

T  
1821

**Primas por Plazo y Medidas de  
Volatilidad dentro de la Estructura  
Temporal de los Tipos de Interés:  
El Mercado Interbancario de  
Depósitos Español**

Tesis Doctoral



**M<sup>a</sup> Dolores Robles Fernández**  
Director: **Rafael Flores de Frutos**

Universidad Complutense de Madrid  
Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales  
Departamento de Economía Cuantitativa

1999

*A mis padres*

## Agradecimientos

Existen pocas ocasiones tan propicias como ésta para reconocer las deudas contraídas y mostrar la gratitud por la confianza, apoyo y amistad recibida. Durante la elaboración de esta Tesis Doctoral he conocido a muchas personas que, de alguna manera, han contribuido a la realización de la misma. Estas líneas van dirigidas a todas ellas.

Sin lugar a dudas, este trabajo no habría sido posible sin la excelente labor de dirección del profesor D. Rafael Flores de Frutos. Sus comentarios y sugerencias han contribuido enormemente no sólo al desarrollo del proyecto, sino que han tenido especial importancia en mi formación dentro del Análisis Económico. Mi deuda con él va más allá de la realización de este trabajo.

Del mismo modo, agradezco especialmente los comentarios y sugerencias de M. Gracia, J. del Hoyo, D. Peña, J. I. Peña y A. B. Treadway, que han contribuido a mejorar el contenido de esta Tesis.

Estoy en deuda con José de Hevia y Juan Ángel Lafuente, cuyo afán por meter el dedo en la llaga me ha permitido ampliar y mejorar el contenido del Capítulo V. Del mismo modo, gracias a Jesús Ruiz por aburrirse en sus viajes en tren.

También quiero agradecer la paciencia de Pilar Abad y José Luis Fernández, quienes han revisado los sucesivos borradores de esta Tesis y cuyos comentarios la han enriquecido en gran medida. Gracias por la ayuda prestada. Para vosotros todo mi afecto.

Mi gratitud es especialmente entrañable para todos mis compañeros del Departamento de Fundamentos del Análisis Económico de la UEM, especialmente Nieves San Emetereo, M<sup>a</sup> José Moral y Juan Ángel Jiménez, por su apoyo moral y por su amistad. Tampoco quiero olvidar a Teresa García, David Vicente y Manuel Núñez, junto a quienes se inició mi interés por la Economía Financiera en los cursos de doctorado de la U. Carlos III.

Quiero expresar mi reconocimiento a la ayuda que me ha proporcionado el Instituto Complutense de Análisis Económico (ICAE) poniendo a mi disposición el material necesario para la elaboración de esta Tesis en las primeras etapas de la misma. Del mismo modo, quiero agradecer la financiación de la Fundación Caja de Madrid y el apoyo prestado por la Universidad Europea de Madrid.

En el ámbito personal, quiero hacer patente la deuda contraída con mis compañeras de andanzas, Ana, Paloma, Marisa y Marta, quienes han estado a mi lado en todo momento a pesar del poco tiempo que hemos podido compartir últimamente. También, señalar la importancia que ha tenido para mí el apoyo y estímulo constante de Ewok.

Para finalizar dejo lo más importante: el apoyo incondicional que he recibido en todo momento de mis padres, Gines y Juana; mis hermanos, Dori,

Manoli, Juana, Feli, Gine y Pablo; mis sobrinos, Raquel, Rocío, Rebeca, Raúl, Eva, Maite y Eduardo; y mis cuñados, Manolo, Nicolás y Ricardo, sin olvidar a Boni, mi fiel amigo. A todos ellos va dedicado este trabajo. Perdón por el tiempo que no hemos compartido.

Lola.

Octubre, 1999.

# Índice

<b>Índice de abreviaturas</b> .....	vi
<b>Capítulo I: Introducción</b> .....	1
<b>Capítulo II: Estructura Temporal de los Tipos de Interés</b> .....	11
II.1. Introducción .....	11
II.2. Conceptos básicos .....	14
II.2.1.- Curva de tipos de interés y estructura temporal ...	15
II.2.2.- Primas por plazo .....	18
II.3. Hipótesis explicativas de la ETTI .....	19
II.3.1.- Hipótesis de las Expectativas .....	20
II.3.2.- Hipótesis del Hábitat Preferido (expectativas modificadas)	22
II.4. Modelos Teóricos para la ETTI .....	24
II.4.1.- Enfoque macroeconómico .....	24
II.4.2.- Enfoque financiero .....	26

---

II.5. Análisis empírico de la ETTI .....	30
II.5.1.- Contraste de la Hipótesis de las Expectativas .....	31
II.5.2.- Análisis de las primas por plazo .....	39
II.6. Resumen y conclusiones .....	44

## **Capítulo III: Estimación Multivariante de las Primas por Plazo y Análisis de la Relación Prima-Riesgo en el Mercado Interbancario Español .....**

47

III.1. Introducción .....	47
III.2. Estimación y análisis de las primas por plazo .....	50
III.2.1.- Procedimiento estándar .....	51
III.2.2.- Procedimiento multivariante estocástico .....	53
III.3. Estimación de las primas por plazo en el Mercado Interbancario Español .....	59
III.3.1.- Datos y variables .....	60
III.3.2.- Estimación de las primas .....	63
III.3.3.- Comparación con el método estándar .....	66
III.4. Evaluación del efecto de los determinantes de las primas por plazo: la relación prima-riesgo .....	68
III.5. Riesgo y el Mercado Interbancario Español .....	70
III.5.1.- Medida del riesgo .....	71
III.5.2.- Plan de trabajo y modelos VARMA .....	73
III.5.3.- Riesgo y estimación de las primas .....	75
III.6. Resumen y conclusiones .....	75
Apéndice III.A .....	79

Apéndice III.B .....	82
Sección 1 .....	82
Sección 2 .....	86
Sección 3 .....	89
Sección 4 .....	91
Apéndice III.C .....	98

## **Capítulo IV: Medidas de Volatilidad** .....

IV.1. Introducción .....	99
IV.2. Medidas de volatilidad .....	102
IV.2.1.- Medidas simples .....	103
IV.2.1.1.- Volatilidad Histórica (VH) .....	104
IV.2.1.2.- Medida de Fama (FA) .....	105
IV.2.1.3.- Suavizado Exponencial (EX) .....	105
IV.2.1.4.- Medida de Luce (LU) .....	106
IV.2.2.- Medidas estructuradas .....	107
IV.2.2.1.- Modelos tipo GARCH .....	108
IV.2.2.1.1.- Modelo ARCH(q) .....	109
IV.2.2.1.2.- Modelo GARCH(p,q) .....	110
IV.2.2.1.3.- Modelos GARCH asimétricos .....	111
IV.2.2.1.4.- Modelo PAAV-GARCH .....	113
IV.2.2.1.5.- Modelos GARCH en media .....	115
IV.2.2.2.- Modelos de regresión .....	116
IV.2.2.2.1.- Modelo de Schwert (SW) .....	116
IV.2.2.2.2.- Modelo de Pagan y Schwert (PS) .....	117

IV.2.3.- Otras medidas .....	118
IV.2.3.1.- Modelos de volatilidad estocástica ....	118
IV.2.3.2.- Modelos no paramétricos .....	119
IV.2.3.3.- Volatilidad implícita (VI) .....	120
IV.2.3.4.- Medidas basadas en datos de corte transversal	121
IV.3. Comparación de medidas y modelos de volatilidad .....	121
IV.4. Conclusiones .....	126

## **Capítulo V: Análisis Comparativo de distintas Medidas de Volatilidad a Través de la Relación Prima-Riesgo en el Mercado Interbancario Español .....**

V.1. Introducción .....	127
V.2. Medidas de Volatilidad a analizar .....	131
V.3. Metodología .....	138
V.4. Estimación de las medidas de volatilidad .....	139
V.5. Resultados de la comparación de las medidas de volatilidad	145
V.5.1.- Resultados del ejercicio de previsión .....	146
V.5.2.- Comparación de las propiedades de las primas ..	148
V.6. Mínimo Coste de Oportunidad Medio .....	150
V.6.1.- Resultados de la Aplicación del criterio COM ....	152
V.7. Resumen y conclusiones .....	153
Apéndice V.A .....	156
Apéndice V.B .....	158
Sección 1 .....	158

---

Sección 2 .....	165
Sección 3 .....	169
Sección 4 .....	171
Sección 5 .....	176
<b>Capítulo VI: Conclusiones</b> .....	178
<b>Bibliografía</b> .....	189
<b>Anexo de datos</b> .....	204

# Índice de abreviaturas

COM	Coste de Oportunidad Medio
ETTI	Estructura Temporal de los Tipos de Interés
EX	Suavizado Exponencial
FA	Medida de Fama (1976a)
GJR	Medida de Glosten, Jagannathan y Runkle (1993)
HE	Hipótesis de las Expectativas
LU	Medida de Luce (1980)
MIBOR	<i>Madrid Interbank Offered Rate</i>
MIDE	Mercado Interbancario de Depósitos Español
PGD	Proceso Generador de Datos
PS	Medida de Pagan y Schwert (1990)
RECM	Raíz del Error Cuadrático Medio en términos porcentuales
SV	Volatilidad Estocástica
SW	Medida de Schwert (1989)
U	Estadístico U de Theil
VH	Volatilidad Histórica
VI	Volatilidad Implícita

## VARIABLES

### Tipos de interés

$r_{30_t}$	Tipo de interés a 30 días compuesto en tiempo continuo
$r_{15_t}$	Tipo de interés a 15 días compuesto en tiempo continuo
$r_{7_t}$	Tipo de interés a 7 días compuesto en tiempo continuo
$r_{1_t}$	Tipo de interés a 1 días compuesto en tiempo continuo

$s_{30_t}$	Tipo de interés a 30 días, capitalización simple
$s_{15_t}$	Tipo de interés a 15 días, capitalización simple
$s_{7_t}$	Tipo de interés a 7 días, capitalización simple
$s_{1_t}$	Tipo de interés a 1 días, capitalización simple
$s_{3015_t}$	$r_{30_t} - r_{15_t}$
$s_{157_t}$	$r_{15_t} - r_{7_t}$
$s_{71_t}$	$r_{7_t} - r_{1_t}$
$s_{11_t}$	$r_{1_t} - r_{1_{t-1}}$

### Primas por plazo

$\pi_{t,1}$	Prima por plazo implícita en el tipo a 2 periodos respecto al tipo a 1
$\pi_{t,15}$	Prima por plazo implícita en el tipo a 30 días respecto al tipo a 15
$\pi_{t,7}$	Prima por plazo implícita en el tipo a 15 días respecto al tipo a 7

### Medidas de volatilidad

$v_{3015_t}$	$ r_{30_t} - r_{15_t} ^{0.5}$
$v_{157_t}$	$ r_{15_t} - r_{7_t} ^{0.5}$
$v_{71_t}$	$ r_{7_t} - r_{1_t} ^{0.5}$
$v_{11_t}$	$ r_{1_t} - r_{1_{t-1}} ^{0.5}$
AR3015 <sub>t</sub>	Medida estimada con el modelo ARCH sobre $s_{3015_t}$
AR157 <sub>t</sub>	Medida estimada con el modelo ARCH sobre $s_{157_t}$
AR71 <sub>t</sub>	Medida estimada con el modelo ARCH sobre $s_{71_t}$
AR11 <sub>t</sub>	Medida estimada con el modelo ARCH sobre $s_{11_t}$
EX3015 <sub>t</sub>	Suavizado Exponencial sobre $s_{3015_t}$
EX157 <sub>t</sub>	Suavizado Exponencial sobre $s_{157_t}$
EX71 <sub>t</sub>	Suavizado Exponencial sobre $s_{71_t}$
EX11 <sub>t</sub>	Suavizado Exponencial sobre $s_{11_t}$
FA3015 <sub>t</sub>	Medida de Fama sobre $s_{3015_t}$
FA157 <sub>t</sub>	Medida de Fama sobre $s_{157_t}$
FA71 <sub>t</sub>	Medida de Fama sobre $s_{71_t}$
FA11 <sub>t</sub>	Medida de Fama sobre $s_{11_t}$
GA3015 <sub>t</sub>	Medida estimada con el modelo GARCH sobre $s_{3015_t}$
GA157 <sub>t</sub>	Medida estimada con el modelo GARCH sobre $s_{157_t}$
GA71 <sub>t</sub>	Medida estimada con el modelo GARCH sobre $s_{71_t}$
GA11 <sub>t</sub>	Medida estimada con el modelo GARCH sobre $s_{11_t}$
GJR3015 <sub>t</sub>	Medida estimada con el modelo GJR-GARCH sobre $s_{3015_t}$
GJR157 <sub>t</sub>	Medida estimada con el modelo GJR-GARCH sobre $s_{157_t}$
GJR71 <sub>t</sub>	Medida estimada con el modelo GJR-GARCH sobre $s_{71_t}$
GJR11 <sub>t</sub>	Medida estimada con el modelo GJR-GARCH sobre $s_{11_t}$

LU3015 <sub>t</sub>	Medida de Luce (1980) sobre s3015 <sub>t</sub>
LU157 <sub>t</sub>	Medida de Luce (1980) sobre s157 <sub>t</sub>
LU11 <sub>t</sub>	Medida de Luce (1980) sobre s71 <sub>t</sub>
LU11 <sub>t</sub>	Medida de Luce (1980) sobre s11 <sub>t</sub>
PS3015 <sub>t</sub>	Medida de Pagan y Schwert (1990) sobre s3015 <sub>t</sub>
PS157 <sub>t</sub>	Medida de Pagan y Schwert (1990) sobre s157 <sub>t</sub>
PS11 <sub>t</sub>	Medida de Pagan y Schwert (1990) sobre s71 <sub>t</sub>
PS11 <sub>t</sub>	Medida de Pagan y Schwert (1990) sobre s11 <sub>t</sub>
SW3015 <sub>t</sub>	Medida de Schwert (1989) sobre s3015 <sub>t</sub>
SW157 <sub>t</sub>	Medida de Schwert (1989) sobre s157 <sub>t</sub>
SW11 <sub>t</sub>	Medida de Schwert (1989) sobre s71 <sub>t</sub>
SW11 <sub>t</sub>	Medida de Schwert (1989) sobre s11 <sub>t</sub>
TA3015 <sub>t</sub>	Medida estimada con el modelo TARARCH sobre s3015 <sub>t</sub>
TA157 <sub>t</sub>	Medida estimada con el modelo TARARCH sobre s157 <sub>t</sub>
TA11 <sub>t</sub>	Medida estimada con el modelo TARARCH sobre s71 <sub>t</sub>
TA11 <sub>t</sub>	Medida estimada con el modelo TARARCH sobre s11 <sub>t</sub>
VH3015 <sub>t</sub>	Volatilidad Histórica sobre s3015 <sub>t</sub>
VH157 <sub>t</sub>	Volatilidad Histórica sobre s157 <sub>t</sub>
VH71 <sub>t</sub>	Volatilidad Histórica sobre s71 <sub>t</sub>
VH11 <sub>t</sub>	Volatilidad Histórica sobre s11 <sub>t</sub>

### MODELOS VARMA

M1	Modelo para el vector (s3015 <sub>t</sub> , s157 <sub>t</sub> , s71 <sub>t</sub> , s11 <sub>t</sub> )'
MV	Modelo que incluye alguna medida de volatilidad
M21	Modelo para el vector (s3015 <sub>t</sub> , s157 <sub>t</sub> , s71 <sub>t</sub> , s11 <sub>t</sub> , v11 <sub>t</sub> )'
M22	Modelo para el vector (s3015 <sub>t</sub> , s157 <sub>t</sub> , s71 <sub>t</sub> , s11 <sub>t</sub> , v3015 <sub>t</sub> )'
M23	Modelo para el vector (s3015 <sub>t</sub> , s157 <sub>t</sub> , s71 <sub>t</sub> , s11 <sub>t</sub> , v157 <sub>t</sub> )'
M24	Modelo para el vector (s3015 <sub>t</sub> , s157 <sub>t</sub> , s71 <sub>t</sub> , s11 <sub>t</sub> , v71 <sub>t</sub> )'
M25	Modelo para el vector (s3015 <sub>t</sub> , s157 <sub>t</sub> , s71 <sub>t</sub> , s11 <sub>t</sub> , v11 <sub>t</sub> , v3015 <sub>t</sub> , v157 <sub>t</sub> )'
M26	Modelo para el vector (s3015 <sub>t</sub> , s157 <sub>t</sub> , s71 <sub>t</sub> , s11 <sub>t</sub> , v3015 <sub>t</sub> , v157 <sub>t</sub> )'
MEX	Modelo para el vector (s3015 <sub>t</sub> , s157 <sub>t</sub> , s71 <sub>t</sub> , s11 <sub>t</sub> , EX11 <sub>t</sub> , EX71 <sub>t</sub> )'
MFA	Modelo para el vector (s3015 <sub>t</sub> , s157 <sub>t</sub> , s71 <sub>t</sub> , s11 <sub>t</sub> , FA11 <sub>t</sub> , FA157 <sub>t</sub> )'
MGJR	Modelo para el vector (s3015 <sub>t</sub> , s157 <sub>t</sub> , s71 <sub>t</sub> , s11 <sub>t</sub> , GJR11 <sub>t</sub> ,
GJR3015 <sub>t</sub> )'	
MLU	Modelo para el vector (s3015 <sub>t</sub> , s157 <sub>t</sub> , s71 <sub>t</sub> , s11 <sub>t</sub> , LU3015 <sub>t</sub> , LU157 <sub>t</sub> )'
MPS	Modelo para el vector (s3015 <sub>t</sub> , s157 <sub>t</sub> , s71 <sub>t</sub> , s11 <sub>t</sub> , PS11 <sub>t</sub> , PS3015 <sub>t</sub> )'
MSW	Modelo para el vector (s3015 <sub>t</sub> , s157 <sub>t</sub> , s71 <sub>t</sub> , s11 <sub>t</sub> , SW11 <sub>t</sub> , SW3015 <sub>t</sub> )'
MVH	Modelo para el vector (s3015 <sub>t</sub> , s157 <sub>t</sub> , s71 <sub>t</sub> , s11 <sub>t</sub> , VH11 <sub>t</sub> , VH3015 <sub>t</sub> )'

# Capítulo I

## Introducción

El análisis de los mercados financieros es uno de los temas que ha recibido más atención en los últimos tiempos. Estos mercados se encuentran en continua expansión, tanto en términos de la variedad de activos que se intercambian, como del volumen de recursos que en ellos se negocia y juegan un papel crucial en la estabilidad y el crecimiento de la economía. Como consecuencia, su investigación ha experimentado un fuerte desarrollo.

Entre los temas que más interés suscitan destaca la Estructura Temporal de los Tipos de Interés (ETTI), esto es, la relación existente entre los tipos de interés de activos que sólo difieren en el plazo de vencimiento. El motivo se encuentra en que entender la ETTI es vital tanto para las autoridades monetarias como para los inversores individuales. Primero, su estudio es básico para el diseño de la política monetaria, pues mientras que el Banco Central interviene los tipos a corto plazo, los agentes toman sus decisiones de ahorro e inversión basándose en tipos a más largo plazo. Segundo, conocer los determinantes de la ETTI es muy importante para los inversores, ya que éstos la utilizan para la valoración de

activos financieros y para el diseño de estrategias de cobertura de riesgos.

El número de trabajos en los que se ha abordado el análisis de la ETTI desde el punto de vista académico es enorme. Melino (1988), Shiller (1990), Vetzal (1994), Pagan, Hall y Martin (1996) o Campbell, Lo y McKinlay (1997) proporcionan excelentes revisiones de la literatura.

En la mayoría de estos análisis se trata de determinar cuál de las teorías o hipótesis explica mejor el comportamiento de los tipos. Las teorías de las Expectativas, del Hábitat Preferido, de la Preferencia por la Liquidez o de la Segmentación son consideradas clásicas en esta literatura. En todas ellas las primas por plazo, definidas como la diferencia entre los rendimientos de estrategias de inversión equivalentes en el plazo de vencimiento, juegan un papel básico. Según la Teoría de las Expectativas las primas son iguales a cero o a una constante, mientras que para la Teoría del Hábitat Preferido pueden ser positivas o negativas, dependiendo de los hábitats de los inversores. En la Teoría de la Preferencia por la Liquidez, los agentes prefieren siempre el corto plazo, por lo que las primas son positivas y crecen con él. Por último, según la Teoría de la Segmentación los tipos se forman en mercados independientes, por lo que la existencia o no de primas es irrelevante.

El resultado empírico más común ha sido el rechazo de la Hipótesis de las Expectativas, el cual se atribuye a la existencia de primas por plazo variables. Este resultado ha motivado la investigación y el desarrollo de métodos de estimación de las primas y el análisis de las fuentes de su variabilidad.

Las primas no son observables, pues dependen de las expectativas de los inversores sobre los tipos de interés futuros, por ello, su análisis requiere su estimación previa. En la literatura se han utilizado distintos procedimientos de estimación, siendo el más habitual el método indirecto propuesto por Kessel

(1965). Dicho método parte de dos supuestos que permiten una estimación consistente de la prima: (1) supuesto de expectativas racionales y (2) la existencia de una ecuación lineal que relaciona la prima con sus posibles determinantes. Jones y Roley (1983), Engle, Lilién y Robins (1987) o Freixas y Novales (1992) son algunos ejemplos de este tipo de análisis.

Una vez estimadas las primas, la cuestión relevante es determinar qué factores están detrás de su variabilidad. En la literatura se ha analizado la relación de las primas con variables como el riesgo, la tasa de crecimiento de la economía, el índice de producción industrial, el nivel de los tipos de interés, etc. Los resultados obtenidos no son concluyentes, pues no siempre se encuentra relación entre dichas variables y la prima.

De todos los posibles determinantes de las primas es el riesgo el que ha recibido más atención. Dado que no es observable, se suele aproximar con alguna medida de la volatilidad de los tipos. Por ejemplo, Engle, Liliens y Robins (1987) utilizan la estimación ARCH de la volatilidad condicional, Freixas y Novales (1982) utilizan la volatilidad histórica y Fama (1976a, 1976b) utiliza una transformación de esta última.

Generalmente, se detectan efectos significativos del riesgo sobre la prima. Sin embargo, los métodos de análisis utilizados, tanto para la estimación de las primas como para la evaluación de sus determinantes, no consideran la posibilidad de que las variables relacionadas con los tipos de interés presenten relaciones dinámicas. Por ello, cabe plantearse las siguientes cuestiones: ¿tiene algún efecto sobre la estimación de las primas no prestar suficiente atención a la dinámica entre esas variables? ¿Es adecuado el procedimiento de estimación indirecta en este caso? ¿Cambiarían las conclusiones sobre las primas y la importancia del riesgo si se incorporan al análisis tales relaciones dinámicas?.

La respuesta a estos interrogantes constituye el primer objetivo de esta Tesis Doctoral. Para ello, se propone un método de estimación de las primas que tiene en cuenta las posibles relaciones dinámicas existentes en el conjunto de información y que engloba al enfoque clásico como un caso particular. Con él se analizan las primas por plazo del Mercado Interbancario de Depósitos Español (MIDE).

El segundo objetivo de la Tesis aborda el problema de la evaluación de la importancia de una variable en la determinación de las primas. En un contexto estático, tal evaluación sólo requiere incorporar la variable correspondiente a la ecuación de comportamiento de la prima y efectuar un contraste de significatividad sobre el coeficiente asociado. En presencia de dinámica en el conjunto de información el problema se complica. Para solucionarlo, se propone y desarrolla un método alternativo basado en la estimación multivariante de las primas. Dicho procedimiento se utiliza para el análisis de la relación “prima-riesgo” en el MIDE.

Por último, el tercer objetivo tiene que ver con la selección de la medida de riesgo previa al análisis de la contribución de éste en la determinación de la prima. El riesgo se aproxima generalmente con alguna medida de la volatilidad de los tipos. Sin embargo, al igual que la prima, la volatilidad tampoco es observable y no existe una forma indiscutible de medirla. La mayoría de los métodos propuestos en la literatura consideran que se trata de un proceso que evoluciona de manera aleatoria en el tiempo y que es susceptible de ser estimado. Esto abre nuevos interrogantes a la hora de analizar el efecto del riesgo sobre la prima: ¿Son similares todas las medidas de volatilidad propuestas? ¿Es irrelevante la elección concreta de una de ellas? Y si no es así ¿cuál es la más adecuada?.

Los trabajos que han tratado la elección de la medida de volatilidad han utilizado dos criterios diferentes. Unos seleccionan la medida más apropiada según

su capacidad para captar las regularidades empíricas de los rendimientos: agrupamiento de la volatilidad, efectos asimétricos, etc. Bollerslev, Chu y Kroner (1992), Bollerslev, Engle y Nelson (1994) y Taylor (1994) proporcionan revisiones de la literatura que parte de este criterio. Otros eligen la medida que mejor prevé la volatilidad futura. Algunos ejemplos en esta línea son los trabajos de Akgiray (1989), Pagan y Schwert (1990) o Kim y Kon (1994).

Ambos criterios presentan un problema básico: la volatilidad no es observable, por tanto ¿con qué comparar para determinar cuál es el mejor modelo?. Generalmente, se utiliza como punto de referencia una medida alternativa a las que se están estudiando, lo que incorpora un elemento arbitrario en el análisis que puede condicionar los resultados finales.

En esta Tesis se propone un criterio alternativo para la elección de la medida de volatilidad: su capacidad para prever los tipos de interés. Con él se analizan las medidas de volatilidad más frecuentes en finanzas, entre las que se encuentran la volatilidad histórica y las medidas tipo GARCH.

También, dentro del tercer objetivo, se propone una extensión del análisis motivada por la crítica a los criterios basados en medidas del error de previsión (RECM, U de Theil, etc.) realizada por Leitch y Tanner (1991, 1995). Estos autores indican que esos criterios no conducen necesariamente al modelo que proporciona más beneficios. Por ello, como una primera aproximación a este tema, se desarrolla un criterio basado en una estrategia de inversión concreta dentro de la ETTI que mide los costes potenciales del uso de cada medida de volatilidad en la previsión de los tipos de interés. Se selecciona como mejor modelo el que tenga un menor coste de oportunidad asociado.

El desarrollo de estos tres objetivos se realiza a lo largo de los seis capítulos que forman esta Tesis Doctoral. En los capítulos II, y III se desarrollan

los objetivos 1 y 2 anteriormente expuestos. En los capítulos IV y V se desarrolla el tercer objetivo. Por último, en el Capítulo VI se muestran las principales conclusiones. La Tesis termina con un Anexo en el que se muestran los datos utilizados para realizar los análisis empíricos. A continuación se esboza brevemente el contenido de cada uno de los capítulos.

El **Capítulo II**, “Estructura temporal de los tipos de interés”, tiene como objetivo encuadrar el análisis de la ETTI propuesto en la Tesis dentro de la literatura. Para ello, se exponen los principales aspectos estudiados por los trabajos que han abordado el tema tanto desde el punto de vista teórico como empírico. Más que una exploración minuciosa de la enorme cantidad de trabajos existentes sobre la ETTI, la intención es mostrar los rasgos principales de los distintos enfoques y destacar los resultados obtenidos con cada uno de ellos. El capítulo empieza con una exposición de los conceptos y definiciones básicos, a partir de los cuales se muestran las principales teorías o hipótesis explicativas de la ETTI.

El énfasis se pone en el análisis empírico de la estructura temporal. Se muestran las diferentes metodologías empleadas en el contraste de las hipótesis explicativas de la ETTI y en el análisis de las primas por plazo y de sus determinantes.

En el **Capítulo III**, “Estimación multivariante de las primas por plazo y análisis de la relación prima-riesgo en el Mercado Interbancario Español”, se describen los procedimientos empíricos habituales para la estimación y análisis de las primas por plazo, destacando sus limitaciones. Se muestra cómo la especificación de ecuaciones de comportamiento estáticas para la prima en contextos en los que existen relaciones dinámicas entre las variables del conjunto de información, implica una serie de restricciones que dan como resultado una estimación inadecuada de la prima.

---

Partiendo de esta crítica, se propone un método de estimación alternativo que no necesita la especificación *a priori* de una ecuación de comportamiento y que engloba al procedimiento estándar como un caso particular. El método permite recoger todas las relaciones dinámicas entre los determinantes de la prima y detectar factores comunes no estacionarios.

En este capítulo también se propone y desarrolla una metodología que permite evaluar, en contextos dinámicos, la importancia de una variable en el comportamiento de la prima. Dicho método se basa en la comparación de las primas estimadas incluyendo la variable en cuestión en el conjunto de información con las estimadas excluyéndola de dicho conjunto

Ambos procedimientos, estimación de primas y evaluación del efecto de sus determinantes, se ilustran con la estimación de algunas primas por plazo del MIDE: la implícita en el tipo a 30 días frente al tipo a 15 días y la implícita en este último frente al tipo a 7 días. Los resultados obtenidos ponen de manifiesto la presencia de relaciones dinámicas entre todas las variables del conjunto de información considerado. Las primas por plazo estimadas son estacionarias, con media positiva y cambian de signo frecuentemente. Este resultado apoya la teoría del Hábitat Preferido y coincide con el encontrado por Ayuso, Novales y de la Torre (1991).

Posteriormente, se evalúa la importancia relativa del riesgo en la explicación de su comportamiento. Para ello se aproxima el riesgo con la familia de medidas de volatilidad propuestas por Luce (1980), las cuales son fáciles de calcular y no dependen del proceso generador de expectativas. Según los resultados, el riesgo es relevante no sólo para explicar la variabilidad de las primas por plazo del MIDE, sino para explicar y ayudar a prever los tipos de interés de ese mercado. La no inclusión del riesgo dentro del conjunto de información modifica de forma significativa las propiedades estadísticas de las primas

estimadas, sesgando la estimación de los momentos de sus distribuciones marginales.

En el **Capítulo IV**, “Medidas de volatilidad”, se exponen los principales modelos planteados para medir la volatilidad y para aproximar el concepto de riesgo. El interés se centra en los modelos univariantes que utilizan la propia historia de las variables como conjunto de información relevante.

Los distintos métodos se agrupan en dos grandes bloques: medidas simples y medidas estructuradas. Las primeras no necesitan de un proceso generador de los datos (PGD). Las predicciones se construyen sin hacer explícito un modelo para la evolución de los precios de los activos. Frente a este primer grupo, las medidas estructuradas se obtienen en modelos que formulan conjuntamente un PGD para los rendimientos y para su volatilidad. En este capítulo se hace hincapié en las diferencias y similitudes existentes entre estos dos grupos de medidas así como en las ventajas y limitaciones de cada una de ellas.

Tras haber resaltado la gran cantidad de métodos disponibles para medir la volatilidad, en el **Capítulo V**, “Análisis comparativo de distintas medidas de volatilidad a través de la relación prima-riesgo en el Mercado Interbancario Español”, se realiza un análisis comparativo de todos ellos. Se comparan las medidas de volatilidad según su capacidad para prever el comportamiento de los tipos de interés. En particular, se explota la relación existente entre la volatilidad y las primas por plazo dentro de la ETTI, la cual se utiliza como instrumento para realizar la comparación.

La volatilidad se mide con diez modelos diferentes, entre los que se encuentran los más frecuentes en finanzas: volatilidad histórica, suavizado exponencial, medida de Fama (1976a), modelo de Luce (1980), modelos ARCH, GARCH, GJR-GARCH, TARCH, modelo de Schwert (1989) y de Pagan y

Schwert (1990). Se muestra la relación entre todos ellos y un modelo más general, en el que la volatilidad es una suma ponderada del valor absoluto de los rendimientos elevados a un cierto exponente.

El principal objetivo es determinar si el hecho de utilizar métodos diferentes para medir el riesgo varía las conclusiones obtenidas sobre las primas por plazo. Se comparan las medidas de volatilidad en términos de su capacidad para prever el comportamiento de los tipos de interés relevantes en la definición de las primas. El análisis se lleva a cabo utilizando las metodologías propuestas en el Capítulo III para estimar las primas y para evaluar la importancia del riesgo en contextos dinámicos.

Los resultados del capítulo indican que no todas las medidas recogen de la misma manera la información relevante sobre el comportamiento de las primas. Frente a la evidencia encontrada por otros autores, como Engle, Lilien y Robins (1987) o Ayuso, Novales y de la Torre (1992), las medidas tipo GARCH no explican las primas, pues no ayudan a prever los tipos de interés.

El resto de medidas analizadas sí tiene información relevante, pues la omisión de cualquiera de ellas sesga la estimación de los momentos marginales de las primas. Las medidas que proporcionan los mejores resultados son las más sencillas de calcular, destacando entre todas ellas la medida Luce (1980). El resto no tiene información relevante para la previsión de esos tipos.

Como extensión del análisis, se explora un criterio alternativo para comparar entre modelos de previsión que consiste en elegir el modelo con menor Coste de Oportunidad Medio (COM). También este criterio indica que son mejores los modelos simples. Para el plazo 15 frente a 7 días los modelos que incluyen la medida de Luce (1980), el suavizado exponencial y la medida de Pagan y Schwert (1990) son los que tienen un menor coste de oportunidad,

mientras que para el plazo 30 frente a 15 días sólo con el suavizado exponencial este coste es menor que el del modelo sin volatilidad.

Todos estos resultados se recogen en el **Capítulo VI**, en el que se exponen, además, el resto de resultados obtenidos a lo largo de toda la Tesis y se extraen las principales conclusiones. Adicionalmente se proponen algunas extensiones y posibles líneas de investigación que han ido surgiendo en el desarrollo de esta investigación.

## **Capítulo II**

# **Estructura Temporal de los Tipos de Interés**

### **II.1. INTRODUCCIÓN**

A diferencia del supuesto de partida de muchos modelos económicos, en la economía real podemos encontrar múltiples tipos de interés sobre los que los agentes basan sus decisiones de inversión. Esta gama de tipos pone de manifiesto la variedad de activos financieros existente, los cuales se diferencian por aspectos tales como el organismo emisor, el riesgo de impago, las provisiones de convertibilidad, el plazo de vencimiento, el tratamiento fiscal, etc. Sin embargo, las diferencias entre tipos de interés que comparten las mismas características y se generan en un mismo mercado se deben exclusivamente al diferente plazo de vencimiento asociado a cada uno de ellos.

Esta relación se denomina Estructura Temporal de los Tipos de Interés (ETTI) y supone que el rendimiento de los activos que sólo se diferencian en el plazo es una función de su fecha de vencimiento. La información que contiene es

útil desde varios enfoques diferentes. Desde el punto de vista macroeconómico el interés es inmediato. Mientras que las autoridades monetarias controlan los tipos a más corto plazo, las decisiones de ahorro e inversión de los agentes económicos dependen de los tipos a largo. Por ello, conocer los determinantes de la ETTI permite comprender el impacto de la política monetaria en la economía, así como sus mecanismos de transmisión. Desde el punto de vista de las finanzas, el análisis de la ETTI es de especial importancia ya que permite la valoración de gran cantidad de activos financieros así como el diseño de estrategias de cobertura de riesgos.

Para su estimación generalmente se consideran instrumentos de deuda pública como pueden ser las Letras y Bonos del Tesoro, para plazos de vencimiento superiores a un año, o bien los tipos de interés del mercado interbancario para plazos inferiores al año. Estos activos están especialmente indicados para este análisis, pues para ellos el riesgo de impago es prácticamente despreciable. Los depósitos interbancarios y Letras del Tesoro se emiten al descuento, es decir, prometen un único pago al final de la vida del activo. El resto de instrumentos de deuda pagan cupones entre la fecha de emisión y la de vencimiento, por lo que los tipos observados en el mercado no reflejan el rendimiento final del activo. Por ello, es necesario corregir los tipos observados de tal sesgo de cupón. Del mismo modo, en algunos casos es preciso interpolar los tipos de interés correspondientes a plazos no comercializados para obtener la estructura temporal completa.

En cuanto al análisis de los determinantes de la ETTI, existe una cierta separación entre los estudios que parten de un enfoque macroeconómico y los que lo hacen desde el punto de vista de las finanzas. La literatura macroeconómica se centra en la búsqueda de los determinantes de la ETTI en dos direcciones: (1) a través del análisis de las primas por plazo y su relación con el resto de variables

de la economía y (2) a través del análisis de las relaciones entre los tipos de interés al contado y los tipos futuros. Generalmente el objetivo es contrastar las diferentes hipótesis teóricas establecidas sobre la ETTI: Expectativas, Hábitat Preferido, Preferencia por la Liquidez o Segmentación. La literatura financiera se interesa por llegar a fórmulas de valoración para los bonos a partir de las cuales determinar el comportamiento de la estructura temporal.

El objetivo del presente capítulo es exponer los principales aspectos estudiados por la literatura existente sobre la ETTI. El número de trabajos sobre este tema es enorme, por lo que no se pretende explorar la literatura de forma meticulosa, sino mostrar los rasgos principales de los distintos enfoques, destacando los resultados obtenidos con cada uno de ellos. Del mismo modo, se señalan las diferencias existentes tanto entre los desarrollos teóricos, como entre los modelos teóricos y el análisis empírico de la ETTI.

Se pueden encontrar varios trabajos con un objetivo similar al de este capítulo. Por ejemplo, Melino (1988), Vetzal (1994) o Campbell, Lo y McKinlay (1997) examinan distintos aspectos de la literatura teórica, centrándose en el enfoque financiero. En Shiller (1990) se realiza una revisión de los trabajos desarrollados bajo el enfoque macroeconómico, centrándose en la evidencia encontrada a través de análisis econométricos, mientras que Pagan, Hall y Martin (1996) muestran las conexiones entre ambos enfoques.

El resto del capítulo se estructura como sigue. En la Sección II.2 se introducen algunos conceptos básicos sobre la ETTI. En la II.3 se exponen las principales hipótesis o teorías desarrolladas para explicar el comportamiento de la ETTI. En la Sección II.4 se realiza un breve repaso de los modelos teóricos de la estructura temporal, tanto macroeconómicos como financieros, mientras que en la II.5 se revisa la literatura empírica, distinguiendo entre aquellos trabajos en los

que se contrastan las teorías explicativas y los que analizan los determinantes de las primas por plazo. Por último, la Sección II.6 resume los principales resultados y conclusiones.

## II.2. CONCEPTOS BÁSICOS

Los activos que se aproximan más al objeto de la estructura temporal son los activos de renta fija, en particular aquellos que se emiten al descuento (depósitos interbancarios y Letras del Tesoro). Estos activos que se caracterizan por realizar un único pago en una fecha futura conocida, son denominados bonos cupón cero. Los elementos que componen el activo son el pago, conocido como valor nominal, la fecha en la que se realiza el mismo, denominada fecha de vencimiento y el tiempo que queda para que llegue esa fecha, denominado plazo o madurez del bono.

Los instrumentos de deuda con plazos superiores al año prometen una corriente de pequeños pagos (cupones) en el futuro y un pago grande en la fecha de vencimiento (el último cupón más el nominal). Es posible considerar estos activos como carteras de bonos cupón cero. De todos modos, es necesario conocer los precios de los bonos cupón cero implícitos en estos activos para tener la estructura temporal completa, lo cual ha llevado al desarrollo de modelos y métodos para la estimación de la curva de tipos cupón cero. Entre ellos se encuentran los propuestos por McCulloch (1975), Nelson y Siegel (1987) o Svensson (1994)<sup>1</sup>.

En lo que sigue la exposición se centra en los instrumentos de deuda al

---

<sup>1</sup> Una descripción de estos métodos puede encontrarse Campbell, Lo y McKinlay (1997) o en Núñez (1995), quien realiza un estudio comparativo de los mismos a través de la estimación la estructura temporal para el caso español.

descuento, aunque es posible modificar todas las definiciones siguientes para considerar activos que pagan cupón tal como se muestra en Shiller (1990) o en Campbell, Lo y McKinlay (1997).

### II.2.1.- Curva de tipos de interés y estructura temporal

La curva de tipos es la relación, en un momento del tiempo dado, entre el rendimiento al vencimiento de los bonos al descuento y su madurez, entendida ésta como el periodo de tiempo que queda para que venza el bono. Generalmente esta curva tiene pendiente creciente, es decir, los tipos a corto plazo son menores que los tipos a largo. Sin embargo se pueden encontrar curvas decrecientes (invertidas), planas y “jorobadas” (“jorobadas invertidas”) con tipos a medio plazo mayores (menores) que los tipos a corto y a largo.

Se denota por  $R_{t,1}, R_{t,2}, \dots, R_{t,n}$  a los *tipos de interés al contado o rendimientos* en  $t$  para los diferentes vencimientos<sup>2</sup>, donde el primer subíndice indica el periodo en que comienza la inversión y el segundo el número de periodos que restan hasta el vencimiento, es decir, el plazo. Ese conjunto de tipos y sus relaciones constituye la estructura temporal de tipos de interés. Una manera simple de computar  $R_{t,n}$  es tomar un bono cupón cero con plazo  $n$  periodos. Si denominamos  $P_{t,n}$  el precio de tal bono (valor nominal = 1 unidad):

$$R_{t,n} = P_{t,n}^{-1/n} - 1 \quad (\text{II.1})$$

El rendimiento bruto es  $1 + R_{t,n}$ . Equivalentemente a la expresión (II.1):

$$P_{t,n} = \frac{1}{(1 + R_{t,n})^n} \quad (\text{II.2})$$

<sup>2</sup> El tipo de interés,  $R_{t,n}$ , es el tipo por periodo aplicable a un intervalo de  $n$  periodos. Si se considera como periodo el año entonces  $R_{t,n}$  será el tipo anual para una inversión que dura  $n$  años.

es decir, el tipo de interés al contado  $R_{t,n}$  es la tasa a la que el mercado descuenta un pago que se realizará dentro de  $n$  periodos. El precio del bono a  $n$  periodos proporciona la *función de descuento*, que es el valor presente de una unidad de renta dentro de  $n$  periodos. Esta función, denotada por  $D_{t,n}$ , es tal que  $0 \leq D_{t,n} \leq 1$ .

Por otro lado, es posible determinar el rendimiento implícito en los tipos en  $t$  de una inversión realizada entre dos fechas futuras. Es el llamado tipo *forward* que se define como:

$$(1 + F_{t+n-s,s}^t)^s = \frac{(1 + R_{t,n})^n}{(1 + R_{t,n-s})^{n-s}} \quad (\text{II.3})$$

Es el tipo implícito determinado en  $t$  de una inversión con plazo  $s$  periodos que comenzará en  $t+n-s$ . Por lo tanto, si se conocen todos los tipos al contado se pueden calcular todos los tipos *forward* a través de la expresión (II.3). Igualmente se pueden expresar los tipos al contado en función de los tipos implícitos:

$$(1 + R_{t,n})^n = (1 + F_{t,1}^t)(1 + F_{t+1,1}^t)(1 + F_{t+2,1}^t) \dots (1 + F_{t+n-1,1}^t) \quad (\text{II.4})$$

Nótese que  $F_{t,1}^t = R_{t,1}$ . Según las expresiones (II.2) y (II.4) la relación entre la función de descuento y los tipos *forward* es:

$$D_{n,t} = \frac{1}{(1 + F_{t,1}^t)(1 + F_{t+1,1}^t)(1 + F_{t+2,1}^t) \dots (1 + F_{t+n-1,1}^t)} \quad (\text{II.5})$$

Por otro lado, se define el rendimiento del periodo de posesión ( *Holding Return*), que se denota por  $H_{t,s}^{t+s}(n)$ , con  $s \leq n$ , como la rentabilidad en  $t+s$  de un bono a  $n$  periodos que se emite en  $t$  y se vende en  $t+s$ :

$$[1 + H_{t,s}^{t+s}(n)]^s = \frac{P_{t,s,n-s}}{P_{t,n}} = \frac{(1 + R_{t,n})^n}{(1 + R_{t,s,n-s})^{n-s}} \quad (\text{II.6})$$

El rendimiento del periodo de posesión no es conocido con certeza en  $t$ , pues depende del precio del bono en  $t+s$ . De manera equivalente a lo que ocurre con los tipos *forward*, se puede escribir el tipo al contado a  $n$  periodos en función de los tipos del periodo de posesión a corto plazo futuros:

$$(1 + R_{t,n})^n = [1 + H_{t,1}^{t+1}(n)][1 + H_{t+1,1}^{t+2}(n-1)][1 + H_{t+2,1}^{t+3}(n-2)] \dots [1 + H_{t+n-1,1}^{t+n}(1)] \quad (II.7)$$

Nótese que  $H_{t+n-1,1}^{t+n}(1) = R_{t+n-1,1}$ . También es posible expresar la función de descuento como una función del rendimiento del periodo de posesión.

Dadas estas relaciones, en el estudio de la ETTI se utilizan indistintamente tipos al contado, las funciones de descuento, los tipos *forward* o los rendimientos del periodo de posesión.

Generalmente el análisis de la ETTI se realiza con tipos de interés compuestos en tiempo continuo. Esto simplifica el álgebra (las relaciones entre los tipos de interés pasan a ser aditivas) y evita problemas derivados de la desigualdad de Jensen<sup>3</sup>. Los tipos de interés compuestos en tiempo continuo se calculan como el logaritmo natural del rendimiento bruto:

$$r_{t,n} = \ln(1 + R_{t,n}) \quad (II.8)$$

Del mismo modo se puede definir la función de descuento, el tipo *forward* y el rendimiento del periodo de posesión en tiempo continuo de la siguiente manera:

Función de descuento:

$$d_{t,n} = e^{-nr_{t,n}}$$

Tipo *forward*:

$$f_{t,s}^{t+s} = \frac{n}{s} r_{t,n} - \frac{(n-s)}{s} r_{t,n-s}$$

<sup>3</sup> Este problema tiene que ver con las teorías explicativas de la ETTI, por lo que se trata con más detalle en la siguiente sección.

Rendimiento del periodo de posesión: 
$$h_{t,s}^{t+s}(n) = \frac{n}{s} r_{t,n} - \frac{(n-s)}{s} r_{t+s,n-s}$$

El hecho de trabajar con tipos en tiempo continuo tiene la ventaja adicional de que éstos tienen una relación directa con el logaritmo del precio del bono cupón cero. De la expresión (II.2) se tiene que  $\ln P_{t,n} = -nr_{t,n}$ , lo cual implica que una variación de un punto porcentual en tipo al contado induce una disminución en el precio de  $n$  puntos porcentuales. Por tanto, el plazo de vencimiento mide la elasticidad del precio respecto al tipo al contado.

**II.2.2.- Primas por plazo**

Como ya se indicó anteriormente, el análisis de la ETTI se puede enfocar a través de la relación entre los tipos al contado y los tipos implícitos, o bien a través del análisis de las primas por plazo. Éstas, en caso de haberlas, son la diferencia en la remuneración de estrategias de inversión equivalentes que sólo se diferencian en el plazo de los activos que las componen. En este sentido es posible definir tres tipos de primas por plazo:

(1) Prima *forward*: es la diferencia entre el rendimiento esperado de la inversión en un bono al descuento de plazo  $n$  en  $t$  y el rendimiento esperado de la inversión sucesiva en dos bonos al descuento: uno en  $t$  de plazo  $n-s$  y otro en  $t+n-s$  de plazo  $s$ :

$$\pi_{t,s}^f = nr_{t,n} - (n-s)r_{t,n-s} - sE_t(r_{t+n-s,s}) = s[f_{t+n-s,s}^t - E_t(r_{t+n-s,s})] \tag{II.9}$$

(2) Prima *de reinversión*: es la diferencia entre el rendimiento de la inversión en un bono al descuento de plazo  $n$  en  $t$  y el rendimiento esperado de la reinversión sucesiva en  $k$  bonos de plazo  $m$  ( $km = n$ ):

$$\pi_{t,n}^r = nr_{t,n} - E_t \left( m \sum_{i=0}^{k-1} r_{t+im,m} \right) \quad \text{con } km = n \tag{II.10}$$

(3) *Prima del periodo de posesión*: es la diferencia entre el rendimiento esperado de la posesión de un bono a plazo  $n$  durante  $s$  periodos ( $s \leq n$ ) y el tipo al contado para un bono a  $s$  periodos.

$$\pi_{t,s}^{PP} = s (E_t[h_{t,s}^{t+s}(n)] - r_{t,s}) \quad (\text{II.11})$$

En las tres expresiones  $E_t(\cdot)$  indica la esperanza condicionada al conjunto de información calculada en  $t$ . Como puede verse, la prima *forward* no es más que un caso particular de la prima de reinversión. Para  $k=2$  ambas son la misma. Para que coincidan también con la prima del periodo de posesión es necesario un supuesto acerca de la racionalidad de las expectativas<sup>4</sup>, es decir:

$$nr_{t,n} = sE_t[h_{t,s}^{t+s}(n)] + (n-s)E_t(r_{t+s,n-s}) \quad (\text{II.12})$$

La igualdad de las primas se debe a que se están considerando tipos de interés en tiempo continuo<sup>5</sup>, lo cual justifica que sean los utilizados para el análisis de la ETTI, siendo la prima *forward* la que se ha venido empleando con más frecuencia.

### II.3. HIPÓTESIS EXPLICATIVAS DE LA ETTI

Tradicionalmente se han considerado dos hipótesis o teorías básicas para explicar la estructura temporal de los tipos de interés: la Hipótesis de las

<sup>4</sup> Véase Freixas (1992).

<sup>5</sup> Dado que la relación entre los tipos continuos es aditiva no aparecen covarianzas entre los tipos en la definición de las primas que sí habría que tener en cuenta en tiempo discreto. En este caso la definición de las primas ya no es equivalente y no existen criterios que permitan elegir una frente a las demás. Sin embargo, Fama (1984b) ha puesto de manifiesto que para plazos cortos las diferencias entre los tipos simples y los tipos continuos son muy pequeñas, lo cual hace que la elección de una u otra definición de la prima no sea relevante.

Expectativas y la Hipótesis del Hábitat Preferido, en sus diferentes versiones.

La evolución futura de los tipos de interés es incierta, de modo que en un momento del tiempo sólo se tiene certeza sobre el rendimiento al vencimiento de los bonos, lo cual determina el denominado *riesgo de mercado*. Un agente queda expuesto al mismo cuando ha de vender o comprar deuda en un periodo futuro, pues los precios a los que podrá realizar sus operaciones responderán a funciones de descuento diferentes de las actuales. Este riesgo será tanto mayor cuanto mayor sea el nivel de incertidumbre o volatilidad del mercado. Por ello, los agentes están caracterizados por su grado de *aversión al riesgo*, su *hábitat preferido* o periodo en el que disponen o precisan de fondos (según presten o pidan prestado) y sus *expectativas* sobre la evolución futura de los tipos de interés. Si los participantes hacen coincidir el plazo de sus inversiones con su hábitat evitan el riesgo de mercado y quedan expuestos a él en otro caso.

### II.3.1.-Hipótesis de las Expectativas

Esta hipótesis parte del supuesto de que los agentes son neutrales al riesgo, por lo que elegirán entre las diferentes estrategias de inversión sólo según sea la rentabilidad esperada de cada una de ellas<sup>6</sup>. Por tanto, son las expectativas las únicas que juegan un papel importante en la determinación de la ETTI. Los fundamentos de esta teoría se encuentran en Fisher (1930), Hicks (1946) y Lutz (1940). Existen varias versiones de ella: Hipótesis de las Expectativas Puras o Insegadas e Hipótesis de las Expectativas Locales o de la Rentabilidad al Vencimiento.

La Hipótesis de las Expectativas Insegadas postula que los tipos de interés se moverán para igualar la rentabilidad esperada de estrategias de inversión

---

<sup>6</sup> Es posible derivar la Hipótesis de las Expectativas a partir de supuestos distintos de la neutralidad al riesgo [Cox, Ingersoll y Ross (1981)].

equivalentes, independientemente del plazo de los bonos de cada una de ellas. Esto implica que bajo esta hipótesis las primas por plazo deben ser cero. Partiendo de la definición de la prima *forward* [expresión (II.9)] esta hipótesis implica que:

$$E_t(r_{t+n-s,s}) = f_{t,n-s,s}^t \quad (II.13)$$

es decir, el tipo *forward* es un predictor insesgado del tipo al contado.

Es posible expresar esta teoría a partir de las demás definiciones de la prima. Partiendo de la prima de reinversión [expresión (II.10)] y tomando  $m=1$ , sin pérdida de generalidad, se tiene:

$$n r_{t,n} = r_{t,1} + \sum_{i=1}^{n-1} E_t(r_{t+i,1}) \quad (II.14)$$

es decir, el tipo a largo plazo es una suma ponderada de los tipos de interés esperados a corto plazo.

Si se parte de la prima del periodo de posesión [expresión (II.11)], la Hipótesis de las Expectativas implica que el rendimiento esperado para un determinado periodo es el mismo independientemente del plazo de inversión:

$$r_{t,s} = E_t[h_{t,s}^{t+s}(n)] \quad \forall n > s \quad (II.15)$$

Esta versión es la denominada Hipótesis de las Expectativas Locales. Sin embargo, debido a la desigualdad de Jensen<sup>7</sup> esta formulación de la teoría entra

---

<sup>7</sup> Partiendo de los tipos compuestos en tiempo discreto esta teoría implica que el tipo de interés a un periodo esperado cumple que :

$$(1 + R_{t,1}) = (1 + R_{t,s})^s E_t\left(\frac{1}{(1 + R_{t+1,n})^{s-1}}\right) \quad [A]$$

También implica que el tipo a largo plazo se puede descomponer de la siguiente manera:

$$(1 + R_{t,n})^n = (1 + R_{t,1}) E_t\left[(1 + R_{t+1,n-1})^{n-1}\right] \quad [B]$$

Por la desigualdad de Jensen las expresiones [A] y [B] son incompatibles.

en conflicto con la versión recogida en (II.14) si no se especifica el plazo de inversión para el que se cumple.

Cox, Ingersoll y Ross (1981) mostraron que sólo la Hipótesis de las Expectativas Locales es consistente con un modelo de equilibrio general en tiempo continuo, ya que las otras versiones permiten oportunidades de arbitraje. Campbell (1986a) matiza este resultado demostrando que en periodos en los que la volatilidad es baja las diferencias entre las diferentes versiones de la teoría son de segundo orden.

### II.3.2.- Hipótesis del Hábitat Preferido (expectativas modificadas)

Esta teoría surge con el trabajo de Modigliani y Sutch (1966). Se supone que los individuos son adversos al riesgo, por lo que sólo estarán dispuestos a no hacer coincidir el horizonte de sus inversiones con su hábitat a cambio de una compensación: la prima por plazo. Ésta puede ser de cualquier signo, dependiendo de los hábitats preferidos de los oferentes y los demandantes. Si existe un exceso de oferta de los activos de un determinado plazo los oferentes estarán dispuestos a ofrecer una prima positiva para compensar el riesgo que supone para los inversores salirse de su hábitat. Si, por el contrario, existe un exceso de demanda, estos inversores estarán dispuestos a aceptar una menor rentabilidad para compensar a los oferentes que renuncian a su hábitat.

En la formación de los distintos tipos de interés del mercado participan no sólo las expectativas que forman los individuos, como en la teoría anterior, sino que es determinante el hábitat que prefieren. En este caso el tipo de interés *forward* no es un predictor insesgado del tipo al contado, pudiendo ser el sesgo (la prima por plazo) de cualquier signo, es decir,  $\pi_{t,s}^f \neq 0$ .

Longstaff (1990) muestra que la Hipótesis de las Expectativas es

con la existencia de primas variables si el periodo en el que se supone que la teoría se cumple no coincide con el periodo en el que se miden los precios de los bonos. Esto ha llevado a algunos autores a considerar la Hipótesis del Hábitat Preferido como una versión modificada de la Hipótesis de las Expectativas.

La Hipótesis del Hábitat Preferido engloba como casos particulares a la Hipótesis de la Preferencia por la Liquidez y a la Hipótesis de la Segmentación. La Hipótesis de la Preferencia por la Liquidez se debe a Hicks (1946). Según ella los inversores prefieren el corto plazo, por lo que sólo invertirán en plazos más largos a cambio de una prima. Ésta será mayor cuanto mayor sea el plazo de vencimiento de los bonos. Como consecuencia  $\pi_{t,s}^f > 0$  con  $\frac{\partial \pi_{t,s}^f}{\partial s} > 0$ , es decir, el tipo *forward* es un predictor sesgado del tipo al contado, siendo el sesgo siempre positivo y creciente con el plazo. Campbell, Lo y McKinlay (1997) distinguen entre la Hipótesis de las Expectativas Puras y la Hipótesis de las Expectativas Modificada en la que incluyen la posibilidad de que existan primas por plazo constantes. En este sentido, consideran la Hipótesis de la Preferencia por la Liquidez dentro de las Expectativas Modificadas. Esta distinción se puede encontrar también en Mankiw y Summers (1984) o Jones y Roley (1983).

Por último, la Hipótesis de la Segmentación [Culberston (1957)] considera individuos cuya aversión al riesgo es total, por lo que no están dispuestos a invertir fuera de su hábitat. Este hecho supone que no existe un mercado global de bonos sino que el rendimiento de los mismos se determina en mercados independientes para cada plazo. Esta teoría es la que ha recibido menos atención dado que la evidencia empírica muestra que los agentes están dispuestos a cambiar el plazo de sus inversiones por una prima suficientemente grande.

## II.4. MODELOS TEÓRICOS PARA LA ETTI

Es posible distinguir varios enfoques según el ámbito de la economía del que parte el análisis: macroeconómico o financiero. El enfoque macroeconómico examina la ETTI a través de modelos de equilibrio general con objeto de encontrar la relación existente entre las primas y el resto de variables de la economía. El financiero parte de relaciones de no arbitraje con las que se llega a fórmulas para la valoración de activos. En Melino (1988), Singleton (1989), Vetzal (1994), Pagan, Hall y Martin (1996) o Campbell, Lo y McKinlay (1997) se encuentran excelentes revisiones de los trabajos correspondientes a ambos enfoques.

### II.4.1.- Enfoque macroeconómico

Entre los estudios desarrollados destacan los trabajos de Campbell (1986b), Backus, Gregory y Zin (1989), Saylor (1990), Costantinides (1992), Boudoukh (1993) o Backus y Gregory (1993). Parten de la maximización intertemporal de la utilidad esperada de un agente representativo, sujeta a una restricción presupuestaria:

$$\max_{\{C\}} E_t \sum_{s=0}^{\infty} \beta^s U(C_{t+s}) \quad (\text{II.16})$$

donde  $\beta$  es el factor de descuento y  $C_{t+s}$  es el consumo del periodo  $t+s$ . Si se denota por  $v_t$  al valor de una cartera de activos en términos del bien de consumo, la condición de primer orden o ecuación de Euler es:

$$E_t \left[ \left( \frac{v_{t+s}}{v_t} \right) \beta^s \frac{U'(C_{t+s})}{U'(C_t)} \right] = 1 \quad (\text{II.17})$$

A partir de esta ecuación es posible obtener los precios de los bonos cupón

cero para cualquier plazo. Si el nivel de precios es fijo y con la restricción de que el valor nominal de los bonos es una unidad del bien de consumo, se tiene:

$$P_{t,s} = E_t \left[ \beta^s U'(C_{t+s}) / U'(C_t) \right] = E_t m_{t,s} \quad (\text{II.18})$$

donde  $m_{t,s}$  es la *relación marginal de sustitución intertemporal*, también denominado *factor de descuento estocástico*.

Este enfoque permite una mejor comprensión de los determinantes de la prima y proporciona una base para relacionar los cambios en las variables de la economía con la ETTI.

Sin embargo, para obtener el equilibrio es necesario hacer supuestos concretos sobre las preferencias, las dotaciones, etc. Adicionalmente, su desarrollo se suele hacer en términos reales y se requieren supuestos muy restrictivos sobre la inflación para garantizar su consistencia en términos nominales. Este hecho dificulta su contrastación empírica que, además sufre los mismos problemas que la aplicación empírica de los modelos de valoración de activos intertemporales como el CCAPM (*Consumption Capital Asset Pricing Model*). A este respecto, Backus, Gregory y Zin (1989) y Salyer (1990) comparan la propiedades de los precios de los bonos cupón cero y los generados por una versión monetaria del modelo de Mehra y Prescott (1985). Sus resultados indican que el modelo no puede explicar la magnitud ni el signo ni la variabilidad de las primas.

Domínguez (1995) señala que la sencillez de los modelos de partida puede ser la causa de que no puedan replicar el comportamiento de la ETTI. Muestra cómo una vez se incluye en la economía un sector productivo, el gobierno, el dinero, así como varias fuentes de incertidumbre, es posible reproducir gran parte de las regularidades empíricas de la ETTI, aunque a costa de una mayor dificultad a la hora de resolver el modelo.

#### II.4.2.- Enfoque financiero

El análisis de la ETTI por parte de la economía financiera surge de la teoría de valoración de activos en tiempo continuo. Los primeros trabajos, entre los que se encuentran los de Vasicek (1977), Dothan (1978) o Brennan y Schwartz (1979), se basan en la imposición de condiciones de no arbitraje y de un proceso concreto para el tipo de interés, en el que se le hace depender de un conjunto de variables de estado o factores<sup>8</sup>.

En general, se supone que el comportamiento de la economía viene determinado por un vector de  $k$  variables de estado. Estas variables evolucionan según el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales estocásticas:

$$d\mathbf{X} = \mu(\mathbf{X},t) dt + \sigma(\mathbf{X},t) dB_t \quad (\text{II.19})$$

donde  $X$  es el vector de variables de estado y  $B$  es un proceso de Wiener estándar  $k$  dimensional. Para asegurar la ausencia de oportunidades de arbitraje es necesario imponer dos tipos restricciones: (1) las estrategias de inversión de los agentes deben depender sólo de la información disponible en  $t$  y (2) el valor descontado de una cartera bajo una medida de probabilidad equivalente es una martingala. En esta economía todos los activos son funciones de  $X$  y  $t$ . A partir de estos dos elementos se obtiene una ecuación de valoración que incluye el precio del riesgo asociado a cada factor. Por ejemplo, en los modelos de un factor se considera que el tipo de interés instantáneo,  $r_t$ , es la única variable de estado subyacente en la economía. El proceso de difusión que gobierna la evolución de este tipo de interés es del tipo:

---

<sup>8</sup> En general, el número de factores empleado es bajo. Este hecho es debido a que la solución de los modelos es muy compleja con más de dos factores. En las aplicaciones empíricas se aproximan por el tipo a corto plazo, su volatilidad, el cambio tecnológico, la tasa de inflación, etc.

$$dr_t = (\alpha + \beta r_t) dt + \sigma r_t^\gamma dB_t \quad (\text{II.20})$$

donde  $\alpha$ ,  $\sigma$ , y  $\gamma$  son parámetros no negativos con  $\gamma \in [0,1]$  y  $\beta$  es negativo<sup>8</sup>. Dando valores a esos parámetros se encuentran los procesos utilizados en la literatura. Por ejemplo, en el modelo de Vasicek (1977) se parte de  $\gamma=0$ , Dothan (1978) supone  $\alpha=\beta=0$  y  $\gamma=1$ , Cox, Ingersoll y Ross (1985b) consideran  $\gamma=0.5$ , mientras que Brennan y Schwartz (1980) fijan  $\gamma=1$ . En Chan, Karolyi, Longstaff y Sanders (1992) o en Dahlquist (1996) se puede encontrar un análisis comparativo de los distintos procesos propuestos para los tipos de interés.

Es importante destacar que en la literatura financiera no se considera la posibilidad de que los tipos contengan raíces unitarias, dado que esto podría implicar tipos de interés negativos. Sin embargo, la evidencia empírica indica que son procesos integrados de primer orden. En muchos casos, el tipo de modelos elegidos por parte de los economistas financieros recogen la posibilidad de reversión a la media de los tipos ( $\beta \neq 0$ ) y el llamado “efecto nivel” en la volatilidad (la volatilidad es una función del nivel de los tipos de interés cuando  $\gamma \neq 0$ ).

A partir de (II.20) es posible determinar completamente la estructura temporal según la siguiente ecuación diferencial:

$$\frac{1}{2} \sigma^2 r^{2\gamma} P_{rr} + [(\alpha + \beta r) - \sigma r^\gamma \phi] P_r + P_t - rP = 0 \quad (\text{II.21})$$

sujeta a la restricción de que el precio final del bono sea una unidad. En esta expresión  $P_{rr}$  y  $P_r$  son la segunda y la primera derivadas parciales del precio respecto al tipo instantáneo,  $P_t$  es la primera derivada parcial del precio respecto

<sup>8</sup> Chan, Karolyi, Longstaff y Sanders (1992) muestran que la restricción sobre el parámetro  $\gamma$  puede ser muy severa ya que al estimarlo con datos reales encuentran que su valor está muy por encima de la unidad.

al tiempo y  $\sigma r_t^Y \phi P_r$  es el precio de mercado del riesgo asociado al factor. Generalmente este precio se especifica a través de una forma funcional que garantice la existencia de una solución cerrada para el modelo [véase Vetzal (1994)].

Sin embargo, Cox, Ingersoll y Ross (1985b) muestran como la elección arbitraria de la función del precio del riesgo puede dar lugar a un modelo inconsistente, en el que existan posibilidades de arbitraje. Estos autores proponen especificar los precios del riesgo de los distintos factores a través de un modelo de equilibrio general, que permita encontrar los determinantes de la estructura temporal. En este sentido, el análisis que proponen es similar al seguido desde el punto de vista macroeconómico<sup>10</sup>. Las diferencias principales están en la introducción de un sector productivo y la imposición de condiciones que limiten las posibilidades de arbitraje. Al igual que en el caso de la valoración por arbitraje, en estos modelos el comportamiento de la economía se hace depender de uno o varios factores, los cuales condicionan el comportamiento del tipo de interés instantáneo y, por tanto, de la estructura temporal.

En la contrastación empírica del modelo de Cox, Ingersoll y Ross (1985b) se ha encontrado que sus previsiones están lejos de las curvas de tipos observadas. Trabajos como los de Brown y Dybvig (1986) o Brown y Schaefer (1994) revelan la posible incorrecta especificación del modelo, que se asocia al uso de un único factor. Esto restringe las posibles pendientes de la curva de tipos que el modelo puede generar. Por ello, algunos autores, como Longstaff y Schwartz (1992) o Chen y Scott (1992), proponen modelos de equilibrio con dos factores que parten del modelo unifactorial de Cox, Ingersoll y Ross (1985b), para los cuales

---

<sup>10</sup> También tienen en común el mismo tipo de problemas en su contrastación empírica. Adicionalmente, para analizar empíricamente los modelos en tiempo continuo es necesario hacerlos discretos previamente.

encuentran soluciones cerradas<sup>10, 11</sup>.

En ocasiones los modelos para la ETTI se desarrollan únicamente con objeto de servir como base para la valoración de activos derivados sobre los tipos de interés como, por ejemplo, opciones de compra y venta (*call* y *put*). Este hecho ha tenido como consecuencia el desarrollo de los llamados “modelos de réplica perfecta” que se diseñan para reproducir exactamente la estructura temporal real. Se trata de modelos de valoración por arbitraje desarrollados a partir del trabajo de Ho y Lee (1986) en tiempo discreto y Heath, Jarrow y Morton (1992) en tiempo continuo. Estos últimos autores parten de los tipos *forward* en vez de los tipos al contado y modelan la evolución de la curva de tipos *forward* completa<sup>12</sup>. En otros casos la curva de tipos observada se ajusta completamente con modelos unifactoriales con parámetros cambiantes, como en Jamshidian (1991) y Hull y White (1990, 1993).

---

<sup>10</sup> La complejidad de las expresiones algebraicas que surgen en este tipo de modelos crece con el número de factores. Por ello, en muchos casos no se especifica la relación entre los factores y los tipos de interés a través de un modelo de equilibrio general, sino que se propone directamente el proceso para el tipo de interés y el tipo de dependencia de dichos factores. En esta línea están los trabajos de Penacchi (1991), Vetzal (1992), Chaplin y Sharp (1993) o Moreno (1996) con modelos bifactoriales o Kraus y Smith (1993) con un modelo de tres factores.

<sup>11</sup> Otros autores, como Moreno y Peña (1996), intentan superar las limitaciones de los modelos unifactoriales partiendo de procesos de salto para el tipo de interés instantáneo. De este modo se incorporan al modelo efectos exógenos que pueden ser útiles para el análisis, por ejemplo, de los tipos del mercado monetario, que se ven sometido a las intervenciones sobre el tipo a corto plazo por parte de las autoridades monetarias.

<sup>12</sup> Estos autores toman como variable de estado la curva de tipos *forward* completa y como precio del riesgo la estructura temporal de volatilidades, la cual se suele estimar a través de modelos GARCH. También suponen que un número finito de movimientos Brownianos causan las variaciones de la curva *forward*. Esto, junto con el hecho de que el tipo instantáneo dependa de toda su historia, complica computacionalmente el tratamiento de dichos modelos.

## II.5. ANÁLISIS EMPÍRICO DE LA ETTI

Los análisis aplicados se han centrado tradicionalmente en la contrastación de las diferentes teorías planteadas sobre la ETTI desde una perspectiva empiricista. En Shiller (1990) se puede encontrar una revisión de la literatura.

En muchos casos se pretende contrastar la Hipótesis de las Expectativas (en adelante HE). Para ello se parte de las relaciones entre los tipos al contado y los tipos *forward* a distintos plazos recogidas por las expresiones (II.13) a (II.15). Éstas, junto con el supuesto de expectativas racionales, permiten especificar modelos econométricos con los que contrastar HE. Algunos ejemplos en esta línea son Fama (1984a, 1984b), Shiller (1979), Shiller, Campbell y Schoenholtz (1983) o Mankiw (1986). Del mismo modo, las implicaciones de HE sobre las relaciones a largo plazo entre los tipos al contado a diferentes plazos permite contrastar ésta teoría con herramientas que recojan relaciones de cointegración. Campbell y Shiller (1987, 1991), Hall, Anderson y Granger (1992) o Jonhson (1994) son algunos ejemplos.

En otros casos el objetivo es la estimación y análisis del comportamiento de las primas por plazo y de sus posibles determinantes, como en los trabajos de Fama (1976a, 1976b), Jones y Roley (1983), Mishkin (1982) o Engle, Lilien y Robins (1987). Se parte de las definiciones de las primas dadas por (II.9) a (II.11), junto con algún supuesto que permita calcular las expectativas. Con este tipo de análisis se rechaza la HE si se encuentran primas distintas de cero o de una constante.

En los siguientes apartados se revisa la literatura que ha abordado estos temas. Se hace especial énfasis en los trabajos realizados en la última década, ya que no están recogidos en la revisión de la literatura de Shiller (1990).

### II.5.1.- Contraste de la Hipótesis de las Expectativas

En general, para el contraste de las teorías o hipótesis explicativas de la ETTI es necesario suponer qué mecanismo generador de expectativas utilizan los individuos. Por ello la hipótesis que se contrasta es conjunta y su rechazo no implica necesariamente el rechazo de la teoría sobre el comportamiento de la ETTI que se esté contrastando. Del mismo modo, si el objeto de análisis es la racionalidad de las expectativas es necesario partir de una modelización concreta de las primas por plazo.

En algunos casos se ha planteado directamente el análisis de las hipótesis con el estudio de datos procedentes de encuestas. Algunos ejemplos son Kane y Malkiel (1967) o Froot (1986). Este último encuentra que la hipótesis se rechaza para los tipos a corto plazo pero no para los tipos a largo plazo.

Sin embargo, el uso de este tipo de datos no está exento de problemas. Friedman (1980), utilizando la misma encuesta que Froot (1986), con menos observaciones, muestra que las expectativas de los agentes no son racionales en el sentido de Muth (1961), es decir, las respuestas de los agentes no son previsiones insesgadas de los tipos de interés ni utilizan de manera eficiente la *información contenida en el pasado de esos tipos*. Este resultado no se considera un indicio de un comportamiento irracional por parte de los individuos, sino que apunta a que los datos procedentes de encuestas no miden correctamente las expectativas de los mismos.

Por ello, la mayoría de los modelos desarrollados para contrastar la HE parten del supuesto de expectativas racionales, según el cual:

$$E_t(r_{t+n-s}) = r_{t+n-s} - \varepsilon_{t+n-s} \quad (\text{II.22})$$

donde  $\varepsilon_{t+n-s}$  está incorrelado con las variables del conjunto de información

disponible en  $t^{13}$ .

El contraste de dicha teoría parte generalmente de la expresión de la prima *forward* dada en (II.9):

$$E_t(r_{t+n-s,s}) = -\frac{\pi_{t,s}^f}{s} + f_{t+n-s,s}^t \quad (II.23)$$

Si se combinan (II.22) y (II.23):

$$r_{t+n-s,s} = -\pi_{t,s}^{f'} + f_{t+n-s,s}^t + \varepsilon_{t+n-s} \quad (II.24)$$

por lo que para contrastar si la prima por plazo es constante o cero basta con estimar:

$$r_{t+n-s,s} = \alpha_s + \beta_s f_{t+n-s,s}^t + \varepsilon_{t+n-s} \quad (II.25)$$

Este modelo permite contrastar la Hipótesis de las Expectativas Insegadas

<sup>13</sup> En algunos trabajos se supone que las expectativas son de tipo adaptativo. En esta línea se encuentra el proceso de aprendizaje del error utilizado por Meiselman (1962) o Diller (1969), el cual supone que las expectativas sobre los tipos a largo plazo se revisan según una función lineal del error cometido en el periodo anterior. Si se fija  $s = 1$  se tiene:

$$f_{t,1}^{t+n} - f_{t-1,1}^{t+n} = a + b (r_{t,1} - f_{t-1,1}^t)$$

Otro ejemplo es el modelo de regreso a la normalidad de Malkiel (1966) o Diller (1969) en el que la expectativa se forma según el grado de desviación del tipo de interés al contado del tipo de interés que se considera normal,  $\bar{r}_{t,j}$ :

$$r_{t,j}^o = a + b (r_{t,j} - \bar{r}_{t,j})$$

Por último, el modelo propuesto por Mankiw y Summers (1984) en el que las expectativas se generan de la siguiente forma :

$$r_{t,j}^o = \omega + (1 - \omega) E_t(r_{t+1,1}) \quad \text{con} \quad E_t(r_{t+1,1}) = r_{t+1,1} - \varepsilon_{t+1}$$

donde  $s=1$  y  $n=2$ . Si  $\omega=0$  se tienen expectativas racionales.

contrastando  $H_0: \alpha_s = 0, \beta_s = 1$  y  $\varepsilon_{t+n-s}$  incorrelado con las variables del conjunto de información o bien  $H_0: \beta_s = 1$  y  $\varepsilon_{t+n-s}$  incorrelado, si se contrasta la versión débil de la teoría en la que la prima puede ser constante.

Tanto los tipos al contado como los tipos *forward* son variables no estacionarias, en particular, variables integradas de orden 1,  $I(1)$ , por lo que generalmente se ha propuesto la estimación del modelo en términos de diferenciales de tipos, que suelen ser estacionarios,  $I(0)$ :

$$r_{t+n-s,s} - r_{t,s} = \alpha_s + \beta_s (f_{t+n-s,s}^t - r_{t,s}) + \varepsilon_{t+n-s} \quad (II.26)$$

Fama (1984a) propone la estimación del modelo (II.25) en primeras diferencias con la que obtiene una pendiente significativamente inferior a la unidad. También demuestra que la obtención de pendientes en la expresión (II.26) sesgadas a la baja puede ser consecuencia de la existencia de primas variables correlacionadas positivamente con la variable  $(f_{t+n-s,s}^t - r_{t,s})$ <sup>14</sup>.

Entre los trabajos que siguen esta línea se pueden destacar los de Shiller (1979), Shiller, Campbell y Schoenholtz (1983), Mankiw (1986), Fama (1984a), Fama y Bliss (1987) o Shiller (1986). Los resultados indican, en general, que el tipo *forward* no es un buen predictor del tipo al contado, pues se rechaza sistemáticamente la hipótesis  $H_0: \beta_s = 1$ . Para valores de  $s$  y  $n$  pequeños (ambos menores o iguales que un año) los coeficientes suelen ser positivos pero significativamente menores que la unidad. Para valores de  $s$  grandes (más de veinte años) y de  $n$  pequeños la pendiente tiende a ser negativa y muy superior a

<sup>14</sup> Bajo HE expresiones como (II.25) implican relaciones de cointegración que se mantienen aunque en el lado derecho aparezca una variable estacionaria (la prima por plazo). A este respecto, Evans y Lewis (1994) indican que los contrastes de regresión estándar pueden estar sesgados para horizontes largos debido a la existencia de primas por plazo no estacionarias. Según sus resultados, la prima en el mercado de Letras del Tesoro estadounidense entre 1964 y 1988 no es estacionaria. Más adelante se trata en más detalle este tema.

la unidad en valor absoluto. Fama y Bliss (1987) encuentran un resultado contraintuitivo. Muestran como los tipos *forward* van teniendo mayor poder predictivo de los tipos al contado conforme el horizonte de predicción es más largo.

Otro resultado interesante es el de Mankiw y Miron (1986) quienes encuentran que antes de la creación de la Reserva Federal el tipo *forward* es un buen predictor de los cambios en los tipos, mientras que los tipos a corto se comportan como un paseo aleatorio cuando son controlados vía política monetaria. Estos autores indican que esto último es compatible con la racionalidad de las expectativas<sup>15</sup>. Estos resultados han motivado el análisis de la ETTI en modelos en los que se permiten cambios de régimen. Hamilton (1988) muestra que si se incluye en el modelo tal posibilidad no se puede rechazar la HE.

En el caso de la economía española están los trabajos de Ezquiaga (1990), Martín y Pérez Villarreal (1990), Ezquiaga y Freixas (1991) y Freixas y Novales (1992). En general todos ellos llegan a que el tipo *forward* es un predictor sesgado del tipo al contado. Freixas y Novales (1992) señalan que la especificación (II.26) sólo es válida bajo la hipótesis nula, ya que bajo la alternativa el modelo a estimar sería:

$$r_{t+n-s,s} - r_{t,s} = \alpha_s + \beta_s (f_{t+1,1}^t - r_{t,s}) + (\beta_s - 1)r_{t+n-s,s} + \varepsilon_{t+n-s} \quad (\text{II.27})$$

Otra línea de investigación que ha tratado de contrastar la Hipótesis de las Expectativas basándose en la expresión (II.14) surge del trabajo de Campbell y

<sup>15</sup> Rudebusch (1995) realiza un ejercicio de simulación del objetivo de control sobre los tipos de interés de la Reserva Federal estadounidense bajo el supuesto de expectativas racionales. Muestra como el hecho de que los diferenciales de tipos de interés no sean capaces de prever el comportamiento de los tipos de interés a distintos horizontes no es evidencia en contra de la formación racional de las expectativas sino que se debe al propio control sobre los tipos de interés por parte de la Reserva.

Shiller (1987, 1991). Estos autores parten de la formulación de la HE dada por (II.14), según la cual el tipo a largo plazo no es más que una media ponderada de los tipos a corto plazo esperados en el futuro:

$$r_{t,n} = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} E_t(r_{t+i,1}) \quad (\text{II.28})$$

De (II.28) se tiene que el diferencial de tipos a largo respecto a los tipos a corto es un predictor insesgado de los cambios en los tipos a largo:

$$E_t(r_{t+1,n-1} - r_{t,n}) = \frac{1}{n-1} (r_{t,n} - r_{t,1}) \quad (\text{II.29})$$

y también es un predictor insesgado de una suma ponderada de los cambios en los tipos a corto plazo:

$$E_t \left( \sum_{i=1}^{n-1} \frac{n-i}{n} \Delta r_{t+i,1} \right) = (r_{t,n} - r_{t,1}) \quad (\text{II.30})$$

Estas dos expresiones, junto con el supuesto de expectativas racionales, proporcionan dos contrastes de regresión para la HE. Adicionalmente Campbell y Shiller (1987, 1991) desarrollan un contraste basado en la estimación de un vector autorregresivo (VAR, *Vector Autoregression*) para  $\Delta r_{t,1}$  y  $r_{t,n} - r_{t,1}$ . Estos autores analizan datos de la economía americana y encuentran que los cambios en los tipos a largo se mueven de manera contraria a la que predice la teoría, al contrario de lo que ocurre con los tipos a largo.

Más recientemente, Evans y Lewis (1994) llegan a ese mismo resultado utilizando los contrastes de regresión basados en (II.29) y (II.30). Sin embargo, Stambaugh (1988) muestra que los resultados del contraste con la expresión

(II.30) son muy sensibles a posibles errores de medida en el tipo a largo plazo, dado que tal error aparece en ambos lados del igual con signo contrario, lo cual puede ser la causa del resultado encontrado. A pesar de ello, los resultados obtenidos por Evans y Lewis (1994) se mantienen cuando la relación se estima por variables instrumentales.

Sorprendentemente, la HE parece tener más apoyo en países en los que los mercados son pequeños y poco desarrollados respecto al estadounidense. Hardouvelis (1994) analiza esta cuestión para el grupo de los siete países más industrializados. Sus resultados indican que cuando se utilizan los contrastes de regresión basados en (II.29) y (II.30) no se rechaza la teoría de las expectativas en Francia e Italia. Sin embargo basta con agregar un proceso ruido blanco al tipo a largo plazo para que no se rechace la teoría de las expectativas en todos los países excepto el caso de Estados Unidos. Este resultado se confirma cuando el contraste se realiza utilizando la metodología VAR<sup>16</sup>. Otros autores como Driffill, Psaradakis y Sola (1997) analizan tipos a uno y tres meses de Estados Unidos y del Reino Unido. Muestran como los resultados con los contrastes de regresión están sesgados si no se incluye un elemento aleatorio en la prima por plazo. No encuentran evidencia contra la HE en un contexto VAR.

Con el uso de esta metodología, McDonald y Speight (1988) no rechazan la teoría en un análisis del mercado de bonos del Reino Unido. Más recientemente Taylor (1992) y Hurn, Moody y Muscatelli (1995) analizan también la estructura temporal de tipos de interés británica. Mientras que el primero rechaza la HE para la deuda a largo plazo, los segundos encuentran evidencia a favor de la misma en

---

<sup>16</sup> Bekaert, Hodrick y Marshall (1997) muestran que los contrastes de regresión basados en (II.29) y (II.30) están fuertemente sesgados al alza si el tipo de interés a corto plazo sigue un proceso muy persistente. Este problema es mucho menor en el contraste basado en la metodología VAR. Cuando estos autores evalúan la HE a través de un VAR-GARCH hallan que la evidencia en contra de esta teoría se refuerza.

el mercado interbancario.

Engsted (1996) muestra que en el mercado monetario de Dinamarca el diferencial  $r_{t,n} - r_{t,1}$  predice los cambios en los tipos futuros mejor en periodos en los que la volatilidad es alta. Engsted y Tanggaard (1995) encuentran evidencia a favor de la HE en el mercado de bonos danés en aquellos periodos en los que la autoridad monetaria controla la oferta monetaria. Sin embargo, se rechaza la hipótesis cuando se pasa a controlar los tipos de interés, tal como habían detectado Mankiw y Miron (1986) para la economía americana. En esta misma línea, Sola y Driffill (1994) rechazan la HE con una extensión del trabajo de Hamilton (1988) para la economía americana, en la que incorporan el cambio de régimen en la modelización VAR de la teoría de las expectativas. Del mismo modo señalan que los métodos habituales de contraste están sesgados en el caso de que se haya producido un cambio de régimen<sup>17</sup>.

Otra vía para el contraste de la HE ha sido el análisis de las relaciones de equilibrio a largo plazo entre los tipos implícitas en ella. Así, la relación (II.25) bajo la hipótesis  $\alpha_s = 0$ ,  $\beta_s = 1$ ,  $\varepsilon_{t+n-s}$  incorrelado con las variables del conjunto de información y con tipos I(1), el tipo de interés al contado y el tipo *forward* están cointegrados con vector de cointegración (1, -1). Por otro lado, partiendo de la expresión de la teoría en función de la prima de reinversión, si expresamos (II.28) en términos del diferencial respecto al tipo a corto plazo:

$$r_{t,n} - r_{t,1} = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} E_t(r_{t+i,1} - r_{t,1}) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n-1} (n-i) E_t \Delta r_{t+i,1} \quad (\text{II.31})$$

<sup>17</sup> Aplican los contrastes de regresión y VAR habituales a los datos generados de manera artificial por un modelo en el que se cumple la teoría de las expectativas y contiene cambios de régimen estocásticos. Tales contrastes rechazan la teoría de las expectativas y dan resultados similares a los obtenidos con datos reales.

lo cual implica que si los tipos son variables  $I(1)$  el diferencial será  $I(0)$  es decir,  $r_{t,n}$  y el tipo a corto plazo comparten una tendencia estocástica. El vector de cointegración es  $(1,-1)$ , por lo que el diferencial de tipos determina el término del corrección del error. Nótese que la expresión (II.31) implica que cualquier diferencial de tipos de interés al contado debe ser estacionario.

Es importante resaltar que los tipos estarán cointegrados aunque en el lado derecho de (II.31) aparezca una constante o una variable estacionaria, por lo que la cointegración entre los tipos de interés es una condición necesaria, aunque no suficiente, para que se cumpla la HE.

Esta teoría implica que, para un conjunto de  $n$  plazos  $\{r_{t,1}, r_{t,2}, \dots, r_{t,n}\}$ , existen  $n-1$  relaciones de cointegración, o, equivalentemente, una única tendencia común. En este caso, contrastar la HE requiere contrastar si la matriz de los vectores de cointegración tiene la forma:

$$\alpha' = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ -1 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -1 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{II.32})$$

El resultado habitual que se encuentra en trabajos como Bradley y Lumpkin (1992), Mougoué (1992), Nouzard y Grennier (1995) o Skilos y Wohar (1996) es compatible con la HE, pues generalmente se detecta una única tendencia en la estructura temporal. Sin embargo, la evidencia aportada por Hall, Anderson y Granger (1992), Johnson (1994) o Engsted y Tanggaard (1994) indica que, si bien existe una única tendencia común, se rechaza que  $\alpha'$  está contenida en el espacio de cointegración. Para realizar los análisis se utilizan generalmente los contrastes de cointegración de Johansen (1988) y Johansen y Juselius (1990). Pagan, Hall y Martin (1996) señalan que ese rechazo puede ser debido a un efecto

del nivel de los tipos sobre la distribución de los contrastes que hace que los valores críticos considerados sean demasiado pequeños.

Sin embargo, aunque se rechaza que  $\alpha'$  esté contenida en el espacio de cointegración, no se puede rechazar, en general, que los diferenciales de tipos de interés, analizados individualmente, sean estacionarios. Ejemplos de este resultado se pueden encontrar en Hall, Anderson y Granger (1992), Johnson (1994), Engsted y Tanggaard (1994) o Hurn, Moody y Muscatelli (1995).

### II.5.2.- Estimación de las primas por plazo

El rechazo de la Hipótesis de las Expectativas señalado en la sección anterior ha llevado a considerar primas por plazo que varían en el tiempo. Tales primas no son observables en  $t$ , pues dependen de las expectativas que en ese momento del tiempo se realicen sobre los tipos de interés futuros. Por ello, el análisis de las mismas ha partido de tres estrategias diferentes: (1) evaluación de las expectativas de los agentes a través de encuestas, (2) estimación del mecanismo generador de expectativas y (3) estimación indirecta.

En cuanto a la primera de las estrategias, utilizada por Kane y Malkiel (1967), está sujeta a la crítica de Friedman (1980) a este tipo de datos mencionada en el apartado anterior. Los posibles errores de medida en las expectativas medidas a través de encuestas afectarán también a las primas estimadas con este procedimiento.

La estrategia (2) implica construir un modelo econométrico convencional para el tipo de interés a corto plazo en la definición de la prima, a partir del cual estimar  $E_t(r_{t+1,t})$ . Un ejemplo en esta línea es Modigliani y Shiller (1973). McCulloch (1975) muestra que este tipo de análisis implica una serie de restricciones que limitan su validez para la estimación de las primas por plazo.

La última estrategia tiene su origen en el trabajo de Kessel (1965) y ha sido el método más frecuente en la literatura. Se parte de dos supuestos: expectativas racionales [expresión (II.22)] y una ecuación de comportamiento para la prima. Estos supuestos, junto con la definición de la misma dada por (II.9) permiten llegar a expresiones del tipo<sup>18</sup>:

$$\hat{r}_{t+n-s,s}^t - r_{t+n-s,s} = \beta_1 x_{1t} + \beta_2 x_{2t} + \dots + \beta_k x_{kt} - \varepsilon_{t+n-s} \quad (\text{II.33})$$

La estimación de (II.33) proporciona una estimación consistente de la prima<sup>19</sup>.

La clase de ecuaciones elegidas generalmente implican una serie de restricciones que limitan la existencia de relaciones dinámicas entre la prima y las variables que forman el conjunto de información. Este tema así como la evaluación de los determinantes de la prima en un contexto en el que existen tales relaciones dinámicas serán tratados con más detalle en el Capítulo III.

Otras críticas al método indirecto están relacionadas con la existencia de pocos avances en el análisis teórico de la ETTI que permitan seleccionar las variables relevantes para explicar la prima. En algunos casos se analiza si la prima está relacionada con el nivel de los tipos de interés. Shiller (1979) elige el tipo a largo plazo, encontrando un coeficiente positivo que interpreta como un exceso de volatilidad en su análisis de los mercados de bonos estadounidense y británico. Campbell y Shiller (1984) encuentran que existe una infrarreacción de los tipos a largo respecto al tipo a corto, pues el diferencial contado-*forward* a largo plazo

<sup>18</sup> Aunque en el desarrollo se utiliza la prima *forward* se podría usar cualquier otra versión de la prima.

<sup>19</sup> El procedimiento es equivalente a estudiar regresiones de las primas dadas por (II.9), (II.10) o (II.11), realizadas en el mercado, sobre las variables que forman el conjunto de información disponible en  $t$ . A estas primas generalmente se las denomina primas *ex-post* y se evalúan numéricamente sustituyendo la expectativa por la realización del tipo en cuestión.

depende negativamente del tipo a corto<sup>20</sup>. En España, Ezquiaga y Freixas (1991) hallan una relación creciente entre prima y los tipos en el mercado de repos sobre Letras del Tesoro. Ayuso, Novales y de la Torre (1992) analizan la relación entre el nivel de las primas, medido como el valor absoluto de las mismas, y el nivel de los tipos el mercado interbancario. Sus resultados indican que tal relación es creciente.

Otros estudios se centran en el análisis de las primas por plazo como una función de variables del entorno macroeconómico y/o de indicadores del nivel de riesgo o volatilidad. Mishkin (1982) encuentra relación entre la prima y la tasa de inflación, la tasa de crecimiento del dinero y la tasa de crecimiento de la renta. Jones y Roley (1983) consideran la oferta de bonos, la tasa de desempleo, el nivel de los tipos de interés y la deuda en manos de extranjeros. Sólo las dos últimas variables parecen tener información relevante. Otros autores han considerado la relación de las primas con aspectos institucionales. En este sentido Mankiw, Miron y Weil (1987) encuentran que las primas se vieron afectadas por la creación de la Reserva Federal. Mankiw y Miron (1986) y Hardouvelis (1986) llegan a que la variabilidad en las primas se debe a los cambios en los objetivos de la política monetaria.

La importancia del riesgo para explicar las variaciones en el tiempo de las primas ha sido estudiada por muchos autores. Suponen que los movimientos no

---

<sup>20</sup> Ederington y Huang (1995) han puesto de manifiesto que, bajo el supuesto de primas constantes, encontrar parámetros significativamente distintos de cero en este tipo de formulaciones puede deberse a que se contrasta conjuntamente la HE y un supuesto de expectativas racionales según el que los individuos conocen con certeza los parámetros determinantes del comportamiento futuro de los tipos de interés. Si por expectativas racionales se entiende que los agentes utilizan de manera eficiente toda la información disponible, la diferencia entre los parámetros estimados y los verdaderos puede causar la correlación entre el diferencial contado-*forward* y los tipos de interés.

anticipados en los tipos de interés (o riesgo) son los que causan la variación en la prima. Partiendo de (II.27), particularizando para  $n=2$  y  $s=1$ :

$$\begin{aligned} f_{t+1,1}^t - r_{t+1,1} &= \pi_{t,1}^f - \varepsilon_{t+1} \\ \pi_{t,1}^f &= \pi_1 + \delta g(h_t) \end{aligned} \tag{II.34}$$

donde  $g(h_t)$  es una medida del riesgo asociado a la evolución de los tipos de interés a corto plazo. Frecuentemente se ha encontrado que medidas de volatilidad que aproximan este riesgo han resultado estadísticamente significativas. Modigliani y Shiller (1973), Shiller, Campbell y Schoenholtz (1983), Ezquiaga y Freixas (1991), Ayuso y de la Torre (1991) o Freixas y Novales (1992) utilizan una desviación típica móvil de los tipos de interés como aproximación del nivel de incertidumbre (volatilidad). Fama (1976a) propone una transformación de esta medida que consiste en calcular la media del valor absoluto de los cambios en el tipo a corto plazo. Esta medida ha sido utilizada también por Jones y Roley (1983) y Mishkin (1982). En la mayoría de los casos se detecta que la volatilidad afecta positivamente a las primas<sup>22</sup>.

Sin embargo, a partir del trabajo de Engle, Lilien y Robins (1987) se ha generalizado el análisis de las primas por plazo a través de modelos GARCH-M (*Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity in Mean*) para representar conjuntamente la variación en la varianza condicional de los tipos de interés y la prima por plazo<sup>23</sup>. En este caso  $h_t$  es la varianza condicional del tipo de interés a corto plazo, la cual evoluciona según algún modelo tipo GARCH.

<sup>22</sup> En el caso de la economía española los resultados difieren de los encontrados para la economía americana, ya que el efecto de la volatilidad es en unos casos negativo [Ayuso y de la Torre (1991) y Freixas y Novales (1992)] y en otros positivo [Ezquiaga y Freixas (1991)].

<sup>23</sup> Este tipo de modelos, así como otras medidas de volatilidad, son tratados detalladamente en el Capítulo IV.

Engle, Lilien y Robins (1987) encuentran que el logaritmo de la varianza estimada con un modelo ARCH es significativo para explicar el comportamiento de la prima.

Otros trabajos en esta línea son Taylor (1992), quien no encuentra efectos de la volatilidad ARCH en la prima en el Reino Unido o Tzavalis y Wickens (1995), cuyos resultados indican que la alta persistencia en la volatilidad detectada para la economía americana es debida al cambio en los objetivos de la política monetaria de finales de los 70. Henry (1998) retoma el trabajo de Tzavalis y Wickens (1995) y, con una muestra de datos mayor, llega al resultado contrario, es decir, la persistencia en la varianza es independiente del cambio en la política monetaria. En el caso de la economía española Ayuso, Novales y de la Torre (1991) estiman la volatilidad con un modelo ARCH y encuentran que ésta afecta positivamente al nivel de las primas (valor absoluto de las mismas).

Bollerslev, Engle y Wooldridge (1988) proponen el análisis de la prima por plazo en un contexto GARCH-M multivariante. Partiendo del modelo de valoración de activos CAPM muestran que la prima viene determinada por la covarianza entre los tipos y los rendimientos de una cartera de activos de referencia. En esta línea Engle, Ng y Rothschild (1990) analizan los tipos de las Letras del Tesoro americanas de 2 a 12 meses entre 1964 y 1985. Hallan que es posible prever la prima con una cartera de Letras con la misma ponderación utilizando el modelo Factor-ARCH. Engle y Ng (1993a), partiendo de este mismo modelo y con una muestra mayor encuentran que el efecto combinado de las expectativas y la prima variable es capaz de reproducir las curvas de tipos observadas en la economía. En periodos de volatilidad alta es la prima el factor determinante de la pendiente, mientras que en periodos de baja volatilidad el papel más importante lo juegan las expectativas.

Es importante destacar la relación entre los modelo GARCH y la contrastación empírica de los modelos teóricos financieros mostrados en la Sección II.4. Los modelos GARCH se pueden considerar aproximaciones en tiempo discreto a procesos de difusión [Nelson (1990a)]. Por ello los modelos de valoración financieros aproximan el factor de volatilidad condicional con una especificación GARCH en tiempo discreto. Un ejemplo en esta línea se puede encontrar en Longstaff y Schwartz (1992)

Por último, frente al análisis de los determinantes de las primas por plazo vía modelización del riesgo, otros autores, como Mayfield y Murphy (1996) estiman modelos que permiten contrastar si efectivamente el rechazo de la HE se debe a la presencia de primas por plazo variables. Estos autores analizan el mercado de eurodepósitos partiendo del CAPM el cual relaciona la prima de riesgo con un factor inobservable común entre las distintas divisas. Este factor se aproxima utilizando efectos fijos temporales y entre divisas en un modelo de datos de panel que permite mejorar la capacidad predictiva de la estructura temporal.

## **II.6. RESUMEN Y CONCLUSIONES**

En este capítulo se ha realizado una revisión de la literatura tanto teórica como empírica sobre la estructura temporal de los tipos de interés. Se ha tratado el análisis teórico de la ETTI tanto desde el punto de vista macroeconómico como desde el financiero. Del mismo modo se ha tratado el análisis empírico de la ETTI.

En el caso del análisis macroeconómico, el interés principal está en determinar la relación entre las variables de la economía y la ETTI, con objeto de comprender los mecanismos de transmisión de las decisiones de política monetaria

comprender los mecanismos de transmisión de las decisiones de política monetaria a la economía real. Para ello se parte de modelos de equilibrio general. Sin embargo las propiedades de la series generadas por tales modelos distan mucho de ser similares a las de las variables financieras reales.

La economía financiera está más interesada en utilizar la estructura temporal para valorar activos financieros, para lo cual se analiza la ETTI a través de modelos de valoración por arbitraje en tiempo continuo. A partir del trabajo de Cox, Ingersol y Ross (1985b), se incorporan al análisis modelos de equilibrio general. Al igual que en el enfoque anterior, el contraste empírico de estos modelos es complejo y, en general, ha proporcionado resultados contradictorios.

En cuanto al análisis empírico de la ETTI es posible distinguir también dos enfoques: el contraste de la Hipótesis de las Expectativas y el análisis de las primas por plazo. En el primer caso, el resultado más frecuente ha sido el rechazo de esta teoría en sus distintas formulaciones, aunque se encuentran algunos aspectos que si se ajustan a la misma, como la estacionariedad de los diferenciales de tipos de interés.

En general, ese rechazo se ha relacionado con la existencia de primas variables, existiendo consenso sobre que tal variabilidad se debe al riesgo o incertidumbre sobre la evolución futura de los tipos de interés. Sin embargo, el análisis del efecto del riesgo o cualquier otro posible determinante se encuentra con varios problemas. El primero de ellos es la no observabilidad de las primas. Para superarlo se han desarrollado métodos de estimación indirecta que conllevan la especificación de ecuaciones de comportamiento estáticas para las mismas.

El segundo problema está relacionado con la no observabilidad del riesgo. Generalmente se aproxima con alguna medida de volatilidad de los tipos. Sin embargo, no existe unanimidad sobre cual es la medida más apropiada, al

contrario, hay muchos métodos propuestos por la literatura. Se ha tratado de superar este problema con la aplicación al análisis de los modelos GARCH-M, que permiten la modelización conjunta de las primas, la volatilidad y la dependencia existente entre ambas, aunque los resultados obtenidos no son concluyentes.

Los problemas mencionados en la estimación y análisis de las primas por plazo dejan abiertos una serie de interrogantes a los cuales se trata de dar respuesta en los siguientes capítulos. En el Capítulo III se aborda la estimación y análisis de las primas mientras que en los Capítulos IV y V se estudia la relevancia en el análisis final de la medida de volatilidad elegida para aproximar el riesgo del que dependen las primas.

## **Capítulo III**

# **Estimación Multivariante de las Primas por Plazo y Análisis de la Relación Prima-Riesgo: El Mercado Interbancario Español**

### **III.1. INTRODUCCIÓN**

Como se ha puesto de manifiesto en el capítulo anterior, en el análisis de la ETTI existe una gran cantidad de evidencia empírica en contra de la Hipótesis de las Expectativas. Generalmente se ha considerado que el fallo de esta teoría es debido a la existencia de primas por plazo variables en el mercado. Este hecho ha motivado que gran parte de la investigación se haya dirigido al análisis de la importancia de tales primas, de sus propiedades y de sus posibles determinantes.

Sin embargo, la prima por plazo en cualquiera de sus formas<sup>1</sup> es una

---

<sup>1</sup> Como se vio en el Capítulo II, hay tres definiciones diferentes de prima por plazo: prima *forward*, prima de reinversión y la prima del periodo de posesión.

variable no observable en  $t$ , pues depende de la expectativa que formen los agentes sobre los tipos de interés en periodos futuros. Por ello, como ya se adelantaba en la Sección II.5 del Capítulo II, la solución estándar al problema de la estimación y el análisis de los determinantes de una prima por plazo consiste en combinar (a) una definición de la prima con (b) una ecuación de comportamiento para la misma. Uniendo estos dos elementos surge un modelo econométrico uniecuacional a través del cual se estima la prima y se evalúa la importancia relativa de sus posibles determinantes. Generalmente se han considerado ecuaciones de comportamiento donde las primas son funciones lineales estáticas de un conjunto de variables. Algunos ejemplos de este planteamiento son Jones y Roley (1993), Engle, Lilien y Robins (1987), Ayuso, Novales y de la Torre (1991) o Freixas y Novales (1992).

Este tipo de formulación presenta varias limitaciones, entre las que cabe resaltar las siguientes. Por un lado, limita la respuesta de las primas ante sorpresas en sus determinantes, ya que implícitamente se impone una respuesta instantánea. Por otro lado, no se considera la posibilidad de que existan relaciones dinámicas entre las variables determinantes, lo cual puede afectar a la evaluación de la importancia relativa de cada una de ellas.

La correcta especificación de la ecuación de comportamiento para la prima es, sin duda, el punto más débil de este enfoque. En Flores (1995a, 1995b) se muestra como las especificaciones estáticas frecuentemente utilizadas, implican importantes restricciones sobre las relaciones dinámicas entre las variables que integran el conjunto de información. Errores en la especificación de la ecuación de comportamiento para la prima pueden conducir a una estimación inadecuada de la misma, provocar distorsiones en sus propiedades estadísticas y/o llevar a errores en la evaluación de la importancia de las variables que se supone explican su comportamiento.

En este capítulo se describe un procedimiento para la estimación de las primas por plazo que no necesita la especificación a priori de una ecuación de comportamiento y elimina por tanto una fuente importante de errores. Este método parte de un enfoque multivariante estocástico y tiene varias ventajas sobre los procedimientos estándar. En primer lugar permite recoger todas las relaciones dinámicas entre las variables que explican el comportamiento de la prima. En segundo lugar, permite detectar factores comunes no estacionarios dentro del conjunto de determinantes que implican importantes propiedades para las primas [véase Hall, Anderson y Granger (1992)]. Por último, este enfoque engloba al estándar como un caso particular.

Siguiendo la misma línea, en este capítulo también se desarrolla un procedimiento para evaluar la importancia de una variable en el comportamiento de la prima. Este procedimiento, al contrario que el procedimiento estándar, no restringe las relaciones dinámicas que pudieran existir entre las variables del conjunto de información.

Ambos procedimientos, estimación de primas y evaluación de sus determinantes, se ilustran con la estimación de algunas primas por plazo del Mercado Interbancario de Depósitos Español (en adelante MIDE) y el análisis de la importancia del riesgo en la explicación de su comportamiento. Este análisis también presenta como novedad el uso de la familia de medidas de riesgo propuestas por Luce (1980) y recientemente impulsadas por Granger y Ding (1994, 1995, 1996) y Ding y Granger (1996). Estas medidas presentan dos características deseables: (1) son fáciles de calcular y (2) no dependen del proceso generador de expectativas, lo que permite utilizar fácilmente más de una de ellas en situaciones donde esto sea aconsejable, como por ejemplo en casos en los que se detecten relaciones de retroalimentación entre tipos.

El resto del capítulo está organizado como sigue. En la Sección III.2 se exponen los procedimientos estándar propuestos en la literatura para la estimación y el análisis de las primas por plazo, se muestran sus limitaciones y se describe detenidamente el método de estimación multivariante de las primas. A partir del mismo se muestra la relación entre la prima por plazo y los errores de predicción un periodo hacia adelante asociados a todas las variables dentro del conjunto de información. En la Sección III.3 se presenta el análisis empírico que ilustra el procedimiento descrito en la sección anterior, en el que se estiman dos importantes primas por plazo del MIDE: la prima implícita en el plazo 30 días frente a 15 días y en el plazo 15 días frente a 7 días. En la sección III.4 se propone el procedimiento para evaluar el efecto de una variable en particular sobre el comportamiento de la prima. En la sección III.5 se ilustra el procedimiento con el análisis empírico de la importancia del riesgo en la determinación de las dos primas estimadas en la Sección III.3. Por último, en la sección III.6 se exponen las principales conclusiones. El capítulo termina con cuatro apéndices en los que se incluyen algunos resultados teóricos complementarios así como los gráficos y tablas resultantes de las aplicaciones empíricas.

### III.2. ESTIMACIÓN Y ANÁLISIS DE LAS PRIMAS POR PLAZO

Para simplificar, la exposición se centra en la prima *forward* que surge de comparar la inversión en un activo a dos periodos con la reinversión de un activo a un periodo (expresión (II.9) particularizada para  $n=2$  y  $s=1$ ):

$$\begin{aligned}\pi_{t,1} &= 2r_{t,2} - r_{t,1} - E_t(r_{t+1,1}) \\ &= f_{t+1,1}^t - E_t(r_{t+1,1})\end{aligned}\tag{III.1}$$

Para simplificar la notación se suprime el superíndice de la prima.

Tal como se muestra en el Capítulo II, dado que la prima no es observable en  $t$ , se han propuesto varias alternativas para su estimación. El procedimiento más habitual (o procedimiento estándar) es la estimación indirecta propuesta por Kessel (1965).

### III.2.1.- Procedimiento estándar

Este procedimiento parte de dos hipótesis básicas:

1.- Expectativas racionales:

$$E_t(r_{t+1,1}) = r_{t+1,1} - \varepsilon_{t+1} \quad \text{con} \quad E_t(\varepsilon_t) = 0 \quad (\text{III.2})$$

2.- Ecuación de comportamiento de la prima:

$$\pi_{t,1} = \beta_1 x_{1t} + \beta_2 x_{2t} + \dots + \beta_k x_{kt} \quad (\text{III.3})$$

donde  $\{x_{1t}, x_{2t}, \dots, x_{kt}\}$  es el conjunto de variables relevantes.

Uniendo (III.2) y (III.3) con la definición de la prima dada en (III.1) :

$$f_{t+1,1}^t - r_{t+1,1} = \beta_1 x_{1t} + \beta_2 x_{2t} + \dots + \beta_k x_{kt} - \varepsilon_{t+1} \quad (\text{III.4})$$

La estimación de la ecuación (III.4) proporciona una estimación consistente de los parámetros de la ecuación (III.3) y, por tanto, de la prima. Los trabajos ya mencionados en la Sección II.5 del Capítulo II plantean distintas variaciones sobre esta línea básica. Entre ellas podemos destacar las siguientes:

a.- Jones y Roley (1983)

$$\begin{aligned} 2r_{t,2} - r_{t+1,1} &= \pi_{t,1} + \beta_{r_{t,1}} + \varepsilon_{t+1} \\ \pi_{t,1} &= X_t' \alpha \end{aligned} \quad (\text{III.5})$$

donde  $\alpha$  es un vector de parámetros y  $X_t' = (x_{1t}, x_{2t}, \dots, x_{kt})$  es el vector de variables explicativas del comportamiento de las primas. Las variables que

incluyen estos autores son el tipo de interés de las Letras del Tesoro, la tasa de desempleo, el riesgo<sup>2</sup> [el cual se aproxima con la medida de volatilidad propuesta por Fama (1976a)], la oferta de Letras del Tesoro y la cantidad de activos del Tesoro en manos de extranjeros.

b.- Engle, Lilien y Robins (1987)

$$\begin{aligned} f_{t+1,1}^t - r_{t+1,1} &= \pi_{t,1} + \varepsilon_{t+1} \\ \pi_{t,1} &= \alpha_1 + \alpha_2 \text{Ln}(h_{t+1}) + \alpha_3 (r_{t,2} - r_{t,1}) \\ h_{t+1}^2 &= \beta_1 + \beta_2 \sum_{i=1}^p \omega_i \varepsilon_{t+1-i}^2 \end{aligned} \quad (\text{III.6})$$

donde el logaritmo de la desviación típica condicional del termino de error [ $\text{Ln}(h_{t+1})$ ] es la medida de volatilidad que aproxima al riesgo.

c.- Freixas y Novales (1992)

$$\begin{aligned} r_{t+1,1} - r_{t,1} &= \pi_{t,1} + \beta (f_{t+1,1}^t - r_{t,1}) + \varepsilon_{t+1} \\ \pi_{t,1} &= \alpha_1 + \alpha_2 v_t \end{aligned} \quad (\text{III.7})$$

donde  $v_t$  es la volatilidad del tipo de interés a corto plazo, definida como la desviación típica móvil del tipo a corto plazo.

A partir de cualquiera de estos modelos es posible estimar  $\pi_{t,1}$  vía la estimación de los parámetros en:  $(\beta \alpha)$ ,  $(\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \beta_1 \beta_2 \omega_1 \dots \omega_2)$  ó  $(\beta \alpha_1 \alpha_2)$  respectivamente. En este contexto, una determinada variable será importante en la explicación de la prima si su coeficiente en la ecuación de comportamiento resulta ser significativo.

La ventaja de este enfoque radica en que no es necesario calcular  $E_t(r_{t+1,1})$

<sup>2</sup> Las medidas de volatilidad son objeto de análisis en los capítulos IV y V, a los que se remite al lector para más detalles sobre las mismas.

para la estimación de  $\pi_{t,1}$ , esto es, no es necesario suponer un determinado conjunto de información para los agentes ni tampoco un determinado mecanismo generador de expectativas; sin embargo, tiene el inconveniente de que se introduce de forma arbitraria un nuevo elemento: la ecuación de comportamiento para  $\pi_{t,1}$ . La correcta especificación de esta ecuación no es trivial, ya que: (1) debe contener al menos, todas aquellas variables con información relevante (directa o indirecta) acerca de la evolución presente y futura de los tipos y (2) a cada una de esas variables debe asignarse una estructura de retardos que depende de las relaciones dinámicas que existan entre todas las variables del conjunto de información.

En el análisis empírico, se ha optado por especificaciones sencillas, esto es, relaciones estáticas entre la prima y un número reducido de variables, lo que implica importantes restricciones sobre las relaciones dinámicas entre las variables que integran el conjunto de información de los agentes. Todos estos aspectos críticos del procedimiento estándar de estimación de primas por plazo se ponen de manifiesto con más claridad en la exposición del método alternativo de estimación de primas por plazo descrito a continuación.

### III.2.2.- Procedimiento multivariante estocástico

Constituye una forma alternativa de plantear el problema de estimación de una prima por plazo que supera las limitaciones del procedimiento estándar, además de incluirlo como un caso particular [véase Flores (1995a y 1995b)].

Se parte de dos supuestos básicos:

- 1.- Los inversores forman sus expectativas con un mecanismo generador de expectativas tipo VARMA.
- 2.- El conjunto de información que manejan es:  $\Omega_t = \{z_t, z_{t-1}, \dots\}$  donde, por ejemplo,  $z_t = \{r_{t,2}, r_{t,1}, x_t, y_t\}$ , es decir, un tipo de interés a largo plazo,  $r_{t,2}$ ,

un tipo a corto plazo,  $r_{t,1}$ , y dos variables relacionadas con ellos,  $x_t$ ,  $y_t$ .

En particular, el proceso VARMA para  $z_t$  se puede expresar como:

$$z_t = \Psi(B) e_t \quad (\text{III.8})$$

donde  $e_t$  es un vector de variables aleatorias normales, independientes e idénticamente distribuidas con matriz de varianzas y covarianzas contemporáneas  $\Sigma$  y donde  $\Psi(B)$  es una matriz polinomial en el operador racional de retardos  $B$ , de orden infinito y normalizada, esto es,  $\Psi(0)=I$ . El elemento genérico de  $\Psi(B)$  toma la forma:

$$\begin{aligned} \Psi_{ij}(B) &= 1 + \psi_{ij,1}B + \psi_{ij,2}B^2 + \psi_{ij,3}B^3 + \dots & \forall i=j \\ &= \psi_{ij,1}B + \psi_{ij,2}B^2 + \psi_{ij,3}B^3 + \dots & \forall i \neq j \end{aligned} \quad (\text{III.9})$$

Si las variables en  $z_t$  son integradas de orden 1 y no existen relaciones de cointegración,  $\Psi(B)$  puede factorizarse como:

$$\begin{aligned} \Psi(B) &= D^{-1} \Psi^*(B) \\ D^{-1} &= \Delta^{-1} I_{(4 \times 4)} \\ \Psi^*(B) &= \Phi^{-1}(B) \Theta(B) \end{aligned} \quad (\text{III.10})$$

con las raíces de  $|\Phi(B)| = 0$  y  $|\Theta(B)| = 0$  fuera del círculo unidad y  $\Delta = 1-B$ . En este caso, un modelo VARMA para el vector de series no estacionarias  $z_t$  puede obtenerse a partir del modelo VARMA para el vector de series estacionarias  $\Delta z_t$ , elaborado según la metodología expuesta en Jenkins y Alavi (1981) o Tiao y Box (1981).

Si existen  $r \geq 0$  relaciones de cointegración en  $z_t$ , la factorización anterior no existe. En este caso, el proceso VARMA para el vector de series  $I(1)$ ,  $z_t$ , puede

obtenerse a partir del proceso VARMA para un vector de series estacionarias,  $z_t^*$ , formado por las  $r$  relaciones de cointegración y cualesquiera  $4-r$  combinaciones lineales independientes (e independientes de las  $r$  relaciones de cointegración) de elementos de  $\Delta z_t$ . Nótese que:

$$(I - D_1 B) P_0 z_t = z_t^* \tag{III.11}$$

donde  $D_1$  es una matriz de dimensión  $4 \times 4$  con todos los elementos iguales a cero, excepto los últimos  $4-r$  elementos de la diagonal principal que toman el valor 1.  $P_0$  es una matriz  $4 \times 4$  no singular, cuyas primeras  $r$  filas corresponden a los  $r$  vectores de cointegración, y las  $4-r$  filas restantes corresponden a los vectores que definen las  $4-r$  combinaciones lineales descritas anteriormente.

En ambos casos, la expresión que relaciona la prima por plazo  $\pi_{t,1}$  con las variables en  $z_t$  puede obtenerse de (III.1) y (III.8) como:

$$\pi_{t,1} = S(B) e_t \tag{III.12}$$

donde:

$$e_t = [e_{r2,t} \ e_{r1,t} \ e_{x,t} \ e_{y,t}]' \tag{III.13}$$

es el vector de errores y  $S(B)$  es el vector fila polinomial:

$$S(B) = [S_{r2}(B) \ S_{r1}(B) \ S_x(B) \ S_y(B)] \tag{III.14}$$

con

$$\begin{aligned} S_{r2}(B) &= [2B\Psi_{1,1}(B) - B\Psi_{2,1}(B) - \Psi_{2,1}(B)] B^{-1} \\ S_{r1}(B) &= [2B\Psi_{1,2}(B) - B\Psi_{2,2}(B) - \Psi_{2,2}(B) + 1] B^{-1} \\ S_x(B) &= [2B\Psi_{1,3}(B) - B\Psi_{2,3}(B) - \Psi_{2,3}(B)] B^{-1} \\ S_y(B) &= [2B\Psi_{1,4}(B) - B\Psi_{2,4}(B) - \Psi_{2,4}(B)] B^{-1} \end{aligned} \tag{III.15}$$

La expresión (III.15) sólo es válida en el caso en el que no se produzca solapamiento de datos. Este problema surge cuando la frecuencia de observación es inferior al plazo del tipo a corto en la expresión (III.1). Para más detalles sobre este punto así como para una expresión más general que (III.15) véase el Apéndice III.A.

La ecuación (III.12) relaciona  $\pi_{t,1}$  con los errores de previsión un período hacia adelante, pasados y presentes, correspondientes a todas las variables en  $z_t$ :

$$\pi_{t,1} = S_{r2}(\mathbf{B}) e_{r2,t} + S_{r1}(\mathbf{B}) e_{r1,t} + S_{x1}(\mathbf{B}) e_{x,t} + S_y(\mathbf{B}) e_{y,t} \quad (\text{III.16})$$

Esos errores llevan asociada una estructura de retardos en  $\pi_{t,1}$  que viene dada por los componentes de  $S(\mathbf{B})$ . Nótese a partir de (III.10) que la ausencia de cointegración hará que los elementos de  $S(\mathbf{B})$  compartan un factor  $\Delta^{-1}$ , esto es, que  $\pi_{t,1}$  sea una variable  $I(1)$ . Hall, Anderson y Granger (1992) muestran la proposición contraria, es decir, en presencia de cointegración las primas por plazo son estacionarias.

Esta representación es particularmente interesante ya que proporciona una interpretación intuitiva de la prima por plazo, relacionando su tamaño con los errores de previsión pasados y presentes de todas las variables que forman el conjunto de información. Las innovaciones presentes indican reacciones instantáneas de los agentes (cambios en la prima) a los acontecimientos presentes. La presencia de errores de previsión pasados indica reacciones presentes de los agentes a acontecimientos pasados, esto es, ajustes en la prima que se prolongan durante varios períodos. La presencia de este tipo de errores en la prima es lo que hace que ésta no siga un proceso de ruido blanco. De la misma forma, una prima por plazo autocorrelacionada sugiere que las primas no se ajustan totalmente de forma instantánea, sino que el ajuste se prolonga durante varios períodos.

Utilizando (III.8) y (III.12),  $\pi_{t,1}$  puede representarse también como:

$$\pi_{t,1} = \mathbf{S}(\mathbf{B}) \Psi^{-1}(\mathbf{B}) \mathbf{z}_t = \mathbf{V}(\mathbf{B}) \mathbf{z}_t \quad (\text{III.17})$$

Es evidente que, en ausencia de cancelaciones casuales en el vector  $\mathbf{V}(\mathbf{B})$ ,  $\pi_{t,1}$  depende de los valores presentes y pasados de todas las variables de  $\mathbf{z}_t$ . De este modo, el supuesto de que la prima es una función lineal y estática de algunos componentes de  $\mathbf{z}_t$  es muy restrictivo ya que se está imponiendo a priori que el valor de muchos elementos de  $\mathbf{V}(\mathbf{B})$  sea cero. Nótese que un caso particular de (III.17) es:

$$\pi_t^{2,1} = \mathbf{V}(0) \mathbf{z}_t \quad (\text{III.18})$$

donde los únicos elementos significativos son los términos en  $\mathbf{B}^0$ , lo que da lugar a una relación puramente estática entre la prima y todas las variables del conjunto de información. A partir de (III.18) es inmediato comprobar que la especificación tradicional de la prima de la que parte el procedimiento estándar es un caso particular de este planteamiento multivariante. Dicha especificación restringe a cero los parámetros asociados a retardos de las variables del vector  $\mathbf{z}_t$ , además de los coeficientes del vector  $\mathbf{V}(0)$  que no correspondan a las variables de  $\mathbf{z}_t$  seleccionadas como explicativas del comportamiento de  $\pi_{t,1}$ .

Del mismo modo al análisis planteado hasta el momento, si existen relaciones de cointegración, es posible interpretar la prima en términos de las relaciones de equilibrio entre las variables del conjunto de información. Si los vectores  $\mathbf{z}_t^*$  y  $\mathbf{z}_t$  siguen los procesos:

$$\begin{aligned} \mathbf{z}_t^* &= \Psi_0(\mathbf{B}) \mathbf{a}_t \\ \mathbf{z}_t &= \Psi(\mathbf{B}) \mathbf{e}_t \end{aligned} \quad (\text{III.19})$$

se verifica que la relación entre  $\mathbf{e}_t$  y  $\mathbf{a}_t$  es:

$$\mathbf{e}_t = \mathbf{P}_0^{-1} \mathbf{a}_t \quad (\text{III.20})$$

por lo que, usando (III.12) y (III.20), la prima por plazo puede expresarse también como:

$$\pi_{t,1} = \mathbf{S}(\mathbf{B}) \mathbf{P}_0^{-1} \mathbf{a}_t \quad (\text{III.21})$$

según la cual la prima es una suma ponderada de los errores de previsión de los elementos del vector  $\mathbf{z}_t^*$ .

Adicionalmente, (III.12) y (III.19) implican que:

$$\pi_{t,1} = \mathbf{S}(\mathbf{B}) \Psi^{*-1}(\mathbf{B}) \mathbf{z}_t^* \quad (\text{III.22})$$

con  $\Psi^{*-1}(\mathbf{B}) = \Psi^{-1}(\mathbf{B}) \mathbf{P}_0^{-1} (\mathbf{I} - \mathbf{D}_1 \mathbf{B})^{-1}$ , es decir, la prima es una función de las  $r$  relaciones de cointegración que ligán los tipos de interés y de las  $4-r$  combinaciones de elementos de  $\mathbf{z}_t$  diferenciados. Según (III.22) las primas se ajustan ante los desequilibrios en las relaciones a largo plazo de los tipos.

La discusión anterior resalta las limitaciones del procedimiento estándar para el análisis de las primas por plazo. Dicho procedimiento, a través de una especificación errónea de la ecuación de comportamiento para la prima, puede llevar a una estimación inadecuada de la misma, distorsionar sus propiedades estadísticas y llevar a errores en la evaluación de la importancia de las variables explicativas de su comportamiento.

Esas limitaciones pueden superarse utilizando el siguiente procedimiento en tres etapas:

- 1.- Definición del vector  $\mathbf{z}_t$  de variables y obtención del número de relaciones de cointegración en dicho vector.
- 2.- Elaboración de un modelo VARMA para  $\mathbf{z}_t$  si  $r=0$ , o para  $\mathbf{z}_t^*$  si  $r>0$ .

- 3.- Cálculo de  $S(B)$  a partir de (III.15) y estimación de la prima a partir de (III.12) ó (III.17).

Alternativamente, la prima por plazo siempre puede ser calculada a partir de la definición (III.1) utilizando el modelo VARMA para el cálculo de las expectativas:

$$\hat{\pi}_{t,1} = 2r_{t,2} - r_{t,1} - E_t(\hat{r}_{t+1,1}) \quad (III.23)$$

Un aparente inconveniente de este procedimiento respecto al procedimiento estándar, es que en éste es necesario, primero, hacer un supuesto sobre el conjunto de información manejado por los agentes, y segundo, estimar las relaciones dinámicas entre las variables de dicho conjunto. No obstante, éste inconveniente no es menor que el de tener que especificar correctamente la ecuación de comportamiento para  $\pi_{t,1}$ , ya que, sea cual sea el conjunto de información que manejen los agentes, la correcta especificación de la prima no solo requiere incluir en la ecuación todas las variables del conjunto de información, como indica la expresión (III.17), sino también la asignación a cada una de esas variables de una estructura de retardos acorde con el tipo de relaciones dinámicas existentes entre ellas. En cualquier caso el investigador está obligado a definir un conjunto de información mínimo.

### III.3. ESTIMACIÓN DE LAS PRIMAS POR PLAZO EN EL MERCADO INTERBANCARIO ESPAÑOL

En esta sección se ilustra el procedimiento de estimación de las primas desarrollado en la sección anterior. Para ello se estiman dos primas por plazo del

MIDE: la prima implícita en la comparación de la inversión a 30 días frente a la inversión sucesiva en activos a 15 días,  $\pi_{t,15}$ , y la implícita en la comparación entre la inversión a 15 y la sucesiva a 7 días,  $\pi_{t,7}$ .

Posteriormente se comparan los resultados obtenidos con los que se obtendrían con la metodología estándar.

### III.3.1.- Datos y variables

Se supone que el conjunto de información de los agentes incluye el presente y el pasado de los siguientes tipos de interés:

$$\begin{aligned}
 r_{30_t} &\equiv \frac{360}{30} \text{Ln} \left( 1 + \frac{30}{360} s_{30_t} \right) \\
 r_{15_t} &\equiv \frac{360}{15} \text{Ln} \left( 1 + \frac{15}{360} s_{15_t} \right) \\
 r_{7_t} &\equiv \frac{360}{7} \text{Ln} \left( 1 + \frac{7}{360} s_{7_t} \right) \\
 r_{1_t} &\equiv \frac{360}{1} \text{Ln} \left( 1 + \frac{1}{360} s_{1_t} \right)
 \end{aligned}
 \tag{III.24}$$

donde  $s_{30_t}$ ,  $s_{15_t}$ ,  $s_{7_t}$  y  $s_{1_t}$  son tipos de interés simples con base 360 días, correspondientes a 30, 15, 7 y 1 día de madurez en el MIDE. Las variables  $r_{30_t}$ ,  $r_{15_t}$ ,  $r_{7_t}$  y  $r_{1_t}$  son los tipos de interés compuestos, continuos, para el plazo N días con  $N = 30, 15, 7$  y  $1$ .

La muestra que se utiliza consta de 276 observaciones semanales, desde el 1-4-1989 a 30-4-1994. Durante este periodo el Banco de España ha utilizado como instrumento de control monetario el tipo a un día a través de las subastas decenales de Certificados de Depósitos por lo que se puede considerar el periodo

muestral analizado homogéneo en este sentido<sup>3</sup>. Las primeras 220 se utilizan para la estimación del modelo VARMA, el resto se reserva para realizar ejercicios de previsión comparativos. Las series semanales han sido elaboradas a partir de series diarias del Banco de España, tomando como tipo representativo de la semana el correspondiente al miércoles. Esta elección minimiza el número de observaciones extremas.

En el Apéndice III.B se presentan los gráficos de los tipos de interés analizados (gráficos III.1 a III.4). Un primer análisis visual de los mismos indica que los tipos de interés no son estacionarios. Este resultado se confirma cuando realizan contrastes de raíces unitarias estándar (contraste de Dickey y Fuller aumentado, ADF, y contraste de Phillips y Perron, P-P) así como un análisis de las funciones de autocorrelación simple (Tabla III.1).

Dada la no estacionariedad de los tipos se realiza un análisis de cointegración entre los mismos<sup>4</sup>. En la Tabla III.2 aparecen los resultados del contraste de cointegración de Johansen (1988) para los vectores  $(r_{30_t} - r_{15_t})'$ ,  $(r_{15_t} - r_{7_t})'$  y  $(r_{7_t} - r_{1_t})'$ . En todas las regresiones auxiliares se ha incluido un término constante. El análisis se ha llevado a cabo para ordenes del proceso bivalente autorregresivo en niveles,  $p$ , entre 2 y 9. En todos los casos los

---

<sup>3</sup> A pesar de que el MIDE fue creado en 1976, hasta finales de los años ochenta fue un mercado residual centrado en operaciones a un día. Básicamente era utilizado por las entidades que en él operan para ajustar sus posiciones de liquidez con el fin de cumplir el coeficiente legal de caja o como instrumento de cobertura de riesgo. Su crecimiento está ligado a la mejora de las técnicas de tesorería y al desarrollo de pautas de control monetario encaminadas a conseguir una mayor estabilidad de los tipos de interés [para más detalles sobre este mercado véase Manzano y Gámez (1995)]. A este respecto, a partir de 1989 la política monetaria del Banco de España pasa a llevarse a cabo a través del control directo del tipo de interés a un día en las subastas de préstamos de regulación monetaria [véase Ayuso y Escrivá (1997)].

<sup>4</sup> Como ya se mencionó en el Capítulo II, la cointegración de los tipos es una condición necesaria (no suficiente) para el cumplimiento de la Hipótesis de las Expectativas.

resultados fueron los mismos, por lo que sólo se presentan para  $p=2$  y  $p=9$ . Indican que existe una relación de cointegración entre los tipos con vector (1 -1). Este resultado coincide con el obtenido por Hall, Anderson y Granger (1992) y Johnson (1994) para los tipos de interés de las Letras del Tesoro en EE.UU. o Hurn, Moody y Muscatelli (1995) para tipos del mercado interbancario de Londres<sup>5</sup>.

Por lo tanto, el vector de variables sobre el que efectivamente se construye el modelo M1 es:  $z_t = (s3015_t, s157_t, s71_t, s1_t)'$  donde:

$$s3015_t = r30_t - r15_t$$

$$s157_t = r15_t - r7_t$$

$$s71_t = r7_t - r1_t$$

$$s11_t = r1_t - r1_{t-1}$$

Una vez calculados los diferenciales se detectaron una serie de valores extremos, en ocasiones superiores a 5 desviaciones típicas<sup>6</sup> (gráficos III.5 a III.8). En general, los valores atípicos encontrados se concentran en los primeros meses

<sup>5</sup> Dado que, como se ha demostrado en la literatura, los contraste habituales de raíces unitarias (ADF) y de cointegración [Johansen (1988), Johansen y Juselius (1990)] tienen poca potencia en series que presentan cambios estructurales, se ha repetido el análisis de integración y cointegración utilizando los contrastes ADF secuenciales propuestos por Fernández y Peruga (1998), que permiten detectar raíces unitarias en series que presentan cambios en la tendencia estocástica, y el contraste de Gregory y Hansen (1996), que tiene potencia para detectar inestabilidad paramétrica en relaciones de cointegración [véase Fernández y Peruga (1997)]. Los resultados (que no se incluyen por motivos de espacio) confirman el análisis presentado en las tablas III.1 y III.2: las series en niveles son I(1) y los diferenciales son I(0).

<sup>6</sup> En el análisis individual de las series de tipos de interés también se detectaron valores anómalos. Sin embargo, dado que el propósito es estudiar las relaciones dinámicas que ligan a esos tipos y dados los resultados del análisis de cointegración, se analizan únicamente los valores extremos en la relación a largo plazo.

de 1989, el segundo semestre de 1992 y durante 1993<sup>7</sup>. Los valores extremos se corrigen mediante un análisis de intervención [véase, Box y Tiao (1975b)]. En todos los casos el dato atípico se trató con un sólo parámetro ( $\omega_0$ ) asociado a una variable ficticia tipo impulso<sup>8</sup> (Tabla III.3). En los gráficos III.9 a III.16 de la Sección 1 del Apéndice III.B se muestran tanto los tipos de interés como los diferenciales intervenidos<sup>9</sup>.

### III.3.2.- Estimación de las primas

Utilizando la metodología de Jenkins y Alavi (1981) se estima modelo VARMA(1,2), modelo M1, cuyos resultados se muestran en las tablas III.4 y III.5 de la Sección 2 del Apéndice III.B<sup>10</sup>. Las desviaciones típicas residuales son inferiores que las de los modelos univariantes, lo cual indica un mejor ajuste del modelo VARMA. El estadístico de Ljung-Box no detecta problemas de autocorrelación en ninguna serie del vector de residuos. El estadístico de Barlett

---

<sup>7</sup> El primer grupo de atípicos es el reflejo de la actuación del Banco de España para aliviar las tensiones cambiarias en el periodo previo a la incorporación de España al Sistema Monetario Europeo (SME) en junio de 1989 [Ayuso y Escrivá (1997)]. Los detectados en 1992 y 1993 son consecuencia de la crisis del SME, en la que se produjeron continuas intervenciones por parte del Banco de España para contrarrestar los ataques especulativos contra la peseta. También reflejan las devaluaciones de la misma ocurridas en septiembre y noviembre de 1992 y en mayo de 1993, además de los efectos de la ampliación de las bandas de fluctuación del SME en agosto de ese mismo año.

<sup>8</sup> El análisis de intervención se ha realizado con el programa TASTE.

<sup>9</sup> Tras el análisis de intervención se repitieron tanto los contrastes de raíces unitarias como los de cointegración manteniéndose los resultados. Estos análisis no se presentan por motivos de espacio.

<sup>10</sup> Para la estimación de los modelos univariantes se ha utilizado el programa Econometric Views, y el paquete estadístico SCA, Statistical System, para la estimación de los modelos VARMA. Este último programa utiliza en la estimación un algoritmo de máxima verosimilitud exacta basado en Hillmer y Tiao (1979).

[véase Tiao y Tsay (1983)] tampoco detecta ninguna estructura VAR residual<sup>11</sup>.

A partir del modelo M1 se pueden escribir las primas como en la expresión (III.12):

$$\pi_{t,7} = \frac{-0.53 - 1.12B + 1.29B^2 - 0.65B^3}{1 - 1.40B - 0.04B^2 + 0.37B^3} e_{30,t} + \frac{2.53 + 3.60B + 1.22B^2 - 0.03B^3}{1 - 1.40B - 0.04B^2 + 0.37B^3} e_{15,t} + \frac{-0.93 - 1.79B - 0.84B^2}{1 - 1.84B - 0.85B^2} e_{7,t} + \frac{-1.18 - 0.44B + 0.35B^2}{1 - 0.44B + 0.38B^2} e_{1,t} \quad (III.25)$$

$$\pi_{t,15} = \frac{0.97 + 0.18B - 4.07B^2 - 4.96B^3 - 1.66B^4}{1 - 2.36B - 1.38B^2 + 0.33B^3 + 0.35B^4} e_{30,t} + \frac{-0.12 + 0.82B + 2.99B^2 + 3.04B^3 - 0.99B^4}{1 - 2.36B - 1.38B^2 + 0.33B^3 + 0.35B^4} e_{15,t} + \frac{0.09 - 0.11B - 0.42B^2 - 0.23B^3}{1 - 2.80B - 2.60B^2 - 0.08B^3} e_{7,t} + \frac{-1.10 - 0.54B + 0.35B^2}{1 - 4.4B + 0.38B^2} e_{1,t} \quad (III.26)$$

Cada una de estas expresiones analíticas consta de 4 sumandos. Cada uno de ellos es una suma de errores de previsión un periodo hacia adelante (presentes y pasados) asociados a cada variable del conjunto de información. Este hecho implica que:

- (1) Las primas por plazo no sólo están formadas por el presente de *algunos* componentes del vector  $z_t$ , sino que son función de *todos* ellos y de *todo* su pasado. Esto implica que el procedimiento estándar para la estimación de estas primas no es adecuado.
- (2) Las primas por plazo son función de errores de previsión pasados cometidos en las variables del vector  $z_t$ . Este hecho confiere a dichas primas una estructura diferente a la de ruido blanco. Por otro lado, esa

<sup>11</sup> Del mismo modo, se calcularon las matrices de correlaciones cruzadas hasta el retardo 24. En ellas no se encuentra evidencia de errores en la estructura dinámica del modelo. Este análisis no se presenta por motivos de espacio.

dependencia implica que los agentes reaccionan ante los *shocks* presentes en dos tiempos, primero hacen un ajuste instantáneo de sus primas y después, en los periodos siguientes llevan a cabo un ajuste retardado, de modo que van descontando, más o menos rápidamente, la importancia inicial dada a los citados *shocks*.

(3) Esta representación, al proporcionar la forma de las respuestas dinámicas de las primas frente a cada tipo de error, permite evaluar la rapidez con que los agentes eliminan de sus primas el efecto de dichos errores, y por ello, es posible determinar el carácter permanente o transitorio que los agentes otorgan a dichos *shocks*.

Los gráficos III.17 y III.18 muestran la evolución de las primas  $\pi_{t,15}$  y  $\pi_{t,7}$  respectivamente. Ambas son estacionarias y cambian de signo frecuentemente. La estacionariedad es consecuencia de las tres relaciones de cointegración encontradas en el vector de tipos. Esta característica obliga a que las variables candidatas para la ampliación del conjunto de información deban ser variables  $I(0)$  o variables  $I(1)$  cointegradas.

Por otro lado, las primas son estadísticamente distintas de cero (Tabla III.7), aunque los frecuentes cambios de signo apoyan la Hipótesis del Hábitat Preferido frente a la Preferencia por la liquidez. Los cambios de signo pueden interpretarse por compromisos adquiridos por los agentes que les llevan a elegir en determinado momento un activo independientemente de su liquidez. La proximidad de los plazos analizados y la necesidad de los bancos comerciales de cubrir el coeficiente de caja otorga verosimilitud a esta hipótesis. Ayuso, Novales y de la Torre (1992), utilizando modelos univariantes, llegan a un resultado similar.

### III.3.3.- Comparación con el método estándar

Se estiman las primas a través de la expresión (III.1) calculando la expectativa con los modelos univariantes de los tipos de interés correspondientes, modelos US, sin tener en cuenta las relaciones dinámicas detectadas entre las variables que forman el conjunto de información. Tanto para  $r_{15}$ , como para  $r_7$ , se estiman modelos MA(1) en primeras diferencias con parámetros 0.189 (0.066) y 0.177 (0.067) respectivamente, donde entre paréntesis aparece la desviación típica.

En primer lugar se comparan ambos procedimientos en términos de la capacidad de los modelos para prever el comportamiento de los tipos de interés relevantes en la definición de la prima. Para ello se lleva a cabo un ejercicio de previsión con las últimas 56 observaciones muestrales. Se calculan dos medidas del error de previsión:

(1) el estadístico U de Theil, cuya expresión es<sup>12</sup>:

$$U_j = \left( \left[ \sum_{i=1}^N (r_{t+i,s}^j - r_{t+i,s})^2 \right] / \sum_{i=1}^N r_{t+i,s}^2 \right)^{1/2} \quad (III.27)$$

(2) la raíz cuadrada del error cuadrático medio en términos porcentuales (RECM):

$$RECM_j = \left( \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left[ (r_{t+i,s}^j - r_{t+i,s}) / r_{t+i,s} \right]^2 \right)^{1/2} \quad (III.28)$$

<sup>12</sup> En muchos casos se utiliza una expresión del estadístico U alternativa a (III.27), dada por la expresión:

$$U_j = \left( \left[ \sum_{i=1}^N (\Delta r_{t+i,s}^j - \Delta r_{t+i,s})^2 \right] / \sum_{i=1}^N \Delta r_{t+i,s}^2 \right)^{1/2}$$

que se puede entender como la raíz del error cuadrático medio de la previsión con el modelo j dividida por la de un paseo aleatorio. Sin embargo (III.27) no se puede interpretar de esa manera, sino que es una medida similar a  $(1-R^2)$ , aunque no está acotado entre 0 y 1.

En ambas expresiones,  $r_{t+i,s}^j$  es la previsión del tipo de interés con origen en  $t+i$ ,  $s$  periodos hacia adelante hecha con el modelo  $j$ . Finalmente,  $N$  es el número de predicciones<sup>13</sup>.

Se realiza la previsión del tipo a corto plazo en la definición de la prima [expresión (III.1)]. Las expectativas sobre  $r7_t$  y  $r15_t$  son las relevantes en la estimación de  $\pi_{t,7}$  y  $\pi_{t,15}$ , respectivamente. Nótese, que así como en el caso de  $\pi_{t,7}$ , la expectativa relevante es  $E_t(r7_{t+1})$ , en el caso de  $\pi_{t,15}$ , debido al solapamiento de datos que se produce al ser la frecuencia de las observaciones semanal, la expectativa relevante es  $E_t(r15_{t+2})$ .

Los resultados se encuentran en la Tabla III.8, en la que se puede ver como la previsión de los tipos realizada con el modelo M1 es mejor que la realizada con los modelos US. Este resultado indica que la omisión de las relaciones dinámicas entre las variables que forman el conjunto de información da lugar a previsiones de los tipos de interés no eficientes, pues se está descartando información relevante.

Adicionalmente, como puede apreciarse en la Tabla III.9, la diferencia de primas M1 vs US tiene media positiva y significativa y presentan estructuras autorregresivas de primer orden (gráficos III.19 y III.20 y Tabla III.10). Este hecho implica que los errores en la estimación de las primas no afectan solo al primer momento (infraestimándolo), sino que también sesga la estimación de los segundos momentos de sus distribuciones marginales.

---

<sup>13</sup> En este caso se fija el horizonte de predicción y se mueve el origen. Se realizan 56 predicciones utilizando para ello los parámetros estimados con las primeras 220 observaciones.

### III.4. EVALUACIÓN DEL EFECTO DE LOS DETERMINANTES DE LAS PRIMAS POR PLAZO: LA RELACIÓN PRIMA-RIESGO

Como ya se indicó en la sección III.2, el método habitual de estimación y análisis de las primas implica la especificación de una ecuación de comportamiento en la cual se hace explícita la relación de la prima con sus determinantes. Generalmente se ha optado por relaciones estáticas, en las que se ignoran las posibles relaciones dinámicas entre las variables explicativas de la prima, lo cual puede tener como consecuencia la incorrecta evaluación de su importancia relativa en la evolución de las mismas.

En esta sección se propone un método para evaluar la contribución de una variable  $y_t$  a la varianza de una prima que supera estas limitaciones. En la exposición del método las expresiones (III.12) a (III.16) juegan el papel principal.

Según (III.12) o (III.13), la prima es una suma ponderada de los errores de previsión un periodo hacia adelante de todas las variables del conjunto de información, por lo que si  $S_y(B)$  es igual a cero, los errores de previsión un período hacia adelante asociados a  $y_t$  no tendrán una contribución directa en la varianza de  $\pi_{t,1}$ . Sin embargo,  $S_y(B) = 0$  no implica una contribución de la variable  $y_t$  nula; en caso de existir correlaciones contemporáneas importantes entre  $e_{y,t}$  y  $e_{x,t}$ ,  $e_{r_{1,t}}$  ó  $e_{r_{2,t}}$ , éstas podrían interpretarse como efectos instantáneos de  $y_t$  sobre  $x_t$ ,  $r_{t,1}$  ó  $r_{t,2}$ , respectivamente, con lo que la contribución de  $y_t$  a la varianza de la prima sería positiva. Solamente en el caso en que se verifiquen conjuntamente: (a)  $S_y(B) = 0$  y (b)  $e_{y,t}$  incorrelacionado con el resto de errores, se puede deducir que la contribución de  $y_t$  es nula.

Siempre que al menos una de las condiciones anteriores no se cumpla, la ecuación (III.12) puede descomponerse en dos términos ortogonales:

$$\pi_{t,1} = C_{1,t} + C_{2,t} \quad (\text{III.33})$$

con:

$$\begin{aligned} C_{1,t} &= \mathbf{S}(\mathbf{B}) \beta e_{y,t} \\ C_{2,t} &= \mathbf{S}(\mathbf{B}) e_t^* \end{aligned} \quad (\text{III.34})$$

donde  $\beta$  es el vector  $4 \times 1$  de coeficientes:

$$\beta = \begin{pmatrix} \beta_{r2} \\ \beta_{r1} \\ \beta_x \\ 1 \end{pmatrix} \quad (\text{III.35})$$

en el modelo de regresión:

$$e_t = \beta e_{y,t} + e_t^* \quad (\text{III.36})$$

Cuando la prima es estacionaria, el cociente de varianzas  $\text{Var}(C_{1,t})/\text{Var}(\pi_{t,1})$  proporciona una medida de la contribución de  $y_t$  a la variabilidad de la prima. Nótese que  $e_{y,t}$  es ortogonal a las variables en  $e_t^*$ .

El método seguido para evaluar la contribución de  $y_t$  a la variabilidad de  $\pi_{t,1}$  es válido para cualquier variable o conjunto de variables. Puede resumirse en los puntos siguientes:

- 1) Elaborar un modelo VARMA para el vector  $z_t$  sin incluir la variable de interés ( $y_t$ ) (modelo restringido).
- 2) Elaborar un modelo VARMA para el vector  $z_t$  conteniendo la

variable de interés ( $y_t$ ) (modelo extendido).

- 3) Comparar la capacidad predictiva de ambos modelos.
- 4) Calcular las primas asociadas a cada uno de los modelos y compararlas, en términos de sus propiedades estadísticas o de las de sus diferenciales. Si la variable  $y_t$  es irrelevante, la prima no debe depender de su inclusión en el conjunto de información y por lo tanto el diferencial de primas debería comportarse como un proceso de ruido blanco.
- 5) Calcular  $C_{1,t}$ , su varianza y su contribución a la varianza de  $\pi_{t,1}$ .

### III.5. RIESGO Y EL MERCADO INTERBANCARIO ESPAÑOL

Como ya se puso de manifiesto en la Sección III.3, la presencia de primas por plazo en los mercados interbancarios se ha justificado utilizando dos tipos de argumentos, uno relacionado con la preferencia por la liquidez y otro con la cobertura de riesgo [véase, por ejemplo, Hum, Moody y Muscatelly (1995)]. La existencia de una prima de liquidez puede venir determinada por el deseo de los bancos de asegurarse los fondos necesarios para poder hacer frente a sus necesidades de caja, sin tener que recurrir a préstamos a corto plazo, con tipos altos o simplemente inciertos. Por otro lado, la prima por plazo puede deber su existencia al comportamiento del sector bancario en materia de cobertura de riesgos. Los bancos pueden querer ajustar las estructuras de madurez de sus activos y pasivos para cubrirse frente a movimientos inesperados en los tipos de interés a corto plazo. Cambios súbitos en la política monetaria pueden incrementar la incertidumbre sobre los tipos de interés del tramo más corto de la curva de tipos.

En ambos casos, el riesgo asociado a la incertidumbre sobre los tipos de interés futuros, parece estar detrás de la existencia de las primas por plazo. La importancia del riesgo en la variabilidad de las primas ha sido estudiada por muchos autores. Modigliani y Shiller (1973), Shiller, Campbell y Schoenholtz (1982) o Freixas y Novales (1992) utilizan una desviación típica móvil de los tipos de interés como una aproximación del nivel de riesgo, Engle, Lilien y Robins (1987) utilizan un modelo ARCH-M para representar cambios en la varianza de los tipos de interés, Mishkin (1982) y Jones y Roley (1983) utilizan la definición de volatilidad propuesta por Fama (1976a y 1976b). Muy frecuentemente, estas aproximaciones al concepto de riesgo han resultado estadísticamente significativas en modelos como los presentados en la Sección III.2.

El objetivo de esta sección es ilustrar el procedimiento descrito en la sección anterior, evaluando la contribución del riesgo en el comportamiento de las primas  $\pi_{t,7}$  y  $\pi_{t,15}$  del MIDE estimadas en la sección III.3.

### III.5.1.- Medida de riesgo

Como ya se vió en la sección III.3, los tipos de interés considerados están cointegrados dos a dos, por lo que el modelo M1 se estima para los diferenciales de tipos. Esto implica que los agentes están más interesados en la relación a largo plazo de los tipos que en su evolución individual. Por este motivo se parte de la volatilidad de los diferenciales más que la de los tipos. Se supone que dentro del conjunto de información de los agentes, junto con los tipos de interés, aparecen las siguientes medidas de riesgo<sup>14</sup>:

---

<sup>14</sup> Notese que niveles elevados de riesgo están asociados a momentos en los que los tipos se desvíen mucho de su relación a largo plazo, siendo el riesgo menor cuanto más estable sea dicha relación.

$$\begin{aligned}
 v_{3015}_t &\equiv |r_{30}_t - r_{15}_t|^{0.5} \\
 v_{157}_t &\equiv |r_{15}_t - r_{7}_t|^{0.5} \\
 v_{71}_t &\equiv |r_{7}_t - r_{1}_t|^{0.5} \\
 v_{11}_t &\equiv |r_{1}_t - r_{1_{t-1}}|^{0.5}
 \end{aligned}
 \tag{III.38}$$

Estas variables pertenecen a la familia de medidas de riesgo propuesta por Luce (1980). Esta familia tiene la siguiente representación general:

$$v_{r_t} = |r_t - m|^\theta \tag{III.39}$$

donde  $r$  es la rentabilidad de un activo financiero,  $m$  es la media de  $r$ ,  $\theta$  es un parámetro a elección del inversor y las barras representan valores absolutos<sup>15</sup>.

Dado que el propósito de este análisis es ilustrar el procedimiento desarrollado en la sección anterior, se adopta un criterio *ad hoc* para seleccionar el parámetro  $\theta$ , que consiste en buscar el valor de ese parámetro para el cual se consigue la normalidad aproximada de la medida de riesgo. El valor correspondiente es  $\theta = 0.5$ , no importa el tipo de interés elegido<sup>16</sup>. Nótese que esa transformación pertenece a la clase de transformaciones propuestas por Box y Cox (1964). El objetivo es facilitar la estimación maximoverosímil de los modelos VARMA.

La familia de medidas de riesgo propuesta por Luce (1980) tiene dos características deseables: (1) son sencillas de calcular y (2) no dependen de la especificación de un proceso generador de datos (PGD) particular. Adicionalmente, como se expone con más detalle en los capítulos IV y V, esta

<sup>15</sup> Para más información sobre esta medida véanse los capítulos IV y V.

<sup>16</sup> En el Capítulo V se tratará con más detalle la selección del valor del parámetro  $\theta$ .

familia de medidas es un caso particular de una familia de medidas más general en la cual están incluidas, entre otras, las medidas de volatilidad tipo ARCH.

### III.5.2.- Plan de trabajo y modelos VARMA

El primer objetivo es encontrar cuántas medidas de volatilidad entre las consideradas, ( $v_{3015}$ ,  $v_{157}$ ,  $v_{71}$ ,  $v_{11}$ ), son necesarias para capturar el efecto del riesgo sobre los tipos de interés y las primas. Una vez cumplido este objetivo, el siguiente paso es evaluar la importancia del riesgo en el comportamiento de la prima.

Se procede de acuerdo con el siguiente plan de trabajo:

- 1) Se parte de las primas por plazo asociadas al modelo M1 (estimadas en la Sección III.3).
- 2) Se elaboran 4 modelos VARMA alternativos (modelos MV), cada uno de ellos con las mismas variables del modelo M1 más una de las medidas de riesgo consideradas.
- 3) Si es necesario, se incorporan a los modelos en 2): una segunda, una tercera y una cuarta medida de riesgo.
- 4) Se compara la capacidad predictiva del modelo M1 con la de los modelos en 2) y 3).
- 5) Se selecciona el mejor modelo de acuerdo con su capacidad predictiva y nivel de correlación contemporánea entre el riesgo y el resto de variables.
- 6) Se calculan las primas asociadas al modelo seleccionado y se evalúa la importancia del riesgo siguiendo el procedimiento

descrito en la Sección III.4.

La Sección 3 del Apéndice III.B contiene los modelos ARMA univariantes, elaborados para las medidas de riesgo (Tabla III.11), así como los gráficos de las mismas (gráficos III.23 a III.26), según los cuales esas medidas de volatilidad son estacionarias.

En las tablas III.12 y III.13 se presentan los resultados correspondientes a la estimación de los modelos MV para los siguientes vectores de variables:

- i) Modelo M21:  $(s_{3015_t}, s_{157_t}, s_{71_t}, s_{11_t}, v_{11_t})'$
- ii) Modelo M22:  $(s_{3015_t}, s_{157_t}, s_{71_t}, s_{11_t}, v_{3015_t})'$
- iii) Modelo M23:  $(s_{3015_t}, s_{157_t}, s_{71_t}, s_{11_t}, v_{157_t})'$
- iv) Modelo M24:  $(s_{3015_t}, s_{157_t}, s_{71_t}, s_{11_t}, v_{71_t})'$
- v) Modelo M25:  $(s_{3015_t}, s_{157_t}, s_{71_t}, s_{11_t}, v_{11_t}, v_{3015_t}, v_{157_t})'$
- vi) Modelo M26:  $(s_{3015_t}, s_{157_t}, s_{71_t}, s_{11_t}, v_{3015_t}, v_{157_t})'$

Finalmente, la Tabla III.14 recoge las matrices de correlaciones residuales contemporáneas correspondientes a cada modelo MV.

De las cuatro medidas de riesgo consideradas en los modelos M21, M22, M23 y M24, sólo  $v_{11_t}$ ,  $v_{3015_t}$  y  $v_{157_t}$  presentan coeficientes significativos, y de éstas, solamente  $v_{3015_t}$  y  $v_{157_t}$  presentan correlaciones contemporáneas importantes con los diferenciales de tipos.

Los resultados anteriores llevan a la elaboración del modelo M25, que incorpora las tres medidas de volatilidad,  $v_{11_t}$ ,  $v_{3015_t}$  y  $v_{157_t}$ . En M25 se aprecia claramente el débil efecto de  $v_{11_t}$  sobre el resto de variables del modelo, este resultado lleva a la estimación del modelo final M26.

La Tabla III.15 muestra el resultado del ejercicio de previsión llevado a cabo con las últimas 56 observaciones muestrales. Dicho ejercicio pretende validar

tanto la elección de las medidas de riesgo como el modelo MV definitivo con el que se estiman las primas por plazo. Como se esperaba, el modelo M26 es el que mejor prevé los tipos  $r_{7,t}$  y  $r_{15,t}$ .

### III.5.3.- Riesgo y estimación de las primas

La Sección 4 del Apéndice III.B contiene también los gráficos de  $\pi_{t,15}$  y  $\pi_{t,7}$  asociadas al modelo M26 (gráficos III.27 y III.28). Esta sección incluye igualmente gráficos, tablas con los estadísticos descriptivos y los modelos univariantes para las diferencias entre las primas (M1 vs M26).

La media de la diferencia de primas correspondiente a  $\pi_{t,15}$  (véase Tabla III.16, columna 1) es estadísticamente distinta de cero y negativa, lo que implica que la omisión del riesgo infraestima esta prima. Por otro lado, el modelo univariante para esta diferencia de primas (Tabla III.17, fila 1) no es ruido blanco, lo que indica que los segundos momentos de  $\pi_{t,15}$  también se ven afectados por la omisión del riesgo. En el caso de  $\pi_{t,7}$  la media no se ve afectada, pero sí los segundos momentos ya que la diferencia entre primas parece estar autocorrelacionada (Tabla III.17, fila 2).

Por último, la descomposición de varianza para  $\pi_{t,15}$  (véase Apéndice III.C) indica que la participación del riesgo en la variabilidad de la prima es del 48%. En el caso de  $\pi_{t,7}$  dicha participación es del 53%. En ambos casos, un alto porcentaje de la variabilidad de la prima no tiene que ver con el riesgo, al menos, con el riesgo medido como en Luce (1980).

## III.6. RESUMEN Y CONCLUSIONES

Los métodos estándar para el análisis de los determinantes de una prima por plazo están basados en supuestos muy restrictivos sobre las relaciones dinámicas entre las variables que integran el conjunto de información de los

agentes. Dichas restricciones, en caso de no cumplirse, pueden dar lugar a estimaciones sesgadas de las primas por plazo, así como a sobrevalorar (o infravalorar) la contribución de determinados componentes en su variabilidad.

En este trabajo se proponen nuevos métodos tanto para la estimación de las primas por plazo como para el estudio de sus determinantes. La principal aportación de estos métodos es que evitan tener que hacer supuestos *a priori* sobre las relaciones dinámicas presentes en el conjunto de variables utilizado e incluyen al método estándar como un caso particular.

El método de estimación de las primas parte de un enfoque multiecuacional estocástico. Concretamente se demuestra que la presencia de relaciones dinámicas entre los tipos de interés a distintos plazos y/o de éstos con otras variables económicas, implica que las primas por plazo son función del presente y pasado de todos los tipos y variables relacionadas con ellos. Los métodos estándar no consideran dichas relaciones dinámicas y especifican funciones de comportamiento estáticas. La hipótesis aquí defendida, confirmada por el análisis empírico, es que el procedimiento estándar produce sesgos en la estimación de las primas.

El análisis del MIDE pone de manifiesto la presencia de relaciones dinámicas entre todas las variables del conjunto de información. La consideración explícita de todas ellas lleva a la estimación de unas primas por plazo que son estacionarias, con media positiva y que cambian de signo frecuentemente. Este resultado apoya la Hipótesis del Hábitat Preferido y coincide con el encontrado por Ayuso, Novales y de la Torre (1991).

Al comparar las primas calculadas con este método, con las resultantes de la omisión de la dinámica entre las variables del conjunto de información, se revelan sesgos importantes en la estimación de todos los momentos de las distribuciones marginales. Concretamente, el sesgo en el primer momento es

negativo, lo que implica una infraestimación en el nivel medio de las primas. Del mismo modo, se encuentra que la omisión de dichas relaciones dinámicas lleva a que las expectativas calculadas con los modelos univariantes no sean eficientes (la previsión de los tipos relevantes es peor que con el modelo VARMA).

La consideración de las relaciones dinámicas entre los tipos y otras variables complica la evaluación de la importancia de los determinantes de la prima. Aquí se ha propuesto un método que permite realizar tal análisis de una forma sencilla. Tal procedimiento se ilustra con el estudio de la importancia del riesgo en la varianza de la prima implícita en el tipo a 30 días frente al tipo a 15 y la prima implícita en el tipo a 15 días frente al tipo a 7 estimadas con el método anterior.

En este análisis no sólo se ha encontrado el resultado estándar de que el riesgo es relevante a la hora de explicar la variabilidad de las primas, sino también que los tipos de interés y las medidas de riesgo, propuestas por Luce (1980), contienen información útil a la hora de prever los tipos de interés. Los cálculos realizados indican que el riesgo contribuye en un 48% a la variabilidad de la prima implícita en el tipo a 30 días y en un 53% a la del tipo a 15 días. La no inclusión del riesgo dentro del conjunto de información modifica de forma significativa las propiedades estadísticas de las primas estimadas, sesgando la estimación de los momentos de sus distribuciones marginales.

A partir de estos resultados se plantean las siguientes cuestiones relevantes: (1) dado que no existe una forma única de medir el riesgo ¿cambian los resultados si se utiliza una medida de volatilidad alternativa?, y (2) si el riesgo no explica totalmente la variabilidad de la prima, ¿qué otros factores pueden estar detrás de tal variabilidad?

En los siguientes capítulos se trata de dar respuesta a la primera de las cuestiones mencionadas. En el Capítulo IV se exponen las distintas alternativas

propuestas en la literatura para medir el riesgo, mientras que en el Capítulo V se utilizan esas medidas para analizar la relación prima-riesgo. En cuanto al estudio de la importancia de otros posibles componentes, así como la racionalización económica de la autocorrelación detectada en las primas constituyen dos claras extensiones de este trabajo.

**APÉNDICE III.A**

En este apéndice se derivan las expresiones algebraicas para los elementos del vector polinomial,  $S(B)$ , en dos situaciones diferentes: (1) solapamiento y (2) ausencia de solapamiento.

Se dice que existe solapamiento en el cálculo de una prima, cuando el plazo del tipo a corto correspondiente es superior a la frecuencia de observación de los datos disponibles. Por ejemplo, si la frecuencia de observación de los datos es la semana, existirá solapamiento al calcular la prima implícita en el tipo a 30 días frente al tipo a 15. Por el contrario, ese solapamiento no existirá en el cálculo de la prima implícita en el tipo a 15 días frente al tipo a 7. En el primer caso el plazo del tipo a corto no coincide con la frecuencia de observación, mientras que en el segundo coincide exactamente.

Considérese el vector  $z_t = (r_{t,2}, r_{t,1}, x_t, y_t)'$ , el cual sigue el proceso:

$$\begin{pmatrix} r_{t,2} \\ r_{t,1} \\ x_t \\ y_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Psi_{1,1}(B) & \Psi_{1,2}(B) & \Psi_{1,3}(B) & \Psi_{1,4}(B) \\ \Psi_{2,1}(B) & \Psi_{2,2}(B) & \Psi_{2,3}(B) & \Psi_{2,4}(B) \\ \Psi_{3,1}(B) & \Psi_{3,2}(B) & \Psi_{3,3}(B) & \Psi_{3,4}(B) \\ \Psi_{4,1}(B) & \Psi_{4,2}(B) & \Psi_{4,3}(B) & \Psi_{4,4}(B) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_{r2,t} \\ e_{r1,t} \\ e_{x,t} \\ e_{y,t} \end{pmatrix} \quad (III.A.1)$$

**Caso 1. Solapamiento**

Si comparamos el plazo  $2K$  frente al plazo  $K$ ,  $K$  entero  $> 1$ , la prima por plazo es:

$$\pi_{t,K} = 2r_{t,2} - r_{t,1} - E_t(r_{t+K,1}) \quad (III.A.2)$$

De (III.A.1) tenemos que:

$$2r_{t,2} = 2\Psi_{1,1}(\mathbf{B})e_{r2,t} + 2\Psi_{1,2}(\mathbf{B})e_{r1,t} + 2\Psi_{1,3}(\mathbf{B})e_{x,t} + 2\Psi_{1,4}(\mathbf{B})e_{y,t}$$

$$r_{t,1} = \Psi_{2,1}(\mathbf{B})e_{r2,t} + \Psi_{2,2}(\mathbf{B})e_{r1,t} + \Psi_{2,3}(\mathbf{B})e_{x,t} + \Psi_{2,4}(\mathbf{B})e_{y,t}$$

$$\begin{aligned} E_t(r_{t+\mathbf{K},1}) &= \left( \Psi_{2,1}(\mathbf{B}) - \sum_{i=1}^{\mathbf{K}-1} \psi_{2,1,i} \mathbf{B}^i \right) \mathbf{B}^{-\mathbf{K}} e_{r2,t} + \left( \Psi_{2,2}(\mathbf{B}) - \left( 1 + \sum_{i=1}^{\mathbf{K}-1} \psi_{2,2,i} \mathbf{B}^i \right) \right) \mathbf{B}^{-\mathbf{K}} e_{r1,t} + \\ &+ \left( \Psi_{2,3}(\mathbf{B}) - \sum_{i=1}^{\mathbf{K}-1} \psi_{2,3,i} \mathbf{B}^i \right) \mathbf{B}^{-\mathbf{K}} e_{x,t} + \left( \Psi_{2,4}(\mathbf{B}) - \sum_{i=1}^{\mathbf{K}-1} \psi_{2,4,i} \mathbf{B}^i \right) \mathbf{B}^{-\mathbf{K}} e_{y,t} \end{aligned}$$

entonces:

$$\pi_{t,\mathbf{K}} = \mathbf{S}(\mathbf{B}) e_t \quad (\text{III.A.3})$$

donde:

$$\mathbf{S}(\mathbf{B}) = \left[ \mathbf{S}_{r2}(\mathbf{B}), \mathbf{S}_{r1}(\mathbf{B}), \mathbf{S}_x(\mathbf{B}), \mathbf{S}_y(\mathbf{B}) \right]$$

con:

$$\mathbf{S}_{r2}(\mathbf{B}) = \left( 2\mathbf{B}^{\mathbf{K}} \Psi_{1,1}(\mathbf{B}) - \mathbf{B}^{\mathbf{K}} \Psi_{2,1}(\mathbf{B}) - \left( \Psi_{2,1}(\mathbf{B}) - \sum_{i=1}^{\mathbf{K}-1} \psi_{2,1,i} \mathbf{B}^i \right) \right) \mathbf{B}^{-\mathbf{K}}$$

$$\mathbf{S}_{r1}(\mathbf{B}) = \left( 2\mathbf{B}^{\mathbf{K}} \Psi_{1,2}(\mathbf{B}) - \mathbf{B}^{\mathbf{K}} \Psi_{2,2}(\mathbf{B}) - \left( \Psi_{2,2}(\mathbf{B}) - \left( 1 + \sum_{i=1}^{\mathbf{K}-1} \psi_{2,2,i} \mathbf{B}^i \right) \right) \right) \mathbf{B}^{-\mathbf{K}}$$

$$\mathbf{S}_x(\mathbf{B}) = \left( 2\mathbf{B}^{\mathbf{K}} \Psi_{1,3}(\mathbf{B}) - \mathbf{B}^{\mathbf{K}} \Psi_{2,3}(\mathbf{B}) - \left( \Psi_{2,3}(\mathbf{B}) - \sum_{i=1}^{\mathbf{K}-1} \psi_{2,3,i} \mathbf{B}^i \right) \right) \mathbf{B}^{-\mathbf{K}}$$

$$\mathbf{S}_y(\mathbf{B}) = \left( 2\mathbf{B}^{\mathbf{K}} \Psi_{1,4}(\mathbf{B}) - \mathbf{B}^{\mathbf{K}} \Psi_{2,4}(\mathbf{B}) - \left( \Psi_{2,4}(\mathbf{B}) - \sum_{i=1}^{\mathbf{K}-1} \psi_{2,4,i} \mathbf{B}^i \right) \right) \mathbf{B}^{-\mathbf{K}}$$

**Caso 2. Ausencia de solapamiento (ó K=1)**

En este caso la expresión (III.A.2) se reduce a:

$$\pi_{t,1} = 2r_{t,2} - r_{t,1} - E_t(r_{t+1,1})$$

con:

$$E_t(r_{t+1,1}) = \Psi_{2,1}(B)B^{-1}e_{r_{2,t}} + (\Psi_{2,2}(B)-1)B^{-1}e_{r_{1,t}} + \Psi_{2,3}(B)B^{-1}e_{x,t} + \Psi_{2,4}(B)B^{-1}e_{y,t}$$

y la prima por plazo puede ser representada como en (III.A.3) con:

$$S_{r_2}(B) = [2B\Psi_{1,1}(B) - B\Psi_{2,1}(B) - \Psi_{2,1}(B)] B^{-1}$$

$$S_{r_1}(B) = [2B\Psi_{1,2}(B) - B\Psi_{2,2}(B) - \Psi_{2,2}(B) + 1] B^{-1}$$

$$S_x(B) = [2B\Psi_{1,3}(B) - B\Psi_{2,3}(B) - \Psi_{2,3}(B)] B^{-1}$$

$$S_y(B) = [2B\Psi_{1,4}(B) - B\Psi_{2,4}(B) - \Psi_{2,4}(B)] B^{-1}$$

**APÉNDICE III.B**

**Sección 1 : Análisis inicial de los datos.**

**TIPOS DE INTERÉS CONTINUOS SIN INTERVENCCIONES**

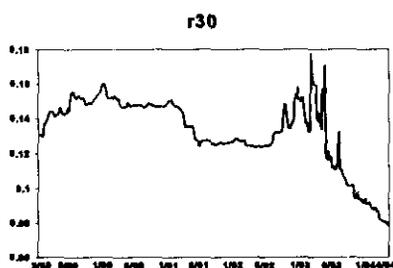


Gráfico III.1

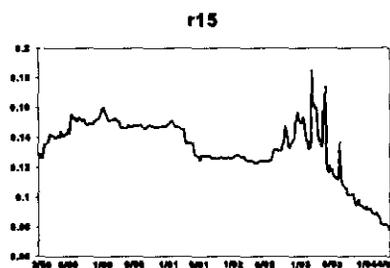


Gráfico III.2

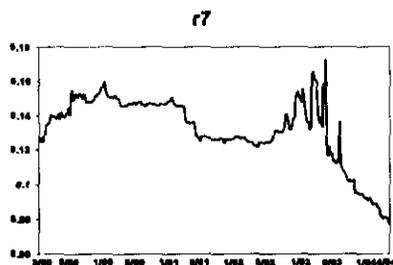


Gráfico III.3



Gráfico III.4

**DIFERENCIALES DE TIPOS SIN INTERVENCIONES**

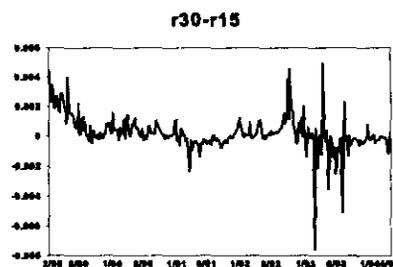


Gráfico III.5

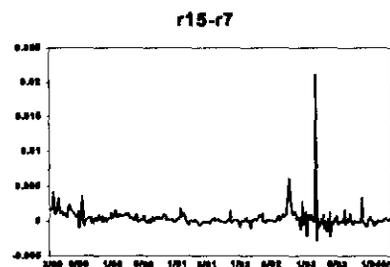


Gráfico III.6

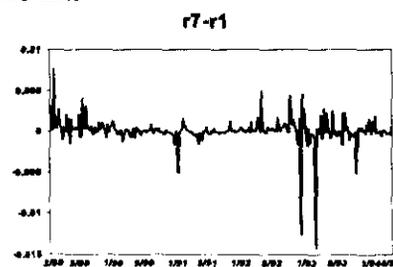


Gráfico III.7

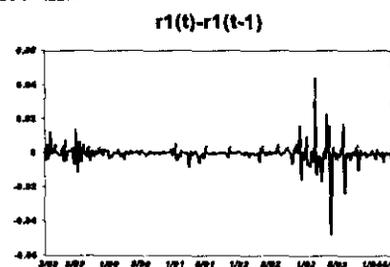


Gráfico III.8

**Tabla III.1**  
**Contrastes de raíces unitarias**

	ADF <sup>(1)</sup>	P-P <sup>(2)</sup>	$\rho_1$	$\rho_2$	$\rho_3$	$\rho_4$	$\rho_5$
<b>r30</b>	0.49	0.78	0.95	0.91	0.88	0.85	0.84
<b>r15</b>	0.58	0.36	0.94	0.90	0.87	0.84	0.82
<b>r7</b>	0.65	1.09	0.95	0.91	0.87	0.85	0.82
<b>r1</b>	0.57	0.59	0.94	0.90	0.87	0.84	0.82
<b><math>\Delta r30</math></b>	-7.72	-42.00	-0.19	-0.01	-0.11	-0.02	-0.01
<b><math>\Delta r15</math></b>	-7.93	-54.43	-0.22	-0.02	-0.11	-0.04	-0.10
<b><math>\Delta r7</math></b>	-7.08	-43.84	-0.13	-0.02	-0.13	-0.08	0.12
<b><math>\Delta r1</math></b>	-7.52	-62.06	-0.17	-0.08	-0.06	-0.10	-0.08

Notas:

- <sup>(1)</sup> Se han incluido 7 retardos en la regresión. El valor crítico al 95% de confianza es -2.872 [McKinnon (1991)].
- <sup>(2)</sup> Se corrige autocorrelación de 5° orden. El valor crítico al 95% de confianza es -2.872 [McKinnon (1991)].

**Tabla III.2**  
**Contraste de la traza de Johansen<sup>(1)</sup>**

Vector	$H_0$	p=2		p=9		V.C. (99%)
		Traza	Vector	Traza	Vector	
<b>(r30 r15)'</b>	1	0.30	1.00	0.02	1.00	13
	2	33.12	-0.98	33.69	-1.00	24.6
<b>-(r15 r7)'</b>	1	0.96	1.00	0.03	1.00	13
	2	102.05	-0.99	40.77	-0.99	24.6
<b>(r7 r1)'</b>	1	0.8	1.00	0.27	1.00	13
	2	102.34	-1.00	44.06	-1.01	24.6

Nota:

- <sup>(1)</sup> Se ha incluido un término constante en todas las regresiones. p es el orden del VAR bivalente. Las hipótesis nulas que se contrastan son: como máximo una relación de cointegración y como máximo dos relaciones de cointegración. V.C. es el valor crítico proporcionado por Osterwald-Lenum (1992).

**Tabla III.3**  
**Análisis de Intervención<sup>(1)</sup>**

Seman	s11	s71	s157	s3015	Seman	s11	s71	s157	s3015
2/1989		0.0031 (0.0008)		0.0045 (0.0008)	40/1992		0.0036 (0.0008)	0.0022 (0.0005)	0.0046 (0.0008)
4/1989				0.0035 (0.0008)	47/1992	0.008 (0.0021)			
5/1989		0.0078 (0.0008)	0.0028 (0.0005)	0.0032 (0.0008)	48/1992	0.019 (0.0028)	-0.013 (0.0008)	-0.0017 (0.0005)	
6/1989	0.123 (0.0026)				49/1992	-0.016 (0.0027)	0.0046 (0.0008)		
7/1989				0.0014 (0.0005)	51/1992		0.0028 (0.0005)		0.0018 (0.0005)
8/1989				0.0014 (0.0005)	1/1993	0.01 (0.0021)	0.0019 (0.0005)	-0.0028 (0.0005)	-0.0017 (0.0005)
9/1989		0.0028 (0.0005)	0.0019 (0.0005)		2/1993	-0.008 (0.0021)			
12/1989				0.0029 (0.0008)	4/1993	-0.009 (0.0021)			
15/1989		0.0022 (0.0005)			8/1993	0.045 (0.0027)	-0.014 (0.0008)	0.021 (0.0005)	-0.0077 (0.0008)
17/1989				0.0041 (0.0008)	9/1993	-0.014 (0.0027)		0.003 (0.0005)	
18/1989	0.006 (0.0021)				10/1993				-0.0022 (0.0005)
25/1989		0.0022 (0.0005)			12/1993		0.0026 (0.0005)		
26/1989	0.013 (0.0026)		-0.0018 (0.0005)		13/1993	-0.019 (0.0026)			
28/1989	-0.011 (0.0022)	0.004 (0.0008)	0.0032 (0.0005)		15/1993		0.0029 (0.0005)	-0.0013 (0.0005)	0.005 (0.0008)
29/1989	0.007 (0.0021)				17/1993	0.0225 (0.0026)	0.0024 (0.0005)	-0.0016 (0.0005)	
31/1989		0.0032 (0.0008)			19/1993	0.0165 (0.0027)		0.0015 (0.0005)	-0.0036 (0.0008)
1/1991		-0.005 (0.0008)			20/1993	-0.05 (0.0027)		-0.0023 (0.0005)	-0.0016 (0.0005)
3/1991			0.0015 (0.0005)		21/1993	-0.008 (0.0021)			
11/1991				-0.002 (0.0005)	22/1993		0.0027 (0.0005)		
12/1991	-0.009 (0.0021)				25/1993				0.0026 (0.0008)
43/1991			0.0017 (0.0005)		30/1993	0.019 (0.0027)	0.0024 (0.0005)		-0.0051 (0.0008)
16/1992		0.0051 (0.0008)			31/1993	-0.025 (0.0027)		0.0017 (0.0005)	
37/1992			0.0018 (0.0005)		32/1993		0.0023 (0.0008)		0.0029 (0.0005)
38/1992			0.0036 (0.0005)	0.0039 (0.0008)	41/1993		-0.005 (0.0008)		
39/1992		0.0045 (0.0008)	0.005 (0.0005)		42/1993	-0.01 (0.0021)			
					45/1993			0.0036 (0.0005)	

Nota:

<sup>(1)</sup> Desviación típica entre paréntesis. El parámetro ( $\omega_0$ ) corresponde a una variable de tipo impulso.

### TIPOS DE INTERÉS CONTINUOS INTERVENIDOS

Tipo de interés a 30 días



Gráfico III.9

Tipo de interés a 15 días

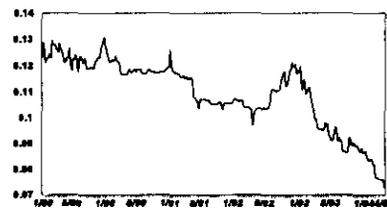


Gráfico III.10

Tipo de interés a 7 días



Gráfico III.11

Tipo de interés a 1 día



Gráfico III.12

### DIFERENCIALES DE TIPOS INTERVENIDOS

s3015

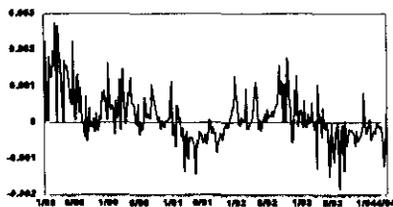


Gráfico III.13

s157

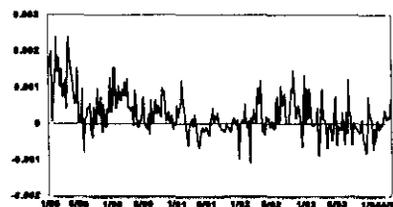


Gráfico III.14

s71

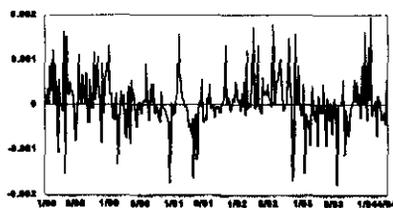


Gráfico III.15

s11

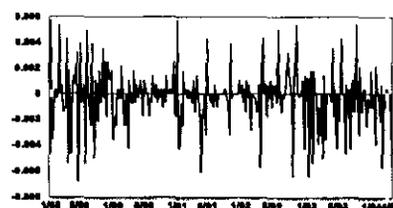


Gráfico III.16

**APÉNDICE III.B****Sección 2: Estimación de las primas en un contexto multivariante.**

**Tabla III.4**  
**Modelos uivariantes para los diferenciales de tipos<sup>(1)</sup>**

$$s_{it} = \phi s_{it-1} + \varepsilon_t - \theta \varepsilon_{t-1}$$

	$\phi$	$\theta$	$\sigma^{(2)}$	$Q(20)^{(3)}$
<b>s3015</b>	0.96 (0.02)	0.73 (0.05)	0.055	17.41
<b>s157</b>	0.94 (0.03)	0.64 (0.06)	0.047	27.83
<b>s71</b>	0.91 (0.06)	0.81 (0.09)	0.059	16.98
<b>s11</b>	0.073 (0.3)	0.27 (0.2)	0.200	20.3

Notas:

(1) Entre paréntesis las desviaciones típicas.

(2) Se ha multiplicado por 100.

(3) Q(20) es el estadístico de Ljung-Box con 20 grados de libertad.

**Tabla III.5  
MODELO MULTIVARIANTE M1**

$$\begin{pmatrix} 1-\phi_{11,1}B & - & - & - \\ - & 1-\phi_{22,1}B & - & - \\ - & - & 1-\phi_{33,1}B & - \\ - & - & - & 1-\phi_{44,1}B \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s_{3015,t} \\ s_{157,t} \\ s_{71,t} \\ s_{11,t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1-\theta_{11,1}B & -\theta_{12,1}B & - & - \\ -\theta_{21,1}B & 1-\theta_{22,1}B & - & - \\ -\theta_{31,1}B & - & 1-\theta_{33,1}B & - \\ -\theta_{41,1}B - \theta_{41,2}B^2 & - & - & 1-\theta_{44,1}B \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{3015,t} \\ a_{157,t} \\ a_{71,t} \\ a_{11,t} \end{pmatrix}$$

	$\phi_{11,1}$	$\phi_{22,1}$	$\phi_{33,1}$	$\phi_{44,1}$	$\theta_{11,1}$	$\theta_{22,1}$	$\theta_{33,1}$	$\theta_{44,1}$	$\theta_{12,1}$	$\theta_{21,1}$	$\theta_{31,1}$	$\theta_{41,1}$	$\theta_{41,2}$
<b>M1</b>	.957 (.019)	.963 (.014)	.877 (.070)	-.439 (.166)	.783 (.050)	.806 (.042)	.806 (.096)	-.323 (.183)	-.175 (.045)	-.122 (.035)	-.099 (.053)	-.434 (.266)	-.610 (.248)

**Tabla III.6  
Estadísticos sobre los residuos del modelo M1**

<b>M(1)<sup>(1)</sup></b>				<b>Q(20)<sup>(2)</sup></b>			
<b>l=1</b>	<b>l=2</b>	<b>l=3</b>	<b>l=4</b>	<b>a3015</b>	<b>a157</b>	<b>a71</b>	<b>a11</b>
18.9	15.56	12.41	17.60	15.32	23.07	12.91	13.51
<b><math>\sigma^{(3)}</math></b>				0.054	0.045	0.058	0.200
<b>Matriz de correlaciones residuales</b>				1			
				0.18	1		
				0.33	0.23	1	
				-0.27	-0.22	-0.26	1

Notas:

- <sup>(1)</sup> M(1) es el estadístico de Barlett, que se distribuye como una  $\chi^2$  con 16 grados de libertad.
- <sup>(2)</sup> Q(20) es el estadístico de Ljung-Box con 20 grados de libertad.
- <sup>(3)</sup> Los valores se han multiplicado por 100.

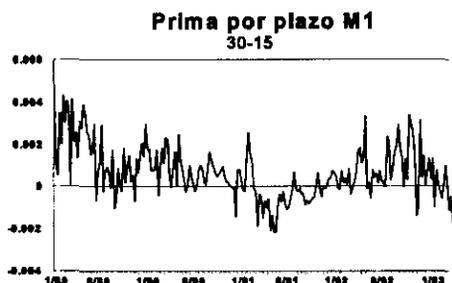


Gráfico III.17

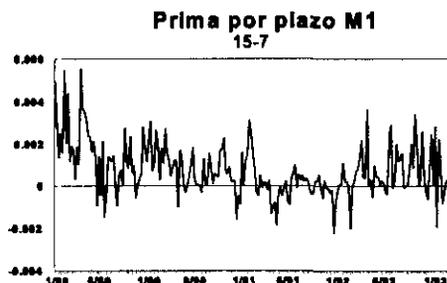


Gráfico III.18

**Tabla III.7**  
**Estadísticos descriptivos de las primas<sup>(1)</sup>**

	Media <sup>(2)</sup>	Des. Típ.	Mín.	Máx
$\pi_{t,7}$	0.065 (7.631)	0.126	-0.219	0.435
$\pi_{t,15}$	0.075 (8.757)	0.126	-0.222	0.556

Notas:

(1) Los valores se han multiplicado por 100.

(2) Estadístico t entre paréntesis.

**Apéndice III.B**

**Sección 3: Comparación con la estimación univariante de las primas**

**DIFERENCIALES DE PRIMAS M1 VS US**

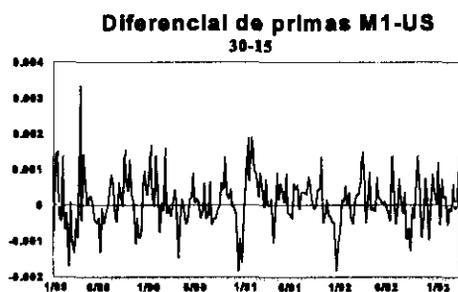


Gráfico III.19

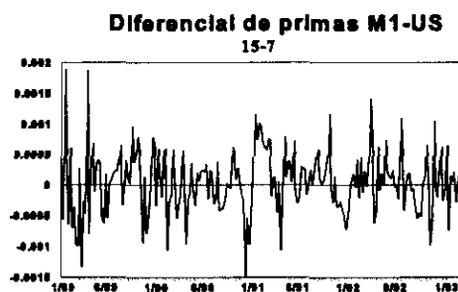


Gráfico III.20

**Tabla III.8**  
**Previsión de los tipos de interés<sup>(1)</sup>**

	$E_t(r_{7_{t+1}})$		$E_t(r_{15_{t+2}})$	
	U-Theil	RECM	U-Theil	RECM
M1	2.183	2.174	2.863	2.869
US	2.258	2.234	3.033	3.023

Nota:

<sup>(1)</sup> Ambos estadísticos se han multiplicado por 100.

**Tabla III.9**  
**Diferenciales de primas M1 vs US**  
**Estadísticos descriptivos<sup>(1)</sup>**

Dif.	Media <sup>(2)</sup>	Des. Tip.	Mín.	Máx
$\pi_{t,7}(\text{M1}) - \pi_{t,7}(\text{US})$	0.064 (1.839)	0.515	-1.490	1.895
$\pi_{t,15}(\text{M1}) - \pi_{t,15}(\text{US})$	0.121 (2.456)	0.729	-1.857	3.374

Notas:

(1) Los valores han sido multiplicados por 1000

(2) Estadístico t entre paréntesis.

**Tabla III.10**  
**Diferenciales de primas M1 vs US**  
**Modelos univariantes<sup>(1)</sup>**

$$\text{Dif}_{it} = \mu + \phi \text{Dif}_{it-1} + u_{it}$$

Dif.	$\mu$ <sup>(2)</sup>	$\phi$	R <sup>2</sup>	Q(20) <sup>(3)</sup>
$\pi_{t,7}(\text{M1}) - \pi_{t,7}(\text{US})$	0.061 (0.042)	0.173 (0.066)	0.030	26.27
$\pi_{t,15}(\text{M1}) - \pi_{t,15}(\text{US})$	0.13 (0.062)	0.225 (0.066)	0.051	22.80

Notas:

(1) Entre paréntesis las desviaciones típicas

(2) Los valores han sido multiplicados por 100

(3) Q(20) es el estadístico de Ljung-Box con 20 grados de libertad.

**APÉNDICE III.B**

**Sección 4: Estimación de los modelos VARMA y ejercicio de previsión de los tipos**

**Tabla III.11**  
**Modelos univariantes para las medidas de riesgo<sup>(1)</sup>**

$$v_{it} = \mu + \phi_1 v_{it-1} + \phi_2 v_{it-2} + \varepsilon_t$$

	$\mu$	$\phi_1$	$\phi_2$	$\sigma$	$Q(20^{(2)})$
<b>v3015</b>	0.0196 (0.001)	0.231 (0.06)	--	0.011	19.8
<b>v157</b>	0.018 (0.001)	0.297 (0.06)	0.148 (0.06)	0.01	17.59
<b>v71</b>	0.017 (0.007)	--	--	0.011	18.92
<b>v11</b>	0.031 (0.002)	0.233 (0.065)	--	0.021	12.29

Notas:

(1) Entre paréntesis las desviaciones típicas.

(2)  $Q(20)$  es el estadístico de Ljung-Box con 20 grados de libertad.

**MEDIDAS DE RIESGO**

**v3015**

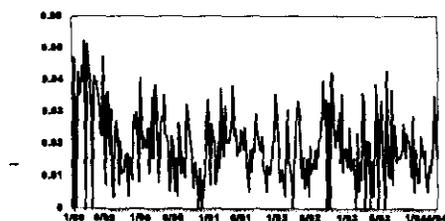


Gráfico III.23

**v157**

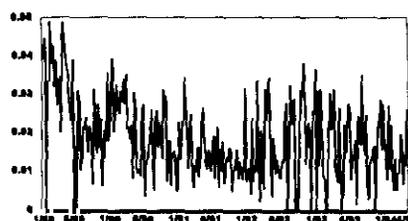


Gráfico III.24

**v71**

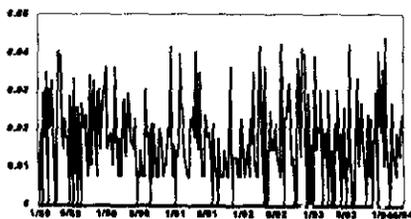


Gráfico III.25

**v11**

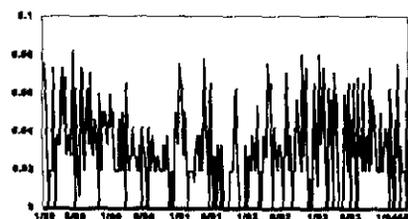


Gráfico III.26



**Tabla III.12, parte 2: Parámetros específicos de cada uno de los modelos MV<sup>(1), (2)</sup>**

MV	$\mu_1$	$\mu_2$	$\mu_3$	$\phi_{55,1}$	$\phi_{55,2}$	$\phi_{66,1}$	$\phi_{66,2}$	$\phi_{77,1}$	$\phi_{77,2}$	$\theta_{15,1}$	$\theta_{16,1}$	$\theta_{35,1}$	$\theta_{36,1}$	$\theta_{37,1}$	$\theta_{45,1}$	$\theta_{46,1}$	$\theta_{47,1}$	$\theta_{56,1}$	$\theta_{57,1}$	$\theta_{65,1}$	$\theta_{67,1}$	$\theta_{76,1}$	
M21	.022 (.002)	--	--	.232 (.065)	--	--	--	--	--	.002 (.0007)	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
M22	.015 (.001)	--	--	.303 (.054)	--	--	--	--	--	.004 (.002)	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
M23	.010 (.001)	--	--	.303 (.054)	.122 (.052)	--	--	--	--	--	--	.004 (.002)	--	--	.028 (.013)	--	--	--	--	--	--	--	--
M24	.017 (.001)	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
M25	.024 (.002)	.015 (.001)	.012 (.001)	.180 (.064)	--	.189 (.054)	--	.226 (.052)	.080 (.048)	.001 (.0008)	.004 (.002)	--	--	.005 (.002)	--	--	.025 (.014)	--	-.339 (.146)	--	-.185 (.059)	-.186 (.050)	
M26	.015 (.001)	.012 (.001)	--	.179 (.054)	--	.230 (.054)	.080 (.048)	--	--	.005 (.002)	--	--	.005 (.002)	--	--	.025 (.014)	--	-.191 (.059)	--	-.197 (.050)	--	--	--

Notas:

<sup>(1)</sup> Entre paréntesis las desviaciones típicas

<sup>(2)</sup> Para cada modelo las medidas de volatilidad consideradas son:

M21:  $v_1 = v_{11}$ ,

M22:  $v_1 = v_{3015}$ ,

M23:  $v_1 = v_{157}$ ,

M24:  $v_1 = v_{71}$ ,

M25:  $v_1 = v_{11}$ ,  $v_2 = v_{3015}$ ,  $v_3 = v_{157}$

M26:  $v_1 = v_{3015}$ ,  $v_2 = v_{157}$ .

**Tabla III.13**  
**Estadísticos sobre los residuos de los modelos MV<sup>(1)</sup>**

MV	M(1) <sup>(2)</sup>				Q(30) <sup>(3)</sup>							
	l = 1	l = 2	l = 3	l = 4	a3015	a157	a71	a11	av3015	av157	av71	av11
<b>M21</b>	23.15	25.71	39.93	31.09	26.7	34.0	18.5	18.4	--	--	--	31.9
<b>M22</b>	23.90	30.13	21.48	29.91	26.6	35.5	18.7	18.8	35.2	--	--	--
<b>M23</b>	35.59	25.13	24.50	32.80	22.5	30.0	19.8	17.6	--	32.4	--	--
<b>M24</b>	25.81	31.78	23.50	35.22	24.6	33.7	18.8	18.6	--	--	24.8	
<b>M25</b>	45.23	40.41	54.37	42.52	21.5	30.1	18.7	17.2	27.7	40.9	--	28.3
<b>M26</b>	35.95	42.43	30.06	38.02	18.6	30.0	19.1	17.3	28.7	39.9	--	--

Notas:

<sup>(1)</sup> Para cada modelo las medidas de volatilidad consideradas son:

M21: v1 = v11,

M22: v1 = v3015,

M23: v1 = v157,

M24: v1 = v71,

M25: v1 = v11, v2 = v3015, v3 = v157

M26: v1 = v3015, v2 = v157.

<sup>(2)</sup> M(1) es el estadístico de Barlett el cual se distribuye como una  $\chi^2_{25}$  en el caso de M21, M22, M23 y M24, como una  $\chi^2_{49}$  en el caso de M25 y como una  $\chi^2_{36}$  para M26

<sup>(3)</sup> Q(30) es el estadístico de Ljung-Box con 30 grados de libertad.

**Tabla III.14**  
**Matrices de correlaciones residuales<sup>(1)</sup>**  
**Modelos MV**

M21					M22							
a3015	1.00				a3015	1.00						
a157	0.19	1.00			a157	0.17	1.00					
a71	0.32	0.23	1.00		a71	0.30	0.24	1.00				
a11	-0.28	-0.22	-0.26	1.00	a11	-0.27	-0.22	-0.25	1.00			
av11	0.05	0.06	0.03	-0.14	1.00	av301	0.66	0.08	0.12	-0.15	1.00	
					5							
M23					M24							
a3015	1.00				a3015	1.00						
a157	0.19	1.00			a157	0.18	1.00					
a71	0.32	0.24	1.00		a71	0.33	0.23	1.00				
a11	-0.28	-0.24	-0.27	1.00	a11	-0.27	-0.22	-0.26	1.00			
av157	0.15	0.61	0.29	-0.20	1.00	av71	0.03	0.18	0.20	-0.03	1.00	
M25					M26							
a3015	1.00				a3015	1.00						
a157	0.20	1.00			a157	0.20	1.00					
a71	0.32	0.24	1.00		a71	0.32	0.24	1.00				
a11	-0.29	-0.24	-0.27	1.00	a11	-0.29	-0.24	-0.27	1.00			
av11	0.03	0.07	0.06	-0.16	1.00	av301	0.64	0.12	0.16	-0.16	1.00	
av301	0.64	0.12	0.16	-0.15	0.01	1.00	5	0.16	0.61	0.30	-0.20	0.24
5	0.17	0.61	0.30	-0.20	0.15	0.24	av157	1.00				
av157	1.0											

Nota:

<sup>(1)</sup> En este caso  $\pm 2\sqrt{n} = 0.13$ , por lo que los valores superiores a 0.13 son significativamente distintos de cero.

**Tabla III.15**  
**Previsión de los tipos de interés<sup>(1)</sup>**

	$E_t(r7_{t+1})$		$E_t(r15_{t+2})$	
	U-Theil	RECM	U-Theil	RECM
<b>M1</b>	2.183	2.174	2.863	2.869
<b>M21</b>	2.197	2.189	2.918	2.924
<b>M22</b>	2.186	2.174	2.872	2.874
<b>M23</b>	2.159	2.160	2.818	2.838
<b>M24</b>	2.192	2.183	2.883	2.887
<b>M25</b>	2.146	2.149	2.825	2.844
<b>M26</b>	2.146	2.149	2.817	2.838

Nota:

<sup>(1)</sup> Ambos estadísticos se han multiplicado por 100.

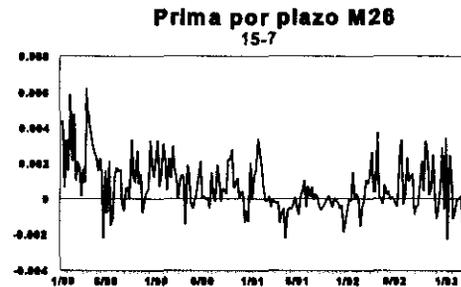
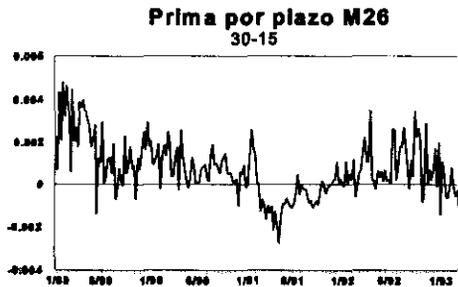


Gráfico III.27

Gráfico III.28

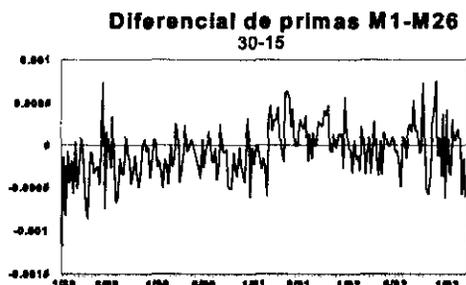


Gráfico III.29

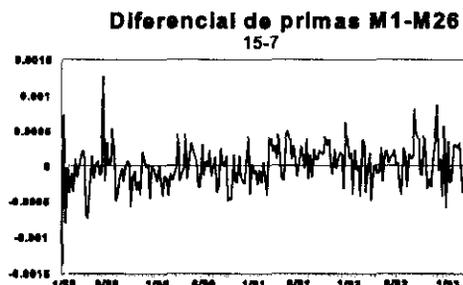


Gráfico III.30

**Tabla III.16**  
Diferencias entre las primas M1 vs M26  
Estadísticos descriptivos<sup>(1)</sup>

	Media <sup>(2)</sup>	Desv. Típica	Min.	Max.
<b>D3015</b>	-0.076 (-3.53)	0.318	-1.187	0.761
<b>D157</b>	-0.0011 (-0.54)	0.313	-0.294	0.315

Notas:

- (1) Los números están multiplicados por 1000.
- (2) Estadístico t entre paréntesis.

**Tabla III.17**  
Diferencias entre las primas M1 vs M26  
Modelos univariantes<sup>(1)</sup>

$$D_{it} = \mu + \phi_1 D_{it-1} + \phi_2 D_{it-2} + u_t$$

	$\mu$ <sup>(2)</sup>	$\phi_1$	$\phi_2$	$\sigma_u$ <sup>(2)</sup>	R <sup>2</sup>	Q(20) <sup>(3)</sup>
<b>D3015</b>	-0.067 (0.032)	0.225 (0.068)	0.144 (0.066)	0.296	0.09	35.3
<b>D157</b>	--	0.023 (0.064)	0.171 (0.063)	0.295	0.033	24.3

Notas:

- (1) Estadístico t entre paréntesis.
- (2) Los números han sido multiplicados por 1000.
- (3) Q(20) es el estadístico de Ljung-Box con 20 grados de libertad

APÉNDICE III.C

Utilizando el modelo M26 las primas  $\pi_{t,15}$  y  $\pi_{t,7}$  se pueden expresar como en (III.12):

$$\pi_{t,7} = \frac{-0.656 + 0.70B + 0.52B^2 - 0.56B^3}{1 - 1.547B + 0.41B^2 + 0.156B^3} e^{30t} + \frac{2.656 - 3.28B - 0.067B^2 + 0.779B^3}{1 - 1.547B + 0.41B^2 + 0.156B^3} e^{15t} + \frac{-1.094 + 1.24B - 0.26B^2}{1 - 1.751B + 0.765B^2} e^{7t} + \frac{-0.756 + 0.49B + 0.165B^2}{1 - 1.7B - 0.185B^2} e^{1t} + \frac{0.03 - 0.026B - 0.001B^2}{1 - 1.7B - 0.185B^2} e^{15t}$$

$$\pi_{t,15} = \frac{0.71 - 2.1B + 2.8B^2 - 2.02B^3 + 0.60B^4}{1 - 2.428B + 1.77B^2 - 0.2B^3 - 0.138B^4} e^{30t} + \frac{0.072 - 0.53B + 0.22B^2 + 0.66B^3 - 0.43B^4}{1 - 2.428B + 1.77B^2 - 0.2B^3 - 0.138B^4} e^{15t} + \frac{0.30 - 1.02B + 1.1B^2 - 0.38B^3}{1 - 2.632B + 2.31B^2 - 0.674B^3} e^{7t} + \frac{-0.795 + 0.52B + 0.165B^2}{1 - 1.7B - 0.185B^2} e^{1t} + \frac{-0.01B}{1 - 0.881B} e^{30t} + \frac{0.024 - 0.022B - 0.001B^2}{1 - 1.7B - 0.185B^2} e^{15t}$$

De (III.20), la contribución del riesgo en cada prima es:

$$C_{t,7} = \frac{-0.012 + 0.017B - 0.008B^2 - 0.011B^3}{1 - 1.547B + 0.408B^2 + 0.156B^3} e^{30t} + \frac{0.1 - 0.14B - 0.035B^2 + 0.008B^3}{1 - 1.547B + 0.408B^2 + 0.156B^3} e^{15t}$$

$$C_{t,15} = \frac{0.012 - 0.03B + 0.031B^2 - 0.018B^3 - 0.005B^4}{1 - 2.428B + 1.77B^2 - 0.2B^3 - 0.137B^4} e^{30t} + \frac{0.05 - 0.14B + 0.12B^2 - 0.032B^3 - 0.001B^4}{1 - 2.428B + 1.77B^2 - 0.2B^3 - 0.137B^4} e^{15t}$$

donde el vector de parámetros estimados en (III.23) es:

$$\hat{\beta} = \begin{pmatrix} 0.015 & 0.012 \\ -0.018 & 0.011 \\ -0.017 & -0.019 \\ -0.023 & -0.036 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

La contribución del riesgo a la varianza de cada prima será:

$$\text{Var}(C_{t,7})/\text{Var}(\pi_{t,7}) = 0.53$$

$$\text{Var}(C_{t,15})/\text{Var}(\pi_{t,15}) = 0.48$$

# **Capítulo IV**

## **Medidas de Volatilidad**

### **IV.1. INTRODUCCIÓN**

El interés por los mercados financieros y las variables económicas que en ellos se generan ha crecido exponencialmente en los últimos tiempos. En particular, la modelización del riesgo o volatilidad asociada a un activo financiero es un tema que ha dado lugar a un gran volumen de investigación en los últimos años. Por ejemplo, Bollerslev, Chou y Kroner (1992) citan más de 200 artículos en los que se estiman modelos para explicar el comportamiento de la volatilidad de activos de diferentes mercados.

Sin embargo, la atención prestada a dicha variable no es nueva. El riesgo ha sido (y es) una pieza fundamental en la mayoría de los modelos financieros [por ejemplo, el de selección de carteras de Markowitz (1959) o el de valoración de opciones de Black y Scholes (1973)] aunque generalmente la volatilidad aparece como un parámetro constante. La consideración de la volatilidad no como un coeficiente del modelo sino como un proceso que evoluciona de manera

aleatoria en el tiempo y que es susceptible de ser estimado, es relativamente reciente. La motivación de este punto de vista empírico, ya que las series de rendimientos muestran una evolución en el tiempo que apunta a que su volatilidad dista mucho de permanecer constante. Así, desde la conocida observación de Mandelbrot (1963) de que cambios grandes (pequeños) en los precios suelen ser seguidos por cambios grandes (pequeños) de cualquier signo, se ha reconocido la existencia de una tendencia al agrupamiento de la volatilidad (*volatility clustering*). Sin embargo, es a partir de los años 80 cuando se ha producido un avance importante en la investigación encaminada al desarrollo de modelos que permitan captar el comportamiento variable del nivel de incertidumbre.

El punto de partida del análisis es la propia definición de volatilidad que, aunque se trata de un concepto muy intuitivo, no está exento de dificultades. Gráficamente, se asocia a la amplitud de las fluctuaciones de los rendimientos de un activo en el tiempo. Esto ha llevado a caracterizarla a través de alguna medida de dispersión de las variables, siendo la más frecuentemente utilizada la desviación típica ( $\sigma$ ). Consecuentemente, la mayoría de los modelos planteados para captar el comportamiento del riesgo se formulan sobre esa desviación típica o alguna transformación de la misma ( $\sigma_t^2$  y  $\ln \sigma_t^2$  principalmente).

Las diferentes maneras de representar esta variable surgen como respuesta a dos cuestiones básicas:

- (1) La determinación del conjunto de información relevante para explicar las variaciones en el nivel de riesgo. Generalmente se considera que las principales fuentes de cambios en los precios de los activos son, por un lado, las novedades sobre su valor fundamental y por otro, las alteraciones en el entorno macroeconómico e institucional. Por ello el número de variables a tener en cuenta es muy amplio. También es importante tener

en cuenta la periodicidad con que se miden las variables pues puede existir algún problema de concordancia. Como es sabido, la frecuencia puede ser muy alta en las variables financieras (semana, día, hora etc.) mientras que es generalmente baja en las variables macroeconómicas (anual, trimestral o mensual). La opción más utilizada por parte de la literatura ha sido utilizar la propia historia de la serie.

(2) *La relación existente entre la volatilidad y las variables del conjunto de información.* En este punto, el espectro de modelos propuestos es muy extenso, desde los que se basan en momentos muestrales, como la desviación típica muestral, hasta otros más complejos que utilizan técnicas estadísticas sofisticadas, como, por ejemplo, los modelos de redes neuronales. La tarea principal de cualquiera de ellos consiste en describir el patrón de comportamiento que ha presentado la volatilidad hasta el momento, de forma que pueda ser utilizado para prever su evolución futura. Tratan, por lo tanto, de captar el componente previsible de la volatilidad.

En este capítulo se repasan los principales modelos planteados por los analistas de los mercados financieros. Dado el gran volumen de investigaciones en este campo, el propósito no es hacer una presentación exhaustiva de todos ellos, sino mostrar, en una visión general, los más utilizados tanto desde el punto de vista académico como por parte de los operadores del mercado. Además, el interés se centra en aquellos modelos que utilizan la propia historia de las variables como conjunto de información relevante, dado que a este tipo pertenece la gran mayoría de las medidas de volatilidad.

En esta revisión se hace hincapié en los rasgos comunes y en las diferencias entre las diferentes medidas, sin embargo, no se entra en cuestiones

referidas a la inferencia (contrastes de heteroscedasticidad condicional, estimación, validación de los modelos etc.), aunque se darán algunas referencias para el lector interesado en estos temas.

El resto del capítulo se estructura como sigue. En la Sección IV.2 se realiza la exposición de los modelos y medidas de volatilidad propuestas en la literatura. En la IV.3 se hace mención a la literatura que se ha encargado de recopilar y valorar los resultados obtenidos con los modelos expuestos, para terminar en la Sección IV.4 con las conclusiones.

## **IV.2. MEDIDAS DE VOLATILIDAD**

Para facilitar la exposición se agrupan en dos grandes bloques: Medidas Simples y Medidas Estructuradas. Las primeras no parten de ningún proceso generador de los datos (PGD); las predicciones se construyen sin hacer explícito un modelo para la evolución de los precios de los activos. Frente a este planteamiento, las medidas estructuradas parten de un PGD para los rendimientos y para su volatilidad. Además, se pueden considerar una generalización de las medidas simples, pues se parte de formas funcionales muy parecidas y se permite que sea la propia información contenida en la serie la que determine el valor de los parámetros relevantes.

Una diferencia importante entre ambos grupos es que las medidas estructuradas incluyen un término constante en su formulación; este elemento les permite incorporar la información necesaria para determinar la evolución de la varianza en el largo plazo, además de contener el concepto de reversión a la media. La ausencia de este término en las medidas simples puede tener como consecuencia en algunos casos volatilidades nulas.

Dado el escaso desarrollo de modelos económicos teóricos que expliquen la variación en el tiempo de la varianza condicional, el objetivo fundamental en ambos casos consiste en tratar de recoger y reproducir los principales rasgos empíricos de la serie temporal de que se trate. Dichos rasgos son: (1) el agrupamiento de la volatilidad a que se hacía referencia anteriormente, (2) el efecto apalancamiento o aumento en el nivel de la volatilidad ante cambios negativos en los precios, (3) hechos predecibles alrededor de los cuales se suele producir un incremento de la variabilidad de los rendimientos (anuncios de dividendos, OPAs, etc.), (4) mayor varianza cuando se abren los mercados debido a la llegada de información que se ha ido acumulando mientras estaban cerrados, (5) distribuciones de los rendimientos más apuntadas y con colas más anchas que la Normal, etc.

Para la exposición de los modelos se parte del siguiente planteamiento. El rendimiento de un activo financiero,  $r_t$ , puede descomponerse en dos elementos:

$$r_t = E(r_t | \Omega_{t-1}) + \varepsilon_t = \mu_t + \varepsilon_t \quad (\text{IV.1})$$

donde  $\mu_t$  es la esperanza condicional a la información disponible en  $t-1$ ,  $\Omega_{t-1}$ . La varianza condicional de la rentabilidad,  $\sigma_t^2$ , será entonces:

$$\sigma_t^2 = E(r_t^2 | \Omega_{t-1}) - \mu_t^2 = E(\varepsilon_t^2 | \Omega_{t-1}) \quad (\text{IV.2})$$

Sin pérdida de generalidad, en lo sucesivo se supone que  $\mu_t = 0$ , por lo que se considera que  $\sigma_t^2 = E(r_t^2 | \Omega_{t-1})$ . La gran mayoría de los modelos tratan de medir esta varianza condicional o alguna transformación de la misma.

#### IV.2.1.- Medidas Simples

Estas medidas han sido durante mucho tiempo las más populares entre los operadores del mercado debido a su sencillez de cálculo. Entre ellas se encuentran

la volatilidad histórica (VH), el suavizado exponencial (EX), el modelo de Fama (1976a) (FA) y la medida propuesta por Luce (1980) (LU).

#### IV.2.1.1.- Volatilidad Histórica (VH)

Esta medida estima la volatilidad utilizando las fluctuaciones del precio del activo más recientes. Su principal interés es que permite captar el agrupamiento de la volatilidad en el tiempo:

$$\sigma_t = \sqrt{\frac{1}{k} \sum_{i=0}^k r_{t-i}^2} \quad (\text{IV.3})$$

Como se aprecia en (IV.3) no es más que la "desviación típica móvil" de la serie de rendimientos. El tamaño de la ventana de observaciones, parámetro  $k$ , se elige en función de las impresiones de los inversores sobre la persistencia de la volatilidad. Otra característica importante es que esta medida pondera de la misma forma a la información más próxima al periodo de interés que la más lejana.

Esta medida sirve como punto de referencia en muchos estudios sobre la volatilidad. Por ejemplo, es habitual medir la volatilidad de la serie de rendimientos calculando la VH con datos de los mismos observados con una periodicidad inferior. Por ejemplo, French, Schwert y Stambaug (1987) o Schwert (1989) utilizan VH para calcular la volatilidad mensual utilizando datos diarios.

Sin embargo esta medida presenta varios problemas. Por un lado, la elección arbitraria de  $k$  y los idénticos pesos que reciben todas las observaciones, que pueden dar lugar a subidas (bajadas) excesivamente bruscas en la volatilidad, al entrar (salir) valores extremos de los rendimientos en la ventana<sup>1</sup>.

---

<sup>1</sup> Este problema afecta en mayor o menor medida a todas las medidas basadas en el pasado de las variables.

Adicionalmente, la ausencia de un término independiente en la expresión de esta medida puede infraestimar el riesgo, por ejemplo, si los precios permanecen constantes esta medida conduce a que el nivel de riesgo es cero, pues en ese caso los rendimientos son nulos.

#### IV.2.1.2.- Medida de Fama (FA)

Esta medida está en la línea de la VH. Fue propuesta por Fama (1976a) para medir la volatilidad de las letras del Tesoro americanas. Se formula de la siguiente manera:

$$\sigma_t = \frac{1}{k} \sum_{i=0}^k |r_{t-i}| \quad (\text{IV.4})$$

Se diferencia de la anterior en que mide directamente la desviación típica. Al utilizar el valor absoluto es más robusta ante problemas de no-normalidad en los rendimientos o el efecto de los valores extremos. Por lo demás, está sujeta a las mismas críticas que la VH.

#### IV.2.1.3.- Suavizado Exponencial (EX)

Al igual que en el caso de la VH, el uso de esta medida está muy extendido, sobre todo entre los operadores del mercado<sup>2</sup>. Consiste en una media móvil ponderada, que se calcula como:

$$\sigma_t = \sqrt{(1-\lambda) r_t^2 + \lambda \sigma_{t-1}^2} \quad (\text{IV.5})$$

El parámetro de suavizado se restringe de manera que  $0 < \lambda < 1$ . Por tanto,

---

<sup>2</sup> Por ejemplo, JPMorgan comercializa el programa RiskMetrics, que utiliza esta medida para prever el comportamiento de la volatilidad de la gran mayoría de activos financieros [JPMorgan/Reuters (1996)].

esta medida viene a superar las críticas de las dos anteriores respecto al tamaño de la ventana y a la ponderación que recibe la información. Sustituyendo recursivamente en (IV.5) podemos escribirla como:

$$\sigma_t = \sqrt{(1-\lambda) \sum_{i=0}^{\infty} \lambda^{i-1} r_{t-i}^2} \quad (\text{IV.6})$$

Así pues, se utiliza toda la información pasada de la serie de rendimientos para determinar el valor actual de la volatilidad y las observaciones más recientes reciben una ponderación mayor. El peso va cayendo de manera exponencial según los rendimientos pertenecen a periodos más alejados en el tiempo. Sin embargo, sigue siendo arbitraria la elección del parámetro  $\lambda$ . Éste se suele elegir de manera que minimice alguna medida del error de predicción. Sin embargo, la variable a prever es la propia volatilidad, que no es observable. Esto lleva a definir un punto de referencia con el que realizar la comparación que no suele ser más que una medida de volatilidad alternativa (VH, por ejemplo).

#### IV.2.1.4.- Medida de Luce (LU)

Esta medida fue propuesta por Luce en su trabajo de 1980 y ha sido recientemente impulsada por los trabajos de Granger y Ding (1994, 1995, 1996) y Ding y Granger (1996). Luce (1980) parte del siguiente planteamiento: sean  $r_1$  y  $r_2$  rendimientos con media cero tales que  $r_1 = r$  tiene como función de distribución  $F(x)$  y  $r_2 = \alpha r$  tiene como función de distribución  $G_\alpha(x) = F(x/\alpha)$ , donde  $\alpha > 0$  es un factor de escala y sea  $R(F)$  una medida del riesgo asociado a  $F(\cdot)$ .

Supuesto 1: Existe un  $S(\alpha)$  tal que  $R[G_\alpha(x)] = S(\alpha)R[F(x)]$ , es decir, el efecto de un cambio de escala es multiplicativo.

Supuesto 2: Existe una función  $T(x)$  tal que, para cualquier función de

$$\text{distribución F: } R(F) = E [T(x)] = \int T(x) dF(x) .$$

A partir de estos supuestos Luce (1980) demuestra que  $S(\alpha) = \alpha^\theta$  y que:

$$R(F) = A E [ |r|^\theta ], \text{ con } \theta > 0, A > 0 \quad (IV.7)$$

Por ello, este autor propone  $R(F) = A |r_t|^\theta$  como medida de riesgo a considerar. El valor de A no es esencial por lo que Granger y Ding (1994) recomiendan fijar  $A=1$ . Si se aceptan los dos supuestos de los que se parte, el teorema de Luce (1980) proporciona una familia de medidas de riesgo en función del valor que se asigne al parámetro  $\theta$ . Si la distribución de los rendimientos es  $N(0, \sigma^2)$  entonces  $R(F)$  es proporcional a  $\sigma^\theta$  (para  $\theta=1$  será proporcional a la desviación típica y para  $\theta=2$  a la varianza). En distribuciones distintas de la normal este tipo de relaciones no existen necesariamente, salvo para  $\theta=2$ .

El parámetro  $\theta$  se fija por parte del investigador. Esta medida es un caso particular de la medida de Fama para  $\theta=1$  y de la volatilidad histórica para  $\theta=2$  (fijando el tamaño de la ventana a una observación). Esto implica que para valores de  $\theta$  cercanos a cero se amortiguará el problema de los valores extremos y al contrario conforme el valor de ese parámetro vaya siendo mayor.

#### IV.2.2.-Medidas Estructuradas

Se plantean a través de dos ecuaciones. En la primera de ellas se modeliza el PGD del precio del activo, es decir,  $\mu_t$  de la expresión (IV.1). En la segunda ecuación se modeliza el comportamiento de su volatilidad. Como veremos, se trata de una generalización de los modelos del apartado anterior, con la ventaja de que es la propia historia de las series la que determina el valor de los parámetros relevantes.

Dentro de este grupo encontramos varios enfoques diferentes: los modelos de heteroscedasticidad condicional autorregresiva (modelos tipo GARCH), los de

volatilidad estocástica (SV), los modelos de regresión y los basados en métodos no paramétricos.

#### IV.2.2.1.- Modelos tipo GARCH

Estos modelos han sido fuertemente impulsados en los últimos años a partir del trabajo seminal de Engle (1982). Generalmente se parte del proceso<sup>3</sup>  $\{r_t\}$  que es de la forma:

$$r_t = \eta_t \sigma_t \quad (\text{IV.8})$$

donde  $\eta_t$  es una variable aleatoria independiente e idénticamente distribuida con  $E(\eta_t)=0$ ,  $\text{var}(\eta_t)=1$  y función de densidad  $f(\eta_t)$ . La varianza condicional de la rentabilidad,  $\sigma_t^2$ , dada por la expresión (IV.2) es, una función medible de la información disponible en t-1. Se puede estimar a partir a la maximización del logaritmo de la función de verosimilitud, a la cual se llega a partir de la descomposición del error de predicción:

$$L(\Theta) = \sum_{t=1}^T [\log f(r_t/\sigma_t) - \log \sigma_t] \quad (\text{IV.9})$$

donde  $\Theta$  es el vector de todos los parámetros desconocidos del modelo y  $\log \sigma_t$  es

---

<sup>3</sup> Típicamente, estos modelos parten del proceso  $\{\varepsilon_t\}$ , el cual corresponde a la innovación del modelo especificado para la media, es decir:  $\varepsilon_t = r_t - \mu_t$ . El objetivo es mostrar las diferentes especificaciones utilizadas para la varianza, por lo que dejamos de lado los propuestos para la esperanza condicional. A este respecto, destacan los resultados de Nelson (1992), según los cuales si el proceso que genera los precios es, aproximadamente, un proceso de difusión y se dispone de una gran cantidad de información, se puede estimar consistentemente la varianza a través de un modelo GARCH con datos de alta frecuencia a pesar de que la media este incorrectamente especificada. Este error de especificación tendrá consecuencias en las previsiones de la varianza a largo plazo, mientras que a corto plazo es posible realizar buenas previsiones.

el Jacobiano de la transformación de  $\eta_t$  en  $r_t$ . Estos modelos requieren la especificación de la función de densidad  $f(\cdot)$ , lo cual tiene efectos en el proceso de estimación. Generalmente, se parte del supuesto de normalidad condicional de los rendimientos, aunque se utilizan también distribuciones t de Student, mixturas de distribuciones normales y la de error generalizado (GED) de Box y Tiao (1975b). Sin embargo Engle y González-Rivera (1993) o León y Mora (1998) han mostrado que el supuesto de normalidad condicional no tiene un efecto apreciable en la estimación del modelo aunque ésta no sea la verdadera distribución. A pesar de ello, aunque esté la función de densidad esté correctamente especificada, las propiedades en muestras pequeñas son débiles, por lo que se requiere una gran cantidad de información para conseguir una estimación fiable.

Una ventaja adicional de los modelos GARCH es que guardan muchas similitudes con los modelos ARMA de series temporales, por lo que muchos de los métodos propuestos para su especificación no son más que aplicaciones de la metodología propuesta por Box y Jenkins (1976). Los distintos modelos tipo GARCH implican diferentes parametrizaciones para la ecuación de la varianza de las cuales se destacan a continuación las más relevantes.

#### IV.2.2.1.1- Modelo ARCH(q) (*Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*)

Desarrollado por Engle (1982), modeliza la volatilidad como una función lineal de los cuadrados de las primeras  $q$  observaciones pasadas de la serie:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i r_{t-i}^2 \quad (\text{IV.10})$$

Es necesario imponer que  $\alpha_0 > 0$  y  $\alpha_i \geq 0 \quad \forall i \geq 1$  para garantizar que la varianza sea positiva y que  $\sum_{i=1}^q \alpha_i \leq 1$  para que sea estacionaria.

Es evidente la analogía entre este modelo y VH. Generalmente, las aplicaciones empíricas de este modelo han mostrado que el número de parámetros

necesarios para ajustar la volatilidad ARCH es muy grande. Este hecho, dadas las restricciones sobre los parámetros mencionadas antes, produce algunos problemas de estimación. Por otro lado, esta medida está afectada por el problema de los valores extremos comentado en el caso de VH.

#### IV.2.2.1.2.- Modelo GARCH(p,q) (*Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*)

Borllerslev (1986) generaliza el modelo ARCH(q) de forma que la volatilidad dependiera adicionalmente de sus p primeros retardos según la expresión:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i r_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p \beta_i \sigma_{t-i}^2 \quad (\text{IV.11})$$

Al igual que el modelo ARCH está sometido a restricciones de positividad y estacionariedad, que en este caso son  $\alpha_0 > 0$ ,  $\alpha_i \geq 0$  y  $\beta_i \geq 0 \forall i \geq 1$ , las primeras y  $\sum_{i=1}^q \alpha_i + \sum_{i=1}^p \beta_i < 1$ , la segunda. Haciendo sustituciones sucesivas se puede expresar este modelo como un ARCH de orden infinito:

$$\sigma_t^2 = \delta_0 + \sum_{i=1}^{\infty} \delta_i r_{t-i}^2 \quad (\text{IV.12})$$

donde los parámetros  $\delta_i$  son funciones no lineales de los parámetros  $\alpha$  y  $\beta$ . En particular, para el GARCH(1,1) tenemos que  $\delta_0 = \alpha_0 / (1 - \beta_1)$  y  $\delta_i = \alpha_1 \beta_1^{i-1}$  para todo  $i > 0$ . Del mismo modo que ocurre entre el modelo ARCH y VH, la analogía entre el modelo GARCH y el suavizado exponencial es directa, salvo por el término independiente. Adicionalmente, este modelo supera los problemas en la estimación del ARCH(q) cuando se requieren muchos parámetros, ya que con solo unos pocos coeficientes es capaz de captar el comportamiento dinámico de la

volatilidad<sup>4</sup>.

La evidencia empírica muestra, en muchos casos, que los parámetros estimados para la varianza con este modelo se encuentran en zonas próximas a la no estacionariedad, indicando en algunas ocasiones comportamientos explosivos para la varianza (suma de parámetros mayor que la unidad). A partir de esta observación Engle y Bollerslev (1986) amplían el modelo GARCH al caso en el que la representación ARMA equivalente para  $r_t^2$  presente raíces unitarias. Se trata del modelo IGARCH (*Integrated GARCH*) que implica que las innovaciones tienen un efecto permanente sobre la varianza. Sin embargo, a diferencia de los modelos ARIMA para la media condicional, los modelos IGARCH son estrictamente estacionarios si  $\alpha_0 > 0$  [Nelson (1990b)].

#### IV.2.2.1.3.- Modelos GARCH asimétricos

Estos modelos son, generalmente, extensiones del modelo GARCH en las que se introduce la posibilidad de que la volatilidad responda de manera asimétrica ante cambios de distinto signo en los precios (el denominado efecto apalancamiento). Existen diferentes maneras de tener en cuenta este efecto. Una de las formas propuestas es una ampliación del modelo GARCH en la que se incluyen variables ficticias que permiten diferentes respuestas dependiendo del signo de los rendimientos pasados de la siguiente forma:

$$\sigma_t^\delta = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i |r_{t-i}|^\delta + \sum_{i=1}^p \beta_i \sigma_{t-i}^\delta + \sum_{i=1}^s \gamma_i S_{t-i}^- |r_{t-i}|^\delta \quad (\text{IV.14})$$

$$\text{con } S_t^- = \begin{cases} 1 & \text{si } r_t < 0 \\ 0 & \text{si } r_t \geq 0 \end{cases}$$

<sup>4</sup> Como puede apreciarse en la expresión (IV.12), este modelo utiliza toda la información pasada. Las aplicaciones empíricas han puesto de manifiesto que es suficiente con la estimación de un modelo GARCH(1,1), es decir, 2 parámetros, para una gran variedad de variables financieras.

Cuando  $\delta=2$ , esta ecuación corresponde al modelo GJR-GARCH de Glosten, Jagannathan y Runkle (1993) y al modelo TARARCH (*Threshold ARCH*) de Zakoian (1994) cuando  $\delta=1$ . Al igual que en los casos anteriores, la ecuación (IV.13) implica que la desviación típica condicional, elevada a  $\delta$ , es una suma ponderada de los rendimientos en valor absoluto elevados al mismo exponente. En el caso de  $p=q=s=1$  tenemos:

$$\sigma_t^\delta = \frac{\alpha_0}{1-\beta_1} + \sum_{i=1}^{\infty} (\alpha_1 + \gamma_1 S_{t-i}^-) \beta_1^{i-1} |r_{t-i}|^\delta \quad (IV.15)$$

También son necesarias, en este caso, condiciones de positividad y de estacionariedad. Éstas, en general, están bien definidas para valores de  $p$  y  $q$  pequeños, no así para ordenes grandes. Es más sencillo conseguirlas a partir de la transformación de los modelos en términos de procesos ARMA para los rendimientos al cuadrado.

Otro modelo que permite captar asimetrías es el EGARCH (*Exponential GARCH*) de Nelson (1991), aunque a diferencia de los anteriores, se formula sobre el logaritmo de la varianza condicional. Es por ello que no requiere condiciones de positividad sobre los parámetros. Su expresión general es:

$$\text{Ln } \sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{j=1}^p \beta_j \text{Ln } \sigma_{t-j}^2 + \sum_{k=1}^q \alpha_k \left[ \phi \frac{r_{t-k}}{\sigma_{t-k}} + \gamma \left( \frac{|r_{t-k}|}{\sigma_{t-k}} - \left( \frac{2}{\pi} \right)^{\frac{1}{2}} \right) \right] \quad (IV.16)$$

El modelo EGARCH implica que el logaritmo de la varianza no es más que una suma ponderada del valor absoluto de los rendimientos estandarizados:

$$\log \sigma_t^2 = \omega_0 + \sum_{i=1}^{\infty} \omega_i \frac{|r_{t-i}|}{\sigma_{t-i}} \quad (IV.17)$$

donde las ponderaciones,  $\omega_i$ , son combinaciones no lineales de los coeficientes del modelo. Para el EGARCH(1,1) se tiene  $\omega_0 = (\omega - \alpha \gamma (2/\pi)^{1/2}) / (1 - \beta)$  y

$\omega_i = \alpha(\gamma + \phi(2S_{t-i}^- - 1))\beta^{i-1} \forall i > 1$ , donde  $S_t^-$  es la variable ficticia definida anteriormente.

A pesar de las ventajas de la formulación EGARCH, tiene el inconveniente de que en su estimación por Máxima Verosimilitud (si bien bajo el supuesto de normalidad condicional no es más complicada que la de los GARCH) se suelen presentar problemas de convergencia en los algoritmos. Adicionalmente, la teoría asintótica sobre las propiedades de tales estimadores no está aún muy desarrollada.

Los dos modelos anteriormente presentados tienen en común el modo de incorporar la respuesta asimétrica. En ambos se supone un cambio en la pendiente de la curva de impacto<sup>5</sup>. Sin embargo, no es la única forma de incluir el efecto apalancamiento. Sentana (1995) desarrolla el modelo QGARCH (*Quadratic GARCH*), que completa la ecuación del modelo GARCH añadiéndole términos lineales y productos cruzados de retardos de los rendimientos de la siguiente manera:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i r_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p \beta_i \sigma_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^j \psi_i r_{t-i} + \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^m \phi_{ij} r_{t-i} r_{t-j} \quad (\text{IV.18})$$

Esta expresión implica que la volatilidad es una suma ponderada de los valores pasados de un polinomio de segundo grado de los rendimientos.

#### IV.2.2.1.4.- Modelo PAAV-GARCH (*Potentially Asymmetric Absolute Value GARCH*)

Hentschel (1995) desarrolla este modelo que anida a gran parte de las especificaciones GARCH propuestas en la literatura y expuestas en los apartados anteriores. No es el primer trabajo que trata de generalizar este tipo de modelos.

<sup>5</sup> Esta curva fue utilizada por primera vez por Pagan y Schwert (1990). Relaciona los cambios en la varianza condicional con los *shocks* en la variación de los precios.

Previamente Higgins y Bera (1992) propusieron el modelo NARCH (*Nonlinear ARCH*), aunque, como veremos, éste es un caso particular del PAAV. Su expresión general es:

$$\frac{\sigma_t^\lambda - 1}{\lambda} = \omega + \sum_{i=1}^q \alpha_i \sigma_{t-1} f^\nu(\eta_{t-1}) + \sum_{i=1}^p \beta_i \frac{\sigma_{t-i}^\lambda - 1}{\lambda} \quad (\text{IV.19})$$

donde:  $f(\eta_t) = |\eta_t - b| - c(\eta_t - b)$ . Consiste en una transformación Box-Cox (1964) de la desviación típica condicional. Se permiten dos tipos diferentes de respuestas asimétricas: saltos en la curva de impacto de las innovaciones ( $b \neq 0$ ) y cambios en su pendiente ( $c \neq 0$ ). También es flexible en cuanto al exponente de la transformación del valor absoluto de la variable  $\eta_t$ , que no es necesariamente el mismo de la desviación típica.

Los modelos presentados anteriormente se pueden considerar casos particulares de la expresión (IV.18). Así, si  $\lambda = \nu = 2$  y  $b = c = 0$  se tiene el modelo GARCH, con  $\lambda = \nu = 2$  y  $b = 0$  el GJR-GARCH, con  $\lambda = \nu = 1$ ,  $b = 0$  y  $|c| \leq 1$  el TARARCH, con  $\lambda = 0$ ,  $\nu = 1$  y  $b = 0$  el EGARCH. También, de la expresión (IV.18) resultan otro tipo de modelos no expuestos hasta el momento, como el antes mencionado NARCH, para el que  $\lambda = \nu \neq 0$  y  $b = c = 0$ , el NAGARCH (*Nonlinear-Asymmetric GARCH*) de Engle y Ng (1993a) para el que  $\lambda = \nu = 2$ , y  $c = 0$  y el APARCH (*Asymmetric Power ARCH*) de Ding, Granger y Engle (1993) con  $\lambda = \nu \neq 0$ ,  $b = 0$  y  $|c| \leq 1$ .

La familia de modelos propuesta por Hentschel (1995) incluye aquellos que consideran la desviación típica condicional elevada a un exponente igual a una suma ponderada de los rendimientos pasados elevados a ese mismo exponente. Se trata de los modelos para los que  $\lambda = \nu$  y  $b = 0$ . En el caso más simple ( $p = q = 1$ ) tendríamos:

$$\sigma_t^\lambda = \frac{\omega'}{1-\beta_1} + \sum_{i=1}^{\infty} \alpha'_1 (1 + c(2S_{t-i}^- - 1))^\lambda \beta_1^{i-1} |r_{t-i}|^\lambda \quad (\text{IV.20})$$

donde  $\omega' = 1 + \lambda\omega - \beta$  y  $\alpha' = \alpha\lambda$  y  $S_t^-$  es la variable ficticia definida anteriormente.

A pesar de ser una formulación muy general, no engloba todos los modelos GARCH (se queda fuera el modelo QGARCH). Del mismo modo, pone de manifiesto la gran cantidad de formulaciones para la varianza condicional que están aún disponibles y sin explorar.

#### IV.2.2.1.5.- Modelos GARCH en media (GARCH-M)

Constituyen un desarrollo adicional que puede incorporarse a los modelos expuestos anteriormente. La idea fue propuesta por Engle, Lilien y Robins (1987) y consiste en introducir la varianza condicional o una función de la misma de manera explícita en el modelo de la media:

$$E(r_t | \Omega_{t-1}) = f(z_{t-1}, g(\sigma_t^2); \delta) \quad (\text{IV.21})$$

donde  $z_{t-1}$  es el vector de variables relevantes y  $g(\sigma_t^2)$  es una función de la varianza condicional, generalmente el logaritmo o la raíz cuadrada. Este tipo de modelos puede recoger interacciones entre la media y la varianza, por lo que están especialmente indicados para modelizar la prima de riesgo, tal como muestran Engle, Lilien y Robins (1987).

En cuanto a su estimación, ésta resulta más complicada. En el caso de los modelos GARCH, la matriz de información es diagonal por bloques entre los parámetros de la media y de la varianza. Para los modelos en media esto deja de ser cierto. Por ello, una estimación consistente de los parámetros de la esperanza condicional requiere una correcta especificación del modelo para  $\sigma_t^2$ .

## IV.2.2.2.- Modelos de regresión

Se trata de modelos estimados en dos etapas. La varianza se formula como un modelo de series temporales sobre alguna transformación de los residuos del modelo de la media. Esto permite su especificación y estimación utilizando la metodología de Box y Jenkins (1976).

La motivación de estos métodos es la siguiente. Partiendo de la expresión (IV.2), se puede escribir la varianza condicional de la serie de rendimientos como:

$$\text{var}_t(r_t | \Omega_{t-1}) = \sigma^2 g(z_t, \beta, \theta) \quad (\text{IV.21})$$

donde  $g$  es una función que expresa la heteroscedasticidad condicional en función de un vector de variables relevantes,  $z_t$ , generalmente el propio pasado de la serie de rendimientos, el vector de parámetros del modelo de la media,  $\beta$ , y un vector de parámetros desconocidos,  $\theta$ . Si los residuos del modelo de la media,  $\varepsilon_t$ , son independientes e idénticamente distribuidos:

$$E(|\varepsilon_t|^\lambda) = (\sigma g(z_t, \beta, \theta))^\lambda \quad (\text{IV.22})$$

donde  $\lambda \geq 0$  (para  $\lambda=0$  se trata de la transformación logarítmica).

Davidian y Carrol (1987) analizan las propiedades de la estimación del vector  $\theta$  por Mínimos Cuadrados Ordinarios en regresiones de  $|\hat{\varepsilon}_t|^\lambda$  sobre  $(\sigma g(z_t, \beta, \theta))^\lambda$  y encuentran que el método es más robusto para  $\lambda=0.1$ . Entre estos métodos se encuentran los propuestos por Schwert (1989) y Pagan y Schwert (1990), que se exponen a continuación.

## IV.2.2.2.1.- Modelo de Schwert (1989) (SW)

Este autor propone una generalización del método de Officer (1973), Fama (1976a, 1976b) y Merton (1980) para estimar la volatilidad mensual de la serie de

rendimientos. Siguiendo a Davidian y Carroll (1987) se basa en el valor absoluto de los residuos del modelo de la media por ser más robusto que los procedimientos basados en su cuadrado.

El procedimiento que propone es el siguiente: en un primer paso se estima un modelo autorregresivo de orden 12 para la serie de rendimientos en el que se incluyen 12 variables ficticias para captar posibles diferencias en la media de cada mes. Bajo el supuesto de normalidad de los rendimientos se tiene que  $E(|r_t|) = \sigma_t(2/\pi)^{1/2}$ , por lo que en el segundo paso se estima un modelo autorregresivo de orden 12 para el valor absoluto de los residuos del modelo anterior multiplicados por  $(2/\pi)^{1/2}$ . De la misma manera, se incluyen en este modelo 12 variables ficticias indicativas de cada mes.

IV.2.2.2.2.- Modelo de Pagan y Schwert (1990) (PS)

Estos autores proponen un estimador en dos etapas basado en que  $E(\epsilon_t^2 | \Omega_{t-1}) = \sigma_t^2$ . La volatilidad se modeliza a través de la expresión:

$$\sigma_t^2 = \sigma^2 + \sum_{s=1}^k \alpha_k \hat{\epsilon}_{t-s}^2 \tag{IV.26}$$

Dado que :

$$\sigma_t^2 = \hat{\epsilon}_t^2 + (\sigma_t^2 - \epsilon_t^2) + (\epsilon_t^2 - \hat{\epsilon}_t^2) = \hat{\epsilon}_t^2 + v_t \tag{IV.27}$$

y sustituyendo en la expresión (IV.26) se tiene que:

$$\hat{\epsilon}_t^2 = \sigma^2 + \sum_{s=1}^k \alpha_k \hat{\epsilon}_{t-s}^2 - v_t \tag{IV.28}$$

El término  $v_t$  se comporta asintóticamente como  $(\sigma_t^2 - \epsilon_t^2)$ , que es una martingala en diferencias con respecto a la sigma-algebra generada por  $\Omega_{t-1}$ . Por ello, la estimación de la expresión (IV.28) por MCO es consistente, aunque no eficiente. Como indican Davidian y Carrol (1987), se puede ganar eficiencia si se

itera varias veces ponderando con  $\hat{\sigma}_t^{-1}$ , es decir, se estima por Mínimos Cuadrados Ponderados.

### IV.2.3.- Otras medidas

En este grupo se incluyen planteamientos alternativos a los ya expuestos. En algunos casos se trata de medidas que parten de supuestos claramente diferentes a los anteriores. En otros casos son medidas que no pueden ser calculadas en cualquier circunstancia, pues requieren información que no siempre existe (por ejemplo, la prima de las opciones de compra o de venta sobre el activo para el que se calcula la volatilidad).

#### IV.2.3.1.- Modelos de volatilidad estocástica

Se desarrollan a partir del trabajo de Taylor (1986) y están recibiendo un fuerte impulso en los últimos tiempos<sup>6</sup>. En ellos se considera la volatilidad como una variable aleatoria no observable. Habitualmente no definen una forma funcional para  $\sigma_t^2$  sino para su logaritmo, de modo que no requieren restricciones de positividad sobre los parámetros. Taylor (1986) que propone el ARV(1) log-normal:

$$\begin{aligned} r_t &= \sigma^* \eta_t \sigma_t \\ \log \sigma_t^2 &= \beta \log \sigma_{t-1}^2 + v_t \end{aligned} \tag{IV.29}$$

donde  $\sigma^*$  es un factor de escala,  $\eta_t$  es una variable independiente con  $E(\eta_t) = 0$ ,  $\text{var}(\eta_t) = 1$  y  $v_t \sim \text{NID}(0, \sigma_v^2)$ . Los términos de error,  $\eta_t$  y  $v_t$ , están claramente diferenciados y son independientes entre sí. En el caso general,  $\log \sigma_t^2$  puede seguir cualquier modelo ARMA estacionario. Adicionalmente, es suficiente con

<sup>6</sup> Para una revisión sobre este tipo de modelos puede consultarse Ghysels, Harvey y Renault (1996), Taylor (1994) o Ruíz (1994).

permitir que las dos perturbaciones estén correlacionadas entre sí para que este modelo recoja respuestas asimétricas a cambios de distinto signo en la serie de rendimientos [Harvey y Shepard (1996)].

#### IV.2.3.2.- Modelos no paramétricos

En ellos se evita la imposición de supuestos sobre la densidad de los rendimientos, que pueden resultar muy restrictivos, a través de funciones de densidad no paramétricas. En este sentido, tales aproximaciones a la estimación de la volatilidad se pueden considerar más como medidas de la misma que como modelos que describen su comportamiento.

Pagan y Schwert (1990) proponen dos métodos no paramétricos: una aproximación utilizando una expansión en series del tipo forma flexible de Fourier (FFF), tal como propone Gallant (1981) y una estimación Kernel. En el primer caso la varianza condicional se representa como un polinomio de orden bajo con términos trigonométricos:

$$\sigma_t^2 = \sigma^2 + \sum_{i=1}^L \left\{ (\alpha_i r_{t-i}^2 + \beta_i r_{t-i}) + \sum_{k=1}^2 \gamma_{ik} \cos(k r_{t-i}) + \delta_{ik} \sin(k r_{t-i}) \right\} \quad (IV.30)$$

aunque con esta expansión la volatilidad podría ser negativa.

En cuanto al Kernel, utilizan la siguiente función para aproximar un proceso lineal para la varianza condicional:

$$\sigma_t^2 = \sum_{i=1}^T \omega_{it} r_{t-i}^2 \quad \text{con} \quad \sum_{i=1}^T \omega_{it} = 1 \quad (IV.31)$$

donde T es el tamaño de la muestra y:

$$\omega_{it} = \frac{K(x_t - x_i)}{\sum_{k=1}^T K(x_k - x_i)} \quad (\text{IV.32})$$

siendo  $K(\cdot)$  la función Kernel, la cual es simétrica, integrable y no nula.  $x_t$  es un vector de  $s$  variables de estado. Los pesos se determinan en función de la distancia existente entre el valor de las variables de estado en  $t$  y en  $i$ .

La elección habitual en la literatura es Kernel Gaussiano, que para  $z_t = x_t - x_i$  es:

$$K(z_t) = (2\pi)^{-1/2} |H|^{-1/2} e^{-\frac{1}{2} z_t' H z_t} \quad (\text{IV.33})$$

donde  $H$  es una matriz diagonal de dimensión  $s \times s$  que contiene los anchos de banda  $h_1, \dots, h_s$ . Éstos están relacionados tanto con el tamaño muestral como con la dispersión de los datos y determina el grado de variabilidad de las ponderaciones  $\omega$  (a mayor ancho de banda menor variabilidad). Generalmente se elige  $h_s = \hat{\sigma}_k T^{-1/4+s}$ , pues el ancho de banda que minimiza el error cuadrático medio es proporcional a este valor [Silverman (1986)].

#### IV.2.3.3.- Volatilidad Implícita (VI)

Una de las medidas que ha recibido más atención dentro de este grupo. Se obtiene a partir de los modelos de valoración de activos derivados. En estos modelos se calcula la prima en función de la volatilidad, por lo que se puede despejar ésta como función de la prima realizada en el mercado. En este sentido, la volatilidad implícita refleja las expectativas del mercado sobre la volatilidad del activo subyacente por lo que se la llama también “volatilidad del mercado”.

Para poder calcularla es necesario seleccionar un modelo de valoración de

activos derivados, por ejemplo el modelo de valoración de opciones de Black y Scholes (1973). Por tanto, el uso de la VI para captar la volatilidad de un activo financiero está limitado por la existencia de derivados sobre él.

#### IV.2.3.4.- *Medidas basadas en datos de corte transversal*

Consisten en la estimación de la volatilidad con datos de corte transversal. En unos casos se ha optado por analizar las opiniones y expectativas de los operadores del mercado recogidas en encuestas [por ejemplo en Weston (1986)]. En otros casos se han utilizado muestras de precios relativos entre activos de diferentes mercados, o entre diferentes activos de un mismo mercado, etc. [por ejemplo en Cutler (1989)].

### **IV.3. COMPARACIÓN DE MEDIDAS Y MODELOS DE VOLATILIDAD**

Existe un número importante de trabajos que examinan la literatura sobre medidas y modelos de volatilidad, que podemos dividir en dos grandes grupos. En el primer grupo se encuentran aquellos que describen, desde el punto de vista teórico, los diferentes métodos propuestos. Del mismo modo, muestran aspectos relacionados con la inferencia (contrastes de heteroscedasticidad condicional, estimación etc.) y recogen los resultados obtenidos en las aplicaciones empíricas de los mismos en la literatura. Generalmente se interesan por un tipo de medidas concreto. Por ejemplo, Bollerslev, Chou y Kroner (1992), Nijman y Palm (1992), Bera y Higgins (1993), Bollerslev, Engle y Nelson (1993) o Palm (1996) se centran en los modelos tipo GARCH. En España están los trabajos de Novales y Gracia-Díez (1993) que se ocupa de la estimación de los modelos GARCH por Máxima Verosimilitud o Sáez y Pérez-Rodríguez (1994), que realizan una panorámica de estos modelos. Taylor (1994) y Ghysels, Harvey y Renault (1996)

revisan la literatura existente sobre la volatilidad estocástica. Ruíz (1994) y Shepard (1996) comparan las propiedades de los modelos GARCH con los de los modelos SV. En cuanto a los modelos de regresión, Davidian y Carroll (1987) analizan las propiedades de la estimación de varias funciones de la varianza, entre las que incluye modelos de regresión para el cuadrado, el valor absoluto y el logaritmo de los residuos del modelo de la media de los rendimientos.

Los trabajos del segundo grupo se han centrado en determinar qué tipo de modelos tiene mayor capacidad predictiva de los valores futuros de la varianza condicional. Sin embargo, este enfoque se encuentra con el problema de que la volatilidad no es observable. Generalmente utilizan como punto de referencia una medida de volatilidad alternativa a las que se están analizando.

La evidencia que muestran es contradictoria. En algunos estudios parecen ser los modelos tipo GARCH los que tienen mayor capacidad predictiva y en otros son modelos más simples. También se pone de manifiesto que los resultados dependen del mercado analizado y de las medidas del error de previsión o, en general, de los métodos utilizados para hacer la comparación.

Por ejemplo, Akgiray (1989) analiza la volatilidad mensual de los índices CRSP-EW y del CRSP-VW de enero de 1963 a diciembre 1986. Utiliza datos diarios con los que calcula la volatilidad mensual con la medida VH transformada según indica Merton (1980)<sup>7</sup>. Compara dos modelos simples: volatilidad histórica y media móvil ponderada con dos modelos tipo GARCH [ARCH(q) y GARCH(1,1)]. Utiliza varias medidas del error de predicción con las que encuentra que ambos modelos tipo GARCH tienen un comportamiento similar,

---

<sup>7</sup> Este procedimiento consiste en corregir la volatilidad histórica incorporando la posible autocorrelación de primer orden en los rendimientos según la siguiente expresión:  $\sigma_i^2 = \sum_{h=1}^{N_i} r_{it-h}^2 + 2 \sum_{h=1}^{N_i-1} r_{it-h} r_{it-1-h}$

claramente superior al de los modelos simples analizados. El modelo GARCH(1,1) gana claramente al resto en periodos en los que hay alta volatilidad.

En la misma línea, Pagan y Schwert (1990) utilizan rendimientos mensuales de acciones entre 1834 y 1925 para comparar la capacidad para prever la volatilidad de varios métodos. Entre ellos se encuentran el modelo de regresión PS anteriormente descrito, el modelo GARCH, el EGARCH, el de cambio de régimen de Hamilton (1989) y dos medidas no paramétricas: kernel gaussiano y aproximación en la forma flexible de Fourier. Realizan la comparación con un contraste de eficiencia estándar, dentro y fuera de la muestra. Los modelos no paramétricos parecen ser los que mejor funcionan dentro de la muestra, seguidos por el modelo EGARCH, mientras que la comparación post-muestral está a favor de los métodos paramétricos. Adicionalmente, éstos mejoran su habilidad para explicar la volatilidad si se amplían incorporando términos del tipo de la expansión de Fourier.

Dimson y Marsh (1990) analizan las consecuencias del denominado *Data-Snooping*, es decir el sesgo en que se puede incurrir cuando las propiedades de la muestra influyen en la selección del modelo o del tipo de contrastes de hipótesis a utilizar, lo cual tiende a sobrevalorar la significación de las relaciones estimadas. Éste es un problema difícil de evitar en economía financiera, pues, dado el escaso desarrollo de la teoría que permita explicar con éxito el comportamiento de las variables financieras, sobre todo sus segundos momentos, el investigador selecciona el mejor modelo desde un punto de vista puramente empírico, basándose en la propiedades de las series temporales que son capaces de captar los modelos propuestos. Dimson y Marsh indican que para mitigar este problema se debe basar la selección en estadísticos post-muestrales. Con este criterio comparan cinco modelos para prever la volatilidad: paseo aleatorio, VH a largo plazo, proceso media móvil, EX y modelos de regresión. Utilizan datos

diarios del índice *Financial Times-Actuaries All Share Index* del mercado de acciones británico desde 1955 a 1989 con los que calculan la volatilidad trimestral a través de la VH. Utilizan esta serie para estimar la volatilidad con los métodos anteriormente mencionados y comparan su capacidad predictiva con varias medidas del error de predicción. Sus resultados indican que EX y el modelo de regresión son los que se comportan mejor.

Más recientemente, Kim y Kon (1994) analizan diferentes modelos de heteroscedasticidad condicional en el mercado de acciones. Sus resultados indican que los modelos de dependencia intertemporal (GJR-GARCH-M, EGARCH-M y GARCH-M) son los más hábiles para describir las series de rendimientos, seguidos por los modelos que utilizan la distribución t de Student, los de procesos de salto de Poisson y los que se basan en mixturas discretas de distribuciones normales. El modelo que se sitúa en último lugar es el que se basa en la distribución normal estacionaria. Analiza rendimientos diarios entre el 2 de julio de 1962 al 31 de diciembre de 1990 de 30 acciones del *Dow Jones Industrial Average* y tres índices: S&P 500, CRSP-EW y CRSP-VW. Para la comparación utilizan un criterio de probabilidad posterior: el criterio de Schwarz (1978). Adicionalmente, si los modelos tipo GARCH que analizan se estiman bajo el supuesto de distribución t de Student captan mejor el exceso de curtosis y apuntamiento de las series de rendimientos.

Brailsford y Faff (1996) comparan el paseo aleatorio, la volatilidad histórica, el suavizado exponencial, un modelo de regresión tipo PS, modelos GARCH y GJR-GARCH. Utilizan datos diarios del mercado de acciones de Australia, del índice *Statex-Actuaruaries Accumulation Index* desde enero de 1974 a junio de 1993. Con ellos miden la volatilidad mensual con la VH y realizan la comparación utilizando varias medidas del error de predicción fuera de la muestra. También utilizan funciones de pérdida asimétricas, en las que se da mayor

ponderación a los errores según infravaloren o sobrevaloren la varianza. Sus resultados indican que ninguno de los modelos es claramente superior y que la ordenación según su capacidad predictiva depende de la medida del error que se utilice. El modelo que parece funcionar mejor es el de regresión, aunque el comportamiento del GJR-GARCH(1,1) es muy similar.

Otro trabajo interesante es el de Noh, Engle y Kane (1993), en el que resaltan la superioridad del modelo GARCH frente al IV para prever la volatilidad futura. Para ello utilizan una muestra de datos diarios sobre el índice S&P 500 y las opciones sobre el mismo entre abril de 1986 y diciembre de 1991.

En España, León y Mora (1998) comparan la volatilidad del IBEX-35 estimada con los modelos anidados en el PAAV-GARCH, la volatilidad estocástica, un kernel y el modelo de salto de Poisson. Realizan la comparación en términos de un contraste de eficiencia dentro de la muestra. Según sus resultados, los modelos que utilizan la desviación típica condicional son los que proporcionan mejores resultados. Encuentran que no hay una ganancia clara en las especificaciones con distribuciones con colas más anchas que la normal.

La comparación de modelos de volatilidad también se ha llevado a cabo en otros mercados distintos al de acciones. West y Cho (1995) comparan modelos para la predicción de la varianza condicional de los tipos de cambio del dólar frente a las monedas de Canadá, Francia, Alemania, Japón y Reino Unido entre 1973 y 1989. Utilizando datos semanales, analizan un modelo homocedástico, el GARCH(1,1), el IGARCH(1,1), dos modelos de regresión (PS y SW) y una medida no paramétrica (Kernel gaussiano). Proponen un procedimiento asintótico para comparar el comportamiento post-muestral. Sus resultados indican que ningún modelo es claramente superior, ya que dependen del tipo de cambio analizado y del horizonte de predicción considerado. Esto se confirma con un

---

contraste de eficiencia en la línea del propuesto por Pagan y Schwert (1990).

Kroner, Kneafsey y Claessens (1995) comparan la volatilidad implícita en las opciones sobre mercancías, la volatilidad tipo GARCH y una combinación de ambas. Utilizan cotizaciones diarias sobre cacao, maíz, algodón, oro, plata, azúcar y trigo entre enero de 1987 y noviembre de 1990. También cuentan con precios de los futuros sobre esas mercancías, opciones y tipos de interés. El modelo combinado que proponen estos autores proporciona mejores predicciones de la volatilidad que los dos anteriores cuando se comparan con el RECM utilizando la VH como punto de referencia.

#### **IV.4. CONCLUSIONES**

En este capítulo se han resumido los principales métodos para medir la volatilidad propuestos en la literatura, junto con su bibliografía básica.

El interés se ha centrado exclusivamente en el caso univariante. Sin embargo, actualmente se están desarrollando líneas de investigación que tratan sobre la extensión de estos métodos a un contexto multivariante. Sobre este punto por ejemplo, Engle y Kroner (1993) extienden los modelos GARCH al caso multivariante y Harvey, Ruíz y Shephard (1994) lo hacen con los modelos de volatilidad estocástica.

# **Capítulo V**

## **Análisis Comparativo de Distintas Medidas de Volatilidad Alternativas a Través de la Relación Prima-Riesgo en el Mercado Interbancario Español**

### **V.1. INTRODUCCIÓN**

Las turbulencias a las que se han visto sometidos los mercados financieros en la última década y los cambios en los niveles de incertidumbre durante las mismas, han llevado a los analistas a interesarse más por el comportamiento variable de su varianza. Este hecho se ha traducido en un incremento de la investigación encaminada al desarrollo de modelos capaces de explicar y prever los cambios en la variabilidad de los diferentes activos.

Como se puso de manifiesto en el Capítulo IV, existen varios enfoques diferentes para abordar este objetivo, siendo uno de los que más éxito ha tenido

el basado en los modelos GARCH. Éstos tienen su origen en el trabajo de Engle de 1982, a partir del cual se ha producido una gran avalancha de trabajos<sup>1</sup>.

Paralelamente, se ha producido un desarrollo importante de la investigación interesada por discutir la capacidad de los diferentes métodos propuestos para explicar y prever el comportamiento de la volatilidad. En el capítulo anterior se revisan gran parte de esos trabajos. Entre ellos cabe destacar los de Akgiray (1989), Pagan y Schwert (1990), Dimson y Marsh (1990), West y Cho (1995) o Braisford y Faff (1996). En ellos se estiman diferentes modelos para prever la volatilidad de un mismo activo financiero y se comparan en términos de alguna medida del error de predicción.

Sin embargo, la evidencia aportada es contradictoria. En algunos casos parecen ser los modelos GARCH los que tienen mayor capacidad predictiva (Akgiray (1989) y Pagan y Schwert (1990), por ejemplo), mientras que en otros son modelos más simples, como el suavizado exponencial [Dimson y Marsh (1991)]. Adicionalmente, los resultados respecto a cuál es el mejor modelo dependen del mercado analizado y de las medidas del error de previsión o los métodos con que se realiza la comparación.

Este tipo de análisis se encuentra con un problema básico: la volatilidad no es una variable observable y es necesario utilizar otra medida de volatilidad alternativa a las analizadas para poder calcular los errores de previsión. Este hecho introduce un elemento arbitrario en el análisis.

El propósito del presente capítulo es realizar un análisis comparativo de las diferentes medidas de volatilidad propuestas. Frente al enfoque habitual, se propone una alternativa para evaluar las diferencias o similitudes entre esos

---

<sup>1</sup> En el Capítulo IV se pueden encontrar las principales referencias sobre este tema.

---

modelos. Consiste en la comparación de las medidas de volatilidad en términos de su capacidad para prever variables con las que estén relacionadas. En particular, se utiliza la relación prima-riesgo dentro de la ETTI.

Como ya se vio en el Capítulo II, la evidencia empírica se ha decantado por la existencia de primas por plazo variables con del riesgo como uno de sus principales determinantes. Fama (1976a), Jones y Rolley (1983), Mishkin (1982), Engle, Lilien y Robins (1987) o, más recientemente y para la economía española, Freixas y Novales (1992), Ayuso, Novales y de la Torre (1991, 1992) son algunos ejemplos.

Por ello, partiendo de las primas estimadas en el Capítulo III, se realiza un análisis comparativo para determinar si el hecho de aproximar el riesgo con medidas de volatilidad diferentes afecta a las conclusiones finales. Se comparan las medidas de volatilidad en dos sentidos: (1) en términos de su capacidad para prever el comportamiento de los tipos de interés relevantes en la definición de las primas y (2) en términos de su capacidad para explicar el comportamiento de las mismas.

La comparación de los distintos modelos de previsión para los tipos se realiza con los criterios habituales ya utilizados en el Capítulo III: RECM y U de Theil. Así mismo, se utiliza el contraste de Diebold y Mariano (1995) para contrastar formalmente la igualdad de las previsiones calculadas con esos modelos.

Dada la gran variedad de medidas propuestas en la literatura, se selecciona un subconjunto de las mismas en el que se encuentran las más frecuentemente utilizadas en finanzas. Se muestra que todas ellas pertenecen a una misma familia donde la volatilidad es una suma ponderada de una transformación de los rendimientos pasados.

Tanto la estimación de las primas como la evaluación de la importancia de sus determinantes se lleva a cabo utilizando la metodología propuesta en el Capítulo III. Se analiza la relación existente entre las primas  $\pi_{t,7}$  y  $\pi_{t,15}$  del MIDE y la volatilidad de varios de los tipos de interés a más corto plazo que en ese mercado se generan.

Adicionalmente, como extensión del análisis, en este capítulo se desarrolla un nuevo criterio para elegir entre modelos de previsión de los tipos de interés. Los criterios habituales (RECM, por ejemplo) se basan en la minimización de alguna medida del error de previsión. Sin embargo, algunos autores como Leitch y Tanner (1991, 1995) muestran que estos criterios pueden no ser adecuados, pues no tienen necesariamente una relación sistemática con los beneficios asociados al uso del modelo de previsión correspondiente. A este respecto, West (1993) señala que lo verdaderamente relevante es el uso final que se da a las previsiones, a partir del cual se puede llegar a una medida natural de la capacidad predictiva. Por ejemplo, en West, Edison y Cho (1993) proponen comparar distintos modelos para la volatilidad condicional en términos de la utilidad esperada del uso de cada uno de ellos por un inversor potencial.

Siguiendo en esta línea, en este capítulo se propone basar la selección del mejor modelo en los beneficios económicos potenciales que puede obtener un inversor si basa sus decisiones en las previsiones de un modelo dado. En concreto, el criterio consiste en elegir el modelo con el que se incurra en un menor Coste de Oportunidad Medio (COM).

El resto del capítulo se estructura de la siguiente manera. En la Sección V.2 se muestran las distintas medidas de volatilidad a analizar así como el modelo general del que se derivan todas ellas. Posteriormente, en la Sección V.3 se presenta la metodología. En la V.4 se describe la estimación de las medidas de

volatilidad analizadas. Se prosigue en la Sección V.5 con los principales resultados. En la Sección V.6 se desarrolla el criterio de selección de modelos basado en el mínimo Coste de Oportunidad Medio (COM). Por último, en la sección V.7 se muestran las conclusiones más relevantes. Para finalizar, se incluyen apéndices en los que se muestran algunos desarrollos teóricos adicionales, los gráficos y tablas con los resultados numéricos de la aplicación empírica.

## V.2. MEDIDAS DE VOLATILIDAD A ANALIZAR

Dada la gran cantidad de métodos para medir la volatilidad propuestos en la literatura [véase Capítulo IV], se seleccionan cuatro medidas simples [volatilidad histórica, medida de Fama (1976a), suavizado exponencial y medida de Luce (1980)] y seis modelos estructurados [ARCH, GARCH, GJR-GARCH, TARCH, modelo de Schwert (1989) y modelo de Pagan y Schwert (1990)]. Todos ellos se basan en la información histórica sobre los rendimientos y forman parte de una familia de medidas más general.

Se parte de la exposición del problema realizada en la Sección IV.2. En ella se descompone el rendimiento de un activo financiero,  $r_t$ , de la siguiente forma:

$$r_t = E(r_t | \Omega_{t-1}) + \varepsilon_t = \mu_t + \varepsilon_t \quad (V.2)$$

donde  $\mu_t$  es la esperanza condicional a la información disponible en  $t-1$ ,  $\Omega_{t-1}$ . La varianza condicional de la rentabilidad,  $\sigma_t^2$ , suponiendo, sin pérdida de generalidad que  $\mu_t = 0$ , es:

$$\sigma_t^2 = E(r_t^2 | \Omega_{t-1}) \quad (V.3)$$

En general, aquellos métodos que basan la estimación de la volatilidad en la información pasada de los rendimientos parten de la premisa de que la misma se agrupa en el tiempo, es decir, rendimientos grandes (pequeños) tienden a ser seguidos por rendimientos grandes (pequeños) de cualquier signo, lo cual lleva a expresar  $g(\sigma_t^2)$  como una suma ponderada del valor absoluto de los rendimientos pasados elevados a una cierta potencia:

$$g(\sigma_t^2) = v_0(t) + \sum_{i=1}^k v_i(t) |r_{t-i}|^\theta \quad (\text{V.4})$$

Dependiendo de los valores que se asignen al tamaño de la ventana,  $k$ , a las ponderaciones que reciben los retardos de las rentabilidades,  $v_i(t)$ , y al exponente,  $\theta$ , se obtienen los modelos de volatilidad más frecuentes en el análisis de los mercados financieros y que van a ser analizados en este trabajo. En el Cuadro V.1 se muestran esos distintos modelos y su relación con la expresión (V.3). Aunque estas medidas son tratadas con más detalle en Capítulo IV, se pasa a describir sus principales características brevemente.

En las 4 primeras filas del Cuadro V.1 están los modelos simples. Durante mucho tiempo han sido los más populares por su sencillez de cálculo. Se caracterizan por que no hacen explícito el proceso generador de las series de rendimientos, en ellas no se impone ningún tipo de estructura en la evolución de la volatilidad en el tiempo y los pesos, el tamaño de la ventana y el exponente son elegidos *ad hoc* por el investigador.

En este tipo de modelos se encuentran: la volatilidad histórica (VH), el suavizado exponencial (EX), la medida de Fama (1976a) (FA) y la familia de medidas de Luce (1980) (LU). Las dos primeras utilizan el cuadrado de las rentabilidades ( $\theta = 2$ ), mientras que el modelo Fama (1976) se basa en su valor

absoluto<sup>2</sup> ( $\theta = 1$ ). Uno de los problemas básicos de este tipo de medidas es que la elección arbitraria del valor de  $k$  puede tener como consecuencia que se produzcan subidas (bajadas) repentinas en la volatilidad al entrar (salir) valores extremos de las rentabilidades en la ventana. En el caso del modelo de Luce (1980), sólo se requiere una observación para estimar la volatilidad, por lo que ésta presentará movimientos bruscos, que serán menos importantes para valores del exponente cercanos a cero. Este problema deja de ser relevante cuando se utiliza EX, ya que además de utilizar toda la información pasada, conforme las rentabilidades se van alejando en el tiempo se les asigna un peso menor.

Las siguientes seis filas del Cuadro V.1 corresponden a los modelos estructurados. En la primeras cuatro están los modelos GARCH y en las dos restantes los modelos de regresión. Los primeros han sido fuertemente impulsados en los últimos años a partir del trabajo de Engle (1982) y son una generalización más flexible de las medidas simples descritas en el párrafo anterior. Los modelos ARCH, GARCH, GJR-GARCH y TARCH, pueden escribirse fácilmente en términos de la expresión (V.3). Parten de la idea de que la volatilidad persiste y, aunque la forma de esa persistencia es desconocida, puede ser estimada a partir de la información disponible. La estimación de estos modelos conlleva la especificación y estimación tanto de un modelo para la media condicional como para la varianza condicional conjuntamente [expresiones (V.1) y (V.2)]. Tienen la ventaja sobre los modelos simples de que las ponderaciones no se imponen *a priori*, sino que se fijan en función de la información del pasado de la serie. Tampoco se fija el número de rendimientos pasados que intervienen en la misma,

---

<sup>2</sup> El valor de  $\theta$  se fija en la gran mayoría de las medidas de volatilidad. Los valores asignados habitualmente son 1 y 2. Todas las medidas basadas en el valor absoluto son, en principio, más robustas ante problemas como la no normalidad de los rendimientos o la existencia de valores extremos. Para la familia de medidas tipo Luce (1980) este parámetro toma cualquier valor positivo a elección del investigador.

pues los órdenes de los modelos se eligen a partir de criterios estándar objetivos. Por otro lado, este tipo de modelos resulta especialmente apropiado para el análisis de las primas de riesgo a través de la especificación y estimación de los denominados modelos ARCH-M. En ellos, la varianza condicional o una función de la misma entra como variable explicativa en el modelo de la media condicional. Sin embargo, para su estimación se debe partir de algún supuesto específico sobre la distribución de las rentabilidades. Generalmente se utiliza el supuesto de normalidad, aunque también se utilizan distribuciones t de Student o mixturas de distribuciones normales entre otras<sup>3</sup>. Adicionalmente, dado que la volatilidad es una variable que sólo puede tomar valores positivos, es necesario imponer una serie de restricciones sobre los parámetros que hacen más complejo el proceso de estimación.

En el modelo ARCH de Engle (1982), como sucede con la VH, se pueden producir saltos bruscos espúreos de volatilidad, pues sólo tiene en cuenta un número limitado de retardos para obtenerla. Este problema se elimina con el modelo GARCH de Bollerslev (1986). Además éste requiere menos parámetros para ajustar los datos (suele ser suficiente con dos). En este sentido representa el mismo avance respecto al modelo ARCH que el suavizado exponencial frente a la volatilidad histórica. En cuanto a los modelos GJR-GARCH de Glosten, Jagannathan y Runkle (1993) y TARARCH de Zakoian (1994), suponen una mejora respecto a los dos anteriores ya que incluyen la posibilidad de que la respuesta de la volatilidad ante rentabilidades de distinto signo sea diferente (captan el efecto apalancamiento).

---

<sup>3</sup> Engle y González-Rivera (1991) desarrollan el modelo GARCH semiparamétrico. Este método de estimación consigue una ganancia en eficiencia respecto al estimador de Quasi-Máxima Verosimilitud cuando la distribución de los rendimientos es desconocida pero se supone normal.

---

Finalmente, en las últimas dos filas del Cuadro V.1 se muestran los denominados modelos de regresión. Entre ellos encontramos los modelos de Schwert (1989) (SW) y Pagan y Schwert (1990) (PS). En este caso la medida consiste en la estimación, por mínimos cuadrados ordinarios o mínimos cuadrados generalizados, de un modelo de regresión de la volatilidad sobre sus  $k$  primeros retardos. La volatilidad se calcula como el valor absoluto de la rentabilidad multiplicado por  $(\pi/2)^{1/2}$  en Schwert (1989). Este modelo se puede ver como una generalización del modelo de Fama (1976a) en el que se permite que sea el propio pasado de la serie el que determine el valor de las ponderaciones y el tamaño de la ventana. En el de Pagan y Schwert (1990) la volatilidad se aproxima por el cuadrado de la rentabilidad. En este caso existe una analogía directa con el modelo ARCH anteriormente presentado.

**CUADRO V.1**  
**MEDIDAS DE VOLATILIDAD DERIVADAS DE LA EXPRESIÓN:**

$$g(\sigma_t^2) = v_0(t) + \sum_{i=1}^k v_i(t) |r_{t-i}|^\theta$$

	MODELO	EXPRESIÓN	PARÁMETROS
<b>MODELOS SIMPLES</b>			
<b>VOLATILIDAD HISTÓRICA (VH)</b>	$\sigma_t = \sqrt{\frac{1}{k} \sum_{i=1}^k r_{t-i}^2}$	$g(\sigma_t^2) = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k r_{t-i}^2$	$\theta = 2$ $v_0(t) = 0$ $v_i(t) = 1/k$ para $i = 1, 2, \dots, k$ $k$ a elección del investigador
<b>SUAVIZADO EXPONENCIAL (EX)</b>	$\sigma_t = \sqrt{(1-\lambda)r_{t-1}^2 + \lambda\sigma_{t-1}^2}$	$g(\sigma_t^2) = (1-\lambda) \sum_{i=1}^{\infty} \lambda^{i-1} r_{t-i}^2$	$\theta = 2$ $v_i(t) = \lambda^{i-1} (1-\lambda)$ , para todo $i$ $0 < \lambda < 1$ elección del investigador $k = \infty$
<b>MEDIDA DE FAMA (FA)</b>	$\sigma_t = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k  r_{t-i} $	$g(\sigma_t^2) = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k  r_{t-i} $	$\theta = 1$ $v_0(t) = 0$ $v_i(t) = 1/k$ para $i = 1, 2, \dots, k$ $k$ a elección del investigador
<b>MEDIDA TIPO LUCE (LU)</b>	$R(\sigma_t) =  r_t ^\theta$	$g(\sigma_t^2) =  r_t ^\theta$	$\theta$ a elección del investigador $v_0(t) = 0$ $v_i(t) = 1$ $k = 1$

MODELOS ESTRUCTURADOS: GARCH			
ARCH (AR)	$\sigma_t = \sqrt{\alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i r_{t-i}^2}$	$g(\sigma_t^2) = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i r_{t-i}^2$	$\theta = 2$ $v_i(t) = \alpha_i$ para todo $i$ , $k = p$ , criterios estándar
GARCH* (GA)	$\sigma_t = \sqrt{\alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i r_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p \beta_i \sigma_{t-i}^2}$	$g(\sigma_t^2) = \frac{\alpha_0}{1-\beta_1} + \sum_{i=1}^{\infty} \alpha_i \beta_1^{i-1} r_{t-i}^2$	$\theta = 2$ , $v_0(t) = \alpha_0/1-\beta_1$ $v_i(t) = \alpha_i \beta_1^{i-1}$ , $i = 1, \dots, \infty$ $k = \infty$ , $q, p$ criterios estándar
GJR-GARCH* (GJR)	$\sigma_t = \sqrt{\alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i r_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p \beta_i \sigma_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^s \gamma_i S_{t-i}^- r_{t-i}^2}$ con $S_t^- = \begin{cases} 1 & \text{si } r_t < 0 \\ 0 & \text{si } r_t \geq 0 \end{cases}$	$g(\sigma_t^2) = \frac{\alpha_0}{1-\beta_1} + \sum_{i=1}^{\infty} (\alpha_i + \gamma_i S_{t-i}^-) \beta_1^{i-1} r_{t-i}^2$	$\theta = 2$ $v_0(t) = \alpha_0/1-\beta_1$ $v_i(t) = \alpha_i \beta_1^{i-1}$ , si $r_{t-i} \geq 0$ $v_i(t) = (\alpha_i + \gamma_i) \beta_1^{i-1}$ , si $r_{t-i} < 0$ $k = \infty$ , $q, p, s$ criterios estándar
TARCH* (TA)	$\sigma_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i  r_{t-i}  + \sum_{i=1}^p \beta_i \sigma_{t-i} + \sum_{i=1}^s \gamma_i S_{t-i}^-  r_{t-i} $ con $S_t^- = \begin{cases} 1 & \text{si } r_t < 0 \\ 0 & \text{si } r_t \geq 0 \end{cases}$	$g(\sigma_t^2) = \frac{\alpha_0}{1-\beta_1} + \sum_{i=1}^{\infty} (\alpha_i + \gamma_i S_{t-i}^-) \beta_1^{i-1}  r_{t-i} $	$\theta = 1$ $v_0(t) = \alpha_0/1-\beta_1$ $v_i(t) = \alpha_i \beta_1^{i-1}$ , si $r_{t-i} \geq 0$ $v_i(t) = (\alpha_i + \gamma_i) \beta_1^{i-1}$ , si $r_{t-i} < 0$ $k = \infty$ , $q, p, s$ criterios estándar
MODELOS ESTRUCTURADOS: M. DE REGRESIÓN			
MODELO DE SCHWERT (SW)	$\sigma_t = \delta_0 + \sum_{i=1}^k \delta_i \sigma_{t-i}$ con $\sigma_t = (\pi/2)^{1/2}  r_t $	$g(\sigma_t^2) = \delta_0 + \sum_{i=1}^k \delta_i (\pi/2)^{1/2}  r_{t-i} $	$\theta = 1$ , $v_0(t) = \delta_0$ $v_i(t) = (\pi/2)^{1/2} \delta_i$ , con $i=1, \dots, k$ $k$ criterios estándar
MODELO DE PAGAN Y SCHWERT (PS)	$\sigma_t = \sqrt{\delta_0 + \sum_{i=1}^k \delta_i \sigma_{t-i}^2}$ con $\sigma_t^2 = r_t^2$	$g(\sigma_t^2) = \delta_0 + \sum_{i=1}^k \delta_i r_{t-i}^2$	$\theta = 2$ $v_0(t) = \delta_0$ $v_i(t) = \delta_i$ , con $i=1, \dots, k$ $k$ criterios estándar

Nota: \* indica que se han particularizado los modelos para  $q = p = s = 1$ . Para órdenes superiores la expresión correspondiente sería más compleja.

### V.3. METODOLOGÍA

El análisis comparativo de las medidas de volatilidad y su relación con las primas por plazo se realiza a través de dos ejercicios diferentes.

- 1.- Evaluación de las posibles diferencias en términos de la capacidad de las diferentes medidas para prever los tipos de interés relevantes.
- 2.- Evaluación de las posibles diferencias en el efecto de la volatilidad sobre las propiedades estocásticas de las primas.

En ambos casos se parte del análisis de las primas por plazo, utilizando las metodologías propuestas en el Capítulo III tanto para la estimación de las mismas como para la evaluación del efecto de sus determinantes. Ambas implican la especificación y estimación de modelos VARMA en dos casos diferentes:

- 1- Para el vector  $z_t$ , esto es, para el vector que no incluye ninguna medida de volatilidad (M1).
- 2- Para el vector  $z_t$  ampliado con las medidas de volatilidad correspondientes a una única familia (MV).

Con ellos se realiza el cálculo de las primas por plazo a partir de la expresión (III.1) o (III.11) y la previsión de los tipos de interés relevantes. El ejercicio de previsión (ejercicio a) se realiza con dos estadísticos: RECM y U de Theil<sup>4</sup>. Adicionalmente se aplica el estadístico propuesto por Diebold y Mariano (1995) para contrastar la hipótesis de que la predicción de una variable es la misma, independientemente del modelo utilizado y de la función de pérdida elegida.

---

<sup>4</sup> Las expresiones de estos estadísticos se encuentran en el apartado III.3.3 del Capítulo III.

En este contraste se parte de la función de pérdida asociada a la previsión con el modelo  $i$ ,  $g(e_t^i)$ , donde  $e_t^i$  es el error de predicción<sup>5</sup>. La hipótesis de igualdad de predicciones es:

$$H_0: E[g(e_t^i)] = E[g(e_t^j)] \quad (V.4)$$

o, equivalentemente:

$$H_0: E[d_t] = 0 \quad \text{con} \quad d_t \equiv g(e_t^i) - g(e_t^j) \quad (V.5)$$

es decir, se contrasta que la esperanza del diferencial de funciones de pérdida es cero. El estadístico de contraste es:

$$S = \frac{\bar{d}}{\sqrt{2\pi\hat{f}_d(0)/T}} \sim N(0,1) \quad (V.6)$$

donde  $2\pi\hat{f}_d(0)$  es un estimador consistente de la densidad espectral del diferencial de funciones de pérdida en la frecuencia cero. Una descripción detallada del contraste puede encontrarse en el Apéndice V.A.

#### V.4. ESTIMACIÓN DE LAS MEDIDAS DE VOLATILIDAD

Para el análisis empírico se parte de la base de datos descrita en la Sección III.3 del Capítulo III formada por  $r_{30,t}$ ,  $r_{15,t}$ ,  $r_{7,t}$  y  $r_{1,t}$ , que son los tipos de interés compuestos, continuos del MIDE, para el plazo  $N$  días, con  $N = 30, 15, 7$  y  $1$ . La muestra que se utiliza consta de 276 observaciones semanales, desde el 1-4-1989 al 30-4-1994. Para un análisis inicial de los datos véase el apartado III.3.1 del citado capítulo.

<sup>5</sup> Este contraste es también válido para funciones que no dependan directamente de ese error.

En ese mismo apartado se encuentran los resultados del análisis de cointegración, de los que se parte para la estimación de las medidas de volatilidad. Dado que los tipos de interés están cointegrados, con vector de cointegración  $(1 \ -1)$ , se calculan las medidas de volatilidad sobre los diferenciales de tipos de interés  $s_{3015,t}$ ,  $s_{157,t}$ ,  $s_{71,t}$  y  $s_{11,t}$ , donde, recordemos que estas variables son:

$$s_{3015,t} = r_{30,t} - r_{15,t}$$

$$s_{157,t} = r_{15,t} - r_{7,t}$$

$$s_{71,t} = r_{7,t} - r_{1,t}$$

$$s_{11,t} = r_{1,t} - r_{1,t-1}$$

Dado que se trata de cuatro variables y diez medidas de volatilidad diferentes se calculan cuarenta variables diferentes:

**Cuadro V.2**

**Medidas de volatilidad**

Volat. Histórica	Suaviz. Expon.	Fama	Luce	ARCH	GARCH	GJR-GARCH	TARCH	Schwert	Pagan y Schwert
VH3015 <sub>t</sub>	EX3015 <sub>t</sub>	FA3015 <sub>t</sub>	LU3015 <sub>t</sub>	AR3015 <sub>t</sub>	GA3015 <sub>t</sub>	GJR3015 <sub>t</sub>	TA3015 <sub>t</sub>	SW3015 <sub>t</sub>	PS3015 <sub>t</sub>
VH157 <sub>t</sub>	EX157 <sub>t</sub>	FA157 <sub>t</sub>	LU157 <sub>t</sub>	AR157 <sub>t</sub>	GA157 <sub>t</sub>	GJR157 <sub>t</sub>	TA157 <sub>t</sub>	SW157 <sub>t</sub>	PS157 <sub>t</sub>
VH71 <sub>t</sub>	EX71 <sub>t</sub>	FA71 <sub>t</sub>	LU71 <sub>t</sub>	AR71 <sub>t</sub>	GA71 <sub>t</sub>	GJR71 <sub>t</sub>	TA71 <sub>t</sub>	SW71 <sub>t</sub>	PS71 <sub>t</sub>
VH11 <sub>t</sub>	EX11 <sub>t</sub>	FA11 <sub>t</sub>	LU11 <sub>t</sub>	AR11 <sub>t</sub>	GA11 <sub>t</sub>	GJR11 <sub>t</sub>	TA11 <sub>t</sub>	SW11 <sub>t</sub>	PS11 <sub>t</sub>

Como se puso de manifiesto en la Sección V.2, en todos los modelos y medidas de volatilidad es necesario determinar el valor de los parámetros relevantes. En los modelos simples existen diferentes pautas para elegir el valor de los mismos. En algunos casos la elección es *ad hoc*, mientras que en otros se utilizan criterios de predicción.

Las medidas para las que se han elegido los parámetros de forma *ad hoc*

en la literatura son VH y FA, las cuales sólo requieren la determinación del tamaño óptimo de la ventana. Ambas medidas captarán mejor la variabilidad de los tipos en el periodo  $t$ , cuanto más cerca a dicho periodo esté la información utilizada para calcularlas. Sin embargo, dado que se trata de momentos muestrales, es necesario un número de observaciones suficientemente grande para que tengan buenas propiedades. Otros factores importantes a tener en cuenta son la frecuencia con que se miden las observaciones y el tipo de volatilidad que se quiera estimar: a largo o a corto plazo.

Cuando se busca el tamaño de la ventana más habitual en la literatura no se encuentra una pauta fija. Por ejemplo, Fama (1976a, 1976b) utiliza 24 observaciones anuales; Ayuso y de la Torre (1991) y Freixas y Novales (1992) calculan VH utilizando 12 observaciones semanales (3 meses); Mishkin (1982) y Jones y Roley (1983) (medida FA) utilizan 8 observaciones, aunque en el primer caso suponen un periodo de 2 años (datos trimestrales) y en el segundo 2 meses (semanales). En este caso, se considera que es la volatilidad a corto plazo la que es relevante para la determinación de las primas. Por ello, se utiliza la información de los últimos dos meses en el cálculo de la volatilidad, es decir, se fija el valor de  $k$  en ocho observaciones. Nótese que este hecho tiene como consecuencia que se pierdan las 7 primeras observaciones por lo que el tamaño muestral con el que se realiza la estimación de los modelos es de 213 datos.

En el caso de las medidas EX y LU la elección de los parámetros relevantes se hace atendiendo a criterios de previsión, a través de la estimación y evaluación de la capacidad predictiva de los correspondientes modelos VARMA, de la manera expuesta en la Sección III.4 del Capítulo III. En particular, la selección del modelo MV definitivo para cada familia de medidas de volatilidad y para cada valor de los parámetros relevantes, conlleva la estimación de 4 modelos VARMA para el vector  $z_t$  ampliado con una medida cada vez. Si es

necesario, se incorporan una segunda, una tercera y una cuarta medida y se elige como modelo MV definitivo aquel que tenga mejor capacidad predictiva de los tipos de interés<sup>6, 7</sup>.

En el caso de EX, el parámetro relevante a determinar es  $\lambda$ . Este parámetro establece el perfil de la serie resultante. Cuanto más cerca esté de la unidad más suave será la evolución de la varianza. No existe una pauta fija en la literatura para la elección de éste parámetro. Por ejemplo, Dimson y Marsh (1990) indican, siguiendo a Brown (1962), que sin contar con información *a priori*, su valor debe estar entre 0.7 y 0.95. En su análisis encuentran que el valor óptimo, en términos de la capacidad del modelo para prever la volatilidad, es 0.76. Braisford y Faff (1996) buscan el  $\lambda$  que minimiza el error de predicción de la volatilidad. Encuentran que no hay diferencias significativas en ese error cuando se considera  $\lambda$  entre 0.51 y 0.98. Es importante destacar que este modelo de volatilidad es el utilizado por muchos operadores de los mercados financieros. JP Morgan ha desarrollado el programa RiskMetrics, en el que se calcula la volatilidad fijando  $\lambda=0.96$ , para datos semanales y 0.94 para datos diarios. Utilizan el criterio de la capacidad de la medida para prever la volatilidad futura en la selección de estos valores [véase JPMorgan/Reuters (1996)].

En el presente análisis se determina cuál es el valor del parámetro para el

---

<sup>6</sup> Adicionalmente, este procedimiento permite determinar el número de medidas de volatilidad de las correspondientes a una misma familia que son necesarias para captar el efecto de esa variable sobre los tipos.

<sup>7</sup> Es importante señalar que la estimación de todos los modelos VARMA, en particular de los modelos MV, se realiza por Máxima Verosimilitud. Éste método está basado en la normalidad de las perturbaciones del modelo. Sin embargo, el supuesto de normalidad no se cumple para las medidas de volatilidad, las cuales son, en general, altamente no normales. A pesar de ello, la estimación máximo-verosímil proporciona un estimador de Cuasi-Máxima Verosimilitud, que es consistente.

que el error de previsión de los tipos de interés relevantes es mínimo<sup>8</sup>. El rango de valores con el que se ha estimado la volatilidad es  $\lambda = 0.7, 0.75, 0.8, 0.85, 0.9, 0.93, 0.94, 0.95, 0.96, 0.97, 0.98$ . Con cada una de esas medidas se estima el modelo MV correspondiente, tras lo que se realiza el ejercicio de previsión<sup>9</sup>. Los resultados los podemos encontrar en las tablas V.1, V.2 y en el gráfico V.1 de la Sección I del Apéndice V.B. De ellos se deduce que el valor óptimo de  $\lambda$  es 0.96.

El parámetro a determinar en la medida de Luce (1980) es el exponente,  $\theta$ . No hay estudios en la literatura que analicen esta medida en términos de su capacidad predictiva. En el Capítulo III se fija su valor en 0.5 atendiendo a la cuasi-normalidad de la serie resultante. Este tipo de medidas ha sido analizadas recientemente en los trabajos de Ding y Granger (1996) y Granger y Ding (1994, 1995, 1996), quienes muestran que las series de volatilidades calculadas con esta medida presentan la propiedad de “memoria larga” para valores de  $\theta$  entre 0 y 1.

En este caso se fija el valor de  $\theta$  en 0.25, 0.5, 0.75, 1, 1.25, 1.5, 1.75 y 2. El análisis se realizará en los mismos términos que se hizo con EX. Los resultados se presentan en las tablas V.3, V.4 y en el Gráfico V.2 de la Sección 1 del

---

<sup>8</sup> Para limitar el trabajo, tanto para EX como para LU, se hace la comparación en términos del estadístico U de Theil y del RECM para la predicción un periodo hacia adelante del tipo a siete días y dos periodos hacia adelante del tipo a quince días. Se selecciona el parámetro para el que el valor de la media entre plazos de ambos estadísticos sea menor.

<sup>9</sup> Dada la no estacionariedad de los tipos de interés, cualquier tipo de ampliación del modelo VARMA requiere el análisis previo de las variables candidatas. En este caso es necesario determinar si las medidas de volatilidad son o no estacionarias. En teoría deben serlo pues se basan en los diferenciales de tipos de interés que son variables  $I(0)$ . Cuando se contrasta la existencia de raíces unitarias en las volatilidades sólo parecen ser no estacionarias las variables calculadas con el suavizado exponencial para valores del parámetro  $\lambda$  superiores a 0.9 (este análisis no se incluye por motivos de espacio). Sin embargo, los contrastes de raíces unitarias tienen poca potencia en series para las cuales el parámetro de la autorrelación de primer orden está cercano a la unidad. Por todo ello se opta por incorporar las volatilidades al modelo VARMA en niveles, después de haberles sustraído su media muestral.

Apéndice V.B. Como puede verse, el valor óptimo de éste parámetro en este caso es  $\theta=0.5$ .

En cuanto a los modelos estructurados, la estimación de las medidas se basa en los criterios establecidos de manera objetiva en la literatura<sup>10</sup>. En el caso de las medidas GARCH se especifican y estiman cuatro modelos diferentes para la varianza: ARCH(8), GARCH(1,1), GJR-GARCH(1,1) y TARCH(1,1). Sin embargo, por motivos de espacio, sólo se muestran los resultados correspondientes a la estimación del modelo GJR (Tabla V.5). Esto es debido a que cuando se incorporan estas medidas de volatilidad al modelo VARMA, siguiendo la metodología descrita en la sección III.4 del Capítulo III, sólo la volatilidad calculada con GJR-GARCH(1,1) es relevante para explicar el comportamiento de los tipos de interés y por tanto, las primas por plazo (es la única para la que se encuentran parámetros significativos que relacionan la volatilidad con el resto de las variables dentro del modelo VARMA).

Para terminar, en el caso de los modelos de regresión se parte de los residuos de los modelos univariantes de  $s_{3015}_t$ ,  $s_{157}_t$ ,  $s_{71}_t$  y  $s_{11}_t$ , [véase la Sección III.3 del Capítulo III]. Se estiman modelos autorregresivos de primer orden para el valor absoluto de dichos residuos (modelo SW) y para su cuadrado (PS). Los resultados de la estimación se muestran en las tablas V.6 y V.7 respectivamente.

Adicionalmente, también en la Sección 1 del Apéndice V.B, se pueden ver los gráficos de las medidas calculadas con cada modelo (gráficos V.3 a V.9). Por

---

<sup>10</sup> Análisis de las funciones de autocorrelación simple y parcial de los residuos de modelo univariante correspondiente estandarizados y elevados al cuadrado, contraste de los multiplicadores de Lagrange de estructuras ARCH, contrastes de efectos asimétricos, etc. Para más detalles sobre estos contrastes véase, por ejemplo, Bollerslev, Nelson y Engle (1994).

motivos de espacio, sólo se muestra la volatilidad del diferencial  $s_{3015,t}$ .

## V.5. RESULTADOS DE LA COMPARACIÓN DE MEDIDAS DE VOLATILIDAD

En el siguiente cuadro se muestra el vector de variables correspondiente a cada uno de los modelos considerados<sup>11</sup>:

**Cuadro V.3**  
**Denominación final de los modelos VARMA estimados**  
**y vector de variables de cada uno de ellos**

Modelo	Vector de variables del modelo
M1	$(s_{3015,t}, s_{157,t}, s_{71,t}, s_{11,t})'$
MLU	$(s_{3015,t}, s_{157,t}, s_{71,t}, s_{11,t}, LU_{3015,t}, LU_{157,t})'$
MVH	$(s_{3015,t}, s_{157,t}, s_{71,t}, s_{11,t}, VH_{11,t}, VH_{3015,t})'$
MEX	$(s_{3015,t}, s_{157,t}, s_{71,t}, s_{11,t}, EX_{11,t}, EX_{71,t})'$
MFA	$(s_{3015,t}, s_{157,t}, s_{71,t}, s_{11,t}, FA_{11,t}, FA_{157,t})'$
MSW	$(s_{3015,t}, s_{157,t}, s_{71,t}, s_{11,t}, SW_{11,t}, SW_{3015,t})'$
MPS	$(s_{3015,t}, s_{157,t}, s_{71,t}, s_{11,t}, PS_{11,t}, PS_{3015,t})'$
MGJR	$(s_{3015,t}, s_{157,t}, s_{71,t}, s_{11,t}, GJR_{11,t}, GJR_{3015,t})'$

En él se puede comprobar que, independientemente del tipo de medida que se utilice, son necesarias al menos dos variables para captar completamente el efecto de la volatilidad sobre los tipos de interés. Se puede destacar el hecho de que las volatilidades relevantes para explicar los tipos no son las mismas dependiendo del método utilizado para calcularlas, aunque son las del diferencial

<sup>11</sup> Dada la definición de las medidas VH y FA el tamaño muestral con el que se estiman todos los modelos es de 213 observaciones. Por ello, se procede a la reestimación del modelo M1 con ese tamaño muestral.

s3015<sub>t</sub> y la de s11<sub>t</sub>, las que más veces se repiten en la mayoría de los modelos MV estimados.

Tanto los resultados para el modelo M1 como la de los diferentes modelos MV, así como los estadísticos sobre sus residuos y sus matrices de varianzas y covarianzas correspondientes, se encuentran en la Sección 2 del Apéndice V.B (tablas V.8, V.9 y V.10). La mayoría de ellos son modelos VARMA(1,2), excepto los que incorporan como medida de volatilidad a VH y FA, pues, por construcción, estas medidas presentan una estructura con una parte media móvil de orden 8<sup>12</sup>.

En la segunda parte de la Tabla V.8 podemos ver cómo el efecto de la volatilidad sobre los diferenciales de tipos de interés no es el mismo en todos los casos. Por ejemplo, la volatilidad de s11<sub>t</sub> tiene un efecto directo sobre s3015<sub>t</sub> cuando se mide con VH o EX, mientras que si se utilizan FA, SW o GJR no hay efectos sobre ese diferencial significativos. Por otro lado, las correlaciones contemporáneas de las diferentes medidas con el resto de variables del modelo son muy dispares. La medida para la que dichas correlaciones son mayores es LU, seguida por FA. El resto, en general, no parecen tener correlaciones apreciables (Tabla V.10).

### V.5.1.- Resultados del ejercicio de previsión (ejercicio 1)

Este ejercicio se realiza en los mismos términos que los de las secciones III.3 y III.5 del Capítulo III, es decir, con las 56 últimas observaciones se realiza la previsión un periodo hacia adelante del tipo a 7 días y dos periodos hacia adelante del tipo a 15 días.

---

<sup>12</sup> Los modelos univariantes de las medidas de volatilidad no se presentan por motivos de espacio.

En la Tabla V.11 se observa que no todos los modelos MV proporcionan mejores predicciones de los tipos que el modelo M1. Según el RECM los modelos estimados con las medidas LU, FA, PS y GJR mejoran a M1 en la previsión de ambos tipos de interés, en ese orden. Las medidas VH o SW no proporcionan mejores resultados que el modelo de referencia, mientras que con EX se consiguen mejores predicciones sólo para el tipo a 15 días. Con el estadístico U los resultados son prácticamente los mismos. La mayores diferencias se dan en la previsión del tipo a 15 días.

En las tablas V.12 y V.13 se muestran los resultados del contraste de Diebold y Mariano (1995) descrito en la Sección V.3. Se parte del error de previsión al cuadrado como función de pérdida. En el caso de la previsión un periodo hacia adelante del tipo a 7 días (Tabla V.12) los resultados indican que sólo los modelos MLU, MPS y MFA prevén significativamente mejor que el modelo sin volatilidad. MVH y MGJR prevén igual, mientras que MEX y MSW prevén significativamente peor que M1. La comparación entre los modelos MV indica que es MLU el modelo con el que se comete un menor error de previsión, seguido por MPS y MFA (en ese orden).

En cuanto a los resultados del contraste para el tipo a 15 días (Tabla V.13), la previsión con los modelos MVH, MSW y MGJR no es distinta de la realizada con el M1. Adicionalmente, MLU, MEX, MFA y MPS prevén de igual manera y significativamente mejor que M1. Los resultados del contraste permiten entender las diferencias detectadas con el RECM y U de Theil, pues los cambios en la ordenación de los modelos ocurren sólo en los casos en los que se acepta la hipótesis nula de igualdad de previsiones.

Hasta el momento, los resultados parecen indicar que la medida de volatilidad que proporciona mejores previsiones de los tipos de interés

considerados es LU, seguida por PS y FA. En cuanto al resto, EX parece ser tan útil como LU para la previsión del tipo a 15 días y las demás no tienen información relevante sobre el valor futuro de ninguno de los tipos.

### **V.5.2.- Comparación de las propiedades de las primas (ejercicio 2)**

Para este ejercicio se calculan las diferencias de las primas M1 vs MV para cada medida de volatilidad y analizamos sus propiedades estocásticas. Si las medidas de volatilidad tienen información relevante sobre las primas, la omisión de las mismas afectará a las propiedades estocásticas de la prima estimada. Si no son variables relevantes las diferencias entre las primas calculadas con y sin volatilidad deben ser ruido blanco. Por ello, el análisis de estos diferenciales permite conocer el efecto de la volatilidad sobre la prima. Del mismo modo, un comportamiento similar de los diferenciales implica que las medidas de volatilidad tienen el mismo efecto (incorporan la misma información). Si, por el contrario, su comportamiento es muy dispar el uso de cada medida de volatilidad lleva a unas primas estimadas distintas<sup>13</sup>.

En la Sección 4 del Apéndice V.B se presentan los gráficos correspondientes a las diferencias entre las primas (gráficos V.10 a V.23). En las tablas V.14 y V.16 se muestran los estadísticos descriptivos de las diferencias de primas para el plazo 30-15 y 15-7 respectivamente.

El análisis de esos resultados indica que los diferenciales de primas no son similares. Por ejemplo, la omisión de las medidas PS, SW y LU, en el caso del plazo 15-7, PS y SW, en el caso del plazo 30-15, sesga la estimación del nivel de las primas, pues los correspondientes diferenciales tienen medias significativamente distintas de cero. El resto de diferenciales tiene media nula.

---

<sup>13</sup> Este ejercicio se realiza con datos "dentro de la muestra", por lo que los resultados se interpretan en términos de la capacidad de las medidas para explicar las primas.

Parecen ser los modelos de regresión los que tienen más información sobre el nivel de las primas. Sin embargo, la omisión de PS provoca una infraestimación de las mismas, mientras que la omisión de SW o LU las sobreestima.

El tamaño de las diferencias (medido por su desviación típica) es muy dispar. Para el plazo 15-7, el diferencial es más de 3 veces mayor si se utilizan las medidas GJR o EX que si se utilizan VH o SW. Con LU, FA o PS se obtienen diferencias de tamaño similar entre ellas e intermedio al de los dos grupos anteriores. Para el plazo 30-15 es SW la que proporciona un diferencial más pequeño, seguida por VH. Vuelve a ser GJR la que da una diferencia de primas mayor (más de diez veces mayor que SW o seis veces mayor que PS).

Por otro lado, los diferenciales son distintos de un ruido blanco para todas las medidas y en los dos plazos analizados (tablas V.15 y V.17). Este resultado indica que la omisión de cualquiera de ellas de volatilidad sesgaría la estimación de los segundos momentos de las primas.

Por último se aplica la metodología desarrollada en la Sección III.4 del Capítulo III para calcular la contribución a la varianza de la prima de la volatilidad con cada medida analizada (Tabla V.18). Claramente es la volatilidad LU la que explica un porcentaje mayor de la variabilidad de la prima (aproximadamente el 46 % para el plazo 15-7 y el 37 % para el 30-15). La siguiente medida es FA, que explica el 40 % y el 18 % respectivamente. El resto de medidas explican porcentajes de varianza significativamente inferiores, que escasamente superan el 1 % para el plazo 15-7 o el 4 % para el 30-15. De manera sorprendente, medidas que se comportan de manera aproximadamente similar a LU en el caso de la previsión (PS o EX) explican porcentajes de varianza muy inferiores a esa medida [nótese que son LU y FA las medidas que tienen correlaciones contemporáneas más importantes con los tipos de interés (Tabla V. 10)].

## V.6. MÍNIMO COSTE DE OPORTUNIDAD MEDIO

Algunos autores como Leitch y Tanner (1991, 1995) han puesto de manifiesto que los criterios convencionales para evaluar la capacidad predictiva pueden no ser adecuados, dado que las medidas basadas en el tamaño del error de predicción no tienen siempre una relación sistemática con los beneficios asociados al uso del modelo de previsión correspondiente<sup>14</sup>. Estos autores llegan a ese resultado tras comparar los métodos estándar basados en medidas del error de previsión con métodos que se apoyan en los beneficios asociados al uso de cada modelo. Analizan distintos modelos para la previsión de los tipos de interés de las Letras del Tesoro americanas a distintos plazos.

Sin embargo, los operadores de los mercados financieros están dispuestos a pagar por aquel modelo que le proporcione más beneficios y, según los resultados de Leitch y Tanner (1991, 1995), ese modelo no es necesariamente el que tenga un menor RECM. En este sentido, West (1993) señala que existe una medida natural de la capacidad predictiva basada en el uso final que se da a las previsiones.

Siguiendo esta línea, en este apartado se propone un nuevo criterio para realizar la comparación de las distintas previsiones basado en la ganancia potencial que proporcione el uso de los diferentes modelos para prever los tipos de interés y las primas. El método parte de una estrategia de inversión concreta: en el análisis de la ETTI, un inversor preferirá aquel modelo que sea capaz de prever el signo de la prima, ya que éste indica la preferencia del mercado por el

---

<sup>14</sup> Adicionalmente, el uso de tales medidas ha recibido otras críticas en los últimos tiempos. Por ejemplo, Clemens y Hendry (1993) han puesto de manifiesto que las funciones de pérdida basadas en el error de previsión no son invariantes ante transformaciones lineales no singulares, por lo que la ordenación de modelos alternativos puede ser diferente según sea la transformación utilizada.

largo o el corto plazo. Si el inversor prevé correctamente el signo podrá construir una estrategia de inversión que le dará como beneficio el valor absoluto de la prima. Si el signo previsto por el modelo no es el que se da realmente en el mercado, la ganancia asociada a esa inversión es nula, aunque se incurre en un coste de oportunidad igual al valor absoluto de la prima.

A partir de este planteamiento se puede definir la *ganancia esperada del modelo j* como el valor absoluto de la prima que prevé el modelo j:

$$GE_t^j = |\pi_t^{e_j}|, \quad (V.14)$$

Del mismo modo, la *ganancia realizada con el modelo j* es:

$$GR_t^j = |\pi_t^r| I_t, \quad (V.15)$$

donde  $\pi_t^r$  es el valor de la prima realizada en el mercado  $e_j I_t$  es una variable dicotómica que toma valor 1 si el signo de  $\pi_t^r$  coincide con el signo de  $\pi_t^j$  y cero en otro caso. Por último, se define *ganancia potencial del modelo j* como el valor absoluto de la prima realizada:

$$GP_t = |\pi_t^r| \quad (V.16)$$

Nótese que la ganancia potencial es la misma para todos los modelos.

A partir de las definiciones presentadas en el párrafo anterior se establece como función de pérdida:

$$g(GR_t^j, GP_t) = |GR_t^j - GP_t|. \quad (V.17)$$

Se considera como modelo más útil para prever los tipos de interés aquel que proporcione un menor valor para la media de ésta función de pérdida. Nótese que, dada la definición de ganancia realizada, GR, y ganancia potencial, GP, esta función de pérdida determina el *coste de oportunidad asociado al modelo j*.

Por último, se selecciona como mejor modelo de previsión aquel que tenga el mínimo Coste de Oportunidad Medio (COM) dado por la expresión:

$$\text{COM}_j = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |\text{GR}_{t+i}^j - \text{GP}_{t+i}| \quad (\text{V.18})$$

### V.6.1.- Resultados de la aplicación del criterio COM

Los resultados obtenidos de la aplicación del COM, así como del contraste de Diebold y Mariano (1995) tomando como función de pérdida el coste de oportunidad, aparecen en las tablas V.19, V.20 y V.21. En la primera de ellas puede verse como, en el caso del plazo 15 frente a 7 días, MLU es el que tiene el menor coste de oportunidad, seguido por MEX, MPS y MFA. Cuando se contrasta la igualdad de funciones de pérdida respecto al modelo sin volatilidad (Tabla V.20) se rechaza la hipótesis nula para los modelos MLU, MEX, MFA y MPS. Los dos modelos con menor coste son MLU y MEX (igual entre sí). Los modelos MVH y MSW tienen costes de oportunidad significativamente mayores incluso que el modelo M1, mientras que MGJR iguala a este último.

Para el plazo 30 frente a 15 días los resultados indican que, salvo MEX, el resto de modelos tienen costes de oportunidad estadísticamente mayores o iguales que M1 (tablas V.19 y V.21). Estos resultados entran en contradicción con los obtenidos con el cuadrado del error de previsión como función de pérdida, según los cuales MLU, MFA y MPS prevén el tipo a 15 días al menos tan bien como MEX.

Esta contradicción con los resultados obtenidos con los criterios de comparación basados en las medidas de error de previsión está en la línea de los resultados obtenidos por Leitch y Tanner (1991, 1995). En este sentido una clara extensión de este análisis es analizar los resultados obtenidos partiendo de

estrategias de inversión diferentes.

## V.7. RESUMEN Y CONCLUSIONES

En este capítulo se comparan diferentes medidas de volatilidad propuestas en la literatura, según su capacidad para prever el comportamiento de los tipos de interés. En particular, se analiza la relación entre diez medidas de volatilidad y los tipos de interés a más corto plazo del MIDE. También se evalúa la relevancia de esas medidas para explicar el comportamiento de las primas por plazo que en ese mercado se generan.

Las medidas de volatilidad estudiadas son las más utilizadas en finanzas [cuatro medidas simples (VH, EX, FA y LU) y seis modelos estructurados (AR, GA, GJR, TA, SW y PS)].

Frente a la evidencia encontrada por otros autores, como Engle, Lilien y Robins (1987) o Ayuso, Novales y de la Torre (1992), las medidas tipo GARCH no parecen tener información útil para explicar el comportamiento de las primas pues no ayudan a prever los tipos de interés. De los cuatro modelos de este tipo analizados, sólo el GJR-GARCH proporciona una medida de volatilidad que tienen información relevante para explicar el comportamiento de las primas (su omisión sesga los momentos marginales de la distribución de la misma). Este resultado es sorprendente, dado que este grupo de modelos es el que *a priori* utiliza de manera más eficiente la información disponible.

Por otro lado, la volatilidad del diferencial  $s_{3015,t}$  y la de  $s_{11,t}$ , independientemente de la medida que se utilice para captarla, son las que aportan la información relevante sobre la variabilidad de los tipos de interés. En este sentido, parece ser la variabilidad de los tipos mayor y menor plazo, dentro del

conjunto de información, la que más afecta al comportamiento de las primas.

En cuanto a las distintas formas de medir la volatilidad, a la vista de los resultados del ejercicio de previsión se observa que es la medida LU la que consigue mejores previsiones de los tipos, seguida por PS y FA. En el caso de la previsión del tipo a quince días LU, PS, FA y EX proporcionan resultados similares.

Sorprendentemente, no todas las medidas tienen información relevante para la predicción de esos tipos. La inclusión de VH, SW o GJR en el modelo de referencia resulta inútil a la hora de ganar capacidad predictiva.

A pesar de todo lo expuesto los resultados indican que, salvo ER, GA y TA, todas las medidas tienen información relevante. La omisión de cualquiera de ellas sesga la estimación de las primas y todos los diferenciales M1 vs MV, para los dos plazos tratados, son distintos de ruido blanco. Adicionalmente, en el caso de las medidas PS y SW los diferenciales tienen medias significativamente distintas de cero, aunque el signo de las mismas es contrario.

Por lo tanto, siete de las medidas consideradas son importantes para explicar las primas, aunque el efecto de cada una de ellas parece ser diferente. Según el criterio de comparación propuesto en este capítulo, las medidas con mayor capacidad predictiva son LU y PS seguidas por EX. Adicionalmente, LU es la medida que explica un mayor porcentaje de la varianza de la prima (alrededor del 40 %), lo cual lleva a seleccionarla como la mejor de las medidas analizadas. Al igual que en los estudios de Dimson y Marsh (1990) o Braisford y Faff (1996), los resultados obtenidos indican que las medidas más explicativas no son necesariamente las más sofisticadas, muy al contrario, son métodos bastante sencillos.

---

Como extensión del análisis realizado se ha propuesto un nuevo criterio para seleccionar el modelo de previsión mejor que consiste en elegir aquel con un menor coste de oportunidad asociado, COM. Loss resultados señalan también hacia los métodos más sencillos como los mejores para medir la volatilidad. Para el plazo 15 frente a 7 días MLU, MEX son los modelos que implican un menor coste de oportunidad, mientras que para el plazo 30 frente a 15 días sólo con MEX este coste es menor que el del modelo sin volatilidad. Las discrepancias con los resultados obtenidos de la comparación con el estadístico U de Theil o el RECM está en la línea de los obtenidos por Leitch y Tanner (1991, 1995).

Para finalizar, se puede concluir que la selección del modelo para medir la volatilidad debe hacerse con mucho cuidado, ya que los resultados sobre el efecto del riesgo sobre la prima difieren si se utiliza una medida de volatilidad u otra. Por tanto, los beneficios obtenidos al basar las decisiones de inversión pueden estar condicionados por la elección de la medida de volatilidad.

**APÉNDICE V.A**

**Contraste de igualdad de predicciones de Diebold y Mariano (1995)**

Sea  $g(r_p, r_t^i)$  la función de pérdida asociada a la predicción con el modelo  $i$ . Generalmente esas funciones de pérdida son funciones del error de predicción, por lo que se hace referencia a ellas como  $g(e_t^i)$ , donde  $e_t^i$  es el error de predicción. Sin embargo, este contraste es también válido para funciones que no dependan directamente de ese error. La hipótesis de igualdad de predicciones es:

$$H_0: E[g(e_t^i)] = E[g(e_t^j)] \tag{V.A.1}$$

o, equivalentemente:

$$H_0: E[d_t] = 0 \quad \text{con} \quad d_t \equiv g(e_t^i) - g(e_t^j) \tag{V.A.2}$$

es decir, se contrasta que la esperanza del diferencial de funciones de pérdida es cero.

Si las funciones de pérdida son estacionarias en covarianza y tienen memoria corta, entonces  $d_t$  tiene la siguiente distribución asintótica:

$$\sqrt{T}(\bar{d} - \mu) \xrightarrow{d} N[0, 2\pi f_d(0)] \tag{V.A.3}$$

donde  $\bar{d}$  es la media muestral del diferencial  $d_t$ , la función  $f_d(0) = \frac{1}{2\pi} \sum_{\tau=-\infty}^{\infty} \gamma_d(\tau)$  es la densidad espectral del diferencial en la frecuencia 0,  $\gamma_d(\tau) = E[(d_t - \mu)(d_{t-\tau} - \mu)]$  es la covarianza de orden  $\tau$  del diferencial y  $\mu$  es la media poblacional del diferencial. Para grandes muestras la media muestral del

diferencial es aproximadamente normal por lo que el contraste de la hipótesis antes planteada es:

$$S_1 = \frac{\bar{d}}{\sqrt{\frac{2\pi \hat{f}_d(0)}{T}}} \sim N(0,1) \tag{V.A.7}$$

donde:

$$2\pi \hat{f}_d(0) = \sum_{\tau=-(T-1)}^{(T-1)} l\left(\frac{\tau}{S(T)}\right) \hat{\gamma}_d(\tau) \tag{V.A.8}$$

y:

$$\hat{\gamma}_d(\tau) = \frac{1}{T} \sum_{t=|\tau|+1}^T (d_t - \bar{d})(d_{t-|\tau|} - \bar{d}) \tag{V.A.9}$$

$l[\tau/S(T)]$  es la ventana de retardos y  $S(t)$  es el retardo en que se trunca. La ventana que se utiliza generalmente es la uniforme, es decir  $l[\tau/S(T)]=1$  para  $|\tau/S(T)| \leq 1$  y 0 en otro caso. Si se tiene dependencia de orden  $(k-1)$  sólo es necesario utilizar  $(k-1)$  covarianzas, por lo que  $S(T) = (k-1)$ .

APÉNDICE V.B

Sección 1: Estimación de la volatilidad con los diferentes métodos

Tabla V.1

Modelos VARMA(1,2) estimados para la selección del parámetro  $\lambda$  para el suavizado exponencial.

$$\begin{pmatrix} 1-\phi_{11,B} & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\ - & 1-\phi_{22,B} & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\ - & - & 1-\phi_{33,B} & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\ - & - & - & 1-\phi_{44,B} & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\ - & - & - & - & 1-\phi_{55,B} & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\ - & - & - & - & - & 1-\phi_{66,B} & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\ - & - & - & - & - & - & 1-\phi_{44,B} & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\ - & - & - & - & - & - & - & 1-\phi_{44,B} & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{3015} \\ a_{157} \\ a_{71} \\ a_{11} \\ EX11(\lambda) \\ EX71(\lambda) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1-\theta_{11,B} & -\theta_{12,B} & - & - & -\theta_{13,B} & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\ -\theta_{21,B} & 1-\theta_{22,B} & - & - & - & - & - & - & - & - & -\theta_{26,B}-\theta_{26,B}^2 & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\ -\theta_{31,B} & - & - & - & 1-\theta_{33,B} & - & - & - & - & -\theta_{33,B} & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\ -\theta_{41,B}-\theta_{41,B}^2 & - & - & - & - & - & 1-\theta_{44,B} & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\ - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\ - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\ - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{3015} \\ a_{157} \\ a_{71} \\ a_{11} \\ aEX11(\lambda) \\ aEX71(\lambda) \end{pmatrix}$$

$\lambda$	$\phi_{11}$	$\phi_{22}$	$\phi_{33}$	$\phi_{44}$	$\phi_{55}$	$\phi_{66}$	$\theta_{11}$	$\theta_{22}$	$\theta_{33}$	$\theta_{44}$	$\theta_{12}$	$\theta_{21}$	$\theta_{31}$	$\theta_{411}$	$\theta_{412}$	$\theta_{15}$	$\theta_{261}$	$\theta_{262}$	$\theta_{35}$	$\theta_{46}$
.70	.932 (.020)	.949 (.018)	.686 (.131)	.319 (.164)	.826 (.034)	.765 (.038)	.774 (.051)	.766 (.048)	.592 (.151)	.452 (.157)	-.165 (.043)	-.109 (.038)	-.176 (.070)	-.371 (.265)	-.412 (.275)	.073 (.036)	-.304 (.191)	.474 (.190)	.104 (.059)	-1.99 (.732)
.75	.932 (.019)	.951 (.017)	.689 (.130)	.318 (.164)	.859 (.031)	.802 (.035)	.775 (.051)	.768 (.048)	.597 (.150)	.450 (.157)	-.166 (.043)	-.110 (.038)	-.178 (.070)	-.374 (.265)	-.413 (.275)	.089 (.042)	-.354 (.224)	.556 (.222)	.117 (.069)	-2.35 (.857)
.80	.934 (.019)	.952 (.017)	.692 (.129)	.317 (.164)	.893 (.027)	.840 (.032)	.777 (.050)	.772 (.047)	.602 (.148)	.450 (.158)	-.168 (.043)	-.110 (.038)	-.181 (.069)	-.380 (.265)	-.415 (.276)	.113 (.051)	-.425 (.272)	.679 (.271)	.137 (.083)	-2.87 (1.04)
.85	.936 (.019)	.956 (.016)	.696 (.126)	.318 (.165)	.925 (.023)	.878 (.027)	.782 (.050)	.780 (.045)	.611 (.145)	.451 (.159)	-.171 (.042)	-.111 (.037)	-.187 (.069)	-.391 (.265)	-.416 (.279)	.159 (.066)	-.538 (.351)	.889 (.350)	.169 (.106)	-3.67 (1.35)
.90	.949 (.016)	.972 (.011)	.718 (.113)	.321 (.168)	.959 (.016)	.912 (.022)	.796 (.047)	.827 (.037)	.650 (.130)	.455 (.162)	-.185 (.039)	-.121 (.034)	-.203 (.068)	-.409 (.264)	-.405 (.283)	.253 (.091)	-.769 (.508)	1.37 (.507)	.213 (.147)	-4.97 (1.94)
.93	.938 (.018)	.957 (.016)	.703 (.124)	.344 (.164)	.975 (.012)	.912 (.020)	.788 (.049)	.778 (.045)	.623 (.134)	.476 (.157)	-.172 (.041)	-.109 (.038)	-.193 (.069)	-.409 (.266)	-.412 (.285)	.348 (.123)	-1.09 (.708)	1.83 (.706)	.273 (.204)	-7.23 (2.70)
.94	.939 (.018)	.959 (.015)	.709 (.122)	.344 (.164)	.975 (.011)	.960 (.019)	.788 (.049)	.783 (.044)	.631 (.141)	.476 (.157)	-.173 (.041)	-.110 (.037)	-.194 (.069)	-.411 (.266)	-.415 (.285)	.399 (.139)	-1.26 (.819)	2.20 (.817)	.294 (.232)	-8.14 (3.11)
.95	.938 (.018)	.958 (.015)	.706 (.124)	.348 (.163)	.981 (.010)	.970 (.017)	.788 (.049)	.780 (.045)	.627 (.143)	.481 (.156)	-.171 (.041)	-.108 (.037)	-.193 (.069)	-.410 (.266)	-.419 (.285)	.470 (.164)	-1.53 (.976)	2.62 (.973)	.346 (.275)	-9.65 (3.68)
.96 <sup>(1)</sup>	.944 (.016)	.968 (.012)	.722 (.113)	.342 (.166)	.984 (.010)	.961 (.014)	.793 (.047)	.812 (.039)	.656 (.131)	.476 (.158)	-.182 (.040)	-.116 (.035)	-.204 (.068)	-.413 (.264)	-.417 (.285)	.006 (.002)	-.019 (.012)	.035 (.012)	.004 (.003)	-1.11 (.045)
.97 <sup>(1)</sup>	.948 (.016)	.973 (.010)	.725 (.111)	.355 (.163)	.987 (.009)	.969 (.012)	.791 (.047)	.840 (.035)	.660 (.128)	.491 (.155)	-.181 (.039)	-.120 (.032)	-.203 (.068)	-.410 (.262)	-.414 (.283)	.071 (.026)	-.270 (.161)	.478 (.161)	.050 (.044)	-1.42 (.593)
.98 <sup>(1)</sup>	.939 (.018)	.962 (.015)	.699 (.124)	.359 (.161)	.990 (.008)	.977 (.012)	.786 (.048)	.794 (.043)	.618 (.142)	.494 (.153)	-.172 (.041)	-.110 (.036)	-.194 (.069)	-.408 (.263)	-.432 (.283)	.106 (.039)	-.399 (.242)	.703 (.241)	.097 (.068)	-2.13 (.880)

Nota:  
(1) La volatilidad ha sido multiplicada por cien.

**Tabla V.2**  
**Selección del parámetro  $\lambda$  para el suavizado exponencial**  
**Ejercicio de previsión<sup>(1)</sup>**

$\lambda$	$E_t(r7_{t+1})$		$E_t(r15_{t+2})$		U-Theil medio	RECM medio
	U-Theil	RECM	U-Theil	RECM		
0.70	2.2420	2.2567	2.8634	2.8801	2.5527	2.5684
0.75	2.2403	2.2544	2.8611	2.8769	2.5507	2.5657
0.80	2.2384	2.2523	2.8609	2.8760	2.5497	2.5641
0.85	2.2335	2.2460	2.8550	2.8672	2.5443	2.5566
0.90	2.2232	2.2309	2.8335	2.8369	2.5283	2.5339
0.93	2.2181	2.2265	2.8373	2.8427	2.5277	2.5346
0.94	2.2162	2.2242	2.8330	2.8382	2.5246	2.5312
0.95	2.2131	2.2210	2.8269	2.8325	2.5200	2.5268
0.96	2.2114	2.2174	2.8167	2.8203	2.5141	2.5189
0.97	2.2115	2.2188	2.8143	2.8213	2.5129	2.5201
0.98	2.2118	2.2216	2.8161	2.8283	2.5140	2.5250

Nota:

<sup>(1)</sup> Ambos estadísticos se han multiplicado por 100.

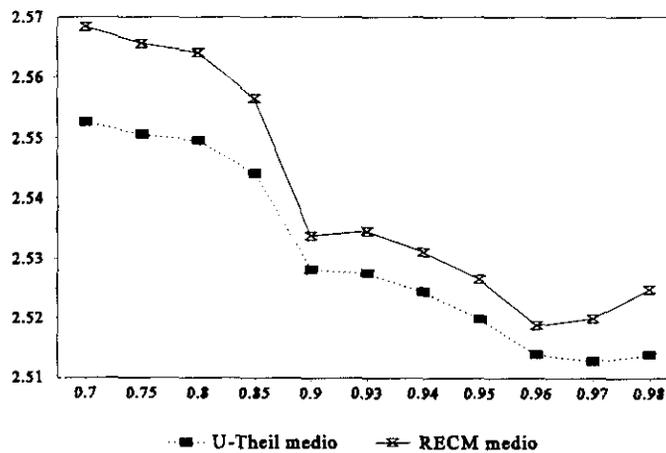


Gráfico V.1

**Tabla V.3**  
**Modelos VARMA(1,2) estimados para la selección del parámetro  $\theta$  del modelo de volatilidad de Luce.**

$$\begin{pmatrix} 1-\phi_{11,1}B & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\ - & 1-\phi_{22,1}B & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\ - & - & 1-\phi_{33,1}B & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\ - & - & - & 1-\phi_{44,1}B & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\ - & - & - & - & 1-\phi_{55,1}B & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\ - & - & - & - & - & 1-\phi_{66,1}B & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{3015_t} \\ a_{157_t} \\ a_{71_t} \\ a_{11_t} \\ LU_{3015_t}(\theta) \\ LU_{157_t}(\theta) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1-\theta_{11,1}B & -\theta_{12,1}B & - & - & - & -\theta_{15,1}B & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\ \theta_{21,1}B & 1-\theta_{22,1}B & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\ -\theta_{31,1}B & - & 1-\theta_{33,1}B & - & - & - & - & - & - & - & -\theta_{36,1}B & - & - & - & - & - & - & - & - \\ -\theta_{41,1}B & -\theta_{41,2}B^2 & - & - & - & - & 1-\theta_{44,1}B & - & - & - & -\theta_{46,1}B & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\ - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & -\theta_{56,1}B & - & - & - & - \\ - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & -\theta_{63,1}B & - & - & - & - \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{3015_t} \\ a_{157_t} \\ a_{71_t} \\ a_{11_t} \\ aLU_{3015_t}(\theta) \\ aLU_{157_t}(\theta) \end{pmatrix}$$

$\theta$	$\phi_{11,1}$	$\phi_{22,1}$	$\phi_{33,1}$	$\phi_{44,1}$	$\phi_{55,1}$	$\phi_{66,1}$	$\theta_{11,1}$	$\theta_{22,1}$	$\theta_{33,1}$	$\theta_{44,1}$	$\theta_{12,1}$	$\theta_{21,1}$	$\theta_{31,1}$	$\theta_{41,1}$	$\theta_{41,2}$	$\theta_{15,1}$	$\theta_{26,1}$	$\theta_{46,1}$	$\theta_{56,1}$	$\theta_{63,1}$
.25	.915 (.022)	.909 (.024)	.852 (.086)	-.044 (.197)	.133 (.057)	.208 (.055)	.705 (.058)	.685 (.058)	.745 (.113)	.127 (.196)	-.131 (.047)	-.095 (.041)	-.077 (.059)	-.386 (.282)	-.637 (.284)	.001 (.0004)	.001 (.0006)	.005 (.003)	-.198 (.059)	-.185 (.058)
.50	.902 (.025)	.889 (.028)	.892 (.064)	.301 (.193)	.187 (.055)	.267 (.052)	.679 (.063)	.649 (.062)	.801 (.089)	.462 (.182)	-.142 (.048)	-.084 (.041)	-.077 (.054)	-.477 (.273)	-.348 (.303)	.005 (.002)	.005 (.002)	.016 (.012)	-.199 (.061)	-.182 (.053)
.75	.889 (.028)	.877 (.029)	.902 (.057)	.369 (.191)	.201 (.054)	.301 (.050)	.651 (.066)	.624 (.063)	.819 (.081)	.522 (.181)	-.156 (.049)	-.082 (.041)	-.085 (.052)	-.497 (.270)	-.284 (.306)	.022 (.009)	.027 (.011)	.068 (.057)	-.204 (.063)	-.178 (.050)
1.00	.880 (.030)	.872 (.029)	.906 (.055)	.397 (.190)	.203 (.054)	.321 (.049)	.630 (.068)	.611 (.063)	.828 (.078)	.546 (.180)	-.167 (.050)	-.082 (.041)	-.092 (.052)	-.498 (.268)	-.256 (.307)	.103 (.047)	.141 (.057)	.320 (.285)	-.215 (.066)	-.172 (.047)
1.25	.873 (.031)	.869 (.029)	.905 (.056)	.413 (.190)	.204 (.054)	.339 (.049)	.616 (.069)	.603 (.063)	.830 (.078)	.558 (.179)	-.177 (.051)	-.084 (.040)	-.097 (.052)	-.492 (.266)	-.242 (.306)	.464 (.231)	.705 (.292)	1.565 (1.437)	-.233 (.070)	-.162 (.044)
1.50	.867 (.033)	.867 (.030)	.899 (.060)	.423 (.190)	.206 (.054)	.361 (.048)	.607 (.070)	.593 (.063)	.824 (.083)	.566 (.179)	-.187 (.052)	-.087 (.041)	-.100 (.053)	-.481 (.265)	-.235 (.305)	1.965 (1.134)	3.398 (1.499)	7.823 (7.216)	-.257 (.074)	-.146 (.042)
1.75	.861 (.034)	.865 (.030)	.888 (.067)	.431 (.190)	.210 (.054)	.388 (.048)	.600 (.070)	.580 (.064)	.809 (.091)	.572 (.180)	-.196 (.053)	-.091 (.041)	-.103 (.054)	-.468 (.264)	-.232 (.304)	7.783 (5.507)	15.724 (7.727)	39.303 (35.92)	-.288 (.079)	-.125 (.039)
2 <sup>(1)</sup>	.857 (.034)	.863 (.031)	.871 (.077)	.438 (.191)	.215 (.055)	.418 (.047)	.596 (.070)	.567 (.065)	.787 (.101)	.577 (.180)	-.204 (.054)	-.096 (.042)	-.107 (.057)	-.452 (.264)	-.232 (.302)	.289 (.263)	.697 (.398)	1.960 (1.769)	-.328 (.084)	-.102 (.037)

Nota:  
<sup>(1)</sup> La volatilidad ha sido multiplicada por cien.

**Tabla V.4**  
**Selección del parámetro  $\theta$  en las medidas tipo Luce (1980)**  
**Ejercicio de previsión<sup>(1)</sup>**

$\theta$	$E_t (r7_{t+1})$		$E_t (r15_{t+2})$		U-Theil medio	RECM medio
	U-Theil	RECM	U-Theil	RECM		
0.25	2.1653	2.1954	2.7750	2.8257	2.4702	2.5105
0.50	2.1363	2.1704	2.7876	2.8390	2.4619	2.5047
0.75	2.1361	2.1679	2.8006	2.8478	2.4684	2.5078
1.00	2.1406	2.1701	2.8138	2.8571	2.4772	2.5136
1.25	2.1472	2.1746	2.8259	2.8656	2.4866	2.5201
1.50	2.1544	2.1802	2.8376	2.8746	2.4960	2.5274
1.75	2.1608	2.1854	2.8474	2.8822	2.5041	2.5338
2.00	2.1665	2.1900	2.8552	2.8882	2.5108	2.5391

Nota:

<sup>(1)</sup> Ambos estadísticos se han multiplicado por 100.

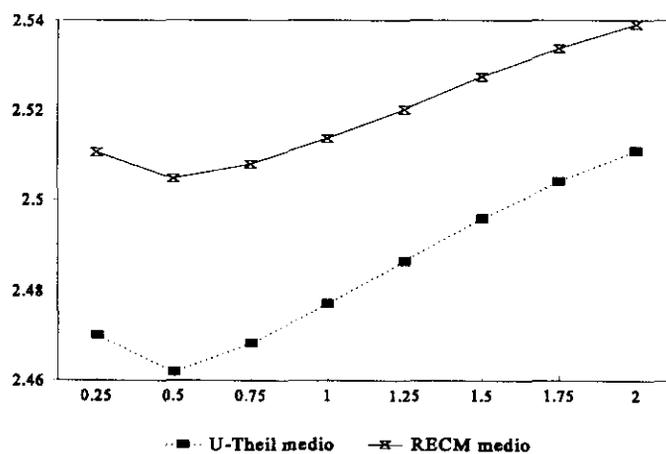


Gráfico V.2

**Tabla V.5**  
**Modelos GJR-GARCH(1,1)<sup>(1)</sup>**

$$s_{it} = \phi s_{it-1} + \varepsilon_t - \theta \varepsilon_{t-1}$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \gamma S_{t-1}^- \varepsilon_{t-1} + \beta_1 \sigma_{t-1}^2$$

s	Modelo para la media <sup>(2)</sup>					Modelo para la varianza				
	$\phi$	$\theta$	$\sigma$	LM(1) <sup>(4)</sup>	Q(20) <sup>(5)</sup>	$\alpha_0$ <sup>(3)</sup>	$\alpha_1$	$\gamma$	$\beta_1$	Q <sup>2</sup> (20) <sup>(5)</sup>
<b>s3015</b>	0.950 (0.025)	0.720 (0.055)	0.055	0.023 (0.88)	30.10 (0.07)	0.016 (0.006)	0.121 (0.064)	-0.175 (0.065)	0.878	26.77
<b>s157</b>	0.943 (0.028)	0.665 (0.066)	0.047	1.8 10 <sup>-8</sup> (0.99)	18.01 (0.59)	0.008 (0.004)	0.059 (0.043)	-0.063 (0.064)	0.923 (0.039)	24.36
<b>s71</b>	0.884 (0.053)	0.802 (0.063)	0.060	0.84 (0.36)	15.34 (0.76)	0.479 (0.062)	0.215 (0.063)	-0.005 (0.046)	-0.545 (0.126)	21.51
<b>s11</b>	0.481 (0.243)	0.647 (0.202)	0.215	0.053 (0.82)	11.73 (0.92)	3.24 (0.98)	0.40 (0.205)	-0.385 (0.209)	0.118 (0.234)	14.35

Notas:

- (1) Entre paréntesis la desviación típica.
- (2) Las variables han sido multiplicadas por 100.
- (3) Se ha multiplicado por 1000.
- (4) Contraste de los multiplicadores de Lagrange de efectos ARCH de orden 1. Entre paréntesis p-valor.
- (5) Q(20) y Q<sup>2</sup>(20) son el estadístico de Ljun-Box en los residuos estandarizados y su cuadrado respectivamente.

**Tabla V.6**  
**Modelo tipo Schwert<sup>(1)</sup>**

$$\sigma_t = \alpha + \beta \sigma_{t-1} + e_t$$

	$\alpha^{(2)}$	$\beta$	$R^2$	$Q(12)^{(3)}$
<b>s1</b>	1.744 (0.015)	0.147 (0.067)	0.022	6.99
<b>s71</b>	0.515 (0.043)	0.167 (0.067)	0.028	11.96
<b>s157</b>	0.0439 (0.030)	0.128 (0.067)	0.016	13.377
<b>s3015</b>	0.504 (0.043)	0.338 (0.064)	0.115	12.75

Notas:

(1) Para cada variable se define  $\sigma_t = (2/\pi)^{-1/2} |\hat{u}_t|$  donde  $\hat{u}_t$  es el residuo del modelo univariante de la variable correspondiente. Entre paréntesis la desviación típica.

(2) Tanto el parámetro como su desviación típica aparecen multiplicados por  $10^3$ .

(3) Estadístico Ljung-Box con 12 grados de libertad.

**Tabla V.7**  
**Modelo tipo Pagan-Schwert<sup>(1)</sup>**

$$\sigma_t^2 = \alpha + \beta \sigma_{t-1}^2 + e_t$$

	$\alpha^{(2)}$	$\beta$	$R^2$	$Q(12)^{(3)}$
<b>s1</b>	4.32 (0.597)	0.040 (0.051)	0.001622	7.5341
<b>s71</b>	0.349 (0.056)	0.188 (0.102)	0.03528	6.791
<b>s157</b>	0.217 (0.027)	0.079 (0.088)	0.0063	16.162
<b>s3015</b>	0.291 (0.043)	0.294 (0.094)	0.087	10.546

Notas:

(1) Para cada variable se define  $\sigma_t = \hat{u}_t^2$  donde  $\hat{u}_t$  es el residuo del modelo univariante de la variable correspondiente. Entre paréntesis la desviación típica.

(2) Tanto el parámetro como su desviación típica aparecen multiplicados por  $10^6$ .

(3) Estadístico Ljung-Box (1979). Entre paréntesis el p-valor.

MEDIDAS DE VOLATILIDAD ESTIMADAS

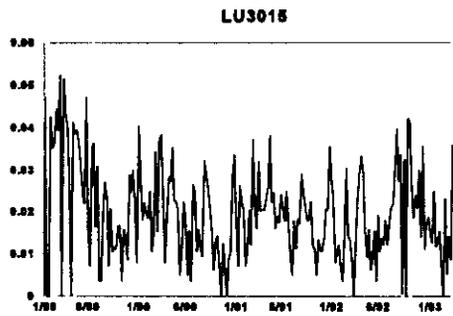


Gráfico V.3

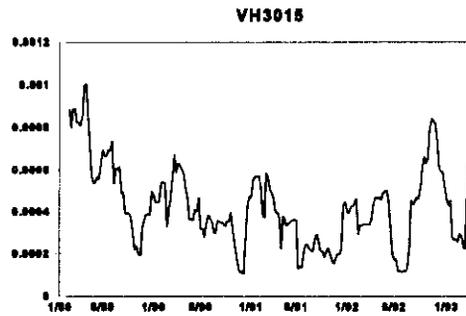


Gráfico V.4

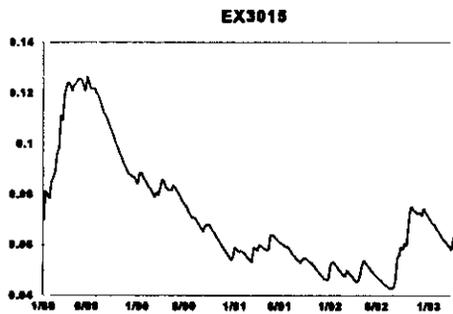


Gráfico V.5

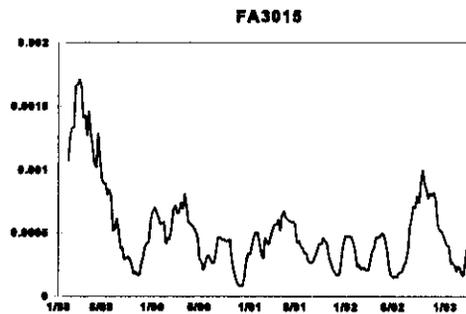


Gráfico V.6

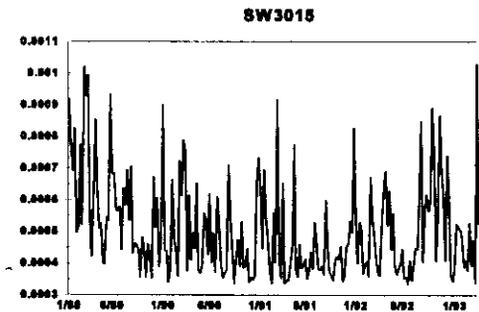


Gráfico V.7

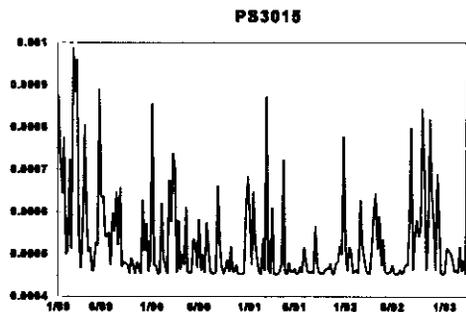


Gráfico V.8

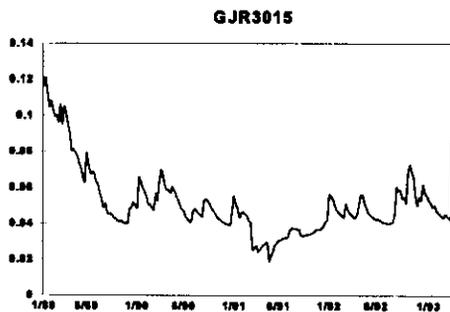


Gráfico V.9

APÉNDICE V.B

Sección 2: Estimación de los modelos VARMA con las distintas medidas de volatilidad

Tabla V.8  
MODELOS MULTIVARIANTES

$$\begin{pmatrix} 1-\phi_{11,1}B & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\ - & 1-\phi_{22,1}B & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\ - & - & 1-\phi_{33,1}B & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\ - & - & - & 1-\phi_{44,1}B & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\ - & - & - & - & 1-\phi_{55,1}B & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\ - & - & - & - & - & 1-\phi_{66,1}B & - & - & - & - & - & - & - & - & - \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_{3015,1} \\ \epsilon_{157,1} \\ \epsilon_{71,1} \\ \epsilon_{11,1} \\ \epsilon_{V1,1} \\ \epsilon_{V2,1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1-\theta_{11,1}B & -\theta_{12,1}B & - & - & - & - & -\theta_{15,1}B-\theta_{15,2}B^2 & -\theta_{16,1}B-\theta_{16,2}B^2 & - & - & - & - & - & - & - \\ \theta_{21,1}B & 1-\theta_{22,1}B & - & - & - & - & -\theta_{23,1}B-\theta_{23,2}B^2 & -\theta_{24,1}B-\theta_{24,2}B^2 & - & - & - & - & - & - & - \\ -\theta_{31,1}B & - & 1-\theta_{33,1}B & - & - & - & -\theta_{35,1}B-\theta_{35,2}B^2 & -\theta_{36,1}B & - & - & - & - & - & - & - \\ -\theta_{41,1}B-\theta_{41,2}B^2 & - & - & 1-\theta_{44,1}B & - & - & - & -\theta_{46,1}B & - & - & - & - & - & - & - \\ - & - & - & -\theta_{54,1}B-\theta_{54,2}B^2 & 1-\theta_{55,1}B-\theta_{55,2}B^2 & - & - & -\theta_{56,1}B-\theta_{56,2}B^2 & - & - & - & - & - & - & - \\ -\theta_{61,1}B-\theta_{61,2}B^2 & - & - & -\theta_{64,1}B & -\theta_{65,1}B & - & - & -\theta_{66,1}B-\theta_{66,2}B^2 & - & - & - & - & - & - & - \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_{3015,1} \\ \epsilon_{157,1} \\ \epsilon_{71,1} \\ \epsilon_{11,1} \\ \epsilon_{V1,1} \\ \epsilon_{V2,1} \end{pmatrix}$$

Tabla V.8, parte 1: Parámetros comunes a todos los modelos<sup>(1)</sup>

	$\phi_{11,1}$	$\phi_{22,1}$	$\phi_{33,1}$	$\phi_{44,1}$	$\phi_{55,1}$	$\phi_{66,1}$	$\theta_{11,1}$	$\theta_{22,1}$	$\theta_{33,1}$	$\theta_{44,1}$	$\theta_{12,1}$	$\theta_{21,1}$	$\theta_{31,1}$	$\theta_{41,1}$	$\theta_{41,2}$
M1	.936 (.020)	.953 (.016)	.839 (.092)	.351 (.221)	--	--	.768 (.052)	.792 (.044)	.758 (.114)	.495 (.209)	-.173 (.045)	-.116 (.037)	-.114 (.061)	-.413 (.276)	-.300 (.311)
MLU	.902 (.025)	.889 (.028)	.892 (.064)	.301 (.193)	.187 (.055)	.267 (.052)	.679 (.063)	.649 (.062)	.801 (.089)	.462 (.182)	-.142 (.048)	-.084 (.041)	-.077 (.054)	-.477 (.273)	-.348 (.303)
MVH	.925 (.021)	.934 (.020)	.844 (.095)	.314 (.206)	.961 (.017)	.932 (.020)	.779 (.052)	.719 (.053)	.763 (.118)	.459 (.196)	-.184 (.047)	-.086 (.041)	-.100 (.061)	-.444 (.273)	-.425 (.308)
MEX <sup>(2)</sup>	.944 (.016)	.968 (.012)	.722 (.113)	.342 (.166)	.984 (.010)	.961 (.014)	.793 (.047)	.812 (.039)	.656 (.131)	.476 (.158)	-.182 (.040)	-.116 (.035)	-.204 (.068)	-.413 (.264)	-.417 (.285)
MFA	.964 (.012)	.981 (.003)	.957 (.026)	.393 (.188)	.971 (.011)	.969 (.005)	.731 (.046)	.934 (.8e-06)	.542 (.176)	.179 (.193)	-.175 (.037)	-.084 (.021)	-.112 (.042)	-.434 (.258)	-.407 (.298)
MSW	.923 (.022)	.949 (.016)	.756 (.100)	.357 (.214)	--	.315 (.062)	.743 (.054)	.789 (.046)	.695 (.119)	.503 (.202)	-.193 (.045)	-.126 (.035)	-.162 (.064)	-.405 (.271)	-.270 (.306)
MPS	.901 (.035)	.849 (.046)	.761 (.123)	.531 (.173)	--	.224 (.061)	.733 (.067)	.607 (.081)	.688 (.141)	.639 (.162)	-.201 (.048)	-.148 (.048)	-.158 (.068)	-.501 (.272)	-.147 (.313)
MGRJ	.939 (.013)	.930 (.023)	.720 (.094)	-.386 (.240)	.235 (.053)	.935 (.014)	.732 (.022)	.707 (.055)	.687 (.109)	-.222 (.255)	-.086 (.021)	-.124 (.042)	-.170 (.064)	-.032 (.220)	-.534 (.208)

Notas:

- <sup>(1)</sup> Entre paréntesis la desviación típica.
- <sup>(2)</sup> La volatilidad se ha multiplicado por 100.

**Tabla V.8, parte 2: Parámetros específicos de los modelos MV<sup>(1), (2)</sup>**

	$\theta_{15,1}$	$\theta_{15,2}$	$\theta_{16,1}$	$\theta_{16,2}$	$\theta_{25,1}$	$\theta_{25,2}$	$\theta_{26,1}$	$\theta_{26,2}$	$\theta_{35,1}$	$\theta_{35,2}$	$\theta_{36,1}$	$\theta_{46,1}$	$\theta_{54,1}$	$\theta_{54,2}$	$\theta_{55,1}$	$\theta_{55,8}$	$\theta_{56,1}$	$\theta_{56,2}$	$\theta_{61,1}$	$\theta_{61,2}$	$\theta_{64,1}$	$\theta_{65,1}$	$\theta_{66,1}$	$\theta_{66,8}$
<b>MLU</b>	.005 (.002)	--	--	--	--	--	--	--	--	--	.005 (.002)	.016 (.012)	--	--	--	--	-.199 (.061)	--	-.200 (.061)	--	--	-.182 (.053)	--	--
<b>MVH</b>	.086 (.056)	--	-1.314 (.461)	.913 (.471)	-.080 (.079)	.186 (.076)	-.703 (.288)	--	--	--	--	--	--	--	--	.553 (.059)	--	--	--	--	--	--	--	.364 (.063)
<b>MEX<sup>(3)</sup></b>	.006 (.002)	--	--	--	--	--	-.019 (.012)	.035 (.012)	.004 (.003)	--	--	-.111 (.045)	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
<b>MFA</b>	--	--	-.244 (.514)	1.156 (.474)	--	--	-1.138 (.390)	1.313 (.372)	.132 (.126)	-.342 (.129)	1.240 (.320)	--	--	--	-.119 (.067)	.932 (.028)	--	--	--	--	--	--	-.255 (.055)	.946 (.021)
<b>MSW</b>	--	--	--	--	--	--	.002 (.001)	--	-.002 (.001)	--	--	--	--	--	--	--	-.303 (.138)	-.326 (.138)	-2.157 (1.736)	-4.205 (1.73)	--	--	--	--
<b>MPS</b>	1.127 (.399)	-.988 (.403)	-.725 (.324)	.966 (.319)	--	--	--	--	--	--	--	--	.010 (.002)	--	--	--	--	--	-.042 (.013)	--	--	--	--	--
<b>MGRJ</b>	--	--	--	--	--	--	.034 (.011)	--	-.003 (.001)	--	.037 (.017)	--	-.834 (.911)	-10.9 (.910)	--	--	--	--	.089 (.257)	-7.74 (.24)	.146 (.063)	--	--	--

Notas:

(1) Entre paréntesis la desviación típica.

(2) Para cada modelo las medidas de volatilidad consideradas son:

MLU: v1 = LU3015 v2 = LU157,  
 MVH: v1 = VH11 v2 = VH3015,  
 MEX: v1 = EX11 v2 = EX71,  
 MFA: v1 = FA11 v2 = FA157,  
 MSW: v1 = SW11 v2 = SW3015,  
 MPS: v1 = PS11 v2 = PS3015,  
 MGRJ: v1 = GJR11 v2 = GJR3015.

(3) La volatilidad se ha multiplicado por 100.

Tabla V.9  
Estadísticos sobre los residuos de los modelos VARMA<sup>(1)</sup>

Modelo	M(1) <sup>(2)</sup>				Q(20) <sup>(3)</sup>							
	l = 1	l = 2	l = 3	l = 4	a3015	a157	a71	a11	av1	av2		
M1	24.78	21.34	12.32	18.68	16.5	18.7	11.9	9.9	--	--		
MLU	36.86	37.18	30.96	33.59	15.3	16.1	12.5	12.2	13.2	21.7		
MVH	37.17	26.69	44.71	26.70	22.1	20.7	11.8	9.9	13.2	16.5		
MEX	30.46	40.08	60.18	28.02	22.1	16.2	10.3	8.2	9.8	21.8		
MFA	63.95	30.28	48.77	36.84	18.3	24.1	13.6	9.3	16.5	19.0		
MSW	45.04	49.19	43.60	28.46	15.2	19.3	10.7	9.9	18.6	15.6		
MPS	40.31	32.22	42.09	48.61	18.6	16.4	10.9	9.4	23.4	14.0		
MGRJ	35.4	29.67	39.72	32.36	18.0	19.1	11.4	12.4	10.6	14.0		

Notas:

(1) Para cada modelo las medidas de volatilidad consideradas son:

- MLU: v1 = LU3015 v2 = LU157,
- MVH: v1 = VH11 v2 = VH3015,
- MEX: v1 = EX11 v2 = EX71,
- MFA: v1 = FA11 v2 = FA157,
- MSW: v1 = SW11 v2 = SW3015,
- MPS: v1 = PS11 v2 = PS3015,
- MGRJ: v1 = GJR11 v2 = GJR3015.

(2) M(1) es el estadístico de Barlett, el cual se distribuye como una  $\chi^2_{16}$  en el caso del modelo M1 y como una  $\chi^2_{36}$  para el resto de modelos.

(3) Q(20) es el estadístico de Ljung-Box con 20 grados de libertad.

**Tabla V.10**  
**Matrices de correlaciones residuales contemporáneas<sup>(1)</sup>**

	M1		MLU
<b>a3015</b>	1.0	<b>a3015</b>	1.0
<b>a157</b>	.16 1.0	<b>a157</b>	.16 1.0
<b>a71</b>	.34 .22 1.0	<b>a71</b>	.33 .22 1.0
<b>a11</b>	-.34 -.26 -.26 1.0	<b>a11</b>	-.34 -.26 -.27 1.0
		<b>aLU3015</b>	.59 .07 .16 -.19 1.0
		<b>aLU157</b>	.11 .57 .29 -.20 .22 1.0
	MVH		MEX
<b>a3015</b>	1.0	<b>a3015</b>	1.0
<b>a157</b>	.13 1.0	<b>a157</b>	.17 1.0
<b>a71</b>	.35 .24 1.0	<b>a71</b>	.35 .22 1.0
<b>a11</b>	-.35 -.26 -.26 1.0	<b>a11</b>	-.36 -.28 -.28 1.0
<b>aVH11</b>	.08 .09 .02 -.23 1.0	<b>aEX11</b>	.07 .10 -.01 -.28 1.0
<b>aVH3015</b>	-.08 .01 .02 -.09 .16 1.0	<b>aEX71</b>	.06 .13 .19 -.10 .28 1.0
	MFA		MSW
<b>a3015</b>	1.0	<b>a3015</b>	1.0
<b>a157</b>	.13 1.0	<b>a157</b>	.14 1.0
<b>a71</b>	.35 .24 1.0	<b>a71</b>	.34 .22 1.0
<b>a11</b>	-.35 -.22 -.26 1.0	<b>a11</b>	-.34 -.26 -.25 1.0
<b>aFA11</b>	.02 .08 .00 -.26 1.0	<b>aSW11</b>	-.12 .11 -.02 .04 1.0
<b>aFA157</b>	.04 .67 .26 -.25 .15 1.0	<b>aSW3015</b>	.15 .09 .03 -.11 .19 1.0
	MPS		MGJR
<b>a3015</b>	1.0	<b>a3015</b>	1.0
<b>a157</b>	.16 1.0	<b>a157</b>	.13 1.0
<b>a71</b>	.32 .20 1.0	<b>a71</b>	.31 .21 1.0
<b>a11</b>	-.33 -.26 -.26 1.0	<b>a11</b>	-.33 -.27 -.23 1.0
<b>aPS11</b>	-.04 .06 -.13 .00 1.0	<b>aGJR11</b>	-.17 .09 -.07 .03 1.0
<b>aPS3015</b>	.11 .12 -.12 -.13 .18 1.0	<b>aGJR3015</b>	.02 .06 -.13 -.10 .06 1.0

Nota:

<sup>(1)</sup> En este caso  $\pm 2\sqrt{n} = .137$ , por lo que los valores superiores a ese valor son significativamente distintos de cero.

**APÉNDICE V.B**

**Sección 3: Comparación de las medidas**

**Tabla V.11**  
**Previsión de los tipos de interés<sup>(1)</sup>**

MODELO	$E_t(r7_{t+1})$		$E_t(r15_{t+2})$	
	U-Theil	RECM	U-Theil	RECM
M1	2.200	2.208	2.899	2.903
MLU	2.152	2.148	2.839	2.818
MVH	2.207	2.209	2.918	2.905
MEX	2.205	2.223	2.820	2.848
MFA	2.186	2.195	2.848	2.839
MSW	2.202	2.214	2.900	2.912
MPS	2.158	2.166	2.834	2.839
MGRJ	2.192	2.199	2.901	2.893

Nota:

<sup>(1)</sup> Ambos estadísticos se han multiplicado por 100.

**Tabla V.12**  
**Contraste de igualdad de previsiones<sup>(1)</sup>:  $E_t(r7_{t+1})$**

	M1	MLU	MVH	MEX	MFA	MSW	MPS
MLU	-10.242	0					
MVH	0.123	10.530	0				
MEX	2.432	7.303	2.290	0			
MFA	-4.582	7.791	-3.522	-4.852	0		
MSW	2.713	8.009	1.030	-1.525	5.404	0	
MPS	-13.741	2.992	-10.876	-8.320	-7.234	-12.787	0
MGRJ	-0.736	3.634	-0.847	-1.861	0.302	-1.118	2.659

Nota:

<sup>(1)</sup> La hipótesis a contrastar es:  $H_0: E[g(e_{it})] = E[g(e_{jt})]$ , donde  $g(e_{it})$  es la función de pérdida asociada al modelo que está en la fila  $i$ -ésima y  $g(e_{jt})$  es la correspondiente al modelo de la columna  $j$ -ésima.

**Tabla V.13**  
**Contraste de igualdad de previsiones<sup>(1)</sup>:  $E_t(r15_{t+2})$**

	M1	MLU	MVH	MEX	MFA	MSW	MPS
MLU	-6.139	0					
MVH	1.636	6.240	0				
MEX	-4.246	0.334	-4.601	0			
MFA	-8.681	1.617	-7.188	0.673	0		
MSW	-0.591	4.493	-1.478	3.997	6.130	0	
MPS	-15.572	0.192	-8.838	-0.392	-2.095	-10.239	0
MGJR	0.741	4.584	-0.150	3.405	3.541	0.777	4.413

Nota:

<sup>(1)</sup> La hipótesis a contrastar es:  $H_0: E[g(e_{it})] = E[g(e_{jt})]$ , donde  $g(e_{it})$  es la función de pérdida asociada al modelo que está en la fila  $i$ -ésima y  $g(e_{jt})$  es la correspondiente al modelo de la columna  $j$ -ésima.

APÉNDICE V.B

Sección 4. Diferencia de primas M1 vs MV

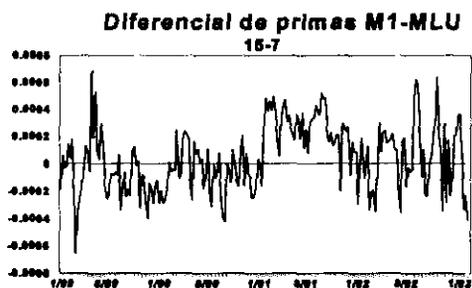


Gráfico V.10

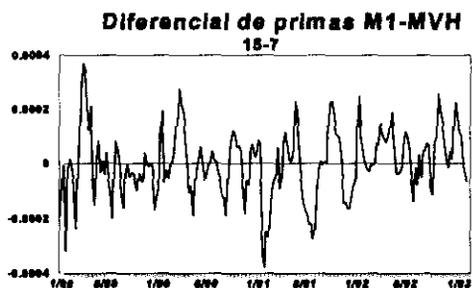


Gráfico V.11

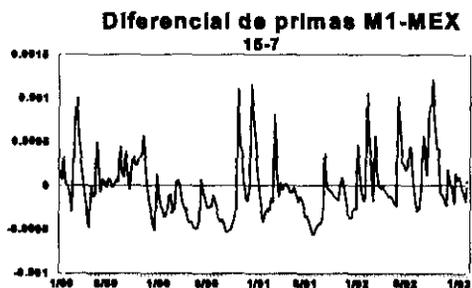


Gráfico V.12

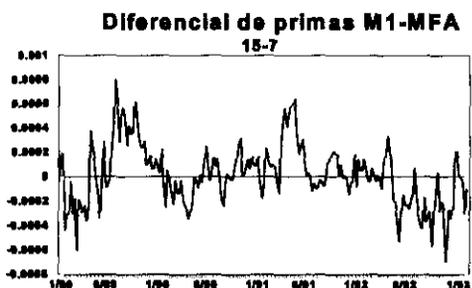


Gráfico V.13

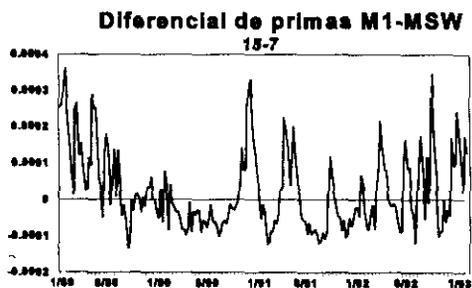


Gráfico V.14

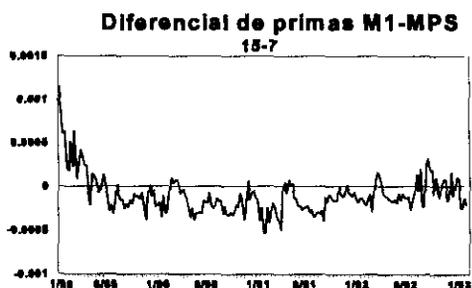


Gráfico V.15

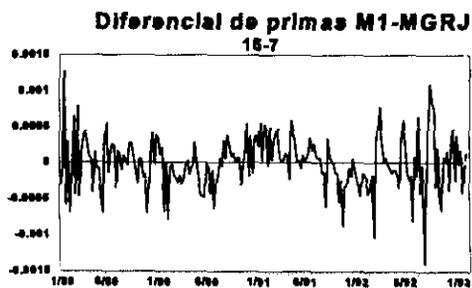


Gráfico V.16

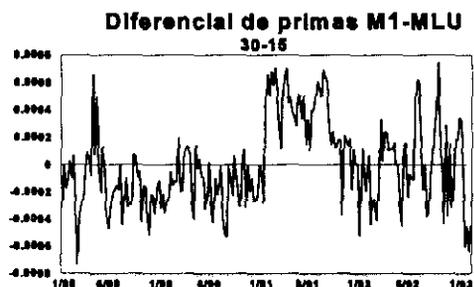


Gráfico V.17

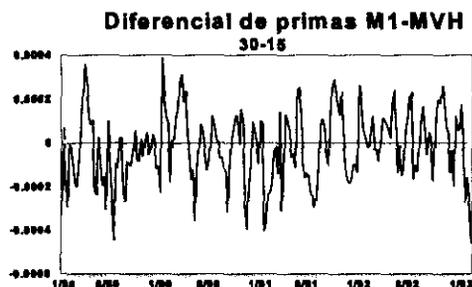


Gráfico V.18

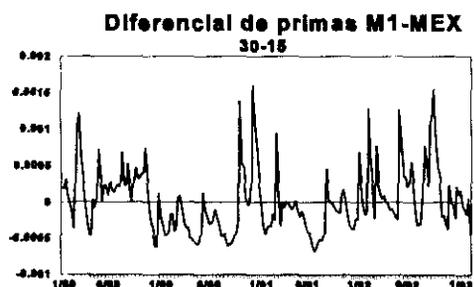


Gráfico V.19

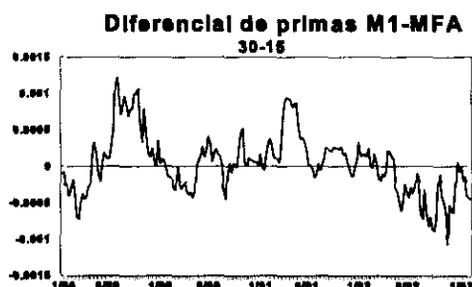


Gráfico V.20

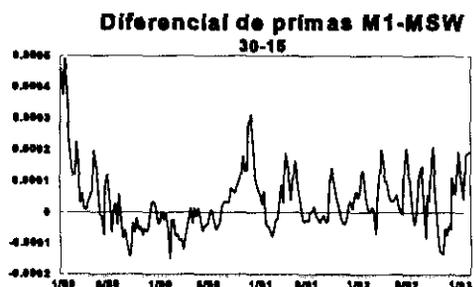


Gráfico V.21

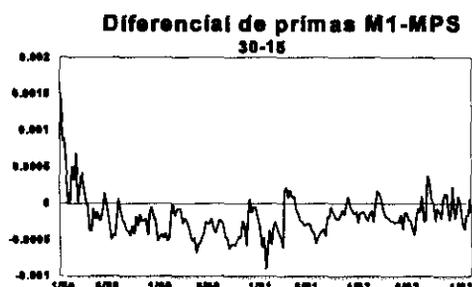


Gráfico V.22

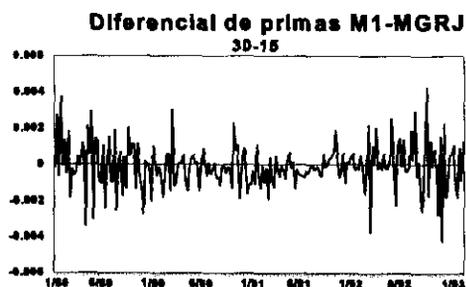


Gráfico V.23

**Tabla V.14**  
**Diferencias de primas M1 vs MV: plazo 15-7**  
**Estadísticos descriptivos<sup>(1)</sup>**

Modelo	Media <sup>(2)</sup>	Desv. Típ.	Máx.	Mín.
M1-MLU	0.041 (2.407)	0.248	0.692	-0.658
M1-MVH	-0.0001 (-0.017)	0.126	0.371	-0.380
M1-MEX	-0.008 (-0.348)	0.357	1.224	-0.567
M1-MFA	0.010 (0.595)	0.255	0.804	-0.698
M1-MSW	0.0239 (3.200)	0.109	0.364	-0.136
M1-MPS	-0.098 (-6.528)	0.220	1.151	-0.538
M1-MGRJ	-0.008 (-0.328)	0.367	1.277	-1.405

Notas:

<sup>(1)</sup> Todos los valores de la tabla han sido multiplicados por 1000.

<sup>(2)</sup> Entre paréntesis el estadístico t.

**Tabla V.15**  
**Diferencias de primas M1 vs MV: plazo 15-7**  
**Modelos univariantes<sup>(1)</sup>**

$$Dif_{it} = \phi_1 Dif_{it-1} + \phi_2 Dif_{it-2} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} - \theta_3 \varepsilon_{t-3} - \theta_8 \varepsilon_{t-8}$$

Dif.	$\phi_1$	$\phi_2$	$\theta_1$	$\theta_2$	$\theta_3$	$\theta_8$	$\sigma^2$ <sup>(2)</sup>	R <sup>2</sup>	Q(20) <sup>(3)</sup>
M1-MLU	0.513 (0.068)	0.160 (0.069)	--	--	--	--	0.199	0.36	21.32
M1-MVH	0.888 (0.069)	-0.222 (0.069)	--	--	--	--	0.086	0.53	23.62
M1-MEX	0.649 (0.053)	--	--	--	--	--	0.273	0.42	18.82
M1-MFA	0.890 (0.034)	--	--	--	--	-0.489 (0.060)	0.005	0.64	23.90
M1-MSW	0.756 (0.044)	--	--	--	--	--	0.072	0.56	20.54
M1-MPS	0.873 (0.031)	--	-0.384 (0.076)	--	--	--	0.135	0.56	19.80
M1-MGRJ	--	--	0.196 (0.068)	0.309 (0.067)	-0.105 (0.069)	--	0.347	0.11	13.68

Notas:

<sup>(1)</sup> Entre paréntesis la desviación típica.

<sup>(2)</sup> Se ha multiplicado por 1000.

<sup>(3)</sup> Q(20) es el estadístico de Ljum-Box bajo con 20 grados de libertad.

**Tabla V.16**  
**Diferencias de primas M1 vs MV: plazo 30-15**  
**Estadísticos descriptivos<sup>(1)</sup>**

Modelo	Media <sup>(2)</sup>	Desv. Típ.	Máx.	Mín.
M1-MLU	-0.0006 (-0.002)	0.318	0.749	-0.735
M1-MVH	-0.022 (-0.192)	0.167	0.387	-0.598
M1-MEX	0.012 (0.402)	0.443	1.615	-0.683
M1-MFA	0.036 (1.260)	0.418	1.228	-1.074
M1-MSW	0.057 (5.377)	0.097	0.459	-0.152
M1-MPS	-0.192 (-10.378)	0.270	1.209	-0.909
M1-MGRJ	-0.088 (-0.999)	1.287	4.280	-4.260

Notas:

<sup>(1)</sup> Todos los valores de la tabla han sido multiplicados por 1000.

<sup>(2)</sup> Entre paréntesis el estadístico t.

**Tabla V.17**  
**Diferencias de primas M1 vs MV: plazo 30-15**  
**Modelos univariantes<sup>(1)</sup>**

$$Dif_{it} = \phi_1 Dif_{it-1} + \phi_2 Dif_{it-2} + \phi_3 Dif_{it-3} + \varepsilon_t - \theta_8 \varepsilon_{t-8}$$

	$\phi_1$	$\phi_2$	$\phi_3$	$\theta_8$	$\sigma^{(2)}$	R <sup>2</sup>	Q(20) <sup>(3)</sup>
M1-MLU	0.532 (0.068)	0.187 (0.068)	--	--	0.238	0.45	23.48
M1-MVH	0.605 (0.057)	--	--	-0.241 (0.070)	0.135	0.35	26.19
M1-MEX	0.660 (0.052)	--	--	--	0.334	0.43	17.87
M1-MFA	1.00 (0.069)	-0.269 (0.096)	0.193 (0.069)	-0.133 (0.073)	0.177	0.82	27.15
M1-MSW	0.862 (0.069)	-0.093 (0.066)	--	--	0.056	0.61	23.52
M1-MPS	0.753 (0.069)	0.072 (0.065)	--	--	0.174	0.45	24.64
M1-MGRJ	-0.215 (0.068)	--	--	--	1.263	0.04	14.54

Notas:

<sup>(1)</sup> Entre paréntesis la desviación típica.

<sup>(2)</sup> Se ha multiplicado por 1000.

<sup>(3)</sup> Q(20) es el estadístico de Ljum-Box bajo con 20 grados de libertad.

**Tabla V.18**  
**Proporción de varianza explicada por la volatilidad<sup>(1)</sup>**

<b>Modelo</b>	$\pi_{t,7}$	$\pi_{t,15}$
<b>MLU</b>	45.830	37.092
<b>MVH</b>	0.777	0.642
<b>MEX</b>	1.344	4.728
<b>MFA</b>	40.193	17.897
<b>MSW</b>	0.537	1.641
<b>MPS</b>	0.093	0.659
<b>MGJR</b>	0.915	2.655

Nota:

<sup>(1)</sup> Se expresa en porcentajes

**APÉNDICE V.B**

**Sección 5. Resultados con el COM**

**Tabla V.19**  
**Previsión de las primas<sup>(1)</sup>**  
**Coste de oportunidad medio**

MODELO	Plazo 15-7		Plazo 30-15	
	Ganancias realizadas	Coste de oportunidad	Ganancias realizadas	Coste de oportunidad
<b>M1</b>	0.635	0.831	0.835	1.080
<b>MLU</b>	0.784	0.682	0.805	1.110
<b>MVH</b>	0.514	0.951	0.747	1.167
<b>MEX</b>	0.777	0.689	1.042	0.872
<b>MFA</b>	0.647	0.819	0.808	1.106
<b>MSW</b>	0.555	0.911	0.835	1.080
<b>MPS</b>	0.733	0.732	0.742	1.172
<b>MGJR</b>	0.621	0.845	0.705	1.210

Nota:

<sup>(1)</sup> Ambos estadísticos se han multiplicado por 1000

**Tabla V.20**  
**Contraste de igualdad de predicciones<sup>(1)</sup>**  
**Coste de oportunidad para la prima 15-7**

	M1	MLU	MVH	MEX	MFA	MSW	MPS
<b>MLU</b>	-9.941	0					
<b>MVH</b>	7.708	12.572	0				
<b>MEX</b>	-11.186	0.333	-13.441	0			
<b>MFA</b>	-9.980	9.101	-8.463	10.260	0		
<b>MSW</b>	5.183	10.889	-7.648	11.155	5.983	0	
<b>MPS</b>	-6.715	2.479	-10.394	2.268	-5.869	-8.580	0
<b>MGJR</b>	0.616	8.904	-6.603	6.215	1.156	-4.052	4.311

Nota:

<sup>(1)</sup> La hipótesis a contrastar es:  $H_0: E[g(e_{it})] = E[g(e_{jt})]$ , donde  $g(e_{it})$  es la función de pérdida asociada al modelo que está en la fila i-ésima y  $g(e_{jt})$  es la correspondiente al modelo de la columna j-ésima.

**Tabla V.21**  
**Contraste de igualdad de predicciones<sup>(1)</sup>**  
**Coste de oportunidad para la prima 30-15**

	<b>M1</b>	<b>MLU</b>	<b>MVH</b>	<b>MEX</b>	<b>MFA</b>	<b>MSW</b>	<b>MPS</b>
<b>MLU</b>	1.635	0					
<b>MVH</b>	6.818	2.670	0				
<b>MEX</b>	-6.884	-7.550	-11.345	0			
<b>MFA</b>	1.518	-0.723	-2.834	7.512	0		
<b>MSW</b>	0	-1.635	-6.818	6.884	-1.518	0	
<b>MPS</b>	7.229	2.855	7.567	11.435	3.018	7.229	0
<b>MGJR</b>	2.795	2.137	1.046	7.561	2.246	2.798	0.922

Nota:

<sup>(1)</sup> La hipótesis a contrastar es:  $H_0: E[g(e_{ip})] = E[g(e_{jp})]$ , donde  $g(e_{ip})$  es la función de pérdida asociada al modelo que está en la fila  $i$ -ésima y  $g(e_{jp})$  es la correspondiente al modelo de la columna  $j$ -ésima.

# Capítulo VI

## Conclusiones

Dentro del análisis empírico de la ETTI, esta Tesis aborda varios problemas referentes a la estimación de las primas por plazo y al estudio de sus determinantes. En particular, trata:

- 1.- El problema de la estimación de las primas en un contexto dinámico.
- 2.- El problema de la evaluación de la importancia de una variable en la determinación del comportamiento de las primas por plazo, en contextos dinámicos.
- 3.- La selección de la medida de volatilidad con la que aproximar el riesgo.

Para el primero de los problemas mencionados se propone un procedimiento VARMA que evita hacer supuestos *a priori* sobre la relación entre la prima y sus determinantes. Dicho procedimiento supera las limitaciones del enfoque estándar y lo incluye como un caso particular.

La aplicación del modelo VARMA al análisis de las primas por plazo del MIDE revela la importancia de las relaciones dinámicas entre los tipos de interés de ese mercado. Su omisión sesga de forma importante la estimación y propiedades de las primas.

Posteriormente se aborda la solución del segundo problema, esto es, la evaluación del efecto de una variable sobre la prima en contextos dinámicos. Con el método estándar la solución consiste en analizar la significatividad del parámetro correspondiente a esa variable en la ecuación de comportamiento de la prima. Sin embargo, el error de especificación que supone la omisión de la dinámica puede causar errores importantes en la evaluación de dicho efecto.

La presencia de retroalimentación entre las variables que forman el conjunto de información complica la evaluación del efecto de una variable en la determinación del comportamiento de la prima. Para efectuar este análisis se propone y desarrolla un procedimiento que, partiendo de la estimación multivariante de las primas, considera de manera explícita dicha dinámica. En líneas generales, el método consiste en comparar las primas por plazo que se obtienen sin incluir la variable en cuestión en el conjunto de información con las que se obtienen incluyéndola.

Este método se utiliza para estudiar de qué factores depende la variabilidad detectada en las primas del MIDE. En particular, se analiza si el riesgo explica el comportamiento de esas primas. La elección de tal variable se apoya en los resultados obtenidos en la literatura, que apuntan a la incertidumbre sobre la evolución futura de los tipos de interés como determinante del comportamiento variable de las primas.

En este análisis el riesgo se aproxima con la familia de medidas de volatilidad propuesta por Luce (1980). Los resultados muestran cómo esta variable

explica un elevado porcentaje de variabilidad de las primas y ayuda a prever los tipos de interés. Del mismo modo, se encuentra que los agentes no sólo ajustan sus primas ante *shocks* en el riesgo de forma instantánea, sino que dicho ajuste se prolonga durante varios periodos.

Dado que no existe una forma única e indiscutible de medir la volatilidad cabe preguntarse si los resultados obtenidos dependen de la medida utilizada y, si es así, cuál de todas las medidas propuestas en la literatura es la más adecuada. La respuesta a estos interrogantes constituye el tercer problema sobre el análisis de la ETTI que se estudia en esta Tesis.

Para abordar la cuestión, se selecciona un conjunto de medidas que pertenecen a una misma familia. Entre ellas se encuentran las más utilizadas en finanzas, tanto simples (volatilidad histórica, suavizado exponencial, etc.) como estructuradas (modelos tipo GARCH, etc.).

Frente al enfoque habitual en la literatura, basado en la comparación de la capacidad de las distintas medidas para prever la volatilidad, se propone una alternativa que consiste en comparar su capacidad para prever los tipos de interés y explicar el comportamiento de las primas por plazo del MIDE. En el análisis se utilizan las metodologías propuesta tanto para la estimación de las prima como para la evaluación del efecto de sus determinantes.

Los resultados obtenidos indican que no todas las medidas aproximan de la misma forma el concepto de riesgo, pues no todas ayudan a prever los tipos de interés ni explican los mismos porcentajes de la varianza de las primas.

De entre todas las medidas analizadas, las que se estiman con los modelos tipo GARCH son las peores, pues no tienen capacidad para prever los tipos, y sólo la omisión de una de ellas, la que se deriva del modelo GJR-GARCH, sesga los momentos de las distribuciones marginales de las primas estimadas. Este resultado

es contrario a los encontrados por Engle Liliens y Robins (1987) o Ayuso, Novales y de la Torre (1992).

Sorprendentemente, se obtienen mejores previsiones con los modelos más sencillos. En particular, la medida de Luce (1980) es superior al resto en cuanto a la previsión de los tipos y al porcentaje de variabilidad de las primas que es capaz de explicar. Este resultado está en la línea de los obtenidos por Dimson y Marsh (1990) o Braisford y Faff (1996). Estos autores llegan también a la superioridad de los modelos simples, aunque con un tipo de análisis diferente.

Como extensión del análisis comparativo entre medidas de volatilidad realizado, se diseña un criterio alternativo para evaluar la capacidad predictiva de los modelos. El criterio consiste en la minimización del coste de oportunidad medio (COM) asociado a la previsión realizada con cada uno de ellos. Los resultados obtenidos en este punto están en la línea de los de Leitch y Tanner (1991, 1995). Indican que el modelo con menor RECM no siempre es el más útil para el inversor, aunque siguen siendo los modelos más simples los que proporcionan mejores resultados, esto es, los que presentan menores costes de oportunidad.

Por último, la elaboración de esta Tesis ha dejado abiertas algunas cuestiones que constituyen la base de futuras investigaciones. Entre ellas se destacan las siguientes:

- Si el riesgo sólo es capaz de explicar menos del 50% de la variabilidad de las primas ¿qué otras variables pueden estar detrás de esa variabilidad?
- La autocorrelación parece ser una característica destacada de las primas por plazo ¿qué racionalización económica podría dársele a tal comportamiento?
- ¿Cuáles son las medida de volatilidad más adecuadas para captar el riesgo en

- otros mercados financieros? ¿en qué situaciones pueden funcionar mejor las medidas estructuradas?
- ¿Qué relación existe entre el RECM y el criterio COM? ¿Cómo debe plantearse la función de pérdida para conseguir estimadores con un mínimo COM?

## Bibliografía

- Akgiray, V. (1989). "Conditional heteroscedasticity in time series of stock returns: Evidence and forecast", *Journal of Business*, 62, págs. 55-80.
- Ayuso, J. y Escrivá, J. L. (1997). "La evolución de la estrategia de control monetario en España", *La Política Monetaria y la Inflación en España*, págs. 89-120, editado por el Servicio de Estudios del Banco de España, Alianza Economía, Madrid.
- Ayuso, J. y de la Torre, M. L. (1991). "Riesgo y volatilidad en el mercado interbancario", *Investigaciones Económicas* (Segunda época), 15, págs. 89-119.
- Ayuso, J., Novales, A. y de la Torre, M. L. (1991). "Estructura intertemporal y primas por plazo en el mercado interbancario", *Cuadernos Aragoneses de Economía*, 2ª época, 1, págs. 35-53.
- Ayuso, J., Novales, A. y de la Torre, M. L. (1992). "¿Incorporan los tipos del interbancario una evaluación del riesgo?", *Revista Española de Economía*, 9, págs. 343-379.
- Backus, D. K. y Gregory, A. W. (1993). "Theoretical relations between risk premiums and conditional variances", *Journal of Business & Economic Statistics*, 11, págs. 177-185.
- Backus, D. K., Gregory, A. W. y Zin, S. E. (1989). "Risk premiums in the term structure. Evidence from artificial economies", *Journal of Monetary Economics*, 24, págs. 371-399.
- Bekaert, G., Hodrick, R. J. y Marshall, D. A. (1997). "On biases of the expectation hypothesis of the term structure of interest rates", *Journal of Financial Economics*, 44, págs. 309-348.
- Bera, A. K. y Higgins, M. L. (1993). "A survey of ARCH models: Properties, estimation

- and testing”, *Journal of Economic Surveys*, 7, págs. 305-366.
- Black, F. y Scholes, M. (1973). “The pricing of options and corporate liabilities”, *Journal of Political Economy*, 81, págs. 637-359.
- Bollerslev, T. (1986). “Generalized autorregresive conditional heteroskedasticity”, *Journal of Econometrics*, 31, págs. 307-327.
- Bollerslev, T., Chou, R. Y. y Kroner, K. F. (1992). “ARCH modeling in finance, a review of the theory and empirical evidence”, *Journal of Econometrics*, 52, págs. 5-59.
- Bollerslev, T., Engle, R. F. y Nelson, D. B. (1994). “ARCH models”, *Handbook of Econometrics*, vol. IV, págs. 2960-3037, editado por R. F. Engle y D. L. McFaden, Elsevier Science B. V., Amsterdam.
- Bollerslev, T., Engle, R. F. y Wooldridge, J. M. (1988). “A capital asset pricing model with time-varying covariances”, *Journal of Political Economy*, 96, págs. 116-131.
- Boudoukh, J. (1993). “An equilibrium model of nominal bond prices with inflation-output correlation and stochastic volatility”, *Journal of Money, Credit and Banking*, 25, págs. 636-665.
- Box, G. E. P. y Cox, D. R. (1964). “An analysis of transformations”, *Journal of the Royal Statistical Society, series B*, 26, págs. 211-243.
- Box, G. E. P. y Jenkins, G. M. (1976). *Time Series Analysis, Forecasting and Control*, Holden Day, San Francisco
- Box, G. E. P., y Tiao, G. C. (1975a). “Intervention analysis with applications to economic and environmental problems”, *Journal of the American Statistical Association*, 70, págs. 70-79.
- Box, G. E. P., y Tiao, G. C. (1975b). *Bayesian inference in Statistical Analysis*, Addison-Wesley, Reading, MA.
- Bradley, M. G. y Lumpkin, A. (1992). “The treasury yield curve as a cointegrated system”, *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 27, págs. 449-463.
- Brailsford, T. J. y Faff, R. W. (1996). “An evaluation of volatility forecasting techniques”, *Journal of Banking & Finance*, 20, págs. 419-438.
- Brennan, M. J. y Schwartz, E. S. (1979). “A continuous time approach to the pricing of bonds”, *Journal of Banking and Finance*, 3, págs. 133-155.
- Brennan, M. J. y Schwartz, E. S. (1980). “Analyzing convertible bonds”, *Journal of Finance and Quantitative Analysis*, 15, págs. 907-929.
- Brown, R. G. (1962). *Smoothing, Forecasting and Prediction*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.

- Brown, S. J. y Dybvig, P. H. (1986). "The empirical implication of the Cox, Ingersoll and Ross theory of the term structure of interest rates", *Journal of Finance*, 41, págs. 617-630.
- Brown, R. y Schaefer, S. (1994). "The term structure of real interest rates and the Cox, Ingersoll and Ross model", *Journal of Financial Economics*, 35, págs. 3-42.
- Campbell, J. Y. (1986a). "A defense of traditional hypotheses about the term structure of interest rates", *Journal of Finance*, 41, págs. 183-193.
- Campbell, J. Y. (1986b). "Bond and stock returns in a simple exchange model", *Quarterly Journal of Economics*, 101, págs. 786-803.
- Campbell, J. Y. (1987). "Stock returns and the term structure", *Journal of Financial Economics*, 18, págs. 373-399.
- Campbell, J. Y. (1995). "Some lessons from the yield curve", *Journal of Economic Perspectives*, 9, págs. 129-152.
- Campbell, J. Y. y Shiller, R. J. (1984). "A simple account of the behavior of long-term interest rates", *American Economic Review*, 74, págs. 44-48.
- Campbell, J. Y. y Shiller, R. J. (1987). "Cointegration and tests of present value models", *Journal of Political Economy*, 95, págs. 1062-1088.
- Campbell, J. Y. y Shiller, R. J. (1991). "Yield spreads and interest rate movements: A bird's eye view", *Review of Economic Studies*, 58, págs. 495-514.
- Campbell, J. Y., Lo, A. W. y McKinlay, A. C. (1997). *The Econometrics of Financial Markets*, Princeton University Press, New Jersey.
- Chan, K. G., Karolyi, G. A., Longstaff, F. A. y Sanders, A. B. (1992). "An empirical comparison of alternative models of the short-term interest rate", *Journal of Finance*, 48, págs. 1209-1227.
- Chaplin, G. B. y Sharp, K. P. (1993). "Analytic solutions for bonds and bond options under n correlated stochastic processes", Working Paper 93-16, U. of Waterloo Institute of Insurance and Pension Research, Ontario.
- Chen, R. R. y Scott, L. O. (1992). "Pricing interest rate options in a two-factor Cox-Ingersoll-Ross model of the term structure", *The Review of Financial Studies*, 5, págs. 613-636.
- Clemens, M. P. y Hendry, D. F. (1993). "On the limitations of comparing mean square forecast errors", *Journal of Forecasting*, 12, págs. 617-637.
- Costantinides, G. (1992). "A theory of the nominal structure of interest rates", *Review of Financial Studies*, 5, págs. 531-552.
- Cox, J. C., Ingersoll, J. E. y Ross, S. A. (1981). "A re-examination of traditional

- hypotheses about the term structure of interest rates", *The Journal of Finance*, 36, págs. 769-799.
- Cox, J. C., Ingersoll, J. E. y Ross, S. A. (1985a). "An intertemporal general equilibrium model of asset prices", *Econometrica*, 53, págs. 363-384.
- Cox, J. C., Ingersoll, J. E. y Ross, S. A. (1985b). "A theory of the term structure of interest rates", *Econometrica*, 53, págs. 385-407.
- Culbertson, J. M. (1957). "The term structure of interest rates", *Quarterly Journal of Economics*, 71, págs. 485-517.
- Cutler, D. (1989). *Stock market volatility, cross-sectional volatility and stock returns*, MIT, Cambridge, MA.
- Dahlquist, M. (1996). "On alternative interest rates processes", *Journal of Banking & Finance*, 20, págs. 1093-1119.
- Davidian, M. y Carroll, R. J. (1987). "Variance function estimation", *Journal of the American Statistical Association*, 82, págs. 1079-1091.
- Diebold, F. X. y Mariano, R. (1995). "Comparing predictive accuracy", *Journal of Business Economics and Statistics*, 13, págs. 253-264.
- Diller, S. (1969). "Expectations and the term structure of interest rates", *Economic Forecast and Expectations*, editado por J. Mincer, NBER, New York.
- Dimson, E. y Marsh, P. (1990). "Volatility forecasting without data-snooping", *Journal of Banking & Finance*, 14, págs. 399-421.
- Ding, Z. y Granger, C. W. J. (1996). "Modeling volatility persistence of speculative returns: A new approach", *Journal of Econometrics*, 73, págs. 185-215.
- Ding, Z., Granger, C. W. J. y Engle, R. F. (1993). "A long memory property of stock market returns and a new model", *Journal of Empirical Finance*, 1, págs. 83-106.
- Domínguez, E. J. (1995). "Características de la estructura temporal del rentabilidades en un modelo de equilibrio general estocástico", Tesis Doctoral, U. Complutense.
- Dothan, L. U. (1978). "On the term of interest rates", *Journal of Financial Economics*, 6, págs. 59-69.
- Driffill, J., Psaradakis, Z. y Sola, M. (1997). "A reconciliation of some paradoxical empirical results on the expectations model of the term structure", *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 59, págs. 29-42.
- Ederington, L. H. y Huang, C. H. (1995). "Parameter uncertainty and the rational expectations model of the term structure", *Journal of Banking & Finance*, 19, págs. 207-223.

- Engle, R. F. (1982). "Autoregressive conditional heteroskedasticity with estimates of variance of U. K. Inflation", *Econometrica*, 50, págs. 987-1007.
- Engle, R. F. (1990). "Discussion: stock market volatility and the crash of 87", *Review of Financial Studies*, 3, págs. 103-106.
- Engle, R. F. y Bollerslev, T. (1986). "Modelling the persistence of conditional variances", *Econometric Review*, 5, págs. 1-50.
- Engle, R. F. y González-Rivera, G. (1991). "Semiparametric ARCH models", *Journal of Business and Economic Statistics*, 9, págs. 345-359.
- Engle, R. F. y Kroner, K. F. (1993). "Multivariate simultaneous generalized ARCH", WP n° 89-57R, U. California, San Diego.
- Engle, R. F. y Ng, V. K. (1993a). "Time-varying volatility and the dynamic behavior of the term structure", *Journal of Money, Credit and Banking*, 25, págs. 337-349.
- Engle, R. F. y Ng, V. K. (1993b). "Measuring and testing the impact of news on volatility", *The Journal of Finance*, 48, n° 5, págs. 1749-1778.
- Engle, R. F., Lilien, D. M. y Robins, R. P. (1987). "Estimating time varying risk premia in the term structure: The ARCH-M model", *Econometrica*, 55, págs. 391-407.
- Engle, R. F., Ng, V. K. y Rothschild, M. (1990). "Asset pricing with factor ARCH covariance structure", *Journal of Econometrics*, 45, págs. 213-238.
- Engsted, T. (1996). "The predictive power of the money market term structure", *International Journal of Forecasting*, 12, págs. 289-295.
- Engsted, T., Tanggaard, C. (1994). "Cointegration and the US term structure", *Journal of Banking & Finance*, 18, págs. 167-181.
- Engsted, T., Tanggaard, C. (1995). "The predictive power of yield spreads for future interest rates: evidence from the danish term structure", *Scandinavian Journal of Economics*, 97, págs. 145-159.
- Estrella, A., y Hardouvelis, G. A. (1991). "The term structure as predictor of real economic activity", *The Journal of Finance*, 46, págs. 555-577.
- Evans, M. D. D., Lewis, K. K. (1994). "Do stationary risk premia explain it all? Evidence from the term structure", *Journal of Monetary Economics*, 33, págs. 285-318.
- Ezquiaga, I. (1990). "El análisis de la estructura temporal de los tipos de interés en el mercado español", *Información Comercial Española*, 668, págs. 119-140.
- Ezquiaga, I. y Freixas, X. (1991). "El mercado repo de Letras del Tesoro: Análisis empírico", Documento de Trabajo 89-09, vers. 1991, FEDEA.
- Fama, E. F. (1976a). "Inflation uncertainty and expected return on Treasury bills",

- Journal of Political Economics*, 84, págs. 135-162.
- Fama, E. F. (1976b). "Forward rates as predictors of future spot rates", *Journal of Financial Economics*, 3, págs. 316-377.
- Fama, E. F. (1984a). "The information in the term structure", *Journal of Financial Economics*, 13, págs. 509-528.
- Fama, E. F. (1984b). "Term premiums in bond returns", *Journal of Financial Economics*, 13, págs. 529-546.
- Fama, E. F. (1986). "Term premiums and the default premiums in money markets", *Journal of Financial Economics*, 17, págs. 175-196.
- Fama, E. F. (1990). "Term-structure forecast of interest rates, inflation, and real activity", *Journal of Monetary Economics*, 25, págs. 59-76.
- Fama, E. F. y Bliss, R. R. (1987). "The information in long-maturity forward rates", *American Economic Review*, 77, págs. 680-692.
- Fernández, J. L. y Peruga, R. (1997). "Análisis comparativo de tres estadísticos para la contrastación de inestabilidad paramétrica en relaciones de cointegración", Documento de trabajo nº 9702, ICAE, U. Complutense de Madrid.
- Fernández, J. L. y Peruga, R. (1998). "Un contraste ADF secuencial para la detección de cambios en la tendencia estocástica", mimeo, U. Complutense de Madrid (ICAE) y U. Europea de Madrid.
- Fisher, I. (1930). *Theory of Interest*, McMillan, New York.
- Flores, R. (1995a). "A VARMA approach to estimating term premia: The case of the Spanish interbank money market", *Applied Financial Economics*, 5, págs. 409-418.
- Flores, R. (1995b). "Estimación de las primas por plazo sobre tipos de interés en un contexto multivariante", *Revista Española de Economía*, 12, págs. 191-218.
- Freixas, X. (1992). "Estructura temporal de los tipos de interés: Hipótesis teóricas y resultados empíricos", *Investigaciones Económicas*, 16, págs. 187-203.
- Freixas, X. y Novales, A. (1992). "Primas de riesgo y cambio de habitat", *Revista Española de Economía*, Monográfico: Mercados Financieros Españoles, págs. 135-162.
- French, K., Schwert, W. y Stambaugh, R. F. (1987). "Expected stock returns and volatility", *Journal of Financial Economics*, 19, págs. 3-29.
- Friedman, B. M. (1980). "Survey evidence on the 'rationality' of interest rate expectation", *Journal of Monetary Economics*, 6, págs. 453-465.

- Froot, K. A. (1989). "New hope for the expectations hypothesis of the term structure of interest rates", *The Journal of Finance*, 44, págs. 283-305.
- Gallant, A. R. (1981). "On the bias in flexible functional forms and an essentially unbiased form: The Fourier flexible form", *Journal of Econometrics*, 15, págs. 211-244.
- Ghysels, E. A., Harvey, A. C. y Renault, E. (1996). "Stochastic volatility", *Handbook of Statistics*, vol. 14, editado por G. S. Maddala y C. R. Rao, Elsevier, Amsterdam.
- Glosten, L. R., Jagannathan, R. y Runkle, D. E. (1993). "On the relation between the expected value and the volatility of the nominal excess return on stocks", *The Journal of Finance*, 48, págs. 1779-1801.
- Granger, C. W. J. y Ding, Z. (1994). "Stylized facts on the temporal and distributional properties of daily data from speculative markets", Working Paper 94-19, U. California, San Diego.
- Granger, C. W. J. y Ding, Z. (1995). "Some properties of absolute return: An alternative measure of risk", *Annales d'Économie et de Statistique*, 40, págs. 67-91.
- Granger, C. W. J. y Ding, Z. (1996). "Varieties of long memory models", *Journal of Econometrics*, 73, págs. 61-77.
- Gregory, A. W. y Hansen, B. E. (1996). "Residual-based tests for cointegration in models with regime shift", *Journal of Econometrics*, 70, págs. 99-126.
- Hall, A. D., Anderson, H. M. y Granger, C. W. J. (1992). "A cointegration analysis of treasury bill yield", *The Review of Economics and Statistics*, 74, págs. 116-125.
- Hamilton, J. D. (1988). "Rational-expectation econometric analysis of changes in regime", *Journal of Economic Dynamics and Control*, 12, págs. 385-423.
- Hamilton, J. D. (1989). "A new approach to the economic analysis of nonstationary time series and the business cycle", *Econometrica*, 57, págs. 357-384.
- Hansen, L. P. y Hodrick, R. J. (1980). "Forward exchange rates as optimal predictors of future spot rates: an econometric analysis", *Journal of Political Economy*, 88, págs. 289-353.
- Hardouvelis, G. A. (1986). "The predictive power of the term structure during recent monetary regimes", *Journal of Finance*, 43, págs. 339-356.
- Hardouvelis, G. A. (1994). "The term structure spread and future changes in long and short rates in the G7 countries", *Journal of Monetary Economics*, 33, págs. 255-283.
- Harvey, A. C. y Shephard, N. G. (1996). "Estimation of an asymmetric stochastic volatility model for asset returns", *Journal of Business and Economic Statistics*, 14, págs.

429-434.

- Harvey, A. C., Ruiz, E. y Shephard, N. G. (1994). "Multivariate stochastic variance models", *Review of Economic Studies*, 61, págs. 247-264.
- Heath, D., Jarrow, R. y Morton, A. (1992). "Bond pricing and the term structure of interest rates: a new methodology for contingent claims valuation", *Econometrica*, 60, págs. 77-105.
- Henry, O. T. (1998). "The volatility of US term structure term premia 1952-1991", Research Paper 620, U. of Melbourne.
- Hentschel, L. (1995). "All in the family. Nesting symmetric and asymmetric GARCH models", *Journal of Financial Economics*, 39, págs. 71-104.
- Hicks, J. R. (1946). *Value and Capital*, 2nd. ed. Oxford University Press, Oxford.
- Higgins, M. L. y Bera, A. K. (1992). "A class of nonlinear ARCH models", *International Economic Review*, 33, págs. 137-158.
- Hillmer, A. D. y Tiao, G. C. (1979). "Likelihood function of stationary multiple autoregressive moving average models", *Journal of the American Statistical Association*, 79, págs. 652-660.
- Ho, T. S. Y. y Lee S. B. (1986). "Term structure movements and pricing interest rates contingent claims", *Journal of Finance*, 41, págs. 1011-1029.
- Hull, J. y White, A. (1990). "Pricing interest-rate derivatives securities", *The Review of Financial Studies*, 3, págs. 573-592.
- Hull, J. y White, A. (1993). "One-factor interest-rate models and the valuation of interest-rate derivatives securities", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 28, págs. 235-254.
- Hurn, A. S., Moody, T. y Muscatelli, V. A. (1995). "The term structure of interest rates in the London interbank market", *Oxford Economic Papers*, 47, págs. 418-436.
- Jamshidian, F. (1991). "Bond and option valuation in the Gaussian interest rate model", *Research in Finance*, 9, págs. 131-170.
- Jenkins, G. M. y Alavi, A. S. (1981). "Some aspects of modelling and forecasting multivariate time series", *Journal of Time Series Analysis*, 2, págs. 1-47.
- Johansen, S. (1988). "Statistical analysis of cointegration vectors", *Journal of Economics Dynamics and Control*, 12, págs. 231-254.
- Johansen, S. y Juselius, K. (1990). "Maximum likelihood estimation and inference on cointegration with applications to the demand of money", *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 52, págs. 169-210.

- Johnson, P. A. (1994). "On the number of common unit roots in the term structure of interest rates", *Applied Economics*, 26, págs. 815-820.
- Jones, D. S. y Rolley, V. V. (1983). "Rational expectations and the expectation model of the term structure", *Journal of Monetary Economics*, 12, págs. 453-465.
- JPMorgan/Reuters (1996). *RiskMetrics-Technical Document*, fourth ed., New York.
- Kane, E. J. y Malkiel, B. (1967). "The term structure of interest rates: An analysis of survey of interest rate expectations", *Review of Economics and Statistics*, 69, págs. 343-355.
- Keim, D. B. y Stambaugh, R. F. (1986). "Predicting returns in the stock and bond markets", *Journal of Financial Economics*, 17, págs. 327-390.
- Kessel, R. (1965). *The cyclical behavior of the term structure of interest rates*, New York.
- Kim, D. y Kon, S. J. (1994). "Alternative models for the conditional heteroscedasticity of stock returns", *Journal of Business*, 67, págs. 562-598.
- Kraus, A. y Smith, M. (1993). "A simple multifactor term structure model", *The Journal of Fixed Income*, págs. 19-23.
- Kroner, F. K., Kneafsey, K. P. y Claessens, S. (1995). "Forecasting volatility in commodity markets", *Journal of Forecasting*, 14, págs. 77-95.
- Leitch, G. y Tanner, J. E. (1991). "Economic forecast evaluation: profits versus the conventional error measures", *The American Economic Review*, 81, págs. 580-590.
- Leitch, G. y Tanner, J. E. (1995). "Professional economic forecast: are they worth their costs?", *Journal of Forecasting*, 14, págs. 143-157.
- León, A. y Mora, J. (1998). "Modelling conditional heteroskedasticity: Application to the IBEX-35 stock-return index", mimeo, U. Alicante.
- Longstaff, F. A. (1990). "Time varying term premia and traditional hypotheses about the term structure", *The Journal of Finance*, 45, págs. 1307-1314.
- Longstaff, F. A. y Schwartz, E. S. (1992). "Interest rate volatility and the term structure: A two factor general equilibrium model", *Journal of Finance*, 47, págs. 1259-1282.
- Luce, R. D. (1980). "Several possible measures of risk", *Theory and Decision*, 12, págs. 217-228.
- Lutz, F. A. (1940). "The structure of interest rates", *Quarterly Journal of Economics*, 55, págs. 36-63.
- Malkiel, B. G. (1966). *The Term Structure of Interest Rates: Expectations and Behavior*

- Patterns*, Princeton University Press, Princeton.
- Mandelbrot, B. (1963). "The variation of certain speculative prices", *Journal of Business*, 36, págs. 394-419.
- Mankiw, N. G. (1986). "The term structure of interest rates revisited", *Brooking Papers on Economic Activity*, 1, págs. 61-96.
- Mankiw, N. G. y Miron, J. A. (1986). "The changing behavior of the term structure of interest rates", *The Quarterly Journal of Economics*, 101, págs. 211-228.
- Mankiw, N. G. y Summers, L. H. (1984). "Do long-term interest rates overreact to short-term interest rates?", *Brooking Papers of Economics Activity*, 00, págs. 223-242.
- Mankiw, N. G., Miron, J. A. y Weil, D. N. (1987). "The adjustment of expectation of a change in regime: A study of the founding of the Federal Reserve", *American Economic Review*, 77, págs. 358-374.
- Manzano, M. C. y Gálmez, S. (1995). "El mercado interbancario de depósitos y las entidades de crédito", *Boletín Económico del Banco de España*, febrero, págs. 23-35.
- Markowitz, H. M. (1959). *Portfolio Selection*, John Wiley and Sons.
- Martín, A. M. y Pérez Villareal, J. A. (1990). "La estructura temporal de los tipos de interés: El mercado español de depósitos interbancarios", *Moneda y Crédito*, 191, págs. 173-193.
- Mayfield, E. S. y Murphy, R. G. (1996). "Explaining the term structure of interest rates: A panel data approach", *Journal of Economics and Business*, 48, págs. 11-21.
- Merton, R. C. (1980). "On estimating the expected return on the market: An exploratory estimation", *Journal of Financial Economics*, 8, págs. 323-361.
- McCulloch, J. H. (1971). "Measuring the term structure of interest rates", *Journal of Business*, 44, págs. 19-31.
- McCulloch, J. H. (1975). "An estimate of the liquidity premium", *Journal of Political Economics*, 83, págs. 95-119.
- McCulloch, J. H. (1978). "The monotonicity of the term premium. A closer look", *Journal of Financial Economics*, 18, págs. 185-192.
- McDonald, R. y Speight, A. E. H. (1988). "The term structure of interest rates in the UK", *Bulletin of Economic Research*, 40, págs. 287-299.
- McKinnon, J. G. (1991). "Critical values for cointegration tests", en *Long-run Economic Relationships: Readings in Cointegration*, editado por R. Engle y C. Granger, Oxford University Press.

- Mehra, R. y Prescott, E. (1985). "The equity premium: A puzzle", *Journal of Monetary Economics*, 15, págs. 145-161.
- Meiselman, D. (1962). *The term structure of interest rates*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.
- Melino, A. (1988). "The term structure of interest rates: Evidence and theory", *Journal of Economic Surveys*, 2, págs. 335-366.
- Merton, R. C. (1980). "On estimating the expected return on the market: An exploratory estimation", *Journal of Financial Economics*, 8, págs. 323-361.
- Mishkin, F. S. (1980). "Is the preferred-habitat model of the term structure inconsistent with financial market efficiency?", *Journal of Political Economy*, ?, págs. 486-491.
- Mishkin, F. S. (1981a). "Monetary policy and long-term interest rates: An efficient markets-rational expectations approach", *Journal of Monetary Economics*, 7, págs. 29-55.
- Mishkin, F. S. (1981b). "Are market forecast rational?", *The American Economic Review*, págs. 295-306.
- Mishkin, F. S. (1982). "Monetary policy and short-term interest rates: An efficient markets-rational expectations approach", *Journal of Monetary Economics*, 37, págs. 63-72.
- Mishkin, F. S. (1990). "The information in the longer maturity term structure about future inflation", *The Quarterly Journal of Economics*, agosto, págs. 815-828.
- Modigliani, F. y Shiller, R. J. (1973). "Inflation, rational expectations and the term structure of interest rates", *Economica*, 40, págs. 12-43.
- Modigliani, F. y Sutch, R. (1966). "Innovations and interest rates policy", *American Economic Review*, 56, págs. 569-589.
- Moreno, M. (1996). "A two-mean reverting-factor model of the term structure of interest rates", Economic Working Paper 193, U. Pompeu Fabra.
- Moreno, M. y Peña, I. (1996). "On the term structure of interbank interest rates: Jump-diffusion processes and option pricing", Economic Working Paper 191, U. Pompeu Fabra.
- Mougoué, M. (1992). "The term structure of interest rates as a cointegrated system: Empirical evidence from the eurocurrency market", *The Journal of Financial Research*, 15, págs. 285-298.
- Muth, J. F. (1961). "Rational expectation and the theory of price movements", *Econometrica*, 29, págs. 315-335.

- Nelson, C. R. (1972). "Estimation of the term premiums from average yield differentials in term structure of interest rates", *Econometrica*, 40, págs. 277-287.
- Nelson, C. R. y Siegel (1987). "Parsimonious modeling of yield curve for U. S. treasury bills", *Journal of Business*, 60, págs. 473-489.
- Nelson, D. B. (1990a). "ARCH models as diffusions approximations", *Journal of Econometrics*, págs. 7-39.
- Nelson, D. B. (1990b). "Stationarity and persistence in the GARCH(1,1) model", *Econometric Theory*, 6, págs. 318-334.
- Nelson, D. B. (1991). "Conditional heteroskedasticity in asset returns: A new approach", *Econometrica*, 59, n° 2, págs. 347-370.
- Nelson, D. B. (1992). "Filtering and forecasting with misspecified ARCH models I. Getting the right variance with the wrong model", *Journal of Econometrics*, 52, págs. 61-90.
- Nelson, D. B. (1996). "Asymptotically optimal smoothing with ARCH models", *Econometrica*, 64, n° 3, págs. 561-573.
- Nijman, T. E. y Palm F. C. (1992). "Recent developments in modelling volatility in financial data", mimeo, Center of Economic Research, Tilburg University.
- Noh, J., Engle, R. y Kane, A. (1993). "A test of efficiency for the S&P 500 index option market using variance forecasts", WP 93-32, U. California, San Diego.
- Nouzard, F. y Grennier, R. S. (1995). "Cointegration analysis of the expectation theory of the term structure", *Journal of Economics and Business*, 47, págs. 281-292.
- Novalés, A. y Gracia-Díez, M (1993). "Guía para la estimación de modelos ARCH", *Estadística Española*, 132, págs. 5-38.
- Núñez, S. (1995). "Estimación de la estructura temporal de los tipos de interés en España: Elección entre métodos alternativos", Documento de Trabajo n° 9522, Banco de España.
- Officer, R. R. (1973). "The variability of the market factor of New York Stock Exchange", *Journal of Business*, 46, págs. 434-453.
- Osterwald-Lenum, M. (1992). "A note with fractiles of the asymptotic distribution of the maximum likelihood cointegration rank test statistics: Four cases", *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 54, págs. 461-472.
- Pagan, A. y Schwert W. (1990). "Alternative models for conditional stock volatility", *Journal of Econometrics*, 45, págs. 267-290.
- Pagan, A. R., Hall, A. D. y Martin, V. (1996). "Modeling the term structure", *Handbook of Statistics*, vol. 14, págs. 91-118, editado por G. S. Maddala y C. R. Rao,

- Elsevier Science B. V., Amsterdam.
- Palm, F. C. (1996). "GARCH models for volatility", *Handbook of Statistics*, vol. 14, págs. 209-240, editado por G. S. Maddala y C. R. Rao, Elsevier Science B. V., Amsterdam.
- Penacchi, G. (1991). "Identifying the dynamics of real interest rates and inflation: Evidence using survey data", *Review of Financial Studies*, 4, págs. 53-86.
- Pérez, J. V., M. Sáez y C. Murillo (1997). "Expectativas y volatilidad condicionada. Los tipos de interés en el mercado interbancario", *Revista de Economía Aplicada*, 13, págs. 83-107.
- Pesando, J. E. (1975). "Determinants of term premiums in the market for United States treasury bills", *The Journal of Finance*, 30, págs. 1317-1327.
- Robles, M. D. y Flores, R. (1996). "Time varying term premia and risk: The case of the Spanish Interbank Money Market", *Applied Financial Economics*, en prensa.
- Rudebusch, G. D. (1995). "Federal reserve interest rate targeting, rational expectation and the term structure", *Journal of Monetary Economics*, 35, págs. 245-274.
- Ruíz, E. (1994). "Modelos para series temporales heterocedásticas", *Cuadernos Económicos de I. C. E.*, 56, págs. 73-108.
- Sáez, M. y Pérez-Rodríguez, J. V. (1994). "Modelos autorregresivos para la varianza condicionada heteroscedástica (ARCH)", Economic Working Paper 95, U. Pompeu Fabra.
- Salyer, K. D. (1990). "The term structure and time series properties of nominal interest rates: Implications from theory", *Journal of Money, Credit and Banking*, 22, págs. 478-490.
- Schwartz, G. (1978). "Estimating the dimension of a model", *Annals of Statistics*, 6, págs. 461-464.
- Schwert, G. W. (1989). "Why does stock market volatility change over time?", *Journal of Finance*, 44, págs. 1115-1153.
- Sentana, E. (1995). "Quadratic ARCH models", *Review of Economic Studies*, 62, págs. 639-661.
- Shephard, N. G. (1996). "Statistical aspects of ARCH and Stochastic volatility", en *Time Series Models in Econometrics, Finance and other Fields*, editado por D. R. Cox, D. V. Hinkley y O. E. Barndorff-Nielsen, Chapman and Hall, Londres.
- Shiller, R. J. (1979). "The volatility of long-term interest rates and expectation models of the term structure", *Journal of Political Economy*, 87, págs. 1190-1219.
- Shiller, R. J. (1986). "Comments and discussion", *Brooking Papers on Economic*

- Activity*, 1, págs. 100-107.
- Shiller, R. J. y McCulloch J. H. (1990). "The term structure of interest rates", *Handbook of Monetary Economics*, vol. I, cap. 13, págs. 626-723, editado por B. M. Friedman y Han F. H., North Holland, Amsterdam.
- Shiller, R. J., Campbell, J. Y. y Schoenholtz, K. L. (1983). "Forward rates and future policy: Interpreting the term structure of interest rates", *Brookings Papers on Economic Activity*, 1, págs. 173-217.
- Siklos, P. L. y Wohar, M. E. (1996). "Cointegration and the term structure: A multicountry comparison", *International Review of Economics and Finance*, 5, págs. 21-34.
- Silverman, B. W. (1986). *Density Estimation for Statistic and Data Analisis*, Chapman and Hall, Londres.
- Singleton, K. J. (1989). "Modeling the term structure of interest rates in general equilibrium", *Theory of Valuation: Frontiers of Modern Financial Theory*, vol. 1, págs. 152-164, editado por S. Bhattacharya y G. M. Constantinides, Rowman and Littlefield, Totowa, New Jersey.
- Sola, M. y Driffill, J. (1994). "Testing the term structure of interest rates using a stationary vector autoregression with regime switching", *Journal of Economic Dynamics and Control*, 18, págs. 601-628.
- Stambaugh, R. (1988). "The information in forward rates: Implications for models of the term structure", *Journal of Financial Economics*, 21, págs. 41-70.
- Svenson, L. (1994). "Estimating and interpreting forward interest: Sweden 1992-1994", Working Paper 4871, NBER, Cambridge, Massachusetts.
- Taylor, M. P. (1986). *Modeling Financial Time Series*. Wiley, New York.
- Taylor, M. P. (1992). "Modeling the yield curve", *Economic Journal*, 102, págs. 524-537.
- Taylor, M. P. (1994). "Modeling stochastic volatility: A review and comparative study", *Mathematical Finance*, 4, págs. 183-204.
- Tiao, G. C. y Box, G. E. P. (1981). "Modeling multiple time series with applications", *Journal of the American Statistical Association*, 75, págs. 802-816.
- Tiao, G. C. y Tsay, R. S. (1983). "Multiple time series and extended sample cross-correlations", *Journal of Business and Economics Statistics*, 1, págs. 43-56.
- Tzavalis, E. y Wickens, M. R. (1995). "The persistence in volatility of the US term premium 1970-1986", *Economic Letters*, 49, págs. 381-389.
- Vasicek, O. A. (1977). "An equilibrium characterization of the term structure", *Journal*

- of *Financial Economics*, 5, págs. 177-188.
- Vasicek, O. A. y Fong, H. G. (1982). "Term structure modeling using exponential splines", *Journal of Finance*, 37, págs. 339-348.
- Vetzal, K. R. (1994). "A survey of stochastic continuous time models of the term structure of interest rates", *Insurance: Mathematics and Economics*, 14, págs. 139-161.
- Vetzal, K. R. (1992). "The impact of stochastic volatility on bond option prices", Working Paper 92-08, U. of Waterloo Institute of Insurance and Pension Research.
- West, K. D. y Cho, D. (1995). "The predictive ability of several models of exchange volatility", *Journal of Econometrics*, 69, págs. 367-391.
- West, K. D., Edison, H. J. y Cho, D. (1993). "A utility-based comparison of some models of exchange rate volatility", *Journal of International Economics*, 35, págs. 23-45.
- Weston, J. (1986). "Industry characteristics and earnings estimates", Anderson Graduate School of Management, mimeo, U. California, Los Angeles.
- Wickens, M. R. (1996). "Interpreting cointegrating vectors and common stochastic trends", *Journal of Econometrics*, 74, págs. 255-271.
- Zakoian, J. M. (1994). "Threshold heteroskedasticity models", *Journal of Economic Dynamics and Control*, 18, págs. 931-955.

# Anexo

## Tipos de Interés del MIDE Capitalización simple base 360

Fecha	1 día	7 días	15 días	30 días
4-ene-89	0.12619	0.12766	0.12953	0.13154
11-ene-89	0.12133	0.12459	0.12631	0.13120
18-ene-89	0.12712	0.12730	0.12923	0.13183
25-ene-89	0.12343	0.12400	0.12617	0.13006
1-feb-89	0.12111	0.12887	0.13346	0.13712
8-feb-89	0.13409	0.13499	0.13624	0.13848
15-feb-89	0.13435	0.13479	0.13610	0.13918
22-feb-89	0.13392	0.13535	0.13793	0.14111
1-mar-89	0.13424	0.13724	0.14084	0.14325
8-mar-89	0.13988	0.14080	0.14287	0.14484
15-mar-89	0.13958	0.14029	0.14150	0.14472
22-mar-89	0.14033	0.13951	0.14125	0.14460
29-mar-89	0.13898	0.13969	0.14066	0.14376
5-abr-89	0.13782	0.13809	0.13924	0.14155
12-abr-89	0.13678	0.13920	0.14063	0.14265
19-abr-89	0.14104	0.14115	0.14177	0.14302
26-abr-89	0.13581	0.13756	0.13988	0.14440
3-may-89	0.14368	0.14229	0.14491	0.14709
10-may-89	0.13885	0.14070	0.14266	0.14459
17-may-89	0.13838	0.13883	0.14047	0.14246
24-may-89	0.13937	0.13971	0.14116	0.14289
31-may-89	0.14069	0.14147	0.14254	0.14398
7-jun-89	0.14167	0.14196	0.14275	0.14375
14-jun-89	0.14459	0.14523	0.14608	0.14700
21-jun-89	0.13802	0.14025	0.14200	0.14468
28-jun-89	0.15184	0.15130	0.15050	0.15121
5-jul-89	0.15600	0.15563	0.15619	0.15675
12-jul-89	0.14435	0.14869	0.15267	0.15440
19-jul-89	0.15145	0.15294	0.15415	0.15597
26-jul-89	0.15230	0.15277	0.15223	0.15298
2-ago-89	0.14700	0.15028	0.15063	0.15208

**Tipos de Interés del MIDE**  
**Capitalización simple base 360**

<b>Fecha</b>	<b>1 día</b>	<b>7 días</b>	<b>15 días</b>	<b>30 días</b>
9-ago-89	0.15211	0.15280	0.15325	0.15375
16-ago-89	0.15235	0.15279	0.15353	0.15402
23-ago-89	0.15163	0.15180	0.15250	0.15257
30-ago-89	0.14901	0.14998	0.15080	0.15203
6-sep-89	0.15287	0.15279	0.15287	0.15281
13-sep-89	0.15185	0.15172	0.15159	0.15201
20-sep-89	0.14684	0.14768	0.14836	0.14926
27-sep-89	0.14790	0.14812	0.14870	0.14906
4-oct-89	0.14874	0.14880	0.14900	0.14932
11-oct-89	0.14640	0.14792	0.14914	0.14973
18-oct-89	0.14849	0.14866	0.14921	0.14940
25-oct-89	0.14777	0.14833	0.14878	0.14952
1-nov-89	0.14775	0.14892	0.14990	0.15037
8-nov-89	0.15111	0.15195	0.15195	0.15217
15-nov-89	0.15070	0.15113	0.15192	0.15259
22-nov-89	0.15324	0.15273	0.15300	0.15357
29-nov-89	0.15171	0.15270	0.15286	0.15420
6-dic-89	0.15405	0.15413	0.15479	0.15590
13-dic-89	0.15596	0.15662	0.15721	0.15863
20-dic-89	0.15693	0.15796	0.15953	0.16056
27-dic-89	0.15886	0.16004	0.16064	0.16124
3-ene-90	0.15503	0.15674	0.15752	0.15971
10-ene-90	0.15346	0.15378	0.15562	0.15692
17-ene-90	0.15096	0.15130	0.15311	0.15392
24-ene-90	0.15048	0.15041	0.15104	0.15202
31-ene-90	0.15082	0.15071	0.15160	0.15247
7-feb-90	0.15065	0.15082	0.15212	0.15225
14-feb-90	0.15021	0.15058	0.15156	0.15267
21-feb-90	0.15216	0.15119	0.15203	0.15263
28-feb-90	0.15259	0.15237	0.15355	0.15428
7-mar-90	0.15018	0.15039	0.15142	0.15309
14-mar-90	0.14950	0.14995	0.15135	0.15159
21-mar-90	0.14927	0.14958	0.15057	0.15242
28-mar-90	0.14499	0.14547	0.14696	0.14891
4-abr-90	0.14602	0.14570	0.14637	0.14737
11-abr-90	0.14670	0.14593	0.14666	0.14704
18-abr-90	0.14581	0.14617	0.14672	0.14747
25-abr-90	0.14523	0.14572	0.14641	0.14767
2-may-90	0.14687	0.14619	0.14640	0.14758
9-may-90	0.14635	0.14696	0.14811	0.14984
16-may-90	0.14683	0.14736	0.14829	0.14928
23-may-90	0.14654	0.14698	0.14712	0.14807
30-may-90	0.14675	0.14686	0.14705	0.14790
6-jun-90	0.14786	0.14764	0.14800	0.14844
13-jun-90	0.14816	0.14819	0.14849	0.14885
20-jun-90	0.14608	0.14641	0.14731	0.14827
27-jun-90	0.14736	0.14749	0.14849	0.14858
4-jul-90	0.14788	0.14798	0.14820	0.14868
11-jul-90	0.14808	0.14825	0.14835	0.14856
18-jul-90	0.14798	0.14829	0.14836	0.14881

**Tipos de Interés del MIDE**  
**Capitalización simple base 360**

<b>Fecha</b>	<b>1 día</b>	<b>7 días</b>	<b>15 días</b>	<b>30 días</b>
25-jul-90	0.14613	0.14641	0.14695	0.14811
1-ago-90	0.14583	0.14691	0.14688	0.14794
8-ago-90	0.14494	0.14557	0.14650	0.14707
15-ago-90	0.14639	0.14639	0.14679	0.14750
22-ago-90	0.14682	0.14707	0.14735	0.14794
29-ago-90	0.14666	0.14720	0.14800	0.14855
5-sep-90	0.14725	0.14748	0.14842	0.14994
12-sep-90	0.14663	0.14717	0.14770	0.14899
19-sep-90	0.14680	0.14690	0.14765	0.14875
26-sep-90	0.14669	0.14670	0.14730	0.14819
3-oct-90	0.14678	0.14704	0.14745	0.14813
10-oct-90	0.14590	0.14571	0.14691	0.14741
17-oct-90	0.14615	0.14594	0.14708	0.14771
24-oct-90	0.14561	0.14598	0.14704	0.14728
31-oct-90	0.14693	0.14704	0.14733	0.14783
7-nov-90	0.14695	0.14699	0.14745	0.14790
14-nov-90	0.14702	0.14700	0.14755	0.14784
21-nov-90	0.14712	0.14725	0.14752	0.14803
28-nov-90	0.14726	0.14714	0.14758	0.14803
5-dic-90	0.14754	0.14736	0.14782	0.14834
12-dic-90	0.15022	0.14859	0.14867	0.14923
19-dic-90	0.14853	0.14857	0.14885	0.15014
26-dic-90	0.14951	0.14937	0.14957	0.15120
2-ene-91	0.15523	0.15024	0.15099	0.15110
9-ene-91	0.15073	0.15088	0.15127	0.15170
16-ene-91	0.14679	0.14726	0.14936	0.14912
23-ene-91	0.14618	0.14661	0.14741	0.14835
30-ene-91	0.14377	0.14543	0.14686	0.14774
6-feb-91	0.14553	0.14637	0.14736	0.14785
13-feb-91	0.14552	0.14628	0.14691	0.14749
20-feb-91	0.14578	0.14616	0.14650	0.14653
27-feb-91	0.14562	0.14574	0.14558	0.14589
6-mar-91	0.14575	0.14596	0.14557	0.14460
13-mar-91	0.14554	0.14559	0.14577	0.14375
20-mar-91	0.13670	0.13690	0.13713	0.13725
27-mar-91	0.13593	0.13574	0.13607	0.13542
3-abr-91	0.13716	0.13694	0.13704	0.13702
10-abr-91	0.13584	0.13524	0.13570	0.13565
17-abr-91	0.13615	0.13596	0.13623	0.13620
24-abr-91	0.13762	0.13605	0.13611	0.13597
1-may-91	0.13716	0.13703	0.13668	0.13640
8-may-91	0.13610	0.13606	0.13554	0.13445
15-may-91	0.13001	0.12888	0.12872	0.12857
22-may-91	0.12836	0.12827	0.12831	0.12803
29-may-91	0.12727	0.12734	0.12742	0.12750
5-jun-91	0.12695	0.12717	0.12713	0.12710
12-jun-91	0.12404	0.12454	0.12456	0.12459
19-jun-91	0.12807	0.12789	0.12800	0.12774
26-jun-91	0.12836	0.12803	0.12795	0.12783
3-jul-91	0.12801	0.12794	0.12779	0.12780

**Tipos de Interés del MIDE**  
**Capitalización simple base 360**

<b>Fecha</b>	<b>1 día</b>	<b>7 días</b>	<b>15 días</b>	<b>30 días</b>
10-jul-91	0.12760	0.12777	0.12800	0.12771
17-jul-91	0.12749	0.12761	0.12794	0.12799
24-jul-91	0.12653	0.12698	0.12760	0.12803
31-jul-91	0.12713	0.12712	0.12735	0.12771
7-ago-91	0.12706	0.12721	0.12762	0.12762
14-ago-91	0.12594	0.12616	0.12643	0.12664
21-ago-91	0.12586	0.12585	0.12632	0.12633
28-ago-91	0.12591	0.12611	0.12623	0.12627
4-sep-91	0.12598	0.12608	0.12621	0.12568
11-sep-91	0.12598	0.12610	0.12610	0.12582
18-sep-91	0.12588	0.12596	0.12597	0.12583
25-sep-91	0.12637	0.12638	0.12629	0.12630
2-oct-91	0.12685	0.12694	0.12689	0.12690
9-oct-91	0.12624	0.12655	0.12676	0.12659
16-oct-91	0.12562	0.12619	0.12628	0.12647
23-oct-91	0.12227	0.12390	0.12567	0.12589
30-oct-91	0.12639	0.12649	0.12644	0.12681
6-nov-91	0.12616	0.12630	0.12631	0.12646
13-nov-91	0.12607	0.12632	0.12656	0.12676
20-nov-91	0.12590	0.12598	0.12633	0.12677
27-nov-91	0.12619	0.12610	0.12639	0.12691
4-dic-91	0.12593	0.12629	0.12643	0.12719
11-dic-91	0.12603	0.12622	0.12650	0.12726
18-dic-91	0.12715	0.12775	0.12694	0.12855
25-dic-91	0.12724	0.12767	0.12777	0.12890
1-ene-92	0.12786	0.12800	0.12825	0.12915
8-ene-92	0.12726	0.12735	0.12763	0.12791
15-ene-92	0.12742	0.12742	0.12761	0.12784
22-ene-92	0.12603	0.12642	0.12715	0.12763
29-ene-92	0.12728	0.12719	0.12741	0.12780
5-feb-92	0.12689	0.12741	0.12743	0.12777
12-feb-92	0.12735	0.12735	0.12762	0.12813
19-feb-92	0.12453	0.12595	0.12501	0.12627
26-feb-92	0.12459	0.12462	0.12496	0.12507
4-mar-92	0.12462	0.12477	0.12494	0.12509
11-mar-92	0.12413	0.12430	0.12489	0.12515
18-mar-92	0.12403	0.12448	0.12487	0.12518
25-mar-92	0.12253	0.12430	0.12449	0.12494
1-abr-92	0.12171	0.12256	0.12370	0.12453
8-abr-92	0.12260	0.12243	0.12315	0.12434
15-abr-92	0.11677	0.12185	0.12298	0.12442
22-abr-92	0.11993	0.12138	0.12271	0.12389
29-abr-92	0.12434	0.12436	0.12429	0.12438
6-may-92	0.12408	0.12420	0.12437	0.12479
13-may-92	0.12512	0.12487	0.12469	0.12476
20-may-92	0.12316	0.12391	0.12426	0.12462
27-may-92	0.12392	0.12420	0.12444	0.12484
3-jun-92	0.12338	0.12392	0.12429	0.12485
10-jun-92	0.12465	0.12494	0.12497	0.12529
17-jun-92	0.12339	0.12409	0.12433	0.12503

**Tipos de Interés del MIDE**  
**Capitalización simple base 360**

<b>Fecha</b>	<b>1 día</b>	<b>7 días</b>	<b>15 días</b>	<b>30 días</b>
24-jun-92	0.12435	0.12451	0.12475	0.12517
1-jul-92	0.12425	0.12444	0.12448	0.12499
8-jul-92	0.12512	0.12502	0.12505	0.12553
15-jul-92	0.12411	0.12613	0.12696	0.12762
22-jul-92	0.12931	0.13056	0.13149	0.13200
29-jul-92	0.13133	0.13155	0.13176	0.13243
5-ago-92	0.13107	0.13174	0.13199	0.13281
12-ago-92	0.12950	0.13030	0.13151	0.13237
19-ago-92	0.12953	0.13046	0.13116	0.13243
26-ago-92	0.12940	0.13045	0.13138	0.13333
2-sep-92	0.12975	0.13050	0.13150	0.13261
9-sep-92	0.13157	0.13169	0.13465	0.13619
16-sep-92	0.13464	0.13464	0.13951	0.14388
23-sep-92	0.13659	0.14113	0.14750	0.14903
30-sep-92	0.13732	0.14101	0.14397	0.14906
7-oct-92	0.13674	0.13770	0.13889	0.14109
14-oct-92	0.13019	0.13196	0.13305	0.13511
21-oct-92	0.13123	0.13182	0.13350	0.13456
28-oct-92	0.13471	0.13495	0.13596	0.13668
4-nov-92	0.14012	0.13855	0.13889	0.13870
11-nov-92	0.13990	0.13876	0.13933	0.13931
18-nov-92	0.14843	0.15011	0.15090	0.15229
25-nov-92	0.16542	0.15278	0.15165	0.15233
2-dic-92	0.14959	0.15421	0.15741	0.15922
9-dic-92	0.15065	0.15156	0.15117	0.15152
16-dic-92	0.14634	0.14921	0.15008	0.15263
23-dic-92	0.14752	0.14755	0.14915	0.14996
30-dic-92	0.15788	0.15594	0.15392	0.15293
6-ene-93	0.15067	0.15115	0.15238	0.15270
13-ene-93	0.14392	0.14264	0.14300	0.14406
20-ene-93	0.13569	0.13568	0.13688	0.13713
27-ene-93	0.13752	0.13729	0.13781	0.13806
3-feb-93	0.13227	0.13191	0.13205	0.13266
10-feb-93	0.13404	0.13319	0.13330	0.13363
17-feb-93	0.17857	0.16452	0.18625	0.17919
24-feb-93	0.16548	0.16630	0.16363	0.16474
3-mar-93	0.16156	0.16174	0.16247	0.16080
10-mar-93	0.16057	0.16047	0.15981	0.16014
17-mar-93	0.15734	0.15965	0.15947	0.16008
24-mar-93	0.14059	0.13964	0.14036	0.13945
31-mar-93	0.13532	0.13573	0.13693	0.13838
7-abr-93	0.13689	0.13988	0.13886	0.14431
14-abr-93	0.13324	0.13317	0.13346	0.13398
21-abr-93	0.15677	0.15921	0.15787	0.15794
28-abr-93	0.15669	0.15729	0.15688	0.15780
5-may-93	0.17316	0.17327	0.17500	0.17198
12-may-93	0.12487	0.12414	0.12194	0.12040
19-may-93	0.11586	0.11622	0.11631	0.11661
26-may-93	0.11942	0.12232	0.12201	0.12206
2-jun-93	0.11760	0.11748	0.11743	0.11619

**Tipos de Interés del MIDE**  
**Capitalización simple base 360**

<b>Fecha</b>	<b>1 día</b>	<b>7 días</b>	<b>15 días</b>	<b>30 días</b>
9-jun-93	0.11819	0.11826	0.11897	0.11857
16-jun-93	0.11370	0.11321	0.11412	0.11178
23-jun-93	0.11386	0.11390	0.11341	0.11294
30-jun-93	0.11173	0.11188	0.11195	0.11108
7-jul-93	0.11232	0.11233	0.11233	0.11231
14-jul-93	0.11672	0.11496	0.11492	0.11508
21-jul-93	0.13480	0.13719	0.13773	0.13292
28-jul-93	0.11087	0.11101	0.11285	0.11124
4-ago-93	0.10618	0.10863	0.10817	0.11081
11-ago-93	0.10683	0.10720	0.10763	0.10778
18-ago-93	0.10552	0.10615	0.10599	0.10615
25-ago-93	0.10588	0.10484	0.10618	0.10503
1-sep-93	0.10145	0.10151	0.10197	0.10224
8-sep-93	0.10192	0.10161	0.10192	0.10147
15-sep-93	0.10288	0.10234	0.10185	0.10164
22-sep-93	0.10144	0.10132	0.10144	0.10147
29-sep-93	0.10191	0.10188	0.10201	0.10196
6-oct-93	0.10714	0.10215	0.10211	0.10211
13-oct-93	0.09689	0.09701	0.09698	0.09691
20-oct-93	0.09366	0.09423	0.09411	0.09397
27-oct-93	0.09592	0.09591	0.09574	0.09523
3-nov-93	0.09430	0.09492	0.09850	0.09848
10-nov-93	0.09381	0.09405	0.09426	0.09391
17-nov-93	0.09449	0.09464	0.09434	0.09408
24-nov-93	0.09462	0.09444	0.09400	0.09376
1-dic-93	0.09204	0.09310	0.09239	0.09232
8-dic-93	0.09168	0.09189	0.09173	0.09183
15-dic-93	0.09104	0.09280	0.09367	0.09467
22-dic-93	0.08994	0.09081	0.09124	0.09138
29-dic-93	0.09186	0.09154	0.09178	0.09162
5-ene-94	0.09066	0.09210	0.09224	0.09225
12-ene-94	0.09071	0.09092	0.09027	0.09049
19-ene-94	0.08675	0.08881	0.08877	0.08901
26-ene-94	0.08883	0.08874	0.08833	0.08799
2-feb-94	0.08898	0.08888	0.08905	0.08888
9-feb-94	0.08893	0.08901	0.08911	0.08903
16-feb-94	0.08688	0.08693	0.08685	0.08667
23-feb-94	0.08735	0.08684	0.08689	0.08699
2-mar-94	0.08176	0.08199	0.08198	0.08210
9-mar-94	0.08178	0.08189	0.08205	0.08208
16-mar-94	0.08066	0.08078	0.08120	0.08117
23-mar-94	0.08109	0.08071	0.08109	0.08110
30-mar-94	0.08122	0.08119	0.08127	0.08102
6-abr-94	0.08091	0.08092	0.08118	0.08008
13-abr-94	0.08086	0.08062	0.08080	0.08024
20-abr-94	0.07617	0.07693	0.07770	0.07807