad no cubierta de intereses (PNCI).
- El mercado de dinero está permanentemente en equilibrio.
- El mercado de bienes y servicios se ajusta con lentitud lo cual implica la existencia de rigideces en los precios a corto plazo.

Seguidamente exponemos las ecuaciones constitutivas que conforman el modelo.

### 3.4.1. ECUACIONES CONSTITUTIVAS DEL MODELO

#### 3.4.1.1 EQUILIBRIO EN EL MERCADO MONETARIO

En el mercado monetario existe equilibrio con una función de demanda de saldos reales tipo Cagan:

$$\frac{M}{P} = Y^\eta \cdot e^{-\epsilon i} \quad \eta > 0, \epsilon > 0 \quad (3.66)$$

siendo  $Y$  la renta real interna,  $M$  la oferta nominal interna de dinero,  $P$  el nivel general de precios interno,  $\eta$  la elasticidad de la demanda con respecto a la renta y  $\epsilon$  la semielasticidad de la demanda respecto al tipo de interés.

Si tomamos logaritmos en esta expresión resulta:

$$\ln M - \ln P = \eta \ln Y - \epsilon i \quad (3.67)$$

Esta ecuación puede también escribirse como:

$$m - p = \eta y - \epsilon i \quad (3.68)$$

siendo:  $m = \ln M$ ;  $p = \ln P$ ;  $y = \ln Y$ .

Esta ecuación muestra que el equilibrio en el mercado monetario bajo la hipótesis de rigidez de precios a corto plazo ( $p = \text{cte}$ ), determina el tipo de interés nominal para cada nivel de oferta de dinero y de renta en términos reales.

### 3.4.1.2 DEMANDA AGREGADA EN EL MERCADO DE BIENES Y SERVICIOS

En ausencia de Sector Público, la demanda agregada es función de:

- El consumo:  $C(\bar{Y})$
- La inversión:  $I(i)$
- La cuenta corriente:  $CC\left(\frac{S.P^*}{P}, Y\right) = CC(S_R, Y)$

siendo  $S_R$  el tipo de cambio real.

De acuerdo a todo ello se adopta la siguiente función de demanda agregada:

$$D = \gamma Y \cdot \left(\frac{S.P^*}{P}\right)^\delta \cdot e^{-\sigma i} \quad 0 < \gamma < 1, \delta > 0, \sigma > 0 \quad (3.69)$$

siendo  $\gamma$  la elasticidad de la demanda con respecto a la renta,  $\delta$  la elasticidad de la demanda con respecto al tipo de cambio real y  $\sigma$  la semielasticidad de la demanda respecto al tipo de interés.

Hasta alcanzar el nivel de producción a largo plazo, se irá pasando por una serie de equilibrios a corto plazo de forma que el nivel de producción existente se irá adaptando al correspondiente nivel de demanda, es decir  $D = Y$ . Por lo tanto si imponemos esta condición en la relación anterior resulta:

$$Y = \gamma Y \cdot \left(\frac{S.P^*}{P}\right)^\delta \cdot e^{-\sigma i} \quad (3.70)$$

Tomando logaritmos en esta expresión resulta:

$$\ln Y = \gamma \ln Y + \delta (\ln S + \ln P^* - \ln P) - \sigma i \quad (3.71)$$

Ecuación que puede también escribirse como:

$$y = \frac{1}{1 - \gamma} \cdot [\delta (s + p^* - p) - \sigma i] \quad (3.72)$$

$$y = \mu \cdot [\delta (s + p^* - p) - \sigma i] \quad 0 < \gamma < 1, \delta > 0, \sigma > 0, \mu > 1 \quad (3.73)$$

siendo  $\mu = 1/1-\gamma$  y las letras en minúsculas los logaritmos naturales de las correspondientes variables a excepción del tipo de interés nominal. Esta última ecuación expresa el nivel de producción como función del saldo de la balanza comercial mediante el tipo de cambio real ( $s+p^*-p$ ) y del tipo de interés nominal.

### 3.4.1.3 PARIDAD NO CUBIERTA DE INTERESES (PNCI)

Su representación adopta la misma forma que ya se explicó en el apartado 3.2.1.3, esto es:

$$i - i^* = \frac{d(S^*)/dt}{S^*} = d(\ln S^*)/dt = d(s^*)/dt - s^* \quad (3.8)$$

siendo  $s^*$  el logaritmo de  $S^*$  e igual a la tasa de depreciación esperada del tipo de cambio.

### 3.4.1.4 AJUSTE DE LOS PRECIOS EN EL MERCADO DE BIENES Y SERVICIOS

Se supone que en el mercado de bienes y servicios los precios se van ajustando paulatinamente según la demanda existente y conforme a una ley que se puede modelizar de la siguiente forma:

$$\left(\frac{Y}{\bar{Y}}\right)^\xi = e^{-\frac{\rho P}{dt}} \quad \xi > 0 \quad (3.74)$$

Tomando logaritmos en esta expresión resulta:

$$\frac{d(P)/dt}{P} = \frac{d(\ln P)}{dt} = \xi \cdot (\ln Y - \ln \bar{Y}) \quad (3.75)$$

o bien:

$$\rho = \xi \cdot (y - \bar{y}) \quad (3.76)$$

donde las letras en minúsculas representan los logaritmos de las correspondientes variables,  $\xi$  un parámetro positivo que mide la velocidad de ajuste en dicho mercado, y  $\rho$  la tasa de crecimiento del nivel de precios la cual depende de lo amplia que sea la diferencia entre la demanda en un momento dado y el nivel de producción.

### 3.4.1.5 ESQUEMA DE FORMACIÓN DE EXPECTATIVAS

Es análogo al expuesto en el apartado 3.2.1.5 y que conduce a la siguiente expresión:



$$s^* = \theta \cdot (\bar{s} - s) \quad (3.14)$$

siendo:  $\bar{S}$  el tipo de cambio a largo plazo,  $s = \ln S$ ,  $\bar{s} = \ln \bar{S}$  y  $\theta$  un parámetro que mide el ritmo de convergencia del tipo de cambio a su valor a largo plazo en función del tipo de cambio esperado en cada instante.

### **3.4.2 EQUILIBRIO A LARGO PLAZO: CONDICIONES SOBRE EL TIPO DE CAMBIO, NIVEL DE PRECIOS, TIPO DE INTERÉS Y RENTA**

Responden también a las mismas consideraciones que ya hicimos en el apartado 3.2.2 de este mismo capítulo. De esta forma, los valores de equilibrio a largo plazo del nivel de precios y tipo de cambio responden a las siguientes condiciones:

$$p - s - s^* = 0 \quad \rightarrow \quad i = i^*, p = \bar{p}, s = \bar{s}, y = \bar{y} \quad (3.77)$$

Lo cual supone considerar expectativas estáticas una vez alcanzado el equilibrio a largo plazo.

### **3.4.3. ECUACIONES DIFERENCIALES REPRESENTATIVAS DE LAS TRAYECTORIAS A LARGO PLAZO DEL TIPO DE CAMBIO Y NIVEL DE PRECIOS**

Del conjunto de ecuaciones constitutivas que hemos presentado en los apartados anteriores así como también de los valores que adoptan a largo plazo el tipo de interés nominal, el nivel de precios, el tipo de cambio y la renta real, vamos a continuación a plantear las ecuaciones correspondien-

tes a las sendas de variación del tipo de cambio y del nivel de precios hasta alcanzar dichos valores a largo plazo.

Para ello si en la ecuación representativa del equilibrio en el mercado monetario:

$$m - p = \eta y - \epsilon i \quad (3.78)$$

imponemos las condiciones de equilibrio a largo plazo:  $p = \bar{p}$   $y = \bar{y}$  y  $i = i^*$ , resulta:

$$m - \bar{p} = \eta \bar{y} - \epsilon i^* \quad (3.79)$$

Despejando de estas dos últimas expresiones los valores de  $i$  e  $i^*$  respectivamente, tenemos:

$$i = \frac{p - m}{\epsilon} + \frac{\eta}{\epsilon} y \quad (3.80)$$

$$i^* = \frac{\bar{p} - m}{\epsilon} + \frac{\eta}{\epsilon} \bar{y} \quad (3.81)$$

Por otra parte si en la expresión de la paridad no cubierta de intereses:

$$i - i^* = \frac{d(S^*)/dt}{S^*} = d(\ln S^*)/dt = d(s^*)/dt = s^* \quad (3.8)$$

sustituimos el diferencial de intereses por las expresiones (3.80) y (3.81) tenemos:

$$i - i^* = s^* = \frac{\rho - \bar{\rho}}{\epsilon} + \frac{\eta}{\epsilon} (y - \bar{y}) \quad (3.82)$$

Sustituyendo el valor de  $y - \bar{y}$  por el valor equivalente que se deduce de la expresión correspondiente al ajuste de precios en el mercado de bienes y servicios:

$$\rho = \xi \cdot (y - \bar{y}) \quad (3.76)$$

se llega a la expresión:

$$s^* = \frac{\rho - \bar{\rho}}{\epsilon} + \frac{\eta}{\epsilon \xi} \rho \quad (3.83)$$

y si finalmente suponemos que las previsiones se formulan consistentemente, las variaciones esperadas en el tipo de cambio coincidirán con las efectivamente producidas de forma que se cumplirá que  $s^* = \dot{s}$  con lo que llegamos a la siguiente expresión:

$$\dot{s} = \frac{\rho - \bar{\rho}}{\epsilon} + \frac{\eta}{\epsilon \xi} \rho \quad (3.84)$$

Por otra parte, si en la expresión (3.76) reemplazamos el valor de "y" por el que se deduce de la expresión:

$$y = \mu \cdot [\delta(s + p^* - p) - \sigma i] \quad 0 < \gamma < 1, \delta > 0, \sigma > 0, \mu > 1 \quad (3.73)$$

resulta la siguiente relación:

$$\rho = \xi[\mu\delta(s + p^* - p) - \mu\sigma i - \bar{y}] \quad (3.85)$$

sustituyendo en esta expresión las condiciones del equilibrio a largo plazo, esto es:  $p = \bar{p}$ ,  $i = i^*$ ,  $\rho = 0$  y  $s = \bar{s}$  resulta:

$$\mu\delta(\bar{s} + p^* - \bar{p}) - \mu\sigma i^* - \bar{y} = 0 \quad (3.86)$$

Despejando de esta última relación el valor de  $\bar{y}$  y sustituyéndolo en la expresión (3.85) tenemos:

$$\rho = \xi[\mu\delta(s - \bar{s}) - \mu\delta(p - \bar{p}) - \mu\sigma(i - i^*)] \quad (3.87)$$

la cual se transforma de acuerdo con la ecuación correspondiente a la paridad no cubierta de intereses en la siguiente:

$$\rho = \xi[\mu\delta(s - \bar{s}) - \mu\delta(p - \bar{p}) - \mu\sigma s^*] \quad (3.88)$$

Finalmente suponiendo previsión perfecta por lo que a las expectativas se refiere ( $s^* = s$ ) queda finalmente:

$$\rho = \xi[\mu\delta(s - \bar{s}) - \mu\delta(p - \bar{p}) - \mu\sigma s] \quad (3.89)$$

Las ecuaciones (3.84) y (3.89) constituyen un sistema de ecuaciones

diferenciales ordinarias cuya resolución nos proporcionará las sendas de variación de los precios y tipos de cambio hasta alcanzar sus respectivos valores de equilibrio a largo plazo.

#### 3.4.4. SOLUCIÓN DEL SISTEMA DE ECUACIONES DIFERENCIALES DE LAS TRAYECTORIAS A LARGO PLAZO DEL TIPO DE CAMBIO Y NIVEL DE PRECIOS

Las dos ecuaciones expuestas en el apartado anterior pueden escribirse en la forma:

$$s - \frac{\eta}{\epsilon \xi} \rho - \frac{1}{\epsilon} \rho = - \frac{1}{\epsilon} \bar{p} \quad (3.90)$$

$$\rho + \xi \mu \sigma s + \xi \mu \delta \rho - \xi \mu \delta s = \xi \mu \delta \bar{p} - \xi \mu \delta \bar{s} \quad (3.91)$$

representan un sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden cuya solución permite determinar las trayectorias temporales de los niveles de precios y tipos de cambio hasta alcanzar sus valores de equilibrio a largo plazo. La solución completa de este sistema aparece en el Anejo 1.

El conjunto de trayectorias que para el nivel de precios convergen hacia un valor finito a largo plazo viene definido por:

$$\rho = C_1 e^{\alpha_1 t} + \bar{p} \quad (3.92)$$

siendo  $\alpha_1$  la raíz negativa de la ecuación característica correspondiente al sistema de ecuaciones diferenciales anteriormente expuesto, y  $C_1$  una

constante arbitraria.

Si multiplicamos la ecuación diferencial (3.84) por " $\xi\mu\sigma$ " resulta:

$$\xi\mu\sigma s = \frac{\xi\mu\sigma}{\epsilon} (p - \bar{p}) + \frac{\eta\mu\sigma}{\epsilon} p \quad (3.93)$$

si a esta última expresión la sumamos con la otra ecuación diferencial (3.89) llegamos a la siguiente relación:

$$\xi\mu\delta(s - \bar{s}) = \left( \xi\mu\delta + \frac{\xi\mu\sigma}{\epsilon} \right) (p - \bar{p}) + \left( 1 + \frac{\eta\mu\sigma}{\epsilon} \right) p \quad (3.94)$$

Por último, si en esta última ecuación reemplazamos los valores de  $p$  y de  $(p - \bar{p})$  por sus correspondientes valores deducidos de la relación que nos proporciona las trayectorias del nivel de precios, obtenemos:

$$s = \bar{s} + \left( 1 + \frac{\sigma}{\delta\epsilon} \right) C_1 e^{\alpha_1 t} + \left( \frac{1}{\xi\mu\delta} + \frac{\eta\sigma}{\xi\delta\epsilon} \right) \alpha_1 C_1 e^{\alpha_1 t} \quad (3.95)$$

### 3.4.5. CONCLUSIONES DERIVADAS DEL MODELO

Vamos a analizar a continuación el valor correspondiente al parámetro  $\theta$  que forma parte del esquema de expectativas que hemos definido. Para ello, si derivamos la ecuación correspondiente al conjunto de trayectorias que son solución para el tipo de cambio, tenemos la siguiente expresión:

$$s = \left( 1 + \frac{\sigma}{\delta \epsilon} \right) \alpha_1 C_1 e^{\alpha_1 t} + \left( \frac{1}{\xi \mu \delta} + \frac{\eta \sigma}{\xi \delta \epsilon} \right) \alpha_1^2 C_1 e^{\alpha_1 t} \quad (3.96)$$

Comparando esta expresión con la (3.95) y considerando asimismo el esquema de formación de expectativas que estamos contemplando, llegamos a que:

$$\frac{s}{\alpha_1} = s - \bar{s}$$

$$s = -\alpha_1(\bar{s} - s) \quad \rightarrow \quad \theta = -\alpha_1$$

Como hemos dicho que  $\alpha_1 < 0$  ello supone que  $\theta > 0$ , con lo cual el esquema de expectativas seleccionado nos conducirá finalmente al equilibrio.

Por último vamos a analizar bajo que condiciones se produce desbordamiento del tipo de cambio como consecuencia de un aumento no esperado en la cantidad de dinero, y suponiendo que los precios permanecen estables a corto plazo. Para ello si restamos a la ecuación correspondiente al equilibrio en el mercado monetario, la misma relación referida a largo plazo resulta:

$$p - \bar{p} = \epsilon \theta (\bar{s} - s) - \eta (y - \bar{y}) \quad (3.97)$$

Por otro lado, si a la ecuación correspondiente a la demanda agregada en el mercado de bienes y servicios le restamos la ecuación referida a largo plazo, tenemos:

$$y - \bar{y} = \mu \cdot [\delta(s - \bar{s}) - \delta(p - \bar{p}) - \sigma(i - i^*)] \quad (3.98)$$

Teniendo en cuenta que debe cumplirse la paridad no cubierta de intereses y además el esquema de expectativas que se ha adoptado, la ecuación anterior puede asimismo escribirse del siguiente modo:

$$y - \bar{y} = \mu \cdot [\delta(s - \bar{s}) - \delta(p - \bar{p}) - \sigma\theta(\bar{s} - s)] \quad (3.99)$$

Reemplazando en la ecuación (3.97) el valor de  $(y - \bar{y})$  anterior resulta:

$$(1 - \eta\mu\delta)(p - \bar{p}) = [-\varepsilon\theta - \eta\mu(\delta + \sigma\theta)](s - \bar{s}) \quad (3.100)$$

Si diferenciamos la expresión anterior teniendo en cuenta que a corto plazo los precios son rígidos ( $dp = 0$ ) resulta:

$$(1 - \eta\mu\delta)(-d\bar{p}) = -[\varepsilon\theta + \eta\mu(\delta + \sigma\theta)](ds - d\bar{s}) \quad (3.101)$$

En el Anejo 1 demostramos asimismo que a largo plazo se verifica:

$$d(\bar{s}) - d(\bar{p}) = d(m)$$

por lo cual la última relación puede reescribirse como:

$$(1 - \eta\mu\delta)(-dm) = -[\varepsilon\theta + \eta\mu(\delta + \sigma\theta)](ds - dm) \quad (3.102)$$



Finalmente despejando llegamos a la siguiente relación:

$$\frac{ds}{dm} = 1 + \frac{1 - \eta\mu\delta}{\varepsilon\theta + \eta\mu(\delta + \sigma\theta)} \quad (3.103)$$

Esta última expresión nos indica que existirá overshooting siempre que el segundo sumando del segundo término sea positivo, para lo cual será preciso que el numerador sea un número mayor que cero.

Por lo tanto existirá overshooting si:

$$1 - \eta\mu\delta > 0 \rightarrow 1 > \frac{\eta\delta}{1-\gamma} \rightarrow 1 - \gamma > \eta\delta$$

y existirá undershooting si:

$$1 - \eta\mu\delta < 0 \rightarrow 1 < \frac{\eta\delta}{1-\gamma} \rightarrow 1 - \gamma < \eta\delta$$

Vemos que "a priori" no puede afirmarse si existirá una cosa u otra ya que ello dependerá de la relación existente entre los parámetros  $\gamma, \eta$  y  $\delta$ .

### **3.4.6. LINEALIZACIÓN DEL MODELO DE DORNBUSCH CON NIVEL DE RENTA ENDÓGENO**

De las ecuaciones correspondientes a la paridad no cubierta de intereses y del esquema de expectativas que se ha seleccionado:

$$i_t - i_t^e = s_t^e \quad (3.8)$$

$$s_t^e = \theta \cdot (\bar{s} - s_t) \quad (3.14)$$

resulta:

$$i_t - i_t^* = \theta \cdot (\bar{s} - s_t)$$

$$s_t = \bar{s} - \frac{1}{\theta} \cdot (i_t - i_t^*) \quad (3.39)$$

De acuerdo con esta expresión puede apreciarse que si  $\theta = \infty$ , el ajuste de precios sería instantáneo y el tipo de cambio coincidiría con su valor de equilibrio a largo plazo.

Dado que a largo plazo el tipo de cambio se comporta conforme al modelo monetario básico por las razones que ya comentamos, podremos expresar el tipo de cambio a largo plazo conforme a la expresión:

$$\bar{s} = \alpha + (\bar{m} - \bar{m}^*) - \eta(\bar{y} - \bar{y}^*) + \varepsilon(\bar{i} - \bar{i}^*) \quad (3.40)$$

donde las variables superralladas representan los respectivos valores de cada una de ellas a largo plazo. Como por otra parte se cumple a largo plazo la igualdad entre los diferenciales de interés nominal y los diferenciales de las tasas de inflación esperadas, resulta finalmente:

$$\bar{s} = \alpha + (\bar{m} - \bar{m}^*) - \eta(\bar{y} - \bar{y}^*) + \varepsilon(\pi_t^e - \pi_t^{*e}) \quad (3.41)$$

Si sustituimos esta última expresión en la ecuación (3.39) tenemos

finalmente:

$$s_t = \alpha + (\bar{m} - \bar{m}^*) - \eta(\bar{y} - \bar{y}^*) - \frac{1}{\theta} \cdot (i_t - i_t^*) + \varepsilon(\pi_t^e - \pi_t^{*e}) \quad (3.42)$$

Esta relación es la utilizada en los trabajos de contrastación e indica que el tipo de cambio actual se determina en función de los diferenciales de los logaritmos de las ofertas monetarias a largo plazo, de los diferenciales de los logaritmos de las rentas reales a largo plazo, de los diferenciales en los tipos de interés actuales y de los diferenciales en las tasas de inflación esperadas en ambos países.

### 3.5. EL MODELO DE FRANKEL

Este modelo mantiene hipótesis similares a las que subyacen en los modelos que hemos considerado, si bien considera un esquema alternativo por lo que a la formación de expectativas se refiere, añadiendo al de los modelos anteriores el diferencial de inflación esperado entre los países A y B.

Así pues, las hipótesis básicas del mismo son (\*):

- El país respecto al cual se determina el tipo de cambio (país A), es un país pequeño que debe tomar como variables exógenas el nivel de precios exterior ( $P^*$ ) y el tipo de interés externo ( $i^*$ ).
- Cumplimiento de la paridad no cubierta de intereses (PNCI).
- El mercado de dinero está permanentemente en equilibrio.
- El mercado de bienes y servicios se ajusta con lentitud lo cual implica la existencia de rigideces en los precios a corto plazo.
- La economía se encuentra en su nivel de pleno empleo.

En cuanto a las ecuaciones constitutivas que conforman el mismo, éstas son las que seguidamente enunciamos.

---

(\*) *Frankel, J: On the mark: A theory of floated exchange rates based on real interest differential. American Economic Review (1979).*

### 3.5.1. ECUACIONES CONSTITUTIVAS DEL MODELO

#### 3.5.1.1 EQUILIBRIO EN EL MERCADO MONETARIO

Esta relación es la misma que la vista en el apartado 3.2.1.1 y que conduce después de transformada a la siguiente expresión:

$$m - p = \eta \bar{y} - \epsilon i \quad (3.3)$$

siendo:  $m = \ln M$ ;  $p = \ln P$ ;  $\bar{y} = \ln \bar{Y}$ .

#### 3.5.1.2 DEMANDA AGREGADA EN EL MERCADO DE BIENES Y SERVICIOS

Análogamente se puede representar de igual manera a la vista en el apartado 3.2.1.2:

$$d = \gamma \bar{y} + \delta (s + p^* - p) - \sigma i \quad 0 < \gamma < 1, \delta > 0, \sigma > 0 \quad (3.6)$$

donde las letras en minúsculas representan los logaritmos naturales de las correspondientes variables a excepción del tipo de interés nominal.

#### 3.5.1.3 PARIDAD NO CUBIERTA DE INTERESES (PNCI)

También en este caso responde a la misma expresión del apartado 3.2.1.3:

$$i - i^* = \frac{d(S^*)/dt}{S^*} = d(\ln S^*)/dt = d(s^*)/dt = s^* \quad (3.8)$$

siendo  $s^*$  el logaritmo de  $S^*$  e igual a la tasa de depreciación esperada del tipo de cambio.

#### **3.5.1.4 AJUSTE DE LOS PRECIOS EN EL MERCADO DE BIENES Y SERVICIOS**

Nuevamente se adopta la misma expresión vista en el apartado

3.2.1.4:

$$\rho = \xi \cdot (d - \bar{y}) \quad (3.11)$$

donde las letras en minúsculas representan los logaritmos de las correspondientes variables,  $\xi$  un parámetro positivo que mide la velocidad de ajuste en dicho mercado, y  $\rho$  la tasa de crecimiento del nivel de precios la cual depende de lo amplia que sea la diferencia entre la demanda en un momento dado y el producto de pleno empleo.

#### **3.5.1.5 ESQUEMA DE FORMACIÓN DE EXPECTATIVAS**

El presente modelo contempla un esquema de expectativas regresivas consistente en suponer que la tasa de depreciación esperada del tipo de cambio depende de las desviaciones del tipo de cambio actual respecto a su valor de equilibrio a largo plazo, y de la diferencial esperada de inflación entre ambos países, es decir:

$$\left(\frac{\bar{S}}{S}\right)^\theta e^{\frac{dP^*}{P^*} - \frac{dP^{**}}{P^{**}}} = e^{\frac{dS^*/dt}{S^*}} \quad \theta > 0 \quad (3.104)$$

Tomando logaritmos en esta expresión resulta:

$$\frac{d(S^*/dt)}{S^*} = \frac{d(\ln S^*)}{dt} = \theta \cdot (\ln \bar{S} - \ln S) + \frac{d(P^*)}{P^*} - \frac{d(P^{**})}{P^{**}} \quad (3.105)$$

que se puede expresar también como:

$$s^* = \theta \cdot (\bar{s} - s) + (\pi^* - \pi^{**}) \quad (3.106)$$

siendo:  $\bar{S}$  el tipo de cambio a largo plazo,  $s = \ln S$ ,  $\bar{s} = \ln \bar{S}$ ,  $\theta$  un parámetro que mide el ritmo de convergencia del tipo de cambio a su valor a largo plazo en función del tipo de cambio esperado en cada instante y  $(\pi^* - \pi^{**})$  el diferencial esperado de inflación entre ambos países.

### 3.5.2. CONCLUSIONES DERIVADAS DEL MODELO

Si sustituimos el esquema de formación de expectativas que estamos considerando en la condición de la paridad no cubierta de intereses obtenemos:

$$s_t - \bar{s} = -\frac{1}{\theta} [(i_t - \pi_t^*) - (i_t^* - \pi_t^{**})] \quad (3.107)$$

esta relación establece que la divergencia entre el tipo de cambio actual

y su valor de equilibrio a largo plazo es proporcional al diferencial de tipos de interés reales existente entre ambos países.

Como el valor de  $\bar{s}$  se determina en un contexto donde los precios son flexibles y en consecuencia se cumple la paridad del poder adquisitivo (PPA), podemos sustituirlo por su expresión deducida del modelo monetario básico:

$$\bar{s} = \alpha + (\bar{m} - \bar{m}^*) - \eta(\bar{y} - \bar{y}^*) + \varepsilon(\bar{i} - \bar{i}^*) \quad (3.40)$$

donde las variables superralladas representan los respectivos valores de cada una de ellas a largo plazo. Como por otra parte se cumple a largo plazo la igualdad entre los diferenciales de interés nominal y los diferenciales de las tasas de inflación esperadas, resulta finalmente:

$$\bar{s} = \alpha + (\bar{m} - \bar{m}^*) - \eta(\bar{y} - \bar{y}^*) + \varepsilon(\pi_t^e - \pi_t^{*e}) \quad (3.41)$$

Sustituyendo esta última expresión en la ecuación (3.107) tenemos finalmente:

$$s = \alpha + (\bar{m} - \bar{m}^*) - \eta(\bar{y} - \bar{y}^*) - \frac{1}{\theta}(i_t - i_t^*) + \left( \varepsilon + \frac{1}{\theta} \right) (\pi_t^e - \pi_t^{*e}) \quad (3.108)$$

Una característica de modelo de Frankel es que en el equilibrio a largo plazo, con precios totalmente flexibles, se obtiene el modelo de Frenkel que ya expusimos en el capítulo 2. En efecto, a largo plazo el ajuste del tipo de cambio es instantáneo con lo que  $\theta \rightarrow \infty$  y en consecuencia la expresión (3.108) se convierte en la correspondiente al modelo de Frenkel



con precios totalmente flexibles.

La ecuación (3.108) es asimismo utilizada en los trabajos de contrastación e indica que el tipo de cambio actual se determina en función de los diferenciales de los logaritmos de las ofertas monetarias a largo plazo, de los diferenciales de los logaritmos de las rentas reales a largo plazo, de los diferenciales en los tipos de interés actuales y de los diferenciales en las tasas de inflación esperadas en ambos países.

## **CAPÍTULO 4**

### **MODELOS DE EQUILIBRIO DE CARTERA**

#### **4.1. CARACTERÍSTICAS GENERALES DE LOS MODELOS DE EQUILIBRIO DE CARTERA**

En todos los modelos de desbordamiento del tipo de cambio que hasta este momento se han mostrado, se suponía implícitamente la perfecta movilidad de capital entre el país A y el B de forma que los activos de ambos países eran sustitutos perfectos. Todo ello conduce a la consideración del principio de la paridad de intereses descubierta como ya se ha indicado de forma repetida en la exposición de dichos modelos.

No obstante, la realidad indica que los activos denominados en diferentes monedas no sólo se distinguen entre sí por su diferente denominación, sino también por factores específicos de cada país: riesgo de impagos, riesgos cambiarios y políticos, alteraciones en el tratamiento fiscal o en la previsibilidad de la política económica, etc. En estas condiciones, la diferencia entre el diferencial de intereses y el cambio esperado en la cotización de la divisa es diferente de cero, lo cual nos señala la existencia de una prima de riesgo.

Como resumen podemos indicar que las hipótesis específicas del enfoque de equilibrio de cartera son:

- Sustituibilidad imperfecta entre activos financieros.
- Prima de riesgo no nula.

En los anteriores tipos de modelos, la hipótesis de perfecta sustituibilidad entre activos financieros denominados en diferentes monedas elimina el posible nexo de unión entre el saldo de la balanza por cuenta corriente y el tipo de cambio, al suponer que los poseedores de activos se muestran indiferentes respecto a la composición de sus carteras de activos.

La hipótesis de no sustituibilidad es una condición necesaria, para que el saldo de la balanza por cuenta corriente origine variaciones en el tipo de cambio. En efecto, si las preferencias por activos denominados en diferentes monedas varían entre países, una redistribución de la riqueza entre los mismos originará un desplazamiento en las demandas relativas de activos, que modificará su precio relativo y en consecuencia el tipo de cambio. Es el denominado "efecto cartera". Esta influencia del saldo de la cuenta corriente sobre el tipo de cambio, a través del efecto cartera, no se recogía en los modelos anteriormente analizados

Además de este efecto cartera, los desequilibrios en la balanza corriente al suponer una transferencia de riqueza de unos países a otros, modificarán la cotización de la divisa, aumentando (superávit) o disminuyendo (déficit) la demanda real de dinero, bien a través del efecto directo de la riqueza sobre la misma, o bien por el aumento (o disminución) inducido en el tipo de interés por la modificación del consumo. En este sentido, y aún admitiendo la perfecta sustituibilidad de los activos financieros, si la riqueza se introdujese como un argumento en las funciones de demanda de dinero en los modelos hasta ahora analizados, los desequilibrios de la cuenta corriente afectarían al tipo de cambio.

## 4.2. EL MODELO DE FRENKEL Y RODRIGUEZ

La desviación respecto a la paridad de intereses descubierta puede escribirse de la siguiente forma:  $[s^* - i + i^*]$  representando dicho valor la prima de riesgo. En estas condiciones la balanza de capital puede expresarse como una función de dicha prima de riesgo de la siguiente manera:

$$FC = e^{\beta[s^* - i + i^*]} \quad \beta > 0 \quad (4.1)$$

siendo  $i$  el tipo de interés interno,  $i^*$  el tipo de interés externo,  $s^*$  la tasa de apreciación esperada de la moneda nacional (país A) respecto a la moneda exterior (País B) y  $\beta$  un parámetro que mide la velocidad de ajuste en el mercado de activos. Así, en el caso de que  $\beta = \infty$ , se cumplirá exactamente la paridad de intereses descubierta lo cual supone un ajuste instantáneo en el mercado de activos y en consecuencia perfecta movilidad del capital. En el lado contrario, cuando  $\beta$  toma valores muy pequeños, existirán altas primas de riesgo y en consecuencia baja movilidad del capital.

Una vez que hemos descrito el marco en que vamos a desarrollar el presente modelo, expondremos el conjunto de relaciones que forman parte del mismo (\*):

- El país respecto al cual se determina el tipo de cambio (país A), es un país pequeño que debe tomar como variables exógenas el nivel de precios exterior ( $P^*$ ) y el tipo de interés externo ( $i^*$ ).

(\*) Frenkel, J y Rodriguez, C.A. : *Portfolio Equilibrium and the Balance of Payments. A monetary approach. American Economic Review* (1975).

Frenkel, J y Rodriguez, C.A. : *Exchange Rate Dynamics and the Overshooting Hypothesis. Staff Papers I.M.F* (1982).

- La balanza de pagos entre ambos países se encuentra continuamente equilibrada.
- El mercado de dinero está permanentemente en equilibrio.
- El mercado de bienes y servicios se ajusta con lentitud lo cual implica la existencia de rigideces en los precios a corto plazo.
- La economía se encuentra en su nivel de pleno empleo.

Seguidamente describiremos las diferentes ecuaciones constitutivas que conforman dicho modelo.

#### 4.2.1. ECUACIONES CONSTITUTIVAS DEL MODELO

##### 4.2.1.1 EQUILIBRIO EN EL MERCADO MONETARIO

En el mercado monetario existe equilibrio con una función de demanda de saldos reales tipo Cagan:

$$\frac{M}{P} = \bar{Y}^{\eta} \cdot e^{-\epsilon i} \quad \eta > 0, \epsilon > 0 \quad (4.2)$$

siendo  $\bar{Y}$  la renta interna de pleno empleo,  $M$  la oferta nominal interna de dinero,  $P$  el nivel general de precios interno,  $\eta$  la elasticidad de la demanda con respecto a la renta y  $\epsilon$  la semielasticidad de la demanda respecto al tipo de interés.

Si tomamos logaritmos en esta expresión resulta:

$$\ln M - \ln P = \eta \ln \bar{Y} - \epsilon i \quad (4.3)$$

Esta ecuación puede también escribirse como:

$$m - p = \eta \bar{y} - \epsilon i \quad (4.4)$$

siendo:  $m = \ln M$ ;  $p = \ln P$ ;  $\bar{y} = \ln \bar{Y}$ .

Esta ecuación muestra que el equilibrio en el mercado monetario bajo la hipótesis de rigidez de precios a corto plazo ( $p = \text{cte}$ ), y estando la renta en su nivel de pleno empleo ( $\bar{y}$ ), determina el tipo de interés nominal para cada nivel de oferta de dinero en términos reales.

#### 4.2.1.2 DEMANDA AGREGADA EN EL MERCADO DE BIENES Y SERVICIOS

En ausencia de Sector Público, la demanda agregada es función de:

- El consumo:  $C(\bar{Y})$
- La inversión:  $I(i)$
- La cuenta corriente:  $CC\left(\frac{S.P^*}{P}\right) = CC(S_R)$

siendo  $S_R$  el tipo de cambio real.

De acuerdo a todo ello se adopta la siguiente función de demanda agregada:

$$D = \bar{Y}^\gamma \cdot \left(\frac{S.P^*}{P}\right)^\delta \cdot e^{-\sigma i} \quad 0 < \gamma < 1, \delta > 0, \sigma > 0 \quad (4.5)$$

siendo  $\gamma$  la elasticidad de la demanda con respecto a la renta,  $\delta$  la elasticidad de la demanda con respecto al tipo de cambio real y  $\sigma$  la semielasticidad de la demanda respecto al tipo de interés.

Tomando logaritmos en esta expresión resulta:

$$\ln D = \gamma \ln \bar{Y} + \delta (\ln S + \ln P^* - \ln P) - \sigma i \quad (4.6)$$

Ecuación que puede también escribirse como:

$$d = \gamma \bar{y} + \delta (s + p^* - p) - \sigma i \quad 0 < \gamma < 1, \delta > 0, \sigma > 0 \quad (4.7)$$

donde las letras en minúsculas representan los logaritmos naturales



de las correspondientes variables a excepción del tipo de interés nominal. Esta última ecuación expresa la función de demanda agregada como función del saldo de la balanza comercial mediante el tipo de cambio real ( $s+p^*-p$ ), de la renta de pleno empleo y del tipo de interés nominal.

#### 4.2.1.3 AJUSTE DE LOS PRECIOS EN EL MERCADO DE BIENES Y SERVICIOS

Se supone que en el mercado de bienes y servicios los precios se van ajustando paulatinamente al exceso de demanda existente conforme a una ley que se puede modelizar de la siguiente forma:

$$\left(\frac{D}{\bar{Y}}\right)^{\xi} = e^{\frac{dP/dt}{P}} \quad \xi > 0 \quad (4.8)$$

Tomando logaritmos en esta expresión resulta:

$$\frac{d(P)/dt}{P} = \frac{d(\ln P)}{dt} = \xi \cdot (\ln D - \ln \bar{Y}) \quad (4.9)$$

o bien:

$$\rho = \xi \cdot (d - \bar{y}) \quad (4.10)$$

donde las letras en minúsculas representan los logaritmos de las correspondientes variables,  $\xi$  un parámetro positivo que mide la velocidad de ajuste en dicho mercado, y  $\rho$  la tasa de crecimiento del nivel de precios la cual depende de lo amplia que sea la diferencia entre la demanda en un momento dado y el producto de pleno

empleo.

#### 4.2.1.4 ESQUEMA DE FORMACIÓN DE EXPECTATIVAS

Además de lo anterior es preciso incorporar al modelo un mecanismo para la consideración de las expectativas acerca de la tasa de variación esperada del tipo de cambio. A estos efectos, Dornbusch considera un esquema de expectativas regresivas conforme a la siguiente expresión:

$$\left(\frac{\dot{S}}{S}\right)^e = \theta \frac{dS^e/dt}{S^e} \quad \theta > 0 \quad (4.11)$$

Tomando logaritmos en esta expresión resulta:

$$\frac{d(S^e)/dt}{S^e} = \frac{d(\ln S^e)}{dt} = \theta \cdot (\ln \bar{S} - \ln S) \quad (4.12)$$

que se puede expresar también como:

$$s^e = \theta \cdot (\bar{s} - s) \quad (4.13)$$

siendo:  $\bar{S}$  el tipo de cambio a largo plazo,  $s = \ln S$ ,  $\bar{s} = \ln \bar{S}$  y  $\theta$  un parámetro que mide el ritmo de convergencia del tipo de cambio a su valor a largo plazo en función del tipo de cambio esperado en cada instante.

#### 4.2.1.5 EQUILIBRIO DE LA BALANZA DE PAGOS

Ello implica que el valor absoluto del saldo de la balanza por cuenta corriente es igual al valor absoluto del saldo de la balanza por cuenta de capital. Por otra parte, hemos considerado que ambas balanzas pueden expresarse como:

Balanza por cuenta corriente:

$$CC\left(\frac{S.P^*}{P}\right) = CC(S_R) = \left(\frac{S.P^*}{P}\right)^\delta \quad \delta > 0 \quad (4.14)$$

Balanza por cuenta de capital:

$$FC = e^{\beta[s^* - i \cdot r]} \quad \beta > 0 \quad (4.1)$$

En consecuencia y dado que los valores absolutos de las mismas han de ser iguales, se cumplirá que:

$$\frac{CC}{FC} = 1$$

Tomando logaritmos en esta expresión resulta:

$$\ln CC - \ln FC = 0$$

o lo que es equivalente:

$$\delta(s + p^* - p) + \beta(i - i^* - s^*) = 0 \quad (4.15)$$

#### 4.2.2 EQUILIBRIO A LARGO PLAZO: CONDICIONES SOBRE EL TIPO DE CAMBIO, NIVEL DE PRECIOS Y TIPO DE INTERÉS

Si suponemos que el país sobre el que se va a aplicar el modelo (país A) es pequeño en comparación con el país frente al que se desea determinar el tipo de cambio de su divisa (país B), resultará que el primero deberá tomar como datos las variables macroeconómicas existentes en el segundo sin poder ejercer control efectivo sobre las mismas. En estas condiciones, el tipo de interés ( $i$ ) y el nivel de precios ( $p = \ln P$ ) correspondientes al país B serán variables exógenas al modelo.

Los valores de equilibrio a largo plazo del nivel de precios y del tipo de cambio,  $\bar{p}$  y  $\bar{s}$  del país A, se obtienen cuando:

$$p = s = s^* = 0 \quad \rightarrow \quad i = i^*, \quad p = \bar{p}, \quad s = \bar{s} \quad (4.16)$$

Lo cual supone considerar expectativas estáticas una vez alcanzado el equilibrio a largo plazo.

#### 4.2.3. ECUACIONES DIFERENCIALES REPRESENTATIVAS DE LAS TRAYECTORIAS A LARGO PLAZO DEL TIPO DE CAMBIO Y NIVEL DE PRECIOS

Mediante el empleo de las ecuaciones constitutivas que hemos expuesto en los apartados anteriores, vamos seguidamente a plantear el conjunto de ecuaciones diferenciales que deben cumplir cualquiera de las trayectorias que conduzcan hacia una situación de equilibrio a largo plazo tanto por lo que respecta al tipo de cambio como al nivel de precios.

Para ello si en la ecuación correspondiente al equilibrio del mercado monetario:

$$m - \rho = \eta \bar{y} - \epsilon i \quad (4.4)$$

sustituimos las condiciones que deben satisfacerse a largo plazo:  $\rho = \bar{\rho}$  y  $i = i^*$ , resulta:

$$m - \bar{\rho} = \eta \bar{y} - \epsilon i^* \quad (4.17)$$

Si despejamos de estas dos relaciones los valores de  $i$  e  $i^*$ , respectivamente:

$$i = \frac{\rho - m}{\epsilon} + \frac{\eta}{\epsilon} \bar{y} \quad (4.18)$$

$$i^* = \frac{\bar{\rho} - m}{\epsilon} + \frac{\eta}{\epsilon} \bar{y} \quad (4.19)$$

Si restamos estas dos expresiones resulta:

$$i - i^* = \frac{\rho - \bar{\rho}}{\epsilon} \quad (4.20)$$

Por otro lado, la expresión correspondiente al equilibrio de la balanza de pagos adopta la siguiente representación a largo plazo:

$$\delta(\bar{s} + \rho^* - \bar{\rho}) + \beta(i^* - i) = 0 \quad \Rightarrow \quad \rho^* = \bar{\rho} - \bar{s} \quad (4.21)$$

Sustituyendo este último resultado así como también el valor correspondiente al diferencial de intereses  $i - i^*$  anteriormente obtenido, nuevamente en la de la expresión relativa al equilibrio de la balanza de pagos:

$$\delta[(s - \bar{s}) - (p - \bar{p})] + \beta \left[ \frac{1}{\epsilon} (p - \bar{p}) - s^* \right] = 0 \quad (4.22)$$

Finalmente, si suponemos que la previsión es perfecta de forma que las variaciones esperadas en el tipo de cambio son las que efectivamente se producen, se cumplirá que  $s^* = s$  con lo que llegamos finalmente a la expresión:

$$\delta[(s - \bar{s}) - (p - \bar{p})] + \beta \left[ \frac{1}{\epsilon} (p - \bar{p}) - s \right] = 0 \quad (4.23)$$

Por otro lado si sustituimos en la expresión correspondiente al ajuste de precios en el mercado de bienes y servicios:

$$p = \xi \cdot (d - \bar{y}) \quad (4.10)$$

la demanda por la relación que hemos expuesto en la ecuación constitutiva correspondiente:

$$d = \gamma \bar{y} + \delta (s + p^* - p) - \sigma i \quad 0 < \gamma < 1, \delta > 0, \sigma > 0 \quad (4.7)$$

resulta la siguiente relación:

$$\rho = \xi \cdot [(\gamma - 1)\bar{y} - \sigma i + \delta(s + p^* - p)] \quad (4.24)$$

Como en la situación de equilibrio a largo plazo debe cumplirse:  $\rho = 0$ ,  $i = i^*$ ,  $p = \bar{p}$  y  $s = \bar{s}$ , sustituyendo en la expresión anterior resulta:

$$(\gamma - 1)\bar{y} - \sigma i^* + \delta(\bar{s} + p^* - \bar{p}) = 0 \quad (4.25)$$

Si restamos esta última expresión multiplicada por  $\xi$  a la ecuación (4.24) nos queda finalmente:

$$\rho = \xi \delta (s - \bar{s}) - \xi \left[ \delta + \frac{\sigma}{\varepsilon} \right] (p - \bar{p}) \quad (4.26)$$

El conjunto de ecuaciones (4.23) y (4.26) forman un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias con coeficientes constantes cuya resolución proporciona el conjunto de trayectorias relativas a los niveles de precios y tipos de cambio hasta alcanzar los correspondientes valores de equilibrio a largo plazo.

#### **4.2.4. SOLUCIÓN DEL SISTEMA DE ECUACIONES DIFERENCIALES DE LAS TRAYECTORIAS A LARGO PLAZO DEL TIPO DE CAMBIO Y NIVEL DE PRECIOS**

La solución detallada de sistema de ecuaciones diferenciales que hemos planteado en el apartado anterior se desarrolla en el Anejo 1. En este apartado vamos a presentar simplemente la forma funcional que presentan el conjunto de trayectorias que tanto para el nivel de precios como para el

tipo de cambio, convergen hacia un valor finito a largo plazo.

En el caso del nivel de precios la solución adopta la forma:

$$p = C_1 e^{\alpha_1 t} + \bar{p} \quad (4.27)$$

siendo  $\alpha_1 < 0$  una de las raíces correspondientes a la ecuación característica del sistema de ecuaciones diferenciales anteriormente planteado y  $C_1$  una constante arbitraria menor que cero debido a la rigidez en los precios a corto plazo.

Sustituyendo este último resultado en la ecuación diferencial (4.26) nos queda:

$$\alpha_1 C_1 e^{\alpha_1 t} = \xi \delta (s - \bar{s}) - \xi \left[ \delta + \frac{\sigma}{\epsilon} \right] C_1 e^{\alpha_1 t} \quad (4.28)$$

Si despejamos de esta expresión el tipo de cambio, obtenemos finalmente:

$$s = \bar{s} + \left( 1 + \frac{\sigma}{\epsilon \delta} + \frac{\alpha_1}{\xi \delta} \right) C_1 e^{\alpha_1 t} \quad (4.29)$$



#### 4.2.5. CONCLUSIONES DERIVADAS DEL MODELO

Vamos a analizar a continuación el valor correspondiente al parámetro  $\theta$  que forma parte del esquema de expectativas que hemos definido. Para ello, si derivamos la expresión (4.29) llegamos a:

$$s = \left( 1 + \frac{\sigma}{\epsilon \delta} + \frac{\alpha_1}{\xi \delta} \right) \alpha_1 C_1 e^{\alpha_1 t} \quad (4.30)$$

Comparando esta expresión nuevamente con la (4.29) así como también con el propio esquema de expectativas considerado, llegamos a que:

$$\frac{\dot{s}}{\alpha_1} = s - \bar{s}$$

$$s = -\alpha_1 (\bar{s} - s) \quad \rightarrow \quad \theta = -\alpha_1$$

Ello significa que la velocidad de ajuste del tipo de cambio, es igual a la raíz negativa de la ecuación característica del sistema de ecuaciones diferenciales, cambiada de signo. Con ello resulta  $\theta > 0$ , tal y como planteamos en el correspondiente esquema de expectativas adoptado.

Por otra parte, si en la ecuación correspondiente al equilibrio de la balanza de pagos:

$$\delta(s + p^* - p) + \beta(j - i^* - s^*) = 0 \quad (4.15)$$

imponemos las condiciones que deben cumplirse en el equilibrio a largo

plazo, llegamos a que puede representarse de la siguiente forma:

$$\delta(\bar{s} + p^* - \bar{p}) + \beta(i^* - i) = 0 \quad \rightarrow \quad p^* = \bar{p} - \bar{s} \quad (4.21)$$

Introduciendo el valor obtenido para  $p^*$  nuevamente en la relación (4.15) a la vez que empleando el esquema de expectativas que estamos utilizando, llegamos a la siguiente expresión:

$$[\delta + \beta\theta](s - \bar{s}) = \delta(p - \bar{p}) - \beta(i - i^*) \quad (4.31)$$

Por último, si sustituimos el valor de  $(i - i^*)$  por la expresión que anteriormente obtuvimos:

$$i - i^* = \frac{p - \bar{p}}{e} \quad (4.20)$$

tenemos finalmente:

$$(s - \bar{s}) = \frac{\delta - \beta/e}{\delta + \beta\theta} (p - \bar{p}) \quad (4.32)$$

De la observación de la expresión anterior, Fernández, V.J. (\*) concluye diciendo: "Cuando la velocidad del ajuste es baja  $\delta > \beta/e$  y entonces el quebrado es mayor que cero. Dados  $\bar{s}$  y  $\bar{p}$ , el tipo de cambio y el nivel de precios se mueven en la misma dirección.

Cuando la velocidad de ajuste es alta  $\delta < \beta/e$ , el quebrado es menor que la unidad y el nivel de precios y el tipo de cambio están inversamente relacionados.

(\*) Fernández, V.J. *Determinantes del nivel y evolución del tipo de cambio: una introducción a su modelización. Cuadernos Económicos de ICE. Número 31. 1985/3.*

Para un nivel dado de  $\bar{s}$  y  $\bar{p}$ , un incremento en el nivel de precios empeora la balanza por cuenta corriente y mejora la balanza de capital. Esto es así porque es preciso un incremento de los tipos de interés para compensar el alza de precios y preservar el equilibrio en el mercado de dinero, dependiendo en última instancia dicho incremento del valor  $1/e$ . Cuando  $\beta$  es alto, la elevación en  $i$  origina una rápida mejora de la balanza de capital, que probablemente más que compense el empeoramiento en la balanza por cuenta corriente. Para restablecer el equilibrio en la balanza de pagos, el tipo de cambio deberá apreciarse. Dicha apreciación restablece el equilibrio al empeorar la balanza por cuenta corriente y, creando expectativas de depreciación, empeora la balanza de capital. En este caso el tipo de cambio y el nivel de precios se mueven en direcciones opuestas. Si, por el contrario,  $\beta$  es pequeño en relación con  $\beta/e$ , el empeoramiento de la balanza por cuenta corriente que sigue al incremento de precios, no será compensado por la mejora en la balanza de capital y el equilibrio de la balanza de pagos exigirá una depreciación de la moneda. En este caso, la dinámica de ajuste se caracteriza por una situación en que precios y tipo de cambio se mueven en la misma dirección".

Si diferenciamos la expresión (4.32) tenemos:

$$(ds - d\bar{s}) = \frac{\delta - \beta/e}{\delta + \beta\theta} (dp - d\bar{p}) \quad (4.33)$$

Debido a la rigidez en los precios a corto plazo se cumple que  $dp = 0$  por lo que la relación anterior puede expresarse en los siguientes términos:

$$(ds - d\bar{s}) = \frac{\delta - \beta/e}{\delta + \beta\theta} (-d\bar{p}) \quad (4.34)$$

En el Anejo I demostramos asimismo que a largo plazo se verifica:

$$d(\bar{s}) = d(\bar{p}) = d(m)$$

por lo cual la relación anterior puede finalmente expresarse en la siguiente forma:

$$\frac{ds}{dm} = 1 - \frac{\delta - \beta/\epsilon}{\delta + \beta\theta} \quad (4.35)$$

Esta última expresión nos indica que existirá overshooting siempre que el segundo sumando del segundo término sea positivo, para lo cual será preciso que el numerador sea un número mayor que cero.

Por lo tanto existirá overshooting si:

$$\frac{\delta - \beta/\epsilon}{\delta + \beta\theta} < 0 \quad \rightarrow \quad \delta - \beta/\epsilon < 0 \quad \rightarrow \quad \frac{\beta}{\epsilon} > \delta$$

y existirá undershooting si:

$$\frac{\delta - \beta/\epsilon}{\delta + \beta\theta} > 0 \quad \rightarrow \quad \delta - \beta/\epsilon > 0 \quad \rightarrow \quad \frac{\beta}{\epsilon} < \delta$$

Es decir, cuando existe un alto grado de movilidad del capital correspondiente a altos valores de  $\beta$  se producirá overshooting, en tanto que para valores de  $\beta$  bajos y pequeña movilidad del capital se generará undershooting.

#### 4.2.6. LINEALIZACIÓN DEL MODELO DE FRENKEL Y RODRIGUEZ

Finalmente vamos a expresar el tipo de cambio en función de los componentes fundamentales de los que depende a fin de poder llevar a cabo contrastaciones empíricas con el modelo. Para ello y basándonos en la *relación correspondiente al equilibrio de la balanza de pagos*, podemos expresar el saldo de la cuenta corriente en logaritmos ( $cc$ ), del siguiente modo:

$$cc_t = -\beta(i_t - i_t^* - s_t^*) \quad (4.36)$$

Si en la anterior ecuación sustituimos el valor de  $s_t^*$  por el correspondiente esquema de expectativas que estamos considerando y efectuamos operaciones, llegamos finalmente a la siguiente expresión para el tipo de cambio:

$$s_t = \bar{s} - \frac{1}{\theta} (i_t - i_t^*) - \frac{1}{\beta\theta} cc_t \quad (4.37)$$

Debido a que a largo plazo el tipo de cambio se comporta conforme al modelo monetario básico con plena flexibilidad de precios, podemos expresar el tipo de cambio a largo plazo conforme a la expresión:

$$\bar{s} = \alpha + (\bar{m} - \bar{m}^*) - \eta(\bar{y} - \bar{y}^*) + \varepsilon(\bar{i} - \bar{i}^*) \quad (4.38)$$

donde las variables superralladas representan los valores a largo plazo del diferencial de ofertas monetarias interna y externa en logaritmos, el

diferencial de rentas reales interna y externa en logaritmos y el diferencial de intereses nominales interno y externo.

Como por otra parte se cumple a largo plazo la igualdad entre los diferenciales de interés nominal y los diferenciales de las tasas de inflación esperadas, resulta finalmente:

$$\bar{s} = \alpha + (\bar{m} - \bar{m}^*) - \eta(\bar{y} - \bar{y}^*) + e(\pi_t^e - \pi_t^{*e}) \quad (4.39)$$

Sustituyendo por último esta expresión en la ecuación (4.37) resulta:

$$s_t = \alpha + (\bar{m} - \bar{m}^*) - \eta(\bar{y} - \bar{y}^*) + e(\pi_t^e - \pi_t^{*e}) - \frac{1}{\theta}(l_t - l_t^*) - \frac{1}{\beta\theta}cc_t \quad (4.40)$$

Observando esta relación puede apreciarse que en el caso de que  $\theta = \infty$ , el ajuste de los precios es instantáneo y la ecuación anterior se convierte en la correspondiente al modelo monetario básico.

## **CAPÍTULO 5**

### **CONTRASTACIÓN DE MODELOS MONETARIOS CON PRECIOS FLEXIBLES: EL MODELO MONETARIO BÁSICO**

### **5.1. RELACIÓN FUNCIONAL OBJETO DE LA ESTIMACIÓN**

En el Capítulo 2 dedujimos que el tipo de cambio entre dos divisas podía ser representado en función de sus componentes fundamentales conforme a la siguiente relación:

$$s_t = \alpha + (m_t - m_t^*) - \eta(y_t - y_t^*) + \varepsilon(i_t - i_t^*) \quad (5.1)$$

donde las variables en minúsculas:  $s_t$ ,  $m_t$ ,  $m_t^*$ ,  $y_t$ ,  $y_t^*$ ,  $i_t$ ,  $i_t^*$  representan los logaritmos naturales del tipo de cambio nominal ( $S$ ), ofertas monetarias nominales interna y externa ( $M$  y  $M^*$ ), rentas reales interna y externa ( $Y$  e  $Y^*$ ) y tipos de interés nominales interno y externo ( $i$  e  $i^*$ ). La variable  $\alpha$  es un término constante que refleja la diferencias estructurales existentes en el mercado monetario interno (país A) y externo (país B).

En cuanto al parámetro  $\eta$  resulta ser igual a la elasticidad de la demanda de dinero con respecto a la renta tanto interna como externa, y  $\varepsilon$  es la semielasticidad de la demanda respecto al tipo de interés tanto interno como externo.

En el resto de este capítulo vamos a realizar una estimación de dicha relación al caso concreto de la peseta con relación al marco alemán durante el período comprendido entre los años 1987 y 1996, ya que pensamos que las hipótesis básicas que subyacen en la formulación de los modelos que hemos presentado se pueden cumplir en un alto grado entre España y Alemania, a la vez que durante dicho período se produjeron un conjunto de circunstancias que afectaron sin duda al funcionamiento del Sistema Monetario Europeo y que puede resultar



interesante analizar a la luz de tales modelos.

## **5.2. RESTRICCIONES SOBRE LOS COEFICIENTES DE LA REGRESIÓN**

Debido a que el término correspondiente al diferencial de ofertas monetarias es igual a la unidad, realizaremos una regresión que contenga dicha restricción de tal forma que nuestro modelo a estimar será el siguiente:

$$s_t - (m_t - m_t^e) = \beta_1 + \beta_2(y_t - y_t^e) + \beta_3(i_t - i_t^e) + u_t \quad (5.2)$$

Ello significa que la variable independiente que consideraremos será:

$s_t - (m_t - m_t^e)$  en tanto que las variables independientes serán  $(y_t - y_t^e)$  y  $(i_t - i_t^e)$  respectivamente. El término  $u_t$  representa una variable aleatoria que recoge los errores existentes entre los valores observados y los predichos por el modelo que vamos a estimar.

## **5.3. SELECCIÓN DE LAS VARIABLES EMPLEADAS EN LA CONTRASTACIÓN**

El conjunto de variables que enumeramos son las que hemos empleado en la estimación del modelo por haber sido las que mejores resultados ofrecieron en cuanto al ajuste se refiere. En cuanto a España éstas son:

- Logaritmo de la oferta monetaria española (M3) en millones de pesetas.
- Logaritmo del tipo de cambio entre la peseta y el marco (cambios medios mensuales).

- Logaritmo del Producto Interior Bruto (PIB) español a precios y poder de compra corrientes en miles de millones de patrones de poder de compra (PPC).
- Interés de la deuda del Estado español a medio y largo plazo. Operaciones entre miembros del mercado y clientes a 3 años.

y en el caso de Alemania han sido:

- Logaritmo de la oferta monetaria alemana (M3) en millones de marcos.
- Logaritmo del Producto Interior Bruto (PIB) alemán a precios y poder de compra corrientes en miles de millones de patrones de poder de compra (PPC).
- Interés de los bonos del Tesoro alemán con período de maduración de 3 años.

Finalmente hemos de decir que las series correspondientes a Alemania, incluyen asimismo a la antigua República Democrática Alemana a partir del año 1991.

#### **5.4. REGRESIÓN POR MÍNIMOS CUADRADOS ORDINARIOS (MCO) DEL MODELO PERTENECIENTE AL PERÍODO 1987-1996**

La técnica de ajuste fundamentada en el método de los mínimos cuadrados ordinarios se basa en que si el modelo se escribe en la forma:

$$Y = X\beta + U$$

donde  $Y$  representa el vector correspondiente a las observaciones de la variable independiente (endógena) de dimensión  $(T \times 1)$ , siendo  $T$  el número de

observaciones muestrales,  $X$  es la matriz de las observaciones correspondientes a las variables independientes (explicativas) de dimensión  $(T \times k)$  siendo  $k$  el número de variables explicativas,  $\beta$  representa el vector de coeficientes del modelo de dimensión  $(k \times 1)$  y finalmente  $U$  es el vector formado por los términos de error correspondientes de dimensión  $(T \times 1)$ ; entonces la estimación del vector de coeficientes viene dado por la expresión:

$$\beta = (X'X)^{-1} X'Y$$

siendo las matrices con apóstrofe las traspuestas de las que no lo tienen.

Para la realización práctica de los cálculos anteriores se ha hecho uso del programa estadístico STATGRAPHICS Plus. Versión 7.0. Así, la aplicación anterior llevada a cabo sobre las variables que hemos descrito en el apartado anterior, ofrece los siguientes resultados:

**ESTIMACIÓN DEL MODELO MONETARIO BÁSICO**

Variable independiente	Coefficiente	Error std	Valor t	Nivel sig.
Constante	-0.989158	0.162218	-6.0977	0.0000
$y_t - y_t^*$	-1.605012	0.143087	-11.2170	0.0000
$i_t - i_t^*$	0.031637	0.00604	5.2376	0.0000

R-SQ. (ADJ.) = 0.5541 SE= 0.082361 MAE= 0.068256 DurWat= 0.090

El significado de los diferentes términos que aparecen en esta tabla son los siguientes:

- La primera columna refleja las variables exógenas que estamos emplean-

do en el ajuste del modelo.

- La segunda columna nos ofrece los resultados correspondientes a la estimación de cada uno de los coeficientes que afectan a las variables exógenas  $\hat{\beta}_i$ .
- En la tercera columna se da para cada uno de los coeficientes el valor del error estándar, el cual es igual al denominador de la t de Student para el contraste de la nulidad de cada coeficiente. Esto es:

$$t_i = \frac{\hat{\beta}_i}{\hat{\sigma}_u \sqrt{a_{ii}}}$$

El denominador de la expresión anterior es el error estándar, siendo  $\hat{\sigma}_u$  la estimación de la desviación típica del vector de residuos de la regresión y  $a_{ii}$  el elemento i-esimo de la diagonal de la matriz  $(X'X)^{-1}$ . Para la estimación de la desviación típica del error estándar se emplea la expresión:

$$\hat{\sigma}_u = \frac{\hat{U}'\hat{U}}{T - k}$$

- La cuarta columna refleja para cada coeficiente el resultado para cada uno de los  $t_i$  anteriormente definidos.
- La última columna indica el valor del nivel de significación  $\epsilon$  de la distribución t de Student con  $(T - k)$  grados de libertad, tal que se cumpla:

$$t_i = \left| \frac{\hat{\beta}_i}{\hat{\sigma}_u \sqrt{a_{ii}}} \right| = t_{\epsilon}(T - k)$$

Este es el valor que debe aceptarse como mínimo para rechazar el que un coeficiente pueda ser nulo. Dado que estamos trabajando con un intervalo de confianza del 95% al que corresponde un nivel de significación del 5%, no deberemos aceptar en dicha columna valores superiores a 0,05 para rechazar la posibilidad de que el coeficiente correspondiente sea efectivamente nulo.

En la parte inferior del cuadro aparece asimismo el coeficiente de determinación corregido (R-SQ (ADJ)) que permite tener una idea de lo adecuado del ajuste. Así, cuanto más próximo a la unidad se encuentre el mismo el modelo será tanto mejor. También se encuentra el error estándar de la estimación (SE) que mide la variabilidad no explicada en la variable dependiente, el error absoluto medio (MAE) que es la media de los valores absolutos de los residuos y que por tanto resulta ser la media de error que puede esperarse en una predicción, y por último el valor del estadístico de Durbin-Watson (DurbWat) para el contraste de la autocorrelación de primer orden del modelo.

Respecto a este último, se define mediante la siguiente expresión:

$$d' = \frac{\sum_2^T (a_t - a_{t-1})^2}{\sum_2^T a_t^2}$$

siendo  $a_t = y_t - \hat{y}_t$  esto es, la diferencia entre el valor observado y el valor predicho. Para diferentes tamaños muestrales y número de variables explicativas del modelo, Durbin y Watson construyen un conjunto de tablas en las que construyen un conjunto de cotas superior ( $d_u$ ) e inferior ( $d_l$ ) en relación con el estadístico  $d'$ , para diferentes niveles de significación. Con dichas tablas resulta posible aceptar o rechazar la presencia de autocorrelación de primer orden en el modelo de acuerdo con los siguientes criterios:

- Si  $d < d_L$  o si  $d > 4 - d_U$  existe autocorrelación de primer orden.
- Si  $d_U < d < 4 - d_U$  no existe correlación de primer orden.
- Si  $d_L \leq d \leq d_U$  o bien si  $4 - d_U \leq d \leq 4 - d_L$  no se toma ninguna decisión.

Volviendo a la tabla que anteriormente presentamos podemos comprobar la buena significación de los tres coeficientes, si bien el coeficiente de determinación ajustado muestra que el ajuste en su conjunto no resulta excesivamente bueno. Por otro lado aparecen claros síntomas de autocorrelación entre los residuos ya que el valor del estadístico de Durbin-Watson permite afirmar ello de acuerdo con el número de observaciones y variables explicativas con que estamos realizando el ajuste. Este último hecho puede asimismo corroborarse

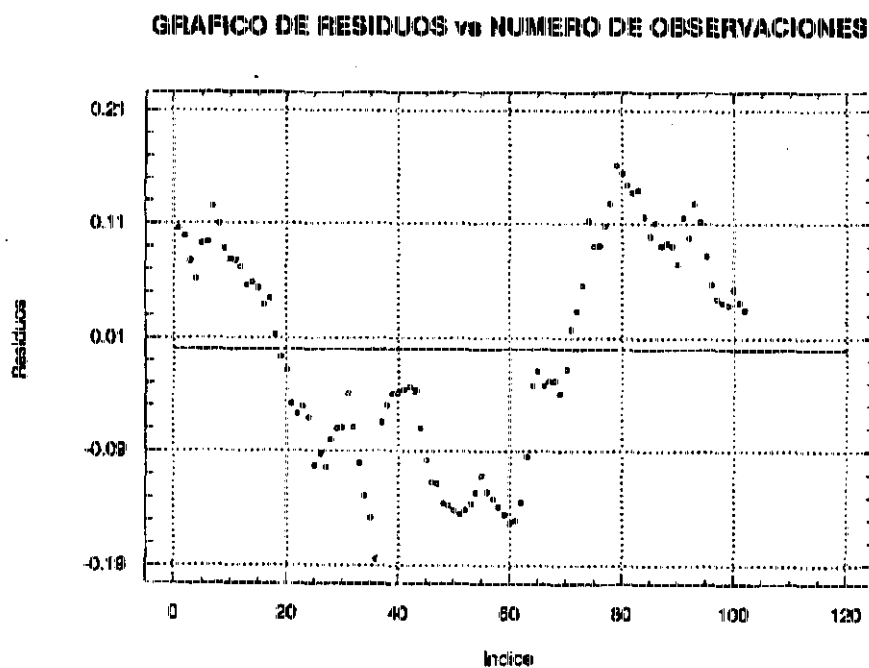


Figura 5.1

mediante la observación de la gráfica que aparece en la figura 5.1, en la que mostramos el valor de los residuos obtenidos para cada uno de los datos

muestrales.

En el eje vertical aparecen los valores de los residuos y en el eje horizontal bajo el epígrafe "Índice" se recoge el número de orden de cada uno de ellos comenzando por el valor 1 hasta el 102 que corresponde al último dato muestral. En forma de línea continua horizontal aparece también el valor medio de dichos residuos para así apreciar la diferencia entre cada uno de ellos y dicho valor medio.

En caso de ausencia de autocorrelación, un gráfico de este tipo debe mostrar una nube de puntos en torno a la media con distribución completamente aleatoria y sin mostrar ningún tipo de tendencia. Esta circunstancia está lejana a la forma que vemos en la figura anterior donde existen zonas en que los residuos se agrupan sistemáticamente por encima de su valor medio y en otras por debajo de él. Ello es por lo tanto síntoma claro de presencia de autocorrelación en dichos residuos.

En cuanto al grado de ajuste de los valores proporcionados por el modelo a los valores muestrales, aparte del coeficiente de determinación ajustado podemos darnos una idea del mismo mediante un gráfico en donde en el eje horizontal aparezcan los valores ajustados y en el eje vertical los observados. Cuanto mejor sea el ajuste, los puntos de este gráfico deberán aparecer próximos a una línea de pendiente  $45^\circ$  ya que para ella cada valor ajustado coincide exactamente con el observado.

En nuestro caso particular, dicha gráfica presenta la forma que aparece en la figura 5.2, y puede apreciarse las carencias respecto al ajuste que anteriormente discutimos al hablar del valor del coeficiente de determinación corregido ya que los puntos se distribuyen a uno y otro lado de la mencionada recta pero no siguiendo estrictamente la forma de la misma ya que se encuentran separados considerablemente de ella.

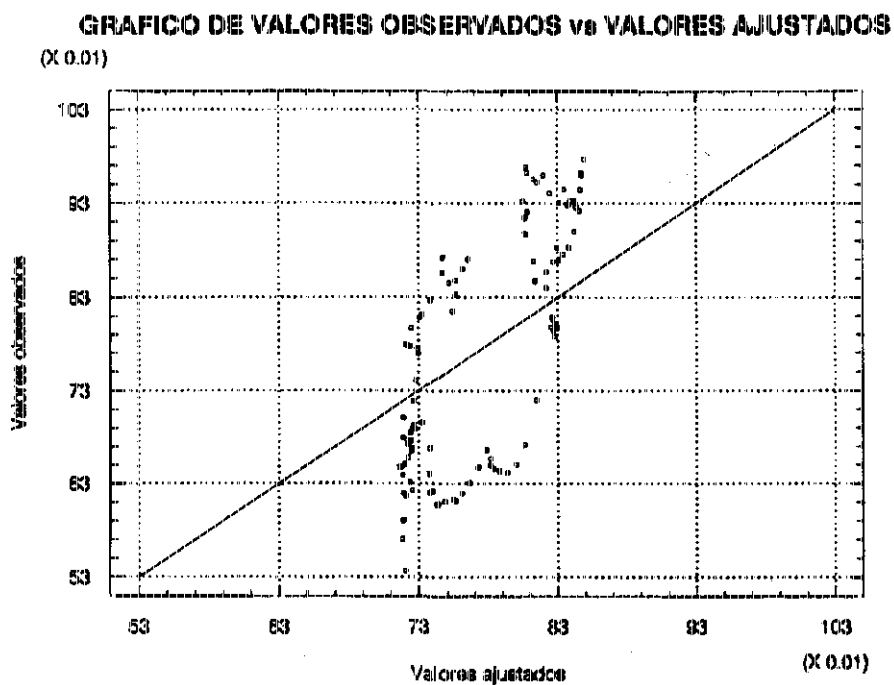


Figura 5.2

Por último reflejamos en la figura 5.3, una gráfica conjunta donde aparecen los logaritmos de los valores observados del tipo de cambio frente a los logaritmos

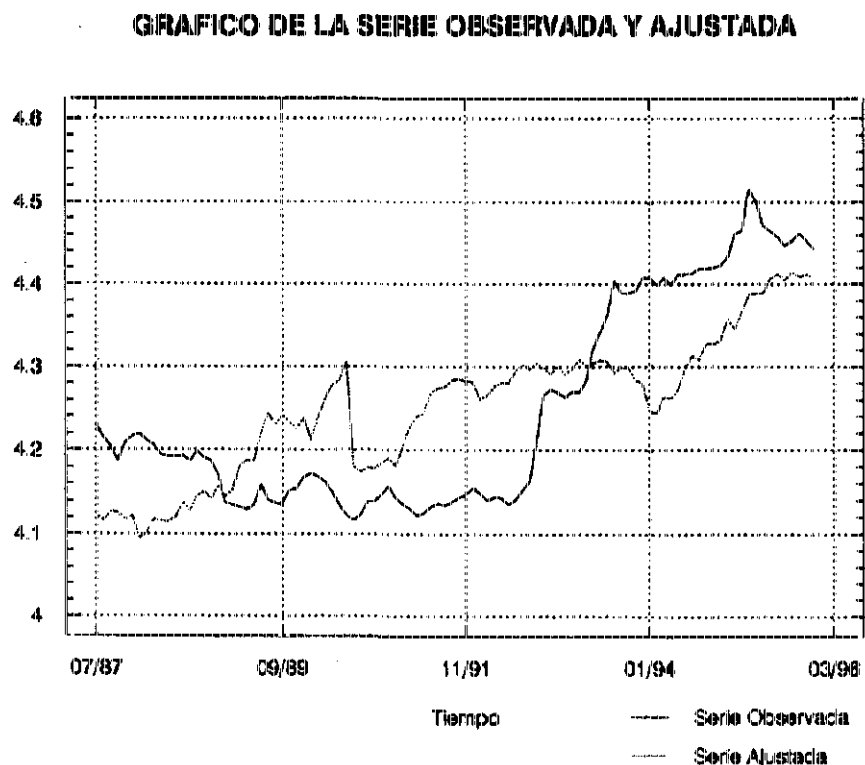


Figura 5.3



de los tipos de cambio ajustados por el modelo, ambos representados en el eje vertical, mientras que en el horizontal aparece la variable tiempo respecto a la cual cada una de ellas está referida.

#### 5.4.1. CORRECCIÓN DE LA AUTOCORRELACIÓN EN LAS PERTURBACIONES ALEATORIAS

La presencia de autocorrelación en un modelo implica que uno o todos los elementos de la matriz de varianzas de las perturbaciones aleatorias que no sean de la diagonal principal, son distintos de cero. Para la estimación de un modelo que presente autocorrelación emplearemos el procedimiento de Cochrane-Orcutt que vamos a describir en el supuesto de que el modelo presente autocorrelación de primer orden.

Sea por tanto el siguiente modelo cuyos residuos presentan un esquema de autocorrelación de primer orden:

$$y_t = \alpha + x_t' \beta + u_t$$

$$u_t = \rho u_{t-1} + v_t$$

si la primera ecuación la retrasamos un período, la multiplicamos por  $\rho$  y el resultado se lo restamos a la ecuación primitiva, resulta:

$$y_t - \rho y_{t-1} = \alpha(1 - \rho) + x_t' \beta - \rho x_{t-1}' \beta + (u_t - \rho u_{t-1})$$

o lo que es igual:

$$y_t^* = \alpha(1 - \rho) + x_t^{*'} \beta + e_t$$

siendo:  $y_t^* = y_t - \rho y_{t-1}$ ;  $x_t^{*'} = x_t' \beta - \rho x_{t-1}' \beta$  y  $e_t = (u_t - \rho u_{t-1})$

A la vista de lo anterior, el procedimiento consiste en los siguientes pasos:

- 1) Comenzar con la estimación MCO del modelo de regresión, ignorando la presencia de autocorrelación de primer orden en el término de error.
- 2) Utilizar los residuos MCO para estimar el parámetro  $\rho$ . Esto puede hacerse mediante una regresión de  $\hat{u}_t$  sobre  $\hat{u}_{t-1}$ .
- 3) Emplear dicha estimación para obtener las variables cuasidiferenciadas  $y_t^*$  y  $x_t^*$ .
- 4) Estimar por MCO un modelo con las variables transformadas, para obtener estimaciones del vector de coeficientes  $\beta$ .
- 5) Utilizar la estimación del vector  $\beta$  para generar una nueva serie de residuos, y emplear dichos residuos para la estimación de nuevo del parámetro  $\rho$ .

Estas iteraciones deben continuar hasta alcanzar un grado de convergencia adecuado.

La metodología anteriormente expuesta, es asimismo válida en casos de esquemas de autocorrelación de orden superior a la unidad.

Aplicando lo anterior al modelo corregido de la heterocedasticidad, y empleando en esquema autorregresivo de primer orden AR(1), se han realizado 5 iteraciones hasta lograr una buena convergencia del parámetro  $\rho$ . De esta forma, el modelo estimado se puede representar como:

$$(Y_t - \rho Y_{t-1}) = \beta_1(1 - \rho) + \beta_2(X_{2t} - \rho X_{2t-1}) + \beta_3(X_{3t} - \rho X_{3t-1}) + \varepsilon_t \quad (5.3)$$

$$v_t = \rho v_{t-1} + \varepsilon_t \quad (5.4)$$

Después de 5 iteraciones se ha obtenido finalmente  $\rho_5 = 0,934561$  no mejorándose ya significativamente la convergencia. La estimación por MCO del modelo ofrece los resultados que figuran en la siguiente tabla:

ESTIMACIÓN DEL MODELO MONETARIO BÁSICO

Variable independiente	Coefficiente	Error std	Valor t	Nivel sig.
$1 - \rho_5$	-0.534505	0.412687	-1.2952	0.1983
$X_{2t} - \rho_5 X_{2t-1}$	-1.231442	0.404184	-3.0467	0.0030
$X_{3t} - \rho_5 X_{3t-1}$	0.012573	0.005229	2.4045	0.0181

R-SQ. (ADJ.) = 0.8324 SE= 0.022983 MAE= 0.016479 DurbinWat= 1.64

Puede comprobarse que han desaparecido los síntomas de autocorrelación entre los residuos del modelo si bien es de destacar el escaso nivel de significación del término independiente, el cual representa el logaritmo natural del cociente  $\frac{C'}{C}$  siendo este último un ratio que refleja la estructura relativa de los mercados monetarios en los países A y B. En las condiciones anteriormente descritas, ello significa que dicha estructura puede considerarse similar en ambas economías y que por tanto el término independiente debe ser cero.

Desde un punto de vista práctico, se ha llevado a cabo una regresión restringida del modelo en base a imponer que dicho término sea nulo y cuyos resultados aparecen en la siguiente tabla:

ESTIMACIÓN DEL MODELO MONETARIO BÁSICO

Variable independiente	Coefficiente	Error std	Valor t	Nivel sig.
$y_t - y_t^*$	-0.744572	0.02767	-26.9088	0.0000
$i_t - i_t^*$	0.006402	0.005135	1.2468	0.2154

R-SQ. (ADJ) = 0.9850 SE= 0.096112 MAL= 0.085513 DurbWat= 0.058

**5.4.2. ANÁLISIS DE LA MULTICOLINEALIDAD EN LAS VARIABLES EXPLICATIVAS**

La presencia de colinealidad entre las variables explicativas del modelo significa un determinado grado de correlación entre las mismas a consecuencia de que sus fluctuaciones se pueden producir de forma relativamente sincronizada. Si la misma es grande, puede afectar de forma negativa a la estimación de los coeficientes del modelo y por lo tanto es necesario detectar su presencia para tomar las medidas oportunas.

Una forma de detectarla consiste en normalizar la matriz de variables explicativas  $X$  de forma que el módulo de cada columna sea la unidad y seguidamente determinamos los autovalores de la matriz  $X'X$ , entonces existirán problemas de multicolinealidad si el estadístico denominado número de condición definido como:

$$\sqrt{\frac{\lambda_{\max}}{\lambda_{\min}}}$$

siendo  $\lambda_{\max}$  el autovalor máximo y  $\lambda_{\min}$  el autovalor mínimo. Números de condición superiores a 25 suelen considerarse problemáticos.

Para este nuevo modelo los autovalores de la matriz  $X'X'$ , estando a su vez la matriz  $X$  normalizada en la forma que dijimos anteriormente, son los siguientes:  $\lambda_1 = 1,93883$ ;  $\lambda_2 = 0,061172$  lo cual supone un número de condición de 5,63 lo cual muestra que no existen problemas de multicolinealidad entre las variables del modelo.

#### **5.4.3. ANÁLISIS DE LA PRESENCIA DE HETEROCEDASTICIDAD EN LAS PERTURBACIONES ALEATORIAS**

Se dice que un modelo econométrico produce heterocedasticidad cuando los residuos del modelo no tienen varianza constante. La importancia del incumplimiento de esta condición radica en que los estimadores que se obtienen por el método de los mínimos cuadrados para los parámetros del modelo, no son de varianza mínima.

Para la comprobación de dicha circunstancia emplearemos sobre el modelo corregido de la colinealidad, el test de Breusch-Pagan y el contraste de Harvey que nos permitirán definirnos en uno u otro sentido. El test de Breusch-Pagan supone que las perturbaciones del modelo se distribuyen normal e independientemente con varianza  $\sigma_i^2 = h(x_i' \alpha)$  donde  $x_i$  es un vector de variables de dimensión  $p$  y  $\alpha$  un vector de parámetros. Si todos los coeficientes de la combinación lineal  $x_i' \alpha$  excepto el término independiente  $\alpha_0$  fuesen cero, entonces se tendría una situación de ausencia de heterocedasticidad. Por lo tanto el test se basa en contrastar la hipótesis nula de homocedasticidad (ausencia de heterocedasticidad) consistente en:

$$H_0: \alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_p = 0$$

Este contraste se efectúa del siguiente modo:

- 1) Se estima por MCO el modelo econométrico original y se obtienen los residuos correspondientes.
- 2) Se obtiene la serie de residuos normalizados al cuadrado:

$$g_t^2 = \frac{u_t^2}{\hat{\sigma}_u^2} \quad t = 1, 2, \dots, T$$

siendo  $\hat{\sigma}_u = \frac{SR}{T}$  donde SR es la suma de los residuos de la regresión del punto anterior.

- 3) Se estima una regresión de  $g_t = g_t^2$  sobre las variables  $z_{1t}, z_{2t}, \dots, z_{pt}$  y se obtiene la suma explicada en dicha regresión:  $SE = ST - SR$  siendo  $ST = \sum_{t=1}^T (g_t - \bar{g})^2$  e  $\bar{g}$  el valor medio de las observaciones  $g_t$ .
- 4) Bajo la hipótesis nula de homocedasticidad, y supuesta una distribución normal para el término de error, el cociente  $\frac{SE}{2}$  calculado para la regresión del punto 3, se distribuye según crece el tamaño muestral como una variable chi-cuadrado con  $p - 1$  grados de libertad.

Aplicando el test anterior al modelo resulta:

- 1) Suponiendo que la variable causante de la heterocedasticidad fuese  $(y - \hat{y})$  resulta un valor para el estadístico  $Q = SE/2 = 0,9435 < \chi^2_{0,95} (1)$   
 -- No se rechaza la hipótesis nula de homocedasticidad.
- 2) Suponiendo que la variable causante de la heterocedasticidad fuese  $(i - \hat{i})$  resulta un valor para el estadístico  $Q = SE/2 = 9,4605 > \chi^2_{0,95} (1)$

-- Se rechaza la hipótesis nula de homocedasticidad.

- 3) Suponiendo que ambas variables fuesen causantes de la heterocedasticidad, resulta un valor para el estadístico  $Q = SE/2 = 10,3034 > \chi^2_{0,95}$   
 (2) -- Se rechaza la hipótesis nula de homocedasticidad.

En cuanto al contraste de Harvey consiste en suponer una especificación para la varianza de los residuos de la forma:  $\sigma_t^2 = e^{z_t' \alpha}$ . El contraste consiste entonces en las siguiente etapas:

- 1) Estimar el modelo por MCO ignorando la posible heterocedasticidad y obtener los residuos  $\hat{u}_t$ .
- 2) Estimar por MCO la regresión:

$$\ln \hat{u}_t^2 = \alpha_1 + \alpha_2 z_{2t} + \dots + \alpha_p z_{pt} + \epsilon_t$$

- 3) El estadístico  $F = \frac{SE / (k - 1)}{SR / (T - k)}$  sigue una distribución chi-cuadrado con  $p-1$  grados de libertad.
- 4) Si se rechaza la hipótesis de homocedasticidad, dividiríamos las observaciones del período  $t$  por  $\sqrt{e^{\alpha_2 z_{2t} + \dots + \alpha_p z_{pt}}}$  y procederíamos a estimar nuevamente el modelo que ya no presentaría heterocedasticidad.

Aplicando el contraste a nuestro modelo resulta:

- 1) Si realizamos la regresión  $\ln(u_t^2) = \alpha_1 + \alpha_2(y - y')$  y obtenemos el estadístico F para la significación conjunta de la misma, obtenemos:  $F = 2,4685 < \chi^2_{0,95} (1)$  -- No se rechaza la hipótesis nula de homocedasticidad.

- 2) Si realizamos la regresión  $\ln(u_t^2) = \alpha_1 + \alpha_2(i - i^*)$  y obtenemos el estadístico F para la significación conjunta de la misma, obtenemos:  $F = 27,2855 > \chi^2_{0,95}(1) \rightarrow$  Se rechaza la hipótesis nula de homocedasticidad.
- 3) Si realizamos la regresión  $\ln(u_t^2) = \alpha_1 + \alpha_2(y - y^*) + \alpha_3(i - i^*)$  y obtenemos el estadístico para la significación conjunta, resulta:  $F = 11,327 > \chi^2_{0,95}(2) \rightarrow$  Se rechaza la hipótesis nula de homocedasticidad. Además de esta última regresión obtenemos  $\alpha_2 = 2,870624$  y  $\alpha_3 = -0,384932$  que son los coeficientes que nos van a permitir la corrección de la misma.

### 5.5. REGRESIÓN POR MÍNIMOS CUADRADOS GENERALIZADOS (MCG) DEL MODELO PERTENECIENTE AL PERÍODO 1987-1996

Mediante los coeficientes  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$  anteriores y por medio del procedimiento que hemos descrito al comentar el contraste de Harvey, es posible transformar los valores muestrales originales en otros tales que la estimación del modelo con los nuevos coeficientes presenta ausencia de heterocedasticidad. Este procedimiento de estimación se denomina mínimos cuadrados generalizados (MCG).

En nuestro caso, los nuevos valores muestrales que emplearemos en la estimación van a ser los originales divididos por el término:

$$\left[ e^{2,870624(y - y^*) - 0,384932(i - i^*)} \right]^{0,5}$$

Con esta transformación de variables, el modelo que vamos a estimar es el siguiente:



$$Y_t = \beta_2 X_{2t} + \beta_3 X_{3t} + v_t \quad (5.5)$$

donde las nuevas variables son las primitivas divididas por el término anteriormente citado (incluidos los residuos). La estimación de este modelo está exento de heterocedasticidad y ofrece los siguientes resultados:

**ESTIMACIÓN DEL MODELO MONETARIO BÁSICO**

Variable independiente	Coefficiente	Error std	Valor t	Nivel sig.
$X_{2t}$	-0.710179	0.027858	-25.4929	0.0000
$X_{3t}$	0.014562	0.004447	3.2747	0.0015

R-SQ. (ADJ.) = 0.9887 SE= 1.020805 MAE= 0.929918 DurbWat= 0.076

De la tabla anterior puede observarse que ambos coeficientes presentan un adecuado grado de significación si bien, y una vez corregido el problema de la heterocedasticidad, aún nos queda por resolver la corrección de la autocorrelación que detectamos en la estimación inicial del modelo.

**5.5.1. CORRECCIÓN DE LA AUTOCORRELACIÓN EN LAS PERTURBACIONES ALEATORIAS**

Para analizar la posible presencia de autocorrelación en los residuos del modelo, emplearemos el procedimiento de Cochrane-Orcutt que describimos en el apartado 5.4.1 de este mismo capítulo, en el supuesto de que el modelo presente autocorrelación de primer orden AR(1).

De esta forma, el modelo estimado se puede representar como:

$$(Y_t - \rho Y_{t-1}) = \beta_2(X_{2t} - \rho X_{2t-1}) + \beta_3(X_{3t} - \rho X_{3t-1}) + \epsilon_t \quad (5.6)$$

$$v_t = \rho v_{t-1} + \epsilon_t \quad (5.7)$$

Después de 5 iteraciones se ha obtenido finalmente  $\rho_5 = 0,95455$  no mejorándose ya significativamente la convergencia. La estimación por MCO del modelo ofrece los resultados que figuran en la siguiente tabla:

**ESTIMACIÓN DEL MODELO MONETARIO BÁSICO**

Variable independiente	Coefficiente	Error std	Valor t	Nivel sig.
$X_{2t} - \rho_5 X_{2t-1}$	-0.673945	0.078023	-8.6378	0.0000
$X_{3t} - \rho_5 X_{3t-1}$	0.017819	0.007435	2.3966	0.0184

R-SQ. (ADJ.) = 0.9250 SE= 0.278413 MAE= 0.196644 DurbWat= 1.865

Podemos también observar que ha desaparecido el problema de la autocorrelación entre los residuos y que ambos coeficientes presentan un adecuado nivel de significación y aparecen con el signo que les corresponde de acuerdo con la especificación hecha del modelo monetario básico. Asimismo se puede comprobar que en este modelo la distribución de los residuos resulta más aleatoria que lo era en el modelo primitivo tal y como aparece en el gráfico correspondiente a la figura 5.4, en la que mostramos el valor de los residuos obtenidos para cada uno de los datos muestrales. Ya dijimos anteriormente que en una figura de este tipo los puntos deben distribuirse aleatoriamente alrededor del valor medio de los residuos, sin

GRAFICO DE RESIDUOS vs NUMERO DE OBSERVACIONES

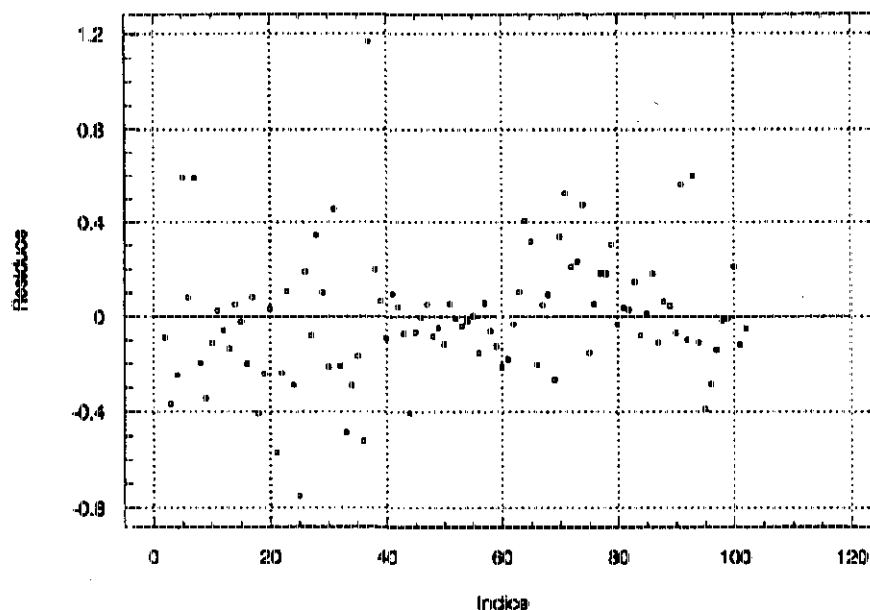


Figura 5.4

que deba aparecer ningún tipo de tendencia en un sentido o en otro si es que el modelo no presenta autocorrelación en sus residuos, y ello así parece confirmarse del aspecto que presenta la gráfica.

Por otro lado, en lo referente al grado de ajuste de este modelo a los datos muestrales, podemos comprobarlo mediante un gráfico que represente los valores observados (muestrales) frente a los datos predichos o ajustados. En tanto mejor sea el ajuste, los puntos deberán aproximarse a una recta de pendiente unidad que asimismo aparece en el propio gráfico. El resultado aparece en la figura 5.5 donde puede apreciarse que los puntos se encuentran en su práctica totalidad, muy próximos a dicha recta lo cual avala la calidad del ajuste conseguido.

GRAFICO DE VALORES OBSERVADOS vs VALORES AJUSTADOS

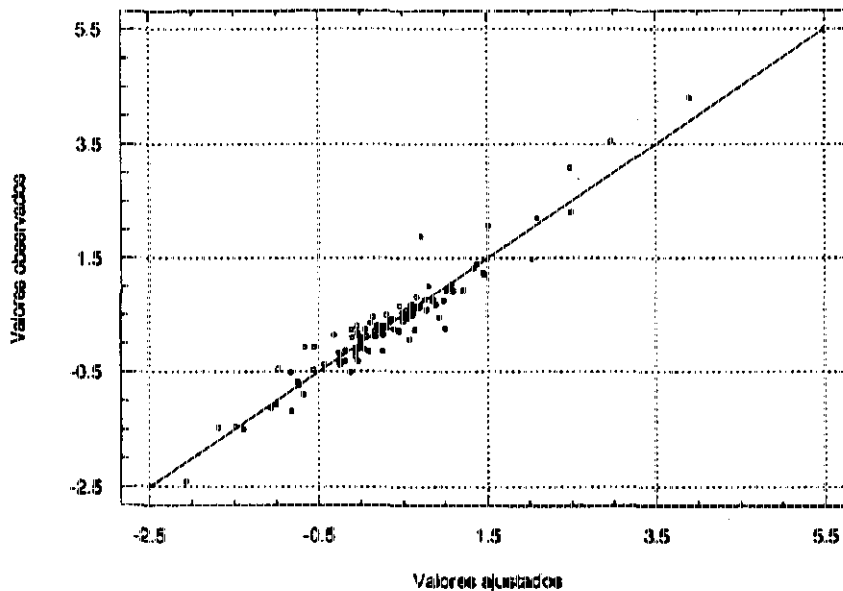


Figura 5.5

Por último reflejamos en la figura 5.6, una gráfica conjunta donde aparecen los logaritmos de los valores observados del tipo de cambio frente a los

GRAFICO DE LA SERIE OBSERVADA Y AJUSTADA

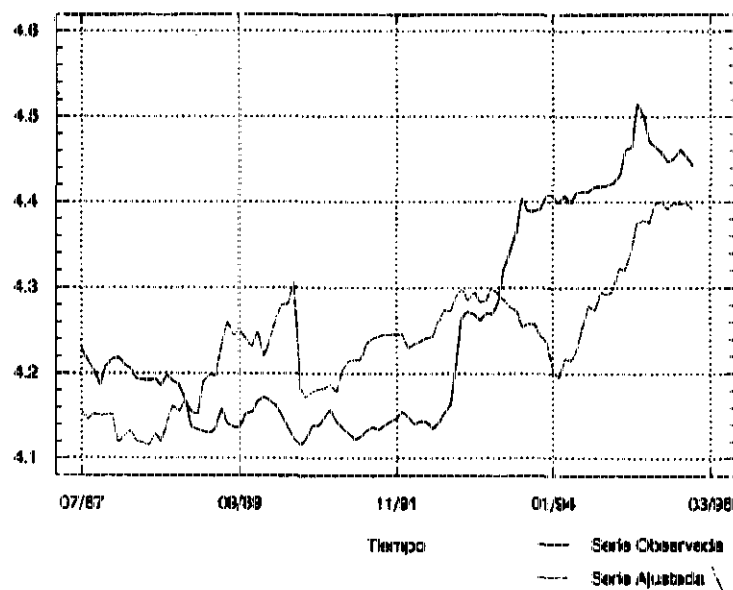


Figura 5.6

valores equivalentes determinados según los tipos de cambio ajustados por el modelo, ambos representados en el eje vertical, mientras que en el horizontal aparece la variable tiempo respecto a la cual cada una de ellas está referida.

## **5.6. CONCLUSIONES ACERCA DEL MODELO ESTIMADO**

De acuerdo al análisis que hemos desarrollado, el modelo estimado toma la forma:

$$s_t = (m_t - m_t^*) - 0,673945(y_t - y_t^*) + 0,017819(i_t - i_t^*) + u_t \quad (5.8)$$

de la relación anterior se deduce que la elasticidad de la demanda de dinero con respecto a la renta ( $\eta$ ), tanto interna como externa, resulta igual a 0,673955 y la semielasticidad de la demanda respecto al tipo de interés tanto interno como externo ( $\varepsilon$ ) es igual a 0,017819.

## **5.7. TEST DE CAMBIO ESTRUCTURAL**

Debido a la unión de las dos Alemanias en el año 1991 parece lógico pensar que el modelo representativo del tipo de cambio debería presentar cambios sustanciales como consecuencia del citado hecho. Gráficamente analizando la serie de valores correspondiente a los tipos de cambio acontecidos, se puede comprobar un cambio en la tendencia de la serie que permite sin duda sospechar sobre la posibilidad de cambios sustanciales en el modelo. Para corroborar este hecho, vamos a llevar a cabo el test de Chow que permitirá dar una opinión

objetiva al respecto.

Dicho test se basa en que si tenemos un modelo abarcando el período completo (modelo restringido):  $y_t = x'_t \beta + u_t \quad t = 1, 2, \dots, T_1, T_{1,1}, \dots, T$  y dicho modelo puede asimismo representarse alternativamente mediante dos modelos abarcando cada uno de ellos una parte del período total (modelos sin restringir):

$$y_t = x'_t \beta + u_t \quad t = 1, 2, \dots, T_1$$

$$y_t = x'_t \beta + u_t \quad t = T_{1,1}, T_{1,2}, \dots, T$$

entonces si calculamos la suma residual restringida (SRR), la suma residual del primer modelo sin restringir (SR<sub>1</sub>) y la suma residual del segundo modelo sin restringir (SR<sub>2</sub>), entonces el estadístico:

$$\frac{\frac{SRR - (SRR_1 + SRR_2)}{k}}{\frac{SRR_1 + SRR_2}{T - 2k}}$$

se comporta de acuerdo con una distribución F con (k, T-2k) grados de libertad.

En nuestro caso vamos a considerar el modelo completo que acabamos de analizar y otros dos modelos que contemplen respectivamente los períodos que van desde 1987 a 1992 y de 1992 a 1996. En este caso la suma residual del modelo completo es como ya hemos visto  $SRR = 0,671545$  en tanto que si calculásemos las correspondientes sumas residuales para el modelo que comprende el primer y segundo períodos anteriormente citados, obtendríamos respectivamente:  $SR_1 = 0,189231$  y  $SR_2 = 0,123652$ . En estas condiciones, el estadístico F para el contraste de la hipótesis nula de ausencia de cambio

estructural es:

$$F = \frac{[0,671545 - (0,189231 + 0,123652)]/3}{[(0,189231 + 0,123652)]/96} = 36,68 > F(3,96)$$

Por tanto y como era de esperar se rechaza con gran fuerza la hipótesis nula de ausencia de cambio estructural. La presencia de cambio estructural era asimismo de suponer dada la existencia de heterocedasticidad en los residuos del modelo que hemos analizado anteriormente.

Ante esta situación se han estimado dos regresiones que contemplan por separado los períodos muestrales anteriormente señalados.

### **5.8. REGRESIÓN POR MÍNIMOS CUADRADOS ORDINARIOS (MCO) DEL MODELO PERTENECIENTE AL PERÍODO 1987-1992**

La regresión realizada sobre el modelo con término independiente presenta las mismas características ya comentadas anteriormente, esto es, la presencia de un escaso nivel de significación del término independiente el cual resulta ser igual al logaritmo del ratio que pondera la estructura relativa de los mercados monetarios en los países A y B. Como ya dijimos, este hecho puede interpretarse como que misma puede considerarse similar y que por tanto el término independiente debe ser cero. Bajo estas consideraciones se ha realizado una regresión sin término constante y cuyos resultados seguidamente exponemos:

ESTIMACIÓN DEL MODELO MONETARIO BÁSICO (Período I)

Variable independiente	Coefficiente	Error std	Valor t	Nivel sig.
$y_t - y_t^*$	-0.502115	0.028624	-17.5419	0.0000
$i_t - i_t^*$	0.039565	0.004531	8.7314	0.0000

R-SQ. (ADJ.) = 0.9924 SE= 0.061964 MAE= 0.046415 DurbWat= 0.184

Podemos observar un adecuado nivel de significación para ambos coeficientes si bien existen problemas de autocorrelación como muestra el estadístico de Dárbín así como también el gráfico correspondiente a la figura 5.7 en el que puede apreciarse que la nube de puntos no se distribuye con una total aleatoriedad como ya explicamos anteriormente.

GRAFICO DE RESIDUOS vs NUMERO DE OBSERVACIONES

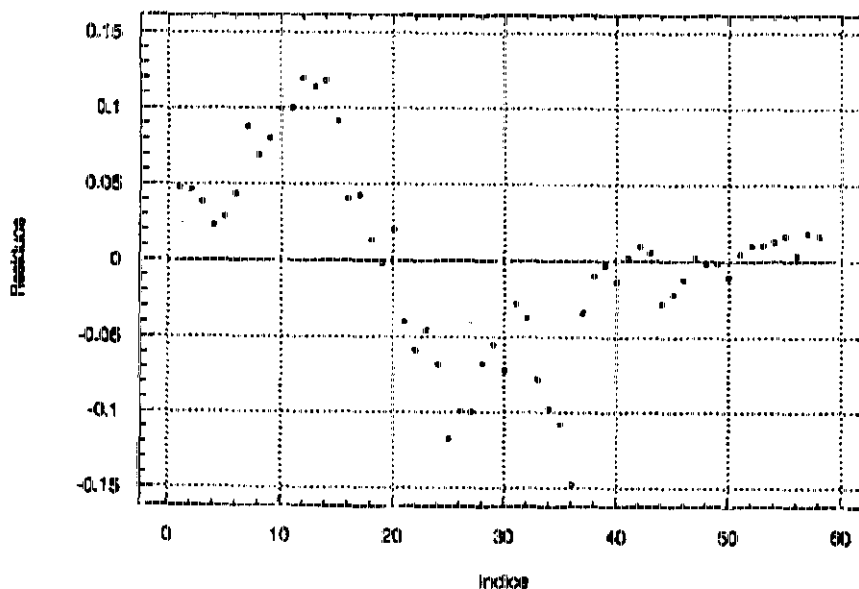
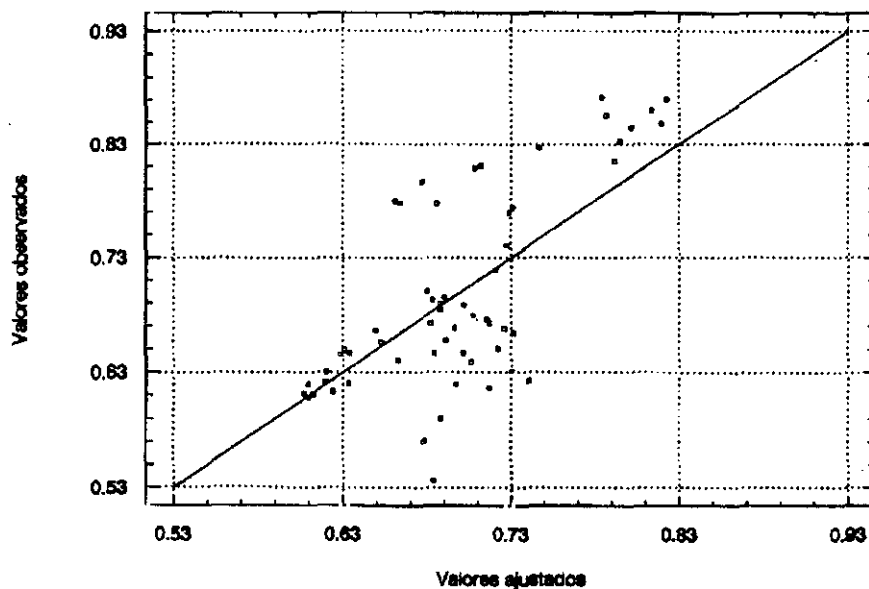


Figura 5.7



Podemos asimismo analizar gráficamente, como también comentamos anteriormente, la calidad del ajuste a los datos muestrales observados mediante una gráfica en la que aparezcan los valores muestrales observados frente a los valores predichos por el modelo. Cuanto mejor sea el ajuste, los puntos deberán

**GRAFICO DE VALORES OBSERVADOS vs VALORES AJUSTADOS**



**Figura 5.8**

estar muy próximos a una recta de pendiente unidad que también se refleja en el gráfico que aparece en la figura 5.8. Como se comprueba, los puntos no están excesivamente próximos a dicha recta por lo que se detectan carencias en el ajuste llevado a cabo.

Finalmente recogemos en la figura 5.9 un gráfico donde aparecen las dos series temporales de los logaritmos de los tipos de cambio observados en la muestra y de los los ajustados por el modelo.

GRAFICO DE LA SERIE OBSERVADA Y AJUSTADA

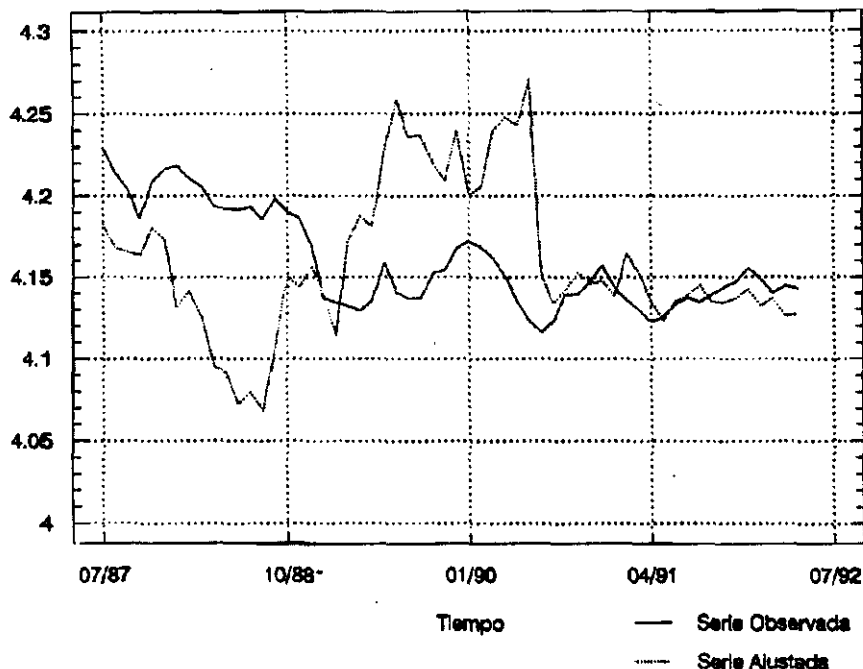


Figura 5.9

### 5.8.1. ANÁLISIS DE LA MULTICOLINEALIDAD EN LAS VARIABLES EXPLICATIVAS

Para saber si este modelo presenta problemas de colinealidad entre sus variables explicativas, se debe de normalizar la matriz de observaciones muestrales correspondientes a las dos variables explicativas, y seguidamente calcular los autovalores correspondientes a su matriz de covarianzas. Dichos valores son en nuestro caso:  $\lambda_1 = 0,0466409$  y  $\lambda_2 = 1,95336$ . A partir de los mismos se calcula el número de condición que corresponde a la raíz cuadrada del cociente del mayor autovalor por el menor. En este caso dicho número índice es igual a 6,47 que al ser muy reducido indica que no existen problemas de colinealidad en el modelo.

### **5.8.2. ANÁLISIS DE LA PRESENCIA DE HETEROCEDASTICIDAD EN LAS PERTURBACIONES ALEATORIAS**

Para la comprobación acerca de la posible existencia de heterocedasticidad en los términos de la perturbación aleatoria, emplearemos como pruebas el test de Breusch-Pagan y el contraste de Harvey de los que ya explicamos su empleo anteriormente. Mediante el primero de ellos llegamos a las siguientes conclusiones:

- 1) Suponiendo que la variable causante de la heterocedasticidad fuese  $(y - y^*)$  resulta un valor para el estadístico  $Q = SE/2 = 8,8251 > X^2_{0,95} (1) \rightarrow$  Se rechaza la hipótesis nula de homocedasticidad.
- 2) Suponiendo que la variable causante de la heterocedasticidad fuese  $(i - \hat{i})$  resulta un valor para el estadístico  $Q = SE/2 = 2,3748 < X^2_{0,95} (1) \rightarrow$  No se rechaza la hipótesis nula de homocedasticidad.
- 3) Suponiendo que ambas variables fuesen causantes de la heterocedasticidad del modelo, resulta un valor para el estadístico  $Q = SE/2 = 9,3004 > X^2_{0,95} (2) \rightarrow$  Se rechaza la hipótesis nula de homocedasticidad.

Del anterior análisis se desprende que la variable diferencial de rentas reales es la principal causante de los problemas de esta tipo. Mediante el otro contraste, los resultados son los siguientes:

- 1) Si realizamos la regresión  $\ln(u_t^2) = \alpha_1 + \alpha_2(y - y^*)$  y obtenemos el estadístico F para la significación conjunta de la misma, obtenemos:  $F = 18,1173 > X^2_{0,95} (1) \rightarrow$  Se rechaza la hipótesis nula de homocedasticidad.

dad.

2) Si realizamos la regresión  $\ln(u_t^2) = \alpha_1 + \alpha_2(i - i^*)$  y obtenemos el estadístico F para la significación conjunta de la misma, obtenemos:  $F = 20,8912 > X^2_{0,95}(1) \rightarrow$  Se rechaza la hipótesis nula de homocedasticidad.

3) Si realizamos la regresión  $\ln(u_t^2) = \alpha_1 + \alpha_2(y - y^*) + \alpha_3(i - i^*)$  y obtenemos el estadístico F para la significación conjunta de la misma, obtenemos:  $F = 12,1729 > X^2_{0,95}(2) \rightarrow$  Se rechaza la hipótesis nula de homocedasticidad. De esta regresión se deduce por otra parte que  $\alpha_2 = 19,941725$  y  $\alpha_3 = 0,528613$ , valores que utilizaremos seguidamente para la corrección de este problema en el modelo.

### **5.9. REGRESIÓN POR MÍNIMOS CUADRADOS GENERALIZADOS (MCG) DEL MODELO PERTENECIENTE AL PERÍODO 1987-1992**

De acuerdo con lo visto al hablar del contraste de Harvey, si dividimos las observaciones muestrales del modelo anterior por el término:

$$\left[ e^{19,941725(y - y^*) + 0,528613(i - i^*)} \right]^{0,5}$$

el modelo resultante se encuentra exento de heterocedasticidad en sus residuos. Una vez realizada dicha transformación, el modelo presenta la siguiente forma:

$$Y_t = \beta_2 X_{2t} + \beta_3 X_{3t} + v_t \quad (5.9)$$

donde las variables de este modelo son las del primitivo divididas por el término

anterior, incluyendo el propio vector de residuos.

La estimación de este modelo ofrece los siguientes resultados:

*ESTIMACIÓN DEL MODELO BÁSICO (Período I)*

Variable independiente	Coefficiente	Error std	Valor t	Nivel sig.
$X_{2t}$	-0.519001	0.011202	-46.3322	0.0000
$X_{3t}$	0.037089	0.003073	12.0692	0.0000

R-SQ. (ADJ.) = 0.9983 SE= 130.059300 MAE= 99.721272 DurbWat= 0.250

Puede observarse que ambos coeficientes presentan un adecuado nivel de significación. Tan solo queda corregir el problema de la autocorrelación que presentan los residuos de este último modelo.

**5.9.1. CORRECCIÓN DE LA AUTOCORRELACIÓN EN LAS PERTURBACIONES ALEATORIAS**

Para resolver este problema se ha empleado el procedimiento de Cochrane-Orcutt que describimos en otra sección de este mismo capítulo, sobre el modelo con homocedasticidad en sus perturbaciones aleatorias. Asimismo se ha empleado un esquema autorregresivo de primer orden AR(1) con lo que el modelo estimado ha sido el siguiente:

$$(Y_t - \rho Y_{t-1}) = \beta_2(X_{2t} - \rho X_{2t-1}) + \beta_3(X_{3t} - \rho X_{3t-1}) + \varepsilon_t \quad (5.10)$$

$$v_t = \rho v_{t-1} + \varepsilon_t \quad (5.11)$$

Después de 5 iteraciones se ha alcanzado un valor  $\rho_5 = 0,906249$  y ofreciendo el modelo los siguientes resultados por lo que a la estimación de los coeficientes se refiere:

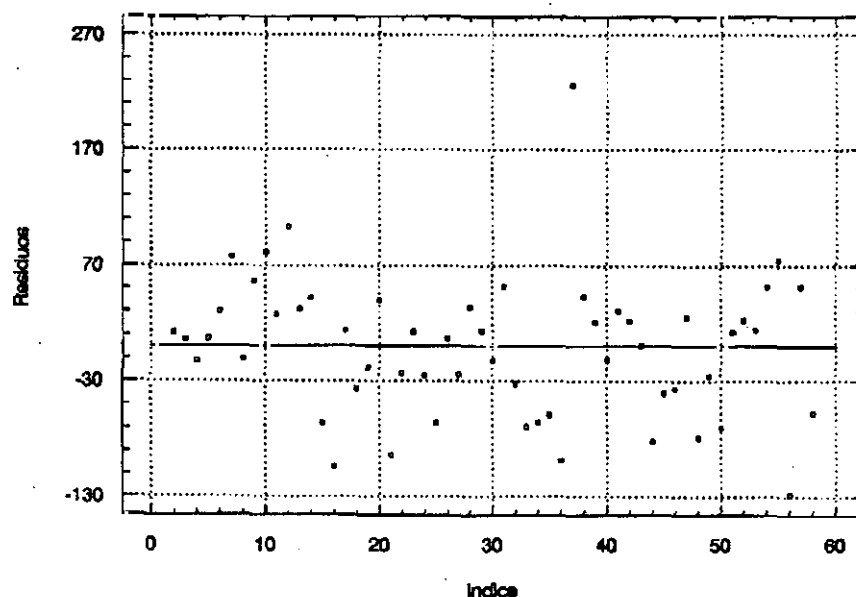
**ESTIMACIÓN DEL MODELO MONETARIO BÁSICO (Período I)**

Variable independiente	Coefficiente	Error std	Valor t	Nivel sig.
$X_{2t} - \rho_5 X_{2t-1}$	-0.56187	0.017754	-31.6481	0.0000
$X_{3t} - \rho_5 X_{3t-1}$	0.026125	0.006585	3.9676	0.0002

R-SQ. (ADJ.) = 0.9881 SE= 60.273623 MAE= 45.153432 DurbWat= 1.894

Esta estimación presenta un adecuado nivel de significación de todos sus coeficientes a la vez que puede comprobarse que han desaparecido los problemas de autocorrelación en los residuos tanto por el valor que adopta

**GRAFICO DE RESIDUOS vs NUMERO DE OBSERVACIONES**

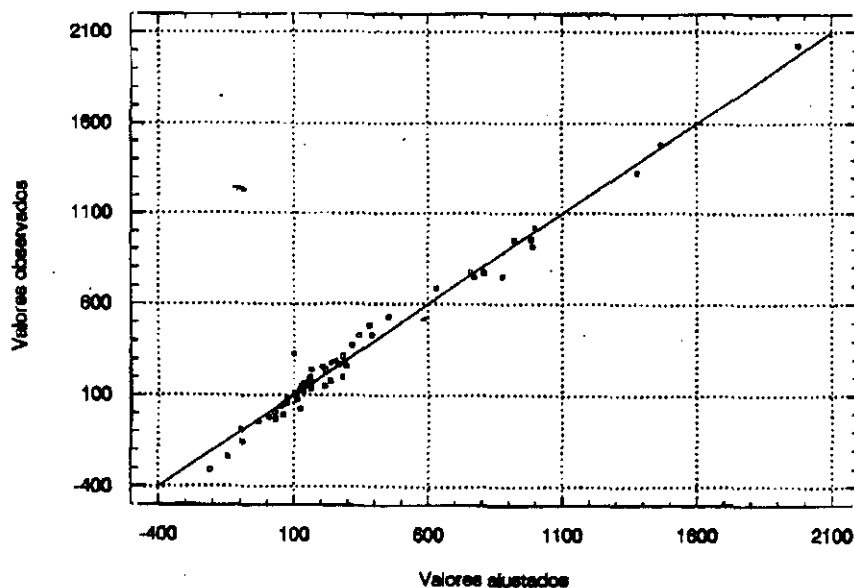


**Figura 5.10**

el coeficiente de Durbin-Watson, como también por la forma de la gráfica que aparece en la figura 5.10 y en la que se reflejan las desviaciones de los diferentes residuos en relación a su valor medio y que presenta una distribución bastante aleatoria significativa del hecho que estamos comentando.

Por otro lado cabe asimismo reflejar gráficamente el adecuado ajuste habido por parte del modelo a los valores muestrales de la variable explicada por la regresión, tal y como se aprecia por su proximidad a la recta de pendiente unidad en la figura 5.11:

**GRAFICO DE VALORES OBSERVADOS vs VALORES AJUSTADOS**



**Figura 5.11**

Finalmente representamos en la figura 5.12 conjuntamente la serie temporal de los logaritmos de los datos muestrales referidos a la variable explicada y los valores equivalentes obtenidos mediante la serie ajustada mediante el modelo con los coeficientes que hemos determinado.

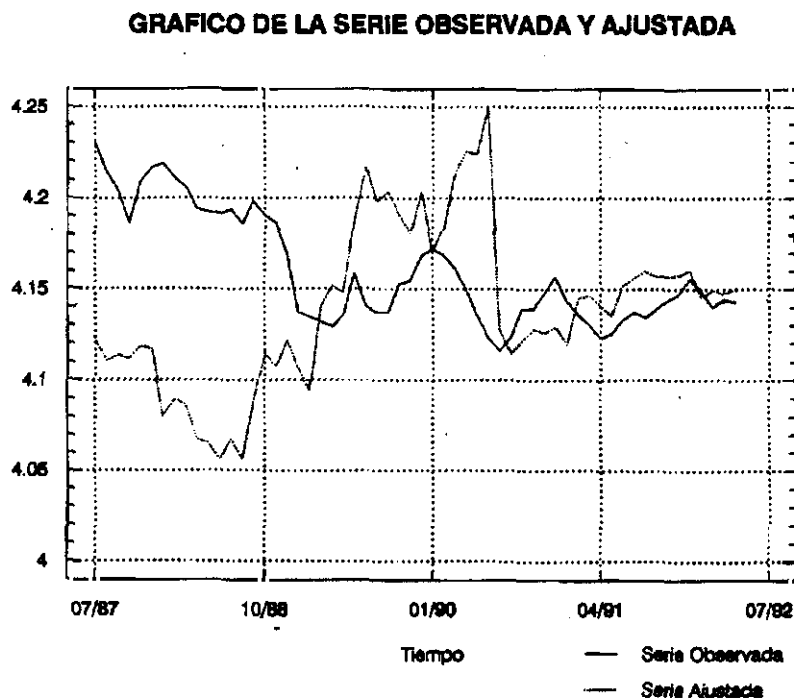


Figura 5.12

### 5.10. CONCLUSIONES ACERCA DEL MODELO ESTIMADO

De acuerdo al análisis que hemos desarrollado, el modelo estimado toma la forma:

$$s_t = (m_t - m_t^e) - 0,56187(y_t - y_t^e) + 0,026125(i_t - i_t^e) + u_t \quad (5.12)$$

de la relación anterior se deduce que la elasticidad de la demanda de dinero con respecto a la renta ( $\eta$ ), tanto interna como externa, resulta igual a 0,56187 y la semielasticidad de la demanda respecto al tipo de interés tanto interno como externo ( $\epsilon$ ) es igual a 0,026125.



**5.11. REGRESIÓN POR MÍNIMOS CUADRADOS GENERALIZADOS (MCG) DEL MODELO PERTENECIENTE AL PERÍODO 1992-1996**

Nuevamente en este caso y una vez realizada la regresión con término constante se observa que el mismo no presenta apenas significación en la explicación de la variable endógena. Debido a esta circunstancia y por razones análogas a las ya comentadas en epígrafes anteriores, se ha realizado una regresión restringida del modelo en base a imponer que dicho término independiente sea nulo. Los resultados correspondientes a la misma se reflejan en la siguiente tabla:

*ESTIMACIÓN DEL MODELO MONETARIO BÁSICO (Período II)*

Variable independiente	Coefficiente	Error std	Valor t	Nivel sig.
$y_t - y_t^*$	-0.905132	0.040568	-22.3116	0.0000
$i_t - i_t^*$	-0.022275	0.00958	-2.3252	0.0250

R-SQ. (ADJ.) = 0.9921 SE= 0.078374 MAE= .052922 DurbinWat= 0.122

En este modelo, si bien ambos coeficientes presentan un adecuado nivel de significación, sin embargo se aprecia que el signo correspondiente al diferencial de intereses no corresponde con el que debería tener de acuerdo con la especificación del modelo monetario básico. Asimismo se detectan carencias por lo que a la autocorrelación de los residuos se refiere tal y como se observa

en la gráfica de la figura 5.13 en donde como ya hemos comentado con anterioridad, deberían los residuos aparecer distribuidos con completa

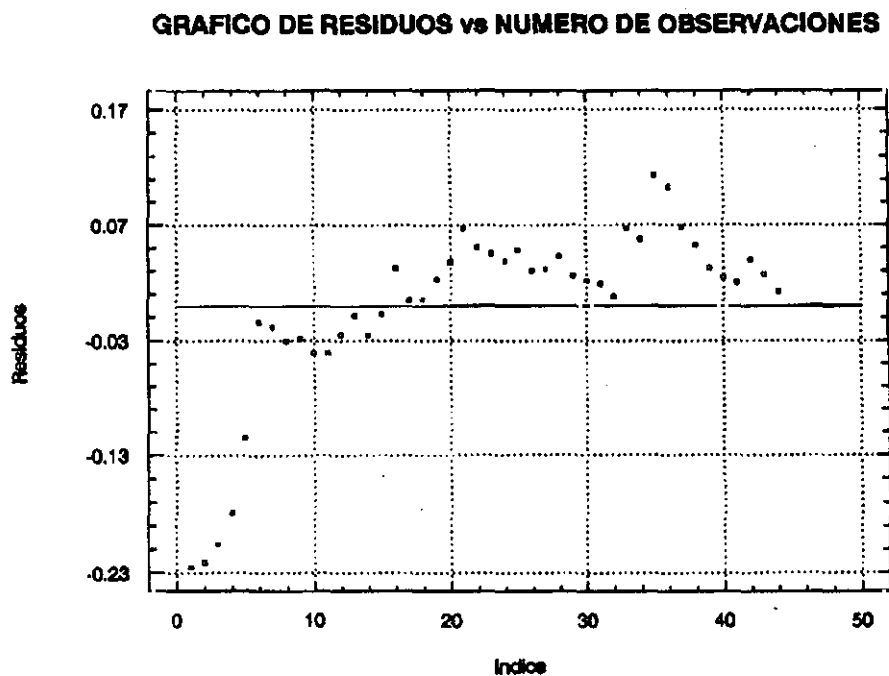


Figura 5.13

aleatoriedad alrededor de su valor medio, lo cual es evidente que no ocurre.

En cuanto al grado de ajuste del modelo, éste tampoco es excesivamente bueno por lo que gráficamente se aprecia en la figura 5.14 donde los puntos deberían encontrarse más próximos a la línea de pendiente unidad como ya hemos indicado en ocasiones anteriores. Este hecho puede denotar algún problema complementario a la autocorrelación anteriormente significada, como podría ser la falta de homocedasticidad en los residuos o bien colinealidad en las variables explicativas del modelo. No obstante y antes de entrar en el análisis de estas

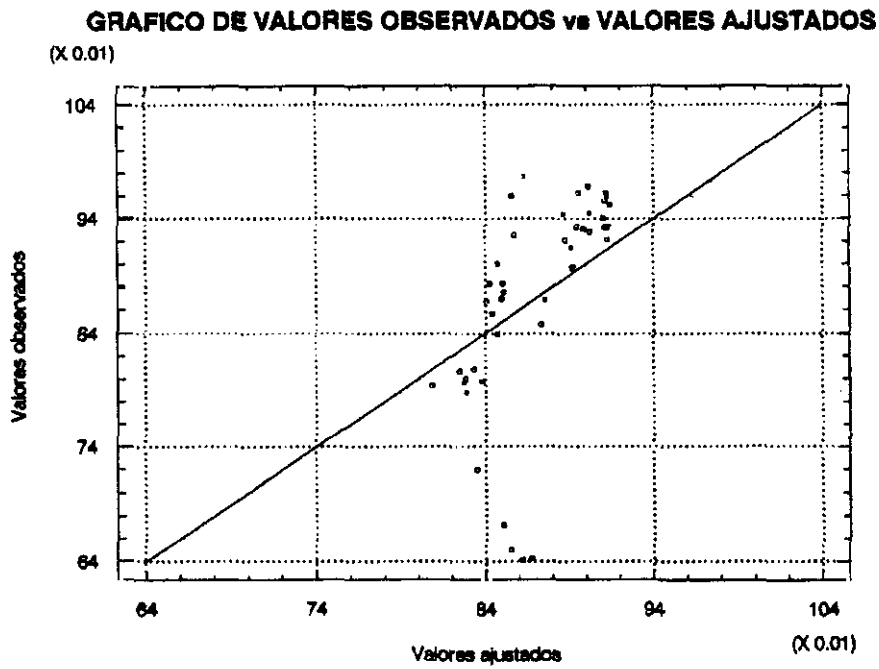


Figura 5.14

circunstancias, adjuntamos por último la gráfica de la figura 5.15 donde frente a la variable tiempo se reflejan las series de los logaritmos de los tipos de cam-

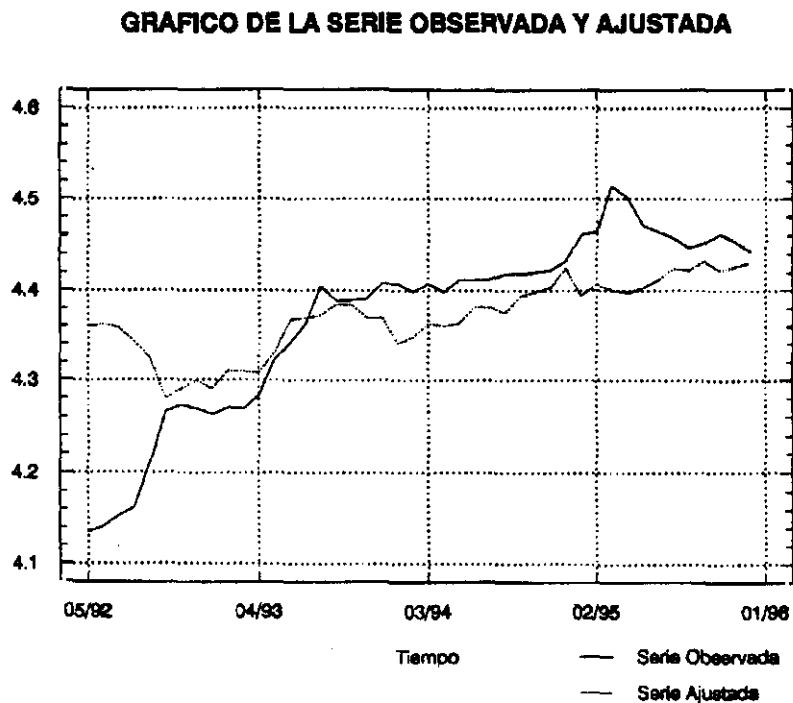


Figura 5.15

bio correspondientes a la muestra y a los equivalente ajustados mediante los coeficientes que se han estimado.

### **5.11.1. ANÁLISIS DE LA MULTICOLINEALIDAD EN LAS VARIABLES EXPLICATIVAS**

En este sentido podemos decir que no se detectan problemas graves tal y como indican los autovalores correspondientes a la matriz de covarianzas normalizada:  $\lambda_1 = 0,0378226$  y  $\lambda_2 = 1,96218$ ; los cuales producen un número de condición de 7,20 que corrobora lo que hemos comentado.

### **5.11.2. ANÁLISIS DE LA PRESENCIA DE HETEROCEDASTICIDAD EN LAS PERTURBACIONES ALEATORIAS**

Mediante la aplicación del contraste de Harvey que ya hemos utilizado anteriormente llegamos a que si realizamos la regresión  $\ln(u_t^2) = \alpha_1 + \alpha_2(y - y^*) + \alpha_3(i - i^*)$  y obtenemos el estadístico F para la significación conjunta de la misma obtenemos:  $F = 0,696546 < X^2_{0,95}(2)$  con lo que en este caso debemos aceptar acepta la hipótesis nula de homocedasticidad en los residuos.

### **5.11.3. CORRECCIÓN DE LA AUTOCORRELACIÓN EN LAS PERTURBACIONES ALEATORIAS**

Para esta finalidad se ha hecho uso de la técnica de Cochrane-Orcutt que ya hemos explicado asimismo anteriormente en este capítulo. Mediante la misma se ha estimado el modelo suponiendo que los residuos se encuentran correlacionados conforme a un esquema de primer orden AR(1) y después de 6 iteraciones se ha obtenido para el

coeficiente de correlación el valor  $\rho_8 = 0,90945$  y para los coeficientes unos valores estimados de acuerdo con la siguiente tabla:

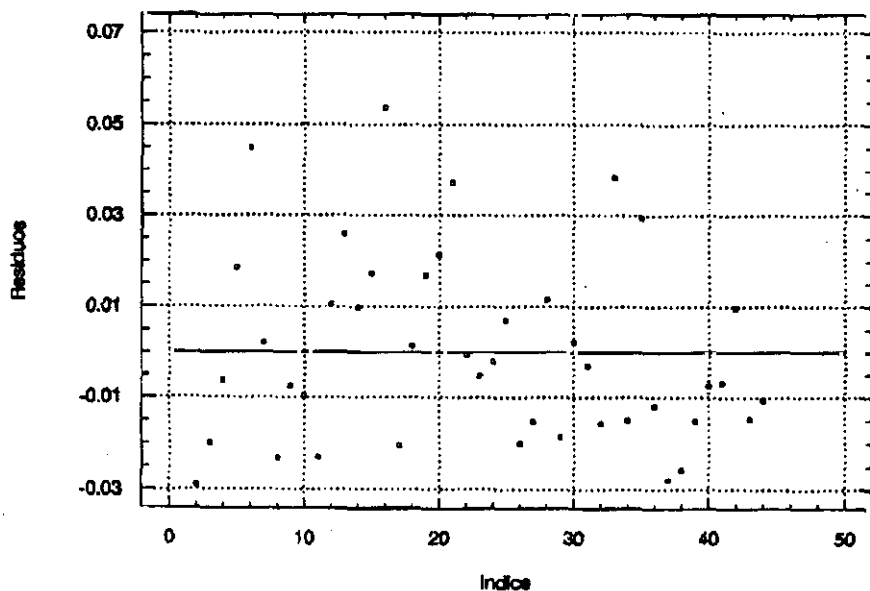
**ESTIMACIÓN DEL MODELO MONETARIO BÁSICO (Período II)**

Variable independiente	Coefficiente	Error std	Valor t	Nivel sig.
$(y_t - y_t^*) - \rho_8 (y_{t-1} - y_{t-1}^*)$	-0.827898	0.046544	-17.7873	0.0000
$(i_t - i_t^*) - \rho_8 (i_{t-1} - i_{t-1}^*)$	0.006892	0.007291	0.9452	0.3501

R-SQ. (ADJ.) = 0.9429 SE= 0.020854 MAE= 0.016586 DurbWat= 1.643

Mediante la representación gráfica de los residuos de este modelo con relación a su valor medio, se observa en la figura 5.16 una distribución totalmente aleatoria de los mismos lo cual denota que los problema de autocorrelación han desaparecido si bien puede asimismo

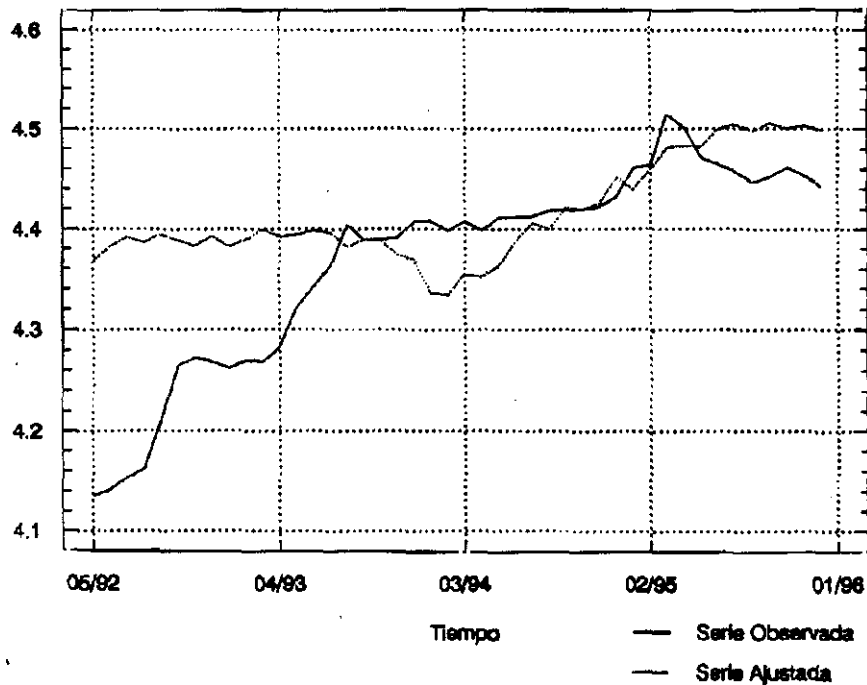
**GRAFICO DE RESIDUOS vs NUMERO DE OBSERVACIONES**



**Figura 5.16**

comprobarse la falta de significación del coeficiente correspondiente al diferencial de tipos de interés.

**GRAFICO DE LA SERIE OBSERVADA Y AJUSTADA**



**Figura 5.17**

Por ultimo recogemos en la figura 5.17 una gráfica donde aparecen simultáneamente representadas la serie de datos correspondientes a los logaritmos de los tipos de cambio muestrales y la equivalente obtenida mediante los valores ajustados que para el tipo de cambio hemos deducido por medio del modelo.

## **5.12. CONCLUSIONES ACERCA DEL MODELO ESTIMADO**

De acuerdo al análisis que hemos desarrollado, el modelo estimado toma la forma:

$$s_t = (m_t - m_t^e) - 0,827898(y_t - y_t^e) + 0,006892(i_t - i_t^e) + u_t \quad (5.13)$$

de la relación anterior se deduce que la elasticidad de la demanda de dinero con respecto a la renta ( $\eta$ ), tanto interna como externa, resulta igual a 0,827898 y la semielasticidad de la demanda respecto al tipo de interés tanto interno como externo ( $\varepsilon$ ) es igual a 0,006892 si bien en este último caso, este valor carece del adecuado nivel de significación.

## **CAPÍTULO 6**

# **CONTRASTACIÓN DE MODELOS MONETARIOS CON PRECIOS FLEXIBLES: UN MODELO MONETARIO GENERALIZADO**



## 6.1. RELACIÓN FUNCIONAL OBJETO DE LA ESTIMACIÓN

El modelo que vamos a estimar en este caso responde a la siguiente estructura:

$$s_t = \alpha + (m_t - m_t^*) - \eta(y_t - y_t^*) + \varepsilon \frac{(S_R^*)_{t-1} - (S_R)_t}{(S_R)_t} + \varepsilon(\pi_t^* - \pi_t^*) \quad (6.1)$$

donde las variables en minúsculas:  $s_t$ ,  $m_t$ ,  $m_t^*$ ,  $y_t$ ,  $y_t^*$ , representan los logaritmos naturales del tipo de cambio nominal ( $S$ ), ofertas monetarias nominales ( $M$  y  $M^*$ ) y rentas reales ( $Y$  e  $Y^*$ ), las variables  $\pi_t^*$ ,  $\pi_t^*$  representan las tasas de variación esperadas en los niveles de precios interno y externo respectivamente y finalmente el término donde aparece el tipo de cambio real, representa la tasa de depreciación esperada para la moneda interna en relación a la externa en términos reales. La variable  $\alpha$  es un término constante que refleja la diferencias estructurales existentes en el mercado monetario interno (país A) y externo (país B).

En cuanto al parámetro  $\eta$  resulta ser igual a la elasticidad de la demanda de dinero con respecto a la renta tanto interna como externa, y  $\varepsilon$  es la semielasticidad de la demanda respecto al tipo de interés tanto interno como externo.

Sobre este modelo vamos a llevar a cabo una estimación de sus coeficientes analizando para ello el estudio de la paridad de la peseta con el marco durante el período 1987-1996. Para ello abordaremos dicha contrastación abarcando inicialmente el período total, y posteriormente dividiremos el mismo en dos subperíodos que permitan vislumbrar las diferencias acaecidas en el tipo de cambio como consecuencia de la unión de las dos Alemanias en el año 1991.

## 6.2. RESTRICCIONES SOBRE LOS COEFICIENTES DE LA REGRESIÓN

Puesto que el término correspondiente al diferencial de ofertas monetarias es igual a la unidad, realizaremos una regresión que imponga dicha restricción. Por otra parte, al no ser el diferencial de inflación esperada una variable observable, utilizaremos el diferencial de inflación actual como variable instrumental para llevar a cabo la contrastación. De esta forma, el modelo a estimar será el siguiente:

$$s_t - (m_t - m_t^e) = \beta_1 - \beta_2(y_t - y_t^e) + \beta_3 \left[ \frac{(S_R)_{t-1} - (S)_t}{(S)_t} + (\pi_f - \pi_t^e) \right] + u_t \quad (6.2)$$

En consecuencia la variable endógena del modelo será  $s_t - (m_t - m_t^e)$  y las variables explicativas  $(y_t - y_t^e)$  y  $\left[ \frac{(S_R)_{t-1} - (S)_t}{(S)_t} + (\pi_f - \pi_t^e) \right]$

En cuanto al término  $u_t$  representa una variable aleatoria que recoge los errores existentes entre los valores observados y los predichos por el modelo que vamos a estimar.

## 6.3. SELECCIÓN DE LAS VARIABLES EMPLEADAS EN LA CONTRASTACIÓN

El conjunto de variables que enumeramos son las que hemos empleado en la estimación del modelo por haber sido las que mejores resultados ofrecieron en cuanto al ajuste se refiere. En cuanto a España éstas son:

- Logaritmo de la oferta monetaria española (M3) en millones de pesetas.
- Logaritmo del tipo de cambio entre la peseta y el marco (cambios medios mensuales).
- Logaritmo del Producto Interior Bruto (PIB) español a precios y poder de compra corrientes en miles de millones de patrones de poder de compra (PPC).
- Tasa esperada de variación del tipo de cambio real determinada mediante el índice de precios al consumo (Base 1990).
- Tasa de inflación determinada en base al índice de precios al consumo (Base 1992).

y en el caso de Alemania han sido:

- Logaritmo de la oferta monetaria alemana (M3) en millones de marcos.
- Logaritmo del Producto Interior Bruto (PIB) alemán a precios y poder de compra corrientes en miles de millones de patrones de poder de compra (PPC).
- Tasa de inflación y alemana determinada en base al índice de precios al consumo (Base 1990).

Finalmente hemos de decir que las series correspondientes a Alemania, incluyen asimismo a la antigua República Democrática Alemana a partir del año 1991.

#### **6.4. REGRESIÓN POR MÍNIMOS CUADRADOS DEL MODELO PERTENECIENTE AL PERÍODO 1987-1992**

La técnica en que se basa el método de ajuste así como también las herramientas en que nos hemos apoyado para la realización del mismo, han quedado descritas

en el apartado 5.4 del Capítulo 5. Debido a la existencia de variables inobservables en el modelo como son la tasa esperada de depreciación del tipo de cambio así como también las tasas , interna y externa, de variación del nivel de precios, se han empleado unas variables instrumentales fuertemente correlacionadas con ellas como son los valores futuros observados para las mismas en el período inmediatamente posterior.

La estimación del modelo ofrece los resultados que seguidamente se indican en la tabla adjunta:

**ESTIMACIÓN DEL MODELO MONETARIO GENERALIZADO**

Variable independiente	Coefficiente	Error std	Valor t	Nivel sig.
Constante	-0.426366	0.137629	-3.0979	0.0025
$y_t - y_t^*$	-1.203734	0.138179	-8.7114	0.0000
$h_t + \pi_t - \pi_t^*$	-0.003636	0.006424	-0.5660	0.5727

R-SQ. (ADJ.) = 0.4323 SE= 0.092922 MAE= 0.074366 DurbWat= 0.083

en donde 
$$h_t = \frac{(S_R)_{t,1} - (S_R)_t}{(S_R)_t}$$

Este modelo presenta claros síntomas de autocorrelación en los residuos como lo indica el valor obtenido para la aplicación del test de Durbin-Watson. Si se corrige esta circunstancia mediante el procedimiento de Cochrane-Orcutt explicado en el apartado 5.4.1 del Capítulo 5, se obtienen finalmente los resultados que seguidamente se indican:

ESTIMACIÓN DEL MODELO MONETARIO GENERALIZADO

Variable independiente	Coefficiente	Error std	Valor t	Nivel sig.
$1 - \rho_5$	-0.425904	0.387154	-1.1001	0.2740
$X_{2t} - \rho_5 X_{2t-1}$	-1.180801	0.381471	-3.0954	0.0026
$X_{3t} - \rho_5 X_{3t-1}$	0.004736	0.001323	3.5802	0.0005

R-SQ. (ADJ.) = 0.8521 SE= 0.022268 MAE= 0.015923 DurbWat= 1.48

Aunque la autocorrelación ha desaparecido, no obstante se puede apreciar el escaso nivel de significación que posee el término independiente el cual representa la estimación del logaritmo natural del cociente  $\frac{c'}{c}$  siendo este último un ratio que refleja la estructura relativa de los mercados monetarios en los países A y B. En las condiciones anteriormente descritas, ello significa que dicha estructura puede considerarse similar en ambas economías y que por tanto el término independiente debe ser cero. Los resultados de esta nueva estimación aparecen en la siguiente tabla:

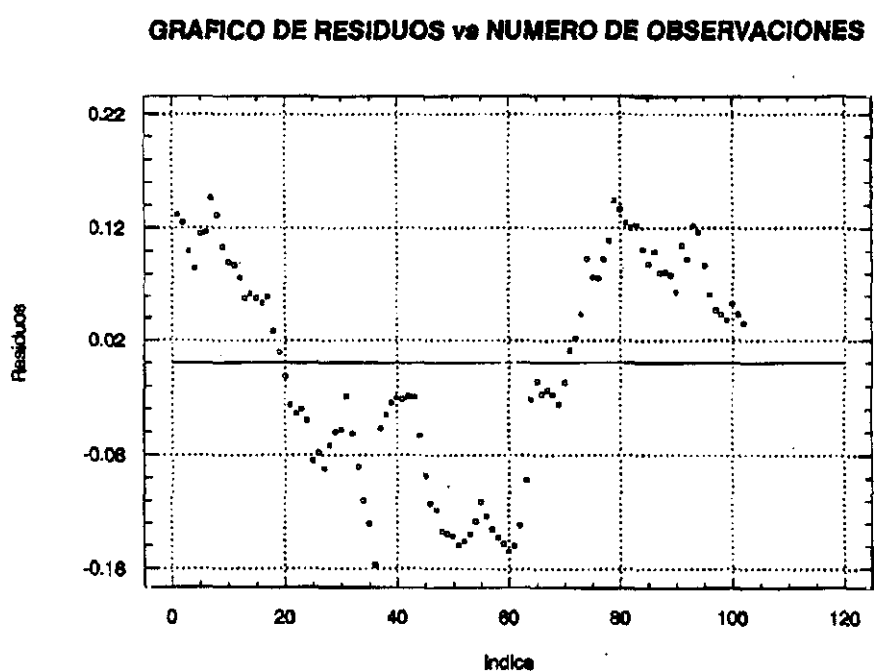
ESTIMACIÓN DEL MODELO MONETARIO GENERALIZADO

Variable independiente	Coefficiente	Error std	Valor t	Nivel sig.
$y_t - y_t^*$	-0.776643	0.009724	-79.8685	0.0000
$h_t + \pi_t - \pi_t^*$	0.001306	0.006484	0.2015	0.8408

R-SQ. (ADJ.) = 0.9848 SE= 0.096834 MAE= 0.084938 DurbWat= 0.056

A la vista de dicho cuadro se observa un buen nivel de significación al 95% del diferencial de rentas pero una muy baja significación del coeficiente que afecta

a la tasa esperada de depreciación del tipo de cambio real y del diferencial de inflación esperada. Por otro lado se detectan problemas de correlación entre los residuos tal y como muestra el gráfico de la figura 6.1 donde aparecen tales residuos respecto a su valor medio que está representado por la línea continua horizontal que aparece en el mismo. Si no se observase dicho problema, la



**Figura 6.1**

distribución de los residuos alrededor de su media debería ser completamente aleatorio sin mostrar tendencia alguna, lo cual como se comprueba no ocurre en nuestro caso.

Asimismo presentamos también en la figura 6.2 un gráfico conjunto con la serie relativa a los logaritmos de los tipos de cambio muestrales (observados) y la de los equivalentes obtenidos mediante el modelo ajustado, para poder comprobar las diferencias que entre ambas se producen.

GRAFICO DE LA SERIE OBSERVADA Y AJUSTADA

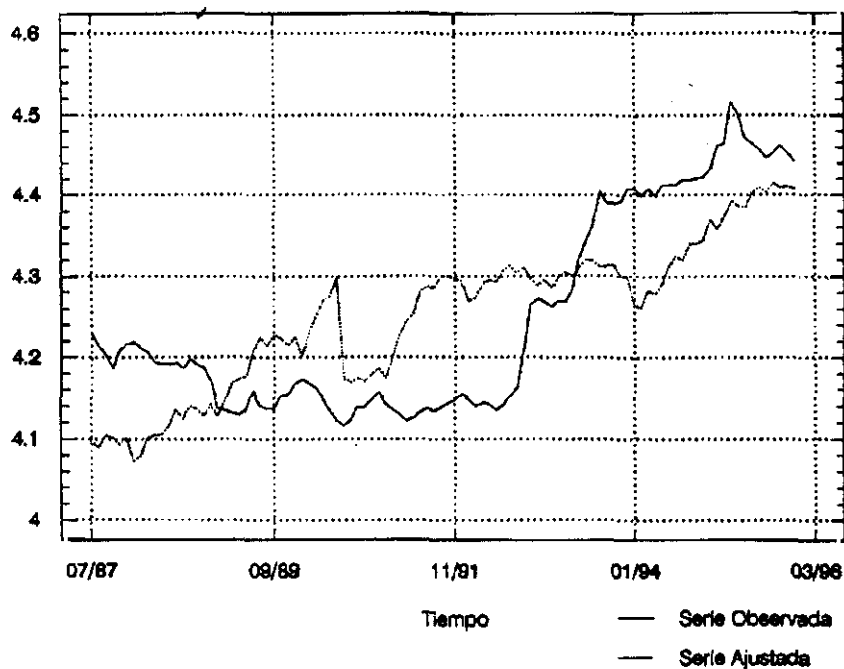


Figura 6.2

#### 6.4.1. ANÁLISIS DE LA MULTICOLINEALIDAD EN LAS VARIABLES EXPLICATIVAS

En este nuevo modelo sin término constante no se detectan problemas de colinealidad entre sus variables independientes como lo demuestra el hecho del que los autovalores correspondientes a su matriz de covarianzas normalizada son:  $\lambda_1 = 0,841307$  y  $\lambda_2 = 1,15869$  que producen un número de condición igual a 1,17 lo cual prueba una ausencia absoluta de conflictividad en este sentido.

#### **6.4.2. ANÁLISIS DE LA PRESENCIA DE HETEROCEDASTICIDAD EN LAS PERTURBACIONES ALEATORIAS**

Se dice que un modelo econométrico produce heterocedasticidad cuando los residuos del modelo no tienen varianza constante. La importancia del incumplimiento de esta condición radica en que los estimadores que se obtienen por el método de los mínimos cuadrados para los parámetros del modelo, no son de varianza mínima.

Para la comprobación de esta circunstancia, disponemos del contraste de Harvey cuyos fundamentos y forma de aplicación en cada caso quedaron expuestos en el apartado 5.4.3 del Capítulo 5. En concreto, mediante la aplicación del segundo obtenemos el siguiente resultado:

1) Si realizamos la regresión:

$$\ln(u_t^2) = \alpha_1 + \alpha_2(y_t - y_t') + \alpha_3 \left[ \frac{(q_t - q_{t-1})}{q_{t-1}} + (\pi_t - \pi_t') \right]$$

se obtiene el estadístico  $F = 0,626144 < X^2_{0,95} (2) \rightarrow$  Se acepta la hipótesis nula de homocedasticidad.

#### **6.4.3. CORRECCIÓN DE LA AUTOCORRELACIÓN EN LAS PERTURBACIONES ALEATORIAS**

Para corregir los problemas de autocorrelación detectados anteriormente en el modelo vamos a aplicar la técnica iterativa de Cochrane-Orcutt cuyos fundamentos y metodología de aplicación expusimos en al apartado 5.4.1



del Capítulo 5. Mediante la misma estimaremos de forma iterativa el modelo original suponiendo que los residuos siguen un esquema autorregresivo de primer orden AR(1), esto es:

$$(Y_t - \rho Y_{t-1}) = \beta_2(X_{2t} - \rho X_{2t-1}) + \beta_3(X_{3t} - \rho X_{3t-1}) + \varepsilon_t \quad (6.3)$$

$$u_t = \rho u_{t-1} + \varepsilon_t \quad (6.4)$$

donde  $Y_t = s_t + (m_t - m_t^*)$ ;  $X_{2t} = (y_t - y_t^*)$ ;  $X_{3t} = h_t + \pi_t - \pi_t^*$

Después de cuatro iteraciones completas, se obtiene un coeficiente de autocorrelación de  $\rho_4 = 0,964579$  y unos coeficientes de acuerdo a la siguiente tabla:

ESTIMACIÓN DEL MODELO MONETARIO GENERALIZADO

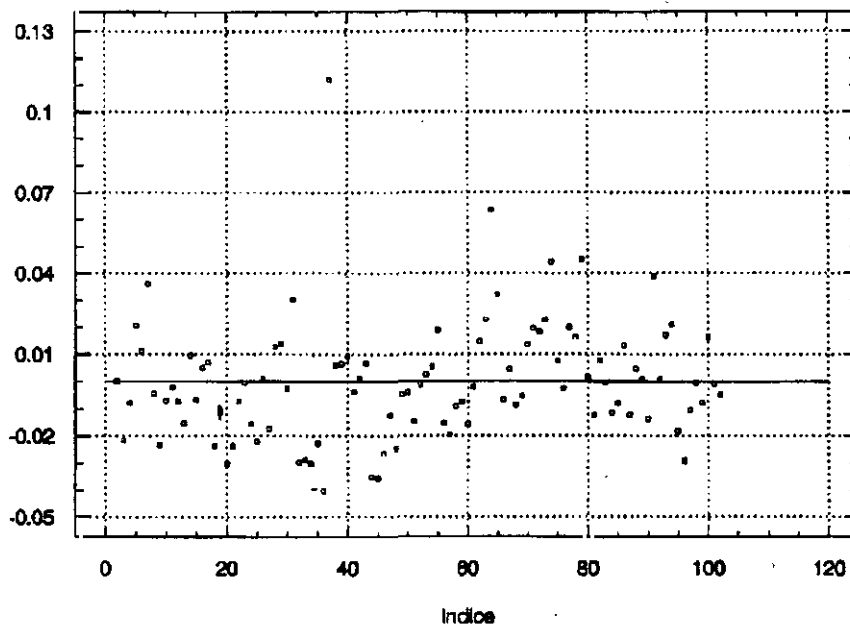
Variable independiente	Coefficiente	Error std	Valor t	Nivel sig.
$(X_{2t} - \rho_4 X_{2t-1})$	-0.751191	0.060044	-12.5106	0.0000
$(X_{3t} - \rho_4 X_{3t-1})$	0.004718	0.00129	3.6573	0.0004

R-SQ. (ADJ.) = 0.6285 SE= 0.022066 MAE= 0.015584 DurbWat= 1.544

De la tabla anterior puede comprobarse como ha aumentado la significación del coeficiente correspondiente a la tasa de variación del tipo de cambio real y al diferencial de inflaciones en ambos países. Por otro lado, la autocorrelación ha desaparecido como lo prueba la gráfica de la figura 6.3 en donde los residuos se distribuyen con completa aleatoriedad respecto a su valor medio tal y como debe suceder en ausencia de

autocorrelación en los mismos.

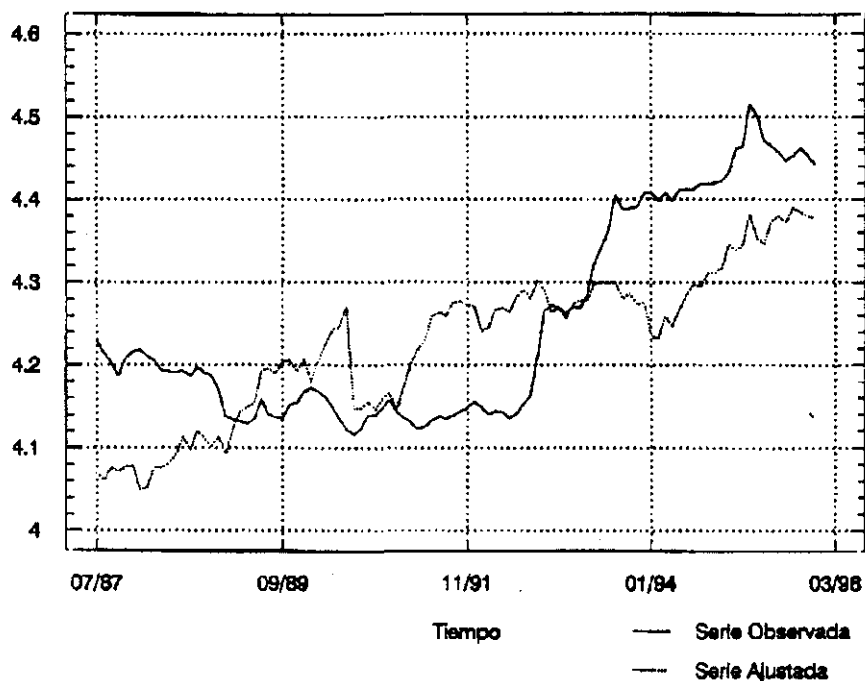
**GRAFICO DE RESIDUOS vs NUMERO DE OBSERVACIONES**



**Figura 6.3**

Por último representamos en la figura 6.4 la serie de los logaritmos

**GRAFICO DE LA SERIE OBSERVADA Y AJUSTADA**



**Figura 6.4**

de los tipos de cambio muestral frente a misma serie obtenida mediante el modelo ajustado.

## 6.5. CONCLUSIONES ACERCA DEL MODELO ESTIMADO

De acuerdo al análisis que hemos desarrollado, el modelo estimado toma la forma:

$$s_t - (m_t - m_t^e) = 0,751191 (y_t - y_t^e) + 0,004718 \left[ \frac{(S_R^e)_{t-1} - (S_R)_t}{(S_R)_t} + (\pi_t^e - \pi_t^e) \right] + u_t \quad (6.5)$$

de la relación anterior se deduce que la elasticidad de la demanda de dinero con respecto a la renta ( $\eta$ ), tanto interna como externa, resulta igual a 0,751191 y la semielasticidad de la demanda respecto al tipo de interés tanto interno como externo ( $\epsilon$ ) es igual a 0,004718.

## 6.6. TEST DE CAMBIO ESTRUCTURAL

Si observamos la serie temporal correspondiente a los valores muestrales del tipo de cambio, puede apreciarse un cambio en la tendencia a partir del año 1992. Ello podría significar que el modelo es diferente antes y después de ese momento si fuese posible encontrar alguna causa objetiva que justificase el cambio estructural correspondiente. Dicha causa puede encontrarse en los cambios que producidos en la economía Alemana con posterioridad a su unión con la República Democrática en el año 1991. No obstante, para confirmarlos con rotundidad es necesario aplicar algún test que permita avalar dicha situación, y ello lo vamos a realizar mediante el test de Chow que explicamos en el Capítulo

5, apartado 5.7. Si consideramos el modelo completo que acabamos de analizar y otros dos modelos que contemplen respectivamente los períodos que van desde 1987 a 1992 y de 1992 a 1996, resulta que la suma residual del modelo completo es  $SRR = 0,854822$  en tanto que si calculamos las correspondientes sumas residuales para el modelo que comprende el primer y segundo períodos anteriormente citados, obtenemos respectivamente:  $SR_1 = 0,186812$  y  $SR_2 = 0,157351$ . En estas condiciones, el estadístico F para el contraste de la hipótesis nula de ausencia de cambio estructural es:

$$F = \frac{[0,854822 - (0,186812 + 0,157351)]/3}{[(0,186812 + 0,157351)]/96} = 47,48 > F(3,96)$$

debido a esta circunstancia se puede aceptar la hipótesis de que efectivamente existen indicios razonables para pensar que existe un cambio estructural en el modelo.

### **6.7. REGRESIÓN POR MÍNIMOS CUADRADOS ORDINARIOS (MCO) DEL MODELO PERTENECIENTE AL PERÍODO 1987-1992**

En este caso sucede algo similar respecto al modelo con término independiente a lo ya comentado al hablar del modelo abarcando el período muestral completo. Es decir, al suprimir la autocorrelación de los residuos del modelo se observa un bajo nivel de significación para dicho término independiente, de tal forma que conforme hemos allí comentado éste podría considerarse cero y en consecuencia se ha realizado una regresión restringida sin término independiente. Los resultados correspondientes a la misma aparecen en la siguiente tabla:

ESTIMACIÓN DEL MODELO MONETARIO GENERALIZADO (Período I)

Variable independiente	Coefficiente	Error std	Valor t	Nivel sig.
$y_t - y_t^*$	-0.739000	0.013370	-55.2720	0.0000
$h_t + \pi_t - \pi_t^*$	-0.008333	0.012097	-0.6888	0.4938

R-SQ. (ADJ.) = 0.9821 SE= 0.094811 MAE= 0.077475 DurbWat= 0.095

en donde 
$$h_t = \frac{(S_R)_{t,1} - (S_R)_t}{(S_R)_t}$$

A la vista de este cuadro se aprecia una falta de significación del coeficiente que afecta a la tasa esperada de depreciación del tipo de cambio real y al diferencial de inflación esperada. También existen problemas de autocorrelación en la serie de los residuos tal y como se aprecia en la gráfica de la figura 6.5

GRAFICO DE RESIDUOS vs NUMERO DE OBSERVACIONES

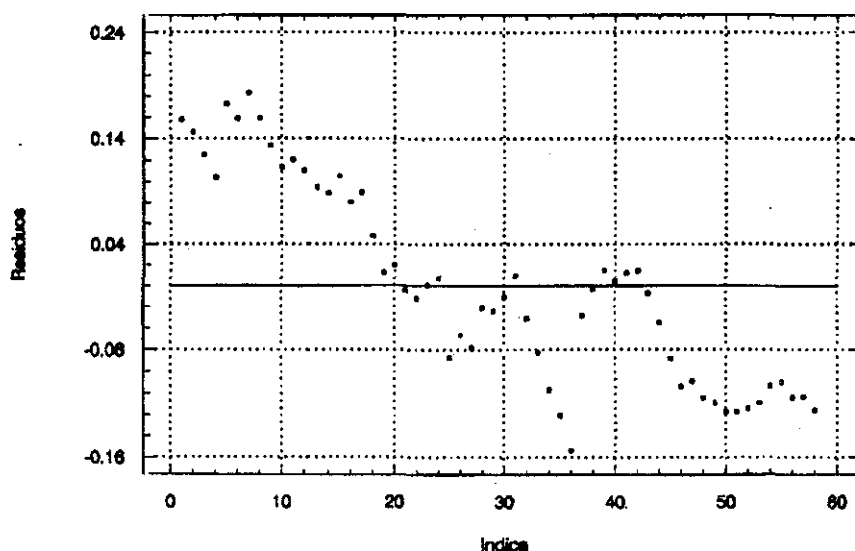


Figura 6.5

donde los residuos no se encuentran aleatoriamente dispuestos en torno a su valor medio.

Asimismo hemos representado en la figura 6.6 una gráfica donde se representan conjuntamente los valores de los logaritmos de los tipos de cambio observados (muestrales), conjuntamente con los valores equivalentes resultantes del ajuste a través del modelo obtenido con los coeficientes anteriormente expuestos.

GRAFICO DE LA SERIE OBSERVADA Y AJUSTADA

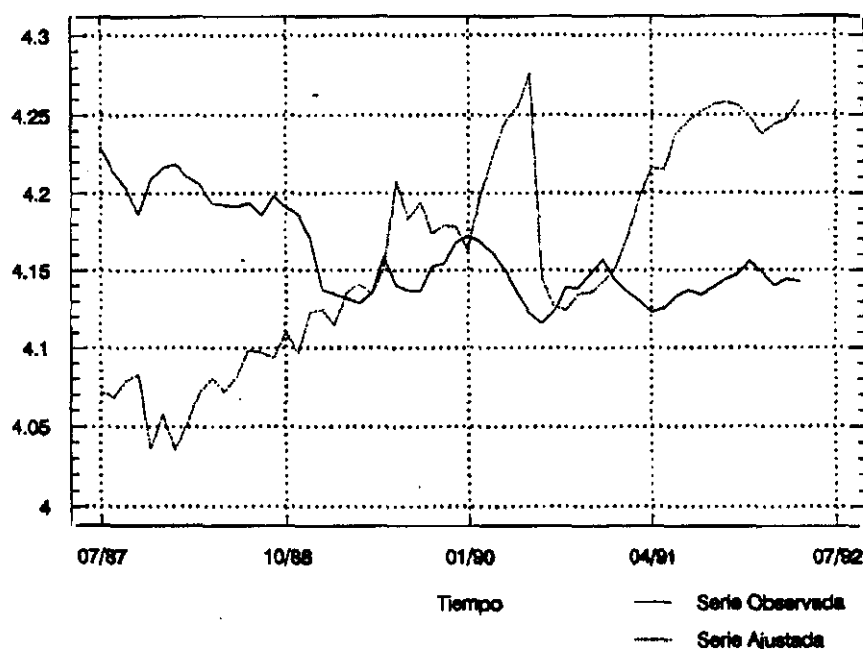


Figura 6.6

### 6.7.1. ANÁLISIS DE LA MULTICOLINEALIDAD EN LAS VARIABLES EXPLICATIVAS

Este modelo no presenta problema alguno de colinealidad entre sus dos variables explicativas como lo prueba el hecho de que los autovalores de la matriz de covarianzas normalizadas son:  $\lambda_1 = 1,14968$  y  $\lambda_2 = 0,850324$

que producen un número de condición igual a 1,16 que descarta cualquier conflicto de colinealidad entre las variables explicativas del modelo.

### **6.7.2. ANÁLISIS DE LA PRESENCIA DE HETEROCEDASTICIDAD EN LAS PERTURBACIONES ALEATORIAS**

Para comprobar si los residuos del modelo presentan varianza constante vamos a aplicar el contraste de Harvey cuyos fundamentos ya explicamos en el apartado 5.4.3 del Capítulo 5. Los resultados del mismo figuran seguidamente:

- 1) Si realizamos la regresión  $\ln(u_t^2) = \alpha_1 + \alpha_2(y - y^*) + \alpha_3(h + \pi - \pi^*)$  y obtenemos el estadístico para la significación conjunta, resulta:  $F = 8,64105 > X^2_{0,95}(2) \rightarrow$  Se rechaza la hipótesis nula de homocedasticidad. De esta regresión se deduce:

$$\alpha_2 = -33,153903 \quad \alpha_3 = -0,584267$$

que son los valores que van a permitirnos corregir este problema.

### **6.8. REGRESIÓN POR MÍNIMOS CUADRADOS GENERALIZADOS (MCG) DEL MODELO PERTENECIENTE AL PERÍODO 1987-1992**

Por medio de los coeficientes  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$  anteriores y empleando el procedimiento explicado en el apartado 5.4.1 del Capítulo 5 para corregir a través del contraste de Harvey los problemas de heterocedasticidad en los residuos del modelo, transformaremos los valores muestrales originales en otros tales que la nueva estimación del modelo esté ausente de heterocedasticidad. Este procedimiento de estimación se denomina mínimos cuadrados generalizados (MCG).

En nuestro caso, los nuevos valores muestrales que emplearemos en la estimación van a ser los originales divididos por el término:

$$\left[ e^{-33,153903(y - y^*) - 0,584267(h + \pi - \pi^*)} \right]^{0,5}$$

Con esta transformación de variables, el modelo que vamos a estimar es el siguiente:

$$Y_t = \beta_2 X_{2t} + \beta_3 X_{3t} + v_t \quad (6.6)$$

donde las nuevas variables son las primitivas divididas por el término anteriormente citado (incluidos los residuos). La estimación de este modelo está exento de heterocedasticidad y ofrece los siguientes resultados:

*ESTIMACIÓN DEL MODELO MONETARIO GENERALIZADO (Período I)*

Variable independiente	Coefficiente	Error std	Valor t	Nivel sig.
$X_{2t}$	-0.752531	0.011658	-64.5506	0.0000
$X_{3t}$	0.001831	0.008535	0.2145	0.8310

R-SQ. (ADJ.) = 0.9894 SE= 0.000000 MAE= 0.000000 DurbWat= 0.227

Vemos que después de la corrección de la heterocedasticidad, los coeficientes presentan los signos que les corresponden conforme a la especificación que se ha hecho del modelo monetario generalizado si bien el coeficiente correspondiente a la tasa esperada de depreciación del tipo de cambio real y al diferencial de inflación esperada no presenta un grado de significación adecuado para tenerlo en cuenta en el modelo.



**6.8.1. CORRECCIÓN DE LA AUTOCORRELACIÓN EN LAS PERTURBACIONES ALEATORIAS**

Para la eliminación de la autocorrelación de los residuos del modelo, emplearemos el proceso iterativo de Cochrane-Orcutt cuya exposición se detalló en el apartado 5.4.1 del Capítulo 5. El modelo que vamos a corregir es el original corregido de los problemas de heterocedasticidad, y en el que aparece una correlación entre los residuos según un esquema de primer orden AR(1), de forma que el modelo que estimaremos vendrá definido por las relaciones:

$$(Y_t - \rho Y_{t-1}) = \beta_2(X_{2t} - \rho X_{2t-1}) + \beta_3(X_{3t} - \rho X_{3t-1}) + \varepsilon_t \quad (6.7)$$

$$v_t = \rho v_{t-1} + \varepsilon_t \quad (6.8)$$

En estas condiciones y después de realizadas cuatro iteraciones sobre el modelo, se ha obtenido un coeficiente de autocorrelación de valor:  $\rho_4 = 0,989013$  y unos coeficientes estimados conforme indica la siguiente tabla:

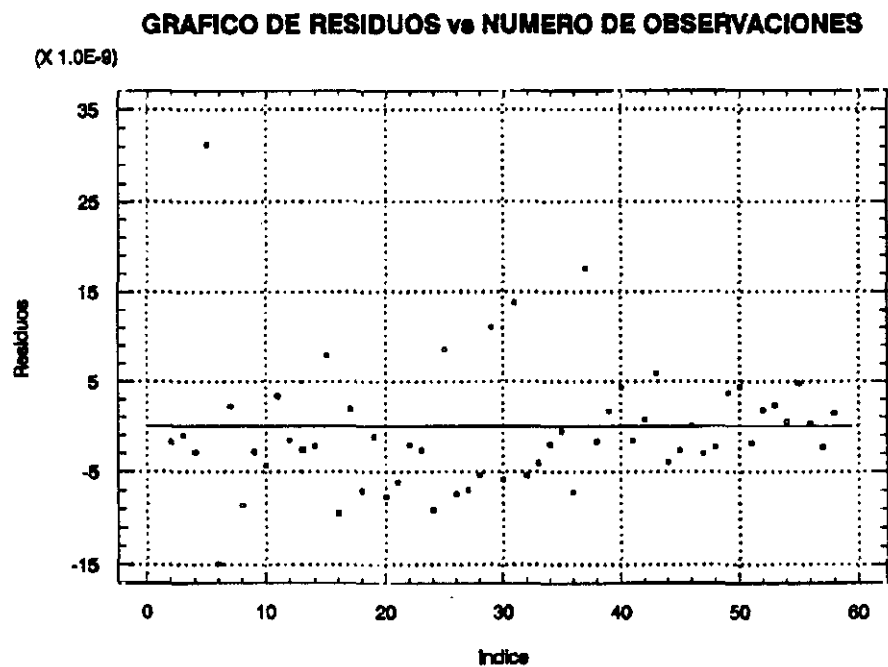
*ESTIMACIÓN DEL MODELO MONETARIO GENERALIZADO (Período I)*

Variable independiente	Coefficiente	Error std	Valor t	Nivel sig.
$X_{2t} - \rho_4 X_{2t-1}$	-0.841695	0.058297	-14.4382	0.0000
$X_{3t} - \rho_4 X_{3t-1}$	-0.015206	0.013392	-1.1355	0.2611

R-SQ. (ADJ.) = 0.9879 SE= 0.000000 MAE= 0.000000 DurbWat= 2.726

Se puede observar que finalmente el signo del coeficiente correspondiente a la tasa esperada de depreciación del tipo de cambio real y al diferencial de inflación esperada no tiene el signo que debiera de acuerdo con la especificación del modelo, si bien debido a su escaso nivel de significación puede considerarse como nulo a todos los efectos.

También puede verse que los problemas de autocorrelación han desaparecido como claramente demuestra el gráfico de la figura 6.7 en el que se observa que los residuos se distribuyen con completa aleatoriedad alrededor de su valor medio.



**Figura 6.7**

A los efectos de poder comprobar el grado de ajuste entre los valores del logaritmo del tipo de cambio en relación con los datos muestrales y los obtenidos mediante el modelo, reflejamos en la gráfica de la figura 6.8 las

dos series de valores.

GRAFICO DE LA SERIE OBSERVADA Y AJUSTADA

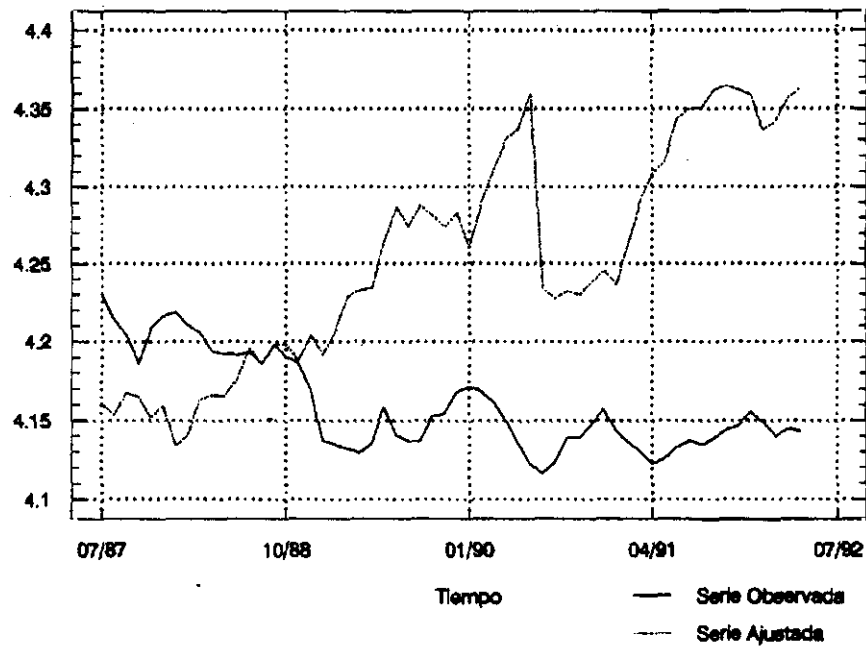


Figura 6.8

## 6.9. CONCLUSIONES ACERCA DEL MODELO ESTIMADO

De acuerdo al análisis que hemos desarrollado, el modelo estimado toma la forma:

$$s_t = (m_t - m_t^e) - 0,841695(y_t - y_t^e) + u_t \quad (6.9)$$

de la relación anterior se deduce que la elasticidad de la demanda de dinero con respecto a la renta ( $\eta$ ), tanto interna como externa, resulta igual a 0,841695 y la semielasticidad de la demanda respecto al tipo de interés tanto interno como externo ( $\varepsilon$ ) puede considerarse como nula.

### 6.10. REGRESIÓN POR MÍNIMOS CUADRADOS DEL MODELO PERTENECIENTE AL PERÍODO 1992-1996

En este caso también el modelo con término independiente y una vez corregido de la autocorrelación de sus residuos, presenta un valor muy poco significativo para el mismo, por lo que se ha optado en base a la interpretación que el mismo representa por llevar a cabo una regresión restringida del modelo basada en imponer que dicho coeficiente sea igual a cero. Los resultados correspondientes a la misma aparecen en la siguiente tabla:

#### *ESTIMACIÓN DEL MODELO MONETARIO GENERALIZADO (Período II)*

Variable independiente	Coefficiente	Error std	Valor t	Nivel sig.
$y_t - y_t^*$	-0.817655	0.012496	-65.4331	0.0000
$h_t + \pi_t - \pi_t^*$	-0.005061	0.006879	-0.7356	0.4660

R-SQ. (ADJ.) = 0.9913 SE= 0.082739 MAE= 0.061951 DurbinWat= 0.131

en donde 
$$h_t = \frac{(S_R)_{t+1} - (S_R)_t}{(S_R)_t}$$

Vemos que el nivel de significación del coeficiente correspondiente a la tasa esperada de depreciación del tipo de cambio real y al diferencial de inflación es prácticamente insignificante a la vez que existen claros síntomas de autocorrelación como lo prueba la forma de la gráfica de la figura 6.9 en donde se aprecian claramente tendencias significativas en cuanto a la distribución de los

residuos del modelo alrededor de su valor promedio.

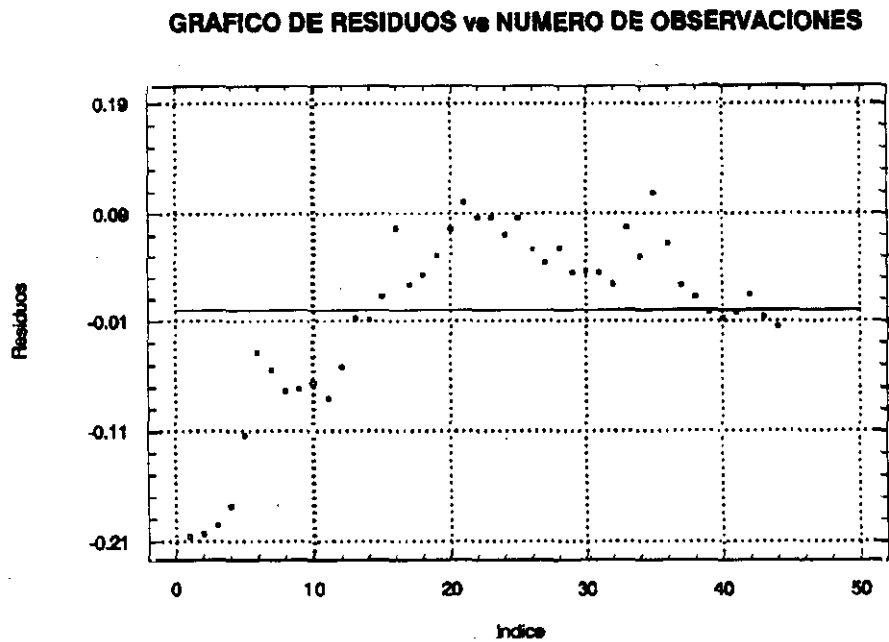


Figura 6.9

Por otra parte, la representación gráfica de las series de valores relativos al logaritmo del tipo de cambio de los datos muestrales correspondientes a este

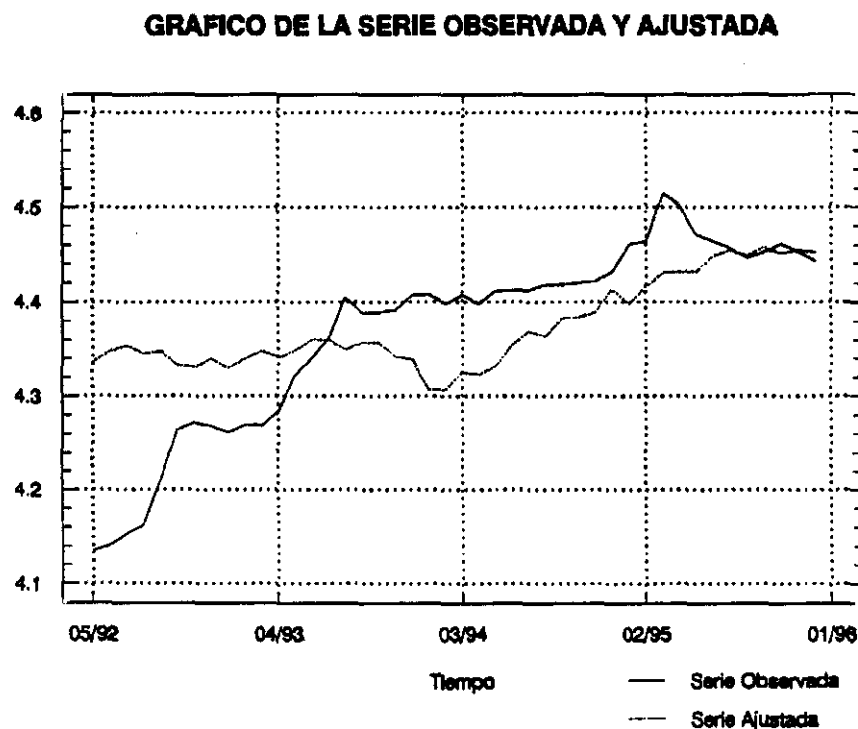


Figura 6.10

período, en relación con el conjunto de valores equivalentes obtenidos a través del modelo, presenta la forma que aparece en la figura 6.10.

### **6.10.1. ANÁLISIS DE LA MULTICOLINEALIDAD EN LAS VARIABLES EXPLICATIVAS**

En lo referente a la posible existencia de conflictos de colinealidad entre las variables explicativas, quedan descartados por cuanto los autovalores correspondientes a la matriz de covarianzas normalizada resultan ser:  $\lambda_1 = 0,641843$  y  $\lambda_2 = 1,35816$  respectivamente, lo cual supone un valor para el número de condición igual a 1,45 que elimina cualquier problema en este sentido.

### **6.10.2. ANÁLISIS DE LA PRESENCIA DE HETEROCEDASTICIDAD EN LAS PERTURBACIONES ALEATORIAS**

La detección de la posible presencia de heterocedasticidad en los residuos del modelo la vamos a detectar mediante el empleo del test de Goldfeld y Quandt y el contraste de Harvey.

El test de Goldfeld y Quandt se basa en suponer que la varianza de las perturbaciones  $\sigma_t^2$  depende de una variable  $z_t$ , la cual generalmente suele asociarse, generalmente, con alguna de las variables explicativas. Si suponemos que dicha dependencia es positiva, esto es, los mayores valores de  $\sigma_t^2$  se producen en aquellos períodos en que  $z_t$  es grande, entonces el contraste consiste en:

- 1) Ordenar las observaciones por valores de la variable  $z_t$ , de menor a mayor.

- 2) Omitir  $p$  observaciones en mitad de la muestra, siendo  $p$  un número natural.
- 3) Estimar dos veces el modelo original, una con las  $\frac{T-p}{2}$  primeras observaciones muestrales y otra con las  $\frac{T-p}{2}$  últimas observaciones en la muestra. Hay que hacer notar que el número de observaciones  $p$  omitidas en el paso anterior, debe ser lo suficientemente pequeño de forma que  $\frac{T-p}{2}$  sea sustancialmente mayor que el número de parámetros del modelo.
- 4) Si son  $SR_1$  y  $SR_2$  las sumas residuales de ambas regresiones, entonces bajo el supuesto de homocedasticidad y normalidad en el término de error, el cociente:

$$\lambda = \frac{SR_2}{SR_1} = \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2}$$

sigue una distribución  $F_{m,m}$  donde  $m = \left(\frac{T-p}{2}\right) - k$ . Por lo tanto si el valor del estadístico  $\lambda$  excede el valor que las tablas de la distribución  $F$  proporcionan, se rechazará la hipótesis nula de ausencia de heterocedasticidad.

Mediante este test y aplicado a nuestro caso concreto, y bajo el supuesto de que cualquiera de las dos variables pudiese provocar heterocedasticidad, resulta un valor para el estadístico  $\lambda = SCE2/SCE1 = 0,134856 < F(7,7) \rightarrow$  Se acepta la hipótesis nula de homocedasticidad.

En cuanto al contraste de Harvey vamos a analizar si el modelo presenta alguna alteración en este sentido.

1) Si realizamos la regresión:

$$\ln(u_t^2) = \alpha_1 + \alpha_2(y - y^*) + \alpha_3(h + \pi - \pi^*)$$

y obtenemos el estadístico F para la significación conjunta de la misma obtenemos:  $F = 1,65053 < X^2_{0,95} (2) \rightarrow$  Se acepta la hipótesis nula de homocedasticidad.

### 6.10.3. CORRECCIÓN DE LA AUTOCORRELACIÓN EN LAS PERTURBACIONES ALEATORIAS

Para esta finalidad vamos a aplicar la técnica de Cochrane-Orcutt sobre la base de un esquema de autocorrelación para los residuos de primer orden AR(1) que es el que parece mejor se ajusta a la explicación de dicha autocorrelación. Sobre esta base, y después de siete iteraciones completas, se llega como estimación del coeficiente de autocorrelación al valor  $\rho_7 = 0,910204$  y a unos coeficientes para el modelo que se indican en la siguiente tabla:

#### ESTIMACIÓN DEL MODELO MONETARIO GENERALIZADO (Período II)

Variable independiente	Coefficiente	Error std	Valor t	Nivel sig.
$(y_t - y_t^*) - \rho_7 (y_{t-1} - y_{t-1}^*)$	-0.856802	0.02947	-29.0732	0.0000
$(h_t + \pi_t - \pi_t^*) - \rho_7 (h_{t-1} + \pi_{t-1} - \pi_{t-1}^*)$	0.004522	0.00135	3.3503	0.0017

R-SQ. (ADJ.) = 0.9535 SE= 0.018677 MAE= 0.014445 DurbWat= 1.367



De este gráfico se deduce que los coeficientes presentan un signo acorde con la especificación del modelo a la vez que también tienen un buen nivel de significación. También se comprueba que las problemas de autocorrelación han desaparecido como se constata en la figura 6.11, al representar gráficamente los residuos de este modelo en relación con su valor medio y observar como se distribuyen de forma aleatoria y sin ningún tipo de tendencia concreta.

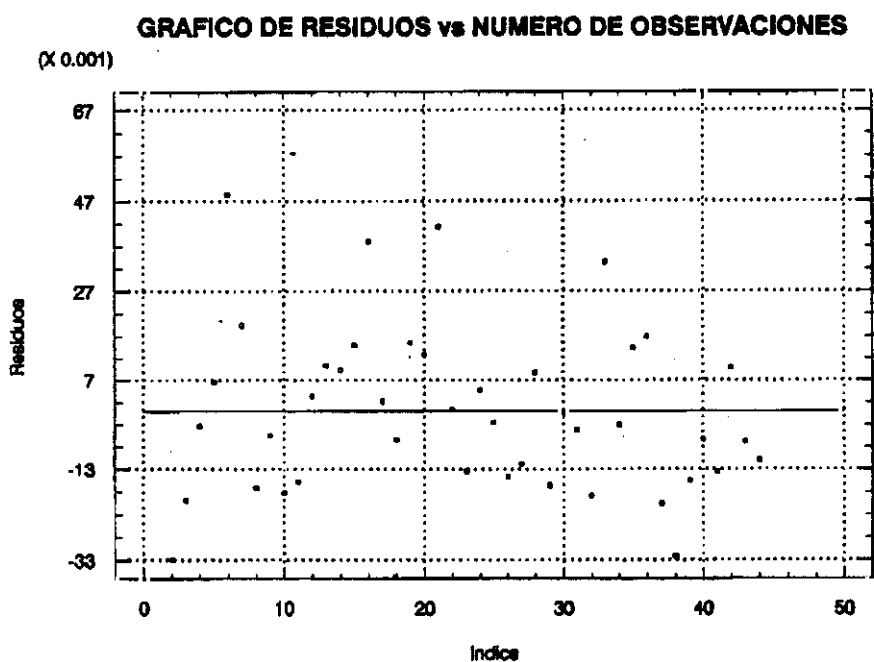


Figura 6.11

También representamos en una gráfica que aparece en la figura 6.12 los valores ajustados por medio del modelo (eje horizontal) frente a los valores muestrales observados (eje vertical) del tipo de cambio, así como también una recta a 45° de forma que la mayor o menor concentración de puntos alrededor de la misma es significativa de la mayor o menor calidad del ajuste.

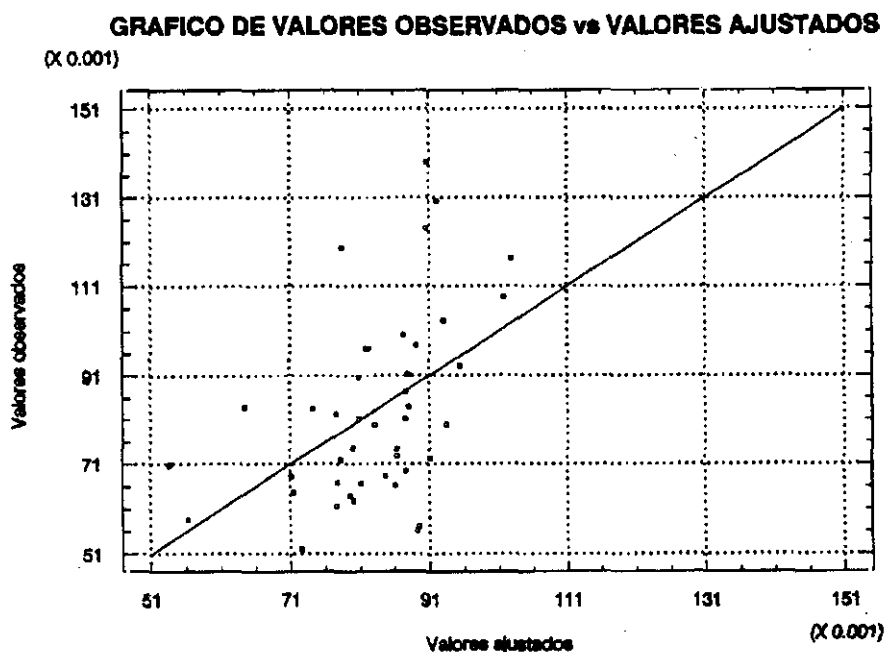


Figura 6.12

Finalmente en la gráfica de la figura 6.13 representamos las series de valores correspondientes al logaritmo del tipo de cambio de los datos

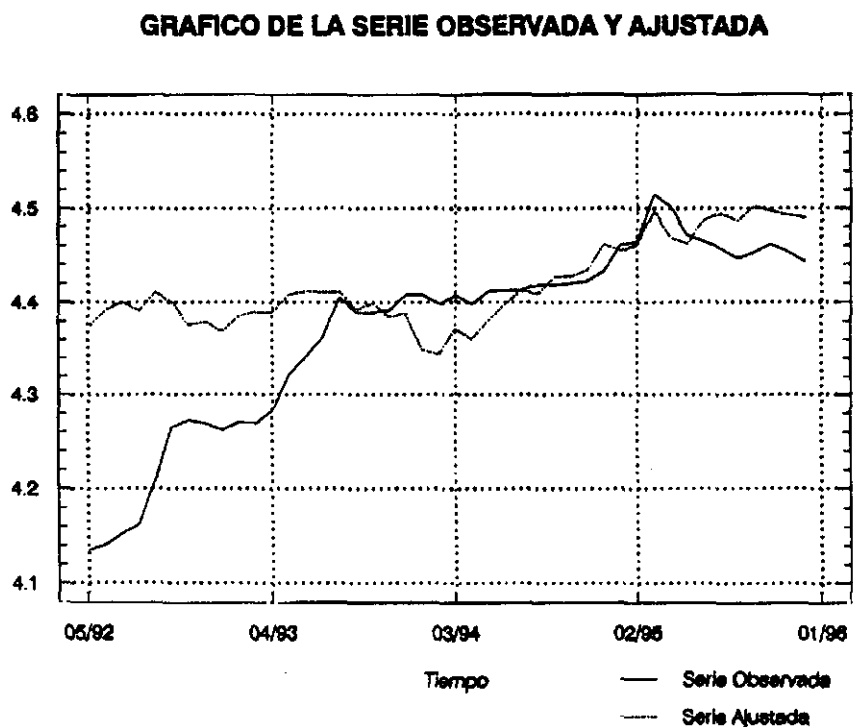


Figura 6.13

muestrales, frente a los valores equivalentes obtenidos por medio del modelo que hemos ajustado. A través de dicha gráfica podemos observar las divergencias que aparecen entre las mismas.

### 6.11. CONCLUSIONES ACERCA DEL MODELO ESTIMADO

De acuerdo al análisis que hemos desarrollado, el modelo estimado toma la forma:

$$s_t - (m_t - m_t^e) = 0,856802 (y_t - y_t^e) + 0,004522 \left[ \frac{(S_R^e)_{t+1} - (S_R)_t}{(S_R)_t} + (\pi_t^e - \pi_t^e) \right] + u_t \quad (6.10)$$

de la relación anterior se deduce que la elasticidad de la demanda de dinero con respecto a la renta ( $\eta$ ), tanto interna como externa, resulta igual a 0,856802 y la semielasticidad de la demanda respecto al tipo de interés tanto interno como externo ( $\epsilon$ ) es igual a 0,004522.

## **CAPÍTULO 7**

### **CONTRASTACIÓN DE MODELOS MONETARIOS CON PRECIOS RÍGIDOS: LOS MODELOS DE DORNBUSCH Y FRANKEL**

## **7.1. RELACIÓN FUNCIONAL OBJETO DE LA ESTIMACIÓN**

La estimación que vamos a abordar seguidamente se basará en la especificación realizada en el capítulo 3 tanto para el modelo de Dornbusch:

$$s_t = \alpha + (\bar{m} - \bar{m}^*) - \eta(\bar{y} - \bar{y}^*) - \frac{1}{\theta} \cdot (i_t - i_t^*) + \varepsilon(\pi_t^e - \pi_t^{e*}) \quad (7.1)$$

como para el modelo de Frankel:

$$s = \alpha + (\bar{m} - \bar{m}^*) - \eta(\bar{y} - \bar{y}^*) - \frac{1}{\theta}(i_t - i_t^*) + \left( \varepsilon + \frac{1}{\theta} \right) (\pi_t^e - \pi_t^{e*}) \quad (7.2)$$

puesto que de las relaciones anteriores puede comprobarse que las variables utilizadas en ambos así como también los coeficientes y signos que forman parte de cada relación funcional, son los mismos a excepción del correspondiente al diferencial de inflación esperada que en el modelo de Dornbusch se identifica con la semielasticidad de la demanda del mercado monetario con relación al tipo de interés, y en el modelo de Frankel se incorpora además el inverso de la velocidad de ajuste del tipo de cambio a su valor de equilibrio a largo plazo. Por lo demás, ambos modelos resultan idénticos y es por ello que vamos a realizar una contrastación conjunta de ambos, realizando posteriormente un análisis de los resultados obtenidos a la luz de la especificación que a cada uno de ellos corresponde.

En dichos modelos, las variables en minúsculas:  $s_t$ ,  $\bar{m}$ ,  $\bar{m}^*$ ,  $\bar{y}$ ,  $\bar{y}^*$  representan los logaritmos naturales del tipo de cambio nominal ( $S$ ), ofertas monetarias nominales ( $\bar{M}$  y  $\bar{M}^*$ ) a largo plazo y rentas reales ( $\bar{Y}$  e  $\bar{Y}^*$ ) a largo plazo. Las

variables  $\pi_t^*$ ,  $\pi_t^e$  representan las tasas de variación esperadas en los niveles de precios interno y externo respectivamente.

La variable  $\alpha$  es un término constante que refleja la diferencias estructurales existentes en el mercado monetario interno (país A) y externo (país B). En cuanto al parámetro  $\eta$  resulta ser igual a la elasticidad de la demanda de dinero con respecto a la renta tanto interna como externa, y  $\varepsilon$  es la semielasticidad de la demanda respecto al tipo de interés tanto interno como externo. Por último, el parámetro  $\theta$  mide la rapidez con que se va ajustando el tipo de cambio actual a su valor de equilibrio a largo plazo.

Sobre este modelo vamos a llevar a cabo una estimación de sus coeficientes analizando para ello el estudio de la paridad de la peseta con el marco durante el período 1987-1996. Para ello abordaremos dicha contrastación abarcando inicialmente el período total, y posteriormente dividiremos el mismo en dos subperíodos que permitan vislumbrar las diferencias acaecidas en el tipo de cambio como consecuencia de la unión de las dos Alemanias en el año 1991.

## **7.2. RESTRICCIONES SOBRE LOS COEFICIENTES DE LA REGRESIÓN**

Puesto que el término correspondiente al diferencial de ofertas monetarias es igual a la unidad, realizaremos una regresión que imponga dicha restricción. Asimismo y debido a que el modelo presenta variables que no son observables, haremos uso de variables instrumentales que estén correlacionadas con las originales, de tal forma que los valores a largo plazo de las ofertas monetarias así como también los relativos a las rentas reales serán sustituidos por sus correspondientes valores actuales, al igual que el diferencial de inflación esperado que será reemplazado por el diferencial actual de inflación. Con todas

estas consideraciones, el modelo que vamos a estimar queda en la forma:

$$s_t - (m_t - m_t^*) = \beta_1 + \beta_2(y_t - y_t^*) + \beta_3(i_t - i_t^*) + \beta_4(\pi_t - \pi_t^*) + u_t \quad (7.3)$$

En cuanto al término  $u_t$  representa una variable aleatoria que recoge los errores existentes entre los valores observados y los predichos por el modelo.

### **7.3. SELECCIÓN DE LAS VARIABLES EMPLEADAS EN LA CONTRASTACIÓN**

El conjunto de variables que enumeramos son las que hemos empleado en la estimación del modelo por haber sido las que mejores resultados ofrecieron en cuanto al ajuste se refiere. En cuanto a España éstas son:

- Logaritmo de la oferta monetaria (M3) en millones de pesetas.
- Logaritmo del tipo de cambio entre la peseta y el marco (cambios medios mensuales).
- Logaritmo del Producto Interior Bruto (PIB) a precios y poder de compra corrientes en miles de millones de patrones de poder de compra (PPC).
- Tipo marginal en operaciones de regulación monetaria. Subasta decenal de adquisiciones temporales de CEBs y Deuda Pública.
- Tasa de inflación determinada en base al índice de precios al consumo (Base 1992).

y en el caso de Alemania han sido:

- Logaritmo de la oferta monetaria (M3) en millones de marcos.

- Logaritmo del Producto Interior Bruto (PIB) a precios y poder de compra corrientes en miles de millones de patrones de poder de compra (PPC).
- Tipo de interés en operaciones de intervención (Redescuento).
- Tasa de inflación determinada en base al índice de precios al consumo (Base 1990).

Finalmente hemos de decir que las series correspondientes a Alemania, incluyen asimismo a la antigua República Democrática Alemana a partir del año 1991.

#### **7.4. REGRESIÓN POR MÍNIMOS CUADRADOS DEL MODELO PERTE- NECIENTE AL PERÍODO 1987-1996**

Si realizamos una regresión sobre las variables que hemos mencionado anteriormente se obtienen los resultados que a continuación presentamos en la tabla adjunta:

##### *ESTIMACIÓN DEL MODELO DE FRANKEL-DORNBUSCH*

Variable independiente	Coefficiente	Error std	Valor t	Nivel sig.
Constante	-1.362608	0.241997	-5.6307	0.0000
$y_t - y_t^*$	-1.984006	0.213300	-9.3015	0.0000
$i_t - i_t^*$	-0.023338	0.005308	4.3966	0.0000
$\pi_t - \pi_t^*$	0.023128	0.018306	1.2634	0.2094

R-SQ. (ADJ.) = 0.5314 SE= 0.084422 MAE= 0.068269 DurbWat= 0.135

Puede observarse como el diferencial de inflación no presenta un adecuado nivel



explicativo en relación con la variable dependiente de nuestro modelo. Se observa asimismo la existencia de autocorrelación en los residuos como lo muestra el estadístico de Durbin-Watson.

#### 7.4.1. CORRECCIÓN DE LA AUTOCORRELACIÓN EN LAS PERTURBACIONES ALEATORIAS

Se dice que las perturbaciones de un modelo presentan autocorrelación cuando la matriz de covarianzas de los mismos no es diagonal. Dado que este supuesto constituye asimismo una hipótesis para la determinación de los coeficientes del modelo por el método de los mínimos cuadrados ordinarios, su no cumplimiento hace que los coeficientes ajustados no sean verdaderamente representativos. El modelo que tenemos ya vimos que presentaba problemas de este tipo y para su corrección emplearemos el procedimiento iterativo de Cochrane-Orcutt que describimos en el Capítulo 5, apartado 5.4.1. Mediante el mismo estimaremos de forma recursiva el modelo original suponiendo que los residuos adopten un esquema autorregresivo de primer orden AR(1), esto es:

$$(Y_t - \rho Y_{t-1}) = \beta_1(1 - \rho) + \beta_2(X_{2t} - \rho X_{2,t-1}) + \beta_3(X_{3t} - \rho X_{3,t-1}) + \beta_4(X_{4t} - \rho X_{4,t-1}) + \varepsilon_t \quad (7.4)$$

$$u_t = \rho u_{t-1} + \varepsilon_t \quad (7.5)$$

donde  $Y_t = s_t + (m_t - m_t^*)$ ;  $X_{2t} = y_t - y_t^*$ ;  $X_{3t} = i_t - i_t^*$ ;  $X_{4t} = \pi_t - \pi_t^*$

Después de 3 iteraciones se ha obtenido finalmente como coeficiente de autocorrelación el valor  $\rho_3 = 0,91071$  no mejorándose ya significativamente la convergencia. En cuanto a la estimación de los coeficientes del modelo, estos son los que figuran en la siguiente tabla:

ESTIMACIÓN DEL MODELO DE FRANKEL-DORNBUSCH

Variable independiente	Coefficiente	Error std	Valor t	Nivel sig.
$(1 - \rho)$	-0.289086	0.376849	-0.7671	0.4449
$X_{2t} - \rho_5 X_{2t-1}$	-1.083409	0.36013	-3.0084	0.0033
$X_{3t} - \rho_5 X_{3t-1}$	-0.005883	0.005989	-0.9822	0.3285
$X_{4t} - \rho_5 X_{4t-1}$	0.001293	0.004106	0.3149	0.7535

R-SQ. (ADJ.) = 0.8940 SE= 0.023935 MAE= 0.017134 DurbWat= 1.524

Puede comprobarse que han desaparecido los síntomas de autocorrelación entre los residuos del modelo si bien es de destacar el escaso nivel de significación del término independiente, el cual representa el logaritmo natural del cociente  $\frac{C'}{C}$  siendo este último un ratio que refleja la estructura relativa de los mercados monetarios en los países A y B. En las condiciones anteriormente descritas, ello significa que dicha estructura puede considerarse similar en ambas economías y que por tanto el término independiente debe ser cero.

**7.5. REGRESIÓN POR MÍNIMOS CUADRADOS GENERALIZADOS (MCG) DEL MODELO PERTENECIENTE AL PERÍODO 1987-1996**

Desde un punto de vista práctico, se ha llevado a cabo una regresión restringida del modelo en base a imponer que dicho término sea nulo y cuyos resultados aparecen en la siguiente tabla:

ESTIMACIÓN DEL MODELO DE FRANKEL-DORNBUSCH

Variable independiente	Coefficiente	Error std	Valor t	Nivel sig.
$y_t - y_t^*$	-0.7877	0.021615	-36.4419	0.0000
$i_t - i_t^*$	-0.002379	0.003096	-0.7682	0.4442
$\pi_t - \pi_t^*$	0.022557	0.020953	1.0765	0.2843

R-SQ. (ADJ.) = 0.9849 SE= 0.096631 MAE= 0.082574 DurbWat= 0.080

Puede observarse que tanto el diferencial de tipos de interés como también el diferencial de inflación, no tienen un adecuado nivel explicativo en relación con la variable dependiente de nuestro modelo.

Asimismo existe autocorrelación en los residuos como lo prueba el hecho de la falta de aleatoriedad observada en la distribución de los mismos alrededor de su valor medio tal y como se muestra en la gráfica de la figura 7.1

GRAFICO DE RESIDUOS vs NUMERO DE OBSERVACIONES

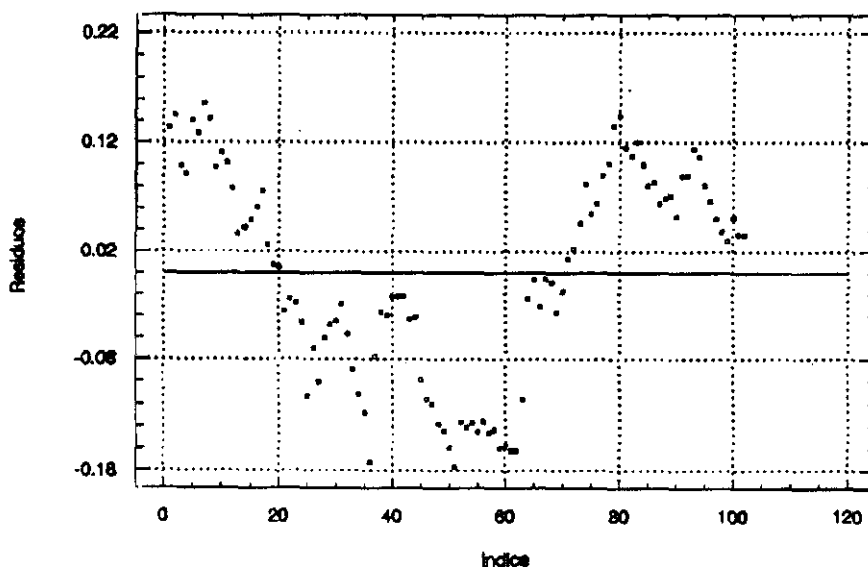
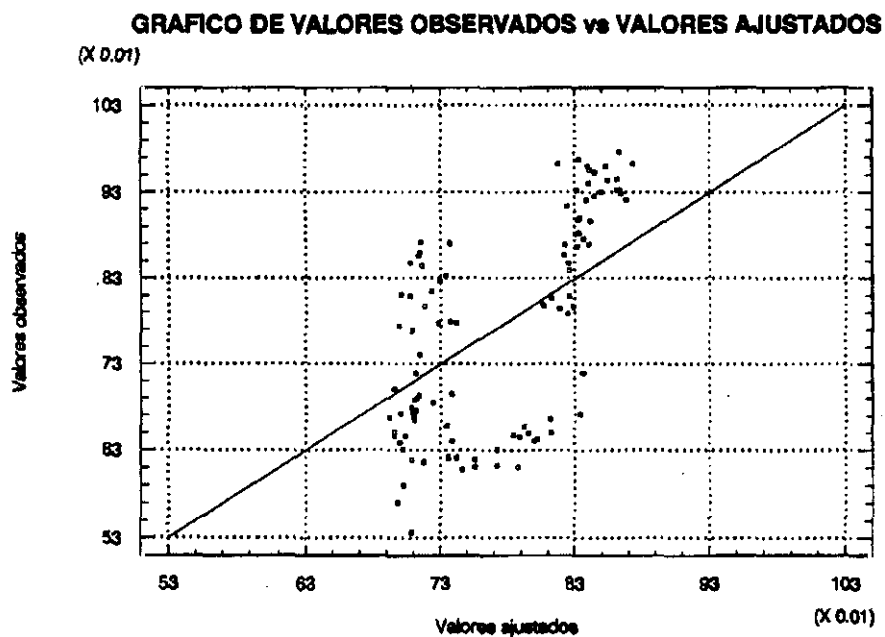


Figura 7.1

En cuanto a la calidad del ajuste del modelo a los datos muestrales correspondientes a la variable explicada, queda representado en el gráfico de la figura 7.2 donde en el eje de abscisas se representan los valores ajustados por el modelo y en el de ordenadas los valores realmente observados, de forma que si el ajuste fuera perfecto los puntos deberían situarse alineados con la bisectriz de ambos ejes. Por último representamos conjuntamente en la gráfica de la figura 7.3 las dos series de datos temporales correspondientes a la variable explicada, tanto a nivel muestral como mediante los valores obtenidos a través del modelo cuyos coeficientes son los que anteriormente mostramos en la tabla de la regresión.



**Figura 7.2**

GRAFICO DE LA SERIE OBSERVADA Y AJUSTADA

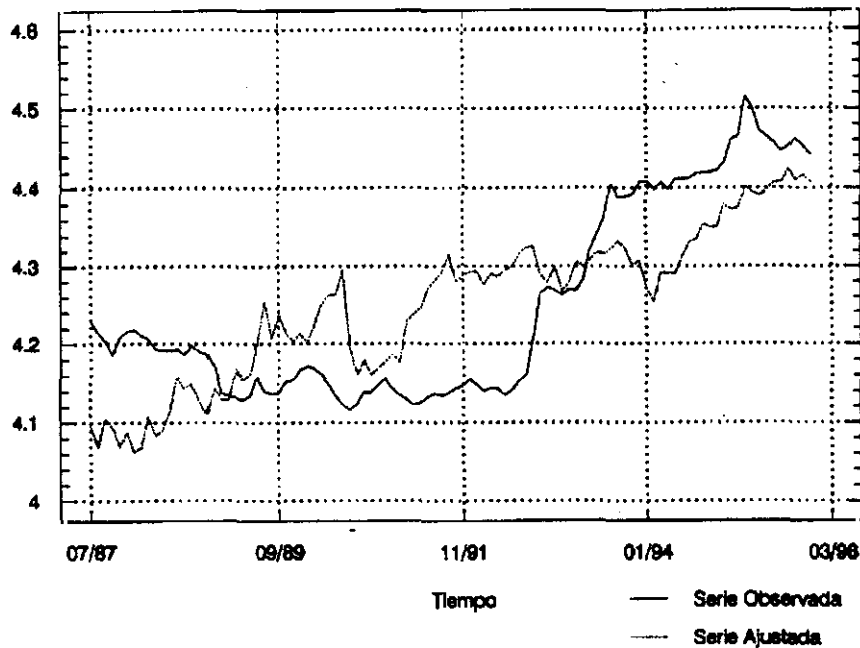


Figura 7.3

### 7.5.1. ANÁLISIS DE LA MULTICOLINEALIDAD EN LAS VARIABLES EXPLICATIVAS

Los autovalores de la matriz de varianzas normalizada correspondiente al modelo anterior tienen como valores respectivamente los siguientes:  $\lambda_1 = 0,0986665$ ;  $\lambda_2 = 1,90288$ ;  $\lambda_3 = 0,998449$  siendo el número índice correspondiente al mayor y menor valor de 19,29 lo cual muestra ausencia de conflictos en este sentido en relación con las variables explicativas del modelo.

### **7.5.2. ANÁLISIS DE LA PRESENCIA DE HETEROCEDASTICIDAD EN LAS PERTURBACIONES ALEATORIAS**

La heterocedasticidad en los residuos de un modelo significa que los mismos no presentan varianza constante lo cual invalida los resultados de la estimación por mínimos cuadrados ordinarios que se fundamentan en tal igualdad de las varianzas. Para conocer si en nuestro caso se produce o no esta circunstancia, emplearemos el test de Goldfeld y Quandt que ya explicamos en el Capítulo 6, apartado 6.10.2, y el contraste de Harvey cuya aplicación fue comentada en el Capítulo 5, apartado 5.4.2.

Mediante el test de Goldfeld y Quandt obtenemos la siguiente conclusión:

- 1) Suponiendo que cualquiera de las variables pudiesen producir heterocedasticidad, resulta un valor para el estadístico  $F = \text{SCE2}/\text{SCE1} = 0,167212 < F(17,17) \rightarrow$  Se acepta la hipótesis nula de homocedasticidad.

Y por medio del contraste de Harvey, el resultado es:

- 1) Si realizamos la regresión:

$$\ln(u_t^2) = \alpha_1 + \alpha_2(y - y') + \alpha_3(i - i') + \alpha_4(\pi - \pi')$$

y obtenemos el estadístico F para la significación conjunta de la misma, obtenemos:  $F = 1,03681 < \chi^2_{0,95}(3) \rightarrow$  No se rechaza la hipótesis nula de homocedasticidad.

### 7.5.3. CORRECCIÓN DE LA AUTOCORRELACIÓN EN LAS PERTURBACIONES ALEATORIAS

Lorealizaremos mediante el procedimiento iterativo de Cochrane-Orcutt que anteriormente describimos suponiendo que los residuos adopten un esquema autorregresivo de primer orden AR(1), esto es:

$$(Y_t - \rho Y_{t-1}) - \beta_2(X_{2t} - \rho X_{2,t-1}) + \beta_3(X_{3t} - \rho X_{3,t-1}) + \beta_4(X_{4t} - \rho X_{4,t-1}) + e_t \quad (7.6)$$

$$u_t = \rho u_{t-1} + e_t \quad (7.7)$$

donde  $Y_t = s_t + (m_t - m_t^*)$ ;  $X_{2t} = y_t - y_t^*$ ;  $X_{3t} = i_t - i_t^*$ ;  $X_{4t} = \pi_t - \pi_t^*$

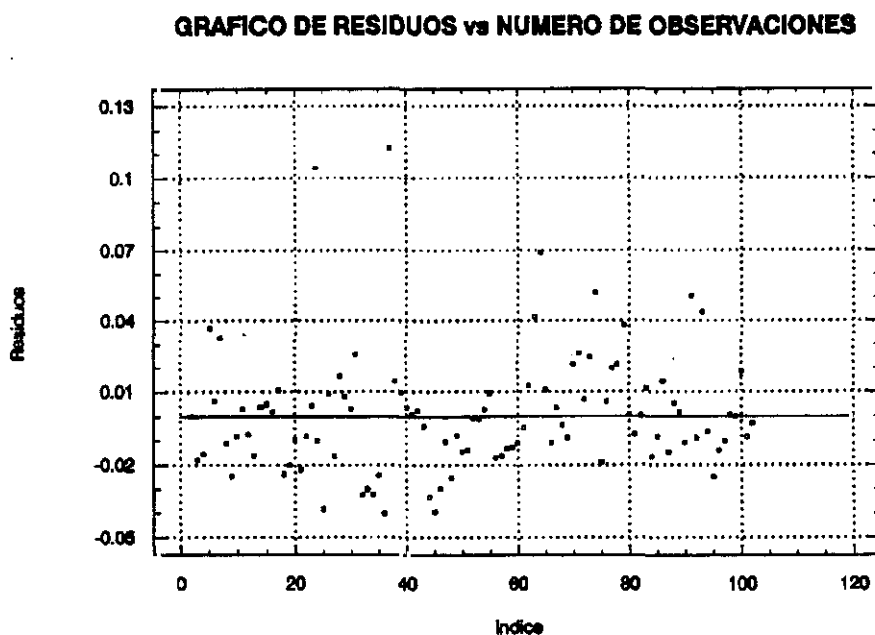
Después de 5 iteraciones se ha obtenido finalmente como coeficiente de autocorrelación el valor  $\rho_g = 0,954349$  no mejorándose ya significativamente la convergencia. En cuanto a la estimación de los coeficientes del modelo, estos son los que figuran en la siguiente tabla:

#### ESTIMACIÓN DEL MODELO DE FRANKEL-DORNBUSCH

Variable independiente	Coefficiente	Error std	Valor t	Nivel sig.
$X_{2t} - \rho_5 X_{2,t-1}$	-0.780025	0.055663	-14.0132	0.0000
$X_{3t} - \rho_5 X_{3,t-1}$	-0.005187	0.005554	-0.9339	0.3527
$X_{4t} - \rho_5 X_{4,t-1}$	0.001345	0.003948	0.3406	0.7341

R-SQ. (ADJ.) = 0.6947 SE= 0.023529 MAE= 0.016497 DurbWat= 1.625

Puede comprobarse que ha desaparecido el problema de la autocorrelación entre los residuos como lo prueba el hecho de que ahora la distribución de los residuos alrededor de su valor medio resulta más aleatoria que lo era en el modelo primitivo tal y como se aprecia en la figura 7.4. Sin embargo aunque los coeficientes presentan signos acordes con la especificación de los modelos, no obstante los relativos al diferencial de tipos de interés y al diferencial de inflación, presentan significación nula.



**Figura 7.4**

La calidad del ajuste conseguido se aprecia observando el gráfico de la figura 7.5 en donde en el eje de abcisas aparecen los datos relativos a la variable explicada en términos del modelo que hemos ajustado, mientras que en el eje de ordenadas se sitúan los valores muestrales correspondientes a esa misma variable. En condiciones de un ajuste óptimo, los puntos deben estar muy próximos a la bisectriz que forman los ejes de coordenadas.



GRAFICO DE VALORES OBSERVADOS vs VALORES AJUSTADOS

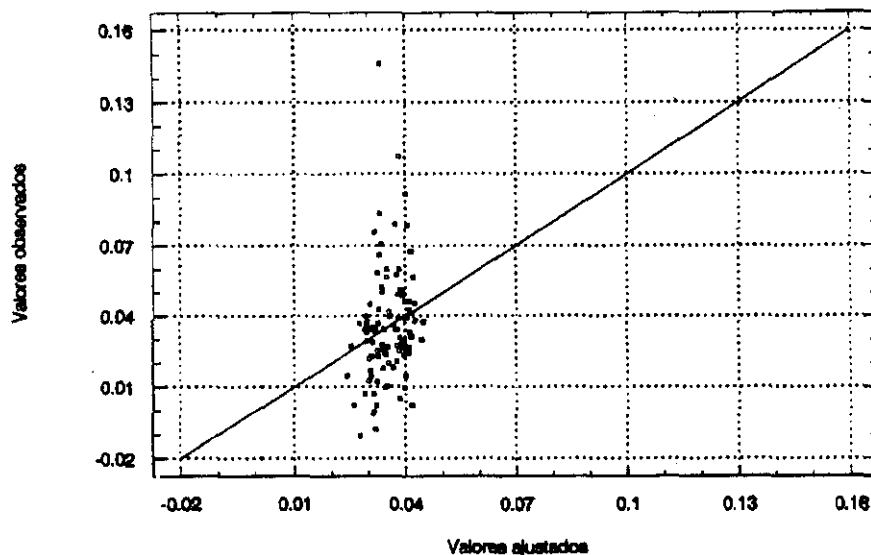


Figura 7.5

Finalmente en la gráfica de la figura 7.6 se representan las dos series temporales de los valores muestrales del logaritmo del tipo de cambio y los valores equivalentes obtenidos mediante el ajuste conseguido a través de

GRAFICO DE LA SERIE OBSERVADA Y AJUSTADA

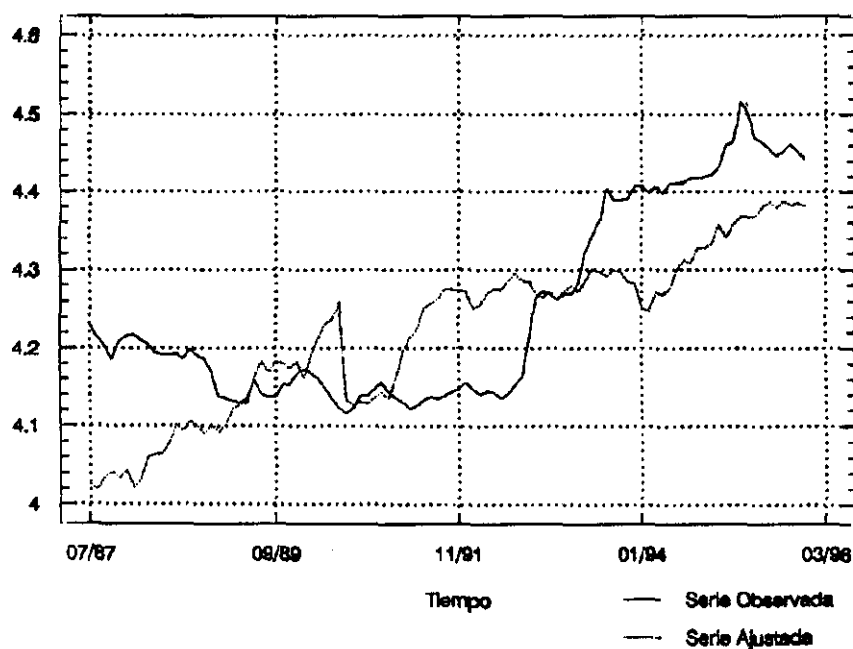


Figura 7.6

los coeficientes estimados.

## **7.6. CONCLUSIONES ACERCA DEL MODELO ESTIMADO**

De acuerdo al análisis que hemos desarrollado, el modelo estimado toma la forma que seguidamente exponemos según la especificación correspondiente al modelo de Dornbusch:

$$s_t = (\bar{m} - \bar{m}^*) - 0,780025 (\bar{y} - \bar{y}^*) - 0,005187 (i_t - i_t^*) + 0,001345 (\pi_t^e - \pi_t^{*e}) + u_t \quad (7.8)$$

de la relación anterior se deduce que la elasticidad de la demanda de dinero con respecto a la renta ( $\eta$ ), tanto interna como externa, resulta igual a 0,780025.

La velocidad de ajuste del tipo de cambio actual a su valor de equilibrio a largo plazo sería el inverso del coeficiente que afecta al diferencial de tipo de interés ( $\theta$ ) y de acuerdo al coeficiente estimado, dicho valor sería  $\theta = 192,79$  que es un valor muy elevado lo cual significa que el ajuste sería rápido tal y como explica el enfoque basado en los modelos con precios flexibles.

Por último, la semielasticidad de la demanda respecto al tipo de interés a largo plazo tanto interno como externo ( $\epsilon$ ) resulta ser igual a 0,001345.

De acuerdo a la especificación realizada por Frankel, el modelo estimado se debería representar en la forma:

$$s_t = (\bar{m} - \bar{m}^*) - 0,780025(\bar{y} - \bar{y}^*) + u_t \quad (7.9)$$

puesto que los coeficientes que presentan muy reducida significación, en el caso del modelo de Frankel darían lugar a un valor negativo de la semielasticidad de

la demanda respecto al tipo de interés interno y externo ( $\epsilon$ ). En estas condiciones el ajuste del tipo de cambio a su valor de equilibrio a largo plazo sería instantáneo tal y como propugna el modelo monetario básico.

De las conclusiones alcanzadas tanto con el modelo de Dornbusch como con el de Frankel podemos afirmar que la modelización del tipo de cambio en el período considerado en nuestro análisis, se ajusta mejor mediante un esquema de precios flexibles que a través de uno con precios rígidos.

## **7.7. TEST DE CAMBIO ESTRUCTURAL**

Observando la serie de los valores del tipo de cambio correspondientes a los valores muestrales, se aprecia claramente una alteración en la tendencia de los mismos a partir del año 1992 y que podría tener su explicación en la unificación de las dos Alemanias en el transcurso del año 1991. No obstante, y para verificar objetivamente dicha circunstancia, vamos a contrastar dicha hipótesis mediante el test de cambio estructural debido a Chow y cuyos fundamentos explicamos en el Capítulo 5, apartado 5.7.

Si consideramos el modelo completo anteriormente analizado, así como también otros dos modelos que contemplan respectivamente los períodos que van desde 1987 a 1992 y de 1992 a 1996 respectivamente, resulta que la suma residual del modelo completo es  $SRR = 0,698456$  en tanto que si calculamos las correspondientes sumas residuales para el modelo que comprende el primer y segundo períodos anteriormente citados, obtenemos respectivamente:  $SR_1 = 0,266244$  y  $SR_2 = 0,145380$ . En estas condiciones, el estadístico F para el contraste de la hipótesis nula de ausencia de cambio estructural es:

$$F = \frac{[0,698456 - (0,266244 + 0,145380)]/4}{[(0,266244 + 0,145380)]/94} = 16,37 > F(4,94)$$

debido a esta circunstancia se puede aceptar la hipótesis de que efectivamente existen indicios razonables para pensar que existe un cambio estructural en el modelo.

### **7.8. REGRESIÓN POR MÍNIMOS CUADRADOS GENERALIZADOS (MCG) DEL MODELO PERTENECIENTE AL PERÍODO 1987-1992**

Al igual que ocurría con el modelo anterior, en este caso se observa que el modelo con término independiente presenta un escaso nivel de significación en relación con dicho término, el cual representa el logaritmo natural del ratio que pondera la estructura relativa de los mercados monetarios en los países A y B. Este hecho puede interpretarse como que la misma puede considerarse similar y que por tanto el término independiente debe ser cero. Bajo estas consideraciones se ha realizado una nueva regresión cuyos resultados exponemos:

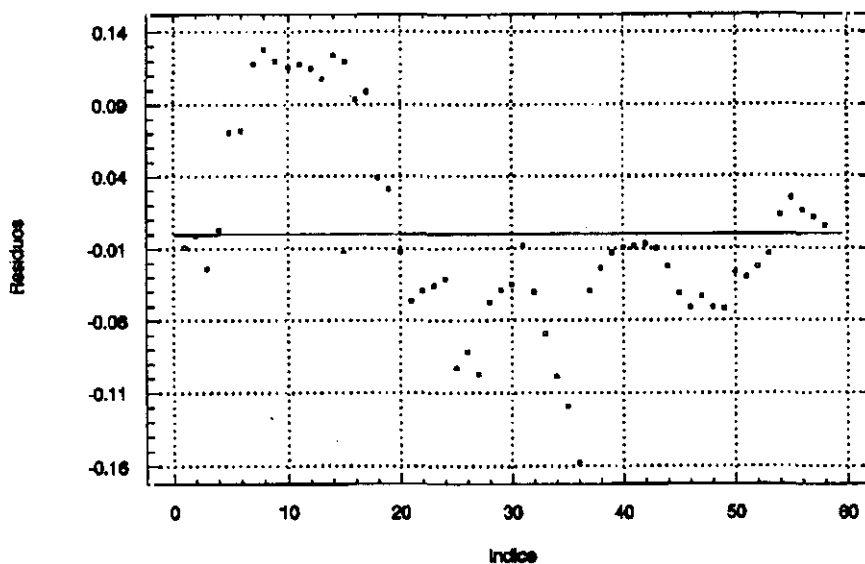
#### *ESTIMACIÓN DEL MODELO DE FRANKEL-DORNBUSCH (Período I)*

Variable independiente	Coefficiente	Error std	Valor t	Nivel sig.
$y_t - y_t^*$	-0.512861	0.034021	-15.0749	0.0000
$i_t - i_t^*$	0.025729	0.003796	6.7786	0.0000
$\pi_t - \pi_t^*$	0.001454	0.018151	0.0801	0.9364

R-SQ. (ADJ.) = 0.9904 SE= 0.069687 MAE= 0.053289 DurbWat= 0.168

De los datos anteriores se deduce que tanto los coeficientes correspondientes al diferencial de rentas reales como al diferencial de tipos de interés presentan un adecuado nivel de significación, si bien el segundo de ellos no tiene el signo que le correspondería conforme a la especificación del modelo. Sin embargo se presentan claros síntomas de autocorrelación en los residuos del modelo como

**GRAFICO DE RESIDUOS vs NUMERO DE OBSERVACIONES**



**Figura 7.7**

lo demuestra el hecho de la falta de aleatoriedad en relación con la distribución de los mismos en torno a su valor medio en donde se aprecian tendencias fácilmente identificables. Esta gráfica se recoge en la figura 7.7 en la cual el valor medio de dichos residuos se representa por medio de una línea continua horizontal.

En la gráfica correspondiente a la figura 7.8 se representa en el eje de abcisas la serie de valores ajustados pertenecientes a la variable explicada por el modelo a través de los coeficientes reseñados en la tabla anteriormente presentada. En cuanto al eje de ordenadas, en él se encuentran los valores muestrales de dicha

GRAFICO DE VALORES OBSERVADOS vs VALORES AJUSTADOS

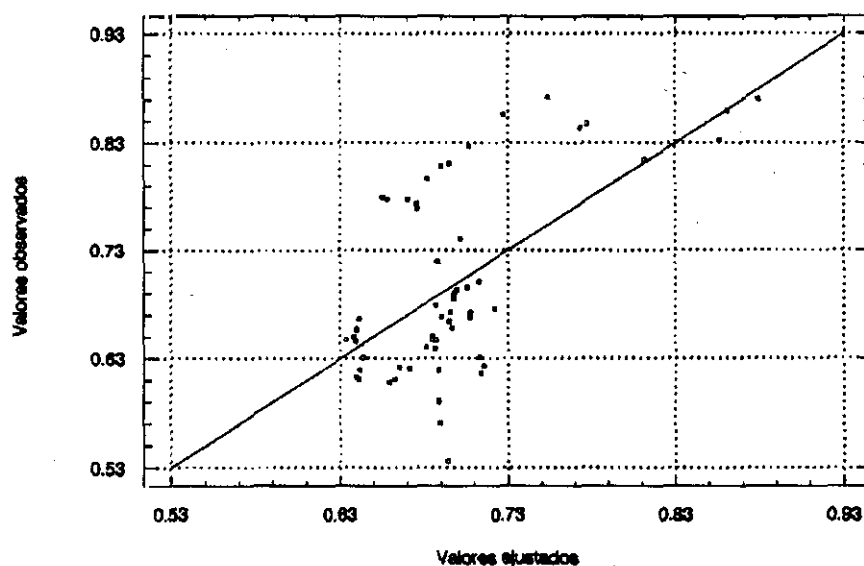


Figura 7.8

variable explicada de forma que cuanto mejor sea el ajuste conseguido, la distribución de los diferentes puntos en dicho gráfico debe tender a acercarse a la bisectriz asimismo representada en él. Dicho gráfico permite en consecuencia

GRAFICO DE LA SERIE OBSERVADA Y AJUSTADA

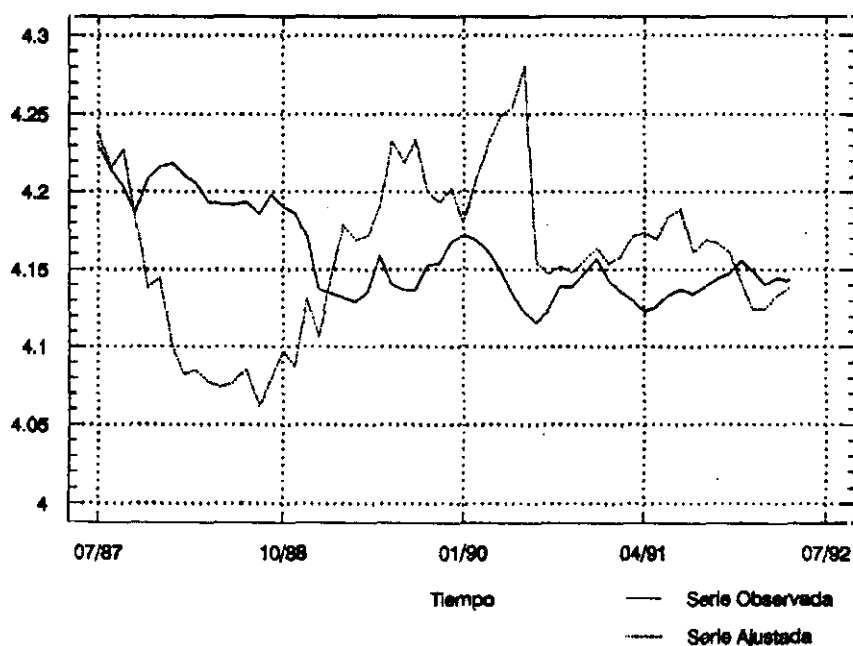


Figura 7.9

apreciar la bondad del ajuste obtenido.

Por último se representa en el gráfico de la figura 7.9 las dos series de valores relativas al logaritmo del tipo de cambio tanto mediante los valores correspondientes a los datos muestrales como también a los valores obtenidos mediante el ajuste realizado.

### **7.8.1. ANÁLISIS DE LA MULTICOLINEALIDAD EN LAS VARIABLES EXPLICATIVAS**

El modelo que hemos presentado está carente de problemas de colinealidad entre sus variables explicativas como lo prueba el hecho de que los autovalores correspondientes a la matriz de covarianzas normalizada de dichas variables tienen como valores:  $\lambda_1 = 0,0400333$  ;  $\lambda_2 = 2,01721$  y  $\lambda_3 = 0,942761$  que producen un número de condición igual a 7,09 por lo que no existen problemas de colinealidad.

### **7.8.2. ANÁLISIS DE LA PRESENCIA DE HETEROCEDASTICIDAD EN LAS PERTURBACIONES ALEATORIAS**

La detección de la posible presencia de heterocedasticidad en los residuos del modelo la vamos a detectar mediante el empleo del test de Goldfeld y Quandt y el contraste de Harvey.

Mediante el test de Goldfeld y Quandt los resultados obtenidos son los siguientes:

- 1) Suponiendo que cualquiera de las tres variables pudiesen producir heterocedasticidad, resulta un valor para el estadístico  $F = SCE2/SCE1$

= 0,5844 < F(9,9) → Se acepta la hipótesis nula de homocedasticidad.

Y mediante el contraste de Harvey los resultados son:

1) Si realizamos la regresión:

$$\ln(u_t^2) = \alpha_1 + \alpha_2(y - y^*) + \alpha_3(i - i^*) + \alpha_4(\pi - \pi^*)$$

obtenemos el estadístico F para la significación conjunta de la misma obtenemos:  $F = 7,15935 < X^2_{0,95}(3)$  → Se acepta la hipótesis nula de homocedasticidad.

### 7.8.3. CORRECCIÓN DE LA AUTOCORRELACIÓN EN LAS PERTURBACIONES ALEATORIAS

La eliminación de la autocorrelación que presentaban los residuos del modelo primitivo la vamos a corregir mediante el procedimiento de Cochrane-Orcutt. Para ello vamos a considerar un esquema autorregresivo de primer orden AR(1) como modelo de correlación de los residuos, y el modelo que estimaremos será el que seguidamente exponemos:

$$(Y_t - \rho Y_{t-1}) = \beta_2(X_{2t} - \rho X_{2t-1}) + \beta_3(X_{3t} - \rho X_{3t-1}) + \beta_4(X_{4t} - \rho X_{4t-1}) + \varepsilon_t \quad (7.10)$$

$$u_t = \rho u_{t-1} + \varepsilon_t \quad (7.11)$$

donde  $Y_t = s_t + (m_t - m_t^*)$ ;  $X_{2t} = y_t - y_t^*$ ;  $X_{3t} = i_t - i_t^*$ ;  $X_{4t} = \pi_t - \pi_t^*$

Después de 5 iteraciones se ha obtenido finalmente para el coeficiente de autocorrelación el valor  $\rho_5 = 0,955007$  no mejorándose ya significativamente la convergencia. En cuanto a los coeficientes estimados, estos vienen



dados en la siguiente tabla:

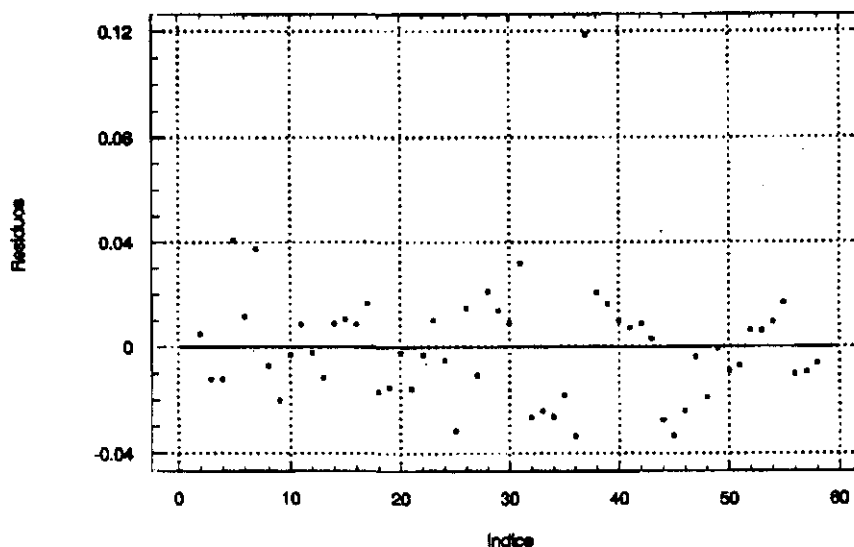
**ESTIMACIÓN DE MODELO DE FRANKEL-DORNBUSCH (Período I)**

Variable independiente	Coefficiente	Error std	Valor t	Nivel sig.
$X_{2t} - \rho_5 X_{2t-1}$	-0.651578	0.077764	-8.3789	0.0000
$X_{3t} - \rho_5 X_{3t-1}$	-0.006587	0.006963	-0.9460	0.3484
$X_{4t} - \rho_5 X_{4t-1}$	0.001351	0.004576	0.2953	0.7689

R-SQ. (ADJ.) = 0.5686 SE= 0.023846 MAE= 0.016103 DurbWat= 1.782

Puede observarse como los coeficientes relativos a los diferenciales de interés y de inflación, apenas explican algo en cuanto a la variable endógena del modelo debido a su bajo nivel de significación aunque, por otra parte, presentan signos acordes con la especificación realizada para cada uno de los modelos. No obstante, el problema de la autocorrelación

**GRAFICO DE RESIDUOS vs NUMERO DE OBSERVACIONES**



**Figura 7.10**

en los residuos ha desaparecido tal y como muestra el gráfico de la figura 7.10 en donde puede apreciarse como los distintos residuos se distribuyen sin ninguna tendencia perceptible alrededor de su valor medio, representado en el mismo gráfico por la línea continua horizontal.

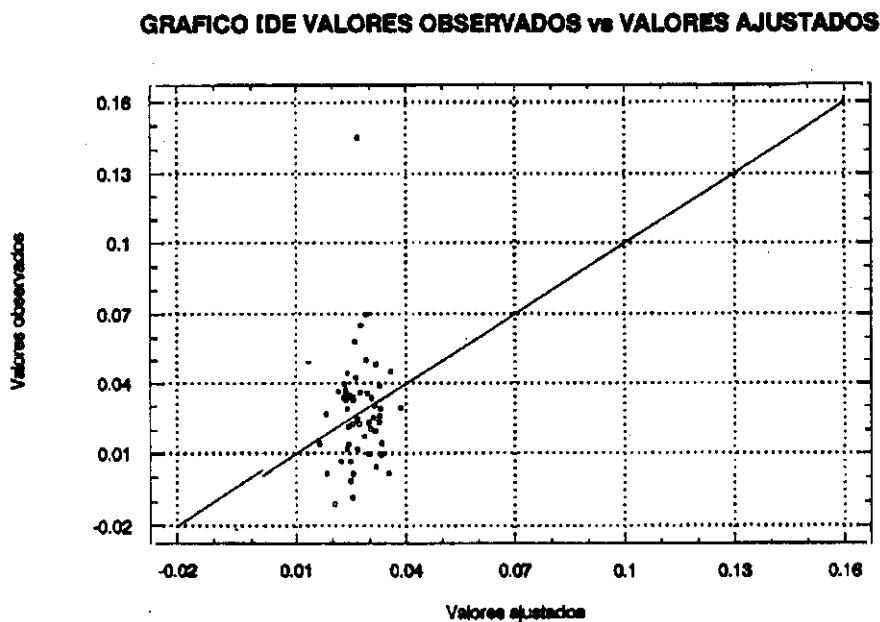


Figura 7.11

En la figura 7.11 representamos asimismo una gráfica en la que se muestra en el eje de abscisas los valores muestrales de la variable explicada y en el de ordenadas los que el modelo obtiene para la misma variable. En este sentido, cuanto mejor sea un ajuste más cercanos deben encontrarse los puntos a la bisectriz formada por ambos ejes de tal manera que mediante este gráfico podemos darnos rápidamente una idea de la calidad del ajuste

Por último, en la figura 7.12 incluimos la representación gráfica de la serie de los logaritmos de los valores muestrales del tipo de cambio y también

GRAFICO DE LA SERIE OBSERVADA Y AJUSTADA

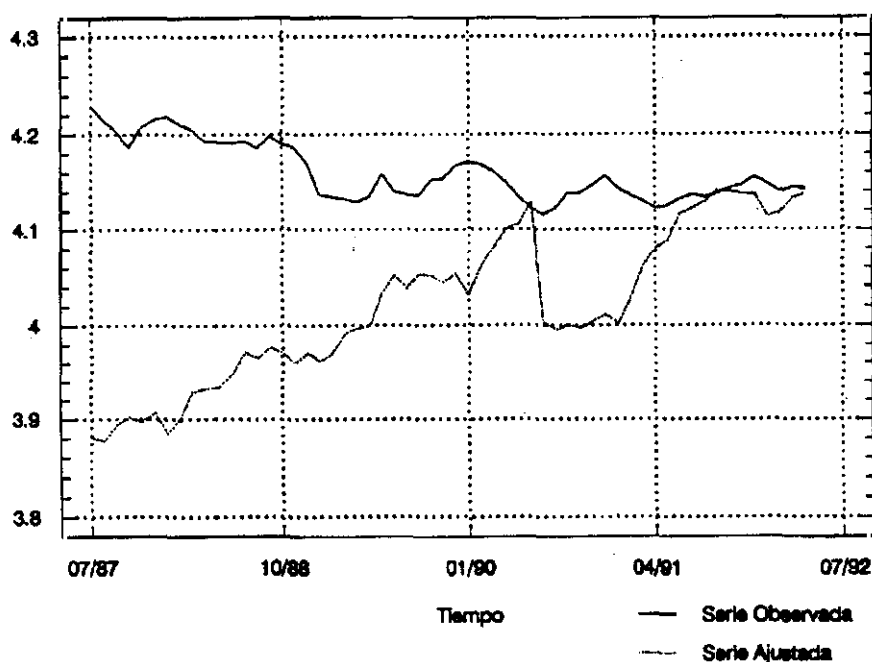


Figura 7.12

la misma serie obtenida en este caso sobre la base de los tipos de cambio determinados mediante el ajuste obtenido.

### 7.9. CONCLUSIONES ACERCA DEL MODELO ESTIMADO

De acuerdo al análisis que hemos desarrollado, el modelo estimado toma la forma que seguidamente exponemos según la especificación correspondiente al modelo de Dornbusch:

$$s_t - (\bar{m} - \bar{m}') - 0,651578 (\bar{y} - \bar{y}') - 0,006587 (l_t - l_t') + 0,001351 (\pi_t^e - \pi_t^e) + u_t \quad (7.12)$$

de la relación anterior se deduce que la elasticidad de la demanda de dinero con respecto a la renta ( $\eta$ ), tanto interna como externa, resulta igual a 0,651578.

En este caso, la velocidad de ajuste del tipo de cambio actual a su valor de equilibrio a largo plazo ( $\theta$ ), que coincide con el inverso del coeficiente que afecta al diferencial de tipos de interés tiene como valor  $\theta = 151,81$  que también es un valor francamente elevado por lo que el ajuste sería rápido tal y como explica el enfoque basado en los modelos con precios flexibles.

Por último, la semielasticidad de la demanda respecto al tipo de interés a largo plazo tanto interno como externo ( $\varepsilon$ ) resulta ser igual a 0,001351

De acuerdo a la especificación realizada por Frankel, el modelo estimado se debería representar en la forma:

$$s_t = (\bar{m} - \bar{m}^*) - 0,651578(\bar{y} - \bar{y}^*) + u_t \quad (7.13)$$

puesto que los coeficientes que presentan muy reducida significación, en el caso del modelo de Frankel darían lugar a un valor negativo de la semielasticidad de la demanda respecto al tipo de interés interno y externo ( $\varepsilon$ ). En estas condiciones el ajuste del tipo de cambio a su valor de equilibrio a largo plazo sería instantáneo tal y como propugna el modelo monetario básico.

De las conclusiones alcanzadas tanto con el modelo de Dornbusch como con el de Frankel podemos afirmar que al igual que ocurría en el caso del modelo abarcando el período completo, la modelización del tipo de cambio en el primer período, se ajusta mejor mediante un esquema de precios flexibles que a través de uno con precios rígidos.

### **7.10. REGRESIÓN POR MÍNIMOS CUADRADOS GENERALIZADOS (MCG) DEL MODELO PERTENECIENTE AL PERÍODO 1992-1996**

Nuevamente en este caso resulta que la regresión con término independiente ofrece muy bajo nivel explicativo en lo que a dicho término independiente se refiere. Es por ello que se realiza un regresión restringida imponiendo que dicho término sea nulo, y cuyos resultados seguidamente se muestran en la tabla adjunta:

#### *ESTIMACIÓN DEL MODELO DE FRANKEL-DORNBUSCH (Período II)*

Variable independiente	Coefficiente	Error std	Valor t	Nivel sig.
$y_t - y_t^*$	-0.955892	0.044343	-21.5567	0.0000
$i_t - i_t^*$	-0.036164	0.010723	-3.3725	0.0016
$\pi_t - \pi_t^*$	0.004325	0.030612	0.1413	0.8883

R-SQ. (ADJ.) = 0.9930 SE= 0.074134 MAE= 0.051067 DurbWat= 0.130

Puede observarse de esta tabla que los coeficientes presentan signos adecuados así como también un buen nivel de significación a excepción hecha del correspondiente al diferencial de inflación. No obstante existen claros indicios de problemas de autocorrelación en los residuos como lo demuestra la gráfica de la figura 7.13 donde se aprecia la falta de aleatoriedad en los residuos al distribirse en torno a su valor medio.

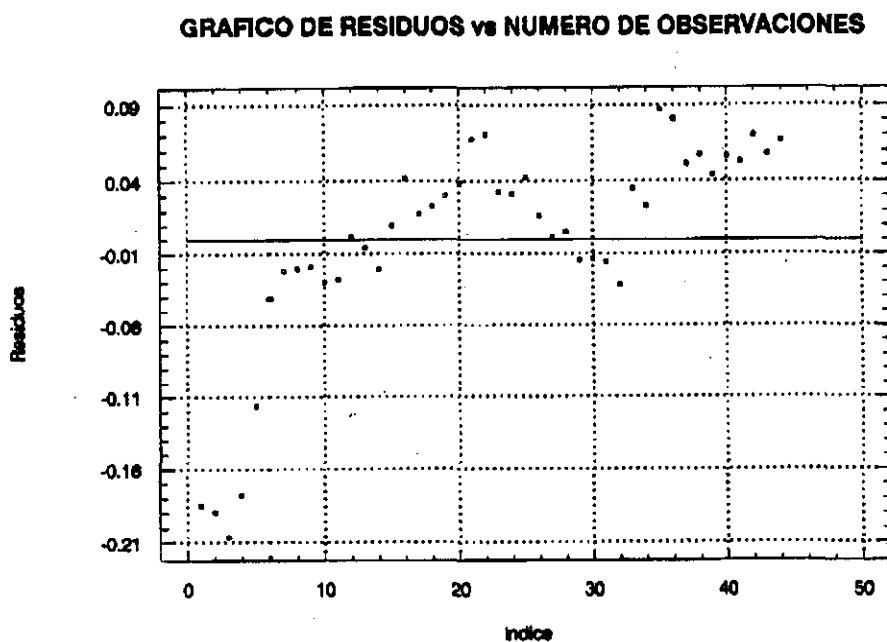


Figura 7.13

También representamos en la gráfica de la figura 7.14 los valores muestrales correspondientes a la variable exógena del modelo en el eje de abcisas, mientras que en el de ordenadas hacemos lo mismo con respecto a los mismos

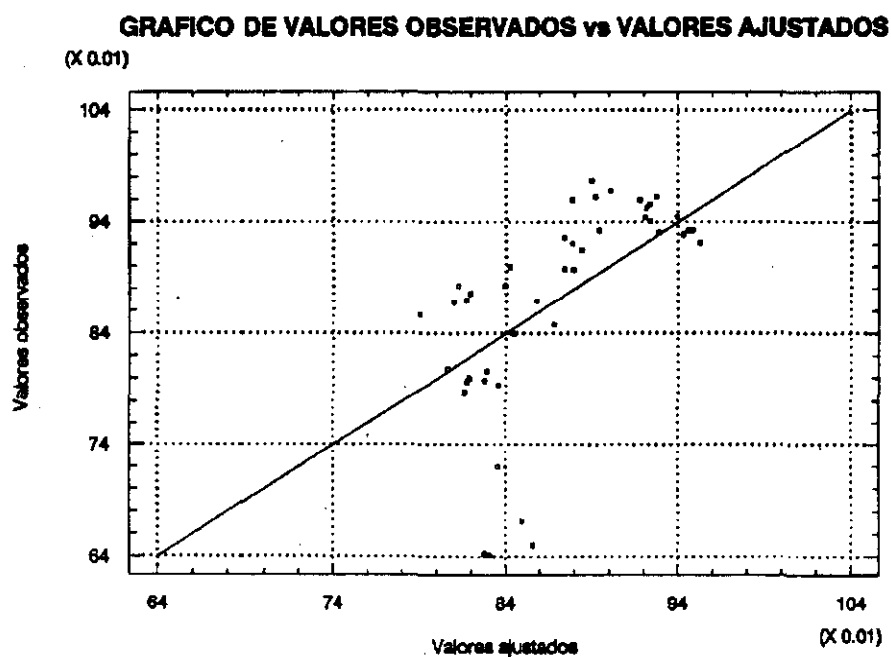


Figura 7.14

datos esta vez correspondientes a la estimación realizada de ellos por medio del modelo. Aparece asimismo la bisectriz de ambos ejes donde cuanto más cercano se encuentre un punto a dicha recta, menor será la desviación entre los valores anteriormente expuestos y en consecuencia mejor será el ajuste.

### GRAFICO DE LA SERIE OBSERVADA Y AJUSTADA

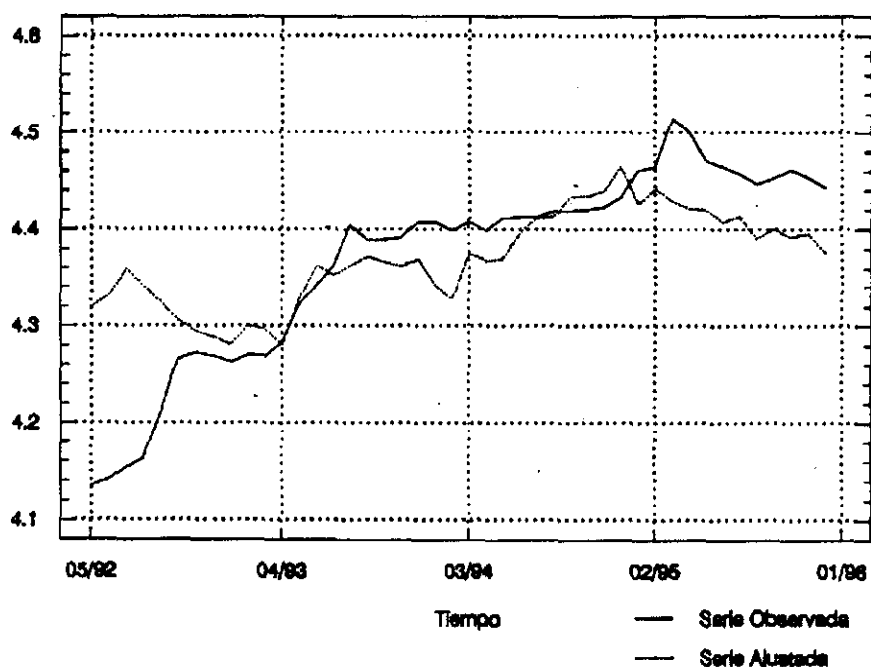


Figura 7.15

Por último representamos en el gráfico de la figura 7.15 los valores de la serie temporal de los logaritmos del tipo de cambio en base a los datos muestrales, así como también la serie de los logaritmos de los tipos de cambio obtenidos mediante el ajuste del modelo, a los efectos de poder realizar las comparaciones entre una y otra serie.

### **7.10.1. ANÁLISIS DE LA MULTICOLINEALIDAD EN LAS VARIABLES EXPLICATIVAS**

El nuevo modelo estimado no presenta problemas de este tipo puesto que la matriz de covarianzas normalizada de las variables explicativas tiene como autovalores los siguientes:  $\lambda_1 = 0,02867$ ;  $\lambda_2 = 2,06559$  que provocan un número de condición de valor 8,48 lo cual prueba lo anteriormente dicho.

### **7.10.2. ANÁLISIS DE LA PRESENCIA DE HETEROCEDASTICIDAD EN LAS PERTURBACIONES ALEATORIAS**

El análisis de la posible presencia de heterocedasticidad en los residuos del modelo lo vamos a realizar mediante la aplicación del test de Goldfeld y Quandt y del contraste de Harvey.

Mediante el test de Goldfeld y Quandt el resultado es el siguiente:

- 1) Suponiendo que cualquiera de las variables pudiesen producir heterocedasticidad, resulta un valor para el estadístico  $F = \text{SCE2}/\text{SCE1} = 0,10742 < F(7,7) \rightarrow$  Se acepta la hipótesis nula de homocedasticidad.

Y mediante el contraste de Harvey obtenemos:

- 1) Si realizamos la regresión:

$$\ln(u_t^2) = \alpha_1 + \alpha_2(y - y^*) + \alpha_3(i - i^*) + \alpha_4(\pi - \pi^*)$$



y obtenemos el estadístico F para la significación conjunta de la misma resulta:  $F = 2,29475 < X^2_{0,95} (3)$  → Se acepta la hipótesis nula de homocedasticidad.

### 7.10.3. CORRECCIÓN DE LA AUTOCORRELACIÓN EN LAS PERTURBACIONES ALEATORIAS

La presencia de autocorrelación en los residuos del modelo que se detectó por la falta de aleatoriedad en la distribución de los mismos en torno a su valor medio, vamos a corregirla mediante el proceso iterativo de Cochrane-Orcutt sobre la base de que los mismos presenten un esquema autorregresivo de primer orden AR(1). En estas circunstancias el modelo que vamos a estimar puede escribirse como:

$$(Y_t - \rho Y_{t-1}) = \beta_2(X_{2t} - \rho X_{2t-1}) + \beta_3(X_{3t} - \rho X_{3t-1}) + \beta_4(X_{4t} - \rho X_{4t-1}) + e_t \quad (7.14)$$

$$u_t = \rho u_{t-1} + e_t \quad (7.15)$$

donde  $Y_t = s_t + (m_t - m_t^e)$ ;  $X_{2t} = y_t - y_t^e$ ;  $X_{3t} = i_t - i_t^e$ ;  $X_{4t} = \pi_t - \pi_t^e$

Después de realizadas 7 iteraciones completas, finalmente se obtuvo como valor del coeficiente de autocorrelación  $\rho_e = 0,889299$  y unos coeficientes estimados para la regresión de acuerdo con la siguiente tabla:

ESTIMACIÓN DEL MODELO DE FRANKEL-DORNBUSCH (Período II)

Variable independiente	Coefficiente	Error std	Valor t	Nivel sig.
$X_{2t} - \rho_5 X_{2t-1}$	-0.873165	0.044156	-19.7744	0.0000
$X_{3t} - \rho_5 X_{3t-1}$	-0.005326	0.008313	-0.6406	0.5254
$X_{4t} - \rho_5 X_{4t-1}$	0.001569	0.007734	0.2028	0.8403

R-SQ. (ADJ.) = 0.9590 SE= 0.021190 MAE= 0.016151 DurbWat= 1.738

De la tabla anterior puede comprobarse que los coeficientes presentan los signos adecuados conforme a la especificación de los modelos que estimamos, si bien el nivel de significación de los correspondientes al diferencial de tipos de interés y al diferencial de inflación son muy bajos. En cuanto al problema de la autocorrelación, ésta ha desaparecido como

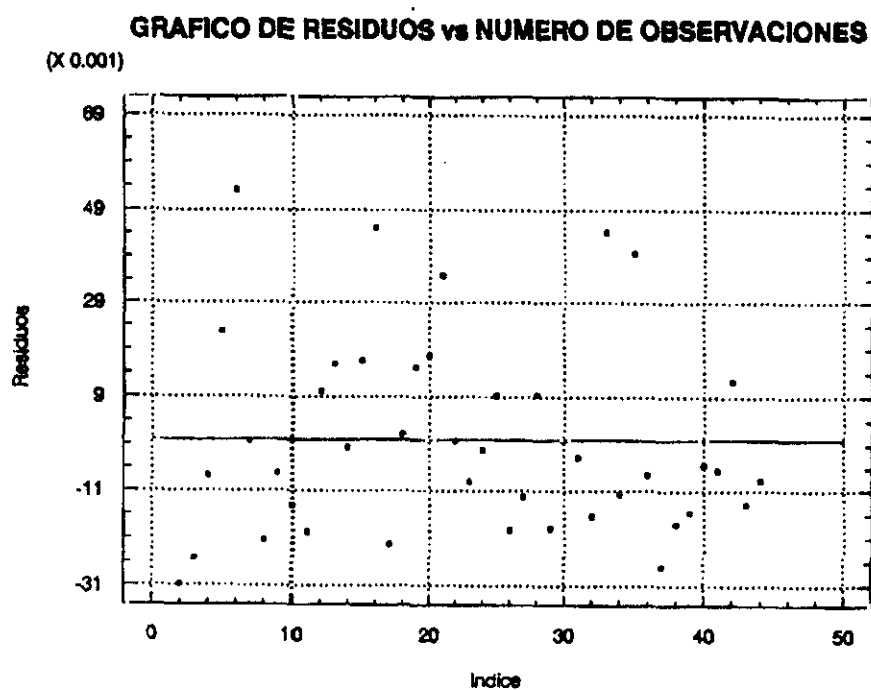


Figura 7.16

puede verse en el gráfico de la figura 7.16 donde se aprecia la aleatoriedad con que los mismos se distribuyen alrededor de su valor medio representado por la línea continua horizontal que en él aparece.

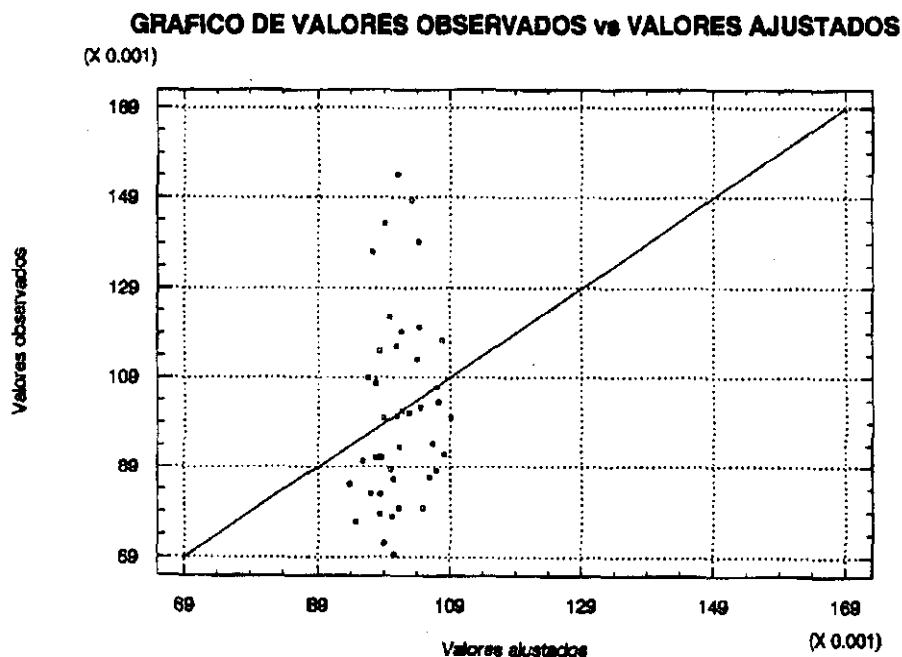


Figura 7.17

Asimismo representamos en la figura 7.17 los valores muestrales de la variable explicada en el eje de abscisas, frente a los mismos valores pero obtenidos del modelo estimado con los coeficientes anteriormente descritos y situados en el eje de ordenadas. La bisectriz que aparece muestra el lugar en que deberían alinearse todos los puntos en el caso de conseguirse un ajuste perfecto.

Finalmente, el gráfico de la figura 7.18 presenta simultáneamente la serie temporal de los logaritmos del tipo de cambio correspondientes a los valores muestrales, y la serie de los logaritmos de los tipos de cambio estimados mediante el modelo. Mediante el mismo podemos apreciar las diferencias entre cada una de ellas.

GRAFICO DE LA SERIE OBSERVADA Y AJUSTADA

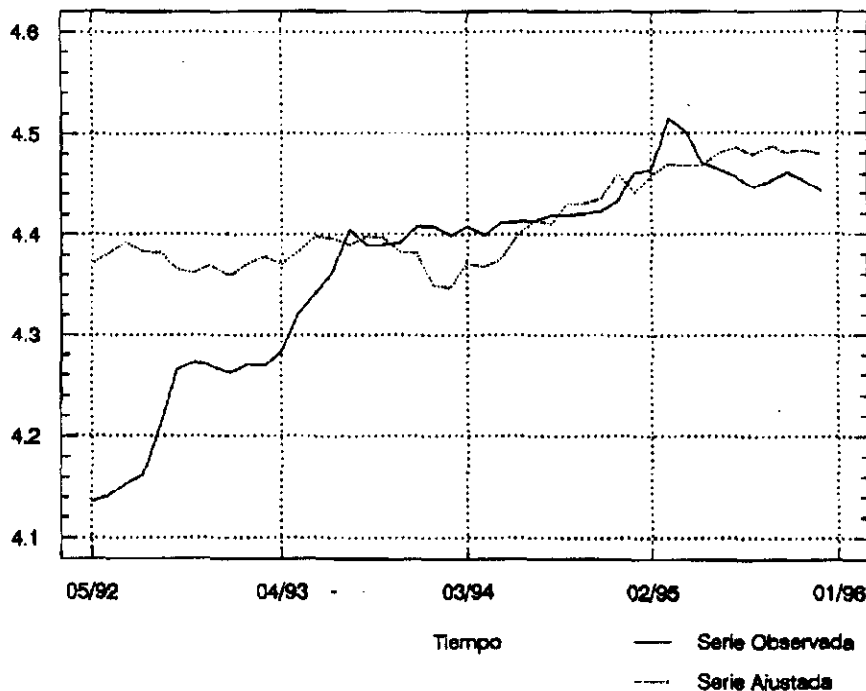


Figura 7.18

### 7.11. CONCLUSIONES ACERCA DEL MODELO ESTIMADO

De acuerdo al análisis que hemos desarrollado, el modelo estimado toma la forma que seguidamente exponemos según la especificación correspondiente al modelo de Dornbusch:

$$s_t = (\bar{m} - \bar{m}^*) - 0,873165 (\bar{y} - \bar{y}^*) - 0,005328 (i_t - i_t^*) + 0,001589 (\pi_t^e - \pi_t^{e*}) + u_t \quad (7.16)$$

de la relación anterior se deduce que la elasticidad de la demanda de dinero con respecto a la renta ( $\eta$ ), tanto interna como externa, resulta igual a 0,873165.

En este caso, la velocidad de ajuste del tipo de cambio actual a su valor de equilibrio a largo plazo ( $\theta$ ), que coincide con el inverso del coeficiente que afecta al diferencial de tipos de interés tiene como valor  $\theta = 187,76$  valor que

indica que el ajuste sería rápido tal y como explica el enfoque basado en los modelos con precios flexibles.

Por último, la semielasticidad de la demanda respecto al tipo de interés a largo plazo tanto interno como externo ( $\epsilon$ ) resulta ser igual a 0,001569

De acuerdo a la especificación realizada por Frankel, el modelo estimado se debería representar en la forma:

$$s_t = (\bar{m} - \bar{m}^*) - 0,873165(\bar{y} - \bar{y}^*) + u_t \quad (7.17)$$

puesto que los coeficientes que presentan muy reducida significación, en el caso del modelo de Frankel darían lugar a un valor negativo de la semielasticidad de la demanda respecto al tipo de interés interno y externo ( $\epsilon$ ). En estas condiciones el ajuste del tipo de cambio a su valor de equilibrio a largo plazo sería instantáneo tal y como propugna el modelo monetario básico.

De las conclusiones alcanzadas tanto con el modelo de Dornbusch como con el de Frankel podemos afirmar que la modelización del tipo de cambio en el segundo período, se ajusta también mejor mediante un esquema de precios flexibles.

## **CAPÍTULO 8**

### **CONTRASTACIÓN DE MODELOS DE EQUILIBRIO DE CARTERA: EL MODELO DE FRANKEL Y RODRIGUEZ**

## 8.1. RELACIÓN FUNCIONAL OBJETO DE LA ESTIMACIÓN

El modelo del que nos vamos a ocupar de su contrastación en el presente Capítulo, responde a la especificación siguiente:

$$s_t = \alpha + (\bar{m} - \bar{m}^*) - \eta(\bar{y} - \bar{y}^*) + \varepsilon(\pi_t^* - \pi_t^*) - \frac{1}{\theta}(i_t - i_t^*) - \frac{1}{\beta\theta} cc_t \quad (8.1)$$

donde las variables en minúsculas:  $s_t$ ,  $\bar{m}$ ,  $\bar{m}^*$ ,  $\bar{y}$ ,  $\bar{y}^*$  representan los logaritmos naturales del tipo de cambio nominal ( $S$ ), ofertas monetarias nominales ( $\bar{M}$  y  $\bar{M}^*$ ) a largo plazo y rentas reales ( $\bar{Y}$  e  $\bar{Y}^*$ ) a largo plazo. Las variables  $\pi_t^*$ ,  $\pi_t^*$  representan las tasas de variación esperadas en los niveles de precios interno y externo respectivamente;  $i_t$  e  $i_t^*$  son los tipos de interés nominales interno y externo y, finalmente,  $cc_t$  simboliza el logaritmo natural del saldo de la cuenta corriente.

La variable  $\alpha$  es un término constante que refleja la diferencias estructurales existentes en el mercado monetario interno (país A) y externo (país B). En cuanto al parámetro  $\eta$  resulta ser igual a la elasticidad de la demanda de dinero con respecto a la renta tanto interna como externa,  $\varepsilon$  es la semielasticidad de la demanda respecto al tipo de interés tanto interno como externo, y el parámetro  $\theta$  mide la rapidez con que se va ajustando el tipo de cambio actual a su valor de equilibrio a largo plazo.

En cuanto a  $\beta$  es un parámetro que mide la velocidad de ajuste en el mercado de activos. Así, en el caso de que  $\beta = \infty$ , se cumplirá exactamente la paridad de intereses descubierta lo cual supone un ajuste instantáneo en el mercado de

activos y en consecuencia perfecta movilidad del capital. En el lado contrario, cuando  $\beta$  toma valores muy pequeños, existirán altas primas de riesgo y en consecuencia baja movilidad del capital.

Mediante este modelo vamos a llevar a cabo una contrastación que abarcará inicialmente el período muestral completo que estamos considerando (1987-1996) y posteriormente realizaremos otras dos contrastaciones que abarcarán dos subperíodos de tal forma que en el primero de ellos analizaremos la situación previa a la unión de las dos Alemanias y en el segundo la situación posterior, lo cual nos permitirá establecer diferencias que puedan deberse a dicha causa.

## **8.2. RESTRICCIONES SOBRE LOS COEFICIENTES DE LA REGRESIÓN**

El modelo que vamos a estudiar presenta como características singulares el hecho de ser igual a la unidad el coeficiente que afecta a la variable diferencial de ofertas monetarias a largo plazo, a la vez que plantea la dificultad de disponer en su especificación de un conjunto de variables que no resultan directamente observables como son el anteriormente aludido diferencial de ofertas monetarias y el diferencial de rentas reales puesto que ambos se encuentran referidos al largo plazo, así como también el diferencial de inflaciones esperadas.

Para imponer el valor del coeficiente, realizaremos una regresión restringida que permita su consideración y en cuanto a la presencia de variables no observables, haremos uso de variables instrumentales que se puedan encontrar correlacionadas con la variables existentes en el modelo. En este sentido, emplearemos los valores actuales de las mencionadas variables.

Asimismo, emplearemos los valores de la balanza comercial que se encuentran



fuertemente asociados a la balanza por cuenta corriente.

Con estas consideraciones, el modelo que vamos a estimar puede escribirse en la forma siguiente:

$$s_t - (m_t - m_t^*) = \beta_1 + \beta_2(y_t - y_t^*) + \beta_3(i_t - i_t^*) + \beta_4(\pi_t - \pi_t^*) + \beta_5 cc_t + u_t \quad (8.2)$$

En cuanto al término  $u_t$ , representa una variable aleatoria que recoge los errores existentes entre los valores observados y los predichos por el modelo.

### **8.3. SELECCIÓN DE LAS VARIABLES EMPLEADAS EN LA CONTRASTACIÓN**

El conjunto de variables que enumeramos son las que hemos empleado en la estimación del modelo por haber sido las que mejores resultados ofrecieron en cuanto al ajuste se refiere. En cuanto a España éstas son:

- Logaritmo de la oferta monetaria (M3) en millones de pesetas.
- Logaritmo del tipo de cambio entre la peseta y el marco (cambios medios mensuales).
- Logaritmo del Producto Interior Bruto (PIB) a precios y poder de compra corrientes en miles de millones de patrones de poder de compra (PPC).
- Tipo marginal en operaciones de regulación monetaria. Subasta decenal de adquisiciones temporales de CEBs y Deuda Pública.
- Tasa de inflación determinada en base al índice de precios al consumo (Base 1992).
- Logaritmo del saldo de la balanza comercial entre España y Alemania

en millones de pesetas.

y en el caso de Alemania han sido:

- Logaritmo de la oferta monetaria (M3) en millones de marcos.
- Logaritmo del Producto Interior Bruto (PIB) a precios y poder de compra corrientes en miles de millones de patrones de poder de compra (PPC).
- Tipo de interés en operaciones de intervención (Redescuento).
- Tasa de inflación determinada en base al índice de precios al consumo (Base 1990).

Finalmente hemos de decir que las series correspondientes a Alemania, incluyen asimismo a la antigua República Democrática Alemana a partir del año 1991.

#### **8.4. REGRESIÓN POR MÍNIMOS CUADRADOS GENERALIZADOS (MCG) DEL MODELO PERTENECIENTE AL PERÍODO 1987-1996**

Vamos en este caso a realizar la estimación del modelo empleando variables centradas con respecto a su valor medio. En estas condiciones la regresión realizada sobre el conjunto de variables explicativas del modelo ofrece los resultados que se muestran en la siguiente tabla:

ESTIMACIÓN DEL MODELO DE RODRIGUEZ

Variable independiente	Coefficiente	Error std	Valor t	Nivel sig.
$y_t - y_t^*$	-0.309413	0.17766	-1.7416	0.0847
$i_t - i_t^*$	0.001996	0.003528	0.5658	0.5728
$\pi_t - \pi_t^*$	0.002525	0.010969	0.2301	0.8185
$cc_t$	-0.474304	0.035315	-13.4306	0.0000

R-SQ. (ADJ.) = 0.8351 SE= 0.050090 MAE= 0.040094 DurbWat= 0.2325

De la observación de la misma puede verse que salvo el coeficiente correspondiente a la cuenta corriente, los restantes presentan un bajo nivel de significación.

No obstante existen problemas de autocorrelación entre los residuos como lo prueba el hecho de que en el gráfico de la figura 8.1 en el que se representan los residuos con respecto a su valor medio, éstos no se distribuyen con completa aleatoriedad alrededor de la misma.

Asimismo podemos apreciar el grado de ajuste del modelo a los valores muestrales del tipo de cambio representando en un gráfico como el que aparece en la figura 8.2 en donde se representan en el eje de abscisas los valores del tipo de cambio obtenidos mediante el modelo y con los coeficientes anteriormente mostrados, y el eje de ordenadas los valores muestrales del mismo. En dicho

GRAFICO DE RESIDUOS vs NUMERO DE OBSERVACIONES

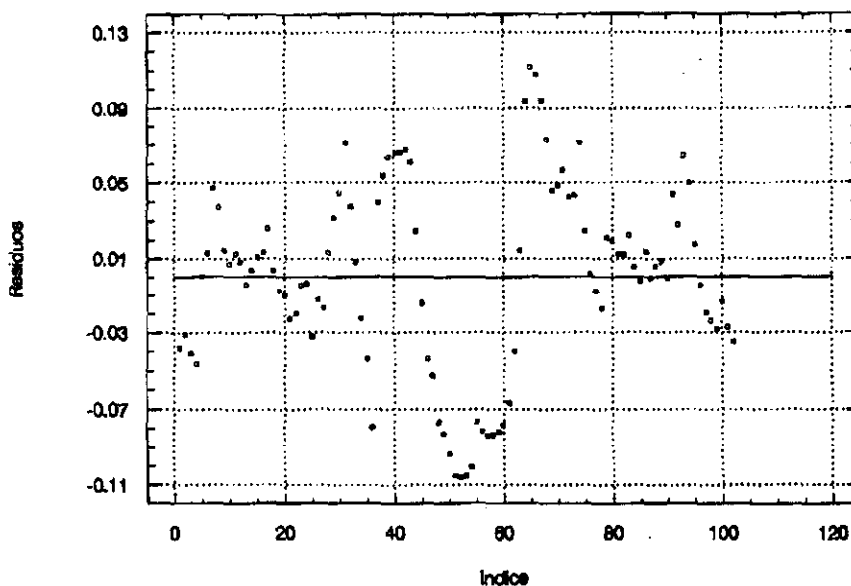


Figura 8.1

gráfico también aparece la bisectriz deambos ejes de tal forma que si el ajuste

GRAFICO DE VALORES OBSERVADOS vs VALORES AJUSTADOS

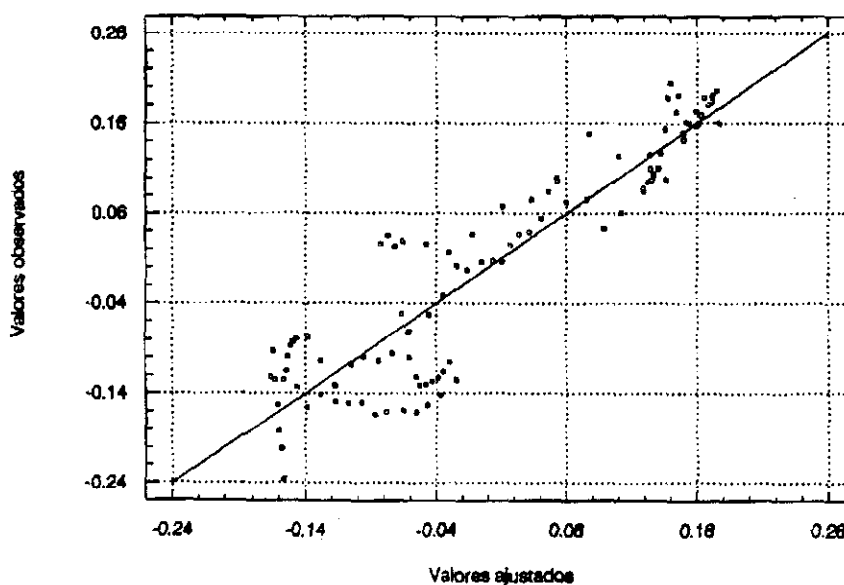
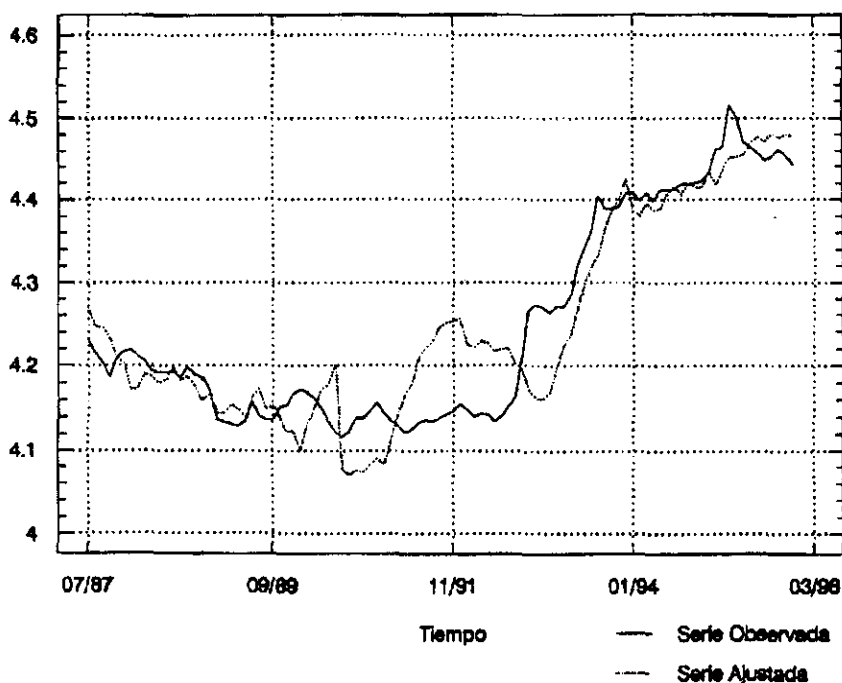


Figura 8.2

fuese perfecto, los puntos deberían estar muy próximos y alineados a dicha recta.

Por último, representamos en el gráfico de la figura 8.3 la serie temporal de los logaritmos de los valores observados del tipo de cambio conjunta

**GRAFICO DE LA SERIE OBSERVADA Y AJUSTADA**



**Figura 8.3**

mente con los logaritmos de los valores del tipo de cambio ajustados mediante el modelo que tiene los coeficientes anteriormente estimados.

#### **8.4.1. ANÁLISIS DE LA MULTICOLINEALIDAD EN LAS VARIABLES EXPLICATIVAS**

Este modelo no presenta problemas de colinealidad entre sus variables como lo prueban los autovalores correspondientes a la matriz de covarianzas normalizada de sus variables exógenas, los cuales presentan los

siguientes valores:  $\lambda_1 = 2,34873$ ;  $\lambda_2 = 0,0996979$ ;  $\lambda_3 = 1,02125$  y  $\lambda_4 = 0,530321$  que producen un número de condición entre el mayor y el menor de 4,85 lo anteriormente señalado.

#### **8.4.2. ANÁLISIS DE LA PRESENCIA DE HETEROCEDASTICIDAD EN LAS PERTURBACIONES ALEATORIAS**

Para detectar este tipo de problemas emplearemos el test de Goldfeld y Quandt cuyas bases expusimos en el Capítulo 6, apartado 6.10.2, y el contraste de Harvey cuya aplicación fue comentada en el Capítulo 5, apartado 5.4.3.

Mediante el primero de ellos y si se supone que cualquiera de las variables pudiese producir heterocedasticidad, resulta un valor para el estadístico  $F = SCE2/SCE1 = 1,1816 < F(17,17) \rightarrow$  Se acepta la hipótesis nula de homocedasticidad.

En cuanto al contraste de Harvey, si realizamos la regresión:

$$\ln(u_t^2) = \alpha_1 + \alpha_3(i - i^*) + \alpha_4(\pi + \pi^*) + \alpha_5 CC + u_t$$

se obtiene el estadístico  $F = 7,1139 < X^2_{0,95}(3) \rightarrow$  Se acepta la hipótesis nula de homocedasticidad.

#### **8.4.3. CORRECCIÓN DE LA AUTOCORRELACIÓN EN LAS PERTURBACIONES ALEATORIAS**

Para corregir la autocorrelación en los residuos del modelo emplearemos el algoritmo iterativo de Cochrane-Orcutt que fue explicado en el Capítulo

5, apartado 5.4.1. Mediante el mismo estimaremos de forma recursiva el modelo original suponiendo que los residuos adopten un esquema autorregresivo de primer orden AR(1), esto es:

$$(Y_t - \rho Y_{t-1}) - \beta_2(X_{2t} - \rho X_{2,t-1}) - \beta_3(X_{3t} - \rho X_{3,t-1}) - \beta_4(X_{4t} - \rho X_{4,t-1}) - \beta_5(X_{5t} - \rho X_{5,t-1}) + \varepsilon_t \quad (8.3)$$

$$u_t = \rho u_{t-1} + \varepsilon_t \quad (8.4)$$

donde  $Y_t = s_t + (m_t - m_t^*)$ ;  $X_{2t} = Y_t - Y_t^*$ ;  $X_{3t} = i_t - i_t^*$ ;  $X_{4t} = \pi_t - \pi_t^*$ ;  $X_{5t} = CC_t$  ...

Después de 2 iteraciones se ha obtenido finalmente como coeficiente de autocorrelación el valor  $\rho_2 = 0,878726$  siendo los coeficientes estimados del modelo los siguientes:

ESTIMACIÓN DEL MODELO DE RODRIGUEZ

Variable independiente	Coefficiente	Error std	Valor t	Nivel sig.
$(X_{2t} - \rho_2 X_{2,t-1})$	-0.392296	0.360443	-1.0884	0.2791
$(X_{3t} - \rho_2 X_{3,t-1})$	-0.00142	0.005936	-0.2393	0.8114
$(X_{4t} - \rho_2 X_{4,t-1})$	0.000842	0.004073	0.2067	0.8367
$(X_{5t} - \rho_2 X_{5,t-1})$	-0.347615	0.103669	-3.3531	0.0011

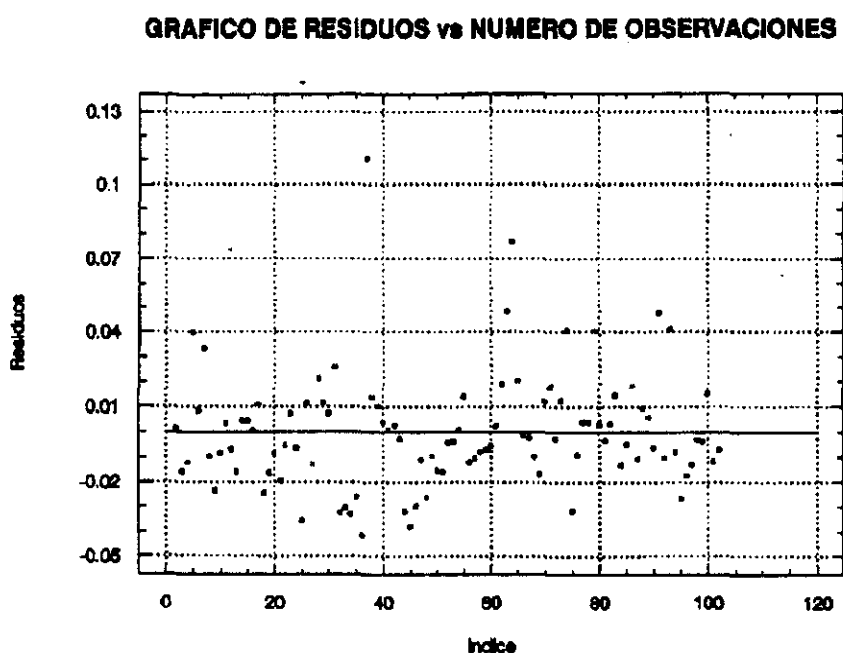
R-SQ. (ADJ.) = 0.2397 SE= 0.023384 MAE= 0.016662 DurbWat= 1.55

En esta tabla todos los coeficientes aparecen con los signos que deben tener conforme a la especificación que el modelo posee. No obstante, la significación de los coeficientes que afectan a los diferenciales de renta, interés e inflación es muy reducida, siendo la cuenta corriente la variable

que mejor explica las variaciones en el tipo de cambio.

Por último, es necesario determinar el término independiente del modelo al haber estado trabajando con observaciones centradas de las variables explicativas. Realizados los oportunos cálculos se obtiene para el mismo un valor de:  $\beta_1 = 4,97847$ .

En el modelo que hemos estimado puede comprobarse que han desapare



**Figura 8.4**

cido los problemas de autocorrelación en los residuos, tal y como se aprecia en la figura 8.4 en donde los residuos se distribuyen con gran aleatoriedad alrededor de su valor medio reflejado por la línea horizontal que también aparece en dicho gráfico.



GRAFICO DE VALORES OBSERVADOS vs VALORES AJUSTADOS

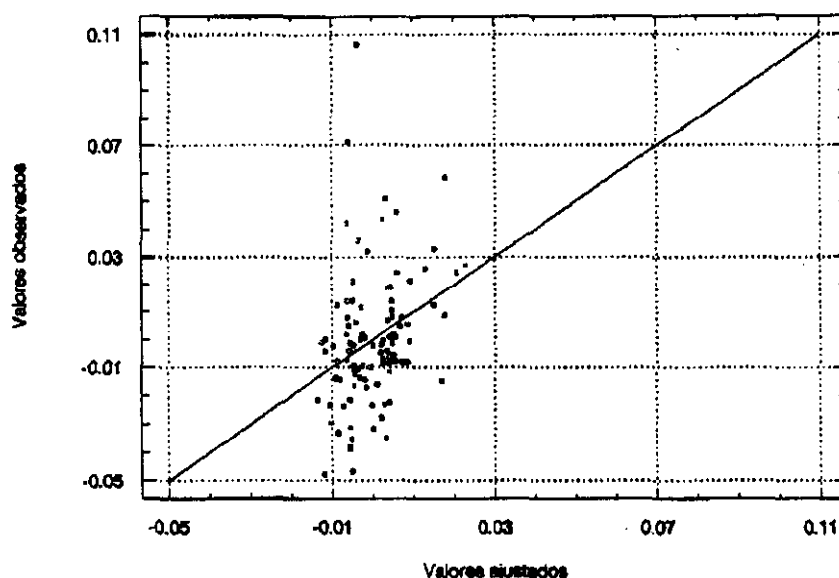


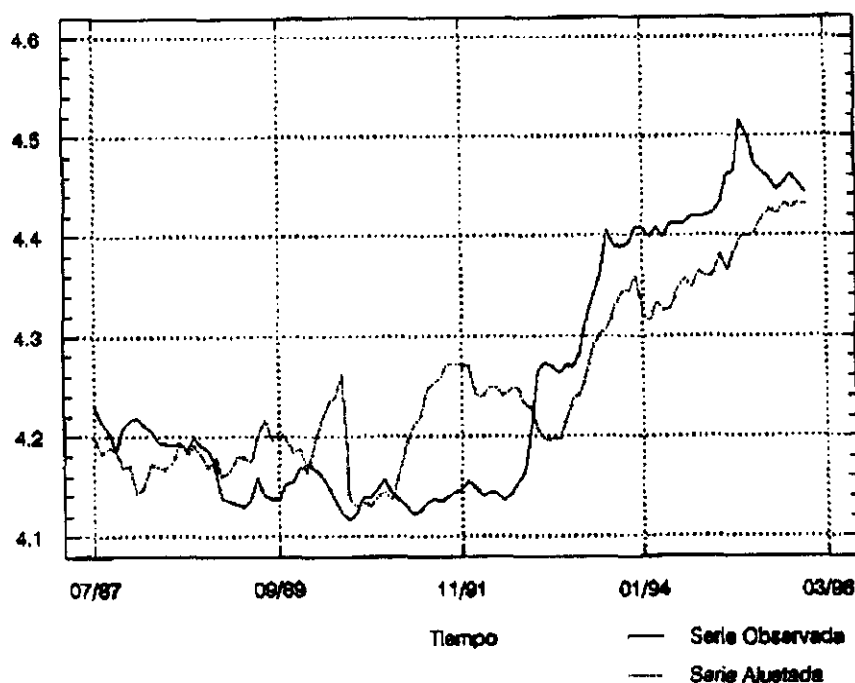
Figura 8.5

También se adjunta el gráfico de la figura 8.5 donde puede comprobarse la calidad del modelo ajustado a los datos muestrales del tipo de cambio puesto que en el eje horizontal se representan los valores obtenidos mediante el modelo, en el vertical los datos muestrales observados y además aparece la bisectriz de ambos ejes para poder observar lo cercanos o alejados que se encuentran los diferentes puntos a la misma. Los puntos más cercanos presentan pequeñas desviaciones, en tanto que los más alejados tienen desviaciones mayores.

Finalmente en el gráfico de la figura 8.6 presentamos las series temporales de los logaritmos de los tipos de cambio ajustados por el modelo cuyos coeficientes acabamos de estimar, y también la misma serie en este caso referida a los logaritmos de los tipos de cambio muestrales. Con ello podemos apreciar las diferencias y similitudes que pueden presentarse

entre ambas.

**GRAFICO DE LA SERIE OBSERVADA Y AJUSTADA**



**Figura 8.6**

## **8.5. CONCLUSIONES ACERCA DEL MODELO ESTIMADO**

El modelo que se ha estimado puede escribirse de la siguiente forma:

$$s_t = 4,97847 \cdot (\bar{m} - \bar{m}) - 0,392296(\bar{y} - \bar{y}) + 0,000842(\pi_t^* - \pi_t^*) - 0,00142(i_t - i_t^*) - 0,347615 cc_t + u_t \quad (8.5)$$

La velocidad de ajuste del tipo de cambio actual a su valor de equilibrio a largo plazo sería el inverso del coeficiente que afecta al diferencial de tipo de interés ( $\theta$ ) y de acuerdo al coeficiente estimado, dicho valor sería  $\theta = 704,22$ . Este valor es muy elevado y podría ser incluso mayor teniendo en cuenta la escasa

significación que presenta el coeficiente correspondiente en el conjunto de la regresión. Por tanto el ajuste se comporta tal y como proponen los modelos basados en precios flexibles.

En cuanto al parámetro que mide la velocidad del ajuste en el mercado de activos tiene un valor  $\beta = 0,004$  e incluso podría ser más bajo considerando la baja significación del coeficiente  $\theta$  que empleamos para su determinación. Ello significa la existencias de primas de riesgo que hacen que no haya movilidad perfecta en el mercado de capitales.

Por último, la semielasticidad de la demanda respecto al tipo de interés a largo plazo tanto interno como externo ( $\epsilon$ ) resulta ser igual a 0,00142 y la elasticidad de la demanda respecto a la renta a largo plazo interna y externa ( $\eta$ ) es igual a 0,392296.

De todo lo visto podemos resumir diciendo que para el período considerado es la cuenta corriente la variable que presenta una mayor importancia, y que no se produce un fuerte desbordamiento en el tipo de cambio al ser la velocidad de ajuste rápida tal y como postulan los modelos con precios flexibles.

## **8.6. TEST DE CAMBIO ESTRUCTURAL**

Podemos considerar la posibilidad de un cambio estructural en el modelo considerando que durante el período muestral que estamos estudiando se han producido circunstancias suficientes, como la unión de las dos Alemanias, para poder analizar la eventualidad de que ello sea así. Para ello vamos a aplicar a los datos de que disponemos el test de Chow ya explicado en el Capítulo 5, apartado 5.7, al modelo completo que acabamos de analizar y a otros dos que respectiva-

mente contemplan los períodos 1987-1992 y 1992-1996.

La suma residual relativa al modelo completo es como ya se ha visto  $SRR = 0,245882$  y la correspondiente a los otros dos modelos resulta ser:  $SR_1 = 0,100824$  para el período 1987-1992 y  $SR_2 = 0,0624081$  para el período 1992-1997. En estas condiciones, el estadístico F para el contraste de la hipótesis nula de ausencia de cambio estructural es:

$$F = \frac{[0,245882 - (0,100824 + 0,0624081)]/5}{[(0,100824 + 0,0624081)]/92} = 9,31 > F(5,92)$$

debido a esta circunstancia se puede aceptar la hipótesis de que efectivamente existen indicios razonables para pensar que existe un cambio estructural en el modelo.

### **8.7. REGRESIÓN POR MÍNIMOS CUADRADOS GENERALIZADOS (MCG) DEL MODELO PERTENECIENTE AL PERÍODO 1987-1992**

En este caso y al igual que ocurría en otros modelos analizados en capítulos anteriores, el modelo con término independiente y una vez corregido de la autocorrelación de sus residuos, presenta un valor muy poco significativo para el mismo, por lo que se ha optado en base a las explicaciones que ya hemos dado acerca de este hecho en ocasiones anteriores, en considerarlo nulo y en consecuencia realizar una regresión restringida del mismo basada en imponer que dicho coeficiente sea igual a cero. Los resultados correspondientes a la misma aparecen en la siguiente tabla:

ESTIMACIÓN DEL MODELO DE RODRIGUEZ (Período I)

Variable independiente	Coefficiente	Error std	Valor t	Nivel sig.
$y_t - y_t^*$	-0.482137	0.057588	-8.3722	0.0000
$i_t - i_t^*$	0.024946	0.003994	6.2463	0.0000
$\pi_t - \pi_t^*$	0.00343	0.018486	0.1855	0.8535
$cc_t$	0.002566	0.003869	0.6631	0.5101

R-SQ. (ADJ.) = 0.9903 SE= 0.070044 MAE= 0.052656 DurbWat= 0.162

En la tabla anterior se aprecia una inadecuada de significación del diferencial de inflaciones así como también del saldo de la balanza comercial. Asimismo los signos de los coeficientes no son en todos los casos consistentes con la especificación que el modelo requiere. Por último, pueden apreciarse claros síntomas de presencia de autocorrelación en los residuos del modelo tal y co-

GRAFICO DE RESIDUOS vs NUMERO DE OBSERVACIONES

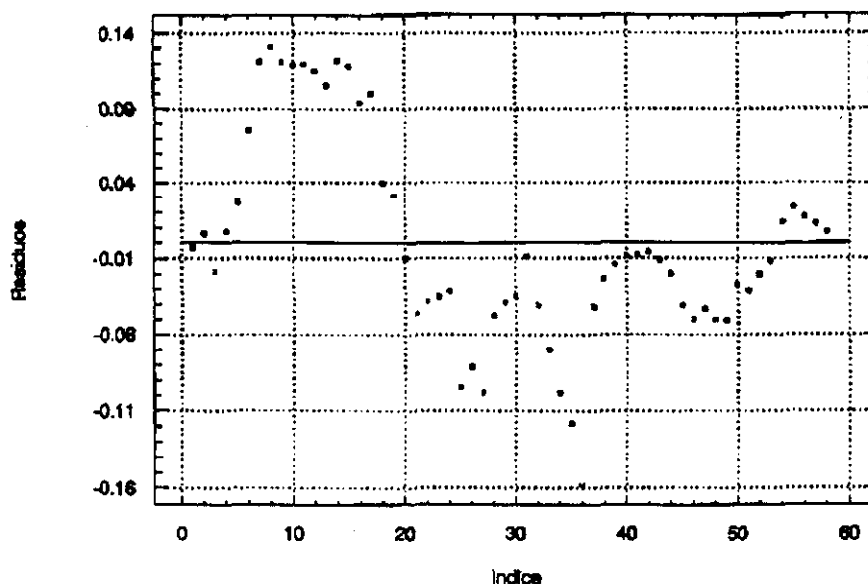
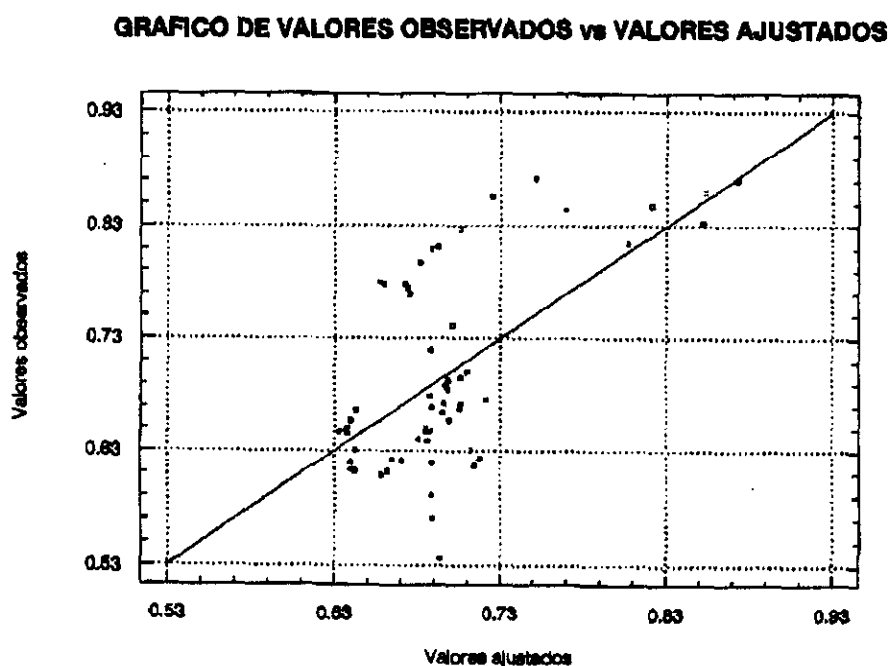


Figura 8.7

no prueba la falta de aleatoriedad en la distribución de los mismos alrededor de su valor medio como aparece en el gráfico de la figura 8.7.

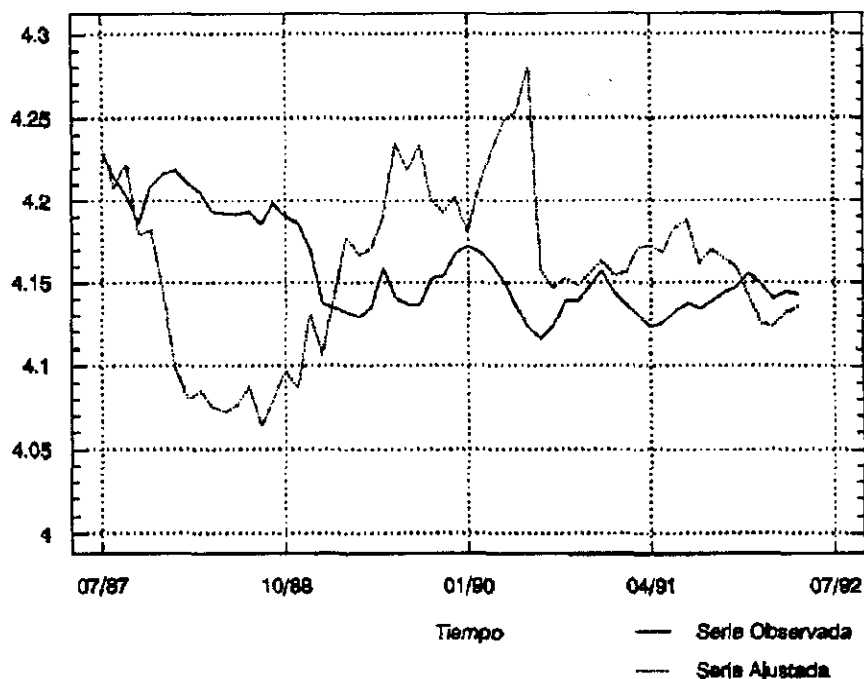
En cuanto a la bondad del ajuste, en la figura 8.8 se recoge un gráfico que permite observar las diferencias existente entre los valores del tipo de cambio obtenidos mediante el modelo y los mismos valores muestrales. Así los puntos que se encuentran más próximos a la bisectriz de ambos ejes reflejen una desviación menor.



**Figura 8.8**

Por último en el gráfico de la figura 8.9 se refleja la serie temporal de los logaritmos del tipo de cambio muestral conjuntamente con la serie de logaritmos del tipo de cambio obtenido por medio del modelo que hemos ajustado.

**GRAFICO DE LA SERIE OBSERVADA Y AJUSTADA**



**Figura 8.9**

**8.7.1. ANÁLISIS DE LA MULTICOLINEALIDAD EN LAS VARIABLES EXPLICATIVAS**

El modelo anterior no presenta problemas de colinealidad entre sus variables como lo prueba el hecho de que los autovalores de la matriz de covarianzas normalizada de las variables exógenas:  $\lambda_1 = 0,0122714$ ;  $\lambda_2 = 1,38052$ ;  $\lambda_3 = 0,767664$  y  $\lambda_4 = 1,83954$  producen un número de condición entre el mayor y menor autovalor de 12,24 lo cual prueba la afirmación anterior.

### **8.7.2. ANÁLISIS DE LA PRESENCIA DE HETEROCEDASTICIDAD EN LAS PERTURBACIONES ALEATORIAS**

La detección de los posibles conflictos por lo que a la presencia de heterocedasticidad en los residuos del modelo se refiere, la analizaremos mediante el test de Goldfeld y Quandt así como a través del contraste de Harvey.

Mediante el primero de ellos y suponiendo que cualquiera de las variables... pudiese producir heterocedasticidad, resulta un valor para el estadístico  $F = \text{SCE2}/\text{SCE1} = 0,66 < F(9,9) \rightarrow$  Se acepta la hipótesis nula de homocedasticidad.

Por medio del segundo, si realizamos la regresión:

$$\ln(u_t^2) = \alpha_1 + \alpha_2(y - y^*) + \alpha_3(i - i^*) + \alpha_4(\pi + \pi^*) + \alpha_5 CC + u_t$$

se obtiene el estadístico  $F = 5,58354 < X^2_{0,95}(4) \rightarrow$  Se acepta la hipótesis nula de homocedasticidad.

### **8.7.3. CORRECCIÓN DE LA AUTOCORRELACIÓN EN LAS PERTURBACIONES ALEATORIAS**

Nuevamente la autocorrelación que se detectó anteriormente debido a la falta de aleatoriedad en la distribución de los residuos, será corregida mediante el empleo del método de Cochrane-Orcutt. Para ello supondremos que los residuos presentan un esquema autorregresivo de primer orden AR(1) de tal forma que el modelo a estimar será el siguiente:



$$(Y_t - \rho Y_{t-1}) - \beta_2(X_{2t} - \rho X_{2,t-1}) + \beta_3(X_{3t} - \rho X_{3,t-1}) + \beta_4(X_{4t} - \rho X_{4,t-1}) + \beta_5(X_{5t} - \rho X_{5,t-1}) + \varepsilon_t \quad (8.6)$$

$$u_t = \rho u_{t-1} + \varepsilon_t \quad (8.7)$$

donde  $Y_t = s_t + (m_t - m_t^*)$ ;  $X_{2t} = y_t - y_t^*$ ;  $X_{3t} = i_t - i_t^*$ ;  $X_{4t} = \pi_t - \pi_t^*$ ;  $X_{5t} = cc_t$

Después de 4 iteraciones se ha alcanzado finalmente para el coeficiente de autocorrelación el valor  $\rho_4 = 0,989013$  siendo los resultados de la estimación los siguientes:

*ESTIMACIÓN DE MODELO DE RODRIGUEZ (Período I)*

Variable independiente	Coefficiente	Error std	Valor t	Nivel sig.
$(X_{2t} - \rho_4 X_{2,t-1})$	-0.572825	0.105459	-5.4318	0.0000
$(X_{3t} - \rho_4 X_{3,t-1})$	-0.005434	0.007067	-0.7690	0.4453
$(X_{4t} - \rho_4 X_{4,t-1})$	0.001896	0.004589	0.4132	0.6811
$(X_{5t} - \rho_4 X_{5,t-1})$	0.000877	0.000932	0.9411	0.3509

R-SQ. (ADJ.) = 0.3459 SE= 0.023906 MAE= 0.016007 DurbWat= 1.738

Puede comprobarse que todos los coeficientes presentan signos acordes con la especificación de los parámetros del modelo a excepción del correspondiente al saldo de la balanza comercial que, por otra parte, tiene muy escaso nivel de significación por lo que podría considerarse como nulo a todos los efectos. Asimismo puede comprobarse que únicamente el diferencial de rentas reales tiene verdadera relevancia en lo que a la explicación de las variaciones del tipo de cambio se refiere.

Se aprecia también que han desaparecido los problemas de autocorrelación entre los residuos del modelo tal y como muestra el gráfico de la figura 8.10 en que se observa la aleatoriedad en la forma de distribuirse los residuos en torno a su valor medio.

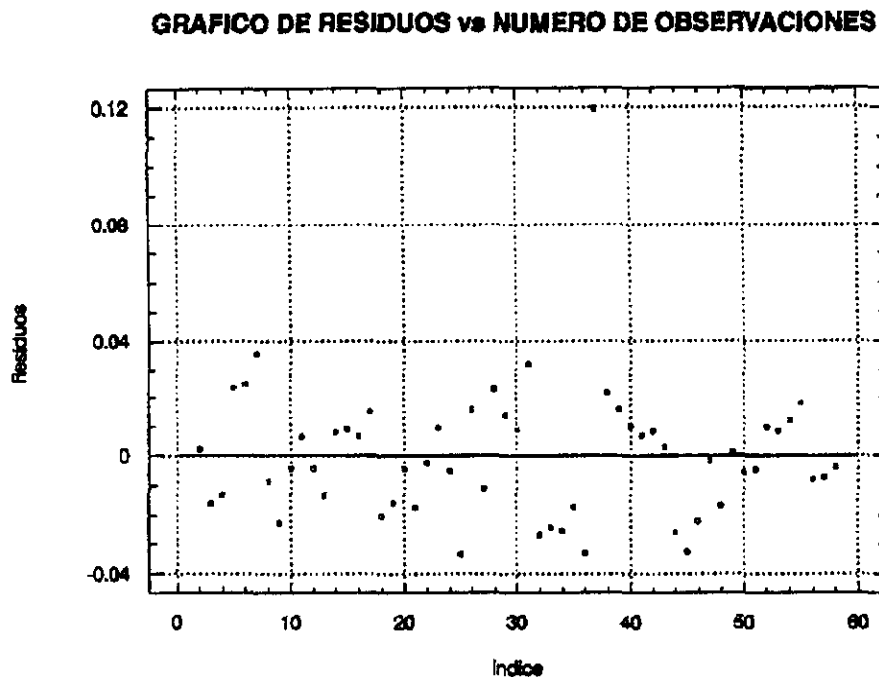
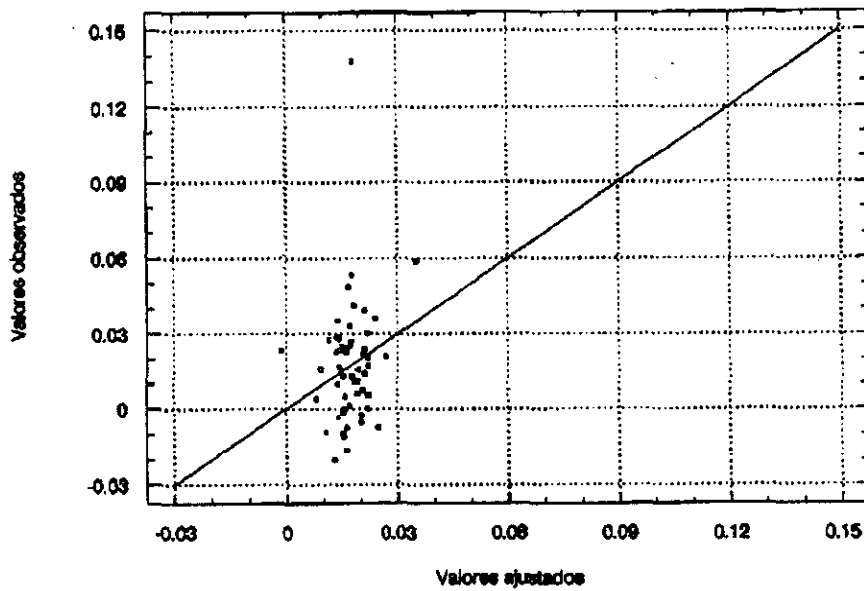


Figura 8.10

También puede apreciarse en el gráfico de la figura 8.11 la bondad del ajuste conseguido mediante la representación en el eje de abscisas de los valores muestrales de la variable explicada y en el de ordenadas los que el modelo obtiene para la misma variable. En este sentido, cuanto mejor sea un ajuste más cercanos deben encontrarse los puntos a la bisectriz formada por ambos ejes de tal manera que mediante este gráfico podemos darnos rápidamente una idea de la calidad del ajuste.

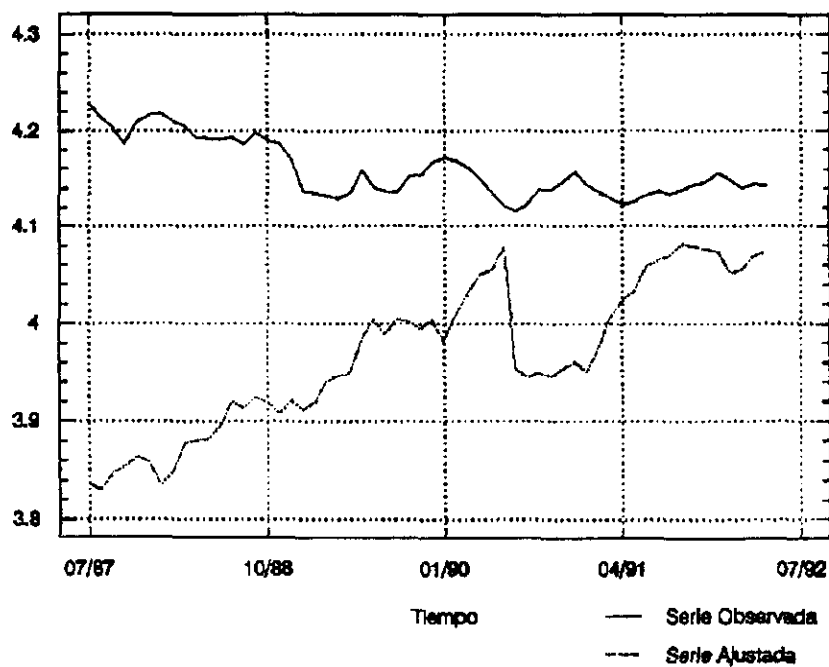
**GRAFICO DE VALORES OBSERVADOS vs VALORES AJUSTADOS**



**Figura 8.11**

Por último representamos en el gráfico de la figura 8.12 los valores de la

**GRAFICO DE LA SERIE OBSERVADA Y AJUSTADA**



**Figura 8.12**

serie temporal de los logaritmos del tipo de cambio en base a los datos muestrales, así como también la serie de los logaritmos de los tipos de cambio obtenidos mediante el ajuste del modelo, a los efectos de poder realizar las comparaciones entre una y otra serie.

## **8.8. CONCLUSIONES ACERCA DEL MODELO ESTIMADO**

El modelo que hemos estimado puede escribirse en la forma:

$$s_t = (\bar{m} - \bar{m}) - 0,572825(\bar{y} - \bar{y}) - 0,005434(i_t - i_t^e) + 0,001896(\pi_t^e - \pi_t^e) + u_t \quad (8.8)$$

donde puede comprobarse que hemos prescindido del saldo de la balanza comercial por no tener un signo acorde con el modelo y además tener un bajo nivel de significación.

De la relación anterior se deduce que la elasticidad de la demanda de dinero con respecto a la renta ( $\eta$ ), tanto interna como externa, resulta igual a 0,572825. Por otro lado, la velocidad del ajuste del tipo de cambio actual a su valor de equilibrio a largo plazo es igual al inverso del coeficiente correspondiente al diferencial de tipos de interés, y en consecuencia resulta ser igual a  $\theta = 184,02$  que es un valor elevado que incluso podría ser mayor teniendo en cuenta la baja significación que también posee dicho coeficiente. Ello revela que no se produce desbordamiento en el tipo de cambio y que éste se ajusta tal y como predicen los modelos con precios flexibles.

Puede asimismo apreciarse la falta de significación de la balanza comercial en la explicación de las variaciones en el tipo de cambio lo cual implica que los movimientos de capitales son poco relevantes en este sentido.

Por último, la semielasticidad de la demanda respecto al tipo de interés a largo plazo tanto interno como externo ( $\epsilon$ ) resulta ser igual a 0,001896.

### **8.9. REGRESIÓN POR MÍNIMOS CUADRADOS GENERALIZADOS (MCG) DEL MODELO PERTENECIENTE AL PERÍODO 1992-1996**

En este caso volvemos a estimar la regresión centrando las variables con respecto a su valor medio. Los resultados de la misma se ofrecen en la siguiente tabla:

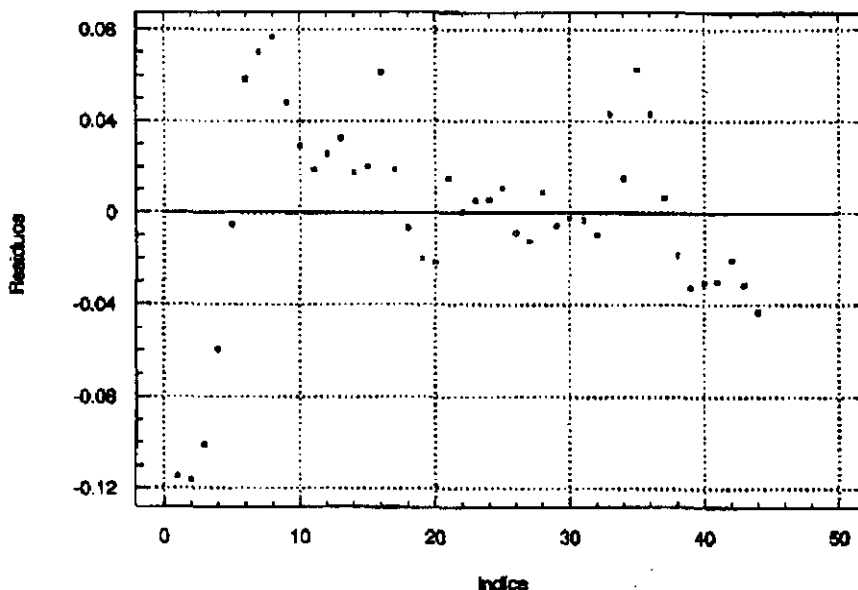
*ESTIMACIÓN DEL MODELO DE RODRIGUEZ (Período II)*

Variable independiente	Coefficiente	Error std	Valor t	Nivel sig.
$y_t - y_t^*$	-1.598279	0.464908	-3.4378	0.0014
$i_t - i_t^*$	-0.002904	0.006592	-0.4405	0.6619
$\pi_t - \pi_t^*$	-0.015101	0.016435	-0.9188	0.3637
$cc_t$	-0.357324	0.048999	-7.2925	0.0000

R-SQ. (ADJ.) = 0.8177 SE= 0.039499 MAE= 0.031120 DurbWat= 0.371

De esta tabla se deduce el escaso nivel de significación que presentan los coeficientes correspondientes a los diferenciales de interés y de tasas de inflación, aparte de que éste último tampoco presenta un signo adecuado conforme a lo que el modelo especifica. También se aprecian problemas de autocorrelación en los residuos como lo muestra el gráfico de la figura 8.13, en donde la distribución de los residuos con relación a su valor medio presenta claras tendencias que así parecen indicar el problema al que nos hemos referido.

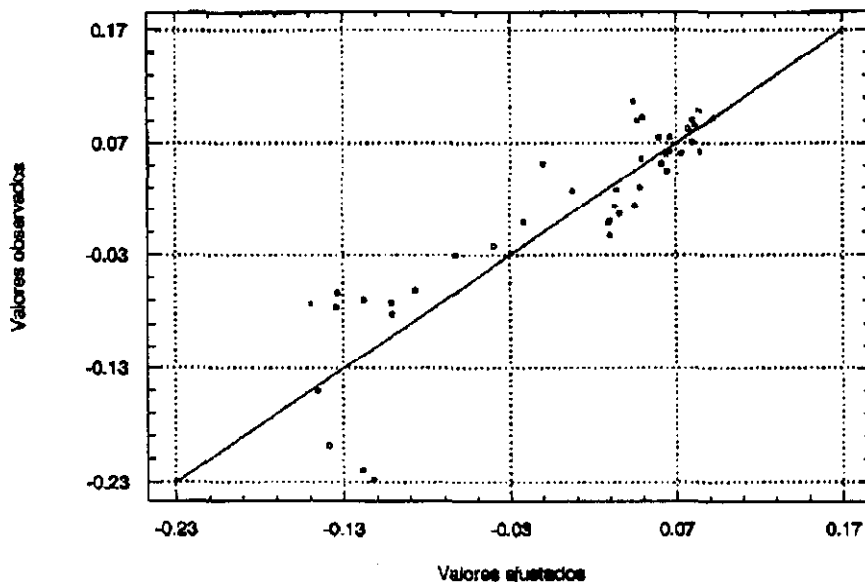
**GRAFICO DE RESIDUOS vs NUMERO DE OBSERVACIONES**



**Figura 8.13**

A su vez puede comprobarse la bondad del ajuste obtenido mediante el gráfico

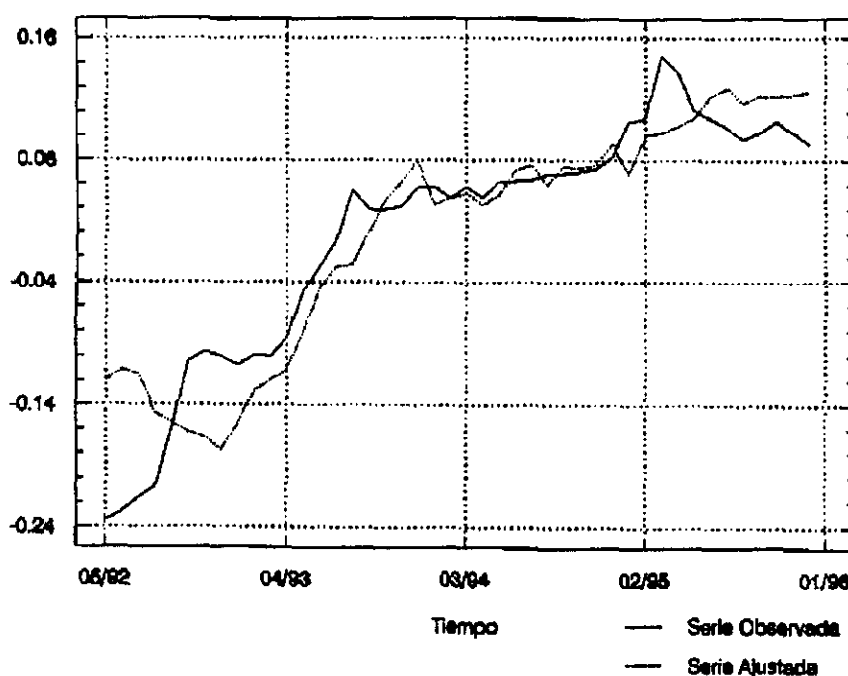
**GRAFICO DE VALORES OBSERVADOS vs VALORES AJUSTADOS**



**Figura 8.14**

de la figura 8.14 en donde aparecen los valores muestrales de la variable explicada en el eje de abcisas, frente a los mismos valores pero obtenidos del modelo estimado con los coeficientes anteriormente descritos y situados en el eje de ordenadas. La bisectriz que aparece muestra ellugar en que deberían alinearse todos los puntos en el caso de conseguirse un ajuste perfecto.

**GRAFICO DE LA SERIE OBSERVADA Y AJUSTADA**



**Figura 8.15**

Finalmente, el gráfico de la figura 8.15 presenta simultáneamente la serie temporal de los logaritmos del tipo de cambio correspondientes a los valores muestrales, y la serie de los logaritmos de los tipos de cambio estimados mediante el modelo. Mediante el mismo podemos apreciar las diferencias entre cada una de ellas.

### 8.9.1. ANÁLISIS DE LA MULTICOLINEALIDAD EN LAS VARIABLES EXPLICATIVAS

Este modelo no presenta conflictos de colinealidad entre las variables explicativas como lo prueban los autovalores correspondientes a la matriz de covarianzas normalizada. Dichos valores son:  $\lambda_1 = 1,64117$ ;  $\lambda_2 = 1,13818$ ;  $\lambda_3 = 0,947511$ ;  $\lambda_4 = 0,273138$  que provocan un número de condición entre el mayor y el menor de 1,32 que prueba lo dicho.

### 8.9.2. ANÁLISIS DE LA PRESENCIA DE HETEROCEDASTICIDAD EN LAS PERTURBACIONES ALEATORIAS

La detección de los posibles problemas que pueda presentar el modelo por lo que a la constancia de la varianza de las perturbaciones se refiere, lo vamos a estudiar bajo dos enfoques alternativos: el test de Goldfeld y Quandt y el contraste de Harvey.

Mediante el primero de ellos y suponiendo que cualquiera de las variables pudiese ser causantes de producir heterocedasticidad en el modelo, resulta un valor para el estadístico  $F = SCE2/SCE1 = 0,22 < F(7,7) \rightarrow$  Se acepta la hipótesis nula de homocedasticidad.

Por lo que al segundo se refiere, si realizamos la regresión:

$$\ln(u_t^2) = \alpha_1 + \alpha_2(i - i') + \alpha_3(\pi + \pi') + \alpha_4 cc + u_t$$

se obtiene el estadístico  $F = 6,63243 < X^2_{0,95}(3) \rightarrow$  Se acepta la hipótesis nula de homocedasticidad.



### 8.9.3. CORRECCIÓN DE LA AUTOCORRELACIÓN EN LAS PERTURBACIONES ALEATORIAS

Para la corrección de este problema que si fue detectado anteriormente vamos a utilizar el método iterativo de Cochrane-Orcutt suponiendo que los residuos del modelo obedecen a un esquema autorregresivo de primer orden AR(1). En estas condiciones, el modelo a estimar es el siguiente:

$$(Y_t - \rho Y_{t-1}) = \beta_2(X_{2t} - \rho X_{2,t-1}) + \beta_3(X_{3t} - \rho X_{3,t-1}) + \beta_4(X_{4t} - \rho X_{4,t-1}) + \beta_5(X_{5t} - \rho X_{5,t-1}) + \varepsilon_t \quad (8.9)$$

$$u_t = \rho u_{t-1} + \varepsilon_t \quad (8.10)$$

donde  $Y_t = s_t + (m_t - m_t^*)$ ;  $X_{2t} = y_t - y_t^*$ ;  $X_{3t} = i_t - i_t^*$ ;  $X_{4t} = \pi_t - \pi_t^*$ ;  $X_{5t} = cc_t$

Después de 2 iteraciones se ha obtenido finalmente como valor del coeficiente de autocorrelación  $\rho_2 = 0,763743$  no mejorándose ya significativamente la convergencia. En estas condiciones, la estimación de los coeficientes del modelo resulta ser la siguiente:

#### ESTIMACIÓN DEL MODELO DE RODRIGUEZ (Período II)

Variable independiente	Coefficiente	Error std	Valor t	Nivel sig.
$(X_{2t} - \rho_2 X_{2,t-1})$	-1.205719	0.804609	-1.4985	0.1421
$(X_{3t} - \rho_2 X_{3,t-1})$	-0.001946	0.008072	-0.2410	0.8108
$(X_{4t} - \rho_2 X_{4,t-1})$	0.000563	0.008127	0.0692	0.9452
$(X_{5t} - \rho_2 X_{5,t-1})$	-0.275547	0.082181	-3.3529	0.0018

R-SQ. (ADJ.) = 0.2865 SE= 0.021060 MAE= 0.014946 DurbWat= 1.617

Puede comprobarse como todos los coeficientes presentan signos adecuados conforme a la especificación del modelo, si bien solamente el que afecta al saldo de la balanza comercial tiene verdadero valor significativo.

Por otro lado, la autocorrelación ha desaparecido como lo prueba la gráfica de la figura 8.16 en donde los residuos se distribuyen con completa aleatoriedad respecto a su valor medio tal y como debe suceder en ausencia de autocorrelación en los mismos.

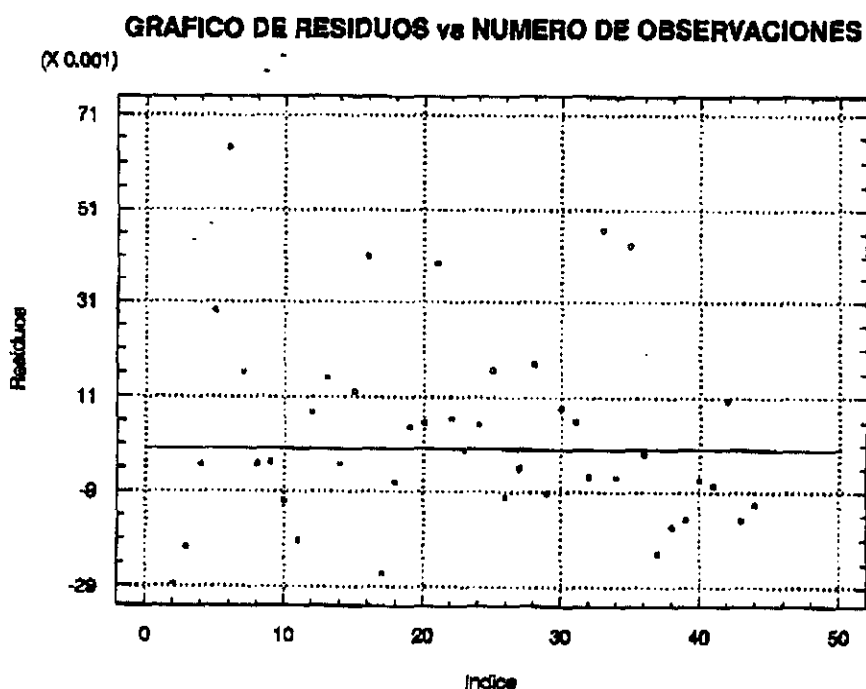


Figura 8.16

Por último, es necesario determinar el término independiente del modelo al haber estado trabajando con observaciones centradas de las variables explicativas. Realizados los oportunos cálculos se obtiene para el mismo un valor de:  $\beta_1 = 3,18619$ .

También representamos en la figura 8.17 un gráfica donde puede apreciarse la calidad del ajuste realizado. En dicho gráfico aparecen en el eje de abcisas los valores ajustados mediante el modelo ajustado de los valores del tipo de cambio, mientras que en el eje de ordenadas aparecen los correlativos en este caso referidos a los valores muestrales. Asimismo se dibuja la bisectriz de ambos ejes, de tal forma que bajo ajuste perfecto los puntos deberían encontrarse totalmente superpuestos y alineados con la misma.

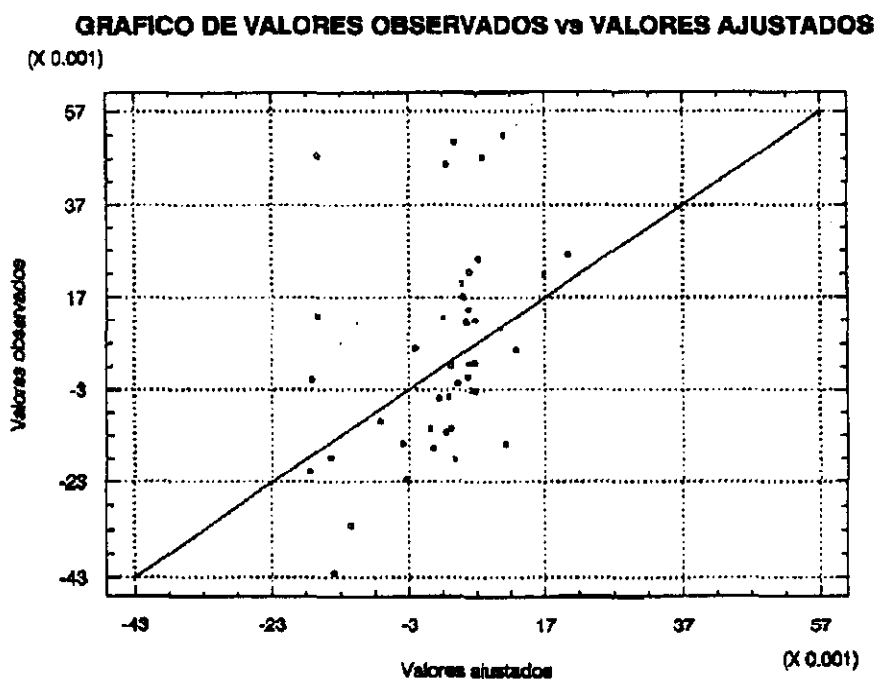


Figura 8.17

Por último representamos conjuntamente en la gráfica de la figura 8.18 las dos series de datos temporales correspondientes a la variable explicada, tanto a nivel muestral como mediante los valores obtenidos a través del modelo cuyos coeficientes son los que anteriormente mostramos en la tabla de la regresión.

GRAFICO DE LA SERIE OBSERVADA Y AJUSTADA

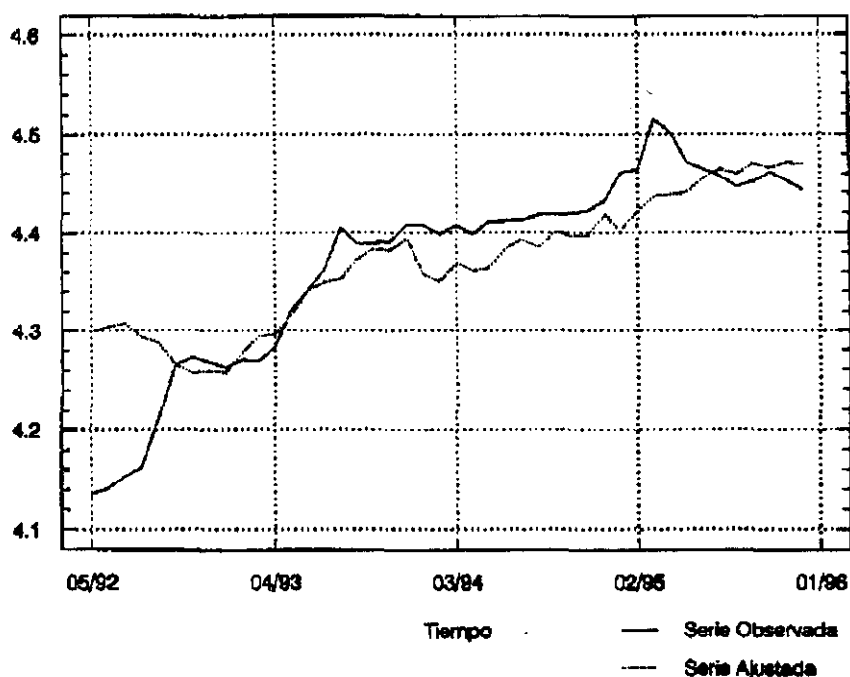


Figura 8.18

## 8.10 CONCLUSIONES ACERCA DEL MODELO ESTIMADO

De acuerdo al análisis que hemos desarrollado, el modelo estimado toma la forma:

$$s_t = 3,18819 + (\bar{m} - \bar{m}^*) - 1,205719(\bar{y} - \bar{y}^*) - 0,001946(i_t - i_t^*) + 0,000583(\pi_t^* - \pi_t^{**}) - 0,275547 cc_t + u_t$$

(8.11)

La velocidad de ajuste del tipo de cambio a su valor de equilibrio a largo plazo ( $\theta$ ) viene dada por el inverso del coeficiente que afecta al diferencial de tipos de interés. En consecuencia su valor resulta ser  $\theta = 513,87$  que es un valor elevado e incluso puede serlo mayor si tenemos en cuenta lo que anteriormente dijimos acerca de la significación de dicho coeficiente que es prácticamente inexistente. Consecuencia de ello es que no se debe producir una sobre-reac-

ción del tipo de cambio tal y como predicen los modelos de precios rígidos, sino que más bien el tipo de cambio se ajusta siguiendo las pautas de los modelos con precios flexibles.

Aparte de ello, la velocidad de ajuste en el mercado de activos viene dado por el parámetro  $\beta = 0,007$  deducido del valor de  $\theta$  y del propio coeficiente que afecta al saldo de la balanza comercial. Dicho valor es muy reducido lo cual implica que no existe perfecta movilidad en el mercado de activos y por tanto plena sustitución de los activos alemanes y españoles, exigiéndose para el intercambio la existencia de adecuadas primas de riesgo.

Por último se desprende que la semielasticidad de la demanda respecto al tipo de interés a largo plazo tanto interno como externo ( $\epsilon$ ) resulta ser igual a 0,001946 y la elasticidad renta a largo plazo interna y externa ( $\eta$ ) es 1,205719.

En cualquier caso queda al descubierto la importancia del saldo de la balanza comercial como variable clave en la explicación de las variaciones del tipo de cambio.

**CAPÍTULO 9**  
**CONCLUSIONES**

### **9.1. RESUMEN DE LOS AJUSTES OBTENIDOS CON LOS MODELOS**

Del conjunto de modelos que hemos contrastado en los capítulos anteriores podemos, en primer lugar, recapitular en forma tabulada los resultados obtenidos en cada uno de los diferentes casos con la finalidad de evaluar su grado de ajuste, y el cumplimiento de las hipótesis de partida sobre las que cada uno de los modelos se construye.

En dichas tablas se recogen para cada modelo y período de estimación, los siguientes datos:

- En la primera columna aparece el nombre del modelo correspondiente.
- La segunda columna presenta para cada modelo diferencias entre el valor muestral del tipo de cambio y el correlativo valor estimado, que oscilan entre el 2,5 al 10% de variación porcentual.
- En la tercera columna aparecen el número de valores que para cada modelo presentan una variación porcentual con el valor real del tipo de cambio inferior al valor que se encuentra a su izquierda en la segunda columna.
- La cuarta columna refleja el tanto por ciento que sobre el total de la muestra representa el valor que se encuentra en la tercera columna.

A continuación de cada tabla aparece un diagrama de barras que representa gráficamente los porcentajes (4ª columna) que sobre el total de la muestra presentan desviaciones inferiores a los valores de la 2ª columna.

**9.1.1. MODELO ABARCANDO EL PERÍODO 1987-1996**

DENOMINACIÓN	DIFERENCIA CON EL VALOR REAL INFERIOR A	NÚMERO DE OBSERVACIONES	PORCENTAJE (%)
MODELO MONETARIO BÁSICO	2,5%	7	6,8
	5%	22	21,5
	7,5%	47	46,0
	10%	63	61,7
MODELO MONETARIO GENERALIZADO	2,5%	19	18,6
	5%	27	26,5
	7,5%	42	41,2
	10%	55	53,9
MODELOS DE FRANKEL Y DORNBUSCH	2,5%	22	21,5
	5%	31	30,4
	7,5%	41	40,2
	10%	58	56,8
MODELO DE FRENKEL Y RODRIGUEZ	2,5%	37	36,3
	5%	73	71,5
	7,5%	84	82,3
	10%	88	86,3



PERÍODO 1987-1996

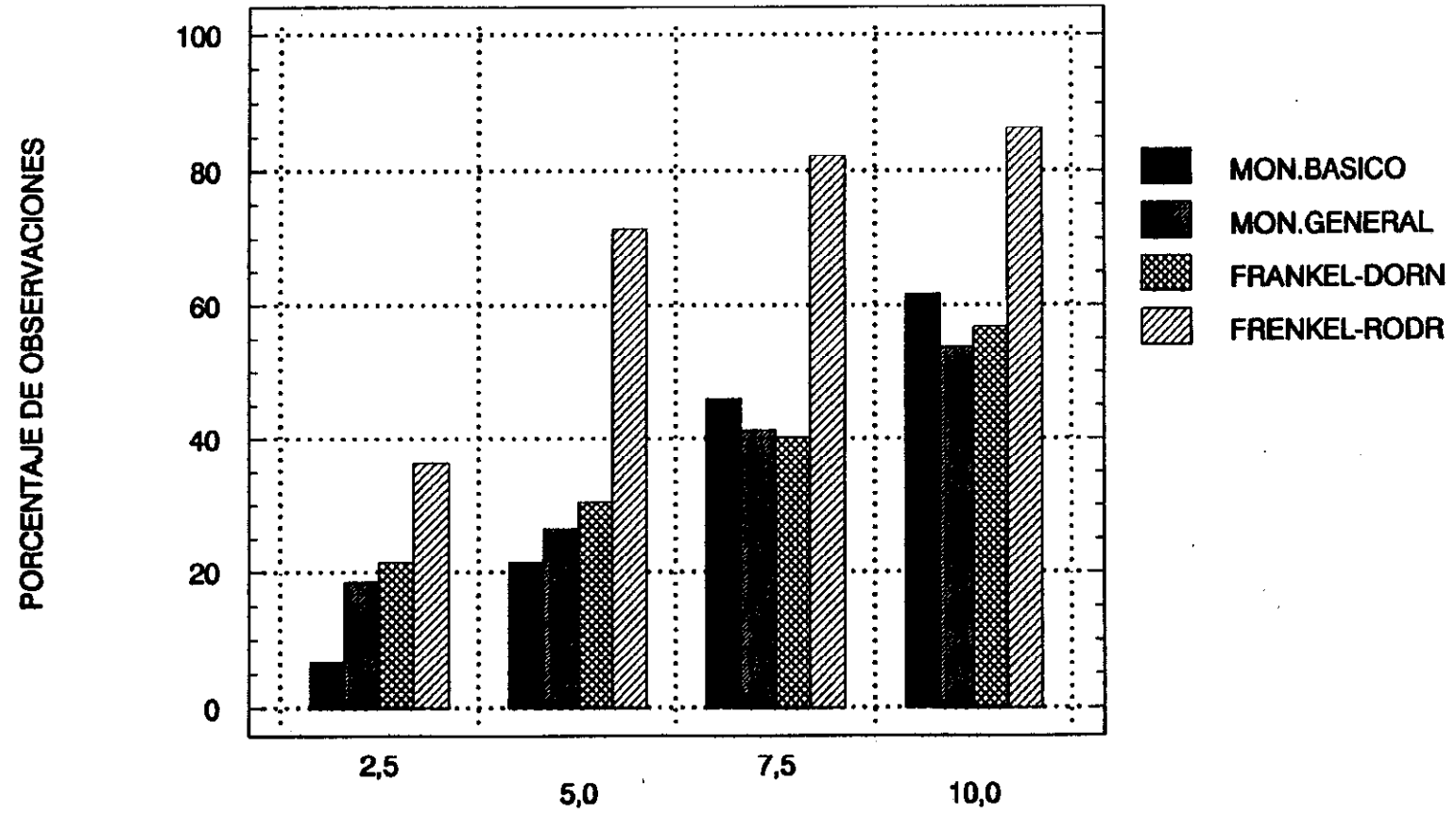


Figura 9.1

9.1.2. MODELO ABARCANDO EL PERÍODO 1987-1992

DENOMINACIÓN	DIFERENCIA CON EL VALOR REAL INFERIOR A	NÚMERO DE OBSERVACIONES	PORCENTAJE (%)
MODELO MONETARIO BÁSICO	2,5%	25	43,0
	5%	34	58,6
	7,5%	39	67,2
	10%	47	81,0
MODELO MONETARIO GENERALIZADO	2,5%	7	12,0
	5%	12	20,6
	7,5%	18	31,0
	10%	26	44,8
MODELOS DE FRANKEL Y DORNBUSCH	2,5%	11	19,0
	5%	16	27,5
	7,5%	17	29,3
	10%	22	38,0
MODELO DE FRENKEL Y RODRIGUEZ	2,5%	0	0
	5%	0	0
	7,5%	4	7,0
	10%	13	22,4

### PERÍODO 1987-1992

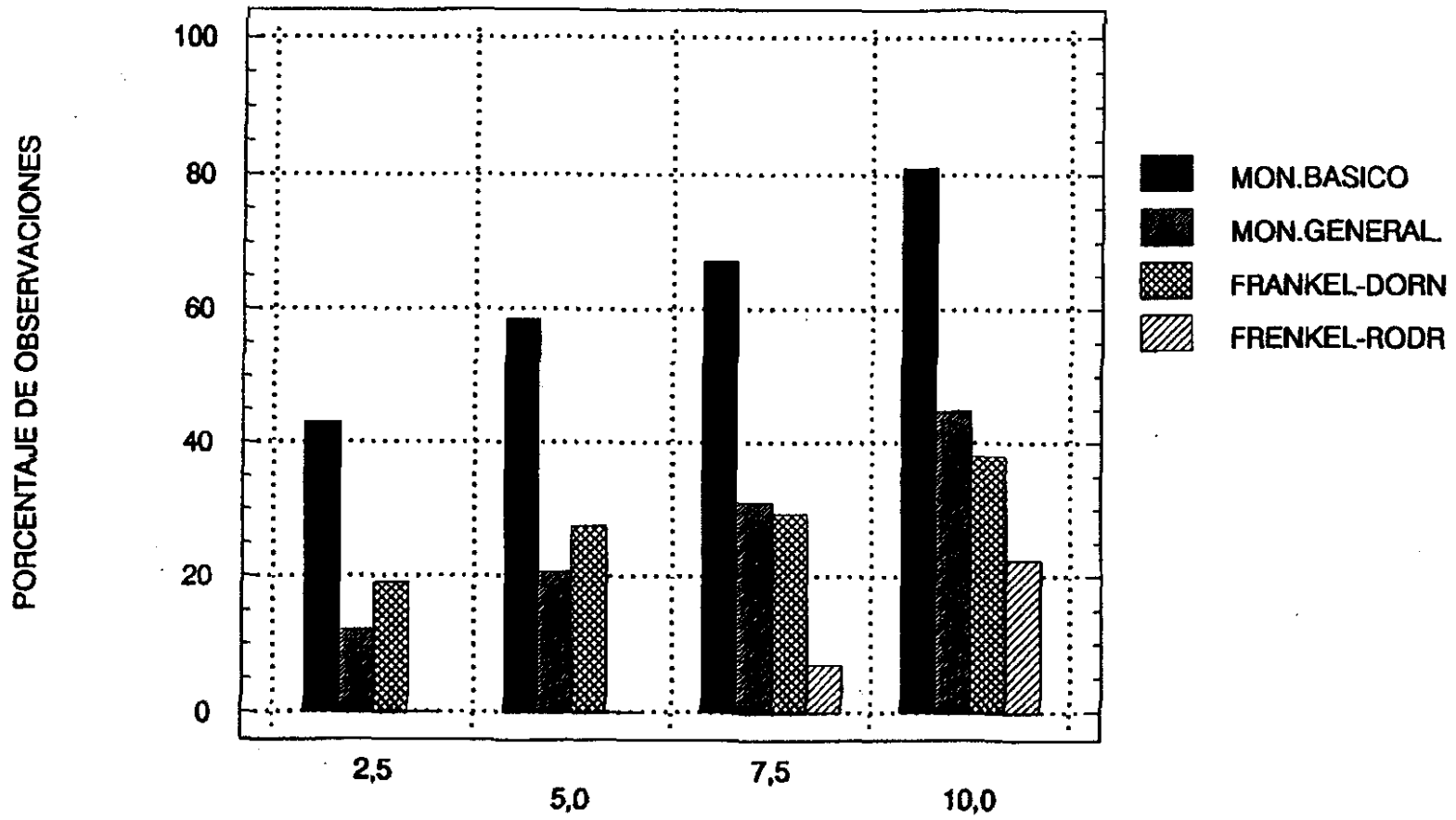


Figura 9.2

**9.1.3. MODELO ABARCANDO EL PERÍODO 1992-1996**

DENOMINACIÓN	DIFERENCIA CON EL VALOR REAL INFERIOR A	NÚMERO DE OBSERVACIONES	PORCENTAJE (%)
MODELO MONETARIO BÁSICO	2,5%	15	34,0
	5%	23	52,2
	7,5%	31	70,4
	10%	32	72,7
MODELO MONETARIO GENERALIZADO	2,5%	16	36,3
	5%	27	61,3
	7,5%	31	70,4
	10%	32	72,7
MODELOS DE FRANKEL Y DORNBUSCH	2,5%	15	34,0
	5%	28	63,6
	7,5%	32	72,7
	10%	34	77,3
MODELO DE FRENKEL Y RODRIGUEZ	2,5%	26	59,0
	5%	38	86,4
	7,5%	40	91,0
	10%	41	93,2

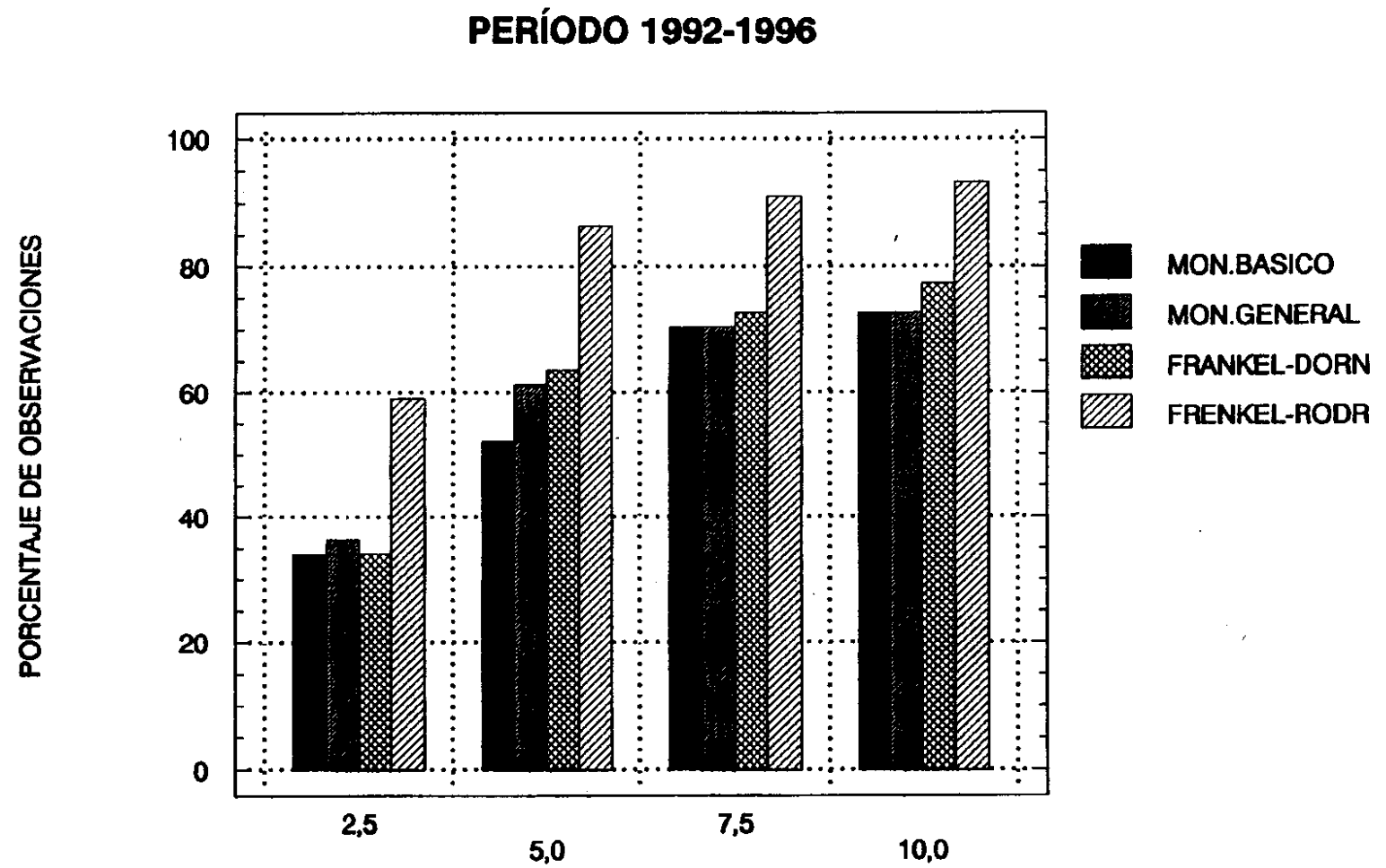


Figura 9.3

## **9.2. CONSIDERACIONES ACERCA DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS**

De las diferentes contrastaciones que se han realizado se desprenden un conjunto de características que resultan ser comunes a todos los modelos. Estas son las siguientes:

- En cualquiera de los casos analizados existen condicionantes objetivos suficientes para respaldar el hecho de un cambio estructural de los modelos como consecuencia de las circunstancias económicas acontecidas posteriormente a la unión, en el año 1990, de la República Federal Alemana con la República Democrática Alemana. Este hecho nos ha permitido evaluar cada modelo bajo tres puntos de vista:
  - a) Considerando el período de estudio de forma globalizada (1987-1996).
  - b) Considerando el período anterior a los cambios macroeconómicos que la citada unión provocó en los países de la Unión Europea (1987-1992).
  - c) Considerando el período posterior a dichos cambios (1992-1996).
- Cualquiera que sea el intervalo de tiempo considerado en el estudio, el enfoque basado en la flexibilidad de precios resulta más favorable que el correspondiente al de precios rígidos.
- En todos los casos las variaciones en el tipo de cambio pueden ser explicadas básicamente mediante el diferencial de ofertas monetarias y otra variable asociada con el mercado de bienes y servicios (diferencial de rentas o cuenta corriente).

- El resto de las variables empleadas en los modelos:
  - Diferencial de tipos de interés nominales.
  - Diferenciales de inflación esperados.
  - Tasas de variación esperadas en el tipo de cambio.

resultan escasamente significativas cualquiera que sea el período analizado.

Vamos a continuación a comentar los resultados concretos que para cada uno de los períodos se han ido obteniendo:

### **PERÍODO 1987-1992**

- Durante el primer período que transcurre hasta la crisis monetaria de Septiembre de 1992, la mayoría de los países pertenecientes al Sistema Monetario Europeo tenían sus monedas flotando en una banda de  $\pm 2,25\%$  alrededor de una paridad básica. En ese mismo período, Gran Bretaña, Portugal y España que eran los socios más recientes de la Comunidad, disponían de unas bandas más amplias del  $\pm 6,00\%$ . En estas circunstancias, los bancos centrales debían intervenir en defensa de sus monedas en caso necesario a fin de que la paridad no sobrepasase las mencionadas bandas.

Esta circunstancia hace que el poder explicativo de los modelos que hemos considerado, tengan una menor validez en dicho período por cuanto que como ya hemos mencionado suponen ausencia de control, por parte de la autoridad monetaria.

Por otra parte, la incorporación de España al Sistema Monetario Europeo se produce en 1989 con lo que hasta ese momento no se puede hablar de una disciplina plena de la peseta con respecto al resto de las monedas que ya se encontraban incorporadas. Esto hace que los diferenciales de las distintas variables puedan tener fluctuaciones más amplias, y consecuentemente la formación de expectativas resulte aún más errática.

Todas estas circunstancias se constatan en el análisis realizado ya que es el modelo monetario básico (el más simple de todos ellos) el que mejor se comporta (ver figura 9.2) aún teniendo una explicación bastante pobre de los movimientos en los tipos de cambio.

Los resultados de las distintas contrastaciones los recogemos seguidamente:

### **MONETARIO BÁSICO**

$$s_t = (m_t - m_t^*) - 0,56187(y_t - y_t^*) + 0,026125(i_t - i_t^*) + u_t$$

### **MONETARIO GENERALIZADO**

$$s_t = (m_t - m_t^*) - 0,841695(y_t - y_t^*) + u_t$$

### **DORNBUSCH**

$$s_t = (\bar{m} - \bar{m}^*) - 0,651578(\bar{y} - \bar{y}^*) - 0,006587(i_t - i_t^*) + 0,001351(\pi_t^{\circ} - \pi_t^{\circ*}) + u_t$$

### **FRANKEL**

$$s_t = (\bar{m} - \bar{m}^*) - 0,651578(\bar{y} - \bar{y}^*) + u_t$$



**FRENKEL Y RODRIGUEZ**

$$s_t = (\bar{m} - \bar{m}r) - 0,572825(\bar{y} - \bar{y}) - 0,005434(i_t - i_t^e) + 0,001896(\pi_t^e - \pi_t^{e*}) + u_t$$

De la observación de las relaciones anteriores se pueden extraer las siguientes conclusiones:

- En cualquiera de los modelos se observa que los coeficientes estimados presentan signos acordes con la especificación del modelo en el que se encuentran inmersos, y en caso de que no sea así se comprueba que dicho coeficiente tiene poca significación y en consecuencia podría tomarse como nulo (caso del modelo monetario generalizado, modelo de Frankel y modelo de Frenkel-Rodriguez).
- De todos los modelos estudiados es el modelo monetario básico el único que presenta tres coeficientes significativos:
  - El diferencial de ofertas monetarias.
  - El diferencial de rentas reales.
  - El diferencial de tipos de interés nominal a largo plazo.

y en los restantes únicamente presentan una significación apreciable los dos primeros. De ahí la ventaja relativa que presenta éste sobre el resto.

- El modelo de Frankel si bien pertenece al grupo de modelos que plantean rigidez en los precios a corto plazo, en este caso presenta una especificación en la línea de los modelos con flexibilidad de precios. Este hecho viene a acentuar lo que ya hemos apuntado acerca del mejor comportamiento de los modelos con precios flexibles.
- El modelo monetario generalizado no contempla las expectativas acerca

de la evolución futura en el tipo de cambio, lo cual posiblemente sea debido a los problemas asociados con la formación de dichas expectativas en el período que estamos contemplando. En el resto de los modelos tampoco presentan una adecuada significación lo cual denota la escasa influencia que las mismas tienen en la explicación del tipo de cambio durante este período.

- Si bien la elasticidad renta de la demanda de dinero ( $\eta$ ) es uno de los coeficientes que mayor significación presenta en todos los modelos, no obstante existen importantes desviaciones en su valor que llegan casi a alcanzar el 50% según el modelo que se trate. Este es otro hecho que corrobora la poca idoneidad de las estimaciones que los modelos analizados pueden ofrecer cuando los tipos de cambio se encuentran fuertemente intervenidos.
- Los modelos de Dornbusch y de Frenkel-Rodriguez consideran como ya hemos dicho una alta velocidad de ajuste de los precios como así lo indica el parámetro  $\theta$  que mide la velocidad de ajuste del tipo de cambio actual a su valor de equilibrio a largo plazo. En el primero de ellos adopta el valor de 151,81 y en el segundo de 184,02 ambos excesivamente elevados y que incluso podrían ser mayores a consecuencia de la baja significación con que aparece el coeficiente  $1/\theta$  en cada uno de ambos modelos.
- Es de destacar asimismo el hecho de la nula importancia que representan los saldos de la cuenta corriente y en consecuencia del efecto cartera en la explicación de las variaciones del tipo de cambio. Esta circunstancia refleja el estricto control gubernamental que sobre los movimientos de capital se realiza en este período, hasta los acuerdos de Maastricht en el año 1991.

En las figuras 9.4 a 9.7 que seguidamente aparecen se recoge el ajuste correspondiente a cada modelo para este período.

### MODELO MONETARIO BASICO

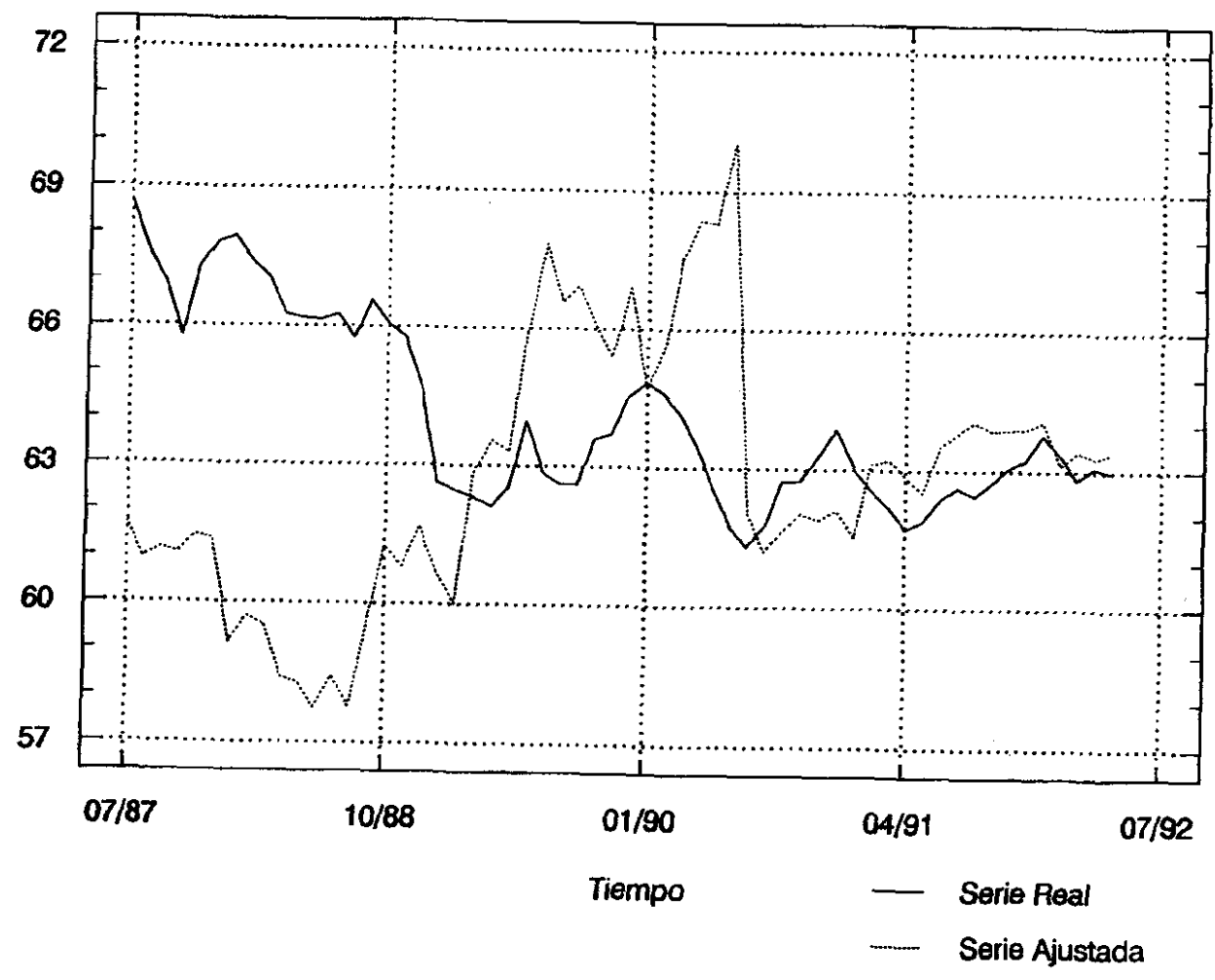


Figura 9.4

### MODELO MONETARIO GENERALIZADO

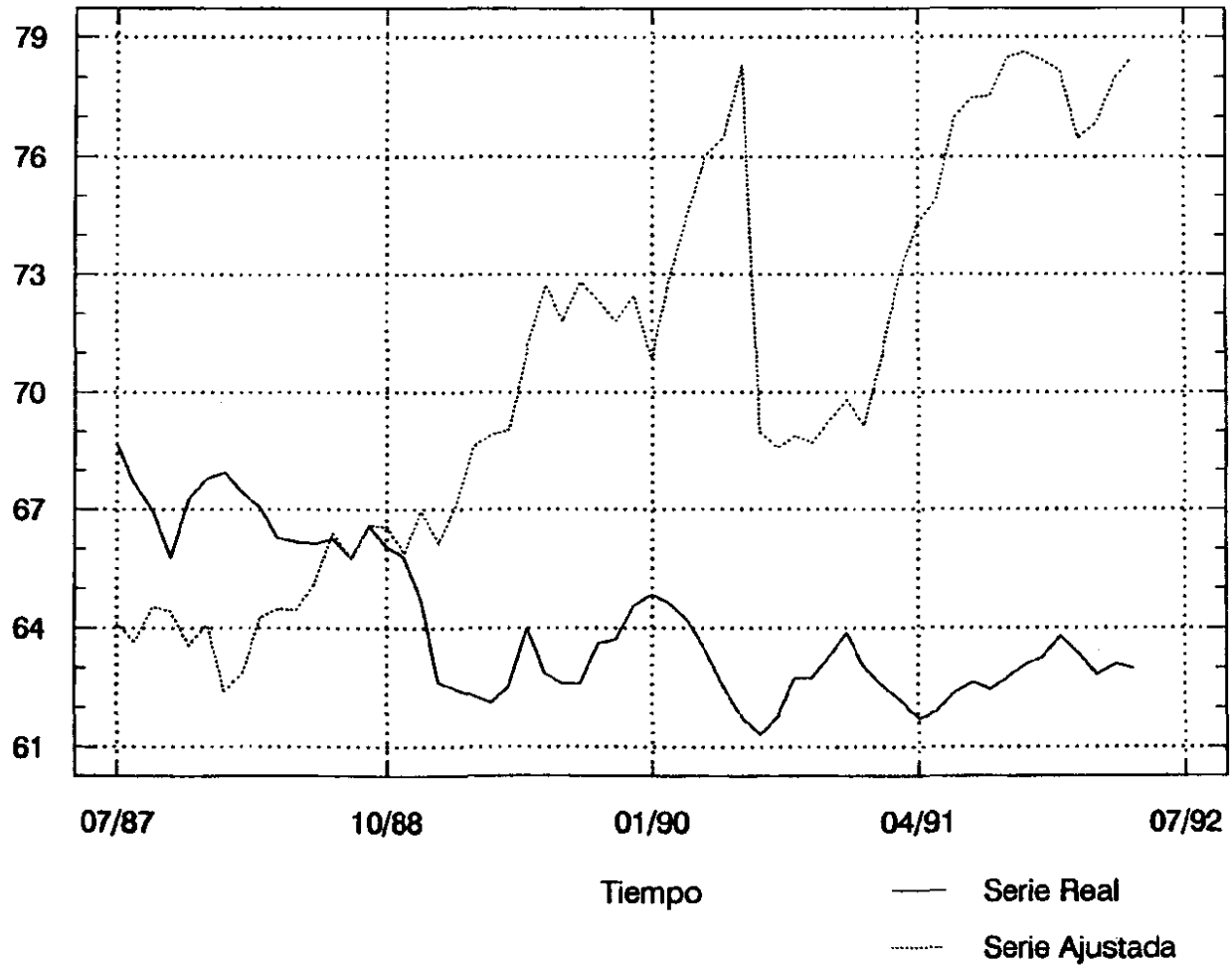


Figura 9.5

### MODELO DE FRANKEL-DORNBUSCH

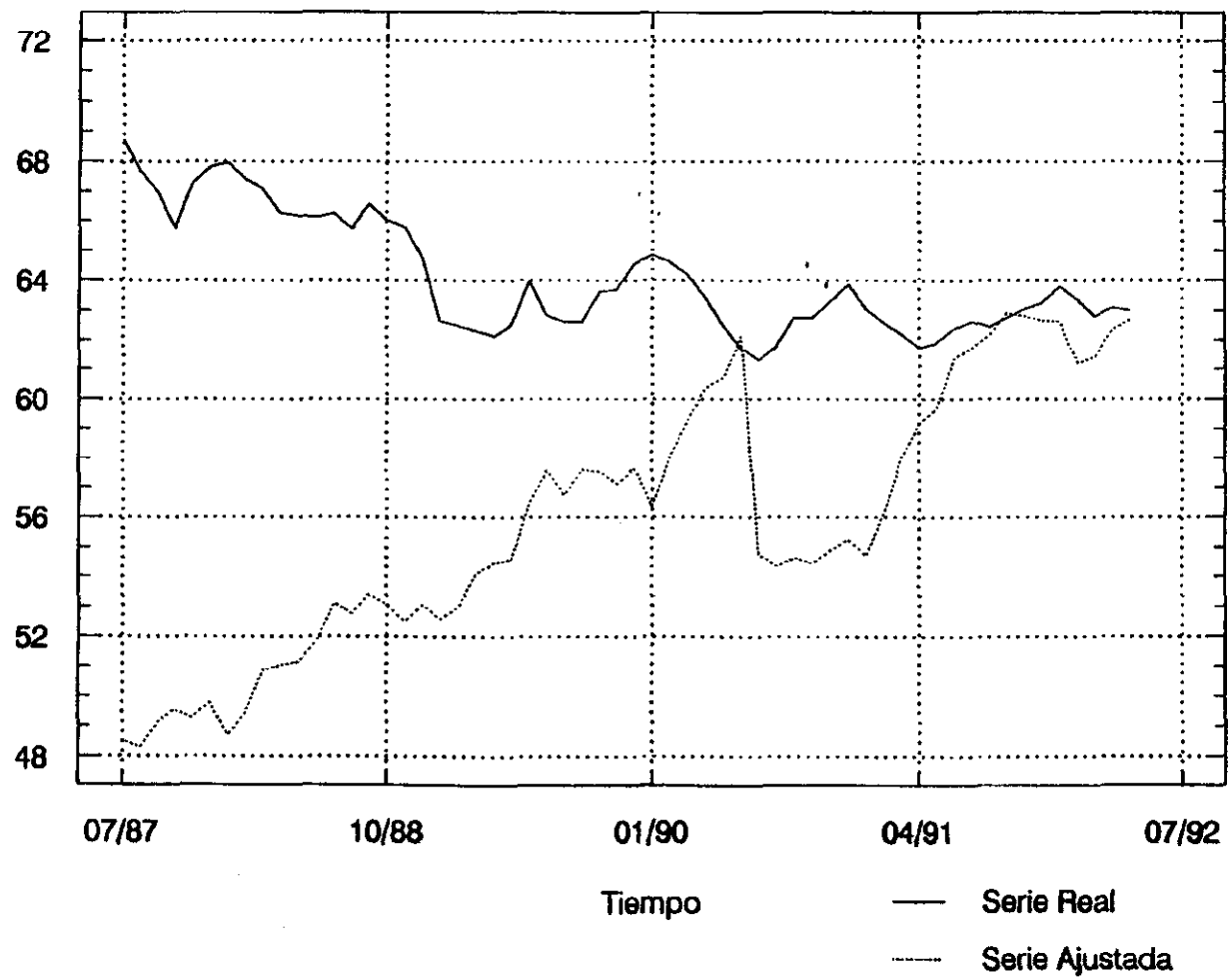


Figura 9.6

### MODELO DE FRENKEL-RODRIGUEZ

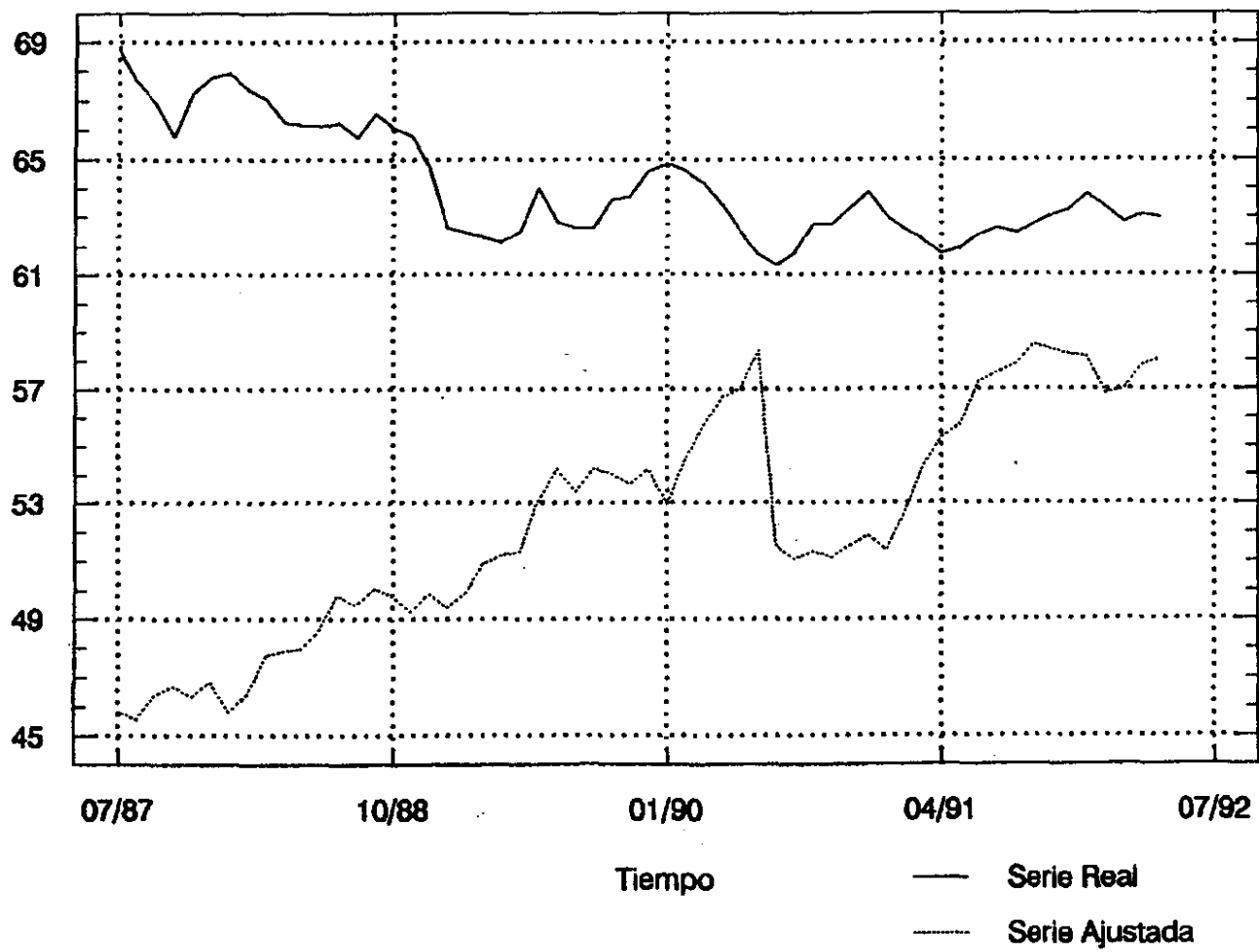


Figura 9.7

## PERÍODO 1992-1996

- El segundo período que hemos considerado lleva consigo un aumento en la mayoría de las bandas de fluctuación de las diferentes monedas del Sistema Monetario Europeo. En concreto, a partir de agosto de 1993 se autorizó una ampliación de las bandas del  $\pm 15,00\%$  en torno a una paridad básica definida para cada moneda.

Ello supone un menor grado de intervencionismo por parte de las correspondientes autoridades monetarias las cuales podrían dejar fluctuar en mayor medida a las monedas antes de salir en defensa de las mismas. En estas condiciones parece "a priori" que el poder explicativo de los diferentes modelos debería ser mayor que el obtenido en el período previo.

Estas afirmaciones se confirman a la luz de los resultados obtenidos para cada uno de los cuatro modelos estimados, especialmente para el caso del modelo de Frenkel y Rodríguez que presenta un magnífico ajuste a los datos reales mediante las variaciones en el saldo de la cuenta corriente, la cual es en este contexto la variable que mejor explica la evolución del tipo de cambio (ver figura 9.3).

Los resultados de las distintas contrastaciones los recogemos seguidamente:

### MONETARIO BÁSICO

$$s_t = (m_t - m_t^e) - 0,827898(y_t - y_t^e) + 0,006892(i_t - i_t^e) + u_t$$



**MONETARIO GENERALIZADO**

$$s_t = (m_t - \bar{m}_t) - 0,856802 (y_t - \bar{y}_t) + 0,004522 \left[ \frac{(S_R)_t - (S_R)_{t-1}}{(S_R)_t} + (\pi_t^e - \pi_t^{e*}) \right] + u_t$$

**DORNBUSCH**

$$s_t = (\bar{m} - \bar{m}^*) - 0,873165 (\bar{y} - \bar{y}^*) - 0,005326 (i_t - i_t^*) + 0,001589 (\pi_t^e - \pi_t^{e*}) + u_t$$

**FRANKEL**

$$s_t = (\bar{m} - \bar{m}^*) - 0,873165 (\bar{y} - \bar{y}^*) + u_t$$

**FRENKEL Y RODRIGUEZ**

$$s_t = 3,18619 + (\bar{m} - \bar{m}^*) - 1,205719 (\bar{y} - \bar{y}^*) - 0,001946 (i_t - i_t^*) + 0,000583 (\pi_t^e - \pi_t^{e*}) - 0,275547 cc_t + u_t$$

De este conjunto de ajustes podemos extraer las siguientes conclusiones:

- El modelo de Frenkel y Rodriguez es el que presenta un mayor número de variables significativas:
  - El diferencial de ofertas monetarias a largo plazo.
  - El saldo de la balanza por cuenta corriente.
  - El término independiente.

en tanto que los restantes solamente tienen una o dos según el modelo de que se trate. A consecuencia de ello, dicho modelo es el que mejor describe el comportamiento del tipo de cambio durante este período.

- En cualquiera de los casos, los modelos tienen coeficientes con signos consistentes con la especificación correspondiente, y en caso de que así no fuera presentan bajo nivel de significación con lo que pueden no ser tenidos en consideración (modelo de Frankel).
- Al igual que ocurría en la modelización del primer período, la hipótesis de flexibilidad de precios parece más favorable que la correspondiente a precios rígidos como lo prueba el hecho de que el parámetro  $\theta$  estimado mediante el modelo de Frankel-Dornbusch es de 187,76 y para el modelo de Frenkel y Rodríguez resulta igual a 513,87. Ambos resultan muy elevados e incluso podrían ser superiores considerando que el coeficiente  $1/\theta$  que se ha empleado en su determinación tiene muy baja significación.

Igual consideración puede hacerse en relación al modelo de Frankel cuya especificación denota un ajuste instantáneo en los precios ante cualquier perturbación.

- La valoración de las expectativas tanto por lo que se refiere a la tasa de variación esperada del tipo de cambio como al diferencial esperado de inflaciones, tienen algo más de representatividad que en el período anterior como lo prueba el hecho del ligero nivel de significación que tiene el correspondiente coeficiente del modelo monetario generalizado.

Este hecho puede estar asociado a la menor variabilidad que durante este período hayan tenido los diferenciales de los fundamentos entre España y Alemania como consecuencia de la aplicación de los criterios de convergencia resultantes del Tratado de Maastricht. Resultado de ello es que bajo esta nueva disciplina los agentes pueden formular sus expectativas futuras con mayor precisión y en consecuencia éstas

comienzan a tener mayor relevancia.

- Como índice representativo de la mejor calidad de los ajustes en este período, cabe señalar que las desviaciones en la estimación de la elasticidad de la demanda de dinero respecto a la renta española y alemana ( $\eta$ ) es siempre inferior al 5,4% en todos aquellos modelos en que el diferencial de rentas reales resulta significativa como variable explicativa.
- Por último ha podido constatarse la rigidez existente a los movimientos de capital tal y como indica el valor del parámetro  $\beta$  que mide la velocidad de ajuste en el mercado de activos y cuyo valor resulta ser de 0,007 e incluso podría ser inferior dado que también el coeficiente  $1/(\beta \theta)$  empleado en su determinación tiene muy bajo nivel de significación. Ello implica la no sustituibilidad perfecta de los activos alemanes y españoles, exigiéndose la existencia de primas de riesgo.

Este último hecho ofrece una razón complementaria para justificar el peor comportamiento relativo de los modelos de precios rígidos frente a los de precios flexibles ya que los primeros adoptan también como hipótesis explícita el cumplimiento de la paridad de intereses no cubierta, en tanto que los segundos la aceptan para la formación de las expectativas de los agentes pero solamente desde un punto de vista implícito.

En las figuras 9.8 a 9.11 que seguidamente aparecen se recoge el ajuste correspondiente a cada modelo para este período

### MODELO MONETARIO BASICO

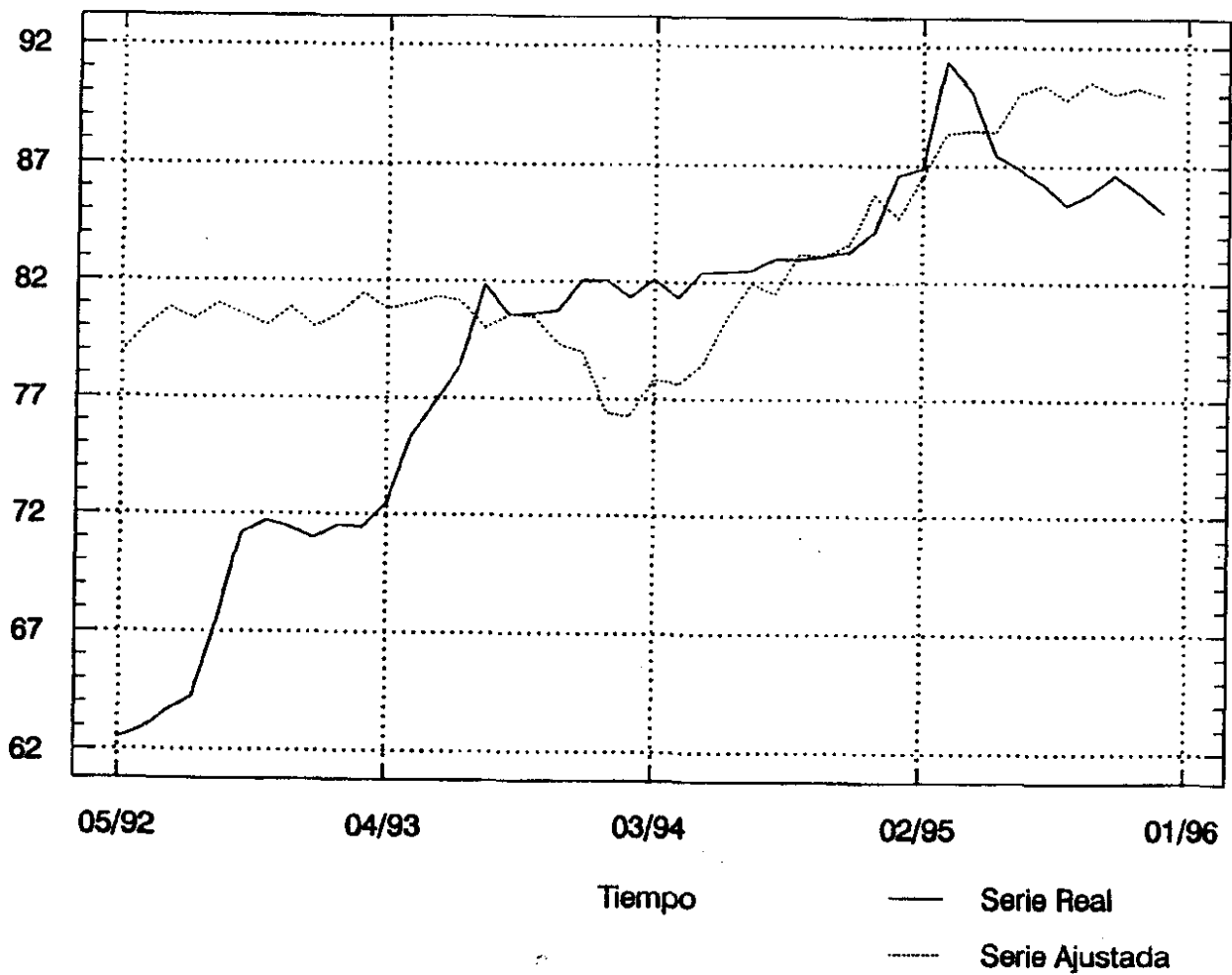


Figura 9.8

### MODELO MONETARIO GENERALIZADO

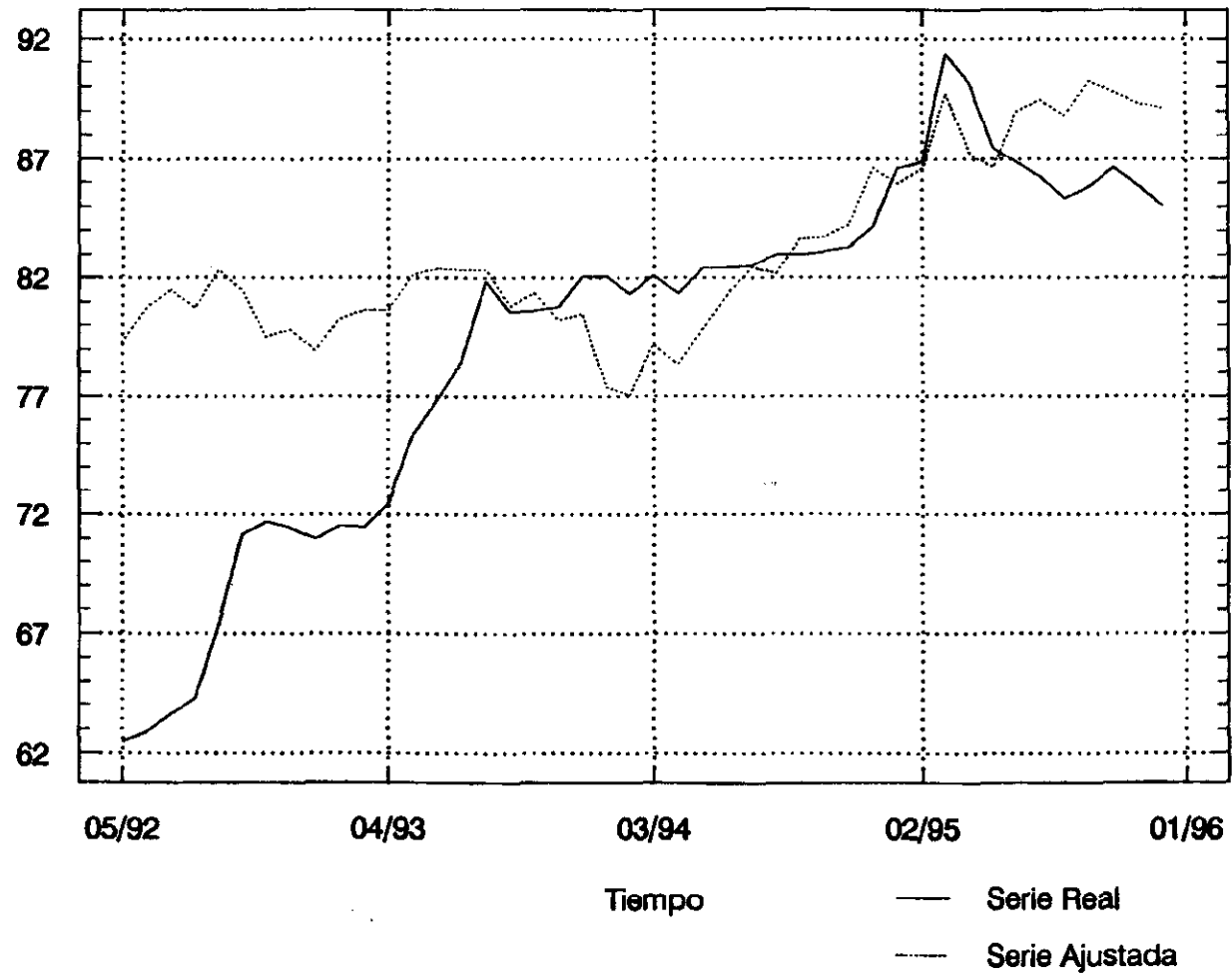


Figura 9.9

### MODELO DE FRANKEL-DORNBUSCH

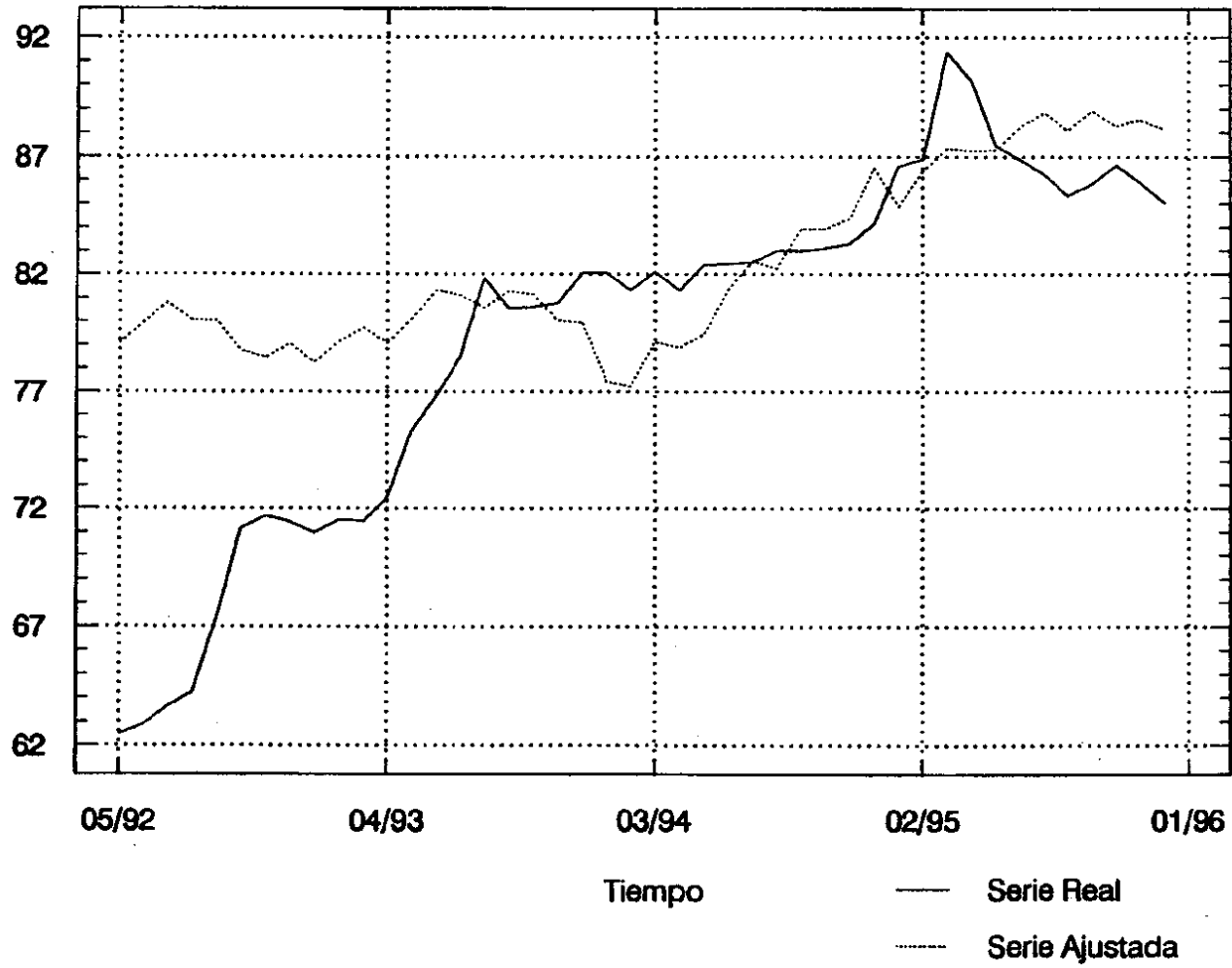


Figura 9.10

# MODELO DE FRENKEL-RODRIGUEZ

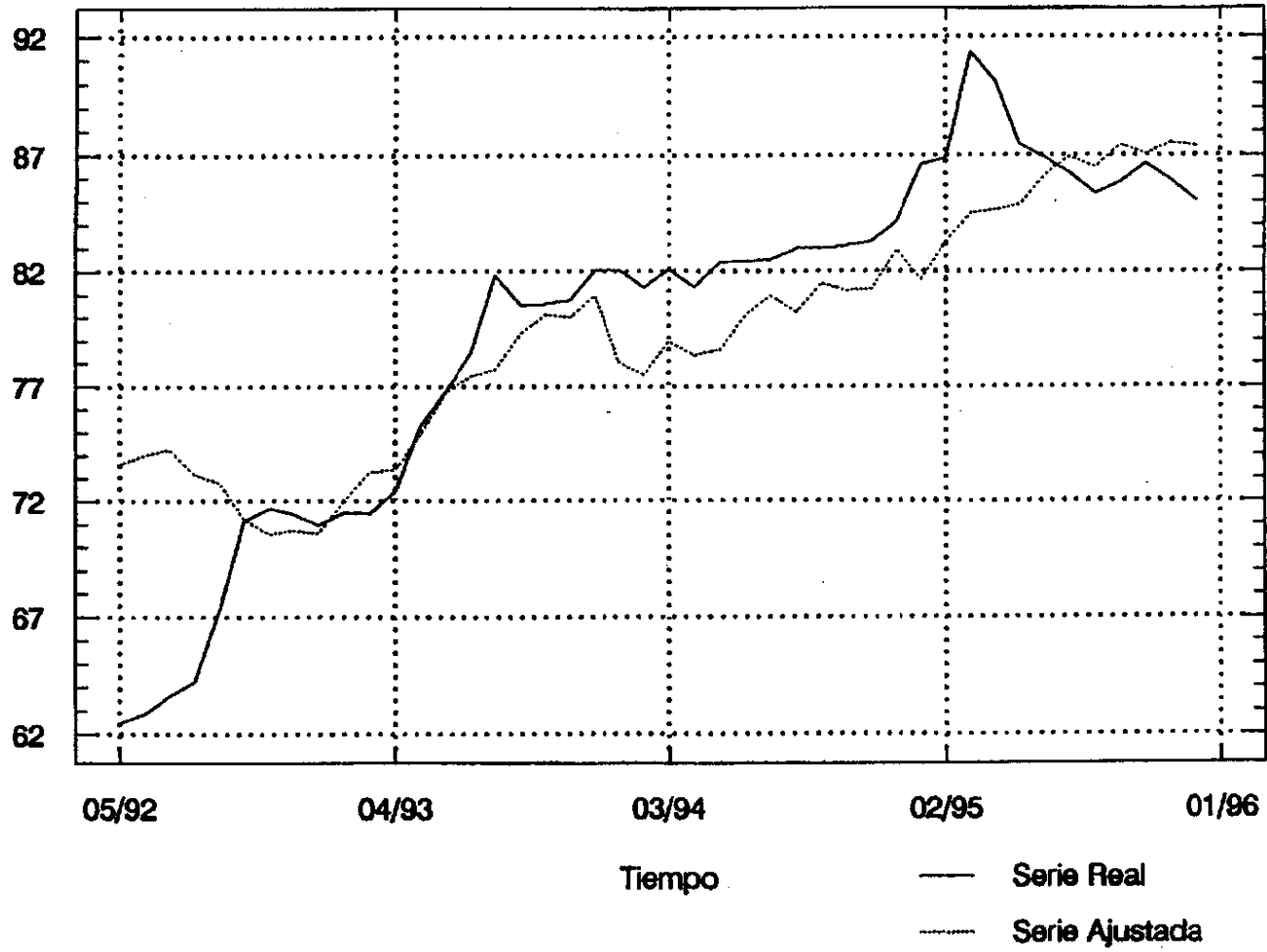


Figura 9.11

## PERÍODO 1987-1996

- La representación por parte de cada uno de los modelos del período muestral completo, participa de la mezcla de características que hemos enunciado para cada uno de los períodos por separado.

En este caso, nuevamente son los modelos de Frenkel y Rodriguez y monetario básico, los que tienen un mejor comportamiento para todos los niveles de desviación con los datos reales tal y como queda reflejado en el apartado 9.1. El resto de modelos tiene un comportamiento bastante homogéneo en cuanto a la explicación del tipo de cambio tal y como también se observa en el mencionado cuadro.

Seguidamente mostramos el resultado de las distintas contrastaciones referidas a este período:

### MONETARIO BÁSICO

$$s_t = (m_t - m_t^e) - 0,673945(y_t - y_t^e) + 0,017819(i_t - i_t^e) + u_t$$

### MONETARIO GENERALIZADO

$$s_t = (m_t - m_t^e) - 0,751191(y_t - y_t^e) + 0,004718 \left[ \frac{(S_R^e)_{t-1} - (S_R)_t}{(S_R)_t} + (\pi_t^e - \pi_t^e) \right] + u_t$$

### DORNBUSCH

$$s_t = (\bar{m} - \bar{m}^e) - 0,780025(\bar{y} - \bar{y}^e) - 0,005187(i_t - i_t^e) + 0,001345(\pi_t^e - \pi_t^e) + u_t$$



**FRANKEL**

$$s_t = (\bar{m} - \bar{m}^*) - 0,780025(\bar{y} - \bar{y}) + u_t$$

**FRENKEL Y RODRIGUEZ**

$$s_t = 4,97847 + (\bar{m} - \bar{m}^*) - 0,392296(\bar{y} - \bar{y}) + 0,000842(\pi_t^* - \pi_t^{*o}) - 0,00142(i_t - i_t^*) - 0,347615 cc_t + u_t$$

A la vista de estos resultados se pueden hacer los siguientes comentarios:

- Los modelos de Frenkel y Rodriguez, monetario básico y monetario generalizado presentan tres variables significativas en la explicación de la regresión correspondiente mientras que los de Dornbusch y Frankel tan solo presentan dos. No obstante, el de Frenkel y Rodriguez es el que mejor explica los movimientos en el tipo de cambio ya que el poder explicativo de sus variables es más intenso que las correspondientes a los modelos monetario básico y generalizado.
- También en este caso todos los coeficientes de los modelos tienen signos coherentes con la especificación correspondiente en el caso de presentar un nivel de significación apreciable.
- Asimismo se corrobora el hecho analizado en los períodos parciales, relativo a la mejor adaptación de la hipótesis de precios flexibles sobre la de precios rígidos. Así en los modelos de Frankel y Dornbusch, el valor del parámetro  $\theta$  que mide la velocidad de ajuste del tipo de cambio actual a su valor de equilibrio a largo plazo resulta ser igual a 192,79 y en el modelo de Rodriguez la estimación de su valor su valor es de 704,22. En ambos casos dichos valores resultan ser lo suficientemente

elevados como para considerar un esquema de precios rígidos, y más aún considerando que podrían ser incluso superiores a consecuencia de la baja significación que posee el correspondiente coeficiente que ha servido para su determinación.

- Al igual que ocurre en el período que va desde 1992 a 1996, las expectativas tienen una mínima relevancia en la explicación de las variaciones en los tipos de cambio como lo prueba el hecho de la pequeña significación con que aparece en el modelo monetario generalizado el coeficiente que afecta a la tasa esperada de variación del tipo de cambio y al diferencial de tasas de inflación esperadas.
- Las estimaciones de la elasticidad de la demanda de dinero respecto a la renta española y alemana ( $\eta$ ) difieren entre los diferentes modelos en valores no superiores al 16% lo cual si bien no es tan favorable como lo obtenido en el período 1992-1996 si resulta considerablemente mejor que las desviaciones que aparecen en el período 1987-1992.
- Por lo que a la libre movilidad de activos alemanes y españoles se refiere, tampoco los datos obtenidos parecen confirmarla por cuanto que el parámetro  $\beta$  que en el modelo de Frenkel y Rodríguez mide esta circunstancia, adopta un valor de 0,004 que incluso podría ser más bajo por la baja significación del coeficiente que ha permitido su evaluación. Debido a ello, el movimiento de activos debe estar asociado con la presencia de primas de riesgo adecuadas. Con respecto a este último hecho, cabe puntualizar las mismas consideraciones realizadas anteriormente por lo que al no cumplimiento de la paridad no cubierta de intereses se refiere. Así los modelos de precios rígidos que la incorporan como relación explícita para formar las expectativas, presentan peor comportamiento que los de precios flexibles que únicamente la tienen en

consideración de forma implícita.

En las figuras 9.12 a 9.15 que seguidamente aparecen se recoge el ajuste correspondiente a cada modelo.

# MODELO MONETARIO BASICO

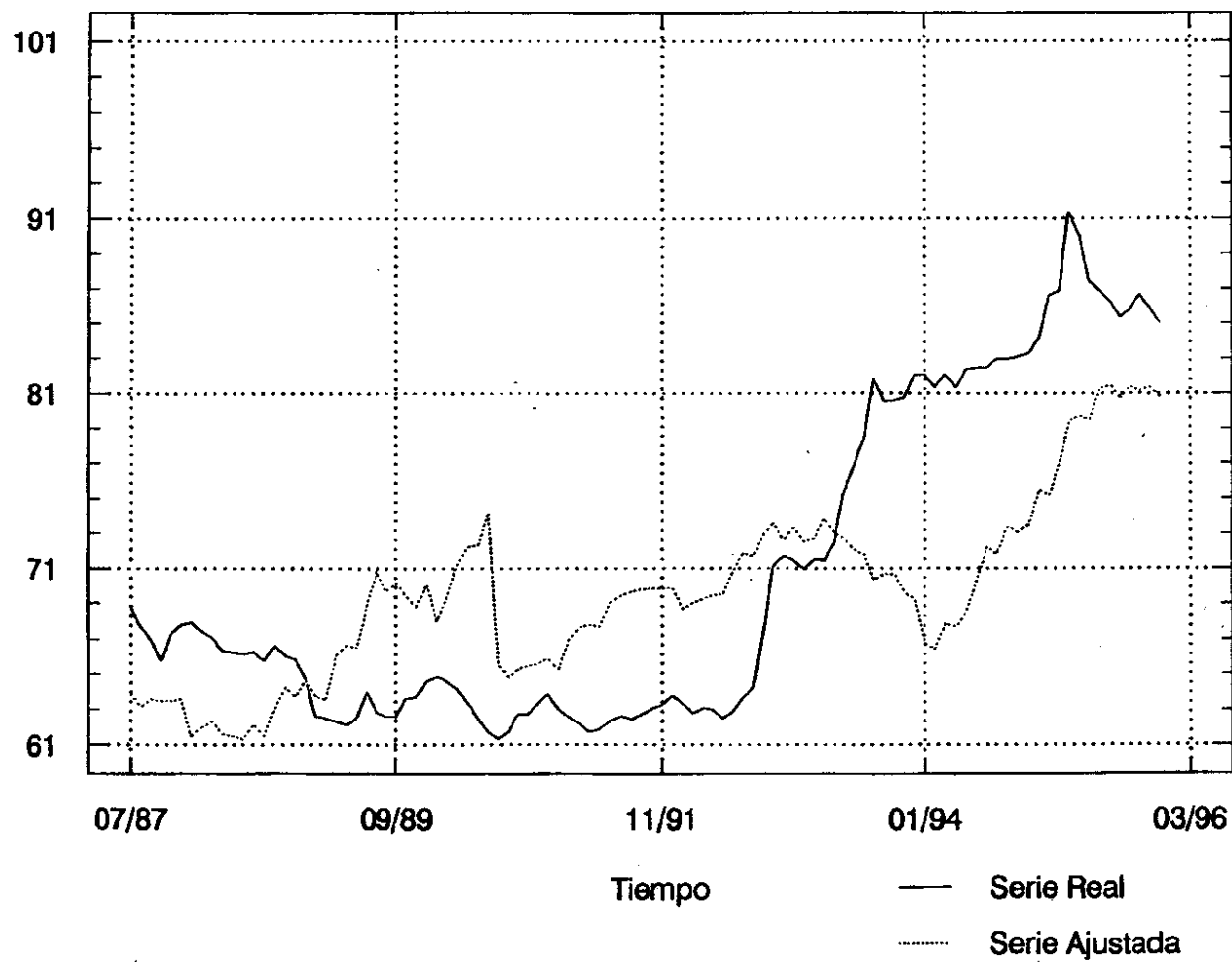


Figura 9.12

# MODELO MONETARIO GENERALIZADO

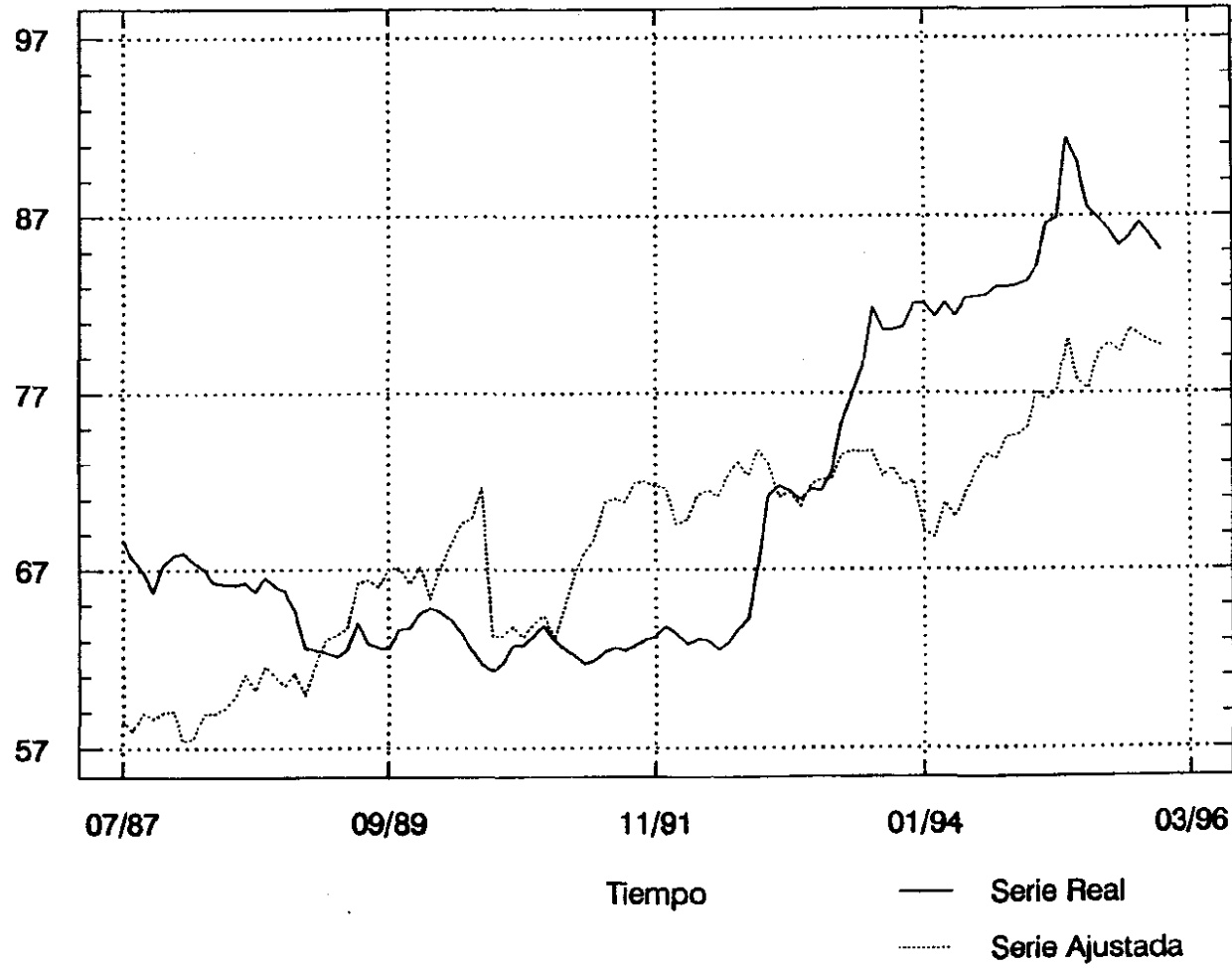


Figura 9.13

### MODELO DE FRANKEL-DORNBUSCH

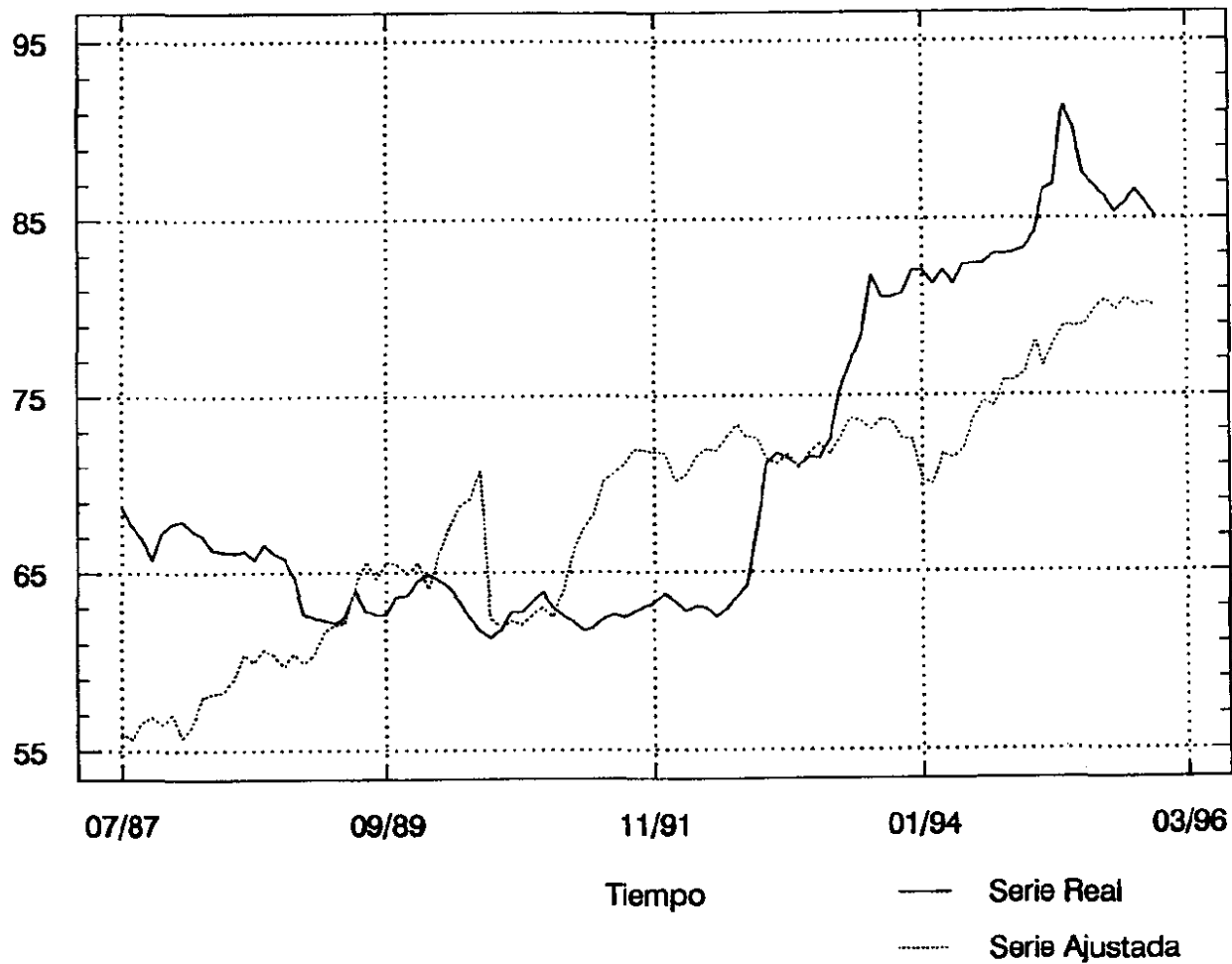


Figura 9.14

### MODELO DE FRENKEL-RODRIGUEZ

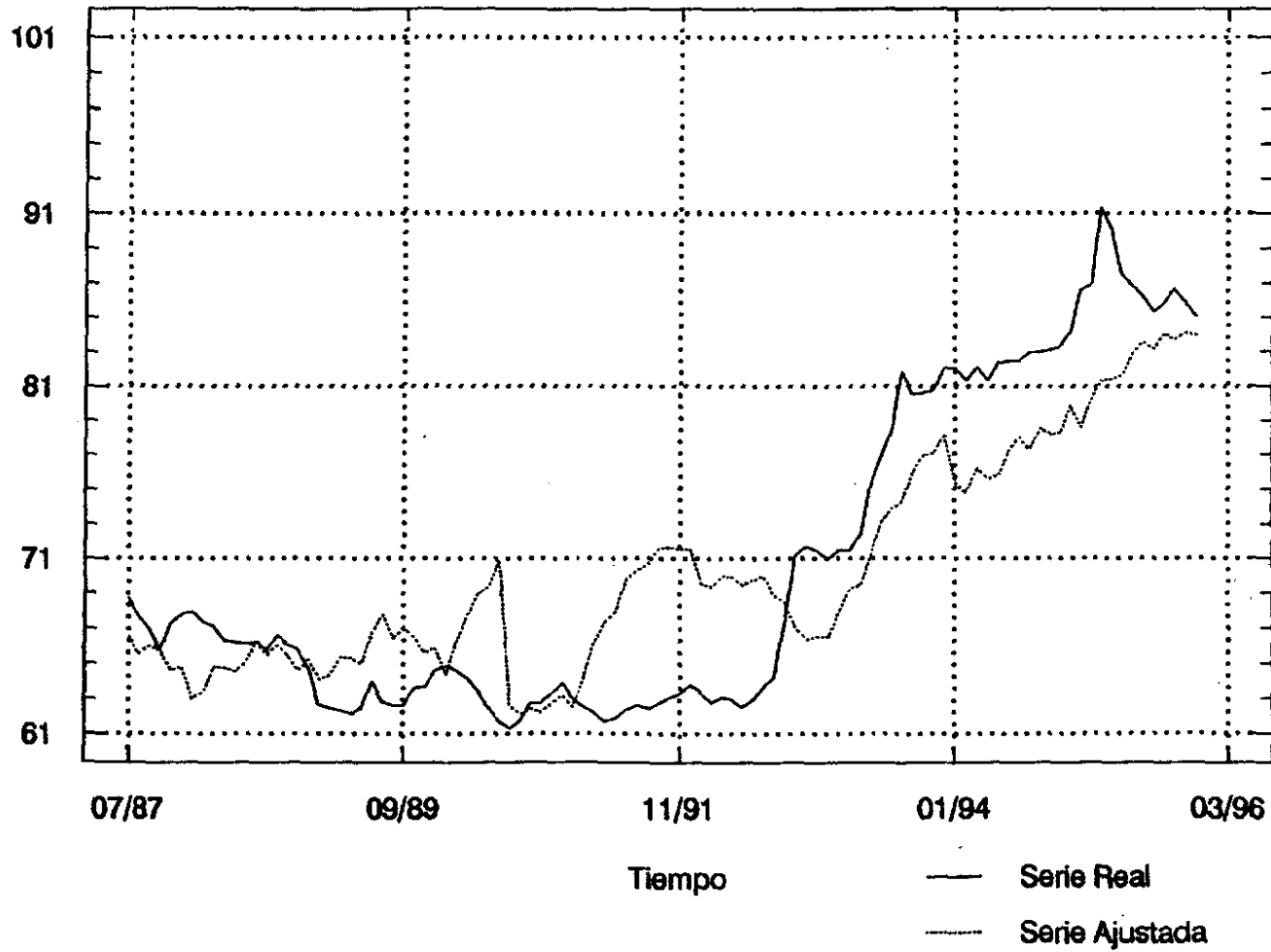


Figura 9.15

## **ANEJO 1**

**RESOLUCIÓN DE LOS SISTEMAS DE ECUACIONES  
DIFERENCIALES. CONDICIONES DE EQUILIBRIO A LARGO PLAZO**



$$\frac{1}{\xi\delta} \left[ D^2 + \xi\left(\delta + \frac{\sigma}{\varepsilon}\right)D \right] p - D(s) = 0 \quad (6)$$

Sumando miembro a miembro las ecuaciones (3) y (6) nos queda la siguiente relación:

$$\frac{1}{\xi\delta} \left[ D^2 + \xi\left(\delta + \frac{\sigma}{\varepsilon}\right)D \right] p - \frac{1}{\varepsilon}p = -\frac{1}{\varepsilon}\bar{p} \quad (7)$$

Desarrollando la expresión anterior resulta:

$$\frac{1}{\xi\delta} \left[ p'' + \xi\left(\delta + \frac{\sigma}{\varepsilon}\right)p' \right] - \frac{1}{\varepsilon}p = -\frac{1}{\varepsilon}\bar{p} \quad (8)$$

$$\frac{1}{\xi\delta}p'' + \frac{1}{\delta}\left(\delta + \frac{\sigma}{\varepsilon}\right)p' - \frac{1}{\varepsilon}p = -\frac{1}{\varepsilon}\bar{p} \quad (9)$$

$$\frac{1}{\xi\delta}p'' + \left(1 + \frac{\sigma}{\delta\varepsilon}\right)p' - \frac{1}{\varepsilon}p = -\frac{1}{\varepsilon}\bar{p} \quad (10)$$

$$p'' + \left(\xi\delta + \frac{\xi\sigma}{\varepsilon}\right)p' - \frac{\xi\delta}{\varepsilon}p = -\frac{\xi\delta}{\varepsilon}\bar{p} \quad (11)$$

Esta es una ecuación diferencial lineal de segundo orden y de coeficientes constantes, siendo la ecuación característica de la ecuación homogénea la siguiente:

$$r^2 + \left(\xi\delta + \frac{\xi\sigma}{\varepsilon}\right)r - \frac{\xi\delta}{\varepsilon} = 0 \quad (12)$$

Esta ecuación tiene como soluciones las siguientes:

$$r = \frac{-\left(\xi\delta + \frac{\xi\sigma}{\varepsilon}\right) \pm \sqrt{\left(\xi\delta + \frac{\xi\sigma}{\varepsilon}\right)^2 + \frac{4\xi\delta}{\varepsilon}}}{2} \quad (13)$$

$$r = \frac{-\xi(\sigma + \delta\varepsilon) \pm \sqrt{\xi^2(\delta\varepsilon + \sigma)^2 + 4\xi\delta\varepsilon}}{2\varepsilon} \quad (14)$$

Dado que:  $\sqrt{\xi^2(\delta\varepsilon + \sigma)^2 + 4\xi\delta\varepsilon} > \sqrt{\xi^2(\delta\varepsilon + \sigma)^2} > \xi(\delta\varepsilon + \sigma)$  resulta consecuentemente que la ecuación característica presenta dos raíces reales, una positiva y otra negativa.

A partir de ahora y a los efectos de simplificar la notación, denominaremos a estas raíces como:

$$\alpha_1 < 0 \quad \text{y} \quad \alpha_2 > 0$$

En estas condiciones, la familia de trayectorias que es solución de la ecuación diferencial homogénea es:

$$\rho = C_1 e^{\alpha_1 t} + C_2 e^{\alpha_2 t} \quad (15)$$

Para calcular la solución general de la ecuación diferencial completa debemos

calcular una solución particular y añadirse a la solución anterior. Para ello probaremos la solución  $p = C_3$  como posible solución particular de la ecuación completa. Si sustituimos este valor en la ecuación diferencial completa resulta:

$$-\frac{\xi\delta}{\varepsilon} C_3 = -\frac{\xi\delta}{\varepsilon} \bar{p} \rightarrow C_3 = \bar{p} \quad (16)$$

Por lo tanto la solución general de la ecuación diferencial completa será:

$$p = C_1 e^{\alpha_1 t} + C_2 e^{\alpha_2 t} + \bar{p} \quad (17)$$

Sin embargo, no todas las trayectorias definidas por la expresión anterior convergen hacia el valor del precio a largo plazo. Las únicas que lo hacen son aquellas que presentan límite finito cuando la variable tiempo tiende hacia infinito. Esta condición la cumplen únicamente las trayectorias para las que  $C_2 = 0$ . Así resulta:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (C_1 e^{\alpha_1 t} + \bar{p}) = \bar{p} \quad (\alpha_1 < 0) \quad (18)$$

En consecuencia, las trayectorias que consideraremos serán del tipo:

$$p = C_1 e^{\alpha_1 t} + \bar{p} \quad (19)$$

con  $C_1 < 0$  ya que en el proceso de ajuste el precio crece desde su nivel inicial hasta el valor de equilibrio a largo plazo.

Si sustituimos este conjunto de trayectorias en la ecuación diferencial (2) resulta:

$$C_1 \alpha_1 e^{\alpha_1 t} - \xi \delta s + \xi \left( \delta + \frac{\sigma}{\epsilon} \right) C_1 e^{\alpha_1 t} + \xi \left( \delta + \frac{\sigma}{\epsilon} \right) \bar{p} = \xi \left( \delta + \frac{\sigma}{\epsilon} \right) \bar{p} - \xi \delta \bar{s} \quad (20)$$

Operando sobre esta expresión llegamos a que:

$$s = C_1 e^{\alpha_1 t} \left[ 1 + \frac{\alpha_1}{\xi \delta} + \frac{\sigma}{\delta \epsilon} \right] + \bar{s} \quad (21)$$

Por otra parte vimos que la ecuación representativa del equilibrio en el mercado monetario podía expresarse como:

$$m - p = \eta \bar{y} - \epsilon i \quad (22)$$

siendo:  $m = \ln M$ ;  $p = \ln P$ ;  $\bar{y} = \ln \bar{Y}$ . Si en esta expresión el valor de  $i$  por el de  $i^*$ , puesto que ambos coinciden en equilibrio, y haciendo  $p = \bar{p}$  resulta:

$$m - \bar{p} = \eta \bar{y} - \epsilon i^* \quad (23)$$

Por otra parte, sustituyendo la expresión de la demanda agregada en el mercado de bienes y servicios en la relación que determina el ajuste de precios al exceso de demanda en dicho mercado, tenemos:

$$p = \xi \cdot [(\gamma - 1) \bar{y} - \sigma i + \delta (s + p^* - p)] \quad (24)$$

Como en equilibrio  $p = 0$ ,  $i = i^*$ ,  $p = \bar{p}$  y  $s = \bar{s}$  resulta:

$$(\gamma - 1) \bar{y} - \sigma i^* + \delta (\bar{s} + p^* - \bar{p}) = 0 \quad (25)$$

Despejando de la ecuación (23) el valor de  $\bar{p}$  y de la (25) el valor de  $\bar{s}$ , resulta:

$$\bar{p} = m + \epsilon i^* - \eta \bar{y} \quad (26)$$

$$\bar{s} = m - p^* + \left(\frac{1 - \gamma}{\delta} - \eta\right) \bar{y} + \left(\epsilon + \frac{\sigma}{\delta}\right) i^* \quad (27)$$

podemos ver de estas expresiones que  $d(\bar{p}) = dm$  y  $d(\bar{s}) = dm$  ya que el resto de variables son constantes una vez alcanzado el equilibrio.

**MODELO DE DORNBUSCH CON AJUSTE RETARDADO DEL TIPO DE INTERÉS NOMINAL**

En el Capítulo 3, apartado 3.3.4, describíamos las trayectorias temporales del tipo de cambio y nivel de precios hacia sus valores de equilibrio a largo plazo mediante el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales:

$$s' + \frac{\alpha}{\theta} \rho + \alpha \epsilon s = \frac{\alpha}{\theta} \bar{\rho} + \alpha \epsilon \bar{s} \quad (28)$$

$$\rho' + \xi \delta \rho - \xi(\delta + \sigma \theta) s = \xi \delta \bar{\rho} - \xi(\delta + \sigma \theta) \bar{s} \quad (29)$$

Este sistema se puede expresar mediante el empleo del operador lineal en diferencias "D" de la siguiente manera:

$$[D + \alpha \epsilon] s + \frac{\alpha}{\theta} \rho = \frac{\alpha}{\theta} \bar{\rho} + \alpha \epsilon \bar{s} \quad (30)$$

$$[D + \xi \delta] \rho - \xi(\delta + \sigma \theta) s = \xi \delta \bar{\rho} - \xi(\delta + \sigma \theta) \bar{s} \quad (31)$$

Multiplicando la ecuación (30) por el factor  $[D + \xi \delta]$  nos queda:

$$[D + \xi \delta] [D + \alpha \epsilon] s + \frac{\alpha}{\theta} [D + \xi \delta] \rho = [D + \xi \delta] \frac{\alpha}{\theta} \bar{\rho} + [D + \xi \delta] \alpha \epsilon \bar{s} \quad (32)$$

y operando la expresión anterior llegamos a:

$$\frac{\theta}{\alpha} [D + \xi\delta] [D + \alpha\epsilon]s + [D + \xi\delta]p = \xi\delta\bar{p} + \xi\delta\theta e\bar{s} \quad (33)$$

Restando a la ecuación (33) la (31):

$$\frac{\theta}{\alpha} [D + \xi\delta] [D + \alpha\epsilon]s + \xi(\delta + \sigma\theta)s = \xi\delta\theta e\bar{s} + \xi(\delta + \sigma\theta)\bar{s} \quad (34)$$

Esta ecuación puede expresarse como:

$$s'' + (\alpha\epsilon + \xi\delta)s' + \left[ \xi\delta\alpha\epsilon + \frac{\xi\alpha}{\theta} (\delta + \sigma\theta) \right]s = \xi\delta\alpha e\bar{s} + \frac{\xi\alpha}{\theta} (\delta + \sigma\theta)\bar{s} \quad (35)$$

Esta es una ecuación diferencial de coeficientes constantes cuya ecuación característica es:

$$r^2 + (\alpha\epsilon + \xi\delta)r + \left[ \xi\delta\alpha\epsilon + \frac{\xi\alpha}{\theta} (\delta + \sigma\theta) \right] = 0 \quad (36)$$

la cual tiene como soluciones:

$$r = \frac{-(\alpha\epsilon + \xi\delta) \pm \sqrt{(\alpha\epsilon + \xi\delta)^2 - 4 \left[ \xi\delta\alpha\epsilon + \frac{\xi\alpha}{\theta} (\delta + \sigma\theta) \right]}}{2} \quad (37)$$

La expresión que se encuentra bajo el signo radical puede tomar valores positivos

o negativos, lo cual supone que las raíces pueden ser reales o imaginarias. No obstante, en el caso de que sean reales éstas serán siempre negativas debido a que:

$$(\alpha\epsilon + \xi\delta)^2 - 4\left[\xi\delta\alpha\epsilon + \frac{\xi\alpha}{\theta}(\delta + \sigma\theta)\right] < (\alpha\epsilon + \xi\delta)^2 \quad (38)$$

$$\sqrt{(\alpha\epsilon + \xi\delta)^2 - 4\left[\xi\delta\alpha\epsilon + \frac{\xi\alpha}{\theta}(\delta + \sigma\theta)\right]} < \sqrt{(\alpha\epsilon + \xi\delta)^2} - (\alpha\epsilon + \xi\delta) \quad (39)$$

Vamos seguidamente a analizar la tipología de las soluciones que obtenemos según tengamos raíces reales o imaginarias conjugadas.

### CASO 1: Raíces reales

Sean en este caso las raíces  $\beta_1 < 0$  y  $\beta_2 < 0$ . La solución de la ecuación diferencial homogénea es:

$$s_h = C_1 e^{\beta_1 t} + C_2 e^{\beta_2 t} \quad (40)$$

Para calcular una solución particular de la ecuación completa, tantearemos una solución del tipo  $s_p = C_3$ . En este caso resulta:

$$(\xi\delta\alpha\epsilon)C_3 + \frac{\xi\alpha}{\theta}(\delta + \sigma\theta)C_3 = (\xi\delta\alpha\epsilon)\bar{s} + \frac{\xi\alpha}{\theta}(\delta + \sigma\theta)\bar{s} \quad (41)$$



De la expresión anterior deducimos que dicha solución particular puede ser:  $s_p = \bar{s}$ . Por lo tanto la solución general de la ecuación diferencial es:

$$s = C_1 e^{\beta_1 t} + C_2 e^{\beta_2 t} + \bar{s} \quad (42)$$

Sustituyendo esta expresión en la ecuación (28) resulta:

$$C_1(\beta_1 + \alpha e) e^{\beta_1 t} + C_2(\beta_2 + \alpha e) e^{\beta_2 t} + \frac{\alpha}{\theta} p = \frac{\alpha}{\theta} \bar{p} \quad (43)$$

de donde resulta que:

$$p = \bar{p} - C_1 \frac{\theta}{\alpha} (\beta_1 + \alpha e) e^{\beta_1 t} - C_2 \frac{\theta}{\alpha} (\beta_2 + \alpha e) e^{\beta_2 t} \quad (44)$$

### CASO 2: Raíces imaginarias

La solución de la ecuación característica en el caso de que las raíces sean imaginarias es la siguiente:  $r = -\gamma_1 \pm i\gamma_2$ . En estas condiciones, la solución de la ecuación homogénea es:

$$s_h = e^{-\gamma_1 t} (C_1 \cos \gamma_2 t + C_2 \sin \gamma_2 t) \quad (45)$$

Siguiendo el mismo razonamiento que anteriormente expusimos para la determinación de la solución particular de la ecuación completa, llegamos a que asimismo en este caso dicha solución puede ser:  $s_p = \bar{s}$ .

En consecuencia, la solución de la ecuación completa resulta ser:

$$s = e^{-\gamma_1 t} (C_1 \cos \gamma_2 t + C_2 \sin \gamma_2 t) + \bar{s} \quad (46)$$

Sustituyendo esta expresión en la ecuación (28) nos queda:

$$e^{-\gamma_1 t} (C_1 \cos \gamma_2 t + C_2 \sin \gamma_2 t) (\alpha e - \gamma_1) + \gamma_2 e^{-\gamma_1 t} (C_2 \cos \gamma_2 t - C_1 \sin \gamma_2 t) + \frac{\alpha}{\theta} p - \frac{\alpha}{\theta} \bar{p} \quad (47)$$

De donde despejando  $p$  resulta:

$$p - \bar{p} - \frac{\theta}{\alpha} e^{-\gamma_1 t} (C_1 \cos \gamma_2 t + C_2 \sin \gamma_2 t) (\alpha e - \gamma_1) - \frac{\theta}{\alpha} \gamma_2 e^{-\gamma_1 t} (C_2 \cos \gamma_2 t - C_1 \sin \gamma_2 t) \quad (48)$$

En este caso, las funciones  $s$  y  $p$  son oscilantes por lo cual se producirá overshooting y undershooting del tipo de cambio de manera alternativa por encima y por debajo de su valor de equilibrio a largo plazo. El que se alcancen tales valores de equilibrio para  $s$  y  $p$  queda garantizado por cuanto que las expresiones:

$$(C_2 \cos \gamma_2 t - C_1 \sin \gamma_2 t) \quad \text{y} \quad (C_1 \cos \gamma_2 t + C_2 \sin \gamma_2 t)$$

son dos funciones acotadas y en consecuencia en el límite:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e^{-\gamma_1 t} (C_1 \cos \gamma_2 t + C_2 \sin \gamma_2 t) = 0 \quad \lim_{t \rightarrow \infty} e^{-\gamma_1 t} (C_2 \cos \gamma_2 t - C_1 \sin \gamma_2 t) = 0$$

por lo que  $\lim_{t \rightarrow \infty} s = \bar{s}$  y  $\lim_{t \rightarrow \infty} p = \bar{p}$

A largo plazo asimismo se cumple que  $d(\bar{p}) = dm$  y  $d(\bar{s}) = dm$  siendo la forma de probarlo análoga a la vista en el caso anterior puesto que las relaciones que allí empleábamos en su demostración, también se cumplen en el modelo que estamos viendo.

### MODELO DE DORNBUSCH CON NIVEL DE RENTA ENDÓGENO

En el Capítulo 3, apartado 3.4.4, vimos que las trayectorias temporales hacia el equilibrio a largo plazo del tipo de cambio y del nivel de precios venían definidas por el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales:

$$s - \frac{\eta}{\varepsilon\xi} \rho - \frac{1}{\varepsilon} \rho = - \frac{1}{\varepsilon} \bar{p} \quad (49)$$

$$\rho + \xi\mu\sigma s + \xi\mu\delta\rho - \xi\mu\delta s = \xi\mu\delta\bar{p} - \xi\mu\delta\bar{s} \quad (50)$$

Estas dos expresiones las podemos expresar en función del operador lineal en diferencias "D" del siguiente modo:

$$D(s) - \left[ \frac{\eta}{\varepsilon\xi} D + \frac{1}{\varepsilon} \right] \rho = - \frac{1}{\varepsilon} \bar{p} \quad (51)$$

$$[\xi\mu\sigma D - \xi\mu\delta]s + [D + \xi\mu\delta]\rho = \xi\mu\delta\bar{p} - \xi\mu\delta\bar{s} \quad (52)$$

Si multiplicamos la primera expresión por  $[\xi\mu\sigma D - \xi\mu\delta]$ , la segunda por "D" y a continuación restamos la primera ecuación de la segunda, resulta finalmente:

$$[\xi\mu\sigma D - \xi\mu\delta] \left[ \frac{\eta}{\varepsilon\xi} D + \frac{1}{\varepsilon} \right] \rho + [D + \xi\mu\delta]D(\rho) = - \frac{\xi\mu\delta}{\varepsilon} \bar{p} \quad (53)$$

Esta ecuación es equivalente a:

$$[\varepsilon + \eta\mu\sigma] p'' + [\varepsilon\xi\mu\delta + \xi\mu\sigma - \eta\mu\delta] p' - (\xi\mu\delta)p = - (\xi\mu\delta) \bar{p} \quad (54)$$

La ecuación anterior es una ecuación diferencial lineal de coeficientes constantes, siendo la ecuación característica de la ecuación homogénea la siguiente:

$$[\varepsilon + \eta\mu\sigma] r^2 + [\varepsilon\xi\mu\delta + \xi\mu\sigma - \eta\mu\delta] r - (\xi\mu\delta) = 0 \quad (55)$$

Dado que el término independiente de esta ecuación es negativo, se deduce que las dos raíces que tiene esta ecuación son de diferente signo. Por otra parte y dado que el discriminante de la ecuación es también mayor que cero:

$$\Delta = (\varepsilon\xi\mu\delta + \xi\mu\sigma - \eta\mu\delta)^2 + 4(\xi\mu\delta) > 0$$

entonces podemos afirmar que las dos raíces son reales. Denominaremos a estas respectivamente como:

$$\alpha_1 < 0 \quad \text{y} \quad \alpha_2 > 0$$

En estas condiciones, la familia de trayectorias que es solución de la ecuación diferencial homogénea es:

$$p = C_1 e^{\alpha_1 t} + C_2 e^{\alpha_2 t} \quad (56)$$

Para calcular la solución general de la ecuación diferencial completa debemos calcular una solución particular y añadirsela a la solución anterior. Para ello

probaremos la solución  $p = C_3$  como posible solución particular de la ecuación completa. Si sustituimos este valor en la ecuación diferencial completa resulta:

$$-(\xi\mu\delta)p = -(\xi\mu\delta)\bar{p} \rightarrow C_3 = \bar{p} \quad (57)$$

Por lo tanto la solución general de la ecuación diferencial completa será:

$$p = C_1 e^{\alpha_1 t} + C_2 e^{\alpha_2 t} + \bar{p} \quad (58)$$

Sin embargo, no todas las trayectorias definidas por la expresión anterior convergen hacia el valor del precio a largo plazo. Las únicas que lo hacen son aquellas que presentan límite finito cuando la variable tiempo tiende hacia infinito. Esta condición la cumplen únicamente las trayectorias para las que  $C_2 = 0$ . Así resulta:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (C_1 e^{\alpha_1 t} + \bar{p}) = \bar{p} \quad (\alpha_1 < 0)$$

En consecuencia, las trayectorias que consideraremos serán del tipo:

$$p = C_1 e^{\alpha_1 t} + \bar{p} \quad (59)$$

con  $C_1 < 0$  debido a la rigidez en los precios a corto plazo.

Si multiplicamos la ecuación (49) por " $\xi\mu\sigma$ " resulta:

$$\xi\mu\sigma s = \frac{\xi\mu\sigma}{\epsilon} (\rho - \bar{\rho}) + \frac{\eta\mu\sigma}{\epsilon} \rho \quad (60)$$

si esta última expresión la sumamos con la (50) llegamos a la siguiente relación:

$$\xi\mu\delta(s - \bar{s}) - \xi\mu\delta(\rho - \bar{\rho}) - \frac{\xi\mu\sigma}{\epsilon} (\rho - \bar{\rho}) + \left(1 + \frac{\eta\mu\sigma}{\epsilon}\right) \rho \quad (61)$$

$$\xi\mu\delta(s - \bar{s}) = \left(\xi\mu\delta + \frac{\xi\mu\sigma}{\epsilon}\right) (\rho - \bar{\rho}) + \left(1 + \frac{\eta\mu\sigma}{\epsilon}\right) \rho \quad (62)$$

Si en esta última ecuación reemplazamos los valores de  $\rho$  y de  $(\rho - \bar{\rho})$  por sus correspondientes valores deducidos de la relación (59) tenemos:

$$\xi\mu\delta(s - \bar{s}) = \left(\xi\mu\delta + \frac{\xi\mu\sigma}{\epsilon}\right) C_1 e^{\alpha_1 t} + \left(1 + \frac{\eta\mu\sigma}{\epsilon}\right) \alpha_1 C_1 e^{\alpha_1 t} \quad (63)$$

Finalmente despejando  $s$  nos queda:

$$s = \bar{s} + \left(1 + \frac{\sigma}{\delta\epsilon}\right) C_1 e^{\alpha_1 t} + \left(\frac{1}{\xi\mu\delta} + \frac{\eta\sigma}{\xi\delta\epsilon}\right) \alpha_1 C_1 e^{\alpha_1 t} \quad (64)$$

Por otra parte, la ecuación correspondiente al equilibrio del mercado monetario puede expresarse en términos del largo plazo conforme a la siguiente expresión:

$$m - \bar{p} = \eta\bar{y} - \epsilon i \quad (65)$$

si diferenciamos esta expresión resulta:

$$d(m) - d(\bar{p}) = \eta d(\bar{y}) - \varepsilon d(i^*) \rightarrow d(m) = d(\bar{p}) \quad (66)$$

ya que  $\bar{y}$  e  $i^*$  permanecen constantes. Ello significa que cualquier incremento en la oferta monetaria se traduce a largo plazo en un incremento igual del nivel de precios.

Por otra parte si expresamos la ecuación correspondiente a la demanda agregada en el mercado de bienes y servicios en términos de largo plazo tenemos:

$$\bar{y} = \mu \cdot [\delta(\bar{s} + p^* - \bar{p}) - \sigma i^*] \quad (67)$$

si en esta expresión sustituimos el valor de  $\bar{p}$  por el que resulta de despejar la ecuación (65) queda:

$$\bar{y} = \mu \cdot [\delta(\bar{s} + p^* - m + \eta \bar{y} - \varepsilon i^*) - \sigma i^*] \quad (68)$$

Finalmente si diferenciamos esta relación resulta:

$$\mu \delta d(\bar{s}) - \mu \delta d(m) \rightarrow d(\bar{s}) - d(m) \quad (69)$$

ya que  $\bar{y}$ ,  $p^*$  e  $i^*$  permanecen constantes. Esta expresión nos dice que cualquier incremento en la oferta monetaria se traduce a largo plazo en un incremento igual del tipo de cambio.



### MODELO DE FRENKEL Y RODRIGUEZ

En el Capítulo 4, apartado 4.2.3, se analizó las condiciones que debían cumplir el conjunto de trayectorias temporales del tipo de cambio y nivel de precios en su convergencia hacia sus correspondientes valores a largo plazo. Dichas trayectorias respondían al siguiente sistema de ecuaciones diferenciales:

$$\delta[(s - \bar{s}) - (\rho - \bar{\rho})] + \beta \left[ \frac{1}{\epsilon} (\rho - \bar{\rho}) - s \right] = 0 \quad (70)$$

$$\rho = \xi \delta (s - \bar{s}) - \xi \left[ \delta + \frac{\sigma}{\epsilon} \right] (\rho - \bar{\rho}) \quad (71)$$

Para su resolución, expresaremos dichas ecuaciones en términos del operador lineal en diferencias "D" de la siguiente forma:

$$(\beta D - \delta) s - \left( \frac{\beta}{\epsilon} - \delta \right) \rho = -\delta \bar{s} - \left( \frac{\beta}{\epsilon} - \delta \right) \bar{\rho} \quad (72)$$

$$\left[ D + \xi \left( \delta + \frac{\sigma}{\epsilon} \right) \right] \rho - \xi \delta s = \xi \delta \bar{s} + \xi \left( \delta + \frac{\sigma}{\epsilon} \right) \bar{\rho} \quad (73)$$

Si multiplicamos la primera expresión por  $(\xi \delta)$  y la segunda por  $(\beta D - \delta)$  y sumamos ambas expresiones miembro a miembro, desaparecen todos los sumandos en  $s$  y  $\bar{s}$  quedando finalmente la siguiente expresión:

$$(\beta D - \delta) \left[ D + \xi \left( \delta + \frac{\sigma}{\epsilon} \right) \right] \rho - \xi \delta \left( \frac{\beta}{\epsilon} - \delta \right) \rho - \frac{\xi \delta}{\epsilon} (\beta + \sigma) \bar{p} \quad (74)$$

Operando esta última expresión nos queda finalmente:

$$\rho'' + \left( \xi \delta + \frac{\xi \sigma}{\epsilon} - \frac{\delta}{\beta} \right) \rho' - \frac{\xi \delta}{\epsilon} \left( 1 + \frac{\sigma}{\beta} \right) \rho - \frac{\xi \delta}{\epsilon} \left( 1 + \frac{\sigma}{\beta} \right) \bar{p} \quad (75)$$

Esta es una ecuación diferencial lineal de segundo orden y de coeficientes constantes, siendo la ecuación característica de la ecuación homogénea la siguiente:

$$r^2 + \left( \xi \delta + \frac{\xi \sigma}{\epsilon} - \frac{\delta}{\beta} \right) r - \frac{\xi \delta}{\epsilon} \left( 1 + \frac{\sigma}{\beta} \right) = 0 \quad (76)$$

Dado que el término independiente de esta ecuación es negativo, se deduce que las dos raíces que tiene son de diferente signo. Por otra parte y puesto que el discriminante de la ecuación es también mayor que cero:

$$\Delta = \left( \xi \delta + \frac{\xi \sigma}{\epsilon} - \frac{\delta}{\beta} \right)^2 + 4 \frac{\xi \delta}{\epsilon} \left( 1 + \frac{\sigma}{\beta} \right) > 0 \quad (77)$$

entonces podemos afirmar que las dos raíces son reales. Denominaremos a estas respectivamente como:

$$\alpha_1 < 0 \quad \text{y} \quad \alpha_2 > 0$$

En estas condiciones, la familia de trayectorias que es solución de la ecuación diferencial homogénea es:

$$p = C_1 e^{\alpha_1 t} + C_2 e^{\alpha_2 t} \quad (78)$$

Para calcular la solución general de la ecuación diferencial completa debemos calcular una solución particular y añadirsele a la solución anterior. Para ello probaremos la solución  $p = C_3$  como posible solución particular de la ecuación completa. Si sustituimos este valor en la ecuación diferencial completa resulta:

$$-\frac{\xi\delta}{e} \left( 1 + \frac{\sigma}{\beta} \right) C_3 = -\frac{\xi\delta}{e} \left( 1 + \frac{\sigma}{\beta} \right) \bar{p} \rightarrow C_3 = \bar{p} \quad (79)$$

Por lo tanto la solución general de la ecuación diferencial completa será:

$$p = C_1 e^{\alpha_1 t} + C_2 e^{\alpha_2 t} + \bar{p} \quad (80)$$

Sin embargo, no todas las trayectorias definidas por la expresión anterior convergen hacia el valor del precio a largo plazo. Las únicas que lo hacen son aquellas que presentan límite finito cuando la variable tiempo tiende hacia infinito. Esta condición la cumplen únicamente las trayectorias para las que  $C_2 = 0$ . Así resulta:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (C_1 e^{\alpha_1 t} + \bar{p}) = \bar{p} \quad (\alpha_1 < 0) \quad (81)$$

En consecuencia, las trayectorias que consideraremos serán del tipo:

$$p = C_1 e^{\alpha_1 t} + \bar{p} \quad (82)$$

con  $C_1 < 0$  debido a la rigidez en los precios a corto plazo.

Si sustituimos este último resultado en la ecuación (71) nos queda:

$$\alpha_1 C_1 e^{\alpha_1 t} = \xi \delta (s - \bar{s}) - \xi \left[ \delta + \frac{\sigma}{\varepsilon} \right] C_1 e^{\alpha_1 t} \quad (83)$$

Si despejamos "s" de esta expresión, obtenemos finalmente:

$$s = \bar{s} + \left( 1 + \frac{\sigma}{\varepsilon \delta} + \frac{\alpha_1}{\xi \delta} \right) C_1 e^{\alpha_1 t} \quad (84)$$

Por último, si representamos la ecuación representativa del equilibrio en el mercado monetario en términos del equilibrio a largo plazo, resulta:

$$m - \bar{p} = \eta \bar{y} - \varepsilon i \quad (85)$$

si diferenciamos esta expresión resulta:

$$d(m) - d(\bar{p}) = \eta d(\bar{y}) - \varepsilon d(i) \rightarrow d(m) = d(\bar{p}) \quad (86)$$

ya que  $\bar{y}$  e  $\hat{i}$  permanecen constantes. Ello significa que cualquier incremento en la oferta monetaria se traduce a largo plazo en un incremento igual del nivel de precios.

Por otra parte, ya vimos que la expresión correspondiente al equilibrio en la balanza de pagos admitía la siguiente expresión a largo plazo:

$$\delta(\bar{s} + p^* - \bar{p}) + \beta(i^* - i^*) = 0 \quad \rightarrow \quad p^* = \bar{p} - \bar{s} \quad (87)$$

si diferenciamos esta relación, tenemos:

$$d(p^*) - d(\bar{p}) - d(\bar{s}) = 0 \quad \rightarrow \quad d(\bar{p}) - d(\bar{s}) \quad \rightarrow \quad d(\bar{s}) = d(m) \quad (88)$$

ya que  $p^*$  permanece constante. Esta expresión nos dice que cualquier incremento en la oferta monetaria se traduce a largo plazo en un incremento igual del tipo de cambio.

## **ANEJO 2**

# **TABLAS DE VALORES DE LAS VARIABLES EMPLEADAS EN LOS MODELOS**

## OFERTA MONETARIA ESPAÑOLA EN MILLONES DE PTS

AÑO	ENERO	FEBRERO	MARZO	ABRIL	MAYO	JUNIO	JULIO	AGOSTO	SEPTIEMBRE	OCTUBRE	NOVIEMBRE	DICIEMBRE
1987	27.988.677	28.379.600	28.839.226	29.206.884	29.324.808	29.611.513	30.105.193	30.062.459	30.552.588	30.578.717	30.816.187	31.837.463
1988	31.221.177	31.437.419	32.052.024	32.117.010	32.488.123	33.095.770	33.792.151	33.654.972	34.166.083	34.341.128	34.651.214	35.993.870
1989	35.956.345	36.303.780	36.932.997	37.044.428	37.320.486	38.411.466	39.556.623	39.294.698	39.684.859	39.498.708	39.776.105	41.134.895
1990	40.581.456	41.278.410	41.860.563	42.470.808	42.882.796	43.934.493	44.442.872	44.345.637	44.772.494	44.808.641	45.323.551	46.686.073
1991	46.359.130	46.949.922	47.820.197	48.166.216	48.484.719	49.554.097	49.854.689	49.717.020	50.260.767	50.261.409	50.624.238	51.777.891
1992	51.025.765	50.887.835	51.429.985	51.515.408	51.621.049	52.394.144	52.701.585	52.578.414	52.935.725	52.457.294	52.783.114	54.237.519
1993	53.759.664	54.091.397	54.732.228	54.577.733	55.504.205	56.382.703	56.585.394	56.483.743	56.956.139	57.103.505	57.486.118	59.260.726
1994	58.537.028	58.272.463	59.115.624	58.876.066	59.513.299	60.618.470	61.097.507	60.589.596	61.396.432	61.063.789	61.665.025	63.675.830
1995	62.908.344	63.364.398	64.067.609	64.100.319	64.632.188	65.889.052	66.192.024	66.275.738	67.376.411	67.172.861	68.476.136	70.439.405

Fuente: Banco de España

**INTERES DE LA DEUDA DEL ESTADO ESPAÑOL A MEDIO Y LARGO PLAZO  
OPERACIONES ENTRE MIEMBROS DEL MERCADO Y CLIENTES A 3 AÑOS**

<b>AÑO</b>	<b>ENERO</b>	<b>FEBRERO</b>	<b>MARZO</b>	<b>ABRIL</b>	<b>MAYO</b>	<b>JUNIO</b>	<b>JULIO</b>	<b>AGOSTO</b>	<b>SEPTIEMBRE</b>	<b>OCTUBRE</b>	<b>NOVIEMBRE</b>	<b>DICIEMBRE</b>
1987							13,75	13,78	13,55	13,44	13,78	13,34
1988	12,83	12,69	11,77	11,18	11,31	10,86	11,05	11,14	11,42	12,23	12,49	12,71
1989	13,01	12,56	13,34	13,55	13,67	13,83	13,85	13,84	13,82	13,82	14,00	14,37
1990	14,45	14,60	14,82	14,76	14,41	14,45	14,43	14,56	14,81	14,99	14,69	14,62
1991	14,63	14,28	13,45	12,64	12,05	11,92	12,21	12,21	11,70	11,70	11,87	12,10
1992	12,07	12,05	11,58	11,68	11,67	12,08	12,67	13,11	13,44	13,94	13,14	13,22
1993	12,84	12,07	12,05	11,90	11,22	10,16	9,74	8,93	8,63	8,40	8,11	7,85
1994	7,61	7,59	8,17	8,23	8,51	9,21	9,78	10,02	10,56	10,41	10,34	10,70
1995	11,40	11,43	11,98	11,67	11,15	11,28	11,07	10,69	10,27	10,30	10,01	9,46

Fuente: Banco de España



### TIPO DE CAMBIO ENTRE LA PESETA Y EL MARCO

AÑO	ENERO	FEBRERO	MARZO	ABRIL	MAYO	JUNIO	JULIO	AGOSTO	SEPTIEMBRE	OCTUBRE	NOVIEMBRE	DICIEMBRE
1987	69,8058	70,4935	70,2029	70,1139	70,0113	69,4350	68,6967	67,6503	66,9505	65,7857	67,2826	67,8009
1988	67,9469	67,4082	67,0549	66,2721	66,1717	66,1272	66,2634	65,7542	66,5748	66,0550	65,7865	64,7385
1989	62,6261	62,4565	62,3022	62,1224	62,5234	63,9914	62,8345	62,8072	62,5961	63,8140	63,7263	64,5783
1990	64,8535	64,6072	64,1611	63,4230	62,4940	61,7189	61,3193	61,7747	62,7414	62,7489	63,3028	63,8757
1991	63,0243	62,5614	62,1925	61,7280	61,9064	62,3743	62,6331	62,4438	62,7446	63,0571	63,2623	63,7931
1992	63,3516	62,8174	63,0917	62,9890	62,5030	62,9072	63,6382	64,2336	67,3236	71,1836	71,7171	71,4277
1993	70,9653	71,5267	71,4578	72,4718	75,3170	76,8432	78,4341	81,8342	80,5634	80,6077	80,7844	82,0629
1994	82,0722	81,3173	82,0927	81,3321	82,3987	82,4634	82,5111	82,9810	82,9986	83,1079	83,3294	84,1647
1995	86,5905	86,8975	91,3641	90,1338	87,4529	86,8630	86,2200	85,3358	85,8629	86,6457	85,9013	85,0449

Fuente: Banco de España

**PIB ESPAÑOL A PRECIOS Y PODER DE COMPRA CORRIENTES EN MILES DE MILLONES DE PATRONES DE PODER DE COMPRA (PPC)**

<b>AÑO</b>	<b>ENERO</b>	<b>FEBRERO</b>	<b>MARZO</b>	<b>ABRIL</b>	<b>MAYO</b>	<b>JUNIO</b>	<b>JULIO</b>	<b>AGOSTO</b>	<b>SEPTIEMBRE</b>	<b>OCTUBRE</b>	<b>NOVIEMBRE</b>	<b>DICIEMBRE</b>
1987	303.000,00	305.000,00	307.000,00	309.000,00	311.000,00	313.000,00	315.000,00	317.000,00	319.000,00	321.000,00	323.000,00	325.000,00
1988	327.666,60	330.333,30	333.000,00	335.666,60	338.333,30	341.000,00	343.666,60	346.333,30	349.000,00	351.666,60	354.333,30	357.000,00
1989	360.000,00	363.000,00	366.000,00	369.000,00	372.000,00	375.000,00	378.000,00	381.000,00	384.000,00	387.000,00	390.000,00	393.000,00
1990	395.750,00	398.500,00	401.250,00	404.000,00	406.750,00	409.500,00	412.250,00	415.000,00	417.750,00	420.500,00	423.250,00	426.000,00
1991	429.500,00	433.000,00	436.500,00	440.000,00	443.500,00	447.000,00	450.500,00	454.000,00	457.500,00	461.000,00	464.500,00	468.000,00
1992	468.666,60	469.333,30	470.000,00	470.666,60	471.333,30	472.000,00	472.666,60	473.333,30	474.000,00	474.666,60	475.333,30	476.000,00
1993	476.583,30	477.166,60	477.749,90	478.333,30	478.916,60	479.499,90	480.083,30	480.666,60	481.249,90	481.833,30	482.416,60	483.000,00
1994	484.000,00	485.000,00	486.000,00	487.000,00	488.000,00	489.000,00	490.000,00	491.000,00	492.000,00	493.000,00	494.000,00	495.000,00
1995	497.250,00	499.500,00	501.750,00	504.000,00	506.250,00	508.500,00	510.750,00	513.000,00	515.250,00	517.500,00	519.750,00	522.000,00

Fuente: Banco de España

## INDICE DE PRECIOS AL CONSUMO ESPAÑOL (BASE 1992)

AÑO	ENERO	FEBRERO	MARZO	ABRIL	MAYO	JUNIO	JULIO	AGOSTO	SEPTIEMBRE	OCTUBRE	NOVIEMBRE	DICIEMBRE
1987	73,489	73,802	74,231	74,399	74,307	74,325	75,078	75,045	75,737	76,187	76,012	76,284
1988	76,768	76,978	77,536	77,266	77,262	77,562	78,586	79,363	80,060	80,150	80,105	80,742
1989	81,680	81,738	82,260	82,481	82,598	83,048	84,396	84,590	85,485	85,830	85,969	86,304
1990	87,144	87,697	88,018	88,218	88,211	88,483	89,672	90,065	91,013	91,821	91,729	91,955
1991	93,025	92,895	93,197	93,399	93,664	93,934	95,100	95,453	96,233	96,838	96,985	97,038
1992	98,576	99,233	99,592	99,485	99,745	99,726	100,050	100,962	101,795	101,856	101,921	102,227
1993	103,185	103,218	103,581	104,035	104,322	104,581	104,955	105,583	106,180	106,576	106,755	107,262
1994	108,346	108,385	108,743	109,171	109,394	109,512	109,941	110,651	110,988	111,229	111,422	111,914
1995	113,074	113,828	114,290	114,896	114,942	115,051	115,069	115,396	115,852	116,066	116,371	116,748

Fuente: Banco de España

**TIPO MARGINAL EN OPERACIONES DE REGULACIÓN MONETARIA  
SUBASTA DECENAL DE ADQUISICIONES TEMPORALES DE CEB's Y DEUDA PÚBLICA**

<b>AÑO</b>	<b>ENERO</b>	<b>FEBRERO</b>	<b>MARZO</b>	<b>ABRIL</b>	<b>MAYO</b>	<b>JUNIO</b>	<b>JULIO</b>	<b>AGOSTO</b>	<b>SEPTIEMBRE</b>	<b>OCTUBRE</b>	<b>NOVIEMBRE</b>	<b>DICIEMBRE</b>
1987	12,18	12,57	13,71	16,20	19,11	19,13	18,13	17,54	17,38	15,74	14,50	13,87
1988	13,17	12,17	11,35	11,00	10,83	10,50	10,50	10,46	10,61	11,38	11,40	12,40
1989	12,40	13,40	13,75	13,75	13,75	13,75	14,50	14,50	14,50	14,50	14,50	14,50
1990	14,50	14,50	14,50	14,50	14,52	14,63	14,65	14,65	14,65	14,65	14,65	14,67
1991	14,70	14,57	14,00	13,50	13,13	12,75	12,75	12,70	12,60	12,60	12,53	12,50
1992	12,65	12,57	12,40	12,40	12,40	12,40	12,60	13,00	13,00	13,00	13,25	13,75
1993	13,58	13,08	13,00	13,00	11,92	11,25	11,00	10,50	10,00	9,58	9,25	9,00
1994	8,92	8,67	8,00	7,92	7,58	7,50	7,50	7,35	7,35	7,35	7,35	7,35
1995	8,00	8,00	8,33	8,50	8,50	9,25	9,25	9,25	9,25	9,25	9,25	9,17

Fuente: Banco de España

## BALANZA COMERCIAL ENTRE ESPAÑA Y ALEMANIA EN MILLONES DE PESETAS

## IMPORTACIONES

AÑO	ENERO	FEBRERO	MARZO	ABRIL	MAYO	JUNIO	JULIO	AGOSTO	SEPTIEMBRE	OCTUBRE	NOVIEMBRE	DICIEMBRE
1987	755.608,71	775.126,02	784.643,33	814.160,63	833.677,94	853.195,25	872.712,56	892.229,87	911.747,18	931.264,48	950.781,79	970.299,10
1988	983.618,02	996.932,93	1.010.249,85	1.023.566,77	1.036.883,88	1.050.200,60	1.063.517,52	1.076.834,43	1.090.151,35	1.103.468,27	1.116.785,18	1.130.102,10
1989	1.149.176,25	1.168.250,00	1.187.323,75	1.206.397,50	1.225.471,25	1.244.545,00	1.263.618,75	1.282.692,50	1.301.766,25	1.320.840,00	1.339.913,75	1.358.987,50
1990	1.367.655,57	1.376.323,63	1.384.991,70	1.393.659,77	1.402.327,83	1.410.995,90	1.419.663,97	1.428.332,03	1.437.000,10	1.445.668,17	1.454.336,23	1.463.004,30
1991	1.471.545,48	1.480.086,67	1.488.627,85	1.497.169,03	1.505.710,22	1.514.251,40	1.522.792,58	1.531.333,77	1.539.874,95	1.548.416,13	1.556.957,32	1.565.498,50
1992	1.574.511,91	1.583.525,32	1.592.538,73	1.601.552,13	1.610.565,54	1.619.578,95	1.628.592,36	1.637.605,77	1.646.619,17	1.655.632,58	1.664.645,99	1.673.659,40
1993	1.667.964,51	1.662.309,62	1.656.634,73	1.650.959,83	1.645.284,94	1.639.610,05	1.633.935,16	1.628.260,27	1.622.585,38	1.616.910,48	1.611.235,59	1.605.560,70
1994	1.622.074,39	1.638.588,08	1.655.101,78	1.671.615,47	1.688.129,16	1.704.642,85	1.721.156,54	1.737.670,23	1.754.183,92	1.770.697,62	1.787.211,31	1.803.725,00
1995	1.835.879,17	1.868.033,33	1.900.187,50	1.932.341,67	1.964.495,83	1.996.650,00	2.028.804,17	2.060.958,33	2.093.112,50	2.125.266,67	2.157.420,83	2.189.575,00

## EXPORTACIONES

AÑO	ENERO	FEBRERO	MARZO	ABRIL	MAYO	JUNIO	JULIO	AGOSTO	SEPTIEMBRE	OCTUBRE	NOVIEMBRE	DICIEMBRE
1987	449.286,13	454.203,77	459.121,40	464.039,03	468.956,67	473.874,30	478.791,93	483.709,57	488.627,20	493.544,83	498.462,47	503.380,10
1988	508.171,10	512.962,10	517.753,10	522.544,10	527.335,10	532.126,10	536.917,10	541.708,10	546.499,10	551.290,10	556.081,10	560.872,10
1989	566.102,75	571.333,40	576.564,05	581.794,70	587.025,35	592.256,00	597.486,65	602.717,30	607.947,95	613.178,60	618.409,25	623.639,90
1990	634.884,34	645.896,58	656.908,83	667.921,07	678.933,31	689.945,55	700.957,79	711.970,03	722.982,28	733.994,52	745.006,76	756.019,00
1991	775.727,32	795.435,63	815.143,95	834.852,27	854.560,58	874.268,90	893.977,22	913.685,53	933.393,85	953.102,17	972.810,48	992.518,80
1992	996.186,92	999.855,03	1.003.523,15	1.007.191,27	1.010.859,38	1.014.527,50	1.018.195,62	1.021.863,73	1.025.531,85	1.029.199,97	1.032.868,08	1.036.536,20
1993	1.051.379,28	1.066.222,37	1.081.065,45	1.095.908,53	1.110.751,62	1.125.594,70	1.140.437,78	1.155.280,87	1.170.123,95	1.184.967,03	1.199.810,12	1.214.653,20
1994	1.229.299,60	1.243.946,00	1.258.592,40	1.273.238,80	1.287.885,20	1.302.531,60	1.317.178,00	1.331.824,40	1.346.470,80	1.361.117,20	1.375.763,60	1.390.410,00
1995	1.421.221,00	1.452.032,00	1.482.843,00	1.513.654,00	1.544.465,00	1.575.276,00	1.606.087,00	1.636.898,00	1.667.709,00	1.698.520,00	1.729.331,00	1.760.142,00

Fuente: Ministerio de Economía y Hacienda

## OFERTA MONETARIA ALEMANA EN MILLONES DE MARCOS

AÑO	ENERO	FEBRERO	MARZO	ABRIL	MAYO	JUNIO	JULIO	AGOSTO	SEPTIEMBRE	OCTUBRE	NOVIEMBRE	DICIEMBRE
1987	1.035.700	1.033.100	1.029.800	1.028.300	1.035.200	1.043.200	1.048.300	1.050.000	1.049.600	1.049.800	1.069.400	1.093.000
1988	1.099.000	1.097.300	1.092.700	1.090.500	1.102.000	1.110.000	1.110.000	1.115.500	1.116.600	1.121.900	1.142.100	1.166.300
1989	1.178.300	1.171.200	1.165.000	1.162.500	1.168.600	1.165.800	1.173.500	1.179.700	1.174.400	1.176.000	1.192.100	1.220.700
1990	1.233.900	1.220.100	1.211.900	1.208.200	1.213.700	1.216.900	1.398.600	1.406.000	1.415.000	1.421.200	1.427.100	1.461.400
1991	1.474.100	1.464.100	1.458.500	1.451.500	1.457.700	1.459.200	1.486.400	1.469.700	1.475.900	1.480.600	1.503.000	1.550.000
1992	1.567.800	1.561.400	1.561.000	1.559.200	1.570.400	1.581.300	1.586.200	1.601.900	1.614.800	1.630.400	1.648.900	1.685.100
1993	1.686.000	1.679.200	1.684.100	1.690.100	1.705.800	1.712.200	1.719.400	1.733.300	1.733.100	1.738.000	1.775.100	1.834.400
1994	1.878.200	1.876.000	1.873.100	1.876.200	1.886.400	1.882.600	1.877.700	1.878.100	1.871.600	1.866.400	1.860.200	1.900.500
1995	1.902.000	1.874.400	1.861.900	1.856.700	1.864.500	1.865.100	1.856.200	1.864.000	1.872.500	1.873.500	1.898.400	1.950.900

Fuente: Banco de España

**INTERES DE BONOS DEL TESORO ALEMAN CON PERÍODO DE MADURACIÓN DE 3 AÑOS**

<b>AÑO</b>	<b>ENERO</b>	<b>FEBRERO</b>	<b>MARZO</b>	<b>ABRIL</b>	<b>MAYO</b>	<b>JUNIO</b>	<b>JULIO</b>	<b>AGOSTO</b>	<b>SEPTIEMBRE</b>	<b>OCTUBRE</b>	<b>NOVIEMBRE</b>	<b>DICIEMBRE</b>
1987	5,01	4,97	4,81	4,72	4,58	4,77	5,04	5,26	6,47	5,39	4,99	4,96
1988	4,87	4,66	4,73	4,99	5,20	5,52	6,03	6,17	5,81	5,52	5,70	6,00
1989	6,46	7,02	6,89	6,83	7,16	6,95	6,73	6,97	7,28	7,54	7,82	7,66
1990	8,13	8,89	8,81	9,00	8,92	8,84	8,64	9,02	9,15	8,99	9,07	9,13
1991	9,07	8,65	8,77	8,79	8,64	8,85	9,15	8,95	8,95	8,96	8,94	8,89
1992	8,53	8,48	8,61	8,83	8,67	8,86	8,76	8,80	8,27	7,40	7,18	7,21
1993	6,89	6,57	6,14	6,22	6,20	6,29	6,01	5,79	5,67	5,47	5,16	5,07
1994	4,97	5,26	5,64	5,68	5,70	6,15	6,07	6,28	6,71	6,76	6,67	6,87
1995	6,93	6,71	6,34	5,87	5,58	5,40	5,47	5,27	4,93	4,79	4,56	4,31

Fuente: Banco de España

**PIB ALEMÁN A PRECIOS Y PODER DE COMPRA CORRIENTES EN MILES DE MILLONES DE PATRONES DE PODER DE COMPRA (PPC)**

AÑO	ENERO	FEBRERO	MARZO	ABRIL	MAYO	JUNIO	JULIO	AGOSTO	SEPTIEMBRE	OCTUBRE	NOVIEMBRE	DICIEMBRE
1987	801.500,00	804.000,00	806.500,00	809.000,00	811.500,00	814.000,00	816.500,00	819.000,00	821.500,00	824.000,00	826.500,00	829.000,00
1988	834.583,30	840.166,60	845.749,90	851.333,30	856.916,60	862.499,90	868.083,30	873.666,60	879.249,90	884.833,30	890.416,60	896.000,00
1989	902.666,60	909.333,30	916.000,00	922.666,60	929.333,30	936.000,00	942.666,60	949.333,30	956.000,00	962.666,60	969.333,30	976.000,00
1990	984.500,00	993.000,00	1.001.500,00	1.010.000,00	1.018.500,00	1.027.000,00	1.035.500,00	1.044.000,00	1.052.500,00	1.061.000,00	1.069.500,00	1.078.000,00
1991	1.095.250,00	1.112.500,00	1.129.750,00	1.147.000,00	1.164.250,00	1.181.500,00	1.198.750,00	1.216.000,00	1.233.250,00	1.250.500,00	1.267.750,00	1.285.000,00
1992	1.292.666,60	1.300.333,30	1.308.000,00	1.315.666,60	1.323.333,30	1.331.000,00	1.338.666,60	1.346.333,30	1.354.000,00	1.361.666,60	1.369.333,30	1.377.000,00
1993	1.378.083,30	1.379.166,60	1.380.249,90	1.381.333,30	1.382.416,60	1.383.499,90	1.384.583,30	1.385.666,60	1.386.749,90	1.387.833,30	1.388.916,60	1.390.000,00
1994	1.398.500,00	1.407.000,00	1.415.500,00	1.424.000,00	1.432.500,00	1.441.000,00	1.449.500,00	1.458.000,00	1.466.500,00	1.475.000,00	1.483.500,00	1.492.000,00
1995	1.493.166,60	1.494.333,30	1.495.500,00	1.496.666,60	1.497.833,30	1.499.000,00	1.500.166,60	1.501.333,30	1.502.500,00	1.503.666,60	1.504.833,30	1.506.000,00

Fuente: Banco de España



## INDICE DE PRECIOS AL CONSUMO ALEMAN (BASE 1990)

AÑO	ENERO	FEBRERO	MARZO	ABRIL	MAYO	JUNIO	JULIO	AGOSTO	SEPTIEMBRE	OCTUBRE	NOVIEMBRE	DICIEMBRE
1987	93,30	93,40	93,40	93,60	93,60	93,70	93,70	93,60	93,50	93,60	93,60	93,70
1988	94,10	94,30	94,30	94,50	94,70	94,80	94,80	94,70	94,80	94,90	95,20	95,50
1989	96,30	96,60	96,70	97,30	97,40	97,50	97,40	97,40	97,50	97,80	98,00	98,40
1990	98,90	99,30	99,30	99,50	99,70	99,80	99,80	100,10	100,40	101,20	101,00	101,10
1991	101,30	101,80	101,80	102,10	102,50	103,00	104,30	104,30	104,30	105,80	106,30	106,40
1992	107,00	107,70	108,10	108,50	108,80	109,10	109,40	109,40	109,30	109,40	109,90	110,00
1993	111,90	112,80	113,10	113,40	113,60	113,90	114,40	114,40	114,20	114,20	114,40	114,60
1994	115,50	116,20	116,30	116,40	116,70	117,00	117,30	117,50	117,30	117,20	117,30	117,50
1995	117,90	118,50	118,50	118,80	118,80	119,20	119,40	119,50	119,40	119,40	119,30	119,60

Fuente: Banco de España

**TIPO DE INTERÉS EN OPERACIONES DE INTERVENCIÓN (REDESCUENTO) EN ALEMANIA**

AÑO	ENERO	FEBRERO	MARZO	ABRIL	MAYO	JUNIO	JULIO	AGOSTO	SEPTIEMBRE	OCTUBRE	NOVIEMBRE	DICIEMBRE
1987	3,00	3,00	3,00	3,00	3,00	3,00	3,00	3,00	3,00	3,00	3,00	3,00
1988	2,50	2,50	2,50	2,50	2,50	2,50	2,50	3,00	3,50	3,50	3,50	3,50
1989	3,50	4,00	4,00	4,00	4,50	4,50	5,00	5,00	5,00	6,00	6,00	6,00
1990	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00
1991	6,00	6,00	6,50	6,50	6,50	6,50	6,50	6,50	7,50	7,50	7,50	7,50
1992	8,00	8,00	8,00	8,00	8,00	8,00	8,00	8,75	8,75	8,25	8,25	8,25
1993	8,25	8,25	8,00	7,50	7,25	7,25	7,25	6,75	6,75	6,25	5,75	5,75
1994	5,75	5,75	5,25	5,25	5,00	4,50	4,50	4,50	4,50	4,50	4,50	4,50
1995	4,50	4,50	4,50	4,00	4,00	4,00	4,00	4,00	3,50	3,50	3,50	3,50

Fuente: Banco de España

**BIBLIOGRAFÍA**

- BAJO, O. y SOSVILLA, S., Teorías del tipo de cambio: Una panorámica. *ICAE*. 1993.
- BALASSA, B., The Purchasing-Power Parity Doctrine: A Reappraisal. *J. P. E.* 72 nº 6. 1964.
- BILSON, J.F., The monetary approach to the exchange rate: Some empirical evidence. *Staff Papers I.M.F.* 1978.
- BILSON, J.F., Rational expectations and the exchange rates. *The Economic of Exchange Rates*. 1978.
- BILSON, J.F., The current experience with floating exchange rates: An appraisal of the monetary approach. *American Economic Review*. 1978.
- BILSON, J.F., The deutsche mark/dollar rate: A monetary analysis. *Policies for employment, prices and exchange rates*. 1979.
- BHANDARI, J., Exchange rate overshooting revisited. *The Manchester School*. 1982.
- BHANDARI, J., Exchange rate determination and adjustment. *Praeger Publishers*. 1981.
- Boletín Económico y Estadístico. *Ed. Banco de España*.
- Balanza de Pagos de España. *Ed. Banco de España*.

- Boletín Económico y Estadístico del Bundesbank.
- BRANSON, W.H., Exchange rate dynamics and monetary policy, *Inflation and employment in open economies*. Ed. Lindbec. 1979.
- BRANSON, W.H., Asset-market determination of exchange rates: Initial empirical and policy results. *Trade and payments adjustment under flexible exchange rates*. Ed. Martin, J.P. y Smith, A. The MacMillan Press. 1979.
- BUITER, W y MILLER, M., Monetary policy and international competitiveness: The problems of adjustment . *Oxford Economic Papers, Supplement 33*. 1981.
- BUITER, W y MILLER, M., Real Exchange rate overshooting and the output cost of bringing down inflation. *European Economics Review, Vol 18*. 1982.
- Cuentas Financieras de la Economía Española. Ed. Banco de España.
- CUMBY, R y OBSTFELD, M, A note on exchange rate exceptions and nominal interest differentials. *Journal of Finance*. 1981.
- CHIANG, A., Métodos fundamentales de economía matemática. *McGraw Hill*. 1987.
- DORNBUSCH, R., A portfolio balance model of the open economy, *Journal of monetary economics*. Enero 1975.
- DORNBUSCH, R., The theory of flexible exchange rate regimes and macroeconomics policy, *Scandinavian Journal of Economics*. 1976.
- DORNBUSCH, R., Capital mobility, flexible exchange rates and macroeconomic equilibrium, *Recent issues in international monetary economics*. 1976.

- DORNBUSCH, R., Expectations and exchange rate dynamics, *Journal of Political Economy*. 1976.
- DORNBUSCH, R., Exchange rate risk and the macroeconomics of exchange rate determination, *Internationalization of Financial Markets and National Economic Policy*. 1982.
- DORNBUSCH, R., La macroeconomía de una economía abierta, *Antoni Bosch*. 1981.
- DORNBUSCH, R., Equilibrium and disequilibrium exchange rates, *Zeitschrift für ... Wirtschafts und Sozialwissenschaften*. 1982.
- DRISKILL, R., Exchange Rate Dynamics: An Empirical Investigation. *Journal of Political Economy*. 1981.
- DRISKILL, R. y SHEFFRIN, S.M., On the mark: Comment. *The American Economic Review*. 1981.
- EDWARDS, S., Floating Exchange Rates. Expectations and New Information. *Journal of Monetary Economics*. 1981.
- FISCHER, S., Relative price variability and inflation in the United States and Germany. *European Economic Review*. 1982.
- FRANKEL, J.A., On the mark: A theory of floating exchange rates based on real interest differentials. *The American Economic Review*. 1979.
- FRANKEL, J.A., Test of rational expectations in the forward exchange market. *Southern Economic Journal*. 1980.

- FRANKEL, J.A. y FROOT, K.A., Chartistas, fundamentalistas y la demanda de dólares. *Cuadernos Económicos de ICE. Ed. Información Comercial Española*. 1988.
- FRANKEL, J.A. y MEESE, R., Are exchange rates too volatile?. *Macroeconomic annual. MIT Press*. 1987.
- FRENKEL, J., A monetary approach to the exchange rate: Doctrinal aspects and empirical evidence. *Scandinavian Journal of Economics*. 1976.
- FRENKEL, J., The collapse of purchasing power parities during the 1970's. *European Economic Review*. 1981.
- FRENKEL, J., The forward exchange rate, expectations and the demand for money: The German hiperinflation. *American Economic Review*. 1977.
- FRENKEL, J., Flexible exchange rates, prices and the role of "news": lessons from the 1970's. *Journal of Political Economy*. 1981.
- FRENKEL, J. y MUSSA, M., The efficiency of foreign exchange markets and measures of turbulence. *American Economic Review*. 1980.
- FRENKEL, J. y RODRIGUEZ, C.A., Portfolio equilibrium and the balance of payments: A monetary approach. *American Economic Review*. 1975.
- FRENKEL, J. y RODRIGUEZ, C.A., Exchange rate dynamics and the overshooting hypothesis. *Staff Papers I.M.F.* 1982.
- GAMEZ AMIAN, C., Teoría Monetaria de los Tipos de Cambio. *Universidad de Málaga. Caja de Ahorros de Antequera*. 1985.

- GAMEZ AMIAN, C., El papel de la nueva información y la eficiencia del mercado de divisas a plazo: Alguna evidencia para el tipo de cambio peseta/dolar. *Cuadernos de Economía*, vol 14. nº 39. 1986.
- GAMEZ AMIAN, C y TORRES J.L., Teoría Monetaria Internacional. *Mc Graw Hill*. 1996.
- HENDERSON, D. W., Liberalization of financial markets and the volatility of exchange rates. *Trade and Investment Relations among the United States, Canada and Japan*. *Chicago University Press*. 1989.
- HUANG, R.D., The monetary approach to the exchange rate in a efficient foreign exchange market: test based on volatility. *Journal of Finance*, vol 36. 1981.
- HUMPHREY, T., Explaining exchange rate behavior: An augmented version of the monetary approach . *Economic Review*, *Federal Reserve Bank of San Francisco*. 1981.
- ISARD, P., How far can we push the law of one price?. *The American Economic Review*. 1977.
- JOHNSTON, J., Métodos de econometría. *Vicens universidad*. 1987.
- KRUGMAN, P.R. y OBSTFELD, M., Economía Internacional. Teoría y política. *Ed. McGraw Hill*. 1995.
- LEDESMA, F., NAVARRO, M., PÉREZ, J. y SOSVILLA, S., Paridad del poder adquisitivo: Una reconsideración. *FEDEA*. 1997.

- MACDONALD, R., Long run purchasing power parity: It is form real?. *Dundee Discussion Papers in Economics* nº 29. 1991.
- MARK, N., Exchange rates and fundamentals: evidence on long-horizon predictability and overshooting . *W.P. Ohio State University*. 1993.
- MEESE, R. y SINGLETON, K., Rational expectations and the volatility of floating exchange rates. *Board of Governors of Federal Reserve System*. 1980.
- MEESE, R.A. y ROGOFF, D., Empirical exchange rate models of the seventies: do they fit out of sample?. *Journal of International Economics*. 1983.
- MEESE, R.A. y ROGOFF, D., The out off sample failure of empirical exchange rate models: Sampling error or misspecification?. *Exchange Rates and International Macroeconomics, University of Chicago*. 1983.
- MILES, M. A., Currency substitution, flexible exchange rates and monetary independence. *American Economic Review*. 1978.
- MILES, M. A., Currency substitution: Some further results and conclusions. *Southern Economic Journal*. 1981.
- MUSSA, M.L., A Dynamic Theory of Foreign Exchange. *Studies in Modern Economic Analysis: The Proceedings of the Association of University Teachers of Economics*. 1977.
- MUSSA, M.L., The Role of the Current Account in Exchange Rate Dynamics. *Discussion Paper, Univ. Chicago*. Junio 1980.



- MUTH, J., Rational expectations and the theory of price movements. *Económica* vol 29. 1961.
- NOVALES, A. *Econometria. Ed. McGraw Hill.* 1996.
- OBSTFELD, M., Relative Prices, Employment and Exchange Rate Management in an Economy with Foresight. *Discussion Paper. Dept. Econ. Columbia Univ.* 1979.
- OBSTFELD, M. y ROGOFF, K., Speculative hyperinflations in macroeconomic models: Can we rule them out?. *Journal of Political Economy*, vol 91. 1983.
- OFFICER, L.H., The Purchasing-Power Parity Theory of Exchange Rate : A Review Article. *International Monetary Fund Staff Papers.* 1976.
- PENTECOST, E. J., Econometric approaches to empirical models of exchange rate determination. *Journal of Economic Surveys.* 1991.
- PÉREZ, C. *Econometría y análisis estadístico multivariable con STATGRAPHICS. Ed. ra-ma.* 1996.
- PÉREZ, C. *Análisis estadístico con STATGRAPHICS. Técnicas básicas. Ed. ra-ma.* 1996.
- PUTMAN, B.H. y WILFORD, D.S., The Monetary Approach to International Adjustment. *Praeger Publishers.* 1978.
- RODRIGUEZ, C.A., The Role of Trade Flows in Exchange Rate Determination: A Rational Expectations Approach. *J. P. E.*, 88 nº 6. 1980.

- ROGOFF, K., Essays on expectations and exchange rate volatility. *Board of Governors of Federal Reserve*. 1979.
- SIMPSON, T.D. y PORTER, R.D., Some issues involving the definition and interpretation of the monetary aggregates. *Federal Reserve Bank of Boston Conference Series, n° 23*. 1980.
- STATGRAPHICS Plus (ver. 7). User Manual. 1993.
- STATGRAPHICS Plus (ver. 7). Examples Manual. 1993.
- STATGRAPHICS Plus (ver. 7). User Manual. 1993.
- STATGRAPHICS Plus (ver. 7). Reference Manual. 1993.
- TAYLOR, M., A dynamic model of forward foreign exchange risk, with estimates for three major exchange rates. *Manchester School*. 1988.
- TOBIN, J., The interest elasticity of transactions in foreign exchange markets. *Federal Reserve Board, International Finance Discussion Paper n° 139*. 1979.
- WESTERFIELD, J.M., A rationalization of the precautionary demand for cash. *Quarterly Journal of Economics*. 1966.
- WHITMAN, M., Global monetarism and the monetary approach to the balance of payments. *Brooking Papers on Economic Activity*. 1975.
- WILSON, Ch. A. Anticipated Shocks and Exchange Rate Dynamics. *J. P. E.* 87, n° 3. 1979.

- WOO, W.T., the monetary approach to exchange rate determination under rational expectations the dollar deutchmark rate. *Journal of International Economics*, vol 8. 1985.