

UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID

FACULTAD DE CIENCIAS GEOLÓGICAS

Departamento de Geodinámica



**SOBRE LA TEORÍA DEL CAOS APLICADA EN
SISMOTECTÓNICA: GEOMETRÍA FRACTAL DE FALLAS
Y TERREMOTOS**

MEMORIA PARA OPTAR AL GRADO DE DOCTOR

PRESENTADA POR

Raúl Pérez López

Bajo la dirección de los doctores

Alfonso Muñoz Martín
Carlos Paredes Bartolomé

Madrid, 2003

ISBN: 84-669-1866-3

Universidad Complutense de Madrid



SOBRE LA TEORÍA DEL CAOS APLICADA EN SISMOTECTÓNICA:

Geometría fractal de fallas y terremotos



Raúl Pérez López

FACULTAD DE CIENCIAS GEOLÓGICAS
Departamento de Geodinámica



Madrid, 2003



**RAÚL PÉREZ
LÓPEZ
-2003-**

**SOBRE LA TEORÍA DEL CAOS APLICADA EN SISMOTECTÓNICA:
geometría fractal de fallas y terremotos**



Este trabajo constituye la memoria de la tesis doctoral presentada por el autor en la Universidad Complutense de Madrid, bajo la dirección de los profesores Carlos Paredes Bartolomé y Alfonso Muñoz Martín, a finales del año 2003.

La naturaleza aparece como una geometría fractal ubicua que está presente en todas las propiedades que podamos analizar. Formas rugosas retorcidas, escabrosas, pero sobre todo, invariables al cambio de escala. Son los fractales, geometrías que permiten acotar áreas finitas por perímetros infinitos. Estas geometrías son el resultado de algo mayor, son el resultado de la dinámica del caos.

La aplicación de la teoría del caos en sismicidad muestra que si bien Dios no juega a los dados, los terremotos tampoco.

Sobre la Teoría del Caos aplicada en Sismotectónica: geometría fractal de fallas y terremotos



Raúl Pérez López

Tesis Doctoral de la Universidad Complutense de Madrid
Doctorado en Ciencias Geológicas
Madrid

AGRADECIMIENTOS Y MENCIONES ESPECIALES

En primer lugar, quiero agradecer a mis padres el esfuerzo que siempre han hecho para que, tanto yo como mis hermanos, tuviésemos al alcance de nuestra mano todos los recursos posibles para estudiar, alimentando así nuestra curiosidad científica y cultural. Junto con el cariño que me han mostrado, ambos sucesos representan la llave que explica la existencia de esta memoria de tesis doctoral. Gracias mamá, gracias papá. Os quiero y os doy dos inmensos besos. Y aquí incluyo a mis Hermanos, Hugo, Beltrán y Rodrigo, aquellos que mejor me conocen y me quieren.

Un lugar especial está reservado para Pepi, mi mujer y la niña de mis ojos, alegría de mi alma. Y para el fruto de nuestro amor, Hugo (U2), ese pequeño ser que siempre tiene una sonrisa y una mirada sincera para cualquiera que esté dispuesto a ser querido. Gracias no puedo daros, pero si amor, mucho amor.

En tercer lugar debo de mencionar la ímproba labor realizada por mis directores de tesis, Carlos Paredes Bartolomé y Alfonso Muñoz Martín en la tarea de codirección. Gracias a ambos por vuestros sabios consejos cuyo único fin era lograr que entre todos pusiésemos nuestro granito de arena en ese inmenso engranaje que configura la ciencia. También aquí hago una mención a Gerardo de Vicente Muñoz, uno de mis codirectores y que por divergencia de criterio y de vida nos separamos del camino de la ciencia. Gracias por confiar alguna vez en mí.

De forma afectiva, cariñosa y de eterno agradecimiento, menciono al profesor Armando Cisternas Silva, del *Institut de Physique du Globe de Strasbourg*. Es imposible resumir en una sola vida todo lo que he llegado a aprender de ti, maestro, pero baste decir que mi encuentro contigo supone converger hacia el denominado punto de Feigenbaum. Un fuerte beso de alguien que te quiere y aprecia. Y que decir de Carlos Paredes, mi amigo antes que mi director, nunca dejaras de enseñarme cosas, tenías razón Carlos, el periodo tres implica caos, tu me entiendes ¿no?.

Mil gracias a mis amigos, compañeros y sufridores de becas y demás remiendos administrativos a la creatividad científica, a Silvia Martín Velázquez y a Miguel Ángel Rodríguez Pascua. Ambos compañeros de todo y ahora impagados profesores. Cuanto campo hemos mascado ¿eh Miguelón?, y lo que aún nos queda!!!. Silvia tienes una familia estupenda, y eso es siempre mejor que una tesis. Soy afortunado en conoceros. Gracias también a Carmen Rey, compañera de geología submarina, a Nieves Sánchez, compañera de estancia antártica, a Geles, la mujer mas razonable que conozco, y a la Dra. Olga Prieto, la persona que más me ha enseñado en planetología, una de las mentes más prodigiosas en conjunción con un sentido del humor exquisito; a Julián Mayordomo, un geólogo como la copa de un pino, a Fidel Martín, alguien difícil de convencer, a David Uribelarrea, la primera persona que conocí en geológicas e infatigable compañero de estudios y doctorado, a Meaza Tsige, por su extraño humor y sincero cariño, a Pilar Villamor por su energía y disfrute de la vida, a David Gómez, alguien, pero que muy inteligente, a Pedro Ángel Ramos, el eterno amante, a Loreto Antón, la chica más espabilada del departamento, a Carmina, toda una personalidad para conocer. Gracias a todos por escucharme, apoyarme y enseñarme.

Debo mencionar con especial cariño a mis amigos y compañeros de campaña antártica, José Jesús Martínez Díaz y Jorge Giner. Juntos, hemos pateado los cretácicos del pirineo francés, las cuevas de *Moullis* y *St Catherine*. Es una placer ir con vosotros chicos, ¡y que decir de lo que he aprendido con vosotros en el campo!. ¡¡Gracias, chicos, menuda travesía del Estrecho de Magallanes y del Cabo de Hornos nos espera!!.

También quiero mostrar mi cariño por Santiago Nieva y José Ortega, mis almas gemelas, mis “yo” paralelos, mis compañeros de vida. Juntos, formamos un triunvirato estigmatizados por “la maldición de la vertical”, grandes escaladores que triscamos por el Galayar, la Pedriza, Pirineos,

Sobre la Teoría del Caos aplicada en Sismotectónica: geometría fractal de fallas y terremotos



Escuela Técnica Superior
de Ingenieros de Minas

Esta tesis doctoral ha sido realizada por D. Raúl Pérez López en el Departamento de Geodinámica de la Facultad de Ciencias Geológicas de la Universidad Complutense de Madrid, el Departamento de Matemática Aplicada y Métodos Informáticos de la Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Minas de la Universidad Politécnica de Madrid, y en el Departament de Sismologie et Tectonique dans Institut de Physique du Globe de Strasbourg, Université Louis Pasteur, bajo la dirección del Dr. Alfonso Muñoz Martín (UCM) y del Dr. Carlos Paredes Bartolomé (ETSIM), y tutelado por el Dr. Armando Cisternas (EOST-IPGS)

Madrid, Diciembre del año 2003.

Fdo: Dr. Alfonso Muñoz
U.C.M.

Fdo: Dr. Carlos Paredes
U.P.M.

El doctorando Raúl Pérez López

Fdo: Dr. Armando Cisternas (EOST-IPGS)

Sobre la TEORÍA del CAOS aplicada en SISMOTECTÓNICA: Geometría FRACTAL de FALLAS y TERREMOTOS

On Chaos Theory applied in seismotectonics: fractal geometry of faults and earthquakes

-RAÚL PÉREZ LÓPEZ-

2003

?

ÍNDICE GENERAL

CAPÍTULO 1.



1- DINÁMICA DE SISTEMAS NO-LINEALES: TECTÓNICA y CAOS (pag 1)

RESUMEN	5
1.1 Introducción	6
<i>Sistemas, caos y geología</i>	11
<i>1.1 Fenómenos críticos y estructuras fractales</i>	13
1.2 Objetivo de esta tesis: esquema de trabajo	15
1.3 Definición de Dimensión Fractal, Dimensiones generalizadas de Renyi	23
<i>1.3.1 Noción de dimensión, Dimensión de Hausdorff y Dimensión Fractal</i>	26
Aplicación sobre el Conjunto de Cantor	27
<i>1.3.2 Dimensión de Capacidad, D_0</i>	31
<i>1.3.3 Dimensión de Información, D_1</i>	32
<i>1.3.4 Dimensión de Correlación, D_2</i>	32
<i>1.3.5 Dimensiones de orden superior, D_q</i>	33
1.4 Clasificación geométrica de los conjuntos fractales	34
<i>1.4.1 Definición de autosemejanza y autoafinidad</i>	34
<i>1.4.2 Análisis Fractal de la geometría: técnica de box-counting</i>	35
Resolución gráfica de le escala máxima y mínima	38
1.5 La distribución espacial de la fracturación como una geometría fractal	40
<i>1.5.1 Invarianza al cambio de escala de la fracturación</i>	40
<i>1.5.2 Variabilidad espacial de la dimensión fractal: anisotropía</i>	41

1.6 Comportamiento no lineal en sismicidad: dinámica espacio-temporal	44
1.6.1 <i>Introducción</i>	44
1.6.2 <i>Los terremotos como una estructura fractal</i>	45
1.6.3 <i>Modelo de Criticalidad Auto-organizada (CAO)</i>	46
1.6.4 <i>Series Temporales Sísmicas</i>	50
1.7 Teoría de la Información de Shannon	51
1.7.1 <i>Introducción</i>	51
1.7.2 <i>Entropía de Información y Entropía de Configuración</i>	52
1.7.3 <i>Escala de máxima información</i>	54
REFERENCIAS DEL CAPÍTULO 1	55

CAPÍTULO 2:



2- ANÁLISIS FRACTAL DE LA DISTRIBUCIÓN ESPACIAL DE FRACTURAS (pag. 61)

RESUMEN	65
2.1 Introducción	66
2.2 Localización Geográfica y marco geológico del área de estudio	68
2.2.1 <i>Encuadre Geodinámico de la fracturación</i>	70
Tectónica Tardihercínica	
Tectónica Alpina	
2.2.2 <i>Macizo granítico El Berrocal</i>	72
2.3 Mapas de lineamientos a partir de modelos digitales de elevaciones	77
2.3.1 <i>Modelos digitales de elevaciones a diferente escala</i>	77
MDT del macizo granítico de El Berrocal	
2.3.2 <i>Distribución espacial de la paleofracturación Ibérica a escala: 1:2.000, 1:10.000, 1:500.000, 1:1000.000 y 1:4.000.000</i>	79
2.4 Análisis fractal 2-D de la fracturación mediante box-counting	86
2.5 Análisis microestructural de la fracturación	90
2.5.1 <i>Descripción metodológica</i>	90
Método de los diedros rectos	
Modelo de deslizamiento	
Método de inversión de esfuerzos	
2.5.2 <i>Reconstrucción de los campos de paleoesfuerzos</i>	95
2.5.3- <i>Mapas dinámicos de lineamientos de El Berrocal</i>	101

2.6 Análisis Fractal de los mapas dinámicos de lineamientos	104
2.7 Anisotropía fractal y tensor de esfuerzos en 2-D	106
2.7.1 <i>Anisotropía fractal de los mapas de lineamientos 1:2.000</i>	111
2.7.2 <i>Anisotropía fractal de los mapas de lineamientos 1:10.000</i>	115
2.7.3 <i>Anisotropía fractal de los mapas de lineamientos 1:500.000</i>	119
2.8 Densidad de fracturación del mapa de lineamientos 1:10.000	123
2.8.1 <i>Definición de densidad de fracturación: concepto intensidad y persistencia</i>	123
2.8.2 <i>Análisis correlatorio espectral de la densidad de fracturación 2-D</i>	126
2.8.3- <i>Relación con la anisotropía fractal y el tensor de esfuerzos</i>	128
2.9 Elipsoide fractal de la distribución tridimensional de fracturas en El Berrocal	131
2.9.1 <i>Análisis fractal unidimensional del sondeo vertical</i>	132
2.9.2 <i>Reconstrucción del elipsoide fractal</i>	134
2.10 Discusión de los resultados	137
<i>Dimensión fractal del conjunto total de fracturas: análisis bidimensional</i>	137
<i>Dimensión fractal y campos de paleoesfuerzos</i>	138
<i>Dimensión fractal según la orientación del perfil de fracturación: análisis unidimensional</i>	139
Corolario	141
REFERENCIAS DEL CAPÍTULO 2	142

CAPÍTULO 3: _____
DINÁMICA ESPACIAL DE LA SISMICIDAD (pag. 145)



RESUMEN	149
3.1- Leyes potenciales en sismología	151
3.1.1 <i>Conceptos básicos en sismología</i>	151
Medida del tamaño de un terremoto	152
Magnitud local, M_L	
Magnitud de ondas de volumen (m_b) y de ondas de superficie (M_S)	
Magnitud de momento (M_W)	
Relaciones empíricas entre magnitud y energía liberada	158

3.1.2 Ley de Gutenberg y Richter (G-R)	159
Estacionaridad del parámetro b	163
3.1.3 Cálculo del parámetro b de la ley G-R	167
La ley G-R como función de probabilidad	167
Método de máxima verosimilitud (MLM)	170
Método de mínimos cuadrados (MSM)	173
3.2- La sismicidad como una geometría fractal	177
3.2.1 La ley empírica de Aki	177
3.2.2 La Tectónica de Placas como una geometría fractal	182
3.3- Análisis fractal aplicado en paleosismología en la zona de Hellín (Albacete)	189
3.3.1 Introducción	189
3.3.2 Marco Geológico y Geográfico: el Prebético Externo	191
3.3.3 Descripción de la serie paleosísmica	192
Intervalo de recurrencia paleosísmica	
3.3.4 Sismicidad histórica de la zona de estudio	194
3.3.5 Sismicidad instrumental de la zona	194
3.3.6 Relación entre los datos de la serie paleosísmica y la serie instrumental	196
3.3.7 Aplicación de la ley de Aki al conjunto de fallas potencialmente activas	198
3.4- Teoría de la Información aplicada en sismología	201
3.4.1 Base de Datos Digital del área Ibero-Magrebí (I.G.N.): Estudio de calidad	201
Áreas de sombra de la Península Ibérica	216
3.4.2 Sobre la Entropía aplicada en Sismicidad	217
3.4.3 Entropía de la Intensidad Epicentral	220
3.4.4 Entropía de la Densidad Energética de Terremotos	220
3.4.5 Escala de máxima información: aplicación a la sismicidad Ibero-Magrebí.	221
3.4.6 Mapas Discretos de Intensidad Epicentral de la Península Ibérica.	221
3.4.7 Mapas Discretos de Densidad Energética de la Península Ibérica.	222
3.5- Discusión de los resultados	228
Sobre la sismicidad como una geometría fractal	
Sobre la Ley de Aki aplicada en paleosismicidad	
Sobre la entropía de configuración aplicada en sismología	
Sobre los patrones tectónicos del área Ibero-Magrebí	
REFERENCIAS AL CAPÍTULO 3	231

CAPÍTULO 4:
4- AUTO-ORGANIZACIÓN DE TERREMOTOS
Y FENÓMENOS CRITICOS (pag. 237)



4.1- Modelos mecánicos de simulación de terremotos	241
4.1.1 <i>Resumen e introducción</i>	241
4.1.2 <i>Modelo de Burridge y Knopoff</i>	243
Descripción del Modelo de B-K	
4.1.3 <i>Modelo de Carlson y Langer</i>	248
4.2- Introducción a la Criticalidad Auto-organizada (CAO)	249
Autómatas Celulares: descripción dinámica	252
4.2.1 <i>Autómatas Celulares: Series dinámicas sintéticas</i>	253
Condiciones iniciales y estado crítico	257
Propiedades estadísticas.....	258
4.2.2 <i>Los terremotos como un fenómeno de Criticalidad Auto-organizada: significado dinámico de la ley de Gutenberg y Richter</i>	262
4.3- Lunamotos como un fenómeno de Criticalidad Auto-organizada	268
4.3.1 <i>Catálogo Nakamura de Lunamotos</i>	269
4.3.2 <i>Discusión sobre los lunamotos como un fenómeno CAO</i>	275
4.4- Autómatas Celulares aplicados en modelación sísmica	277
4.4.1 <i>Modelos dinámicos: reproducción del modelo de Bak 3-D</i>	277
4.4.2 <i>Autómata Celular 3-D de Fallas Discretas Condicionadas</i>	280
Modelo de Fracturas Condicionadas Fractales I	281
Modelo de Fracturas Condicionadas Fractales II	284
4.5- Autómata Celular de Rivera-Cisternas	286
4.5.1 <i>Descripción del Autómata</i>	286
4.5.2 <i>Mecánica del Autómata</i>	286
4.6- DISCUSIÓN SOBRE LOS RESULTADOS	289
<i>Sobre la dinámica de terremotos</i>	
<i>Sobre la dinámica de lunamotos</i>	
<i>Sobre los autómatas celulares aplicados en sismicidad</i>	
REFERENCIAS del CAPÍTULO 4	292

CAPÍTULO 5: ANÁLISIS NO-LINEAL DE SERIES TEMPORALES EN SISMICIDAD (PAG.295)



RESUMEN	299
5.1- Introducción	300
5.1.1 <i>Dinámica de Hurst</i>	301
5.1.2 <i>Objetivos</i>	302
5.2- Efecto Noé y José en series naturales	303
5.2.1 <i>Series temporales en sismicidad</i>	303
5.3- Análisis de Rango Reescalado (RS): Exponente de Hurst (H)	307
5.4- Comportamiento Estacionario y Persistencia	311
5.4.1 <i>Diagrama GEOS</i>	314
5.5- Estimación del exponente de Hurst (H)	316
5.5.1 <i>Diagrama POX</i>	316
5.5.2 <i>Método de los mínimos cuadrados</i>	
5.5.3 <i>Aproximación Mandelbrot-Wallis(1969)</i>	317
5.5.4 <i>Serie Sísmica equiespaciada en el tiempo</i>	
5.6- Tipos de Análisis de Rango Reescalado	319
5.6.1 <i>Análisis de Rango Reescalado Promediado</i>	319
5.6.2 <i>Análisis de Rango Reescalado en Series Sísmicas</i>	320
5.7- Análisis de Rango Reescalado en Series Sísmicas	322
5.7.1 <i>Series Sísmicas instrumental de la Península Ibérica (IGN: 1908-1997)</i>	323
Análisis Secuencial de Rango Reescalado	326
Análisis Promediado de Rango Reescalado.....	328
5.7.2 <i>Serie Sísmica histórica (Mézcuca y Martínez-Solares,1983)</i>	329
Análisis Secuencial de Rango Reescalado	331
Análisis Promediado de Rango Reescalado.....	332
5.7.3 <i>Serie paleosísmica (Rodríguez-Pascua et al.,2003)</i>	333
5.8- Análisis de Rango Reescalado en Series Sísmicas Sintéticas	335
5.8.1 <i>Autómata Celular 3-D</i>	335
Análisis Secuencial de Rango Reescalado	
Análisis Promediado de Rango Reescalado	
5.8.2 <i>Autómata Celular de Fallas Discretas 3-D</i>	337
<i>Modelo de Fallas Discretas I</i>	338
<i>Modelo de Fallas Discretas II</i>	340
5.8.3 <i>Autómata Celular de Rivera-Cisternas</i>	342
Análisis Secuencial de Rango Reescalado	342
Análisis Promediado de Rango Reescalado	344

5.9- Análisis de Rango Reescalado en Réplicas de Terremotos	345
5.9.1 <i>El terremoto de Racha-Dzhava, $M=7,0$ (1991, Georgia)</i>	346
5.9.2 <i>Análisis RS sobre las réplicas de Racha-Dzhava</i>	348
Análisis RS Secuencial	350
5.9.3 <i>Exponente de Hurst de las réplicas del terremoto de Izmit, $M_w=7.6$ (1999, Turquía) y análisis de la subdivisión de las réplicas de Racha</i>	351
5.10 Auto-organización de terremotos en el Mar de Mármara	356
5.10.1 <i>Tectónica Regional</i>	356
5.10.2 <i>Terremotos a lo largo de la Falla Norte de Anatolia</i>	357
5.10.3 <i>Laguna sísmica, segmentación y curvas de Benioff</i>	
5.11- Fenómeno de Hurst, Dinámica CAO y Predicción Sísmica	360
5.11.1 <i>Concepto de Ciclo sísmico</i>	363
5.11.2 <i>Recurrencia y terremoto característico</i>	366
Aplicación para la sismicidad instrumental e histórica Ibero-Magrebí	367
Curvas de Benioff y predicción Sísmica	371
5.11.3 <i>Predicción sísmica a corto plazo</i>	371
5.12- Discusión y Conclusiones	373
<i>Sobre la sismicidad Ibero Magrebí</i>	
<i>Sobre las series sísmicas sintéticas</i>	
<i>Sobre las réplicas de terremotos</i>	
<i>Sobre la predicción sísmica y el fenómeno de Hurst</i>	
COROLARIO	376
REFERENCIAS DEL CAPITULO 5	377

6- CONCLUSIONES de la TESIS



Picos, ...¡¡incluso por Marruecos!!. Compartir una reunión colgada con vosotros y la foto Jim Bridwell posterior es algo que hermana mas allá de la sangre. Un beso a los dos. También un beso a Luis Gómez y Alberto “El Friki”, dos grandes escaladores que no paran de escribir con letras de oro y goma cocida en la historia vertical española. Conocerlos siempre fue un privilegio para mi. Y que decir de los compañeros de la sala de *boulder* de Moralarzal: Aitor Barez, y Dani, dos máquinas del 8a que van mas allá de lo posible, auténticos infringidores de la ley de la gravedad. Y a Jaime, Talo, Palan, Alex, Josemi, Jorge y Nines y Barsen, adoradores de las caídas en colchoneta y el magnesio fácil, ¡cuantas travesías nos quedan por encadenar!.

Esta tesis también está dedicada a mis amigos, a Mauricio Gumiel, mi amigo y compañero de vida, a Juan Carlos Gómez-Veguillas, mi mentor y maestro en escalada y montaña, además de mi amigo y compañero de estudios, Antonio Marcos, el bombero mas aventurero de la Comunidad de Madrid, espeleólogos como él es difícil encontrar, ¡¡están bajo tierra!!; a Carlos Polo el banquero y a Pablo, que sabe de minerales mucho más que yo. Y que decir de sus chicas: Elena Yuste, Loreto Arenillas, Belén Cabrillo, Helen, y Marisol Rioja las más guapas y elegantes que he visto jamás.

De la comunidad de buceadores, hay dos personas que nunca han dejado de enseñarme, además de *dive master* Mauricio, mis dos instructores favoritos, Juan Ortega y René Nicolás, ambos llevan mas metros bajo el agua que en tierra firme. Pues no hay fondos que visitar ni nada!!, y cursos por dar, ya sabéis que podéis contar conmigo. También están sus chicas, la instructora Beatriz y Cristina Pascual, un beso a las dos, y en especial a las comida turca de Bea y a las tartas de chocolate de Cris. En general un beso a todos los *scubas* con los que he burbujeado.

Quisiera hacer una mención a todas aquellas personas que han tenido un papel crucial en la consecución de esta memoria de tesis doctoral. Dr. Luis Rivera (IPGS-*Strasbourg*) por su crítica constructiva, Orhan Polat, mi compañero de doctorado en *Strasbourg* que tantas figuras me ha prestado y actualmente de profesor universitario y haciendo la “mili” en el kurdistan turco (gracias *monsieur* Polat), a los Drs. Sergei Arefiev y Rubén Tatevossian de la Academia de Ciencias Rusas por su labor en el capítulo 5, al Dr. Henry Haessler por acomodarme en el IPGS, al Dr. Louis Dorbath (*U.Louis Pasteur*) por enseñarme tanto de geofísica y los antiguos alambiques de *Strasbourg*, al Dr. Didier Sornette (UCLA) por sus comentarios sobre el atractor de la sismicidad, sobre el exponente de Hurst y sobre la dinámica de sistemas, al Dr. Peter Bird (UCLA) por su ayuda en la elaboración de un mapa de tectónica global para el capítulo 3, al Dr. Leon Knopoff (UCLA) por sus acertados comentarios sobre las réplicas sísmicas y el exponente de Hurst, al Dr. Yoshio Nakamura (jefe científico de las misiones Apolo, NASA) por su descripción de la base de lunamotos que él mismo diseñó y análisis estadísticos de la serie, al Dr. Jeffrey Kargel (USGS-*Flastagg*) por sus lecciones sobre geología planetaria, al Dr. Jörn Kruhl de la universidad de Munich por sus comentarios sobre la anisotropía fractal, al Dr. John J. Walsh del departamento de Geología del *University College Dublin*, por nuestras acaloradas discusiones sobre la obtención de la dimensión fractal en la distribución espacial de fallas, gracias a todos por compartir vuestra sabiduría conmigo.

Quisiera, recordar de forma especial al Profesor José Luis Hernández Enrile (✉), que recientemente nos ha dejado. Gracias por confiar y preocuparte por mi trabajo. En cierta forma, este trabajo también homenajea tu memoria.

Por último, agradecer y mencionar a aquellas personas anónimas y no anónimas que han intentado difuminar esta memoria en la noche de los tiempos, sin comprender que en ningún momento su realización dependió de ellos. Por ello, quiero recordar a todos aquellos que dieron la razón a Nietzsche cuando afirmó que “aquello que no te mata, te hace más fuerte”. Gracias por espabilarme cuando era necesario, no me olvido de ustedes.

Un beso sincero para todo el mundo.

Raúl Pérez López



1- DINÁMICA DE SISTEMAS NO-LINEALES: TECTÓNICA y CAOS

No acepten, si me permiten sugerirlo, lo que dice quien les habla; él no tiene autoridad alguna, no es un maestro, no es un gurú; porque si él fuera un maestro, ustedes serían los seguidores, y si fueran los seguidores se destruirían a sí mismos igual que al maestro. Estamos tratando de descubrir la verdad acerca de esta cuestión del miedo, en forma tan completa que la mente jamás se sienta atemorizada y, por lo tanto, esté libre internamente, psicológicamente, de toda dependencia respecto de otro.

La belleza de la libertad es que uno no deja huella alguna. El águila en su vuelo no deja huella; el científico la deja. Al investigar esta cuestión de la libertad, tiene que existir no sólo una observación científica, sino también el vuelo del águila que no deja ninguna huella; ambas cosas son necesarias: tanto la explicación verbal como la percepción no verbal, porque la descripción jamás es la realidad descrita, y la explicación, evidentemente, jamás es la cosa explicada. La palabra nunca es la cosa.

Jiddu Krishnamurti

De El vuelo del Águila, 1969

Exitus difficilis actionis lucrari, impossibilis cognoscere necessarius est.

(Es necesario conocer lo imposible para resolver lo difícil)

Máxima en escalada deportiva en roca

Anónimo



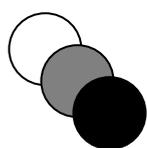
Mapa Geográfico del Mundo según Herodoto, 450 a. d. C.
¿Geometría fractal?



ÍNDICE CAPITULO 1

1- DINÁMICA DE SISTEMAS NO-LINEALES: TECTÓNICA y CAOS	
RESUMEN	5
1.1 Introducción	6
<i>Sistemas, caos y geología</i>	11
1.1 Fenómenos críticos y estructuras fractales	13
1.2 Objetivo de esta tesis: esquema de trabajo	15
1.3 Definición de Dimensión Fractal, Dimensiones generalizadas de Renyi	23
1.3.1 Noción de dimensión, Dimensión de Hausdorff y Dimensión Fractal	26
Aplicación sobre el Conjunto de Cantor	27
1.3.2 Dimensión de Capacidad, D_0	31
1.3.3 Dimensión de Información, D_1	32
1.3.4 Dimensión de Correlación, D_2	32
1.3.5 Dimensiones de orden superior, D_q	33
1.4 Clasificación geométrica de los conjuntos fractales	34
1.4.1 Definición de autosemejanza y autoafinidad	34
1.4.2 Análisis Fractal de la geometría: técnica de box-counting	35
Resolución gráfica de la escala máxima y mínima	38
1.5 La distribución espacial de la fracturación como una geometría fractal	40
1.5.1 Invarianza al cambio de escala de la fracturación	40
1.5.2 Variabilidad espacial de la dimensión fractal: anisotropía	41
1.6 Comportamiento no lineal en sismicidad: dinámica espacio-temporal	44
1.6.1 Introducción	44
1.6.2 Los terremotos como una estructura fractal	45
1.6.3 Modelo de Criticalidad Auto-organizada (CAO)	46
1.6.4 Series Temporales Sísmicas	50

1.7 Teoría de la Información de Shannon	51
1.7.1 <i>Introducción</i>	51
1.7.2 <i>Entropía de Información y Entropía de Configuración</i>	52
1.7.3 <i>Escala de máxima información</i>	54
REFERENCIAS DEL CAPÍTULO 1	55



1- DINÁMICA DE SISTEMAS NO-LINEALES: TECTÓNICA y CAOS

RESUMEN

En este capítulo se presenta el objetivo y motivaciones de esta tesis además de establecer las bases teóricas sobre la geometría fractal, el análisis de la dinámica no-lineal espacio temporal y la Teoría de la Información. También muestra el esquema de trabajo aplicado en cada capítulo y los objetivos parciales necesarios para dar cuerpo a esta tesis.

Debido a la complejidad que implica la presentación de una tesis de fractales aplicados en geología, este capítulo reúne todos estos conceptos claves en un texto de construcción homogénea, gravitando alrededor de lo que se conoce como *el análisis fractal*. Siguiendo este esquema, esta tesis se presenta como una simbiosis entre la geometría y la dinámica, más allá de un concepto puramente abstracto: *la matemática*, para explicar fenómenos naturales mas propios de la disciplina donde se encuadra esta tesis: *la geología*. Por este motivo, esta tesis no abunda en expresiones matemáticas, llegando a un compromiso con el menor número de ellas, dentro de lo posible.

La geometría fractal describe la complejidad de la realidad mas allá de la geometría euclidiana, que si bien sigue siendo útil actualmente, no termina de describir, de forma fiable, la complejidad estructural que aparece en la geología, entre otras disciplinas. Por otro lado, la dinámica no-lineal genera geometrías fractales, lo que es muy útil para simular dichos procesos geológicos aplicados en la predicción sísmica, por ejemplo. Así con todo, se establece una relación espacio temporal para la sismicidad, cuya expresión más evidente es la Ley de Gutenberg y Richter y la Tectónica de Placas.

Dentro de esta dinámica espacio temporal de la sismicidad, se aplica el Fenómeno de Hurst con el fin de comprender y discutir el tamaño de representatividad y autocorrelación del intervalo temporal en la dinámica sísmica. Este fenómeno natural, es un criterio útil y eficaz que muestra la distribución temporal de los terremotos como un ruido fraccionario gaussiano, de igual forma que se aplica en disciplinas tales y como la climatología o en el balance hídrico del binomio lluvia-río.

Por último, la Teoría de la Información presenta, de forma conjunta, los conceptos de *probabilidad*, *entropía* y *geometría fractal*. Esta teoría muestra un nexo común entre geometría y dinámica, que es el objetivo principal de aplicación de estas técnicas en sismicidad.

1.1 Introducción

Esta tesis comienza en el *caos*, en un *caos* que produce orden y armonía; un *caos* que regula la naturaleza y el cosmos: un *caos* ubicuo. Este trabajo, pretende sumergirse en el *caos*, penetrar en él, indagar en su mecánica. Y todo, con el fin de comprender mejor algunos fenómenos geológicos destructivos, cómo los terremotos, las fracturas y la interacción entre ambos. A partir de la Teoría del Caos vamos a comprender la forma y el crecimiento de estos procesos geológicos, su dinámica espacio-temporal y sus propiedades tan caprichosas. Nos adentramos en una nueva perspectiva en terremotos y fracturación, una dinámica no-lineal aparentemente desorganizada que presenta una simetría oculta.

La palabra *caos*, deriva del vocablo latino *Chaos*, y ésta a su vez, de la palabra griega "????". La Real Academia Española en su diccionario de la Lengua, define la palabra *caos* como: *el estado amorfo e indefinido que se supone anterior a la constitución del cosmos*, o bien como: *desorden, confusión*. Tomando estas definiciones literalmente correctas, es posible pensar que, una vez formado el cosmos, el *caos* primigenio dejó su firma en la dinámica de los sistemas naturales que forman el cosmos actual y para ocultarse, creó confusión y desorden a su alrededor. Nosotros, torpemente, llevamos siglos intentando medir este *caos* con patrones y reglas equivocadas, con formas regulares, simétricas y euclídeas.



Hoy en día, la ciencia del *caos* es un hecho que avanza con botas de siete leguas. La geología también avanza dentro de la ciencia del *caos*, no se deja reducir exclusivamente a procesos simples, aleatorios y lineales para su estudio. La complejidad emerge de la sencillez y se disfraza de *caos*.



Figura 1.1.1 Benoit Mandelbrot, pionero en el análisis fractal que acuñó el término fractal (Mandelbrot, 1977).

El comportamiento *fractal* es un tipo especial de complejidad, una complejidad invariable al cambio de escala, una complejidad que no presenta longitudes características espacio-temporales. Mandelbrot (1977) (Figura 1.1.1), definió los *fractales* como *aquellos conjuntos geométricos que permanecen inmutables ante el cambio de escala*. A partir del vocablo latino *fractus* (fractura) y del adjetivo *frangere*, creó la palabra *fractal* para englobar aquellas geometrías y conjuntos matemáticos que presentan invarianza al cambio de escala. Esta propiedad es conocida como la *autosemejanza*. Es sencillo

comprobar esta propiedad en el conjunto de Mandelbrot, sucesivas ampliaciones conducen a la figura original (Figura 1.1.2).

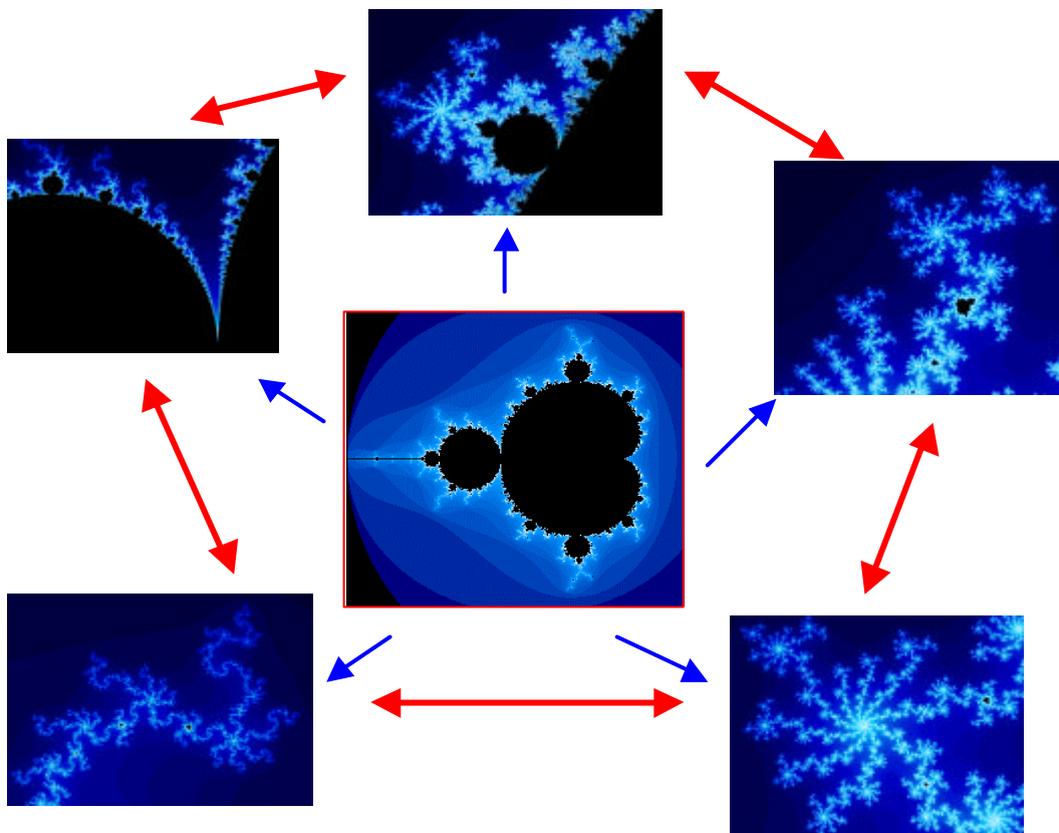


Figura 1.1.2 Conjunto de Mandelbrot y sucesivas ampliaciones que muestran una complejidad similar. En cada ampliación se observa cómo se reproduce de nuevo el conjunto original.

Sin embargo, la definición estricta de *fractal*, introducida por Mandelbrot (1982), obliga a meditar un poco sobre estas estructuras complejas: un fractal es aquel **conjunto para el cual la dimensión de Hausdorff-Besicovitch es estrictamente superior a su dimensión topológica**; siendo la dimensión topológica el número de variables dentro del espacio topológico, siendo la dimensión euclidea el número de variables necesarias para definir el conjunto en un espacio euclideo y la dimensión de Hausdorff-Besicovitch el número de variables necesarias para definir el conjunto en un espacio euclideo nulo.

¿Es posible encontrar una definición aplicable a un marco geológico que pueda estructurar y definir esta tesis?. ¿Qué es un *fractal*?. Dejando aparte el aspecto y origen matemático de un fractal, la propiedad descriptora es la *autosemejanza*, entendida esta autosemejanza como la semejanza estadística al cambio de escala, forma y comportamiento. Mirando a nuestro alrededor, es posible encontrar miles y miles de tales conjuntos perfectamente armonizados con el entorno natural y que se integran en procesos geológicos tales como la tectónica ó la geomorfología.

La figura 1.1.3a muestra una fotografía de una estructura geológica de deformación bien conocida, un pliegue. En esta fotografía se ha omitido deliberadamente la escala de referencia, ¿qué tamaño tiene el pliegue y qué orden de magnitud se puede estimar desde la información visual de su geometría?.

Superponiendo dos escalas con diferente orden de magnitud, una mosca (Figura 1.1.3b) y un martillo de geólogo (Figura 1.1.3c), no se aprecia cambio en el pliegue en sí. De hecho, cualquiera de los dos patrones sirve como referencia y no tenemos, a priori, ningún argumento a favor para elegir entre ambos tamaños. La escala original del pliegue aparece en la figura 1.1.3d. El orden de magnitud del tamaño es decamétrico, pero bien podría ser milimétrico, ó kilométrico, ¿ó infinito?. Bien, esta es una cuestión interesante. Existe un intervalo de escalas donde aparece esta invarianza: cómo *escala mínima* está la estructura cristalina de los minerales que forman el pliegue y cómo *escala máxima* aquella que permite mostrar una resolución suficiente cómo para seguir reconociendo el pliegue como tal.

Esta analogía, pone de manifiesto la invarianza al cambio de escala dentro de un rango de tamaños y su importancia en la geología. Cuando colocamos el martillo de geólogo como escala de referencia, estamos fotografiando la fractalidad de la naturaleza.

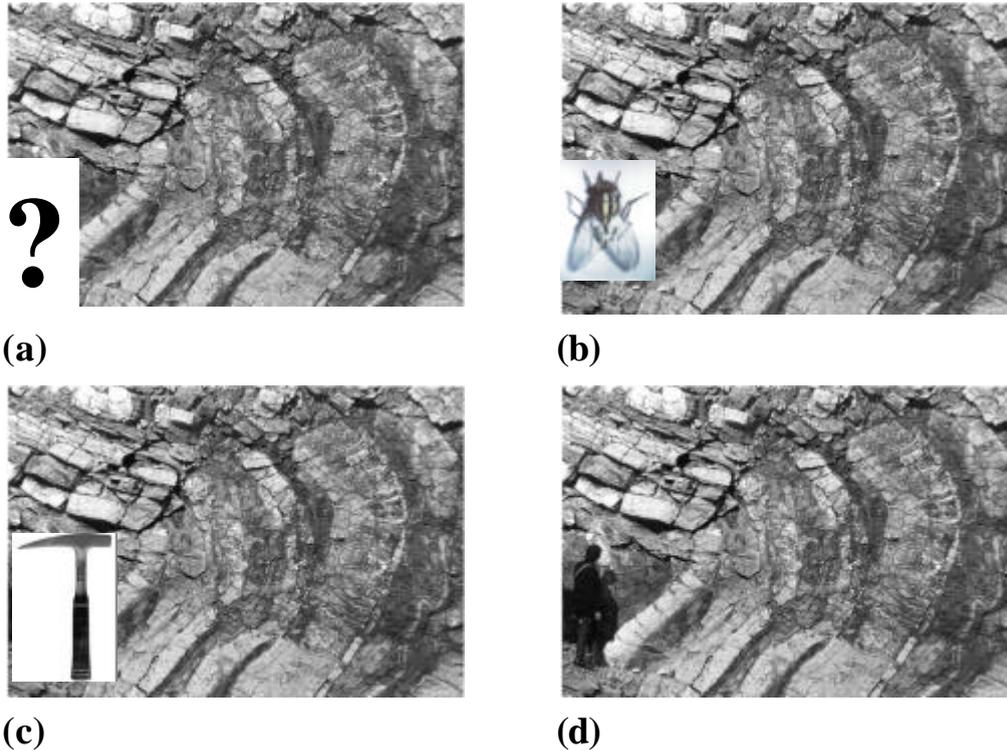


Figura 1.1.3(a) Pliegue geológico sin escala. ¿Qué escala es la real?. (b) Una mosca indica una escala de 8 cm aproximadamente. (c) Un martillo de geólogo indica una escala del pliegue en torno a metro y medio.(d) La escala real muestra un pliegue con una escala cercana a 6 metros.

Si buscamos describir y comprender, analizar y simular tales geometrías *fractales*, debemos estar dispuestos a embarcarnos en el mundo de la no-linealidad, contribuyendo así en el desarrollo de una nueva tendencia en la ciencia: la *Teoría del Caos*. Y ello es posible porque el *caos* surge de forma espontánea entre las ciencias de la Tierra: geofísica, tectónica, geomorfología, meteorología, sedimentología, petrología, etc.

¿Es posible construir y defender una tesis sobre el caos en la naturaleza desde la intuición ó hay que sumergirse en la métrica de Hausdorff?. En esta tesis, se utilizan varias herramientas matemáticas, se adecuan otras herramientas y finalmente se definen algunas herramientas nuevas. Desde un punto de vista ético y científico, estas presunciones implican una necesidad de conocer una base mínima de la estructura de la herramienta matemática generadora. Por este motivo, en este capítulo nos adentramos tímidamente en la definición de la dimensión fractal, citando lecturas recomendadas para un alcance matemático mayor (Feder, 1988, Falconer, 1990, Hastings y Sugihara, 1993).

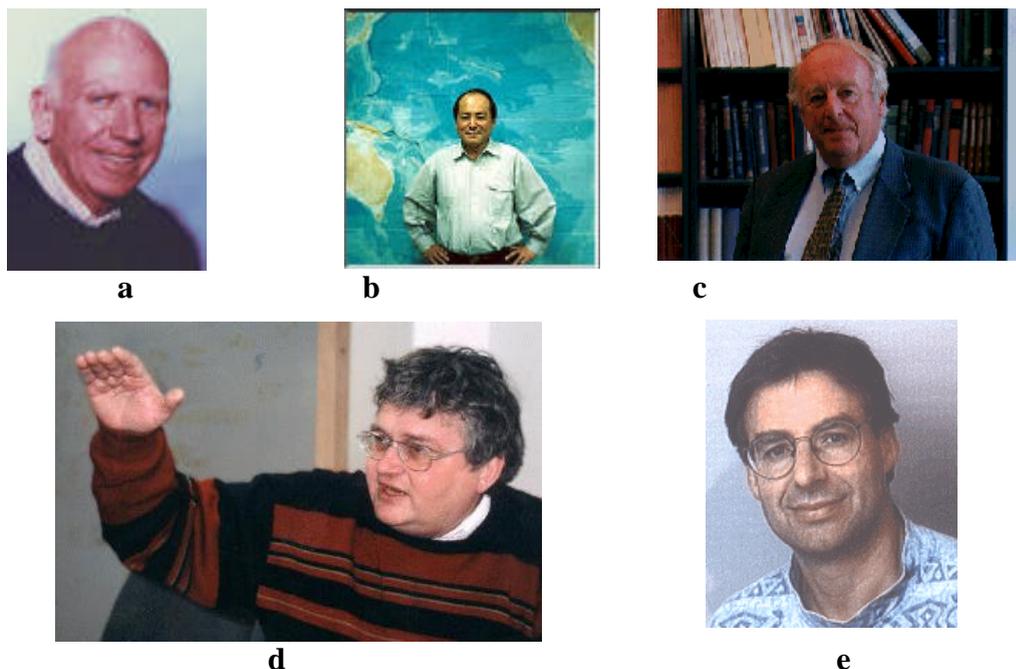


Figura 1.1.4 Instantáneas de algunos de los pioneros en fractales aplicados en geología y en sismología: (a) León Knopoff. (b) Keiti Aki. (c) Donald Turcotte. (d) Per Bak. (e) Didier Sornette.

La versatilidad y ubicuidad de los *fractales* y todo lo que ello implica en ciencias de la Tierra es tal, que rápidamente se han aplicado en la gran mayoría de sus campos de conocimiento: geofísica, geomorfología, tectónica, sismología, etc., amén de su aplicación en otras ciencias, concretamente las ciencias de la vida: biología y medicina. En los campos del conocimiento donde se encuadra esta tesis: la *sismología*, la *tectónica* y la *fracturación*, los pioneros en la aplicación de *fractales* son los trabajos de: Kagan y Knopoff (1980) sobre la distribución espacial fractal de los epicentros de los terremotos (Figura 1.14a), Aki (1981) sobre la relación entre las fallas sismogénicas y el parámetro b de la ley de Gutenberg y Richter (Figura 1.1.4b), Kagan (1981), King (1983) sobre el significado geométrico del parámetro b , Sadvskiy et al. (1984) sobre la dimensión fractal del catálogo mundial, Turcotte (1986) sobre la aplicación de los fractales en tectónica (Figura 1.1.4c), Termonia y Meakin (1986), Takayasu, 1986, Okubo y Aki (1987), Avilés et al. (1987) sobre la falla de San Andrés como un fractal y su segmentación, Bak et al. (1987) sobre terremotos como fenómenos críticos (Figura 1.1.4d), Hirata et al. (1987), Hirata (1989), Bak y Tang (1989), Sornette y Sornette (1989) (Figura 1.1.4e), Ito y Matsuzaki, (1990), Hirabayasi y Ito (1990) sobre los fenómenos críticos en la sismicidad y la simulación numérica.



La década de los ochenta, constituyó el germen de la aplicación de los fractales en las ciencias de la Tierra; ahora en el siglo XXI, ya se ha recogido más de una cosecha con su implantación a nivel incluso académico. Actualmente, la investigación del *caos* aplicado en ciencias ha superado ya el campo de investigación de la geometría fractal, incluyendo parte de éste. A finales del siglo XX, se contabilizaban más de 10.000 publicaciones al respecto en campos como la geofísica, la biología, la medicina y la ecología (según paredes, 1995). Hoy en día, lo que se contabiliza es el número de áreas del conocimiento científico que avanzan de forma exponencial gracias a la ciencia del *caos*.

Sistemas, caos y geología

El *caos determinístico* se define desde una perspectiva científica como el comportamiento irregular de un sistema no-lineal cuya evolución temporal es conocida mediante ecuaciones matemáticas, las cuales representan la dinámica de sus variables de estado. En dichos sistemas, variaciones mínimas de las condiciones iniciales, pequeñas perturbaciones, provocan diferentes estados finales en su evolución temporal, el cual diverge de forma exponencial respecto a los anteriores. Debido a esto, la capacidad de predicción en los sistemas caóticos es muy limitada. En cualquier sistema caótico determinístico bien conocido, es imposible predecir su trayectoria para cualquier instante de tiempo. Este efecto se conoce popularmente cómo el *efecto mariposa*.

Un sistema *caótico aleatorio* es aquél cuya dinámica temporal sigue una distribución de tipo Poisson. Esto significa que la probabilidad de ocurrencia de su fenomenología es equiprobable y la predicción asociada es nula, tanto a corto como a largo plazo.

Los sistemas caóticos determinísticos, se analizan trabajando sobre el *espacio de fases*, analizando y representando *atractores* de tipo *fractal*, calculando los *exponentes* de Lyapunov, *por ejemplo*. También se estudian mediante el análisis de la *dimensión de correlación*, de la simulación mediante *autómatas celulares*, análisis de *leyes potenciales* e *invariabilidad al cambio de escala*, medida de la *dimensión fractal generalizada*; mediciones a partir del recubrimiento espacial de *estructuras irregulares*, del análisis de la *memoria a largo plazo* en *series temporales*, *simulación* de series temporales mediante *ruidos* de tipo *gaussianos fraccionarios*, *brownianos* o *aleatorios*, análisis de la *varianza*, de la *densidad espectral*, de la *transformada de Fourier*, de la *entropía* asociada a la *información del sistema*, *escala de máxima información*, *leyes de escalado*, *teoría de la medida*, *curvas no diferenciables*, y así un largo etcétera.

¿Qué conexión existe entre estos conceptos propios de la dinámica no-lineal y la geología estructural, la sismología o la tectónica?. La naturaleza se rige por leyes no-lineales, que a su vez generan sistemas no-lineales los cuales se describen mediante dinámicas complejas. Siendo la Geología la encargada de estudiar, describir, analizar, comprender y simular el origen y la evolución de la Tierra, los fenómenos externos e internos terrestres, su dinámica, su historia, sus procesos, sus causas, sus efectos, etc, debemos de hacer un esfuerzo para comprender e intentar incorporar tales sistemas no-lineales cómo una rama más de la geología. De este modo, no avanzamos solamente en el conocimiento de la Tierra, sino en el de la propia Geología.

El *caos* muestra como el comportamiento complejo en ciertos sistemas no presenta unas raíces complejas, emergiendo a partir de componentes extremadamente simples, así cómo la geometría fractal enseña como generar formas complejas a partir de algoritmos sencillos. La corteza terrestre ante estímulos energéticos responde con una *auto-organización* hacia un estado *crítico* de acción-reacción, donde las estructuras y comportamientos *fractales* emergen de forma natural, siendo las leyes potenciales en sismología una expresión de dicho estado crítico.

En un conjunto *fractal*, la complejidad de una parte del conjunto es semejante a la complejidad de todo el conjunto. Los sistemas naturales pueden representarse mediante partes simples (sistemas ordinarios) o complejas (sistemas fractales). Los conjuntos fractales presentan como ventaja el hecho de que *nunca* pierden esa complejidad que presenta el sistema natural.

Un *sistema ordinario* es aquel que, siendo complejo en su conjunto, está formado por partes simples, tal y como postula la perspectiva reduccionista. Por ejemplo, la figura 1.1.5a presenta una curva diferenciable, una curva que en su conjunto total se muestra compleja, pero que después de varios cambios de escala en cualquier parte de ella, se llega a una recta. Sin embargo, una curva fractal mostrará siempre el mismo grado de complejidad (Figura 1.1.5b), al cambiar de escala se mantiene la irregularidad muestreada.

Por último, confesar la gran tentación que supuso para el autor la posibilidad que brinda esta tesis de conjugar el trabajo propio de campo: la observación, la descripción y la reflexión e inferencia, con el trabajo teórico puro: la génesis de hipótesis con sus conjeturas, simulación y argumentación. Sinceramente creo que este uno de los principales aportes de esta tesis.

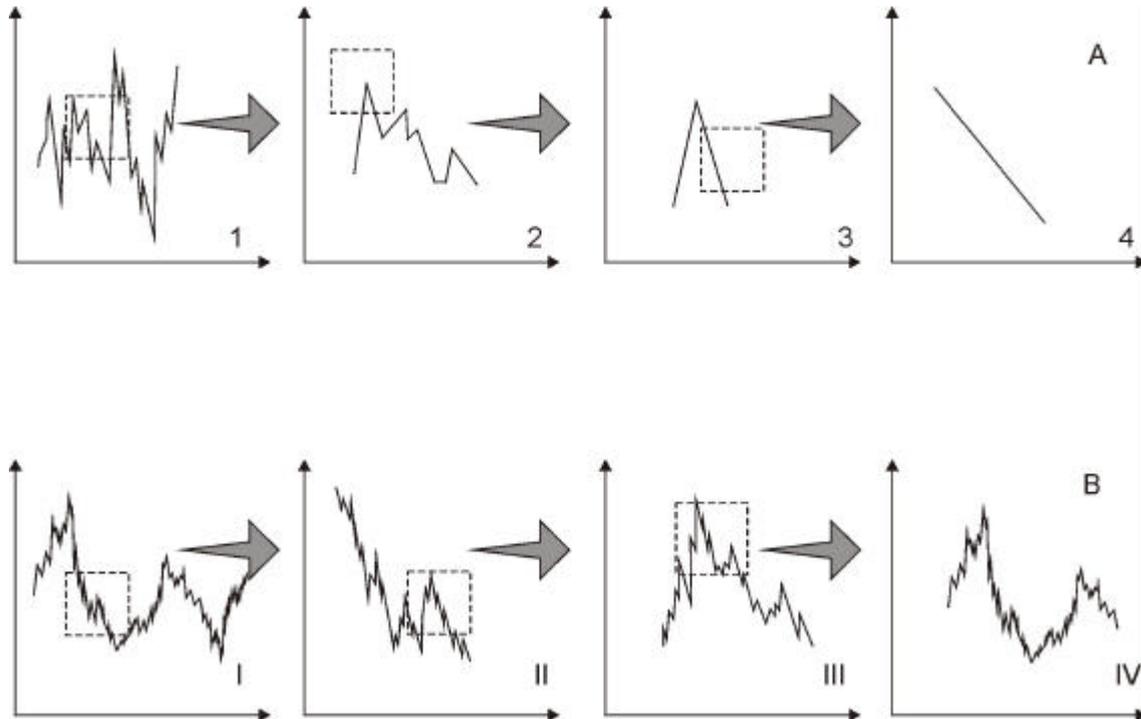


Figura 1.1.5 (a) Curva diferenciable, aplicando un *zoom* sobre una parte de la curva llega un momento en que se obtiene una línea recta. (b) Curva no diferenciable, sucesivos aumentos sobre parte de la misma no disminuye el grado de complejidad de la curva, incluso apareciendo en el caso IV una curva similar a la original.

1.1.1 Fenómenos críticos y estructuras fractales

Mandelbrot (1982), demostró que hay múltiples objetos *fractales* en la naturaleza: la topografía terrestre, la morfología fluvial, la geometría de las nubes, la dinámica de la lluvia. Incluso la estructura del universo es fractal (Bak, 1997): *astromotos* y *lunamotos* organizados en fenómenos críticos según leyes potenciales (Pérez-López y Paredes, 2002a), dinámica de manchas solares, distribución espacial de estrellas, dinámica del pulsar, etc. ¿Por qué la naturaleza es tan rica en fractales?. ¿Qué significa que la complejidad de una parte de la naturaleza es similar a la complejidad del todo?.

Los denominados *fenómenos críticos*, son procesos invariantes al cambio de escala y en un principio, se definieron en los procesos físicos de cambio de fase, como de gas a líquido, ó en transiciones magnéticas. El comportamiento, según leyes de potencia, es la característica de estos fenómenos críticos, presentando un *exponente crítico* característico. Otro ejemplo de fenómeno crítico es la percolación, descrita mediante bloques elementales fracturados (Turcotte, 1996).

Las propiedades que presenta la interacción molecular en los cambios de fases de líquido-gas, los *spins* magnéticos en las transiciones de fase y los bloques elementales fracturados para los modelos de percolación, se diferencian, tanto en la física del proceso, como en las leyes matemáticas que describen cada uno de estos procesos. A pesar de todo, solamente hay pequeñas diferencias intrínsecas en la criticalidad que muestran estos tres procesos. En definitiva, multitud de características de los procesos críticos son robustas, obteniendo exponentes críticos para diferentes modelos. La fuerza del *fenómeno crítico* radica en cómo explica algunos fenómenos complejos a partir de construcciones sencillas, como el modelo de *Ising* aplicado en magnetismo.

Si los terremotos y la fracturación, que por otra parte presentan múltiples relaciones empíricas de *ley de potencia*, constituyen un *fenómeno crítico*, sus propiedades intrínsecas pueden obtenerse a partir de modelos simples.

Sobre esta base, el presente estudio pretende aportar una nueva perspectiva sobre la Teoría del Caos aplicada a la fracturación y a la sismicidad. Partiendo de las ideas principales sobre tectónica, sismología y geología estructural, conjugaremos los datos de campo con la teoría, en un afán de comprender mejor la dinámica sísmica, la misma que vamos a intentar simular a partir de esta complejidad conceptual.



1.2 Objetivo de la tesis: esquema de trabajo

El objetivo principal de esta tesis es *integrar la sismotectónica en la Teoría del Caos mediante la elaboración y la descripción de los procesos naturales geológicos relacionados con la fracturación y los terremotos, además de aplicar técnicas de análisis no-lineal como los fenómenos de criticalidad auto-organizada y las geometrías fractales.*

Estos procesos geológicos constituyen una respuesta a campos de esfuerzos que actúan durante millones de años debidos a una tectónica activa terrestre. Los terremotos se manifiestan de forma violenta e instantánea mientras que las fracturas aparecen en patrones geométricos que actúan durante amplios intervalos temporales. Por tanto, la dificultad de este objetivo es que debe de explicar la analogía geométrica de dos procesos que presentan una diferente dinámica, los terremotos y las fallas.

Debido a esto, es necesario plantearse una serie de objetivos parciales, que permitan obtener una visión global sobre estos fenómenos desde el crisol de la no-linealidad. Estos objetivos parciales se resumen a continuación siguiendo un orden cronológico en ésta tesis y que no necesariamente coincide con el seguido por el autor en su investigación, así cómo se incluye el esquema de trabajo de cada capítulo mediante un diagrama de flujo.

Cada capítulo, consta de una investigación propia sobre estas técnicas aplicadas en diversos aspectos de la fracturación y la tectónica, estructurados según unos antecedentes y estado del arte, la justificación conceptual y fundamento teórico, descripción del método y el objetivo perseguido, establecimiento de hipótesis de trabajo, desarrollo teórico y práctico, aplicación sobre una serie de datos descritos, control y entendimiento de los resultados y discusión y crítica de los mismos.

Se ha optado por este modelo de exposición debido a la estructura inicial independiente de cada investigación, frente a la interrelación conceptual y teórica de los capítulos, la cual emergerá en las conclusiones finales de esta tesis. Estas conclusiones generales (capítulo 6), son un resumen y una extracción de las conclusiones y discusiones parciales de cada capítulo y pretenden resumir y conceptualizar la aportación de ésta tesis mediante la integración de los resultados obtenidos.

✂ Capítulo 1 ✂

Después de una breve introducción y repaso al estado del arte sobre Fractales, Criticalidad y Teoría del Caos aplicado en Ciencias de la Tierra (capítulo 1), se aborda la geometría fractal de la fracturación, la dinámica espacial sísmica y su relación con la fractalidad en el espacio y en tamaño de los terremotos así como su descripción como un fenómeno de criticalidad auto-organizada (CAO). En este capítulo se define la dimensión fractal en todas sus manifestaciones: *dimensión de capacidad*, *dimensión de información* y *dimensión de correlación*. También se definen los conjuntos fractales, la invarianza al cambio de escala y las técnicas de obtención de la dimensión fractal. Por último, se define la entropía de la información y la relación entre la entropía y la escala de máxima información. Esto es muy importante puesto que permite conocer la escala que más información proporciona sobre la disposición geométrica analizada.

✂ Capítulo 2 ✂

La figura 1.2.1 muestra el esquema de trabajo seguido en el capítulo 2. Con el fin de comprender y describir el papel de la geometría fractal en la tectónica y la fracturación, se han aplicado las técnicas de análisis fractal para la distribución espacial de fracturas sobre un área homogénea a diferentes escalas, frente a campos de paleoesfuerzos, y se ha buscado la relación con los campos de esfuerzos registrados mediante análisis estructurales clásicos. El objetivo de este capítulo es *relacionar la anisotropía de la dimensión fractal de la distribución espacial de fracturas con la orientación del tensor de esfuerzos y la densidad de fracturación* (Pérez-López et al, 2001).

Para ello, se han realizado dos análisis independientes: un primer análisis fractal mediante *box-counting* (Paredes y Elorza, 1999) aprovechando transectos sobre los mapas bidimensionales de lineamientos y un segundo análisis dinámico de los campos de esfuerzos a través de análisis cinemáticos tales y como el Análisis Poblacional de fallas y el Método de Deslizamiento (De Vicente, 1988, De Vicente et al. 1996).

Desde estos análisis, se correlaciona la orientación y forma entre el tensor de esfuerzos (σ_x , σ_y y σ_z , R') con el *elipsoide fractal* (D_{Hmax} , D_{Hmin} , D_v , F'), así como la anisotropía obtenida mediante el análisis correlatorio espectral de la densidad de fracturación (Pérez-López et al, 2001).

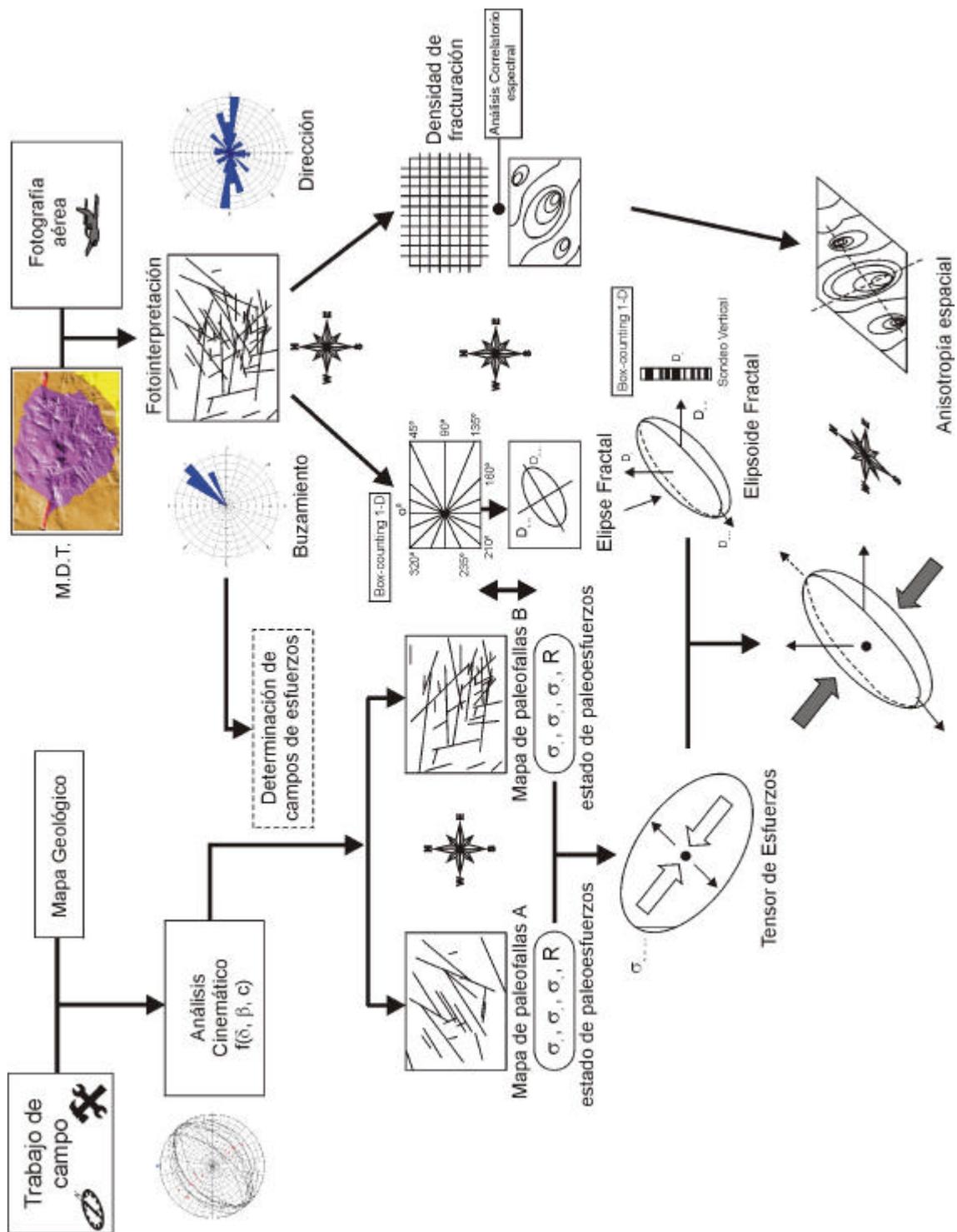


Figura 1.2.1 Esquema de trabajo del capítulo 2, Análisis Fractal de la Distribución Espacial de Fracturas en la Península Ibérica. Sobre una serie de mapas de lineamientos a diferentes escalas se realiza un análisis de box-counting en 1-D y 2-D con el fin de determinar la relación entre la anisotropía fractal y el tensor de esfuerzos. Además, también se correlaciona con la densidad de fracturación.

Capítulo 3

El capítulo 3 se adentra en la dinámica espacial de la sismicidad y su descripción cómo un conjunto fractal en el espacio: distribución epicentral, entropía de información y patrones de liberación de energía por unidad de área; y en tamaño: parámetro b de la ley de Gutenberg y Richter, distribución espacial de fallas potencialmente activas y series paleosísmicas (Figura 1.2.2). De esta forma, aparece la primera relación entre la dimensión fractal de las fallas sismogénéticas y la distribución en tamaño acumulado de los terremotos asociados a esas fallas.

Además, se aplica sobre dos casos particulares, primero se comprueba de forma empírica la ley de Aki a partir de una serie paleosísmica descrita por Rodríguez-Pascua (1999), ampliándose el intervalo temporal del registro sísmico en la zona, pasando de un registro instrumental e histórico a uno paleosismológico. También, se aplica la Teoría de Información sobre la sismicidad instrumental del área Ibero-Magrebí (Paredes et al, 2002), en concreto se determina la entropía de configuración y la escala de máxima información, lo que permite discriminar diferentes áreas en función del patrón de energía liberada registrada instrumentalmente.

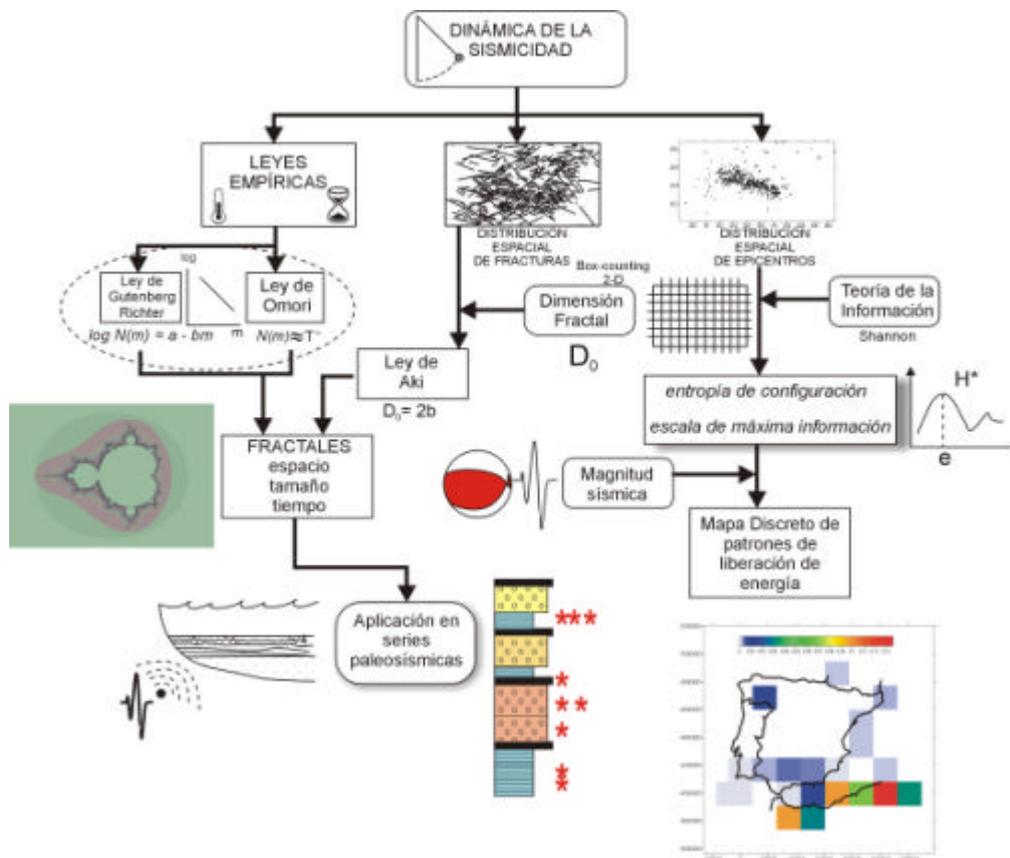


Figura 1.2.2 Esquema de trabajo del Capítulo 3: Dinámica Espacial de la Sismicidad y su aplicación en series paleosísmicas y en la serie instrumental Ibero-Magrebí.



Capítulo 4

El capítulo 4 describe la *dinámica de la sismicidad* como un *fenómeno de criticalidad auto-organizado*. Partiendo del experimento de la pila de arena, se desarrolla toda la mecánica conceptual que lo acompaña y se compara con las leyes empíricas sísmicas, hasta ahora la única herramienta que describe la sismicidad en el espacio de fases. Mediante el uso de los autómatas celulares (Figura 1.2.3) se reproducen terremotos sintéticos desde la mecánica inicial propuesta por Bak et al. (1987). Estos terremotos sintéticos presentan como novedad el efecto del tensor de esfuerzos (forma y orientación), una memoria a la rotura y una distribución espacial tridimensional fractal. Sobre estos autómatas condicionados geodinámicamente se describe la sismicidad (Pérez-López y Paredes, 2002b).

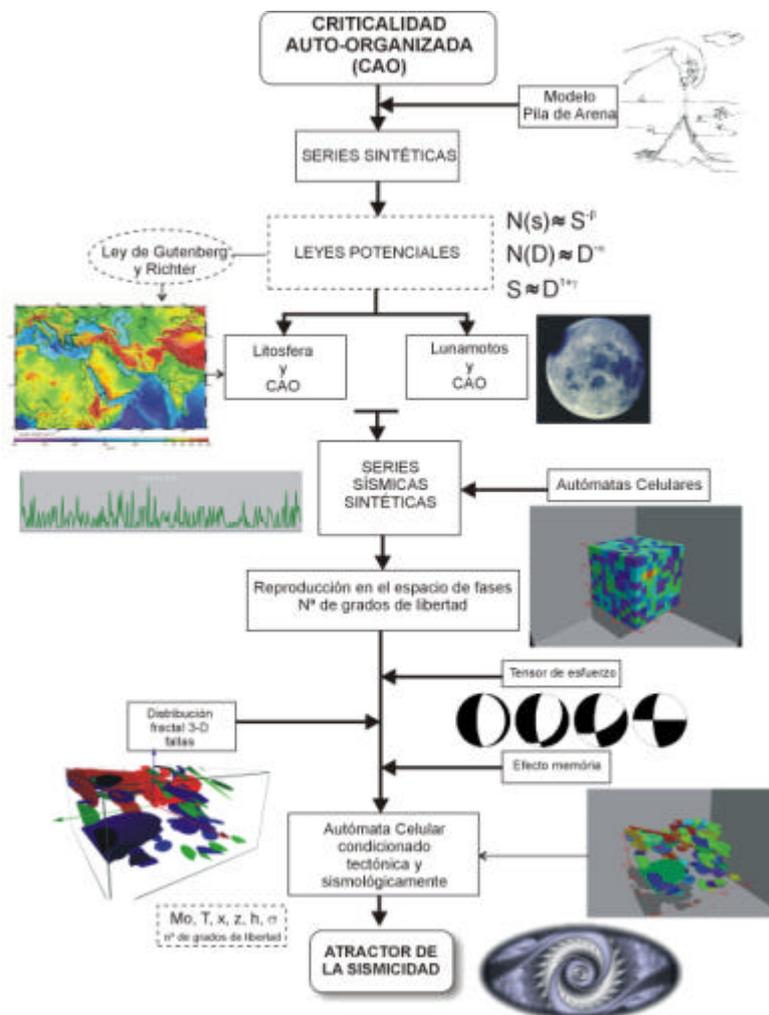


Figura 1.2.3 Esquema de trabajo del Capítulo 4: Fenómenos de Criticalidad Auto-organizados. En este capítulo se realizan una serie de autómatas celulares condicionados por parámetros tectónicos y sísmicos.

✍ Capítulo 5 ✍

En el último capítulo de esta tesis, capítulo 5, se aplica el fenómeno de Hurst sobre la sismicidad. Este fenómeno aparece constantemente en diversas dinámicas naturales terrestres y describe correlaciones temporales de sistemas no-lineales mediante un elegante y sencillo análisis estadístico, aplicado sobre una serie temporal. Para entender mejor cómo opera el fenómeno de Hurst, me he permitido ilustrar una breve vivencia personal que describe y explica de forma increíble y sencilla su mecánica:

Todas las mañanas del verano del año 2002, acompañé a mi hijo Hugo a la escuela infantil que está situada cerca de nuestra casa en Villalba lo cual nos permite ir a ambos dando un paseo. Durante este breve trayecto, atravesamos el río Guadarrama por un puente que cuenta con barandillas en sus extremos. Según cruzamos dicho puente, Hugo sale disparado corriendo hacia la barandilla y gritando:

-¡ABUA!, ¡ABUA!,- se aferra con ambas manos en la barandilla y sitúa las mejillas entre los barrotes, observando en silencio el discurrir del agua y el sonido que lo acompaña. He de decir que ni hijo Hugo contaba con dos años en este episodio.

A lo largo de este verano, Hugo observó como el caudal del río iba disminuyendo hasta convertirse en una pequeña lámina nerviosa cuya superficie metamorfoseaba el abrupto relieve del fondo. En este estado del río, Hugo dejó de acercarse con tanto entusiasmo a la barandilla del puente, mirando con preocupación la lenta desaparición del agua.

Sin embargo, durante las dos últimas semanas al final del verano y comienzo del otoño llovió copiosamente sobre la Sierra de Madrid y sus localidades adyacentes: El Escorial, Guadarrama, Alpedrete y Villalba. Durante este periodo lluvioso recorrimos el trayecto hacia el colegio en coche y al paso por el puente, Hugo pegaba la nariz a la ventanilla del coche y se estiraba en su silla con el fin de atisbar cómo aumentaba el caudal del río. Si caía agua del cielo, el río debía de aumentar su caudal de forma proporcional.

Por fin el primer martes soleado de otoño, decidimos ir al colegio andando de nuevo y al pasar por el puente, Hugo corrió frenético y se paró en la



barandilla. Su cara reflejaba el mayor de los asombros ante el enigma que contempló, abrió los ojos y gritó:

- ¡NO HAY ABUA!, ¡¡ALLÍ NO HAY ABUAA!! - Se giró hacia mí y me interrogó con la mirada mientras señalaba con el dedo el efímero caudal del río.

La pregunta no es fácil de responder, dos semanas lloviendo constantemente día y noche y sin variación aparente del caudal del Guadarrama. Pues bien, éste es el fenómeno de Hurst, y basándose en éste tipo de observaciones dicho autor lo describió. Para observar la respuesta del río a la lluvia, debemos aumentar el intervalo temporal de observación por encima de dos o tres semanas de tiempo porque el sistema presenta memoria a largo plazo y el Guadarrama aún recuerda la pertinaz sequía del último año.

Este fenómeno es tan natural que cualquier río en cualquier pueblo representa la complejidad del caos y despierta la perplejidad de un niño.

Pasó un mes y un buen día llovió copiosamente durante la madrugada y la mañana siguiente, la sorpresa fue mayúscula al pasar por el río y observar que el caudal se había elevado en 40 centímetros aproximadamente.

¡Cómo es posible!. Después de las lluvias anteriores se palió gran parte de la carencia de agua que había en el terreno, por lo tanto, la lluvia caída no se almacenaba y podía fluir libremente por la superficie, bastaron unas horas de lluvia para que gran parte del agua pasase al río Guadarrama mediante escorrentía superficial sobre los tributarios. Sin una observación completa durante los meses anteriores, habríamos pensado que basta un día, un dato puntual de lluvia, para que el río aumente o disminuya de caudal de forma correlatoria y sin embargo esta variación es un proceso que presenta memoria a largo plazo, el río recuerda.

Sobre la serie sísmica instrumental del área Ibero-Magrebí, proporcionada por el Instituto Geográfico Nacional (I.G.N.) y mediante el análisis de Hurst se determina el intervalo temporal mínimo de correlación entre los terremotos registrados, para compararlo después con la sismicidad histórica del catálogo de Mézcua-Martínez Solares (1983). De forma complementaria, se analiza, según Hurst, series temporales de réplicas sísmicas con el fin de determinar la influencia de grandes réplicas dentro de la misma serie (Cisternas et al, 2002).

Por último, se analizan las series temporales proporcionadas por los autómatas celulares generados en el capítulo anterior, con el fin de determinar cual de todos representa con mayor realismo la dinámica espacio temporal. La figura 1.2.4 muestra el esquema de trabajo de este capítulo.

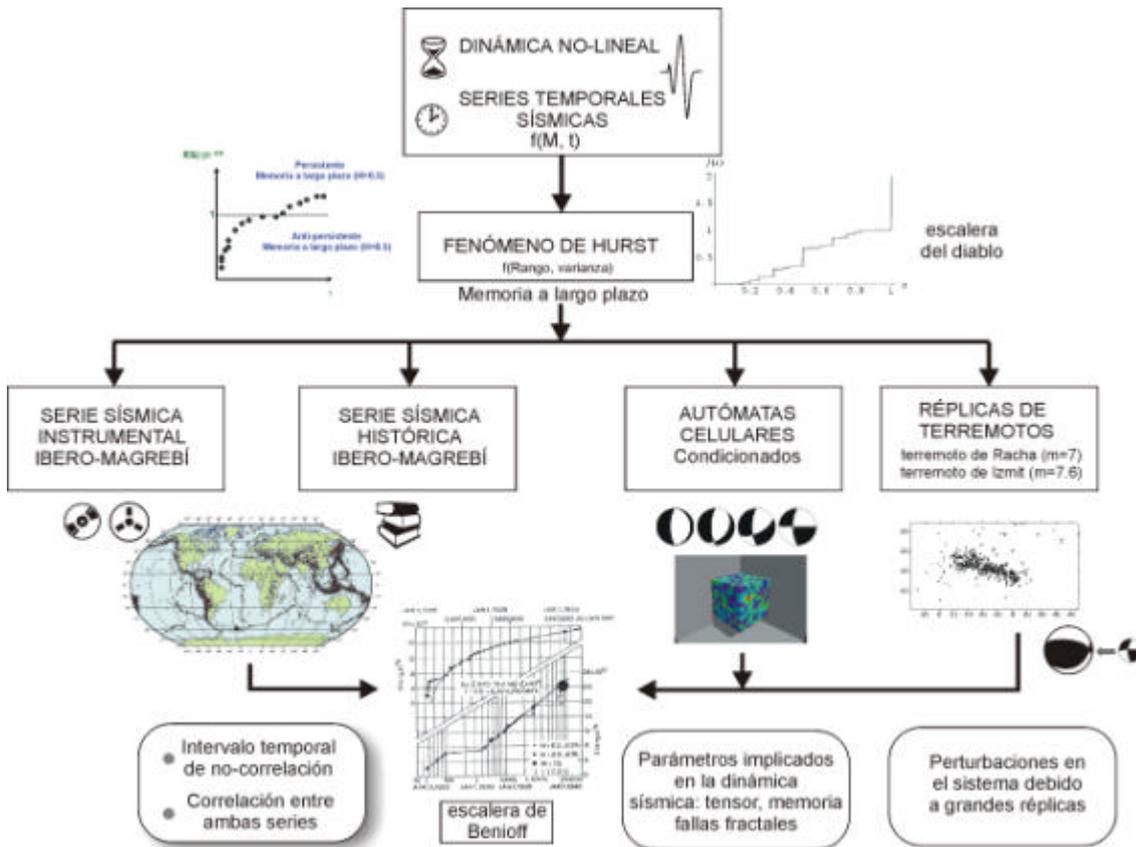


Figura 1.2.4 Esquema de trabajo del capítulo 5: Análisis no-lineal de Series Temporales en Sismicidad. En este capítulo se aplica un análisis de Hurst sobre todas las series sísmicas vistas en los capítulos precedentes.



La fractalidad del mundo real está fuera de toda duda (Takayasu, 1990) y es congruente con los modelos más realistas sobre dinámica sísmica (Bak, 1996, Turcotte, 1997, Goltz, 1998). Hoy en día, nadie cuestiona la no linealidad de la sismicidad (Meissner, 1994) y los modelos de bloques deslizantes de Burridge y Knopoff que representan, actualmente, el modelo mecánico más realista, presentan un comportamiento caótico (Huang y Turcotte, 1992).



1.3 Definición de Dimensión Fractal: dimensiones generalizadas de Renyi

La geometría fractal representa un nuevo lenguaje, una nueva visión de cosas tan comunes como una nube, un helecho, un sistema sanguíneo. Barnsley y Devaney (1988) señalan que este conocimiento hará perder las percepciones de estos objetos, abandonando la inocencia e imagen lúdica que representan. Asevera esta idea el hecho de que este lenguaje se expresa mediante algoritmos que difícilmente son computables sin el concurso de los ordenadores. Una vez dominado este lenguaje, la descripción de una nube se hace tan precisa como cualquier otro objeto que se describa mediante la geometría clásica ó euclidiana.

Mandelbrot (1982) es considerado como el pionero de los trabajos sobre fractales, término el de *fractal* que definió en 1975. Mandelbrot demostró que algunas estructuras naturales de bastante complejidad presentan cierta regularidad geométrica: la invarianza al cambio de escala. Estos objetos los agrupó con el término de *conjuntos fractales* (ríos, rayos eléctricos, nubes, distribución de fracturas, terremotos, redes sanguíneas, neuronas, comportamientos bursátiles, etc.) (Figura 1.3.1). La interrelación entre escalas tiene una descripción matemática, la *ley de potencia* o más conocida mediante el término anglosajón de *power-law*.

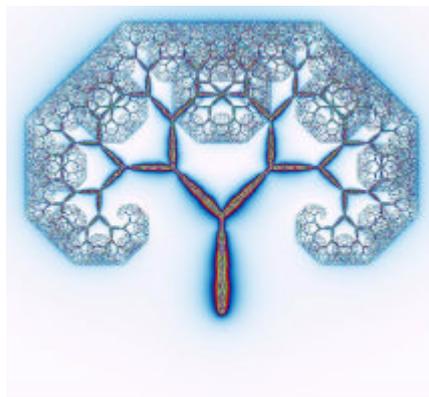
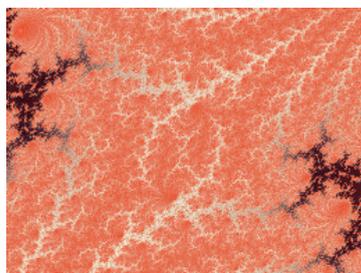


Figura 1.3.1 Ejemplos de estructuras fractales que representan geometrías naturales. A la izquierda, aparece una red capilar jerarquizada. A la derecha, representación fractal de una red neuronal o bien del sistema urinario, o bien del sistema respiratorio.

Fueron precisamente las matemáticas, las primeras en anunciar la existencia de ciertos objetos que no podían describirse mediante la geometría euclidiana, aunque Wittgenstein afirmara que los matemáticos no descubren, sino que solamente inventan (Reseñas sobre fundamentos matemáticos, 1937). Estos *monstruos matemáticos* descubiertos por los matemáticos e inventados por la naturaleza están constituidos por

el conjunto de Cantor (1872), la curva de Weierstrass (1873), y ciertos comportamientos como el movimiento browniano de Percin y la estructura copo de nieve de Von Koch (1906) (Paredes, 1995) (Figura 1.3.2).

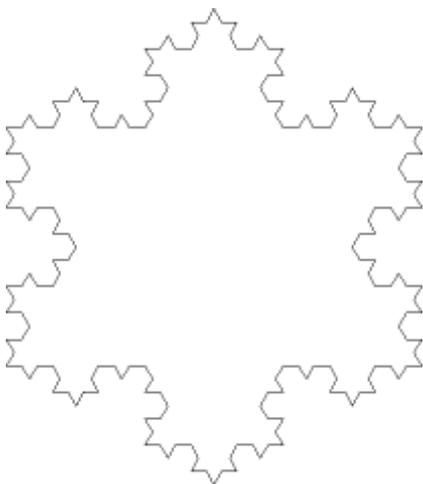


Figura 1.3.2 Estructura fractal de Copo de Nieve de Von Koch. En el texto se explica cómo se genera.

En 1919, Hausdorff desarrolla la teoría matemática que permite describir estos objetos complejos dentro de un espacio de dimensión no nula (*métrica de Hausdorff*). Besicovitch en 1920 utiliza la dimensión de Hausdorff para medir y dimensionar estos conjuntos. En 1957 Hurst enuncia la ley que lleva su nombre para estudiar el efecto de la invarianza al cambio de escala en series temporales y que presentan memoria a largo plazo.

La invarianza al cambio de escala es la propiedad cualitativa fundamental para definir un conjunto fractal, y su expresión matemática es la ley de potencia. Ambos comportamientos aparecen tanto en series espaciales (geometría y forma) como en series temporales (distribución de un fenómeno a lo largo del tiempo).

En los años setenta (durante el siglo XX) se produce el gran avance en la ciencia de los fractales. En 1967, Mandelbrot publica un trabajo sobre la imposibilidad de medir exactamente la longitud de la costa inglesa, basado en la propiedad de la topografía como invariante al cambio de escala y culminando su propuesta con la publicación de su libro en 1982: *The Fractal Geometry of the Nature*.

Una vez que se establecieron las bases que rigen la fractalidad, se diversificó su aplicación a diferentes campos de la geología tales como la paleosismología (Rodríguez-Pascua et al., 2002), ecología (Hastings, 1982), tectónica (Allegré et al., 1982; Turcotte, 1982; Avilés et al., 1987; Okubo y Aki, 1987; Barton y La Pointe, 1995), petrología (Krohn, 1988), hidrogeología (Mandelbrot y Wallis, 1969), meteorología (Lovejoy, 1982), geomorfología (Burrough, 1981), geofísica (Turcotte, 1986; Turcotte, 1992; Turcotte, 1996) y sismología (Aki, 1981; Hirata, 1989; Goryanov et al., 1997), de tal forma que da la sensación de que cualquier proceso natural reproduce geometrías fractales, son *ubicuos* (Barnsley, 1993).

Según avanzaron los estudios de los trabajos preliminares, aparece una evolución conceptual desde la comprensión natural según una dimensión fractal homogénea o monofractal, a la descripción desde la perspectiva multifractal



(Grassberger, 1983; Brown y Scholz, 1985; Prasad et al., 1988; Mandelbrot, 1989; Hirata y Imoto, 1991; Paredes, 1995). Un conjunto multifractal no posee una única dimensión fractal, presenta un espectro de dimensiones fractales que dificulta su cálculo, puesto que estas dependen de la escala de observación del objeto. Además, el grado de información también depende de la escala y nos tan evidente construir una medida que permita caracterizar geoméricamente su complejidad. Lovejoy et al. (1986) extienden la *multifractalidad* en geofísica mediante el estudio de la distribución espacial de redes geofísicas, avanzando el hecho de que la resolución de la información obtenida por estas redes, no depende exclusivamente de la densidad en la distribución espacial de estas redes, sino que también influye la resolución dimensional. Esta resolución dimensional es función de la heterogeneidad en la distribución de dimensiones fractales, lo cual plantea un problema diferente, la *anisotropía fractal*, la cual se aborda en el capítulo 2 de esta tesis (Pérez-López, 1999, Pérez-López et al., 2000).

En 1988, Barnsley y Devaney definen los *Sistemas de Funciones Iteradas* (IFS). Estos sistemas permiten construir geometrías complejas a partir de un generador geométrico simple y diferenciable. Con el fin de comprender esta mecánica desde una perspectiva gráfica se describe un ejemplo sencillo (Jürgens *et al.*, 1990). Partiendo de un triángulo equilátero (Figura 1.3.3a), reducimos su tamaño a un tercio de su valor original y los situamos en los extremos del triángulo equilátero original (Figura 1.3.3b). Se repite el proceso sobre el objeto conseguido anteriormente y así n veces (Figura 1.3.3b). El conjunto que obtenemos se denomina *triádico de Koch* y representa geoméricamente un objeto fractal (Mandelbrot, 1975; Falconer, 1990).

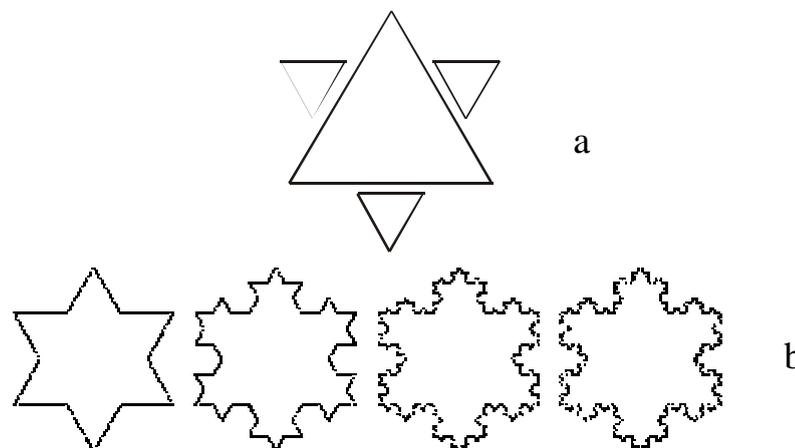


Figura 1.3.3(a) Generador de un triádico de *Von Koch*. (b) Iteraciones sucesivas (4) de un triádico de *Koch*.

Variando la ley de construcción, pero también iterando n -veces un proceso sencillo, como es unir los puntos intermedios de un triángulo equilátero, también obtenemos un objeto fractal con una figura límite que se ha utilizado en simulaciones geológicas (Gumiel *et al.* 1996). Este objeto se denomina *triángulo de Sierpinsky* (Mandelbrot, 1975; Falconer, 1990) (Figura 1.3.4). Llega un momento en que por más que apliquemos la regla y repitamos el proceso no varía la geometría del conjunto, esta geometría representa la *geometría fractal límite*. Si se aplica una ampliación (*zoom*) sobre una parte del conjunto, obtenemos la misma geometría una y otra vez; el *todo* es semejante a sus *partes*. Los algoritmos que definen objetos fractales constituyen transformaciones afines sencillas: rotaciones y translaciones.

De esta manera, no solamente es posible reconocer y describir los fractales geométricos, sino también se conoce la forma de generarlos, lo que es un paso muy importante para entender y situar los fractales naturales según su proceso generador.

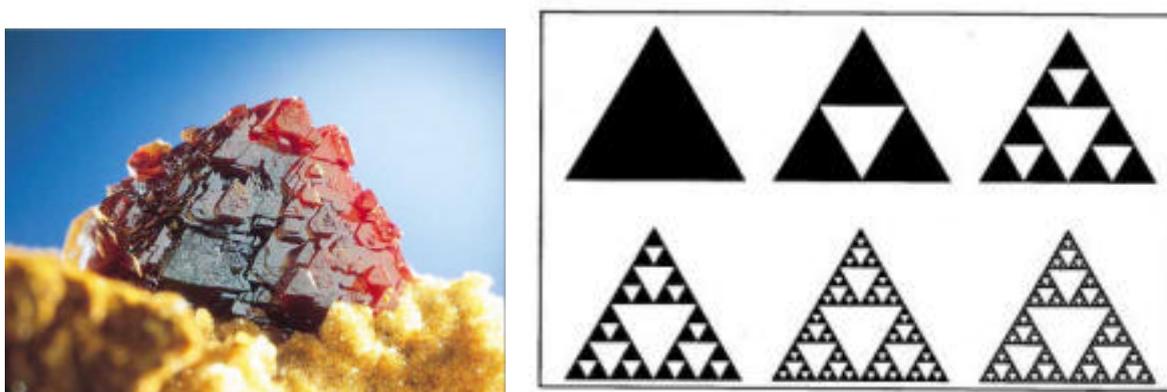


Figura 1.3.4 *Derecha*: Triángulo de *Sierpinsky* generado mediante extracción del triángulo central sucesivas veces. La imagen inicial es el triángulo inferior derecha. *Izquierda*: crecimiento de cristales de cuprita mediante un patrón geométrico fractal tipo *Sierpinsky*.

1.3.1 Noción de dimensión: Dimensión de Hausdorff y Dimensión Fractal

El concepto de dimensión caracteriza los espacios euclidianos en los que se establece el concepto de medida (Dubois, 1995). La dimensión espacial habitualmente conocida presenta un valor entero para la percepción humana. La dimensión 0 hace referencia a un punto, la dimensión 1 describe una línea y la dimensión 2 un plano. Es en el plano donde los científicos y los artistas realizan la mayoría de sus representaciones, aunque utilizando perspectivas en tres dimensiones, esto es los volúmenes, de dimensión 3.

Vamos a definir la dimensión de Hausdorff a partir del concepto de medida para una escala (?. No será necesario acudir a la topología ni a la definición de la medida de



Lebesgue o a la de Hausdorff, puesto que no es el objetivo de ésta tesis. Sin embargo, se mencionará cómo medir una curva que muestra un perfil complejo, tal y cómo un perfil topográfico costero sobre un mapa (Richardson, 1961, Mandelbrot, 1967).

Sea un conjunto fractal F (conjunto de puntos distribuidos que pertenecen a F) sobre el que se pretende determinar su dimensión a partir de un recubrimiento geométrico mediante cubos, por ejemplo, sobre el conjunto F. Se define la dimensión fractal o dimensión de Hausdorff cómo (Bergé et al., 1984, Turcotte, 1992):

$$D = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{\log N(\epsilon)}{\log 1/\epsilon} \tag{1-1}$$

Donde N(ε) es el número mínimo de cubos necesarios de tamaño ε que recubren el conjunto F. Si para valores pequeños de ε se cumple la relación:

$$N(\epsilon) \approx \epsilon^{-D} \tag{1-2}$$

Entonces D es la *dimensión fractal* o *dimensión de Hausdorff* del conjunto fractal F. N(ε) representa el número de objetos con una dimensión lineal característica (ε). Esta dimensión fractal es un número racional que cuando toma el valor de un número entero se identifica cómo un espacio euclidiano (D = 1, D = 2 etc...)

Aplicación sobre el Conjunto de Cantor

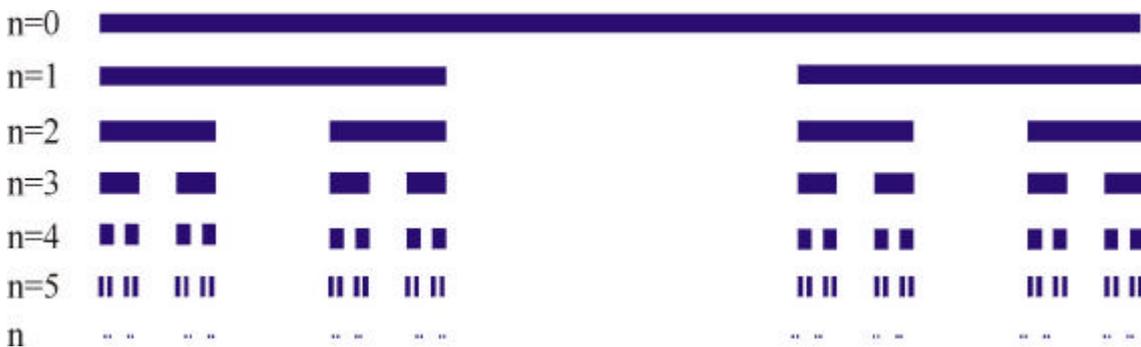


Figura 1.3.5 *Conjunto de Cantor*. Partiendo de una recta unitaria, se divide en tres segmentos iguales y se elimina el segmento central. Repitiendo el proceso sucesivas veces se obtiene el conjunto de Polvo de Cantor, cuya dimensión fractal es de 0.631. Ver explicación en el texto

Con el fin de comprender mejor el significado de la dimensión fractal de un conjunto geométrico analizamos el *Conjunto de Cantor*, quizás el conjunto fractal más

n	N _n	r _n
0	1	1
1	3	1/3
2	9	1/9
3	27	1/27
D = 0.6309		

Tabla 1.3.I

utilizado con fines didácticos por su simpleza y su complejidad implícita, a la par de común en sistemas naturales (Figura 1.3.5bis).

Sea un segmento de longitud unitaria que se divide en tres partes iguales (Figura 1.3.5). De estas tres partes se elimina el segmento central y se repite el proceso sucesivas veces. El resultado final es una difusa nube de puntos la cual se

denomina *Polvo de Cantor*. En un principio y aplicando el análisis clásico de la Teoría de la Medida, la Métrica de *Lebesgue*, se obtiene un valor de la dimensión de este objeto de $D = 0$.

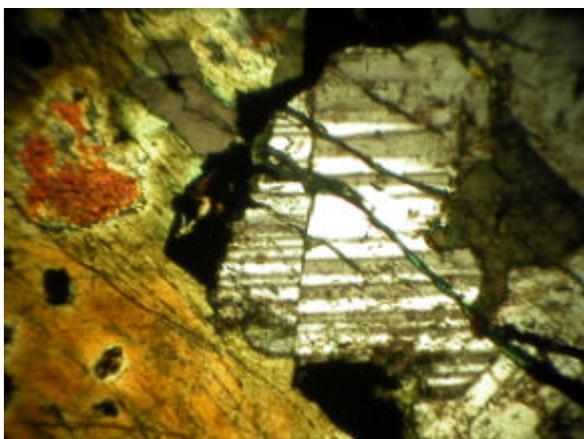


Figura 1.3.5bis Fotografía de una plagioclasa a vista de microscopio petrográfico bajo nicoles cruzados. Se observa su maclado según un conjunto de Cantor.

Sin embargo y según la construcción, aún permanece una distribución de puntos difusa, no un único punto. Las propiedades que presenta el conjunto de Cantor son la autosemejanza, se define de una forma precisa para generar una estructura compleja y se obtiene mediante un proceso recursivo.

Para aplicar la fórmula (1-1), la describimos de la forma (Turcotte, 1992):

$$D = \frac{\log(N_{n+1} / N_n)}{\log(r_n / r_{n+1})} \quad (1-3)$$

Donde N es el número de segmentos en el estado n , y r su longitud. La Tabla 1.3.I muestra una serie de valores para diferentes iteraciones n .

Tomando dos iteraciones sucesivas del conjunto de Cantor y sustituyendo en la ecuación (1-3), se obtiene una dimensión fractal de $D = 0.6309$. Este valor se encuentra comprendido entre la dimensión de un punto ($D = 0$) y la dimensión de una línea ($D = 1$). De esta manera, el conjunto de Cantor es una geometría comprendida entre un punto y una línea.



Generando construcciones similares al conjunto de Cantor disminuyendo la parte eliminada de la recta, esto es, acercándose a una recta, la dimensión fractal aumenta tendiendo a 1. De esta manera, podemos interpretar la dimensión fractal como el grado de distribución e irregularidad espacial de un objeto acotado por dos dimensiones euclídeas. Para ilustrar esta afirmación, la figura 1.3.6 presenta diversas construcciones geométricas y su dimensión fractal asociada. Los datos necesarios para la determinación de la dimensión D mediante la fórmula (1-3) se muestra en la tabla 1.3.II:

<i>Objeto</i>	r_0	r_1	N_0	N_1	<i>Dimensión</i>	<i>geometría</i>
<i>Punto</i>					0	<i>euclídea</i>
<i>Conjunto de Cantor</i>					0,63	<i>fractal</i>
<i>Línea</i>					1	<i>euclídea</i>
<i>Alfombra de Sierpinsky</i>					1,46	<i>fractal</i>
<i>Cuadrado</i>					2	<i>euclídea</i>
<i>Esponja de Menguer</i>					2,73	<i>fractal</i>
<i>Cubo sólido</i>					3	<i>euclídea</i>

Tabla 1.3.II Valores de los factores de escala y número de objetos (N) de los objetos representados en la figura 1.3.6 (*página siguiente*). Las dimensiones de cada objeto se han obtenido sustituyendo en la ecuación 1-3.

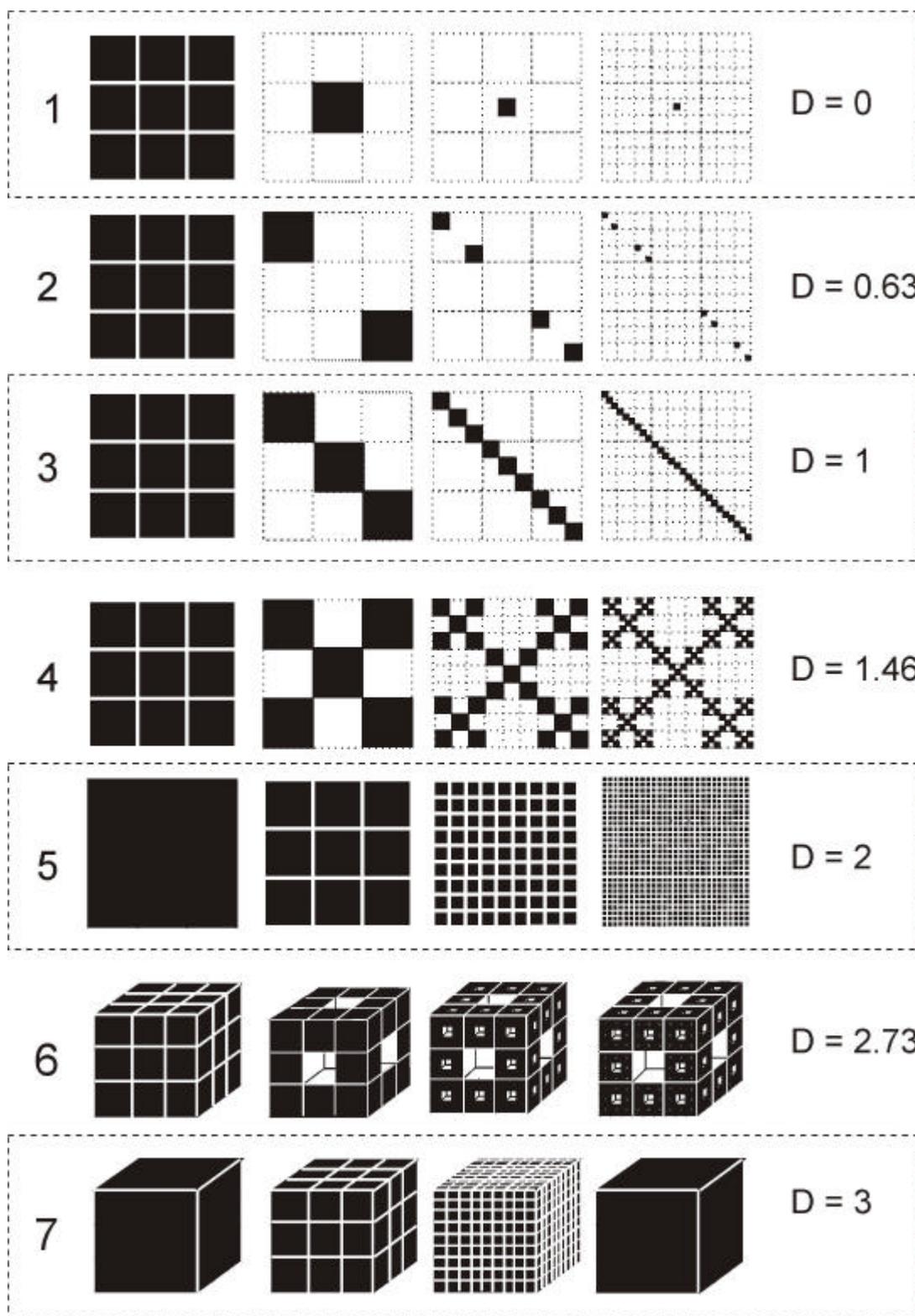


Figura 1.3.6 Diferentes construcciones fractales de un *Conjunto de Cantor* (2), una *Alfombra de Sierpinsky* (4) y de una *Esponja de Menger* (6), con sus dimensiones fractales asociadas. Ver explicación en el texto.



(1)- Sea un cuadrado de longitud unitaria, $r_0 = 1$, $N_0 = 1$, con $n = 0$. Dividimos esta superficie en nueve partes iguales y eliminamos todos los fragmentos resultantes excepto el fragmento central, cuya longitud se ha reducido a $r_1 = 1/9$. Este constituye el paso $n = 1$. Si repetimos el proceso hasta el infinito, la figura resultante es un punto cuya dimensión es $D = 0$, aplicando la fórmula (1-3) (Figura 1.3.6 caso 1).

(2)- Comenzando otra vez con el cuadrado inicial de longitud unitaria, de nuevo se divide en nueve partes iguales de longitud $r_1 = 1/9$. Esta vez se eliminan todos los fragmentos excepto los que conforman la diagonal (Figura 1.3.6, caso 3). En el infinito, esta construcción da lugar a una recta de dimensión $D = 1$.

(3)- Se divide el cuadrado inicial tantas veces como sea posible y no se elimina ninguno de los fragmentos resultantes. Obviamente se obtiene el mismo cuadrado original, cuya dimensión es $D = 2$ (Figura 1.3.6 caso 5).

(4)- Esta vez se construye un cubo regular con el cuadrado original y se divide tantas veces como sea posible. La dimensión del objeto resultante llevado al infinito es de $D = 3$ (Figura 1.3.6 caso 7).

Estos cuatro primeros casos describen la dimensión euclídea de objetos bien conocidos y que mediante su combinación sirven para describir la mayoría de la naturaleza que nos rodea.

Se ha visto como aplicando la ecuación (1-3) se obtienen las dimensiones euclídeas clásicas. Ahora bien, comprobemos que entre medias de estas geometrías aparecen otras geometrías ocultas que describen de forma real la naturaleza y no se queda en una mera aproximación. Para ello se aplica la ecuación (1-3) sobre las siguientes construcciones:

(I) Partiendo del cuadrado inicial generador y de longitud unitaria, de nuevo se divide en nueve partes iguales, eliminando todos los fragmentos excepto la esquina superior izquierda y la esquina inferior derecha. En esta iteración $n = 1$, $N_1 = 2$ y $r_1 = 1/9$. En la siguiente iteración ($n = 2$), $N_2 = 4$ y $r_2 = 1/27$. En el infinito, $N_n \sim 2^n$ y $r_n \sim 3^{n+1}$ y la dimensión fractal es $D = 0,63$ (Figura 1.3.6, caso 2). Este conjunto es el descrito anteriormente como el *Polvo de Cantor* (Figura 1.3.5).

(II) De nuevo desde el generador y dividiendo en nueve partes, eliminamos los fragmentos centrales del perímetro exterior. En esta iteración $n = 1$, $N_1 = 5$ y $r_1 = 1/9$. En la siguiente iteración ($n = 2$), $N_2 = 25$ y $r_2 = 1/27$. En el infinito, $N_n \sim 5^n$ y $r_n \sim 3^{n+1}$ y la dimensión fractal es $D = 1,46$ conocida como *Alfombra de Sierpinsky* (Figura 1.3.6, caso 4).

(III) Esta vez sobre el generador tridimensional, el cubo unitario, se divide en nueve partes iguales y se elimina el cubo central de cada cara. En esta iteración ($n = 1$) $N_1 = 24$ y $r_1 = 1/9$. En la siguiente iteración ($n = 2$), $N_2 = 576$ y $r_2 = 1/27$. En el infinito, $N_n \sim 24^n$ y $r_n \sim 3^{n+1}$ y la dimensión fractal es $D = 2,73$ (Figura 1.3.6, caso 6) La geometría resultante se conoce con el nombre de *Espanja de Menguer*.

Este ejemplo analítico constituye un caso muy particular, pero esta construcción es igualmente aplicable a cualquier objeto fractal determinístico conocido e ilustra de igual manera donde se ubican los fractales dentro de la Teoría de la Medida. Además, no es difícil deducir que la dimensión fractal de una geometría aparece acotada entre su dimensión topológica (d_T) y su dimensión euclídea (D_E):

$$d_T \leq D_f \leq D_E \quad (1-4)$$

Desde la desigualdad de la ecuación (1-4) podemos definir un fractal como aquella geometría que presenta una dimensión estrictamente inferior a su dimensión euclídea pero superior a su dimensión topológica.

Los trabajos de Hentschel y Procaccia (1983), Takens (1980) y Grassberger (1983) demuestran que existen un número infinito de dimensiones fractales generalizadas, D_q , donde q es un número entero > 0 y que caracteriza los conjuntos fractales y sus atractores extraños (ver capítulo 3). Estos autores definieron 3 dimensiones fractales: la *dimensión de capacidad* D_0 (también llamada *dimensión box* o *dimensión de semejanza*), la *dimensión de información* D_1 y la *dimensión de correlación* D_2 .

1.3.2 Dimensión de Capacidad, D_0

La dimensión de capacidad se define como la dimensión fractal medida al recubrir un objeto fractal mediante un mallado regular. Estrictamente se define como:

$$D_0 = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{\log N(\epsilon)}{\log(1/\epsilon)} \quad (1-5)$$

Donde $N(\epsilon)$ es el número de celdas de tamaño ϵ que recubren una porción del conjunto fractal F , esta es la definición original de Mandelbrot y es la misma que se ha estado calculando hasta ahora en los conjuntos fractales anteriores.



1.3.3 Dimensión de Información, D_1

La dimensión de información se define cómo:

$$D_1 = \lim_{m \rightarrow 0} \frac{\sum_{i=1}^m P_i \log P_i}{\log m} \quad (1-6)$$

Esta dimensión fractal se relaciona directamente con la *entropía del sistema*, donde P_i hace referencia a una medida de probabilidad y n es el número de celdas que incluyen algo del conjunto F . Se tratará este tema con más profundidad en el apartado 1.8 de este mismo capítulo.

1.3.4 Dimensión de Correlación, D_2

Para una distribución de puntos $[X_i]$ desde $i = 1$ hasta n , se define la dimensión de correlación según la expresión:

$$D_2 = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{n^2} \sum_{i=1, j=1}^n H(r - |X_i - X_j|)}{\log \frac{1}{r}} \quad (1-7)$$

Donde $H(\cdot)$ es la función de *Heaviside*. Esta dimensión fractal puede entenderse como una función de distribución entre dos puntos, analizado por pares dentro de un radio r . Para su cálculo, comúnmente se utiliza el algoritmo de Grassberger y Procaccia (1983):

$$C_n(r) = \frac{2}{n(n-1)} \sum_{1 \leq i < j \leq n} 1(\|x_i - x_j\| \leq r) \quad (1-7b)$$

Donde r es el radio de búsqueda de los puntos X_i, X_j , y n el número de puntos que hay dentro de esa circunferencia.

1.3.5 Dimensiones Generalizadas, D_q

Introducidas originalmente por Hentschel y Procaccia (1983), estas dimensiones se definen para $q \neq 0$ la expresión:

$$D_q = \frac{1}{(q-1)} \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{\log \sum_{i=1}^{N(\epsilon)} p_i^q}{\log \epsilon} \quad (1-8)$$

Donde p es la probabilidad de encontrar un punto del conjunto fractal en un cubo de tamaño ϵ . Estos mismos autores demuestran que:

$$D_0 = D_q \quad (q = 0) \quad (1-9)$$

$$D_1 = \lim_{q \rightarrow 1} D_q \quad (1-10)$$

$$D_2 = D_q \quad (q = 2) \quad (1-11)$$

Las ecuaciones (1-9), (1-10) y (1-11) indican que la dimensión de capacidad (D_0), la dimensión de información (D_1) y la dimensión de correlación (D_2), constituyen casos particulares de las dimensiones generalizadas, las cuales verifican que:

$$D_0 \leq D_1 \leq D_2 \quad (1-11b)$$

y estableciendo la igualdad entre las dimensiones de recubrimiento (D_0), de información (D_1) y de correlación (D_2) cuando F es un conjunto fractal homogéneo.

$$D_0 = D_1 = D_2 \quad (1-11c)$$



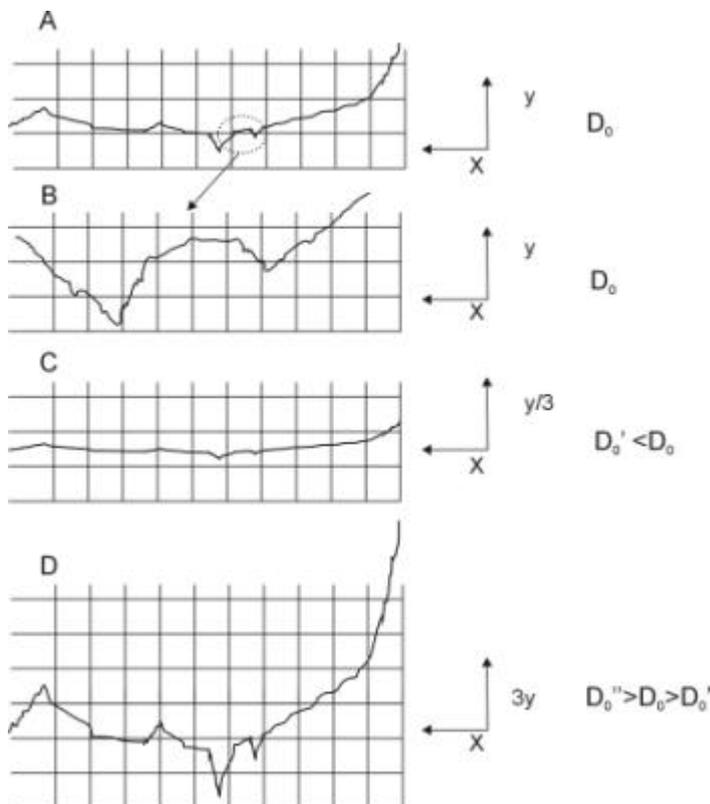
1.4 Clasificación geométrica de los conjuntos fractales

1.4.1 Definición de autosemejanza y autoafinidad

Hasta ahora, se ha descrito la autosemejanza como la invarianza al cambio de escala de un conjunto fractal. Esta invarianza se presenta a través de la dimensión fractal, la cual se obtiene como el exponente de la ley de potencia resultante del recubrimiento del conjunto fractal mediante un mallado regular, ecuación (1-2). Dentro de un rango de escalas donde se cumple la ley potencial, el objeto fractal mantiene sus propiedades geométricas al cambio de escala (es homogéneo) y presenta una dimensión fractal constante. En este caso, el conjunto se define *autosemejante* ó monofractal.

Sin embargo, la aplicación de los fractales en la geomorfología, por ejemplo, y más concretamente en el análisis del relieve, mostró que estos conjuntos fractales son de tipo *autoafín* al no presentar una dimensión fractal única (Mandelbrot, 1965; Mandelbrot, 1989). ¿Qué significa la autoafinidad?

Los relieves topográficos representan formas complejas difícilmente analizables mediante las técnicas clásicas de estudio de la forma. Sea el perfil topográfico que aparece en la figura 1.4.1a y para una escala (e). Realizando un análisis mediante un recubrimiento de una mallado (ver apartado 1.4.3), se obtiene una dimensión fractal D_0 .



Extrayendo una porción del perfil y representándole a la misma escala (e), la dimensión fractal de un conjunto homogéneo no cambiaría (Figura 1.4.1.b).

Figura 1.4.1 (a) Perfil topográfico a escala e. (b) Aumento y representación de una parte del perfil a escala e. (c) Cambio de escala vertical del perfil a un tercio del valor original. (d) Exageración de la escala vertical al triple de la original.

Sin embargo, si se varía el valor en el eje vertical (Figura 1.4.1c y 1.4.1d), la dimensión fractal de recubrimiento obtenida es distinta. Esta variación con la escala de la dimensión fractal es la propiedad principal de los conjuntos autoafines.

Los conjuntos autoafines, que incluyen a los conjuntos autosemejantes como caso particular, son el resultado de una transformación afín $S: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ de la forma:

$$S(x) = T \cdot x + b \quad (1-12)$$

Donde T es una transformación lineal en \mathbb{R}^n representada por una matriz $n \times n$ y x y b son dos vectores de \mathbb{R}^n . Una transformación afín es una combinación de rotaciones y traslaciones de un conjunto geométrico. A diferencia de las transformaciones por semejanza, las transformaciones afines realizan contracciones o dilataciones con factores que dependen de la escala de representación. Para un análisis más profundo, consultar Mandelbrot (1986), Falconer (1990).

1.4.2 Análisis Fractal de la geometría: técnica de box-counting

Esta técnica permite calcular la dimensión de Hausdorff para conjuntos fractales autosemejantes representados en 2-D y es una de las técnicas más sencillas y fáciles de computar. Esta dimensión de Hausdorff corresponde a la dimensión fractal de recubrimiento o dimensión de capacidad, D_0 . La mecánica de esta técnica consiste en realizar un mallado regular superpuesto a un conjunto fractal, caracterizado por el paso de malla (lado o diagonal de la celdilla que defina la malla). Posteriormente se realiza el conteo del número de celdas que recubren a ese conjunto fractal. Variando el paso de la malla se realizan diferentes recubrimientos del conjunto fractal donde e es el paso de la malla (escala) y $N(e)$ el número de celdas que recubren o intersectan en parte, el conjunto fractal E (Figura 1.4.2).

La demostración de esta afirmación es sencilla. Partiendo de un cuadrado, este puede representarse como la unión de elementos disjuntos re-escalados por un factor r , siendo estos elementos similares al conjunto original. De esta forma, se descompone el cuadrado en N cuadrados iguales de longitud $1/r$.

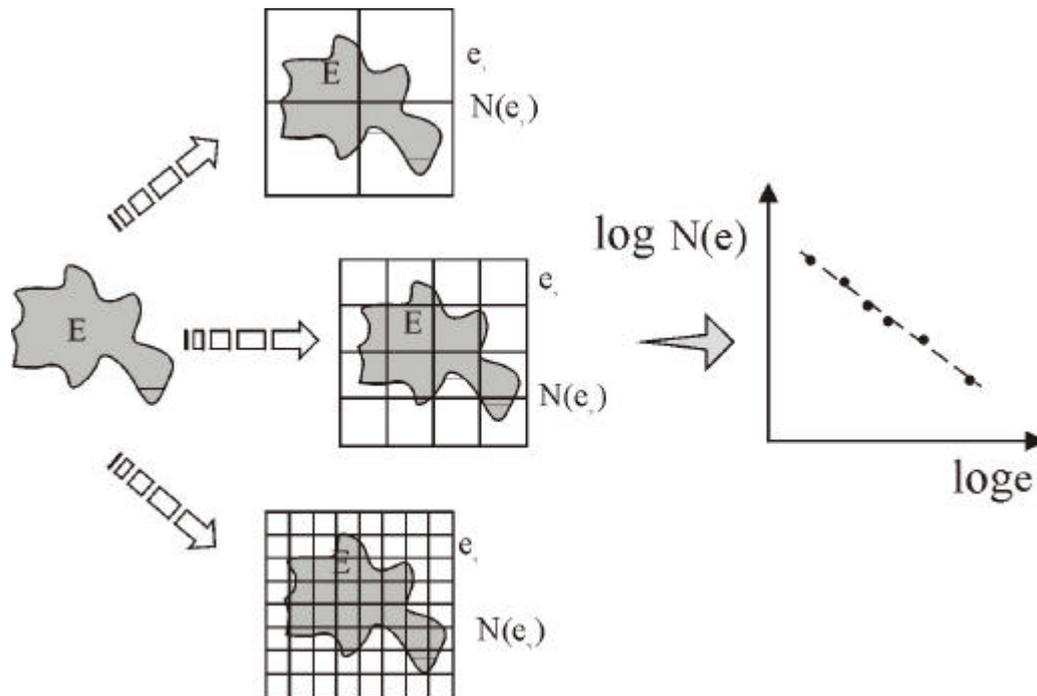


Figura 1.4.2 Técnica de *box-counting* sobre un conjunto fractal E . La dimensión de recubrimiento D_0 se obtiene mediante una representación bilogarítmica del número de celdas que recubren al conjunto E , $N(e)$ frente a la escala, e .

Por otro lado, la dimensión de Hausdorff de un conjunto se define mediante el recubrimiento de ese conjunto mediante discos (2D) o esferas (3D) (Paredes, 1995). Descomponiendo un círculo en unidades inferiores cuadradas disjuntas, ¿cuál es el grado de similitud frente al original?. El área de un círculo se expresa mediante la fórmula:

$$A \propto r^2 \quad (1-13)$$

La fórmula (1-13) constituye una ley de potencia cuyo exponente 2 representa la dimensión euclídea de una superficie. Recubriendo un círculo mediante cuadrados escalables y no diferenciables, a cualquier escala, se determina la dimensión de recubrimiento, la cual corresponde a una forma computable de la dimensión de Hausdorff..

Ejemplo: recubrimiento box-counting de la Isla de Mallorca

Comenzando con el perímetro de la isla de Mallorca (Figura 1.4.3), sea U_i la celda que define un mallado regular cualquiera. Realizando un ϵ -recubrimiento del perímetro de la isla de Mallorca (Figura 1.4.4):

$$\epsilon_{diam}(U_i) \quad (1-14)$$



Figura 1.4.3 Cartografía de la isla de Mallorca.

Se construye un mallado regular según $\epsilon_{diam}(U_i) = \epsilon$. Se varia el tamaño de la malla tomando $\epsilon_i \leq \epsilon_{i+1}$ con $\epsilon_{i+1} = \epsilon/2$. Realizando los conteos para los diferentes pasos de malla para $\epsilon_i \leq \epsilon$ cuando $i \leq n$, la medida de Hausdorff queda:

$$H^s_\epsilon(E) \approx \epsilon^{-s} N(\epsilon)^s \quad (1-15)$$

Donde $N(\epsilon)$ es el número de celdas que intersectan al conjunto E.

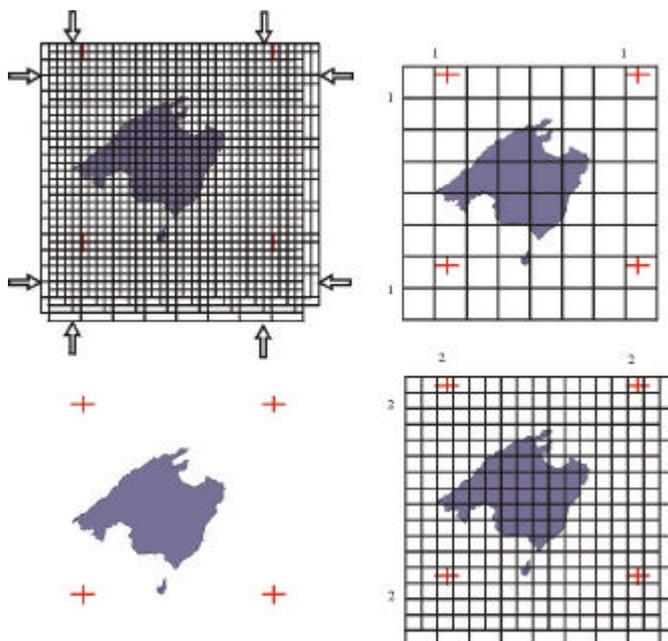


Figura 1.4.4 Técnica de box-counting sobre la Isla de Mallorca. Se realiza un recubrimiento mediante un mallado regular con diferente paso de malla. La dimensión de recubrimiento se obtiene en representación bilogarítmica entre la escala de la malla y el numero de celdas que recubren la isla.



Expresando la medida de Hausdorff (D) como el límite:

$$D = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{\log N(\epsilon)}{\log(1/\epsilon)} \quad (1-16)$$

Aplicando logaritmos en la expresión (1-16) y rescribiendo:

$$\lim_{\epsilon \rightarrow 0} \log N(\epsilon) = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} D \log(1/\epsilon) = \log \epsilon^D \quad (1-17)$$

La ecuación (1-17) representa la ecuación de una recta, similar a la ecuación (1.2), donde D es la dimensión fractal D_0 . Representando en ejes bilogarítmicos el valor de ϵ frente a $N(\epsilon)$ se calcula la dimensión fractal.

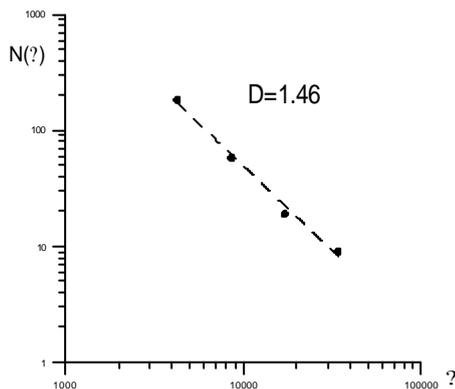


Figura 1.4.5 Dimensión fractal del recubrimiento de la Isla de Mallorca. El ajuste se realizó mediante mínimos cuadrados.

Siguiendo con el caso de la Isla de Mallorca, se realizaron cuatro mallados diferentes sobre su superficie, representada en escala 1:200.000. El mallado inicial tiene un paso de 34188 m, dividiendo a la mitad en los recubrimientos posteriores (Figura 1.4.4). El valor de la dimensión fractal de la Isla de Mallorca es de $D_0 = 1.46$, obtenido mediante mínimos cuadrados (Figura 1.4.5).

Resolución gráfica de la escala mínima y máxima

El recubrimiento de un conjunto fractal mediante un mallado regular, se lleva a cabo dentro de un intervalo de escalas del tamaño de la malla. El intervalo de escalas de tamaño de malla, muestra un comportamiento tipo ley de potencia para la curva $N(\epsilon)$ versus ϵ , donde $N(\epsilon)$ es el número de celdas de tamaño ϵ que intersectan una parte del conjunto fractal (Figura 1.4.2) Este rango de valores se define como intervalo de autosemejanza.

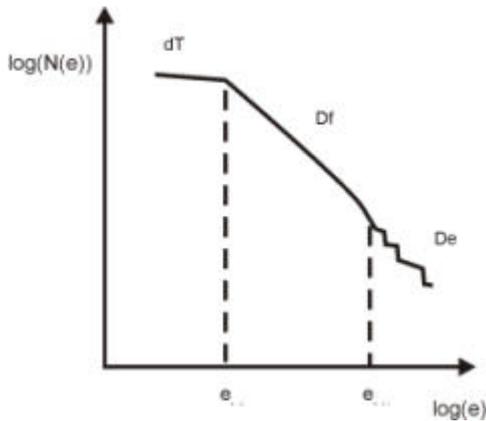


Figura 1.4.6 Intervalo de auto semejanza determinado entre la escala mínima (e_{\min}) y la escala máxima (e_{\max}). La pendiente de la curva, D_f , es la dimensión fractal, acotada por la dimensión topológica (d_T) y la dimensión euclídea (D_e)

La forma más común de determinar este rango de escalas, es trabajar sobre la curva de ajuste de la representación bilogárptica del valor de $N(e)$ versus (e) (Figura 1.4.6). La *escala máxima* de recubrimiento u *outer-cutoff* (e_{\max}) es la escala determinada por el punto de inflexión del comportamiento potencial de la curva con valor máximo de la escala (Figura 1.4.6). La *escala mínima* de recubrimiento o *inner-cutoff* (e_{\min}), se define como el punto de inflexión de la curva que presenta el valor mínimo de la escala de la malla (Figura 1.4.6).

La escala mínima del intervalo de auto semejanza es la escala de resolución más pequeña del conjunto fractal, mientras que la escala máxima es aquella a partir de la cual todas las celdas del mado intersectan con el conjunto fractal.

La figura 1.4.7 muestra una distribución irregular de círculos sobre el plano. El análisis fractal de la distribución de los huecos entre los círculos, mediante un recubrimiento con malla regular, tiene como escala inferior el tamaño del círculo más pequeño. Por debajo de ese valor, se pierde la resolución gráfica del objeto. La escala superior es el tamaño de la celda más grande que recubre un hueco. Por encima de este valor, todas las celdas contendrán un círculo, o parte de alguno.

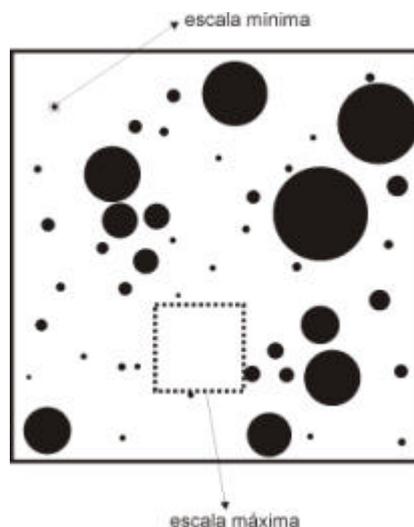


Figura 1.4.7 Criterio de obtención de la escala máxima y mínima del intervalo de auto semejanza, para la distribución de círculos en el espacio.



1.5 La distribución espacial de la fracturación como una geometría fractal

1.5.1 Invarianza al cambio de escala de la fracturación

Hasta ahora, se han visto una serie de conjuntos fractales determinísticos, los cuales se reconocen como geometrías que aparecen en la naturaleza (Figura 1.5.1).



Figura 1.5.1 Triángulo de Sierpinsky sobre una concha marina. Esta estructura es debida a la construcción del animal y coincide exactamente con la estructura descrita en apartados anteriores.

Los primeros trabajos sobre la naturaleza fractal de la fracturación se centraron en la falla de San Andrés (Avilés et al., 1987; Okubo y Aki, 1987). En estos trabajos se presentan las propiedades de escalado de la irregularidad en la traza de la fractura, calculando la dimensión fractal unidimensional en un rango de escalas entre 0,5 y 1000 km.

Mediante el comportamiento fractal, estos autores dividen la falla de San Andrés en segmentos, los cuales los correlacionan con la actividad sísmica registrada y las tasas de deformación acumulada. Las bandas con corta longitud de onda presentan una dimensión fractal mayor que las bandas de corta longitud de onda.

Pequeños valores de la dimensión fractal indican que la falla posee "débiles" propiedades geológicas para un rango de longitudes 0,5-1000 Km (Avilés et al., 1987). Estas débiles propiedades geológicas hacen referencia a la complejidad estructural de la falla, la cual es asumida como un plano euclídeo según su dirección y su buzamiento, rompiendo de forma homogénea en la génesis de los sismos.

Estos autores obtienen la dimensión fractal mediante un *compass counting* sobre perfiles del plano de la falla (Figura 1.5.2).

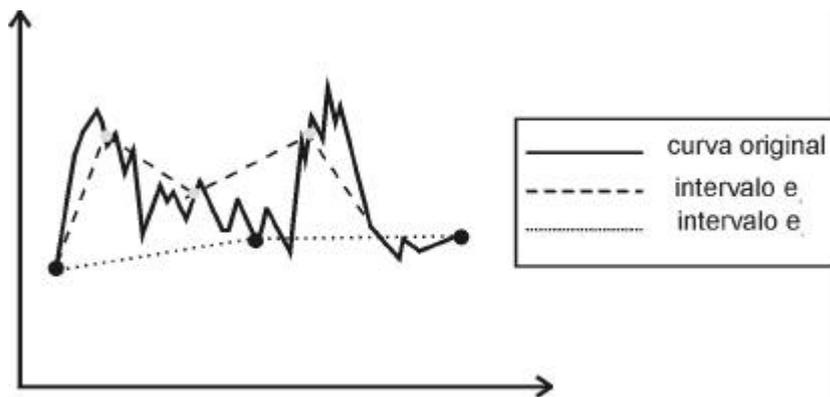


Figura 1.5.2 Método del *compass counting* sobre un perfil irregular. La curva original se recubre por intervalos regulares de tamaño e_1 o e_2 . La dimensión fractal se obtiene representando el número de intervalos que intersectan la curva frente al tamaño de los mismos.

De cualquier manera, Avilés et al (1987) señalan que independientemente de que los segmentos de falla presenten deslizamiento de tipo creep, o deslizamiento sísmico ó actividad microsísmica, todos estos segmentos presentan características fractales que no permiten distinguir el tipo de movimiento. Tres de estos segmentos localizados hacia el sur de la falla de San Andrés, tienen la dimensión mayor fractal, lo que podría indicar que presentan suficiente irregularidad como para romper en un único terremoto.

1.5.2 Variabilidad espacial de la dimensión fractal: anisotropía

Los primeros trabajos sobre anisotropía fractal son los de Okubo y Aki (1987), cuestionando la autosemejanza de la fracturación, estableciendo el concepto de la autoafinidad. Desde la distribución espacial de segmentos en San Andrés, obtienen la dimensión de recubrimiento (D_0), y el intervalo de autosemejanza. Además, también señalan la conveniencia de establecer modelos conceptuales que puedan integrarse en experimentos sobre recurrencia sísmica como el de *Parkfield* (Bakun y McEvelly, 1984).

A comienzos de los años 90 se distinguen dos corrientes principales en el análisis fractal aplicado a la fracturación, el análisis de la distribución espacial de fracturas en 2-D y 3-D (Velde et al., 1990; Gillespie et al., 1993, Walsh y Watterson, 1993; Barton y La Pointe, 1995; Castaing et al., 1995), y el análisis de la distribución de longitudes de fracturación y desplazamiento de fallas (Walsh y Watterson, 1988; Sornette et al., 1990; Yielding et al., 1992; Gillespie et al., 1993).



La dimensión fractal de la distribución espacial de fallas en 2-D se determina mediante el método de box-counting (Figura 1.5.3), tal y como se ha explicado en los apartados anteriores.

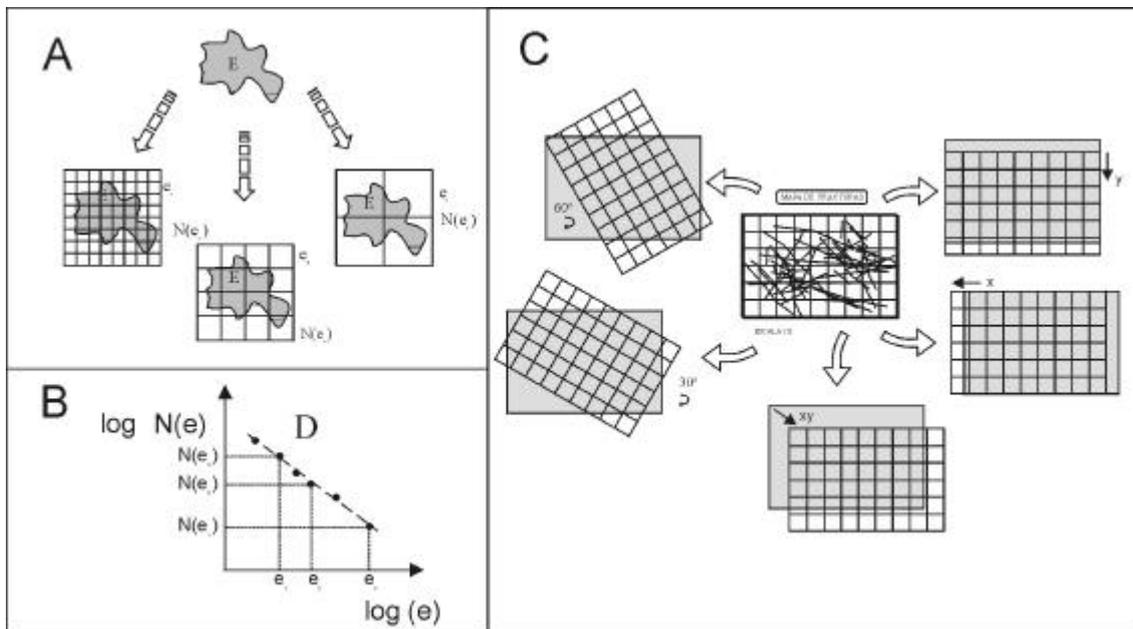


Figura 1.5.3 Aplicación de la técnica de box-counting sobre un conjunto bidimensional de trazas de falla. Partiendo del modelo conceptual del recubrimiento (A), y teniendo en cuenta que la dimensión de recubrimiento, D_0 , es la pendiente de la recta de ajuste entre el número de celdas que incluyen parte de una falla (B), frente al tamaño de la celda, se realiza un recubrimiento sobre el conjunto de fallas. Además, como el conjunto es autosemejante, se rota la malla y se desplaza para comprobar la estabilidad de la medida. Tomado de Pérez-López et al., 2000.

En el capítulo 2, se incidirá en el uso de esta técnica con el fin de determinar el condicionamiento fractal según el tensor de esfuerzos local (Pérez-López et al., 2000), así como de la determinación de la dimensión fractal con la orientación, con el fin de medir la anisotropía. Para este caso, se aplica el método de box-counting 1-D (Figura 1.5.4).

Este método aparece por primera vez en los trabajos de Velde et al. (1990), Harris et al. (1991), aunque estos autores no relacionan la dimensión fractal con el estado de esfuerzos, y si con la heterogeneidad litológica de materiales graníticos.

Para ello, los citados autores separan diferentes mineralogías, plagioclasas, feldespatos potásicos y cuarzos, midiendo la dimensión fractal en cada uno de ellos, y determinando su anisotropía mediante una semi elipse. No parece clara tal relación (Harris et al., 1991).

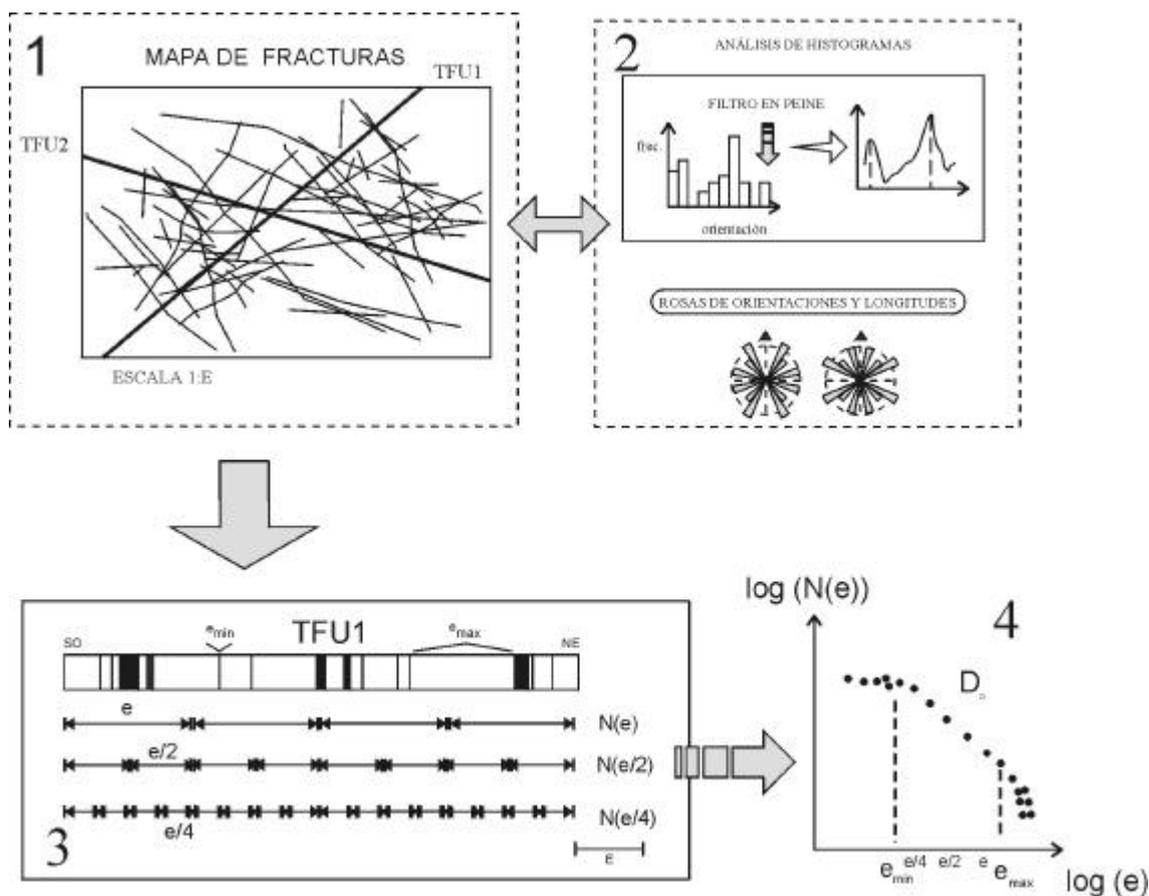


Figura 1.5.4 Técnica de obtención de la dimensión fractal unidimensional con la orientación de la medida. Sobre una mapa de fallas 2-D (1), se orientan una serie de perfiles según las modas principales de la fracturación (2). La intersección del perfil con las trazas de fallas genera un conjunto similar a un conjunto de Cantor (3). La dimensión fractal se obtiene aplicando un box-counting sobre el conjunto de intersecciones o transecto (4). La anisotropía aparece al representar la dimensión fractal con la orientación del perfil. Tomado de Pérez-López et al., 2000.



1.6 Comportamiento no-lineal en sismicidad: dinámica espacio-temporal

1.6.1 Introducción

El análisis dinámico no-lineal de terremotos parte de la simulación, tanto mecánica como numérica, mediante modelos discretos unidimensionales de bloques deslizantes o modelos *stick-slip*, desarrollados originalmente por Burridge y Knopoff (1967) (Figura 1.6.1) y descritos en la naturaleza (Sieh, 1978). En este modelo, una serie unidimensional de bloques unidos por unos resortes, de constante conocida, se conectan mediante una varilla a una lámina en movimiento. Según avanza la lámina, cuando la fricción es superada para ciertos bloques, estos se desplazan de forma súbita, imprimiendo a través de los resortes parte de energía a sus vecinos.

Un terremoto, constituye el número de bloques que se han movido a partir del primer deslizamiento, y hasta que se relaja el sistema. Sin embargo, este modelo no cumple con la ley potencial de Gutenberg y Richter, ya que la distribución de frecuencias de tamaños registrados es de tipo exponencial.

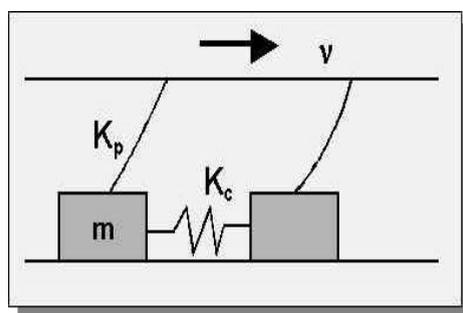


Figura 1.6.1 Modelo conceptual del experimento de masas y muelles desarrollado por Burridge y Knopoff (1967). Las masas están sometidas a un campo lejano al estar unidas a una lámina rígida que se desplaza con una velocidad v . K_c es la constante de los resortes.

Carlson y Langer (1989), modificaron el modelo incluyendo leyes no-lineales de fricción. De esta forma, lograron series sintéticas que se distribuían en tamaño como una ley potencial. Este modelo fue desarrollado por Matsuzaki y Takayasu (1991) en dos dimensiones.

Otro de los primeros modelos estocásticos discretos propuestos fue el de Otsuka (1972), mediante unas reglas de crecimiento derivadas de un juego oriental llamado *GO-game*, el modelo *Goishi*. Este modelo, derivado de los modelos críticos de percolación, simula una red de fracturación sobre un malla regular, inicialmente sin

romper. Sobre un sitio cualquiera, una falla comienza a crecer, siendo las celdas vecinas los sitios potenciales de generar una nueva falla, en función de un valor de probabilidad p de fracturarse, o de ser barreras en la fracturación.

A partir de estos modelos mecánicos, comienzan a describirse los terremotos como un proceso estocástico discreto en cascada y cooperativo. El movimiento de un bloque puede provocar la activación de un vecino, que influye en los bloques vecinos, y estos a su vez en otros vecinos, generando terremotos desde una semilla inicial que se propaga mediante unas reglas sencillas.

1.6.2 Los Terremotos como una estructura fractal

Los terremotos presentan tantas propiedades fractales, que constituyen uno de los fenómenos fractales más interesantes y más estudiados (Takayasu, 1990). Dos de las leyes empíricas más analizadas en sismología matemáticamente se describen como leyes potenciales: la ley de Omori (Omori, 1894) y la ley de Gutenberg y Richter o Isimoto-Aida (Gutenberg y Richter, 1944) (Figura 1.6.2). Estas leyes de escalado, describen a los terremotos como fractales en el tiempo y en el espacio.



Figura 1.6.2 Fotografía de Beno Gutenberg (izquierda) y de Charles Richter (derecha), sismólogos del siglo pasado que enunciaron la famosa ley que lleva su nombre. Ambos trabajaron en el laboratorio de Caltech (EEUU).

La ley de Gutenberg y Richter está relacionada directamente con la dimensión fractal de la distribución espacial de epicentros (Aki, 1981, King, 1983, Hirata, 1989), en concreto con la denominada *dimensión de recubrimiento* y la *dimensión de correlación*. Además, el exponente crítico, el *parámetro b* , que describe la distribución de tamaños de terremotos, está relacionado directamente, con la *dimensión fractal* de la distribución del tamaño de las fallas sismogénicas.



La dimensión fractal de la distribución espacial de la totalidad de los terremotos terrestres aparece en el rango entre 1.2 y 1.6 (Kagan y Knopoff, 1980, Sadvskiy et al., 1984, Okubo y Aki, 1987, Avilés et al., 1987). Estos análisis trataron la sismicidad y la fracturación como un fractal homogéneo, esto es, un monofractal, aplicando técnicas de conteo mediante algoritmos denominados *box-counting*, y la *función de correlación*. El intervalo de escala utilizado en estos trabajos está comprendido entre 5 Km y 500 Km, dos ordenes de magnitud.

Es interesante mencionar que en estos trabajos, la dimensión fractal de los terremotos profundos (280 - 700 Km) es menor (1.5-1.6) que la dimensión fractal de los terremotos intermedios (70 - 2880 Km; 1.8-1.9). En los diferentes capítulos de esta tesis se abordará este tema, búsqueda de patrones en sismicidad a partir de propiedades fractales y discutiremos su significado.

El análisis fractal de los terremotos y las fallas, llevaron a Kagan (1992) a afirmar que los modelos teóricos de rotura basados en hipocentros sobre planos euclídeos (dimensión 2) deben de abandonarse a favor de fallas no-planares, sino de superficies rugosas irregulares, incidiendo en la imposibilidad e inutilidad de seleccionar segmentos de fallas, con el fin de obtener algoritmos que reproduzcan y simulen el disparo de terremotos. Kagan compara este proceso con segmentar montañas en montañas más pequeñas, o un cielo nublado en nubes individuales, donde comience a llover en una nube sin tener en cuenta las nubes vecinas.

No solamente los terremotos constituyen fractales, también los paleoterremotos exhiben esta autosemejanza en su distribución, existiendo una relación entre la distribución del tamaño de los terremotos y las geometrías fractales de fallas potencialmente activas, estando ambos fenómenos separados en el tiempo por millones de años (Rodríguez-Pascua et al., 2002)

1.6.3 Modelo de Criticalidad Auto-organizada (CAO)

El modelo de Criticalidad Autoorganizada (CAO), fue desarrollado por Bak et al. (1987), al describir los procesos denominados $1/f$ o *flicker noise*. Según palabras de Bak, "este modelo constituye una nueva perspectiva de la naturaleza, una naturaleza fuera del equilibrio en forma perpetua, organizada en un estado crítico, y donde puede ocurrir cualquier fenómeno, grande o pequeño, dentro de una leyes estadísticas bien

conocidas". Mediante leyes simples, mostramos una naturaleza compleja, ubicua, fractal y catastrófica.



Este modelo se describe mediante el conocido experimento de la pila de arena (Figura 1.6.3). A partir de un cono de arena ya formado, se comienza a añadir granos de arena de forma continua y discreta. Según avanza el tiempo, el cono crece en tamaño hasta un valor crítico, a partir del cual, comenzarán a producirse avalanchas de granos de arena.

Figura 1.6.3 Experimento de la pila de arena llevado a cabo por Bak et al., 1987

El tamaño de las avalanchas, se define como el número de granos que

caen. Los valores críticos medidos representan las pendientes críticas del cono que provocan las avalanchas. Llega un momento en que el sistema queda fuera del equilibrio, donde su dinámica no puede describirse solamente mediante la descripción de los granos individuales, el sistema alcanza un estado crítico complejo. Y la dinámica de este comportamiento aparece invariante al cambio de escala según las leyes potenciales en la distribución de tamaño de las avalanchas.

La visión reduccionista aplicada en la investigación de ciencias de la Tierra no es la estrategia investigadora más correcta. En geología, por ejemplo, no puede reproducirse la historia pasada en un laboratorio. El conocido paleontólogo Stephen Jay Gould señala la futilidad de intentar tratar la historia desde una perspectiva reduccionista científica (Figura 1.6.4a). Grandes acontecimientos dependen de pequeños detalles, que podrían haber dado un giro completo a su ocurrencia, es el popularmente conocido *efecto mariposa*: pequeñas perturbaciones responsables de grandes eventos.

La experimentación reduccionista es irrelevante en paleontología, ya que, tanto las condiciones climáticas, como asociaciones de biofacies y especies animales, no son reproducibles, sin contar con la composición atmosférica, campos magnéticos terrestres, etc. A esta complejidad en la fenomenología histórica, el citado autor le denomina *contingencia*. Kierkegaard (Figura 1.6.4b) expresaba la misma idea con su famosa frase: *la vida se entiende hacia atrás, aunque debe de vivirse hacia delante*.

¿Cómo es posible predecir comportamientos dinámicos con estos argumentos?. No olvidemos que la forma de distinguir la ciencia de la pseudociencia es la capacidad de predicción, tal y como señaló Karl Popper (Figura 1.6.4c).



Las leyes potenciales empíricas en sismología se reconocen desde principios del siglo XX. Por este motivo, no resulta sorprendente que en dos años, coincidiesen tres publicaciones, trabajando de forma independiente entre ellos, que describen a los terremotos como fenómenos de criticalidad autoorganizada: *Earthquakes as a self-organized critical phenomenon* (Bak y Tang, 1989, Sornette y Sornette, 1989, Ito y Matsuzaki, 1990). Estas publicaciones son una consecuencia de la búsqueda del mecanismo infrayacente en las leyes potenciales de los terremotos.

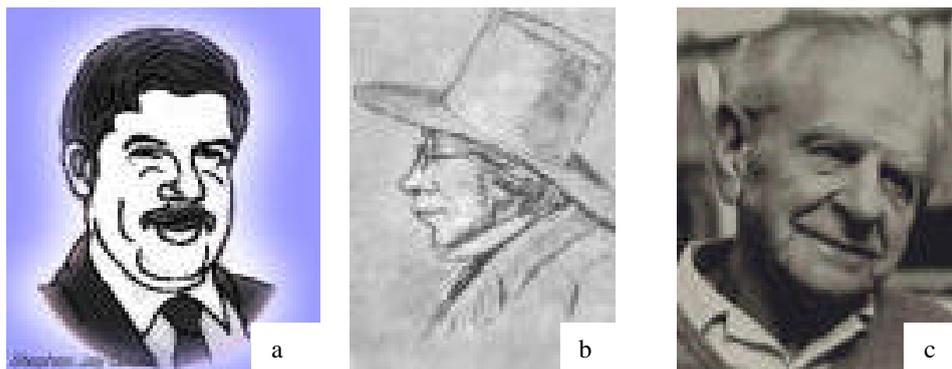


Figura 1.6.4 (a) Stephen Jay Gould. (b) Kierkegaard. (c) Karl Popper.

Por otra parte, esta dinámica no es exclusiva de los terremotos, los *lunamotos*, también muestran esta autoorganización en forma de leyes de potencia (Pérez-López y Paredes, 2002a). En el caso lunar es muy interesante puesto que el mecanismo de disparo de terremotos no es exclusivo de los procesos internos, cómo en la tierra, sino

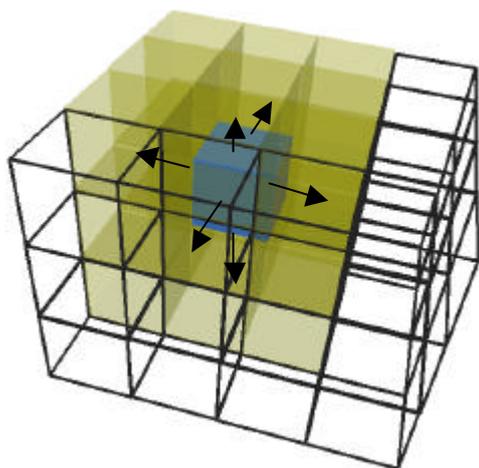


Figura 1.6.5 Esquema de un autómata celular tridimensional. Sobre una configuración cúbica discreta, una celda activa a sus vecinas cuando ésta alcanza un valor crítico. Este mecanismo reproduce fenómenos en avalanchas cooperativas.

también debido a los impactos de meteoritos sobre la superficie lunar. También se han descrito los *starquakes*, a partir de colapsos en la superficie de los *pulsars* debido a la presión gravitatoria, como modelos de criticalidad autoorganizada (García-Pelayo y Morley, 1993, Morley y Smith, 1995). Es posible reproducir esta dinámica mediante los denominados autómatas celulares (Figura 1.6.5). Un autómata celular es una elegante y sencilla herramienta matemática, a partir del cual es posible conceptuar los modelos mecánicos discretos desarrollados a partir de masa y muelles (Figura 1.6.1).

Mediante el concurso del ordenador, se genera un mallado regular con una serie de valores iniciales aleatorios; tomando una celda de forma aleatoria, se carga mediante la adición de una unidad. Posteriormente, si esa celda excede un valor crítico, tomará el valor cero, y pasará una unidad a las celdas vecinas. Si algunas de las celdas vecinas sobrepasa el valor crítico, se comportarán según la mecánica anterior.

De esta manera, se reproduce un proceso cooperativo en cascada, siendo el tamaño de la avalancha como el número de celdas que han sobrepasado el valor crítico. Pues bien, la distribución de tamaño de las avalanchas, sigue una ley de potencia en su distribución de frecuencias.

Como primeros autómatas tenemos los generados por Bak y Tang (1989), Ito y Matsuzaki (1990), Olami et al. (1992), y como modelos avanzados aparecen los trabajos de Henderson et al. (1994), que aplican los autómatas para generar terremotos a partir de la mecánica de la fracturación; los autómatas que reproducen modelos de aspereza autoafines de De Rubeis et al., (1996); autómatas que incluyen la heterogeneidad del medio, (Wilson et al., 1996), o aquellos que describen zonas corticales de cizalla (An y Sammis, 1996), o el trabajo de Lu et al. (1998), donde se reproduce el comportamiento cortical frágil en dos dimensiones, y se aplican los modelos *stick-slip* de Burridge y Knopoff (1967).

Existen múltiples modelos de autómatas, aunque quizás con pocas propiedades propiamente geológicas, tal y como el criterio de ruptura, una ruptura que genere redes tridimensionales fractales de fallas, efecto memoria debido al comportamiento litosférico, campos de esfuerzos, etc.

En esta tesis se creará, describirá y analizará un autómata celular tridimensional, condicionado por fallas discretas que siguen una distribución fractal, tanto en tamaño como en distribución espacial (Pérez-López y Paredes, 2002b). También se analizará el autómata celular desarrollado por Cisternas-Rivera, y que el autor de la tesis tuvo la oportunidad de trabajar con él, durante dos estancias en el Institut de Physique du Globe, en *Strasbourg* durante los años 2000 y 2001, bajo la tutela del Dr. Armando Cisternas (Figura 1.2.7). Este autómata incorpora un tensor de esfuerzos que genera terremotos y redes fractales de fracturas, incorporando un efecto de memoria en la ruptura.

Adicionalmente, los modelos de *criticalidad autoorganizada* (CAO) también explican los principios físicos básicos de los mecanismos geológicos responsables de la



autoorganización de la corteza dentro de la tectónica de placas (Sornette et al., 1990, Dubois, 1995). Esta teoría de campo no se deduce a partir de la reología microscópica ni de las leyes mecánicas, sino desde la simetría y las leyes de conservación, de forma similar a la teoría de Landau en las transiciones críticas de fase de segundo orden.

Los fractales nos enseñan a comprender que la naturaleza se organiza geoméricamente bajo el manto de la invarianza al cambio de escala, creando complejidad desde la sencillez, desde el crisol de los fractales los terremotos se revelan más sencillos de lo que podríamos pensar a priori (Pérez-López et al., 2003).

1.6.4 Series Temporales Sísmicas

El análisis no-lineal y la ciencia del caos, no explican solamente distribuciones temporales de terremotos y fallas como fractales, también describen y analizan las series temporales en la fenomenología sísmica. En estos modelos, se analizan los terremotos como ruidos gaussianos fraccionarios, y se analiza el espectro de densidad de varianza, con el fin de determinar su memoria a largo plazo. De esta manera, se da un paso de gigante en los trabajos de peligrosidad sísmica (Pérez-López y Paredes, 2002c). A partir de las curvas de liberación de energía, en acumulado, obtenemos una fractal que se conoce como escalera del diablo. Sobre este fractal, realizamos un análisis de rango reescalado (Hurst, 1957), con el fin de descubrir periodos de mayor y menor actividad sísmica.

Una serie temporal constituye un conjunto de datos distribuidos en el tiempo y que indican la evolución en el tiempo de un fenómeno. Desde estas propiedades estadísticas, es posible conocer su periodicidad o su aleatoriedad, así como relaciones a largo o a corto plazo, incluso el intervalo temporal donde una serie temporal pasa de un comportamiento a otro. Ni que decir de la importancia de estas propiedades aplicadas en la sismicidad, puesto que nos permiten construir estimaciones sobre su ocurrencia en el tiempo.

Existen muchas formas de analizar las series temporales. En esta tesis y debido al comportamiento fractal de las series temporales sísmicas, se utilizan técnicas de análisis espectral: análisis de la varianza, densidad de potencia, representación sobre histogramas etc. La fractalidad en estas series aparece en las representaciones mediante leyes potenciales de todos estos análisis.

1.7 Teoría de la Información de Shannon

1.7.1 Introducción

La distribución espacial de terremotos constituye una potente medida para obtener información estadística sobre el patrón sísmico de liberación de energía en una región determinada. Este es el objetivo planteado para aplicar la Teoría de Información de Shannon sobre la distribución epicentral (Paredes et al, 2002).

La técnica propuesta en este trabajo selecciona la escala óptima para la discretización de una distribución espacial bidimensional mediante la Teoría de Información de Shannon que emerge de la Teoría de Probabilidad Aplicada y del concepto de entropía de configuración (Shannon 1948a; Shannon 1948b; Goldman 1954; Khinchin 1957; Goltz 1997).

Existen múltiples trabajos sobre la aplicación de la Teoría de la Información en sismología: Main y Burton (1984), Goltz (1997), Utsu (1999), entre otros. Estos autores encuentran varias similitudes entre el concepto de entropía y las propiedades estadísticas de los terremotos, cómo la distribución de frecuencias acumuladas.

A partir de estas similitudes es posible realizar estimaciones de la función de probabilidad de los terremotos definida cómo el terremoto más común o el terremoto máximo en función de la energía liberada en un área (Anderson y Brune, 1999). Zoller et al. (1997) han determinado escala características a partir de series de datos de terremotos aunque caracterizando de forma diferente la dinámica espacio temporal.

La aplicación de la Teoría de la Información en este trabajo, comienza desde la simulación estocástica del medio geológico con el fin de representar la variabilidad espacial de una medida (epicentral) según una función estocástica espacial $p(x)$. La discretización espacial de esta función maximiza la información de todas las escalas detectadas en el conjunto. Los x_i puntos discretos se agregan en celdas regulares de tamaño Δ donde $p(x_i) = p_i$ es la probabilidad asociada de aparecer en esa celda. Esta metodología puede aplicarse para mallados irregulares proporcionando el mismo resultado (Paredes et al, 2002).

El proceso de discretización necesita la óptima escala para determinar el tamaño de la celda del mallado. Sin embargo, esta escala (Δ) no es a priori, un valor conocido. Si el valor de Δ es demasiado pequeño existirá una gran diferencia de la distribución espacial de p_i entre celdas contiguas y la precisión de la medida presentará una baja calidad. Por otro lado, si el tamaño de la escala del mallado es muy grande, los puntos



se recubrirán por celdas tan grandes que la irregularidad quedará oculta. En este trabajo los puntos están representados por los epicentros de los terremotos.

Existen varios trabajos que se han desarrollado con el fin de conocer la escala óptima de discretización para definir una función estocástica. En uno de ellos, Lee (1990) analizó la distribución espacial de puntos aplicado en la simulación de conjuntos de fracturas, en otro, Goltz (1997) aplicó la Teoría de la Información para un soporte geométrico unidimensional en el estudio de los deslizamientos disparados por terremotos, y Casas et al. (2000) aplicaron un valor discreto sobre un soporte geométrico lineal para analizar la distribución espacial de fallas mediante la estadística de una variable. Por último, Brix et al. (2001) muestran un esquema de partición basado en la hipótesis de Cox para distribuciones bidimensionales de puntos.

En este trabajo, el autor ha aplicado la Teoría de Información de Shannon (Shannon, 1948a; Shannon, 1948b) para el caso de una distribución bidimensional de epicentros en el área Ibero-Magrebí.

El objetivo de esta discretización es calcular la escala de máxima información para la distribución epicentral y que permita representar la intensidad epicentral y la densidad energética liberada por los terremotos en el área de estudio. De esta forma, es posible comparar los patrones de ocurrencia sísmica con los patrones de liberación de energía.

Además, el mapa discreto obtenido es un mapa muy útil para llevar a cabo una correlación ente fallas potencialmente activas y terremotos mediante la anisotropía del análisis variográfico. Debido a la fuerte sensibilidad en la estimación de la entropía con la calidad del conjunto de datos, es necesario llevar a cabo varios análisis estadísticos y filtrados con el fin de homogeneizar el conjunto.

1.7.2 Entropía de información y entropía de configuración

La Teoría de Información es una de las ramas de la Teoría de Probabilidad Aplicada que se desarrolló durante el siglo pasado (Shannon, 1948a; Shannon, 1948b; McMillan, 1953; Feinstein, 1954; Khinchin, 1957). En un principio, el interés de Shannon y de su equipo fue el de obtener un resultado práctico y aplicado en el campo de la comunicación, mientras que los teoremas matemáticos que sustentaban tal avance se desarrollaron después.

Shannon aplicó su Teoría en conjuntos artificiales de fuentes y canales durante la Segunda Guerra Mundial, la misma que se aplicará en la dinámica sísmica desde el punto de vista de la probabilidad de error para la dinámica estacionaria con una memoria finita (McMillan, 1953; Feinstein, 1954).

El concepto de entropía ha evolucionado en los últimos años desde un punto de vista práctico de la transmisión de información aplicada en la teoría de la probabilidad. La dinámica de la sismicidad es un esquema finito definido como un sistema completo de eventos con una medida de entropía asociada a cada terremoto. La entropía mide la cantidad de incertidumbre asociada a este esquema finito (Khinchin, 1957) y siempre es mayor que cero.

Según la Teoría de la Información de Shannon, la entropía de información de un sistema para una distribución continua $f(z)$ está definida como:

$$H = - \int f(z) \log f(z) dz \quad (1-17)$$

Donde $f(z)$ es la función de densidad de probabilidad de las z configuraciones del sistema. Si esta función es una distribución discreta de nc posibles configuraciones, podemos reescribir la ecuación anterior de la forma:

$$H = - \sum_{i=1}^{nc} p_i \log p_i \quad (1-18)$$

Donde p_i es la probabilidad no-nula asociada a cada configuración. Debido a que el número de configuraciones (nc) depende de la escala (e), la entropía (H) está relacionada con la escala según la expresión:

$$H = - \sum_{i=1}^{nc} p_i \log p_i \quad (1-19)$$

La *entropía de configuración*, $H^*(e)$ se define cómo la entropía del sistema $H(e)$, dividida por la entropía máxima del sistema, $H_{\max}(e)$ (Shannon, 1948b):

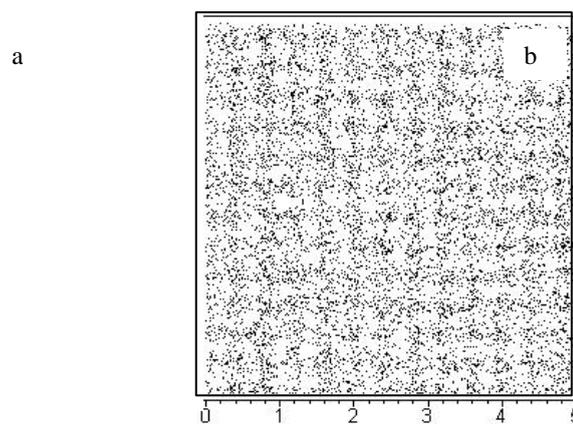
$$H^*(e) = H(e)/H_{\max}(e) \quad (1-20)$$



1.7.3 Escala de Máxima Información

La entropía máxima se define cómo las nc posibles equiprobables configuraciones del sistema, esto es, cuando todas las configuraciones tienen la misma probabilidad de ocurrir. La función $H^*(?)$ presenta un valor máximo para la escala $?^*$, y ésta escala se denomina *escala óptima* o *escala de máxima información* (Figura 1.7.1).

La propiedad más interesante de esta escala es que muestra el mayor nivel de información sobre la distribución espacial de un conjunto de datos completo y finito, por lo que ésta configuración espacial presentará el nivel de redundancia más bajo.



Aquí, $?^*$ es la mejor escala para analizar la distribución espacial de una serie de puntos en 1, 2 y 3 dimensiones para medidas geométricas.

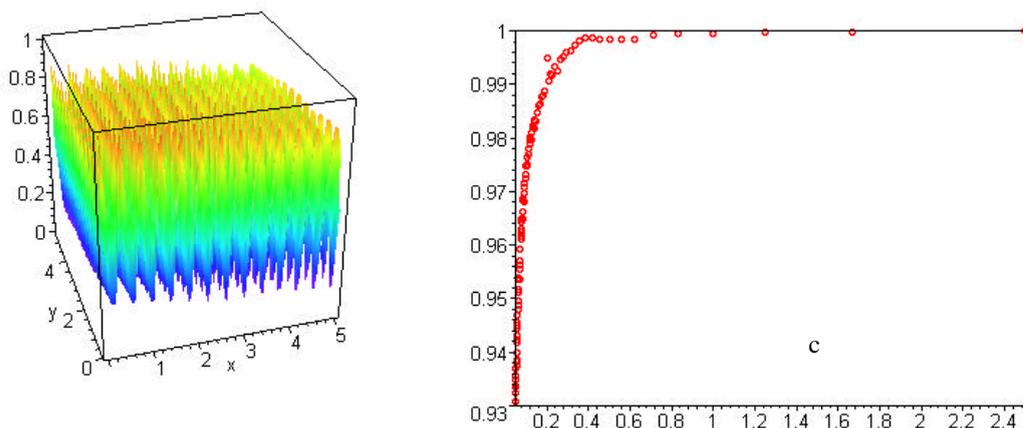


Figura 1.7.1 Medida de la entropía de configuración de un proceso multiperiodico 2D (a), distribución bidimensional de 10.000 puntos (b). La curva (c) muestra un máximo en la escala de máxima información. Esta curva representa la entropía de configuración en ordenadas *versus* la escala en las abscisas.

-REFERENCIAS del CAPÍTULO 1-

- An, L. J. y Sammis, Ch. (1996) A cellular automaton for the development of crustal shear zones. *Tectonophysics* **253**: 247-270.
- Anderson, J.G. y Brune, J.N. (1999) Probabilistic hazard analysis without the ergodic assumption. *Seism. Res. Lett.* **70**: 19-23.
- Aki, K.(1981) A probabilistic synthesis of precursory phenomena. In: *D.W. Simpsom & P.G. Richards (Eds.), Earthquake Prediction*. AGU New York: 566-574.
- Allegre, C.J., Le Mouel, J.L. y Provost, A. (1982) Scaling rules in rock fracture and possible implications for earthquake prediction. *Nature* **297**: 47-49.
- Avilés, C. A., Scholz, C. H. y Boatwright, J. (1987) Fractal analysis applied to characteristic segments of the San Andreas Fault. *J. Geophys. Res.* **92**: 331-336.
- Bak, P. (1997) *How nature works: the science of self-organized criticality*. Copernicus, Springer-Verlag. New York. 212pp.
- Bak, P., Tang, C. y Wiesenfeld, C. (1987) Self-organized criticality: An explanation of 1/f noise. *Phys. Rev. Letters* **59**: 381-384.
- Bak, P., Tang, C. (1989) Earthquakes as a self-organized critical phenomenon. *J. Geophys. Res.* **94**: 15,635-15,637.
- Bakun, W.H. y McEvilly, T.V. (1984) Recurrence models and Parkfield, California, earthquakes. *J. Geophys. Res.*, **89**: 3051-3058.
- Barnsley, M.F. (1993) *Fractals everywhere*. 2ª Ed. Academic Press Professional. Boston.
- Barnsley, M.F., Dewaney, R.L., Mandelbrot, B.B., Peitgen, H.O., Saupe, D y Voss (1988) *The Science o Fractal Images*. Springer-Verlag, Berlin.
- Barton, M y La Pointe, L. (1995) Fractal Analysis of Scaling and Spatial Clustering of Fractures. In: *Fractal in Earth Sciences*. ed. by Christopher Barton and Paul R. La Pointe. Plenum Press. New York.
- Bergé, P., Pomeau, Y. et Vidal, C. (1984) L'ordre dans le Chaos: vers une approche déterministe de la turbulence. *Hermman eds.*, Paris, 353p.
- Brix, A., Senoussi, R., Couteron, P. y Chadoeuf, J. (2001) Assessing goodness of fit of spatially inhomogeneous Poisson processes. *Biometrika* **88**: 487-497.
- Brown, S.R. y Scholz, C.H. (1985) Broad Band width Study of the topography of Natural Rock Surfaces. *J. Geophy. Res.* **90**: 12,575-12,587.
- Burridge, R. y Knopoff, L. (1967) Model an Theoretical Seismicity. *Bull. Seismol. Soc. Am.* **57**: 341-371.
- Burrough, P.A. (1981) Fractal dimension of landscapes and others environmental data. *Nature* **294**: 240-242.
- Carlson, J. M. y Langer, J. S. (1989) Properties of Earthquakes Generated by Fault Dynamic. *Phys. Rev. Lett.* **62**: 2632-2635.
- Casas, A., M., Cortes, A., L., Maestro, A., Soriano, M.A., Riaguas, A. y Bernal, J. (2000) LINDENS: a program for lineament length and density analysis. *Comp. & Geosci* **26**: 1011-1022.
- Cisternas, A., Rivera, L., Pérez-López, R. y Paredes, C. (2002) A Model of Self-Organization of Crustal Seismicity. *XI European Commission of Seismology*, Geneva, September.



- De Rubeis, V., Hallgass, R., Loreto, V., Paladin, G., Pietronero, L. y Tosi, P. (1996) Self-Affine Asperity Model for Earthquakes. *Phys. Rev. Lett.* **76**: 2599-2602.
- De Vicente, G. (1988) *Análisis Poblacional de Fallas. El sector de enlace Sistema Central-Cordillera Ibérica*. Tesis Doctoral, Universidad Complutense Madrid, 317 p.
- De Vicente, G., Giner, J.L., Muñoz Martín, A., González Casado, J.M. y Lindo, R. (1996) Determination of present-day stress tensor and neotectonic interval in the Spanish Central System and Madrid Basin, Central Spain. *Tectonophysics* **266**: 405-424.
- De Vicente, G., Muñoz Martín, A., Casquet, C., Pérez López, R. y Galindo, C. (1999) Fracture process characterization of an intraplate granite massif. (El Berrocal, Central Spain). *11th Meeting of the Association of European Geological Societies. European Palaeogeography and Geodynamics: a multidisciplinary approach*. Alicante.
- Dubois, J. (1995) *La Dynamique Non Linéaire en Physique du Globe*. Masson. Paris. 265pp.
- Falconer, K. (1990) *Fractal Geometry: Mathematical Foundations and Applications*. Ed. John Wiley and Sons, Chichester. 288p.
- Feder, J. (1988) *Fractals*. Plenum Press. New York. 283p.
- Feinstein, A. (1954) *A new basic theorem of information theory*, Res. Lab. of Electronics, Technical report nº 282, M.I.T.
- García-Pelayo, R. y Morley, P.D. (1993) Scaling Law for Pulsar Glitches. *Europhys. Lett.* **23**: 2239.
- Goldman, S. (1954) *Information Theory*. Prentice-Hall, New York.
- Goltz, C. (1997) *Fractal and Chaotic properties of Earthquakes*. Springer-Verlag. Berlin.
- Goryainov, P.M., Ivanyuk, G.Y. & Sharov, N.V. (1997) Fractal analysis of seismic and geological data. *Tectonophysics* **269**: 247-257.
- Grassberger, P. (1983) Generalized dimensions of strange attractors. *Phys. Rev. Lett.* **97A**: 227-230.
- Grassberger, P. y Procaccia, I. (1983) Characterisation of strange attractors. *Phys. Rev. Lett.*, **50**: 346-356.
- Gumiel, P., Campos, R., Hernández, J.R. y Paredes, C. (1996) Características de la geometría fractal de varios sistemas filonianos mineralizados del Macizo Hespérico. *Geogaceta* **20**: 1397-1400.
- Gutenberg, B. & Richter, C.F. (1944) Frequency of earthquakes in California. *Bull. Seism. Soc. Am.* **34**: 184-188.
- Hastings, C., Franssen, R. y Loosveld, R. (1991) Fractal analysis of fractures in rocks: the Cantor's Dust Method.
- Hastings, H.M. y Sugihara, H. (1993) *FRACTALS: A User's Guide for the Natural Sciences*. Oxford Science Publications. 235pp.
- Henderson, J. R., Main, I. G., Maclean, C. y Norman, M. (1994) A Fracture-mechanical Cellular Automaton Model of Seismicity. *Pure and appl. Geophys.* **142**: 545-565.
- Hentschel, H.G.E. y Procaccia, I. (1983) The infinite number of generalized dimensions of fractals and strange attractors. *Physica D* **8**: 435-444.
- Hirabayasi, T. y Ito, K. (1990) Multifractal Analysis of Earthquakes. *Pure and appl. Geophys.* **138**: 647-660.
- Hirata, T. (1989) A correlation between the "b value" and the fractal dimension of earthquakes. *J. Geophys. Res.* **94**: 7507-7514.
- Hirata, T. y Imoto, M. (1991) Multifractal analysis of spatial distribution of microearthquakes in the Kanto region. *Geophys. J. Int* **107**: 155-162.

- Hirata, T., Satoh, T. y Ito, K. (1987) Fractal Structure of Spatial Distribution of Microfracturing in Rock. *Geophys. J. R. Astr. Soc.* **67**: 697-717.
- Huang, J. y Turcotte, D.L. (1992) Chaotic seismic faulting with a mass-spring and velocity-weakening friction. *Pure Appl. Geophys.*, **138**: 569-574.
- Hurst, H.E. (1957) A Suggested Statistical Model of some Time Series which occur in Nature. *Nature* **180** (7): 494.
- Ito, K. y Matsuzaki, M. (1990) Earthquakes as Self-organized Critical Phenomena. *J. Geophys. Res.* **95**: 6853-6860.
- Jürgens, H., Peitgen, H.O. y Saupe, D. (1990) El Lenguaje de los Fractales. *Investigación y Ciencia* **46**: 57.
- Kagan Y.Y. (1981) Spatial distribution of Earthquakes: The Three-point Moment Function. *Geophys. J. R. Astr. Soc.* **67**: 697-717.
- Kagan, Y. Y. (1992) Seismicity: Turbulence of Solids. *Non-Linear Science Today* **2**: 8-10.
- Kagan Y.Y. y Knopoff, L. (1980) Spatial distribution of Earthquakes: The Two-point Moment Function. *Geophys. J. R. Astr. Soc.* **62**: 697-717.
- Khinchin, A. I. (1957) *Mathematical Foundations of Information Theory*. Dover Publications Inc.
- King, G. (1983) The Accommodation of Large Strain in the Upper Lithosphere of the Earth and Other Solids by Self-similar Fault Systems: The Geometrical Origin of b-value. *Pure and Appl. Geophys.* **121**: 761-815.
- Krohn, C.E. (1988) Fractal Measurements of Sandstones, Shales and Carbonates. *J. Geophys. Res.* **93**: 3297-3305.
- Lee, J. S., *Stochastic and topological fracture geometry model* (MIT MsD 1990)
- Lovejoy, S. (1982) Area-Perimeter Relation for Rain and Cloud Areas. *Science* **216**: 185-187.
- Lovejoy, S., Schertzer, D. & Ladoy, P. (1986) Fractal Characterization of inhomogeneous geophysical measuring networks. *Nature* **319**: 43-44.
- Lu, Ch., Takayasu, H., Tretyakov, A.Y., Takayasu, M. y Yumoto, S. (1998) Self-organized criticality in a block lattice model of the brittle crust. *Phys. Lett. A* **242**: 349-354.
- McMillan, B. (1953) The basic theorems of information theory. *Ann. Math. Statistics* **24**: 196-219.
- Main, I. G. y Burton, P. (1984) Information Theory and the Earthquake Frequency-Magnitude Distribution. *Bull. Seism. Soc. Am.* **74** (4): 1409-1426.
- Mandelbrot, B.B. (1967) ¿How long is the Coast of Britannia?. Statistical self-similarity and fractional dimension. *Science* **156**: 636-638.
- Mandelbrot, B.B. (1975) *Les objets fractals*. Flammarion, Paris. 203p.
- Mandelbrot, B.B. (1977) *Fractals: Form, Chance and Dimension*. Freeman. San Francisco.
- Mandelbrot, B.B. (1982) *The Fractal Geometry of Nature*. Freeman. San Francisco.
- Mandelbrot, B.B. (1989) Multifractal measures, especially for the geophysicist. *Pure Appl. Geophys.* **121**: 761-815.
- Mandelbrot, B. y Wallis, M. (1969) Computer Experiments with Fractional Gaussian Noises. Averages and Variances. (Part I, II and III). *Water Resources Res.* **5** (1): 229-267.
- Meissner, R. (1994) Non-linear processes in earthquake prediction research, a review. *En: J.H. Kruhl ed. Fractals and Dynamic System in Geosciences*, pp159. Springer Verlag, Heilderberg.
- Mézcua, J. y Martínez-Solares, J. M. (1983) *Sismicidad del área bero-Magrebí*. Instituto Geográfico Nacional. Madrid.

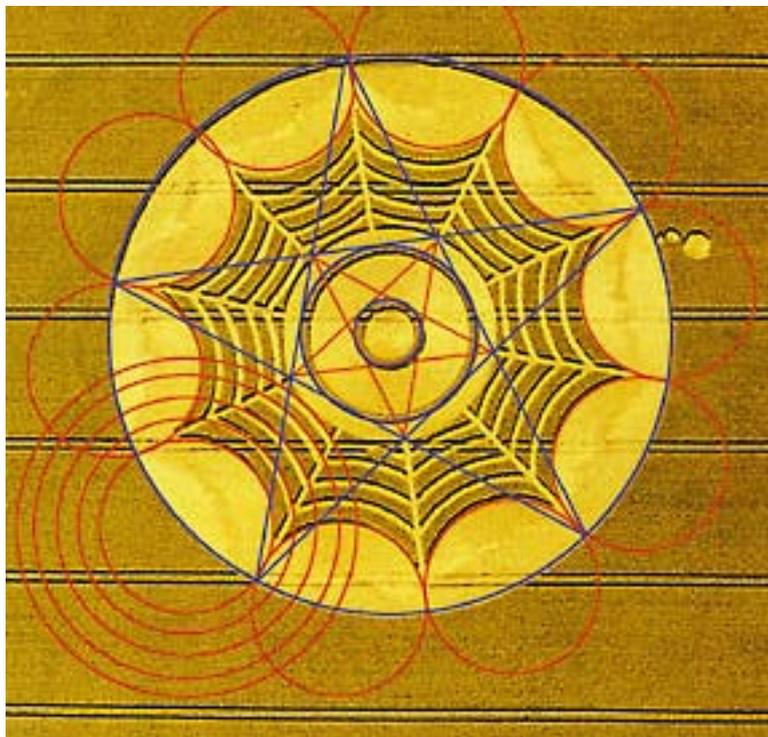


- Morley, P. D. y Smith, I. (1996). Platelet Model of Pulsar Glitches. *Europhys. Lett.* **33**: 105.
- Omori, F. (1894) On Aftershocks of Earthquakes. *J. Coll. Sci. Imp. Univ. Tokyo* **7**: 111-200.
- Okubo, P.G. y Aki, K. (1987) Fractal Geometry in the San Andreas Fault System. *J. Geophys. Res.* **92**: 345-355.
- Otsuka, M. (1972) A Chain-reaction-type Source Model as a Tool to Interpret the Magnitude-frequency Relation of Earthquakes *J. Phys. Earth* **20**: 35-45.
- Paredes, C. (1995) *Aplicación de la Geometría Fractal en las Ciencias de la Tierra*. Tesis doctoral de la Universidad Politécnica de Madrid. 286pp + anexos.
- Paredes, C. y Elorza, F.J. (1999) Fractal and Multifractal analysis of Fractured Geological media: surface-subsurface correlation. *Comp. & Geosc.* **25**: 1081-1096.
- Paredes, C., Pérez-López, R. y Vélez, I. (2002) Standard Entropy and Scale of Maximum Information of the Epicentral Spatial Distribution According to Shannon Information Theory. *Ecology Modelling and Scale Diversity*. En revisión
- Pérez López, R. (1999) *Análisis Fractal de la Distribución Espacial de Fracturas en El Berrocal (Sistema Central de España)*. Tesis de Licenciatura. Universidad Complutense de Madrid, 198 p.
- Pérez-López, R., Muñoz-Martín, A., Paredes, C., De Vicente, G. y Elorza (2001). Dimensión Fractal de la Distribución Espacial de Fracturas en el área granítica de El Berrocal (Sistema Central): Relación con el tensor de esfuerzos. *Revista de la Sociedad Geológica de España* **13**(3-4): 487-503.
- Pérez-López, R. y Paredes, C. (2002a) Moonquakes as a Self-organized Critical Phenomenon. *Earth & Sci. Planet. Lett.* (submitted)
- Pérez-López, R. y Paredes, C. (2002b) 3-D Computer Simulation of Space-Temporal Earthquake Dynamic by using a Cellular Automaton. *PEDOFRACT 2002, Proceedings IV Congress of Fractals and Applied Mathematics in Earth Sciences*. Ávila, July.
- Pérez-López, R. y Paredes, C. (2002c) Rescaled Range Analysis in Earth Time Series: The Iberian Peninsula Seismic Database. *PEDOFRACT 2002, Proceedings IV Congress of Fractals and Applied Mathematics in Earth Sciences*. Ávila, July.
- Pérez-López, R., Cisternas, A., Rodríguez-Pascua, M. A. y Paredes, C. (2003) PREDICCIÓN DE TERREMOTOS: Realidad o ficción. *Foro Euromediterráneo On Disaster Prevention. Seminario internacional sobre nuevas tecnologías*. Madrid. Octubre.
- Prasad, R. R., Meneveau, C. & Sreenivasan, K. R. (1988) Multifractal nature of the dissipation field of passive scalars in fully turbulence flows. *Phys. Rev. Lett.* **61**: 74-77.
- Richardson, L.F. (1961) The problem of contiguity: an appendix of statistic of deadly quarrel. *General System Yearbook* **6**: 139-187.
- Rodríguez-Pascua, M.A. (1999) *Paleosismicidad y sismotectónica de las cuencas lacustres neógenas del Prebético de Albacete*. Tesis Doctoral de la Universidad Complutense de Madrid, 300pp.
- Rodríguez-Pascua, M.A., De Vicente, G. Calvo, J.P. y Pérez-López, R. (2002) Similarities between recent seismic activity and paleoseismites during the late Miocene in the external Betic Chain (Spain): relationship by "b" value and the fractal dimension. *J. Struc. Geol.*, in press.
- Sadvskiy M.A., Golubeva, T.V., Pisarenko, V.T. y Shnirman, M.G. (1984) Characteristic dimensions of rocks and hierarchical properties of seismicity. *Izv. Acad. Sci. URSS Phys. Slid Earth, English translation*, **20**: 87-96.

- Shannon, C. E. (1948a) A mathematical theory of communication. *Bell Sys. Tech. Journ.* **XXVII** (3): 379-423.
- Shannon, C. E. (1948b) A mathematical theory of communication. *Bell Sys. Tech. Journ.* **XXVII** (3): 623-656.
- Sieh, K.E. (1978) Prehistoric large earthquakes produced by slip on the San Andreas fault at Pallett Creek, California. *J. Geophys. Res.* **83**: 3907-3918.
- Sornette, A. y Sornette, D. (1989) Self-organized Criticality and Earthquakes. *Europhys. Lett.* **9**: 197-202.
- Sornette, D., Davy, P. y Sornette, A. (1990) Structuration of the Lithosphere in Plate Tectonics as a Self-Organized Critical Phenomenon. *J. Geophys. Res.* **95**: 17,353-17,361.
- Sornette, D., Davy, P. y Sornette, A. (1990) Growth of fractal fault patterns. *Phys. Rev. Lett.* **65**: 2266-2269.
- Takayasu, H. (1986) Pattern formation of dendritic fractal in fracture and electric breakdown. In: *Fractals in Physics* (ed. Pietronero, L. y Tosatti, E.). North-Holland, Amsterdam. 181-184 pp.
- Takayasu, T. (1990) *Fractals in the Physical Sciences. Non-linear Science: Theory and Applications*. Manchester University Press, Manchester, New York.
- Takens, F. (1985) On the numerical determination of the dimension of a strange attractor. *Lectures Notes in Math.* **1125**: 110-128.
- Termonia, Y. y Meakin, P. (1986) Formation of Fractal Cracks in Kinetic Fracture Model. *Nature* **320**: 429-431.
- Turcotte, D. L. (1986) A Fractal Model for Crustal Deformation. *Tectonophysics* **132**: 361-369.
- Turcotte, D.L. (1992) *Fractals and chaos in geology and geophysics*. Cambridge University Press, 208pp.
- Turcotte, D.L. (1996) *Fractals and chaos in geology and geophysics, 2nd edition*. Cambridge University Press, 215pp.
- Utsu, T. (1999) Representation and Analysis of the Earthquake size Distribution: A historical Review and Some New Approaches. *Pure and Appl. Geophys.* **155**: 509-535.
- Velde, B. Dubois, J., Touchard, G. y Badri, A. (1990) Fractal analysis of fractures in rocks: the Cantor's Dust method. *Tectonophysics* **179**: 345-352.
- Walsh, J. J. y Watterson, J. (1988) Analysis of the relationship between displacements and dimension of faults. *J. Struc. Geol.* **10**: 239-247.
- Walsh, J. J. y Watterson, J. (1993) Fractal analysis of fracture pattern using the standard box-counting technique: valid and invalid methodologies. *J. Struc. Geol.* **12**: 1509-1512.
- Wilson, S. A., Henderson, J. R. y Main, I. G. (1996) A cellular automaton fracture model: the influence of heterogeneity in the failure process. *J. Struc. Geol.* **18**: 343-348.
- Yielding, G., Walsh, J. J. y Watterson, J. (1992) The prediction of small-scale faulting in reservoirs. *First Break*, **10**: 449-460.
- Zoller, G., Engbert, R., Hainzl, S. y Kurths, J. (1997) Characteristic Spatial Scales in Earthquake Data, *America Geophysical Union*.
e-publications: www.cs.odu.edu/dlibug/ups/rdf/xxx/chao-dyn/9701025.rdf



2- ANÁLISIS FRACTAL DE LA DISTRIBUCIÓN ESPACIAL DE FRACTURAS



Geometrías complejas sobre campos de cultivo ingleses llevadas a cabo durante la década final del siglo XX con fines místicos (Silbury, 1998)

Yo he visto cosas que vosotros jamás creeríais. He asaltado naves ardiendo más allá del cinturón de Orión. Yo he visto rayos "C" brillar en la oscuridad, cerca de la puerta de Tannhäuser. Todos estos momentos se perderán en el tiempo, como lágrimas bajo la lluvia. Ha llegado el momento de partir.

Nexus 6 (replicante)
Blade Runner (Ridley Scott, 1982)

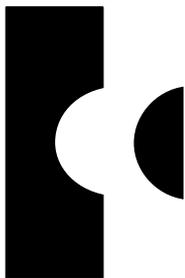


ÍNDICE CAPÍTULO 2

2- ANÁLISIS FRACTAL DE LA DISTRIBUCIÓN ESPACIAL DE FRACTURAS

RESUMEN	65
2.1 Introducción	66
2.2 Localización Geográfica y marco geológico del área de estudio	68
2.2.1 <i>Encuadre Geodinámico de la fracturación</i>	70
Tectónica Tardihercínica	
Tectónica Alpina	
2.2.2 <i>Macizo granítico El Berrocal</i>	72
2.3 Mapas de lineamientos a partir de modelos digitales de elevaciones	77
2.3.1 <i>Modelos digitales de elevaciones a diferente escala</i>	77
MDT del macizo granítico de El Berrocal	
2.3.2 <i>Distribución espacial de la fracturación Ibérica a escala: 1:2.000, 1:10.000, 1:500.000, 1:1000.000 y 1:4.000.000</i>	79
2.3.3 <i>Análisis lineal de la fracturación</i>	82
2.4 Análisis fractal 2-D de la fracturación mediante <i>box-counting</i>	86
2.5 Análisis microestructural de la fracturación	90
2.5.1 <i>Descripción metodológica</i>	90
Método de los diedros rectos	
Modelo de deslizamiento	
Método de inversión de esfuerzos	
2.5.2 <i>Reconstrucción de los campos de paleoesfuerzos</i>	95
2.5.3- <i>Mapas dinámicos de lineamientos de El Berrocal</i>	101
2.6 Análisis Fractal de los mapas dinámicos de lineamientos	104
2.7 Anisotropía fractal y tensor de esfuerzos en 2-D	106
2.7.1 <i>Anisotropía fractal de los mapas de lineamientos 1:2.000</i>	111
2.7.2 <i>Anisotropía fractal de los mapas de lineamientos 1:10.000</i>	115
2.7.3 <i>Anisotropía fractal de los mapas de lineamientos 1:500.000</i>	119
2.8 Densidad de fracturación del mapa de lineamientos 1:10.000	123
2.8.1 <i>Definición de densidad de fracturación: concepto</i>	

<i>intensidad y persistencia</i>	123
<i>2.8.2 Análisis correlatorio espectral de la densidad de fracturación 2-D</i>	126
<i>2.8.3- Relación entre la anisotropía fractal y el tensor de esfuerzos</i>	128
2.9 Elipsoide fractal de la distribución tridimensional de fracturas	131
<i>2.9.1 Análisis fractal unidimensional del sondeo vertical</i>	132
<i>2.9.2 Reconstrucción del elipsoide fractal</i>	134
2.10 Discusión de los resultados	137
<i>Dimensión fractal del conjunto total de fracturas: análisis bidimensional</i>	137
<i>Dimensión fractal y campos de paleoesfuerzos</i>	138
<i>Dimensión fractal según la orientación del perfil de fracturación: análisis unidimensional</i>	139
Corolario	141
REFERENCIAS DEL CAPÍTULO 2	142



CAPÍTULO 2 – Análisis Fractal de la distribución espacial de fracturas

RESUMEN

Este capítulo establece una relación geométrica entre el tensor de esfuerzos y la dimensión fractal de la distribución espacial de fallas, en el macizo granítico de El Berrocal. En primer lugar, se ha determinado el estado de paleoesfuerzos en la zona de estudio mediante el análisis poblacional de fallas, aplicado en planos con estrías medidos en campo. A partir de este análisis y de la geología regional en el macizo granítico, se han discriminado dos eventos tectónicos, uno de edad permotriásico y otro de edad alpina (Eoceno – actualidad). Ambos eventos permiten agrupar la orientación de las fracturas activadas por cada conjunto de tensores calculados.

En relación al análisis fractal, se realizaron varios modelos digitales del terreno (MDT), en concreto modelos digitales de elevaciones (MDE) y se foto-interpretaron las estructuras lineales presentes en los sombreados analíticos para cada tamaño de píxel. De esta forma, se obtienen una serie de mapas de lineamientos a diferentes escalas: a escala local 1:2.000 (píxel 2m x 2m) y 1:10.000 (píxel 10m x 10m) y regional 1:500.000 (píxel 500m x 500m).

Sobre estos lineamientos se obtuvo la dimensión fractal de la distribución espacial de los mismos, a partir de un análisis *box-counting*, tanto para los conjuntos originales, como para los conjuntos filtrados mediante criterios tectónicos.

Los resultados obtenidos muestran como la dimensión fractal del patrón de fracturación correspondiente al evento más moderno (alpino) es mayor que el patrón de fracturación del evento permotriásico, debido a que éste primer patrón está formado, no solo por fallas neo-formadas, sino también por familias de fallas reactivadas.

Continuando con este criterio dinámico, se llevó a cabo un análisis fractal unidimensional con el fin de conocer la variación de la dimensión fractal con la orientación de medida. Esta anisotropía de la dimensión fractal refleja la variación de la irregularidad en la distribución espacial de fracturas y se encuentra íntimamente

ligada a la densidad de fracturación. Tal y como muestra el variograma de esta densidad en 2 dimensiones.

La anisotropía de la dimensión fractal configura una elipse, la cual presenta una relación geométrica directa con la dirección de σ_{Hmax} y el variograma de la densidad de fracturación. Para relacionar la anisotropía fractal con el tensor de esfuerzos en 3-D, se determinó la dimensión fractal sobre un sondeo vertical realizado en la zona y se incorporó la medida a la elipse fractal obtenida sobre el mapa 1:2.000, ya que esta configura la medida más local. A partir de estas medidas definimos un primer elipsoide de la anisotropía fractal mediante los valores de D_{Hmax} , D_{Hmin} y D_v , donde D_{Hmax} es la dimensión fractal máxima, D_{Hmin} la dimensión fractal mínima, ambas sobre un plano horizontal y D_v la dimensión fractal sobre la vertical.

Según esto, es posible definir el factor de forma de la anisotropía fractal según la expresión:

$$F = \frac{D_v - D_{Hmin}}{D_{Hmax} - D_{Hmin}}$$

Esta expresión deriva de la definición del parámetro R, y se correlacionan los valores de s con los valores de D de forma conceptual. Interpretando todos estos análisis, existe una relación directa entre el tensor de esfuerzos, el elipsoide de anisotropía fractal y el variograma de la densidad de fracturación, para el conjunto de fracturas analizado en el macizo granítico de El Berrocal. Al existir una relación de perpendicularidad entre la orientación de σ_{Hmax} y la de D_{Hmax} , los valores de F' y R' son inversamente proporcionales, por ejemplo: para una extensión radial, $R' = +?$ y $F' = -?$, ya que la orientación de D_{Hmax} es paralela a σ_{Hmin} .

En suma, el tensor de esfuerzos se relaciona directamente con un fractal tridimensional, el cual gobierna la distribución espacial de fracturas en una zona cualquiera. Por tanto, las fallas aparecen distribuidas en el terreno obedeciendo a la construcción de un fractal que refleja la orientación y factor de forma del tensor de esfuerzos.



2.1 Introducción

La distribución geométrica de la fracturación es una consecuencia directa del estado de esfuerzos generador, de las propiedades recojidas en el material fracturado y se encuentra condicionada por estructuras de fallas previas, así como de planos de debilidad heredados de la litología y de la estructura de fábrica. Mediante técnicas de análisis poblacional de fallas, es posible estimar el factor de forma y la orientación del tensor de esfuerzos (Angelier, 1979; Etchecopar et al., 1981; Reches, 1987; De Vicente, 1988; Muñoz-Martín, 1997). Por otro lado y tal y como se ha expresado en el capítulo 1, la distribución geométrica de la fracturación configura un fractal espacial cuya dimensión fractal es posible estimar mediante un recubrimiento de celdas regulares (*box-counting*).

Este valor de la dimensión fractal constituye la dimensión de recubrimiento ó D_0 , y expresa, para una distribución bidimensional, el grado de recubrimiento de una superficie plana por trazas de falla. Valores cercanos a $D_0 = 2$ indican una elevada complejidad en la distribución espacial de fallas, mientras que valores cercanos a 1 indican estructuras próximas a una línea.

Se ha realizado un análisis del patrón de fracturación en el macizo granítico de El Berrocal mediante un análisis fractal a tres escalas diferentes (1:2.000, 1:10.000 y 1:500.000). El análisis se realizó, en primer término, para todo el conjunto de fracturas cartografiadas y posteriormente con los mapas de fracturas filtrados mediante criterios dinámicos esto es, sólo con las fracturas potencialmente activas bajo uno de los dos campos de paleoesfuerzos deducidos a partir del análisis estructural.

A partir del *box-counting* unidimensional, se ha obtenido la variación de dimensión fractal con la orientación del perfil de fracturación analizado, lo que evidencia la existencia de una anisotropía fractal espacial de la fracturación en el caso de los mapas de fracturas asociados a los campos de paleoesfuerzos. La variación anisótropa de la fracturación muestra una dirección de máxima complejidad en el espaciado entre fracturas. Esta dirección aparece reflejada en el valor máximo de dimensión fractal (D_{Hmax}). La anisotropía fractal aparece heterogénea con al escala de representación, tal y como se argumenta mediante la actuación de tensores locales y regionales.

Por lo que respecta a la magnitud de la dimensión fractal, ésta es mayor en el campo de paleoesfuerzos más reciente (Alpino) frente al más antiguo (Pérmico), medida en 2-D. Esta variación señala que el campo de esfuerzos Alpino presenta una complejidad estructural mayor, lo que concuerda con la idea de que los campos de esfuerzos que se superponen a patrones de fracturación previos, además de neoformar fallas, reactivan parte de las antiguas. El resultado es un patrón de fracturación más complejo y por tanto con mayor dimensión fractal.

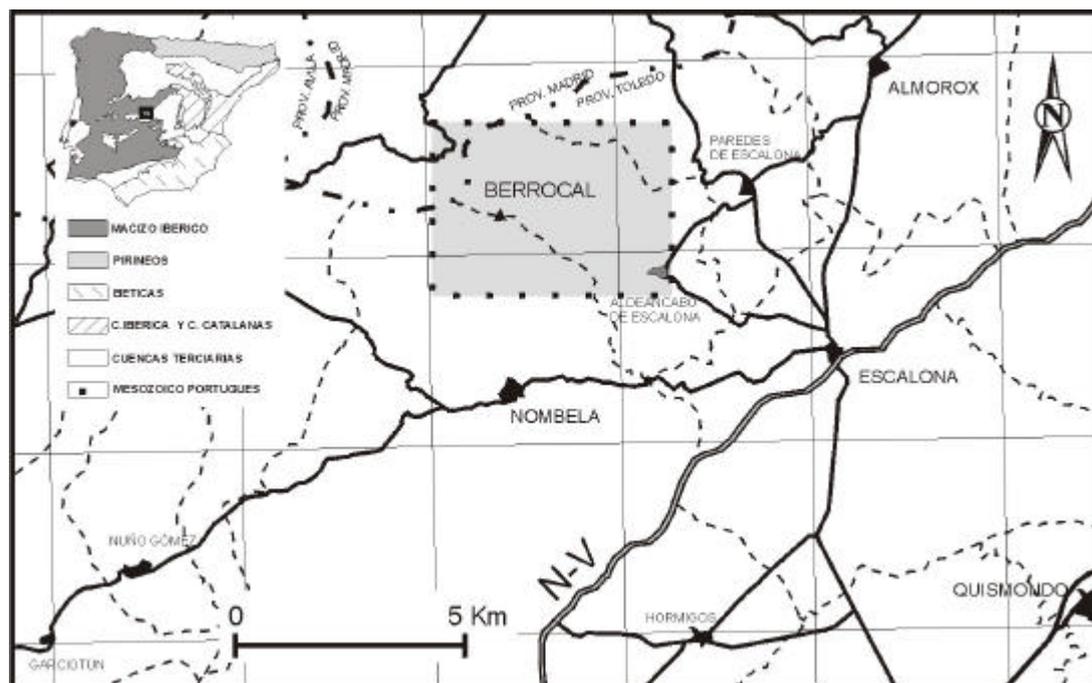


2.2 Localización geográfica y marco geológico del área de estudio

La elección del área de estudio se debe a que el macizo granítico de El Berrocal presenta elevado volumen de datos petrológicos y estructurales y constituye un medio que se comporta de forma homogénea frente a la deformación frágil.

El macizo granítico de El Berrocal se localiza geográficamente a 92 Km de Madrid en la zona sur de la Sierra de Gredos (Figura 2.2.1), abarcando un área comprendida entre las localidades de Almorox, San Martín de Valdeiglesias, El Burguillo, San Esteban del Valle y Parrilla. Fisiográficamente se encuentra limitado por el Macizo Central de Gredos al norte y la Sierra de la Higuera y San Vicente al sur. Su extensión en superficie es de 22 Km² aproximadamente.

Geológicamente el macizo se encuadra en el borde sur del Sistema Central Español (SCE) (Figura 2.2.2), cadena montañosa que se eleva por encima de los 2000 metros de cota máxima. El SCE constituye un relieve estructural que separa dos cuencas terciarias, la cuenca del Duero al norte y la del Tajo al sur. La disposición general es NE-SO en su parte oriental y tiende a situarse E-O en la occidental. Morfológicamente está constituido por varias alineaciones montañosas (Sierras de Guadarrama, Somosierra, Cuerda Larga, La Cabrera,



Sierra de Gredos, etc.).

Figura 2.2.1 Localización geográfica del macizo de El Berrocal.

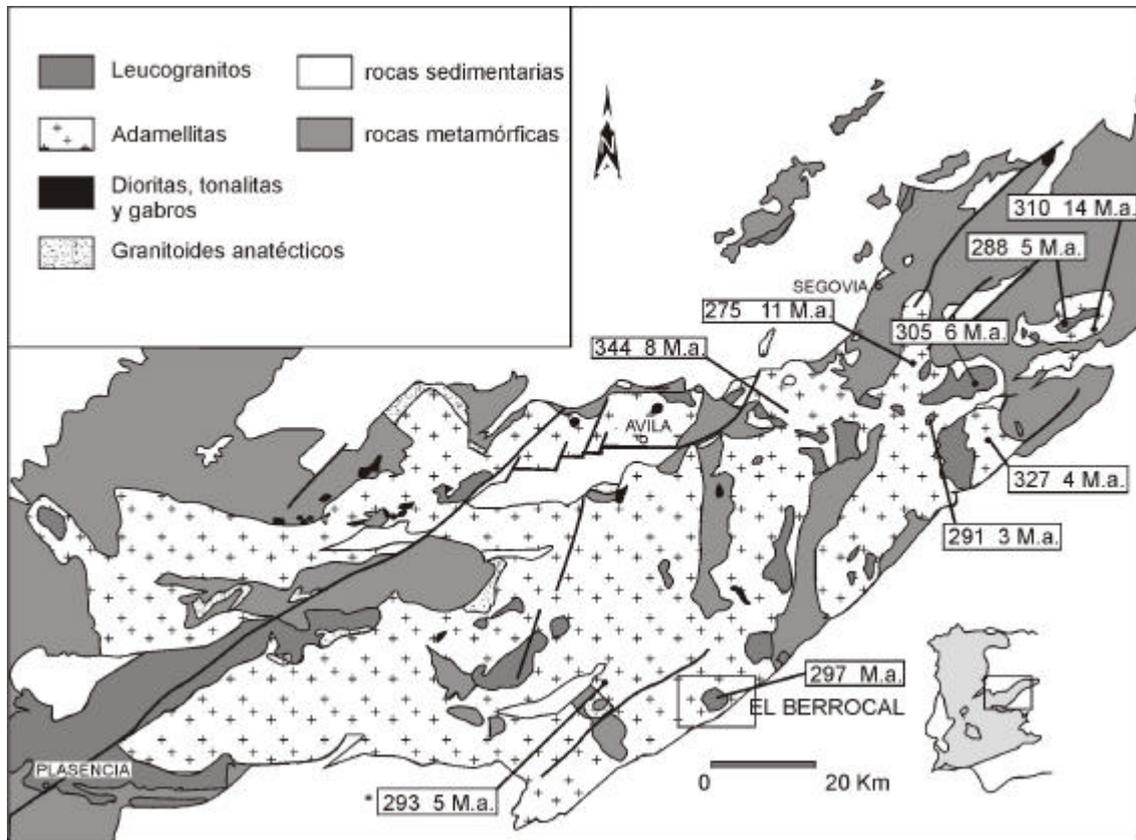


Figura 2.2.2 Síntesis petrológica de los principales granitoides hercínicos del Sistema Central (España) y dataciones de los mismos mediante la técnica K-Ar (indicados por *) y $^{87}\text{Sr}/^{86}\text{Sr}$ (el resto). El mapa constituye una síntesis de Fuster y Villaseca (1987) y las dataciones están tomadas de Ibarrola et al. (1987) y Serrano Pinto et al. (1987).

Los materiales aflorantes en las zonas centrales del SCE tienen edades comprendidas entre el Precámbrico y el Paleozoico Superior, encuadrándose en la Zona Central del Macizo Hespérico. Estos materiales se caracterizan por presentar varios episodios de deformación y metamorfismo durante la orogenia Hercínica (Devónico Medio- Pérmico Superior).

En el SCE podemos observar rocas metamórficas de grado medio y alto, de carácter ortoderivado y paraderivado, intruidas por numerosos cuerpos graníticos, mayoritariamente post-tectónicos (Figura 2.2.2).

El plutón de El Berrocal se encuentra en la parte occidental del SCE, zona donde predominan los materiales graníticos frente a la zona oriental, con más afloramientos metamórficos.



Cabe destacar la presencia de un periodo de intensa actividad de fracturación durante las etapas finales de la orogenia Hercínica y las iniciales del ciclo alpino (permotriásico), denominado tradicionalmente *tardihercínico*, con numerosas fallas en dirección (Arthaud y Matte, 1977).

El Macizo Hespérico constituye el basamento sobre el que se deposita la sedimentación mesozoica. Esta sedimentación mesozoica forma una cuña que se adelgaza desde el E hacia el O, desapareciendo al E de Toledo. Sobre estas series mesozoicas se depositan materiales paleógenos y neógenos separados por una serie de discontinuidades sedimentarias que reflejan la evolución geológica de los sistemas montañosos y de las cuencas terciarias, cuyo relleno está controlado por la actividad tectónica de sus bordes (De Vicente *et al.*, 1996a).

La morfoestructura actual del Sistema Central Español (SCE) responde a las compresiones alpinas ligadas al acercamiento y movimiento lateral de la microplaca Ibérica respecto a la placa Africana y a la placa Euroasiática desde el Eoceno hasta la actualidad (Dewey, 1989). Debido a este proceso tectónico se han originado una serie de cadenas montañosas en los bordes (Pirineos, Béticas), y en el interior de la Península Ibérica (Sistema Central, Cordillera Ibérica, etc...). La transmisión de los esfuerzos compresivos hacia el interior de la placa, ha producido la elevación del basamento en el SCE, al reactivarse fallas previas. Estas fallas han actuado como fallas inversas y direccionales desde el Mioceno medio hasta la actualidad (Vegas *et al.*, 1990; De Vicente y González Casado, 1991; De Vicente *et al.*, 1996a), tal y como atestigua el relleno sedimentario de la cuenca del Tajo, y la presencia de actividad sísmica moderada en el SCE y la cuenca de Madrid (De Vicente *et al.*, 1996a y 1996b).

2.2.1 *Encuadre geodinámico de la fracturación*

Habiendo incluido la deformación Hercínica en el apartado anterior y siendo el macizo elegido de edad tardihercínica, se describe a continuación la evolución de la fracturación a partir de las deformaciones permotriásicas, puesto que esta deformación controla la tectónica frágil del batolito.

Tectónica Tardihercínica (Carbonífero Superior-Pérmico Inferior)

La evolución tectónica de la parte oriental del SCE entre el Carbonífero superior y el Triásico se divide en tres etapas: (González Casado *et al.*, 1996)

- 1- Colapso extensional del cinturón orogénico hercínico.
- 2- Megacizalla de la Península Ibérica entre la Placa Africana y la Europea, equivalente al hercínico de Arthaud y Matte (1977), apareciendo complejas redes de desgarres conjugados (?₂ vertical).
- 3- Régimen distensivo generalizado incluido en el ciclo alpino (Álvaro *et al.*, 1979; Vegas y Banda, 1982; Casquet *et al.*, 1988; González-Casado *et al.*, 1993).

Con posterioridad a la compresión Hercínica, ocurre un importante evento extensional (Casquet *et al.* 1988) de 70 M.a. de duración, orientado N-S regionalmente y E-O localmente. El levantamiento de las zonas más internas, metamorfismo de grado alto en relación con las zonas de metamorfismo de grado bajo, se produce a partir de grandes fallas extensionales dando lugar a una estructura de tipo *core complex* para el basamento del SCE (Casquet *et al.* 1988). El emplazamiento de los cuerpos graníticos hercínicos se encuentra ligado a esta etapa extensional.

Seguidamente y bajo una tectónica frágil se produce un régimen de desgarre con una dirección de compresión N50°E que finaliza en una distensión radial. En esta fase se emplazan diques de cuarzo de dirección N20°E y N80°E. Este régimen de desgarre tardihercínico ocurre a partir de la rotación de la placa Ibérica entre la placa Euroasiática y la Placa Africana (Arthaud y Matte, 1977).

Tectónica Alpina

Etapas Permotriásica- Miocena

La etapa de desgarre (*wrench fault*) fue datada entre 290 (carbonífero superior) y 300 M.a. por Gonzalez-Casado *et al.* (1993), con una dirección de acortamiento horizontal N100°E, N130°E, según su localización (Quílez, 1994). Los sistemas de diques E-O de la Sierra de Guadarrama se emplazaron en parte en el mismo periodo carbonífero (293 M.a. ? 3, Galindo *et al.* 1994). Dataciones sobre episenitas sugieren que las condiciones extensionales generalizadas prevalecieron hasta el Pérmico inferior (270 M.a.), edad de comienzo del ciclo alpino.



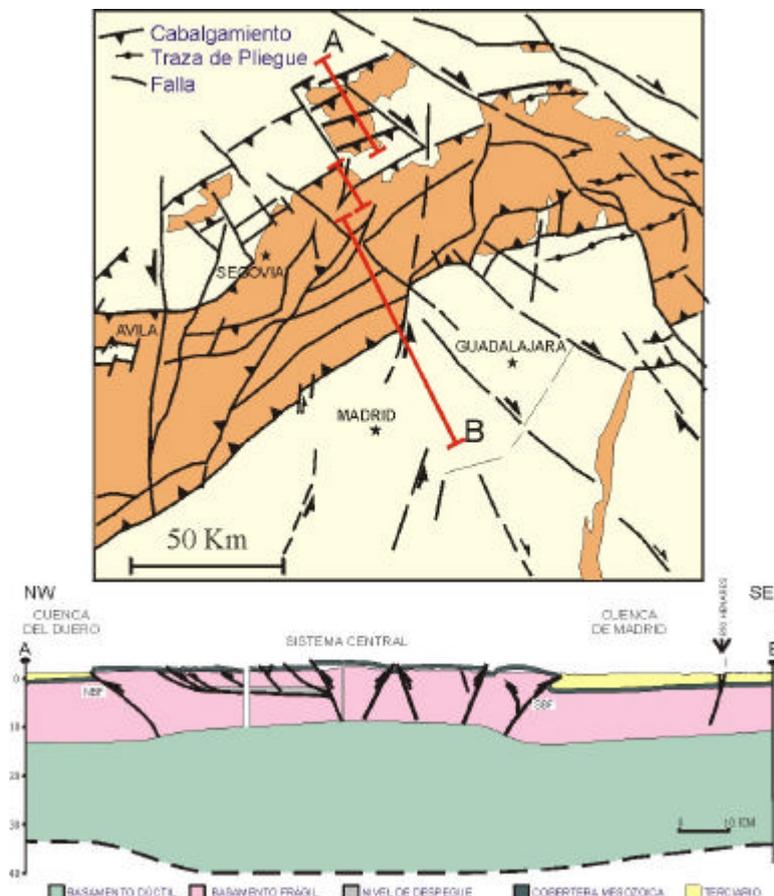
Etapa Terciaria

La evolución del SCE hasta el cuaternario se contempla desde dos modelos, mediante una zona de cizalla de dos etapas al absorber parte del movimiento relativo entre Iberia y Eurasia (Vegas *et al.* 1990), ó a partir de los mecanismos de deformación típicos de una zona de intraplaca según el estudio de tectónica frágil (De Vicente *et al.* 1996a). Estas dos etapas (antigua y moderna) presentan distinta datación temporal (Muñoz-Martín, 1997).

El modelo de Vegas *et al.* (1990) la deformación se acomoda mediante la rotación de bloques que reorganizan fracturas previas. El tamaño y número de bloques implicados en la rotación dependería de las fallas principales y de los límites de las depresiones y las cuencas, además de la localización de las continuas bandas de cataclastita E-O correspondientes a las cuencas intramontañosas y depresiones.

El modelo de De Vicente *et al.* (1996a), incluye numerosos datos micro y mesoestructurales que afectan a materiales desde el Cretácico superior hasta el Cuaternario (incluido). Estos autores establecen un campo de esfuerzos desde el Mioceno medio hasta la actualidad con una dirección de acortamiento principal σ_{Hmax} de dirección (N130°E-N160°E).

Reconstruyen los mapas de trayectorias de esfuerzos desde el Mioceno medio hasta el superior, (periodo principal de formación del SCE), Mioceno superior hasta el Cuaternario y desde el Cuaternario hasta la actualidad (deducido mediante mecanismos focales de terremotos y



materiales aflorantes) (figura 2.2.3).

Figura 2.2.3 Esquema tectónico del Sistema Central con estructuras compresivas orientadas principalmente NE-SO (imagen superior). La imagen inferior muestra un corte transversal, NO-SE, con una estructura tipo *pop-up*. (Según De Vicente et al., 1996)

2.2.2 Macizo granítico de El Berrocal

Granito El Berrocal: cuarzo-granito de feldespato alcalino con dos micas y moscovita como mica dominante (Streckeisen, 1974).

Roca encajante: granito biotítico tipo San Vicente compuesto por una granodiorita. (Streckeisen, 1974)

Este macizo está representado por dos *stocks*, el Macizo de El Berrocal (en el SE del SCE; Pedraza, 1978 y Ubanell, 1982) y el de Navaluenga (en el NE del SCE). El Berrocal aparece situado cerca de la Falla Meridional del SCE.

Su composición se describe como un granito leucocrático de grano grueso a medio, con diferencias apicales aplíticas y con facies de grano medio a fino, clasificado como una adamellita (Pedraza, 1978). Al oeste predomina la moscovita, el resto presenta moscovita y biotita. Marcado carácter porfídico en el contacto con la roca de caja (figura 2.2.4).

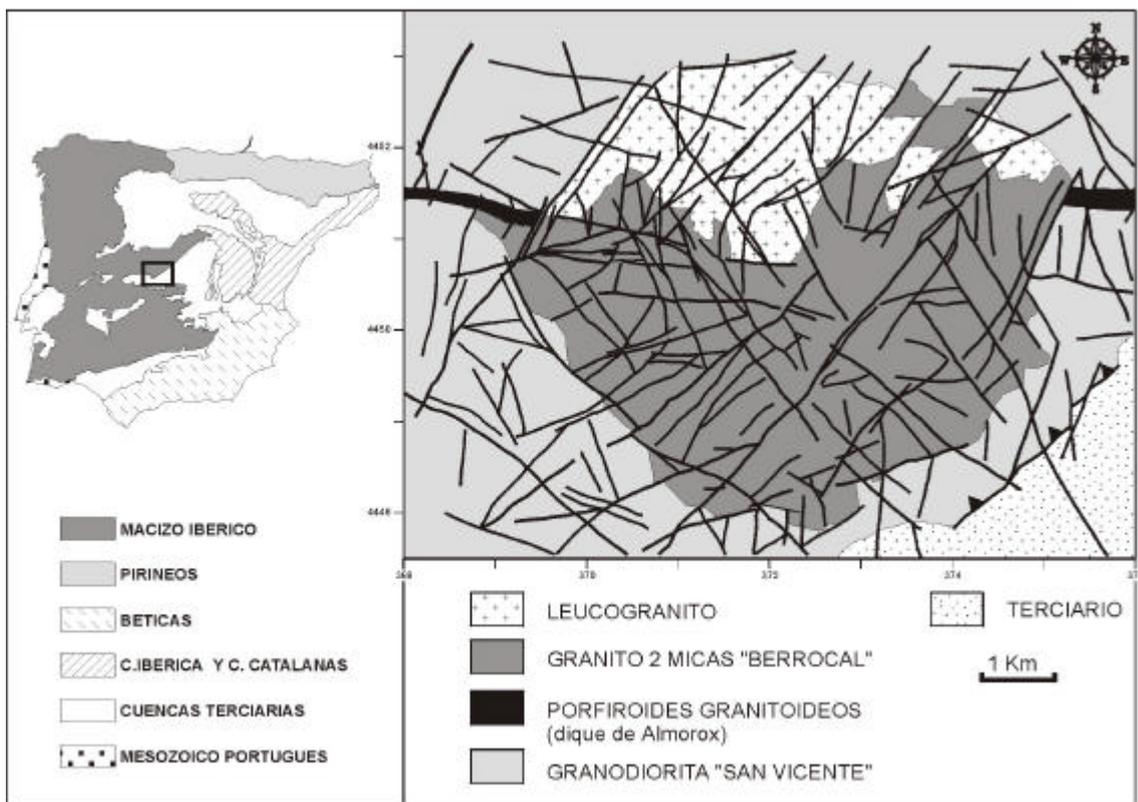




Figura 2.2.4 Síntesis geológica de las diferentes unidades petrológicas diferenciadas en el macizo granítico de El Berrocal y mapa de fracturas.

En el batolito y el dique aplítico, se diferencian dos facies petrológicas:

(1) *Leucogranitos*: situados en las zonas apicales del batolito constituyen las facies de cúpula del plutón. Estas facies son más evolucionadas que las facies tipo berrocal. (Campos *et al.*, 1996)

(2) *Pegmoaplita*: bien desarrollada, aparece localmente al norte y al noroeste del plutón, además del contacto con la roca encajante (granito San Vicente). Las pegmoaplitas intruyen a través del granito San Vicente a favor de fracturas subhorizontales de descompresión.

Además de los granitos y de la granodiorita, la zona presenta numerosos complejos de diques entre los que destacan:

Dique aplítico Almorox - Navamorcuende.

Situado al NW y al NE del plutón, de dirección media E-O, con una potencia entre 60 y 70 metros aproximadamente y de disposición vertical subvertical. Estos diques se curvan de forma sigmoidal en sus extremos, al O por la falla de Navamorcuende y al E por la falla meridional del SCE, ambos NE/SO. Se encuentra encajado en el granito San Vicente con un contacto mecánico según una fractura N90-100°E y de geometría sigmoidal, (figura 2.2.5).

Diques de cuarzo

Orientados principalmente según N40°E, N60°E y N80°E, así como un sistema N100°-110°E, con importante desarrollo de espesor, longitud y mineralizaciones uraníferas (Campos *et al.*, 1996). El dique de cuarzo mineralizado con uranio tiene una potencia entre 1,5 y 2 metros, con un buzamiento entre 70°-80° al N.

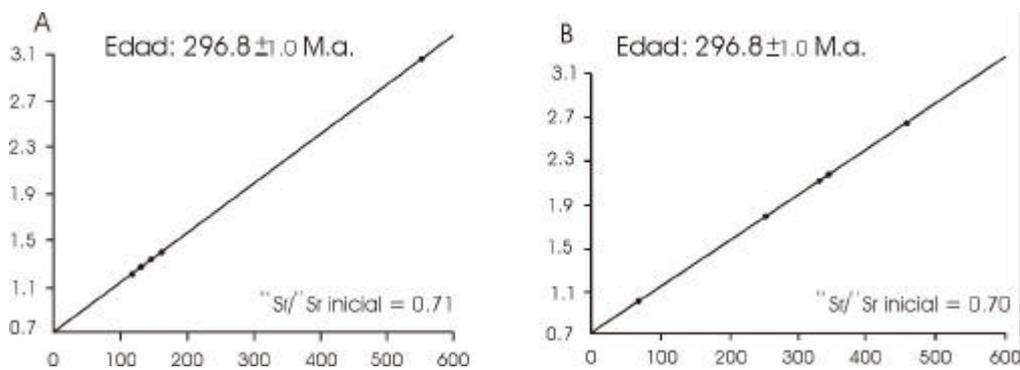


Figura 2.2.5 Isócronas de muestras totales para medidas de Sr realizadas sobre el Macizo de El Berrocal (A) y el dique aplítico de Almorox (B). (Modificado de Campos et al. 1996)

Geocronología del batolito

Estudiando en la cartografía geológica la geometría del dique aplítico y del plutón granítico, diferentes autores sugieren dos hipótesis acerca de la geocronología en el emplazamiento de ambas estructuras.

- A)- Intrusión del plutón posterior a la intrusión del dique aplítico. (Varea e Iglesias, 1981)
- B)- Ambas estructuras son contemporáneas y originados por un mismo magma. (Ubanell y Doblas, 1987 y Doblas, 1990)

La datación realizada con técnicas de Rb/Sr demuestra que (Pérez del Villar *et al.*, 1996a y 1996b):

- 1)- Intrusión simultánea del plutón y del dique hace 297 Ma aproximadamente (*Westfaliense - Stefaniense*) a favor de una extensión N-S con actividad tectonotermal asociada a intrusiones filonianas a lo largo del SCE.



2.3 Mapas de lineamientos a partir de modelos digitales de elevaciones

Además de realizar una interpretación de pares de fotografía aérea, imágenes de satélite *landsat* y análisis de fracturas *in situ* mediante trabajo de campo, se han realizado una serie de modelos digitales de elevaciones (MDE) a partir de modelos digitales del terreno (MDT) desde magnitudes de representación local (tamaño de pixel de 2m x 2m) hasta escalas regionales (500m x 500m).

Los modelos (MDE) muestran discontinuidades del terreno que en mapas, fotografías aéreas y ortoimágenes quedan enmascarados por la cubierta vegetal, construcciones, etc. y eliminan otras lineaciones como carreteras, senderos, líneas eléctricas, etc... Una ventaja frente al estudio clásico sobre fotografía aérea es el elevado número de escalas que podemos disponer y el grado de detalle que representamos, sin contar con una representación topográfica sin cubierta vegetal.

El abanico de escalas estudiado incluye los modelos a escala 1:2.000; 1:10.000; 1:50.000; 1:500.000; 1:1.000.000 y 1:4.000.000. Sobre estos modelos se interpreta el aspecto morfoestructural dibujando lineamientos los cuales se digitalizaron manteniendo la escala gráfica. Estos lineamientos han sido analizados de forma cuantitativa en orientación y tamaño. Este abanico de escalas muestra como la fracturación se dispone en un terreno en cuatro órdenes de magnitud.

Las escalas por encima de 1:50.000 globalizan el terreno de forma que para 1:1.000.000 se representa gran parte del Sistema Central Español, y para 1:4.000.000, la Península Ibérica. Estos dos últimos modelos permiten estudiar las orientaciones principales de la fracturación en la Península Ibérica y su relación con las fracturas desde un rango peninsular, regional y local.

2.3.1 Modelos digitales de elevaciones a diferente escala (MDE)

Los MDE describen la distribución espacial de una característica del terreno mediante un conjunto de datos numéricos.

El proceso de construcción de un MDE, se inicia a partir de una topografía de detalle, donde las curvas de nivel se digitalizan en formato vectorial y se geo-referencian todos los puntos digitalizados.

El concurso de los MDE en el estudio morfológico de las fracturas en superficie queda patente en la versatilidad que poseen. La posibilidad de realizar sombreados analíticos desde diferentes orientaciones y ángulos de incidencia permite reconocer mejor las discontinuidades del terreno. La eliminación de la cubierta vegetal muestra morfologías estructurales desnudas del terreno, con una resolución la cual depende de la resolución topográfica original.

Todos los modelos han sido georreferenciados en coordenadas UTM referidas al huso 30. En cuanto al método de interpolación empleado, el *kriging simple* (variograma lineal) genera curvas de isovalores más reales al calcular el valor del punto central, en función de los puntos adyacentes según un radio de búsqueda. Este radio de influencia no es una medida invariante, por lo que debemos calcular el que corresponde a cada escala con los diferentes pasos entre las isolíneas. Por otro lado, también podemos regular esa medida de influencia e interdependencia de los puntos que configuran el MDT mediante el análisis del variograma.

Los errores que resultan de la obtención de los MDE se clasifican en errores *cartográficos* y errores *temáticos* (Chuvienco, 1996). Los errores cartográficos hacen referencia a la localización espacial del punto digitalizado, mientras que los errores temáticos se refieren al atributo cartografiado, en nuestro análisis, la altitud. El análisis de distribución de frecuencias de las pendientes entre los puntos permite corregir los errores cartográficos. También un mecanismo cualitativo de eliminación de errores es la comparación directa del MDE representado en curvas de isovalores con la topografía fuente. Los errores derivados de la digitalización directa se minimizaron usando los mapas originales, y los errores del operario se estimaron mediante la comparación directa del mapa original con el mapa cartografiado y realizando mapas residuales.

El error provocado por la asunción de una curva de nivel como una concatenación de segmentos rectos no se puede eliminar totalmente debido a la naturaleza fractal de estas curvas que las mantiene invariantes frente al cambio de escala.

La dimensión fractal de las superficies naturales se encuentra en el rango de valores 2.1-2.4 (Mark y Goodchild 1986).



MDE del macizo granítico de El Berrocal

Los MDE han sido construidos a partir de mapas fuentes a las escalas topográficas 1:2.000, 1:10.000 y 1:50.000. Además, se completó con los MDE de la base topográfica del S.G.E., base de la que se ha obtenido las representaciones 1:500.000, 1:1.000.000 y 1:4.000.000 (S.G.E, 1997). El abanico de representación de escalas incluye cuatro órdenes de magnitud, valor suficiente para realizar con garantías el muestreo para un análisis de tipo fractal. Las características de la imagen *raster* base del modelo digital se detallan en la tabla 2.2.II.

CARACTERÍSTICAS DEL M.D.T. A ESCALA 1:2.000			
Tipo de datos	<i>Real</i>	Sistema de referencia	<i>Plano (UTM)</i>
Tipo de fichero	<i>Binario</i>	Unidades de referencia	<i>metros</i>
Nº de columnas	<i>326</i>	Tamaño de pixel	<i>2 metros</i>
Nº de filas	<i>701</i>	Cota mínima	<i>738 metros</i>
Distancia unitaria	<i>1 m</i>	Cota máxima	<i>963 metros</i>
CARACTERÍSTICAS DEL M.D.T. A ESCALA 1:10.000			
Tipo de datos	<i>Real</i>	Sistema de referencia	<i>Plano (UTM)</i>
Tipo de fichero	<i>Binario</i>	Unidades de referencia	<i>metros</i>
Nº de columnas	<i>801</i>	Tamaño de pixel	<i>10 metros</i>
Nº de filas	<i>501</i>	Cota mínima	<i>459 metros</i>
Distancia unitaria	<i>1 m</i>	Cota máxima	<i>1064 metros</i>
CARACTERÍSTICAS DEL M.D.T. A ESCALA 1:50.000			
Tipo de datos	<i>Real</i>	Sistema de referencia	<i>Plano (UTM)</i>
Tipo de fichero	<i>Binario</i>	Unidades de referencia	<i>metros</i>
Nº de columnas	<i>261</i>	Tamaño de pixel	<i>50 metros</i>
Nº de filas	<i>201</i>	Cota mínima	<i>405 metros</i>
Distancia unitaria	<i>1 m</i>	Cota máxima	<i>1065 metros</i>

Tabla 2.2.II Características de los modelos digitales de elevaciones generados sobre las bases topográficas 1:2.000, 1:10.000 y 1:50.000.

2.3.2 Distribución espacial de la fracturación Ibérica a escala: 1:2.000, 1:10.000, 1:500.000, 1:1000.000 y 1:4.000.000

Partiendo de las bases topográficas anteriormente mencionadas, se procede a la digitalización, construyendo una serie de fichas por cada celda en la que se dividió la topografía. En todos los modelos se ha empleado un sistema de referencia de tipo plano, tomando las coordenadas UTM.

La base topográfica empleada para el MDE a escala 1:2.000 es el mapa topográfico realizado por el CIEMAT dentro de la finca de El Berrocal (Proyecto Berrocal). Las curvas de nivel se han digitalizado con un intervalo de un metro. Para la escala 1:10.000, también se

ha utilizado la base realizada por el *CIEMAT*, mapa que incluye la región representada en la topografía 1:2.000.

Para el MDT a escala 1:50.000 se han utilizado las hojas topográficas a escala 1:50.000 del Servicio Geográfico del Ejército de números: 579, 580, 602 y 603, digitalizando las curvas de nivel con equidistancias de 20 metros.

Este problema geométrico de distribución puntual irregular requiere una selección cuidadosa del radio de interpolación y del método de cálculo del peso de los puntos adyacentes.

Para evitar la falta de datos en la interpolación a partir de la frontera que delimita el área de estudio, el *efecto borde*, los modelos se han construido con un tamaño menor a la base topográfica en 20 pasos de malla. Además, el área de estudio se ha tomado para todas las escalas como un rectángulo, evitando de esta forma el que el programa de interpolación asimile valores erróneos al interpolar con un valor de $z = 0$.

Una vez aprobadas las topografías interpoladas se convierten en formato *raster* para obtener las imágenes y construir un Sistema de Información Geográfica (SIG) que permita realizar todas las operaciones necesarias para la fotointerpretación de fracturas y relaciones con la superposición de toda la información geológico estructural de la que disponemos.

Mapas generados en el macizo de El Berrocal

(a) *Sombreado analítico* (modelo digital derivado): con fuente de luz en posición NNW que permite generar una perspectiva tridimensional y discriminar los diferentes accidentes morfoestructurales.

(b) *Mapas de pendientes* (modelo digital derivado), tanto en orientación (mapa de aspectos del terreno) como de magnitud (mapa de pendiente *sensu estricto*). Mediante este mapa es posible definir la geometría de los cambios de orientación y magnitud de las superficies, estudiando la variación de las morfoestructuras.

Combinando los mapas (a) y (b) se delimitan las superficies de erosión y colmatación, basculamientos entre bloques, etc..., relacionando la petrología del batolito con su estructura.

Los mapas de fracturas obtenidos se digitalizaron vectorialmente y corresponden a la figura 2.2.6a (2 x 2m) ; 2.2.6b (10 x 10m) ; 2.2.7a (50 x 50m) ; 2.2.7b (500 x 500m).

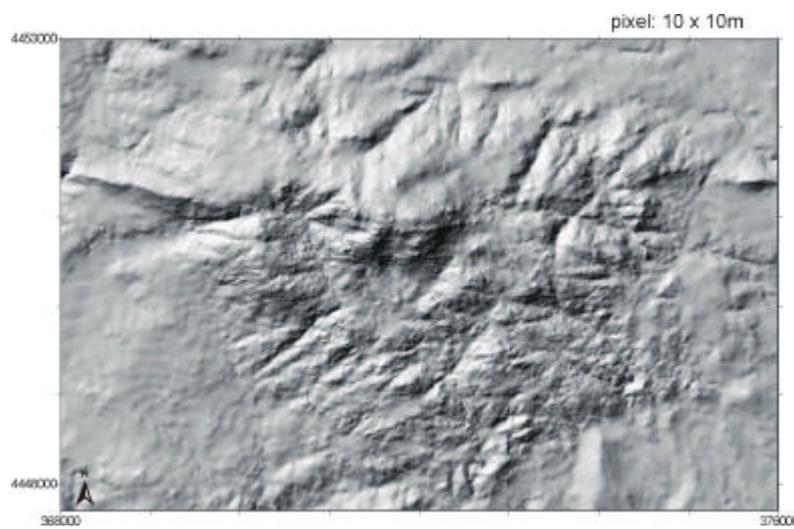
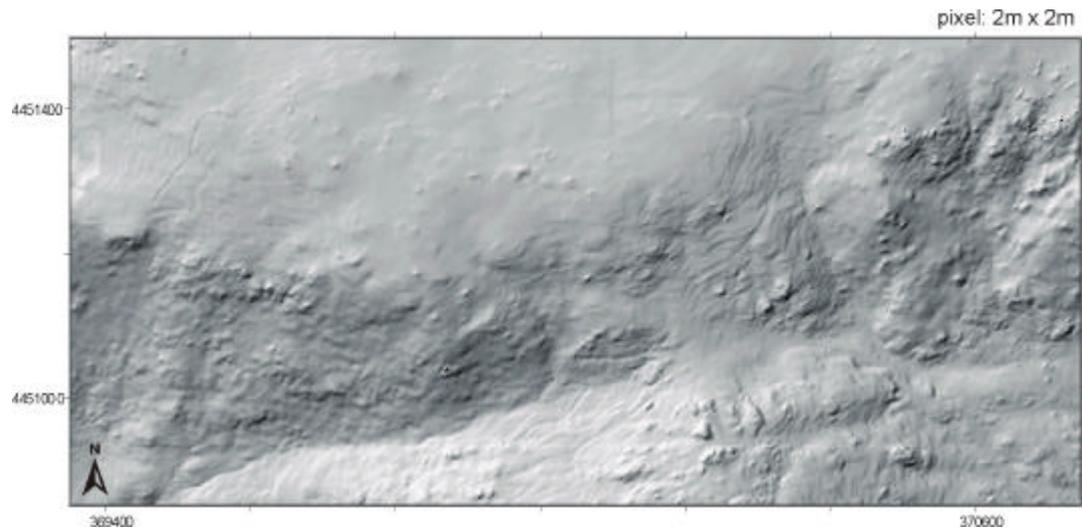
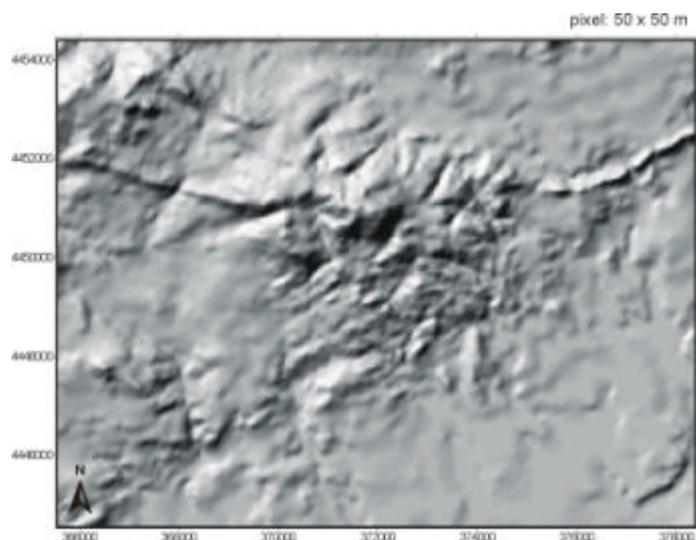
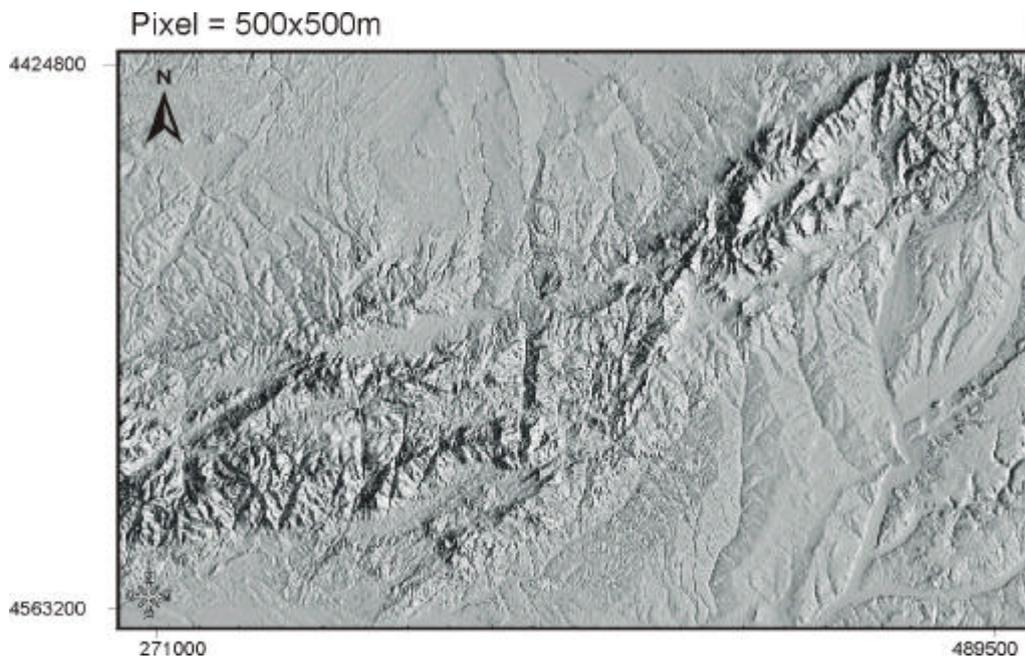


Figura 2.2.6 Sombreado analítico para un tamaño de *pixel* 20x20 metros (*imagen superior*), y para un *pixel* 10x10 metros (*imagen inferior izquierda*). Ambas imágenes se encuentran orientadas con el norte hacia la parte superior, con la posición del sol a 45° de elevación sobre la horizontal y orientado hacia los 270°.

Figura 2.2.7 Representación gráfica mediante un sombreado analítico del modelo digital de elevaciones del batolito de El Berrocal y geografía adyacente para un tamaño de *pixel* 50 x 50 metros (*imagen derecha*), y 500 x 500 metros (*página siguiente*).





Sobre estos modelos de sombreados analíticos se han interpretado una serie de lineamientos y que son identificados en función de la escala de la topografía fuente. En principio, y según las características de los M.D.E., se trabaja en la distribución espacial de estos lineamientos de forma similar a los conjuntos de trazas de fallas (figura 2.2.8).

2.2.3 Análisis lineal de la fracturación

Analizando las rosas de dirección se observan pautas de autosemejanza en los sistemas de fracturas con expresión morfológica. El hecho de que aparezcan tres direcciones principales de fracturación (NE-SO, NO-SE y N-S), indica que el proceso que controla la morfoestructura de la Península, el campo de esfuerzos reciente, es invariante estadísticamente al cambio de escala.

La distribución de la fracturación en las escalas 1:2.000 y 1:10.000 presenta diferencias de orden local frente a las distribuciones más regionales. Existe una disminución en importancia de la moda N-S y aparece un sistema de fracturas y diques E-O. Esto se relaciona con la presencia en el macizo de antiguos sistemas de fallas heredados que constituyen sistemas de debilidad de la corteza. El campo de esfuerzos activo reactiva las zonas de debilidad preferentemente orientadas, en función de la orientación y el factor de forma del tensor de esfuerzos. El resultado de este proceso es que la deformación frágil originada por este tensor de esfuerzos se distribuye a lo largo del macizo granítico reactivando



fallas previas cuando están orientadas favorablemente con el campo de esfuerzos actual y neoformando otras.

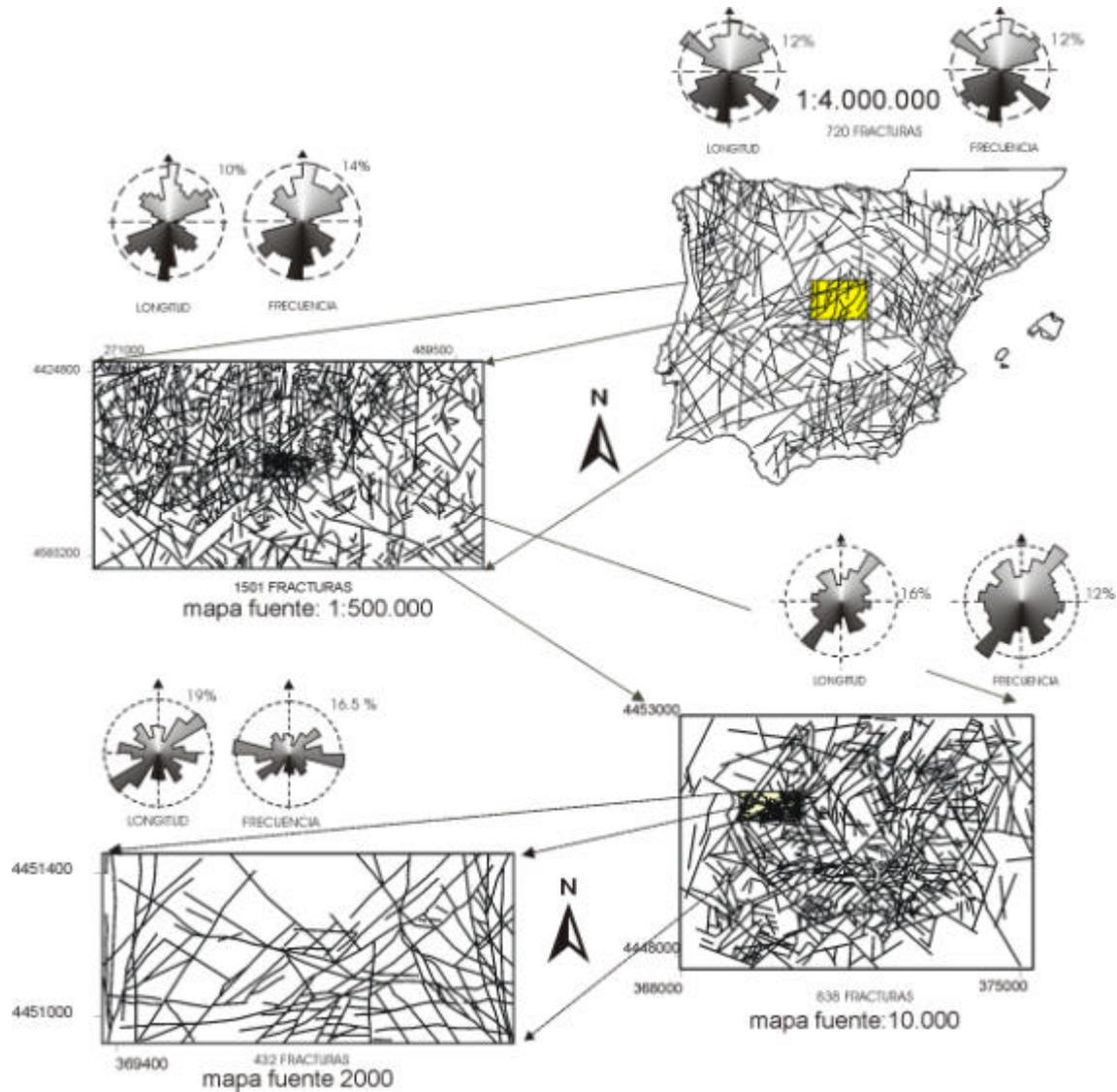


Figura 2.8.8 Mapas de fracturas interpretadas de los lineamientos sobre los MDE. Estos mapas representan las escalas que se relacionan con cada tamaño de píxel: 1:2.000, 1:10.000, 1:500.000 y la escala ibérica 1:4.000.000.

El sumatorio de las deformaciones acumuladas debe ser indicativo de estado de esfuerzos regional a escala del batolito, que a su vez se descompondrá en tensores de esfuerzo locales con importantes variaciones del factor de forma, pero manteniendo una orientación de los ejes principales bastante constante (Zoback *et al.*, 1992).

En los MDE a escala 1:2.000 y 1:10.000 es posible reconocer lineamientos que difícilmente se observan en fotografía aérea al encontrarse cubiertos por olivares y cultivos de

vides, localizados dentro de las zonas de menor rugosidad estructural (materiales terciarios: arcosas miocenas). Estos lineamientos presentan una continuidad lateral con las fracturas reconocidas sobre los granitos y granodioritas tardihercínicos.

Las direcciones principales distinguidas son:

1- *Dirección NE-SO*: fracturas de gran longitud y que limitan mecánicamente el granito de El Berrocal en la zona oriental y occidental. Esta moda se descompone en:

(a) N20-30°E: sin diques de cuarzo asociados y con un movimiento en dirección sinestroso, que produce un desplazamiento en el dique de aplita próximo a los 2 Km., así como el levantamiento relativo del batolito respecto al encajante y al dique de aplita.

Es el equivalente a los desgarres sinestrosos alpinos de dirección N-S que aparecen en las partes más orientales del Sistema Central.

(b) N30-80°E: constituido básicamente por fallas normales y diques de cuarzo con evidencia de reactivación (desgarres sinestrosos) en algunos casos, sobre todo los más norteados. Este sistema de fallas y diques forma frecuentemente sistemas conjugados con las fallas normales y los diques de dirección E-O, con los que no presenta relaciones cronológicas claras.

2- *Dirección NO-SE*: Presenta una gran longitud en sus trazas y constituye el límite suroccidental del batolito. De carácter mayoritariamente normal, se asocian venas y diques de cuarzo que cortan a las direcciones NE-SO y que en general presentan menor espesor que estos dos sistemas. Este sistema de fallas y el anterior limitan bloques elevados dentro del batolito, como es el caso del pico de El Berrocal y sus facies leucograníticas apicales.

3- *Dirección N100°E*: Suele ir asociada a diques de cuarzo, a veces de gran espesor. Estas fallas son de carácter predominantemente normal, aunque presentan reactivaciones en dirección. Las fallas N120-130°E en dirección, son de tipo dextroso. Este sistema de fracturas y diques se encuentra segmentado por la fallas NNE-SSO y NO-SE, y delimita los bloques con geometría en planta triangular (Figura 2.2.6).

Autosemejanza multiescala entre orientaciones morfolineales

Es bastante significativa la similitud en las orientaciones principales de los lineamientos representados en las escalas 1:2.000, 1:10.000 y 1:500.000. Las orientaciones coincidentes son N-S, NE-SO y NO-SE. Tal comportamiento de semejanza, junto con estudios fractales previos (Andrews, 1980, 1981; Allegré *et al.*, 1982; Avilés y Scholz, 1987; Turcotte, 1992, 1997; Gillespie *et al.*, 1993; Paredes, 1995; Stakhovsky, 1996; Castaing *et al.*, 1996; Koukouvelas *et al.*, 1999; Pérez López, 1999), justifica este tipo de análisis sobre conjuntos de fracturas cartografiadas.



2.4 Análisis fractal 2-D de la fracturación mediante *box-counting*

El análisis de la distribución espacial de fracturas mediante técnicas fractales debe realizarse dentro de un amplio rango de escalas con el fin de verificar la invarianza al cambio de escala del conjunto medido, además de cubrir efectos locales y regionales con una metodología homogénea. También es necesario que los mapas de lineamientos presenten una distribución de tamaños de las trazas de las fracturas con un mínimo de tres órdenes de magnitud con el fin de mantener la máxima resolución gráfica de las estructuras frágiles generadas por un campo de esfuerzos, la cual corresponde con la resolución del grado de complejidad. Además, la uniformidad de la longitud de los lineamientos disminuye la información geométrica lo que conlleva a una pérdida de calidad de las dimensiones fractales medidas.

En el capítulo precedente se ha definido a un conjunto como *autosemejante* cuando su estructura geométrica en una escala determinada es invariante al cambio de escala, independientemente del cambio realizado. Por otro lado, la *autoafinidad* es la propiedad según la cual, un conjunto bajo una transformación afín (traslación y/o rotación), sus coordenadas permanecen invariantes al cambio de escala con un diferente factor de escalado. Si el conjunto que se desea medir no es autosemejante ni autoafín, no es fractal, analizarlo mediante técnicas fractales genera resultados erróneos.

Siguiendo con las bases teóricas expuestas en el capítulo 1, en un conjunto autosemejante se aplican las técnicas de *conteo binario de celdas bidimensional y unidimensional* para estimar su dimensión fractal. Esta dimensión fractal corresponde a la dimensión de capacidad (ecuación 1-5) y están basadas en la ecuación (1-17). Gráficamente, esta técnica se describe en la figura 1.4.2 y 2.4.1.

La invarianza al cambio de escala es una propiedad que obedece igual al cambio del tamaño de *pixel*, aunque con ciertas consideraciones diferentes: el píxel es una unidad superficial básica mientras que la escala es un tamaño representativo. Por este motivo, se identifica cada mapa estructural con una escala característica, comparando entre ellos los valores obtenidos de la dimensión fractal.

Sobre los lineamientos descritos a partir de los MDE obtenidos (Figura 2.2.8), se determina la dimensión fractal mediante un recubrimiento de mallas regulares (*box-counting*) (Velde *et al.*, 1990; Harris *et al.*, 1991; Turcotte, 1992; Gillespie *et al.*, 1993; Walsh y Watterson, 1993; Paredes, 1995; Castaing *et al.*, 1992; Cello, 1997; Turcotte, 1997).

Este análisis consiste en recubrir el área fracturada mediante un mallado regular y contar el número de celdas que, *por lo menos*, contiene una fractura o parte de ella. Se varía el tamaño de la celda disminuyendo el valor de paso de malla a partir de un criterio diádico y se repite el proceso sucesivamente (Figura 2.4.1). Finalmente, se representa en un diagrama bilogarítmico el valor del número de celdas que contienen falla, $N(e)$, frente al paso de la malla (e).

Si la curva se ajusta a una recta, el valor de la pendiente constituye su dimensión fractal (D_0). Este conteo bidimensional se define como *una medida binaria sobre la estructura de la red de fracturas a diferentes escalas*. La computación del análisis de *box-counting* se realiza mediante la aplicación del código DFP (Paredes y Elorza, 1999).

La superposición del mallado sobre el conjunto de lineamientos se realiza dentro de los límites de comportamiento autosemejante de nuestro conjunto (*apartado 1.4 y 1.5 de ésta tesis*). La escala o *límite inferior* del tamaño de la celda (*inner-cutoff*) es el tamaño de la línea más pequeña que hay en el mapa. Por debajo de este valor, disminuye la resolución de la información aumentando la relación ruido/señal (Pérez López, 1999).

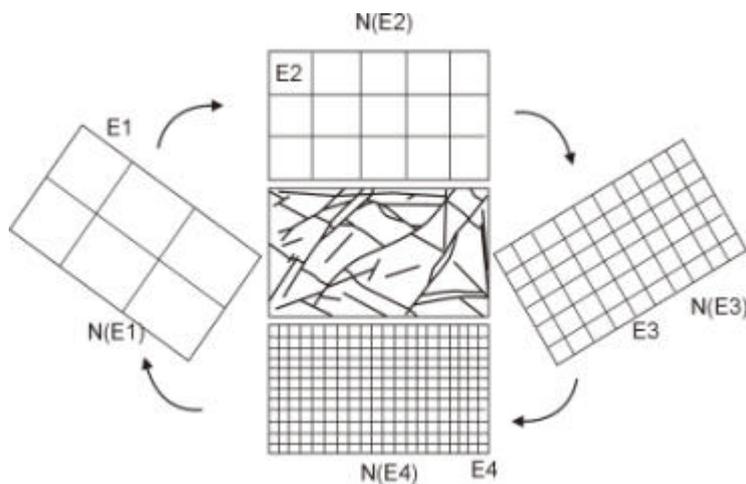


Figura 2.4.1 Aplicación del *box-counting* 2-D sobre un conjunto de lineamientos cualquiera. El paso de la malla es $E1$, con $E2 = E1/2$, $E3 = E2/2$ y $E4 = E3/2$. El número de celdas que contienen, al menos, una porción de lineamiento es $N(E)$.

La escala o *límite superior* (*outer-cutoff*) corresponde a la celda mayor que no tiene lineamiento completo o parte de él. Recubriendo una superficie de dos dimensiones mediante celdas regulares para medir una distribución espacial de lineamientos y caracterizar su



irregularidad, un tamaño de celda mayor que el hueco más grande del mapa, provocará que todas las celdas tengan siempre un lineamiento.

Por encima de este valor, la relación $N(e)$ frente a e se ajusta a una recta con una pendiente igual a 2, valor de la dimensión del plano que contiene al conjunto de lineamientos. Los valores por debajo del *inner-cutoff* se ajustan a 1, valor de la dimensión topológica de la propiedad que se representa (líneas sobre un mapa).

Por tanto, la dimensión fractal que se obtiene con la técnica de conteo binario de celdas 2-D (*box-counting*) es un número acotado entre los valores 1 y 2.

El último paso consiste en verificar cuantitativamente el comportamiento autosemejante en nuestro conjunto fractal de lineamientos. Desplazando la malla en la horizontal, en la vertical y en la diagonal, la mitad del paso de celda ($e/2$), y girándola 30° y 60° en el sentido de las agujas del reloj, se mide la dimensión de recubrimiento para cada caso. Si los valores coinciden, la dimensión fractal no dependerá del punto de origen ni de la orientación de la malla, y el conjunto mantiene la autosemejanza. En la tabla 2.4.I aparecen las principales características de los conjuntos de lineamientos interpretados a partir de los sombreados analíticos. Se observa como esta tabla muestra un mínimo de tres órdenes de magnitud en la longitud de los lineamientos. Los resultados de las dimensiones fractales (Figura 2.4.2) se muestran en la tabla 2.4.II

ESCALA	Pixel (m)	superficie (Km ²)	Nº de fallas	Long. max. (m)	Long. min. (m)
1:2.000	2	0,840	432	1.380	15
1:10.000	10	44	838	6.164	82
1:500.000	500	12.000	1.501	60.308	574

Tabla 2.4.I Descripción de las características principales de los mapas de lineamientos en su escala.

escala	Dimensión fractal	desplazamiento de la malla	escala	D. fractal
1:2.000	1,66	Normal	1:500.000	1,78 normal
1:2.000	1,66	horizontal	1:500.000	1,79 horizontal
1:2.000	1,67	vertical	1:500.000	1,79 vertical
1:2.000	1,64	diagonal	1:500.000	1,81 diagonal
1:2.000	1,28	rotación 30°	1:500.000	1,72 rotación 30°
1:2.000	1,10	rotación 60°	1:500.000	1,74 rotación 60°
1:10.000	1,85	normal		
1:10.000	1,84	horizontal		
1:10.000	1,85	vertical		
1:10.000	1,86	diagonal		
1:10.000	1,76	rotación 30°		

1:10.000 | 1,60 rotación 60°

Tabla 2.4.II Dimensiones fractales de los conjuntos de lineamientos obtenidos para las escalas reseñadas. Las dimensiones fractales al rotar la malla disminuyen al recubrir la malla parte del conjunto en lugar de su totalidad.

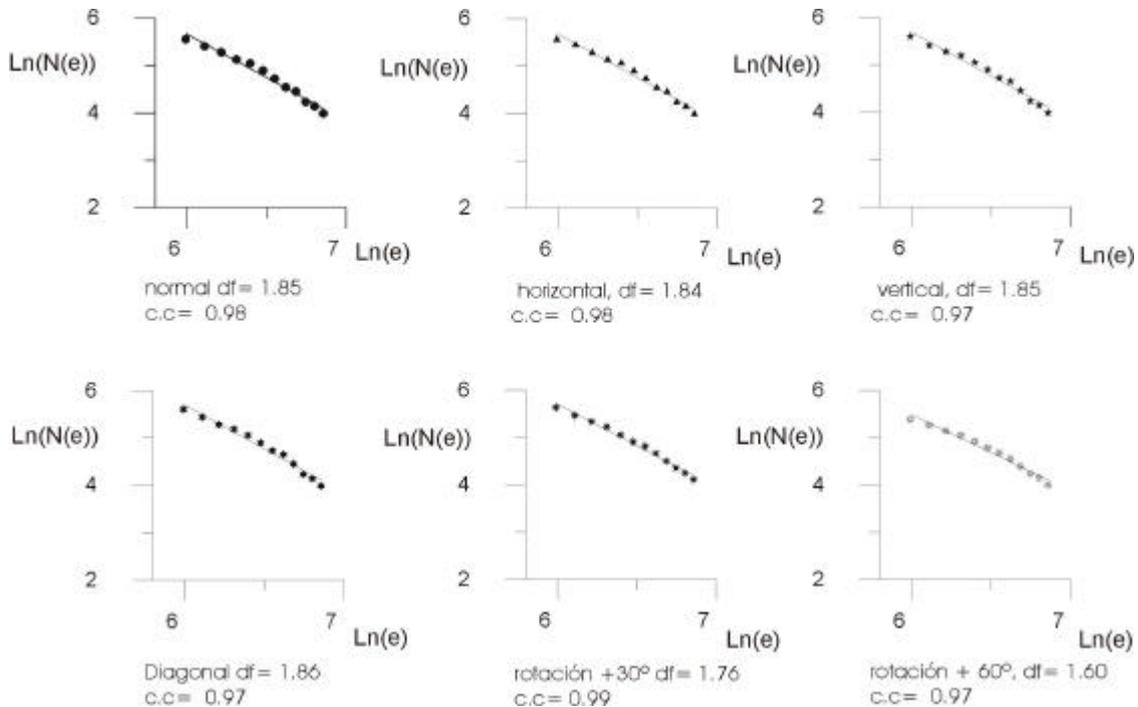


Figura 2.4.2 Curvas de ajuste bilogarítmico de los valores de *box-counting* bidimensional sobre el mapa de lineamientos a escala 1:10.000. El ajuste se realizó mediante mínimos cuadrados y el valor de c.c. hace referencia al coeficiente de correlación del ajuste potencial.

En las demás escalas se ha procedido de igual forma para la obtención de la dimensión fractal D_b . Las dimensiones fractales representativas de cada escala son los valores de malla normal. Al girar la malla, disminuye la calidad de medida al superponerse el mallado fuera de área fracturada, por lo que los resultados son poco significativos y no se han tenido en cuenta.

La dimensión fractal para las fracturas a escala 1:2.000 tiene un valor de 1,66, mucho menor que a escala 1:10.000, con una dimensión fractal asociada de 1,85. Esto se explica ya que la escala 1:10.000 representa el total de la deformación permotriásica y alpina, mientras que la escala 1:2.000 solo representa una banda de deformación. De este modo, la complejidad estructural de la fracturación a escala 1:10.000 es mayor que la debida a 1:2.000, de carácter más local. A escala regional (1:500.000), el valor de la dimensión fractal de la fracturación es de 1,78, valor que coincide con los obtenidos por otros autores



aplicando esta misma técnica en otros ámbitos geológicos y en magnitudes similares de escala (Turcotte, 1992; Gillespie *et al.*, 1993; Walsh y Watterson, 1993).

2.5 Análisis Microestructural de la fracturación

Una vez analizada la geometría fractal del conjunto total de fracturas de El Berrocal a diferentes escalas, y teniendo en cuenta que este patrón de fracturación está formado por dos etapas de deformación bien diferenciadas, una etapa permotriásica y otra etapa alpina, en esta sección se lleva a cabo un análisis dinámico y cinemático de la fracturación, con el fin de establecer el régimen de paleoesfuerzos responsable de esas fracturas. A partir de ambas etapas de deformación frágil, se filtran aquellas fracturas que presentan un comportamiento mecánico homogéneo al grupo de tensores reconocido, constituyendo así mapas dinámicos de fracturas. Sobre estos mapas dinámicos, se repite el análisis fractal bidimensional, con el fin de asignar un grado de complejidad estructural y geométrica a cada etapa tectónica.

2.5.1 Descripción metodológica

Los estudios estructurales de tectónica frágil comienzan con los trabajos de Anderson (1951) al establecer mediante el criterio de rotura de Navier-Coulomb, ecuación (2.1), la relación entre el estado de esfuerzos y la fracturación en rocas.

$$\tau = C + (\sigma \cdot \tan(\phi)) \quad (2-1)$$

Donde τ es el esfuerzo de cizalla, σ el esfuerzo normal al plano de cizalla, ϕ el ángulo de fricción interna del material y C su cohesión. Este autor definió las tres diferentes geometrías de fallas (Figura 2.5.1), normales, inversas y desgarres orientando los ejes de esfuerzos (σ_1 , σ_2 y σ_3).

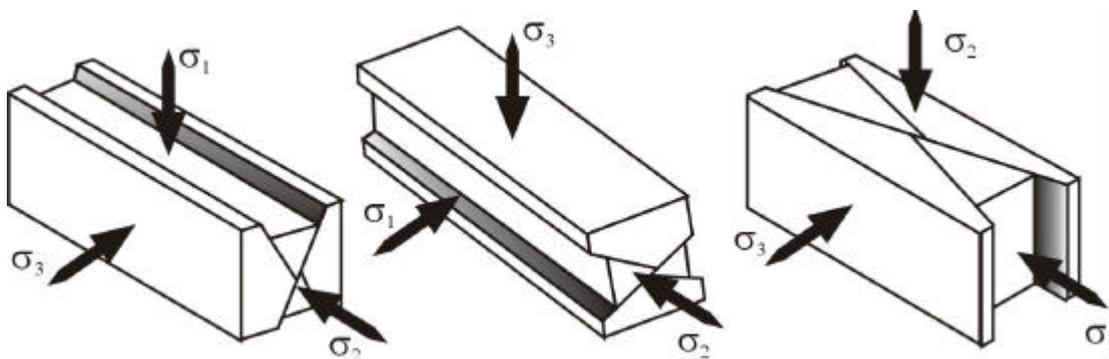


Figura 2.5.1 Modelo de fracturación de Anderson (1951) para un sistema de fallas conjugadas y según tres regímenes de esfuerzos: fallas normales (izquierda), fallas inversas (centro) y desgarres (derecha).



El elipsoide de deformación está formado con los ejes cuyo valor es el de los esfuerzos principales (σ_1 , σ_2 y σ_3).

$$R = (\sigma_2 - \sigma_3) / (\sigma_1 - \sigma_3) \quad (2-2)$$

La relación que existe entre la orientación y la forma del elipsoide generado sobre un plano preexistente, con la orientación de la máxima componente de cizalla en dicho plano fue puesta de manifiesto por Bott (1959):

$$\tan(\theta) = (n/(1-m)) \cdot [m^2 - (1-n^2) \cdot R'] \quad (2-3)$$

Siendo R' el factor de forma del tensor ó *stress ratio* que proporciona la forma del elipsoide de esfuerzos:

$$R' = (\sigma_z - \sigma_x) / (\sigma_y - \sigma_x) \quad (2-4)$$

Donde θ es el cabeceo de la estría sobre el plano de falla, l , m y n corresponden a los cosenos directores del plano de falla, σ_x es el esfuerzo mínimo en la horizontal y σ_y es el máximo en la horizontal, donde σ_z es el esfuerzo principal en la vertical. La tabla 2.5.I clasifica el elipsoide de deformación a partir del valor de R' .

R'	EJES	RÉGIMEN DE ESFUERZOS
$R' \geq -1$	$\sigma_y = \sigma_x > \sigma_z$	COMPRESIÓN RADIAL
$R' < 0$	$\sigma_y > \sigma_x > \sigma_z$	COMPRESIÓN TRIAXIAL
$R' = 0$	$\sigma_y > \sigma_x = \sigma_z$	COMPRESIÓN UNIAXIAL
$0 < R' < 1$	$\sigma_y > \sigma_z > \sigma_x$	DESGARRE
$R' = 1$	$\sigma_z = \sigma_y > \sigma_x$	EXTENSIÓN UNIAXIAL
$R' > 1$	$\sigma_z > \sigma_y > \sigma_x$	EXTENSIÓN TRIAXIAL
$R' \geq +1$	$\sigma_z > \sigma_y = \sigma_x$	EXTENSIÓN RADIAL

Tabla 2.5.I Diferentes tipos de tensores de esfuerzos y su relación con el valor de R' .

Con el fin de caracterizar el tensor local del macizo granítico, se han aplicado diferentes métodos microestructurales y que se describen a continuación:

Método de los Diedros Rectos

Desarrollado originalmente por Pegoraro (1972), Angelier y Mechler (1977) agilizan el cálculo mediante el concurso de los ordenadores.

Este análisis identifica los campos o diedros de compresión y extensión asociados a cada tipo de falla (normal o inversa) (De Vicente, 1988). Proyectando sobre una plantilla estereográfica equiareal se delimitan dos campos extensivos y otros dos compresivos separados por el plano de falla y otro plano auxiliar perpendicular al plano de falla y cuyo polo coincide con la estría de la falla. Superponiendo estos planos en diferentes fallas se obtienen las zonas compatibles con la extensión y las compatibles en compresión (figura 2.5.2) (De Vicente, 1988). Aunque el resultado es muy gráfico y de fácil interpretación, no hay que olvidar que es cualitativo y no aporta valores puntuales de la forma del elipsoide.

De Vicente *et al.* (1992) mejoran el método demostrando que la superposición en proyección estereográfica de diferentes fallas originadas por el mismo tensor de esfuerzos, muestran los ejes de máxima compresión y de máxima extensión inclinados.

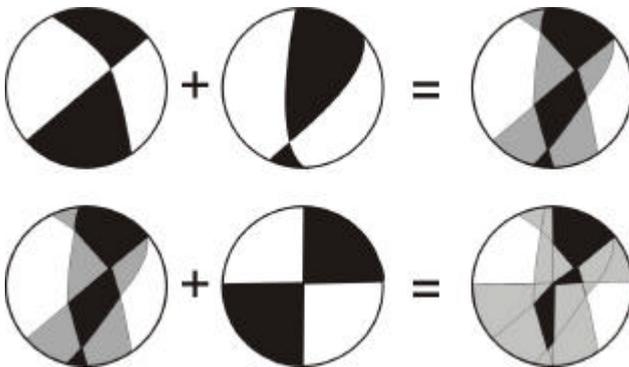


Figura 2.5.2 Construcción de un diedro recto a partir de la información de la estría sobre el plano de falla. (Modificado de De Vicente *et al.*, 1996)

Modelo de Deslizamiento

Reches (1983) partiendo del criterio de rotura de Navier-Coulomb (2-1), calcula la posición en la que se originan fallas para estados de deformación triaxiales. Con estas condiciones se originan cuatro familias de fallas con simetría ortorrómbica respecto a los ejes principales de deformación (e_1 , e_2 y e_3), y orientadas según dos direcciones con buzamientos opuestos. Estos planos pueden obtenerse considerando que las fallas deben de vencer la resistencia de cohesión y friccional de la roca para que pueda producirse el deslizamiento. Este mecanismo de fracturación se denomina Modelo de Deslizamiento.

Las condiciones en la aplicación del método consisten según De Vicente (1988):



- (1) El área debe de comprender el suficiente número de discontinuidades previas a la deformación.
- (2) En una deformación homogénea debe de existir un elevado número de fallas para cada una de las cuatro familias.
- (4) La resistencia al deslizamiento debe de ser cohesiva y friccional (ley de Navier-Coulomb).
- (5) Los esfuerzos se distribuyen homogéneamente, coincidiendo sus ejes con los de deformación.
- (6) Debe de haber un eje principal de la deformación próximo a la vertical.

El modelo de deslizamiento relaciona el parámetro K' (e_y/e_z) con los cosenos directores de las orientaciones de los planos y estrías de fallas en condiciones de deformación frágil, siendo K' el parámetro que representa la forma del elipsoide de deformación y el *ángulo de rozamiento interno* (?), del plano de falla en el momento de la deformación (De Vicente, 1988) (tabla 2.5.II.).

Aplicando este método se obtiene una solución para cada falla medida y se asigna un movimiento teórico a aquellas fallas en las que no se pudo determinar su movimiento en campo. También se aplica en sismica al distinguir el plano de falla de los dos planos nodales de un mecanismo focal.

Este método requiere la participación de un gran número de fallas al ser un método estadístico a pesar de que en campos de esfuerzos regionales aparece un eje cercano a la vertical.

	$K' = +?$	DESGARRE (Deformación plana).	$e_z=0, -e_x = e_y$
SENTIDO NORMAL	$+? > K' > 1$	DESGARRE NORMAL	$-e_x > e_y > e_z$
	$K' = 1$		$-e_x > e_y = e_z$
	$1 > K' > 0$	NORMAL DIRECCIONAL	$-e_x > e_z > e_y$
	$K' = 0$	DEFORMACIÓN PLANA	$-e_x = e_z, e_y = 0$
	$0 > K' > -0.5$	FALLA NORMAL	$e_z > -e_x > -e_y$
	$K' = -0.5$	EXTENSIÓN RADIAL	$e_z > -e_x = -e_y$
SENTIDO INVERSO	$K' = -0.5$	COMPRESIÓN RADIAL	$-e_z > -e_x = e_y$
	$-1 < K' < -0.5$	FALLA INVERSA	$-e_z > e_y > e_x$
	$K' = -1$	DEFORMACIÓN PLANA	$-e_z = -e_y, e_x = 0$
	$-2 < K' < -1$	INVERSO DIRECCIONAL	$e_y > -e_z > -e_x$
	$K' = -2$		$e_y > -e_x = -e_z$
	$-? > K' > -2$	DESGARRE INVERSO	$e_y > -e_x > -e_z$
	$K' = -?$	DESGARRE	$e_y = -e_x, e_z = 0$

(Deformación plana)

Tabla 2.5.II Elipsoide de deformación y tipo de falla según el valor del parámetro $K' (e_y/e_z)$. Modificado de De Vicente, 1988.

Método de Inversión de Esfuerzos

Reches (1987) y Reches *et al.*, (1992), proponen un método que calcula la orientación y la magnitud relativa del tensor de esfuerzos asociado al movimiento de una población de fallas. Integra los trabajos de Bott (1959) con el criterio de fracturación de Navier-Coulomb, considerando la cohesión y la fricción interna de la roca, tanto para fallas neoformadas como para reactivadas. Las condiciones iniciales en la aplicación de este método son:

- A- El deslizamiento del plano de falla se produce en la dirección del máximo esfuerzo de cizalla.
- B- Las magnitudes del esfuerzo normal (σ_n) y de cizalla (τ) satisfacen el criterio de rotura de Navier-Coulomb.
- C- Las fallas pueden ser reactivadas o neoformadas.
- D- El deslizamiento ocurre en un estado de esfuerzos uniforme. La cohesión y el coeficiente de fricción se representan por sus valores medios.

Este método se aplica mediante el programa informático STRESS (Reches *et al.*, 1992) calculamos el conjunto de tensores con un coeficiente de fricción entre 0 y 2.0. Proporciona el valor medio de la cohesión (C) y del parámetro $R = (\sigma_2 - \sigma_3) / (\sigma_1 - \sigma_3)$ (figura 2.5.3). La calidad de la solución obtenida se evalúa según el ángulo de desviación de los ejes principales (valor medio entre los ejes de esfuerzos de toda la población y los ejes correspondientes al tensor ideal calculado para cada falla.

VALORES DE R	TIPO DE TENSOR	POSICIÓN DE LOS EJES	CARÁCTER	
+∞ +1	NORMAL		R=0 ↓ R=1	EXTENSIÓN RADIAL EXTENSIÓN TRIAXIAL EXTENSIÓN UNIAXIAL
				DESGARRE NORMAL DESGARRE PURO DESGARRE INVERSO
0	INVERSO		R=0 ↑ R=1	COMPRESIÓN UNIAXIAL COMPRESIÓN TRIAXIAL COMPRESIÓN RADIAL

Figura 2.5.3 Factor de forma (R), tipo de tensor y posición de los ejes. (Modificado de De Vicente et al., 1996)



2.5.2. Reconstrucción de los mapas de paleoesfuerzos en El Berrocal

En el conjunto del trabajo de campo sobre el batolito de El Berrocal se han obtenido 1994 datos mesoestructurales de los que 690 son fallas con estrías (repartidas en un total de 123 estaciones en superficie), así como 567 venas y diques de cuarzo.

Los resultados obtenidos en las diferentes estaciones de paleoesfuerzos, son bastante homogéneos. Todas las soluciones presentan uno de los ejes principales de esfuerzos en la vertical lo que permite compararlos mediante σ_{Hmax} (componente del máximo esfuerzo en la horizontal) y σ_{Hmin} (componente del mínimo esfuerzo en la horizontal). Aparecen dos conjuntos principales de tensores de esfuerzos definidos por las direcciones de σ_{Hmax} ó D_{ey} , N70°E y N120°E (campo de paleoesfuerzo extensional N-S) y N150°E y N10°E (campo de paleoesfuerzo alpino) (Hidrobap 1999):

Grupo de tensores A: N70°E - N120°E.

Grupo de tensores B: N150°E y N10°E

Estudiando las relaciones cronológicas observadas en campo entre ambos grupos de tensores, podemos establecer que las fallas activadas correspondientes al tensor B son posteriores a las familias activadas por el tensor A. Los dos tensores (tanto el A como el B) muestran un estado de esfuerzos extensional en un 67% sobre la población total (σ_1 en la vertical), de desgarre encontramos un 32% (σ_2 en la vertical) y un único tensor compresivo en un porcentaje de un 2% (σ_3 en la vertical, estación nº 36).

Grupo de Tensores A (N70°E - N120°E)

Este grupo de soluciones se ha deducido a partir de 37 estados puntuales de esfuerzos repartidos entre 32 estaciones de análisis estructural, consta de 425 fallas con estrías medidas.

El 70% de los tensores (26) son de tipo extensivo (R dominante entre 0,2 y 0,4), y el 27% (10) de tipo desgarre ($R < 0,8$).

En la figura 2.5.4 aparecen los estados de paleoesfuerzos en superficie a partir de los datos estructurales y según las orientaciones de σ_{Hmax} para los elipsoides de desgarre, y las orientaciones de σ_{Hmin} para los elipsoides extensivos.

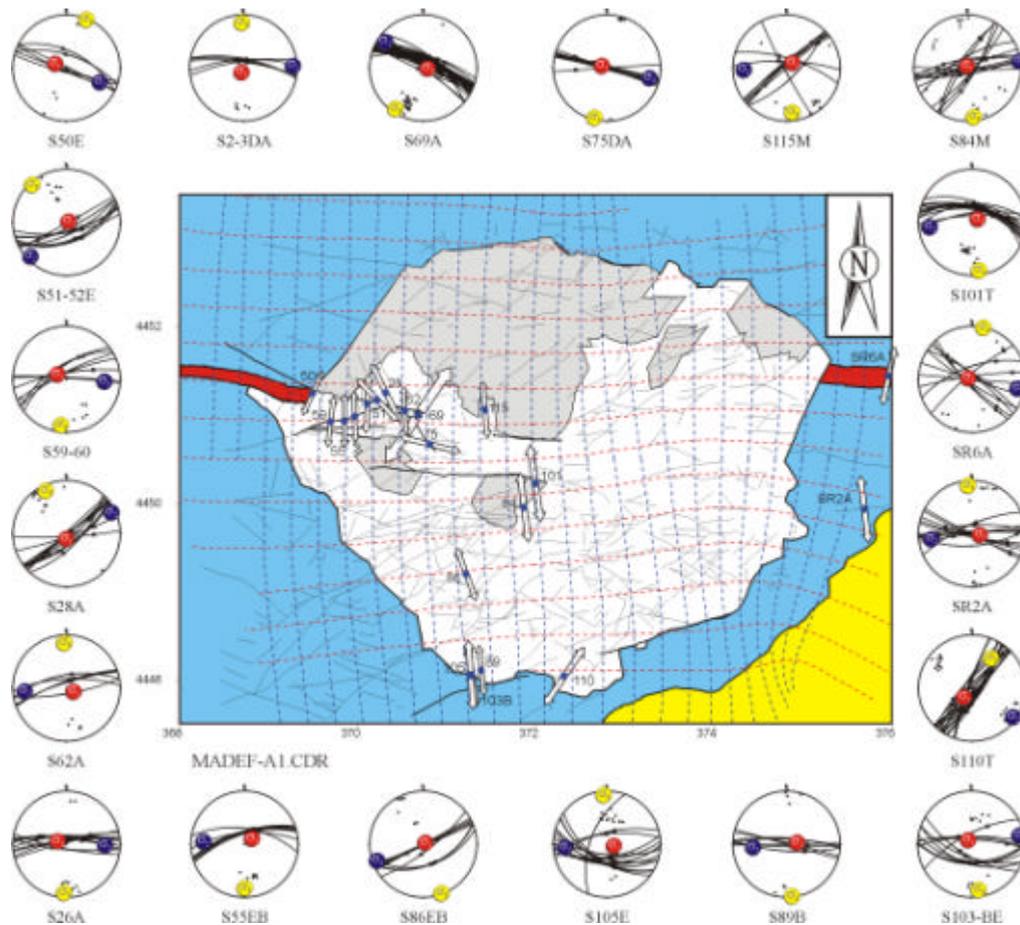


Figura 2.5.4 Mapa de paleoesfuerzos y trayectorias de σ_{Hmax} y σ_{Hmin} para el evento tectónico A, correspondiente a un campo permotriásico extensivo N-S y los tensores definidos en cada estación de medida, las cuales aparecen localizadas sobre el esquema geológico del batolito. En rojo σ_1 , azul σ_2 y amarillo σ_3 (modificado de Hidrobap, 1999). Sobre este esquema geológico se han incluido los lineamientos que responden a las fallas activadas por estos tensores.

La cronología relativa entre los estados de paleoesfuerzos extensivos y de desgarre para el tensor A se ha observado en ambos sentidos. Las estaciones S_2 , S_3 y S_{86} muestran el tensor de desgarre anterior al extensivo, mientras que en las estaciones S_{28} y S_{115} presentan una relación cronológica contraria. Esto impide separar en el tensor en dos tipos de regímenes diferentes de esfuerzos bajo una misma dirección de extensión.



La geometría principal de fallas que se incluyen en este tensor consiste en fallas normales y direccionales orientadas entre N60°E y N120°E (figura 2.5.4), buzamientos cercanos a 80° y amplio rango de valores de cabeceo de la estría, con una moda entre 85° y 90°. Estas fallas se encuentran en gran número reactivando superficies de contacto de diques (generalmente de cuarzo) para los movimientos normales y direccionales. Si la reactivación se produce en desgarres, ésta ocurre según las direcciones N60-70°E (con sentido de movimiento dextroso) y N100-120°E con sentido sinestroso.

Grupo de Tensores B (θ_{Hmax} entre N150°E y N10°E)

Constan de 20 estados puntuales de paleoesfuerzo y 237 fallas con estrías. El 40% (8) son desgarres y el resto (60%) son tensores extensivos o extensivo-radiales. Se observa cronológicamente que los tensores con θ_{Hmax} próximo a N-S son posteriores a los que presentan una extensión N-S, por ejemplo en las estaciones S₆₉ y S_{R1}. La figura 2.5.5 muestra la localización de los estados de paleoesfuerzos en superficie con las orientaciones de θ_{Hmax} para los elipsoides de desgarre y de θ_{Hmin} para los elipsoides extensivos. A diferencia con los tensores del grupo A, en los tensores más recientes no han aparecido tensores en la misma estación activando fallas normales y direccionales con la misma dirección de compresión horizontal. Probablemente esto se deba a la activación de fallas por un mismo proceso geodinámico y bajo un campo de paleoesfuerzos regional.

Los tensores que aparecen son de tipo extensivo (R entre 0,2 y 0,8) y de desgarre (R cercano a 0,5), con un coeficiente de fricción (μ) entre 0,2 y 1,4 (valor medio de 0,8). Estos valores son similares a los del grupo de tensores A y al valor calculado en la corteza superior mediante aproximaciones (Reches *et al.* 1992).

La geometría de las fallas activadas en este grupo constituye tres familias: una primera familia de fallas normales con orientación N160°E, una segunda familia direccional dextrosa N120-140°E y una tercera familia también direccional, pero de orientación sinestrosa según N10°E y N30°E. Este sistema de fracturas constituye los límites oriental y occidental del batolito, generando un desplazamiento sinestroso acumulado en el dique de aplita de 2 Km.

Los datos de campo indican que la actividad de la familia N120°E dextrosa es posterior al movimiento normal y/o direccional sinestroso de estas familias. Los cabeceos

dominantes comprenden valores más bajos, lo que refuerza el carácter direccional de estos tensores (valores entre 10° y 20°). La moda de buzamientos de estas fallas ronda los 75°.

Del Análisis Poblacional de Fallas se deducen dos tipos de eventos tectónicos principales en el batolito de El Berrocal (Figura 2.5.6) (Hidrobp, 1999):

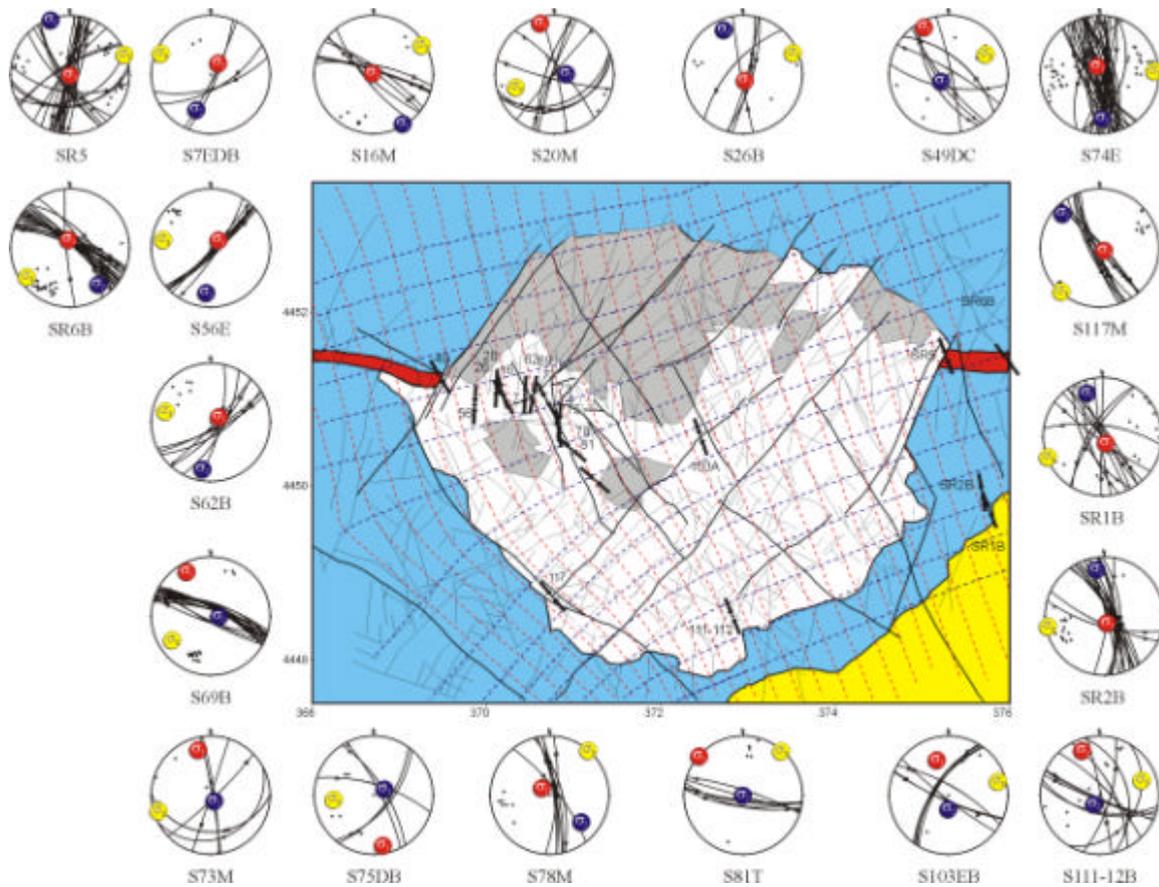


Figura 2.5.5 Mapa de paleoesfuerzos y trayectorias de σ_{Hmax} y σ_{Hmin} para el evento tectónico B, correspondiente a un campo alpino y los tensores definidos en cada estación de medida, las cuales aparecen localizadas sobre el esquema geológico del batolito. En rojo σ_1 , azul σ_2 y amarillo σ_3 . Sobre este esquema geológico se han incluido los lineamientos que responden a las fallas activadas por estos tensores. Estas fallas alpinas segmentan los sistemas de fallas del campo extensional (evento permotriásico A) y reactivan la familia de fracturas ESE-ONO (modificado de Hidrobp, 1999).

EVENTO A	TENSOR a		EXTENSIÓN N-S	EPISODIO EXTENSIONAL 220 M.a.
	TENSOR b		DESGARRE E-O	
PERMOTRIÁSICO				
EVENTO B	TENSOR c		DESGARRE NO-SE	TENSOR ALPINO
	TENSOR d		EXTENSIÓN NE-SO	MIOCENO ACTUALIDAD

Figura 2.5.6 Campos de paleoesfuerzos sobre el batolito de El



Berrocal, deducidos mediante el análisis poblacional de fallas y los tensores asociados. A la derecha aparece la edad de cada evento. Resumido de Hidrobap, 1999.

1)- Campo extensional: Pérmico- Triásico Inferior-(235-25 Ma)

Fase extensiva de orientación media N10°E que activa fallas normales de orientación próxima a E-O, así como fallas direccionales N60°E dextrosas y N120°E sinestrosas. La dirección de σ_{HMAX} aparece según N100°E. Para saber si los tensores extensivos y direccionales corresponden a un único evento tectónico es necesario conocer la geocronología y la termobarometría.

Relacionando estos resultados con datos bibliográficos, las estructuras y estados de paleoesfuerzos han sido reconocidos en otras zonas del Sistema Central Español (SCE). Estos trabajos señalan unas edades de Carbonífero superior (entre 290 y 300 M.a.) medido en venas de cuarzo con wolframio y controladas por fallas direccionales, similares a las fallas del grupo A (Gonzalez-Casado *et al.*, 1996; Quílez, 1994). Estos autores deducen una dirección de acortamiento que oscila entre N100E y N130E según se localizan, compatible con la obtenida en El Berrocal.

Otros datos geocronológicos señalan como edad de inyección de los diques de cuarzo de la Sierra de Guadarrama (en parte) en este periodo (293 ± 3 M.a., Galindo *et al.*, 1994; Gonzalez-Casado *et al.*, 1996), así como otros trabajos previos que relacionan la inyección de diques con este episodio de fallas direccionales (Casquet *et al.*, 1988).

Este campo de esfuerzos sería el equivalente del campo de esfuerzos extensivo NNE-SSO, bajo el que comenzaron a desarrollarse los sistemas de *rifts* mesozoicos. Este proceso extensional generaría sistemas de fallas próximas a E-O, y reactivaría los sistemas de fallas en dirección N60 y N120 de tipo desgarres generados en la etapa del Pérmico Inferior (300-290 Ma), así como los sistemas de fallas normales y diques asociados coetáneos a la etapa de episienitización (277 Ma).

No debe descartarse que alguno de los tensores de paleoesfuerzos asignado al campo de esfuerzo A pueda pertenecer al episodio de desgarre del Pérmico Inferior, o ser los

equivalentes laterales más superficiales del proceso extensivo que provocó la episienitización de numerosas rocas graníticas del Sistema Central.

2)- Campo de esfuerzos alpino (Eoceno - Actualidad)

Con posterioridad al *evento A*, se identifica una compresión alpina responsable de la génesis del SCE y del relleno de la cuenca terciaria del Tajo, situada en su borde noroccidental a 1 kilómetro al sur del batolito.

Se ha realizado una datación por trazas de fisión (Proyecto Hidrobap, 1998). Las cinco muestras datadas con trazas de fisión y K-Ar, indican la existencia de actividad tectónica relativamente reciente y posterior al Cretácico Superior ($< 79 \pm 3$ Ma). La datación mediante K-Ar ha proporcionado una edad de 50 Ma para rocas de falla de los sistemas de fallas activos bajo el segundo campo de esfuerzos, así como una falla N-S con una edad de 105 ± 3 Ma.

La presencia de una compresión generalizada NE-SO en la mitad oriental del SCE y cuenca de Madrid durante el Terciario (De Vicente *et al.*, 1994, De Vicente *et al.*, 1996a y De Vicente *et al.*, 1996b) y los datos de esfuerzos actuales deducidos a partir del estudio de mecanismos focales de terremotos de la cuenca de Madrid y borde S del SCE, proporcionan soluciones equivalentes (Giner, 1996). La dirección de acortamiento que aparece en esta zona está más nortada que las que se encuentran más al E. Esta variación también sucede en el borde N de los Montes de Toledo (Hidrobap, 1999). Estas variaciones se interpretan evidenciando la existencia de estructuras previas de dirección E-O.

Comparando los tensores del grupo de tensores B con los obtenidos en zonas orientales del SCE, aparecen más tensores extensivos y menos compresivos. Este hecho ya se ha comprobado en estudios realizados en zonas graníticas elevadas del SCE, que muestran el dominio de fallas direccionales respecto a las fallas inversas (Fuentes *et al.*, 1996). La falta de homogeneidad mecánica de los cuerpos graníticos limitados por otras litologías menos resistentes y la existencia de estructuras previas, pueden explicar esta tendencia.

El campo de esfuerzos regional, en un régimen de tipo desgarre, se descompone en fallas inversas orientadas perpendicularmente a la orientación de σ_{Hmax} , (falla del borde sur del SCE), y según movimientos en dirección y/o normal direccionales para las fallas oblicuas a la



dirección de σ_{Hmax} (N170-N10°E sinestrosas y NE-SO dextrosas). Este campo de esfuerzos más reciente aprovecha las fallas orientadas NE-SO.

2.5.3 Mapas dinámicos de lineamientos de El Berrocal

A partir de los tensores de esfuerzos definidos en la zona mediante el análisis poblacional de fallas (figura 2.5.6), es posible definir las orientaciones de los lineamientos que corresponden a cada tensor y por ende, a cada evento tectónico (figura 2.5.7).

Filtrando según los tensores definidos el mapa de 1:10.000, los principales lineamientos se agrupan según muestra la figura 2.5.8. Agrupando estos tensores según definan cada evento tectónico se obtiene el mapa a escala 1:10.000 de los lineamientos para el evento pérmico y el evento alpino (figura 2.5.9). Sobre estos mapas, se realiza un análisis de *box-counting* bidimensional, con el fin de obtener el valor de la dimensión fractal en cada campo de paleoesfuerzo.

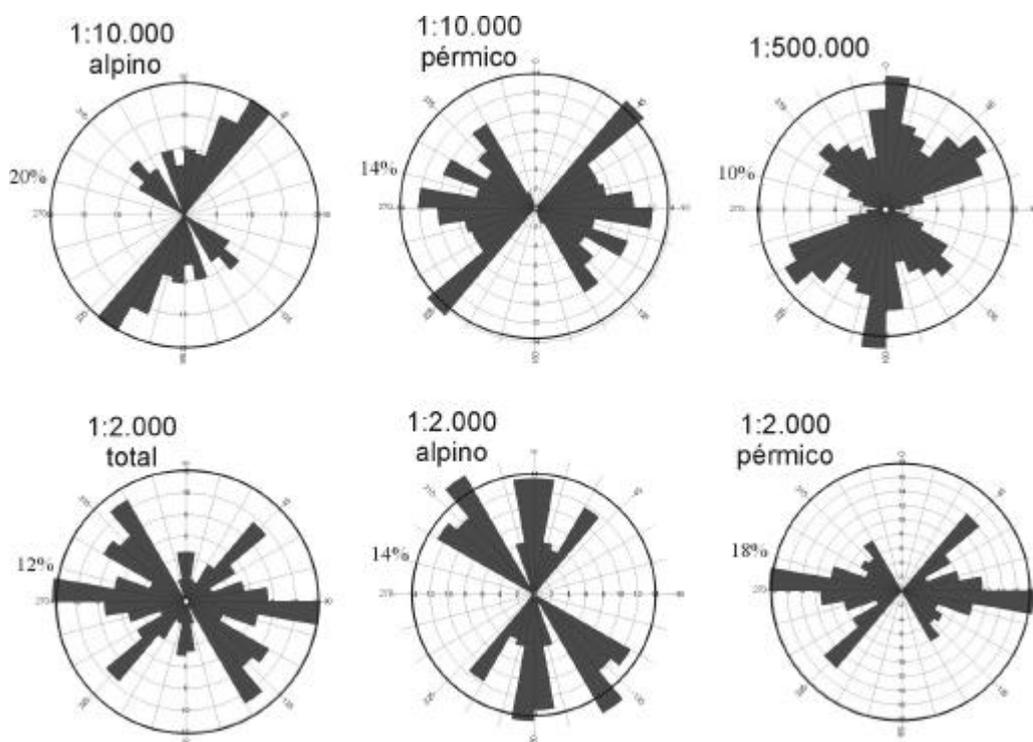


Figura 2.5.7 Rosas de orientaciones de las fracturas mecánicamente compatibles con los dos campos de paleoesfuerzos definidos en El Berrocal. La orientación NE-SO ? NO-SE conforma este primer grupo de tensores permotriásico mientras que los tensores alpinos incluyen lineamientos según NO-SE ? NE-SO.

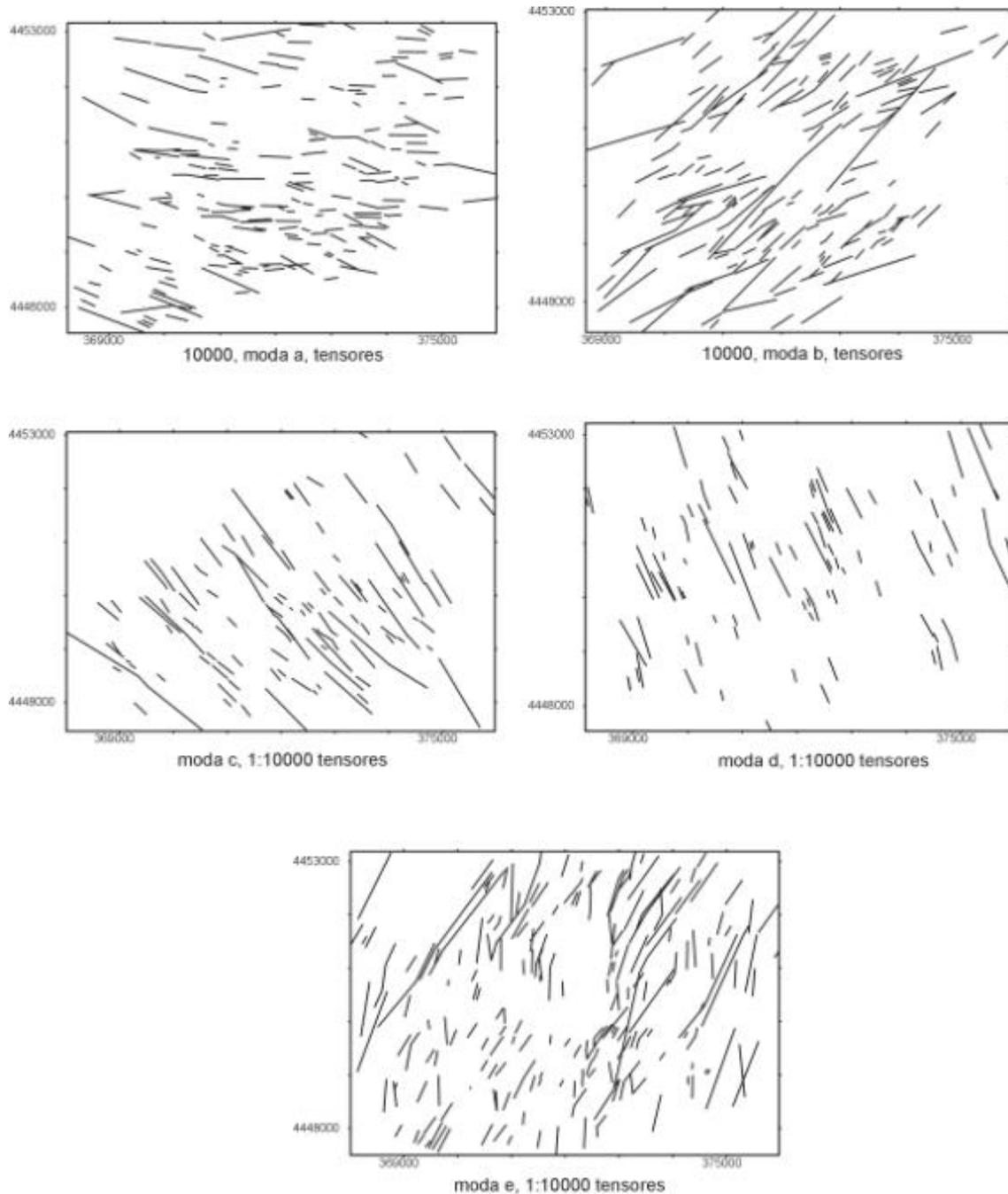


Figura 2.5.8 Mapas de fracturas a escala 1:10.000 obtenidos sobre la interpretación del sombreado analítico del M.D.E. de 10x10 metros de píxel y los pares de las fotografías aéreas de la zona. Cada mapa indica aquellas familias de lineamientos que responden a cada familia de fracturas por orientación. Moda a: E-O, moda b :NE-SO, moda c: NO-SE, moda d: NNO-SSE y moda e: NNE-SSO. El filtrado se realizó por orientaciones, por lo que fallas que se digitalizaron por segmentos pueden mostrar huecos.

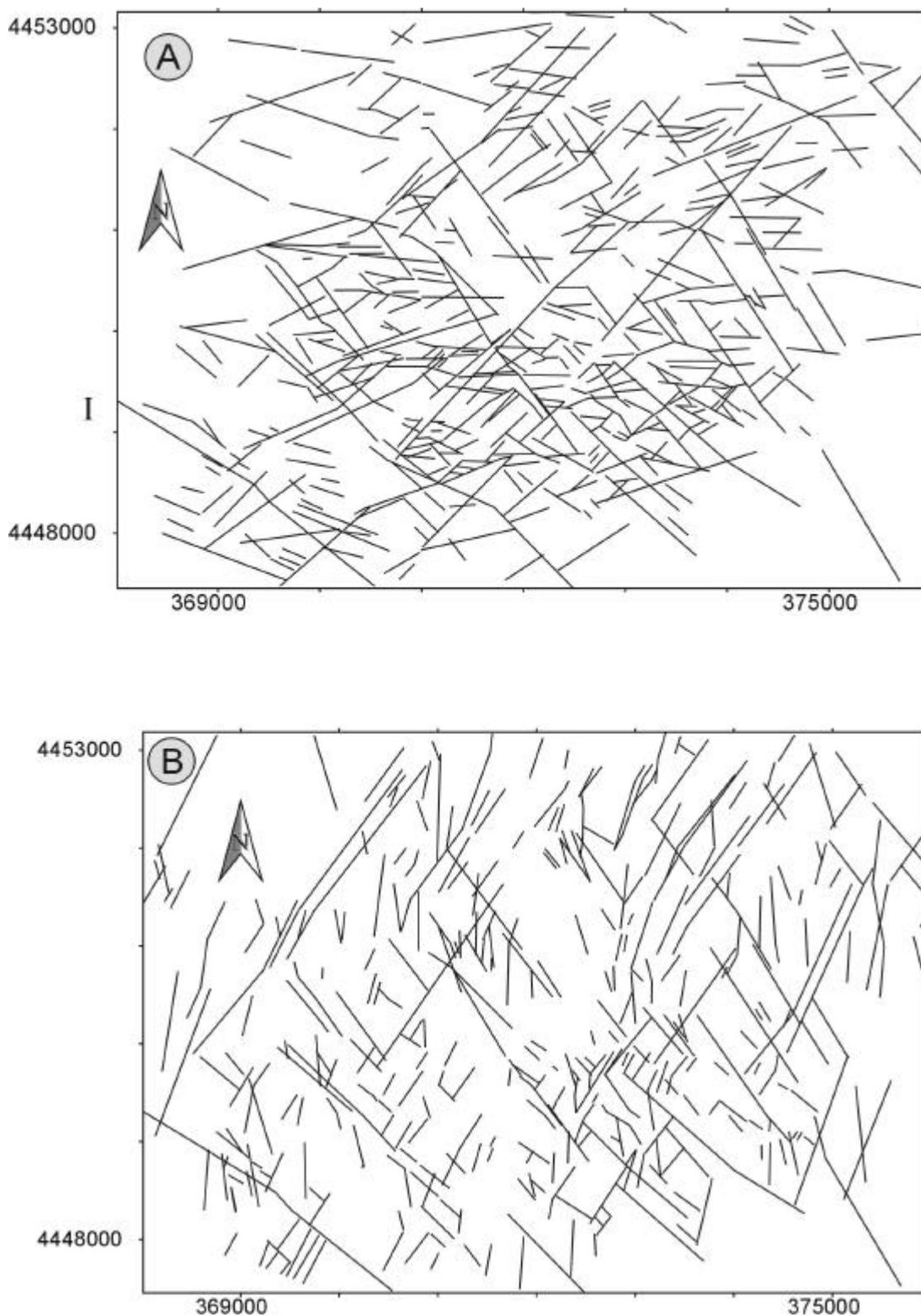


Figura 2.5.9 Mapa de lineamientos a escala 1:10.000 para los diferentes eventos tectónicos. (A) Lineamientos permotriásicos, orientados según E-O, NE-SO y NO-SE. En total aparecen 498 lineamientos. (B) Lineamientos alpinos (eoceno-actualidad), 340 lineamientos orientados según N-S, NE-SO y NO-SE.



2.6 Análisis Fractal de los mapas dinámicos de lineamientos

Una vez determinados los mapas dinámicos de la fracturación de El Berrocal, esta sección calcula el valor de la dimensión fractal obtenida mediante *box-counting* bidimensional. Sobre la fracturación permotriásica y alpina, para las escalas gráficas antes definidas, 1:2.000, 1:10.000 y 1:500.000.

La fracturación es un proceso geológico con una organización interna que se refleja por su comportamiento autosemejante. Cada evento tectónico discriminado mediante criterios estructurales muestra un comportamiento autosemejante propio con una dimensión fractal asociada (Pérez-López et al., 2001). Esta dimensión fractal corresponde a la dimensión de cada campo de esfuerzos, tal y como si éstos campos hubiesen actuado por separado y en un área con las mismas condiciones iniciales. *Por tanto, el concepto de dimensión fractal según criterios dinámicos, indica la irregularidad del patrón de la fracturación en cada etapa de deformación.*

Para interpretar correctamente los valores de la dimensión fractal en función del estado de esfuerzos, es fundamental tener en cuenta una serie de consideraciones geológicas. Gran parte de la deformación se acomoda a lo largo de fracturas menores (Scholz y Cowie, 1990; Marret y Allmendinger, 1991; Peacock *et al.*, 1998), y por ello, un mínimo de tres órdenes de magnitud en el tamaño de las fracturas en nuestra cartografía, dará lugar a un esquema más real del patrón de deformación frágil. Igualmente, al trabajar con diferentes escalas, varía sustancialmente el patrón de facturación sobre distintas litologías, que tienen un comportamiento diferente bajo un mismo estado de esfuerzos. Finalmente, es importante distinguir entre los estados de esfuerzos regionales y locales que determinen la distribución de fracturas.

A partir de los dos campos de esfuerzos obtenidos (permotriásico y alpino), se representan dos mapas separando las fracturas asociadas a cada campo de esfuerzos, tanto neoformadas como reactivadas. De esta manera, se calcula la dimensión fractal de la geometría de la fracturación en relación con el proceso que las generó. Estos dos mapas conforman el mapa total a escala 1:10.000 (figura 2.5.9). Aunque se dispuso de tres escalas de trabajo (1:2.000, 1:10.000 y 1:500.000), se optó por el mapa de fracturas a escala 1:10.000 para realizar el análisis puesto que incluye la totalidad del macizo granítico de El Berrocal y cumple mejor con las consideraciones geológicas anteriormente descritas. Los valores de la dimensión fractal a escala 1:2.000 y 1:500.000 están tomados de Pérez-López (1999).

La figura 2.5.9a muestra las fracturas generadas por el campo de paleoesfuerzos permotriásico mientras que la figura 2.5.9b es el conjunto de fracturas que responden a los tensores del campo alpino.

Sobre estos dos mapas aplicamos la técnica de conteo binario de celdas 2-D con las dimensiones fractales permotriásicas y alpinas resultantes en la tabla 2.6.I.

<i>escala</i>	<i>Campo de esfuerzos</i>	<i>Dimensión fractal</i>
1:10.000	permotriásico	1,75
1:10.000	alpino	1,79

Tabla 2.6.I. Valores de la dimensión fractal de los mapas de lineamientos filtrados según criterios dinámicos, a partir de los campos de paleoesfuerzos medidos.

Los diferentes valores obtenidos dimensiones fractales se interpretan de la siguiente forma: la mayor dimensión fractal del conjunto alpino se debe a que además de neo-formar fallas, ésta etapa reactiva las orientaciones permotriásicas NE-SO y NO-SE (Pérez-López et al., 2001). Debido a ello, el patrón espacial de fracturación aparece más complejo con un grado de complejidad estructural mayor.

Pérez-López (1999) también obtuvo la dimensión fractal (D_0) para cada familia de lineamientos interpretados, tal y como se refleja en la tabla 2.6.II.

moda	Orientación	Dimensión fractal	$e_{\min}-e_{\max}$	c.c	tensor
a	N180-120°E	1,63	400-1000 m	0,98	a+b
b	N40-80°E	1,66	400-1000 m	0,97	a+b
c	N120-150°E	1,48	400-1000 m	0,98	a+b
d	N160-170°E				c+d
e	N0-40°- N170-180°E	1,66	400-1000 m	0,97	c+d

Tabla 2.6.II Valores de la dimensión fractal de recubrimiento D_0 medido mediante *box-counting* 2-D sobre los mapas 1:10.000 de lineamientos filtrados por orientaciones principales, tal y como aparece en la figura 2.5.8. Modificado de Pérez-López, 1999.

La tabla 2.6.II muestra un valor de D_0 máximo de 1,66 coincidente en ambos eventos, permotriásico y alpino, aunque menor que el valor que muestran los mapas dinámicos. De esta forma, es conveniente realizar el análisis fractal sobre mapas dinámicos frente a mapas de orientaciones. En cualquier caso, la suma dinámica de las orientaciones genera patrones de fracturación cuya irregularidad es mayor.



2.7 Anisotropía fractal y el tensor de esfuerzos 2-D

Las dimensiones fractales calculadas hasta el momento, reflejan el grado de complejidad estructural *máximo* que muestra el mapa de fracturas en cada escala, el cual es directamente proporcional a la dimensión fractal de capacidad. Sin embargo, el recubrimiento bidimensional no indica cual es la orientación que muestra el mayor grado de complejidad estructural en la distribución espacial de fracturas. Esta orientación debe de existir puesto que la densidad de fracturación a lo largo del mapa no es homogénea y las fracturas se orientan según una respuesta mecánica del material ante el campo de esfuerzos. De este modo, es argumentable afirmar que la geometría fractal que representa la fracturación es anisótropa.

La anisotropía fractal de la distribución espacial de fracturas y su relación con el tensor de esfuerzos fue puesto de manifiesto por primera vez en el trabajo de Pérez-López et al. (2001). Estos autores calculan una serie de dimensiones fractales (D_0) sobre una serie de perfiles de fracturación y a partir de un análisis de *box-counting* unidimensional. Los valores principales que obtuvieron estos autores se resumen en la tabla 2.7.I.

1:2.000		1:10.000		1:500.000	
<i>orientación</i>	<i>Dim. fractal</i>	<i>orientación</i>	<i>Dim. fractal</i>	<i>orientación</i>	<i>Dim. fractal</i>
0°	1,55	0°	1,58	50°	1,54
90°	1,48	52°	1,54	90°	1,57
135°	1,47	61°	1,54	150°	1,55
		90°	1,58		
		135°	1,51		

Tabla 2.7.I Valores de D_0 obtenidos por Pérez-López et al., (2001), para perfiles de fracturación unidimensionales para las escalas de lineamientos 1:2.000, 1:10.000 y 1:500.000.

El criterio de realización de los perfiles en este trabajo se basó en las direcciones perpendiculares a las modas principales de orientación de fracturas, con el fin de tener perfiles de fracturación con un número elevado de intersección de fracturas, una densidad de fracturación unidimensional alta.

El valor máximo de dimensión fractal, obtenida por estos autores y para escala 1:2.000, aparece sobre la orientación N-S, en 1:10.000 N-S y E-O y para 1:500.000, N-S. Sin embargo, estos autores no obtienen todo el espectro de valores de la dimensión fractal, además de que la variación máxima de valores es de $\Delta = D_{Hmax} - D_{Hmin} = 0,8$ en 1:2.000, $\Delta = 0,7$ para 1:10.000 y $\Delta = 0,3$ para 1:500.000. La escala regional muestra un valor más homogéneo, lo que indica que muestra una irregularidad en la distribución espacial de fracturas muy similar para orientaciones E-O, NE-SO y NO-SE.

La figura 2.7.1 muestra algunas de las trayectorias utilizadas por Pérez-López et al. (2001) y los perfiles de fracturación obtenidos. La figura 2.7.2 muestra los perfiles de fracturación que obtuvieron estos autores para el mapa de lineamientos a escala 1:500.000.

En cualquier caso, se observa cierta homogeneidad en el valor de D_0 obtenido mediante técnicas unidimensionales sobre los mapas totales. Teniendo en cuenta los criterios dinámicos aplicados en la sección anterior, Pérez-López et al. (2001) llevaron a cabo un análisis unidimensional sobre los mapas filtrados por criterios dinámicos, para la escala 1:10.000.

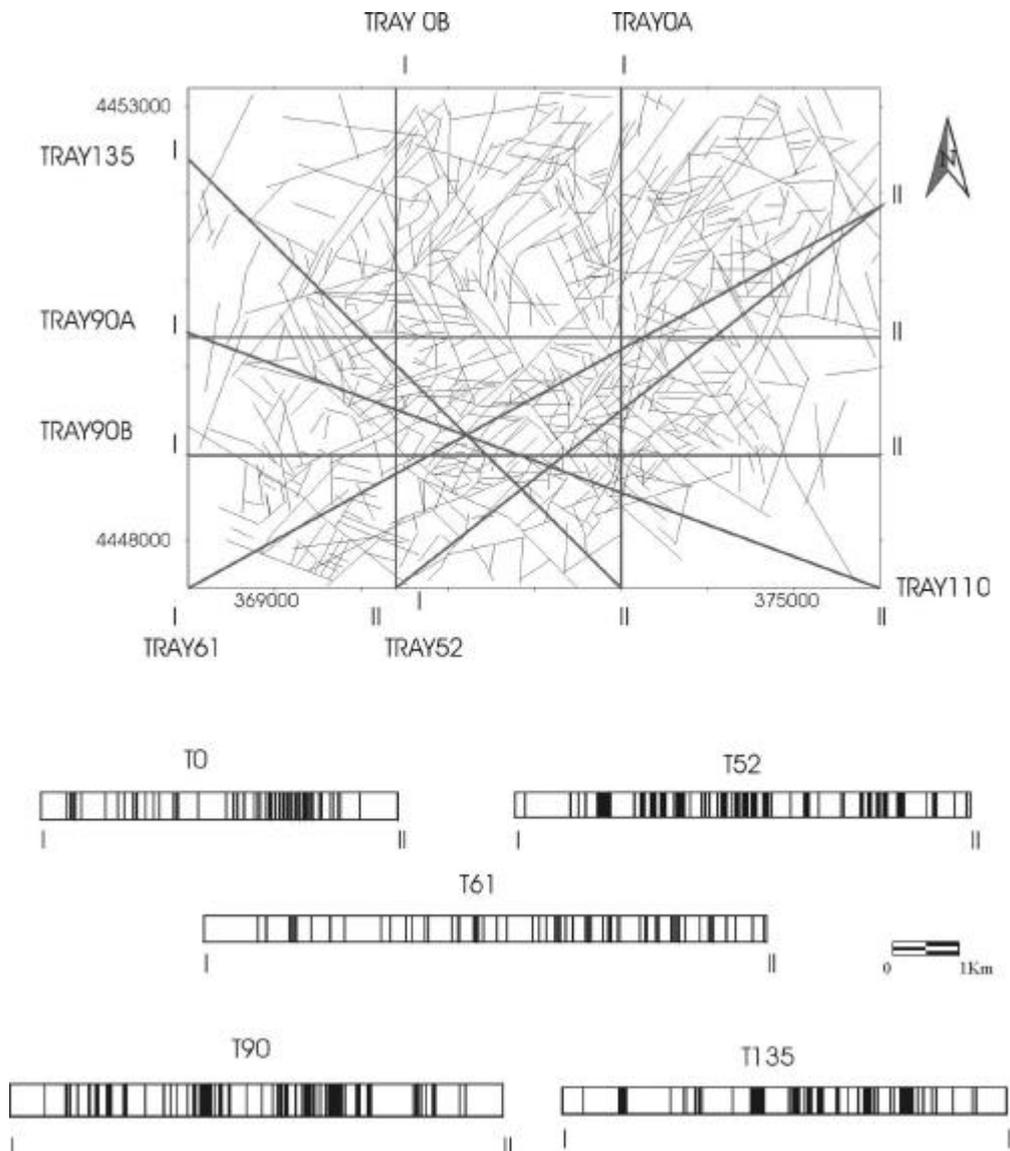


Figura 2.7.1 Imagen inferior: Perfiles de fracturación sobre el mapa de lineamientos 1:10.000 y localización de las trayectorias de fracturación obtenidos por Pérez-López et al. (2001)



Existe una elevada convergencia morfológica entre los perfiles de fracturación que se obtienen como la intersección directa de una línea con la traza de la falla y los que aparecen en la naturaleza. La imagen de la fotografía 2.7.1^a, muestra en detalle una sección fracturada sobre calizas en el acantilado de *Coastat Lilstock* en Bristol, donde se observa la distribución del espaciado entre fracturas formando un conjunto de Cantor.



Fotografía 2.7.1a Detalle de un perfil natural de fracturación sobre calizas en *Coastat Lilstock*, *North Somerset*, *Bristol Channel*, U.K.

Esta fotografía se enmarca en la fotografía 2.7.b, donde en la parte inferior se observa un perfil de fracturación natural, debido a procesos erosivos.



Fotografía 2.7.1b Conjunto de Cantor sobre perfiles de fracturación naturales debidos a procesos erosivos costeros en *Coastat Lilstock*, *North Somerset*, *Bristol Channel*, U.K.

Las dimensiones fractales unidimensionales que obtuvieron Pérez-López et al. (2001) se resumen en la tabla 2.7.II.

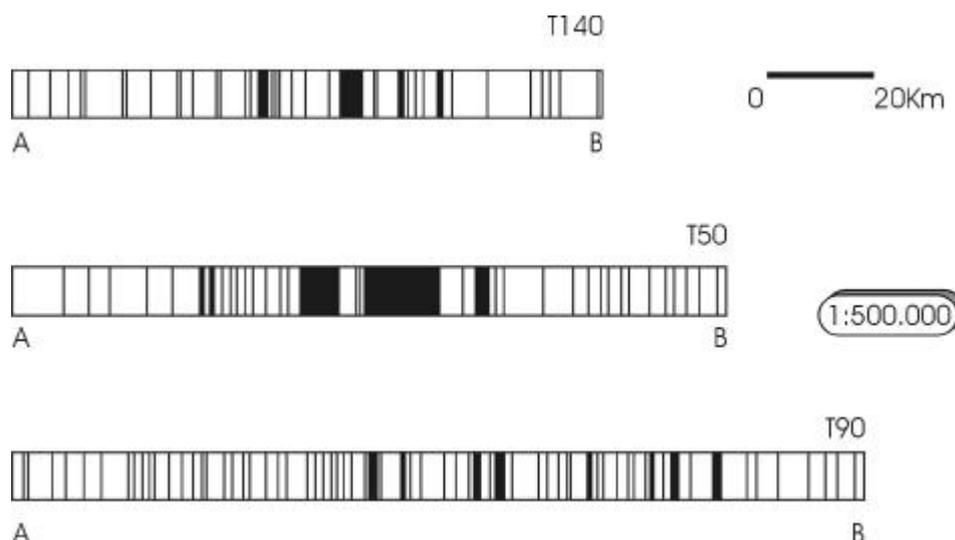


Figura 2.7.2 Perfiles de fracturación a 50°, 90° y 140° de orientación, obtenidos sobre el mapa de lineamientos a escala 1:500.000. Estos perfiles constituyen conjuntos fractales de Cantor (según Pérez-López et al., 2001). Nótese la similitud con el Conjunto de Cantor natural de la fotografía superior.

1:10.000			
<i>EVENTO</i>	<i>Dimensión fractal</i>	<i>Orientación</i>	<i>%masa</i>
Permotriásico	1,56	0°	4
Permotriásico	1,75	30°	5
Permotriásico	1,53	150°	6
Alpino	-	30°	6
Alpino	1,79	50°	6
Alpino	1,74	60°	7
Alpino	1,58	95°	10
Alpino	1,59	120°	6

Tabla 2.7.II Dimensiones fractales obtenidas por Pérez-López et al. (2000), obtenidas mediante *box-counting* unidimensional para el mapa de lineamientos 1:10.000 filtrado por criterios dinámicos. El valor de D_0 corresponde a $D_0 + 1$

Estas dimensiones fractales obtenidas por el *box-counting* unidimensional son el resultado de comparar la fracturación con una geometría cantoriana.

Filtrando los mapas de fracturas mediante los criterios dinámicos anteriores, estos autores obtienen unos valores de $\beta = 0,19$ para el evento permotriásico y $\beta = 0,21$ para el evento alpino. Este aumento en la variación entre D_{Hmax} y D_{Hmin} pone de manifiesto la relación entre la anisotropía fractal y el tensor de esfuerzos, tal y como aparece en la figura 2.7.3.

Partiendo estas ideas se diseñó un código informático que realizase los perfiles de fracturación mediante una sistemática homogénea. Sobre un mapa de lineamientos cualquiera se trazan una serie de líneas orientadas cada 10° (Figura 2.7.4).



La intersección con las fracturas da lugar a una serie de perfiles de fracturación tal y como aparece en el figura 2.7.4.

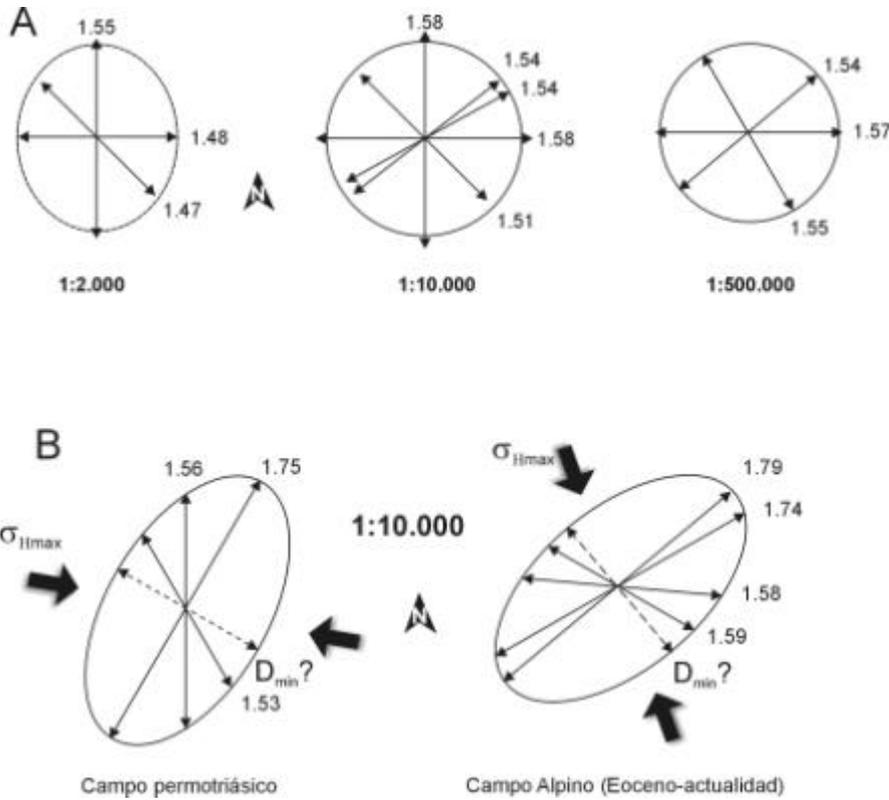


Figura 2.7.3 Relación entre la anisotropía fractal y el tensor de esfuerzos obtenido por Pérez-López et al. (2001). (A) Valores de la dimensión fractal unidimensional para los mapas de lineamientos sin filtrar de El Berrocal. (B) relación geométrica entre la orientación de σ_{Hmax} y D_{Hmax} para el evento permotriásico y alpino. Se aprecia como ambas direcciones aparecen perpendiculares entre sí.

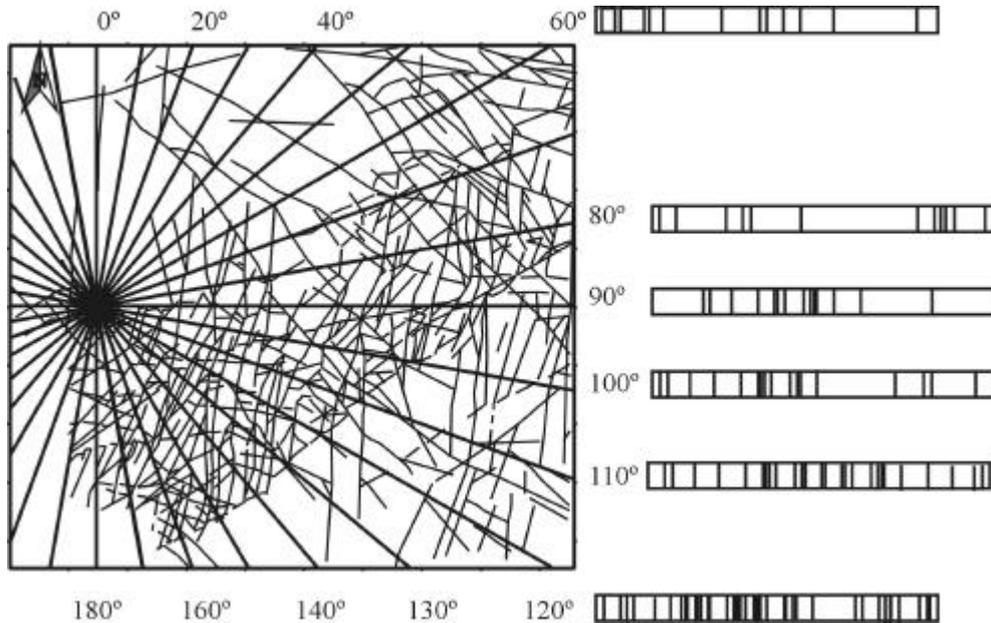


Figura 2.7.4 Esquema de obtención de la dimensión fractal unidimensional a partir de perfiles de fracturación orientados cada 10°.

Sin embargo, es necesario obtener un número mínimo de intersecciones para que la medida de la dimensión fractal sea representativa. Esto ya lo puso de manifiesto Pérez-López (1999), mostrando que es necesario un porcentaje mínimo de fracturas : la “masa del conjunto”. Para paliar el defecto de masa de los perfiles de fracturación, se procedió a obtener varios perfiles con la misma orientación, separados una distancia d . Estos perfiles, se suman geoméricamente y se mide la dimensión fractal del conjunto total (Figura 2.7.5)

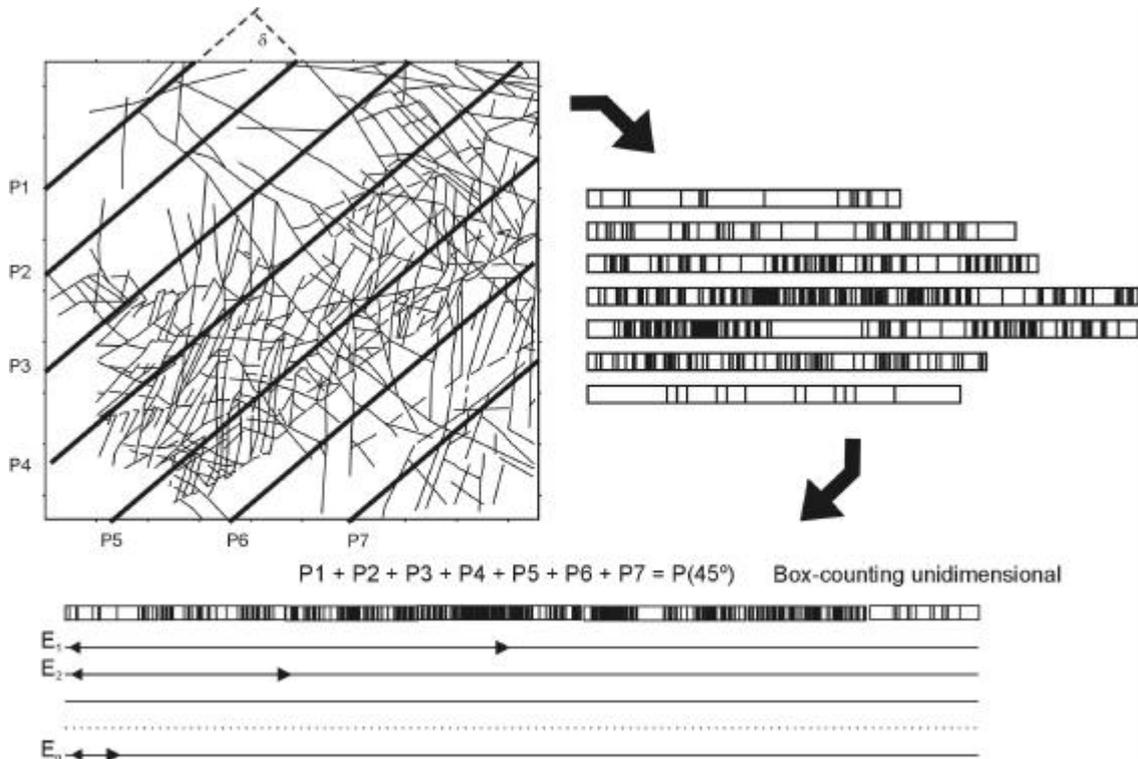


Figura 2.7.5 Obtención del par de medidas D_0 (entre 0 y 1) y θ (0° - 180°) para un mapa de lineamientos. Se superponen diferentes líneas orientadas (45° en el dibujo) y se obtienen los perfiles P1 ? P7. El valor de la dimensión fractal de P(45°) se obtiene como la D_0 del perfil suma.

Teniendo en cuenta todos estos criterios, en las secciones posteriores se va a realizar un análisis de la anisotropía fractal de los lineamientos a las escalas escogidas.

2.7.1 Anisotropía fractal del mapa de lineamientos a escala 1:2.000

Aplicando el código de anisotropía fractal diseñado al efecto por el autor junto con el Dr. Paredes, se obtuvieron una serie de puntos de medida de la dimensión fractal sobre el mapa de lineamientos a escala 1:2.000. Las elipses se obtuvieron para el mapa filtrado según el campo permotriásico, alpino y actual (Figura 2.7.6). Estas elipses se ajustaron con el código ELLIPSES (Spath, 1996, Hart y Rudman, 1997).



Los estadísticos que proporciona cada ajuste a la mejor elipse sobre la distribución de dimensiones fractales obtenidas aparece en las tablas adjuntas.

La figura 2.7.6 resume los resultados obtenidos representando a la izquierda el mapa de lineamientos resultantes. El diagrama polar de la izquierda de la figura 2.7.6, representa el valor de la media aritmética de la dimensión fractal mientras que el diagrama polar de la derecha, representa el valor de la dimensión fractal máxima de todos los perfiles, ambos en función de la orientación. En total, se obtuvieron 21 perfiles por orientación y una orientación cada 10° , lo que indica la magnitud del barrido de toda el área de lineamientos. Los resultados se resumen en la tabla 2.7.III.

Los diagramas polares menores representan la desviación estándar de cada D_0 . Cabe destacar que el error decrece para la elipse de anisotropía fractal correspondiente al recubrimiento de la serie aritmética de perfiles de fracturación (elipse derecha).

Un análisis cualitativo de la anisotropía fractal del patrón de fracturación pérmico revela dos elipses superpuestas con una simetría ortorrómbica, dos sistemas conjugados que indican una anisotropía compuesta.

La primera elipse presenta una orientación de $D_{Hmax} = N94^\circ E$, y con un coeficiente $\gamma = D_{Hmax} / D_{Hmin} = 1,83$ (Figura 2.7.7 inferior). La segunda elipse muestra un $D_{Hmax} = N155^\circ E$ y $\gamma = 1,65$. La elipse de anisotropía fractal alpina es de tipo sencillo, con una orientación de $D_{Hmax} = N14^\circ E$ y $\gamma = 1,42$. En esta elipse disminuye el coeficiente de elipticidad frente a los anteriores probablemente debido a que hereda un patrón de fracturación previo, el cual solo reactiva en parte, tal y como se ha puesto de manifiesto en el análisis microtectónico.

La elipse fractal de la configuración sin filtrar muestra una orientación de $D_{Hmax} = N141^\circ E$ y $\gamma = 1,31$. Se suaviza más la anisotropía fractal, debido a que este mapa está formado por los mapas pérmico y alpino superpuestos.

escala	evento	D_{Hmax}	γ
1:2.000	Sin filtrar	N141°E (0,73)	1,31
1:2.000	ALPINO	N14°E (0,81)	1,42
1:2.000	PÉRMICO II	N155°E (0,71)	1,65
1:2.000	PÉRMICO I	N96°E (0,67)	1,83

Tabla 2.7.III Valores de la D_{Hmax} y coeficiente de anisotropía γ para el mapa de lineamientos 1:2.000

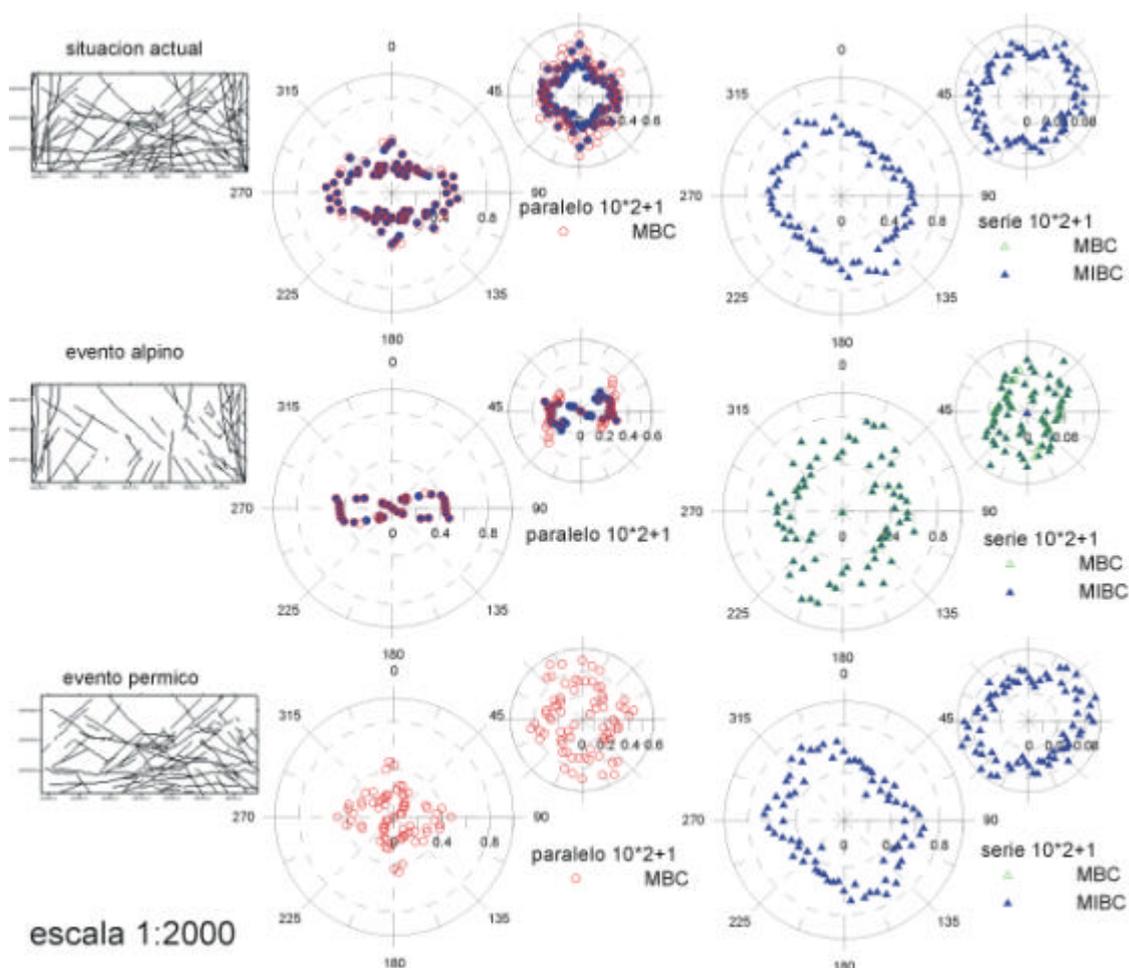


Figura 2.7.6 Representación en diagrama polar de los valores de la dimensión fractal D_0 mediante *box-counting* unidimensional sobre la serie aritmética de perfiles de fracturación. Se ha medido para el mapa original de lineamientos 1:2.000 (superior), mapa alpino (centro) y mapa permotriásico. En cualquier caso, la elipse de anisotropía aparece en el diagrama polar mayor derecho, siendo el diagrama menor la representación de la desviación estándar de la dimensión fractal. Los valores de la izquierda corresponden a la media aritmética de los distintos valores de D_0 obtenidos para cada orientación. Los valores de la dimensión fractal se calculan de forma automática a partir del ajuste de mínimos cuadrados sobre el diagrama bilogarítmico tipo box. Los valores de la dimensión fractal aparecen acotados entre 0 y 1.

Ajuste de las elipses 1:2.000

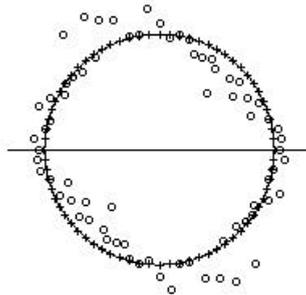
Los valores ajustados a partir del programa ELLIPSES aparecen en la figura 2.7.7, con los valores resumidos en la tabla que encabeza cada ajuste. El programa también permite discriminar la superposición de varias elipses, lo cual es una ventaja al analizar anisotropías simultáneas en un periodo de defoirmación.



PATRÓN DE FRACTURACIÓN ACTUAL 1:2.000									
Rmax	Rmin	CDM	Media	elipse	Varianza	Varianza*	%redc	C.A.	
0,735	0,357	0,3e-11;0,7e-10	0,56	$1,3x^2+0,5xy+0,92y^2$	0,0059	0,0033	42	1,31	
D _{Hmax} = N141°E, D _{Hmax} /D _{Hmin} = 1,31									

DATOS Y APROXIMACION CIRCULAR

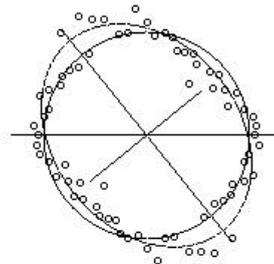
Radio = .55564 y Varianza = .58937e-2



1:2.000 ACTUAL

DATOS Y APROXIMACION ELIPTICA

Reduccion de Varianza: 42. %

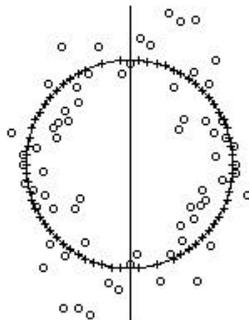


**Declinacion = Norte 38.93° Oeste
Coeficiente de Anisotropia = 1.31**

PATRÓN DE FRACTURACIÓN ALPINO; 1:2.000									
Rmax	Rmin	CDM	Media	elipse	Varianza	Varianza*	%redc	C.A.	
0,807	0,307	1e-11;1e-10	0,531	$1,14x^2-0,28xy+0,618y^2$	0,147	0,102	33	1,42	
D _{Hmax} = N14°E, D _{Hmax} /D _{Hmin} = 1,42									

DATOS Y APROXIMACION CIRCULAR

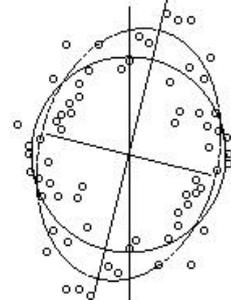
Radio = .53094 y Varianza = .14729e-1



1:2.000 ALPINO

DATOS Y APROXIMACION ELIPTICA

Reduccion de Varianza: 33. %

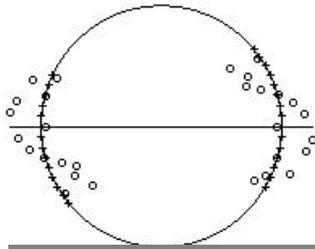


**Declinacion = Norte 14.0° Este
Coeficiente de Anisotropia = 1.42**

Figura 2.7.7 Ajuste de las elipses de la anisotropía fractal espacial 2D, correspondiente a los valores que aparecen en la figura 2.7.6. El ajuste se realizó mediante el código *ellipses* (Hart y Rudman, 1997). En la figura derecha aparece el ajuste de la mejor elipse, mientras que en la izquierda el de la mejor circunferencia. Los valores ajustados responden a la elipse actual (superior) y a la elipse alpina (inferior).

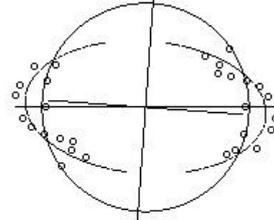
PATRÓN DE FRACTURACIÓN PÉRMICO I, 1:2.000									
Rmax	Rmin	CDM	Media	elipse	Varianza	Varianza*	%reduc	C.A.	
0,67	0,4	0,01,-0,008	0,53	$0,7x^2+0,25xy+2,5y^2$	0,0068	0,0028	59	1,83	
$D_{Hmax} = N94^{\circ}E, D_{Hmax}/D_{Hmin} = 1,83$									

DATOS Y APROXIMACION CIRCULAR
Radio = .53048 y Varianza = .68309e-2



1:2.000 PERMICO I

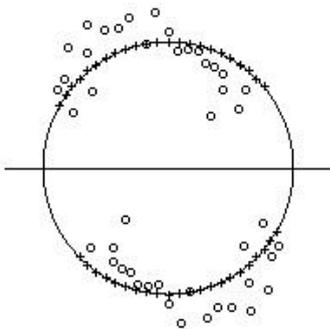
DATOS Y APROXIMACION ELIPTICA
Reduccion de Varianza: 59. %



Declinacion = Norte 85.87° Oeste
Coficiente de Anisotropia = 1.83

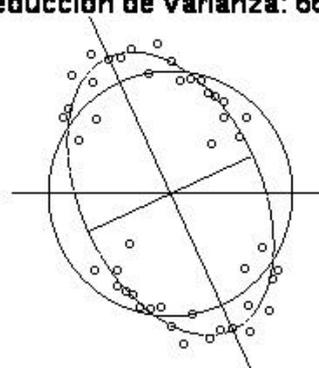
PATRÓN DE FRACTURACIÓN PÉRMICO II, 1:2.000									
Rmax	Rmin	CDM	Media	elipse	Varianza	Varianza*	%reduc	C.A.	
0,71	0,29	0,006;0,006	0,54	$1,6x^2+0,87xy+0,87y^2$	0,010	0,0034	66	1,65	
$D_{Hmax} = N155^{\circ}E, D_{Hmax}/D_{Hmin} = 1,65$									

DATOS Y APROXIMACION CIRCULAR
Radio = .54573 y Varianza = .10427e-1



1:2.000 PERMICO II

DATOS Y APROXIMACION ELIPTICA
Reduccion de Varianza: 66. %



Declinacion = Norte 24.68° Oeste
Coficiente de Anisotropia = 1.65

Figura 2.7.7 (bis) Ajuste de las elipses de la anisotropía fractal espacial 2D, correspondiente a los valores que aparecen en la figura 2.7.6 para los lineamientos pérmicos. La elipse fractal pérmica es de tipo compuesta, por lo que se ha dividido en dos elipses, denominadas Pérmico I y Pérmico II. Es interesante destacar que el valor de D_0 máximo aparece en la elipse alpina 0,807.



2.7.2 Anisotropía fractal del mapa de lineamientos a escala 1:10.000

La figura 2.7.8 muestra las elipses obtenidas para la escala 1:10.000, tanto para el mapa original (Figura 2.7.8 *superior*) como para los mapas filtrados según los tensores pérmicos (Figura 2.7.8 *inferior*) y los tensores alpinos (Figura 2.7.8 *centro*).

Siguiendo con esta figura, se observa una elipse pérmotriásica, con una orientación aproximada de D_{Hmax} N-S. La elipse del patrón alpino presenta una orientación aproximada ESE-ONO del eje largo, aunque con saltos discretos mayores. La dimensión fractal máxima pérmica obtenida es de 0,7, algo menor que la elipse alpina y con un valor máximo de D_0 de 0,75. Sin embargo, la anisotropía que muestra el mapa original presenta un valor máximo de 0,8, para la orientación NO-SE, con grandes saltos en el valor de D_0 (cercano a 0,2) para variaciones de 10° en el perfil de fracturación. Este fenómeno es difícil de interpretar aunque si parece muy relacionado con las el grado de discretización de las familias de lineamientos interpretadas.

En cuanto a las direcciones de D_{Hmax} , también aquí se han determinado dos elipses pérmicas tal y como aparece en la figura 2.7.9. La tabla 2.7.IV resume los principales valores obtenidos para este mapa de lineamientos.

escala	evento	D_{Hmax}	?
1:10.000	Sin filtrar	N140°E (0,76)	1,27
1:10.000	ALPINO	N110°E (0,65)	1,23
1:10.000	PÉRMICO	N168°E (0,69)	1,37

Tabla 2.7.IV Valores de la D_{Hmax} y coeficiente de anisotropía ? para el mapa de lineamientos 1:10.000.

Como principal novedad numérica frente a la escala anterior, aparece una disminución del coeficiente de anisotropía, homogeneizándose más la medida de la dimensión fractal. Ambos patrones de lineamientos muestran una geometría condicionada por el estado de esfuerzos frente a un hipotético comportamiento homogéneo del granito frente a la fracturación mecánica.

Sin embargo, el mapa 1:2.000 muestra un comportamiento extraño en el caso alpino, ya que la fracturación reconocida no acomoda un porcentaje elevado de la deformación alpina. El mapa 1:2.000 no es representativo de la deformación alpina. Además, aparece una anisotropía compuesta permotriásica, frente al mapa 1:10.000. Esto es debido a que presenta una mecánica importante ante fenómenos muy locales, propios exclusivamente del macizo.

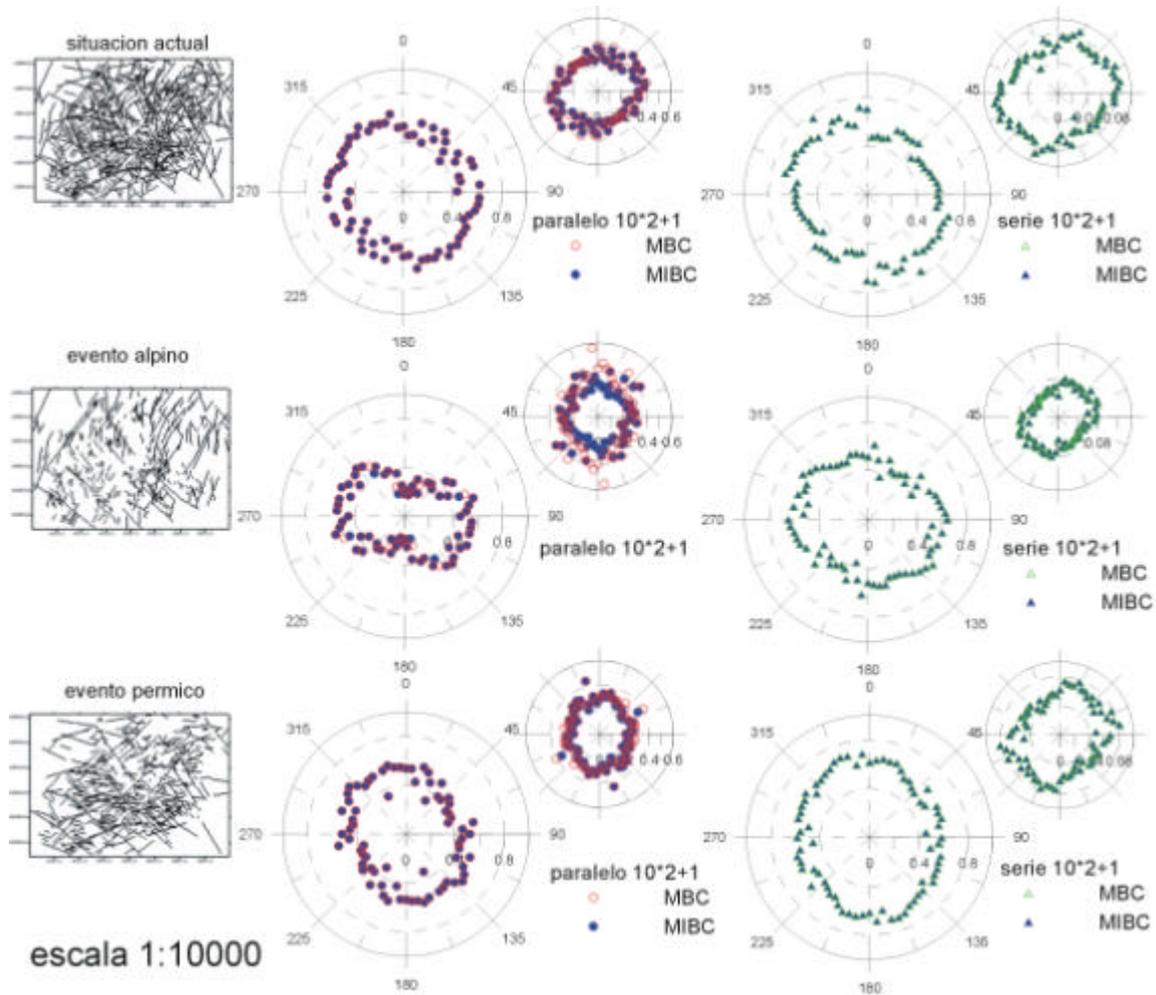
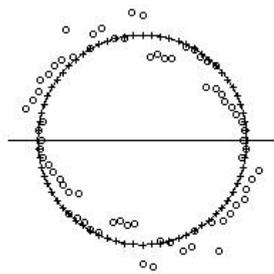


Figura 2.7.8 Representación en diagrama polar de los valores de la dimensión fractal D_0 mediante *box-counting* unidimensional sobre la serie aritmética de perfiles de fracturación. para el mapa original de lineamientos 1:10.000 (superior), mapa alpino (centro) y mapa pérmotriásico. La elipse de anisotropía aparece en el diagrama polar mayor derecho, siendo el diagrama menor la representación de la desviación estándar de la dimensión fractal. Los valores del diagrama polar izquierdo corresponden a la media aritmética de los distintos valores de D_0 obtenidos en todos los perfiles para cada orientación. Los valores de la dimensión fractal se calculan de forma automática a partir del ajuste de mínimos cuadrados sobre el diagrama bilogarítmico tipo box y están acotados entre 0 y 1.

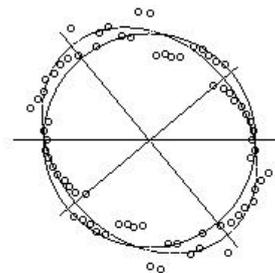
1 :10.000 PATRÓN DE FRACTURACIÓN ACTUAL								
Rmax	Rmin	Media	elipse	Varianza	Varianza*	%redc	C.A.	
0.76	0.47	0.59	$X^2+0.45XY+0.9Y^2$	0.005	0.0028	46	1.27	
----- $D_{Hmax} = N140^{\circ}E, D_{Hmax}/D_{Hmin} = 1,27$ -----								

DATOS Y APROXIMACION CIRCULAR
 Radio = .59411 y Varianza = .52499e-2



1:10.000 ACTUAL

DATOS Y APROXIMACION ELIPTICA
 Reduccion de Varianza: 46. %

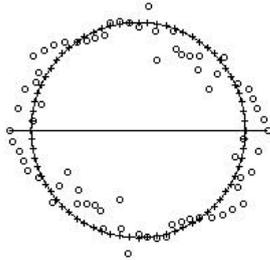


Declinacion = Norte 39.71° Oeste
Coefficiente de Anisotropia = 1.27

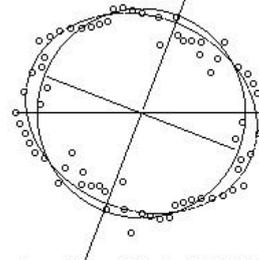


PATRÓN DE FRACTURACIÓN ALPINO, 1:10.000								
Rmax	Rmin	Media	elipse	Varianza	Varianza*	%redu	C.A.	
0,65	0,36	0,54	$0,8X^2+0,26XY+1,1Y^2$	0,0048	0,0030	38	1,23	
D _{Hmax} = N110°E, D _{Hmax} /D _{Hmin} = 1,23								

DATOS Y APROXIMACION CIRCULAR
 Radio = .53622 y Varianza = .47894e-2



DATOS Y APROXIMACION ELIPTICA
 Reduccion de Varianza: 38. %

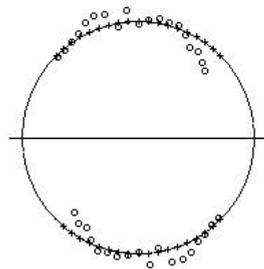


Declin
 Coefi
1:10.000 ALPINO

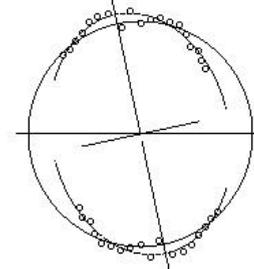
Figura 2.7.9 Ajuste de las elipses de la anisotropía fractal espacial 2D, correspondiente a los valores que aparecen en la figura 2.7.7. El ajuste se realizó mediante el código *ellipses* (Hart y Rudman, 1997). Estos valores representan la anisotropía fractal a escala 1:10.000 para el mapa de lineamientos actual (*superior*) y el mapa alpino (*inferior*).

PATRÓN DE FRACTURACIÓN PÉRMICO I, 1:10.000								
Rmax	Rmin	Media	elipse	Varianza	Varianza*	%redu	C.A.	
0,7	0,51	0,62	$1,55X^2+0,29XY+0,88Y^2$	0,0023	0,00064	72	1,36	
D _{Hmax} = N168°E, D _{Hmax} /D _{Hmin} = 1,36								

DATOS Y APROXIMACION CIRCULAR
 Radio = .62549 y Varianza = .23231e-2



DATOS Y APROXIMACION ELIPTICA
 Reduccion de Varianza: 72. %



Declinacion = Norte 11.97° Oeste
 Coeficiente de Anisotropia = 1.36

1:10.000 PERMICO

Figura 2.7.9 (bis) Ajuste de las elipses de la anisotropía fractal espacial 2D, correspondiente a los valores que aparecen en la figura 2.7.7. El ajuste se realizó mediante el código *ellipses* (Hart y Rudman 1997). La elipse pérmica aparece orientada con D_{Hmax} N-S aproximadamente. Es interesante destacar que el valor de D₀ máximo aparece en la elipse original 0,76.

2.7.3 Anisotropía fractal del mapa de lineamientos a escala 1:500.000

Este mapa de lineamientos constituye un mapa a escala regional, el cual incluye gran parte del Sistema Central español y la parte noreste de la cuenca del Tajo. Por todo ello, los lineamientos aparecen sobre diferentes litologías, básicamente granitos y materiales metamórficos, mientras que la parte inferior corresponde a lineamientos sobre materiales terciarios, más blandos y de menor competencia. Según esto, no parece congruente correlacionar la anisotropía del patrón de fracturación a escala 1:500.000 con el análisis de paleoesfuerzos realizado en el Berrocal. Sin embargo, en esta sección se ha realizado para reafirmar este argumento.

En un primer análisis (Figura 2.7.10) se observan dos elipses perpendiculares entre sí, correspondientes a la elipse pérmica, de orientación de D_{Hmax} N-S y la elipse alpina, de orientación de D_{Hmax} ESE-ONO. Además, la elipse pérmica aparece más estable, con variaciones más suaves de la dimensión fractal al variar el perfil 10° . Sin embargo, la elipse alpina muestra un comportamiento más discreto, con saltos de hasta 0,2 unidades para una variación de 10° . Este comportamiento también aparece en la elipse del mapa sin filtrar, la cual parece ser la suma geométrica de las elipses anteriores.

La tabla 2.7.V muestra los valores obtenidos para el mapa 1:500.000. Destaca que el valor máximo medido corresponde al evento denominado Pérmico I, $D_{Hmax} = 0,73$, frente al valor total, de 0,71. Sin embargo, estas elipses presentan los menores coeficientes de anisotropía, todos ellos muy cercanos a 1, lo que indica que estas elipses se asemejan a una circunferencia.

Por tanto, sobre la escala 1:500.000, no se discrimina una anisotropía fractal de la distribución espacial de lineamientos, probablemente debido a que en esta escala regional, aparecen más eventos que no se han identificado. Los patrones de fracturación reconocidos a escala 1:10.000 y 1:2.000 no pueden discriminarse a escala 1:500.000, ya que se mezclan con otros que no han sido incluidos en este análisis.

La figura 2.7.11 muestra las elipses ajustadas según el programa elipses (cita).

escala	evento	D_{Hmax}	?
1:500.000	Sin filtrar	N134°E (0,71)	1,07
1:500.000	ALPINO	N90°E (0,69)	1,17
1:500.000	PÉRMICO II	N163°E (0,63)	1,26
1:500.000	PÉRMICO I	N92°E (0,73)	1,33

Tabla 2.7.V Valores de la D_{Hmax} y coeficiente de anisotropía ? para el mapa de lineamientos 1:500.000

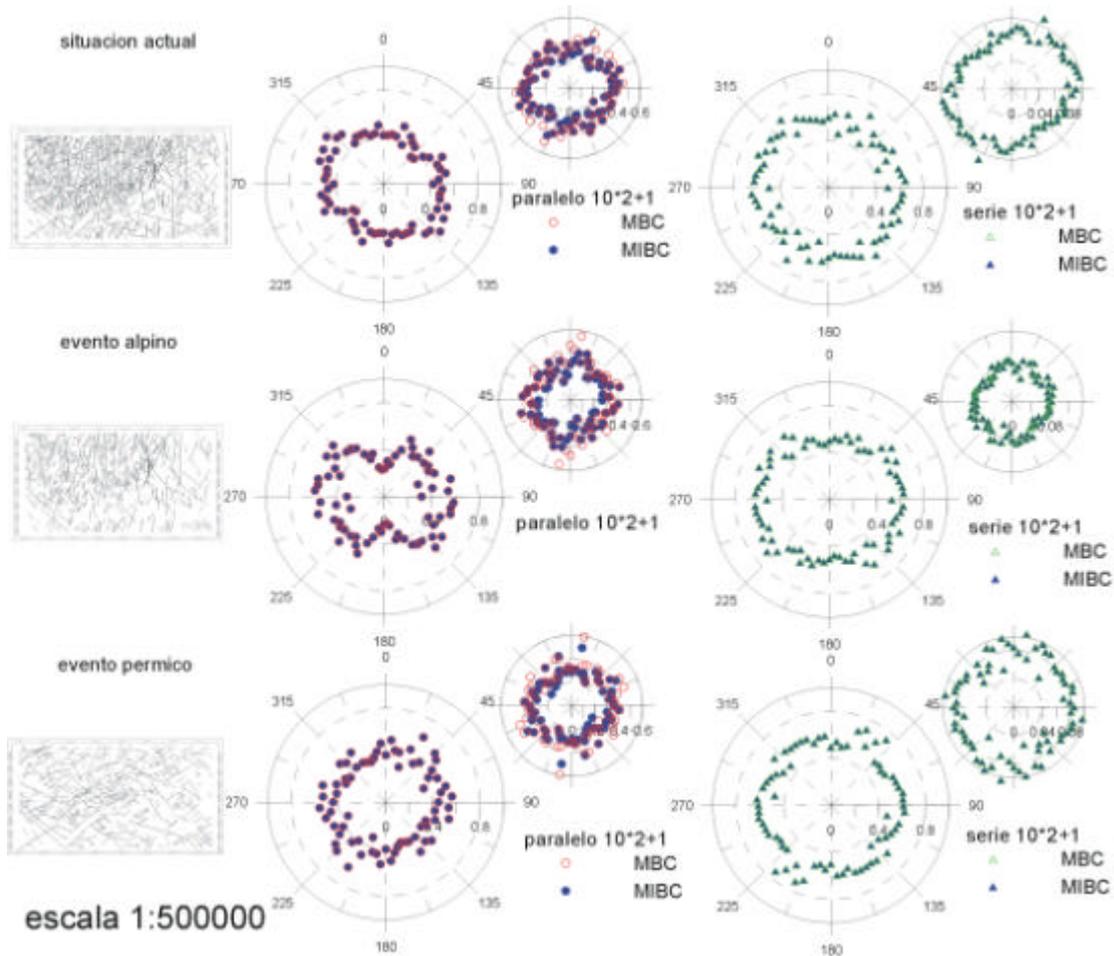
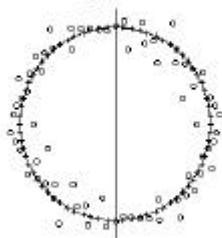


Figura 2.7.10 Representación en diagrama polar de los valores de la dimensión fractal D_0 mediante *box-counting* unidimensional sobre la serie aritmética de perfiles de fracturación. Se ha calculado para el mapa original de lineamientos 1:500.000 (superior), mapa alpino (centro) y mapa pérmotriásico. La elipse de anisotropía aparece en el diagrama polar mayor derecho, siendo el diagrama menor la representación de la desviación estándar de la dimensión fractal. Los valores del diagrama polar izquierdo corresponden a la media aritmética de los distintos valores de D_0 obtenidos en todos los perfiles para cada orientación. Los valores de la dimensión fractal se calculan de forma automática a partir del ajuste de mínimos cuadrados sobre el diagrama bilogarítmico tipo box y están acotados entre 0 y 1. La elipse alpina aparece de tipo compuesta, con saltos discretos para las orientaciones NO-SE. Estos saltos también aparecen en la elipse pérmica, aunque esta vez orientados según NE-SO.

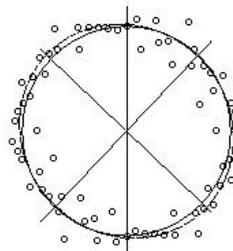
1:500.000 PATRÓN DE FRACTURACIÓN ACTUAL								
Rmax	Rmin	Media	elipse	Varianza	Varianza*	%reduc	C.A.	
0,71	0,44	0,59	$0,95X^2+0,13XY+0,96Y^2$	0,037	0,034	8	1,07	
D _{Hmax} = N134°E, D _{Hmax} /D _{Hmin} = 1,07								

DATOS Y APROXIMACION CIRCULAR
Radio = .59022 y Varianza = .37137e-2



1:500.000 ACTUAL

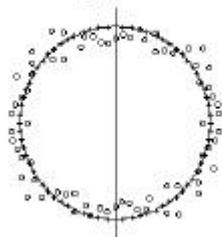
DATOS Y APROXIMACION ELIPTICA
Reduccion de Varianza: 8. %



Declinacion = Norte 46.6° Oeste
Coficiente de Anisotropia = 1.07

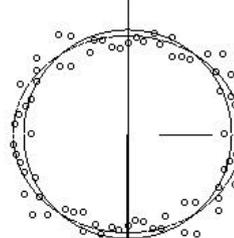
PATRÓN DE FRACTURACIÓN ALPINO, 1:500.000								
Rmax	Rmin	Media	elipse	Varianza	Varianza*	%reduc	C.A.	
0,69	0,47	0,574	$0,82X^2+0,002XY+1,13Y^2$	0,034	0,023	32	1,17	
D _{Hmax} = N90°E, D _{Hmax} /D _{Hmin} = 1,17								

DATOS Y APROXIMACION CIRCULAR
Radio = .57403 y Varianza = .33739e-2



1:500.000 ALPINO

DATOS Y APROXIMACION ELIPTICA
Reduccion de Varianza: 32. %



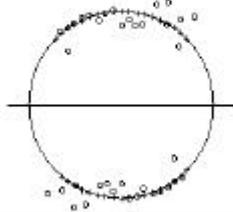
Declinacion = Norte 89.81° Oeste
Coficiente de Anisotropia = 1.17

Figura 2.7.11 Ajuste de las elipses de la anisotropía fractal espacial 2D, correspondiente a los valores que aparecen en la figura 2.7.10. El ajuste se realizó mediante el código *ellipses* (Hart y Rudman, 1997). Las elipses superiores indican la anisotropía fractal y la orientación de D_{Hmax} y D_{Hmin} para el mapa 1:500.000 actual, mientras que el ajuste inferior corresponde a las elipses del patrón 1:500.000 de edad alpina.



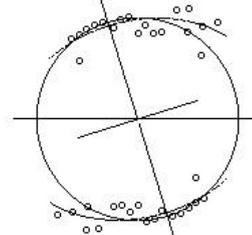
PATRÓN DE FRACTURACIÓN PÉRMICO I, 1:500.000								
Rmax	Rmin	Media	elipse	Varianza	Varianza*	%reduc	C.A.	
0,73	0,48	0,59	$0,65X^2 - 0,26XY + 1,034Y^2$	0,0046	0,0035	24	1,33	
----- $D_{Hmax} = N162^\circ E, D_{Hmax}/D_{Hmin} = 1,33$ -----								

DATOS Y APROXIMACION CIRCULAR
 Radio = .59062 y Varianza = .45599e-2



1:500.000 PÉRMICO I

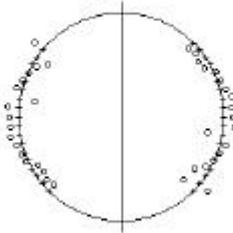
DATOS Y APROXIMACION ELIPTICA
 Reduccion de Varianza: 24. %



Declinacion = Norte 72.81° Este
Coefficiente de Anisotropia = 1.33

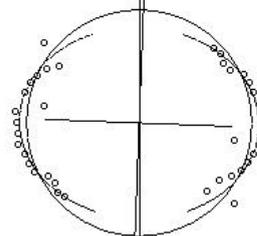
PATRÓN DE FRACTURACIÓN PÉRMICO II, 1:500.000								
Rmax	Rmin	Media	elipse	Varianza	Varianza*	%reduc	C.A.	
0,63	0,48	0,56	$0,88X^2 + 0,39XY + 1,40Y^2$	0,0022	0,0016	27	1,26	
----- $D_{Hmax} = N92^\circ E, D_{Hmax}/D_{Hmin} = 1,26$ -----								

DATOS Y APROXIMACION CIRCULAR
 Radio = .55541 y Varianza = .21641e-2



1:500.000 PÉRMICO II

DATOS Y APROXIMACION ELIPTICA
 Reduccion de Varianza: 27. %



Declinacion = Norte 87.84° Oeste
Coefficiente de Anisotropia = 1.26

Figura 2.7.11 (bis) Ajuste de las elipses de la anisotropía fractal espacial \mathfrak{D} , correspondiente a los valores que aparecen en la figura 2.7.10 PARA LOS PATRONES Pérmico I (*superior*) y Pérmico II (*inferior*). El ajuste se realizó mediante el código *ellipses* (Hart y Rudman, 1997). Es interesante destacar que el valor de D_0 máximo aparece en la elipse pérmica II 0,73.

2.8 Densidad de Fracturación del mapa de lineamientos 1:10.000

En este apartado se ha determinado la densidad de fracturación para el mapa de lineamientos a escala 1:10.000. A partir de la distribución de lineamientos interpretados del sombreado analítico sobre el M. D. T. a escala de píxel 10 m x 10 m, se ha realizado un análisis variográfico con el fin de determinar la anisotropía en la distribución espacial de lineamientos por unidad de superficie. Debido a la estrecha relación entre la dimensión fractal y la orientación de la medida, se extrapola esta relación a la densidad de fracturación con el fin de encontrar similitudes entre la elipse de anisotropía fractal y el variograma.

Ambos análisis tienen una fuerte componente estadística por lo que es necesario definir de forma muy precisa el concepto de densidad de fracturación, con el fin de no confundirlo con otros índices de distribución espacial de la fracturación.

Por otro lado, se ha determinado la densidad de fracturación exclusivamente para el mapa 1:10.000 puesto que es el mapa que presenta el mayor coeficiente de anisotropía fractal.

2.8.1 Definición de densidad de la fracturación: concepto de persistencia e intensidad de fracturación

La densidad de fracturación se define en este trabajo como la longitud de fractura por unidad de superficie, entendiendo los lineamientos representados como fracturas:

$$\rho_f = \frac{\sum l_i}{A_k} \quad (2-5)$$

Donde ρ_f es el valor de la densidad de fracturación en una celdilla k-ésima de tamaño A_k , con el sumatorio de todas las longitudes de fractura l_i que se encuentran dentro de esa celda.

A partir de esta medida, es posible dividir toda la superficie de lineamientos en un mallado regular con un valor asociado según la ecuación (2-5). Es interesante destacar que esta medida no es una auténtica medida de probabilidad al no estar normalizada. Sin embargo, esta medida muestra de forma sencilla los agrupamientos de lineamientos por unidad de área.



Sobre este mapa discreto se determina el variograma, apartado 2.9, el cual permite obtener la anisotropía de la distribución de una medida de forma cuantitativa.

Esta técnica ya se ha utilizado sobre mapas similares (PRIOR, 2002), mostrando resultados diversos. Una parte destacable de esta metodología es poder determinar el tamaño de *discretización* de la celda, que proporciona una mayor cantidad de información espacial. Existen diversas técnicas (Zoller et al., 1997), algunas de las cuales actualmente se están desarrollando por el autor junto con sus directores de tesis y que se abordan en capítulos posteriores (Velez 2002, Paredes et al., 2002). En este trabajo, concretamente, se ha determinado la escala de mallado como el valor medio entre el *inner-cutoff* y el *outer-cutoff* calculado en el análisis fractal bidimensional (Pérez-López et al., 2001). Este valor calculado es de 110 metros.

La figura 2.8.1 muestra la densidad de fracturación del mapa de lineamientos total 1:10.000. Los valores entre celdillas no se interpolan debido a que es un análisis de tipo discreto, sin transición de valores entra las fronteras de dos celdas contiguas.

El paso de celda es de 110 m, mostrando un máximo al E del mapa. De hecho, aparece un gradiente de densidad de fracturación de NO hacia el SE.

Se han incluido los lineamientos originales con el fin de comprobar la bondad de la medida de densidad de fracturación.

La figura 2.8.2 muestra la densidad de fracturación para los lineamientos filtrados según las orientaciones pérmicas, mientras que la figura 2.8.3 muestra la densidad de fracturación de los lineamientos filtrados para las orientaciones alpinas.

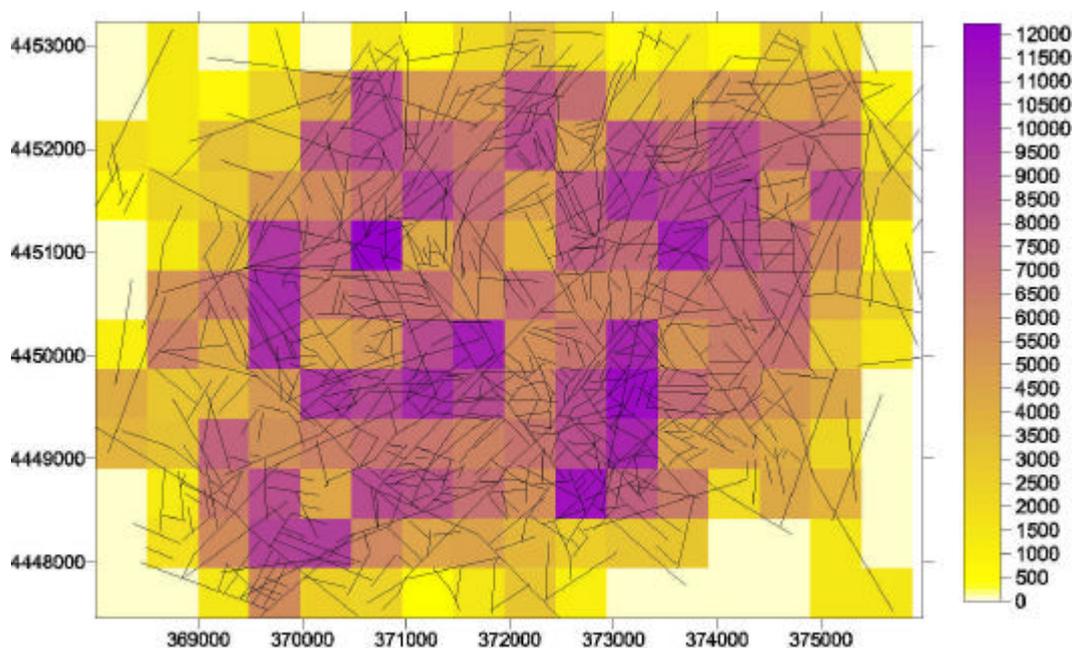


Figura 2.8.1 Densidad de fracturación del mapa de lineamientos total a escala 1:10.000. Los valores de la escala son en m^{-1} y el paso de malla de 525 metros.

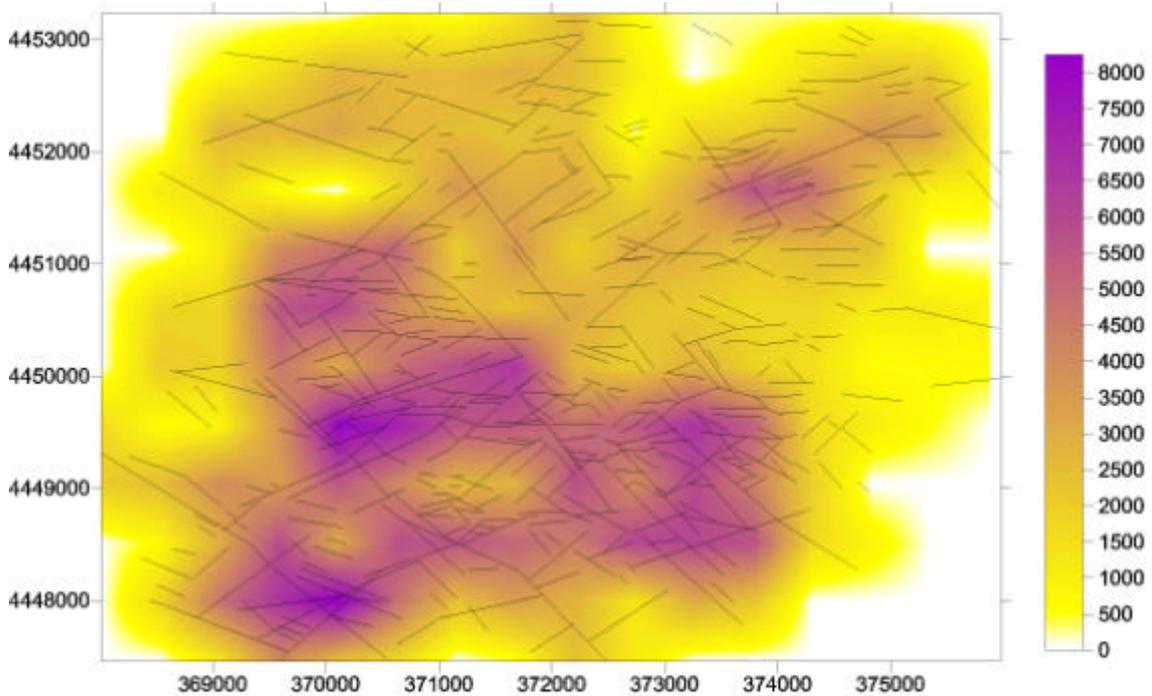


Figura 2.8.2 Densidad de fracturación interpolada del mapa de lineamientos a escala 1:10.000, filtrado según las orientaciones activadas por los tensores pérmotriásicos. La escala gráfica representa densidad de fracturación en m^{-1} , el tamaño de celda es de 525 metros.

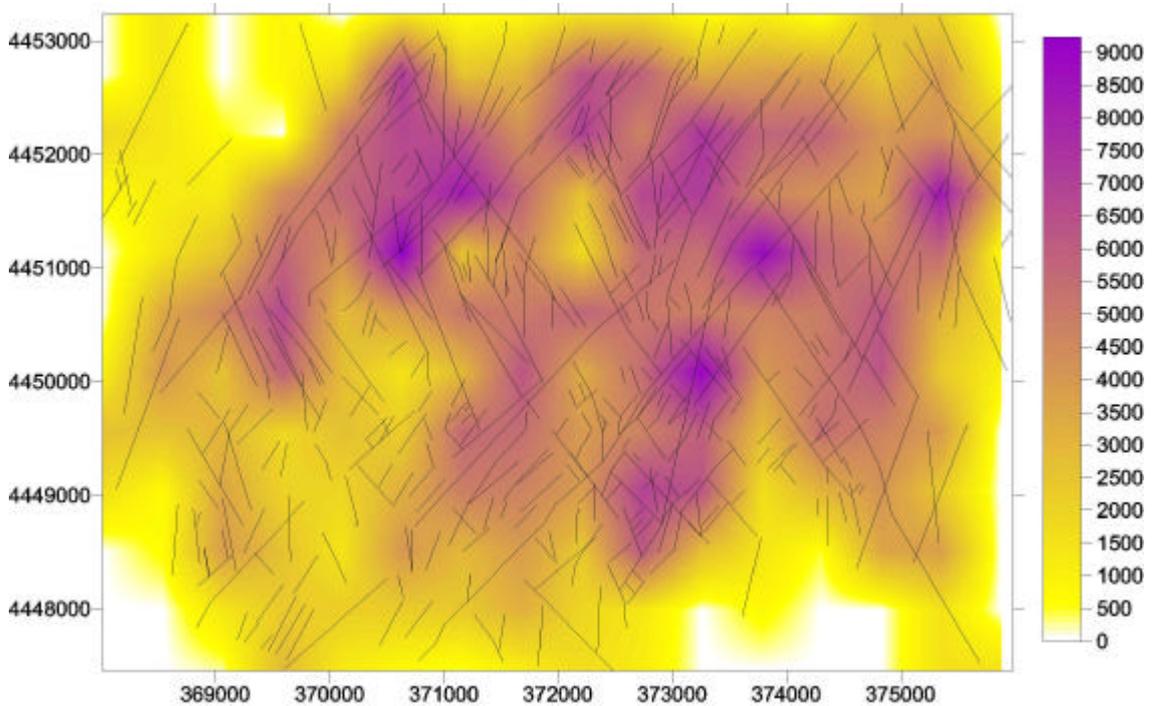


Figura 2.8.3 Densidad de fracturación del mapa de lineamientos a escala 1:10.000, filtrado según las orientaciones activadas por los tensores alpinos. La escala gráfica representa densidad de fracturación en m^{-1} . El tamaño de celda es de 525 metros.



Es interesante destacar que mientras en el mapa de densidad de fracturación permotriásico aparecen los máximos en la zona centro sur (Figura 2.8.2), en el mapa alpino estos máximos aparecen más hacia el norte (Figura 2.8.3). Esto indica que existe una transición entre ambos eventos tectónicos, activando la etapa alpina agregados de fracturas N-S.

De esta forma, es posible concluir que la etapa alpina activa los bordes del macizo, mientras que su fracturación central es de etapa permotriásica.

2.8.2 Análisis correlatorio espectral de la densidad de fracturación

A partir de la obtención del variograma del mapa de fracturación, tanto el total como el mapa permotriásico y alpino, es posible determinar de forma cuantitativa la orientación de la anisotropía en la distribución espacial de los agregados de fracturas.

Un trabajo precedente sobre variogramas y campos de fracturas aparece en Pérez-López et al., (2003), donde se determina el variograma de la distribución espacial de lineamientos de Europa, satélite de Júpiter. En este trabajo, se explica la teoría del análisis variográfico aplicado en fracturación de capas de hielo y se pone de manifiesto la transición de dos patrones de fracturación mediante la descripción de una órbita no-sincrónica, siendo estos esfuerzos debidos a campos producidos por contraste de densidades entre Júpiter y Europa (Rodríguez-Pascua et al., 2003a) y que se relacionan con la dimensión fractal de la distribución espacial de las fracturas interpretadas (Rodríguez-Pascua et al., 2003b). La analogía entre estos trabajos y el que se ha realizado en esta tesis hace referencia a los análisis realizados sobre geometrías fractales de fracturas, independientemente del campo de esfuerzos generador.

Variograma 1:10.000

Siguiendo las ideas presentadas en estos trabajos precedentes, se ha determinado el variograma del mapa de lineamientos a escala 1:10.000, tanto para el mapa total como para el mapa filtrado permotriásico y alpino (Figura 2.8.4, Figura 2.8.5. y Figura 2.8.6, respectivamente). Este análisis estadístico indica la variación de un parámetro con la orientación, por lo que indica la anisotropía de ese valor. Este variograma lineal se obtiene a partir del correlograma, ya que ambos son los mismos en condiciones estadísticas estacionarias.

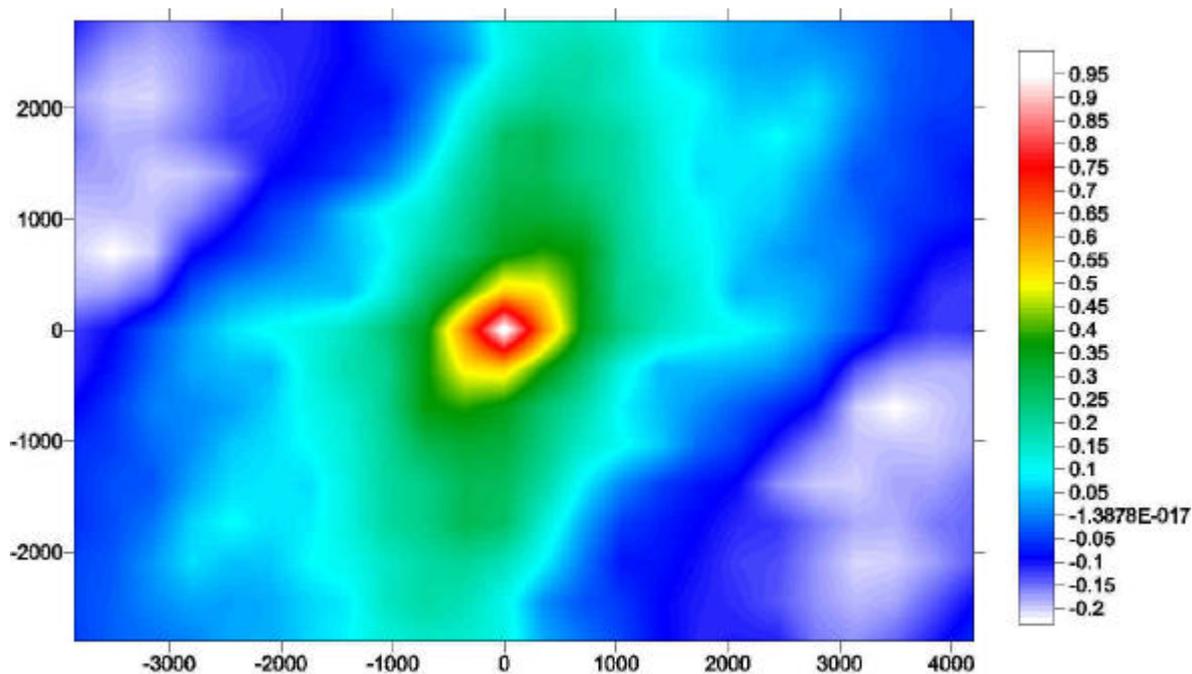


Figura 2.8.4 Variograma de la densidad de fracturación del mapa total 1:10.000.

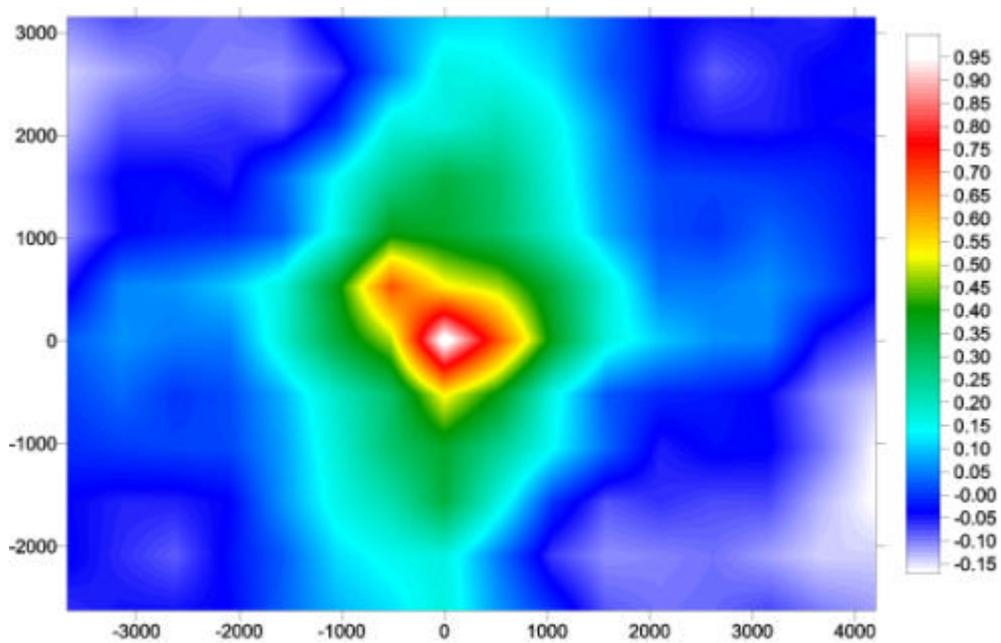


Figura 2.8.5 Variograma de la densidad de fracturación del mapa permotriásico a escala 1:10.000.

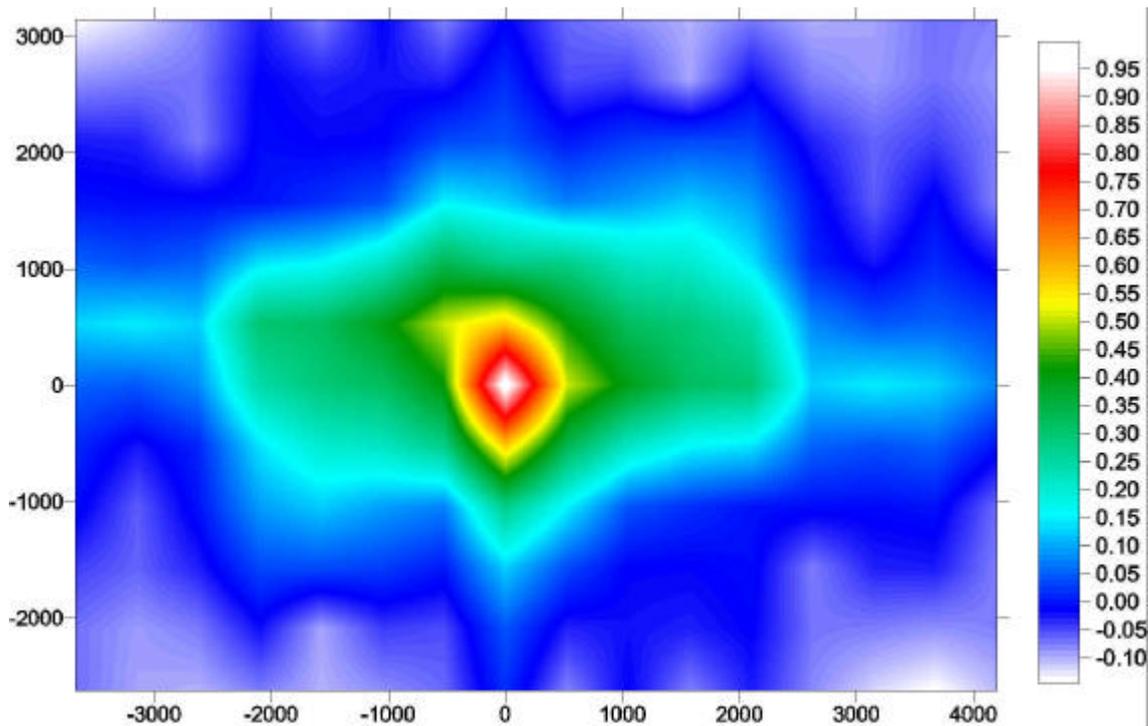


Figura 2.8.6 Variograma de la densidad de fracturación del mapa alpino a escala 1:10.000.

Medida cualitativa de la anisotropía: a partir de la observación de la alineación entre máximos y mínimos en los mapas interpolados. Sin embargo, y debido al tamaño de píxel del mapa discreto pueden aparecer errores de hasta 15°.

Mapa total 1:10.000: N015°E, N052°E, E-O, N124°E, por orden de importancia.

Mapa permotriásico: N009°E, E-O, N135°E, por orden de importancia.

Mapa alpino: N60°E y N103°E, ambas por igual.

Mientras que la etapa permotriásica genera una anisotropía N-S, la etapa alpina se decanta por E-O y NE-SO.

2.8.3 Relación de la densidad de fracturación con la anisotropía fractal y el tensor de esfuerzos

Desde los variogramas de los mapas representados en la figura 2.8.4, 2.8.5 y 2.8.6 es posible determinar de forma cuantitativa la anisotropía. El variograma muestra la variación de un valor con la orientación, es un gráfico con un valor cero (blanco) y un valor máximo de 1 (azul). Un mapa homogéneo dibuja un variograma circular donde el gradiente de la propiedad representa la variación con la distancia.

La interpretación de los variogramas se lleva a cabo sobre los semi-variogramas unidimensionales, tomando secciones en varias orientaciones.

Otra opción consiste en dibujar la isograda cuyo valor es un 0,05-0,025 del variograma y alinear los puntos de las elipses obtenidas (Paredes 2003, comunicación personal). La figura 2.8.7 muestra las isogras de 0,05 de los variogramas para el mapa total (Figura 2.8.7 superior), alpino (Figura 2.8.7 inferior derecha) y permotriásico (Figura 2.8.7 inferior izquierda).

Los resultados de la anisotropía de cada uno de los mapas de lineamientos representados se resumen en la tabla 2.8.I.

Comparando estos valores de anisotropía de la densidad de fracturación con la orientación de los tensores alpinos y permotriásicos (apartado 2.5.2 y Figura 2.5.6), parece claro que la anisotropía pérmica cercana a E-O se relaciona con el periodo extensional N-S, dando lugar a agrupamientos de fallas normales y direccionales.

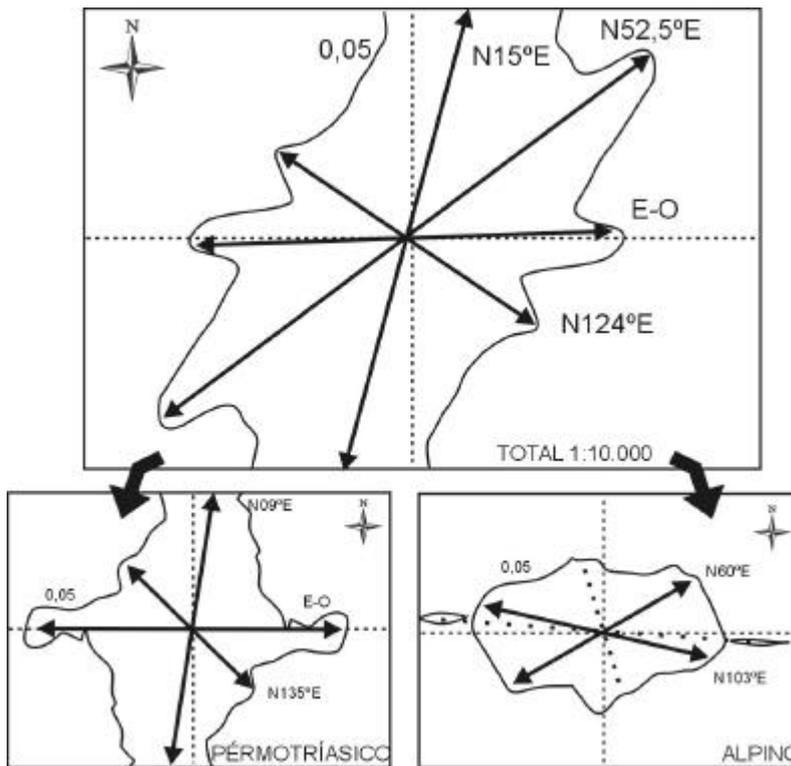


Figura 2.8.7 Superior: variograma para la isograda 0,05 del mapa total de lineamientos a escala 1:10.000. Inferior derecha: variograma para la isograda 0,05 del mapa alpino de lineamientos a escala 1:10.000. Inferior izquierda: variograma para la isograda 0,05 del mapa permotriásico de lineamientos a escala 1:10.000. Los resultados aparecen en la tabla 2.8.I.

Anisotropía mapa 1:10.000 - variograma			
TOTAL	N015°E, N52°E	E-O	N124°E
ALPINO	N009°E	E-O	N135°E
PERMOTRIÁS	N103°E	N060°E	

Tabla 2.8.I. Anisotropía de la densidad de fracturación del mapa de lineamientos a escala 1:10.000. Estos valores corresponden a la isograda 0,05, tal y como muestra la figura 2.8.7.



La anisotropía del episodio alpino aparece N060°E formada por la extensión NE-SO mientras que la N103°E se relaciona con la extensión NE-SO.

El mapa total muestra una persistencia en la orientación E-O. Esto es debido a un efecto geométrico de la disposición bidimensional de los lineamientos y que corresponde al lado largo del mapa. De echo, es probable que también tenga su implicación en los mapas alpinos y permotriásico, aunque en menor medida al filtrarse las orientaciones.

2.9 Elipsoide fractal de la distribución tridimensional de fracturas

Una vez analizada la dimensión fractal unidimensional en los mapas de lineamientos a escala 1:2.000, 1:10.000 y 1:500.000, así como la densidad de fracturación del mapa a escala 1:10.000, vamos a obtener la dimensión fractal de la fracturación unidimensional para una orientación vertical. De esta forma, se procede a reconstruir el elipsoide fractal, según la orientación de la dimensión fractal horizontal máxima (D_{Hmax}), la dimensión fractal horizontal mínima (D_{Hmin}) y la dimensión vertical (D_v). De esta forma, definimos el factor de forma fractal (F').

Partiendo de la definición del factor de forma R' del tensor de esfuerzos (tabla 2.5.I), se define el factor de forma fractal como:

$$F' = \frac{D_v \cdot D_{Hmin}}{D_{Hmax} \cdot D_{Hmin}} \quad (2-6)$$

Seguindo la definición de R' , es posible construir el siguiente cuadro

R'	EJES	F'	ejes	RÉGIMEN DE ESFUERZOS
$R' < -1$	$\lambda_y = \lambda_x > \lambda_z$	$F' < -1$	$D_v > D_{Hmax} = D_{Hmin}$	COMPRESIÓN RADIAL
$R' < 0$	$\lambda_y > \lambda_x > \lambda_z$	$F' > 1$	$D_v > D_{Hmax} > D_{Hmin}$	COMPRESIÓN TRIAXIAL
$R' = 0$	$\lambda_y > \lambda_x = \lambda_z$	$F' = 1$	$D_{Hmax} = D_v > D_{Hmin}$	COMPRESIÓN UNIAXIAL
$0 < R' < 1$	$\lambda_y > \lambda_z > \lambda_x$	$0 < F' < 1$	$D_{Hmax} > D_v > D_{Hmin}$	DESGARRE
$R' = 1$	$\lambda_z = \lambda_y > \lambda_x$	$F' = 0$	$D_{Hmax} > D_{Hmin} = D_v$	EXTENSIÓN UNIAXIAL
$R' > 1$	$\lambda_z > \lambda_y > \lambda_x$	$F' < 0$	$D_{Hmax} > D_{Hmin} > D_v$	EXTENSIÓN TRIAXIAL
$R' > +1$	$\lambda_z > \lambda_y = \lambda_x$	$F' > -1$	$D_{Hmax} = D_{Hmin} > D_v$	EXTENSIÓN RADIAL

Tabla 2.9.I Analogía entre el factor de forma R' del tensor de esfuerzos y el factor de forma F' de la dimensión fractal unidimensional de la distribución espacial de fracturas. La dimensión fractal se obtuvo a partir de un análisis de *box-counting* unidimensional.

Seguindo estos conceptos, calculamos la dimensión fractal en la vertical a partir de los sondeos realizados en le macizo granítico (Hidropap, 1999).



2.9.1 Análisis Fractal unidimensional de un sondeo vertical

Durante el desarrollo del proyecto HIDROBAP (Hidrobap, 1999), se llevaron a cabo una serie de sondeos verticales, denominados S11, S12 y S16 (Figura 2.9.1 y Figura 2.9.2). También se realizaron una serie de sondeos que no se utilizan ya que se hicieron inclinados.

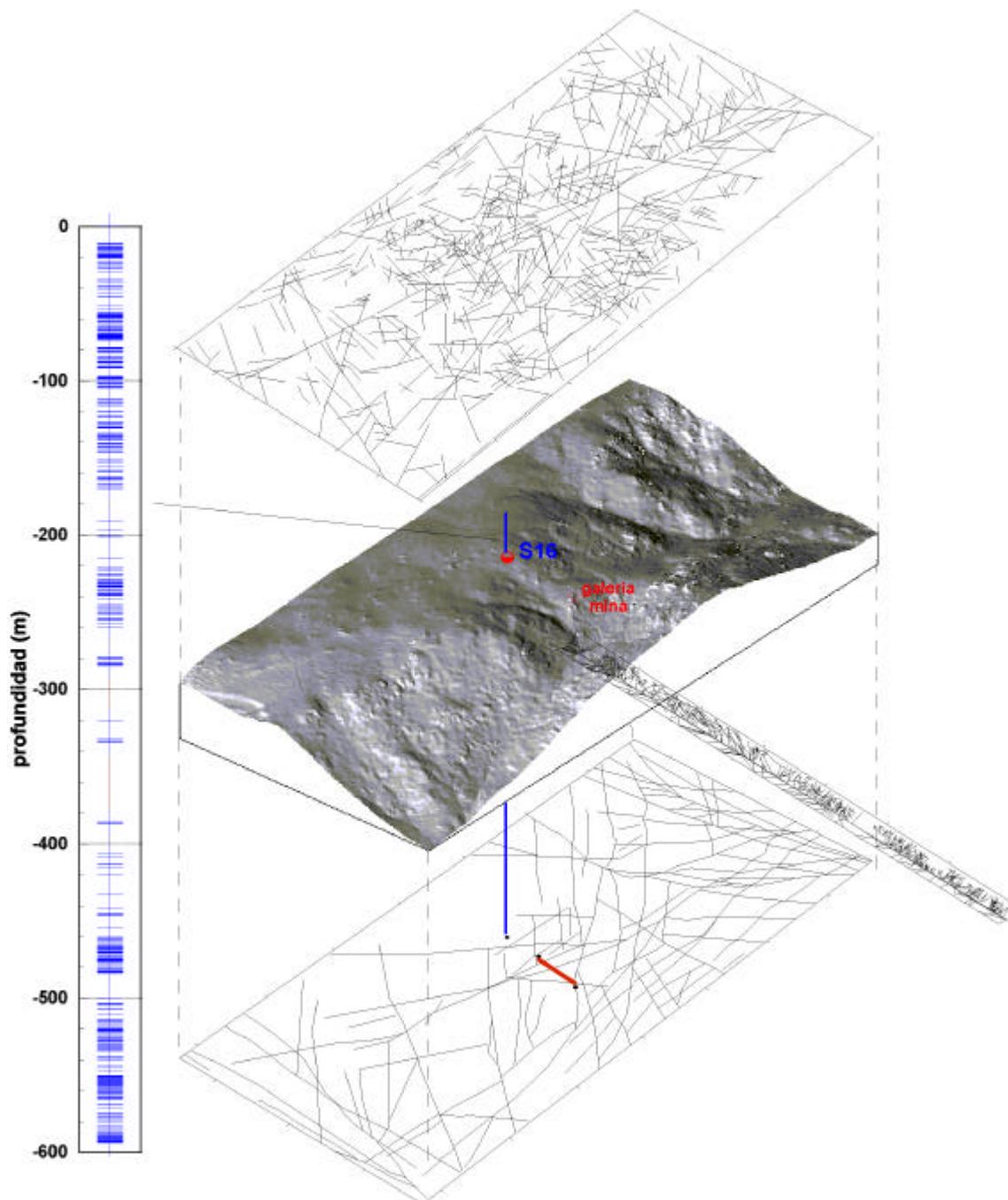


Figura 2.9.1 Sondeo vertical S16 localizado en el macizo de El Berrocal (Modificado de Hidrobap, 1999).

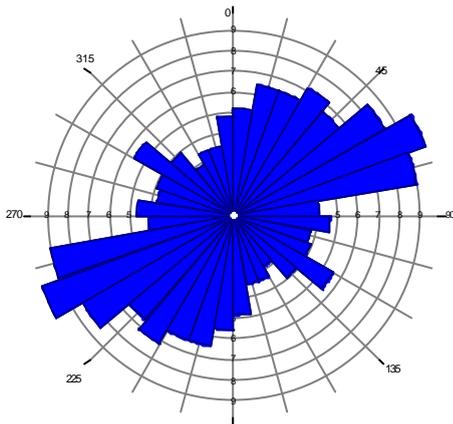


Figura 2.9.2 Rosa de orientaciones del sondeo 16, con una orientación preferente según NE-SO, coincidiendo con las orientaciones obtenidas en los mapas de lineamientos (Figura 2.5.7) y con los datos de campo.

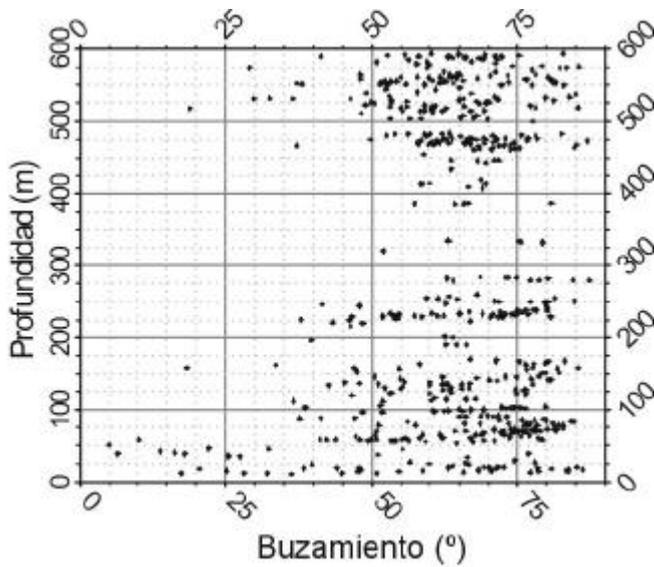


Figura 2.9.3 Distribución de los buzamientos de las fracturas interpretadas sobre el sondeo 16. Aparecen dos agrupamientos principales entre 0-250 metros y entre 450 y 600 metros.

El sondeo 16 se realizó sobre el batolito granítico, con una profundidad de 600 metros.

Se obtuvo la dimensión fractal unidimensional sobre el espaciado entre las fracturas para el conjunto total, y para el conjunto de fracturas filtradas según el criterio tectónico permotriásico y alpino (Tabla 2.9.II). La dimensión fractal se obtuvo a partir de un recubrimiento unidimensional según el código DFP, tal y como se describe en el capítulo 1.

SONDEO VERTICAL 16	
	D_v
Total	0,84
Alpino	0,80
Pérmico	0,79

Tabla 2.9.II Resultados de la dimensión fractal sobre las fracturas interpretadas en el sondeo vertical 16.

Siguiendo las consideraciones descritas sobre la dimensión fractal y los mapas dinámicos obtenidos a partir del análisis microtectónico del macizo granítico, la dimensión fractal de las fracturas que responden al conjunto alpino es mayor que la dimensión fractal de las fracturas del conjunto de fracturas permotriásicas (apartado 2.6).



Por otro lado, la dimensión fractal del conjunto total de fracturas interpretadas en el sondeo 16, con un buzamiento superior a 30°, es de 0,84. Comparando con las dimensiones fractales obtenidas para los diferentes mapas de lineamientos (tabla 2.4.II), observamos que se relaciona con la D_0 obtenida para el mapa 1:10.000 según la expresión:

$$D_0 (1:10.000) = D_v + 1 \quad (2-7)$$

Esto es muy interesante, puesto que expresa la siguiente ecuación (Turcotte, 1992, Turcotte, 1996, Pérez-López et al., 2001):

$$D_0 (2D) = D_0 (1D) + 1 \quad (2-8)$$

De esta forma, la ecuación (2-7) expresa la igualdad de la ecuación (2-8). Por este motivo, junto con el hecho de que se dispone de medidas de dimensión fractal a esas escalas, se reconstruyen las elipses fractales para la escala 1:2.000 y 1:10.000.

2.9.2 Reconstrucción del elipsoide fractal

La figura 2.9.4A muestra las elipses fractales para el mapa de lineamientos 1:2000, mientras que la figura 2.9.4B muestra las elipses para el mapa de lineamientos 1:10.000. Junto a las elipses se ha representado la orientación de los valores de θ_{Hmax} para el campo permotriásico y alpino y la orientación de los campos definidos. De esta manera, es posible analizar la relación entre el tensor de esfuerzos y la elipse fractal.

La tabla 2.9.III resume los principales resultados en la reconstrucción del elipsoide fractal para la escala 1:2.000 y 1:10.000.

El parámetro F' es que se define a partir de su comportamiento físico en relación al parámetro R' . El R' se expresa a partir de los modelos de ensayos uniaxiales, triaxiales, etc, variando al orientación de los ejes θ_x , θ_y y θ_z . Al definir F' , la relación geométrica aparece entre D_{Hmax} y θ_{Hmax} . Sobre un sistema ortogonal 3-D, el consenso es la igualdad $\theta_{Hmax} = \theta_y$, $\theta_{Hmin} = \theta_x$ y $\theta_z =$ esfuerzo en la vertical. Esta analogía parte del hecho de que sobre el 100% de los casos medidos siempre hay un eje sobre la vertical (De Vicente, 1988) y que éste coincide con uno de los valores principales del tensor de esfuerzos, θ_1 , θ_2 y θ_3 .

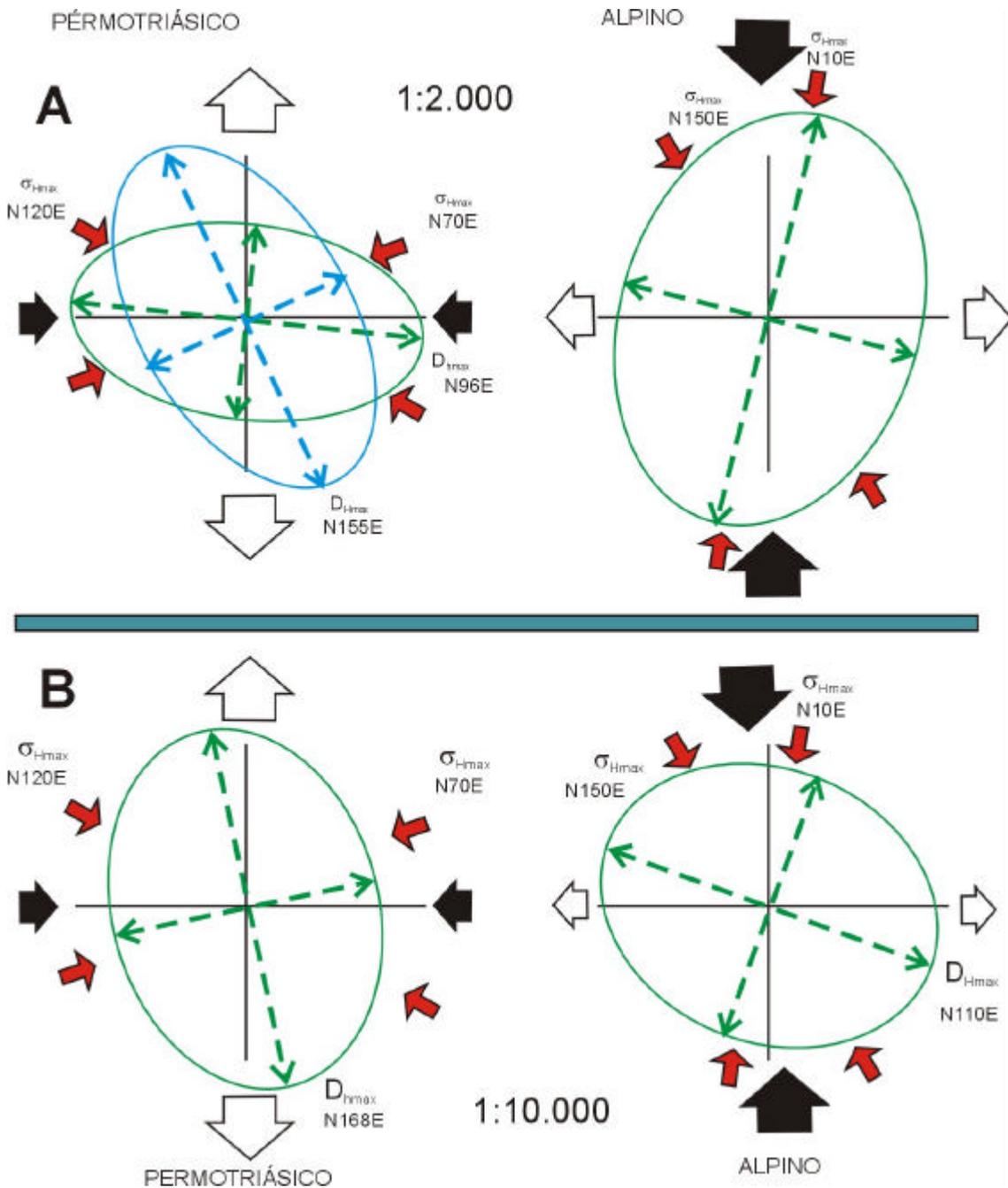


Figura 2.9.4 (A) Relación entre el tensor de esfuerzos y el elipse fractal obtenidos sobre el mapa de lineamientos 1:2.000, tanto para el campo permotriásico (izquierda), como alpino (derecha). (B) Relación entre el tensor de esfuerzos y el elipse fractal obtenidos sobre el mapa de lineamientos 1:10.000, tanto para el campo permotriásico (izquierda), como alpino (derecha). Las flechas rojas indican la orientación de σ_{Hmax} para los tensores definidos en cada evento tectónico. También se indica en cada caso, la orientación de D_{Hmax} , que corresponde a la máxima dimensión fractal en la horizontal. Las flechas blancas y negras indican el tensor regional de cada campo de esfuerzo, extensión N-S para el evento permotriásico y compresión N-S para el evento alpino. En líneas generales, D_{Hmax} aparece perpendicular a σ_{Hmax} , o a 45°. La interpretación de estas figuras aparece en el texto.



1:2.000						
evento	D_v	$D_{H_{max}}$	$D_{H_{min}}$	F'	similitud	Régimen
<i>alpino</i>	0,80	0,80	0,57	1	$D_v = D_{H_{max}} > D_{H_{min}}$	Extensión uniaxial
<i>permotriásI</i>	0,79	0,71	0,42	1,27	$D_v > D_{H_{max}} > D_{H_{min}}$	Extensión triaxial
<i>permotriásII</i>	0,79	0,67	0,37	1,4	$D_v > D_{H_{max}} > D_{H_{min}}$	Extensión triaxial
1:10.000						
evento	D_v	$D_{H_{max}}$	$D_{H_{min}}$	F'	similitud	Régimen
<i>alpino</i>	0,80	0,65	0,53	2,25	$D_v > D_{H_{max}} > D_{H_{min}}$	Extensión triaxial
<i>permotriásI</i>	0,79	0,69	0,50	1,5	$D_v > D_{H_{max}} > D_{H_{min}}$	Extensión triaxial
<i>permotriásII</i>	0,79	0,63	0,58	4,2	$D_v > D_{H_{max}} = D_{H_{min}}$	Extensión radial

Tabla 2.9.III Reconstrucción del elipsoide fractal de la distribución espacial de lineamientos y dimensión fractal de fracturas interpretadas en el sondeo 16.

¿Por qué definimos F' ? Nuestra intención es determinar un *índice de fractalidad* en relación con la orientación, y que pueda ser comparado, geoméricamente, con el tensor de esfuerzos. ¿Por qué?. Porque el estudio estadístico clásico de análisis poblacional de fallas, es *necesario* pero no *suficiente* para determinar el estado tensorial de una zona cualquiera y mas aún para determinar *qué familias de fallas* obedece cada grupo de tensores de esfuerzo. Esto es muy importante, porque los tensores se determinan desde un criterio "geométrico", por lo que los patrones de fracturación "deben" de mostrar este criterio.

Esta idea conduce a relacionar el factor de forma del estado tensorial con el índice de fractalidad del patrón de fracturación. Si se constata que $D_{H_{max}}$ es perpendicular a $\theta_{H_{max}}$, cuando aparezca, por ejemplo, $\theta_{H_{max}} = \theta_{H_{min}}$, *es seguro que* $D_{H_{max}}$ estará en la vertical.

Esta relación inversamente geométrica implica que los valores de F' y R' corresponden a los inversos, tanto en la compresión radial como en la extensión radial. Por ejemplo, si $R' = -\theta$, $F' = +\theta$ (Tabla 2.9.III).

Haciendo la analogía para todos los estados tectónicos definidos con el parámetro R' , es posible construir la Tabla 2.9.III, la cual muestra la relación entre el elipsoide de anisotropía fractal y el estado de esfuerzos de la zona.

También se podría haber definido el parámetro F' para $D_{H_{max}} = \theta_x$, $D_{H_{min}} = \theta_y$ y $D_v = \theta_v$. Sin embargo, esta relación de perpendicularidad solo afecta al plano XY, por lo que no queda tan clara la definición de F' frente al razonamiento anterior. En cualquier caso, los resultados serían igual de homogéneos, variando solo los valores finales. El concepto permanece inalterable.

2.10 Discusión de los resultados

La distribución espacial de fallas y lineamientos en El Berrocal, constituye una geometría fractal en 2 dimensiones cuya dimensión fractal depende de la escala de representación de dichas estructuras. Los valores de la dimensión fractal obtenidos para el mapa de lineamientos a escala 1:2.000 es de 1,66; para 1:10.000 se obtuvo 1,87; para 1:500.000 se obtuvo 1,78. El valor de esta dimensión fractal o dimensión de recubrimiento (D_0) para la escala regional (1:500.000) es similar a otros valores obtenidos por diversos autores bajo las mismas condiciones de análisis. En cualquier caso e independientemente de la escala de representación, los patrones de fracturación representados mediante los lineamientos foto-interpretados presentan un elevado grado de complejidad, con un valor de la dimensión fractal por encima de 1,5.

Los mapas de lineamientos filtrados mediante criterios dinámicos muestran un patrón de fracturación que responde a los tensores de esfuerzos obtenidos a partir del análisis poblacional de fallas sobre datos de campo de fallas con estría. Ambos patrones configuran un fractal bidimensional cuya dimensión fractal D_0 es de 1,75 y 1,79 para el patrón de fracturación permotriásico y alpino, respectivamente. El valor mayor de D_0 del patrón alpino se explica debido a que éste último campo además de neo-formar fallas, reactiva varias familias permotriásicas (NO-SE y NE-SO), aumentando el grado de irregularidad en su distribución espacial.

Por otro lado, la dimensión fractal D_0 de los mapas dinámicos filtrados por eventos tectónicos (1,75 y 1,79) es menor que la dimensión fractal del mapa de lineamientos sin filtrar a escala 1:10.000 (1,87). Esta circunstancia se contempla dentro del análisis fractal de subconjuntos de conjuntos fractales.

Además, la dimensión fractal D_0 del campo alpino es mayor que el valor de D_0 del campo permotriásico a pesar de que éste último presenta un número mayor de lineamientos (498) frente al campo alpino (340). Esto indica que la dimensión fractal no depende del número de lineamientos sobre la superficie, sino que depende del grado de irregularidad que presenta esa distribución espacial (Pérez-López, 1999).

Dimensión fractal del conjunto total de fracturas: análisis bidimensional

La distribución espacial de fracturas en el plano sigue una ley de potencia cuyo exponente constituye su dimensión fractal. Esta propiedad define la fracturación como



invariante al cambio de escala, aunque la dimensión fractal obtenida depende de la orientación de medida. La dimensión fractal de la distribución espacial de fracturas de los mapas totales en las escalas 1:2.000 y 1:10.000 calculada mediante la técnica de conteo binario 2-D (*box-counting*) es de 1,66 y 1,85, respectivamente.

A escala regional, 1:500.000, el valor de la dimensión fractal es de 1,78. Estas diferencias en las dimensiones fractales son bastante significativas. Si la dimensión fractal muestra el grado de irregularidad del patrón de fracturación en esas escalas, la máxima complejidad en la distribución de fracturas se produce a escala 1:10.000. En la escala 1:500.000 aparecen más fracturas, y con mismo rango de órdenes de magnitud relativas al tamaño de esas fracturas (mínimo de tres órdenes de magnitud), lo que puede inducir erróneamente a pensar que se distribuyen más irregularmente. Un valor menor de la dimensión fractal en esta escala podría explicarse mediante una distribución de la fracturación más homogénea, que provoca una pérdida de información espacial respecto al grado de complejidad de esa misma distribución en escalas mayores (1:10.000).

Tampoco hay que desechar la idea de un excesivo número de fracturas en la escala 1:500.000 que provoque esta homogeneización en la distribución de la densidad de fracturación. El valor más bajo de la dimensión fractal en la escala 1:2.000 indica que es el mapa más homogéneo de los representados. O bien refleja procesos más locales que no reflejan el grado de complejidad regional o bien no se ha caracterizado adecuadamente la totalidad de la fracturación y falta información espacial.

Dimensión fractal y campos de paleoesfuerzos

Los patrones de fracturación debidos a diferentes campos de paleoesfuerzos, también se distribuyen según una ley de potencia, y muestran una diferente dimensión fractal al aplicar la técnica bidimensional. Los valores obtenidos indican un mayor grado de complejidad en el campo alpino (1,79) frente al campo permotriásico (1,75). Este resultado es compatible con la idea de un campo de esfuerzos actuando en una zona donde anteriormente había actuado un campo previo, reactivando estructuras existentes y neo-formando otras, aumentando finalmente el grado de complejidad en su patrón de fracturación.

Dimensión fractal según la orientación del perfil de la fracturación: análisis unidimensional

Los análisis unidimensionales sobre los mapas 2-D de lineamientos a escala 1:2.000 y 1:10.000 indican la existencia de una anisotropía fractal que se muestra como una elipse orientada, cuyo eje mayor responde a la dimensión fractal máxima y el eje menor a la dimensión fractal mínima.

Filtrando por eventos tectónicos, aparecen elipses fractales relacionadas con la proyección del tensor de esfuerzos sobre un plano horizontal. Para el ejemplo analizado, sobre la escala 1:2.000, la orientación de $\theta_{H_{max}}$ aparece perpendicular a la $D_{H_{max}}$ en el pérmico y en el caso alpino, para la mitad de los tensores medidos, mientras que la otra mitad se encuentra a 45° .

Para la escala 1:10.000, también aparecen perpendiculares $\theta_{H_{max}}$ y $D_{H_{max}}$. Sin embargo, en este caso aparecen permutados los tensores respecto al caso anterior.

La figura 2.9.4 muestra como para la elipse fractal pérmica derivada del mapa 1:2.000, aparece $N70^\circ E$ perpendicular a $D_{H_{max}}$ $N155^\circ E$, y que se mantiene a escala 1:10.000. De esta forma, se mantiene la autosemejanza entre ambas escalas. Sin embargo, en la escala 1:2.000 aparece una anisotropía de $D_{H_{max}}$ en $N9^\circ 6E$, que es perpendicular al campo extensional N-S.

En el caso alpino 1:2.000, $N150^\circ E$ aparece a 45° de $D_{H_{max}}$. Sin embargo, en 1:10.000 la orientación de $\theta_{H_{max}}$ $N10^\circ E$ es perpendicular a $N110^\circ E$.

Estas variaciones en el comportamiento entre ambas medidas, parece responder a efectos locales, de tal forma que a escala 1:2.000 aparezcan efectos locales en la fracturación que perturbe la distribución espacial de fracturas. Sin embargo, a escala 1:10.000 si se mantiene esta relación, tanto para el mapa pérmico como alpino.

Hay que contar también con la génesis de los mapas de lineamientos, puesto que estos no constituyen auténticas fallas activadas por los tensores. Esto implica que aparecen estructuras que perturben, en cierta manera, la medida de la dimensión fractal unidimensional. Sin embargo, estadísticamente son representativas, tal y como se pone de manifiesto en los resultados obtenidos.

En cuanto al elipsoide fractal calculado (tabla 2.9.III), el factor de forma F' calculado es compatible con campos de esfuerzos extensionales, tal y como se ha determinado en campo a partir del análisis poblacional de fallas (figura 2.5.6).



En conclusión, existe una relación geométrica entre el tensor de esfuerzos en cuanto a la relación entre σ_{Hmax} y D_{Hmax} , perpendiculares entre sí, y el factor de forma de ambos elipsoides, que es el mismo (Figura 2.9.5).

En suma, partiendo de que el análisis poblacional de fallas es una condición necesaria, pero no suficiente, para determinar el estado tensional en un área con información de la estría sobre el plano de falla, el método propuesto de análisis de la anisotropía fractal permite completar el método anterior. Si la anisotropía fractal determinada mediante la fractalidad de los campos dinámicos interpretados a partir del análisis poblacional no se corresponde con los grupos de tensores definidos significa que las asignaciones de los mismos deben de ser revisadas.

Estos resultados se ajustan a los datos medidos en el macizo de El Berrocal, donde el comportamiento mecánico del granito es bastante homogéneo, debido a las características litológicas del mismo. Esto significa que este análisis es un estudio local e incipiente, que debe completarse con análisis similares en áreas tectónicas de tipo compresivos y en desgarre puro. Incluso yendo mas allá y estudiar los efectos de la litología en estos análisis estructurales.

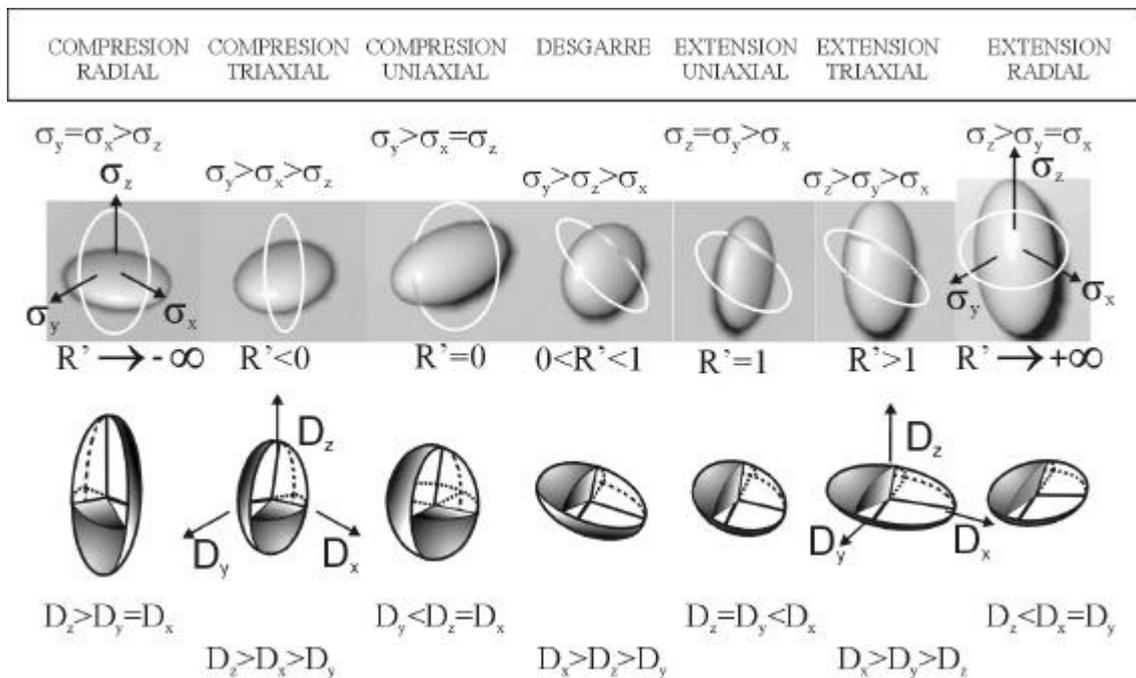


Figura 2.9.5 Representación ideal del tensor de esfuerzos (elipsoide superior) y el elipsoide de anisotropía fractal (elipse inferior). Entre ambos elipsoides se han señalado los valores del parámetro R' , mientras que en la parte superior están los valores de σ y en la inferior los ejes de la dimensión fractal.

La anisotropía fractal aparece a diferentes escalas, aunque solamente en el mapa de fracturas 1:10.000 se observa una relación entre el elipsoide de anisotropía fractal y el elipsoide de esfuerzos. Esto es debido a que en cada escala gráfica, se captura parte de la complejidad estructural que presenta la geometría de la fracturación, aunque en todos los casos aparece como un fractal.

En la escala 1:2000 aparecen geometrías fractales de la fracturación relacionadas con características locales permotriásicos mientras que para la deformación alpina, no aparece suficiente información estructural. De esta manera, las fracturas representadas muestran una pequeña ventana local del tensor regional, aunque las modas en orientación si son semejantes a las modas que aparecen en escalas mas regionales. Esto se refleja en las elipses fractales de simetría ortorrómbica que no se relacionan con el tensor determinado a través del análisis poblacional.

Escala 1:10.000: En esta escala aparece el macizo granítico como una entidad geológica propia con un comportamiento homogéneo frente al tensor regional, tanto el permotriásico como el alpino. En esta escala se observa la relación de perpendicularidad entre la dirección de D_{Hmax} y σ_{Hmax} , aunque ambos elipsoides presentan factores de forma análogos.

Escala 1:500.000: Escala que difumina la complejidad estructural de los tensores determinados por análisis de la estría sobre plano de falla ya que incorpora información sobre diferentes comportamientos mecánicos (materiales terciarios) y efectos locales de deformación. Debido a esto, no procede establecer ninguna relación geométrica entre ambos elipsoides

Corolario

Desde un punto de vista metodológico, la determinación de la escala mínima y máxima de comportamiento fractal debe de buscarse mediante criterios geológicos, en este caso en función del tamaño de la fractura menor y de la mayor área sin fracturar. En el *análisis bidimensional* es necesario desplazar y rotar la malla para comprobar el carácter autosemejante del conjunto. En el *análisis unidimensional*, debemos realizar perfiles orientados con un mínimo del 5% de masa del conjunto (número de fracturas frente al número total). Sumando todos los perfiles de fracturación obtenemos una dimensión fractal (*box-counting 1-D*) similar a la obtenida con la técnica bidimensional. De esta manera se homogeneiza cualquier anisotropía, indicando exclusivamente el grado de máxima irregularidad en el espaciado entre fracturas para esa orientación.

En consecuencia, la distribución espacial de la fracturación se comporta como un fractal autosemejante anisótropo, dependiendo esta anisotropía de cada estado de esfuerzos generador.



-REFERENCIAS del CAPÍTULO 2-

- Allegré, C.J., Le Mouel, J.L. y Provost, A. (1982) Scaling rules in rock fracture and possible implications for earthquake prediction. *Nature*, **297**: 47-49.
- Alvaro, M., Capote, R. y Vegas, R. (1979) Un modelo de Evolución geotectónica para la Cadena Celtibérica. *Acta Geológica Hispánica*: 174-177.
- Anderson, E.M. (1951) *The Dynamics of faulting*. 133 p.
- Andrews, D. J. (1980) A Stochastic Fault Model. 1. Static Case. *J. Geophys. Research*, **85** B7: 3867-3877.
- Andrews, D. J. (1981) A Stochastic Fault Model. 2. Time-Dependent Case. *J. Geophys. Research*, **86** B11: 10821-10834.
- Angelier, J. (1979) Determination of the mean principal direction of stresses for a given fault population. *Tectonophysics*, **56**(3-4):17-26.
- Angelier, J. y Metchler, P. (1977) Sur une méthode graphique de recherche des contraintes principales également utilisable en tectonique et en sismologie: méthode des dièdres droites. *Bull. Soc. Geol. France*, **19**: 1309-1318.
- Arthaud, F.; and Matte, P. (1977) Late Paleozoic strike-slip faulting in southern Europe and northern Africa: Result of a right-lateral shear zone between the Appalachians and the Urals. *Geological Society of America Bulletin*, **88**: 1305-1320.
- Avilés, C.A. y Scholz, C.H. (1987) Fractal Analysis Applied to Characteristic Segments of the San Andreas Fault. *J. Geophys. Research*, **92** B1: 331-344.
- Bott, M.P.H. (1959) The mechanism of oblique-slip faulting. *Geol. Mag.* **96**: 109 – 117.
- Carta Digital de España (1994): Servicio Geográfico del Ejército de Tierra. (para Windows)
- Campos, R., Martín Benavente, C., Pérez del Villar, L., Pardillo J., Fernández Díaz, M., Quejido, A., De la Cruz, B. y Rivas, P. (1996): Aspectos geológicos: Litología y estructura a escala local y de emplazamiento. *Geogaceta*, **20** (7): 1618-1621.
- Capote, R., De Vicente, G. y González Casado, J.M. (1990): Evolución de las deformaciones alpinas en el Sistema Central Español. *Geogaceta*, **7**: 20-22.
- Casquet, C., Fuster, J.M., González-Casado, J.M., Peinado, M. y Villaseca, C. (1988) Extensional tectonics and granite emplacement in the Spanish Central System. A discussion. En: E. Banda y V. Mendes editors. *Fifth EGT Workshop: The Iberian Peninsula*: 65-77.
- Castaing, C., Halawani, M.A., Gervais, F., Chilés, J.P., Genter, A., Bourguine, B., Ouillon, G., Brosse, J.M., Martin, P., Genna, A. y Janjou, D. (1996): Scaling relationship in intraplate fracture systems related to Red Sea rifting. *Tectonophysics*, **261**: 291-314.
- Cello, G. (1997): Fractal analysis of a Quaternary fault array in the central Apennines, Italy. *Jour. Struct. Geol.*, **19**: 945-953.
- Cowie, P.A. y Scholz, C.H. (1992): Displacement-length scaling relationship for faults: data synthesis and discussion. *J. Struct. Geol.*, **14**: 1149-1156.
- Chuvieco, E. (1996) *Fundamentos de Teledetección Espacial*. 3ª Edición. Ed. Rialp, 568 pp.
- De Vicente, G. (1988): *Análisis Poblacional de Fallas. El sector de enlace Sistema Central-Cordillera Ibérica*. Tesis Doctoral, Universidad Complutense Madrid, 317 p.
- De Vicente, G., González Casado, J.M., Bergamín, J.F., Tejero, R., Babín, R., Rivas, A. (1992) Structure of the Spanish Central System.: 284-288.
- De Vicente, G., González-Casado, J.M., Calvo, J.P., Muñoz-Martín, A., Giner, J. y Rodríguez-Pascua, M.A. (1994) Evolución y estructuras alpinas del centro peninsular. *Cuadernos del Laboratorio Xeológico de Laxe*, **19**: 175-190.
- De Vicente, G., Giner, J.L., Muñoz Martín, A., González Casado, J.M. y Lindo, R. (1996a): Determination of present-day stress tensor and neotectonic interval in the Spanish Central System and Madrid Basin, Central Spain. *Tectonophysics*, **266**: 405-424.

- De Vicente, G., Herraiz, M., Giner, J.L., Lindo, R., Cabañas, L. y Ramírez, M. (1996b) Características de los esfuerzos de intraplaca en la Península Ibérica. *Geogaceta*, **20**: 909-912.
- De Vicente, G., Muñoz-Martín, A. y Giner, J.L. (1997) Características de la fracturación alpina y campo de esfuerzos reciente del Sistema Central y Cuenca de Madrid. (España Central). *Hydrogeology of Hard Rocks*: 199-228.
- De Vicente, G., Muñoz Martín, A., Casquet, C., Pérez López, R. y Galindo, C. (1999): Fracture process characterization of an intraplate granite massif. (El Berrocal, Central Spain). *11th Meeting of the Association of European Geological Societies. European Palaeogeography and Geodynamics: a multidisciplinary approach*. Alicante.
- Dewey, J.F., Helman, M.L., Turco, E., Hutton, D.H.W. y Knott, S.D. (1989) Kinematics of the western Mediterranean. En: Alpine Tectonics, M.P. Coward, D. Dietrich and R. G. Park eds. *Geological Society Special Publications*, **45**: 265-283.
- Doblas, M. (1989) *Estudio de las deformaciones tardihercínicas de los granitoides de un sector del Sistema Central español (Zona central de Gredos y áreas adyacentes)*. Tesis doctoral de la Universidad Complutense de Madrid, 465 p.
- Doblas, M. (1990): *Estudio de las deformaciones tardihercínicas de los granitoides de un sector del SCE (zona central de Gredos y áreas adyacentes)*. Tesis Doctoral, Universidad Computense de Madrid: 465p.
- Etchecopar, A., Vasseur, G. y Daigneres, M. (1981) An inverse problem in microtectonics for the determination of stress tensor from fault striation analysis. *J. Struc. Geol.*, **3**: 51-65.
- Fuster, J.M. y Villaseca, C. (1987): *El complejo tardihercínico del Sistema Central Español*. En: *Geología de los granitoides y rocas asociados al macizo hespérico*. Lib. Hom. L. C. García de Figuerola.
- Fuentes, C., Muñoz-Martín, A., Vela, A., Elorza, F., De Vicente, G. y Mazadiego, L. (1996) Aplicación de las técnicas estructurales y geoquímicas para la caracterización de fracturas conductores en el batolito de La Cabrera (España Central). *Geogaceta*, **20**: 144-147.
- Galindo, C., Tornos, F., Darbyshire, D.P.F. y Casquet, C. (1994): Rb y K/Ar chronology of dykes from the Sierra de Guadarrama, Spanish Central System. *Geogaceta*, **16**: 23-26.
- González Casado, J.M., Caballero, J.M., Casquet, C., Galindo C. y Tornos, F. (1996) Palaeostress and geotectonic interpretation of the Alpine Cycle onset in the Sierra del Guadarrama (eastern Iberian Central system), based on evidence from episyenites. *Tectonophysics*, Vol. **262**, (1-4): 213-231.
- Gillespie, P.A., Howard, C.B., Walsh, J.J. y Watterson, J. (1993): Measurement and characterisation of spatial distributions of fractures. *Tectonophysics*, **226**: 113-141.
- Harris, C., Franssen, R. y Loosveld, R. (1991): Fractal analysis of fractures in rocks: the Cantor's Dust method-comment. *Tectonophysics*, **198**: 107-115.
- Hart, D. y Rudman, A.J. (1997) Least-squares fit of an ellipse to anisotropic polar data: application to azimuthal resistivity surveys in karst regions. *Comp. & Geo.* **23**(2): 189-194.
- HIDROBAP (1999): *Informe Final del Proyecto nº 0703305. Hidrobap. Hidrogeología en Medios de Baja Permeabilidad. Capítulo 2: Análisis Tectónico y Petrológico*. ENRESA-CSN (Consejo de Seguridad Nuclear): 85pp
- Jaffard, S. (1997): Multifractal formalism for functions. Part I: results valid for all functions. *SIAM J. Math. Anal.*, **28**: 944-970.
- Koukouvelas, I.K., Asimakopoulos, M. y Doutsos, T. (1999): Fractal characteristics of active normal faults: an example of the eastern Gulf of Corinth, Greece. *Tectonophysics*, **308**: 263-274.
- Mandelbrot, B.B. (1975): Stochastic models for the Earth's relief, the shape and the fractal dimension of the coast lines, and the number-area for islands. *Proceed. National Academy of Sciences USA* **72** (10): 3825-3828.
- Mandelbrot, B.B. (1982): *The Fractal Geometry of Nature*. W.H. Freeman, San Francisco.



- Mark, D. M., and Goodchild, M. F. (1986) On the ordering of two-dimensional space: Introduction and relation to tesseral principles. In: Diaz, B. M., and Bell, S. B. M., editors, *Spatial Data Processing Using Tesseral Methods* (collected papers from Tesseral Workshops 1 and 2), NERC Unit for Thematic Information Systems, Natural Environment Research Council, Swindon, Great Britain, 179-192.
- Marret, R. y Allmendinger, R.W. (1991): Estimates of strain due to brittle faulting: sampling of fault populations. *J. Struct. Geol.*, **13**: 47-50.
- Muñoz Martín, A. (1997) *Evolución geodinámica del borde oriental de la cuenca del Tajo desde el Oligoceno hasta la actualidad*. Tesis doctoral, Universidad Complutense de Madrid: 500 p.
- Paredes, C. (1995): *Aplicación de la Geometría Fractal en las Ciencias de la Tierra*. Tesis Doctoral, E. T. S. Ingenieros de Minas, Universidad Politécnica de Madrid, 286 p.
- Paredes, C., Pérez-López, R. and Vélez, I. (2002) Standard Entropy and Scale of Maximum Information of the Epicentral Spatial Distribution According to Shannon Information Theory. *Ecology Modelling and Scale Diversity*. En revisión
- Peacock, D.C.P., Anderson, M.W., Morris, A. y Randall, D.E. (1998): Evidence for the importance of “small” faults on block rotation. *Tectonophysics*, **299**: 1-13.
- Pérez López, R. (1999): *Análisis Fractal de la Distribución Espacial de Fracturas en El Berrocal (Sistema Central de España)*. Tesis de Licenciatura. Universidad Complutense de Madrid, 198 p.
- Pérez-López, R., Muñoz-Martín, A., Paredes, C., De Vicente, G. y Elorza (2001). Dimensión Fractal de la Distribución Espacial de Fracturas en el área granítica de El Berrocal (Sistema Central): Relación con el tensor de esfuerzos. *Revista de la Sociedad Geológica de España* **13** (3-4): 487-503.
- Pérez-López, R., Rodríguez-Pascua, M. A. y Prieto, O. (2003) Fractal Análisis of Conamara Chaos Area (Júpiter). *Geophys. Int. Abstracts*. Vol. **5** 06092. Proceedings of EGS - AGU - EUG Joint Assembly, Nice, France, April 2003.
- Reches, Z. (1992): Constrains on the strength of the Upper Crust from stress inversion of fault slip data. *Journal of Geophysical Research*, **97**: 12481-12493.
- Reches, Z. (1987) Determination of the tectonic stress from slip along faults that obey the Coulomb yield condition. *Tectonics*, **7**: 849-861.
- Rodríguez-Pascua, M. A., Pérez-López, R., Prieto, O., y Kargel, S. (2003a) *XXXIV Lunar and Planetary Science Conference*. Houston, EEUU, march (2pp)
- Rodríguez-Pascua, M. A., Pérez-López, R., Prieto, O. (2003b) *Geology* (en revisión)
- Scholz, C.H. y Cowie, P. (1990): Determination of total strain from faulting using slip measurements. *Nature*, **346**: 837-839.
- Spath, H. (1996) Least-squares fitting of ellipses and hyperboles. *Computing* **57**(2): 179-189.
- Stakhovskiy, I.R. (1996): Multifractal Analysis of Fault Structures in Basement Rocks. *Basement Tectonics*, **11**. (O. Oncken y C. Janssen eds). Kluwer Academic Publisher. 101-110.
- Turcotte, D.L. (1992): *Fractal and Chaos in Geology and Geophysics*. Cambridge University Press, 208 p.
- Turcotte, D.L. (1997): *Fractal and Chaos in Geology and Geophysics* (2nd Edition). Cambridge University Press, 397 p.
- Vegas, R. y Banda, E. (1982) Tectonic framework and Alpine evolution of the Iberian Peninsula. *Earth Evol. Sci.* **4**: 320-343.
- Vegas, R., Vázquez, J.T., Suriñacs, E. y Marcos González, A. (1990). Model of distributed deformation, block rotations and crustal thickening for the formation of the Spanish Central System. *Tectonophysics*, **184**: 367-378.
- Velde, B., Dubois, J., Touchard, G. y Badri, A. (1990): Fractal analysis of fractures in rocks: the Cantor's Dust. *Tectonophysics*, **179**: 345-352.
- Vélez, I. (2002) *La entropía de información y su aplicación del análisis sismotectónico de la Península Ibérica*. Proyecto de Fin de carrera. E.T.S.I.M. Universidad Politécnica de Madrid. 172 p.

- Walsh, J.J. y Watterson, J. (1993): Fractal analysis of fracture patterns using the standard box-counting technique: valid and invalid methodologies. *J. Struct. Geol.*, **15**: 1509-1512.
- Xu, Y. y Burton, P.W. (1999): Spatial Fractal Evolutions and Hierarchies for Microearthquakes in Central Greece. *Pure & Appl. Geophysics*, **154**: 73-99.
- Zoback, M. L., et al., 1992, World stress map - maximum horizontal stress orientations. *J. Geophys. Res.* **97**, one sheet color map, 1:40,000,000 scale at equator.
- Zoller, G., Engbert, R., Hainzl, S. and Kurths, J. (1997) *Characteristic Spatial Scales in Earthquake Data*, America Geophysical Union. e-publications: www.cs.odu.edu/dlibug/ups/rdf/xxx/chaodyn/9701025.rdf



3- DINÁMICA ESPACIAL DE LA SISMICIDAD



Mapa tectónico de la Tierra con las principales placas tectónicas y los terremotos asociados de magnitud igual o superior a 6.

La raza humana no es más que escoria química sobre un planeta de dimensiones discretas, el cual orbita alrededor de una estrella nada notable en el borde de una galaxia que no se distingue en absoluto de los cientos de millones de galaxias restantes. Y aun así, construimos nuestra realidad en torno a un solipsismo ególatra con el único fin de alimentar nuestra vanidad, la única consciente de nuestro propio fracaso. ¿Quién crea a quién?.

Stephen Hawking

Todas las cosas que nos hacen disfrutar en plenitud, pueden hacernos sufrir enormemente, no podemos pretender disfrutar sin estar dispuestos a sufrir proporcionalmente. Así es el amor y la pasión, así es la vida.

Juanjo San Sebastián
Cita con la cumbre, 2000

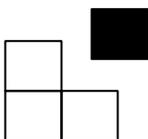


ÍNDICE CAPITULO 3

3- DINÁMICA ESPACIAL DE LA SISMICIDAD

RESUMEN	149
3.1- Leyes potenciales en sismología	151
3.1.1 <i>Conceptos básicos en sismología</i>	151
Medida del tamaño de un terremoto	152
Magnitud local, M_L	
Magnitud de ondas de volumen (m_b) y de	
ondas de superficie (M_S)	
Magnitud de momento (M_W)	
Relaciones empíricas entre magnitud	
y energía liberada	158
3.1.2 <i>Ley de Gutenberg y Richter (G-R)</i>	159
Estacionaridad del parámetro b	163
3.1.3 <i>Cálculo del parámetro b de la ley G-R</i>	167
La ley G-R como función de probabilidad	167
Método de máxima verosimilitud (MLM)	170
Método de mínimos cuadrados (MSM)	173
3.2- La sismicidad como una geometría fractal	177
3.2.1 <i>La ley empírica de Aki</i>	177
3.2.2 <i>La Tectónica de Placas como una geometría fractal</i>	182
3.3- Análisis fractal aplicado en paleosismología	
en la zona de Hellín (Albacete)	189
3.3.1 <i>Introducción</i>	189
3.3.2 <i>Marco Geológico y Geográfico: el Prebético Externo</i>	191
3.3.3 <i>Descripción de la serie paleosísmica</i>	192
Intervalo de recurrencia paleosísmica	
3.3.4 <i>Sismicidad histórica de la zona de estudio</i>	194
3.3.5 <i>Sismicidad instrumental de la zona</i>	194
3.3.6 <i>Relación entre los datos de la serie paleosísmica</i>	
<i>y la serie instrumental</i>	196
3.3.7 <i>Aplicación de la ley de Aki al conjunto de fallas</i>	
<i>potencialmente activas</i>	198
3.4- Teoría de la Información aplicada en	
sismología	201
3.4.1 <i>Base de Datos Digital del área Ibero-Magrebí</i>	
<i>(I.G.N.): Estudio de calidad</i>	201
Áreas de sombra de la Península Ibérica	216
3.4.2 <i>Sobre la Entropía aplicada en Sismicidad</i>	217
3.4.3 <i>Entropía de la Intensidad Epicentral</i>	220

3.4.4 Entropía de la Densidad Energética de Terremotos	220
3.4.5 Escala de máxima información: aplicación a la sismicidad Ibero-Magrebí.	221
3.4.6 Mapas Discretos de Intensidad Epicentral de la Península Ibérica.	221
3.4.7 Mapas Discretos de Densidad Energética de la Península Ibérica.	222
3.5- Discusión de los resultados	228
<i>Sobre la sismicidad como una geometría fractal</i>	
<i>Sobre la Ley de Aki aplicada en paleosismicidad</i>	
<i>Sobre la entropía de configuración aplicada en sismología</i>	
<i>Sobre los patrones tectónicos del área Ibero-Magrebí</i>	
REFERENCIAS AL CAPÍTULO 3	231



3- DINÁMICA ESPACIAL DE LA SISMICIDAD

RESUMEN

Una vez visto en el capítulo anterior como las fallas representan una geometría fractal, en este capítulo se presenta la dinámica de la sismicidad también como un fractal. Esta propiedad nace de la interpretación de la Ley de Gutenberg y Richter en la distribución de tamaños de los terremotos y de la autosemejanza que exhibe la fracturación en su distribución espacial.

La ley de Ishimoto e Ida o Gutenberg y Richter se estableció en 1939 y 1944 respectivamente, siendo más popular el segundo apelativo. Esta ley muestra como la distribución en frecuencia de los terremotos para un tamaño dado, sigue una ley exponencial. El exponente de esta ley, el denominado parámetro "b", está relacionado directamente con la dimensión fractal (D_0) de la distribución espacial de fallas sismogénicas (Ley de Aki) y expresa la geometría fractal de la liberación de energía que se produce al romper un plano de falla.

Este capítulo comienza con unos conceptos básicos en sismología puesto que su objetivo no es desarrollar metodología en la determinación del tamaño de los terremotos ni en la localización epicentral, centrándose en el estudio de las leyes potenciales de la distribución de terremotos.

Con el fin de intentar completar la dinámica de la sismicidad a escala temporal, también se ha realizado un análisis fractal de una serie paleosísmica en la localidad de Hellín (Albacete). Concretamente se ha comprobado la Ley de Aki sobre la distribución en frecuencias de la potencia de niveles de mezcla, los cuales fueron calibrados con una magnitud local a partir de la definición de la fluidificación.

Posteriormente, se aplica la Teoría de la Información en la distribución espacial de terremotos para determinar un patrón de liberación de energía instantánea en la Península Ibérica, según el modelo dinámico fractal. Este patrón

refleja la ocurrencia sísmica ponderada por la energía liberada en los últimos 100 años y permite reconocer la escala de máxima información para la discretización de los tamaños de los terremotos. Según este modelo, es posible delinear provincias sísmicas instrumentales en la Península Ibérica a partir de la variación de este patrón.

Los análisis realizados en este capítulo muestran una dinámica fractal de la sismicidad, similar a la geometría fractal de la fracturación, incluso dentro de un intervalo temporal neotectónico (mioceno-actualidad), entendiendo el periodo neotectónico como el intervalo de tiempo desde que se estableció el campo de esfuerzos activo.



3.1- Leyes potenciales en sismología

El interés principal de este apartado es la definición conceptual de todos los parámetros que ayudan a etiquetar el tamaño de un terremoto y debido a esto, se explican de forma somera. Sin embargo, estos conceptos son suficientes para entender que se conoce como ley potencial en sismología y como se define la Ley de Gutenberg y Richter (1944) o Ishimoto e Ida (1939).

3.1.1 Conceptos básicos en sismología.

Los terremotos constituyen un fenómeno físico de disipación de energía resultante de la dislocación entre dos planos de falla, desde un punto de vista físico (Figura 3.1.1). Espacialmente, se representan como una fuente puntual explosiva de amplitud unitaria. Con esta definición es posible representar los terremotos como una fuente impulsiva según una onda compresiva esférica (u) que se propaga a una velocidad C , tal y como representa la ecuación (3-1) de la amplitud de la onda en el sismograma (extraído de Montagner, 1995):

$$u(r, t_r) = \delta(t_i - t_r) / 4\rho C^2 r \quad (3-1)$$

Donde δ es una función tipo delta de Dirac, t_i es el tiempo de comienzo del terremoto, t_r el tiempo de llegada a una distancia r , C la velocidad de propagación y ρ la densidad del medio de propagación.

Las condiciones iniciales para asumir los sismos a un efecto puntual son: el terremoto se propaga en un medio elástico, homogéneo e isótropo, además de infinito.

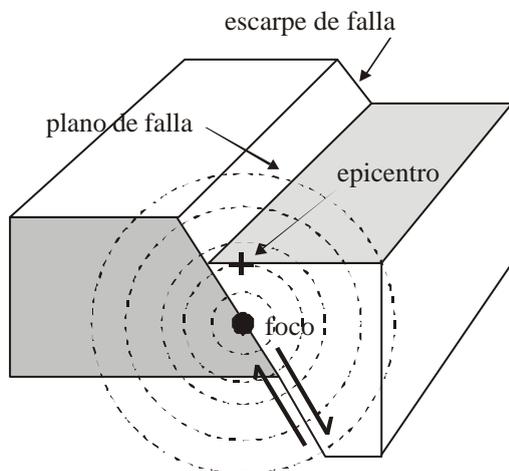


Figura 3.1.1 Representación esquemática de un terremoto asociado a una falla de tipo normal.

Medida del tamaño de un terremoto

La **magnitud** representa el tamaño de un terremoto y es proporcional a la energía liberada durante la dislocación entre los planos de falla. La magnitud fue la primera medida cuantitativa y su uso está extendido ampliamente en la actualidad, aunque presenta ciertos inconvenientes. Además, es muy difícil de relacionar teóricamente con los parámetros propios de la fuente: energía de la deformación, salto de falla, caída de esfuerzos, etc. (Kanamori y Anderson, 1975). Debido a esto, la energía liberada por un terremoto se mide siguiendo dos procedimientos, en general: *métodos indirectos* y *métodos directos*.

Métodos indirectos: estimación de la magnitud

La respuesta de la tierra ante un terremoto se registra en el sismograma, a partir de un sismógrafo que registra la llegada de las ondas de volumen P, S, SH, etc. (Figura 3.1.2).

La técnica clásica de medir la magnitud es a través de la medida de la amplitud de una onda sísmica específica (P, S, superficial), medida en una frecuencia particular y corregida la distancia entre el terremoto y la localidad donde está situado el sismómetro. La magnitud en sí se definió en los años 30 a partir de los trabajos simultáneos de Wadati (Wadati, 1928) y de Richter (Richter, 1958).

La primera llegada corresponde a la onda P u onda longitudinal, la cual presenta un periodo cercano a 1 segundo. Después se registran las ondas transversales S, y finalmente las ondas superficiales, *Rayleigh* y *Love*, de periodo mayor (entre 18 y 32 segundos).

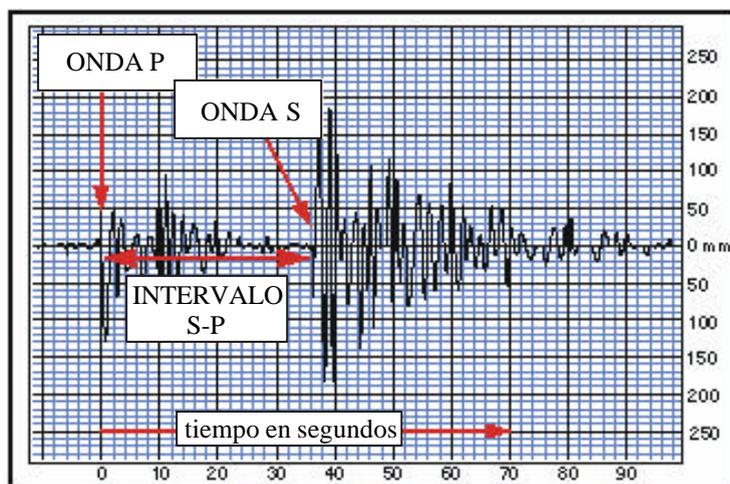


Figura 3.1.2 Sismograma sintético representado en tiempo en ordenadas (seg.) y amplitud en abcisas (mm). La primera llegada corresponde a las ondas P y después las ondas de tipo S.



Magnitud Local, M_L

Ya en la primera publicación sobre una escala de magnitudes de los terremotos (Richter, 1935) se indica cómo el número de terremotos cae rápidamente según aumenta el tamaño de la misma. Richter (1958) define la magnitud local (M_L) de un terremoto como el logaritmo de la amplitud (A) de la señal registrada en micras (10^{-6} metros) por un sismómetro estándar (tipo *Wood-Anderson*), con un periodo propio de 2.8 segundos, una amplificación de la señal con un factor de 2800 y 0.8 de atenuación a una distancia epicentral (?) de 100 kilómetros.

$$M_L = \log A + 2.48 + 2.76 \log r \quad (3-2)$$

La magnitud M_L así definida se basa en dos hipótesis muy particulares. La primera que la amplitud define el tamaño de un terremoto y que la corrección del sismómetro es estadísticamente satisfactoria. Sin embargo, esta definición no incluye de forma implícita, la influencia de la profundidad del sismo

Magnitud de ondas de volumen (m_b) y de ondas de superficie (M_S)

En distancias de registro superiores a 1000 kilómetros no se puede determinar la magnitud M_L debido a la atenuación de la señal y a la sensibilidad de los aparatos. Para determinar la magnitud (m_b) a partir del sismograma, se mide el tiempo de llegada de las ondas de volumen S, P o la diferencia entre ambas, lo que indica la distancia entre la estación sismológica y el epicentro. Por otra parte, se mide la amplitud en milímetros de cualquiera de ellas y mediante el uso de un nomograma (Figura 3.1.3) se obtiene la magnitud m_b o magnitud de la onda de cuerpo (*body wave magnitude*). La magnitud m_b es, por tanto, una medida logarítmica de la amplitud (A) cuyo rango de valores está comprendido entre 0 y 10 (Richter 1958):

$$m_b = \log(A/T) + Q(h; r) \quad (3-3)$$

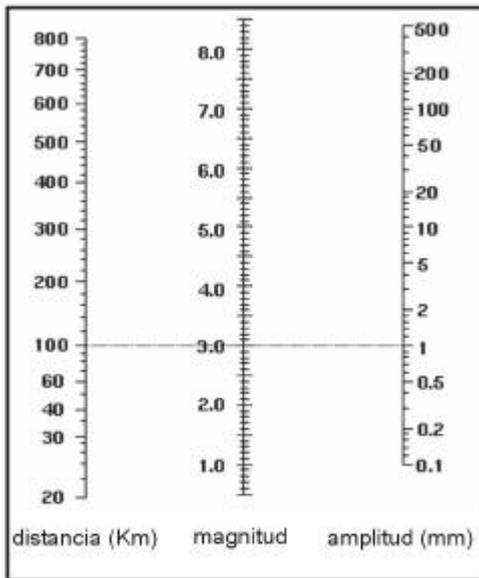


Figura 3.1.3. Nomograma para determinar la magnitud Richter, m_b , de un terremoto a partir de la distancia epicentral en Km y la amplitud de la onda medida en milímetros.

Donde T es el periodo característico de la onda de volumen y $Q(h; \Delta)$ es una función empírica que depende de la profundidad (h) y de la distancia al epicentro (Δ). Debido a que se produce una saturación en la señal registrada cuando las ondas utilizadas son las S o las P , el límite de registro de la magnitud es $m_b \leq 5.5$. De forma esquemática, la localización del epicentro se obtiene mediante triangulación de tres estaciones sismológicas convenientemente situadas (Figura 3.1.4).

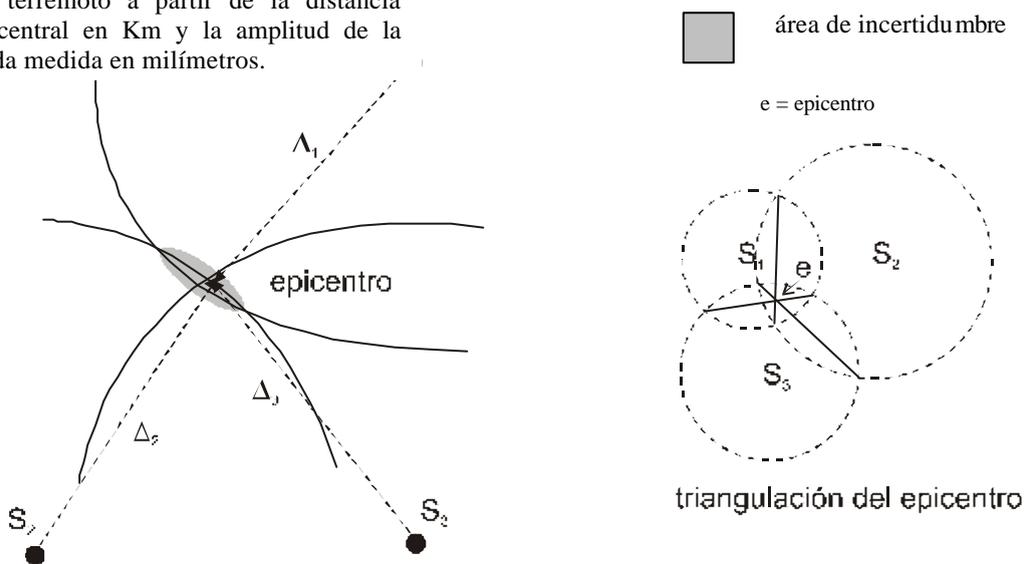


Figura 3.1.4 Cálculo teórico del epicentro a partir de la distancia al foco en tres estaciones sismológicas. El punto exacto se obtiene mediante triangulación de las secantes.

Cuando se produce el terremoto a larga distancia de la estación sismológica, dominan los sismogramas de ondas superficiales de largo periodo, cercano a 20 segundos, si el terremoto es grande y relativamente superficial. Debe entonces aplicarse la magnitud definida mediante las ondas superficiales (M_s) tiene un intervalo de confianza $5 \leq M_s \leq 8$, debido a que no se registran todas las longitudes de onda. Su expresión viene dada a partir de:



$$M_s \approx \max\{\log(A/T)\} \approx 1.66 \log \dots \approx 3.3 \quad (3-4)$$

Métodos directos: estimación del momento sísmico

La estimación de la magnitud tal y como se ha resumido en el apartado anterior presenta varios inconvenientes, siendo uno de ellos el de relacionar éste parámetro (la magnitud) con parámetros propios de la fuente sísmica, tal y como la energía liberada, el salto de la falla, etc.

Además, el cálculo de la magnitud implica el análisis de una parte del sismograma, mientras que la energía liberada implica una integración sobre la totalidad del espectro.

Para entender mejor cómo obtener la energía liberada a partir de parámetros propios de la fuente describamos los terremotos según el modelo de doble pareja y la dislocación elástica (Steketee, 1958, Burridge y Knopoff, 1964, Maruyama, 1963, Haskell, 1964, Aki, 1966). Sea una falla con un desplazamiento dextral (Figura 3.1.5 izquierda). Las partículas de la zona hacia donde se desplaza el bloque sufren compresión, mientras que la zona desde donde se desplaza sufre dilatación. Este esquema muestra una simetría al representarse por otro momento de par de fuerzas de sentido contrario, sinestroso (Figura 3.1.5 derecha).

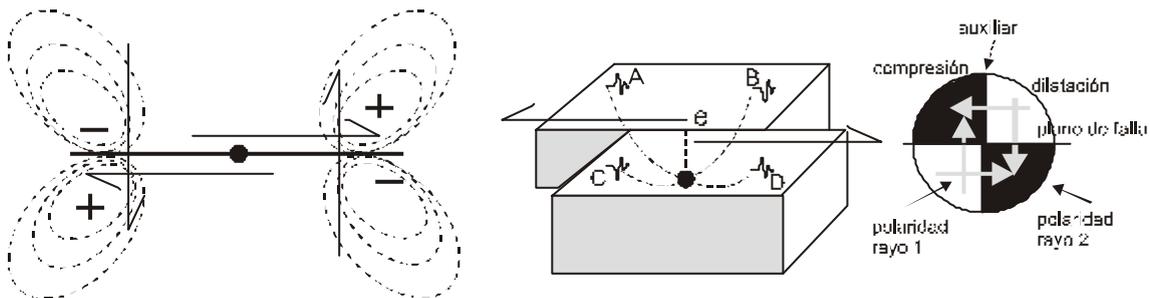


Figura 3.1.5 (*izquierda*): Modelo de doble pareja aplicado en la génesis de un terremoto asociado a un desplazamiento dextro de una falla en cizalla. (*derecha*): Mecanismo focal de una falla en desgarre que representa las zonas en compresión y extensión, registradas por la diferente polaridad de las ondas P.

Desde este esquema, una falla que produce terremotos se modela matemáticamente mediante dislocación de una falla de cizalla sobre una superficie en un medio elástico. Esta dislocación es equivalente a la distribución de una doble pareja de fuerzas sobre esta superficie cuyo momento total es:

$$M_0 = \mu S D \quad (3-5)$$

Donde μ es el coeficiente de rigidez del medio, S el área de la superficie de rotura y D la dislocación o salto medio a lo largo del plano de falla. Esta cantidad se denomina **momento sísmico** es función del tiempo y las dimensiones más comunes son dinas por centímetro (din·cm) ó newton por metro (N·m) en el sistema internacional.

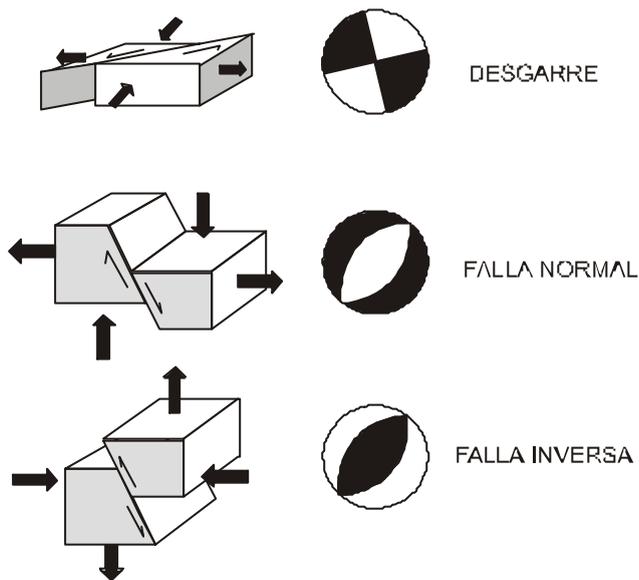


Figura 3.1.6 Diferentes mecanismos del foco asociados a las geometrías de una falla.

Este modelo explica la simetría de la rotura mediante el mecanismo del foco del terremoto, que constituye una representación en estereográfica de las zonas en compresión y extensión que provoca la dislocación (Figura 3.1.5). Además, cada geometría de falla presentará un mecanismo focal característico (Figura 3.1.6).

La dimensión física de una fuente sísmica puede definirse mediante el tamaño del plano de falla o por el área donde se localizan las réplicas (Kanamori y Anderson, 1975).

Magnitud de momento (M_w)

Siguiendo la tendencia continuista de representar cuantitativamente los terremotos mediante la magnitud, Kanamori (1977) propone la siguiente relación:

$$M_w = \frac{2}{3} \log M_0 - 10.73 \quad (3-6)$$

Siendo M_w la magnitud de momento con M_0 en din/cm. Esta magnitud presenta el mismo intervalo de registro que las anteriores.



FECHA	REGION	LATITUD (°N)	LONGITUD (°E)	M _s	M _w
25/06/1904	Kamchatka	52	159	8.0	
04/04/1905	E. Kashmir	33	76	8.1	
09/07/1905	Mongolia	49	99	8.4	8.4
23/07/1905	Mongolia	49	98	8.4	8.4
31/01/1906	Ecuador	1	-81.5	8.7	8.8
18/04/1906	California	38	-123	8.3	7.9
17/08/1906	Islas Aleutianas	51	179	8.2	
17/08/1906	Chile	-33	-72	8.4	8.2
14/09/1906	Nueva Bretaña	-7	149	8.1	
15/04/1907	México	17	-100	8.0	
03/01/1911	Turkestán	43.5	77.5	8.4	
23/05/1912	Burma	21	97	8.0	
26/05/1914	W-Nueva Guinea	2	137	8.0	
01/05/1915	Islas Kuriles	47	155	8.0	
25/06/1917	Isla de Samoa	-15.5	-173	8.4	
15/08/1918	Isla de Mindanao	5.5	123	8.0	
07/09/1918	Islas Kuriles	45.5	151.5	8.2	
30/04/1919	Isla de Tonga	-19	-172.5	8.2	
05/06/1920	Taiwan	23.5	122	8.0	
16/12/1920	Kansu, China	36	105	8.6	
11/11/1922	Chile	-28.5	-70	8.3	8.0
03/02/1923	Kamchatka	54	161	8.3	8.5
01/09/1923	Kanto	35.25	139.5	8.2	7.9
14/04/1924	Mindanao	6.5	126.5	8.3	
01/12/1928	Chile	-35	-72	8.0	
14/05/1932	Molucas	0.5	126	8.0	
03/06/1932	México	19.5	-104.25	8.2	
02/03/1933	Sanriku	39.25	144.5	8.5	8.4
15/01/1934	Nepal/India	26.5	86.5	8.3	
18/07/1934	Isla Santa Cruz	-11.75	166.5	8.1	
01/02/1938	Mar de Banda	-5.25	130.5	8.2	8.5
10/11/1938	Alaska	55.5	-158.5	8.3	8.2
30/04/1939	Islas Salomón	-10.05	158.5	8.0	
25/11/1941	Atlántico Norte	37.5	-18.5	8.2	
24/08/1942	Perú	-15	-76	8.2	
07/12/1944	Tonanki	33.75	136	8.0	8.1
27/11/1945	O Pakistán	24.5	63	8.0	
04/08/1946	Rep. Dominicana	19.25	-69	8.0	
20/12/1946	Nankaido	32.5	134.5	8.2	8.1
22/08/1949	I. Rey Carlos	53.75	-133.25	8.1	8.1
15/08/1950	Assam	28.5	96.5	8.6	8.6
18/11/1951	Tíbet	30.5	91	8.0	7.5
04/03/1952	Tokachi-Oki	42.5	143	8.3	8.1
04/11/1952	Kamchatka	52.75	159.5	8.2	9.0
09/03/1957	Islas Aleutianas	51.3	-175.8	8.1	9.1
04/12/1957	Mongolia	45.2	99.2	8.0	8.1
06/11/1958	Islas Kuriles	44.4	148.6	8.1	8.3
22/05/1960	Chile	-38.2	-72.6	8.5	9.5
13/10/1963	Islas Kuriles	44.9	149.6	8.1	8.5

FECHA	REGION	LATITUD (°N)	LONGITUD (°E)	M _s	M _w
28/03/1964	Alaska	61.1	-147.5	8.4	9.2
04/02/1965	Islas Aleutianas	51.3	178.6	8.2	8.7
16/05/1968	Tokachi-Oki	40.9	143.4	8.1	8.2
19/08/1977	Sumbawa	-11.2	118.4	8.1	8.3
19/09/1985	México	18.2	-102.6	8.1	8.0
23/05/1989	Isla Macquarie	-52.3	160.6	8.2	8.2
08/08/1993	S. Islas Marianas	12.98	144.8	8.0	7.8
09/06/1994	N. Bolivia	-13.84	-67.55		8.2
04/10/1994	Islas Kuriles	43.77	147.32	8.1	8.3
07/04/1995	Tonga	-15.19	-173.53	8.0	7.4

Tabla 3.1.I Terremotos de magnitud M_s mayor o igual que 7.4 del siglo XX y su magnitud de momento M_w asociada. Extraído de Montagner (1995).

La Tabla 3.1.I muestra los terremotos más importante durante el siglo XX, destacando el terremoto de Chile de 1960 como el mayor registrado, de magnitud de momento Mw = 9.5.

Relaciones empíricas entre la magnitud y la energía liberada

De forma empírica, la relación entre la magnitud de ondas de superficie y la energía liberada (E_s), que coincide con el momento sísmico M₀, para la mayoría de los terremotos es:

$$M_0 \approx E_s \approx 10^{1.5M_s} \quad (3-7)$$

Además, la relación entre la energía liberada y la longitud de rotura (L) es (Aki, 1967a, Brune, 1970, Kanamori y Anderson, 1975):

$$E_s \approx L^3 \quad (3-8)$$

Y finalmente, la relación entre la superficie de rotura y la magnitud de superficie M_s (Utsu y Seki, 1954, Båth y Duda, 1964, Kanamori y Anderson, 1975) es:

$$\log S \approx 1.21M_s \approx 5.05 \quad (3-9)$$



3.1.2 Ley de Gutenberg y Richter (G-R)

Mediante análisis estadísticos sobre la distribución de la frecuencia acumulada del tamaño de los terremotos y de forma independiente, Ishimoto e Ida (1939) y Gutenberg y Richter (1944) establecieron esta ley empírica entre la magnitud de un terremoto y su frecuencia:

$$\log N(m) = a - b m \quad (3-10)$$

Donde $N(m)$ es el número de terremotos de magnitud superior a m .

Este comportamiento en forma de ley exponencial también aparece en la liberación de energía debida a la microfracturación, generada a partir de ensayos de compresión en laboratorio (Mogi, 1962, Scholz, 1968).

Atendiendo a la relación logarítmica entre la magnitud y la energía liberada por el terremoto, la ley de Gutenberg y Richter muestra cómo la liberación de energía sigue una ley potencial ó hiperbólica ó *power-law*.

El valor de la constante "a" de la ecuación (3.10) depende del número de terremotos de la muestra por lo que tiene escasa relevancia experimental. Sin embargo, el valor del parámetro b o exponente de la ley potencial presenta diversos valores: 1.1 para la sismicidad mundial, oscilando dentro del intervalo 0.5-1.5 (Aki, 1981) aunque otros autores lo restringen algo más: 0.7-1.3 (King, 1983). Las explicaciones sobre el significado de la ley de Gutenberg y Richter relacionan el parámetro b con la distribución heterogénea de esfuerzos, atribuyendo esta relación empírica a la distribución de esfuerzos. También se ha sugerido que el valor del parámetro b representa un índice de complejidad estructural, directamente relacionado con la geometría de la fracturación y la dimensión fractal de la distribución epicentral (Muñoz-Martín et al., 2000).

En el apartado siguiente, (3.2), se presenta la ley de Gutenberg y Richter cómo un conjunto fractal en relación con redes de fallas.

Sea la distribución global de la sismicidad (fig. 3.1.7), la figura 3.1.8 muestra la ley de Gutenberg y Richter para la sismicidad mundial obtenida de la base de datos del catálogo CMT de la universidad de *Harvard* (Dziewonski et al, 1981) entre los años 1962 y el año 2000, mediante la representación del acumulado de la magnitud de Richter, m_b (<http://www.seismology.harvard.edu/CMTsearch.html>).

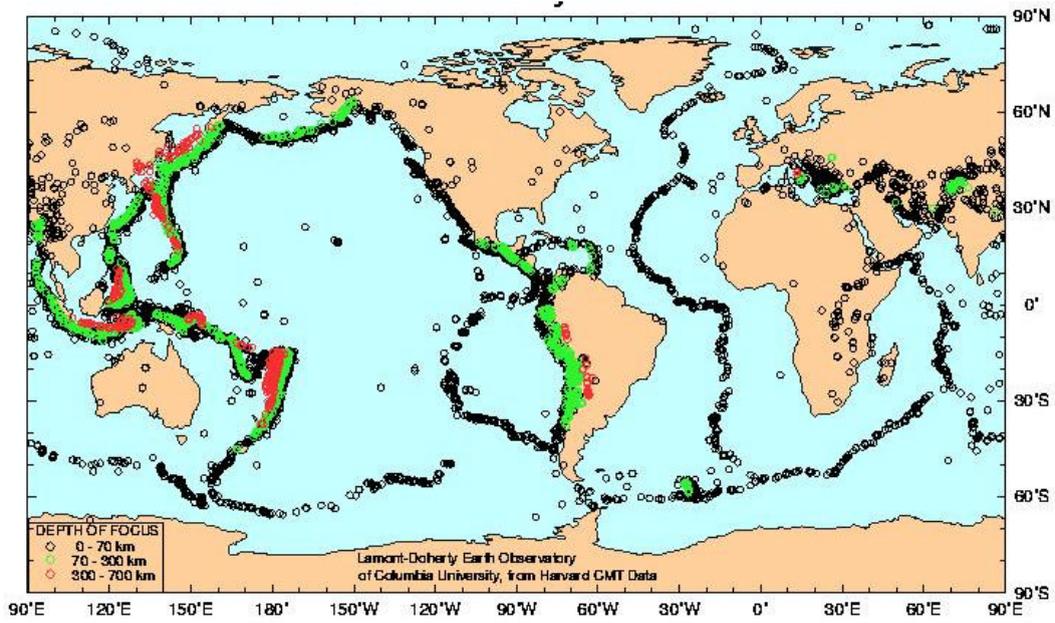


Figura 3.1.7. Distribución espacial de la sismicidad mundial para terremotos de magnitud $M_w > 5$, entre 1976-1992, representado en la web por el Observatorio de la Tierra *Lamont-Doherty* de la Universidad de Columbia

En total se utilizaron 18.267 terremotos con magnitudes (m_b) superiores a 4.5. El valor del parámetro b es de 1.1, dentro del intervalo de confianza y similar al obtenido por otros autores en trabajos previos (Aki, 1981) y se obtuvo aplicando el método de máxima verosimilitud (Aki, 1967), método que se analiza en detalle en la sección siguiente (3.1.3).

Resulta particularmente interesante citar que en 19 años de nuevo registro se mantenga el valor mundial del parámetro b , aunque resultaría arriesgado sacar conclusiones precipitadas a estos resultados previos.

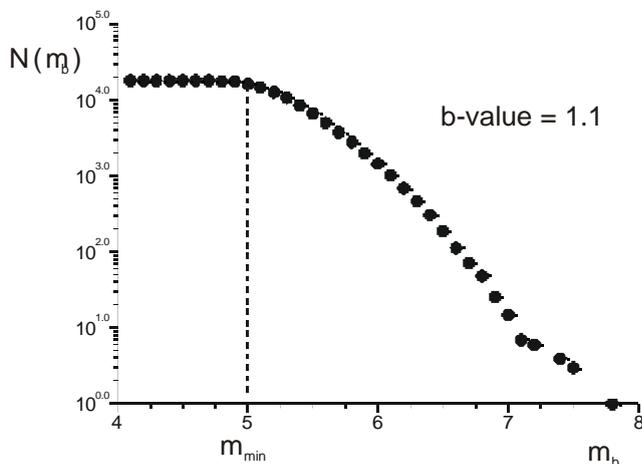


Figura 3.1.8 Ley de Gutenberg y Richter para la distribución de la magnitud (m_b) de terremotos en acumulado, del catálogo Harvard CMT entre 1962 y el año 2001. El conjunto consta de 18267 eventos con una magnitud mayor que 4.1. El parámetro b (*b-value*) obtenido por máxima verosimilitud es de 1.1.



También se ha determinado la relación de Gutenberg y Richter para la serie de terremotos de la base digital de *Harvard* que corresponden a aquellos relacionados con zonas tectónicas de colisión continental. Estas zonas comprenden la micro placa Ibérica, situada entre la colisión de la placa Euroasiática con la placa Africana, la zona de colisión entre la Península Arábiga con la Plataforma Rusa, lo que provoca la sismicidad del Cáucaso y áreas adyacentes, y la zona de colisión continental entre la India con el Tíbet que da lugar a la cordillera del Himalaya (fig. 3.1.9).

El valor del parámetro b , obtenido también mediante el método de máxima verosimilitud, es de 0.62, menor que el parámetro b de la sismicidad mundial (figura 3.1.10).

Desde un punto de vista meramente probabilístico, esto significa que el balance entre terremotos medianos ($4.5 < m < 5$) y terremotos grandes ($m > 7$), es mayor para las zonas de colisión continental, dominando grandes eventos en estas zonas.

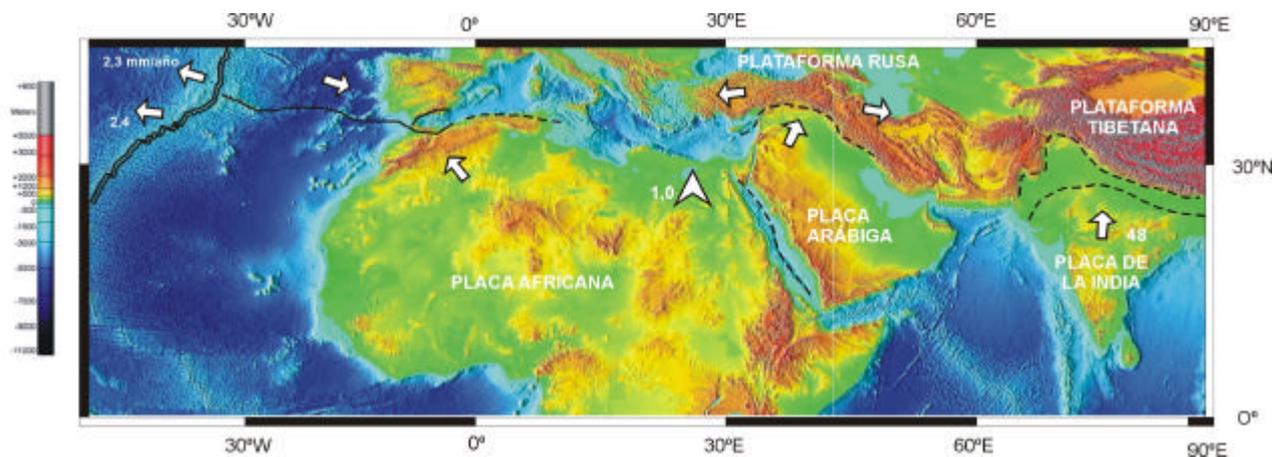


Figura 3.1.9. Localización geográfica de las zonas de colisión continental que incluye los terremotos seleccionados para obtener el parámetro b de la ley de Gutenberg y Richter. La topografía y batimetría corresponde a un sombreado analítico sobre una serie de datos con 2 minutos de resolución, para datos de la agencia NOAA. La escala de colores indica profundidades, tal y como aparece en la escala gráfica de la izquierda. Los valores de desplazamientos y los límites de colisión son aproximados, obtenidos según los gráficos de la dirección: <http://www.itis-molinari.mi.it/>, sobre tectónica de placas.

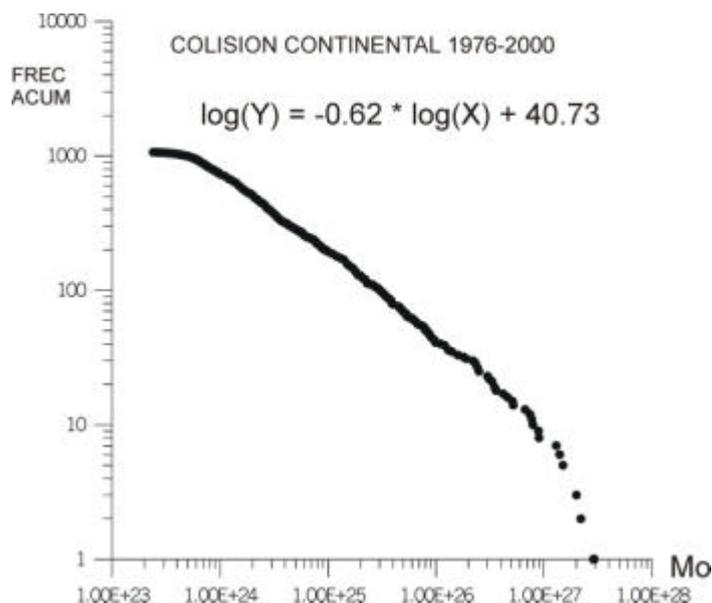


Figura 3.1.10 Ley de Gutenberg y Richter para la sismicidad asociada a las zonas de colisión continental terrestres. Los terremotos que aparecen con el momento sísmico en acumulado constituyen sismos del catálogo CMT de Harvard de magnitud M_w ? 4.5. El valor del parámetro b es 0.62 obtenido por máxima verosimilitud. La ecuación de la recta de ajuste aparece en la parte superior de la curva. En la gráfica se ha representado el momento sísmico M_0 .

Por otro lado, combinando la ley de Gutenberg y Richter con el momento sísmico se obtiene:

$$\log N(m) \approx \frac{b}{c} \log M_0 \quad (3-11)$$

Atendiendo a la relación entre el momento sísmico y la longitud de rotura total en el plano de falla y en un volumen tridimensional (Kanamori y Anderson, 1975, Aki, 1981, King, 1983):

$$M_0 \approx L^3 \quad (3-12)$$

Esta relación (3-12) muestra la autosimilitud de los terremotos (Aki, 1981) y es razonable para la mayoría de los terremotos registrados (Kanamori, 1975).



Sustituyendo en la ecuación (3-11) la ecuación (3-12) se obtiene la ecuación de auto semejanza en tres dimensiones:

$$\log N(L)_{3D} \approx \frac{3b}{c} \log L \quad (3-13)$$

Y en dos dimensiones queda:

$$\log N(L)_{2D} \approx \frac{2b}{c} \log L \quad (3-14)$$

La ecuación (3-11) y la ecuación (3-12) muestran la distribución de tamaños de longitudes de rotura como un modelo de invarianza, lo que puede entenderse como un comportamiento parabólico o potencial ya que la distribución de fallas sismogénicas también sigue la ley de Gutenberg y Richter.

Sería interesante encontrar una zona con suficiente calidad de información para obtener longitudes de rotura total en fracturas sismogénicas, con terremotos asociados, y comprobar que cumplen las expresiones anteriores. A día de hoy, no hay trabajo alguno al respecto excepto las propuestas iniciales de King, 1983 y de Wells y Coppersmith (1994), aunque en el primer caso no se analiza de forma particular ninguna zona, y el segundo trabajo se trabaja para magnitudes $m > 5$. Si es interesante en el trabajo de Wells y Coppersmith (1994) el hecho de que distinguen variaciones de comportamiento potencial según la geometría de la falla.

Estacionaridad del parámetro b

Diversos trabajos se han centrado en analizar variaciones del valor del parámetro b con el tamaño de los terremotos (Pacheco et al, 1992, Okal y Romanowicz, 1994, Kagan, 1997).

En primer lugar, estos autores distinguen los terremotos grandes de los pequeños en función de si rompen o no en superficie (magnitud superior o igual a 6), y la longitud de ruptura L es similar a la anchura de la ruptura W (Figura 3.1.11). El momento sísmico liberado en los terremotos pequeños escala de forma diferente con la longitud de ruptura frente a los terremotos grandes (Kanamori y Anderson, 1975).

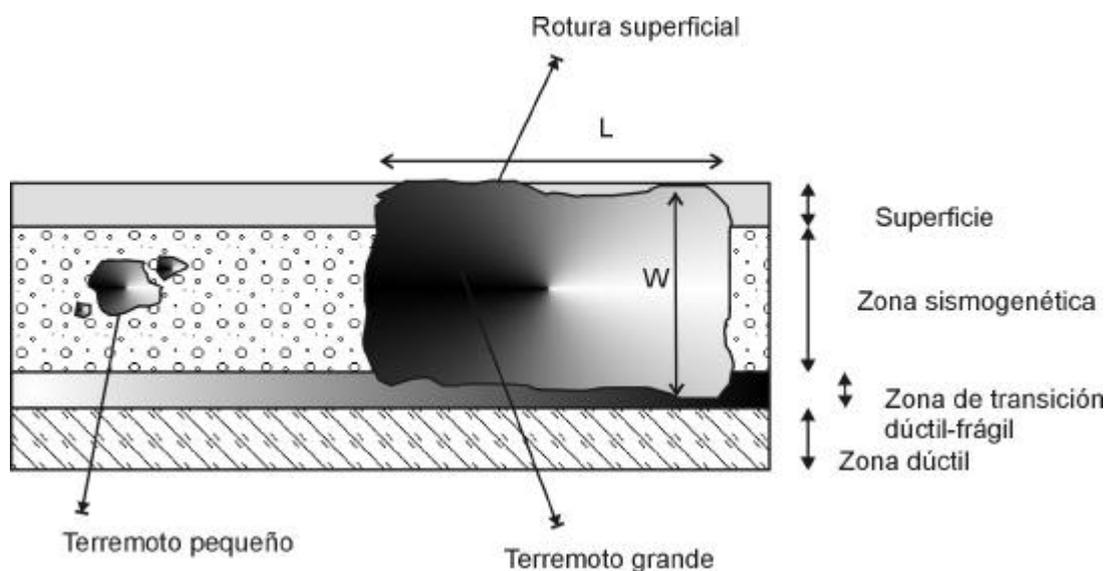


Figura 3.1.11. Tamaño de los terremotos en función de la ruptura superficial y de la relación entre la longitud de ruptura, L y la anchura de la ruptura, W . Modificada de Pacheco et al., 1992.

Pacheco et al., 1992, explica esta variación en la liberación de energía en función del tamaño de los terremotos, mediante un sesgo en la ley de Gutenberg y Richter. Este sesgo se produce por la falta de homogeneidad en la detección de los tamaños de los terremotos de la red. Además la saturación de la medida que aparece en la medición de grandes terremotos disminuye el valor de la magnitud registrada y que aparece en los catálogos.

Estos autores explican este comportamiento mediante una ruptura, un cambio en la autosimilitud de las fallas en función de su geometría: o bien la relación entre la longitud de rotura y la profundidad de la superficie de ruptura, o bien la relación entre la anchura y la longitud de la ruptura.

Sin embargo, es más razonable explicar este cambio o sesgo en la ley de Gutenberg y Richter a partir del análisis de la *estacionaridad* del proceso sísmico para poder afirmar que la tasa terremotos *pequeños* / *grandes* está sesgada, amén que el valor del parámetro b no es homogéneo en todas las zonas tectónicas: compresivos, extensivos y zonas en régimen de tipo cizalla. Por otro lado, si se opera con el valor de M_0 , parece difícil que haya problemas de saturación de la señal puesto que es un parámetro de la fuente.

Okal y Romanowicz (1994) señalan que la curvatura que muestra la ley de Gutenberg y Richter, en función del intervalo de tamaño de la serie sísmica analizada, incrementa el valor del parámetro b hasta dos tercios entre los terremotos pequeños



($m < 5$) y los grandes. Explican este comportamiento indicando la necesidad de explicar el proceso geológico responsable de la sismicidad, al cual responsabilizan directamente. Además, cuando el salto de falla coincide con la anchura de la superficie de ruptura, modelo simétrico, aparece un aumento del valor de b , mientras que el modelo que presenta una longitud de ruptura L mayor que la anchura (asimétrico), muestra un valor más bajo (Romanowicz y Rundle, 1993).

El análisis del valor de b obtenido sobre el catálogo de Harvard indica que éste catálogo favorece un modelo en el que L y W , dimensiones del área de ruptura, son similares (simétrico), donde el valor de b medido para conjuntos representados por m_b se encuentra entre 1.35 y 2, mayor que para datos representados mediante M_s (Okal y Romanowicz, 1994). En este trabajo se ha obtenido una variación de b para m_b entre 1,19 y 1,27, mientras que para M_s entre 0,78 y 0,84 (fig. 3.1.13).

Estos autores también calculan el parámetro b para series sísmicas relacionadas con la geometría de la falla mediante el tensor de esfuerzos concluyendo que los terremotos de fallas normales presentan un valor de b más alto. Según la interpretación estadística implica que provocan una tasa mayor entre terremotos grandes frente a terremotos pequeños y medianos, aunque señalan que es algo precipitado concluir esto debido a la escasez del registro temporal.

Mogi (1979) demuestra que la distribución de magnitudes de los terremotos registrados es diferente entre zonas de alta y de baja latitud, situando la frontera entre ambas zonas en latitud 40°N y 40°S , o bien 38°N , 38°S para incorporar la secuencia Chilena de 1960 en el grupo de alta latitud (Utsu, 1999).

En general, de las publicaciones más relevantes sobre la variabilidad espacial del parámetro b destacan Ogata et al. (1991), Frohlich y Davis (1993), Karnik y Klima (1993), Okal y Kirby (1995) y Wyss et al. (1997); y sobre la variabilidad temporal del parámetro b Smith (1986), Imoto (1987), Ogata y Abe (1991) Trifu y Shumila (1996). El trabajo de Frohlich y Davis (1993) demuestra que el valor del parámetro b es mayor para el conjunto de terremotos debidos a fallas normales (mecanismo focal normal).

Muñoz-Martín et al (2000) presenta un índice de complejidad estructural a partir de la variabilidad del parámetro b y la dimensión de recubrimiento D_b . Según este índice propuesto, su valor será mayor cuanto mas energía sea liberada por terremotos pequeños y aparezca una mayor dispersión espacial de los epicentros caracterizada por esa dimensión fractal.

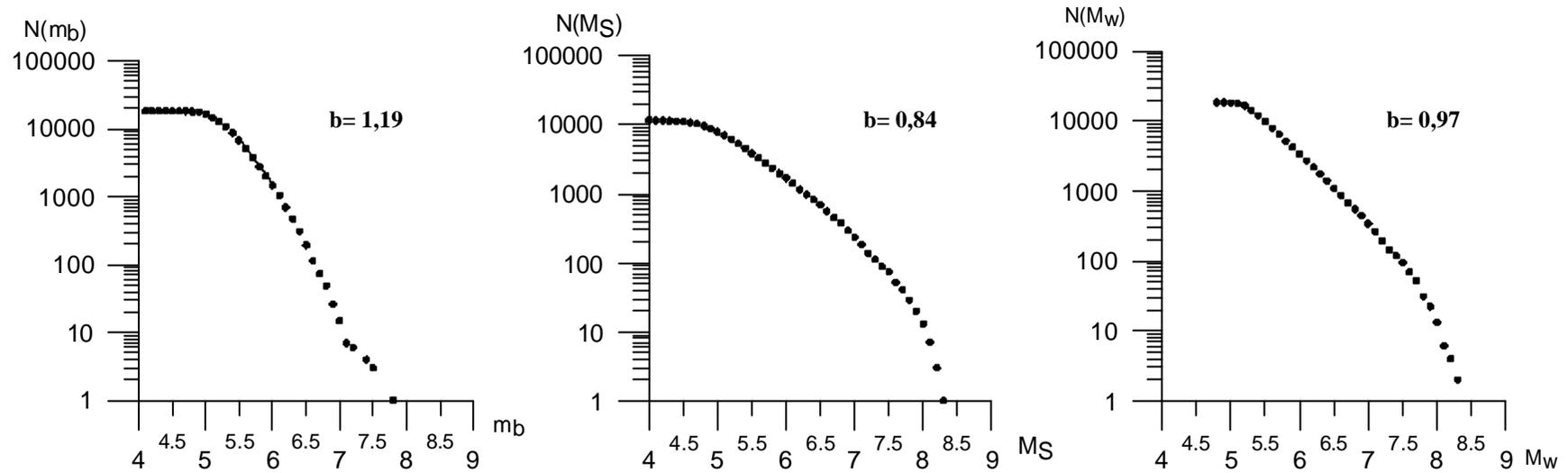
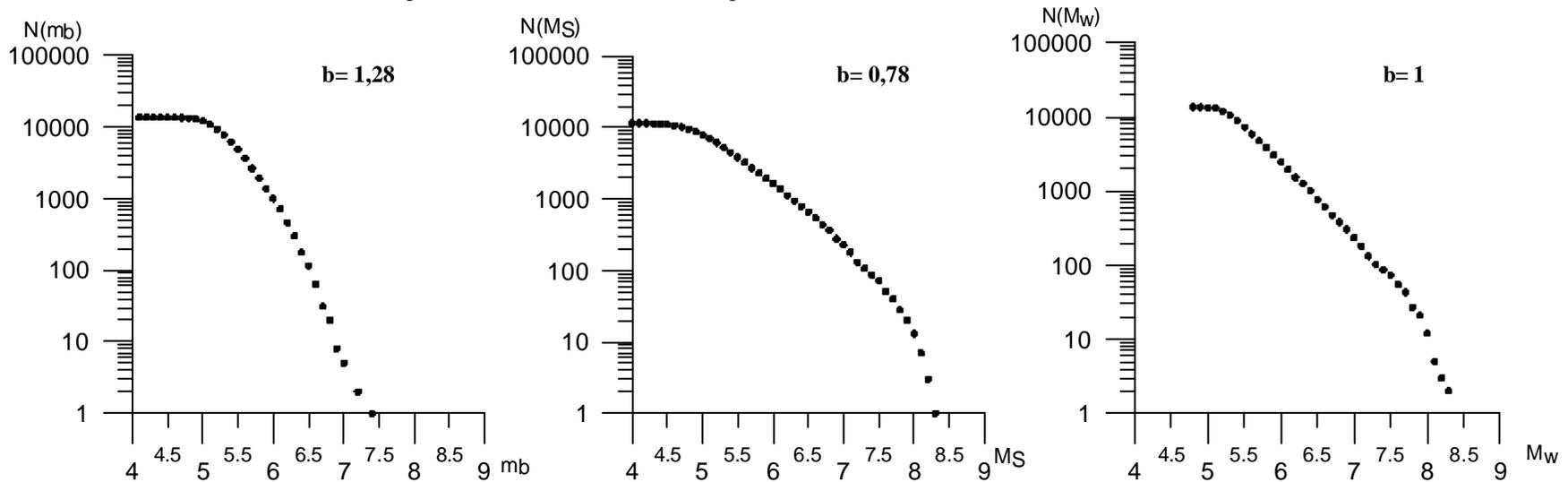


Figura 3.1.12 Ley de Gutenberg y Richter de la base de CMT-Harvard, comprendida entre el 3/07/1962 y el 30/05/2001. Originalmente consta de 18267 terremotos, y se ha representado para la magnitud m_b , M_S y M_o . No se han considerado aquellos terremotos con valor nulo de magnitud. Abajo aparece la ley de Gutenberg y Richter para los terremotos someros (13520) de la misma base digital. Estos terremotos tienen una profundidad menor a 65 Km.





3.1.3 Cálculo del parámetro b de la ley $G-R$

Existen varias técnicas para ajustar el valor del parámetro b . El ajuste de la serie de puntos es de tipo exponencial si se representan magnitudes y potencial en el caso de energía liberada. Por este motivo, en el primer caso se ajusta sobre un diagrama log-normal aquella sección de la curva que configura una recta. Para un ajuste potencial, se representa en diagrama log-log ó bilogarítmico, ajustando también aquellos puntos que configuran una recta.

También es importante que la estimación del parámetro b de la ley de Gutenberg y Richter se presente con dos decimales para poder determinar como se relaciona con la geometría de la falla, con el contexto geotectónico donde se registró la serie sísmica y con las propiedades del medio. Además, este valor es muy sensible del método de cálculo utilizado, por lo que a continuación se revisan de forma breve los métodos más comunes.

La ley de Gutenberg y Richter como una función de probabilidad

El comportamiento semilogarítmico que dicta la ley de Gutenberg-Richter (G-R), puede asociarse con la función de probabilidad empírica $F(M) = \text{Prob}[M \geq m]$, atendiendo a que:

$$\log N[M > m] \approx -bM \quad (3-15)$$

Por lo tanto, si se verifican las relaciones entre el número de sismos con magnitud M mayor que una dada m y su probabilidad de ocurrencia queda:

$$N[M > m] \approx \text{Prob}[M > m] = 1 - \text{Prob}[M \leq m] \quad (3-16)$$

y que:

$$\log CF(M) = \log (1 - F(M)) = \log (1 - \text{Prob}[M \leq m]) \quad (3-17)$$

entonces puede decirse que:

$$\log CF(M) \approx \log N[M > m] \approx -bM \quad (3-18)$$

Es decir, la función complementaria de la de probabilidad empírica $CF(M)$, se comporta como una función de potencia con exponente $-b$, de la magnitud M , (ecuación (3-18)).

El comportamiento de la ley de G-R puede explicarse desde una perspectiva geométrica. Supóngase para ello una zona de tamaño constante Δ con una serie de fracturas, en la que se producen $N[M]$ terremotos de magnitud M , cada uno de ellos sobre un área de fractura de tamaño $S[M]$. Para una magnitud M cualquiera, cuanto menor sea el valor de $S[M]$ un mayor número de fracturas puede ser la responsable de ese terremoto y parece razonable escribir que:

$$N[M]S[M] \Delta \approx \text{constante} \quad (3-19)$$

y despejando:

$$\log N[M] \approx -\log S[M] + \text{constante} \quad (3-20)$$

y teniendo en cuenta la relación entre magnitud y superficie de fractura generadora del sismo (ecuación 3-9):

$$\log S[M] \approx M - \text{constante} \quad (3-21)$$

luego:

$$\log N[M] \approx -M + \text{constante} \quad (3-22)$$

Si se compara la ecuación (3-22) con la ecuación (3-15), el valor de b debe de ser muy próximo a la unidad. El tiempo de recurrencia de un terremoto de magnitud M es proporcional a N^{-1} , así $t \approx N^{-1} \approx S \approx L^2$. Esto implica que la tasa de algunos de los procesos asociados con los terremotos como puedan ser los desplazamientos o caídas de esfuerzos, es uniforme.



La función de densidad de probabilidad $f(u)$ es de tipo hiperbólico, donde u es la liberación de energía en un terremoto, en función de los dos parámetros establecidos b y u_{\min} , es:

$$f(u) = \frac{F(u)}{u} = \frac{b}{u} \frac{u_{\min}^b}{u^b} \quad (3-23)$$

El cambio aplicado en la ecuación (3-22) supone la existencia de una relación entre la magnitud y la energía total de la onda sísmica. Esta ha sido estudiada por muchos investigadores, entre otros Gutenberg y Richter (1956) y Båth (1958), de tal forma que tras una serie de revisiones de las conclusiones obtenidas en el primer trabajo, se llega a la expresión:

$$\log u = 1.5 M_S + 11.8 \quad (3-24)$$

o bien según el trabajo de Båth, (1958):

$$\log u = 2.4 m_b + 5.8 \quad (3-25)$$

Estas relaciones, ecuación (3-24) y (3-25), son empíricas y basadas en la equivalencia o condición de semejanza por la que la densidad espectral energética hasta el periodo de 20 segundos puede representar todo el espectro, o al menos la integral del espectro, entendiendo la densidad espectral energética como el espectro de densidad de varianzas o de frecuencias de los trenes de ondas superficiales producidos en un terremoto. Tanto una como otra relación implican que, aproximadamente, se verifica:

$$u \approx 10^{1.5M_s} \quad (3-26)$$

Se han propuesto muchos modelos que tratan de corregir la considerable desviación encontrada sobre los gráficos semilogarítmicos (Utsu, 1999). Los modelos encontrados pueden clasificarse en dos tipos fundamentales: aquellos que muestran una relación de tipo cóncava ($\beta > 2$) y aquellos para los que la relación es de tipo convexa ($\beta < 2$) (Figura 3.1.13).

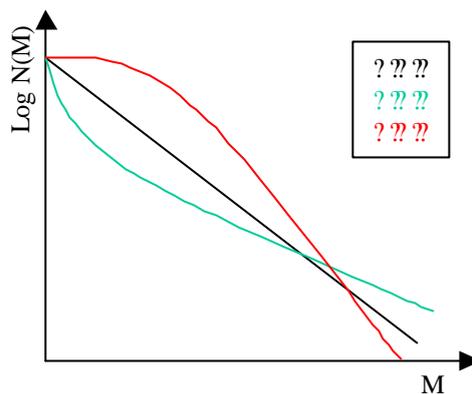


Figura 3.1.13 Diagrama de las posibles funciones cóncavas, convexas o lineales, que definen la relación semilogarítmica de frecuencia-magnitud en la Ley de Gutenberg y Richter.

Se define el valor de β (Utsu, 1999) por el cociente entre la esperanza de las diferencias cuadráticas de las magnitudes y la magnitud umbral M_{\min} , y la esperanza al cuadrado de estas diferencias queda:

$$\beta = E[X^2] / E[X]^2 \quad ; \quad X = M - M_{\min} \tag{3-27}$$

En el caso de la ley de GR es fácil comprobar que el valor de $\beta = 1$. Una recopilación extensa y reciente de las aproximaciones históricamente propuestas a esta relación puede encontrarse en Utsu (1999).

Cálculo del parámetro b según el método de máxima verosimilitud (MLM)

De nuevo sea “u” la liberación de energía que se produce por un terremoto, con “n” el número de terremotos en un área. La utilización del método de máxima verosimilitud para determinar los parámetros de la ley de G-R de distribución de frecuencias de terremotos, precisa de la construcción de la función de verosimilitud (Aki, 1967b) que, por definición, es:

$$L(u_i; u_{\min}, b) = \prod_{i=1}^n f(u_i) \tag{3-28}$$

Sustituyendo la función de densidad de probabilidad (3-26) para un conjunto de n datos de energía liberada en el terremoto (momento sísmico) u , relacionada con la magnitud del evento (3-25) mediante la expresión:



$$L(u_i; u_{\min}, b) = \prod_{i=1}^n \frac{b}{u_i} \left(\frac{u_{\min}}{u_i} \right)^b \quad (3-29)$$

Habitualmente, y por motivos que facilitan en cálculo, suele tomarse el logaritmo de esta función de verosimilitud con lo que:

$$\log L(u_i; u_{\min}, b) = \log \prod_{i=1}^n \frac{b}{u_i} \left(\frac{u_{\min}}{u_i} \right)^b = \sum_{i=1}^n \log \frac{b}{u_i} + \sum_{i=1}^n b \log \frac{u_{\min}}{u_i} \quad (3-30)$$

A partir de la ecuación (3-30) se estiman los parámetros, derivando la expresión (3-30) respecto a cada uno de ellos e igualando a cero. Así, derivando respecto a b:

$$\frac{\partial \log L(u_i; u_{\min}, b)}{\partial b} = 0$$

$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{b} - \sum_{i=1}^n \frac{b \log \frac{u_{\min}}{u_i}}{b^2} = \frac{n}{b} - \frac{1}{b} \sum_{i=1}^n \log \frac{u_{\min}}{u_i} = 0 \quad (3-31)$$

Despejando el parámetro b queda:

$$b = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \log \frac{u_{\min}}{u_i}} \quad (3-32)$$

La expresión (3-32) puede ser transformada en otra más sencilla de utilizar, teniendo en cuenta la información que habitualmente proporcionan las bases de datos sísmicas y en concreto la base digital del Instituto Geográfico Nacional. Para ello, operando:

$$b = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \log u_i - \sum_{i=1}^n \log u_{\min}} = \frac{1}{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \log u_i - \log u_{\min}} = \frac{0.4343}{E[M] - M_{\min}} \quad (3-33)$$

Donde se ha llamado magnitud promedio a la esperanza E[M].

Ahora, derivando respecto a u_{\min} , e igualando a cero:

$$\frac{\partial \log L(u_i; u_{\min}, b)}{\partial u_{\min}} = 0$$

$$\sum_{i=1}^n \frac{\partial}{\partial u_{\min}} \log \left(\frac{b}{u_i} \right)^{\frac{b}{u_i}} = \sum_{i=1}^n \frac{b}{u_{\min}} = 0 \tag{3-34}$$

Como puede apreciarse se llega a que:

$$\frac{nb}{u_{\min}} = 0 \tag{3-35}$$

Donde ni n ni b son nulos, lo que presenta un inconveniente que la máxima verosimilitud no elude. Para ello es preciso acudir a la teoría de estadísticos ordenados, que nos permitirá estimar un valor de u_{\min} . De ésta se obtiene que:

$$u_{\min} = \min_{i=1,n} u_i \tag{3-36}$$

Es decir, es el valor mínimo de los momentos sísmicos registrados, o lo que es lo mismo, la estimación de la magnitud mínima a partir de los momentos registrados resulta ser la menor de las medidas habida cuenta del carácter no decreciente de la transformación logarítmica de (3-26):

$$M_{\min} = \min_{i=1,n} M_i \tag{3.-37}$$

En resumen, la ecuación que permite obtener el valor del parámetro b mediante el método de máxima verosimilitud queda:

$$b = \frac{\log_{10} e}{M_{\text{avg}} - M_{\min}} \tag{3-37-b}$$



Donde $\log_{10}(e)$ se aproxima por 0.4343, M_{avg} es la magnitud media y M_{min} es la magnitud mínima. La ecuación (3-37-b) se aplica a lo largo de este trabajo para determinar el valor de b , ya que es la que mejor ajusta el valor del parámetro b , sobre todo para una medida con dos decimales (Aki, 1967b, Utsu, 1999). Por otro lado, observando la fórmula (3-37-b), este valor tiene más en cuenta el número de terremotos y el valor

Método de mínimos cuadrados (MSM)

La segunda vía de cálculo del parámetro b que se plantea es mediante el método de mínimos cuadrados lineales, o más concretamente mediante una regresión lineal simple. Para ello se propone un modelo del tipo:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x \quad (3-38)$$

La distribución de cada uno de los estimadores de los coeficientes es normal y de media el valor del parámetro. Suponiendo que se establece la equivalencia entre la ley del G-R y el modelo (3-38) propuesto, entonces el valor de:

$$\begin{aligned} y &= \log N[M > m] \\ \beta_1 &= -b \\ x &= M \end{aligned} \quad (3-39)$$

Se dispone de parejas de valores (x_i, y_i) , o lo que es lo mismo, se ha determinado el diagrama de frecuencia-magnitud por puntos $(\log N[M > m]_i, M_i)$, del que se desea saber si poseen una relación lineal y con que grado de significación. En caso afirmativo, se estima el valor del parámetro b .

A continuación se establece el contraste o *test* de hipótesis (H_0 , H_1), que no solo establece si es posible aceptar dicha relación lineal, sino con qué grado de certidumbre o significación:

$$\begin{aligned} H_0 : \beta_1 &= 0 & H_0 : b &= 0 \\ H_1 : \beta_1 &\neq 0 & H_1 : b &\neq 0 \end{aligned} \quad (3-40)$$

Para el conjunto de k datos disponibles, se calculan sus estadísticos de primer y segundo orden (media y varianza) y el coeficiente r de correlación:

$$\begin{aligned}\bar{M} &= \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k M_i \\ \bar{N} &= \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \log N^M = m_i\end{aligned}\quad (3-41)$$

$$\begin{aligned}s_{MN}^2 &= \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k (M_i - \bar{M})(\log N^M = m_i - \bar{N}) \\ s_M^2 &= \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k (M_i - \bar{M})^2 \\ s_N^2 &= \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k (\log N^M = m_i - \bar{N})^2\end{aligned}\quad (3-42)$$

$$r = \frac{s_{MN}^2}{s_M s_N} \quad (3-43)$$

con los que se calcula el estadístico t del *test* de contraste cuya distribución es una *Student T* de $k-2$ grados de libertad:

$$t = \frac{r\sqrt{k-2}}{\sqrt{1-r^2}} \sim t_{k-2} \quad (3-44)$$

Si tras la evaluación del contraste resulta que:

$$|t| > t_{\alpha/2, k-2} \quad (3-45)$$

Entonces se rechaza H_0 para un $1 - T$ de confianza (ver figura 3.1.12). Al haberse aceptado la hipótesis H_1 , el valor del parámetro b estimado se obtiene a partir de:

$$b = \frac{s_{MN}^2}{s_M^2} = r \frac{s_N}{s_M} \quad (3-46)$$

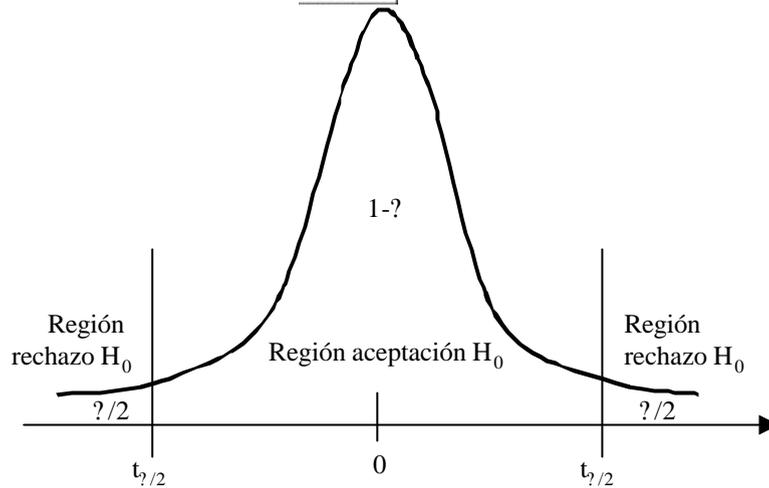


Figura 3.1.12 Distribución *t* Student y zonas de aceptación y rechazo de H_0 para un grado T de significación.

Con lo que el valor del estadístico está relacionado con el estimador de b mediante la expresión:

$$t = \frac{b}{s_R / \sqrt{ns_M}} \quad (3-47)$$

para una varianza residual de:

$$s_R^2 = (1 - r^2) \frac{n}{n - 2} s_N^2 \quad (3-48)$$

El contraste puede simplificarse comprobándose si el valor absoluto:

$$|t| \geq \frac{2}{\sqrt{n}} \quad (3-49)$$

Entonces, la relación es significativa y el ajuste da lugar a valores del exponente del parámetro b de suficiente calidad. Sin embargo, en comparación con el método de máxima verosimilitud, éste último parece más estable frente al número de medidas utilizado. Por este motivo en este trabajo nos hemos decantado por el método de máxima verosimilitud (Aki, 1965), siendo el método de mayor difusión entre la comunidad de sismólogos y sismotectónicos.



3.2- La sismicidad como una geometría fractal

La interpretación del fenómeno sísmico como una geometría fractal nace de las leyes de potencia reconocidas en la mayoría de las leyes empíricas definidas, y que hacen referencia a la distribución de terremotos por tamaño, cantidad de energía liberada, decaimiento del tiempo en la aparición de réplicas. También aparecen estas leyes potenciales en la relación entre parámetros de la fuente (ver apartado anterior 3.1).

Es importante destacar que cuando se identificó el fenómeno sísmico como un fractal (Aki, 1981), no existía la cultura y amplia difusión de estas geometrías que hoy actualmente, gran parte de ella debida al rápido desarrollo de la informática y de los lenguajes de programación.

Este apartado es clave para entender, analizar y discutir los capítulos que aparecen a continuación. Las ideas que se discuten en este apartado constituyen la llave del resto de la tesis y de gran parte de las conclusiones. Además, responde a muchas de las cuestiones que se han hecho hasta ahora y plantea otras nuevas que acercan un poco más este fenómeno hacia los *fenómenos de criticalidad auto-organizada* (capítulo 4).

3.2.1 La ley empírica de Aki

Aki (1981) aplicó por primera vez el concepto de fractal desarrollado por Mandelbrot (1977): *conjunto de formas irregulares y fragmentadas*, sobre los planos de las fallas sismogénicas con el fin de conocer algo más acerca de su geometría. A partir del *Modelo de Barrera* de ocurrencia de los terremotos desarrollado por el mismo (Aki, 1984), el cual postula, entre otras cosas, que los terremotos más pequeños se generan mediante un mecanismo análogo a la idea de una segmentación de terremotos más grandes, el autor relaciona directamente el valor del parámetro b con la dimensión de capacidad (D_0) de un conjunto tridimensional de fallas sismogénicas mediante la fórmula:

$$D_0 \approx \frac{3b}{c} \quad (3-50)$$

Donde b es el exponente de la Ley de Gutenberg y Richter y c es el exponente de la ecuación:

$$\log M_0 \propto M_s^c \quad (3-51)$$

La ecuación (3-48) señala que los terremotos son generados por fallas que se distribuyen como un fractal en tres dimensiones, de tal manera que existe una relación entre la distribución en tamaño de los terremotos y la geometría de las fallas. Esta aproximación parte de la dependencia entre el tamaño de los terremotos y la superficie de la ruptura en la falla. De esta manera, la invarianza en la distribución espacial de las fallas también se detecta en la distribución de frecuencias del tamaño de los terremotos.

Empíricamente se encuentra el valor de $c = 1.5$ (Kanamori y Anderson, 1975, Hanks y Kanamori, 1979, Aki, 1981). Dado que el valor usual observado para el parámetro b oscila en el intervalo $1 < b < 1.5$, aplicado sobre la ecuación (3-50) se obtiene un valor de la dimensión fractal D_0 entre 2 y 3. Estos valores frontera corresponden a la dimensión euclídea de un plano y la dimensión euclídea de un volumen. Según esto, los terremotos se distribuyen en una geometría que se encuentra entre un plano y un volumen, una superficie irregular de asperezas debida a la rotura (Figura 3.2.1).

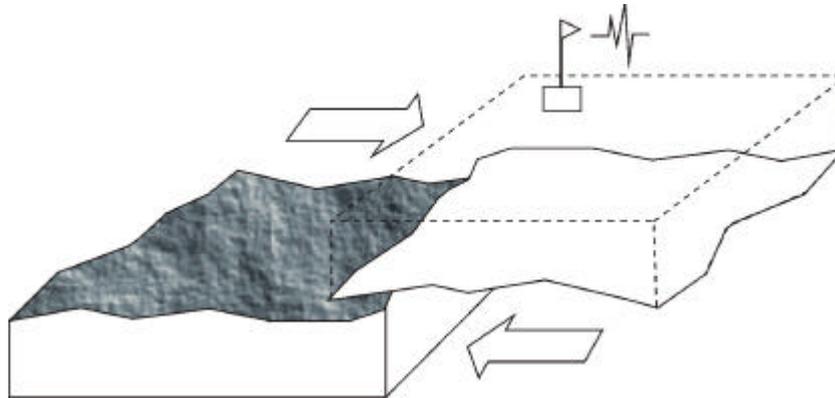


Figura 3.2.1 Superficie irregular de un plano de falla. El recubrimiento de esta superficie mediante un *box-counting* muestra una dimensión fractal D_0 que está acotada entre las dimensiones de un plano (2) y la de un volumen (3).

Para valores de b en el intervalo $0.5 < b < 1$, los cuales suelen aparecer en series sísmicas de precursores, el modelo presenta una geometría de líneas de fallas que intentan rellenar un plano. El autor compara estas geometrías a las generadas mediante el Modelo Goishi (Otsuka, 1972) o el Modelo de bifurcación (*branching*) de Vere-Jones (1976), encontrando analogías entre ellas.



Siguiendo el razonamiento de Aki (1981), para determinar la dimensión fractal D_0 de recubrimiento de una falla sigmogenética que puede dividirse en segmentos con diferente actividad sísmica: dado un segmento cualquiera S , el número de subsegmentos N que tienen una dimensión lineal r -veces ($r < 1$) el segmento S cumple que:

$$D_0 \approx \frac{\log N}{\log(1/r)} \quad (3-52)$$

Asumiendo el proceso mediante el cual pequeños terremotos se forman a partir de grandes terremotos, es posible determinar la ecuación (3-50) que relaciona la ley de Gutenberg y Richter con la dimensión fractal D_0 .

Sea el número de terremotos $N(L)$, con una longitud de ruptura mayor que L y dentro de un intervalo espacio temporal. La ecuación (3-13) indica que esta cantidad escala según una ley de potencia con la longitud de ruptura L según el exponente $-3b/c$, asumiendo la autosemejanza de los terremotos, esto es que el momento sísmico $M_0 \sim L^3$. De esta forma, $-3b/c$ es el factor de escala de los terremotos que se generan en una falla de longitud L_0 .

Partiendo de esta falla de longitud L_0 , un análisis de *box-counting* unidimensional consiste en un recubrimiento de la traza de la falla mediante intervalos regulares, donde D_0 se obtiene de la ecuación (3-52) y r es el factor de escala. Los terremotos que aparecen sobre esta falla L_0 rompen en segmentos de diferente tamaño (Figura 3.2.2) de tal manera que:

$$L_n \approx r^{nL_0} \quad (3-53)$$

Donde L_n es el tamaño de la ruptura del terremoto n -ésimo. Desde el paso n al paso $n+1$, la longitud de la falla se reduce en un factor r . En este proceso, el número de terremotos $N(L)$ se multiplica por un factor $(1/r)$ debido a que $\Delta L = L_{n+1} - L_n$ es proporcional a L y $\Delta L(dN/dL)$ es proporcional a $L^{3b/c}$. Además, la distribución de las roturas a lo largo de la falla sigue la expresión (3-13).

Por la similitud entre la expresión (3-52) y la expresión (3-13), ambas leyes de potencia, la dimensión fractal de los planos de falla la dimensión de recubrimiento D_0 de las fallas sigmogenéticas es $D_0 \approx 3b/c$.

En su trabajo original, Aki (1981) resuelve esta similitud según $D_0 = 3b/c$. Sin embargo, el recubrimiento mediante *box-counting* recubre la totalidad de la falla mientras que la distribución de terremotos a lo largo de ella no es completa. Por esto, aunque ambas expresiones sean iguales, *no tienen por que coincidir* ambos exponentes, siendo $3b/c$ una cota inferior de D_0 .

El valor mundial de b algo mayor que 1 obtenido en los diferentes catálogos sísmicos sugiere que el ensamblaje entre planos de fallas que configuran los límites de placa dentro del contexto de la tectónica de placas es *algo más* que un plano (Aki, 1981).

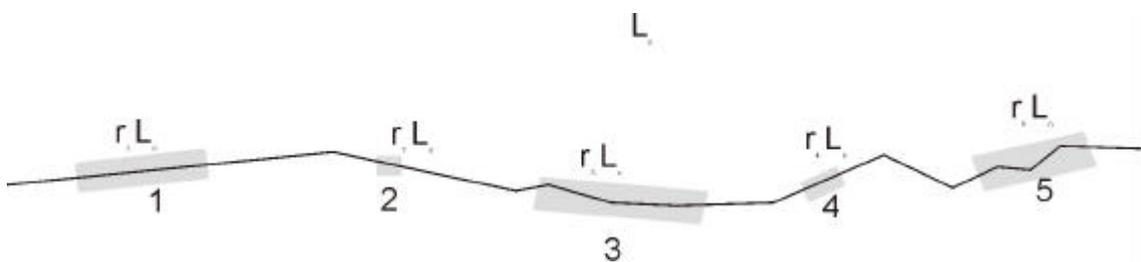


Figura 3.2.2. Distribución de terremotos a lo largo de una falla de longitud inicial L_0 . Cada terremoto tiene asociado un segmento de ruptura L que escala de la longitud de la falla L_0 según un factor $r < 1$.

Si se asume la ley de Aki, es posible calcular la dimensión fractal de las fallas responsables de la sismicidad instrumental registrada por Harvard desde los años 60 hasta el año 2000. Para ello, según el valor del parámetro b de las relaciones de $G-R$ representadas en la figura 3.1.13, se obtiene (Tabla 3.2.I):

	profundidad	m_b	M_s	M_w
parámetro b	<i>todos</i>	1,19	0,84	0,97
dimensión fractal	<i>todos</i>	2,38	1,68	1,94
parámetro b	65 Km	1.28	0.78	1.00
dimensión fractal	65 Km	2.56	1.56	2.00

Tabla 3.2.I Valor del parámetro b para los terremotos de la base digital de Harvard, y para los terremotos someros ($h < 65$ Km). También se indica la dimensión fractal D_0 obtenida desde la expresión (3-50)

La ley de Aki argumenta que los terremotos constituyen un fractal donde la ley de Gutenberg y Richter es la expresión, en tamaño, de la autosemejanza de la geometría de la sismicidad. De esta forma, se explica porqué la ley de Gutenberg y Richter aparece en las series sísmicas, independientemente de la magnitud detectada, la distribución espacial tomada e incluso el ambiente geotectónico analizado.



Hirata (1989) relaciona de forma empírica la dimensión de correlación D_2 con el parámetro b en una región activa de Japón, afirmando que la relación de Aki, ecuación (3-50) parte de la distribución hipocentral de terremotos, esto es en tres dimensiones y que asume el modelo de autosimilitud entre el momento sísmico y la longitud de la ruptura, además de que la distribución espacial de las fallas sismogénicas es fractal (King, 1983) y que los terremotos siguen un modelo de barreras.

Según el autor anterior, aunque la autosemejanza geométrica (en la distribución espacial) de los conjuntos de fallas para un rango de escalas está basado tanto en observaciones geológicas como en consideraciones topológicas, la autosemejanza de la distribución en *tamaño* de estas fracturas viene desde la ley de Gutenberg y Richter. Hirata (1989) parte tanto del modelo de barreras como del modelo de asperezas (Lay y Kanamori, 1981) pero no de una estructura fractal previa de la distribución espacial de las fallas. Según el modelo propuesto por Hirata (1989), el parámetro b de la ley de Gutenberg y Richter se correlaciona directamente con la dimensión de correlación D_2 para cada región en particular, siendo una relación que es función del tiempo (Figura 3.2.3).

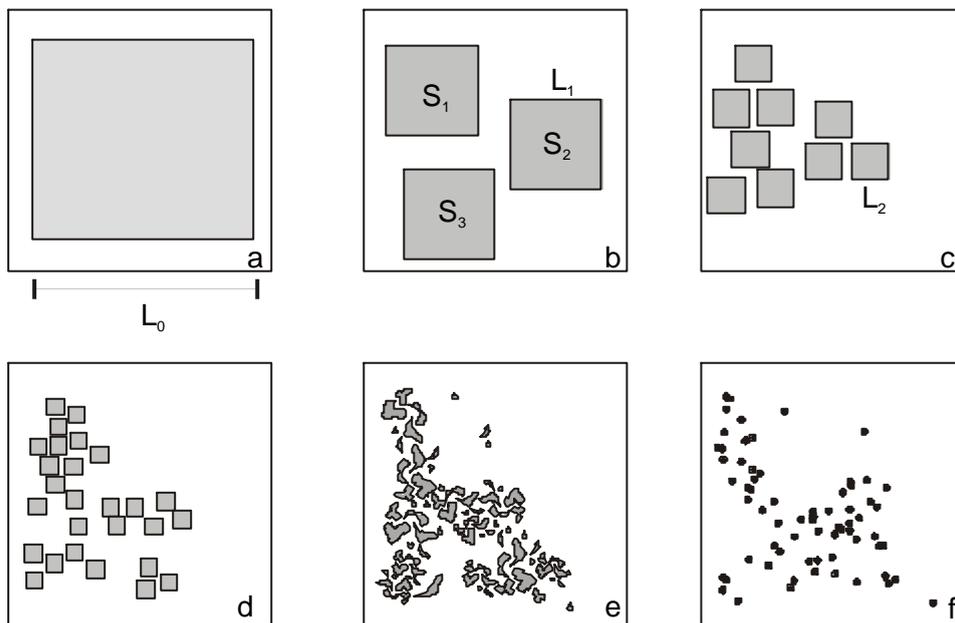


Figura 3.2.3 Esquema de la ley de Aki para la geometría de la fracturación. Considerando que el terremoto mayor en una región tiene una longitud l_0 (a), el área sombreada constituye la superficie de ruptura. Terremotos más pequeños con una longitud de ruptura $L_1 = l_0/2$ (b) generan una superficie de ruptura S_1 , S_2 y S_3 , comparable a la superficie inicial de ruptura si derivan de la segmentación del terremoto anterior. El terremoto con una longitud de falla de L_2 (c) se ha generado por la segmentación del terremoto generado por L_1 . Continuando con esta segmentación (d) hasta el infinito, generaremos cada vez terremotos más pequeños. Desde el concepto de un fractal y aplicando el modelo de barreras y asperezas, la geometría de una falla podría representarse por la figura (e). Considerando la localización del terremoto como un punto en 2-D queda la distribución (f). Transformado de Hirata (1989)

3.2.2 La Tectónica de Placas como una geometría Fractal

En general, la tectónica de placas configura un esquema de una litosfera rígida, formada por un reducido número de grandes placas (12-16) y que abarca los primeros 100 kilómetros terrestres. Estas placas se desplazan de forma lenta pero continuada sobre un manto más dúctil, la astenosfera, debido a una convección térmica en el manto. Además, estas placas presentan una evolución dinámica, cambiando de posición y tamaño en el tiempo.

Actualmente, existen dos modelos ampliamente aceptados por la comunidad científica, que explican y dibujan un esquema general de la tectónica de placas: (1) el modelo NUVEL-1 (DeMets et al., 1990) y más actual NUVEL-1A (De Mets et la., 1994), el cual calcula los vectores desplazamiento de las 16 placas mayores y describen su movimiento a través de vectores de rotación geocéntricos referenciados en coordenadas geográficas, o bien mediante velocidades angulares sobre ejes cartesianos (tabla 3.2.II):

PLACA	Rot. Vector (geogr.)			Rot. Vector (cart.)			Nombre
	PHI [deg]	LAM [deg/Ma]	OMEGA [rad/Ma]	omega(x)	omega(y)	omega(z)	
AFRC	50.569	-73.978	0.2909	0.000891	-0.003099	0.003922	África
ANTA	62.986	244.264	0.2383	-0.000821	-0.001701	0.003706	Antártica
ARAB	45.233	- 4.464	0.5455	0.006685	-0.000521	0.006760	Arabia
AUST	33.852	33.175	0.6461	0.007839	0.005124	0.006282	Australia
CARB	25.014	266.989	0.2143	-0.000178	-0.003385	0.001581	Caribe
COCO	24.487	244.242	1.5103	-0.010425	-0.021605	0.010925	Cocos
EURA	50.631	247.725	0.2337	-0.000981	-0.002395	0.003153	Eurasia
INDI	45.505	0.345	0.5453	0.006670	0.000040	0.006790	India
NOAM	- 2.438	-85.895	0.2069	0.000258	-0.003599	-0.000153	N. América
NAZC	47.804	259.870	0.7432	-0.001532	-0.008577	0.009609	Nazca
PCFC	-63.045	107.325	0.6408	-0.001510	0.004840	-0.009970	Pacífico
SOAM	-25.325	235.570	0.1164	-0.001038	-0.001515	-0.000870	S. América
JUFU	-30.054	58.870	0.6658	0.005200	0.008610	-0.005820	J. de Fuca
PHIL	-38.011	-35.360	0.8997	0.010090	-0.007160	-0.009670	Filipinas
RIVR	20.428	253.128	1.9781	-0.009390	-0.030960	0.012050	Rivera
SCOT	-25.273	261.234	0.1705	-0.000410	-0.002660	-0.001270	Scotia

Tabla 3.2.II. Magnitud de la velocidad angular de las 16 placas tectónicas mayores según el modelo NUVEL-1 (DeMets, 1994). Los valores aparecen en coordenadas geográficas (izquierda) y cartesianas (derecha). A la derecha aparece el acrónimo utilizado por el autor.

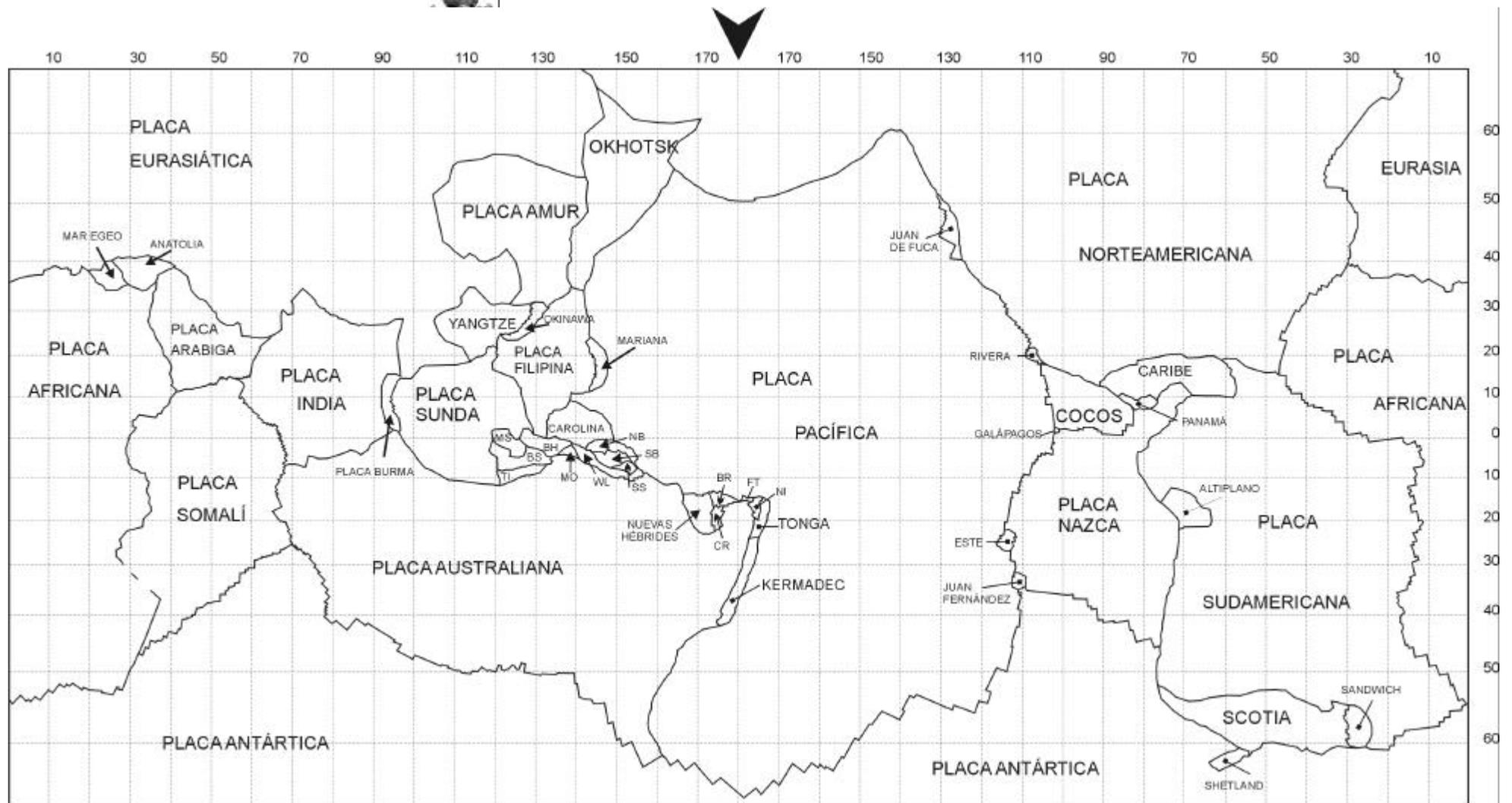


Figura 3.2.4. Límites de placas tectónicas derivado de Bird (2003). Se incluyen como líneas las bandas de deformación propias de las zonas de colisión continental (e.g. límite Iberia-África). MS: Mar de las Molucas, BS: Mar de Banda, TI: Timor, BH: Cabeza de pájaro, MO: Maoke, NB: Bismark Norte, SB: Bismark Sur, SS: Mar de Salomón, WL: Woodlark, CR: Arrecife Conway, BR: Arrecife Balmoral, FT: Futuna, NI: Nivafo'ou. En este modelo se han omitido las placas Norte de Andes y Manus por presentar una baja resolución gráfica.

El modelo tectónico (2) es un modelo geométrico de límites de placas realizado por Bird (2003), que incluye las 16 placas mayores del modelo NUVEL-1A, y 38 placas menores (Figura 3.2.4). Este mapa de límites de placas tectónicas no incluye los orógenos actuales como zonas a diferenciar, además de asimilar las bandas de deformación dentro de las zonas de colisión continental como líneas bien delimitadas y con poca irregularidad.

La distribución en frecuencia acumulada de las áreas de las placas descritas según este modelo, obedece una ley de potencia con un exponente $\gamma = 0,25$ (Bird, 2003; Sornette y Pisarenko, 2003). Esta propiedad matemática, indica que la tectónica de placas es un fractal en la distribución de áreas de cada placa, de igual forma que los modelos de fragmentación (Ouillon et al., 1996). De hecho, el trabajo de Sornette y Pisarenko (2003) y titulado “Tectónica de Placas Fractal”, hace referencia a la jerarquización en el escalado que presentan estas estructuras en un mapa bidimensional y que debe contemplar la compatibilidad cinemática entre las diferentes placas. Esta jerarquización sería el resultado de la auto-organización debida al movimiento de placas, a partir de su creación y destrucción durante, al menos, 180 millones de años.

Según estos autores, es necesario revisar la perspectiva sobre la tectónica de placas dirigiéndose hacia un modelo dinámico de creación, fragmentación y destrucción que ocurre de forma invariable en un amplio rango de escalas. De esta forma, aparece un nexo entre la organización de placas mayores y estructuras a escala kilométrica o menor. Sin embargo, estos autores proponen un universo de la tectónica fractal sin distinción infrayacente entre cada ambiente geotectónico. Esta carencia la suple Bird (2003) proponiendo tres orígenes tectónicos para las placas: (1) placas mayores y con mayor área debida a un proceso de creación en zona de dorsal medio-atlántica y con procesos de ascenso de magmas, (2) zonas de colisión continental que afectan a áreas de placa de tamaño intermedio y (3) placas mas pequeñas que responden a sistemas de deriva en zonas de cuenca tras-arco.

La figura 3.2.5 muestra la disposición de las 52 placas tectónicas, destacando en la curva de acumulado una parte truncada y que corresponde a las placas las mayores: placa Pacífica, placa Antártica, placa Africana, placa Norteamericana, placa Eurasiática, placa Australiana y la placa Sudamericana. Este comportamiento se interpreta como un *finite-size modelling* (Sornette y Pisarenko, 2003), esto es, un comportamiento anómalo en el umbral del límite superior debido al tamaño finito de las placas.

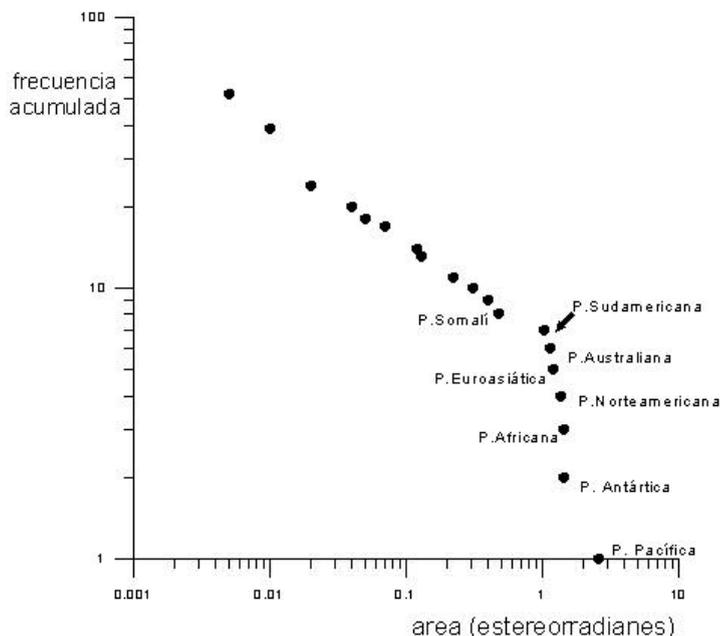


Figura 3.2.5. Ajuste potencial de la distribución en frecuencia acumulada del área de las 50 placas tectónicas reconocidas en el modelo de Bird (2003). Se observa un comportamiento tipo *finite size-element* para las placas mayores. Modificado de Sornette y Pisarenko, 2003.

También indican estos autores el hecho de que esta configuración tectónica no sea totalmente exacta si no se tienen en cuenta los orógenos actuales y divisiones en zonas tales como el cinturón de deformación Alpes-Persia-Tibet, el mar de Filipinas, los Andes Peruanos, las Sierras Pampeanas o la zona dextral transtensiva California-Nevada (Bird, 2003).

Al principio de este apartado (3.2), se ha expuesto y desarrollado la ley de Aki (Aki,

1981; King, 1983) que relaciona la dimensión de recubrimiento D_0 de las fallas sismotectónicas con el parámetro b de la serie sísmica asociada. Existen muchas objeciones a esta ley que hacen referencia a la falta de corroboración con los datos experimentales, así como a su posible significado para escalas de análisis mundiales.

Por este motivo en esta tesis se ha planteado como puede interpretarse la Ley de Aki aplicada a la sismicidad mundial, y cuales son las condiciones iniciales del experimento. Ya hay un antecedente de la aplicación de las geometrías fractales en la tectónica de placas a escala global (Bird, 2003 y Sornette y Pisarenko, 2003), sin embargo más relacionado con los diferentes mecanismos de génesis de placas tectónicas que con la distribución espacial de la sismicidad, en gran parte porque a priori, no parece que exista un nexo de unión evidente (Sornette 2003, comunicación personal).

Por otro lado, el hecho de que se ajusten a una ley de potencia, implica una geometría fractal aunque probablemente esto no influye en el hecho de que se puedan obtener sus dimensiones fractales, incluso si la geometría no es fractal. Por otro lado,

este modelo tectónico debe de utilizarse con mucho tacto y para escalas superiores a los 13 orógenos descritos por Bird (2003), puesto que para escalas inferiores, el modelo presenta ciertas inexactitudes (Bird, 2003, comunicación personal).

Según estos condicionantes y acertados comentarios sobre el modelo global de placas y las geometrías fractales, es posible argumentar la aplicación de la ley de Aki a las sismicidad instrumental de la siguiente forma:

El 99 % de los terremotos detectados por la red de Harvard se encuentran en los límites mayores de placas tectónicas, y generalmente asociados a las zonas convergentes. La ley de Aki dice que la dimensión de recubrimiento D_0 de las fallas que han provocado dichos terremotos, es $2*b$, donde “b” es el parámetro de ajuste de la ley de Gutenberg y Richter. Un recubrimiento de estos límites mayores mediante un mallado regular puede mostrar ese valor bajo ciertas asunciones. En primer lugar, se restringe el catálogo a los terremotos someros (< 65 km de profundidad) y localizados cerca de los límites de placa. También se eliminan aquellos terremotos que no presentan valor de M_s . El parámetro b se obtiene para la magnitud M_s , al ser la magnitud superficial un valor mas exacto que la magnitud m_b .

Por otro lado, el recubrimiento se realizó con un mallado en coordenadas geográficas, para así ampliar las deformaciones debidas a una proyección cilíndrica de los datos sobre ejes cartesianos (Figura 3.2.6). El recubrimiento se realizó para los pasos de malla de 70° , 50° , 30° , 20° , 10° y 5° , obteniendo el número de celdas que intersecan una parte de los límites, dorsales oceánicas, zonas de subducción o fallas transformantes del modelo de Bird (2003). Estas celdas aparecen representadas mediante el ángulo sólido (Figura 3.2.6 superior).

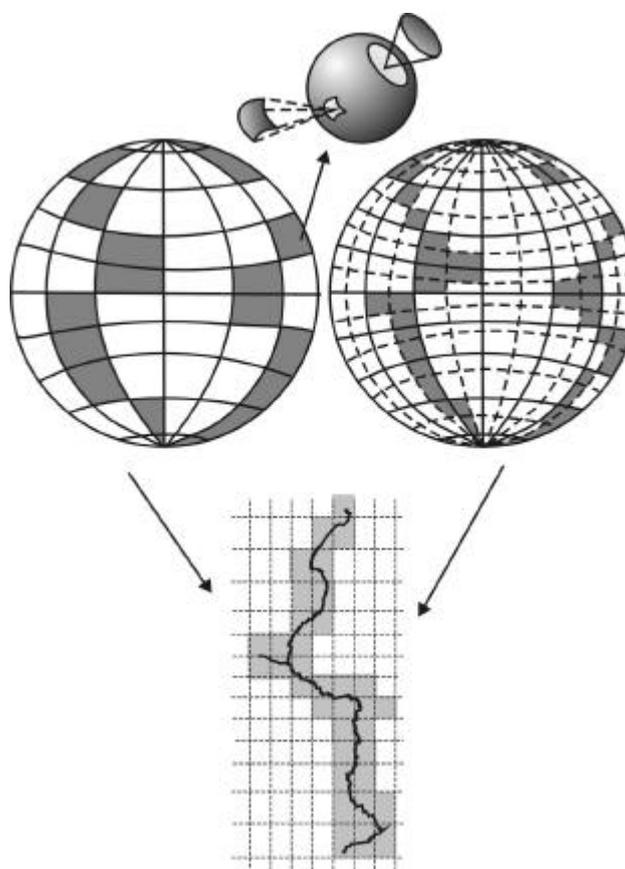


Figura 3.2.6. Discretización y recubrimiento mediante un mallado regular en coordenadas geográficas de los límites de las placas tectónicas según el modelo de Bird (2003).

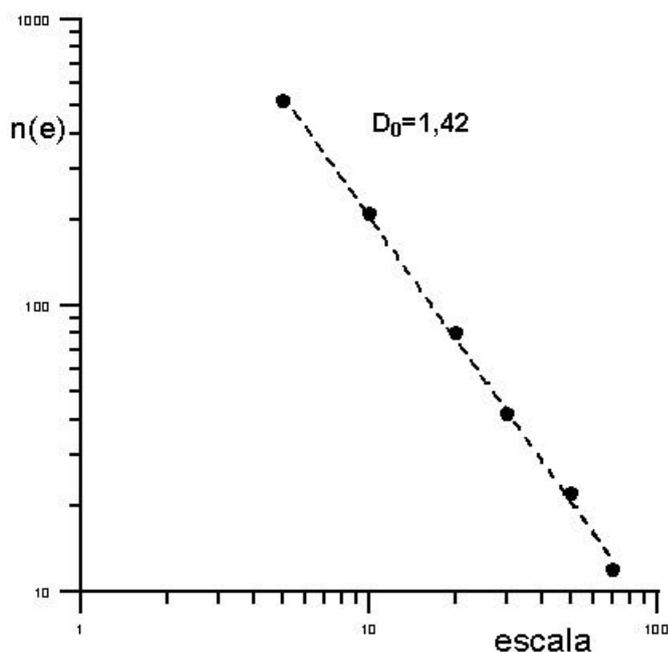


Figura 3.2.7 representación bilogarítmica de la dimensión de recubrimiento D_0 de los límites de placas del modelo global de Bird (2003). El valor de 1,42 se obtuvo mediante máxima verosimilitud y se ajusta según la ecuación de la recta: $\ln(y)=1,42*\ln(x)+8,6$, con un residual de 0,01 y un coeficiente de determinación R^2 de 0,998.

La figura 3.2.7 muestra la representación bilogarítmica del número de celdas que incluyen parte de un límite tectónico, en función de su tamaño en grados. Los puntos se ajustan a una recta cuya pendiente es la dimensión de recubrimiento $D_0 = 1,42$. Tomando el valor del parámetro $b = 0,78$ de la ley G-R para los terremotos superficiales (figura 3.1.12 inferior central ó tabla 3.2.I) y aplicando la ley de Aki (ecuación 3-50), se obtiene una dimensión de recubrimiento $D_0^* = 1,56$.

Comparando ambas dimensiones fractales, aparece una variación significativa de 0,14 entre ambos valores, mas aún teniendo en cuenta que el coeficiente de determinación en ambos casos es muy cercano a 1, y que los residuales son de dos órdenes de magnitud.

Hay varias explicaciones sobre esta significativa variación. En primer lugar, existe una importante variación entre el tamaño del intervalo temporal, de la sismicidad instrumental, cerca de 60 años, frente a las estructuras tectónicas más antiguas, como por ejemplo la dorsal medio atlántica con al menos 180 M.a. Esto implica que el grado de complejidad geométrica de los límites de placas ha ido cambiando durante más tiempo que la distribución temporal de terremotos instrumentales, de tal forma que puede tomarse el catálogo de forma instantánea. Sin embargo, este hecho implica que el valor de la dimensión fractal D_0 del recubrimiento espacial de los límites de placa en 2-D *responsables únicamente de los terremotos instrumentales*, debe de ser igual o inferior al medido, lo que aumentaría la diferencia entre ambas dimensiones fractales. Es decir, según la ley de Aki, *la distribución temporal de los terremotos instrumentales*

a escala global en 60 años presenta una mayor complejidad que la geometría de la tectónica de placas en 180 M.a..

También existe la posibilidad de que en el registro de los 60 años de la serie instrumental, falten terremotos grandes ($M > 7$) que hagan disminuir el valor del parámetro b , al aumentar la tasa entre terremotos grandes y terremotos medianos ($5 < M < 7$). Esto implica que en 60 años la sismicidad mundial sigue en un estado de régimen transitorio, o bien que estamos en un sub-régimen estacionario limitado por eventos particulares fuera de escala (e.g. formación de un supercontinente), de manera similar al concepto de equilibrio puntuado (periodos temporales en regímenes estables separadas entre sí por eventos instantáneos fuera de escala).

Por último, también hay que contar con el efecto de resolución en el mallado. El paso mínimo de nuestra celda definida mediante un ángulo sólido es de 5° de arco, esto significa que la celda mínima mide 560 x 560 kilómetros, aproximadamente. Esto implica que los mallados propuestos no recubren, a la escala de máxima información, las irregularidades que aparecen en los límites de placa mayores, sobre todo en las zonas de dorsal oceánica, donde aparecen saltos debidos a la actuación de fallas transformantes. Afinando más en el recubrimiento, alcanzando un límite inferior mínimo de $0,5^\circ$ de arco (56 Km), probablemente se realice un ajuste de la dimensión fractal D_0 con un valor ligeramente superior.

Comparando estos resultados con los obtenidos por otros autores, Sadovskiy et al (1984) muestran la distribución espacial de terremotos como un conjunto de puntos con características fractales y cuya dimensión fractal no varía significativamente para un intervalo de magnitudes dado. Para el catálogo mundial de Gutenberg (1925-1938) estos autores obtuvieron un valor de la dimensión de capacidad (D_0) de la distribución espacial de epicentros de $D_0 = 1,5$. Este valor es superior al que hemos obtenido para la distribución espacial de límites de placas, y mas cercano al obtenido aplicando la ley de Aki en la sismicidad mundial instrumental.

Kagan y Knopoff (1980) utilizando la integral de correlación obtuvieron la dimensión fractal de correlación D_2 con un valor entre 1,0 y 1,1 para el catálogo de la *National Oceanic and Atmospheric Administration* (1965-1977) y DUDA (1921-1977).

En cualquier caso e independientemente de los resultados, puede interpretarse *la distribución en frecuencia del tamaño de los terremotos como la irregularidad geométrica de los límites de las placas tectónicas, ambas fractales.*



3.3 Análisis fractal aplicado en paleosismología en la zona de Hellín (Albacete)

3.3.1 Introducción

En el apartado anterior (3.2) se ha visto como la sismicidad instrumental constituye un fractal que se relaciona con la geometría de la fracturación. Sin embargo, también se ha puesto de manifiesto que, mientras la fracturación analizada presenta un amplio rango de edades, de hasta 180 M.a. en el caso de las dorsales oceánicas, la sismicidad instrumental solo abarca parte del siglo XX, menos de 100 años de registro.

Por otro lado, la paleosismología nos permite ampliar el registro sísmico a partir de datos geológicos, construyendo series paleosísmicas que abarcan incluso periodos neotectónicos (Rodríguez-Pascua et al., 2003). Es por ello que ahora se amplía en el tiempo la serie sísmica instrumental e histórica de la Península Ibérica, restringiendo la zona a una escala espacial de las cuencas lacustres neógenas en la zona de Hellín, (Albacete), con el objetivo de seguir analizando la fractalidad de la sismicidad, ampliando lo máximo posible el intervalo temporal.

Con este objetivo y una vez expuestas las diferentes teorías sobre la relación entre la dimensión fractal, la dimensión de recubrimiento (D_0), con el parámetro b de la ley de Gutenberg y Richter, en este apartado, en particular, se estudia una serie sísmica instrumental, una serie paleosísmica (Rodríguez-Pascua et al., 2002) y un mapa bidimensional de fallas potencialmente activas, con el fin de comprobar el grado de correlación entre la serie sísmica para un intervalo total de 5 millones de años y la configuración espacial de las fallas potencialmente activas. De esta manera, ampliamos el espectro de condiciones en la verificación experimental de la ley de Aki.

El análisis paleosismológico de cuencas lacustres permite obtener series sísmicas de terremotos que han ocurrido con anterioridad a las crónicas históricas. A partir de una serie paleosísmica desarrollada por Rodríguez-Pascua et al., 2002, se determinará si se cumple la ley de Aki entre los terremotos instrumentales, los terremotos históricos, los paleoterremotos y las fallas potencialmente activas, reconocidas por los citados autores, así como el grado de fractalidad de estas series paleosísmicas. Estas series paleosísmicas se generan a partir de

ciertas estructuras de deformación provocadas por terremotos en sedimentos blandos: las *sismitas* (Seilacher, 1969).

Como antecedente, Sims (1975) reconoció el carácter anual de los depósitos reconocidos en reservorios petrolíferos del oeste de los Estados Unidos, logrando datar *sismitas* de depósitos lacustres recientes, los cuales fueron correlacionados con terremotos registrados, estableciendo una correlación directa. Otra correlación similar entre sedimentos glaciales alpinos y terremotos fue mostrada por los trabajos de Beck et al. (1996).

Las cuencas terciarias lacustres que se han desarrollado durante el Mioceno superior en el Prebético Externo, en el sudeste español, muestran un registro excepcional de *sismitas*. Estas *sismitas* están formadas por estructuras de deformación generadas mediante terremotos, para un amplio intervalo de tiempo (Rodríguez Pascua, 1998; Rodríguez Pascua et al., 2000).

Las estructuras de origen sísmico observadas en los depósitos laminados (*laminitas*) incluyen *varvas lacustres deformadas*, *pseudonódulos*, *loop-bedding*, *niveles de mezcla* y *slumps*, observados a varias escalas (Rodríguez Pascua et al., 2000).

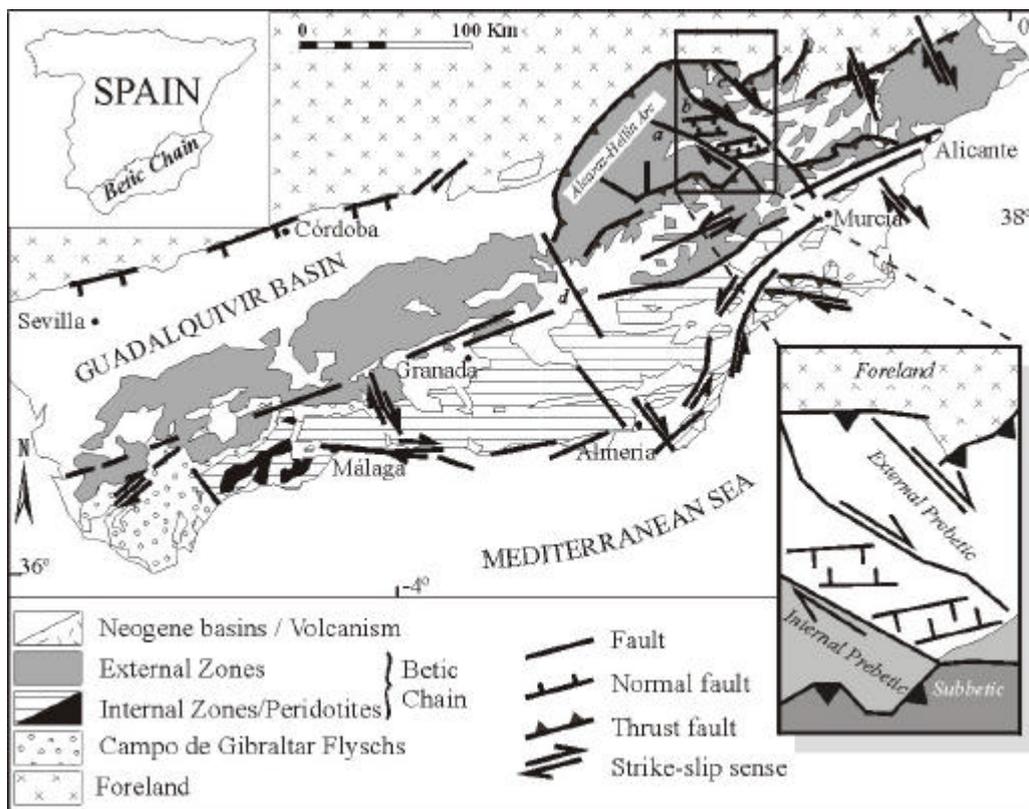


Figura 3.3.1 Localización geográfica y encuadre geológico del área de estudio. El rectángulo indica la localización de las cuencas lacustres analizadas, en las postrimerías del arco de Alcaraz-Hellín que limita la cuenca de *foreland* con las Béticas externas. *Fault*: falla; *Thrust*



fault: cabalgamiento; *Strike-slip sense*: sentido de movimiento en desgarre, *Betic Chain*: Cadena Bética. Reproducida con permiso de Rodríguez-Pascua et al. 2002.

Para la obtención de las series sísmicas que se utilizarán en esta sección, se utilizaron los niveles de mezclas (Marco et al., 1994). Hay varias razones para esta elección: debido a su buena preservación existen un número de ellas suficientemente significativo, cubren un amplio intervalo temporal y permite una correlación directa para determinar la magnitud del paleoterremoto debido a la existencia de fluidificaciones (Rodríguez-Pascua et al., 2002).

3.3.2 Marco Geológico y Geográfico: el Prebético Externo

El área de estudio se encuentra localizada hacia el sur de Albacete (Figura 3.3.1). Desde un punto de vista estructural se localiza en la cara este del arco de Alcaraz-Hellín (Álvaro et al., 1975). En esta estructura y hacia el oeste, la orientación bética (SO-NE) cambia a la orientación ibérica (NO-SE), coincidente con una falla de basamento direccional dextrosa. La cobertera mesozoica se encuentra afectada por movimientos de esta falla direccional y por intrusiones diapíricas del Keuper, provenientes del principal plano de despegue (*detachment*, Elízaga et al., 1984).

La orogenia alpina es la responsable de la emergencia del Prebético Externo durante el Jurásico Superior (Malm) (Jérez Mir, 1973), permaneciendo como una plataforma somera durante el Cretácico superior. Durante el Paleógeno la región emergió de nuevo, reduciendo drásticamente la sedimentación (Elízaga, 1994). Una trasgresión marina cubrió la zona en el Mioceno medio-superior (Calvo, 1978). Después de la retirada del mar, varias cuencas lacustres se formaron, las cuales se rellenaron por sedimentos someros durante el Mioceno superior (Elízaga, 1994), estando localizadas en la zona norte del arco de Alcaraz-Hellín (Figura 3.3.1). Las principales estructuras que dominan la cinemática de la zona durante la orogenia alpina son desgarres dextrosos de orientación NO-SE: Socovos-Calasparra, Lietor y Pozohondo faults (Figura 3.3.2). Las fallas de Lietor y Socovos-Calasparra delimitan un relieve elevado donde se desarrollaron las principales cuencas lacustres, y están limitadas por fallas normales de orientación E-O.

La serie paleosísmica se definió a partir del análisis de laminitas en tres cuencas lacustres: El Cenajo, Elche de la Sierra e Híjar (Figura 3.3.1), siendo correlacionable su sucesión estratigráfica (Rodríguez-Pascua et al., 2000).

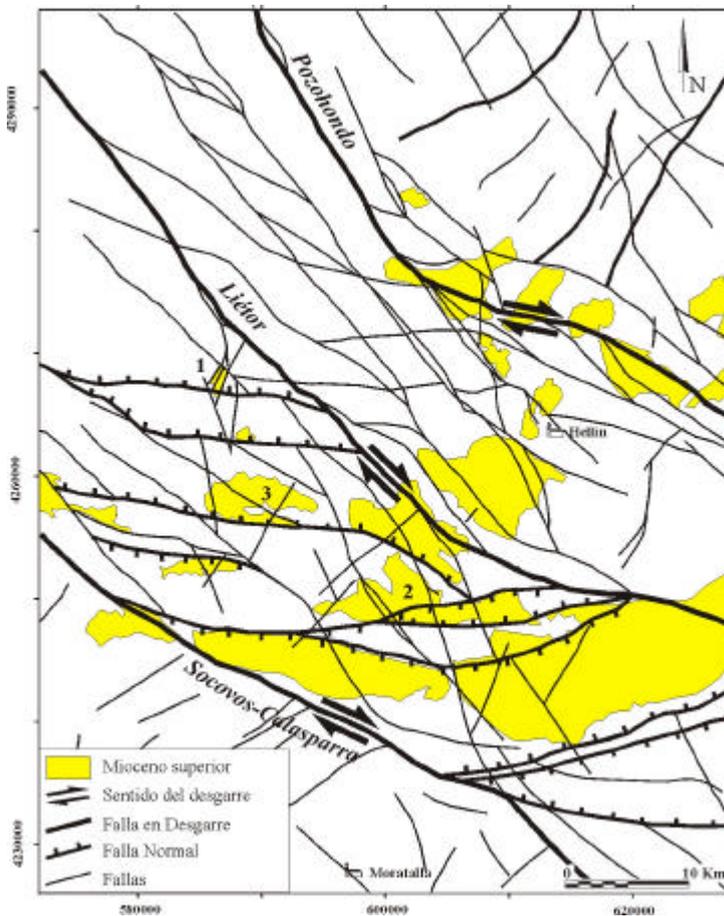
3.3.3 Descripción de la serie paleosísmica

Mediante el análisis temporal de los pares de laminitas reconocidos en la columna estratigráfica debido a su dinámica anual periódica, se obtuvo la serie temporal paleosísmica (Glenn y Kelts, 1991, Calvo et al., 1998). En concreto para los depósitos analizados, este análisis consiste en el conteo sistemático de pares de láminas clara-oscuro, de tamaño milimétrico, formadas por *diatomitas* y margas carbonatadas (Calvo et al., 1998). Los niveles de mezclas se seleccionaron debido a que configuran las estructuras de deformación sísmica más real para construir estas series.

Los niveles de mezcla se desarrollan sobre sedimentos laminados de poco espesor, depositados en exposición sub aérea. Como primer trabajo que las describe y caracteriza

tenemos a Marco et al. (1994) sobre sedimentos varvados pleistocenos del Lago Lisan, situado en el Mar Muerto. Marco y Agnon (1995) asignan estas estructuras a paleoterremotos de magnitud superior a 5,5.

Sobre un nivel de mezcla desarrollado se distinguen tres zonas diferentes: la zona superior donde la fluidificación se encuentra bien desarrollada, una zona intermedia con deformación dúctil-frágil (rotura y deformación de varvas) y



finalmente, una zona inferior que muestra deformación dúctil, como pliegues en las varvas, situada en un nivel inmediatamente superior sobre una zona laminada sin deformación.

Figura 3.3.2 Mapa de fallas potencialmente activas en la zona de estudio. Modificado de Rodríguez-Pascua et al., 2002. Asociada estas fallas se representan las cuencas lacustres, localizando las columnas estratigráficas en (1) Hijar, (2) El Cenajo, (3) Elche de la Sierra

Por otra parte, las laminitas no acumulan



deformación por terremotos sucesivos una vez que han litificado.

La fluidificación es un fenómeno relacionado con terremotos de magnitud superior a 5-5,5, tal y como se muestra en múltiples trabajos sobre experimentos de laboratorio (Seed y Idriss, 1982; Audemard y De Santis, 1991; Papadopoulos y Lefkopoulos, 1993; Marco y Agnon, 1995). Estudios empíricos desarrollados por Galli y Ferrelì (1995) registraron 12880 estructuras de licuefacción generadas por 158 terremotos históricos e instrumentales.

El 95% de estas estructuras se generaron en una zona con un radio máximo de 25 Km desde el epicentro, y para terremotos someros. Este radio es el que se ha aplicado en la zona de estudio para determinar el área de influencia afectada por la licuefacción.

Intervalo de recurrencia paleosísmica

El intervalo de recurrencia de los paleoterremotos puede obtenerse datando los niveles de mezcla en las diferentes columnas estratigráficas. Para ello, se cuentan los pares de laminitas claro-oscuro, obteniendo una datación relativa a partir de un nivel inicial común en todas las columnas estratigráficas analizadas. En el trabajo de Rodríguez-Pascua et al., 2002 se analizan 4 columnas estratigráficas con el fin de encontrar la serie paleosísmica.

La columna de El Cenajo presenta un intervalo temporal de 2340 años, con un intervalo de recurrencia medio de 111 años con una desviación estándar de ± 82 años.

En Híjar estos mismos autores interpretaron dos columnas litoestratigráficas de sedimentos varvados, la primera de 87 cm de espesor, con un intervalo temporal de 119 ± 33 años y un intervalo de recurrencia de 1198 años. La segunda columna presenta estructuras *boudinage* con un patrón de *tableta de chocolate* (Ramsay y Huber, 1983) o estructuras de *loop-bedding* (Calvo et al., 1998). Esta columna representa un intervalo temporal de 2752 años, con un intervalo de recurrencia de paleoterremotos de 250 ± 150 .

La última columna estratigráfica corresponde a Elche de la Sierra, interpretada a partir del testigo de *diatomitas* obtenido en un sondeo por CELITE Hispánica. Esta columna presenta un intervalo temporal de 3165 años, con un espesor de 73 metros y un intervalo de 102 ± 65 años, con 31 eventos reconocidos.

En total, se obtuvo un intervalo temporal de 9446 años con 73 eventos reconocidos por niveles de mezcla.

3.3.4 Sismicidad histórica de la zona de estudio

La sismicidad histórica es escasa en la zona de Albacete. De todos los trabajos sobre el tema, la figura 3.3.3 compila los resultados del parámetro b de la ley de Gutenberg y Richter más reseñables debidos a Sanz de Galdeano y López Casado (1988), Buforn et al. (1988), López Casado et al. (1995) y Camacho y Alonso Chaves (1997).

Sanz de Galdeano y López Casado (1988) divide la Cadena Bética en 18 zonas a partir de características estructurales, calculando en cada una de estas zonas el valor del parámetro b dentro del intervalo (0,8;1,2), tal y como aparece en la figura 3.3.3.

López Casado et al. (1995) realizó un análisis espacial sistemático del parámetro b a partir de datos históricos (1390-1910) e instrumentales (1930-1992). En su trabajo estos autores clasifican la sismicidad de la zona según tres criterios: zonas locales (Figura 3.3.3g), dominios corticales regionales (Figura 3.3.3h) y terremotos con un profundidad media y profunda (35 - 180 km) (Figura 3.3.3i).

Sin embargo estos autores obtuvieron bajos valores del parámetro b , por debajo de 0,8, seguramente debido a la escasez del registro histórico de terremotos de baja intensidad.

3.3.5 Sismicidad instrumental de la zona

Los terremotos instrumentales utilizados en esta tesis y en el trabajo de Rodríguez-Pascua et al (2002) provienen de la base de datos digital del Instituto Geográfico Nacional. De ella, utilizaron 1169 datos con una magnitud mínima de 2,7 registrados entre 1980-1995. La distribución de frecuencias en acumulado, del tamaño de estos terremotos instrumentales obedece la ley de Gutenberg y Richter, con un valor de $b = 0,86 (\pm 0,08)$ (Figura 3.3.4a).



<i>Author</i>	<i>b</i>	<i>Time interval</i>	<i>Magnitude interval</i>	<i>Zone</i>
A Karnik (1971)	1.0	1901-1955	4.3-6.3	
B Hatzfeld (1978)	0.8	1962-1976	3.0-5.3	
C De Miguel et al. (1983)	0.86 1.02	1948-1962 1962-1975	3.5-5.3	
D Vidal et al. (1984)	0.86 0.78	1948-1961 1962-1975	m > 2.5	
E Baform et al. (1988)	0.75±0.02	1963-1984	4-7	
F Sanz de Galdeano & Lopez Casado (1988)	1.0	1930-1985	3.5-6.2	
G López Casado et al. (1995)	I: 0.75±0.08 II: 1.1±0.1 III: 0.8±0.1	1930-1992	3.5-4.8 3.5-5.2 3.5-4.8	
H López Casado et al. (1995)	I: 1.1±0.1 II: 1.1±0.1 III: 0.64±0.4	1930-1992	3.5-5.4 3.5-5.7 4.5-7.3	
I López Casado et al. (1995)	I: 0.84±0.06 II: 1.01±0.06 III: 1.0±0.3	1930-1992	3.5-4.5 3.0-5.4 3.5-5.3	
J Camacho & Alonso (1997)	0.739	1984-1994	3-5	
K This work	I: 0.86±0.06 II: 0.86±0.08	LateMiocene: 9446 years 1980-1995	3.7-6.0 2.7-5.2	

Figura 3.3.3 Compilación de diferentes trabajos sobre el valor del parámetro *b* de la sismicidad instrumental. Se puede apreciar que tiene un valor menor a 0,5, lo que indica que la serie histórica no está completa

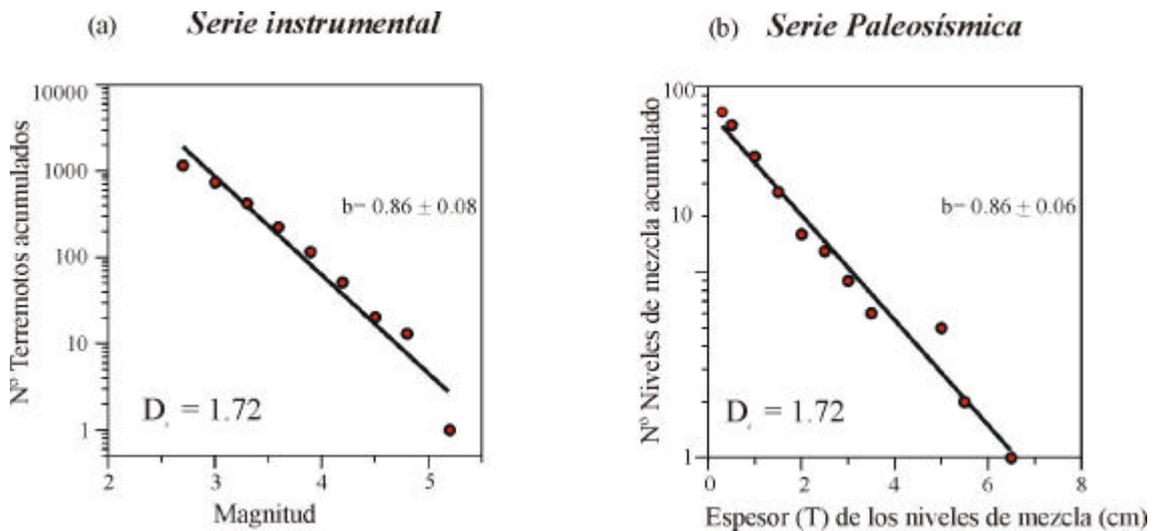


Figura 3.3.4 (a) Ley de Gutenberg y Richter para la sismicidad instrumental. El valor del parámetro b obtenido por máxima verosimilitud es de 0,86. (b) Ley de Gutenberg y Richter para la serie de datos de paleosismicidad. El valor del parámetro b es de 0.86. En ambas series, aplicando la ley de Aki se obtiene un valor de la dimensión fractal de 1,72.

3.3.6 Relación entre los datos de la serie paleosísmica y la serie instrumental

Debido a que el espesor de los niveles de mezcla es directamente proporcional a la magnitud del terremoto que las generó, es lógico pensar que la distribución en frecuencia acumulada del tamaño de los niveles de mezcla obedece igualmente la ley de Gutenberg y Richter. Con este motivo, se realizó una distribución de los tamaños de los niveles de mezcla de los 73 eventos registrados, ordenados temporalmente a partir de la datación relativa entre las laminitas. El valor del parámetro b que se obtuvo es de 0,86 (± 0.06) (Figura 3.3.4b). Por lo tanto, las series paleosísmicas obedecen la ley de Gutenberg y Richter, con un valor del parámetro b dentro del intervalo definido para la sismicidad instrumental (0,5-1,5; Aki, 1981, King, 1983), tanto para la distribución de espesores de los niveles de mezcla cómo para la distribución de magnitudes asociadas.

Una relación empírica entre el espesor del nivel de mezcla y la magnitud asociada del terremoto responsable fue sugerida por Rodríguez-Pascua et al. (2002). La figura 3.3.5a es una gráfica en cartesianas de la potencia del nivel de mezcla frente a la magnitud. A partir del límite entre la fluidificación incipiente ($M \approx 5$) y la fluidificación bien desarrollada ($M \approx 5,5$) (Figura 3.3.5b) estos autores presentan una relación empírica lineal entre ambos parámetros:



$$M \approx \frac{T}{3} + 3,83 \quad (3-52)$$

Donde M es la magnitud local asociada al nivel de mezcla de espesor T . El límite inferior de la fluidificación en sedimentos lacustres profundos (Seed y Idriss, 1982; Scott y Price, 1988; Papadopoulos y Lefkopoulos, 1993; Marco y Agnon, 1995), por lo que es posible asumir una extrapolación para un intervalo de magnitudes, con un mínimo en $M = 3,7$ y un máximo de $M = 6,1$ (Rodríguez-Pascua et al., 2002).

La relación entre la magnitud de momento de un terremoto y la distancia entre epicentro y la licuefacción asociada más lejana fue establecida por Ambrasey (1988) y Obermeier (1996). Las cuencas lacustres que presentan la serie paleosísmica se encuentran delimitadas por fallas normales que se encuentran a una distancia inferior a 25 Km de la cuenca. Dibujando este radio sobre la curva de Ambrasey, la licuefacción podría aparecer para terremotos de magnitud de momento cercana a 6. Cómo la magnitud máxima que obedece la ecuación (3-52) es $M = 6,1$, las licuefacciones deben de haberse formado dentro de un radio menor de 25 Km (Galli y Ferrel, 1995, Rodríguez-Pascua et al., 2002). En consecuencia, la actividad sísmica de estas fallas normales que delimitan las cuencas podría ser la responsable de las licuefacciones descritas.

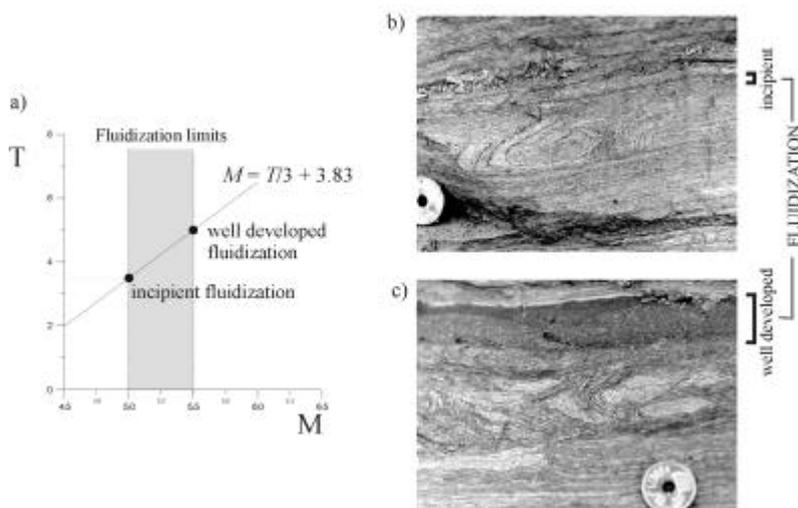


Figura 3.3.5 (a) Relación empírica entre la potencia del nivel de mezcla y la magnitud asociada a partir del límite entre la fluidificación incipiente y la fluidificación completamente desarrollada. (b) Fotografía de campo de la fluidificación: la instantánea superior muestra una fluidificación incipiente, mientras que la inferior muestra una fluidificación bien desarrollada. Reproducida con permiso de Rodríguez-Pascua et al., 2002

3.3.7 Aplicación de la ley de Aki al conjunto de fallas potencialmente activas

El hecho de que los paleoterremotos obedezcan la ley de Gutenberg y Richter, o bien como distribución de frecuencias acumuladas de espesores de niveles de mezcla o bien como magnitudes locales asociadas, indica que estas estructuras se distribuyen como una ley de potencia en tamaño. Según esto, los paleoterremotos constituyen un fractal en la distribución de tamaños, con un valor del parámetro b dentro del intervalo de confianza, $0.5 < b (0,86) < 1$, completando un registro de 5 millones de años. Además, este valor del parámetro b es similar al valor obtenido para la sismicidad instrumental, no así para la sismicidad histórica, la cual presenta valores más bajos y que no pertenecen al intervalo característico.

Aplicando la ecuación (3-48) para determinar el valor de la dimensión de capacidad, D_0 , obtenemos un valor de 1,72, tanto para la sismicidad instrumental como para la paleosismicidad, puesto que ambas presentan el mismo valor de b . Este valor de la dimensión fractal indica que la disposición de las fallas activas se distribuyen en una superficie con una geometría que no llega a configurar un plano (dimensión 2). Por otra parte, el valor de $D = 1,7$ (aproximadamente) se encuentra ampliamente referenciado en múltiples trabajos sobre fracturación y su distribución fractal espacial (Turcotte, 1986, Turcotte, 1996, Castaing et al., 1996, Barton y La Pointe, 1990).

Este valor de D_0 comprendido entre la dimensión de una línea (dimensión topológica) y la dimensión de un plano (dimensión euclídea del espacio que embebe las fracturas) permite realizar un conteo mediante *box-counting* sobre la distribución espacial bidimensional de las fallas responsables de estos terremotos. Representando un mapa bidimensional de las fallas potencialmente activas (Figura 3.3.2) en la zona, responsables de gran parte de la serie sísmica, es posible estudiar la relación entre la dimensión fractal obtenida mediante la ecuación (3-48) y la dimensión fractal obtenida mediante *box-counting*.

Por otra parte, geológicamente esta correlación entre estas fallas y la serie paleosísmica es correcta, dentro de su contexto, puesto que el campo de esfuerzos en la zona no ha variado en los últimos 5 millones de años (Rodríguez-Pascua, 1999). Las fallas potencialmente activas se definen como aquellas fallas orientadas de acuerdo con el campo de esfuerzos actual y que son capaces de generar terremotos.

Mapa de fallas potencialmente activas en la región de Hellín (Albacete)



El mapa de fallas potencialmente activas (Figura 3.3.2) se construyó a partir de ortho imágenes de satélite a escala 1:25.000 y 1:100.000, fotografías aéreas a escala 1:33.000, 1:20.000 y 1:18.000, mapas de síntesis geológica de la zona y trabajo de campo en el área de estudio. Además, el conjunto de fallas potencialmente activas se generó de aquellas fallas reconocidas a partir de las fuentes anteriormente descritas contrastadas con el campo de esfuerzos determinado mediante análisis poblacional de fracturas y el análisis de mecanismos focales de los terremotos de la serie instrumental. (Rodríguez-Pascua, 1998). Con todo ello y sobre el mapa, los conjuntos más importantes de fallas reconocidas son:

(1) Fallas en dirección con orientación NW-SE: Falla de Socovos-Calasparra, Falla de Lietor y Falla de Pozohondo. Estas fallas se encuentran orientadas según el campo de esfuerzos actual además de afectar a depósitos cuaternarios.

(2) Familia de fallas normales E-W: con actividad neotectónica observada en depósitos de edad Tortoniense-Mesiniense, periodo donde se produce el cambio de depósitos marinos a depósitos continentales, desarrollándose las cuencas lacustres. Las paleoestructuras observadas son facetas triangulares que atraviesan materiales cuaternarios debidas a actividad de fallas.

Análisis fractal 2-D del mapa de fallas potencialmente activas

La dimensión fractal de las fallas activas y potencialmente activas se determinó mediante un algoritmo *box-counting* (Walsh y Watterson, 1993) utilizando el código DFP (Paredes y Elorza, 1999, Pérez-López et al., 2000). Esta dimensión fractal indica el grado de fractalidad de la distribución espacial de fallas en el espacio que embebe a las fallas. Por tanto, un valor más cercano a 1 indica que el conjunto se acerca más a una estructura euclídea asimilable a una línea, mientras que un valor cercano a 2 señala que la distribución de fallas tiende a rellenar un plano. Esta descripción podría asemejarse a un grado de irregularidad en la distribución espacial (Pérez-López et al., 2000).

La dimensión fractal (D_0) se ha comparado con la dimensión fractal obtenida mediante la ley de Aki a partir del parámetro b (D_0^*), ambas en dos conjuntos diferentes de datos: la sismicidad instrumental de la zona y la paleosismicidad (Fig. 3.3.5). Un valor de $D_0=1,73$ se obtuvo mediante *box-counting* en el mapa de fallas (Figura 3.3.6).

Análisis Box-counting de las fallas potencialmente activas

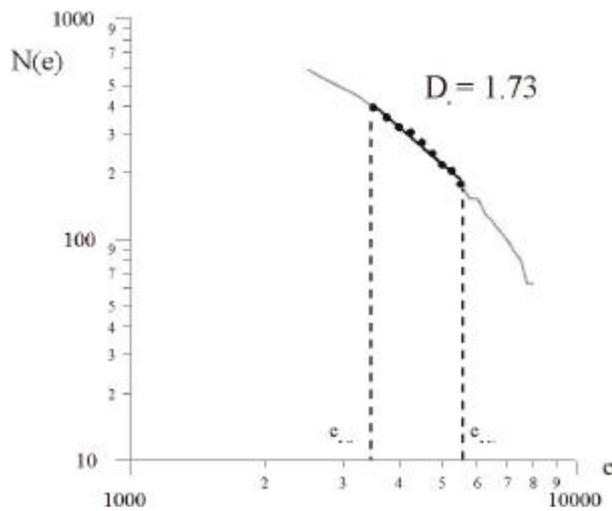


Figura 3.3.6 Dimensión fractal de la distribución espacial de las fallas potencialmente activas en Hellín, Albacete. El valor de $D_0 = 1,73$ se obtuvo aplicando el método de máxima verosimilitud. *Con permiso de Rodríguez-Pascua et al., 2002.*

La dimensión fractal (D_0^*) obtenida desde los datos de paleosismicidad y para los datos de sismicidad instrumental en el Bético externo es de $D_0^*=1,72$, muy similar al obtenido mediante box-counting en la distribución espacial de fallas potencialmente activas en la zona, $D_0 = 1,73$. Estos valores tan similares obtenidos para los dos conjuntos de datos indican una buena correlación entre los la serie paleosísmica, los terremotos instrumentales y la distribución de fallas potencialmente activas. La invarianza al cambio de escala aparece en cualquier manifestación del campo de esfuerzos en el Prebético externo.



3.4 Teoría de la Información aplicada en sismicidad

En los apartados 3.1, 3.2 y 3.3 de éste capítulo, se ha argumentado y demostrado que la sismicidad, tanto para series instrumentales como paleosísmicas, presenta una geometría fractal. Esta geometría fractal implica una invarianza en el comportamiento espacial y en tamaño de los terremotos y que se refleja en la ley de Gutenberg y Richter y en la geometría fractal de las fallas. Además, la ley de Aki muestra la relación empírica entre la dimensión fractal de éstas fallas y el exponente de la ley G-R que cumple la serie de terremotos.

Con todo ello, cabe preguntarse si dentro de este intervalo de invarianza, existe alguna escala que proporcione el máximo de información posible sobre la disposición espacial y la energía liberada por cada terremoto. No hay que olvidar que el conocimiento preciso de la sismicidad ayuda en la mejor determinación de la peligrosidad sísmica con el fin de mitigar al mínimo los daños posibles.

El hecho de que la sismicidad constituya un fractal introduce un concepto importante en su estudio, el concepto de entropía. Mas aún, se ha visto en el capítulo 1 como la entropía constituye una dimensión fractal (D_1), con un grado de información superior al que es posible interpretar de la dimensión de recubrimiento D_0 . Precisamente por ello, esta dimensión fractal se denomina dimensión de información.

Con estos antecedentes, la parte final del capítulo 3, el apartado **3.4**, aplica la Teoría de la Información de Shannon-Weaver a la distribución espacial de la sismicidad. Desde el concepto de entropía, se obtiene la escala de máxima información para la elaboración de mapas discretos tanto de la frecuencia de terremotos como de ésta frecuencia ponderada con la energía liberada en la Península Ibérica.

3.4.1 Base de datos del área Ibero Magrebí (I.G.N.): Estudio de calidad

La zona de estudio seleccionada para la aplicación de esta metodología es la Península Ibérica y zonas adyacentes como el norte de Marruecos, noroeste de Argelia, parte pirenaica francesa y plataforma marina, situada al oeste y antes de la dorsal centro atlántica.

Se ha seleccionado la base digital de terremotos ibero-magrebíes proporcionada por el Instituto Geográfico y Nacional, con el fin de aplicar el análisis entrópico que determine la escala de máxima información sobre la distribución epicentral, tanto en intensidad epicentral como en intensidad ponderada con la energía del evento (densidad energética).

Aplicando la Teoría de Información de Shannon, tal y como se describe en el capítulo 1, se realizan una serie de mapas discretos del número de terremotos por unidad de área y de la energía que liberan por unidad de área. De esta manera, es posible determinar diferentes patrones espaciales de ocurrencia sísmica y de liberación de energía, ambos correlacionables con cualquier información sismotectónica disponible, desde el punto de vista de la peligrosidad.

Se incide a lo largo de esta sección, sobre el hecho de que los mapas obtenidos, derivan de la serie instrumental de terremotos ibéricos. Es muy importante tener claro este origen puesto que tal serie indica un comportamiento espacial para un intervalo temporal cercano a los 80 años, dentro de una zona de baja sismicidad. De nuevo volvemos a encontrar el condicionante sobre la longitud temporal de la serie sísmica, el intervalo temporal de registro es corto.

Estructura de la base de datos

La base digital de datos sísmicos proporcionada por el IGN consta de un total de 20235 terremotos brutos desde 1904 hasta el año 2000. La información que se asocia a cada sismo se distribuye sobre 23 campos (Tabla 3.4.I):

Campo:	Campo:
A: Agencia	J: ERH error cuadrático medio de posición Km
B: Longitud Este (° ‘ “.0)	K: ERZ error cuadrático medio de prof. Km
C: Latitud Norte (° ‘ “.0)	L: Tipo de magnitud (vacío: mbLg, P:mb)
D: Fecha del evento (año, mes, día)	M: Magnitud *10
E: Hora del evento (hora, minutos, segundos.0)	N: Número de estaciones que lo identifican
F: Profundidad en Km	O: Intensidad *10 (EMS)
G: Mecanismo focal calculado	P: Comentarios
H: D si hay disponible registro digital	Q: población más próxima al epicentro
I: RMS error cuadrático medio en s.	R: código provincial

Tabla 3.4.I. Campos de la base de datos del IGN.

Del conjunto de datos recogidos en esta base, inicialmente se han descartado aquellos que se han datado anteriores al año 1985, ya que la primera estación sísmica digital instalada en España data de 1984 (estacion “GUD”, ubicada en el interior de la Basílica al pie de la Cruz de los Caidos, en la Sierra de Guadarrama).

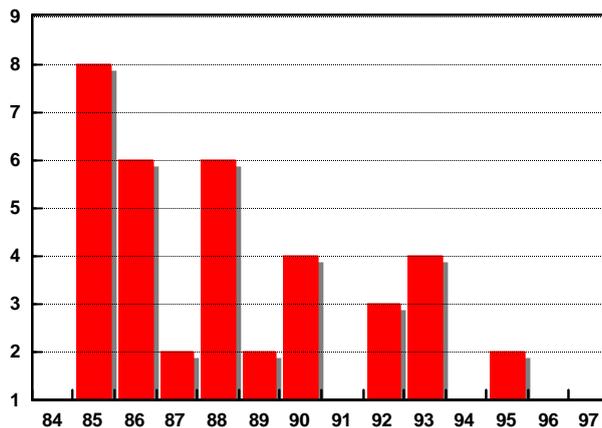


Figura 3.4.1 Distribución del número de estaciones sísmicas instaladas anualmente en España por el IGN, entre los años 1984 a 1997.

A partir de ese momento, como se muestra en el gráfico adjunto (figura 3.4.1), se han ido instalando sucesivas estaciones del IGN sobre el territorio Español, hasta configurar en la actualidad una red de registro prácticamente en continuo (figura 3.4.2). Esta red aparece más densa en la zona bética (SE), dispersa en la zona centro y poco densa en Galicia (NE) y Pirineos (NO).

Con la información disponible para cada estación se ha elaborado una base de datos, que se presenta en la tabla 3.4.II (fuente IGN: <http://www.geo.ign.es/>).

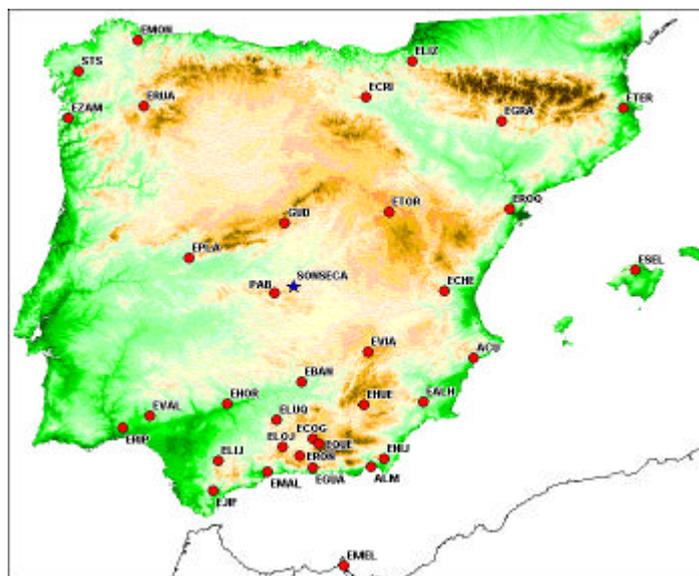


Figura 3.4.2a) Distribución sobre la Península Ibérica de las estaciones sísmicas del **IGN** en funcionamiento en el año 2000.

Tabla 3.4.II (*Hoja siguiente*): Base de datos con las estaciones de la Red Sísmica Nacional de la Península Ibérica y del Archipiélago Canario. Comp.: nº de componentes.

Código	Nombre	Lat °	Lon °	UTM X	UTM Y	Alt.	Año	Comp	Agencia	Código	Código	m.p.s	Sensor
ACU	Canalobre	38.51133	-0.41066	725772.7	4265521	580	85	1R	IGN	S	H	50	SS-1
ALM	Almería	36.85167	-2.45983	548156.8	4078350.6		97	3R	IGN	B	H	Â	STS-2
EALH	Alhama	37.85816	-1.41966	639024.3	4191048.7	294	86	1R	IGN	S	H	50	SS-1
EBAN	Baños	38.17099	-3.78999	430800.1	4224875.1	460	86	1R	IGN	S	H	50	SS-1
ECHE	Chera	39.59083	-0.96766	674522.4	4384108.2	643	86	1R	IGN	S	H	50	SS-1
ECOG	Cogollos	37.02716	-3.56633	449626.7	4097831.4	1176	90	1R	IGN	S	H	50	SS-1
ECRI	Cripan	42.05861	-2.51	540544.5	4656185.5	807	86	1R	IGN	S	H	50	SS-1
EGRA	Graus	42.19516	0.316	773805.3	4676555.3	706	90	1R	IGN	S	H	50	SS-1
EGUA	Guajares	36.83366	-3.56533	449588.3	4076365.8	386	91	1R	IGN	S	H	50	SS-1
EHOR	Hornachuelos	37.82316	-5.24799	302141.9	4188369.6	160	85	1R	IGN	S	H	50	SS-1
EHUE	Huescar	37.81483	-2.59266	535854.1	4185142.6	980	90	1R	IGN	S	H	50	SS-1
EJIF	J. de la Frontera	36.45133	-5.46883	278739.4	4036640.4	260	88	1R	IGN	S	H	50	SS-1
ELIJ	Sierra de Lijar	36.91902	-5.37962	288024.2	4088330.5	870	96	1R	IGN	S	H	50	SS-1
ELOJ	Loja	37.14799	-4.153	397605.4	4111707.6	998	93	1R	IGN	S	H	50	L-4
ELIZ	Elizondo	43.164	-1.31408	637055.7	4780190.7	523	92	1R	IGN	S	H	50	L-4
ELUO	Luque	37.5605	-4.26683	388110.1	4157602.3	703	92	1R	IGN	S	H	50	SS-1
EMAL	Malaga	36.7275	-4.4111	373992.5	4065368.7	60	93	3R	IGN	S	H	125	L-4
EMEL	Melilla	35.29999	-2.95666	503940.5	3906113.5	85	88	1R	IGN	S	H	50	SS-1
EMON	Mondonedo	43.43616	-7.32983	149560.5	4818148.2	615	88	1R	IGN	S	H	50	SS-1
ENIJ	Níjar	36.97149	-2.207	570586.7	4091799.8	440	85	1R	IGN	S	H	50	SS-1
EPLA	Plasencia	40.06416	-6.08033	237281.3	4439215.5	591	85	1R	IGN	S	H	50	SS-1
EQUE	Quentar	37.2086	-3.44444	460562.7	4117901.6	1050	95	3R	IGN	B	H	125	STS-2
ERIP	Río piedras	37.3761	-7.02555	143507.6	4144000.5	82	95	3R	IGN	B	H	125	STS-2
ERON	Agron	37.01799	-3.805	428388.7	4096967.1	1305	94	1R	IGN	S	H	50	L-4
EROO	Roquetas	40.82316	0.40883	787485.4	4524508.5	284	87	3R	IGN	S	H	50	SS-1
ERUA	La Rúa	42.39266	-7.14249	159009.1	4701478	431	87	1R	IGN	S	H	50	SS-1
ESEL	Selva	39.76816	2.89433	1005012.5	4418465	231	88	1R	IGN	S	H	50	SS-1
ETER	Terrades	42.3015	2.8555	982736.5	4699670.1	238	88	1R	IGN	S	H	50	SS-1
ETOR	Torete	40.81949	-2.05516	579681.5	4518936.3	1018	88	1R	IGN	S	H	50	SS-1
EVAL	V. del Camino	37.58416	-6.44516	195769.2	4165055.7	295	85	1R	IGN	S	H	50	SS-1
EVIA	Vianos	38.68499	-2.5025	543271	4281730.1	1142	85	1R	IGN	S	H	50	SS-1
EZAM	Zamans	42.14899	-8.69499	29365	4681827.6	398	86	1R	IGN	S	H	50	SS-1
GUD	Guadarrama	40.64316	-4.15366	402450.4	4499573.5	1268	84	1R	IGN	S	H	50	SS-1
PAB	San Pablo	39.5458	-4.3483	384145.6	4378005.7	925	92	3R	IGN/IRIS	B	H	20	STS-1
STS	Santiago	42.88599	-8.5525	46522.8	4762916.9	265	86	1R	IGN	S	H	50	SS-1
CCAN	Cañadas	28.221	-16.608	-2059352.9	3403556.6	2210	90	1R	IGN	S	H	50	SS-1
CFTV	Fuerteventura	28.414	-14.083	-1794623.9	3370502.7	540	85	1R	IGN	S	H	50	S-13
CHIE	El Hierro	27.727	-17.961	-2213635.8	3377989.3	170	89	1R	IGN	S	H	50	SS-1
CLAN	Lanzarote	29.10283	-13.47667	-1716896	3437642.7	300	85	1R	IGN	S	H	50	SS-1
CTFE	Las Mesas	28.48	-16.26167	-2016779.6	3425779	270	89	1R	IGN	S	H	50	SS-1
GGC	Gran Canaria	28.12	-15.63667	-1961467.3	3369662.7	560	93	1R	IGN	S	H	50	S-13
TBT	Taburiente	28.6794	-17.9145	-2182155.2	3488835	180	93	3R	IGN/IRIS	B	H	20	STS-1

De estos 11008 datos se suprimen tres que poseen una magnitud nula (campo M de la tabla 1 con valor 0), con lo que quedan 11005 datos. De éstos, no todos poseen información respecto al error de localización horizontal (ERH), al error (RMS), y a la magnitud, por lo que se han escogido sólo aquellos que poseen los tres campos completos, dando lugar a un total de 10755 datos, que se representan en la gráfica de la figura 3.4.4.

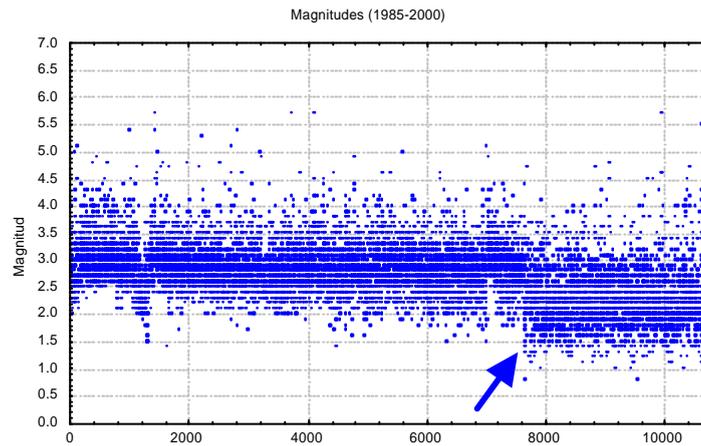


Figura 3.4.4 Distribución secuencial de los 10755 datos de magnitudes (m_b) frente al número de registro

Análisis temporal de errores.

Tal y como se observa en la figura 3.4.4, es posible apreciar un salto al principio del registro 7600, que corresponde al año 1997, que supone una disminución del límite inferior de detectabilidad de la magnitud de los terremotos (m_b), pasando de 2 ; 2.5 antes de 1997, a 1 ; 1.5 después de 1997. Se desestima la posibilidad de que la serie de magnitudes de los terremotos acaecidos en el área seleccionada posea una tendencia hacia presentar magnitudes más bajas con el tiempo ya que el salto es debido al aumento de sensibilidad de la red, apareciendo bien distribuidos a partir de ese registro

Atendiendo al momento en que este salto ocurre es posible asociar el mismo al estado de relocalización de los sismos dado que es posible que sea este punto a partir del cual los datos no se encuentren reposicionados. Debido a esto los errores tipo RMS y tipo ERH también se encontrarán afectados y por lo tanto este salto será reconocible.

A partir de esta observación se definen dos periodos de estudio: (1985–1996) y (1997–2000).



Estudio del parámetro b de la ley de Gutenberg – Richter.

(1) Sobre los 10755 datos del año 1985 al 2000 (Figura 3.4.5 )

Parámetros del ajuste: $M_{\min} = 2.25$, $b = 1.11 \pm 0.013$,
 $\chi^2 = 0.9977 \pm 0.011$, $D-W = 0.329$

(2) Sobre los 7659 datos del año 1985 al 1997 (Figura 3.4.5 )

Parámetros del ajuste: $M_{\min} = 2.47$, $b = 1.12 \pm 0.011$,
 $\chi^2 = 0.9984 \pm 0.010$, $D-W = 0.781$

(3) Sobre los 3097 datos del año 1997 al 2000 (Figura 3.4.5 )

Parámetros del ajuste: $M_{\min} = 1.88$, $b = 0.97 \pm 0.016$,
 $\chi^2 = 0.9952 \pm 0.016$, $D-W = 0.502$

Claramente se observa una diferencia apreciable entre los comportamientos registrados, lo que supone que al disminuir el parámetro b aumenta la relación del número de terremotos grandes respecto al número de pequeños.

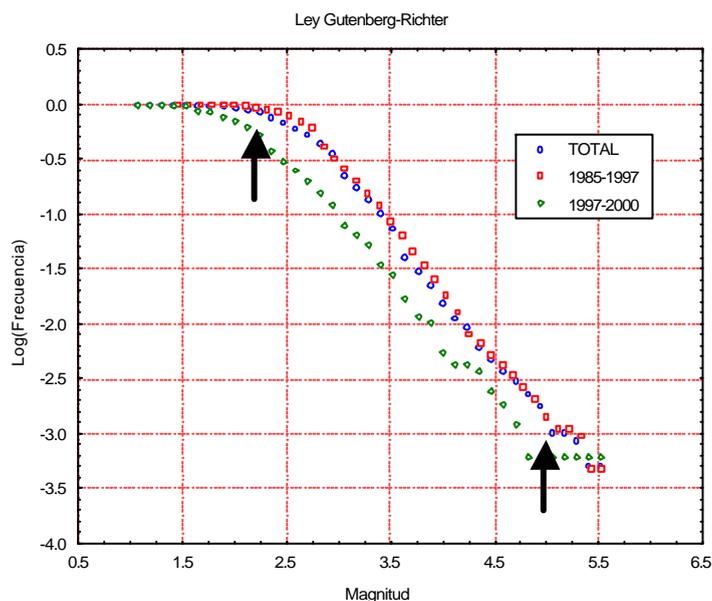


Figura 3.4.5 Ajustes de la ley de G-R, a los 10.755 datos preseleccionados. La flecha indica la truncación debido al efecto *finite-size*.

De los resultados obtenidos sobre la magnitud mínima para cada tramo se tomará el valor máximo como magnitud de corte dado que, según los estadísticos de la muestra, por debajo de este valor existe un subconjunto que no se comporta según la ley de G - R. Este valor es una magnitud de 2.47.

Estudio del comportamiento de los errores RMS y ERH.

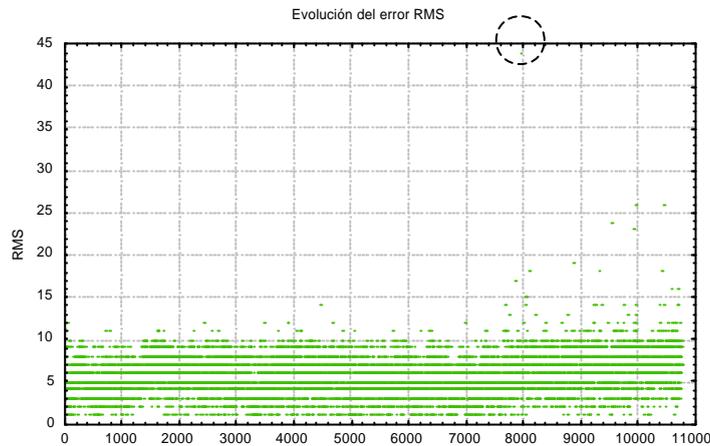


Figura 3.4.6(a) Evolución temporal de los errores RMS (seg) para los 10755 datos. Aparece un valor anómalamente alto en el registro 7900.

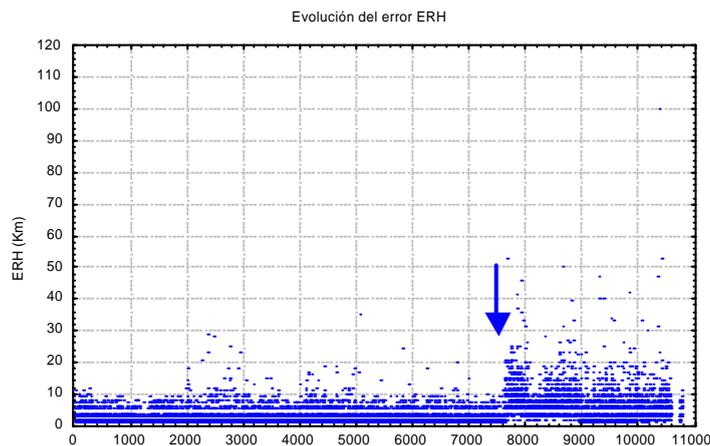


Figura 3.4.6(b) Evolución temporal de los errores ERH (Km) para los 10.755 datos. La flecha señala un aumento a partir del año 1987 probablemente debido a su no re-localización.

Se observa que si bien el comportamiento de los errores temporales RMS es muy semejante en los dos períodos considerados, no ocurre así para los errores espaciales ERH. Esta afirmación puede corroborarse si se interpretan los estadísticos correspondientes a cada error, comparándose un período con otro (Tabla 3.4.III). El uso de estos estadísticos solo pretende dar una idea de cómo las correspondientes funciones de distribución sufren un desplazamiento hacia valores superiores de la variable aleatoria cuando se pasa del primer período al siguiente, lo que permite poner en evidencia la peor calidad de los datos durante esta segunda época.



Estadísticos	RMS			ERH		
	1985-2000	1985-1997	1997-2000	1985-2000	1985-1997	1997-2000
Media	5,64	5,29	6,52	3,96	2,99	6,37
Mediana	6	5	7	3	2	5
Mínimo	0	0	0	0	0	0
Máximo	44	14	44	100	53	100
Varianza	5,26	4,46	6,15	14,99	5,36	30,64
Desv. Std.	2,29	2,11	2,48	3,87	2,31	5,53
Sesgo	0,81?0,023	0,06?0,027	1,80?0,043	4,73?0,023	4,15?0,027	3,72?0,043
Kurtosis	8,93?0,04	-0,45?0,05	20,57?0,08	56,57?0,04	45,86?0,05	35,65?0,08

Tabla 3.4.III Estadísticos univariantes de los errores RMS y ERH según los períodos de muestreo.

Se refleja en la mediana que el rango de valores ha aumentado de un valor de 53 Km hasta un valor de 100 Km, con una dispersión en los valores más que considerable frente al período anterior. El sesgo de la función de distribución es un indicador de la asimetría de la misma. Si se analiza este parámetro sobre las funciones de distribución obtenidas se puede afirmar que tanto la moda como los valores para el período 1997-2000 aumentan, extendiéndose la cola de la distribución hacia valores mayores. De esta forma, al desplazarse la moda hacia valores más altos, la asimetría debe disminuir, como ocurre de un período a otro en el ERH, reduciéndose el valor del sesgo.

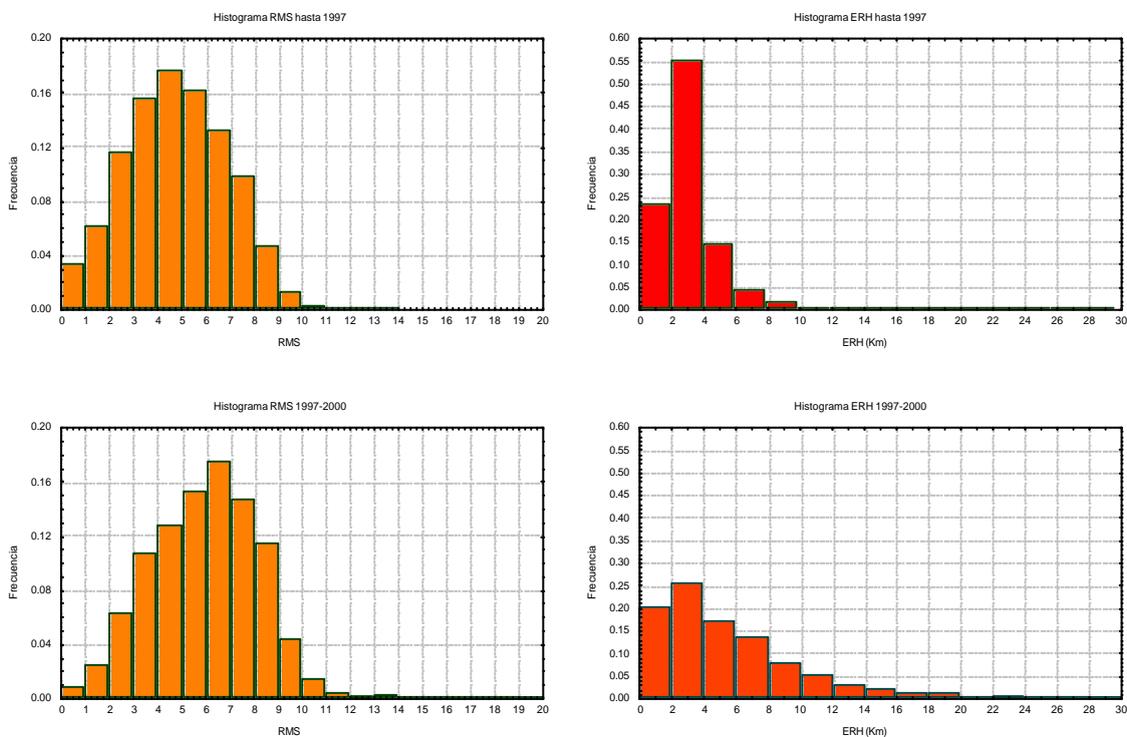


Figura 3.4.7 Estimadores de las funciones de densidad de probabilidad para los errores RMS y ERH sobre los dos períodos considerados.

A la vista de estos resultados estadísticos para este análisis se han restringido los valores de ERH a un valor máximo de 10 Km, donde la mayoría de los datos entre (1985-1997) se encuentran.

Estudio de la correlación y distribución de RMS y ERH con la magnitud

Bajo las mismas condiciones de funcionamiento, una estación detecta mejor un sismo cuanto mayor sea su magnitud, lo cual puede suponer que aquellos terremotos de baja magnitud posean un error de localización mayor y recíprocamente. Para aseverar esta afirmación se presenta un estudio breve sobre las correlaciones univariantes entre los errores y las magnitudes de los 10755 terremotos.

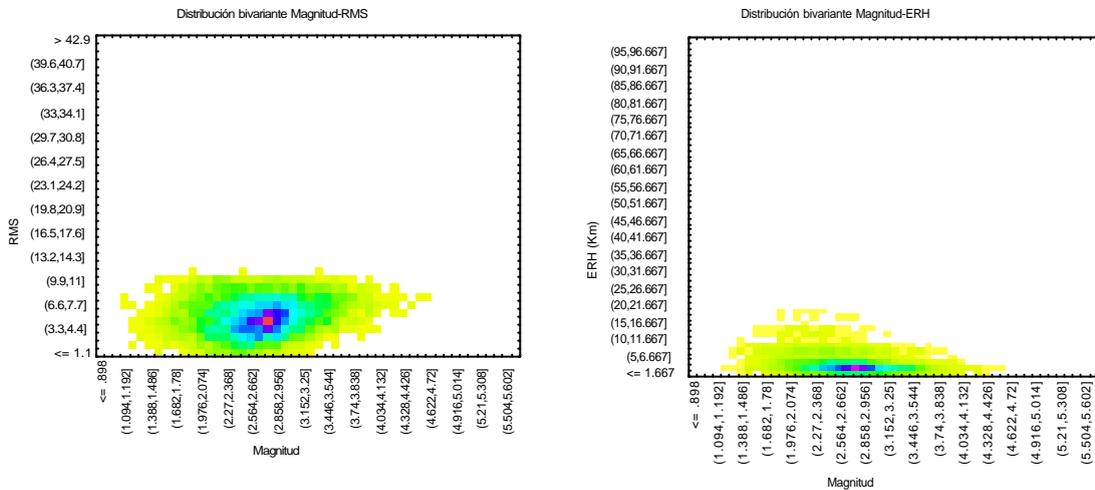


Figura 3.4.8 Distribuciones bivariantes entre a) RMS y magnitud, b) ERH y magnitud

Sobre la figura 3.4.8, se interpreta que las magnitudes bajas (1,5-3) son las que poseen errores de localización más altos, centrándose la moda en los valores de 2,1 a 2,3. Por ello se considera que al hacer la eliminación de los datos con ERH > 10 Km, también se suprimirán aquellos cuya magnitud se encuentra por debajo de 2,2, con lo que los sismos más probables, los que se encuentran en las celdas rojas y azul oscuro, no son eliminados.

Criterios de filtrado

En función de los resultados obtenidos en los análisis precedentes se considera realizar un filtrado de los 10.755 datos que forman la base entre 1985 y 2000 según:

Tomando aquellos cuya magnitud sea superior a 2.2

Tomando aquellos cuyo error de localización ERH sea inferior a 10 Km



Distribución filtrada de sismos

A partir de los criterios anteriores, obtenemos una base de datos con un total de 8732 datos cuya distribución de magnitudes en el tiempo se refleja en la figura 3.4.9. Las propiedades estadísticas de los errores asociados a los mismos se presentan en la tabla 3.4.IV.

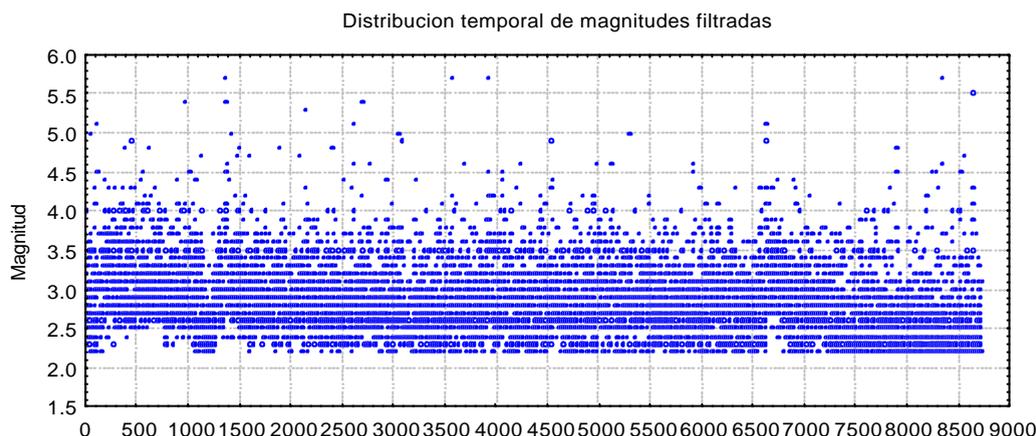


Figura 3.4.9 Distribución secuencial de los 8732 datos filtrados de magnitudes.

Los valores recogidos del parámetro b , de la ley de Gutenberg y Richter de estos datos filtrados (figura 3.4.10) se mantienen dentro de los valores apropiados para la sismicidad reconocida para el territorio español, comparativamente con los de la figura 3.4.5:

Sobre los 8732 datos del año 1985 al 2000 (figura 3.4.10)

Parámetros del ajuste: $M_{\min} = 2.48$, $b = 1.14 \pm 0.013$,
 $\chi^2 = 0.9980 \pm 0.011$, $D-W = 0.390$

Sobre los 7138 datos del año 1985 al 1997 (figura 3.4.10)

Parámetros del ajuste: $M_{\min} = 2.53$, $b = 1.17 \pm 0.013$,
 $\chi^2 = 0.9982 \pm 0.011$, $D-W = 0.747$

Sobre los 1594 datos del año 1997 al 2000 (figura 3.4.10)

Parámetros del ajuste: $M_{\min} = 2.28$, $b = 1.01 \pm 0.022$,
 $\chi^2 = 0.9924 \pm 0.021$, $D-W = 0.0334$

Los valores de magnitudes mínimas para cada período ahora se encuentran muy próximos entre sí, además de ser semejantes a los del filtro para el análisis univariante y bivalente. De manera semejante se comportan los valores del exponente b de la ley de G - R, haciéndose todos ellos muy próximos a 1.1, tras el filtrado.

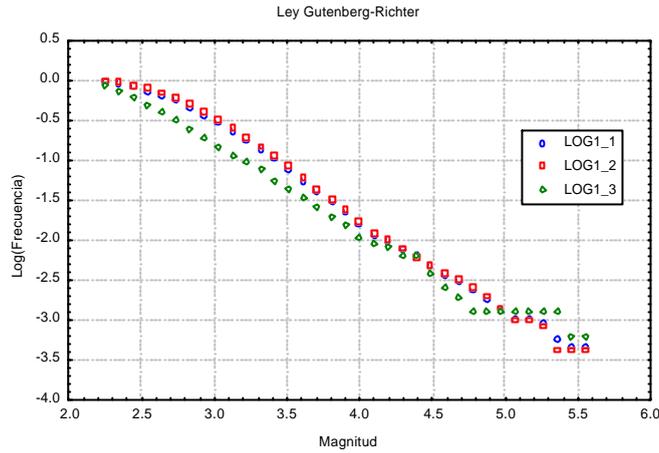


Figura 3.4.10 Ajustes de la ley de G-R, a los datos filtrados.

Sobre la figura 3.4.10 se aprecia cómo tras el filtrado se suprime el comportamiento transitorio que aporta poca frecuencia a la curva, para magnitudes muy bajas, y cómo se recuperan, en especial las frecuencias del tramo (1997-2000) aproximándose a la global.

A continuación se estudia el efecto producido por el filtrado sobre los errores asociados a la determinación de la posición del sismo, en cuanto a sus estadísticos univariantes.

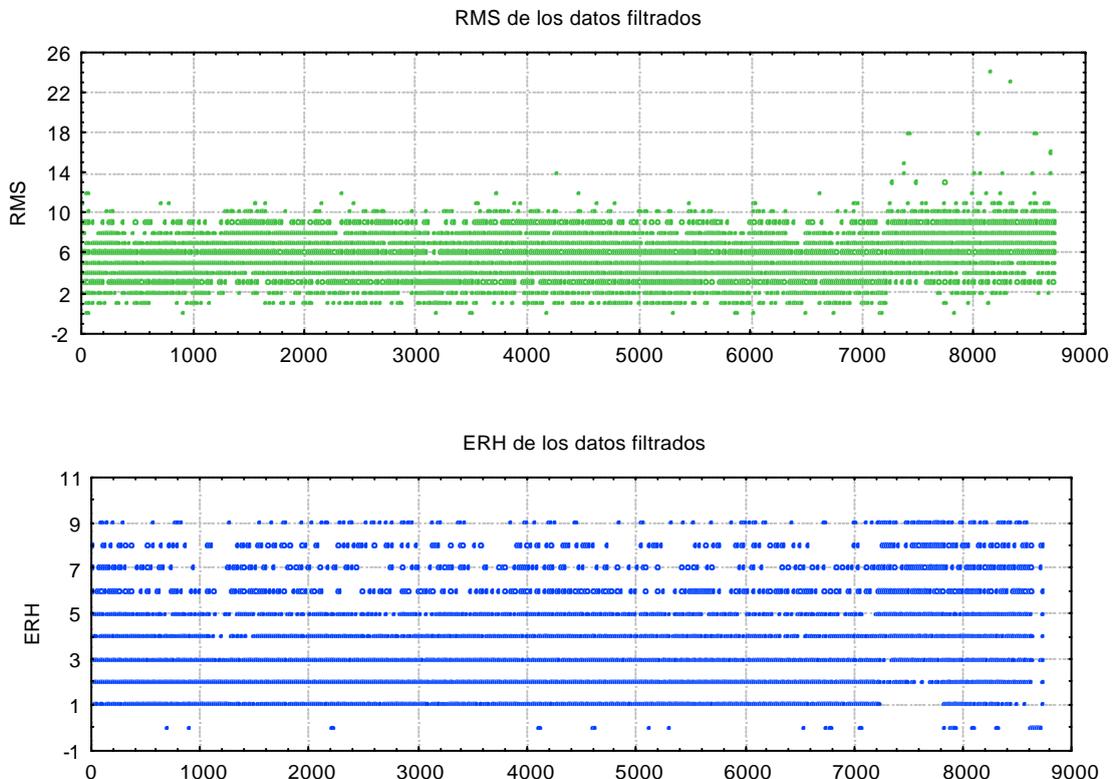


Figura 3.4.11 Series de los errores RMS y ERH tras el filtrado.



Cuyas funciones de distribución (Figura 3.4.12) pueden compararse con las de la figura 3.4.7, apreciándose cómo se reducen las extensiones de las colas en las funciones.

Estadísticos	RMS			ERH		
	1985-2000	1985-1997	1997-2000	1985-2000	1985-1997	1997-2000
Media	5.62	5.35	6.82	3.06	2.81	4.15
Mediana	6	5	7	3	2	4
Mínimo	0	0	0	0	0	0
Máximo	24	14	24	9	9	9
Varianza	4.85	4.37	5.23	3.82	3.06	5.70
Desv. Std.	2.20	2.09	2.29	1.95	1.75	2.38
Sesgo	0.24 \pm 0.026	0.04 \pm 0.028	0.62 \pm 0.061	1.12 \pm 0.026	1.35 \pm 0.028	0.24 \pm 0.061
Kurtosis	0.93 \pm 0.052	-0.46 \pm 0.057	4.34 \pm 0.122	0.77 \pm 0.052	1.68 \pm 0.058	-0.72 \pm 0.123

Tabla 3.4.IV Estadísticos univariantes de los errores RMS y ERH tras el filtrado propuesto

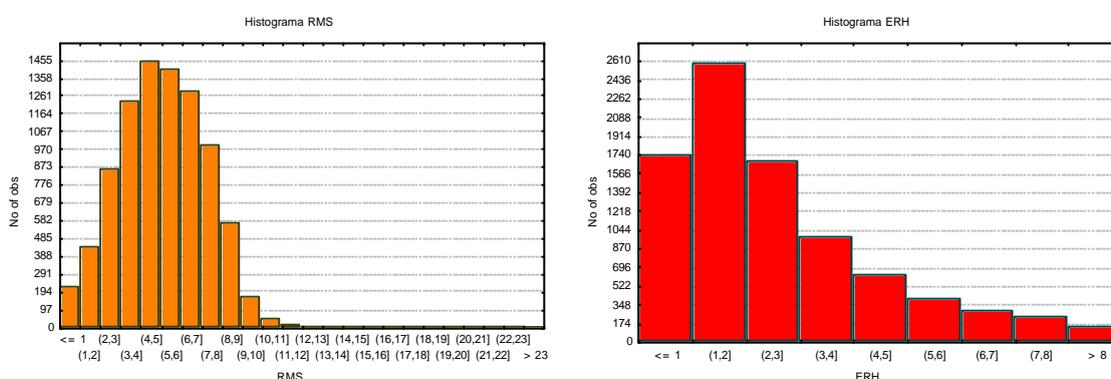


Figura 3.4.12 Estimadores de las funciones de densidad de probabilidad para los errores RMS y ERH sobre los dos períodos considerados, tras el filtrado.

Análisis espacial de errores

El análisis que a continuación se presenta permitirá identificar las áreas sobre las que, aún habiendo eliminado aquellos datos que daban lugar a valores altos de ERH y que contribuyen a introducir ruido sobre la base neta, se mantienen con los valores más altos y próximos a los límites del filtrado.

Dichas regiones definen las zonas donde la red sísmica no identifica eficientemente los terremotos acaecidos. Se denominará pues a éstas *áreas de sombra*, o áreas no cubiertas eficientemente, siendo aquellas que se encuentran con valores altos de error antes del filtrado y con valores próximos al límite de filtrado después (Figura 3.4.13).

Para su obtención se define un criterio de operación *booleana* entre imágenes, cuyo resultado proporciona las regiones con valores comunes entre las imágenes. Se tratará entonces de una operación lógica de tipo AND entre los *píxeles* de cada imagen.

De esta forma sí, para un punto, o *píxel* en particular, que posee un valor estandarizado alto de ERH, y además, para todo el período considerado de 1985 al 2000, y para cada período particular, de 1995 a 1997, y de 1997 a 2000, se encuentra en este *píxel* también un valor alto, entonces se define a éste como perteneciente a un área de sombra.

Lo único que pretende este análisis es determinar aquellos valores que presentan un error anómalo asociado a su localización espacial y no a la detectabilidad de la red. De esta forma lo que estamos analizando es el error asociado a la información que presenta cada terremoto en función de su localización, introduciendo un valor de incertidumbre. Esta incertidumbre no pretende explicar la distribución espacial de la detectabilidad de la Red Sísmica Nacional, ni el número de componentes de cada sismógrafo. Simplemente es un parámetro de calidad más en la aplicación de un análisis entrópico sobre una base cualquiera de datos.

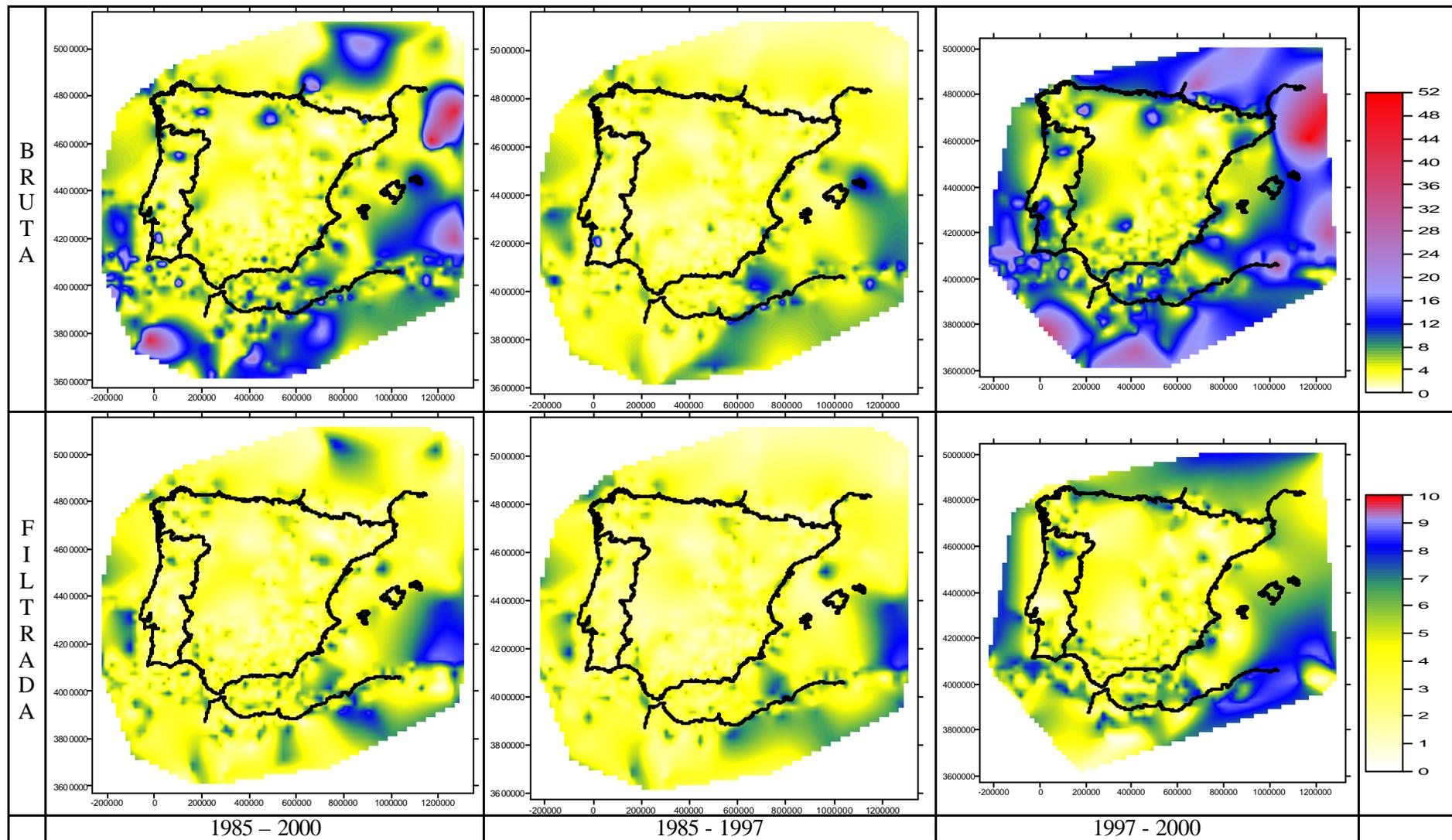


Figura 3.4.13 Variabilidad espacial bidimensional del error ERH antes y después del filtrado.

Áreas de Sombra de la Península Ibérica

A partir de la figura 3.4.13 se determina que las áreas de sombra para la Red Sísmica Española del IGN son (Figura 3.4.14a y 3.4.14b):

Zona S-1: *Este de Galicia*

Zona S-2: *Costa de Cartagena y Murcia*

Zona S-3: *Golfo de Cádiz*

Zona S-4: *Costa de Lisboa (Portugal)*

Zona S-5: *Proximidades de Oporto (Portugal)*

Zona S-6: *Norte de Argelia*

Zona S-7: *Norte de Marruecos*

Llama la atención el hecho de que existan zonas de sombra en áreas con actividad sísmica moderada alta. cómo las anteriores mencionadas. Por supuesto, este fenómeno también está relacionado con la baja densidad de estaciones sísmicas en el Mediterráneo, si exceptuamos la estación de la Isla de Alborán. La falta de estaciones sísmicas en las zonas marinas repercute en la costa de tal forma que es necesario que la distribución terrestre de las mismas tenga en cuenta este sesgo en la distribución espacial.

Este análisis tiene como único fin completar todo el análisis de errores sobre la Base Digital del IGN antes de calcular la entropía de su distribución espacial.

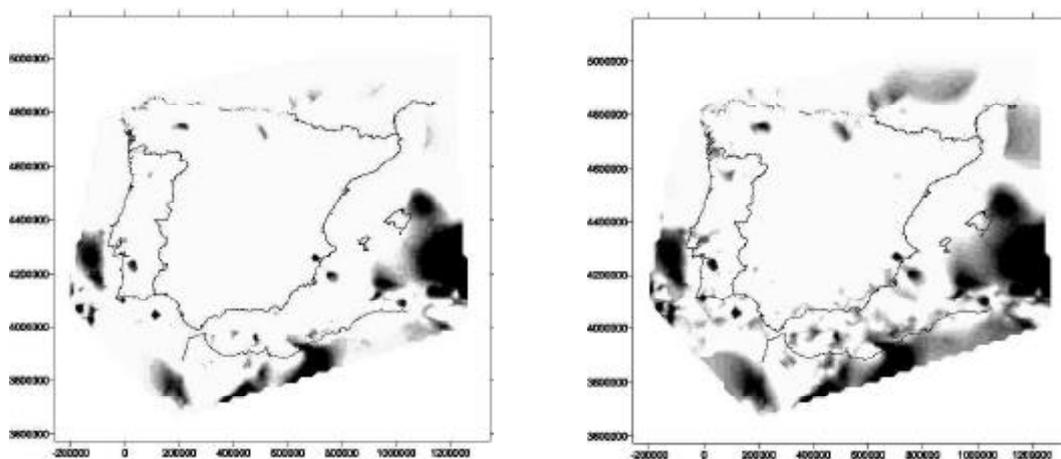


Figura 3.4.14a Áreas de sombra de la Península Ibérica después del filtrado de la base de datos digital del IGN. Se aprecia una mejora sustancial en la zona sudeste frente al mapa de sombras generado para los datos sin filtrar.



3.4.2 Sobre la entropía aplicada en sismicidad

Una vez filtrada la base de datos según los criterios estadísticos con el fin de homogeneizar el comportamiento de la serie de terremotos. En esta sección se analiza la distribución epicentral de la sismicidad instrumental de la región Ibero-Magrebí en función de la intensidad epicentral (número de terremotos por unidad de área) y de la densidad energética (intensidad epicentral ponderada con la energía liberada). Para ello, se define la escala de máxima información que permita discretizar estos valores mediante un mallado regular.

- La *entropía* del sistema consiste en el *grado de información* que es posible obtener de la configuración de ese sistema (Figura 3.1.14).

- La *entropía de configuración* se define como la entropía del sistema en relación a la entropía máxima.

- La *entropía máxima* del sistema es el estado que proporciona una mayor información sobre ese sistema particular y en general responde a una distribución de tipo Poisson.

Para llevar a cabo este análisis, es necesario proporcionar una correcta definición de la *medida de soporte geométrico* sobre el que se calcula la entropía de configuración. De este modo se analiza y correlaciona el patrón discreto de liberación de energía por unidad de superficie con la fenomenología de terremotos, esto es, el número de terremotos por área.

De los 20.235 terremotos originales, se utilizaron los 8732 terremotos filtrados con los criterios descritos en la sección anterior (3.4.1) (Figura 3.1.15), básicamente mediante filtrados de calidad estadísticos univariantes y bivariantes, combinados con la ley de Gutenberg y Richter.

3.4.3 Entropía de la intensidad epicentral

Para calcular la entropía de configuración de la distribución espacial epicentral, se asigna una probabilidad con una medida geométrica a cada configuración posible del sistema. Esta medida geométrica depende del soporte geométrico que se utilice: puntos, líneas, etc. En este análisis en particular, se ha utilizado la medida de *intensidad epicentral* y la medida de *densidad epicentral*. Para ello, se define la intensidad epicentral según la expresión:

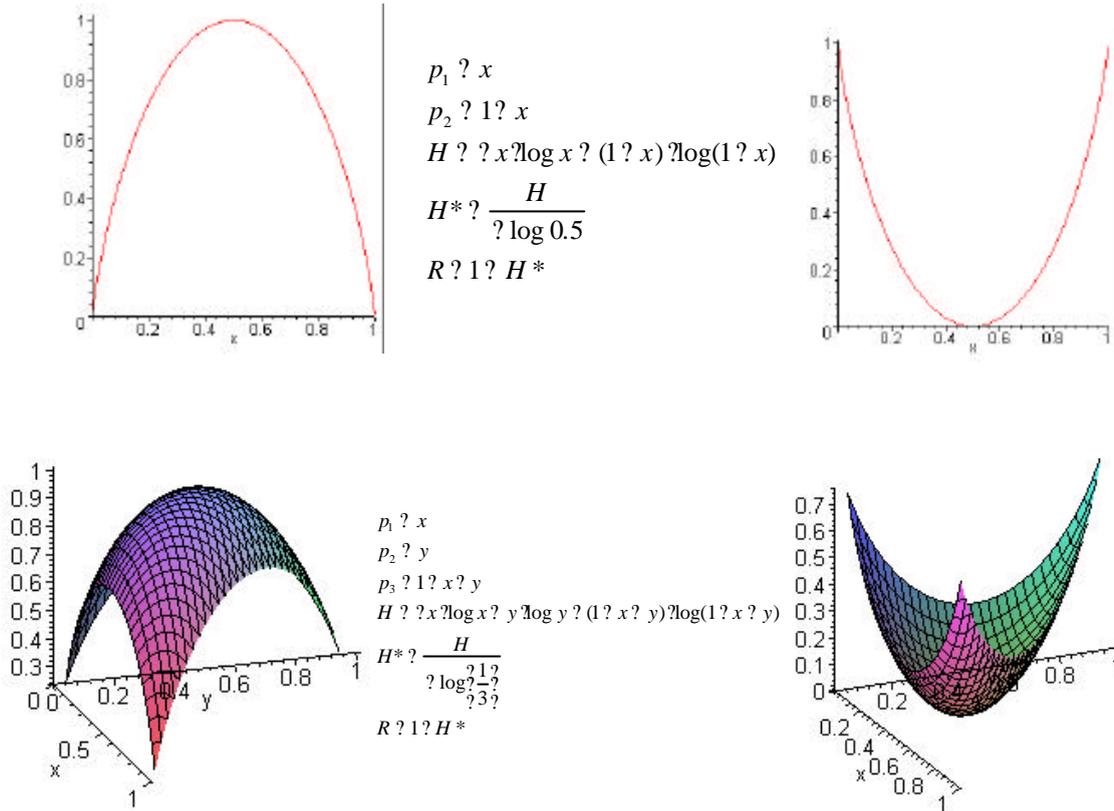


Figura 3.4.14 Obtención de la entropía para el caso en 2D y 3-D. Partiendo de un suceso con probabilidad p_1 , p_2 y la probabilidad del suceso complementario, se obtiene la entropía de configuración como el máximo. El caso superior es para un suceso con una probabilidad p_1 , mientras que en el inferior es para un suceso con probabilidades p_1 y p_2 , obteniendo H^* en tres dimensiones. En ambos casos, H^* se obtiene en el punto máximo de la curva, o en el mínimo para el suceso complementario.

$$i^{p,1} \neq \sum_{j=1}^{np} 1_i(j) / n_c \tag{3-53}$$

Donde n_p es el número de puntos $\{P_j\}$, con $j = 1$ hasta n_p , n_c es el número de celdas del mallado, Δ el paso de celda (diam(Δ_i)) y 1_i es la función:

$$1_i(j) \neq \begin{cases} 1; P_j \neq P_i \\ 0; P_j \neq P_i \end{cases} \tag{3-54}$$

La intensidad epicentral definida por la ecuación (3-53) representa la probabilidad de encontrar un terremoto en la celda i ésima de cualquier mallado que recubra un área cualquiera. Según este soporte geométrico, la entropía máxima aparece como la distribución uniforme de la medida $i^{p,1}$, todas las celdas tienen la misma probabilidad de poseer un epicentro:



$$H_{\max}^{p,1} = \log(n_c)$$

(3-55)

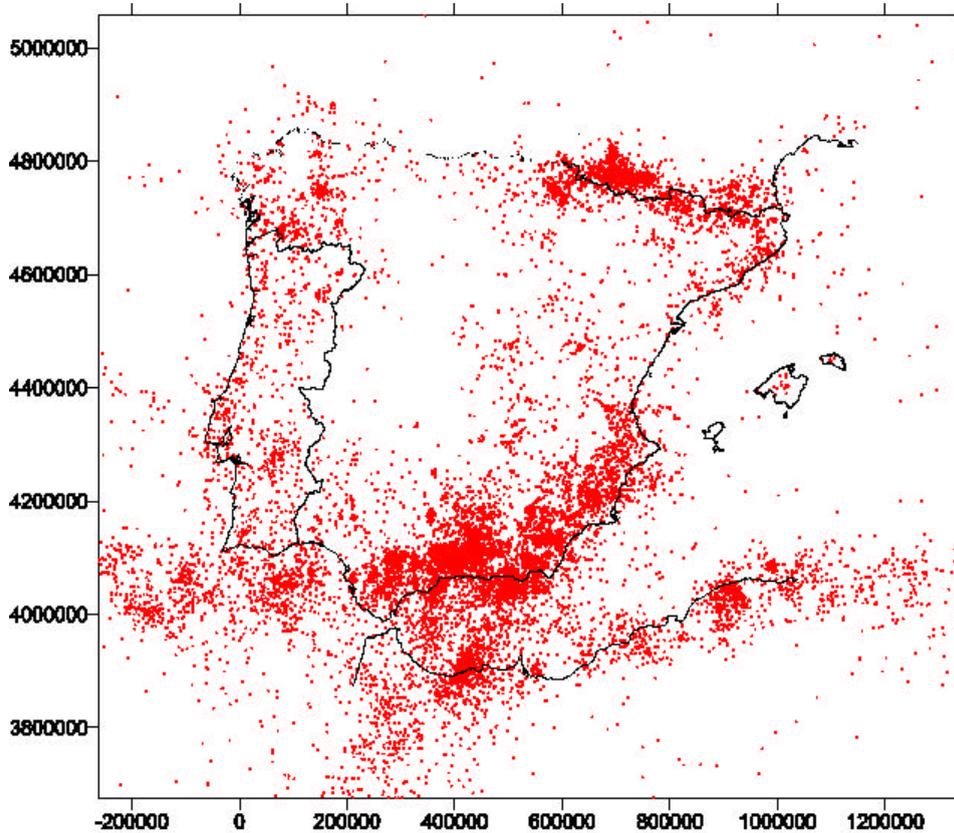


Figura 3.4.15. Distribución espacial de los terremotos filtrados en el área Ibero-Magrebí, correspondiente a la base digital del I.G.N. En total se utilizan 8732 sismos comprendidos entre los años 1985 y el año 2000. Las coordenadas del mapa son UTM en metros.

De esta manera, el grado de información es mínimo sobre el sistema, puesto que en cualquier celda del mallado podemos encontrar un terremoto, y con la misma probabilidad.

La *densidad epicentral* se define cómo el número de terremotos por unidad de superficie según: $p_i = n_i / A_i$, la cual representa una medida no probabilística. Esta medida es la cuantificación de la intensidad epicentral en el plano, y está definida por la expresión

$$p_i = \frac{n_i}{A_i} \quad (3-56)$$

La entropía máxima de esta medida se obtiene si la distribución es de tipo Poisson, en esta caso todas las celdas del mallado tienen la misma probabilidad de tener un epicentro en su interior:

$$H_{\max}^{p,2} = -I_7 \log(I) \tag{3-57}$$

Donde I es la densidad de epicentros en una área A (np/A), e I₇ es la densidad máxima (np/7²). Debido a que esta medida no es una medida probabilística, la entropía así obtenida no representa una entropía probabilística (H^{p,1}) y se denomina *seudo-entropía* (H^{p,2}). Por este motivo, se ha establecido una relación entre ambas medidas a partir de la ecuación (3-53), (3-55) y (3-57):

$$H^{p,1} = (1/I_7)H^{p,2} + \log(I_7) \tag{3-58}$$

3.4.4 Entropía de la densidad energética de terremotos

La entropía y la escala de máxima información que se obtiene a partir de las medidas geométricas definidas en el apartado anterior, aporta información sobre la mejor escala de discretización en dos dimensiones, independientemente del tamaño del terremoto registrado en cada celda. ¿Cómo puede incluirse el tamaño de los terremotos?. Para responder a esa pregunta, se definió una nueva medida geométrica capaz de estimar la energía liberada por celda, y no por un único terremoto, sino por todos aquellos que se incluyen en esa celda.

La magnitud de un terremoto es proporcional a la energía liberada según la expresión: (Båth, 1958; Kanamori y Anderson, 1975):

$$\text{Log } E = 1,44 M_s + 12,24 \tag{3-59}$$

Donde E es la energía liberada en julios por un terremoto de magnitud M_s. Nótese que no es la energía total liberada por un terremoto, sino la energía radiada como una onda sísmica, siendo otra parte energía calórica y gravitatoria. A partir de la ecuación (3-59) y teniendo en cuenta que $M_s - m_b = a(M_s - b)$, con a = 0,37 y b = 6,76, la medida de la densidad epicentral ponderada con la energía propuesta en este trabajo es:

$$\frac{1}{k} \sum_{k=1}^{np} 10^{2,4m_{b,k} + 12,24} / \sum_{j=1}^{np} 10^{2,4m_{b,j} + 12,24} \tag{3-60}$$



Donde $m_{b,j}$ es la magnitud (mb) del epicentro *j-ésimo*. Esta densidad energética es una medida muy útil y potente puesto que asigna una medida de la tasa de energía liberada en un área discreta, obtenido mediante la escala de máxima información obtenida de la distribución espacial de los epicentros en esa región, siendo esta medida una medida de densidad, en el sentido físico del término.

3.4.5 Escala de máxima información: aplicación a la sismicidad Ibero-Magrebí

Una vez definidos los soportes geométricos del análisis entrópico de la sismicidad, se aplican sobre la base del I.G.N. filtrada con los criterios anteriores (Figura 3.4.15).

Cuando la entropía toma el valor máximo, la escala (Q^*) es el valor óptimo (Figura 3.4.14):

$$H^*(Q)_{\max} = H(Q^*) \quad (3-61)$$

El comportamiento de $H^*(Q)$ es muy sensible al número de datos de la base de epicentros, (Goltz, 1997). La distribución de la medida geométrica es discontinua y heterogénea debido a la presencia de celdas con valor nulo, sin terremotos en su interior, en el mallado.

Los terremotos filtrados se encuentran en un comportamiento dinámico estacionario, necesario pero no suficiente para aplicar la condición de discretización en un sistema dinámico (McMillan, 1953; Khinchin, 1957). El valor del parámetro b es de 1,1, obtenido mediante el método de máxima verosimilitud Aki (1967), Hirata (1987), Utsu (1999). Además, cualquier tendencia en la serie fue eliminada al cortar por la magnitud mínima $m_b = 2,2$.

3.4.6 Mapas Discretos de Intensidad Epicentral de la Península Ibérica

Según la distribución epicentral de los terremotos ibéricos, mostrados en el figura 3.4.15, y aplicando la ecuación (3-53), se obtuvo una escala de máxima información de 22 Km. para la discretización de la zona Ibero Magrebí, tal y como muestra la figura 3.4.16 a partir de la distribución epicentral (Figura 3.4.17). La escala de grises representa la probabilidad de encontrar, al menos, un epicentro en una celda,

donde el color negro muestra el valor más alto. Observando este mapa, el borde sur de la Península Ibérica muestra una distribución espacial de intensidad epicentral.

Además, aparece una distribución de terremotos elongada, de orientación E-W y que coincide con la zona de Azores-Gibraltar-Golfo de Cádiz, variando esta orientación hacia el este, y orientándose NE-SW en la Cadena Bética y la costa norteafricana. Por otro lado, hacia el norte la intensidad epicentral decrece, con valores bajos de intensidad en las mesetas, presencia de agregados en la zona de Galicia, y elongada según la cadena pirenaica, con una orientación próxima a E-W, y con un máximo en la zona más occidental. También se observa un máximo relativo en la Cadena Ibérica, con una elongación orientada NE-SO y otro en las Catalánides.

3.4.7 Mapas Discretos de Densidad Energética de la Península Ibérica.

La escala de máxima información para la discretización de la densidad energética en el área Ibero-Magrebí es de 168 Km, obtenida a partir de la curva de la entropía de configuración (Figura 3.4.18). Esta medida, muestra la energía liberada por unidad de superficie para una celda de $168 \times 168 \text{ Km}^2$. El mapa discreto de la figura 3.4.19 muestra una distribución grosera debida al valor tan elevado en la discretización.

De hecho, este tamaño es mayor que el valor obtenido para la intensidad epicentral, complicando un análisis de la anisotropía mediante la determinación de la varianza. La escala en grises representa la energía liberada en julios por metro cuadrado.

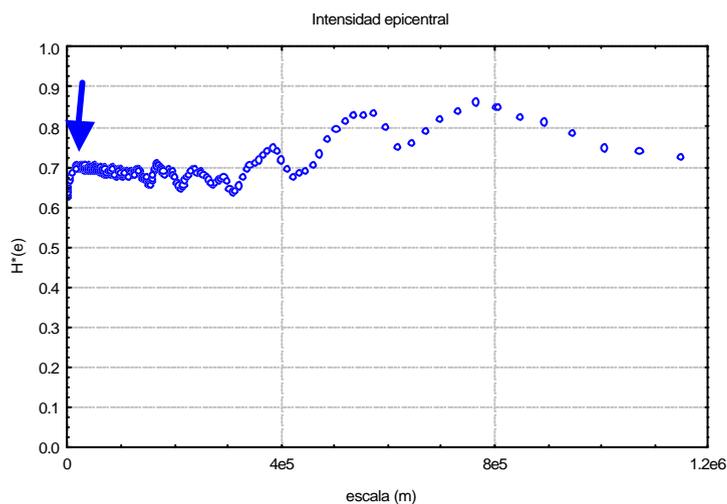


Figura 3.4.16 Curvas de entropía de configuración en función de la escala. El primer máximo aparece para una escala de 22 Km. Los demás máximos muestran periodicidades propias de las escalas que son múltiplos del primer valor.

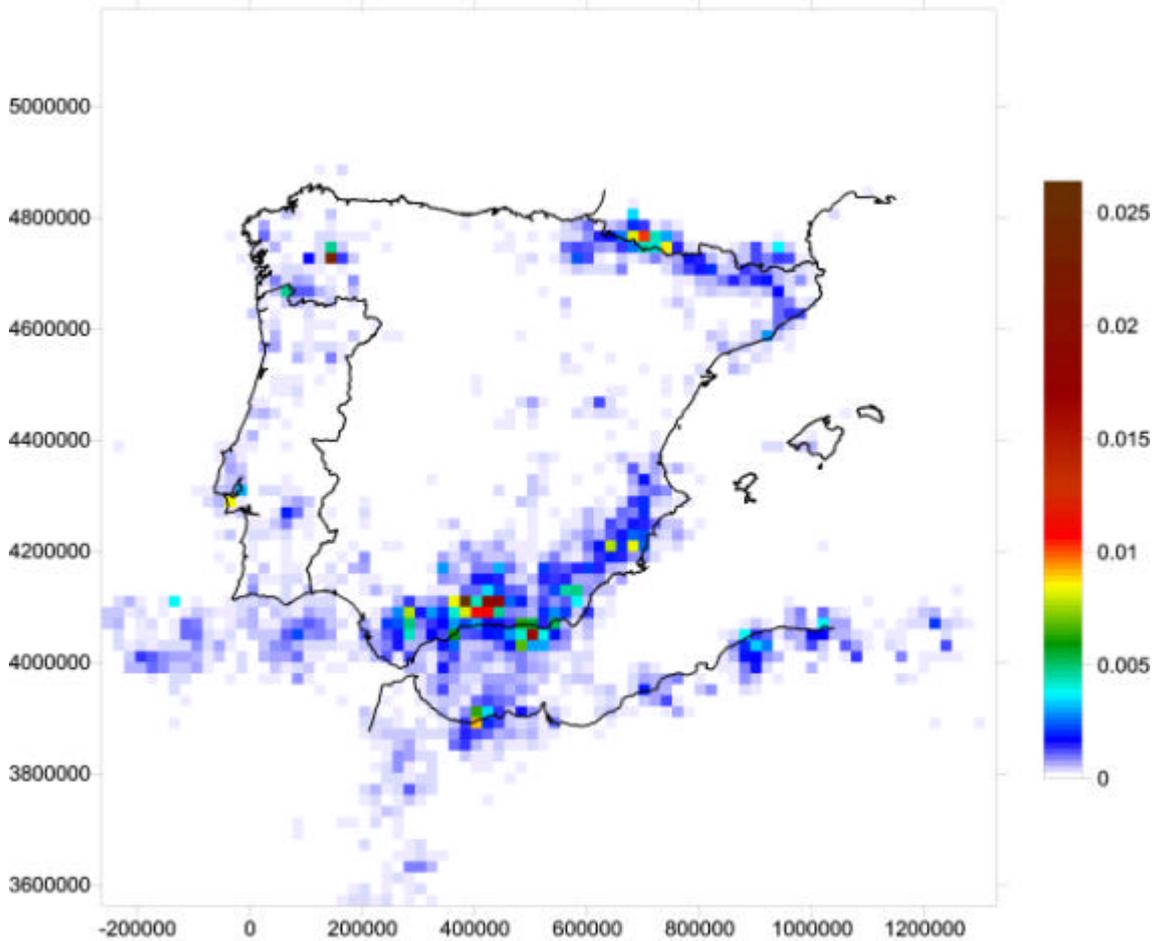


Figura 3.4.17. Discretización de la intensidad epicentral de los terremotos Ibero-Magrebíes para un tamaño de celda de 22 Km. Los tonos cálidos indican valores máximos. En este mapa se observan enjambres de terremotos en la provincia de Granada, la parte occidental de Pirineos y más aislado en Galicia. Sobre las Béticas y el Mar de Alborán se aprecia una distribución bastante uniforme en número de terremotos.

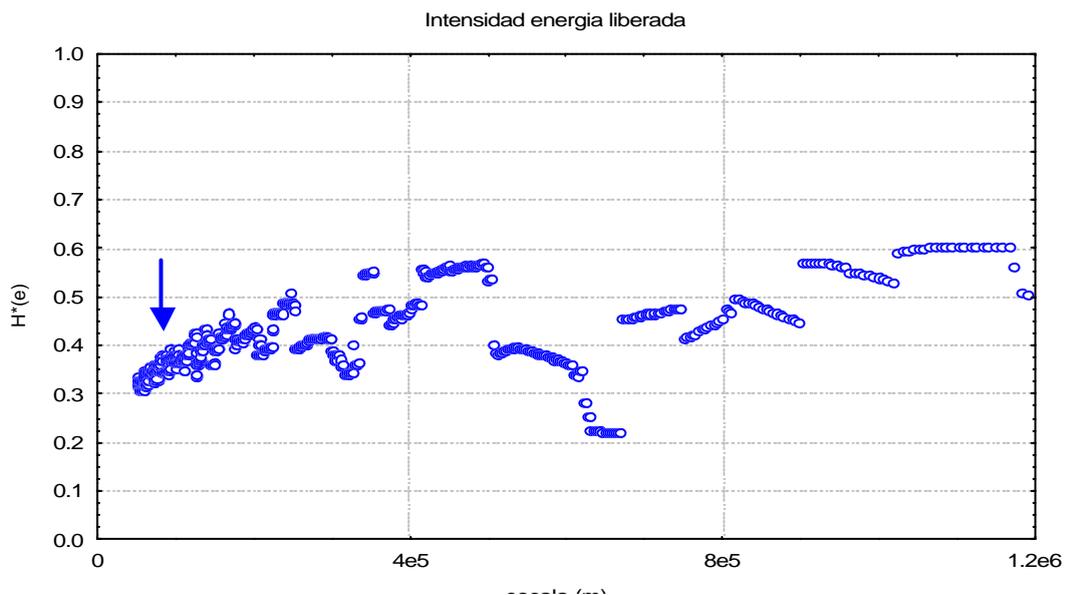


Figura 3.4.18 Curva de entropía de configuración con la escala, para la densidad energética de la Península Ibérica. La escala de máxima información se estableció en 168 Km. El comportamiento irregular de la curva se debe a un comportamiento propio de la medida.

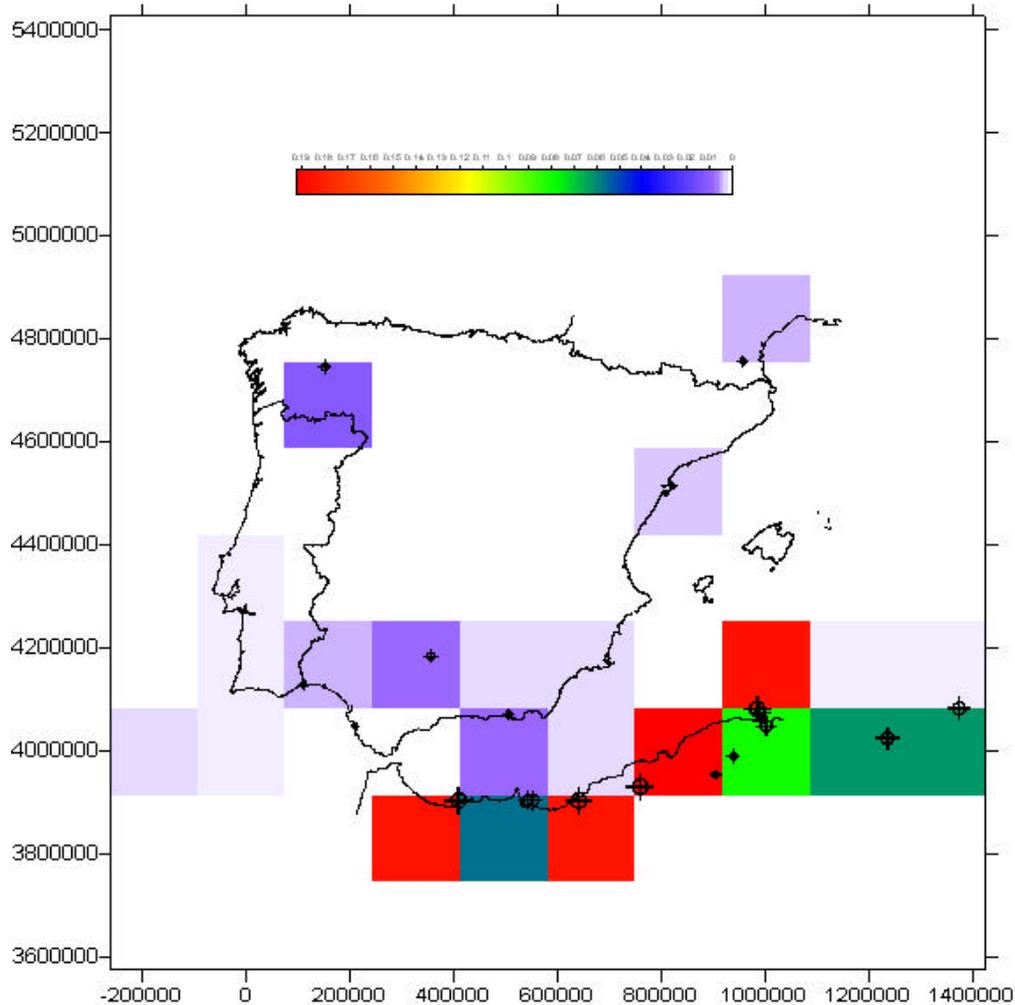


Figura 3.4.19 Discretización de la densidad energética de la distribución epicentral de los terremotos de la Península Ibérica. Los tonos rojos indican valores máximos, mientras que los azules son los valores mínimos.

Combinando este mapa con los terremotos de la base con una magnitud $m_b \geq 5$ (Figura 3.4.19) se observa como las celdas más energéticas presentan un terremoto. De tal manera, es posible afirmar que los terremotos de magnitud superior a 5 se localizan en la zona sur de la Península Ibérica, con una separación en promedio de 168 Km, condicionando la escala de discretización. La fenomenología de estos terremotos es esporádica en el tiempo, con una distribución irregular en el espacio. La mayor liberación de energía en el área Ibero-Magrebí está localizada en la costa norteafricana, Golfo de Cádiz, Mar de Alborán, Cadena Bética y en menor grado, en Galicia.

La figura 3.4.20 representa un mapa discreto de densidad energética con un paso de malla de 22 Km. Esto permite llevar a cabo una correlación cruzada de la densidad



energética con la intensidad epicentral según este marco tectónico. La escala de la figura 3.4.20 representa julios por metro cuadrado.

Las celdas que presentan un valor de 1.4 J/m^2 se encuentran separadas 168 Km en promedio, mientras que las celdas con un valor menor a 1 J/m^2 se encuentran espacialmente localizadas en el sur peninsular, mayoritariamente, con una orientación E-W, así como agregados difusos en el área gallega.

Desde la información que proveen estos mapas discretos de intensidad epicentral y densidad energética es posible realizar un mapa de patrones de liberación de energía por orden de magnitud, en los que se delimitan áreas de comportamiento similar (Figura 3.4.21).

Es posible interpretar este patrón de liberación de la siguiente manera: las zonas de mayor liberación de energía se localizan en bandas elongadas, con un grosor de 168 Km , y localizadas en la zona de Azores-Golfo de Cádiz (banda A-GC), Mar de Alborán-Cadena Bética (banda MA-CB) y costa Norteafricana (banda nA).

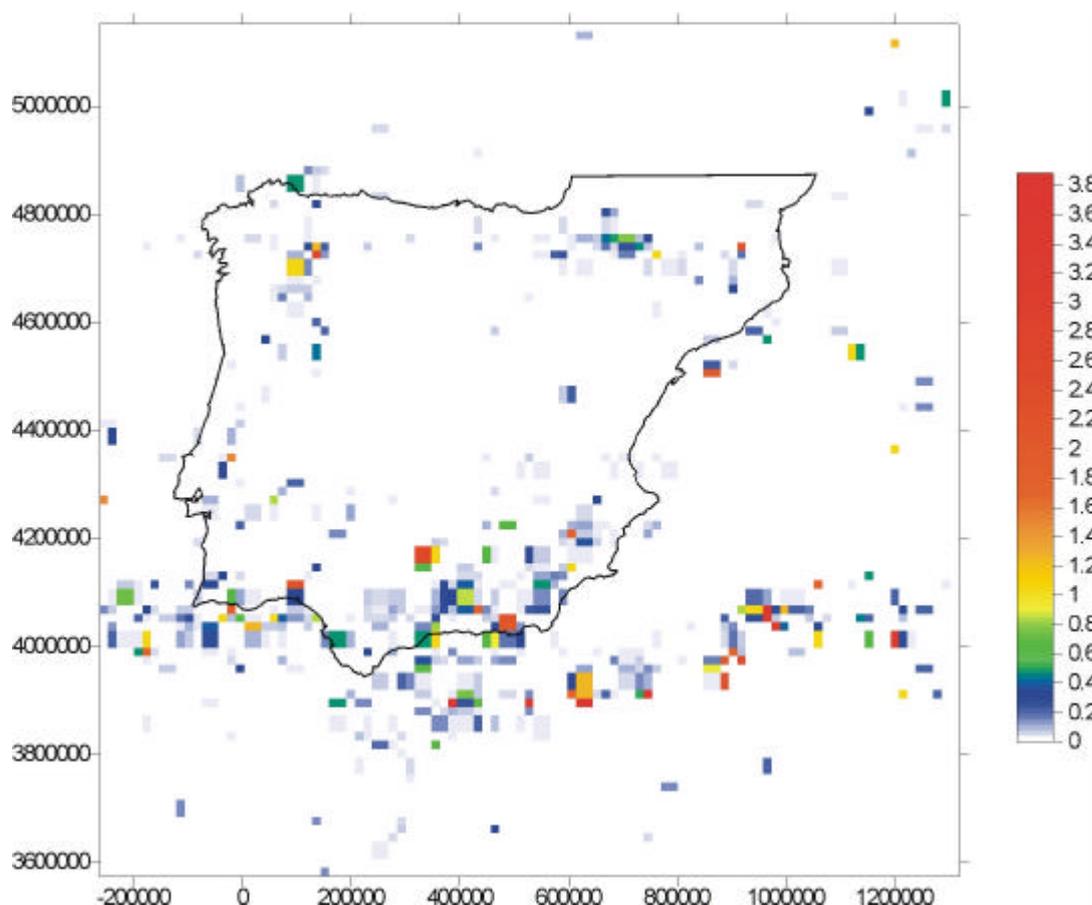


Figura 3.4.20 Discretización cruzada de la densidad energética con la intensidad epicentral. En este mapa, se resalta la liberación de energía con relación a la intensidad epicentral, destacando las Béticas, el Norte de África y la zona occidental de Pirineos.

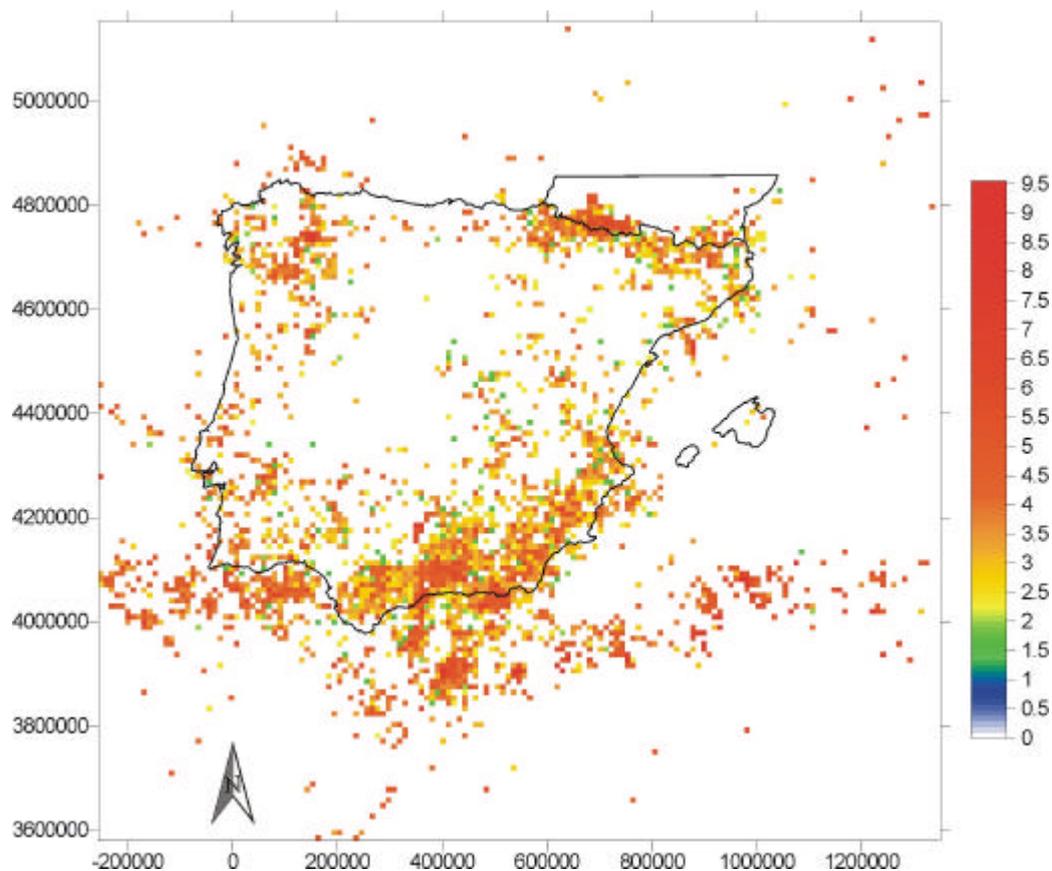


Figura 3.4.21 Discretización de la densidad energética para una celda de 20 Km. *Modificado de Vélez, 2002.*

Si se observa la banda Norte Africana y se asigna un origen de transmisión de esfuerzos africano, una vez liberada parte de la energía acumulada mediante los terremotos argelinos, la cantidad de esfuerzo transmitida es de menor magnitud, pasando a la zona del Mar de Alborán-Cadena Bética, la cual presenta un menor porcentaje en liberación de energía, manteniendo la orientación próxima al Atlas medio y bajo.

Los terremotos que se localizan en la región sureste española, liberan parte de la energía neta transmitida desde el límite entre la placa africana con la microplaca ibérica, dando lugar a una banda menor, adyacente a la banda bética en el lado NO (Figura 3.4.22, banda sCB).

La banda A-GC libera energía de influencia africana y atlántica. De este modo, la cantidad de esfuerzos transmitidos al centro peninsular es menor, tal y como se observa, tanto en el mapa de intensidad epicentral, como el de densidad energética.



Sin embargo, esto no implica que no se acumulen esfuerzos a lo largo de estructuras importantes de intraplaca como la falla del borde sur del Sistema Central, el dique de Plasencia, etc.

Además, también se localizan dos áreas en la zona norte peninsular, un área en Galicia (Ga) y otro en los Pirineos (Pir), esta última elongada a lo largo de la cadena alpina.

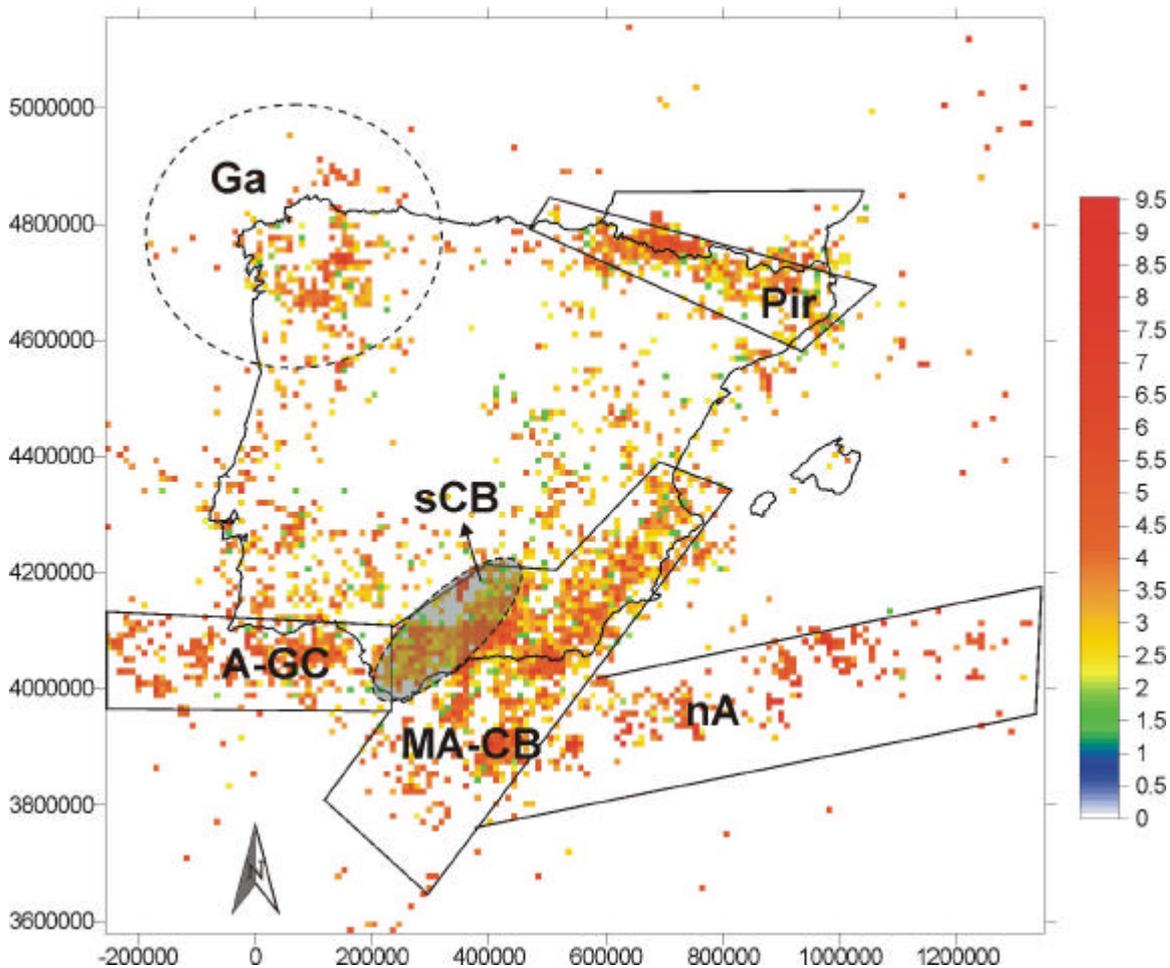


Figura 3.4.22 Bandas discretas de energía instantánea: A-GC Azores - Golfo de Cádiz. MA-CB: Mar de Alborán - Cadena Bética. nA: costa norte africana. sCB: banda subBética. Ga: galicia. Pir: Pirineos.

3.5 Discusión de los resultados

Sobre la sismicidad como una geometría fractal

Este capítulo muestra la sismicidad como una geometría fractal, tanto a escala regional como a escala global. La tectónica de placas constituye un fractal cuyas propiedades se relacionan directamente con la ley de Gutenberg y Richter que presentan los terremotos asociados. De esta forma, podemos concluir que la dinámica sísmica presenta una invarianza espacial y en tamaño que corresponde a las leyes empíricas reconocidas en sismología, la ley de Gutenberg y Richter y la ley de Aki.

Aplicando la ley de Aki al catálogo de Harvard entre 1964 y el año 2000, y a la geometría de la tectónica de Placas propuesta por Bird (2003), según la ley de Aki, la distribución temporal de los terremotos instrumentales a escala global en 60 años presenta una mayor complejidad que la geometría de la tectónica de placas en 180 M.a.

Quizás este efecto es debido a la no completitud del registro sísmico instrumental que implique una fluctuación de periodos en régimen estacionario que dan lugar a una variación del parámetro b debida a fenómenos fuera de escala, en una evolución dinámica puntuada. O bien que hay un defecto de resolución en el recubrimiento de las placas tectónicas.

Sobre la ley de Aki aplicada en paleosismicidad y dinámica espacial sísmica

Existe una similitud en los valores del parámetro b de la ley de Gutenberg y Richter aplicada tanto sobre la sismicidad instrumental como la serie paleosísmica en el área Bética para un registro que abarca un total de 5 millones de años. Las magnitudes deducidas de la paleosismicidad indican una actividad moderada con una magnitud media de 4.7.

(1) La similitud en el valor del parámetro $b = 0.86$ en ambos conjuntos de datos no es suficiente para determinar que la sismicidad actual y la sismicidad del Mioceno superior es la misma. Aun así, la serie paleosísmica es mejor que la serie histórica puesto que el valor del parámetro b de la serie histórica es < 0.5 . En consecuencia, la paleosismicidad de cuencas lacustres constituye una importante alternativa en áreas con escaso registro histórico.

(2) Los paleoterremotos obtenidos en sedimentos lacustres muestran una estructura fractal en la distribución de la frecuencia acumulada de su tamaño.



El análisis fractal de los paleoterremotos y de las fallas mejora el registro sísmico de una serie permitiendo ampliarlo más allá del registro instrumental e histórico. Por un lado, la similar dimensión fractal obtenida mediante un conteo de box-counting sobre las fallas potencialmente activas, $D_0=1.73$, y $D_0^* = 1.72$ obtenido mediante la ley de Aki sobre el parámetro b obtenido de la sismicidad instrumental y de la paleosismicidad, indica una buena correlación entre ambos conjuntos de datos en la zona de estudio, el Prebético externo cerca de Hellín, Albacete (SE de España). Por otro lado, estas dimensiones fractales muestran la misma complejidad de la distribución espacial de fallas y de los terremotos generados.

Sobre la sismicidad Ibero-Magrebí en función de la entropía de configuración

La intensidad epicentral de la distribución espacial de terremotos del área Ibero-Magrebí muestra una escala de máxima información en la discretización a 22 Km, mientras que la densidad energética muestra un primer máximo a 168 Km. Esto significa que los patrones de ocurrencia y liberación de energía son diferentes en el mismo área. La medida de 168 Km. está fuertemente condicionada por la distribución espacial de los sismos de magnitud mayor que $M = 4.5$. y representa una distancia entrópica "media" en la distribución de estos terremotos.

La anchura de los enjambres de terremotos en la zona de Gíbraltar-Azores coincide con los 168 Km, por lo que este valor señala un comportamiento entrópico medio en todo el borde sur de la Península Ibérica.

La zona Pirenaica se presenta elongada, con el máximo en su parte más occidental. En la zona Gallega, se aprecia una disposición circular de los enjambres de terremotos, con los valores máximos en la zona más continental.

Por último, la Zona de Intraplaca muestra una dispersión algo difusa de diferentes eventos menores.

Según el patrón descrito anteriormente, es posible representar la geometría de la liberación instantánea de energía sísmica, a partir del análisis entrópico de los terremotos instrumentales en la Península Ibérica, tal y como muestra la figura 3.4.24.

Las fuentes mayores de esfuerzo corresponden al empuje africano y al empuje de la dorsal medio atlántica (figura 3.4.24).

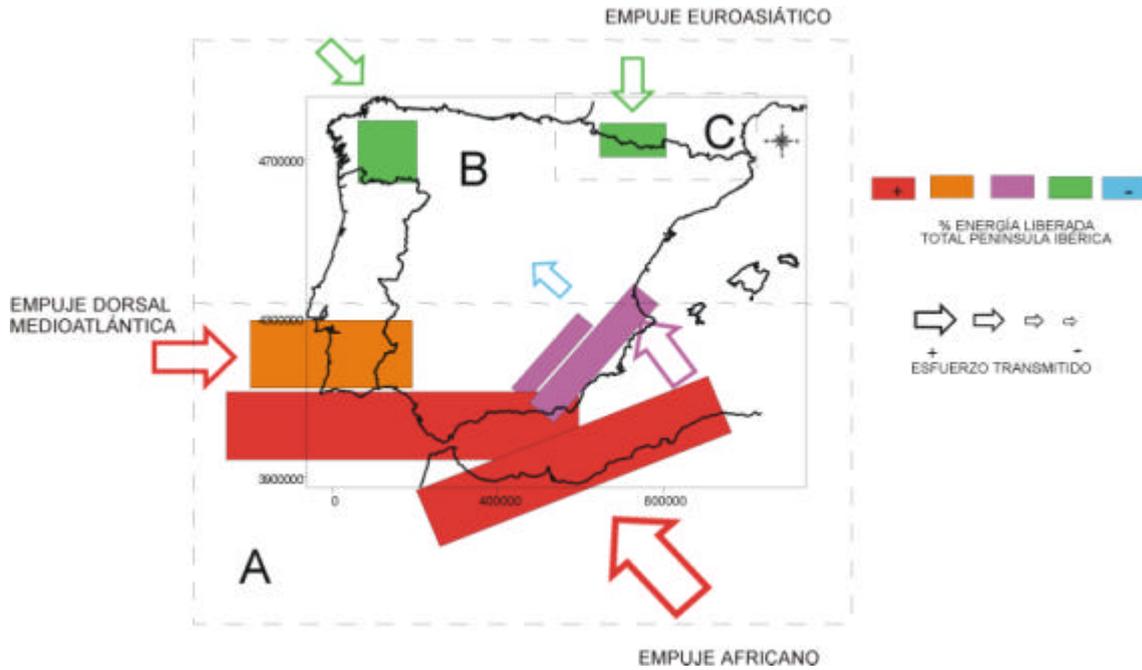


Figura 3.4.24 Patrón de liberación de energía sísmica instrumental a partir del análisis entrópico de los terremotos durante los últimos 100 años.

Una manera de entender este patrón geométrico es el siguiente: a partir de una primera liberación de energía en la zona de borde de placa del Norte de África, lo que implicaría que el esfuerzo transmitido a las Béticas es menor, con una distribución geométrica de la sismicidad más homogénea, que se traduce en un valor entrópico similar. Eso se explica con las magnitudes inferiores en terremotos béticos frente a los valores que aparecen en la zona Norte Africana.

Una vez liberada energía en las Béticas, la deformación transmitida a la zona de Intraplaca y que es de origen africano es menor, lo que explica la difusión de pequeños terremotos en esa área. Esta puede ser una razón que explique las fallas más lentas en la zona de intraplaca ibérica.

Este patrón de liberación de energía es instantáneo, puesto que solo representa 100 años de registro sísmico instrumental. La correlación de esta información con información geológica que incluya intervalos temporales de varios órdenes de magnitud superior, debe de llevarse a cabo con cuidado, puesto que tal vez aquí, solo se represente una fugaz instantánea de un periodo sísmico, y no un comportamiento regional.



-REFERENCIAS del CAPÍTULO 3-

- Aki, K. (1966) Generation and propagation of G waves from the Niigata earthquake of June 16, 1964. *Bull. Earthquake Res. Inst. Tokyo Univ.* **44**: 23-88.
- Aki, K. (1967a) Scaling law of seismic spectrum. *J. Geophys. Res.* **72**: 1217-1231.
- Aki, K. (1967b) Maximum Likelihood Estimate of b in the formula $\log N = a - bM$ and its confidence limits. *Bull. Earthquake Res. Inst.* **43**: 237-239.
- Aki, K. (1981) A probabilistic synthesis of precursory phenomena. In: *Earthquake Prediction: An international Review, Maurice Ewing Ser. vol 4*, edited by D.W. Simpson & P.G. Richards, pp. 566-574. AGU, Washington D.C.
- Álvaro, M.G., Argüeso, J.M., Elízaga, E. (1975) La estructura del borde Prebético de la zona de Alcaraz. (Provincia de Albacete, España). *Boletín Geológico Minero* **86**: 467-477.
- Anderson, J.G. y Brune, J.N. (1999) Probabilistic hazard analysis without the ergodic assumption. *Seism. Res. Lett.* **70**: 19-23.
- Audemard, A. y De Santis, F. (1991) Survey of liquefaction structures induced by recent moderate earthquakes. *Bull. Int. Assoc. of Engineering Geology* **44**: 5-16.
- Båth, M. (1958) *The energies of seismic body-waves and surface waves*, In *Contributions in Geophysics in honour of Beno Gutenberg*. Pergamon Press, London. 1-16p.
- Båth, M. y Duda, S.J. (1964) Earthquake volume, fault plane area, seismic energy, strain, deformation and related quantities. *Ann. Geofis. (Rome)* **17**: 353-368.
- Beck, C., Frédéric, M., Chapron, E., Van Rensbergen, P., De Batist, M. (1996) Enhanced seismicity in the early post-glacial period: evidence from the Post-Würm sediments of Lake Annency, north-western Alps. *J. Geodyn.* **22**: 155-171.
- Bird, P. (2003) An updated digital model of plate boundaries, *Geochemistry Geophysics Geosystems*, **4**(3), 1027, doi:10.1029/2001GC000252
- Bird, P., Y. Y Kagan, y D. D. Jackson, (2002) Plate tectonics and earthquake potential of spreading ridges and oceanic transform faults, in: S. Stein and J. T. Freymueller (editors), *Plate Boundary Zones, Geodynamics Series*, **30**, 203-218, Am. Geophys. U., Washington, DC.
- Brix, A., Senoussi, R., Couteron, P. y Chadoeuf, J. (2001) Assessing goodness of fit of spatially inhomogeneous Poisson processes. *Biometrika* **88**: 487-497.
- Brune, J. (1970) Tectonic strain and the spectra of seismic shear waves from earthquakes. *J. Geophys. Res.* **75**: 4997-5009.
- Bufo, E., Udías, A., Colombás, M.A. (1988). Seismicity, source mechanisms and tectonics of the Azores-Gibraltar plate boundary. *Tectonophysics* **152**: 89-118.
- Burridge, R. y Knopoff, L. (1964) Body force equivalents for seismic dislocations. *Bull. Seismol. Soc. Am.* **54**: 1875-1888.
- Calvo, J.P. (1978) Estudios petrológico y sedimentológico del Terciario marino del sector central de la provincia de Albacete. *Estudios Geológicos* **34**: 407-429.
- Calvo, J.P., Rodríguez Pascua, M.A., Martín Velázquez, S., Ximénez, S., De Vicente, G. (1998). Microdeformation of lacustrine laminite sequences. An interpretation of loop-bedding. *Sedimentology* **45**: 279-292.
- Camacho, M.A., Alonso-Chaves, M. (1997) Sismicidad del límite de placas entre Eurasia y África al SW de Iberia, desde 1984 a 1994. *Geogaceta* **21**: 51-54.

- Casas, A., M., Cortes, A., L., Maestro, A., Soriano, M.A., Riaguas, A. y Bernal, J. (2000) LINDENS: a program for lineament length and density analysis. *Comp. & Geosci.* **26**: 1011-1022.
- De Mets C., R.G. Gordon, D.F. Argus, S. Stein (1990) Current plate motions. *Geophys. J. Int.* (**101**) 425-478.
- DeMets R.G. Gordon, D.F. Argus, S. Stein (1994) Effect of recent revisions to the geomagnetic reversal time scale on estimates of current plate motions, *Geophys. Res. Lett.*,21(20) : 2191-2194.
- De Vicente, G. (1988): *Análisis Poblacional de Fallas. El sector de enlace Sistema Central-Cordillera Ibérica*. Tesis Doctoral, Universidad Complutense Madrid, 317 p.
- De Vicente, G., Giner, J. L., Muñoz Martín, A., González Casado, J.M. y Lindo, R. (1996), Determination of present-day stress tensor and neotectonic interval in the Spanish Central System and Madrid Basin, Central Spain. *Tectonophysics* **266**: 405-424.
- Elízaga, E. (1994) *Análisis de facies y petrología de los depósitos lacustres de edad Neógeno superior. Albacete. España*. Tesis Universidad Complutense de Madrid.
- Elízaga, E., Gallego, I.C., García, A., López. F. (1984) Hellín. Mapa Geológico de España. MAGNA 2 serie. IGME. Hoja nº 843, escala 1:50.000.
- Feinstein, A. (1954) *A new basic theorem of information theory*, Res. Lab. of Electronics, Technical report nº 282, M.I.T.
- Frohlich, C. y Davis, S.S. (1993) Teleseismic b-Values; or, Much Ado About 1.0. *J. Geophys. Res.* **98**: 631-644.
- Galli, P. y Ferrelì, M. (1995) A methodological approach for historical liquefaction research. In: *L. Serva, y D.B. Slemmons, (Eds.), Perspectives in Palaeoseismology*, Association of Engineering Geology vol.6, 35-48pp.
- Glenn, C.R. y Kelts, K. (1991) Sedimentary rhythms in lake deposits. In: *G. Einsele, W. Ricken, A. Seilacher (Eds.), Cycles and Events in Stratigraphy*, Springer-Verlag, Berlin, 188-221p.
- Goldman, S. (1954) *Information Theory*. Prentice-Hall, New York.
- Goltz, C. (1997) *Fractal and Chaotic properties of Earthquakes*. Springer-Verg. Berlin.
- Gutenberg, B. & Richter, C.F. (1944) Frequency of earthquakes in California. *Bull. Seismol. Soc. Am.* **34**: 184-188.
- Gutenberg, B. y Richter, C. F. (1956) Magnitude and energy of earthquakes. *Ann. of Geophysics* **9**: 1-15.
- Hanks, T.C. y Kanamori, H. (1979). A moment magnitude scale. *J. Geophys. Res.* **84**: 2348-2350.
- Haskell, N. (1964) Total energy and energy spectral density of elastic wave radiation from propagating faults. *Bull. Seismol. Soc. Am.* **56**:1811-1842.
- Herraiz, M., De Vicente, G., Lindo, R., Giner, J.L., Simón, J.L., González-Casado, J.M., Vadillo, O., Rodríguez-Pascua, M.A., Rincón, P., et al. (2000) The recent (upper miocene to Quaternary) and present tectonic stress distributions in the Iberian Peninsula. *Tectonics* **9(4)**: 762-786.
- Hirata, T. (1989) A correlation between the b value and the fractal dimension of earthquakes. *J. Geophys. Res.* **94**: 7507-7514.
- Hirata, T. y Imoto, K. (1991) Multifractal Analysis of Spatial Distribution of Microearthquakes in the Kanto Region. *Geophys. J. Int.* **107**: 155-162.
- Ishimoto, M. y Ida, K. (1939) Observations sur les séism enregistrés par le microseismograph construit dernièrement (I). *Bull. Earthquake Res. Inst.* **17**: 443-478.



- Imoto, M. (1987) A Bayesian Method for Estimating Earthquake Magnitude Distribution and Change in the Distribution with Time and Space in New Zealand. *New Zealand J. Geol. Geophys* **30**: 1063-1116.
- Jérez Mir, L. (1973) *Geología de la zona Prebética en la transversal de Elche de la Sierra y sectores adyacentes (Albacete y Murcia)*. Tesis de la Universidad de Granada.
- Kagan, Y.Y. (1997) Seismic moment-frequency relation for shallow earthquakes: Regional comparison. *J. Geophys. Res.* **102**: 2835-2852.
- Kagan, Y.Y. y Knopoff, L. (1980) Spatial distribution of earthquakes. The two point correlation function. *Geophys. J. R. Astron. Soc.* **62**: 303-320.
- Kanamori, H. (1977) The energy released in great earthquakes. *J. Geophys. Res.* **82**: 2981-2987.
- Kanamori, H. y Anderson, D. (1975) Theoretical basis of some empirical relation in seismology. *Bull. Seism. Soc. Am.* **65** (5): 1073-1095.
- Karnik, V. y Klima, K. (1993) Magnitude-frequency Distribution in the European-Mediterranean Earthquakes Regions. *Tectonophysics* **220**: 309-323.
- Khinchin, A. I. (1957) *Mathematical Foundations of Information Theory*. Dover Publications Inc.
- King, G. (1983). The Accommodation of Large Strains in the Upper Lithosphere of the Earth and Other Solids by Self-similar Fault System: the Geometrical Origin of b-Value. *Pure App. Geophys.* **121**: 761-815.
- Lay, T. y Kanamori, H. (1981) An asperity model of large earthquakes. In: *Earthquake Prediction: An international Review, Maurice Ewing Ser. vol 4*, edited by D.W. Simpsom & P.G. Richards, pp. 579-592. AGU, Washington D.C.
- Lee, J. S. (1990) *Stochastic and topological fracture geometry model* (MIT MsD) .
- López Casado, C., Sanz de Galdeano, C., Delgado, J., Peinado, M.A. (1995) The b value in the Betic Cordillera, Rif and nearby sectors. Relations with the tectonics of the region. *Tectonophysics* **248**: 277-292.
- Main, I. G. y Burton, P. (1984) Information Theory and the Earthquake Frequency-Magnitude Distribution. *Bull. Seismol. Soc. Am.* **74** (4): 1409-1426.
- Mandelbrot, B.B. (1977) *Fractals*. W.H. Freeman and Co. San Francisco, 365p.
- Marco, S., Agnon, A., Stein, M., Ron, H. (1994). A 50,000 years continuous record of earthquakes and surface ruptures in the Lisan Formation, the Dead Sea Graben. *United States Geological Survey Open-File Report* **94-568**, 112-114pp.
- Marco, S. y Agnon, A. (1995) Prehistoric earthquake deformations near Masada, Dead Sea Graben. *Geology* **23**: 695-698.
- Maruyama, T. (1963) On the force equivalents of dynamic elastic dislocations with reference to the earthquake mechanism. *Bull. Earthquake Res. Inst. Tokyo Univ.* **46**: 223-269.
- McMillan, B. (1953) The basic theorems of information theory. *Ann. Math. Statistics* **24**: 196-219.
- Mogi, K. (1962) Study of the elastic shocks caused by the fracture of heterogeneous materials and its relations to the earthquake phenomena. *Bull. Earthquake Res. Inst.* **40**: 125-173.
- Mogi, K. (1979) Global Variation of Seismic Activity. *Tectonophysics* **57**: 43-50.
- Montagner, J. P. (1995) *SISMOLOGIE. La Musique de la Terre, Les Fondamentaux*. Hachette Supérieur. 158p.
- Obermeier, S.F. (1996) Use of liquefaction-induced features for palaeoseismic analysis. An overview of how seismic liquefaction features can be distinguished from other features and

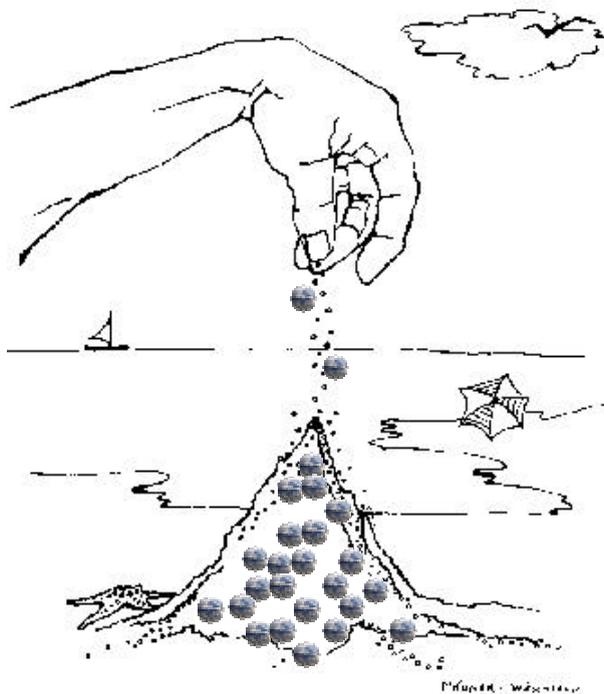
- how their regional distribution and properties of source sediment can be used to infer the location and strength of Holocene palaeoearthquakes. *Engineer. Geol.* **44**: 1-76.
- Ogata, Y. y Abe, K. (1991) Some Statistical Features of the Long-term Variations of the Global and Regional Seismic Activity. *Inst. Statist. Rev.* **59**: 139-161.
- Ogata, Y., Imoto, M. y Katsura, K. (1991) 3-D Spatial Variations of b Values of Magnitude-frequency Distribution Beneath the Kanto District, Japan. *Geophys. J. Int.* **104**:135-146.
- Okal, E. A. y Romanowicz, B.A. (1994) On the variation of *b*-values with earthquake size. *Phys. Earth Planet. Interiors* **87**: 55-76.
- Okal, E.A. y Kirby, S.H. (1995) Frequency-moment Distribution of Deep Earthquakes; Implications for the Seismogenic Zone at the Bottom of Slabs. *Phys. Earth Planet. Inter.* **92**: 169-187.
- Otsuka, M. (1972) A chain-reaction type source model as a tool to interpret the magnitude-frequency relation of earthquake. *J. Phys. Earth* **20**: 35-45.
- Ouillon, G., Castaing, C. y Sornette, D. (1996) Hierarchical scaling of faulting. *J. Geophys. Res.* **101**: 5477-5487.
- Pacheco, J.F., Scholz, Ch. H. y Sykes, L.R. (1992) Changes in frequency-size relationship from small to large earthquakes. *Nature* **355**: 71-73.
- Papadopoulos, G.A. y Lefkopoulos, G. (1993) Magnitude-distance relations for liquefactions in soil from earthquakes. *Bull. Seismol. Soc. of America* **83**: 925-938.
- Paredes, C., Pérez-López, R. y Vélez, I. (2002) Standard Entropy and Scale of Maximum Information of the Epicentral Spatial Distribution According to Shannon Information Theory. *Pure and Appl. Geophys.* submitted
- Paredes, C. y Elorza, F.J. (1999) Fractal and Multifractal analysis of Fractured Geological media: surface-subsurface correlation. *Computer & Geosci.* **25**: 1081-1096.
- Pérez-López, R., Muñoz-Martín, A., Paredes, C., De Vicente, G. y Elorza (2001). Dimensión Fractal de la Distribución Espacial de Fracturas en el área granítica de El Berrocal (Sistema Central): Relación con el tensor de esfuerzos. *Revista de la Sociedad Geológica de España* **13** (3-4): 487-503.
- PRIOR, Project. CSN-ENRESA (2001) Informe Semestral LT1-LT35p.
- Ramsay, J.G. y Huber, M.I. (1983) *The techniques of modern structural geology. Volume 1: strain analysis.* Academic Press, London.
- Richter, C.F. (1935) An Instrumental Magnitude Scale. *Bull. Seismol. Soc. Am.* **25**: 1-32.
- Richter, C.F. (1958) *Elementary Seismology.* W.H. Freeman. San Francisco
- Rodríguez de la Torre, F. (1995) *Los terremotos de la Provincia de Albacete.* Instituto de Estudios Albacetenses, Albacete.
- Rodríguez-Pascua, M.A., De Vicente, G. Calvo, J.P. y Pérez-López, R. (2002) Similarities between recent seismic activity and paleoseismites during the late Miocene in the external Betic Chain (Spain): relationship by "b" value and the fractal dimension. *J. Struct. Geol.*, in press.
- Rodríguez-Pascua, M.A. (1998) *Paleosismicidad y sismotectónica de las cuencas lacustres neógenas del Prebético de Albacete.* Tesis Doctoral de la Universidad Complutense de Madrid.
- Rodríguez-Pascua, M.A., Calvo, J.P., De Vicente, G., Gómez Gras, D. (2000) Seismites in lacustrine sediments of the Prebetic Zone, SE Spain, and their use as indicators of earthquake magnitudes during the Late Miocene. *Sedimentary Geol.* **135**: 117-135.



- Romanowicz, B.A. y Rundle, J.B. (1993) Scaling relations for large earthquakes. *Bull. Seismol. Soc. Am.* **83**: 1294-1297.
- Sadovskiy, M.A., Golubeva, T.V., Pisarenko, V.F. y Shnirman, M.G. (1984) Characteristic dimensions of rock and hierarchical properties of seismicity. *Izv. Acad. Sci. USSR Phys. Solid Earth*. Engl. Transl. **20**: 87-96.
- Sanz de Galdeano, C., López Casado, C. (1988) Fuentes sísmicas en el ámbito Bético-Rifeño. *Revista de Geofísica* **44**: 175-198.
- Scholz, C.H. (1968) The frequency magnitude of microfracturing in rock and its relation to earthquakes. *Bull. Seismol. Soc. Am.* **58**: 399-416.
- Scott, B. y Price, S. (1988) Earthquake-induced structures in young sediments. *Tectonophysics* **147**: 165-170.
- Seed, H. B. y Idriss, I.M. (1982) *Ground motions and soil liquefaction during earthquakes*. Earthquake Engineering Research Institute, Berkeley.
- Seilacher, A. (1969) Fault graded beds interpreted as seismites. *Sedimentology* **13**: 155-159.
- Sims, J.D. (1975) Determining earthquake recurrence intervals from deformational structures in young lacustrine sediments. *Tectonophysics* **29**: 141-152.
- Shannon, C. E. (1948a) A mathematical theory of communication. *Bell Sys. Tech. Journ.* **XXVII** (3): 379-423.
- Shannon, C. E. (1948b) A mathematical theory of communication. *Bell Sys. Tech. Journ.* **XXVII** (3): 623-656.
- Smith, W.D. (1986) Evidence for Precursory Changes in the Frequency-magnitude b Value. *Geophys. J. Roy. Astr. Soc.* **86**: 815-838.
- Sornette, D. y Pisarenko, V. (2003) Fractal Plate Tectonics. *Geophys. Res. Lett.* **30**(3): 1005-1021.
- Steketee, J.A. (1958) Volterra's dislocations in a semi-infinite medium. *Can. J. Phys.* **36**: 192-205.
- Trifu, C.I. y Shumila, V.I. (1996) A Method for Multidimensional Analysis of Earthquakes Frequency-magnitude Distribution with an Application to the Vrancea Region of Romania. *Tectonophysics* **261**: 9-22.
- Utsu, T. (1999) Representation and Analysis of the Earthquake size Distribution: A historical Review and Some New Approaches. *Pure and Appl. Geophys.* **155**: 509-535.
- Utsu, T. y Seki, A. (1954) A relation between the area of aftershock region and the energy of main shock. *J. Seism. Soc. Japan* **7**: 233-240.
- Vélez, I. (2002) *La entropía de información y su aplicación del análisis sismotectónico de la Península Ibérica*. Proyecto de Fin de carrera. E.T.S.I.M. Universidad Politécnica de Madrid. 172 p.
- Vere-Jones, D. (1976) A branching model for crack propagation. *Pure App. Geophys.* **114**: 711-725.
- Wadati, K. (1928) Shallow and deep earthquakes. *Geophys. Mag.* **1**: 161-202.
- Walsh, J.J. y Watterson, J. (1993) Fractal analysis of fracture patterns using the standard box-counting technique: valid and invalid methodologies. *J. Struct. Geol.* **15**: 1509-1512.
- Wyss, M., Shimazaki, K. y Wiemer, S. (1997) Mapping Active Magma Chamber by b Values Beneath the Off-Ito Volcano, Japan. *J. Geophys. Res.* **102**: 15,115-15,128.
- Zoller, G., Engbert, R., Hainzl, S. y Kurths, J. (1997) *Characteristic Spatial Scales in Earthquake Data*, American Geophysical Union. e-publications: www.cs.odu.edu/dlibug/ups/rdf/xxx/chao-dyn/9701025.rdf



4- AUTO-ORGANIZACIÓN DE TERREMOTOS Y FENÓMENOS CRÍTICOS



Yo soy UBIK. Antes de que el universo existiera, yo existía. Yo hice los soles y los mundos. Yo creé las vidas y los espacios en los que habitan. Yo las cambio de lugar a mi antojo. Van donde yo dispongo y hacen lo que y les ordeno. Yo soy el verbo y mi nombre no puede ser pronunciado. Es el nombre que nadie conoce. Me llaman UBIK, pero UBIK no es mi nombre. Soy. Seré siempre.

Philip K. Dick
Ubik: La factoría de ideas.
1969



ÍNDICE CAPITULO 4

4- AUTO-ORGANIZACIÓN DE TERREMOTOS Y FENÓMENOS CRITICOS

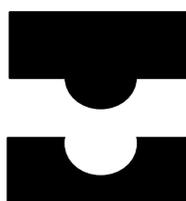
4.1- Modelos mecánicos de simulación de terremotos	241
4.1.1 <i>Resumen e introducción</i>	241
4.1.2 <i>Modelo de Burridge y Knopoff</i>	243
Descripción del Modelo de B-K	
4.1.3 <i>Modelo de Carlson y Langer</i>	248
4.2- Introducción a la Criticalidad Auto-organizada (CAO)	249
Autómatas Celulares: descripción dinámica	252
4.2.1 <i>Autómatas Celulares: Series dinámicas sintéticas</i>	253
Condiciones iniciales y estado crítico	257
Propiedades estadísticas	258
4.2.2 <i>Los terremotos como un fenómeno de Criticalidad Auto-organizada: significado dinámico de la ley de Gutenberg y Richter</i>	262
4.3- Lunamotos como un fenómeno de Criticalidad Auto-organizada	268
4.3.1 <i>Catálogo Nakamura de Lunamotos</i>	269
4.3.2 <i>Discusión sobre los lunamotos como un fenómeno CAO</i>	275
4.4- Autómatas Celulares aplicados en modelación sísmica	277
4.4.1 <i>Modelos dinámicos: reproducción del modelo de Bak 3-D</i>	277
4.4.2 <i>Autómata Celular 3-D de Fallas Discretas Condicionadas</i>	280
Modelo de Fracturas Condicionadas Fractales I	281
Modelo de Fracturas Condicionadas Fractales II	284
4.5- Autómata Celular de Rivera-Cisternas	286
4.5.1 <i>Descripción del Autómata</i>	286
4.5.2 <i>Mecánica del Autómata</i>	286
4.6- DISCUSIÓN SOBRE LOS RESULTADOS	289

Sobre la dinámica de terremotos

Sobre la dinámica de lunamotos

Sobre los autómatas celulares aplicados en sismicidad

REFERENCIAS del CAPÍTULO 4 292



4- AUTO-ORGANIZACIÓN DE TERREMOTOS Y FENÓMENOS CRÍTICOS

4.1 Modelos mecánicos de simulación de terremotos

4.1.1 Resumen e introducción

La reproducción y simulación de los terremotos en laboratorio es un objetivo que la ciencia está desarrollando desde principios del siglo XX. Sin embargo, el desconocimiento de su fenomenología, de su mecánica, así como de los parámetros propios responsables del disparo, ralentizó su reproducción fiable mediante una sistemática científica.

Los pioneros en la simulación sísmica, establecieron las condiciones iniciales de la simulación según los siguientes términos: en primer lugar es necesario identificar el origen y tipo de esfuerzos que provocan los terremotos. Por otro lado, hay que caracterizar las leyes de fricción que disparan la dislocación entre los labios de una falla y que a la postre representa el término no-lineal de la ecuación. Además, es necesario establecer los principios de la sismología teórica a partir de leyes empíricas, la dinámica de la modelación física mediante modelos no-lineales y la simulación numérica que cumpla con las propiedades estadísticas observadas.

Dado que la sismología teórica, asimila la dinámica sísmica como las soluciones a la ecuación elástica de onda (ecuación 3-1), para una configuración geométrica dada y

con unas condiciones iniciales establecidas, los sismólogos encuadraban la simulación como un problema abordable desde el área de conocimiento de las matemáticas aplicadas.

Actualmente, mediante potentes ordenadores es posible reproducir y simular complejas dinámicas no-lineales reconocidas en sistemas naturales, tal y como se aplican en previsiones meteorológicas. La Teoría de la Geometría Fractal y la Dinámica de la Auto-organización y No-linealidad, constituyen unas teorías ágiles y modernas que muestran como generar complejidad sísmica a partir de patrones simples geométricos que obedecen leyes potenciales. Los patrones simples generan la complejidad mediante procesos recursivos. Desde las leyes potenciales empíricas, tradicionalmente es desde donde se estudia la dinámica de la sismicidad, el cual nos puede ayudar a entender el grado de predicción en sismología.

En este capítulo, se presenta la sismicidad como un fenómeno de Criticalidad auto-organizada, fundiendo el concepto de *falla* y *terremoto* a partir de la geometría fractal y la dinámica no lineal descrita en el capítulo 3. Según esto, es posible entender la geometría de la tectónica de placas de forma similar a una sección de Poincaré del atractor de la sismicidad, restringido a 4 grados de libertad: tamaño, localización (x, y) y fecha.

Para ir mas allá de esta propiedad en la sismicidad terrestre, se ha analizado la *Criticalidad* de la serie de lunamotos obtenida en las sucesivas misiones Apolo, y que realizaron una serie de experimentos de sismicidad pasiva y activa. En concreto se ha determinado la ley de Gutenberg y Richter de la serie completa de lunamotos obtenida entre 1969 y 1979, a partir del concepto de onda coda. Esto es muy importante ya que se observa la autoorganización de la sismicidad lunar, la cual aparece debida no solo a factores internos como fenómenos de conducción y difusión de calor, sino a factores externos como es el impacto meteorítico, o el contraste de densidades con la Tierra, las denominadas fuerzas mareales.

Por último, en este capítulo se simula la dinámica sísmica mediante autómatas celulares, los cuales constituyen una sencilla herramienta matemática que se muestran muy potentes a la hora de simular series sísmicas que obedezcan la ley de Gutenberg y Richter.

En la simulación de terremotos, hay que partir desde un concepto simple aplicado sobre una configuración inicial lo más sencilla posible, con el fin de



caracterizar todos los parámetros implicados en la dinámica. Ahora bien, ¿es esto posible?.

Para convencer a la comunidad de geólogos y sismólogos, desde una perspectiva científica, que es posible describir y comprender la fenomenología de los terremotos mediante una simulación numérica, primero hay que demostrar que esta simulación explica las leyes empíricas y las propiedades estadísticas que muestran las series sísmicas.

Exponer una teoría nueva sobre los terremotos, requiere explicar de forma convincente una gran cantidad de evidencias estadísticas. La falta de un modelo determinista que explique la ocurrencia de los terremotos, dirige su estudio hacia la mecánica estadística y la estadística física. Obviamente, tanto la mecánica como la estadística debe de integrarse con la observación de campo de fallas y terremotos. De este modo, una teoría convincente debe de integrar datos instrumentales de terremotos con observaciones de campo sobre fallas activas, tanto cinemáticas como dinámicas.

4.1.2 Modelo de Burridge y Knopoff

En su trabajo original, Burridge y Knopoff (1967) presentan un primer modelo de terremotos desde un punto de vista mecánico, formado mediante una serie de resortes y masas en una configuración unidimensional (Figura 4.1.1). Los citados autores definen y encuadran el problema de la simulación de terremotos:

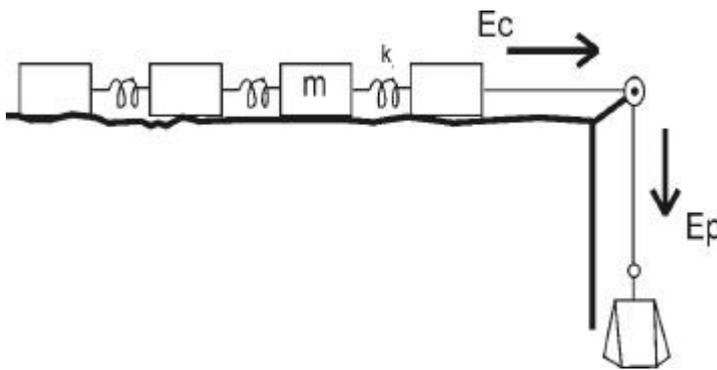


Figura 4.1.1 Modelo de Burridge y Knopoff de simulación mecánica de terremotos, a partir de una serie de resortes y masas en serie. El modelo convierte la energía potencial (E_p) en energía cinética (E_c), el cual se transmite a las masas mediante una serie de resortes, con una constante k . Los terremotos se generan mediante el brusco desplazamiento de las masas. En este experimento, las masas y las constantes de los resortes son iguales.

Cualquier intento de crear una teoría de ocurrencia de terremotos, debe de explicar de una forma satisfactoria, una gran cantidad de evidencias estadísticas relaciones empíricas entre la frecuencia, la magnitud y la energía liberadas por los terremotos. Por otro lado, ciertas relaciones geométricas entre los terremotos principales y las réplicas deben describirse.

Desgraciadamente para el matemático aplicado, no existe hoy en día una teoría física de forma analítica sobre la ocurrencia de los terremotos. La teoría física construida para

explicar los terremotos, es una teoría lineal, hoy en día (1967). Sin embargo, las propiedades de las fracturas, de las dislocaciones a gran escala, de la producción de calor, etc., constituyen fenómenos extremadamente no-lineales.

El estado del arte en la simulación sísmica en el año 1967, constituye un esquema aún válido hoy en día (2002), y sirve para dibujar el boceto necesario en la simulación de terremotos como un proceso físico. El modelo que propusieron Burridge y Knopoff (1967) se acerca tanto a la realidad en la producción de series sísmicas, que todos los modelos numéricos no-lineales posteriores derivan de este primer modelo. Este modelo constituye el pionero en la simulación actual de terremotos.

Descripción del modelo de Burridge y Knopoff

A partir de un experimento de laboratorio muy simple, Burridge y Knopoff (1967) aíslan una propiedad protagonista en la sismicidad, la fricción entre dos superficies rugosas, comparable con la fricción producida en la dislocación entre dos planos de fallas. De esta manera, introducen la no-linealidad en la dinámica (ecuación 4-1). El modelo de estos autores consiste en una serie de masas unidas entre sí mediante unos resortes de constante conocida, con un coeficiente de fricción entre las masas y la superficie de contacto, y un campo lejano, introducido mediante una lámina metálica, unida a una superficie que se desplaza con una velocidad constante v (Figura 4.1.1). Así, mediante la suave deformación sobre la lámina deslizante, introducen un esfuerzo diferencial que provoca la deformación. Cuando este esfuerzo diferencial excede el esfuerzo debido a la fricción, se produce el deslizamiento de un bloque, el cual transmite parte de su movimiento a sus vecinos más próximos.

El experimento de masas y muelles se realiza en una dimensión, y simulando un único segmento de falla. Sin embargo, estos autores no desconocen la complejidad de una falla, tanto geoméricamente como en fenomenología sísmica. Aun así, su intención es poder analizar los diferentes parámetros involucrados en la sismicidad.

La mecánica de los eventos es como sigue: desde una configuración inicial cualquiera, las masas y los muelles se mueven sobre la superficie deslizante sin deformación en la cadena, excepto en la parte final de la cadena de muelles y masas. Después de un tiempo crítico, la masa más próxima al final de la cadena, se desliza de forma repentina, en dirección opuesta al movimiento (Figura 4.1.2a).

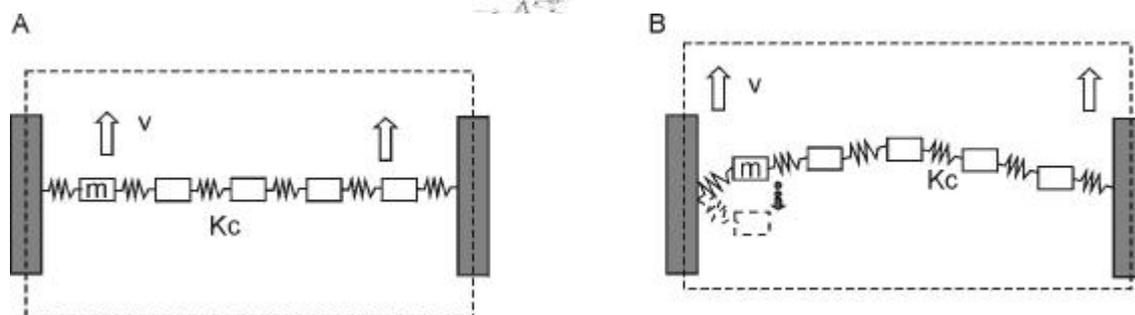


Figura 4.2.1(a) Esquema del experimento original de Burridge y Knopoff (1967). Las masas (m) son arrastradas por una lámina que se desplaza a una velocidad v, unidas por el coeficiente de fricción. (b) En un instante t, una masa del borde supera el valor del coeficiente de fricción y se mueve de forma perpendicular a la configuración de las masas, trasladando su movimiento a las vecinas mediante unos resortes de constante conocida Kc.

Según cesa el movimiento, la cadena recupera el movimiento a favor de la superficie deslizante (Figura 4.1.2b). Una vez que han sucedido varios deslizamientos que incluyen una única masa, comienzan a sucederse desplazamientos que involucran varias masas, hasta que la deformación toma lugar en la totalidad de la cadena, moviendo todas las masas. Este evento representa el terremoto de mayor escala, volviendo el proceso a auto repetirse.

La energía liberada durante los desplazamientos de las masas es la energía potencial, obtenida a partir de las coordenadas de las masas y las constantes de los muelles y siguiendo la ley de *Hook*:

$$\frac{1}{2}k_1(x_0 - x_{1,m} - l_1)^2 + \sum_{n=2}^N \frac{1}{2}k_n(x_{n-1,m} - x_{n,m} - l_n)^2 \tag{4-1}$$

La ley de Gutenberg y Richter se expresa de la forma:

$$\log_{10} N = a + bM \tag{4-2}$$

La relación entre la energía y la magnitud es de la forma:

$$M = \log_{10} E \tag{4-3}$$

Combinando la ecuación (4-2) y la ecuación (4-3):

$$\log_{10} \frac{N}{N_0} = b \log_{10} E \tag{4-4}$$

En el experimento original, Burridge y Knopoff (1967) simularon dos casos, el primero con todos los muelles iguales en constante de elasticidad y longitud, y el segundo con muelles diferentes. En ambos casos, obtuvieron leyes potenciales de la frecuencia acumulada de energía liberada (Figura 4.1.3a y 4.1.3b). El valor de ajuste en ambos casos está cercano a -1, sobre tres ordenes de magnitud en energías registradas.

Para muchas regiones sísmicas terrestres, el valor del parámetro b de la ley G-R, aplicada en grandes terremotos ($M \geq 7.1$), es de 1 mientras que para sismos de $M < 7.1$, $b = 0.58$ (Richter, 1958). Estos valores empíricos se correlacionan en cierto modo con los valores obtenidos por Burridge y Knopoff (1967), ya que tomando $\nu = 1.5$ (Báth, 1958, Richter, 1958), el producto $b\nu = 0.4$ es la mitad de lo obtenido en el laboratorio. Sin embargo, el valor de b obtenido en la simulación, incluye valores altos de energía y bajos, junto con el tamaño finito del número de masas, lo que implica que los terremotos simulados no pueden ser inferiores a un cierto tamaño crítico.

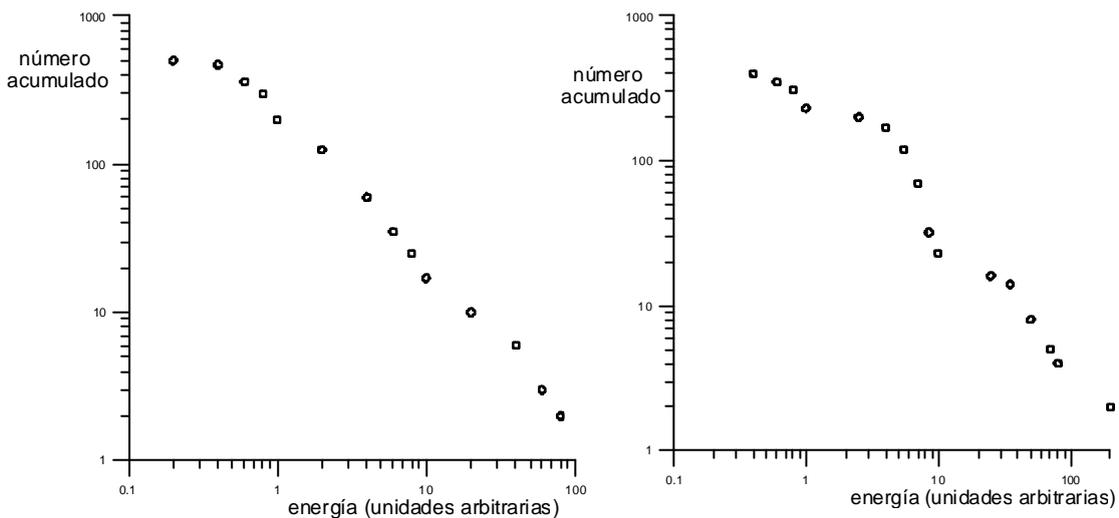


Figura 4.1.3 (a) Ley de Gutenberg y Richter del modelo original de Burridge y Knopoff para una configuración de masas iguales y muelles de igual constante y longitud. El parámetro b tiene un valor de 0.98. (b) Ley de Gutenberg y Richter para una configuración de masas y muelles donde los muelles tienen constantes diferentes. El valor del parámetro b es de 0.90. Modificado de Burridge y Knopoff (1967).

Aun así, se observa un comportamiento en acumulado que obedece la ley de Gutenberg y Richter, con un valor de ajuste que cae dentro del intervalo (0,5-1,5).

En esta simulación, los citados autores también obtienen una serie temporal equiespaciada de eventos, la cual es analizada para determinar el grado de aleatoriedad en su fenomenología. Esta distribución temporal de terremotos, representado en



frecuencia, presenta un comportamiento similar al que ocurre en la naturaleza (Burrige and Knopoff, 1967).

Por otra parte, este modelo también genera series de réplicas, tal y como demuestra la curva de caída de energía potencial que obtuvieron (Figura 4.1.4).

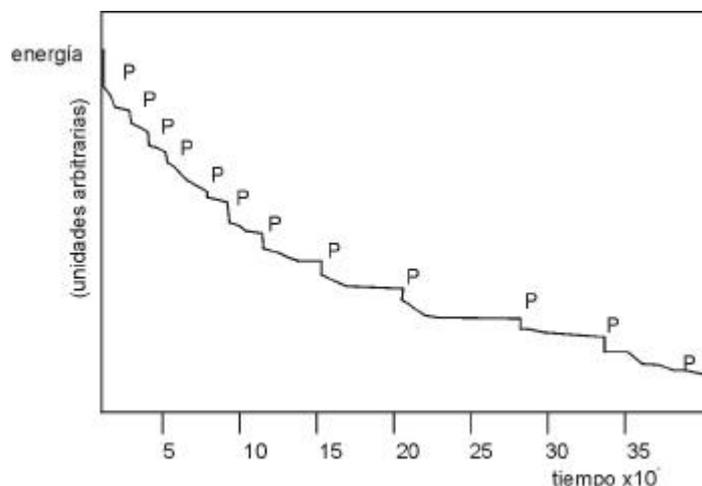


Figura 4.1.4 Caída de la energía potencial del esquema original de Burrige y Knopoff. Cada caída corresponde a un evento dentro de una secuencia de réplicas. Modificado de Burrige y Knopoff (1967).

Esquemáticamente, el comportamiento de las masas unidas con los muelles es el que aparece en la figura 4.1.5, donde se observa un ciclo de carga, disparo de la sacudida principal, y serie de réplicas posterior, con un intervalo temporal de las réplicas de 10^5 unidades.

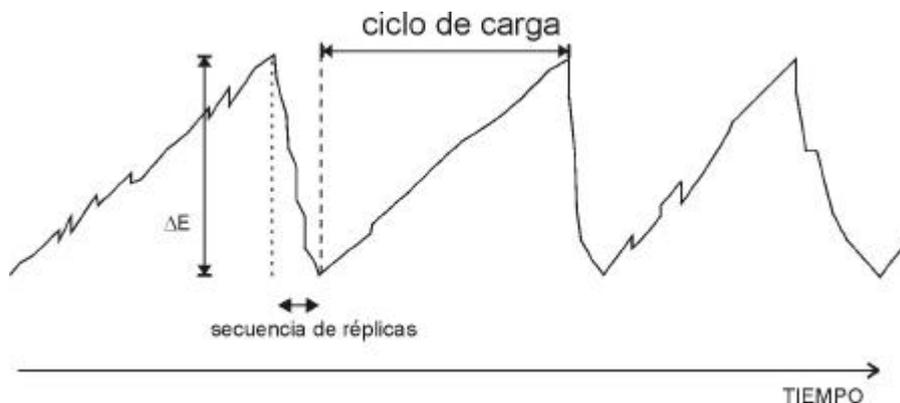


Figura 4.1.5 Esquema de la secuencia de comportamiento de la energía potencial en el tiempo para el experimento de masas y muelles. Modificado de Burrige y Knopoff (1967).

Estos autores demuestran que la fricción sobre la superficie de la falla determina la configuración del sistema cuando este se relaja, estableciendo el estado donde se producirá el siguiente evento. También la fricción determina las leyes estadísticas que muestran los terremotos, permitiendo su análisis desde el punto de vista inverso.

Además, el hecho de que el parámetro $b = 1$ aparezca, tanto en diversas regiones de la tierra, como en los dos experimentos realizados, induce a pensar que las leyes de fricción de la superficie de las fallas parecen ser universales.

4.1.3 Modelo de Carlson y Langer

El modelo propuesto por estos autores (Carlson and Langer, 1989), parte de la misma configuración inicial que el propuesto por Burridge y Knopoff (1967): una serie de masas unidas mediante resortes, en una configuración unidimensional. Sin embargo, se diferencia del modelo anterior en que incluye una estocasticidad (aleatoriedad) impuesta, mediante una heterogeneidad espacial. La característica no-lineal que incorpora es, el proceso de fricción *stick-slip* entre las masas y la superficie que se desplaza transmitiendo su movimiento a las masas (Figura 4.1.6).

La distribución en frecuencia acumulada de los eventos registrados, obedece la ley de Gutenberg y Richter, entendiéndose esta distribución desde las leyes de escalado. La figura 4.1.6 muestra el modelo construido por los autores, similar al anterior pero incorporando importantes diferencias.

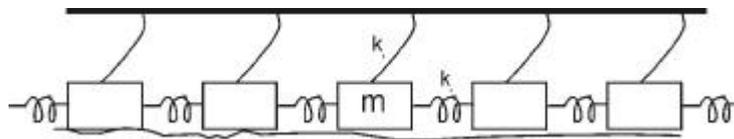


Figura 4.1.6 Configuración esquemática del experimento de masas unidas por muelles de constante k_v , unidos a su vez a una lámina deslizante de constante k_p (Carlson y Langer, 1989).

En el experimento, el sistema se define sin variaciones espaciales de cualquiera de sus parámetros y sin elementos estocásticos externos. Según este modelo, se discute el porcentaje de energía liberado por fricción entre los grandes terremotos y los pequeños, de hecho, en los grandes terremotos la velocidad de fricción es tan grande que parece que se libera menos energía, sin embargo, en la naturaleza, unos pocos grandes terremotos ($M > 7$) liberan más energía que cientos de miles pequeños.



4.2 Introducción a la Criticalidad Auto-Organizada (CAO)

Una vez revisados los precedentes más relevantes sobre la simulación y el análisis mecánico de terremotos, este apartado describe las bases de la criticalidad auto-organizada, la cual comienza precisamente en este punto. Reconocida la no-linealidad como una de las características principales en la simulación sísmica, junto con las leyes de disipación de energía y las leyes estadísticas que gobiernan el sistema, se abordan los fundamentos de la dinámica de los *procesos críticos*.

Roger Penrose (1990) explica la dinámica de sistemas complejos a partir del conjunto de Mandelbrot (*la tierra de Tor Blend Nar*) y al igual que su discípulo David Deutch, concluye que para describir y entender esta dinámica, es necesario acudir a la argumentación como método frente al tentador criptoinductivismo. Esto es muy importante puesto que una explicación críptica, obtusa y oscura basada sobre conclusiones ingenuas, puede falsear cualquier trabajo y engañar a cualquier científico cuando se trabaja en el campo de las leyes empíricas.

En palabras de Per Bak (1996), pionero la criticalidad auto-organizada puede entenderse que:

El comportamiento complejo en la naturaleza, refleja la tendencia de los sistemas que evolucionan hacia un estado crítico, permanentemente fuera de equilibrio, donde pequeñas perturbaciones provocan avalanchas de múltiples tamaños. La evolución de este delicado estadio, ocurre sin un diseño previo y a partir de la actuación de un agente externo. El estado crítico, se establece debido a las interacciones dinámicas entre elementos individuales del sistema: el estado crítico es auto-organizado. La Criticalidad Auto-organizada es, con mucho, el único mecanismo general conocido que provoca complejidad.

Siguiendo esta línea argumental, en este apartado se describe el comportamiento espacial de los sistemas dinámicos no-lineales mediante el análisis de los grados de libertad espacio-temporales en el espacio de fases. El espacio de fases, constituye el espacio multidimensional donde se representa la evolución temporal de las variables de estado del sistema. La evolución espacial de dichos sistemas, presenta una estructura autosemejante, forman conjuntos fractales, mientras que su evolución temporal, presenta un comportamiento que se conoce como ruido fluctuante o más común *flicker noise*, o $1/f$ (Bak et al., 1987; Bak et al., 1988).

Estos sistemas complejos, evolucionan espontáneamente hacia un estado crítico, el cual no presenta escalas características espacio-temporales. Esta propiedad, es la

causa de la baja predicción temporal de dichos sistemas. La emergencia de este estado crítico auto-organizado, conecta la dinámica no-lineal con la autosemejanza y el *flicker noise*, de forma robusta (Bak et al., 1988).

La estrategia más común en el análisis de estos sistemas, consiste en reducir el número de grados de libertad al mínimo imprescindible. Sin embargo, no siempre es fácil reducir el sistema puesto que, primero hay que determinar el número mínimo de grados de libertad que reproducen el sistema en el espacio de fases. Esta reducción dimensional, se denomina *auto-organización* o *principio de auto esclavismo*, y en general, se realiza mediante la reconstrucción del atractor bajo dimensional en el espacio de fases (Bak et al., 1988).

Como ejemplo unidimensional de un atractor sobre el espacio de fases, se ha representado el atractor del péndulo simple y del oscilador armónico (Figura 4.2.1a y 4.2.1b). Ambos atractores representan sistemas lineales. Sin embargo, si se incluye la fricción en ambos modelos, el sistema deja de ser lineal.

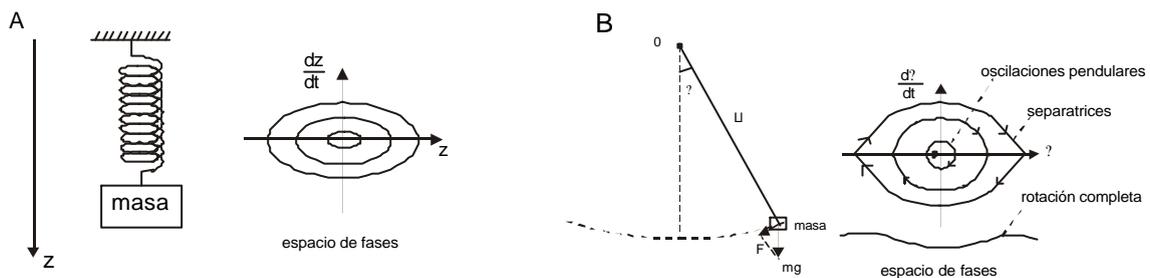


Figura 4.2.1 (a) Representación del espacio de fases de un oscilador armónico simple. El oscilador consiste en una masa suspendida de un muelle y que se desplaza en una dimensión, según Z . Este sistema presenta un grado de libertad, según el desplazamiento de la masa "m" a lo largo de la dirección Z . A la derecha aparece la trayectoria reconstruida en su espacio de fases. (b) Reconstrucción de un péndulo simple y su trayectoria de fases. Las separatrices indican los límites a partir de los cuales las trayectorias corresponden a rotaciones completas alrededor del punto 0.

Cuando un sistema presenta disipación de energía, por ejemplo, el péndulo de un reloj mecánico, se produce una convergencia en las trayectorias de fases, generando una estructura que se conoce como *atractor* (Figura 4.2.2a). Para sistemas con un elevado número de grados de libertad ($6 > n > 3$, Sornette, 2003, comunicación personal), se trabaja sobre secciones de *Poincaré* sobre el atractor.

Un sistema dinámico caótico aparece cuando la dimensión del espacio de fases es igual o superior a tres, aparece sensibilidad a las condiciones iniciales y la dimensión del atractor en el espacio de fases es fractal. Si el atractor es fractal, las secciones de



Poincaré que se obtienen tienen la estructura de un conjunto de *Cantor*, no hay un continuo (Figura 4.2.2b). Este atractor, se denomina *atractor extraño*, y como ejemplos, se presentan el atractor de Lorenz, y el de Rossler (Figura 4.2.3 derecha e izquierda, respectivamente) (Ruelle and Takens, 1971).

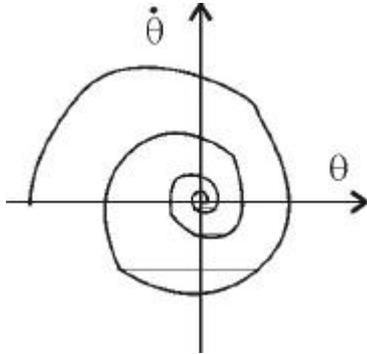


Figura 4.2.2 (a) Atractor de un sistema disipativo, péndulo simple con fricción, con dinámica no-lineal. Existe una convergencia de la órbita hacia el centro.

La huella dactilar a lo largo del tiempo de los sistemas con atractores extraños, es el denominado *flicker noise*, sistemas en los que el espectro de potencia escala con la frecuencia según: $S(f) \propto f^{-2}$.

El *flicker noise*, se caracteriza por presentar correlaciones en un amplio intervalo de escalas, una clara indicación de que se trata de un efecto cooperativo. El *flicker noise* ha sido reconocido en múltiples procesos: en la luz medida en los cuasars, intensidad de manchas solares, flujo granular en relojes de arena, etc. (Bak et al., 1988). A pesar de su

ubicuidad, no se conoce bien el mecanismo infrayacente del *flicker noise*, el cual refleja la dinámica de la criticalidad auto-organizada.

Figura 4.2.2 (b) Sección de *Poincaré* de un atractor extraño. Sobre una serie de órbitas se obtiene la intersección con el plano. La intersección de esta sección con un transecto es un conjunto de Cantor.

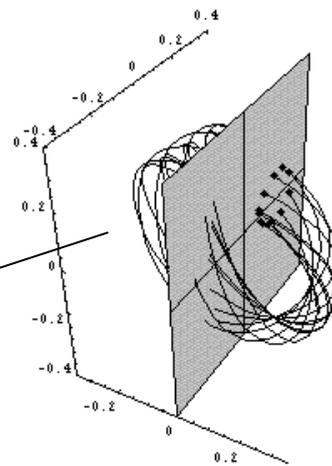
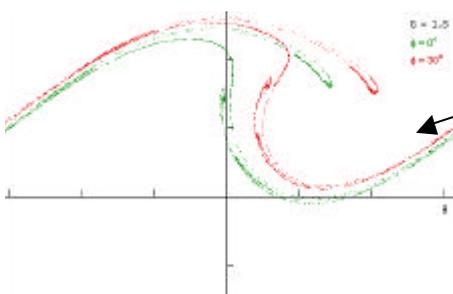
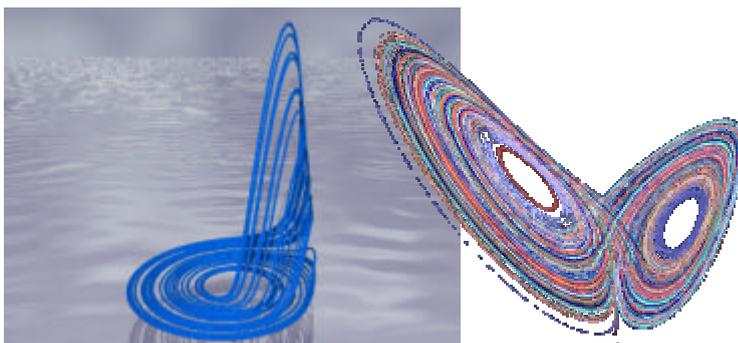


Figura 4.2.3 A la izquierda, aparece la reconstrucción sobre el espacio de fases del atractor de *Rössler*, el cual se representa como una cinta de *Möbius*, mientras que a la derecha se representa el atractor de *Lorenz*. Ambos muestran la dinámica no-lineal en el tiempo.



Los sistemas complejos y no lineales evolucionan de forma natural hacia un estado de criticalidad auto-organizada, como si el estado crítico fuese un atractor de la dinámica, de estos sistemas independientemente de las condiciones iniciales. Incluso estos estados emergen robustos, aunque se incluya un cierto grado de aleatoriedad en el sistema.

Autómatas celulares: descripción y dinámica

El estudio de la dinámica crítica y la auto-organización se realiza mediante la simulación numérica llevada a cabo mediante los *autómatas celulares*, más simples de manejar que los sistemas de ecuaciones diferenciales. Para entender en qué consiste un autómatas celular y cómo define la criticalidad auto-organizada en la sismicidad, es preciso detallar el experimento de la pila de arena, artífice y modelo por excelencia de estos sistemas críticos (Bak et al., 1988) (Figura 4.2.4).



Figura 4.2.4 Autómata celular bidimensional construido mediante terrones de azúcar industriales en un Tabac por R. Pérez y J. Giner en *Moulis (St. Giron: zona central del Pirineo francés)*.

Tomando una pila de arena con una configuración inicial cualquiera, se añade granos de un mismo tamaño, de forma gradual (Figura 4.2.5a). Desde el punto de vista experimental, esto no presenta dificultad ninguna. El objetivo inicial es determinar el valor de la pendiente crítica a partir de la cual se producen avalanchas de arena, de un tamaño considerable. Una vez alcanzado el valor de la pendiente

crítica, es razonable pensar que se producirán avalanchas de tamaño considerable, con la simple adición de un grano de arena. Esto es posible, y de hecho así ocurrirá, en ciertos casos. Sin embargo, también es posible que se relaje energéticamente el sistema, disminuya el valor de la pendiente crítica, mediante avalanchas menores (Figura 4.2.5).

Pero lo realmente interesante, es que sin llegar a alcanzar el valor de la pendiente crítica, se producen avalanchas de gran tamaño, mediante la adición de un solo grano de arena. Aunque siga la adición constante de granos de arena, no es posible determinar un



valor crítico a partir del cual sea posible predecir avalanchas, así como el tamaño de las mismas.

Representando la distribución de la frecuencia de los tamaños de las avalanchas en un diagrama bilogarítmico, estas se distribuyen según una ley de potencia en cualquier configuración, el sistema se auto-organiza de forma espontánea, mostrando una distribución de frecuencias en tamaño según una ley de potencia. Esto significa que el sistema se auto-organiza con una dinámica espacio temporal invariable al cambio de escala, como un fractal.

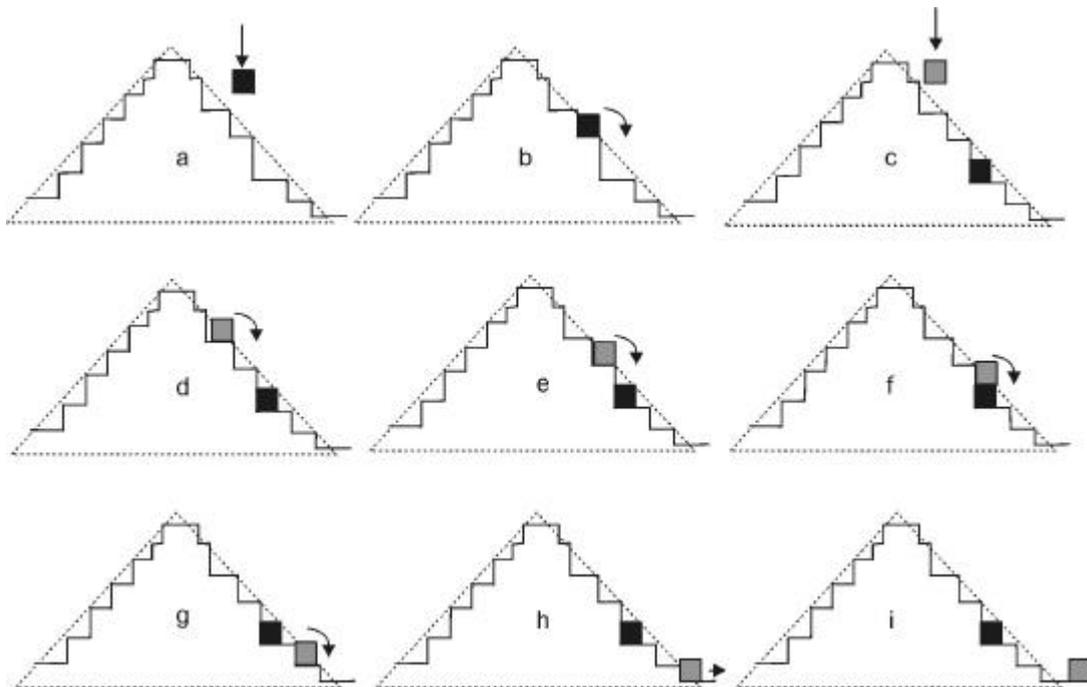


Figura 4.2.5 Pila de arena unidimensional. Sobre una configuración inicial aleatoria (a) se deposita un grano de arena. Si las líneas discontinuas representan el valor de la pendiente crítica, se produce una avalancha (b) y (c). El tamaño de esta avalancha es de 1. Sin embargo, si sobre (c) se deposita en otra posición aleatoria, se produce una avalancha de tamaño 5 (d), (e), (f), (g), (h). Por tanto, o bien se producen avalanchas pequeñas, o bien grandes, independientemente de las condiciones iniciales.

4.2.1 Autómatas Celulares: Series dinámicas sintéticas

Para reproducir, a partir de un modelo matemático, el comportamiento de la pila de arena antes descrito se utilizan los *autómatas celulares*. Un autómatas celular (AC) constituye una herramienta matemática de construcción sencilla que reproduce dinámicas no-lineales. Los autómatas celulares, presentan múltiples aplicaciones en la simulación de modelos de fracturas, dinámica sísmica y comportamiento de la litosfera bajo campos de esfuerzos (Bak y Tang, 1989, Sornette y Sornette, 1989, Sornette et al.,

1990, Ito y Matsuzaki, 1990, Nakanishi, 1990, Chen et al., 1990, Nakanishi, 1991, Brown et al., 1991, Henderson et al, 1994, Silberschmidt, 1996, De Rubeis et al, 1996, Wilson et al, 1996, An y Sammis, 1996, Halgass et al, 1997, Lu et al, 1998).

Un autómata, se construye a partir de un mallado regular con un valor inicial aleatorio en cada celdilla (Figura 4.2.6a), el cual oscila entre 0 y 3. Sobre una posición aleatoria del mallado, se añade una unidad y se comprueba si el valor es igual a 4, denominado *valor crítico*.

Si es así, la celda toma el valor de 0 y transmite un valor a los vecinos más próximos, dos arriba y dos a los lados (Figura 4.2.6b). De igual forma, se comprueba el valor de las cuatro celdas vecinas (para el caso bidimensional), actuando de la misma manera si algún valor es superior a 4. Por tanto, es posible provocar fenómenos en cadena mediante una pequeña perturbación, sobre una configuración inicial aleatoria.

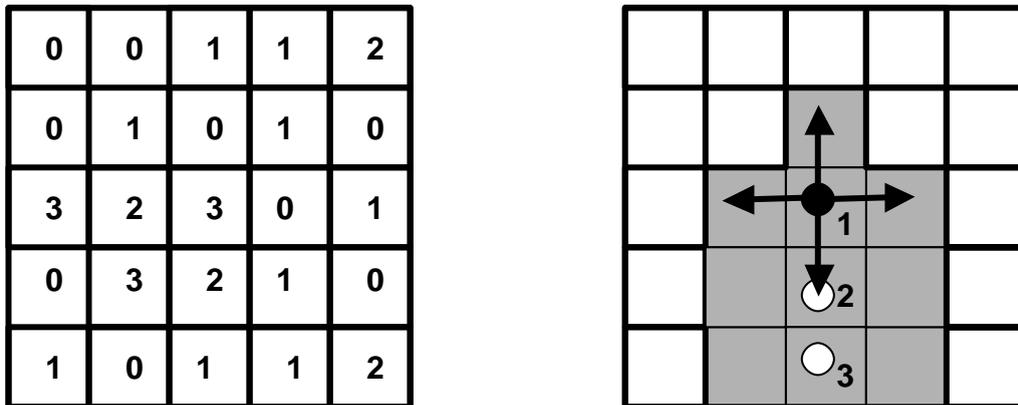


Figura 4.2.6 (a) Ejemplo de mallado regular 5 x 5 con una configuración inicial aleatoria de valores entre 1 y 3. (b) Ejemplo de avalancha en el autómata celular 5x5. Una vez que ha pasado la celda 1 el valor crítico, pasa una unidad a sus cuatro vecinos. Como la celda 2 también alcanza el valor crítico, pasa un valor a sus cuatro vecinos, y la celda 3, pasa a sus tres vecinos. En este caso, el tamaño de la avalancha es 10 y el tiempo es 3 (número de veces que se aplica la la función f)

Matemáticamente, el algoritmo se expresa según:

$f: a_{ij} \leq a_{ij} + 1$ (para ij aleatorios)

* si $a_{ij} \geq 4$

$a_{(i-1)j} \leq a_{(i-1)j} + 1$

$a_{(i+1)j} \leq a_{(i+1)j} + 1$

$a_{i(j+1)} \leq a_{i(j+1)} + 1$

$a_{i(j-1)} \leq a_{i(j-1)} + 1$

y $a_{ij} = 0$

si $a_{(i-1)j}$, $a_{(i+1)j}$, $a_{i(j+1)}$ y $a_{i(j-1)} \geq 4$
repetimos *

y $a_{(i-1)j}$, $a_{(i+1)j}$, $a_{i(j+1)}$ y $a_{i(j-1)} = 0$

.....



Mediante este proceso, se generan avalanchas cooperativas, cuyo tamaño es el número de celdas que han sobrepasado el valor crítico de 4, en un fenómeno que ocurre en cascada. El tiempo de duración de la avalancha, se representa por el número de veces que se ha aplicado la función f . La figura 4.2.6b muestra un autómata que presenta, para un instante t , una avalancha de tamaño 10 (número de celdas afectadas) y con una duración de 3 (número de veces que se aplica la función f). La figura 4.2.7 representa la mecánica del autómata cuando una celda sobrepasa el valor crítico, según la notación utilizada en el algoritmo.

Esta dinámica sobre una mecánica discreta reproduce un medio finito influido por fenómenos de contorno. La cuestión es, qué sucede con los valores en los bordes del mallado, y más concretamente en las esquinas del mallado. En su trabajo original, Bak et al. (1987) contempla dos casos: *condiciones de contorno cerradas* y *condiciones de contorno abiertas* (Figura 4.2.8a) (Figura 4.2.8b).

La simulación aplicando unas *condiciones de contorno abiertas*, permite la salida del cono de granos de arena. Esto es, si un valor del borde alcanza el valor crítico (4), toma el valor 0 y pasa un valor a los vecinos (3). De esta manera, se pierde una unidad, lo que equivale a una disipación. Este modelo con las condiciones de contorno abiertas, es el aplicado en las siguientes simulaciones de terremotos mediante autómatas celulares (apartado 4.3 y 4.4), puesto que de esta manera, el modelo presenta una difusión más evidente.

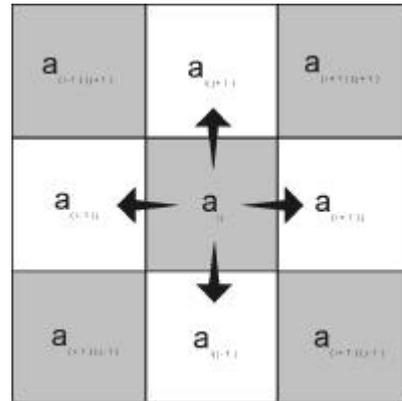


Figura 4.2.7 Mecánica de suceso de un autómata celular una vez que alguna celda ha sobrepasado el valor crítico. En ese momento, la celda toma un valor de 0 y pasa una unidad a las vecinas, en horizontal y en vertical.

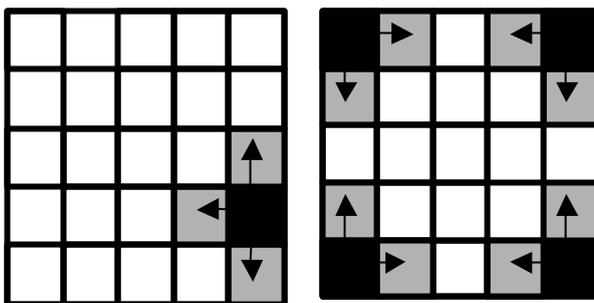


Figura 4.2.8 (a) Modelo de difusión de una celda del borde para condiciones de contorno abiertas. En este caso, la celda toma el valor 0 y transmite a las tres vecinas un valor. (b) Modelo de difusión de las celdas de las esquinas para el mismo caso. En esta posición, solamente presentan dos celdas vecinas.

De hecho, hubo una interesante controversia científica sobre el grado difusivo o conservativo del sistema autoorganizado y simulado mediante un autómata. El planteamiento es el siguiente: si las condiciones de contorno son cerradas, esto es, si los bordes alcanzan el valor crítico en 3, mientras que las esquinas en 2, el modelo no es difusivo y si conservativo (Bak, 1997). En principio, si el autómata reproduce fenómenos difusivos, es paradójico pensar que la misma mecánica elude la difusión particularizando el comportamiento de los bordes y las esquinas del mallado.

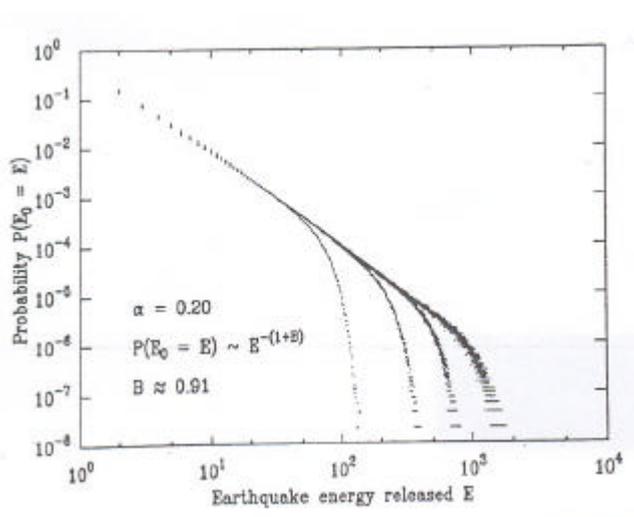


Figura 4.2.9 Ley de Gutenberg y Richter para la simulación realizada por Olami et al. (1992). Las diferentes pendientes de las simulaciones dependen del tamaño de la malla utilizada. Las abscisas indican energía liberada mientras que las ordenadas indican la frecuencia de sucesos como una función de probabilidad. La pendiente de ajuste que obtiene en la parte común de las rectas es de 1,91.

¿El autómata celular reproduce fenómenos disipativos o conservativos?. Para responder esta pregunta hay que analizar las celdas *frontera* del autómata y las celdas *sobrecargadas*. Cuando una celda cualquiera con un valor de 3, recibe dos unidades de sus vecinos, su valor total en la ruptura es de 5. Sin embargo, esta celda *sobrecargada* solo transmite 4 unidades a sus vecinos y adquiere el valor 0, por lo que existe una disipación de una unidad. El valor máximo que puede tomar una celda es de 7. Por otro lado, las celdas de las fronteras, cuando rompen ($V_c \geq 4$), solo transmiten a las tres celdas vecinas, y en el caso de las celdas esquinas, a dos vecinas (Figura 4.2.8). Por lo tanto, el fenómeno CAO reproduce dinámicas no-lineales disipativas, dando lugar a fenómenos cooperativos. No existe una conservación en el movimiento de la energía a través del sistema.

En la Universidad de Oslo, el equipo liderado por Jens Feder reprodujo el experimento de la pila de arena, obteniendo avalanchas cooperativas similares a las de Bak, pero con resultados numéricos diferentes a los obtenidos por Bak et al. (1988).



A partir de la modelación matemática del modelo estocástico discreto de Burridge y Knopoff (1967), obtuvieron varias leyes de Gutenberg y Richter, con el parámetro b relacionado directamente con el tamaño de la malla, pero la curva liberación de energía obedeciendo una ley exponencial, y no de tipo potencial (Feder y Feder, 1991, Olami et al, 1992, Christensen y Olami, 1992) (Figura 4.2.9). Estos autores relacionan estas diferencias con el grado de disipación del sistema. Esto es muy importante puesto que significa la diferencia entre simular terremotos naturales o terremotos que siguen una distribución normal y son aleatorios en el tiempo.

Resumiendo, mediante el autómatas celular se reproducen dinámicas cooperativas en avalancha, a partir de la perturbación del sistema con una configuración inicial cualquiera. Cuando se alcanza la pendiente crítica, un grano de arena se mueve hacia abajo, transmitiendo energía a los granos vecinos, que a su vez rodarán pendiente abajo si estos también alcanzan la pendiente crítica. Es interesante destacar, que cualquiera que sea la configuración inicial, se alcanza el estado en el que se producen avalanchas de cualquier tamaño (Figura 4.2.10). Este estado se conoce como *estado crítico*. En este punto, no aparece una longitud característica de tamaño y de tiempo en cada avalancha (Bak et al., 1988).

Condiciones iniciales y estado crítico

Supongamos que se perturba el estado crítico de forma local, o bien añadiendo un grano de arena, o bien variando el valor crítico ($V_c = 3, 4, 5, 6$ o 7). Es de esperar que la perturbación se propague en todas las escalas, de tal manera que puede producirse desde el movimiento de un único grano de arena hasta una avalancha de gran tamaño.

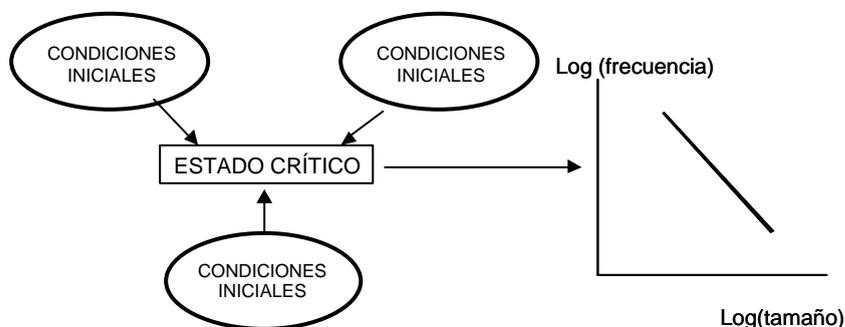


Figura 4.2.10 En una dinámica CAO, se alcanza el estado crítico desde cualquier configuración inicial. En esta dinámica, la distribución de frecuencia de tamaño y tiempo, en acumulado, obedece leyes de potencia.

El hecho de que las leyes distributivas obedezcan leyes potenciales, indica que la dinámica es invariable al cambio de escala. Es más, la ausencia de un tamaño característico implica la ausencia de una escala temporal característica, puesto que ambos parámetros son una combinación lineal el uno del otro.

La superposición aleatoria de pulsos de una cantidad física con una distribución de tiempo tipo *flicker noise*, sigue una expresión del tipo:

$$N(T) \propto T^{-\alpha} \quad (4-5)$$

y presenta un espectro de densidad de potencia según:

$$S(f) \propto f^{-2\alpha} \quad (4-6)$$

La ecuación (4-6) indica que el espectro de frecuencia escala con la frecuencia, y es equivalente a la distribución de tiempos también según una ley de potencia.

Nota: se ha optado por una formulación matemática homogénea, frente a la notación original, de tal manera que $N(T)$ es el número de eventos con un tiempo $>$ que T , al igual que $N(m)$, es el número de eventos de un tamaño $>$ m . $S(f)$ se refiere al espectro de densidad y f es la frecuencia.

Propiedades estadísticas de los Automatas Celulares

La figura 4.2.11a representa la función de distribución de frecuencias de los tamaños de las avalanchas un autómata celular bidimensional 50x50 mientras que la figura 4.2.11b representa un autómata tridimensional 20x20x20. Se observa como estas distribuciones obedecen una ley de potencia, siendo esta ley de potencia similar a la ley de Gutenberg y Richter:

$$N(m) \propto m^{-\beta} \quad (4-7)$$

Siendo $\beta = 1$ en el caso bidimensional, mientras que le tridimensional, $\beta = 1.37$ Bak et al. (1988). A pequeña escala, esta curva se desvía del ajuste lineal debido al efecto de la discretización del mallado elegido (Paredes, 2002, comunicación personal).

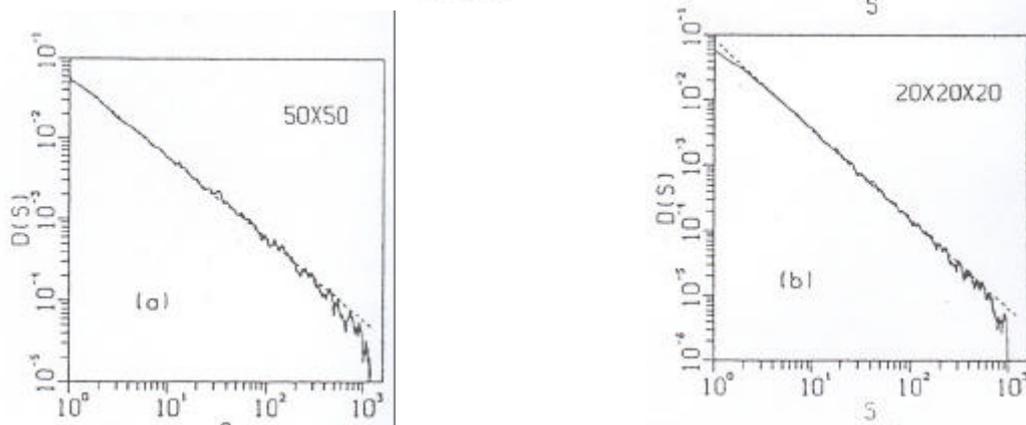


Figura 4.2.11 Distribución de *clusters* de tamaño en frecuencia acumulada para autómatas celulares realizados por Bak et al. (1988), obedeciendo una ley de potencia del tipo $D(s) \propto s^{-\beta}$ en dos supuestos: (a) autómata celular bidimensional de tamaño 50x50, donde $\beta = 1$; (b) autómata celular tridimensional 20x20x20, con un valor de $\beta = 1.37$. En el caso bidimensional, el tamaño mínimo de avalancha es de $s = 200$, mientras que para el caso tridimensional, es de $s = 70$. En ambos casos, se ha eliminado la parte transitoria del sistema haciendo que el autómata itere el suficiente número de veces. En la nomenclatura de este trabajo, $D(s) = N(m)$ (ecuación 4-7).

De hecho, esto implica que mediante el análisis de la desviación de los datos sobre el ajuste lineal del logaritmo de la frecuencia, se determina el tamaño mínimo de avalanchas necesario para reproducir el estado crítico, denominado *efecto del tamaño finito* (*finite-size effect*). Bak et al. (1988) obtuvieron un mínimo de 200 celdas para el tamaño 50x50 y 70 celdas para el autómata tridimensional 20x20x20. Este efecto se comprobó mediante el análisis del equilibrio físico estadístico realizado por los autores anteriores.

También es necesario establecer el intervalo de régimen transitorio ó *transiente* del sistema. Este régimen se define como el intervalo mínimo de avalanchas necesarias para alcanzar el *estado estacionario* descrito a partir de leyes potenciales. Para ello, se pone en marcha el sistema y se itera el suficiente número de veces, por ejemplo, 25.000, o 100.000 veces, analizándose la serie de avalanchas posteriores. De esta manera, la dinámica analizada corresponde al estado estacionario, cuando el sistema alcanza el estado crítico.

Para entender la dinámica del estado crítico, es necesario medir la evolución temporal de los agregados de avalanchas. Para ello, primero hay que definir la duración de las avalanchas. Como se ha dicho anteriormente, el número de veces que se aplica la función f sobre el autómata celular en una misma avalancha es el tiempo que dura una avalancha. Este tiempo es el número de iteraciones que presentan, al menos, una celda con un valor igual o superior a 4.

En el experimento original de la pila de arena, la duración se mide con un reloj, mientras que el tiempo definido a partir de la mecánica del autómatas, es una medida local, y que es menor o igual que el tamaño de la avalancha s .

Esto es debido a que, si el tamaño de las avalanchas es el número de celdas que alcanzan el valor crítico, y el tiempo de cada avalancha, es el número de pasos que configuran una avalancha, en el mejor de los casos, el número de celdas rotas coincidirá con el número de pasos en la transmisión, una ruptura, una transmisión. En general y para una avalancha, en cada paso temporal aparecerá más de una celda con el valor crítico de tal forma que en cada avalancha:

$$\text{Tiempo (T)} \propto \text{Tamaño (m)} \tag{4-8}$$

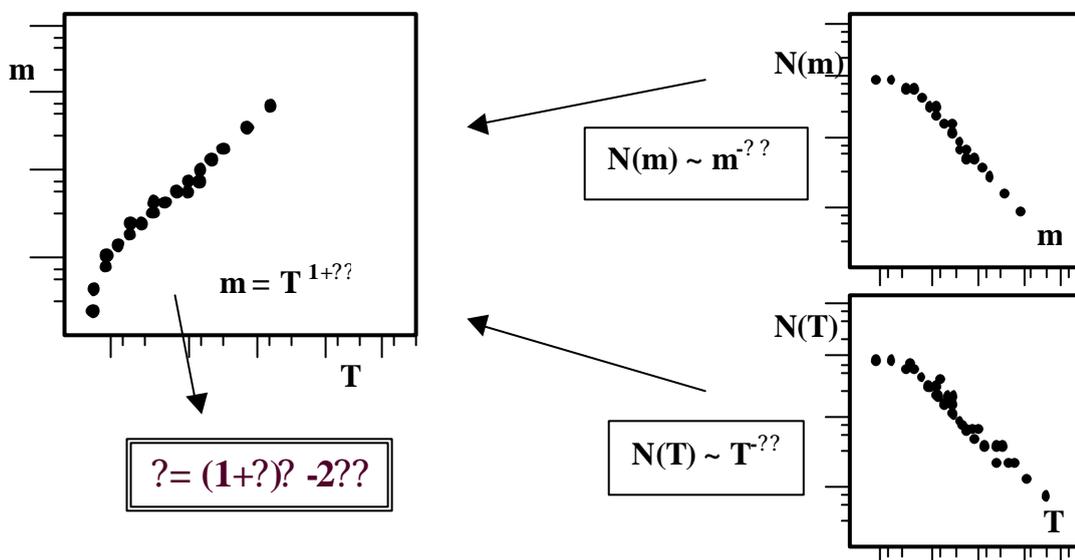


Figura 4.2.12 Esquema hipotético de la distribución según una ley de potencia entre la distribución de tamaños de las avalanchas (m) y la duración de las mismas (T). Mediante las leyes de escalado, obtenidas de las leyes potenciales de la distribución de frecuencias de tamaños y de duraciones (derecha), es posible expresar una relación directa entre los exponentes $?$ ($N(T) \propto T^{-?}$) y $?$ ($N(m) \propto m^{-?}$). Si $N(m) \propto T^{1+?}$, $?(?+1) \propto -2?$. La demostración aparece en el texto. Bak et al. (1988) obtiene $? = 0.52$ en dos dimensiones, $? = 0.71$ en 3-D.

La figura 4.2.12 esquematiza como la distribución de frecuencias de la duración de las avalanchas (inspirado en Bak et al., 1988) obedece también una ley de potencia según:

$$N(T) \propto T^{-?} \tag{4-9}$$

Con un exponente $? = 0.43$ para el caso bidimensional y $? = 0.92$ para el caso tridimensional. Sin embargo, comparando los ajustes para la distribución de frecuencias de tamaño y la distribución de frecuencias de duración (Figura 4.2.12), se observa que



el tamaño presenta un mayor de valores que la duración. De esta forma, se comprueba de forma numérica lo que antes se había argumentado.

Es evidente que, si la distribución en tamaño y en duración de las avalanchas, obedecen leyes de potencia en el acumulado, es interesante encontrar la relación entre ambos parámetros. De esta manera, se reducen dos grados de libertad a uno solo ya que el tamaño de la avalancha puede representarse como una combinación lineal de la duración de la misma.

Para ello, supóngase que el proceso mediante el cual una celda transmite un valor a su inmediato vecino es un proceso de disipación energético en una posición x en un tiempo t .

Representando la distribución de tamaños de avalanchas ($N(m)$), frente a la distribución de duraciones de cada avalancha ($N(T)$), se obtiene una ley potencial entre ambos parámetros (Figura 4.2.12 izquierda). Además, como la distribución de frecuencia de tamaños y duraciones de las avalanchas también obedece una ley de potencia (Figura 4.2.12 derecha), aplicando las propiedades de escalado se obtiene que:

$$N(T) = (m/T) N[m(T)] (dm/dT) \quad (4-10)$$

Sustituyendo en la ecuación (4-10) por las ecuaciones (4-7) y (4-9):

$$N(T) = T^2 N(m^?) (1+?)T^? \quad (4-11)$$

Por lo que:

$$T^{-(?+1)?+2?} T^? \quad (4-12)$$

La relación entre los exponentes de las tres relaciones potenciales queda:

$$? = (?+1)? - 2? \quad (4-13)$$

De esta manera, se ha visto que es posible obtener los exponentes críticos, $?$ y $?$ de las relaciones potenciales entre el tamaño y la duración de las avalanchas, a partir de dos medidas, o bien mediante la distribución de frecuencias de ambos parámetros, o bien mediante la relación potencial entre ambos parámetros. De hecho, se ha utilizado esta relación en las series de terremotos para calibrar la bondad del modelo CAO aplicado en sismicidad.

El valor de β obtenido por Bak et al. (1988) es de 0,57 para dos dimensiones y de 0,71 en tres dimensiones.

Estos valores contrastan con los obtenidos en los siguientes apartados, donde se simulan terremotos mediante autómatas condicionados con geometrías fractales y parámetros sísmicos, con el fin de obtener el modelo sísmico más real posible. Antes de ello, el apartado siguiente (4.2.2) muestra como la sismicidad es similar al *flicker noise* ($1/f$) en fenomenología y obedece una dinámica *crítica auto-organizada*.

4.2.2 Los terremotos como un fenómeno CAO: significado dinámico de la ley de Gutenberg y Richter

En capítulos precedentes (3) se ha mostrado como la liberación de energía en los terremotos sigue la ley de Gutenberg y Richter (Gutenberg y Richter, 1944) (Figura 3.1.8; Figura 3.1.10 y Figura 3.1.12). También el capítulo 3 concluye que la sismicidad es un fractal donde la ley de Gutenberg y Richter es la expresión de la fractalidad de la geometría de la fracturación. Esto explicaría su invarianza al cambio de escala, incluso para conjunto de réplicas sísmicas.

Al incorporar en el capítulo 4, el fenómeno CAO como responsable del comportamiento dinámico de los terremotos, ¿en qué afecta a la ley de Gutenberg y Richter?

Esta ley empírica (G-R) muestra como la liberación de energía obedece una ley potencial según la relación: $\log N(m) = a - bm$ (ecuación 3-10), donde N es el número de terremotos con un tamaño superior que m. Como la magnitud $m \approx \log E$, donde E es la energía liberada por los terremotos, tenemos una ley de potencia de la frecuencia de energía liberada:

$$N \approx E^{-b} \quad (4-14)$$

Por tanto, la ley de Gutenberg y Richter constituye una ley de potencia de la distribución de frecuencias de energía liberada por los terremotos, con el exponente b comprendido entre $0.5 \approx b \approx 1.5$ (Aki, 1981).

Sin embargo, ya se ha visto que a pesar de la universalidad de la ley de Gutenberg y Richter, no queda claro cual es el mecanismo infrayacente en la sismicidad que provoca que la distribución de frecuencias de tamaño de terremotos siga leyes potenciales. Desde aquí apuntamos criterios dinámicos y geometrías fractales como mecanismo infrayacente del comportamiento potencial.



Los terremotos aparecen como agregados espacio temporales de tal forma que, su ocurrencia disminuye potencialmente con el tiempo, desde el último terremoto acaecido.

Sin embargo, los terremotos aparecen en fallas activas, lo que reduce considerablemente el “donde” aparecen. Desde una perspectiva dinámica, la localización x , y , z responde a tres grados de libertad de un sistema dinámico. Eliminando el tiempo de suceso y el tipo de terremoto, aparece la geometría de la fracturación como un fractal tridimensional, relacionando el tamaño del terremoto con el tamaño de la falla. Por tanto, dinámicamente, la geometría de la fracturación constituye una sección del atractor de la sismicidad reducida a tres grados de libertad. Teóricamente no es posible reducir la sismicidad de 7 grados de libertad ni obtener su atractor ya que se necesitan un mínimo de 10^7 terremotos para chequear sus propiedades (Sornette, 2003, comunicación personal).

En ciertas forma, este argumento aparece apoyado por los trabajos de Bak y Tang (1989) y Sornette et al. (1990) donde interpretan esta ley empírica como la manifestación de una litosfera que se comporta como un fenómeno de criticalidad auto-organizada bajo un campo de esfuerzos. La distribución espacial fractal de las fallas activas y la distribución temporal de la dinámica de los terremotos, son manifestaciones de un mismo fenómeno. La fracturación constituye el atractor de la sismicidad a partir de una deformación litosférica frágil (Figura 4.2.13), mientras por similitud los pliegues representan el atractor de la deformación dúctil en la litosfera, para tres grados de libertad (Figura 4.2.14).

A partir del modelo CAO de la sismicidad, se conocen propiedades importantes de los terremotos que ayudan a una mejor comprensión del fenómeno sísmico, sobre todo con vistas a la aplicación de la predicción a corto plazo y la estimación de su influencia espacial, incluyendo las leyes de crecimiento de las fracturas en tres dimensiones, estimación de terremoto máximo, terremoto esperado, etc.

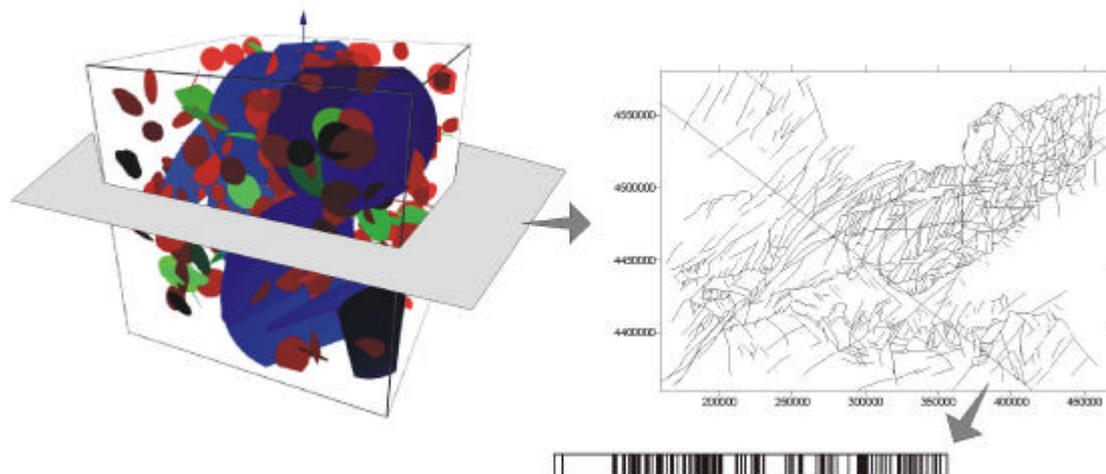


Figura 4.2.13 La sismicidad aparece sobre un soporte geométrico tridimensional de fallas de tal forma que, una sección de *Poincaré* idealizada de esta dinámica son los mapas estructurales de fallas. En este caso, el mapa de fracturas se localiza en el Sistema Central (centro de España) (Martín-Velázquez et al., 2002). Este mapa representa un fractal bidimensional, y además la intersección con transectos orientados son *Conjuntos de Cantor*.

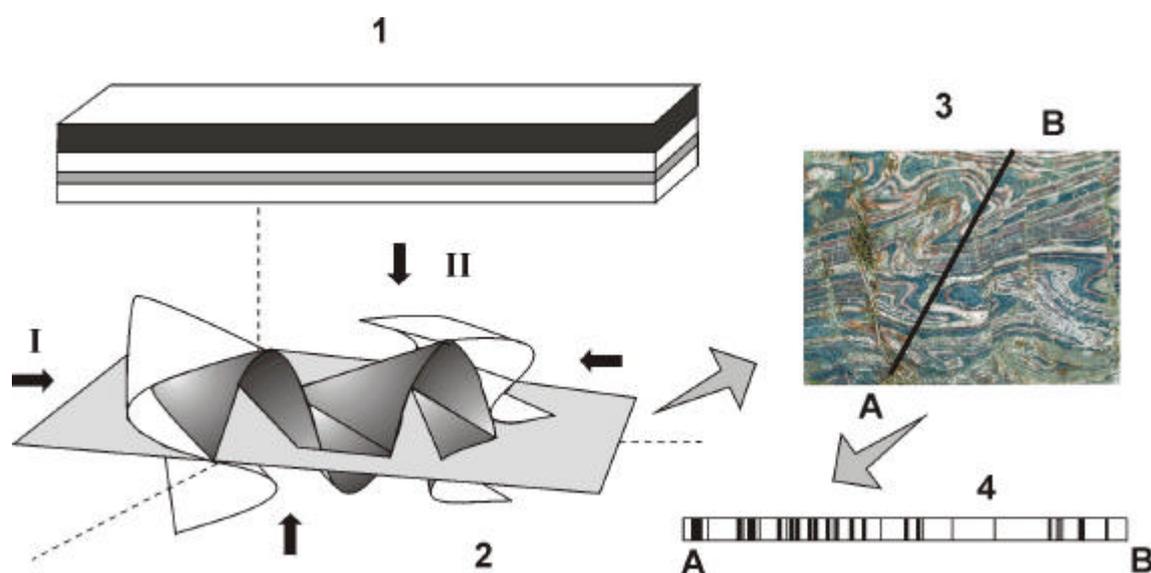


Figura 4.2.14. Atractor de la deformación dúctil idealizada de la litosfera. La actuación de un campo de esfuerzos deforma la estructura inicial (1), produciendo un plegamiento tridimensional (2). Sobre una sección bidimensional de ese plegamiento (3), la intersección con un transecto genera un *Conjunto de Cantor* (4). Puede entenderse que la sección bidimensional es la intersección de la deformación sobre un plano, una sección de *Poincaré*.



Como se ha descrito en el primer apartado de este capítulo, en general se asume que la dinámica de los terremotos obedece el mecanismo de *stick-slip*, intervalos de deslizamiento y acumulación de esfuerzo de la corteza terrestre, a lo largo de las fallas (Sieh, 1978). Cuando ocurre el deslizamiento, se libera la energía acumulada y se propaga la deformación. Kagan y Konopoff (1987) trabajaron sobre la modelación del proceso de *stick-slip* mediante bifurcaciones. La mecánica de las bifurcaciones presenta un comportamiento según leyes de potencia. Sin embargo, los sistemas dinámicos simples con un bajo número de grados de libertad (1, 2, 3...), son sistemas con un amplio equilibrio estadístico y no suelen presentar un comportamiento según una ley de potencia.

Se ha visto de forma reiterada durante esta tesis, que las leyes potenciales emergen de forma robusta en un gran número de sistemas naturales con dinámicas no-lineales. Las propiedades estadísticas de las leyes potenciales son las que se han de buscar en las simulaciones numéricas de los terremotos.

Los trabajos de Bak et al., 1987, Bak et al, 1988, Bak y Tang, 1989, Tang y Bak, 1988, presentan sistemas dinámicos interactivos que evolucionan de forma espontánea hacia un estado estadísticamente estable, el cual es crítico, y obedece leyes potenciales, el *flicker noise*. La energía se alimenta en el sistema de una forma uniforme, tanto en todo el conjunto como en los bordes del sistema.

Análogamente, la corteza terrestre sometida a la tectónica de placas, puede ser descrita como un sistema crítico auto-organizado (CAO), tal y como muestran las leyes potenciales en sismicidad, la geometría fractal de la fracturación y la geometría fractal del plegamiento.

Si el sistema de acumulación de esfuerzos tectónicos en la litosfera se encuentra en estado estacionario, existe un débil equilibrio entre las fuerzas locales, ajustando la probabilidad de que la deformación frágil se propague de forma discreta al vecino más próximo. De igual forma actúa un autómata celular que incluya un criterio de rotura tipo *Navier-Coulomb*. Según este modelo, el estado estacionario puede definirse como una *reacción crítica en cadena*.

El autómata celular descrito hasta ahora, reproduce el modelo mecánico de bloques deslizantes propuesto por Burridge y Knopoff (1967) y descrito en la primera sección de este capítulo. Esta similitud es muy interesante puesto que la criticalidad auto-organizada no presenta un nuevo mecanismo físico de rotura, sino que se aplica sobre el modelo mecánico más simple posible.

De forma adicional, también se explican las réplicas y precursores mediante la dinámica CAO (Ito y Matsuzaki, 1990). Aunque lo más correcto es pensar que la Teoría del Caos aplicada en la sismicidad, no distingue la dinámica de réplicas y precursores, todas las sacudidas responden a una reacción en cadena, pero a diferente escala. Esta propiedad dificulta la posibilidad de predecir grandes terremotos mediante el análisis previo de los precursores, por lo menos desde la perspectiva anterior al concepto CAO (*ver capítulo 5*).

La energía liberada durante un terremoto en el tiempo es una curva no diferenciable, en la cual pequeñas propiedades determinan la energía total liberada. Este mecanismo puede asumirse al deslizamiento a lo largo de diferentes porciones de la superficie de la falla, donde la distribución de la energía sigue una ley de potencia:

$$N(E) \propto E^{-\beta} \quad (4-16)$$

Siendo la ecuación (4-16) la expresión de la ley de Omori (Omori, 1895).

Es importante destacar que Bak y Tang (1988), analizaron modelos con distribuciones aleatorias de esfuerzo crítico, así como conexiones locales aleatorias entre bloques y comprobaron que los exponentes críticos pueden diferir en función de las condiciones iniciales. Estas variaciones pueden explicarse si la dinámica CAO se define como un fenómeno en equilibrio crítico, tal y como se expresa en el *principio de universalidad* (Obukhov, 1989, Kadanoff et al., 1989). Según la *teoría de la universalidad*, los exponentes críticos de las leyes potenciales dependen, exclusivamente, de las características geométricas y topológicas del sistema, tal y como la dimensión espacial. Cuando estas características representan conjuntos fractales, están relacionadas con la dimensión fractal (Aki, 1981).

Si se define la sismicidad como un *fenómeno caótico determinístico* de bajo número de grados de libertad, no es congruente con el modelo de criticalidad auto-organizada. Esto es debido a que los fenómenos CAO presentan un elevado número de grados de libertad (> 3), los cuales no pueden ser reducidos, y que complican el proceso de obtención del *atractor extraño* de la sismicidad. Sin embargo, el caos determinístico presenta como propiedad la posibilidad de reducir los grados de libertad del sistema a un número ≤ 3 .



También, la falta de predicción de la dinámica espacio-temporal de los sistemas CAO se relaciona más con las fluctuaciones de la criticalidad, que con la sensibilidad de los exponentes críticos a las condiciones iniciales, tal y como ocurre en un caos determinístico.

En suma, si los terremotos representan un sistema dinámico de tipo CAO, ¿cual es el número mínimo de grados de libertad?. Las variables mínimas que representan la sismicidad en un espacio de fases son 7: (1) *Momento sísmico o duración* (ambos relacionados mediante los exponentes críticos), (2) y (3) localización bidimensional *latitud-longitud*, X;Y, (4) *profundidad* del terremoto (h), (5) la *fecha* del suceso en un sistema de coordenadas temporal relativo, (6) y (7) *factor de forma y orientación* del tensor de esfuerzos, factor de forma R y eje de esfuerzos según la vertical, θ_1 , θ_2 ó θ_3 , atendiendo a la ecuación de Bott.

Mediante estas variables de estado, enumeradas en el párrafo anterior, es posible clasificar toda la sismicidad instrumental terrestre, además de encuadrarse dentro de cualquier ambiente tectónico descrito a nivel cortical, zonas compresionales, zonas extensionales y zonas de cizalla. Es bien sabido por la comunidad geológica la invarianza al cambio de escala que presentan estas zonas, encontrando desde grandes sistemas como la zona de *Basin and Range*, en EEUU, a pequeñas cuencas tipo *graben* o *pull-apart*, por ejemplo, explicando cada una de ellas el estado de esfuerzos que las generó, independientemente de la escala de representación de cada una. La dificultad estriba en que para representar el atractor de un sistema dinámico de más de 5 variables de estado, el número de recursos crece de forma exponencial, crece según 10^{θ} , donde θ es el número de variables de estado, lo que imposibilita su cálculo (Didier Sornette, comunicación personal).

Una idea interesante que surge de todo esto, es de la etimología de la palabra *atractor extraño*, acuñada por Lorentz (1963). En ella, hace referencia al atractor fractal de un sistema dinámico sensible a las condiciones iniciales. Sin embargo, estos sistemas no son nada extraños, y más bien parece que dominan la dinámica natural, erigiéndose como la auténtica geometría de la naturaleza. Por ello, Mandelbrot (Lesmoir-Gordon et al., 2000) propone que estos atractores pasen a denominarse *atractores naturales*, ¿o acaso no es un fenómeno natural la sismicidad?.

4.3 Los lunamotos como un fenómeno de Criticalidad Auto-organizada

Hasta ahora, se han tratado los terremotos y su dinámica cómo un fenómeno de Criticalidad Auto-organizada (CAO), siendo un proceso propio en la dinámica de la Tierra. Obviamente, si desde las propiedades estadísticas espacio-temporales es posible determinar la dinámica de estados críticos estadísticamente estables, es igualmente posible conocer tal dinámica, para liberaciones de energía en otros cuerpos planetarios. De esta forma, la dinámica CAO no solo es una dinámica propia de los terremotos, sino también de lo que podemos definir como *planetamotos: fenómenos disipativos e instantáneos de deformación frágil relacionados con campos de fuerza lejanos que ocurren en otros cuerpos planetarios y que pueden estar relacionados a orígenes diversos, tectónica, convección térmica, mareas gravitatorias, etc.*

Existen observaciones y evidencias sobre fenómenos de vulcanismo en el satélite *Io*, evidencias morfológicas de tectónica en la superficie de Marte (Figura 4.3.1), fracturas en los satélites *Europa*, aunque no se dispone hoy en día, de datos sísmicos instrumentales de todos estos planetas y satélites.

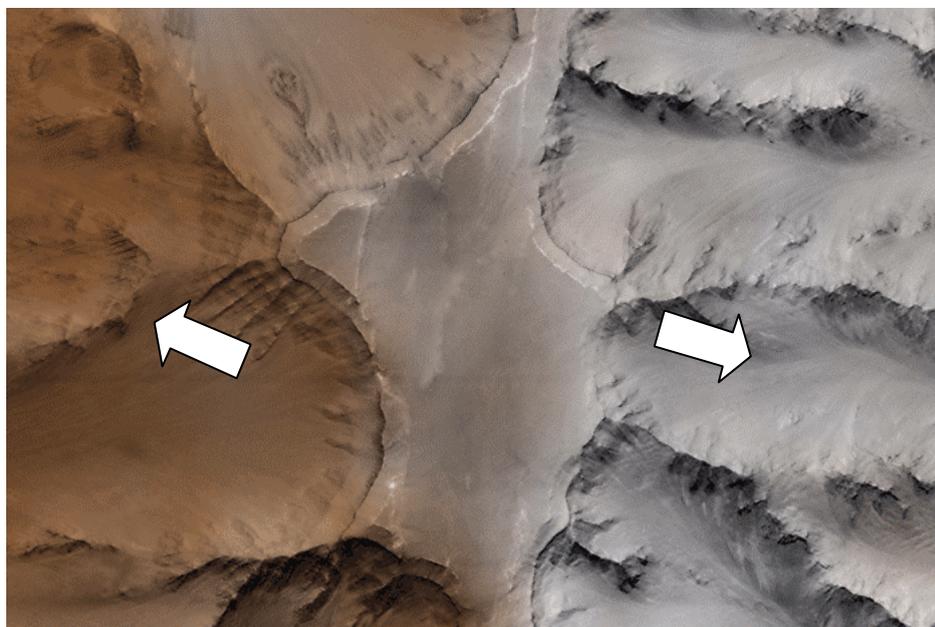


Figura 4.3.1 Superficie de Marte a partir de un modelo de elevaciones con escala de grises. Se aprecia una zona en extensión, un valle, en el cual drenan una serie de canales perpendiculares a él y subparalelos entre sí. Estos valles no parecen activos al no mostrar ningún abanico aluvial, dando la impresión que el relleno del valle fue posterior, mostrando unas terrazas cerca de los bordes del mismo. Imagen obtenida de la base de datos de la NASA, disponible en la web.



El satélite de Júpiter, Europa, es uno de los cuerpos planetarios más estudiados en el análisis de la fracturación, análisis realizado a partir del análisis morfológico de las imágenes de su superficie, fotografiada durante el transcurso de la misión Galileo. Sobre estas fotografías, se reconocen conjuntos de fallas y deformación dúctil. Una de estas fallas, se interpreta como un desgarre localizado en la zona de *Conamara Chaos* (Hoppa et al., 2000, Prokter et al., 2000). La falla de tipo desgarre conocida como *Astypalaea*, tiene un desarrollo en su superficie de 810 Km, localizada cerca del polo sur de Europa y comparable con la falla de San Andrés, una de las fallas terrestres más activas (Tufts et al., 1999).

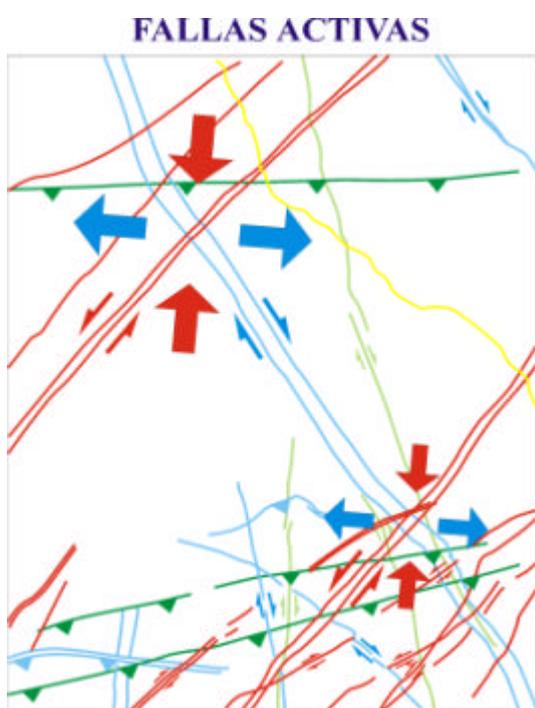


Figura 4.3.2 Mapa de fallas activas en el área caótica de *Conamara*. Las flechas rojas indican compresión, mientras que las azules indican extensión. El código de colores indica datación relativa (Modificado de Rodríguez-Pascua et al. 2003).

Recientes trabajos encuentran una tectónica activa y reciente en la superficie de Europa con estructuras en desgarre tipo *pull-apart* y estructuras compresivas asociadas (Prieto Ballesteros et al., 2002, Rodríguez Pascua et al., 2003a, Pérez-López et al., 2003, Rodríguez-Pascua et al., 2003b). En función de las estructuras de deformación y rotación de bloques, se ha realizado un primer intento en situar los ejes del tensor de esfuerzos σ_1 , σ_2 y σ_3 , según el criterio de rotura de *Coulomb* y aplicado a un área en régimen de tipo desgarre entre la denominada *Línea Agave* y la *Línea Asterius* (Figura 4.3.2). Por otra parte, se identificaron diferentes etapas de deformación en función de las relaciones genéticas de las fallas y la ubicación de los terrenos contaminados

4.3.1 Catálogo Nakamura de Lunamotos

Actualmente solo se dispone de una base de datos sísmicos extraterrestre, la base de lunamotos registrada por las misiones Apolo entre 1969-1973. Esta base sísmica registró movimientos sísmicos durante 1969-1977 mediante una red sismológica de

campo sobre la superficie lunar. Existe un informe abierto de la NASA donde se describen todos los detalles de los experimentos sísmicos, pasivos y activos, de las diferentes misiones Apolo (McDivitt, 1971)

La red sísmica lunar, consta de 4 sismógrafos que registraron más de 12500 lunamotos, en ese periodo de tiempo y que configuran la base de datos sísmica de *Nakamura* (Nakamura et al., 1982). Estos cuatro sismógrafos están situados en un mismo punto, registrando dos de ellos la componente vertical, Z, (nº11 y nº12), mientras que los otros dos (nº 14 y nº 15), son de componente horizontal (Figura 4.3.3).

Esta base de datos consta de la fecha del evento, la amplitud de la señal registrada en unidades digitales por cm (158 ud/cm), la hora de comienzo de la señal, la



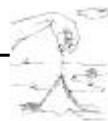
Figura 4.3.3 Imagen de la NASA de la estación sísmica de la misión Apolo XIV. Foto disponible en la página web de la NASA.

hora de final de registro de la señal, el tipo de evento en función de su fuente sísmica la calidad del registro y comentarios sobre cada evento. Además, se incluyen 9 eventos generados mediante un disparo sobre la superficie lunar. Estos eventos están clasificados como LM y SIV-B.

No es posible estimar, a priori, el tamaño de los lunamotos a partir de la amplitud de la primera llegada de la señal registrada, medida en milímetros sobre un gráfico estándar de escala comprimida.

Esto es debido a que se desconoce la distancia entre el epicentro y la estación sismológica, puesto que sólo se dispone de una estación de registro. Por tanto, no es posible establecer una magnitud local, tipo Richter (*ver capítulo 3.1*), debido al fuerte condicionamiento entre la amplitud de la señal y la distancia de origen.

Antes de obtener una medida estimada del tamaño de los lunamotos, se describen las posibles fuentes sísmicas que los han generado.



Mientras que los terremotos son debidos, en una amplia mayoría, a la dinámica de la tectónica terrestre, los lunamotos se generan a partir de procesos internos y externos (Nakamura et al., 1982): 1) lunamotos someros generados por la tectónica lunar y 2) procesos internos desconocidos; éstas dos fuentes sísmicas constituyen los *procesos sísmicos internos*, causando más de la mitad de los lunamotos registrados (Tabla 4.3.I) (Figura 4.3.4).

Los lunamotos disparados por impacto meteorítico y los lunamotos profundos, de más de 100 Km, debidos a los esfuerzos generados por las mareas terrestres y solares sobre la superficie lunar, constituyen los *procesos sísmicos externos*.

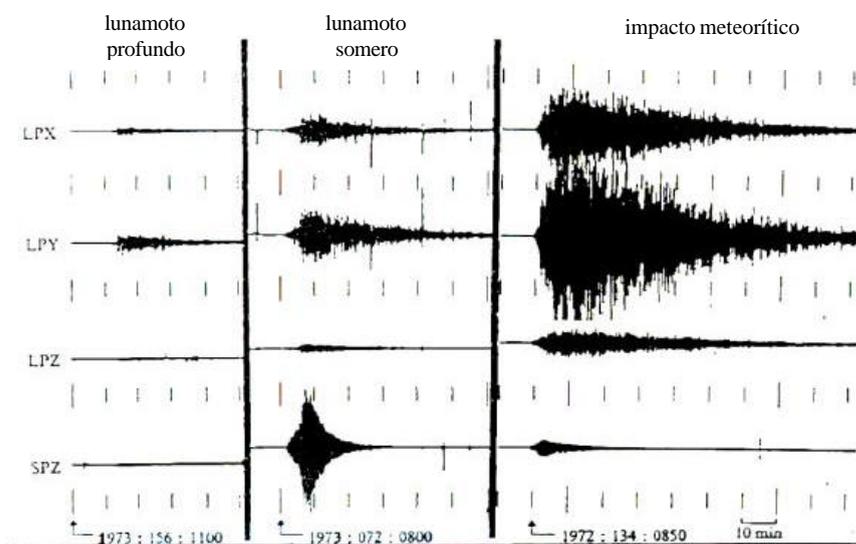


Figura 4.2.18 Sismogramas lunares recogidos por las diferentes misiones Apolo. A la derecha aparece un sismograma debido a un impacto meteorítico, en la parte centra un sismograma de un lunamoto somero (60-100 Km) y a la izquierda un lunamoto profundo (>100 Km). Observando la escala temporal, se observa su larga duración, debido a la débil atenuación de la onda por parte de la corteza lunar. Fichero abierto de la NASA, disponible en la red.

Los lunamotos generados por impacto meteorítico, a priori presentan una distribución aleatoria en el tiempo. Sin embargo, hay un trabajo que muestra ciertas peculiaridades temporales de la sismicidad lunar, a partir de nuevos análisis sobre el interior de la Luna, estructura de su corteza y regolito basados en análisis no-lineales (Khavroshkin y Tsyplakov, 2002). En suma, estos autores descubren nueva información acerca de la dinámica lunar de impacto meteorítico, mostrando *persistencia* en las series temporales lunares en intervalos entre 1 y 7 años, apareciendo picos en el histograma de impacto meteorítico, siendo estos picos correlacionables con otros picos de impacto sobre Mercurio, Venus y la Tierra en el mismo periodo.

<i>Fuente sísmica</i>	<i>Número de eventos registrados</i>
Terremotos profundos	3145
Terremotos someros*	28
Impacto meteorítico	1743
Origen desconocido*	7633

TABLA 4.3.I Número de lunamotos clasificados según la fuente sísmica lunar; registrados durante las diferentes misiones Apolo entre 1967-1973. El asterisco señala aquellos lunamotos generados mediante procesos internos: fuerzas debidas a las mareas terrestres y solares para los lunamotos profundos. Los lunamotos debidos a impacto meteorítico configuran los eventos de los procesos externos, con una fenomenología aleatoria.

Los análisis de la densidad de profundidad de los lunamotos profundos (> 100 Km) muestran dos picos en 800 Km y en 1000 Km. Por otro lado, los lunamotos someros aparecen entre 60 - 100 Km, son los más energéticos y se relacionan con la tectónica lunar, similar a los terremotos de intra-placa de la corteza terrestre (Nakamura et al., 1980). En consecuencia, a partir de los datos registrados en las diferentes misiones lunares, la estructura interna de la Luna se estructura en una corteza lunar (0-50 Km), un manto lunar y cierta evidencia de un núcleo. (Tabla 4.3.II) (Figura 4.3.5) (Nakamura et al., 1982).

<i>Zona</i>	<i>Profundidad (Km)</i>	<i>lunamotos</i>
corteza	0-50	impacto
manto superior	55-60	someros
manto intermedio	500	someros-profundos
manto inferior	1000	profundos
núcleo??	1300-1600	???

TABLA 4.3.II Estructura interna lunar simplificada interpretada a partir del análisis de inversión de velocidades de ondas sísmicas (Nakamura et al., 1982), junto con la profundidad hipocentral. La existencia del núcleo es estimada, necesiándose pruebas más concluyentes. La dinámica interna lunar es similar a la geodinámica terrestre de los primeros 100 Km de profundidad.

¿Presentan los lunamotos las mismas leyes empíricas que los terremotos?. Para contestar esta pregunta, Pérez-López y Paredes (2003), llevaron a cabo una serie de análisis estadísticos sobre los lunamotos, mediante la representación del gráfico de la distribución de frecuencia acumulada, en tamaño, sobre un diagrama bilogarítmico. Para ello, estos autores obtienen pseudo-magnitud lunar, $?_q$, mediante la onda coda.

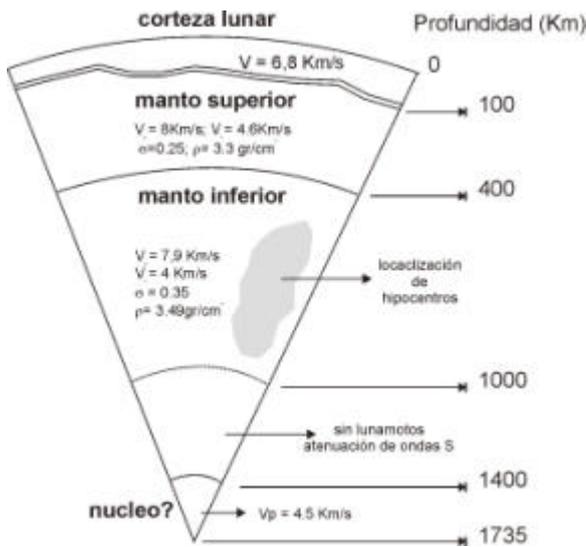


Figura 4.3.5 Estructura del interior lunar a partir de datos sísmicos. Los lunamotos aparecen localizados entre 400 y 1000 Km, con terremotos someros en la parte cortical. ν = coeficiente de Poisson, ρ = densidad. Inspirado de Nakamura et al, 1974, Nakamura et al., 1976 y Goins et al, 1977.

A partir de la duración de las ondas sísmicas registradas en los sismogramas lunares, la energía liberada puede expresarse como función del logaritmo de la duración (ecuación 4-17), de forma similar al trabajo de Dainty et al. (1974), puesto que estos sismogramas pertenecen a la misma región de onda coda en la Tierra ($ka-kL$) (Aki y Richards, 1980).

Sin embargo, la magnitud lunar definida por Pérez-López y Paredes (2002), M_q , no es una magnitud coda, puesto que el logaritmo de la duración medida, no coincide con el logaritmo de llegada de la onda S (Figura 4.3.6).

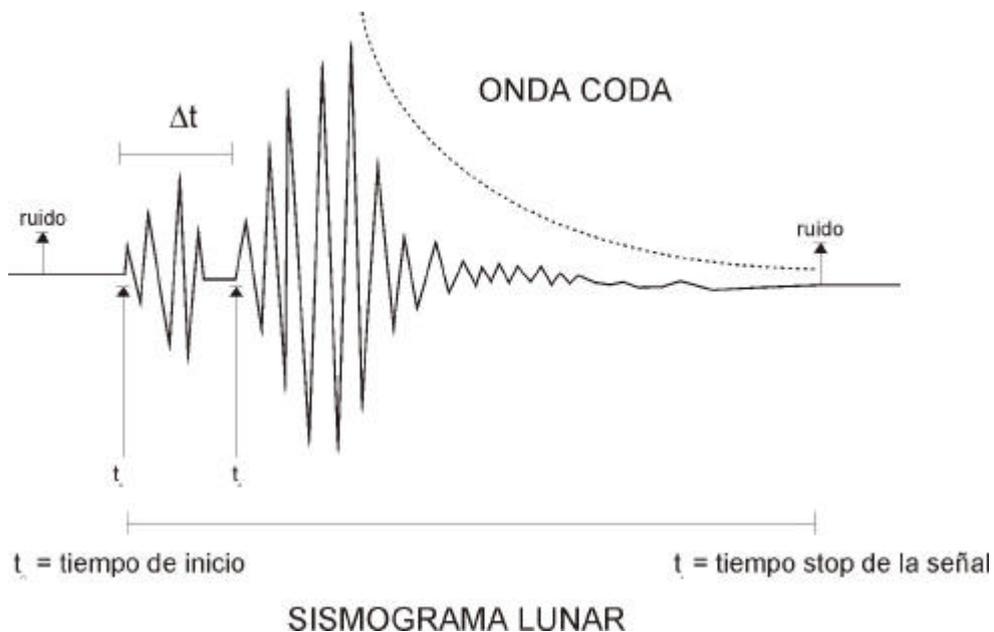


Figura 4.3.6 Determinación de un valor aproximado a la energía liberada en los lunamotos a partir de la onda coda. Los datos proporcionados por la base de Nakamura son el tiempo de inicio, t_0 , y el tiempo de parada de la señal, t_f . De esta forma $M_q = \log(t_f - t_0)$, donde $t_f - t_0 = t_s + \nu t$, siendo t_s el tiempo de registro de la onda s.

La característica interesante de la magnitud coda, es su independencia de la distancia epicentral y del modelo de difusión, de la localización de la estación sismológica y de la naturaleza de la onda (Rautian y Khalturin, 1978). De este modo, se ha estimado un valor aproximado de la energía liberada por los lunamotos, la cual es representativa desde un punto de vista estadístico (Aki y Richards, 1980).

$$M_q = \log(t_f - t_0) \tag{4-17}$$

Donde M_q es la pseudo magnitud de onda coda, obtenida como el logaritmo de la duración, definida como la diferencia entre el tiempo final de registro del lunamoto (t_f) y el tiempo de comienzo de la señal (t_0). La curva de acumulado de la distribución de frecuencias de la duración de la señal, sobre un diagrama log-normal, muestra una curva que se ajusta a la ley de Gutenberg y Richter (Figura 4.3.7).

Esta curva presenta un comportamiento potencial entre la duración de la señal y su frecuencia en acumulado, obedeciendo la expresión:

$$N(\tau) = \tau^{-\beta} \tag{4-18}$$

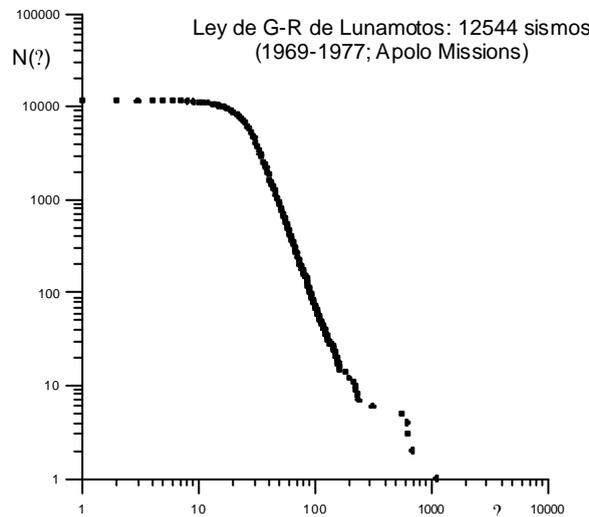


Figura 4.3.7 Ley de Gutenberg y Richter la sismicidad lunar a partir del diagrama acumulado de la frecuencia de la duración de la señal registrada (τ). Con permiso de Pérez-López y Paredes., 2002.

El exponente β de la ecuación 4-18, es proporcional al parámetro β de la ley de Gutenberg y Richter de la sismicidad lunar, y su valor es de $\beta = 3.28$, obtenido mediante el método de máxima verosimilitud (Aki, 1967).



En suma, la sismicidad lunar presenta las mismas propiedades estadísticas que la sismicidad terrestre.

4.3.2 Discusión sobre los lunamotos como un fenómeno CAO

En la Tierra, la tectónica de placas es el principal mecanismo en la generación de un campo de esfuerzos, donde la litosfera se estructura como un fenómeno de criticalidad auto-organizada (Sornette et al., 1991). En la Luna, existen procesos internos y externos, aunque los datos de la base Nakamura son insuficientes para establecer cualquier relación entre la sismotectónica lunar y el exponente crítico.

Sin embargo, es interesante separar los lunamotos por los procesos generadores y comprobar si se sigue cumpliendo la ley de Gutenberg y Richter (Figura 4.3.7). El valor del exponente de la ley de Gutenberg y Richter, para la duración de lunamotos de impacto meteorítico, $\beta_m = 4.9$, mientras que para los lunamotos profundos debidos al efecto mareal gravitatorio, $\beta_p = 5$ (Figura 4.3.8).

Con el fin de determinar una magnitud lunar, sería conveniente realizar una correlación entre la duración de la amplitud de la primera señal, obtenida en formato comprimido (Nakamura et al., 1982). Además, también sería conveniente analizar los sismogramas de los 9 impactos artificiales, así como la distancia entre el impacto y la estación, lo que permitirá establecer un primer modelo empírico.

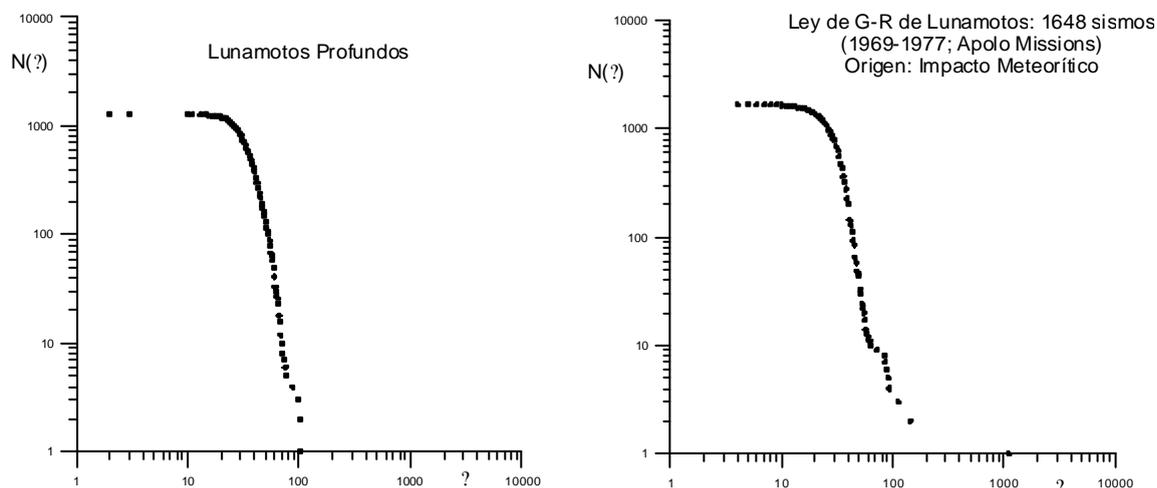


Figura 4.3.8 Ley de Gutenberg y Richter para los lunamotos profundos debidos a efectos de mareas gravitatorias (izquierda) y para los lunamotos generados por impacto meteorítico (derecha). Con permiso de Pérez-López y Paredes, 2002.

Como epílogo, es posible afirmar que los lunamotos constituyen un fenómeno de criticalidad auto-organizada, similar a los terremotos. De hecho, cabe esperar que las propiedades estadísticas de los *planetamotos* configuran un modelo de criticalidad auto-organizada con una dinámica no-lineal. Por ello, si hubiese habitantes lunares, los selenitas, se encontrarían con el mismo problema en la predicción de lunamotos, que los humanos en la Tierra al predecir terremotos.

Los lunamotos profundos generados por efecto gravitatorio mareal deben de presentar cierta periodicidad, tanto con los meses *dracónicos* [27.21 días terrestres], o los *sidereos* [27.32 días], *sinódicos* [29.53 días] ó *anomalísticos* [27.55 días]. Quizás se relacionan más con los eclipses lunares y solares por año terrestre (entre 2 y 5 solares y 0 y 3 lunares), así como los periodos de *saros* lunares con 41 eclipses solares y 29 lunares (18 años y 11.3 días), o los años *dracónicos* (346.62 días).

De forma adicional, a esta dinámica lunar CAO se suma la fenomenología periódica debida al impacto meteorítico. En cualquier caso, el conjunto de las dinámicas superpuestas no perturba la estabilidad del estado crítico, que obedece una ley de potencia y emerge de forma robusta como un fenómeno crítico auto-organizado:

De esta manera, se tiene un experimento natural en la inclusión de eventos aleatorios y periódicos dentro de una sistema auto-organizado, que no perturba el estado crítico y no varía el intervalo de confianza de los exponentes críticos. Todos estos argumentos nos conducen al modelo CAO como el mecanismo infrayacente en los planetamotos que puedan ocurrir en cuerpos planetarios a lo largo y ancho del Universo (Pérez-López y Paredes, 2002).

Por último, la relación entre la magnitud del lunamoto en función a la duración, es compatible con el modelo CAO, tal y como se ha visto en la sección anterior. Si hubiese una medida de la magnitud de los lunamotos, independiente de la duración registrada, sería interesante comprobar que ambos valores son una combinación lineal sobre un diagrama bilogarítmico, de forma similar a la sismicidad terrestre, y obtener así los exponentes críticos (? ; ?). De esta forma, se dispone de una fuente de datos distinta que permite establecer, si las hay, relaciones entre los exponentes críticos de la sismicidad lunar y las características de su modelo geodinámico.

4.4 Autómatas Celulares aplicados en modelación sísmica

Una vez descrita la mecánica de la criticalidad auto-organizada (CAO) como dinámica de la sismicidad, así como sus características principales, se han obtenido varias series sísmicas sintéticas según diferentes autómatas celulares. Estos autómatas se han construido en función de una configuración inicial de fallas 3-D fractal, con efecto memoria a la rotura y condicionados según un tensor de esfuerzos inicial.

4.4.1 Modelos dinámicos: reproducción del modelo de Bak 3-D

A partir del modelo original propuesto por Bak et al. (1986) descrito anteriormente, se ha generado un autómata celular de tamaño 100 x 100 x 50, según el siguiente criterio:

Puesto que el autómata se define en tres dimensiones, una celda tiene seis vecinas próximas (Figura 4.4.1) y el valor crítico es de 6. Después de eliminar una serie transitoria, las primeras 25.000 iteraciones, se obtuvo una serie sintética de 2938 terremotos, para un total de 100.000 iteraciones. El tamaño mínimo registrado es de 5 celdas, mientras que el tamaño máximo es de casi 200 celdas.

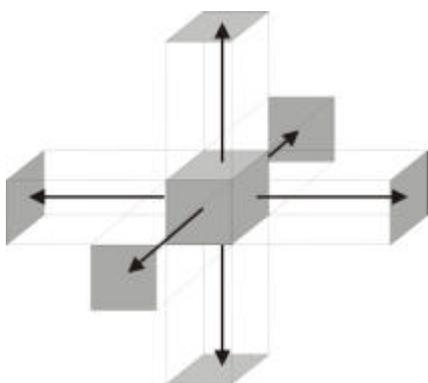


Figura 4.4.1 Modelo de propagación en un autómata celular tridimensional, según la mecánica original de Bak et al (1988). La celda que alcanza el valor crítico ($n_c = 6$), presenta 6 celdas vecinas, las cuales recibirán una unidad, volviendo a ser contrastadas.

El contraste entre el tamaño del terremoto máximo registrado, 200, frente al tamaño total del dominio, 500.000, depende más del modelo de difusión y paso de unidades, que del tamaño del dominio en si mismo.

La figura 4.4.2 muestra la propagación de una terremoto a partir de la celda roja, propagándose hacia abajo, los valores de cada celda se interpolaron con el fin de entender mejor el modelo de propagación.

La figura 4.4.3a muestra una configuración discreta para un autómata celular 10x10x10, mientras que la figura 4.4.3b representa aquellas celdas que han alcanzado el valor crítico en una avalancha.

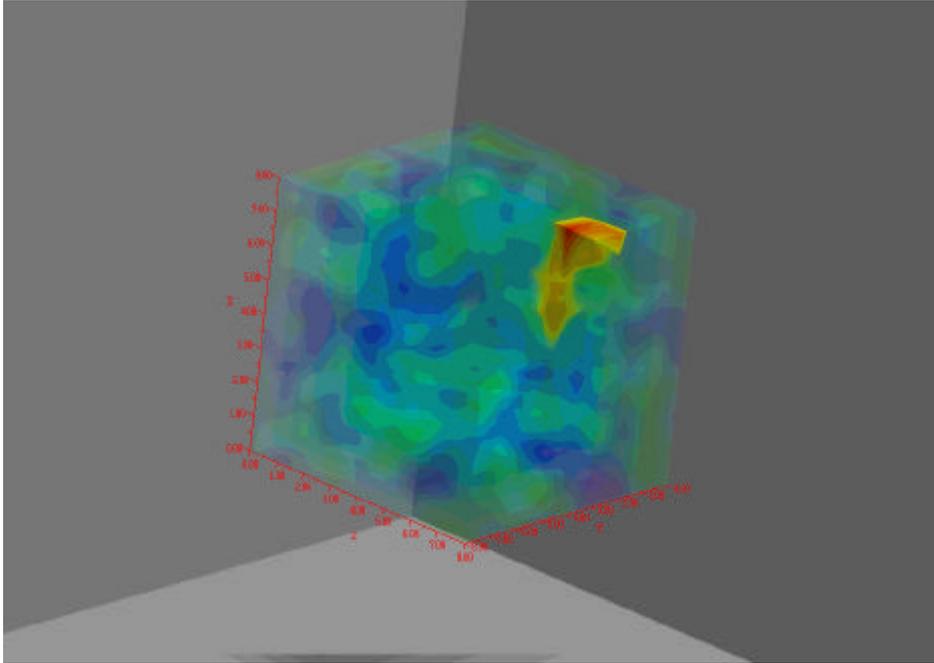


Figura 4.4.2 Ejemplo de propagación de un terremoto en el autómatas celular tridimensional. El color rojo y amarillo representan aquellas celdas que, durante el terremoto, han tenido un valor igual o superior a 6. Los colores azul verdoso muestran la configuración por debajo del valor crítico. La configuración inicial es aleatoria.

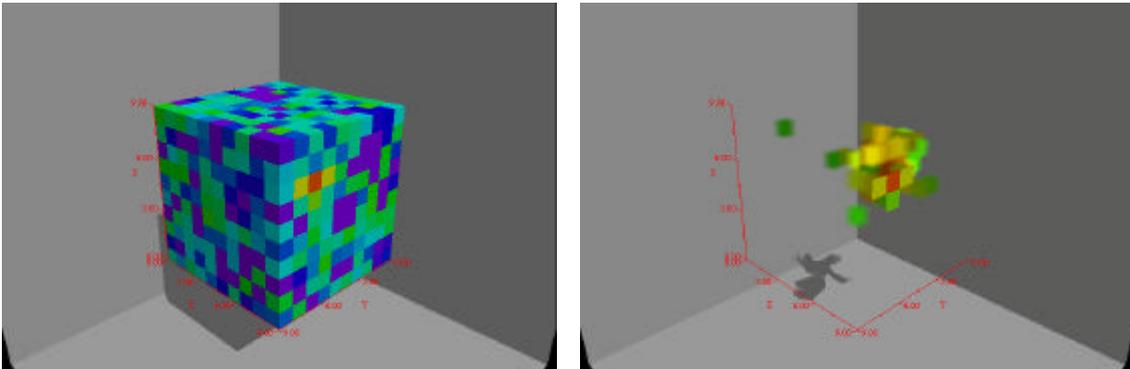


Figura 4.4.3 (a) Configuración del autómatas celular tridimensional 10x10x10 del terremoto mayor registrado. Los colores azules representan las celdas en estado subcrítico, mientras que los rojos y amarillos muestran las celdas que han alcanzado el valor crítico. (b) Representación de las celdas implicadas en el terremoto.

La distribución de frecuencias de tamaños de los terremotos simulados sigue una ley de potencia (Figura 4.4.4 izquierda), con un exponente $b = -2,5$, al igual que la distribución de frecuencias de duraciones de los terremotos, con un exponente $\gamma = -4,13$ (Figura 4.4.4 derecha).

La figura 4.4.5 muestra la relación potencial entre la duración y el tamaño de los terremotos. El exponente de la ley potencial es $\beta = 0,39$. Para comprobar las relaciones de escalado entre la duración y el tamaño de las avalanchas, aplicamos la fórmula (4-20) para obtener el valor del exponente β de la distribución de duraciones, el cual denominaremos β' . Según la nomenclatura utilizada:

$$\beta' = \frac{1}{\beta} \beta \quad (4-20)$$

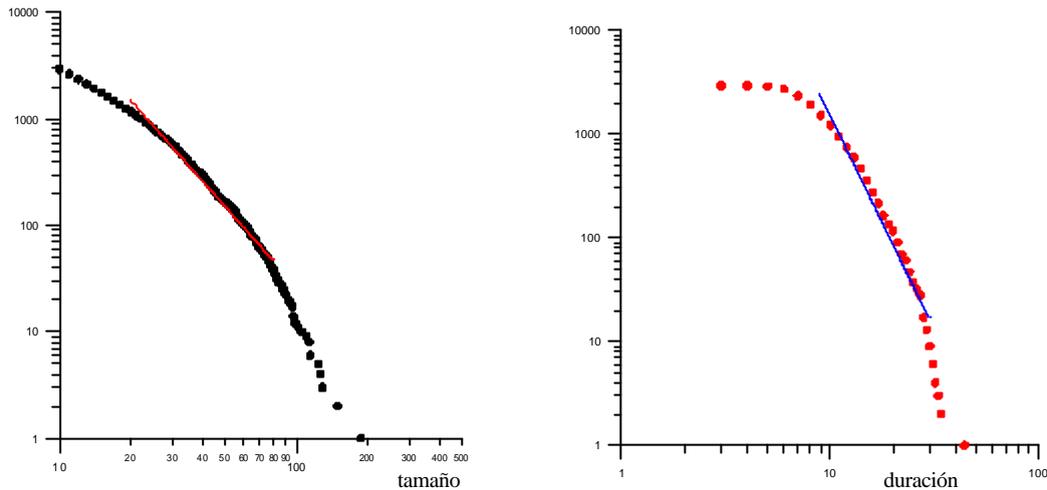


Figura 4.4.4 (Izquierda) Distribución de frecuencias acumulada de tamaños de los terremotos generados por el autómata celular 100x100x50. Esta distribución obedece una ley de potencia con un exponente $b = -2,5$, obtenido mediante el método de máxima verosimilitud. La morfología de la curva de acumulado es igual que la obtenida para datos sísmicos reales. (Derecha) Distribución de frecuencias acumuladas para la duración de los terremotos simulados. En este caso, el exponente de la ley potencial es $\beta = 4,13$.

Sustituyendo en la ecuación (4-20), se obtiene un valor de $\beta' = 4,26$, muy similar al valor de $\beta = 4,13$, obtenido mediante el método de máxima verosimilitud sobre la curva de frecuencia acumulada de duraciones. Teniendo en cuenta la simplicidad de la

mecánica de transmisión de valores y el criterio de alcance del valor crítico, sorprende la robustez que presenta esta dinámica.

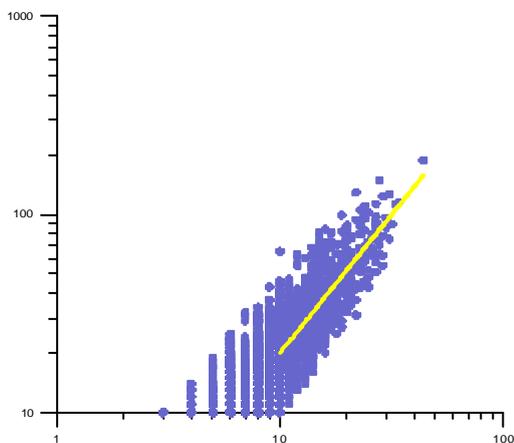


Figura 4.4.5. Distribución potencial de la relación entre el tamaño de los terremotos sintéticos y la duración de los mismos en el autómata celular 100x100x50.



4.4.2 Autómata Celular 3-D de Fallas Discretas Condicionadas

Una cuestión interesante de esta dinámica no lineal es determinar la influencia de la distribución espacial en la simulación sísmica. Si la fracturación configura un fractal en el espacio, es interesante reproducir la mecánica del autómata sobre un soporte geométrico fractal. Además, se analiza el grado de universalidad en el fenómeno sísmico, al determinar el grado de influencia espacial en la dinámica temporal.

En primer lugar, es necesario elegir el medio de simulación de las fallas, optando por un modelo discreto de discos. Este modelo representa la falla como un disco orientado en el espacio, definido por su diámetro y su vector normal al plano.

En segundo lugar, se lleva a cabo un conteo de tipo *box-counting* tridimensional, de tal forma que divida el disco en celdas activas. Para ello, se desarrolló un algoritmo exclusivo, denominado FRACLIP3 (Vélez-Pérez y Paredes, 2002), el cual permite realizar recubrimientos discretos sobre configuraciones tridimensionales. Una aplicación interesante de este algoritmo es la de comprobar la ley de Aki en tres dimensiones, de una forma similar a la realizada en el capítulo 3.

Sobre el dominio del autómata celular, se generan una serie de fracturas mediante discos orientados en tres dimensiones, a partir de la distribución espacial de los puntos de soporte, y aplicando una función de distribución para los radios de los discos y sus orientaciones, tal como se indica posteriormente (Pérez-López y Paredes, 2002b).

El algoritmo FRACLIP3 discretiza el dominio en celdas regulares, las cuales se activarán como autómata celular. De esta manera, solo se cargan las fracturas previas, representadas por celdas, dirigiendo la rotura sobre los discos orientados. Además, la propagación de la rotura se produce sobre los discos, sin producir roturas nuevas en el autómata.

Gráficamente y en dos dimensiones, las figuras 4.4.6a y 4.4.6b esquematizan el procedimiento del autómata celular condicionado. Sobre una configuración inicial de trazas de fallas, se superpone un mallado, que no tiene por que ser regular (Figura 4.4.1a). Aquellas celdas que intersecan parte de las fallas, se activan dentro del dominio del autómata, pudiendo alcanzar el valor crítico, esto es, romper, y solo entre ellas se transmite la rotura. De esta forma, no se producen fallas neoformadas, y toda la dinámica estudiada es de reactivación de estructuras previas.

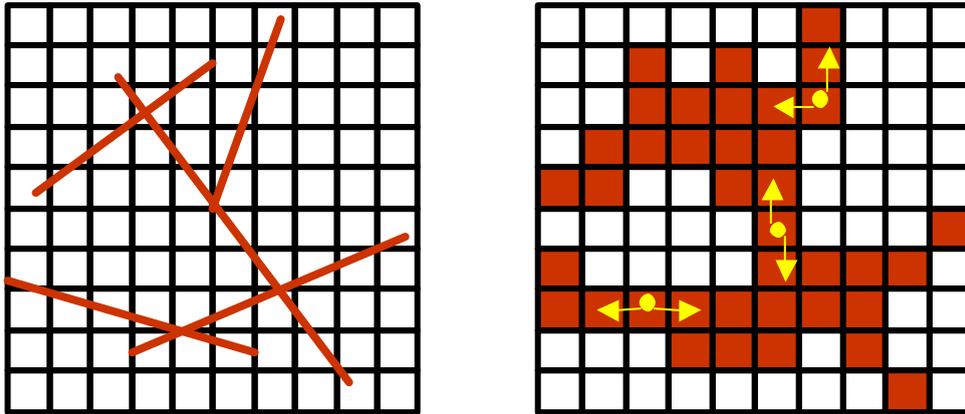


Figura 4.4.6 (a) Autómata celular bidimensional condicionado. Sobre una configuración inicial de fallas se superpone un mallado que cubra todo el dominio. (b) Aplicando el algoritmo FRACTCLIP3 (Vélez-Pérez y Paredes, 2002), obtenemos las celdas que se intersectan con las fallas. De esta manera, tenemos las celdas activas, las celdas que serán cargadas y las celdas que transmitirán esfuerzo. Las celdas con relleno son las celdas activas. Las flechas corresponden a celdas hipotéticas que han alcanzado el valor crítico.

En los dos casos siguientes, se reproducen distribuciones fractales de los puntos soportes con una dimensión fractal de 2,1, y con una distribución fractal de tamaños de fallas, con un exponente de 3,4. La distribución de longitudes es del tipo *Fisher*, para un dominio tridimensional de 100x100x50, y para 100.000 iteraciones sobre el autómata.

● *Modelo de Fracturas Condicionadas Fractales I*

Con las condiciones anteriores, se reprodujeron 120 fallas orientadas según las modas $180^{\circ}/60^{\circ}$, $194^{\circ}/30^{\circ}$ y $260^{\circ}/75^{\circ}$, como valor de sentido de buzamiento y buzamiento (Figura 4.4.7). Sobre estas orientaciones se aplicó una distribución de tipo *Fisher* con una dispersión de más del 10%. Sobre esta configuración, se obtuvo el autómata celular como una serie de celdas tridimensionales en el dominio inicialmente definido (Figura 4.4.8). Una vez alcanzado el estado estacionario, este autómata generó 363 terremotos, siendo el mayor registrado de 127 celdas.

En primer lugar, se obtuvo la ley de Gutenberg y Richter sobre la distribución de frecuencias acumuladas de los terremotos registrados (Figura 4.4.9a), con un valor del parámetro $b = 4,13$. Este valor, se encuentra fuera del intervalo de valores en los que aparece el parámetro b acotado según $0,5 < b < 1,5$.

Debido a una distribución fractal de fallas, con una dimensión de recubrimiento de $D_0 = 2,1$, aplicando la ley de Aki se obtiene un valor de $b = 1,05$:



$$D_0 = 2*b$$

(4-21)

La figura 4.4.10 muestra el ajuste lineal sobre la representación bilogarítmica de la duración de los terremotos simulados *versus* la magnitud de los mismos. Aparece una mayor dispersión de los datos, reflejo de la simplicidad del mecanismo de rotura. Sin embargo, si se observa una tendencia lineal, con un ajuste que tiene una pendiente de $\beta = 0,18$. Aplicando la ecuación (4-14), obtenemos un valor de $\beta' = 4,61$, muy similar al medido directamente en la figura 4.4.9b, $\beta' = 4,62$.

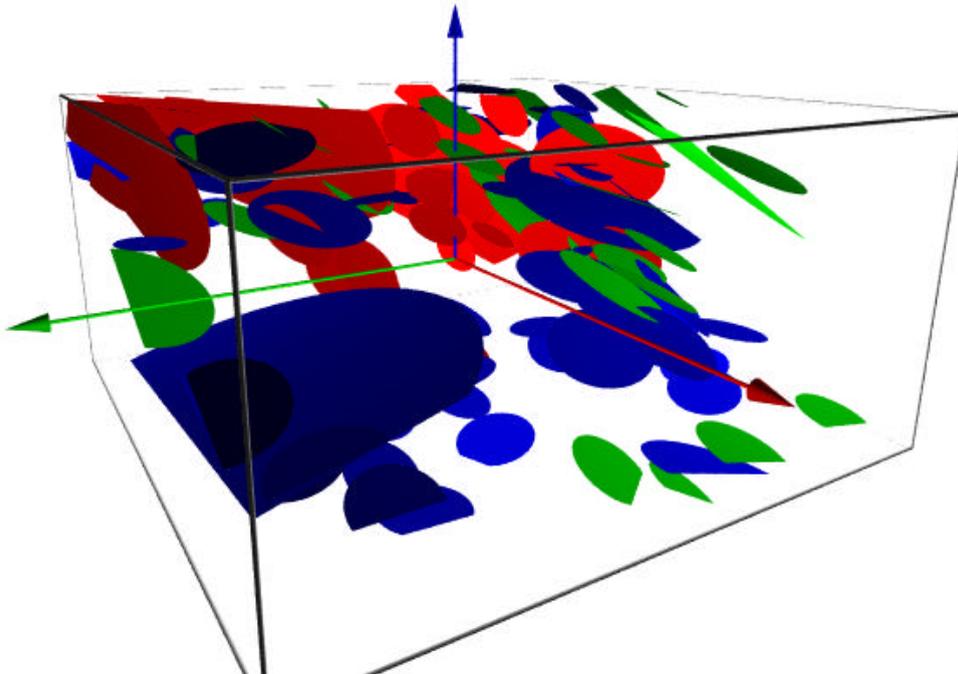


Figura 4.4.7 Distribución sintética tridimensional de discos orientados para el modelo de fallas condicionadas I. Sobre una distribución fractal de los puntos soportes, se generaron una serie de discos con una distribución fractal en tamaño. Los colores muestran las diferentes orientaciones, con tres modas principales según $180^\circ/60^\circ$, $194^\circ/30^\circ$ y $260^\circ/75^\circ$, en sentido de buzamiento y buzamiento.

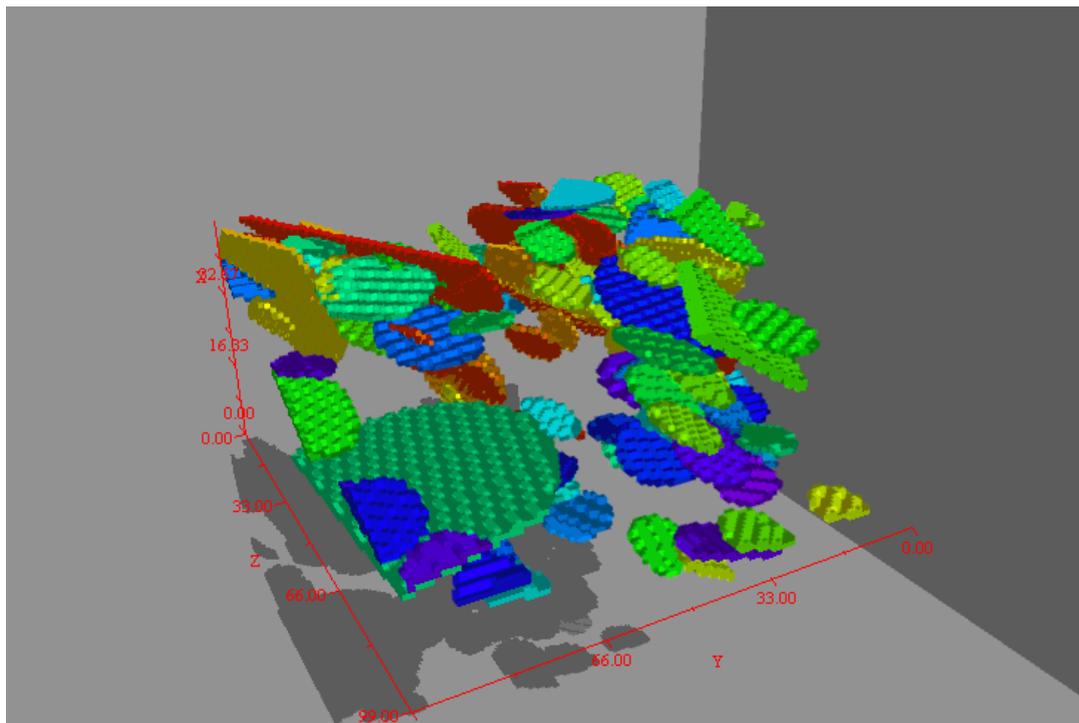


Figura 4.4.8 Autómata celular obtenido mediante el algoritmo FRACLIP3 sobre la configuración anterior (Figura 4.4.7). Sobre este autómata se simularon 363 terremotos después de 100.000 iteraciones. Los colores agrupan orientaciones similares.

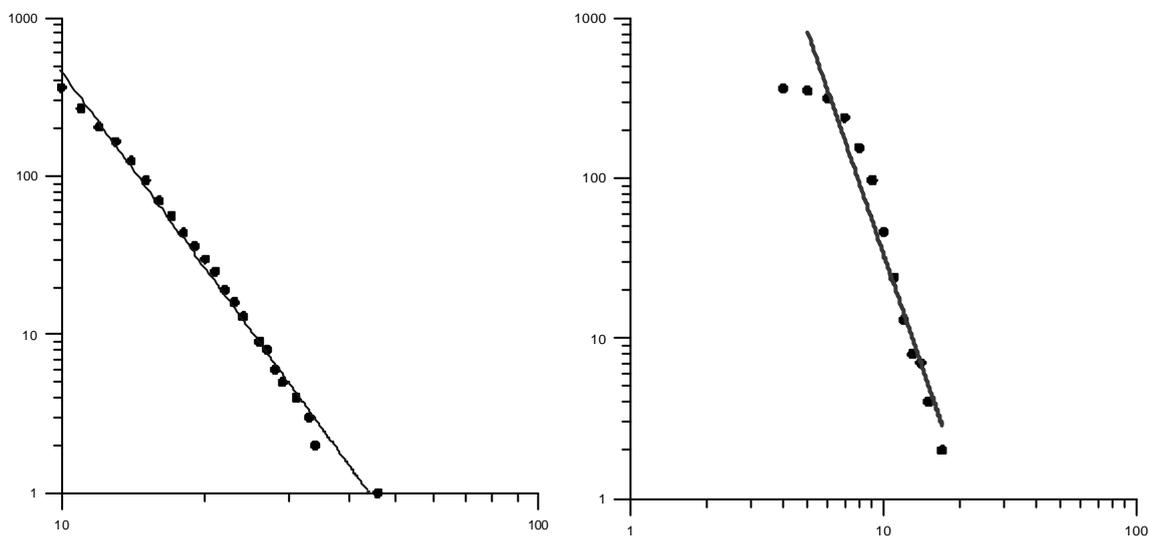


Figura 4.4.9 (a) Ley de Gutenberg y Richter para los datos sintéticos correspondientes al Autómata Condicionado I. El ajuste lineal sobre un gráfico bilogarítmico da un valor del parámetro $b = 4,13$. Este valor, se encuentra fuera del intervalo correspondiente a valores reales, donde $0,5 < b < 1,5$. Sin embargo, este valor debe de seguir las ecuaciones dinámicas [ecuación (14)]. (b) Ley de Gutenberg y Richter para las duraciones de los terremotos simulados. En este caso, se obtiene el parámetro $b = 4,62$. Ambos valores se obtuvieron mediante mínimos cuadrados.

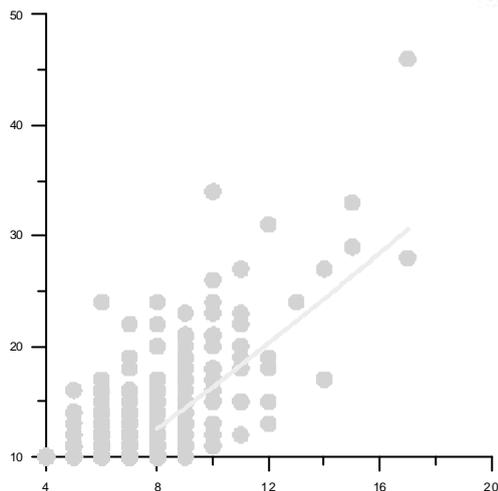


Figura 4.4.10 Ajuste lineal de la representación bilogarítmica de la duración (D) de los terremotos simulados en el Autómata Condicionado I, *versus* el tamaño de los mismos (M). La pendiente de ajuste presenta un valor de $\beta = 0,18$. Sustituyendo en la ecuación (14), se obtiene un valor de $\beta' = 4,61$, el cual se aproxima al valor medido en la curva de frecuencia acumulada, $\beta' = 4,62$ (Figura 4.4.9b). El ajuste de la curva se realizó mediante mínimos cuadrados.

● Modelo de Fracturas Condicionadas Fractales II

Se generaron 180 fallas discretas sobre un soporte fractal con $D_0 = 2,1$ y una distribución de longitudes según una ley de potencia. Las orientaciones principales son $090^\circ/12^\circ$, $136^\circ/40^\circ$, $190^\circ/50^\circ$, según el sentido de buzamiento y el buzamiento, aplicando después una distribución *fisher* con más de un 10% de dispersión (Figura 4.4.11).

Sobre este esquema, se obtuvo el autómata mediante el algoritmo FRACLIP3 (Figura 4.4.12), el cual generó 305 terremotos, con un tamaño máximo de 120 celdas de rotura, una vez alcanzado el estado estacionario.

La ley de Gutenberg y Richter muestra un valor del parámetro $b = 3,86$ (Figura 4.4.13a), mientras que para la distribución de frecuencias acumuladas de duraciones, $\beta = 3,80$ (Figura 4.4.13b). En ambos casos, se obtuvo el ajuste lineal sobre una gráfica bilogarítmica, mediante mínimos cuadrados. De nuevo, el valor del parámetro b , aunque inferior al anterior, no se encuentra dentro de los límites de terremotos reales, además de no cumplir con la ley de Aki (Aki, 1981).

El ajuste lineal de la representación bilogarítmica de la duración de los terremotos frente a su magnitud, presenta un valor de $\beta = -0,04$ (Figura 4.4.14). Sustituyendo en la ecuación (4-14), se obtiene un valor de $\beta' = 3,62$, similar al valor obtenido en la figura 4.4.13b, $\beta' = 3,80$.

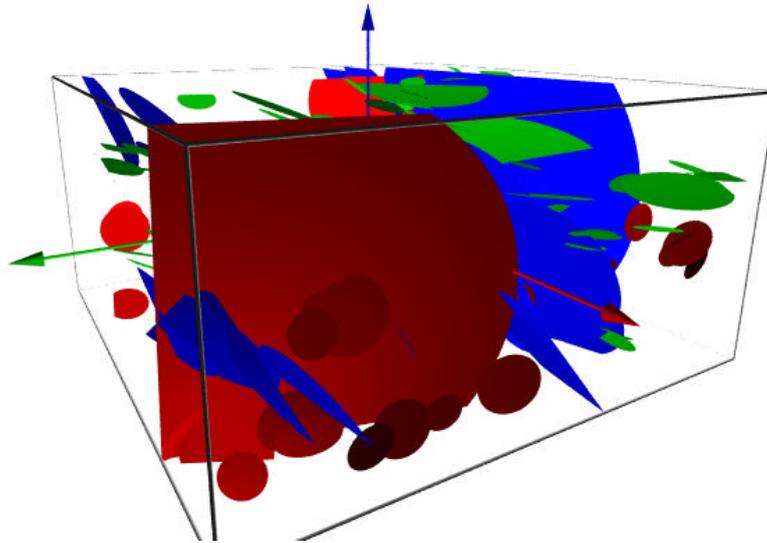


Figura 4.4.11 Distribución de 180 fallas generadas a partir de las orientaciones principales: $090^{\circ}/12^{\circ}$, $136^{\circ}/40^{\circ}$ y $190^{\circ}/50^{\circ}$ en sentido de buzamiento y buzamiento, con una distribución tipo *fisher* con más del 10% de dispersión. Los colores representan agrupaciones por orientaciones.

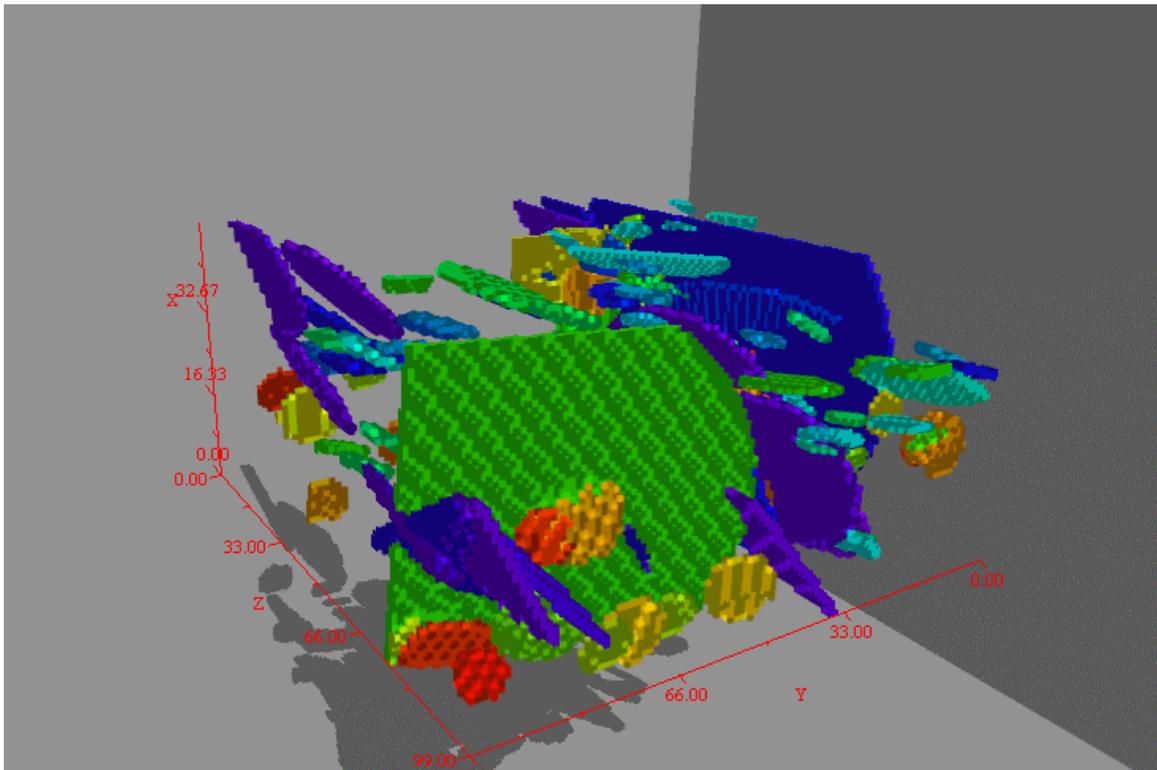


Figura 4.4.12 Autómata celular para el modelo de fallas discretas II. La distribución de celdas se obtuvo aplicando el algoritmo FRACLIP3. Este autómata generó 305 terremotos sobre 100.000 iteraciones, una vez alcanzado el estado estacionario. Los colores agrupan orientaciones similares.

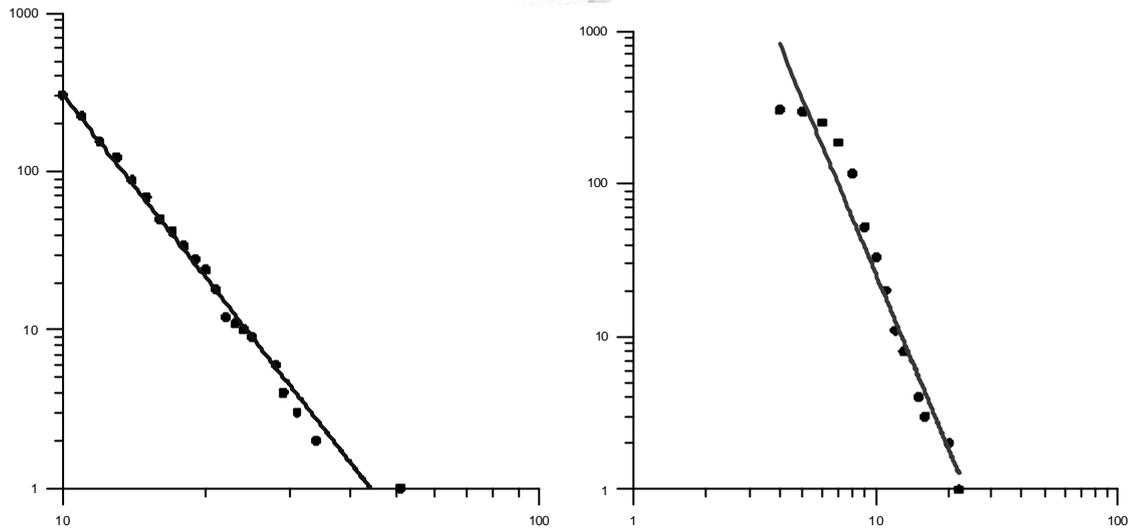


Figura 4.4.13 (a) Ley de Gutenberg y Richter para la distribución e la frecuencia acumulada de tamaños de terremotos del Autómata Celular Condicionado II. El parámetro de $b = 3,86$. (b) Distribución de la frecuencia en acumulado, de la duración de los terremotos simulados en el mismo caso. El valor de $? = 3,80$. Ambos ajustes lineales se realizaron mediante mínimos cuadrados sobre una representación bilogarítmica.

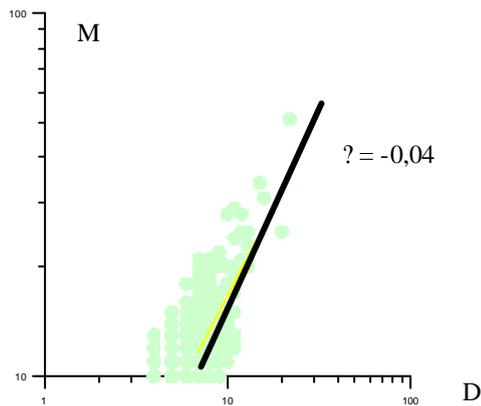


Figura 4.4.14 Representación bilogarítmica de la duración de los terremotos (D) versus el tamaño de los mismos (M), para los datos obtenidos por el Autómata Celular Condicionado II. El valor de $?$ es de $-0,04$. Sustituyendo en la ecuación (4-14), se obtiene un valor de $? = 3,62$, similar al obtenido en la figura 4.4.13b, $? = 3,80$. El valor de $?$ se calculó a partir del ajuste por mínimos cuadrados.

4.5 Autómata Celular de Rivera-Cisternas

4.5.1 Descripción del Autómata

El autómata celular divide el modelo de corteza a simular en $N \times N$ celdas regulares. Sobre este modelo se asigna un régimen de esfuerzos de la siguiente forma:

- (1) Mediante los ángulos de Euler (θ, ϕ, ψ) se orienta el tensor de esfuerzos.
- (2) Se asigna un factor de forma R del tensor de esfuerzos mediante la fórmula:

$$R = \frac{\sigma_z \sigma_x}{\sigma_y} \quad (4-22)$$

Donde σ_x, σ_y y σ_z es la proyección de los ejes $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ del tensor de esfuerzos sobre un plano horizontal, σ_z indica el eje que está en la vertical.

Se asigna en cada celda i, j una orientación de una falla de forma aleatoria (n_j).

4.4.2 Mecánica del autómata

Sobre una configuración aleatoria inicial en cada celda, se incrementa mediante una cantidad $\Delta\sigma$ de la amplitud de la parte escalar del tensor una celda cualquiera. En esta celda, se calcula el esfuerzo normal (σ_n) y tangencial (σ_t). A partir de estos valores se verifica el criterio de ruptura para $N = 4$ (valor de la celda):

(a) Si la celda rompe transmite esfuerzo a las celdas vecinas, si los vecinos rompen se aplica la misma norma para cada uno de ellos y así sucesivamente. De este modo, se genera una avalancha. Cuando se para de romper, vuelve a iniciarse el proceso incrementando el esfuerzo sobre otra celda aleatoria.

(b) Si no rompe, vuelve a elegir otra celda aleatoria y repite el proceso anterior.

Este autómata incorpora un efecto memoria a la ruptura mediante la expresión:

$$\sigma_{crit} = \sigma_{crit}^0 (1 - e^{-t/\tau}) \quad (4-23)$$

Donde σ_{crit}^0 es el esfuerzo para un instante t , σ_{crit} es el estado final y τ representa la duración de la memoria.

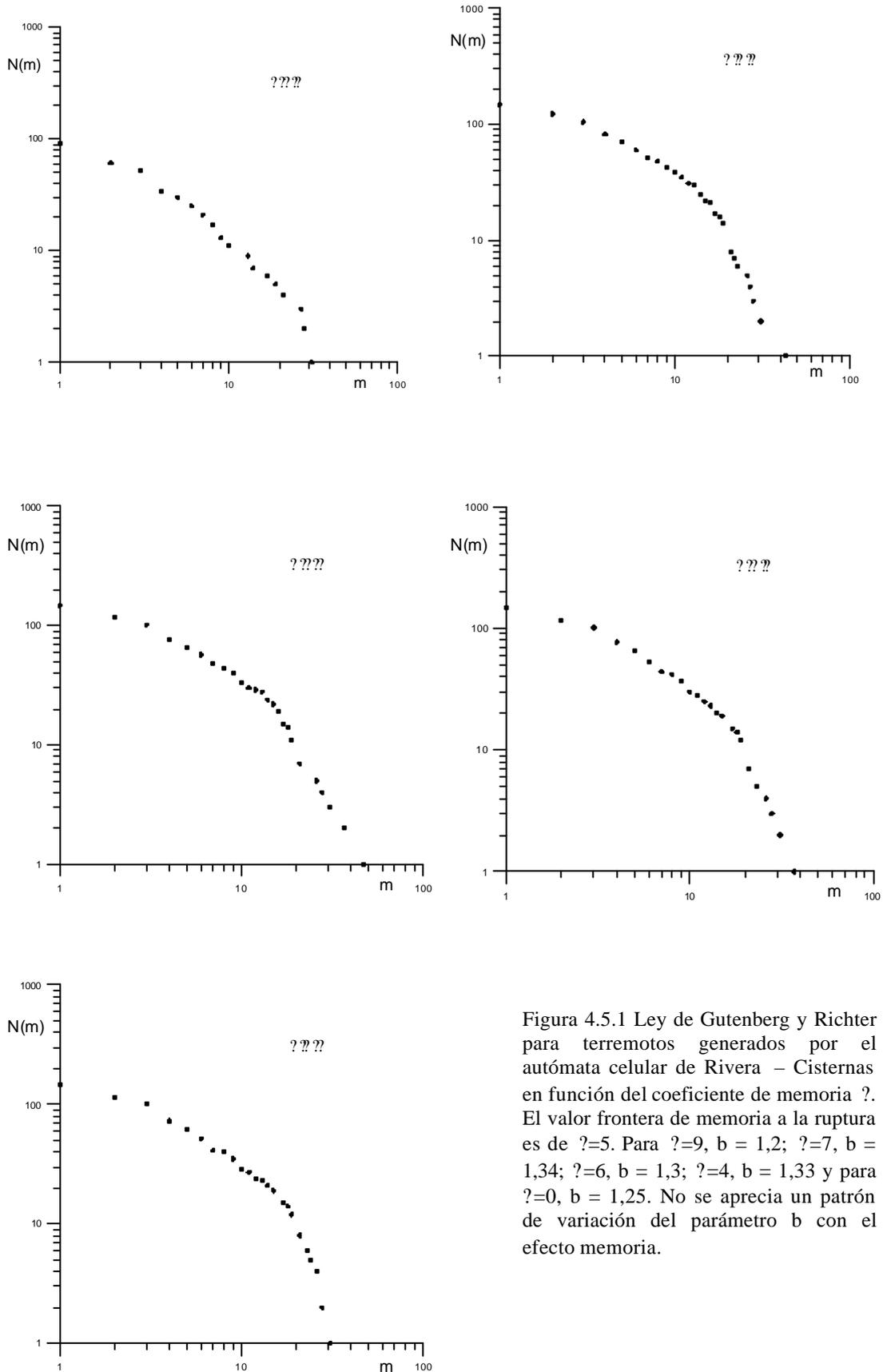


Figura 4.5.1 Ley de Gutenberg y Richter para terremotos generados por el autómata celular de Rivera – Cisternas en función del coeficiente de memoria α . El valor frontera de memoria a la ruptura es de $\alpha=5$. Para $\alpha=9$, $b = 1,2$; $\alpha=7$, $b = 1,34$; $\alpha=6$, $b = 1,3$; $\alpha=4$, $b = 1,33$ y para $\alpha=0$, $b = 1,25$. No se aprecia un patrón de variación del parámetro b con el efecto memoria.

Para el autómata utilizado, se tomó un valor de $\beta = 9$ como significativo del efecto memoria (Figura 4.5.1). β crece con el logaritmo del momento acumulado a partir de $\beta = 5$, siendo este valor el frontera a partir del cual el proceso presentando memoria. De esta manera, una vez rota la falla, no recupera su estado inicial frente a la ruptura hasta pasado un cierto tiempo, relacionado mediante una ley exponencial con el coeficiente β de recuerdo.

Este autómata celular, se calibró para un régimen de esfuerzos de tipo desgarre, determinado mediante el factor de forma. Por otro lado, el modelo de transmisión de esfuerzos a las celdas vecinas, una vez rota una, se produce tal y como indica la figura 4.5.1. La figura 4.5.1, muestra las diferentes leyes de Gutenberg y Richter, en función del coeficiente β ó coeficiente de memoria del autómata. El parámetro b tiene un valor de b que oscila entre (1,25 – 1,34) para distintos valores de β .

La tabla 4.5.I resume los principales valores obtenidos para el autómata de Rivera-Cisternas. No se observa una variación significativa en el parámetro b , con relación al efecto memoria del autómata. Sin embargo, esta apreciación es solo espacial y para la distribución de tamaños de los terremotos simulados.

En el capítulo siguiente, se analiza el papel de la serie temporal generada por el autómata, tanto con efecto memoria y sin efecto memoria. Parece claro que, el efecto memoria incluido en el autómata, debe de generar diferentes propiedades de la serie temporal, analizada desde un patrón no-lineal.

parámetro b	coeficiente β		
1.25	0	sin efecto memoria	
1.33	4		
1.30	6		
1.34	7	con efecto memoria	
1.20	9		

↓ *débil*
↓ *fuerte*

Tabla 4.5.I Valores del parámetro b y del coeficiente de memoria β para el autómata de Rivera-Cisternas

Para completar el análisis de éste autómata, es interesante realizar el mismo estudio para distintos valores de R , lo que configura diferentes ambientes tectónicos, tabulando los valores de R con β .



4.6 DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS

Sobre la dinámica de terremotos

Los terremotos constituyen un fenómeno crítico auto-organizado cuya estructura espacio temporal es un fractal. Así se explica el que los terremotos aparezcan como agregados en el tiempo y en el espacio. La ley de Gutenberg y Richter es una propiedad intrínseca de estos procesos que indica que la dinámica sísmica es un proceso estacionario de baja predicción temporal.

El parámetro b de la ley de Gutenberg y Richter se relaciona con el exponente crítico de la relación potencial de las duraciones de los terremotos, siendo ambos parámetros una combinación lineal el uno del otro. El parámetro b indica el grado de fractalidad de la distribución espacial de las fallas que han generado esa serie sísmica, tal y como se vio en el capítulo 3, y no es incompatible con lo anteriormente expuesto.

El número de grados de libertad que presenta la sismicidad son 7: duración o magnitud, posición X, Y, Z, fecha, tipo de tensor de esfuerzos: factor de forma y orientación del tensor). Por tanto, no es posible reducir su dinámica en un espacio de fases con el fin de determinar el atractor de la sismicidad al necesitar 10^7 datos.

Geoméricamente, la distribución tridimensional de las fallas configura una sección del atractor del estado de esfuerzos en un área, donde su intersección con planos o con líneas generan conjuntos fractales, o bien la distribución bidimensional de trazas de fallas, o bien conjuntos de Cantor.

Sobre la dinámica de lunamotos

Los lunamotos constituyen un fenómeno crítico auto-organizado, y obedecen leyes empíricas similares a la ley de Gutenberg - Richter. Esto implica que se organizan como un fractal en el espacio y en tiempo y su dinámica presenta el mismo grado de predicción que los terremotos, bajo o muy bajo.

A partir de la magnitud de ondas CODA, es posible aproximar una magnitud de sismos lunares, a pesar de no conocer la diferencia de tiempo entre la llegada de la onda P y la onda S del sismograma. El exponente crítico de la relación potencial entre la frecuencia, en acumulado, y la magnitud de los lunamotos es de 3.28. Utilizando la relación entre los exponentes críticos definida por Bak et al., 1987, es posible conocer el valor del exponente de la ley de Gutenberg y Richter de los lunamotos. Para ello, bastaría con obtener los lunamotos debidos al experimento sísmico activo, con el fin de

obtener una correlación ente la magnitud coda y la magnitud del terremoto calculada como una magnitud Richter, al conocer la posición exacta del impacto.

Los lunamotos aparecen debidos a dos tipos principales de procesos, los *procesos internos*: tectónica de placa y los *procesos externos*: impacto meteorítico y mareas gravitatorias terrestres y solares. Esto implica que la dinámica de los lunamotos es un conjunto de fenómenos críticos, aleatorios y cuasi periódicos. Sin embargo, todos estos fenómenos se auto-organizan en un fenómeno crítico que obedece leyes potenciales.

La dinámica sísmica debida a los planetamotos representa un fenómeno crítico auto-organizado con una estructura fractal espacio temporal. Esta dinámica complica la predicción de los planetamotos, por lo menos desde el concepto de predicción que se conoce actualmente.

Sobre los autómatas celulares aplicados en sismicidad

Es posible reproducir terremotos mediante el uso de los autómatas celulares. Sin embargo, estos autómatas han de incluir la distribución espacial de redes tridimensionales fractales de fallas y han de incorporar un tensor de esfuerzos que provoque la ruptura y un efecto memoria a la rotura.

De esta sencilla manera es posible reproducir diferentes dinámicas sísmicas que permitan estudiar y comprender mejor los terremotos y sus consecuencias desde un punto de vista dinámico.

A priori, el parámetro b no es suficiente para caracterizar la tectónica implicada en una serie sísmica y es discutible si podrá hacerlo. El hecho de no obtener valores dentro del rango de la sismicidad mundial (0,5-1,5) indica que hay parámetros o relaciones que no se están reflejando. Por este motivo, es necesario seguir incorporando datos geológicos y geofísicos a los autómatas celulares sísmicos.



-REFERENCIAS del CAPÍTULO 4-

- An, L.J. y Sammis, Ch. G. (1996) A cellular automaton for the development of crustal shear zones. *Tectonophysics* **253**: 247-270.
- Aki, K. (1965) Maximum likelihood estimate of b in the formula $\log N = a - bM$ and its confidence limits. *Bull. Earthquake Res. Inst. Univ. Tokyo* **43**: 237-239.
- Aki, K. (1981) A probabilistic synthesis of precursory phenomena. In: *Earthquake Prediction: An International Review, Maurice Ewing Ser. 4*, ed by D.W. Simpson & P.G. Richards, AGU, Washington D.C. 566-574.
- Bak, P. (1996) *How nature works: the science of self-organized criticality*. Ed Copernicus Springer-Verlag, New York. 212pp.
- Bak, P., Tang, C. y Wiesenfeld, C. (1987) Self-organized criticality: An explanation of $1/f$ noise. *Phys. Rev. Letters* **59**: 381-384.
- Bak, P., Tang, C. y Wiesenfeld, C. (1988) Self-organized criticality. *Phys. Rev. A* **38**: 364-374.
- Bak, P. y Tang, C. (1989) Earthquakes as a self-organized critical phenomenon. *J. Geophys. Res.* **94**: 15,635-15,637.
- Båth, M. (1958) The energies of seismic body waves and surface waves. *Contributions in Geophysics in honour of Beno Gutenberg*. Pergamon Press, London, pp. 1-16.
- Brown, S.R., Scholz, C.H. y Rundle, J.B. (1991) A simplified spring-block model of Earthquakes. *Geophys. Res. Lett.* **18**: 215-218.
- Burridge, R. y Knopoff, L. (1967) Model and theoretical seismology. *Bull. Seismol. Soc. Am.* **57**: 341-371.
- Chen, K., Bak, P. y Obukhov, S.P. (1990) Self-Organized Criticality in a Crack Propagation Model of Earthquakes. *Physical Rev. A* **43**: 625-630.
- Christensen, K. y Olami, Z. (1992) Variations of the Gutenberg-Richter b Values on Nontrivial Temporal Correlation in a Spring-Block Model for Earthquakes. *J. Geophys. Res.* **97**: 8729-8735.
- De Rubeis, V., Hallgass, R., Loreto, V., Paladin, G., Pietronero, L. y Tosi, P. Self-Affine Asperity Model for Earthquakes. *Physical Review Letters* **76** (14): 2599-2602.
- Feder, H.J.S. y Feder, J. (1991) Self-Organized Criticality in a Stick-Slip Process. *Phys. Res. Lett.* **66**: 2669-2672.
- Goins, N.R., Dainty, A. y Tksöz, M. N. (1977) The deep seismic structure of the moon. *Proc. Eighth. Lunar Sci. Conf.* **1**: 471-486.
- Gutenberg, B. & Richter, C.F. (1944) Frequency of earthquakes in California. *Bull. Seism. Soc. Am.* **34**: 184-188.
- Hallgass, R., Loreto, V., Mazzela, O., Paladin, G. y Pietronero, L. (1997) Earthquake statistics and fractal faults. *Physical Rev. E* **56** (2): 1346-1356.
- Henderson, J.R., Main, I.G., Maclean, C. y Norman, M. (1994) A Fracture-mechanical Cellular Automaton Model of Seismicity. *Pure Appl. Geophys.* **142**: 546-565.
- Hoppa, G., Greenberg, R., Tufts, R., Geissler, P., Philips, C. y Milazzo, M. (2000) Distribution of strike-slip faults on Europa. *J. Geophys. Res.* **105**: 22,617-22,627.
- Ito, K. y Matsuzaki, M. (1990) Earthquakes as Self-organized Critical Phenomena. *J. Geophys. Res.* **95**: 6853-6860.
- Kadanoff, L.P., Nagel, S.R., Wu, L. y Zhou, S. (1989) Scaling and universality in avalanches. *Phys. Rev. A* **39**: 6524-6545.

- Kagan, Y.Y y Knopoff, L. (1987) Statistical short-term earthquake prediction. *Science* **236**: 1563pp.
- Khavroshkin, O.B. y Tsyplakov, V.V. (2002) Lunar Seismicity by Nakamura Catalogue (NC): Information Content for Geophysicists, Cosmogony and Astrophysics. *Electronic abstract of Planetology of Schmidt Institute of Earth Physics, Moscow*: <http://www.geokhi.ru/~planetology/abstracts/khavroshkinF.html>
- Kovach, R.L. y Chyba, C. (2001) Seismic Detectability of a Subsurface Ocean on Europa. *Icarus* **150**: 279-287.
- Lesmoir-Gordon, N., Rood, W., Edney, R. (2000) *Introducing Fractal Geometry*. Totem Books, 174pp.
- Lorenz, Edward N. (1963) Deterministic Non-periodic Flow.' *Journal of Atmospheric Science* **20**: 130-141.
- Lu, C. Takayasu, H., Tretyakov, A.Y., Takayasu, M. y Yumoto, S. (1998) Self-organized criticality in a block lattice model of the brittle crust. *Physics Letters A* **242**: 349-354.
- Mandelbrot, B.B. (1982) *The Fractal Geometry of the Nature*. W.H. Freeman, New York.
- Martín-Velazquez, S., De Vicente, G., Muñoz-Martín, A. and Elorza, F.J. (2002) Intraplate Stress Magnitudes Range on the Granitic Massif of El Berrocal (Spain Central System). *Tectonophysics*. submitted.
- Mc Divitt, J.A. (1971) *Apollo 15 mission report MSC-05161*. National Aeronautic and Space Administration. Houston (Texas). 333 pp.
- Nakamura, Y., Dorman, J., Duennebier, F., Ewing, M., Lammlein, D. y Latham, G. (1974) High-frequency teleseismic events. *Proc. Lunar Sci. Conf. 5th*: 2883-2890.
- Nakamura, Y., Duennebier, F. K., Latham, G. V. y Dorman, H.J. (1976) Structure of the lunar mantle. *J. Geophys. Res.* **81**: 4818-4824.
- Nakamura, Y.; Latham, G.V. & Dorman, J. (1980) How we processed Apollo lunar seismic data. *Physics Earth Planet. Interiors* **21**: 218-224.
- Nakamura, Y.; Latham, G.V. & Dorman, J. (1982) Apollo Lunar Seismic Experiment - Final Summary. In: 30th Lunar and Planetary Science Conference, *Proc. J. Geophys. Res.* **87**: A117-A123.
dirección: http://pds-geophys.wustl.edu/pds/lunar_seismic/
- Nakanishi, H. (1990) Cellular-automaton model of earthquakes with deterministic dynamic. *Phys. Rev. A* **41**: 7086-7089.
- Nakanishi, H. (1991) Statistical properties of the cellular automaton model for earthquakes. *Phys. Rev. A* **43**: 6613-6621.
- Obukhov, S.P. (1989) The upper critical dimensional and ν -expansion for self-organized critical phenomena. In: *Random Fluctuations and Pattern Growth: Experiments and Models*, ed. by H.E. Stanley y N. Ostrowsky, Kluwer, Boston, p336.
- Olami, Z., Feder, H.J. y Christensen, K. (1992) Self-Organized Criticality in a Continuous, Nonconservative Cellular Automaton Modelling Earthquakes. *Physical Rev. Lett.* **68**: 1244-1249.
- Omori, F. (1894) On Aftershocks of Earthquakes. *J. Coll. Sci. Imp. Univ. Tokyo* **7**: 111-200.
- Penrose, R. (1990) *La nueva mente del emperador*. Ed: Omega. Barcelona
- Pérez-López, R. y Paredes, C. (2002a) Moonquakes as a Self-organized Critical Phenomenon. *Earth & Sci. Planet. Lett.* (en revisión)



- Pérez-López, R. y Paredes, C. (2002b) 3-D Computer Simulation of Spatio Temporal Earthquake Dynamic by using a Cellular Automaton. *PEDOFRACT 2002, Proceedings IV Congress of Fractals and Applied Mathematics in Earth Sciences*. Ávila.
- Pérez-López, R., Rodríguez-Pascua, M. A., Prieto Ballesteros, O., Kargel, J. S. (2003) Fractal analysis of Conamara Chaos' fracture systems, Europa (Jupiter). *Geophysical Research Abstracts Vol. 5 06092. Proceedings of EGS - AGU - EUG Joint Assembly*, Nice, France, April.
- Prieto Ballesteros, O., Rodríguez-Pascua, M.A., Pérez-López, R. & Kargel, S.G. (2002) Tectónica Asociada al Área Caótica de Conamara (Jupiter). *Proc. Congreso Ibérico de Meteoritos y Geología Planetaria, Cuenca, Museo de las Ciencias de Castilla: 24, 25 y 26 de octubre 2002*.
- Prockter, L.M., Pappalardo, R.T. y Head III, J.W. (2000) Strike-slip duplexing on Jupiter's icy moon Europa. *J. Geophys. Res.* **105**: 9483-9488.
- Richter, C.F. (1958) *Elementary Seismology*. W.H.Freeman, San Francisco, 768pp.
- Rodríguez-Pascua M.A., Pérez López R., Prieto Ballesteros O. and Kargel J. S. (2003) Tectonic and fractal analysis of Conamara Chaos area (Europa, Jupiter): strike-slip and compressional features in an expansive satellite. *Proceedings of the XXXIV Lunar and Planetary Science*, 1331.
- Rodríguez-Pascua, M.A., R. Pérez-López and O. Prieto Ballesteros. Tectonic and fractal analysis of Conamara Chaos area (Europa, Jupiter): strike-slip and compressive features in an expansive satellite. *Geology*. submitted
- Ruelle, D. y Takens, F. (1971) On the nature of turbulence *Com. Mathem. Phys.* **20**: 167-192.
- Sieh, K.E. (1978) Prehistoric large earthquakes produced by slip on the San Andreas fault at Pallett Creek, California. *J. Geophys. Res.* **83**: 3907-3918.
- Silberchmidt, V.V. (1996) Fractal approach in modelling of earthquakes. *Geol. Rundsch.* **85**: 116-123.
- Sornette, A. y Sornette, D. (1989) Self-organized Criticality and Earthquakes. *Europhys. Lett.* **9**: 197-202.
- Sornette, D., Davy, P. y Sornette, A. (1990) Structuration of the Lithosphere in Plate Tectonics as a Self-Organized Critical Phenomenon. *J. Geophys. Res.* **95**: 17,353-17,361.
- Tang, C. y Bak, P. (1988) Critical exponent and scaling relations for self-organized critical phenomena. *Phys. Rev. Lett.* **60**: 2347-2352.
- Tufts, B.R., Greenberg, R., Hoppa, G. y Geissler, P. (1999) Astypalaea Linea: A Large-Scale Strike-Slip Fault on Europa. *Icarus*, **141**: 53-64.
- Vélez-Pérez, I. y Paredes, C. (2002) Three-dimensional clipping of discrete fracture networks: 1 The algorithm FRACLIP3. *Comp. & Geosci.* (submitted)
- Willson, S.A., Henderson, J.R. y Main, I.G. A cellular automaton fracture model: the influence of heterogeneity in the failure process. *J. Struct. Geol.* **18**: 343-348.



5- ANÁLISIS NO-LINEAL DE SERIES TEMPORALES EN SISMICIDAD

Génesis, 7.10-12: Entra Noé en el Arca: ¹⁰ Pasados los siete días, las aguas del diluvio cubrieron la tierra. ¹¹ A los seiscientos años de la vida de Noé, el segundo mes, el día diecisiete de él, se rompieron todas las fuentes del abismo, se abrieron las cataratas del cielo, ¹² y estuvo lloviendo sobre la tierra durante cuarenta días y cuarenta noches.

Génesis, 41.25.29-30: Interpreta José los sueños del faraón: ²⁵ José dijo al faraón: "El sueño del faraón es uno solo".... ²⁹ Vendrán siete años de gran abundancia en toda la tierra de Egipto, y ³⁰ detrás de ellos vendrán siete años de escasez, que harán se olvide toda la abundancia en la tierra de Egipto, y el hambre consumirá la tierra.



Carteles publicitarios de la película "La Parada de los Monstruos" (*Freaks*) de Tod Browning, filmada en 1932. Esta película constituye una de las más influyentes en el cine fantástico actual, la serie temporal filmográfica presenta memoria a largo plazo.



ÍNDICE CAPITULO 5

RESUMEN	299
5.1- Introducción	300
5.1.1 <i>Dinámica de Hurst</i>	301
5.1.2 <i>Objetivos</i>	302
5.2- Efecto Noé y José en series naturales	303
5.2.1 <i>Series temporales en sismicidad</i>	303
5.3- Análisis de Rango Reescalado (RS): Exponente de Hurst (H)	307
5.4- Comportamiento Estacionario y Persistencia	311
5.4.1 <i>Diagrama GEOS</i>	314
5.5- Estimación del exponente de Hurst (H)	316
5.5.1 <i>Diagrama POX</i>	316
5.5.2 <i>Método de los mínimos cuadrados</i>	317
5.5.3 <i>Aproximación Mandelbrot-Wallis(1969)</i>	317
5.5.4 <i>Serie Sísmica equiespaciada en el tiempo</i>	317
5.6- Tipos de Análisis de Rango Reescalado	319
5.6.1 <i>Análisis de Rango Reescalado Promediado</i>	319
5.6.2 <i>Análisis de Rango Reescalado en Series Sísmicas</i>	320
5.7- Análisis de Rango Reescalado en Series Sísmicas	322
5.7.1 <i>Series Sísmicas instrumental de la Península Ibérica (IGN: 1908-1997)</i>	323
Análisis Secuencial de Rango Reescalado	326
Análisis Promediado de Rango Reescalado.....	328
5.7.2 <i>Serie Sísmica histórica (Mézcua y Martínez-Solares,1983)</i>	329
Análisis Secuencial de Rango Reescalado	331
Análisis Promediado de Rango Reescalado.....	332
5.7.3 <i>Serie paleosísmica (Rodríguez-Pascua et al.,2003)</i>	333
5.8- Análisis de Rango Reescalado en Series Sísmicas Sintéticas	335
5.8.1 <i>Autómata Celular 3-D</i>	335
Análisis Secuencial de Rango Reescalado	335
Análisis Promediado de Rango Reescalado	335
5.8.2 <i>Autómata Celular de Fallas Discretas 3-D</i>	337
<i>Modelo de Fallas Discretas I</i>	338
<i>Modelo de Fallas Discretas II</i>	340
5.8.3 <i>Autómata Celular de Rivera-Cisternas</i>	342
Análisis Secuencial de Rango Reescalado	342
Análisis Promediado de Rango Reescalado	344

5.9- Análisis de Rango Reescalado en Réplicas de Terremotos	345
5.9.1 <i>El terremoto de Racha-Dzhava, $M=7,0$ (1991, Georgia)</i>	346
5.9.2 <i>Análisis RS sobre las réplicas de Racha-Dzhava</i>	348
Análisis RS Secuencial	350
5.9.3 <i>Exponente de Hurst de las réplicas del terremoto de Izmit, $M_w=7.6$ (1999, Turquía) y análisis de la subdivisión de las réplicas de Racha</i>	351
5.10 Auto-organización de terremotos en el Mar de Mármara	356
5.10.1 <i>Tectónica Regional</i>	356
5.10.2 <i>Terremotos a lo largo de la Falla Norte de Anatolia</i>	357
5.10.3 <i>Laguna sísmica, segmentación y curvas de Benioff</i>	
5.11- Fenómeno de Hurst, Dinámica CAO y Predicción Sísmica	360
5.11.1 <i>Concepto de Ciclo sísmico</i>	363
5.11.2 <i>Recurrencia y terremoto característico</i>	366
Aplicación para la sismicidad instrumental e histórica Ibero-Magrebí	367
Curvas de Benioff y predicción Sísmica	371
5.11.3 <i>Predicción sísmica a corto plazo</i>	371
5.12- Discusión y Conclusiones	373
<i>Sobre la sismicidad Ibero Magrebí</i>	
<i>Sobre las series sísmicas sintéticas</i>	
<i>Sobre las réplicas de terremotos</i>	
<i>Sobre la predicción sísmica y el fenómeno de Hurst</i>	
COROLARIO	376
REFERENCIAS DEL CAPITULO 5	377



5- ANÁLISIS NO-LINEAL DE SERIES TEMPORALES EN SISMICIDAD

RESUMEN

Este capítulo describe y analiza la dinámica temporal de la sismicidad a partir del fenómeno de Hurst, el cual permite analizar la persistencia o antipersistencia de la tendencia de la serie sísmica en el tiempo. Incorporando una técnica de ventanas móviles es posible determinar el intervalo temporal mínimo de correlación entre terremotos sucesivos. Esta técnica se ha aplicado a la serie instrumental de sismicidad de la Península Ibérica, tal y como se describe en el capítulo 3 de esta tesis.

También se ha aplicado esta novedosa técnica en el análisis de réplicas, puesto que según la dinámica CAO, estos subconjuntos presentan las mismas propiedades estadísticas y comportamiento dinámico que los grandes eventos. De esta forma, se analiza el efecto de un terremoto que dispara otro terremoto, tal y como ocurrió en el terremoto de $M_L = 7$ en Racha-Dzhava en 1991, Georgia, con tres réplicas de $M_L=6,1$, $M_L=5,6$ y $M_L=6,2$, respectivamente.

Por último, se han analizado los autómatas construidos para determinar su grado de correlación temporal.

5.1 Introducción

Multitud de fenómenos geofísicos presentan ciclos de ocurrencia dentro de series temporales. Por ejemplo, la dinámica de la pluviosidad en un área concreta caracterizada mediante las variaciones entre periodos secos y húmedos, ó el análisis de inundaciones fluviales: variaciones entre periodos de desbordamiento de caudales frente a periodos de ausencia de desbordamiento, etc.

También en sismología y en sismotectónica es común hablar del *ciclo sísmico* (Scholz, 1990, Lomnitz, 1994, Wyss, 2001), aunque no en el sentido de un fenómeno de ocurrencia periódica, sino en el sentido de la existencia de periodos de mayor actividad sísmica frente a otros periodos menores. Estos ciclos se han observado en Italia, México, California y China, entre otros (Lomnitz, 1994).

La distribución de terremotos en el tiempo es fluctuante y no periódica, con un comportamiento dinámico que presenta una baja predicción espacio-temporal. Desde el campo de la modelación matemática, se han hecho esfuerzos por ajustar la distribución temporal en un intervalo de magnitudes mediante una función de distribución gaussiana, binomial, de Poisson, entre otras (Wyss, 2001). Sin embargo, existe un gran número de análisis que demuestran que ciertos sistemas naturales distribuidos en el tiempo presentan correlaciones inesperadas a largo plazo (Hurst, 1951, Hurst, 1957, Mandelbrot, 1965, Mandelbrot y Wallis, 1969, Klemes, 1974, Feder, 1989).

¿Qué significa ésta correlación temporal a largo plazo?. Korvin (1992) señala que el análisis y los modelos aplicados en el estudio de los sistemas naturales, geológicos y biológicos, se basan en dos principios:

- 1- *Los sistemas naturales presentan memoria temporal a corto plazo y efecto memoria en la historia de un sistema.*
- 2- *Pequeñas perturbaciones aleatorias provocan cambios predecibles y/o según la tendencia en el comportamiento futuro del sistema sensibilidad a las condiciones iniciales del sistema.*

Sin embargo, apunta el mismo autor, la experiencia del análisis dinámico sobre sistemas naturales y ciencias de la tierra muestra lo contrario. El estudio de los terremotos, por ejemplo, muestra un bajo nivel de predicción en función de pequeños cambios en el sistema y por supuesto, éstos no presentan memoria a corto plazo. En consecuencia, estos principios, que rigen gran parte del análisis y simulación de sistemas naturales, no se ajustan al comportamiento real de tales sistemas con dinámica



no-lineal. A pesar de esto, son muy habituales en el análisis de la naturaleza y simulación de su fenomenología física (Wyss, 2001).

Los modelos específicos para la predicción de agregados (*clustering*) no-lineales en relación con distribuciones temporales, comienzan a desarrollarse a principios del siglo XX, aunque su relación con la fractalidad y con los procesos auto-organizados se reconoció mucho más tarde, en general debido a los trabajos de Mandelbrot (Mandelbrot, 1977). Desde entonces, se observó cómo ciertos fenómenos naturales mostraban *correlaciones temporales inesperadas* a largo plazo: *memoria a largo plazo* o *persistencia*, siendo además, muy sensibles a las condiciones iniciales, e.g. lluvia, terremotos, crecimiento de plantas, distribución de las estaciones atmosféricas, variación del campo magnético terrestre, avenidas fluviales, etc.

Esta *memoria* temporal se encuentra relacionada directamente con la dinámica no-lineal, intrínseca a estos fenómenos naturales e íntimamente relacionada, a su vez, con el comportamiento invariante al cambio de escala de observación temporal (fractales autoafines). El análisis de Hurst de *Rango Reescalado*, descubierto de forma eventual por H.E. Hurst durante el siglo XX, constituye un elegante análisis estadístico para determinar la memoria de series temporales a largo plazo, en forma de agregados pseudo cíclicos.

5.1.1 Dinámica de Hurst

Hurst (1957) define la principal característica de ciertos sistemas naturales en función de su ocurrencia temporal según: *"existen periodos donde la tendencia de la serie temporal presenta una alta probabilidad y otros donde esta probabilidad es baja y aparecen cambios, aunque en ambos periodos pueden aparecer variaciones puntuales. Por ahora, no se ha encontrado regularidad en las longitudes características de estos periodos"*.

En su trabajo original, Hurst (1951), enfocó el análisis de series temporales fluviales fluctuantes, dentro del estudio de la distribución entre periodos con probabilidad alta y baja de tendencia en la serie, concluyendo que no hay una correlación significativa entre años sucesivos. Mediante el análisis de la desviación estándar del caudal acumulado de agua embalsada, Hurst estableció los ciclos húmedos y secos en el Valle del Nilo.

5.1.2 Objetivos

En este último capítulo de la tesis, se aplica este análisis temporal estadístico sobre la sismicidad Ibero-Magrebí, tanto sobre los registros instrumentales como el registro histórico, con el fin de reconocer ciclos y / o periodos con diferente actividad sísmica. Con este fin, se utilizará la base digital de terremotos de la zona Ibero-Magrebí proporcionada por el Instituto Geográfico Nacional, aprovechando el análisis de calidad que se realizó en el capítulo 3 de esta misma tesis.

También se aplica sobre réplicas sísmicas, con el objetivo de intentar discriminar estas réplicas, de réplicas de otras réplicas, etc. Además, es interesante ver como afecta a la serie el hecho de que las réplicas respondan a fallas subordinadas. Los diferentes conjuntos de réplicas muestran su complejidad propia e indican la liberación de energía de grandes terremotos europeos, el terremoto de Racha-Dzhava de magnitud $M = 7.0$ ocurrido en abril del año 1991 y el terremoto de Izmit, de magnitud $M = 7.6$ ocurrido en Turquía en agosto de 1999.

Además, se analizan series sísmicas sintéticas generadas mediante *autómatas celulares*, tal y como se han descrito en el capítulo 4 de esta misma tesis. El objetivo es reconocer los parámetros que controlan las leyes potenciales espacio temporales, tan comunes en sismicidad, y que definen la sismicidad como un fractal autosemejante en espacio y autoafín en el tiempo. Por último, se discutirá la capacidad de predicción sísmica a partir del denominado fenómeno de Hurst y los ciclos sísmicos.

Este capítulo cierra, en cierta manera, los análisis espaciales de la sismicidad que se han realizado en los capítulos precedentes en relación con la Teoría del Caos, fenómenos críticos y geometrías fractales, tanto para las bases sísmicas utilizadas como para las series sintéticas generadas mediante autómatas celulares. Con este fin, se pretende establecer la bondad y realidad de la simulación de las series sísmicas mediante la Teoría del Caos, tanto en el dominio espacial como en el dominio temporal.



5.2 Efecto Noé y José en series temporales

Los trabajos de Mandelbrot y Wallis (1968 y 1969) introdujeron el término *Efecto José* y *Efecto Noé* para describir el comportamiento persistente o antipersistente de una serie temporal en función de sus curvas de valores acumulados. El *Efecto José*, designa aquellos procesos que evolucionan en el tiempo de forma *persistente*, la probabilidad al cambio en la tendencia de la serie es menor que la probabilidad a seguir esa tendencia. Esta denominación, hace referencia a la cita bíblica del *Génesis*, 41.29-30 donde José profetiza al faraón de Egipto que después de siete años de abundancia vendrán siete años de escasez.

Una serie temporal presenta un *Efecto Noé* cuando aparecen grandes fluctuaciones dentro de la misma, de forma intermitente, y se denomina *antipersistente*. En este caso, estos autores también hacen referencia a la Biblia, libro del *Génesis*, 7.11-12, cuando Noé entra en el Arca con los animales y ocurre el diluvio universal, donde llueve sin parar cuarenta días con cuarenta noches. Este efecto engloba situaciones límites y fuera de lo común que ocurren, digamos que, casi por efecto divino.

5.2.1 Series temporales en sismicidad

La sismicidad constituye un sistema natural de liberación de energía elástica acumulada en función de unas leyes mecánicas de fricción. Desde este concepto, es posible construir series temporales de liberación de energía por unidad de tiempo con el fin de estudiar su comportamiento a largo plazo, e intentar determinar correlaciones temporales inesperadas. Los primeros intentos de reconocer este comportamiento, mediante el estudio de la liberación de energía acumulada en el tiempo, corresponden a Hugo Benioff (Richter, 1958). Este singular científico, representó gráficos de deformación por unidad de tiempo asociada a grandes terremotos, con el fin de encontrar tendencias o ajustes que le permitiesen predecir comportamientos futuros, o explicar otros ya ocurridos. Para ello, representó la deformación anual liberada en un área sismogénica, junto con los terremotos de magnitud superior a 6 en la escala de Richter (Figura 5.2.1), sirviéndose de diagramas cartesianos, semilogarítmicos y bilogarítmicos,. De esta manera, ajustó estas curvas de liberación de energía en el tiempo de forma exponencial, parabólica, y lineal, con desigual resultado.

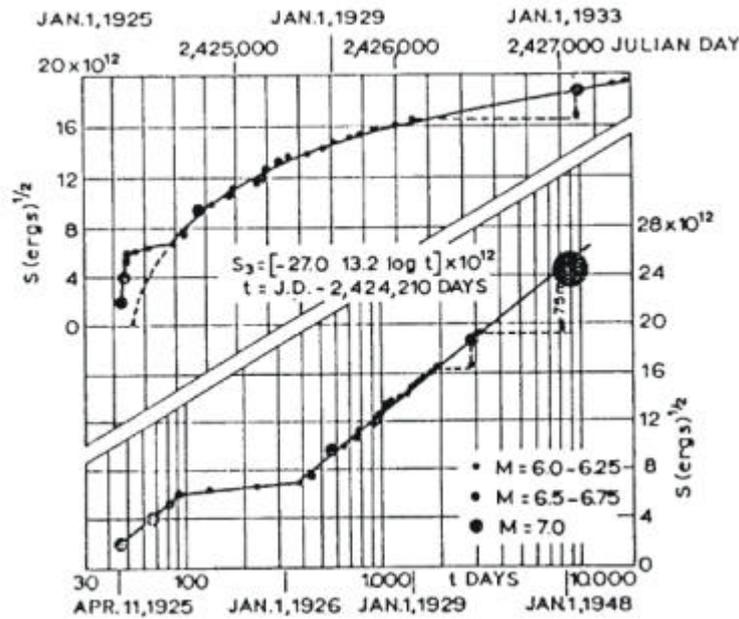


Figura 5.2.1 Gráfica de deformación acumulada en el tiempo debido a terremotos en el Océano Indico junto con los terremotos de magnitud superior a 5. En ambas gráficas Benioff ajusta mediante regresiones lineales y potenciales. Mediante esta representación predijo el terremoto de magnitud 7.5 representado por un punto más grande. (Modificado de Lomnitz, 1991)

Sin embargo, es interesante destacar este intento de Hugo Benioff, como la primera serie sísmica temporal que muestra características geométricas fractales y un comportamiento asociado no-lineal, por otra parte, tan usuales hoy en día.

De hecho, el gráfico de energía liberada, deformación liberada o deslizamiento a lo largo de la falla, en acumulado y por unidad de tiempo, tiene la estructura de un fractal bien conocido y descrito por la matemática actual, denominada la *escalera del diablo* (Figura 5.2.2). La construcción de una escalera del diablo es sencilla (Figura 5.2.3a, b, c y d). La proyección en una escalera del diablo sobre el eje "x" genera un *Conjunto de Cantor* (Figura 5.2.3d). El conjunto de Cantor, aparece descrito en el capítulo 1 de esta tesis. De esta forma, una escalera del diablo constituye un fractal determinístico.

Las curvas de liberación de energía anual debido a los terremotos en un área concreta, ¿constituyen una escalera del diablo?, o lo que es lo mismo, ¿son fractales?. En primer lugar, es necesario indicar que estos gráficos deben de construirse para valores de energía liberada como momento sísmico, deformación liberada, o salto acumulado, ya que la magnitud sísmica no es una cantidad aditiva. Esto significa que dos terremotos de magnitud 7 en acumulado, no equivalen a un terremoto de magnitud 14.

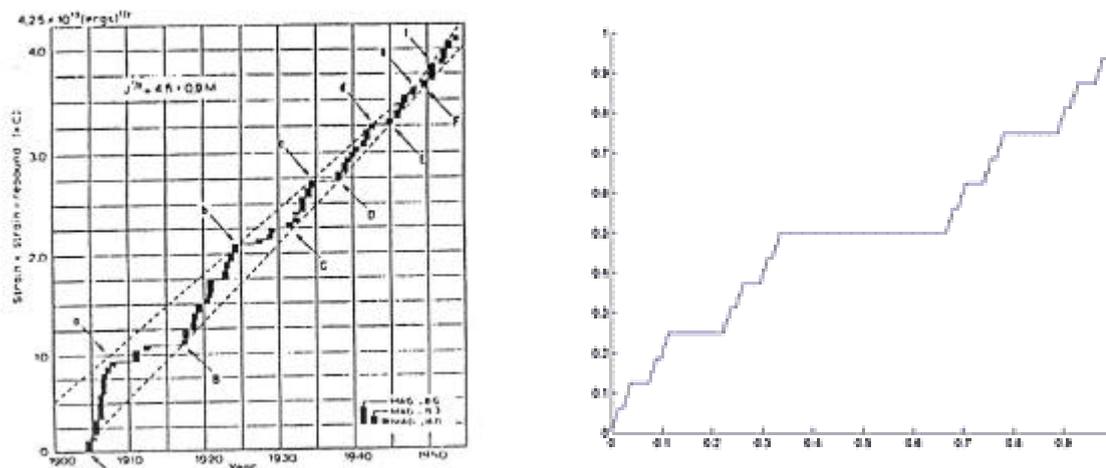


Figura 5.2.2 Deformación acumulada debida a grandes terremotos someros del catálogo mundial entre 1900 1955, mostrando una estructura fractal denominada "escalera del diablo". (Modificada de Richter, 1958). La curva de la derecha muestra una escalera del diablo construida de forma analítica. La morfología de ambas curvas presenta bastantes similitudes.

Observando la curva de liberación de la deformación generada por dinámica sísmica (Figura 5.2.2), en los trabajos originales de Richter (Richter, 1958; Goltz, 1997), aparece la *escalera del diablo* que presenta como proyección en el eje "x" un conjunto de Cantor del proceso estocástico sísmico, denominado *zero-set*, es decir, los puntos donde la curva es diferente de cero.

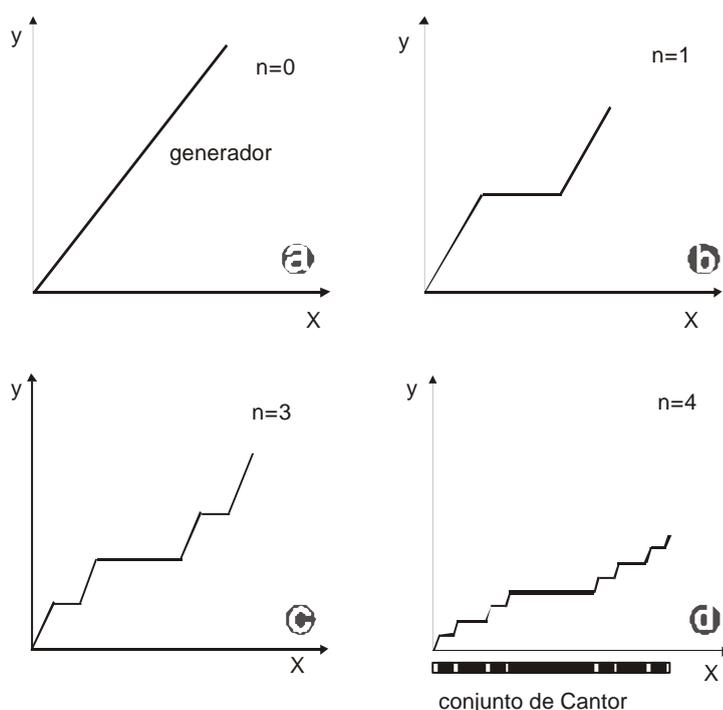


Figura 5.2.3 Construcción de un fractal "escalera del diablo". Sobre el generador (a), se divide en tres parte iguales con el segmento central sobre la horizontal (b) Repitiendo el proceso (c) y (d) Obtenemos una escalera del diablo con una morfología similar a una curva de liberación de energía por efecto sísmico. Sobre la gráfica d aparece un conjunto de Cantor en la parte inferior, construido mediante la proyección de los segmentos horizontales sobre le eje horizontal.

A partir de aquí y en honor al primer científico que utilizó estas construcciones, denominaremos a las curvas de energía liberada por terremotos, en acumulado y por unidad de tiempo, *Escaleras de Benioff*. El parámetro sísmico utilizado en su construcción es el momento sísmico, tanto en dinas por centímetro (dina-cm), como en julios por metro cuadrado ($J \cdot m^2$) (Kanamori y Anderson, 1975), y obtenido para cualquier catálogo sísmico aquí utilizado con las ecuaciones que se describen a continuación (ecuación 5-13 y ecuación 5-14).



5.3 Análisis del Rango Reescalado (RS): Exponente de Hurst (H)

H.E. Hurst fue un ingeniero civil que pasó gran parte de su vida analizando las variaciones de caudal del río Nilo, Egipto, en las obras que se llevaron a cabo en la construcción de la presa de *Aswan*, a mediados del siglo XX. Su intención inicial era predecir las inundaciones anuales del Nilo y estimar los caudales máximos a partir de análisis estadísticos sobre series temporales anteriores de caudales y lluvias.

Mediante la aplicación de una técnica de análisis estadístico, encontró correlaciones temporales inesperadas a largo plazo entre los periodos húmedos y secos del valle del Nilo y estableció las bases del *Análisis de Rango Reescalado* (Hurst, 1957, Mandelbrot y Wallis, 1969, Feder, 1989, Froiland, 1993).

Concluyó que, después de un año muy lluvioso, parte del agua caída se acumula en el subsuelo saturándolo, de tal forma que, los años siguientes presentarán una elevada escorrentía superficial, que a su vez aportarán un elevado caudal al agua represada. De esta forma, un año muy lluvioso influirá en el volumen de agua embalsada en los años posteriores.

Por el contrario, después de un año muy seco, disminuirá el nivel freático del suelo y aumentará la capacidad de carga del subsuelo, con la consecuente disminución de escorrentía y agua embalsada. En este caso, se necesitaran varios años lluviosos para restablecer la capacidad de carga del sistema.

En resumen, la capacidad de carga del embalse, o de recuperación en el tiempo, dependerá del nivel de sequedad o humedad de años pasados que hayan presentado comportamientos extremos. De esta forma, el agua embalsada presenta un comportamiento con *memoria* frente a sucesos puntuales y que corresponden a extremos en el comportamiento dinámico del sistema: periodos muy secos y periodos muy lluviosos.

Hurst formuló el fenómeno de la siguiente manera: sea $Q(t)$ la cantidad de agua que se acumula en una presa mediante escorrentía. Asumiendo que no se producen fenómenos de difusión ni de infiltración, el agua acumulada, es debida exclusivamente a escorrentía superficial (Figura 5.3.1). Además, se asume que ni la presa se vacía del todo, ni una acumulación excesiva provoca derrame de agua por encima de ella. De esta forma, la cantidad de agua liberada por la presa por unidad de tiempo Q es (mediante apertura de las esclusas o generación de energía eléctrica, por ejemplo):

$$X(t) = \sum_{i=1}^t \xi_i(t) - \langle \xi \rangle \quad (5-1)$$

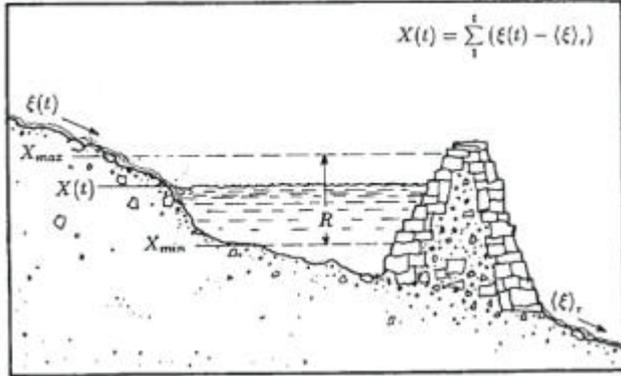


Figura 5.3.1 Esquema original de Hurst del análisis de la presa de Aswan. La variable $\xi(t)$ indica la cantidad de agua que entra en la presa por escorrentía, $X(t)$ es el agua acumulada después de un tiempo t y R es el rango, diferencia entre el valor mínimo y el máximo. $\langle \xi(t) \rangle$ es la cantidad liberada. (Modificado de Feder, 1989)

Para un intervalo de tiempo (τ) , se construye una serie temporal como el acumulado de agua liberada por unidad de tiempo. La función que representa el nivel de agua de la presa para un instante t de un intervalo τ es:

$$X(t, \tau) = \sum_{u=1}^t \xi(u, \tau) - \langle \xi \rangle \tau \quad (5-2)$$

La función $X(t)$ de la ecuación (5-2) representa el nivel acumulado de agua en la presa. Este nivel, varía entre un valor mínimo, X_{min} y un valor máximo, X_{max} (Figura 5.3.1). Hurst definió el rango R para un tiempo τ como la variación entre el valor máximo y mínimo de la ecuación (5-2):

$$R(t) = \max_{1 \leq t \leq \tau} X(t, \tau) - \min_{1 \leq t \leq \tau} X(t, \tau) \quad (5-3)$$

¿Cómo es posible analizar las variaciones temporales del rango, dentro de un intervalo dado, y hacerlos comparables entre diferentes series de datos?. Puede normalizarse el valor del rango de la ecuación (5-3) mediante la desviación estándar:

$$S(t) = \frac{R(t)}{\sqrt{\sum_{i=1}^t \xi_i^2}} \quad (5-4)$$



De esta manera, es posible analizar las variaciones temporales del rango estandarizado de la forma $RS(t) = R(t)/S(t)$ para todo t que pertenece al intervalo de análisis. Este análisis se denomina *Rango Reescalado* ó *Análisis RS* (Hurst, 1957).

Hurst analizó 120 series temporales de diversos datos como lluvia, anillos de árboles, etc.. y muestreos estadísticos (Figura 5.3.2) y encontró un comportamiento del tipo ley de potencia:

$$RS(?) \propto ?^H \tag{5-5}$$

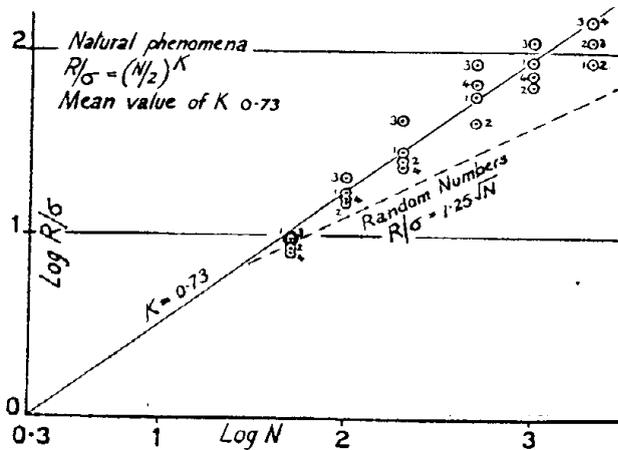


Figura 5.3.2 Representación del logaritmo del rango reescalado ($R/?$) frente al logaritmo del tiempo (N), mostrando un comportamiento según una ley de potencia con exponente K . (Modificado de Hurst, 1957)

Este comportamiento potencial se conoce como: *invarianza del rango estandarizado al cambio de escala de observación temporal*. En la ecuación (5-5) H es el denominado *exponente de Hurst*.

Para conocer los diferentes valores de H en función del tipo de proceso estocástico analizado, Hurst realizó diversos experimentos. Lanzó una moneda el suficiente número de veces, *proceso binomial estocástico*, definiendo la ecuación (5-2) como la diferencia entre el número de caras y cruces. Después de un número de lanzamientos, Hurst obtuvo un valor de $H = 0.5$. De hecho, el cálculo analítico del exponente de Hurst (H), para muestras de variables independientes no correlacionadas, se comporta de forma asintótica con el valor 0.5. Sin embargo, en las series de datos naturales anteriores obtuvo $H = 0.73$ (Tabla 5-I). Así, solo los procesos estacionarios que presentan auto-correlaciones se comportan como una ley de potencia, ecuación (5-5), mostrando unos valores de $H > 0.5$.

Múltiples ejemplos de este comportamiento han sido constatados en los trabajos iniciales de Hurst, donde la descarga de ríos presenta un $H = 0.72$ (Tabla 5-I), la distribución de lluvia en una región a lo largo del tiempo mostró un $H = 0.70$, la distribución de anillos de los árboles en el tiempo tiene un valor de $H = 0.80$ y la distribución en el tiempo de varvas lacustres en sedimentos presenta un $H = 0.76$. (Figura 5.3.2).

Aplicaciones recientes del análisis RS para valores de $H > 0.5$, incluyen variaciones en el movimiento de los polos geográficos terrestres (Mandelbrot y McCammy, 1970), valores de precipitación en diferentes regiones (Hastings y Sugihara, 1993), cambio climático global a partir de la distribución temporal de isótopos de oxígeno (Fluegeman y Snow, 1989), o en las variaciones de porosidad en reservorios y su aplicación en fenómenos de transporte (Hewet, 1986).

El análisis RS sobre datos sísmicos es bastante reducido, tanto desde una perspectiva local como global, presentando resultados poco concluyentes (Ogata y Abe, 1991, Kagan y Jackson, 1991, Lomnitz, 1994, Goltz, 1997).



5.4 Comportamiento Estacionario y Persistencia

Una serie temporal se define *autoafín*, si la densidad del espectro de potencia escala con la frecuencia según una ley de potencia (Malamud y Turcotte, 1999). La persistencia puede clasificarse en función de la memoria a largo plazo, y puede ser débil o fuerte. Desde el concepto de las series temporales autoafines, Mandelbrot y Van Ness (1968) definieron la autosemejanza estadística en series temporales, siendo el clásico ejemplo el *movimiento browniano*. La autosemejanza estadística es un fenómeno que aparece en multitud de sistemas naturales, tales como los terremotos, redes de drenaje y depósitos minerales (Turcotte, 1997) y que nos permite analizar, modelar y simular estos sistemas, que están regidos por dinámicas no-lineales.

Posteriores estudios, tanto analíticos como numéricos, sobre las definiciones de ruido fraccionario gaussiano y movimiento browniano fraccionario, describen un comportamiento semejante al fenómeno descrito por Hurst y que obedece la ecuación (5-5) (Mandelbrot y Wallis, 1968, Mandelbrot y Wallis, 1969, Klemens, 1974).

Mandelbrot y Wallis (1969), parten del análisis de la media y la varianza para ruidos fraccionales gaussianos. Un *ruido fraccional gaussiano* consiste en una familia de procesos aleatorios tales que, la interdependencia entre valores del proceso en sí, es pequeña pero no nula o despreciable, estando estos valores alejados en el tiempo. Desde el punto de vista de la teoría espectral, podemos definir un ruido fraccionario, conocido como *flicker noise*, como aquel proceso que presenta una densidad espectral de la forma:

$$S(f) \propto f^{-\alpha} \quad (5-6)$$

Donde α es un número no entero o fraccionario, y f la frecuencia. Por el contrario, el *ruido blanco* se define como un proceso aleatorio con una densidad espectral que es independiente de la frecuencia, $\alpha = 0$, y presenta un valor de $H = 0.5$.

Existe una gran variedad de técnicas para analizar la fuerza de la persistencia en series temporales autoafines, todas ellas en función del valor de (α): (1) *análisis de semivariogramas*, $1 - \alpha < \alpha < 3$, (2) *análisis de rango reescalado*, $-1 < \alpha < 1$, (3) *técnicas espectrales de Fourier*, $-3 < \alpha < 5$ y (4) *análisis de la varianza en ondeletes*, $-3 < \alpha < 5$ (Malamud y Turcotte, 1999).

Para determinar si es posible aplicar un análisis RS sobre una serie temporal, es conveniente realizar un estudio previo de los valores de β y de H . En la tabla 5-II, se resumen los principales valores de β y H y el comportamiento RS. Por ello, y como RS se aplica en ruidos fraccionarios gaussianos, es necesario realizar la transformada de Fourier sobre la serie temporal, con el fin de conocer si escala con la frecuencia. Estos valores entre H y β también puede estimarse desde el análisis del movimiento fraccionario Browniano generado como sumas acumuladas de ruidos fraccionarios gaussianos, estimando el valor de H a partir del decaimiento de la función de autocorrelación en la serie temporal (Cannon et al., 1997).

Esta relación entre H y β (pendiente de la ley potencial de la densidad espectral) permite clasificar una señal como ruido gaussiano fraccionario (rGf) o movimiento Browniano fraccionario (mBf) (Figura 5.4.1).

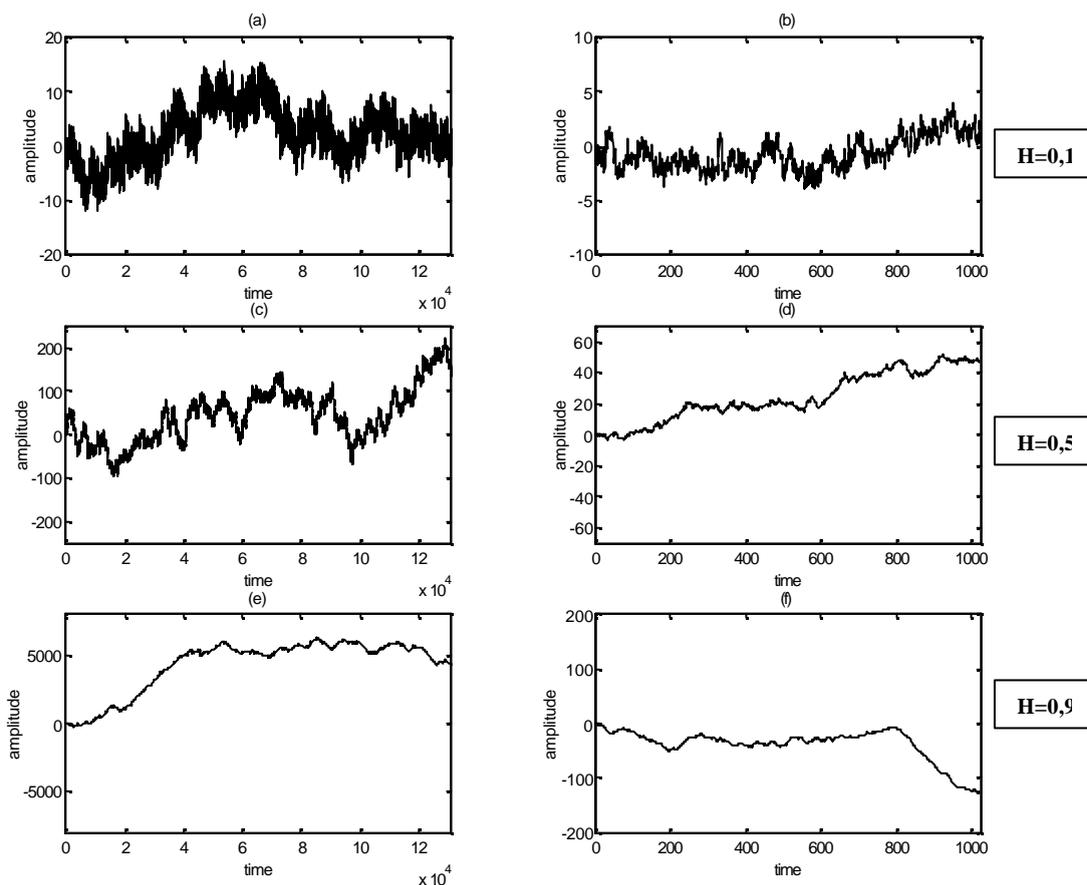


Figura 5.4.1 Simulaciones de ruidos gaussianos fraccionarios para diferentes valores del exponente de Hurst. La curva (a) muestra un proceso con memoria persistente y un valor de $H = 0.9$. La curva (e) y (f) muestra un proceso con memoria antipersistente para un valor de $H = 0.1$. La curva central (c) y (d) representa un proceso con $H = 0.5$. En este caso, los datos sucesivos no son correlacionables.



$H > 0.5$ y $1 > H > 0$	serie persistente con memoria	ruido	estacionario
$H = 0.5$ y $H = 0$	datos no correlacionables	gaussiano	estacionario
$H < 0.5$ y $H < 0$	serie antipersistente con memoria	fraccionario	estacionario
$H > 1$	movimiento browniano		no estacionario

Tabla 5-I. Diferentes valores del exponente de Hurts y del coeficiente H .

Para mostrar como afecta el valor de H en la morfología de la curva de acumulado de los procesos, se han simulado de forma numérica, varios ruidos gaussianos fraccionarios, mediante un proceso de adiciones aleatorias (Peitgen, 1996) (Figura 5.4.1).

Un valor de $H = 0.9$, muestra un proceso fuertemente persistente, en el cual la probabilidad al cambio en la tendencia general es menor que la probabilidad a mantener esa misma tendencia. Aparece una curva suavizada y con tendencias crecientes y decrecientes que a su vez, presentan variaciones a menor escala (Figura 5.4.1e y 5.4.1f). Este comportamiento es el *Efecto José*, y para valores todos positivos, genera una escalera del diablo.

Por el contrario, la curva que aparece en la figura 5.4.1a y 5.4.1b, señala para un proceso fuertemente antipersistente con $H = 0.1$, donde la probabilidad al cambio en la tendencia de la serie es mayor que la probabilidad de que un valor para un tiempo t mantenga la tendencia. En esta curva, no aparecen zonas claramente diferenciadas, intervalos de la misma serie muestran variaciones y saltos bruscos en una distribución difícil de modelar.

Tomando, de forma aleatoria, una parte de la misma, encontramos fluctuaciones intermitentes en subidas y bajadas, éste es el *Efecto Noé*. La curva de la figura 5.4.1c y 5.4.1d, tiene un valor de $H = 0.5$ y presenta un comportamiento de no-correlación y sin memoria en la distribución temporal de los valores acumulados. La no-correlación temporal indica que la ocurrencia de los sucesos no tiene relación entre ellos, de tal manera que el que uno suceda, no depende de los anteriores ni condiciona los siguientes, en cierto modo son aleatorios. Este proceso está constituido por una serie de sucesos aislados e independientes.

Es interesante destacar que el valor de H , indica el grado de dependencia entre valores de la variable en años sucesivos (Lomnitz, 1994), de esta manera, cuando más cerca del valor uno nos encontremos, mayor será esa dependencia y mayor relación habrá entre ellos.

5.4.1 Diagrama GEOS

Como ha sido presentado previamente, el comportamiento $RS(t)$ en procesos estocásticos independientes y sin memoria, tiene un exponente de Hurst de $H = 0.5$, es decir:

$$RS(\tau) \sim \tau^{0.5} \quad (5-7)$$

De esta forma, si se analiza un proceso persistente cuyo $H > 0.5$ y se determina el cociente $RS/\tau^{0.5}$, este será mayor que uno. Procediendo de manera análoga con un proceso antipersistente, con H menor a 0.5 , el cociente $RS/\tau^{0.5}$ es menor que uno. Por tanto, mediante la construcción del gráfico GEOS es posible identificar el efecto memoria en series temporales y su persistencia, aumentando de forma sistemática los valores del intervalo τ (Mandelbrot y Wallis, 1969). Este gráfico es una representación cartesiana de $RS/\tau^{0.5}$ frente al valor de τ (Figura 5.4.2).

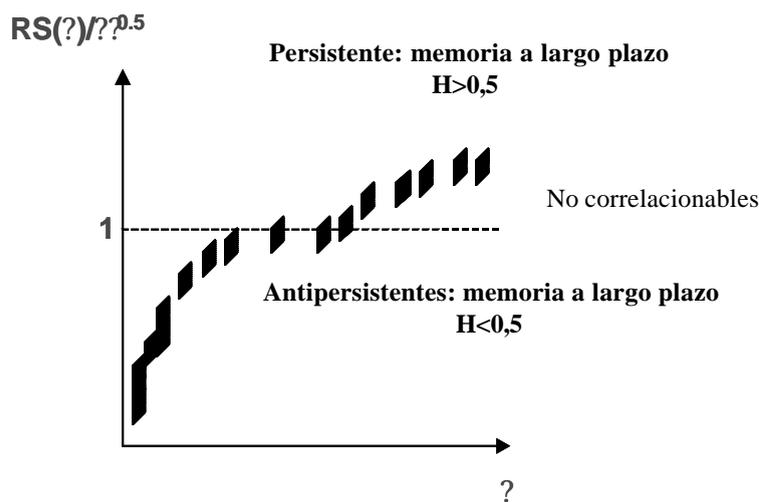


Figura 5.4.2 Esquema de un diagrama GEOS para un caso hipotéticos. Consiste en una representación entre el valor del cociente entre el rango reescalado $RS(\tau)$ y el tiempo $(\tau^{0.5})$, frente al tiempo (τ) . Para valores superiores a 1, la serie es persistente con memoria a largo plazo, y presentará un valor de H superior a 0.5 . Por el contrario, si los valores aparecen por debajo de 1, la serie es antipersistente. Para un comportamiento asintótico con el 1, los datos de la serie no son correlacionables entre sí. (Modificado de Pérez-López y Paredes, 2002a)

El área del gráfico se divide en tres zonas que clasifican el comportamiento de esa serie temporal. Si la curva se encuentra por debajo del valor 1, la serie presenta memoria a largo plazo con un comportamiento *antipersistente*. Por otro lado, si la curva aparece por encima del valor 1, la serie temporal también presenta memoria a largo plazo y su comportamiento es *persistente*.



Por último, si la curva presenta un comportamiento asintótico con el valor 1, los valores de la serie temporal no son correlacionables entre sí y no presenta memoria a largo plazo. En este caso, la señal es un *ruido blanco*, mientras que en las dos áreas anteriores, ($x < 1 > y$) corresponde a un *ruido gaussiano fraccionario* (Mandelbrot y Wallis, 1969).

Según avanza el tiempo dentro de la serie temporal, se incrementa la información, lo que explica el comportamiento asintótico de esta curva. Por tanto, mediante la curva GEOS es posible estimar si una serie temporal presenta memoria a largo plazo, y que tipo de comportamiento, o si por el contrario, los datos no son correlacionables entre sí dentro de un intervalo de tiempo.

5.5 Estimación del exponente de Hurst (H)

5.5.1 Diagrama POX

El diagrama POX (Mandelbrot y Wallis, 1969) consiste en una representación bilogarítmica de $RS(\tau)$ frente a (τ) (Figura 5.5.1). Este gráfico muestra como varía el rango reescalado, $RS(\tau)$, en el tiempo dentro de la serie temporal, permitiendo identificar un comportamiento potencial.

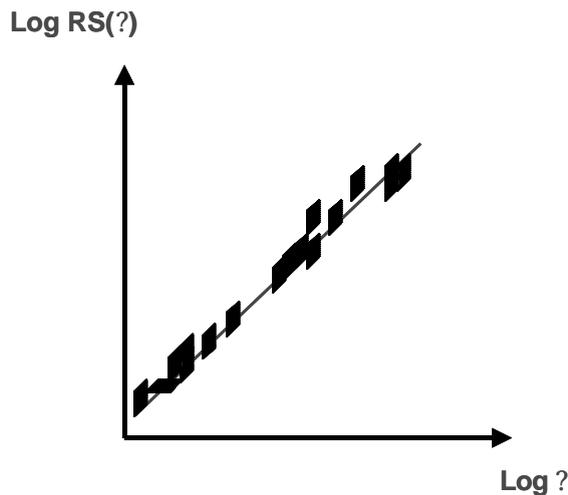


Figura 5.5.1 Esquema de un diagrama POX para un caso hipotético. Consiste en una representación bilogarítmica entre el rango reescalado R/S frente al tiempo (τ) . El ajuste sigue una ley de potencia del tipo $\log RS \approx \log H + H \log \tau$, donde H es el exponente de Hurst.

5.5.2 Método de los mínimos cuadrados

A partir del diagrama POX y mediante una regresión lineal sobre los puntos de $\log RS(\tau)$ frente a $\log(\tau)$, se obtiene el valor del exponente de Hurst (H). El valor de la pendiente de la recta de ajuste en un gráfico bilogarítmico es el exponente de Hurst (H). Este método presenta varios inconvenientes. Si la curva POX no se ajusta a una única recta, tal y como veremos en las siguientes secciones, la estimación del exponente de Hurst presenta errores al haber varios comportamientos, y la selección de los diferentes valores de τ para que se analice el comportamiento a largo plazo

Por otro lado, podríamos también estimar el exponente de Hurst mediante la derivada local de primer orden:

$$H \approx \lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{\log RS(\tau) - \log RS(\tau_0)}{\log \tau - \log \tau_0} \approx \frac{d \log RS(\tau)}{d \log \tau} \quad (5-8)$$

$$H(\tau) \approx \frac{\log RS(\tau + 1) - \log RS(\tau)}{\log(\tau + 1) - \log(\tau)} \quad (5-9)$$



Sin embargo, los valores de Hurst obtenidos mediante la ecuación (5-9) presentan una baja estabilidad debido a la baja regularidad de la ecuación (5-8), por lo que no ha sido aplicado en las secciones siguientes.

5.5.3 Aproximación de Mandelbrot y Wallis (1969)

La forma más estable de determinar el exponente de Hurst a partir de la ecuación (5-8) es la aproximación de Mandelbrot y Wallis (1969). En ella, se determina el valor de H mediante la fórmula:

$$H(?) \approx \frac{\log RS(?)}{\log ? \log 2} \quad (5-10)$$

Mediante esta ecuación (5-10), se determina el valor de H de una forma más estable, y permite correlacionar variaciones en H según eventos puntuales reconocibles dentro de la serie temporal. Un ejemplo de la obtención de H según la aproximación de Mandelbrot y Wallis aparece en la figura 5.5.2.

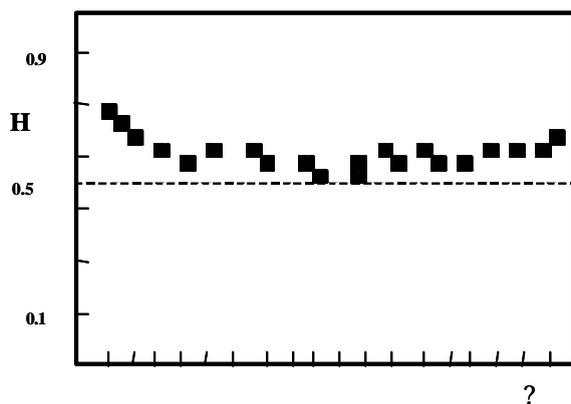


Figura 5.5.2 Esquema hipotético de la aproximación de Mandelbrot y Wallis. En ella se representan los valores de H frente al tiempo (?). En este caso, la serie es antipersistente al principio, con un comportamiento asintótico para $H = 0.5$ en la parte central y finalmente persistente con memoria a largo plazo para un valor cercano a $H = 0.7$.

5.5.4 Serie sísmica equiespaciada en el tiempo

La distribución de terremotos en el tiempo para un intervalo de (T_{\min}, T_{\max}) , está equiespaciada. Esto es debido a que los terremotos aparecen como valores instantáneos medidos como magnitudes, distribuidas de forma continua en el tiempo. Sin embargo, para aplicar el Análisis de Rango Reescalado, es condición necesaria partir de una serie temporal de valores equiespaciados. Para ello, es preciso re-muestrear la serie continua de energía liberada en un intervalo T_i y construir la serie para energías liberadas en un intervalo $[t_i, t_{i+1}]$.

Sea el número de valores instantáneos de liberación de energía $M(t)$, dentro del intervalo $[T_{\min}, T_{\max}]$, e.g. el momento sísmico en julios/m². Se toma el tamaño del intervalo de tiempo (Δt) en el que se dará la energía total liberada $E(t_i)$, así:

$$\sum_{t_i} \Delta M(t_i) \quad (5-11)$$

algoritmo:

para cada t_i $\{u(t_i)\}_{i=T_{min}}^{T_{max}}$

$$it = 1 \quad \text{Int} \left[\frac{t_i - T_{min}}{\Delta t} \right]$$

$$\Delta(it) = M(t_i) - \Delta(it)$$

De esta forma, se toman los valores instantáneos de $M(t)$ dentro del intervalo (T_{min}, T_{max}) y se obtiene el valor de energía total liberada para un intervalo de tamaño Δt .

Por ejemplo, dentro de una serie instrumental de terremotos de 100 años, un tamaño de intervalo de energía liberada puede ser anual, $\Delta t = 365$ días, cada cinco años, mensual, etc. Aplicando este procedimiento, se convierte una serie temporal de liberación instantánea de energía debida a terremotos en una serie temporal discreta equiespaciada, donde se denomina $\Delta(t)$ como la variable de liberación de energía por unidad de tiempo (siguiendo la notación de Feder, 1989).

El número de valores que constituyen la nueva serie de energías totales sobre intervalos equiespaciados es:

$$n = 1 + \text{Int} \left[\frac{T_{max} - T_{min}}{\Delta t} \right] \quad (5-12)$$



5.6 Tipos de Análisis de Rango Reescalado

El análisis de Rango Reescalado se analiza básicamente mediante dos formas: el análisis de Rango Reescalado Secuencial y el análisis de Rango Reescalado Promediado.

5.6.1 Análisis de Rango Reescalado Secuencial

El *análisis secuencial del rango reescalado* estudia la dinámica de la serie temporal al incrementar el tiempo, para valores de tiempo instantáneo (Figura 5.6.1).

Este análisis determina el valor de H en el tiempo, de tal manera que a partir del diagrama GEOS, podemos determinar a partir de que instante de tiempo t la serie temporal presenta memoria a largo plazo dentro del intervalo de medida τ y si su comportamiento persistente o antipersistente.

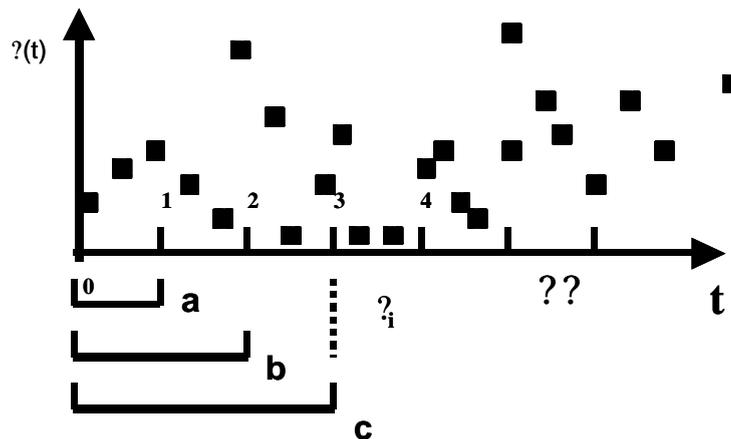


Figura 5.6.1 Incremento del intervalo temporal de análisis sobre una serie temporal discreta para el caso del análisis secuencial de rango reescalado. Sobre el primer intervalo (a) se obtiene un valor de H , se incrementa de forma regular y se obtiene otro valor de H (b). De esta manera, se estudia la variación del rango reescalado al incrementar el tiempo. El análisis dinámico de la serie temporal mediante esta técnica es para valores instantáneos de tiempo en intervalos regulares de tiempo donde $\langle \tau \rangle = \tau_i$.

Por ejemplo, volviendo a la figura 5.4.2 aparece un diagrama GEOS de una serie temporal analítica en el que se puede observar como comienza desde un comportamiento antipersistente, para ajustar asintóticamente a 1, hasta el instante t_p , donde la serie comienza a mostrar memoria a largo plazo de forma persistente. Podemos interpretar el tiempo t_p como el umbral del comportamiento dinámico estacionario de la serie, aunque ésta se comporta como una ley de potencia en su totalidad. La serie temporal analizada es discreta puesto que está formada por intervalos de tiempo t de liberación de energía, por ejemplo.

Algoritmo de cálculo: (Pérez-López y Paredes, 2002a)
 desde $t = 1$ hasta n

$$X(m, t) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m X(t+i)$$

$$R(m, t) = \max_{1 \leq m \leq t} X(m, t) - \min_{1 \leq m \leq t} X(m, t)$$

$$S(t) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m R(m, t)$$

$$RS(t) = \frac{R(t)}{S(t)}$$

El algoritmo secuencial calcula el valor del rango en cada incremento de tiempo y calcula un exponente de Hurst, H en ese intervalo. El diagrama GEOS en este análisis nos indica cual es el tiempo a partir del cual la serie es persistente y presenta memoria a largo plazo.

5.6.2 Análisis de Rango Reescalado Promediado

El análisis promediado de rango reescalado (RS) estudia la dinámica global de una serie temporal mediante el promedio obtenido tras la aplicación de ventanas móviles con intervalo constante, sobre la serie temporal (Figura 5.6.2). De esta manera, se obtienen los valores del rango R/S para diferentes valores de tiempo, promediando el obtenido en cada ventana.

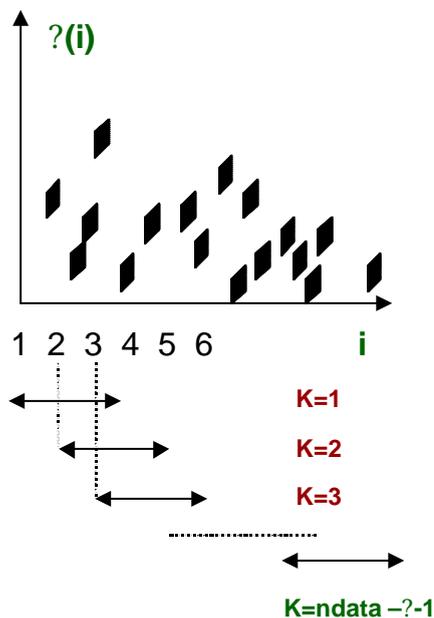


Figura 5.6.2 Método de ventanas deslizantes sobre la serie temporal aplicado en el análisis Promediado de Rango Reescalado. Para un intervalo regular de valor t , se desplaza sobre la serie obteniendo para cada intervalo el valor de RS. El valor de H para un intervalo de tiempo t se obtiene de la representación del intervalo de tiempo con el valor promedio RS. Los intervalos se desplazan una unidad discreta, por lo que hay solape entre los intervalos. Los valores de k indican el desplazamiento del intervalo, i es el tiempo.



A diferencia del análisis secuencial, no se obtienen datos instantáneos de H , lo que permite conocer el intervalo temporal mínimo de datos correlacionables dentro de la serie, mediante el diagrama GEOS. Sin embargo, comparando ambos diagramas GEOS, secuencial y promediado, es posible discriminar perturbaciones globales del comportamiento intrínseco de la serie temporal.

Algoritmo de cálculo: (Pérez-López y Paredes, 2002a)

desde $k=3$ hasta n

$$X(k, t) = \frac{1}{t-1} \sum_{u=1}^{t-1} X(k, u)$$

$$X(k, m, t) = \sum_{u=1}^{t-1} X(k, u) \cdot X(k, t-u)$$

$$R(k, t) = \max_{1 \leq m \leq t} X(k, m, t) - \min_{1 \leq m \leq t} X(k, m, t)$$

$$S(k, t) = \frac{1}{t} \sum_{u=1}^{t-1} X(k, u) \cdot X(k, t-u) \cdot \frac{1}{t}$$

$$RS(t) = \frac{1}{ndata(t)-1} \sum_{k=1}^{ndata(t)-1} \frac{R(k, t)}{S(k, t)}$$

5.7 Análisis de Rango Reescalado en Series Sísmicas

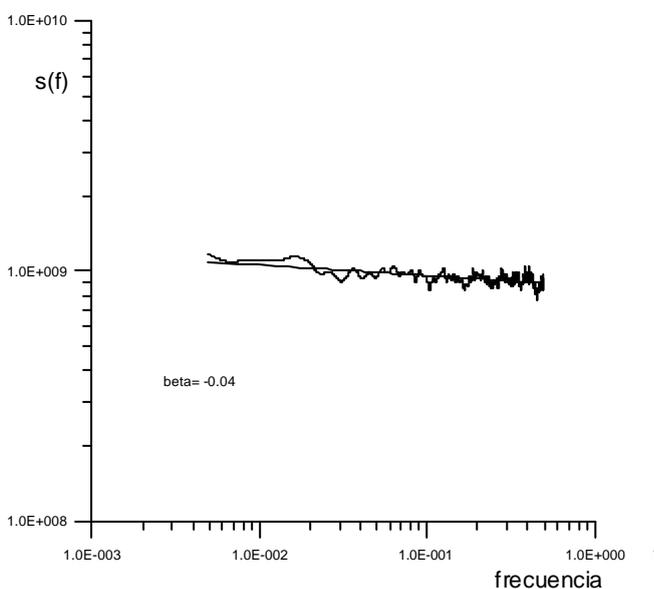
Una vez visto, descrito y entendido el análisis RS, cabe preguntarse si es posible aplicar el análisis de Rango Reescalado o análisis de Hurst en series temporales de terremotos.

En primer lugar, la sismicidad presenta una dinámica compleja espaciotemporal de comportamiento no-lineal denominado *estado crítico auto-organizado* (Bak y Tang, 1987, Bak et al, 1989, Sornette y Sornette, 1990, Ito y Matsuzaki, 1991). Esta dinámica, es un reflejo de la característica multifractal de los terremotos en el espacio y en el tiempo, sin presentar una longitud característica con la escala de muestreo (Aki, 1981, Sadvskiy et al, 1984, Hirata, 1989, Ito, 1992).

Además, aunque esta dinámica se auto-organiza hacia un estado en régimen estacionario mediante leyes empíricas potenciales, ley de Omori (Omori, 1894) y ley de Gutenberg-Richter (Gutenberg y Richter, 1956), este estado estacionario no lo es tanto desde un punto de vista estricto, con una fenomenología temporal no periódica y fluctuante. Incluso las gráficas de liberación de energía acumulada por unidad de tiempo, las escaleras de Benioff, presentan una morfología de tipo persistente, además de que esta serie es un ruido gaussiano fraccionario. Todas estas propiedades se han visto y descrito en el capítulo anterior, y por este motivo, no se redundará mas en ello.

Para realizar el análisis RS, es necesario, pero no suficiente, realizar un análisis de densidad espectral (Mandelbrot y Wallis, 1969). Por este motivo, se ha determinado el espectro de potencia de la serie temporal, con el fin de ver si escala con la frecuencia.

La figura 5.7.1 muestra la relación potencial $S(f) \propto f^{-\beta}$ de la sismicidad



instrumental Ibero -Magrebí, donde $\beta = -0.04$. Por tanto, es posible analizar la sismicidad en el tiempo según el análisis RS, para mostrar las distintas correlaciones temporales a largo plazo.

Figura 5.7.1 Espectro de densidad de potencia de la serie sísmica instrumental Ibero-Magrebí. El espectro escala con la frecuencia con un exponente $\beta = -0.004$.

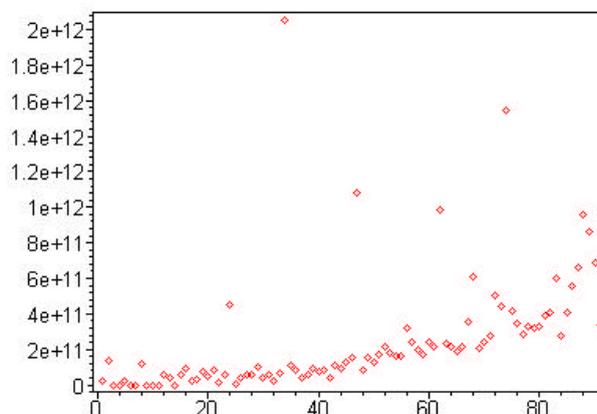


Como aplicación, se ha elegido la base de datos de sismicidad de la Península Ibérica (IGN:1912-2000), según se ha analizado en el capítulo 3 y la base de datos histórica del área Ibero-Magrebí (Mézcuá y Martínez-Solares, 1983), con el fin de determinar el grado de correlación temporal entre los terremotos registrados debidos a la tectónica ibérica.

5.7.1 Serie Sísmica instrumental de la Península Ibérica (I.G.N. 1908-1997)

La serie utilizada para éste análisis consta de mas de diez mil sismos registrados (10.082) con una magnitud mínima de 2.2 en la escala de Richter y una magnitud máxima de 8.2 (25/11/44) (ver capítulo 3).

Figura 5.7.2 Serie temporal de terremotos de la Península Ibérica y área adyacente construida como la cantidad de energía anual liberada en julios metros / cuadrado. Sobre esta serie se realiza el análisis de Hurst (Figura 5.7.3). La escala temporal comienza en 1908 y finaliza en 1997. La tendencia creciente es debida al aumento en la sensibilidad de detección de la red y a la mejor cobertura espacial a lo largo del siglo XX.



El intervalo temporal comprende entre 1908 y el año 1997, con un error de localización espacial (ERH) menor de 10 km, y de profundidad (ERZ) menor de 10 km. Además, el error RMS es menor de 10 segundos.

Los valores en julios/m² corresponden al valor del momento sísmico M_0 obtenidos de m_B mediante las fórmulas (Hanks y Kanamori, 1979; Speidel y Mattson, 1993):

$$M_w \approx 1.6 \cdot m_B \approx 3.2 \quad (5-13)$$

$$M_0 \approx 10^2 \cdot M_w^{1.07} \quad (5-14)$$

La ecuación (5-13) da el valor del momento sísmico, con M_0 en dinas/cm. La serie sísmica discreta equiespaciada se construyó con un intervalo temporal de un año, de tal manera que trabajamos con la energía liberada en el Península Ibérica por año en julios por metro cuadrado (Figura 5.7.2).

La figura 5.7.3 muestra la escalera de Benioff de la serie sísmica. El rango obtenido es de 10^{25} dinas/cm (aproximadamente) ó $M_w = 5.9$. No se ha filtrado por fechas, debido a que con el análisis secuencial del rango reescalado es posible determinar el grado de correlación al principio de la serie y su persistencia o antipersistencia.

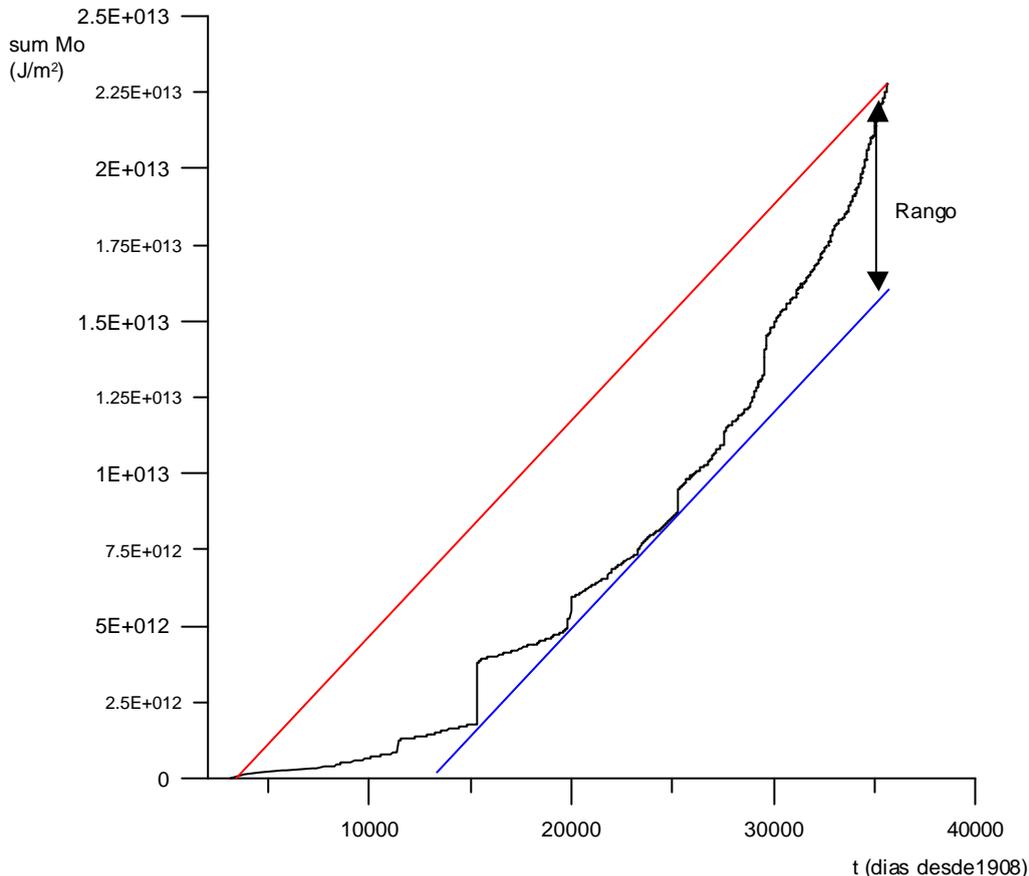


Figura 5.7.3 Escalera de Benioff del acumulado de liberación de energía anual en la Península Ibérica para la base de datos instrumental del IGN. Se observa como los grandes eventos aparecen relacionados con el valor de la recta de rango mínimo. Los datos de momento sísmico se obtuvieron a partir de m_b según la ecuación (5-13) y la ecuación (5-14). El eje horizontal representa días desde 1908. La distancia entre las rectas dibujadas es el rango de la serie, $R = 5.9 (M_w) = 7 \cdot 10^{12} \text{ J/m}^2$.

Representando la frecuencia de terremotos en el tiempo (Figura 5.7.4a) se observa un crecimiento acusado con tres partes bien diferenciadas, ente 1908 y 1960, entre 1960-1980 y desde 1980 hasta 1997. Este crecimiento no indica un aumento en la actividad sísmica peninsular, sino más bien una mejora en la calidad de detección de la red sísmica nacional, así como una mayor cobertura del territorio ibérico.

Observando la escalera de Benioff, también se observa esta tendencia, así como que los grandes terremotos se encuentran relacionados con la curva de rango mínimo, cada vez que la escalera de Benioff se acerca al rango mínimo aparece un terremoto de



mayor magnitud (Figura 5.7.4): en el año 1941 con un terremoto de magnitud 8.2, en 1954 para $m_b = 7$ y en 1969 con $m_b = 7.3$, con una separación media entre estos eventos de 14 años. Sin embargo, tanto el terremoto de 1931 ($m_b = 7.1$) como el de 1983 ($m_b = 6$) no se ajustan a este comportamiento.

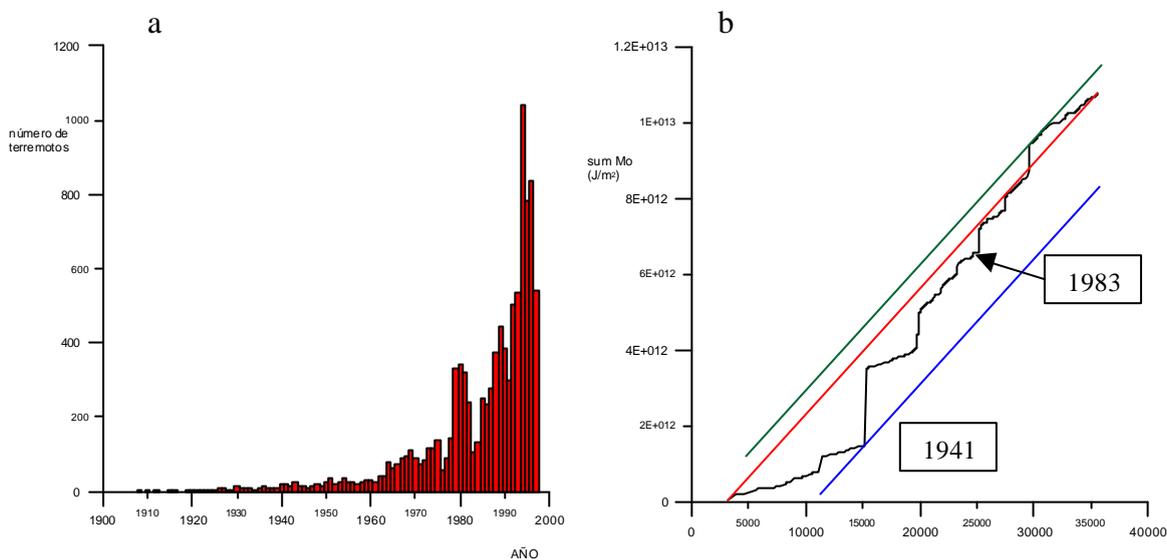


Figura 5.7.4a Histograma de frecuencias de terremotos instrumentales iberomagrebíes. (b) Escala de Benioff del acumulado de energía de terremotos instrumentales con una magnitud m_b superior a 4.5. El eje horizontal representa tiempo en días desde 1908. La energía acumulada está representada en J/m^2 . El rango es la distancia vertical entre la recta superior y la recta inferior, $R = 3.5 \cdot 10^{12} J/m^2$. La recta central corresponde a la recta cuya pendiente es la media de la serie.

El caso del terremoto de 1931, puede explicarse al ser el primero superior a 7 que aparece en el catálogo y teniendo en cuenta que está incluido en el periodo entre 1908-1960, donde se registran pocos eventos, esto motiva que se desplace el rango mínimo. Sin embargo, el terremoto de 1983 se encuentra en el intervalo de mayor ocurrencia de terremotos, (Figura 5.7.4b), por lo que no llega a alcanzar el mínimo al aparecer terremotos de magnitud pequeña y además controla el rango máximo, que coincide con la recta de ajuste.

Representando la escalera de Benioff para la sismicidad ibero magrebí con valores de $m_b \geq 4.5$ (Figura 5.7.4b) observamos como este comportamiento desaparece, marcando el rango mínimo el terremoto de 1931 ($m_b=8.2$). Debido a que no hay homogeneidad en la detección de terremotos inferiores a 4.5 en la escala de Richter, no podemos establecer un patrón de comportamiento de la escalera de Benioff para ocurrencia de grandes sismos ibéricos, en relación con el rango mínimo. Este comportamiento se discutirá en apartados posteriores.

Representando le escalera de Benioff de la sismicidad instrumental ibero magrebí para diferentes escalas, (Figura 5.7.5a, 5.7.5b, 5.7.5c, 5.7.5d), se observa como se mantiene la fractalidad de la serie. Todas estas curvas forman una escalera del diablo donde, si no se indica la escala temporal, no es posible distinguir a que intervalo temporal corresponde cada gráfica. Esto muestra la invarianza temporal del cambio de escala en la liberación anual de energía en acumulado.

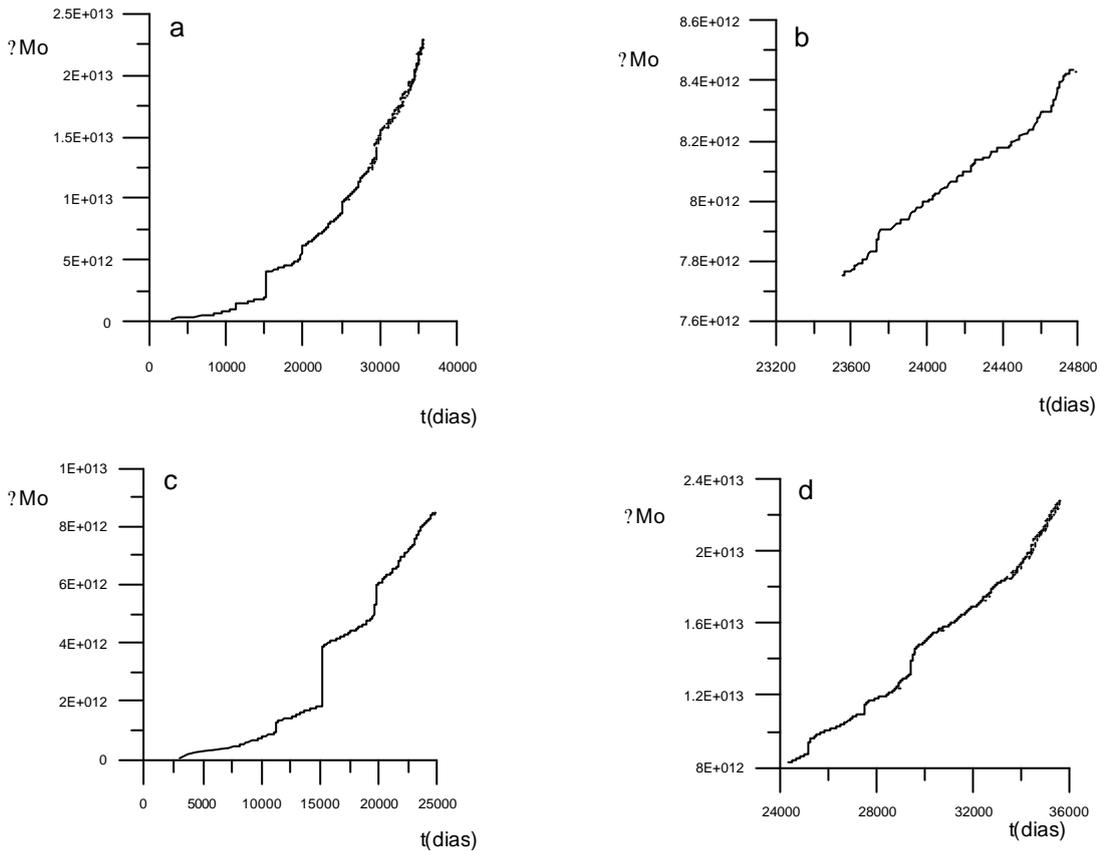


Figura 5.7.5 Escaleras de Benioff para diferentes escalas temporales de terremotos instrumentales de la Península Ibérica. La gráfica (a) representa energía acumulada liberada para una escala de 40.000 días, la gráfica (b) representa una escala de 1.600 días, la (c) 25.000 días y la (d) 12.000. Se puede observar como en las cuatro curvas se representa un fractal de tipo escalera del diablo a pesar de los cambios de escala.

Análisis Secuencial de Rango Reescalado para la sismicidad Ibero-Magrebí

El diagrama GEOS muestra un comportamiento inicial antipersistente con una tendencia asintótica hacia 1 durante los primeros 48 años de la serie (Figura 5.7.6). Esto significa que desde 1908 hasta 1956 los datos temporales de sismicidad ibero magrebí no son correlacionables. Sin embargo, por encima de 1956 presenta un valor creciente por encima del comportamiento no correlacionable y sí de tipo persistente. El diagrama bilogarítmico entre el rango reescalado y el tiempo presenta una doble tendencia lo que aumenta el error en el ajuste como un único comportamiento (Figura 5.7.7).

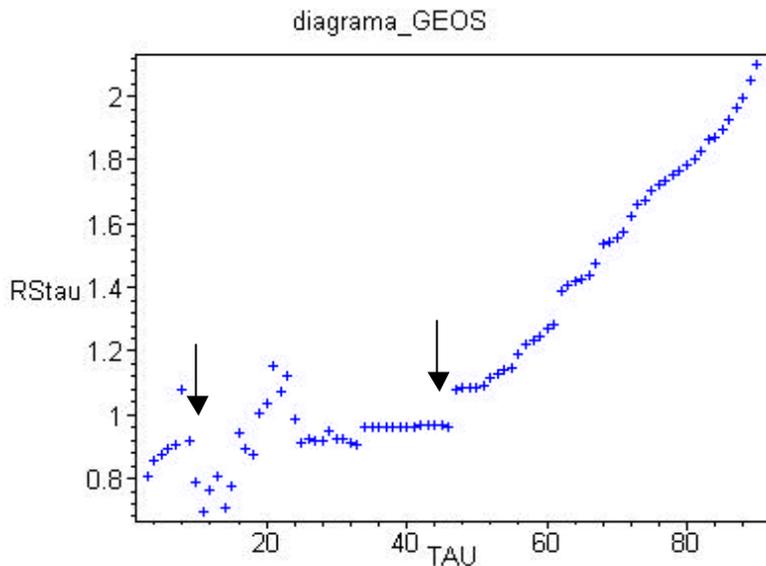


Figura 5.7.6 Diagrama GEOS del análisis *secuencial* de rango reescalado de los terremotos instrumentales de la Península Ibérica. Partiendo de un comportamiento antipersistente durante los primeros 8 años, entre 1908 y 1916, se comporta asintóticamente con un valor de $H = 0.5$ durante 48 años. Esto significa que entre 1908 y 1956 los datos no presentan correlación temporal entre ellos. A partir de 1956 la serie presenta un comportamiento persistente con memoria a largo plazo y $H > 0.5$. En el eje $RStau$ se representa $RS/\tau^{0.5}$, donde τ es el tiempo en años, con el origen en 1908.

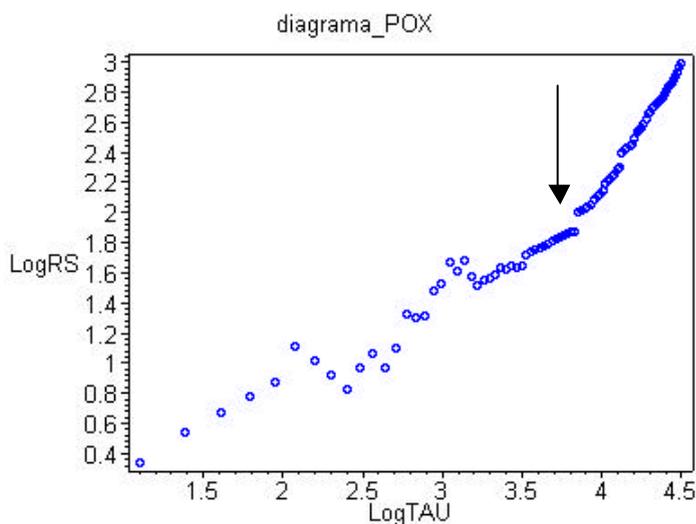


Figura 5.7.7 Diagrama POX del análisis *secuencial* de rango reescalado de los terremotos instrumentales de la Península Ibérica. Se aprecia un ajuste de doble pendiente. A partir de $\tau = 50$ el comportamiento de la serie temporal es de tipo $R/S = \tau^{0.5}$. Por lo tanto, a partir de 1958 la serie se comporta como una ley de potencia entre el rango reescalado y el tiempo.

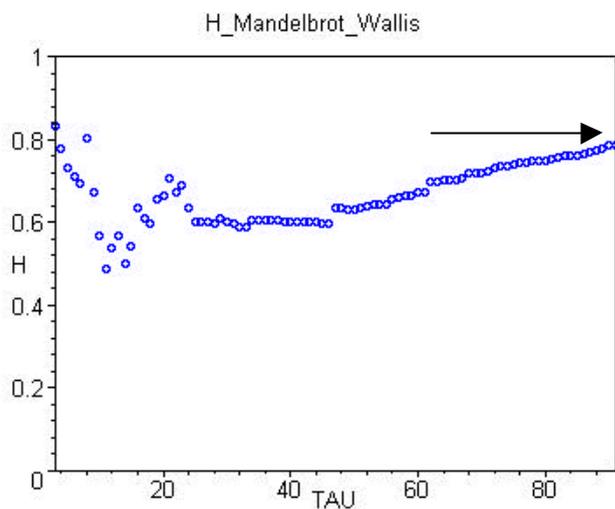


Figura 5.7.8 Curva que muestra la aproximación de Mandelbrot y Wallis para el cálculo del exponente de Hurst del análisis *secuencial* de rango reescalado para los terremotos de la Península Ibérica. El valor final es de $H = 0.79$. La serie es antipersistente con memoria a largo plazo.

Sin embargo, el diagrama de Mandelbrot y Wallis (Figura 5.7.8) muestra un valor final para el exponente de Hurst de 0.79, lo cual coincide con los valores obtenidos de H para series naturales (Tabla 5-I), (Hurst, 1957, Mandelbrot y Wallis, 1969, Feder, 1989, Lomnitz, 1991, Goltz, 1997).

Análisis Promediado de Rango Reescalado para la sismicidad ibero-magrebí

El diagrama GEOS, aparece con un comportamiento más suavizado y sin cambios bruscos debidos a perturbaciones locales (Figura 5.7.9). Podemos observar una tendencia hacia el valor 1, para un intervalo de 16 años, después un breve comportamiento antipersistente y vuelta a ser asintótica hasta los 38 años. Debido a la naturaleza de este análisis, la serie sísmica ibero magrebí presenta un intervalo de no-correlación de 38 años en toda la serie. Esto significa que el análisis de fenomenología o comportamiento temporal para intervalos inferiores a 38 años no presentan memoria temporal.

Sin embargo, el comportamiento global de la serie es persistente, presenta memoria a largo plazo, con un valor de $H = 0.76$ (Figura 5.7.10a). Este exponente de Hurst es sensiblemente inferior al anterior aunque dentro de los límites de valores para sistemas naturales. El diagrama bilogarítmico del rango reescalado versus el tiempo todavía muestra esa doble tendencia (Figura 5.7.10b). Es muy probable que la doble pendiente esté relacionada con los diferentes periodos de calidad en detección de la red.

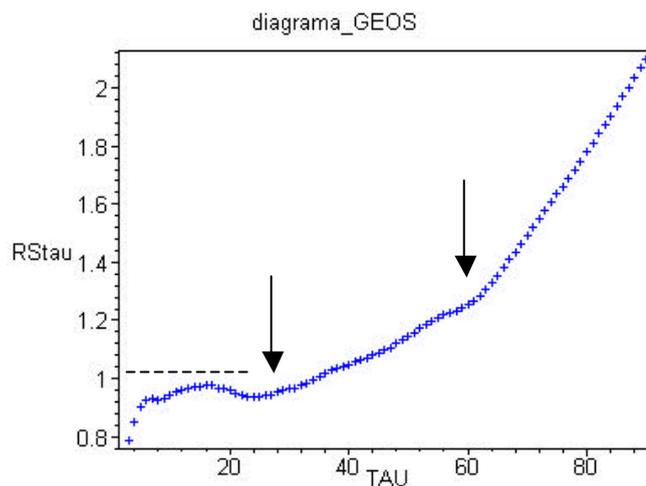


Figura 5.7.9 Diagrama GEOS del análisis *promediado* de rango reescalado de los terremotos instrumentales de la Península Ibérica. Partiendo de un comportamiento antipersistente durante los primeros cuatro años, presenta un comportamiento asintótico durante 38 años. Esto indica que intervalos de 38 años dentro de la serie no presentan correlación temporal. A partir de 38 años, la serie temporal es persistente con memoria a largo plazo.

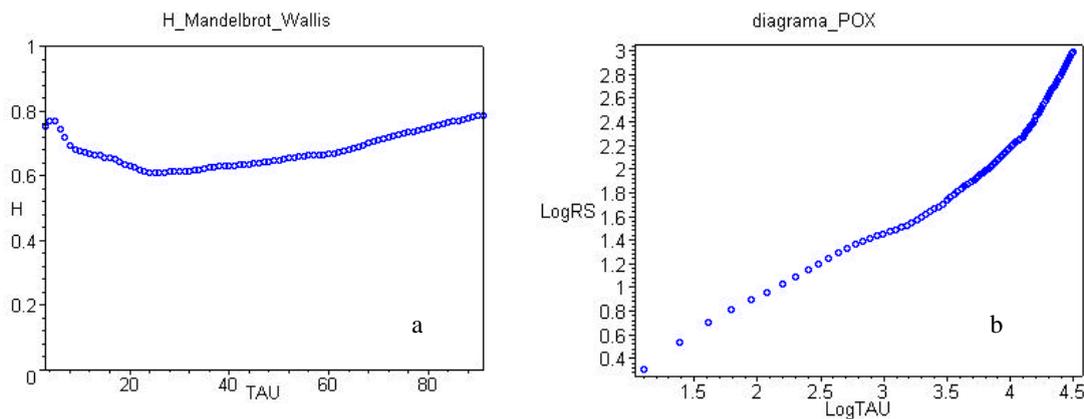


Figura 5.7.10a Aproximación de Mandelbrot y Wallis. El valor del exponente de Hurst es $H = 0.76$. (b) Diagrama POX del análisis *promediado* de rango reescalado de los terremotos instrumentales de la Península Ibérica. Se observa un doble ajuste lineal sobre la representación del logaritmo de RS frente al logaritmo de τ . Para este análisis, la serie siempre presenta un comportamiento tipo Hurst.

5.7.2 Serie sísmica histórica de la Península Ibérica (Mézcua y Martínez-Solares, 1983)

El catálogo de terremotos del área Ibero Magrebí de Mézcua y Martínez-Solares (1983) consta de terremotos entre 1400 y 1983, aunque hemos seleccionado hasta 1927, para solapar un mínimo con la serie instrumental.

El catálogo consta de la localización epicentral más probable, la fecha de ocurrencia, la localidad y la intensidad probable. Para aplicar el análisis de Hurst, se seleccionaron 435 terremotos con unas intensidades superiores a IV. Debido a que este catálogo indica el tamaño del terremoto en intensidades, según la escala de Mercali, se utilizó la fórmula de Esteva, ecuación (5-15), para convertir las intensidades en magnitudes (Esteva, 1968):

$$I \approx 1.45 \cdot M \approx 5.7 \cdot \log_{10} R \approx 7.9 \quad (5-15)$$

Donde I es la intensidad en la escala de Mercali, M es la magnitud y R es la distancia epicentral en Km. La diferencia entre la intensidad calculada y la observada tiene una distribución gaussiana con una desviación tipo $\sigma = 2.04$. Existen varios trabajos donde se representan, de forma local la relación entre la intensidad y la magnitud para zonas locales peninsulares, (Martínez-Díaz, 1999). No obstante, se eligió la fórmula de la ecuación (5-10) para este estudio pensando un enfoque más regionalizado, de tal forma que se pretende obtener, de la manera más homogénea para todo el catálogo, la energía liberada más probable en cada evento constatado.

La serie temporal equiespaciada se construyó para un paso de 5 años (Figura 5.8.11a). La escalera de Benioff se muestra en la figura 5.8.11b, donde observa una tendencia creciente en la liberación de energía, que seguramente está relacionada con el incremento de la población ibérica y por tanto de la sensibilidad histórica.

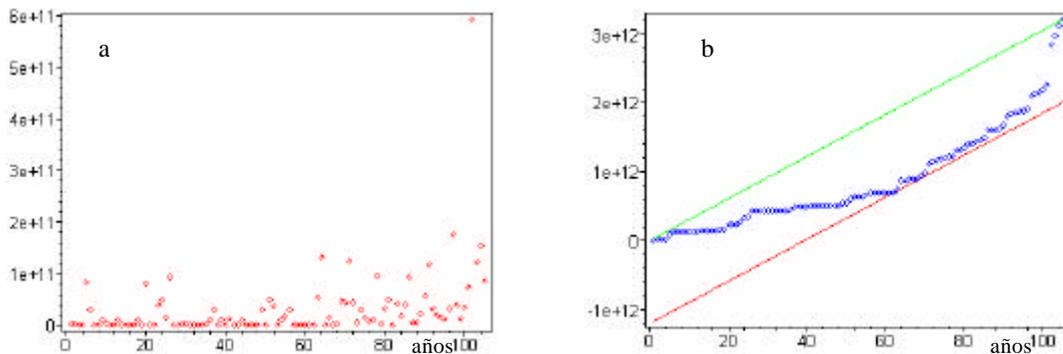


Figura 5.7.11a Serie temporal de sismicidad histórica de la Península Ibérica según el catálogo de Mézcua y Martínez-Solares, 1983. Los valores de energía liberada están obtenidos a partir de la intensidad y según la fórmula de Esteva (Esteva, 1968) (ecuación 5-15) y para un intervalo de cinco años. (b) Escalera de Benioff de la energía acumulada liberada para la misma sismicidad histórica.

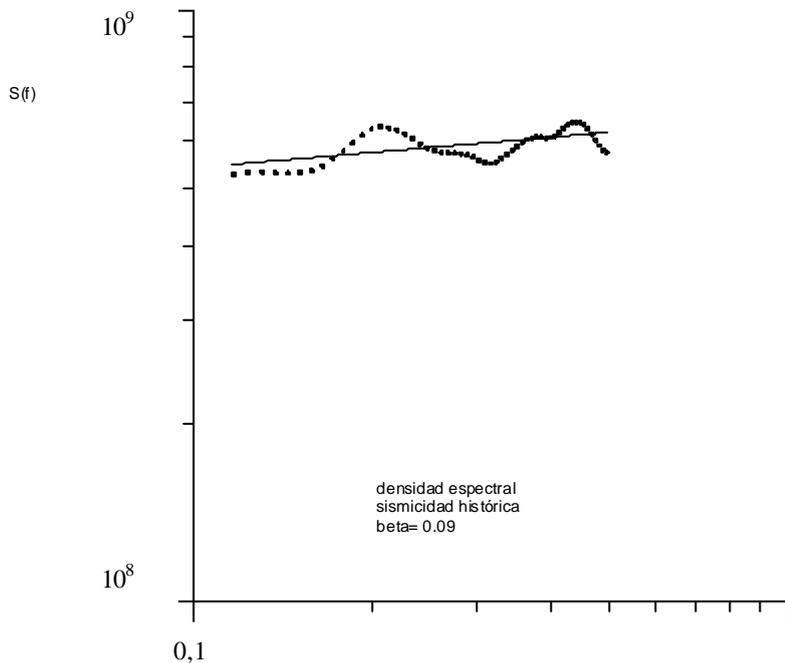


Figura 5.7.12 Espectro de densidad de potencia de la sismicidad instrumental. La densidad de potencia escala con la frecuencia con un exponente $\beta = 0.09$.

En cualquier caso, la morfología de la escalera de Benioff es similar a la curva de la sismicidad instrumental. El rango tiene un valor de magnitud = $4.7 \cdot 10^{12}$ dinas/cm.

De nuevo, se observa como los grandes sismos se encuentran relacionados con la curva de rango mínimo en los últimos doscientos cincuenta años de registro.

El valor del exponente $\beta = 0.09$, obtenido de la relación potencial entre el espectro de densidad de potencia y la frecuencia, indica que el fenómeno presenta memoria a largo plazo (figura 5.7.12).



Análisis Secuencial de Rango Reescalado

En este caso, no se observa ninguna tendencia asintótica hacia el 1, quizás debido al paso temporal de cinco años. El diagrama GEOS (Figura 5.7.13a) muestra una curva con muchas perturbaciones locales, seguramente debido a la falta de grandes sismos no detectados que probablemente ocurrieron alejados de núcleos habitados o fueron de naturaleza profunda. El comportamiento global que muestra es persistente con memoria a largo plazo.

Además, el diagrama POX (Figura 5.7.13b) presenta una doble tendencia en el ajuste lineal. El diagrama de Mandelbrot y Wallis (Figura 5.7.14) muestra un valor de $H = 0.68$, inferior al de la serie instrumental. Aparece una correlación entre las perturbaciones locales en el diagrama GEOS y en el ajuste de Mandelbrot y Wallis.

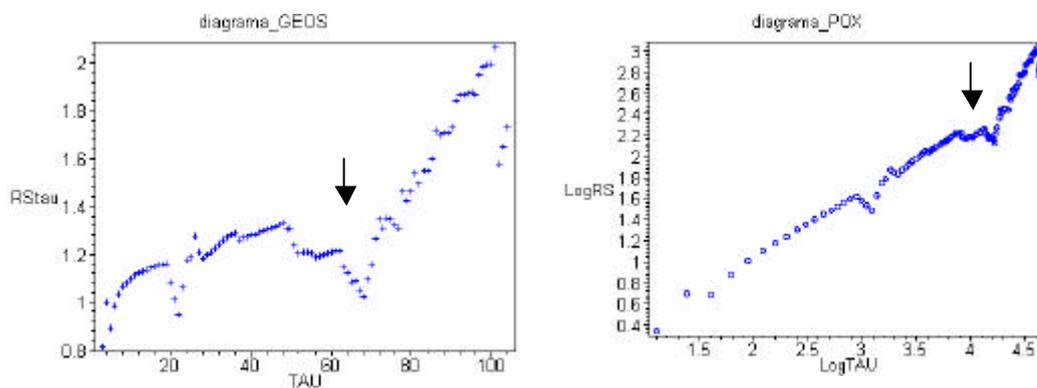


Figura 5.7.13a Diagrama GEOS para el análisis *secuencial* de rango reescalado de los datos de sismicidad histórica del área Ibero Magrebí. (b) Diagrama POX para el análisis *secuencial* de rango reescalado para la misma serie.

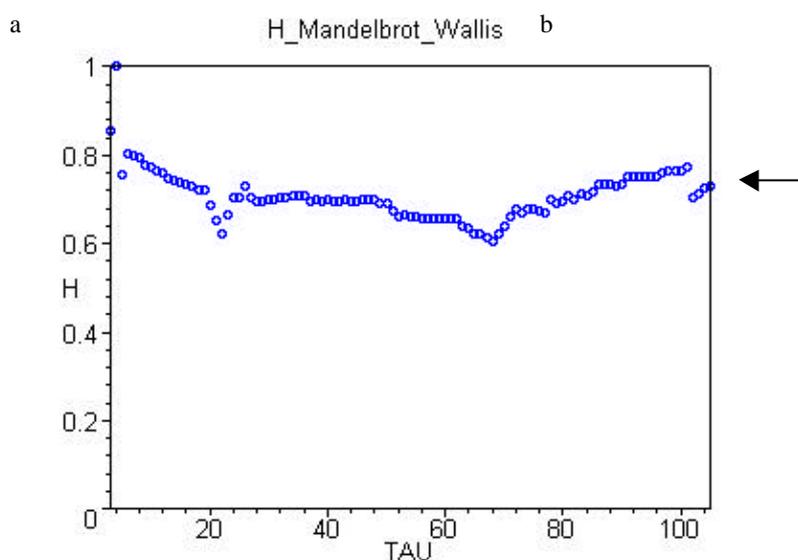


Figura 5.7.14 Aproximación de Mandelbrot y Wallis para la serie sísmica de sismicidad histórica de la Península Ibérica. El valor del exponente de Hurst es de $H = 0.68$.

Análisis Promediado de Rango Reescalado

En este análisis si se aprecia un comportamiento asintótico hacia el 1 en el diagrama GEOS (Figura 5.7.15a) para un total de 14 años. Como el paso es de cinco años, solamente se ajustan a este comportamiento 3 puntos, lo que realmente es algo pobre para hacer valoraciones más exactas.

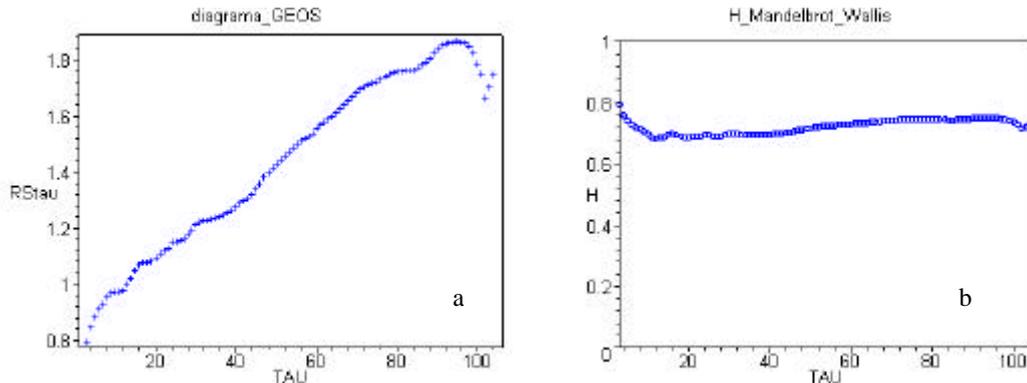


Figura 5.7.15a Diagrama GEOS del análisis *promediado* de rango reescalado de la sismicidad histórica ibero magrebí. La serie se comporta en promedio como una persistente con memoria a largo plazo. También se observa una tendencia asintótica hacia el 1 de 14 años. Esto significa que intervalos de 14 años dentro de la serie histórica no presentan correlación temporal. (b) Aproximación de Mandelbrot y Wallis para la misma serie. El valor de H es de 0.77, con un comportamiento muy estable durante los quinientos años de serie sísmica. Este valor coincide con los obtenidos por Hurst para otras series temporales naturales (Tabla I) (Hurst, 1957).

Sin embargo, es de destacar la clara tendencia persistente con un exponente de Hurst de $H = 0.77$, obtenido en la aproximación de Mandelbrot y Wallis (Figura 5.7.15b), muy similar al valor obtenido en la sismicidad instrumental y dentro del intervalo de exponentes H de los sistemas naturales. Por otro lado, el diagrama de Mandelbrot y Wallis muestran un valor muy estable del exponente de Hurst, tanto es así que se refleja en el ajuste del diagrama POX (Figura 5.7.16) con una única tendencia en el ajuste bilogarítmico, y con una pendiente de $H = 0.77$.

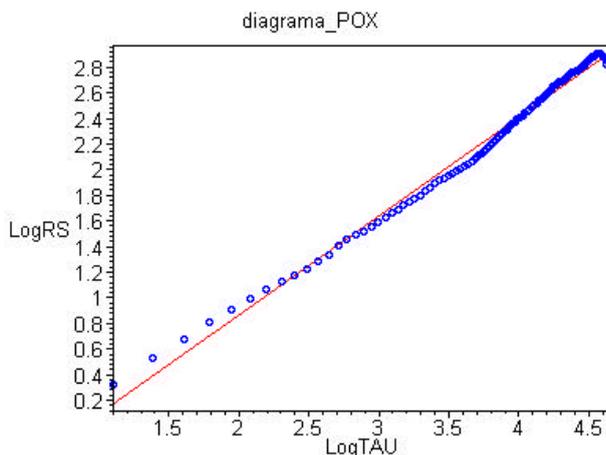


Figura 5.7.16 Diagrama POX del análisis *promediado* de rango reescalado de la serie sísmica histórica de la P.I. En este caso, el ajuste lineal sobre la gráfica bilogarítmica tiene una pendiente de $H = 0.77$, coincidente con el valor obtenido mediante la aproximación de Mandelbrot y Wallis (ver figura anterior).

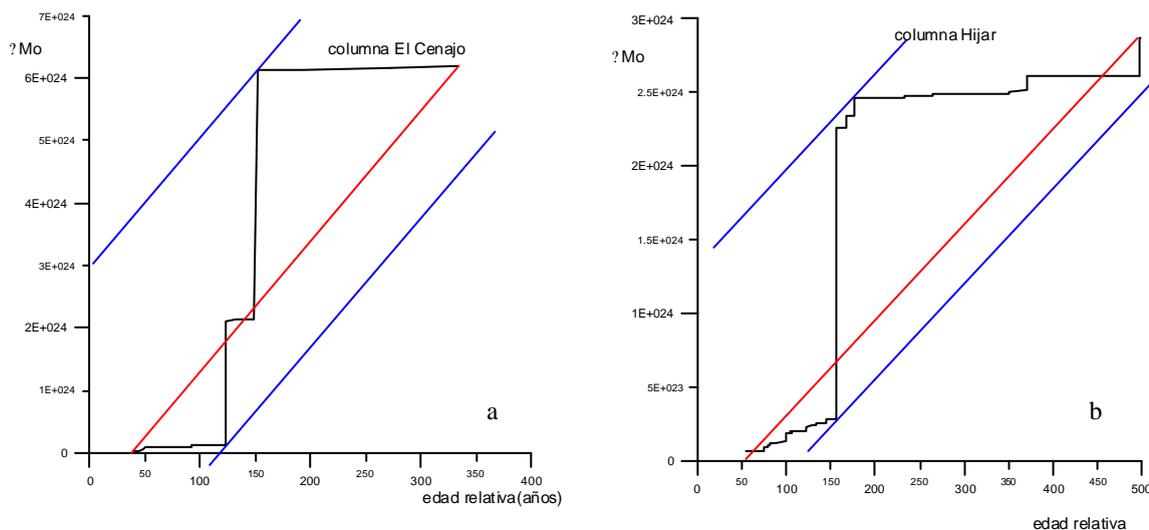


La no-correlación de valores temporales para un intervalo de 14 años es comparable con la obtenida para la sismicidad instrumental de 16 años. Este hecho puede indicar que el intervalo de 500 años no es suficiente como para disminuir el intervalo de no-correlación, aunque si es cierto que debe de ser una propiedad intrínseca en los catálogos de sismicidad ibero magrebí.

5.7.3 Serie Paleosísmica (Rodríguez-Pascua et al., 2003)

Sobre la serie paleosísmica descrita en el capítulo 3, es posible reconstruir una serie temporal, con valores relativos para tres de las cuencas lacustres: El Cenajo, Elche de la Sierra e Híjar, con 21, 31 y 20 eventos, respectivamente (Rodríguez-Pascua et al., 2002). El tiempo, en cada una de ellas, se determina a partir de un nivel inicial E_0 , contando los pares de laminitas y asignando un año a cada par. De esta manera, se reconstruye, de forma relativa, una serie temporal paleosísmica a partir de paleosismitas, estructuras geológicas generadas a partir de terremotos sobre sedimentos blandos (Seilacher, 1969). En concreto, se reconocieron las sismitas denominadas *niveles de mezcla*, generadas mediante licuefacción, a partir de terremotos magnitudes entre 5 y 5,5 (Marco et al., 1994).

A partir de la magnitud local, estimada según la potencia del nivel de mezcla (Rodríguez-Pascua et al., 2002), y aplicando la fórmula de la ecuación (5-14), se obtuvieron las escaleras de Benioff para las cuencas lacustres (Figura 5.7.17a, 5.7.17b y 5.7.17c).



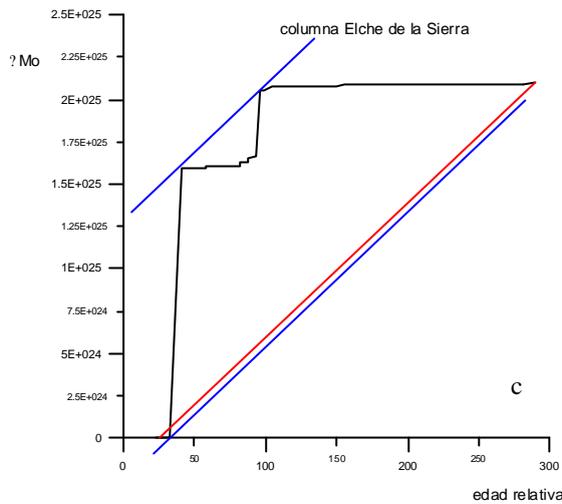


Figura 5.7.17a (anterior) Escalera de Benioff para la liberación de energía de la columna paleoestratigráfica de El Cenajo. La edad tiene un valor relativo desde el nivel E_0 , datado mediante pares de laminitas varvadas (Rodríguez-Pascua et al., 2002). El valor de M_0 se obtiene a partir de la magnitud local estimada y la ecuación (5-13). En total se contabilizaron 21 eventos. (b) (anterior) Escalera de Benioff para la columna paleoestratigráfica de Elche de la Sierra, con 31 eventos. (c, figura izquierda) Escalera de Benioff para la columna paleoestratigráfica de Hajar, con 20 eventos reconocidos.

Sobre estas escaleras de Benioff, se determinó el Rango, y se realizó un análisis RS promediado, puesto que presenta mayor estabilidad que el análisis secuencial, lo cual es muy recomendable ante la escasez de datos.

Los diagramas POX obtenidos para las tres cuencas (Figura 5.7.18a, 5.7.18b y 5.7.18c), no ofrecen un comportamiento potencial debido a la escasez de datos.

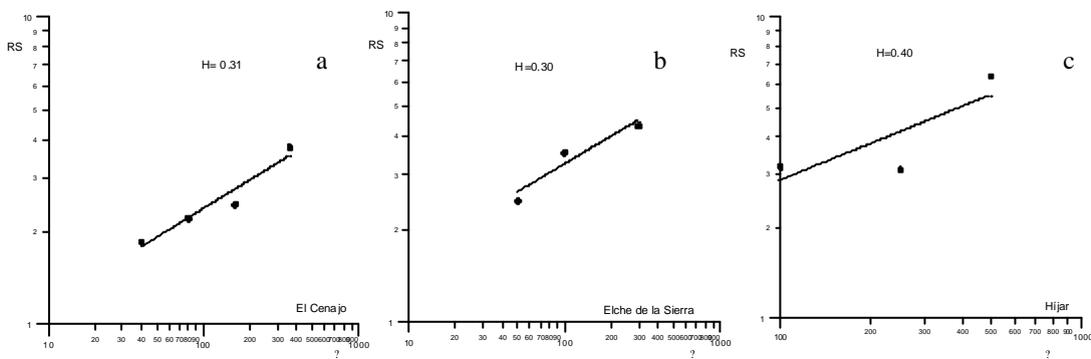


Figura 5.7.18 Diagramas POX para las series temporales paleosísmicas: (a) El Cenajo. El valor de H obtenido mediante mínimos cuadrados, para el análisis promediado, es de $H = 0.31$, antipersistente. (b) Elche de la Sierra, $H = 0.30$. (c) Hajar, $H = 0.40$. Los valores del exponente de Hurst se obtuvieron mediante mínimos cuadrados.

En cualquier caso, es necesario encontrar una serie paleosísmica con un registro temporal más completo, aunque es indudable su aplicación para completar registros históricos y ampliar el intervalo temporal de análisis.



5.8 Análisis de Rango Reescalado en Series Sísmicas Sintéticas

Sobre los autómatas celulares descritos en el capítulo 4, en concreto en el apartado 4.3, se realiza un análisis de Hurst de la serie temporal sísmica sintética.

5.8.1 Autómata celular 3-D

Se construyó una serie temporal con un paso de 90 unidades de tiempo según muestra la figura 5.8.1a. Sin embargo, la escalera de Benioff no muestra una dinámica fluctuante de eventos, y si una gráfica creciente que coincide con la recta del rango y que no presenta una estructura fractal del tipo escalera del diablo (Figura 5.8.1b).

Análisis Secuencial de Rango Reescalado

El diagrama GEOS (Figura 5.8.2a) muestra una tendencia antipersistente oscilante y con cambios bruscos, con un exponente de Hurst de 0.37 (Figura 5.8.2b). Además, el diagrama POX también indica un comportamiento de Hurst anómalo (Figura 5.8.2c).

Análisis Promediado de Rango Reescalado

Aunque se suavizan las graficas en los diagramas GEOS y POX (Figura 5.8.3a y 5.8.3b), el comportamiento generalizado es antipersistente, con un exponente de Hurst de 0.31 (Figura 5.8.4). En consecuencia y según ambos análisis, el autómata celular 3-D no reproduce series temporales comparables con las series sísmicas.

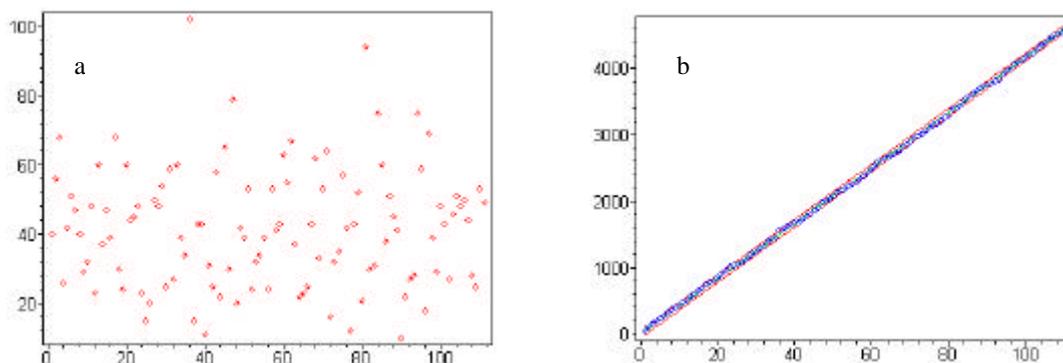


Figura 5.8.1a Serie temporal de terremotos generados mediante el autómata celular 3-D. (b) Escalera de Benioff de la misma serie temporal generada a partir del acumulada de la serie. Se observa como no aparece una estructura fractal de tipo escalera del diablo.

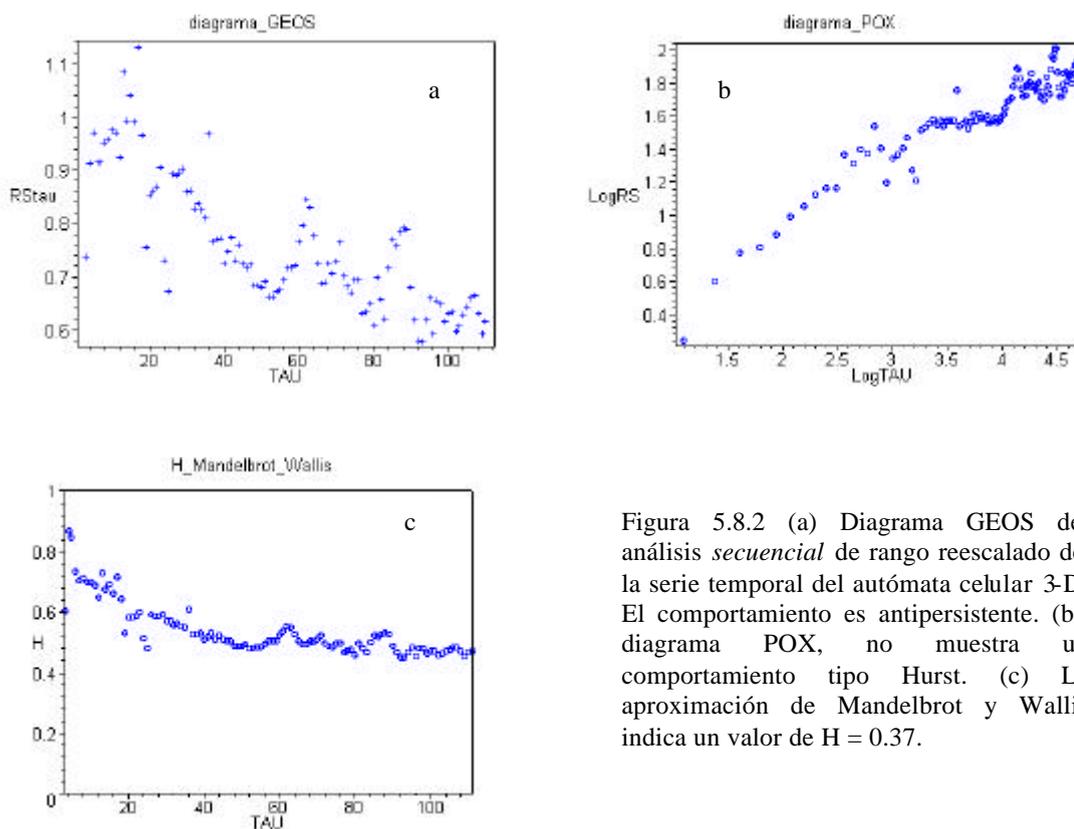


Figura 5.8.2 (a) Diagrama GEOS del análisis *secuencial* de rango reescalado de la serie temporal del autómata celular 3-D. El comportamiento es antipersistente. (b) diagrama POX, no muestra un comportamiento tipo Hurst. (c) La aproximación de Mandelbrot y Wallis indica un valor de $H = 0.37$.

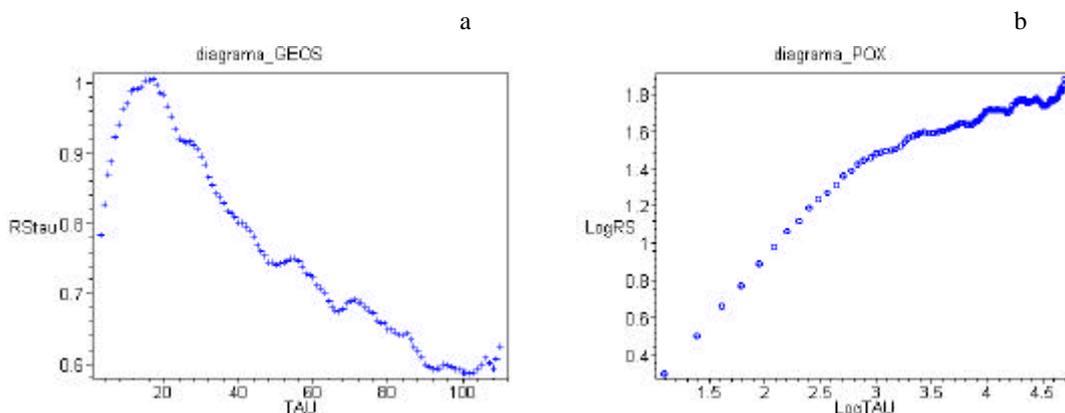


Figura 5.8.3 (a) Diagrama GEOS del análisis *promediado* de rango reescalado de la serie temporal del autómata celular 3-D. (b) Diagrama POX del mismo análisis.

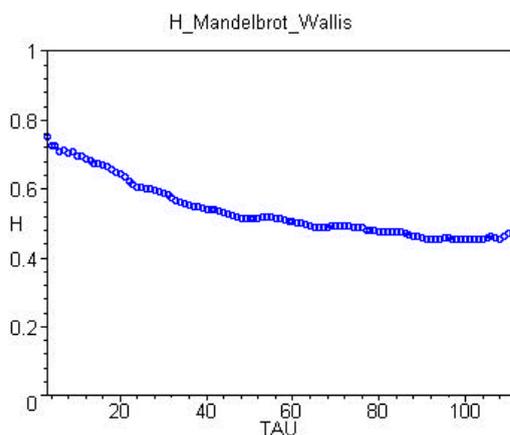


Figura 5.8.4 Aproximación de Mandelbrot-Wallis para el análisis *promediado* del autómata celular 3D. El valor del exponente de Hurst es de 0.31, la serie es antipersistente.



5.8.2 Autómata Celular de Fallas Discretas 3-D

Partiendo de una distribución fractal de puntos en el espacio, se han generado dos modelos de autómatas de fallas discretas, con una dimensión de capacidad, D_0 de 2.1 (Pérez-López y Paredes, 2002b).

Se utilizó una distribución de *fisher* en orientaciones y una ley de potencia en la distribución de tamaños de fracturas con un exponente de 3.4. En ambos casos se representa una distribución de discos discretos apoyados sobre los puntos soporte, con un tamaño de $100 \times 100 \times 50$ celdas, para un total de 500.000 celdas. El modelo de fallas discretas es el mismo que el descrito en el capítulo 4-4. En la tabla 5-III se resumen sus principales características.

MODELO	Nº FALLAS	DIRECCIÓN	nº pasos	nº terremotos
1	120	182/60, 194/30, 260/75	100.000	363
2	180	90/12, 136/40, 190/50	100.000	305

Tabla 5-III Características principales de los modelos de fallas discretas generados de forma sintética. Sobre las tres orientaciones principales se aplicó una distribución de fisher.

Posteriormente, y mediante el uso de la subrutina *FRACLIP3* (Paredes y Vélez, 2002), se obtuvo el autómata como una serie de celdas que intersectan con los discos (Figura 5.8.5a y 5.8.5b). Sobre estas celdas, se carga según la mecánica de Bak y Tang (1989).

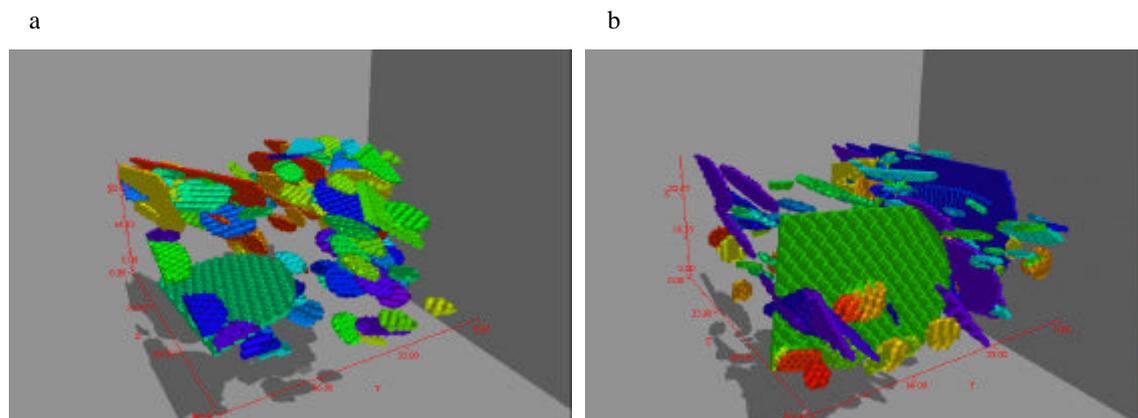


Figura 5.8.5 (a) Autómata Celular (AC) generado mediante la subrutina *FRACLIP3* a partir del modelo de fallas discreto I cuyas principales características se describen en la tabla II. (b) AC generado a partir de la simulación de fallas discretas II.

Modelo de Fallas Discretas I

Para un paso de 365 unidades de tiempo se obtuvo la serie temporal que se muestra en la figura 5.8.6a, mientras que la figura 5.8.6b muestra la curva de Benioff. En este caso, si se aprecian saltos tipo escalera del diablo. Como los terremotos generados no son muy grandes, no aparecen saltos verticales elevados.

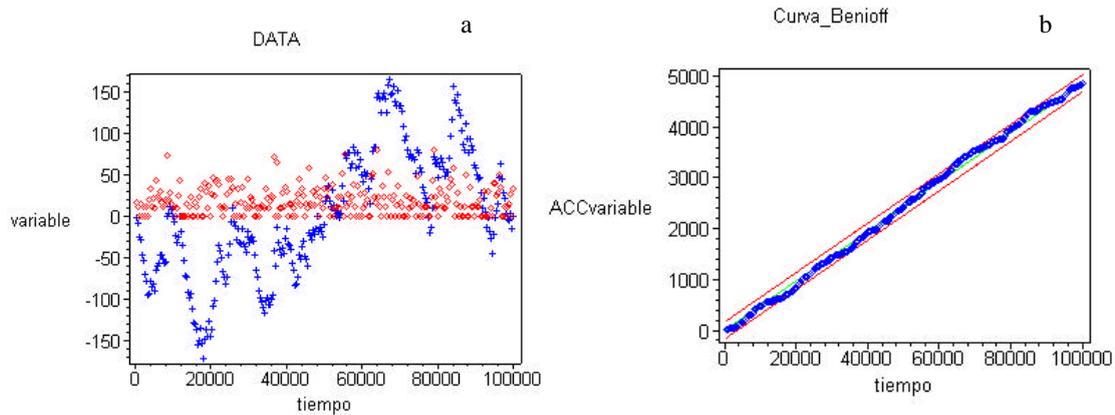


Figura 5.8.6 (a) Serie temporal de terremotos generados mediante el AC del modelo de fallas discretas MFD-I. El paso temporal es de 365 unidades de tiempo o. (b) Escalera de Benioff para la misma serie. A diferencia con el modelo aleatorio, aparece una estructura fractal incipiente de tipo escalera del diablo.

Análisis Secuencial de Rango Reescalado

El diagrama GEOS (Figura 5.8.7a) muestra un comportamiento con memoria persistente, aunque bastante oscilante. Sin embargo, el diagrama POX (Figura 5.8.7b) no muestra un comportamiento tipo Hurst con un único ajuste. El valor del exponente de Hurst es de 0.6, obtenido mediante el ajuste de Mandelbrot y Wallis (Figura 5.8.8). En este caso, alcanza este comportamiento a partir de $t = 40.000$, sobre un tiempo total de 100.000.

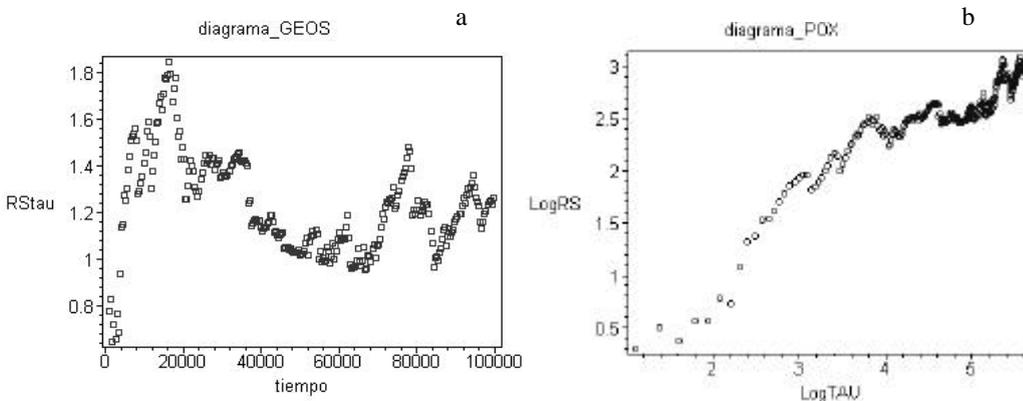


Figura 5.8.7 (a) Diagrama GEOS del análisis *secuencial* de rango reescalado para el MFD-I. Se observa un comportamiento persistente muy oscilante. (b) El diagrama POX no muestra un claro comportamiento de tipo Hurst.

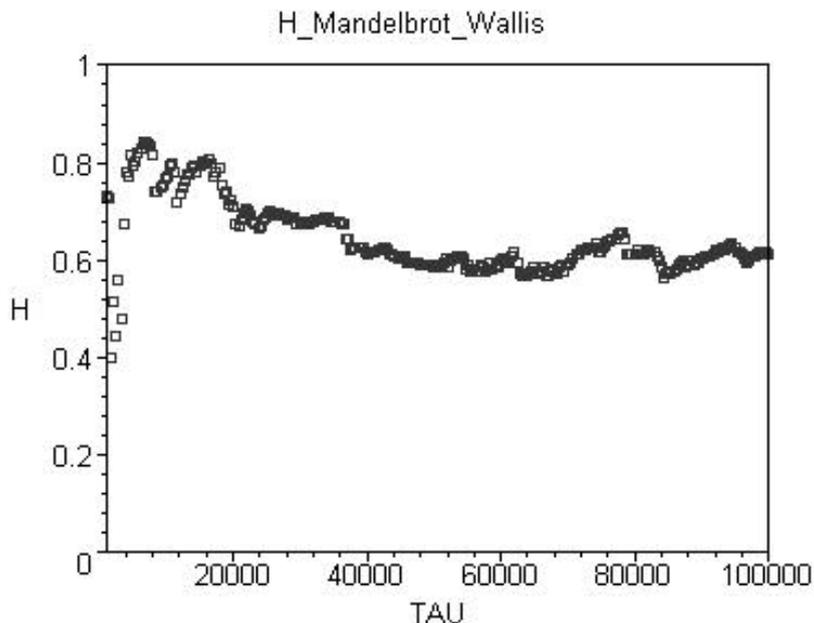


Figura 5.8.8 Aproximación de Mandelbrot y Wallis para el MFD-I. El valor del exponente de Hurst es de $H = 0.6$. A diferencia del modelo aleatorio, el comportamiento en este caso es débilmente persistente.

Análisis Promediado de Rango Reescalado

Este análisis no difiere mucho del anterior, mostrando el mismo comportamiento. El análisis GEOS presenta un comportamiento con tendencia persistente, aunque oscilante sobre un valor general de no-correlación, es decir para $H = 0.5$. Esto indica que esta configuración fractal no es suficiente para que el autómata presente memoria a largo plazo.

Sin embargo, el valor de H obtenido es de 0.62, débilmente persistente, aunque bastante estable en su comportamiento según el gráfico de Mandelbrot y Wallis. El diagrama POX muestra el comportamiento potencial entre el rango RS y el tiempo.

En ambos casos se han omitido los diagramas al ser similares a los diagramas GEOS y POX anteriores. En cualquier caso, una distribución espacial con propiedades fractales de fallas (discos discretos) en 3-D, han cambiado débilmente el comportamiento temporal, frente a un autómata aleatorio.

Modelo de Fallas Discretas II

En este segundo ejemplo, la serie temporal aparece en la figura 5.8.9a, con el mismo paso de tiempo, mientras que la escalera de Benioff se muestra en la figura 5.8.9b.

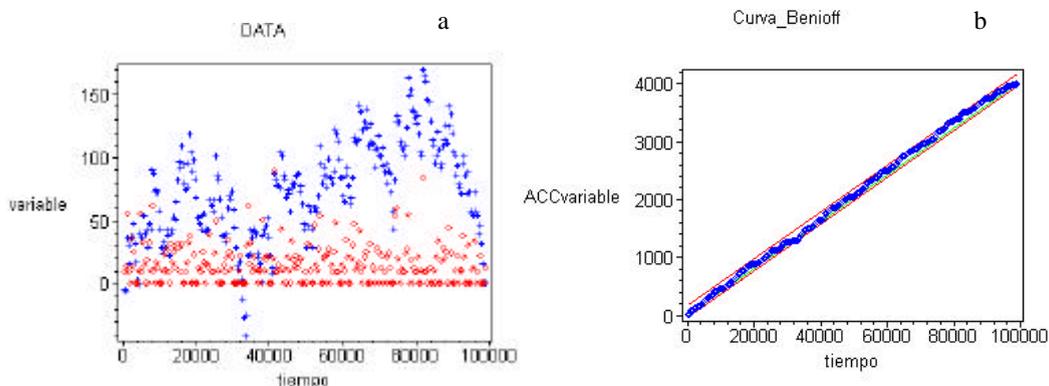


Figura 5.8.9 (a) Serie temporal del autómatas celular (AC) generado a partir del MFD-II, el paso de tiempo es de 365 unidades. (b) Escalera de Benioff del acumulado de energía liberada de la misma serie.

Análisis Secuencial de Rango Reescalado

La figura 5.8.10a es el diagrama GEOS mientras que la 5.8.10b es el POX. El valor del exponente de Hurst es de $H = 0.5$, obtenido mediante la aproximación de Mandelbrot y Wallis (Figura 5.8.11). En este caso, la serie no presenta correlación temporal. Como los terremotos cumplen con la ley de Gutenberg y Richter y son generados sobre una distribución fractal espacial y la serie temporal en acumulado es una escalera del diablo, estas tres condiciones no son suficientes para que aparezca una serie temporal con memoria a largo plazo y de tipo persistente, tal y como aparecen en la naturaleza.

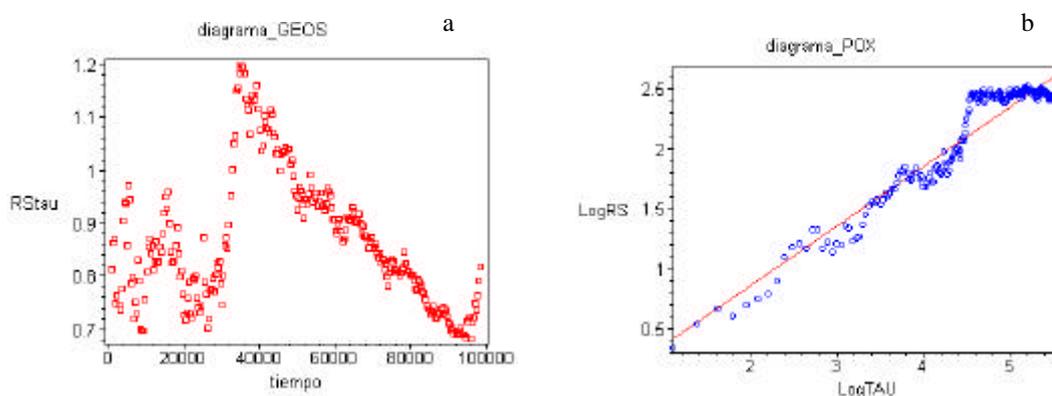


Figura 5.8.10 (a) Diagrama GEOS del análisis *secuencial* de rango reescalado del AC para el MFD-II. Comportamiento oscilante, aunque predominantemente antipersistente. (b) Diagrama POX del mismo análisis. Este gráfico tiene un ajuste mejor que el anterior.

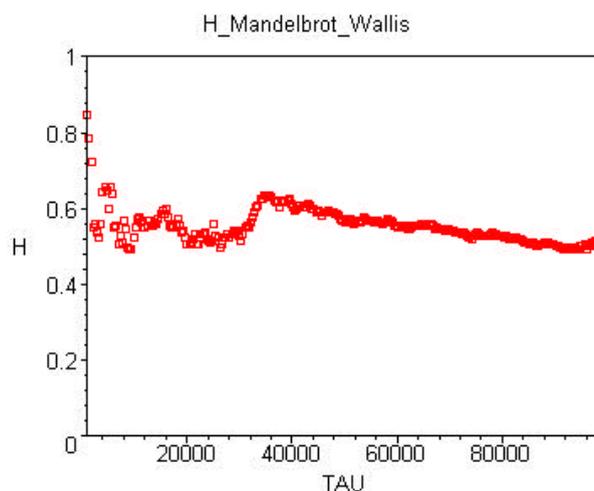


Figura 5.8.11 Aproximación de Mandelbrot y Wallis para la serie temporal del MFD-II. El valor del exponente de Hurst es de $H = 0.5$. En este caso, nos encontramos ante una serie temporal que no presenta correlación espacial entre sus terremotos para 100.000 pasos de tiempo.

Análisis Promediado de Rango Reescalado

El diagrama GEOS muestra un comportamiento oscilante, con una primera parte que pretende ser asintótica con el uno, y con un descenso acusado de la gráfica. El diagrama POX muestra un comportamiento potencial con una única tendencia, aunque oscilante. En cualquier caso, el exponente de Hurst, presenta un valor de $H = 0.5$. Esto indica que la serie temporal no es correlacionable en el tiempo, estando distribuidos de igual forma que un ruido blanco, un proceso aleatorio sin correlación en el tiempo.

En resumen, mediante los modelos discretos de fallas, distribuidos como un fractal en el espacio, y según la mecánica original del autómatas celular de Bak (Bak et al., 1987), podemos generar series temporales de terremotos aleatorios o débilmente persistentes. Recordando que la diferencia entre ambos modelos es, exclusivamente, la orientación de cada fractura, ¿de qué depende esa persistencia debida a la estructura espacial?. Serán necesarios más análisis con más parámetros sísmicos para poder entender esta pregunta y llegar a contestarla.

En la siguiente sección, se aplica el análisis RS sobre un autómatas celular (AC) desarrollado en el *Institut de Physique du Globe* por el equipo del Dr. Cisternas. Como novedad, este autómatas presenta parámetros más cercanos a los modelos realistas y que permitirán definir, de forma más precisa, los parámetros que controlan la generación de series temporales sísmicas sintéticas, similares a ruidos fraccionarios gaussianos.

5.8.3 Autómata Celular de Rivera-Cisternas

Este autómata celular bidimensional presenta variaciones frente al precedente. En primer lugar, las celdas tienen memoria a la ruptura. Esto significa que una vez rota una celda dentro de una secuencia de avalanchas, estas no se recuperan hasta un tiempo específico. Por otro lado, la transmisión de esfuerzo se produce según la orientación de una falla, asignada de forma aleatoria a cada celda. Por último, incorpora un tensor de esfuerzos, de tal manera que analiza cuál es el estado de esfuerzos que provoca la ruptura.

Este autómata celular reproduce tres importantes características de la sismicidad, el modelo de tectónico de esfuerzos, el efecto memoria y la transmisión de esfuerzos. Sin embargo, dispara terremotos según un modelo aleatorio y sin rupturas iniciales y no sobre un soporte fractal de fracturas previo.

La figura 5.8.12a, muestra la serie temporal obtenida, para un total de 171 eventos generados sobre un soporte bidimensional de tamaño 30x30, después de un transiente de 25.000 eventos. Se reprodujo un campo de desgarre con $R = 0.5$, y el coeficiente del efecto memoria $\alpha = 0.7$. La escalera de Benioff en este autómata, figura 5.8.12b, confiere una escalera del diablo, a diferencia con el autómata celular aleatorio (Figura 5.8.2)

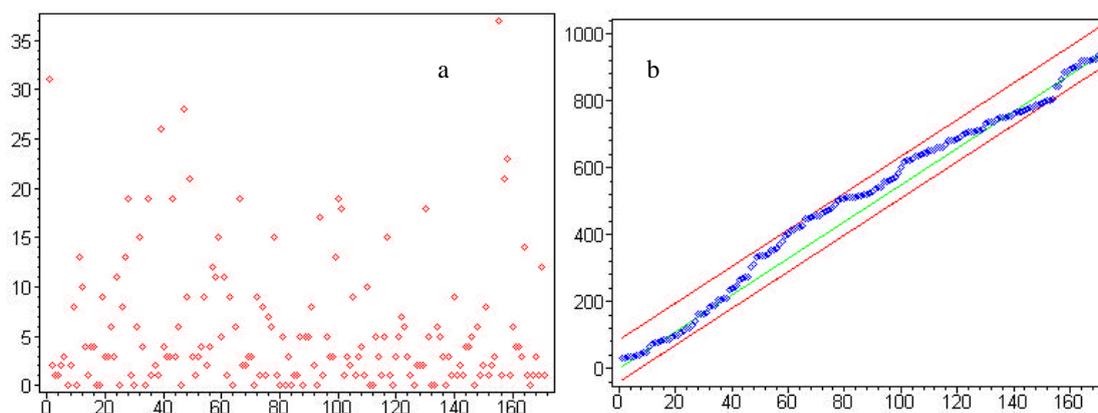
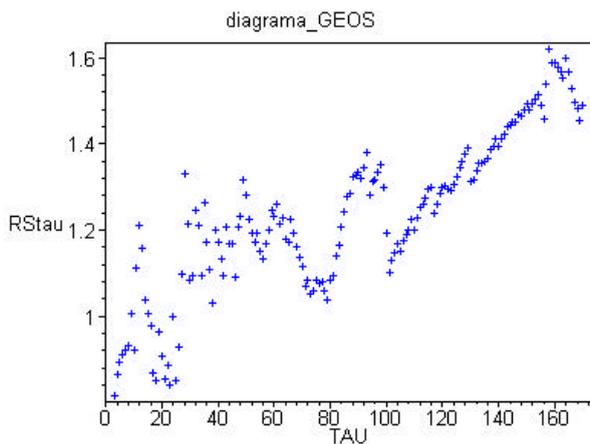


Figura 5.8.12 (a) Serie sísmica sintética generada mediante el autómata de Cisternas-Rivera. La serie consta de 171 eventos registrados sobre un autómata bidimensional de 30x30, bajo un régimen de esfuerzos de tipo desgarre ($R = 0.5$) y con un coeficiente del efecto memoria de $\alpha=0.7$. Los datos se tomaron después de un transiente de 25.000 eventos. (b) Escalera de Benioff de la misma serie. Se observa como confiere una escalera del diablo, con un rango de 125 celdas de rotura.

Análisis de Rango Reescalado Secuencial

El diagrama GEOS aparece con bastante inestabilidad, pero mayoritariamente centrado en la zona de persistencia (Figura 5.8.13a), mientras que el exponente de Hurst



es de 0.64, esto es, persistente (figura 5.8.13b). El diagrama POX muestra la relación potencial entre el tiempo y el rango reescalado, también con ciertas oscilaciones (Figura 5.8.14). Las oscilaciones que aparecen, seguramente están asociadas al mecanismo de paso de valores de carga entre las celdas.

Figura 5.8.13 Análisis de Rango Reescalado Secuencial del AC Rivera Cisternas: (a) Diagrama GEOS de la serie temporal sintética sísmica. La curva se encuentra, en su mayoría, en la zona de persistencia, aunque presenta amplias oscilaciones. (b) El exponente de Hurst de la serie mediante la aproximación de Mandelbrot y Wallis es de 0.64. Este autómatas presenta memoria a largo plazo entre los terremotos simulados.

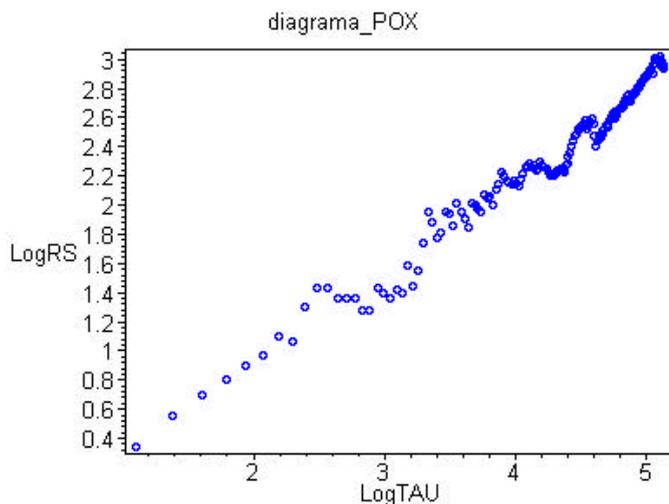


Figura 5.8.14 Diagrama POX de la serie sísmica sintética del autómatas celular de Rivera-Cisternas para el análisis secuencial de rango reescalado.

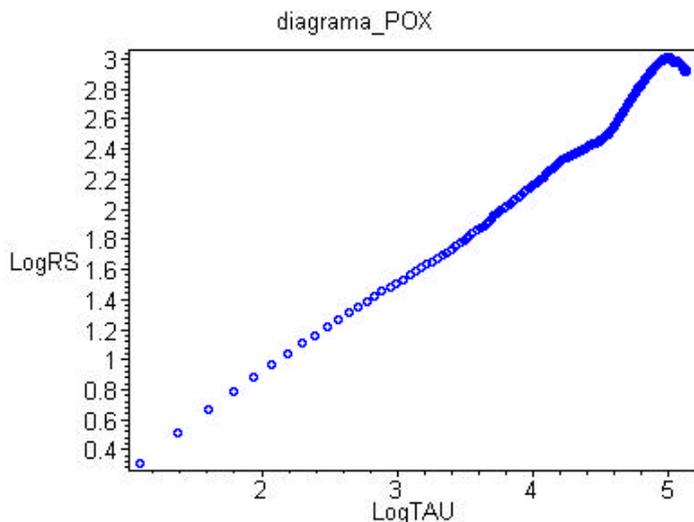


Figura 5.8.15 Análisis RS promediado. Diagrama POX de la serie temporal sísmica del AC Rivera-Cisternas. El rango RS escala con el tiempo para $H = 0.69$.

Análisis de Rango Reescalado Promediado

Promediando el análisis RS, desaparecen las oscilaciones, y se observa un comportamiento potencial del rango RS muy acusado en el diagrama POX (Figura 5.8.15). El diagrama GEOS muestra una serie persistente (Figura 5.8.16a), que presenta un valor de $H = 0.69$ (Figura 5.8.16b), superior que el anterior, y más cercano a los valores reales, aunque sin llegar al valor mínimo detectado de 0.72 (Lomnitz, 1994).

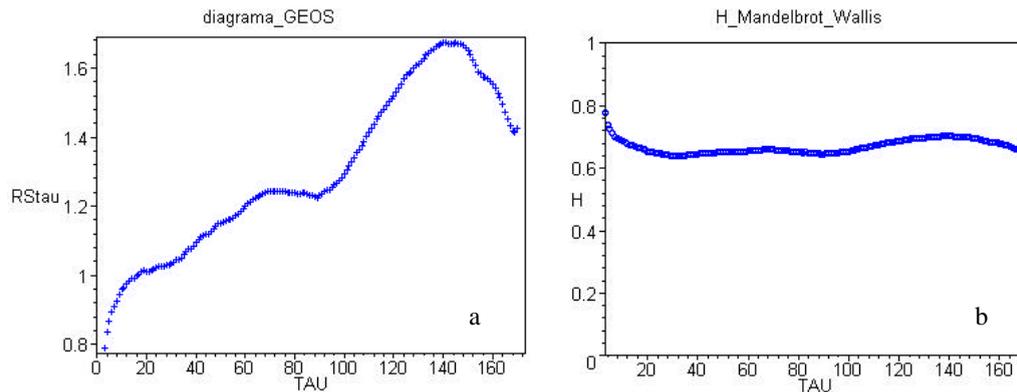


Figura 5.8.16 (a) Diagrama GEOS del análisis RS promediado del AC Cisternas-Rivera. La serie se comporta de forma persistente a partir del evento 18. (b) Diagrama de Mandelbrot y Wallis, el valor del exponente de Hurst es de 0.69.

Por tanto, el autómata celular de Cisternas-Rivera, reproduce series sintéticas de comportamiento RS similar a las reales. Esta diferencia frente al modelo aleatorio y de fracturas discretas se relaciona con la presencia de un tensor de esfuerzos y un efecto memoria en el autómata. El modelo de Bak y Tang (1989), no es suficiente para reproducir series sísmicas comparables espacio-temporalmente con las series sísmicas reales.



5.9 Análisis de Rango Reescalado en Réplicas de Terremotos

Una serie de réplicas sísmicas, está constituida por los terremotos que suceden al terremoto principal y que presentan un menor tamaño, además de un mecanismo focal similar al mecanismo de la sacudida principal. Desde un punto de vista sismológico, las réplicas son aquellos terremotos disparados por la sacudida principal, y que en general, se producen a lo largo del mismo plano de falla o en el entorno que el que produjo la ruptura principal. El terremoto principal, provoca un reajuste de esfuerzos, en el área próxima, que a su vez genera las réplicas en los planos mejor orientados respecto a ese reajuste.

Los intereses principales del análisis de rango reescalado o análisis de Hurst aplicado a réplicas de un mismo terremoto son varios. En primer lugar, una serie de réplicas constituye una serie temporal en régimen dinámico transitorio, aún no han alcanzado el estado de régimen estacionario.

Sin embargo, estas series de terremotos siguen una ley potencial en función del tiempo, denominada ley de Omori (Omori, 1894). Esta ley potencial indica que el índice de ocurrencia de las réplicas decae con el tiempo (Utsu, 1961):

$$n(t) \propto \frac{K}{(t + c)^p} \quad (5-16)$$

Donde $n(t)$ es el número de terremotos para un tiempo t , a partir del terremoto principal, y " K ", " c " y " p " son constantes. Esto significa que existe un decaimiento según una ley potencial entre el número de réplicas y el tiempo de ocurrencia de las mismas. Además, las réplicas cumplen con la ley de Gutenberg y Richter y se han interpretados en términos de criticalidad auto-organizada, al igual que la distribución espacio temporal de los terremotos principales (Correig et al., 1997).

En consecuencia, es posible analizar como un conjunto localmente estable las réplicas de terremotos mediante las técnicas RS (Cisternas et al, 2002).

5.9.1 El terremoto de Racha-Dzhava, $M=7,0$ (1991, Georgia)

El terremoto de Racha-Dzhava, de magnitud $M_s = 7.0$, ocurrió el 29 de abril de 1991, a las 09:12:48 hora GMT, en el borde sur del cabalgamiento del Gran Caucazo (Fuenzalida et al., 1997) (Figura 5.9.1).

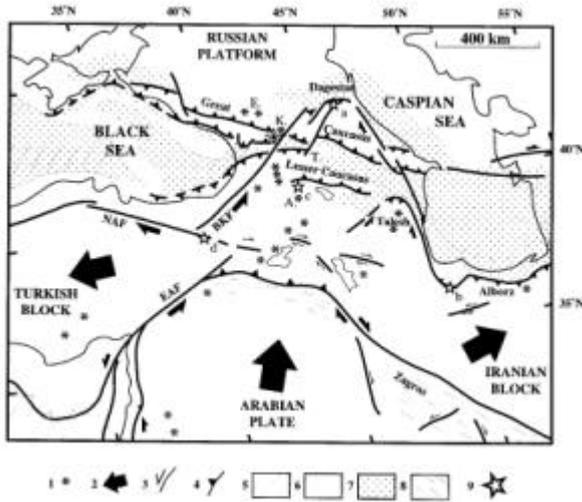


Figura 5.9.1 Esquema tectónico de la zona del Gran Caucazo, donde se localiza el terremoto de Racha-Dzhava, ocurrido el 29 de abril de 1991. La estrella señala donde se localizó el epicentro, siendo las demás estrellas y asteriscos terremotos menores en el mismo área. El empuje de la Placa Árabe provoca el escape del Bloque turco y del Bloque Iraní. Modificado de Fuenzalida et al., 1997.

Este terremoto, aparece en un área sometida a un régimen tectónico compresivo, debido a la convergencia entre la plataforma Rusa y la península arábiga (Philip et al., 1989). La región epicentral del terremoto de Racha-Dzhava está localizada al oeste de la falla de Borzhmi-Kazbeg (Figura 5.9.2). Principalmente, la tectónica de la región adyacente al epicentro, muestra un cabalgamiento del macizo de Dzirula bajo la cadena

montañosa del Gran Caucazo (Figura 5.9.3).

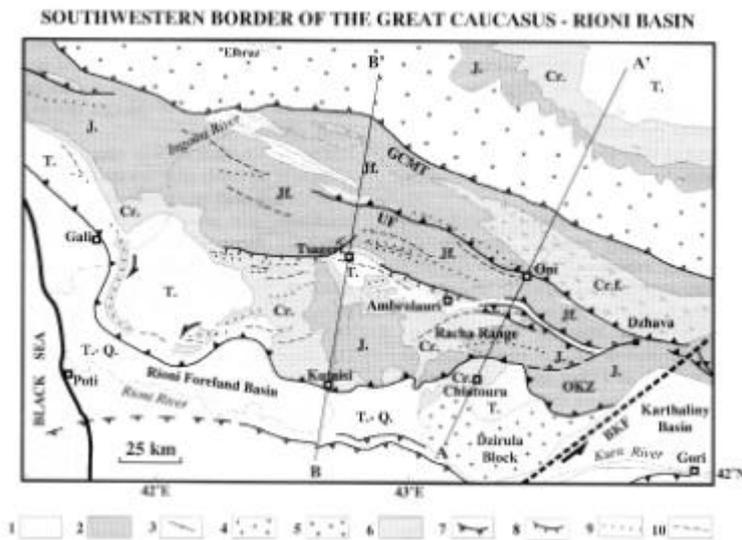


Figura 5.9.2 Epicentro del terremoto de Racha, localizado en la falla de Borzhmi-Kazbeg. 1- Sedimentos terciarios y cuaternarios. 2- sedimentos jurásicos deformados. 3- basamento metamórfico. 4- basamento cristalino del Macizo de Dzirula. 5- basamento cristalino del Gran Caucazo. 6- sedimentos cretácicos. 7- fallas inversas. 8- fallas normales. 9- anticlinales. 10- sinclinales. Modificado de Fuenzalida et al., 1997.



El cabalgamiento principal alrededor de la zona epicentral buza hacia el norte, con una superficie de bajo ángulo. La serie *flysh* aparece fuertemente plegada y fracturada, con presencia de *cleavage*. El Gran Caucazo empujó esta cuña sedimentaria hacia el sur, sobre el macizo de Dzirula, el cual es un macizo cristalino de materiales precámbricos y paleozoicos.

El epicentro se localiza hacia el oeste del Gran Caucazo, sobre un anticlinal de material sedimentario plegado, cuyos ejes de pliegues se orientan principalmente E-O. Además, cerca de esta zona aparece hacia el este la falla de desgarre de Borzhomi-Kazbeg, el cabalgamiento de Okriba-Sachkhere hacia el sur, sobre la parte media del macizo de Dzirula, y la falla de Utsera hacia el norte.

Este terremoto constituye el terremoto más grande registrado instrumentalmente en la región del Caucazo, hasta la fecha. Aunque provocó una gran destrucción en una zona muy amplia, el número de muertes fue inferior al terremoto de Spitak, ocurrido en 1988 y que provocó cerca de 25.000 muertes, frente a las 120 de Racha. Esto es debido, probablemente, a que afectó a núcleos urbanos reducidos y a una zona mayoritariamente deshabitada.

Una expedición sísmica de campo, fue organizada algunos días después entre varios equipos científicos europeos, entre los que se encontraban científicos de Moscú, Georgia, Cambridge y Estrasburgo, entre otros. Este equipo internacional, instaló 37 estaciones sísmicas portátiles para registrar la actividad sísmica de las réplicas, entre el 29 de abril hasta el 15 de julio de 1991.

La distribución espacial de las réplicas aparece en la figura 5.9.3, mostrando una nube elongada y orientada sobre los N100°-N105°, con una rama secundaria hacia el oeste, y orientada N310°, aproximadamente. La zona sur cubre un área de 80 kilómetros con una profundidad entre 0 y 15 kilómetros, buzando hacia el norte.

El terremoto de Racha-Dzhara, muestra un mecanismo focal de tipo inverso, asociado a una falla de orientación N288° y buzamiento de 39° hacia el norte, localizado a una profundidad de 22 kilómetros, y con un momento sísmico $M_0 = 3.3 \times 10^{26}$ (dinas por centímetro) y asociado a una falla ciega sin expresión superficial (Fuenzalida et al., 1997) (Figura 5.9.4).

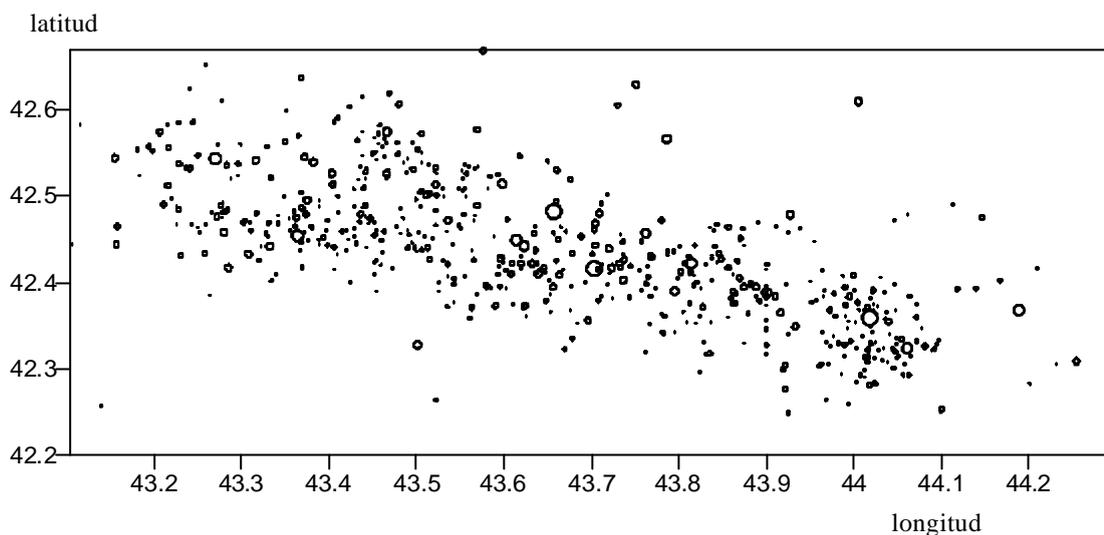


Figura 5.9.3. Distribución espacial de las réplicas del terremoto de Racha-Dzhava (Georgia, 1991). En total se representaron 1653 réplicas de magnitud superior o igual a 2, de las 3915 réplicas totales registradas. Se observa como se distribuyen en una nube orientada N105°, con una rama en la zona oeste orientada N310°. Los datos fueron cedidos por el Dr. Arefiev.

La rama norte, de 30 kilómetros de longitud, presenta terremotos con una profundidad entre 5 y 15 kilómetros. La serie de réplicas muestra tres grandes sismos: el 29 de abril ($M_s = 6.1$) y el 5 de mayo ($M_s = 5.4$), con un mecanismo focal similar a la sacudida principal, de tipo inverso y con la orientación del plano de falla E-O, y una tercera gran réplica el 15 de junio ($M_s = 6.2$), con un mecanismo focal de tipo inverso, pero con una orientación del plano de falla N-S.

5.9.2 Análisis RS de las réplicas de Racha-Dzhava

Por definición, las réplicas deben de presentar una elevada persistencia en su ocurrencia temporal, puesto que son consecuencia del terremoto principal y aparecen como un fenómeno de cascada. Esto implica que la correlación entre ellas es directa, debiendo mostrar un valor de H cercano a 1.

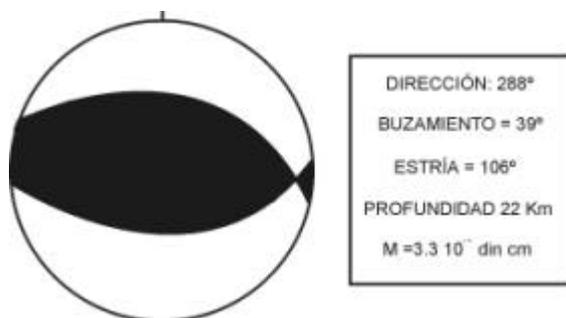


Figura 5.9.4 Mecanismo focal del terremoto de Racha según la base de Harvard.

Desde un punto de vista sismológico, existen dos teorías que explican como se produce un terremoto a lo largo del plano de falla, en función de umbrales energéticos: la *teoría de barreras* (Das y Aki, 1977) y la *teoría de asperezas* (Lay y Kanamori,



1981). Ambas, aparecieron para explicar la heterogeneidad en el comportamiento de la falla responsable del terremoto y la distribución de la ruptura a lo largo de la falla.

La *teoría de barreras*, postula que en el plano de ruptura, existen una áreas donde la resistencia a la ruptura es mayor, llegando incluso a frenar su propagación. Desde un modelo de una falla bidimensional con regiones que presentan un diferente valor de deformación, en las zonas de elevada deformación las barreras, podrían detener la ruptura y permanecer sin romper, cuando la ruptura principal salta sobre ellas.

La *teoría de asperezas*, describe la heterogeneidad sísmica como regiones entre terremotos donde se producen liberaciones elevadas de momento sísmico, siendo el terremoto la ruptura de una de estas asperezas. Dentro de este contexto, las réplicas son consecuencia de la variación del estado de esfuerzos a lo largo de la falla principal, activando asperezas y sobrepasando barreras, de tal manera que se registran terremotos de magnitud menor a la principal. Por tanto, las réplicas constituyen un proceso de relajación de esfuerzo acumulado a lo largo del plano de falla.

La figura 5.9.5 muestra la escalera de Benioff del conjunto de las 3915 réplicas de Racha. La tendencia general de liberación de energía se atenúa en el tiempo hasta el final de la actividad. Sin embargo esta escalera de Benioff presenta una peculiaridad, una gran réplica a mitad de la misma que reactiva la liberación de energía en varios órdenes de magnitud.

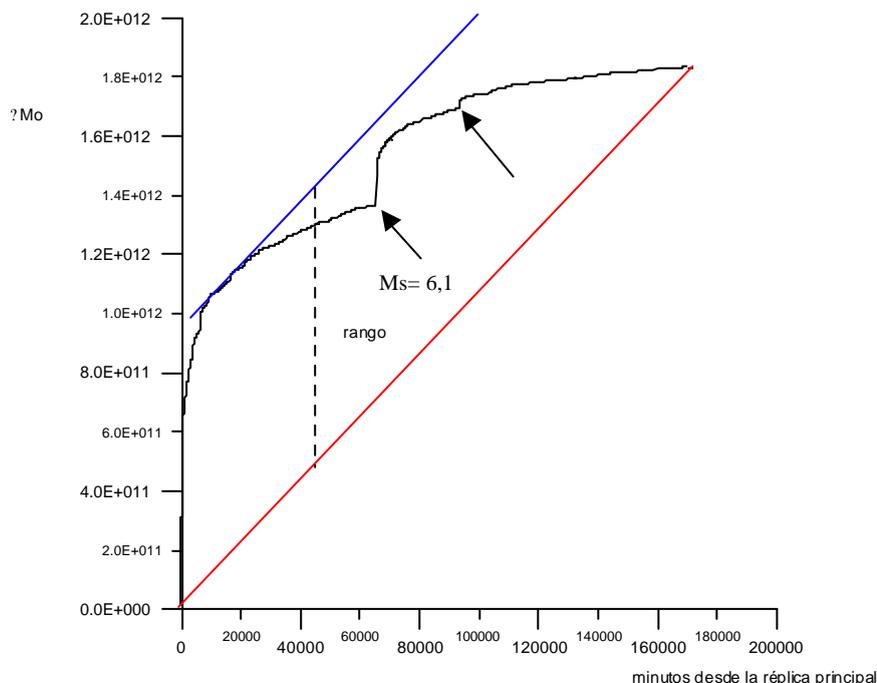


Figura 5.9.5. Escalera de Benioff de la serie de réplicas de Racha. Se observa una atenuación en la liberación de energía acumulada. Los valores acumulados aparecen en dinas por cm, mientras que el tiempo está en minutos, ya que muchas réplicas aparecían con la misma hora. La aparición de la gran réplica del 15 de junio ($M_s = 6.1$) reactiva la escalera de Benioff. Una escalera de Benioff estándar para una serie de réplicas muestra un proceso atenuado sin reactivación. El rango es de $10^{23.1}$ d/cm, $M=4.7$.

La gran réplica del 15 de junio, de magnitud $M_s = 6.1$, reactiva la escalera de Benioff, produciendo de nuevo una segunda atenuación. Esta escalera del diablo está

compuesta por réplicas y réplicas de réplicas, disparadas por la actividad del primer conjunto de réplicas.

El primer conjunto de réplicas, determina el valor del rango superior. Los datos de liberación de energía están en *dinas/cm*, mientras que el tiempo aparece en minutos desde la sacudida principal. De la serie analizada, ha sido suprimido el terremoto principal, puesto que se escapa de escala sobre el resto de sacudidas, además de que perturba el principio de la serie temporal.

Análisis de RS secuencial

Observando el diagrama POX (Figura 5.9.6), aparece un comportamiento potencial claro entre el rango RS y el tiempo, a partir del primer día de registro y con una única tendencia. Esto indica la persistencia de la serie desde el momento inicial. También se observa un salto en la gráfica, y que coincide en el diagrama GEOS (Figura 5.9.7a) y en la aproximación de Mandelbrot y Wallis (Figura 5.9.7b). La posición temporal de esta perturbación, coincide con la gran réplica del 15 de junio, de magnitud 6.1.

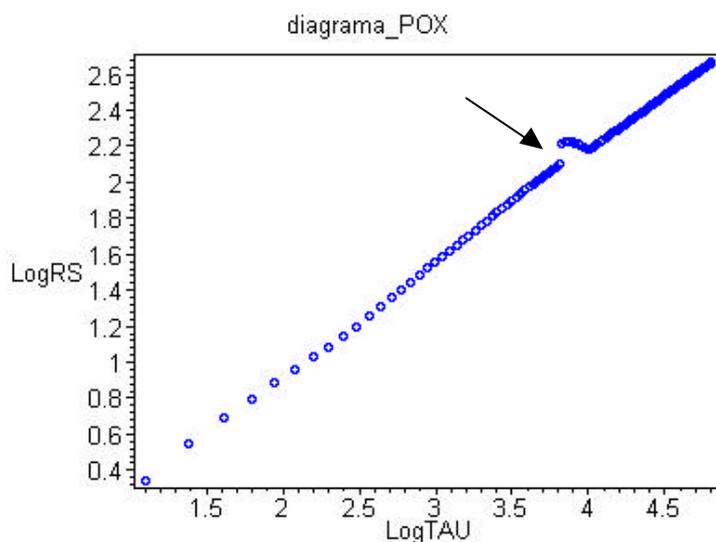


Figura 5.9.6 Diagrama POX del análisis RS secuencial de las réplicas del terremoto de Racha-Dzhava. Se observa un comportamiento potencial claro y definido, con una perturbación en la parte central, debida a la gran réplica del 15 de junio de 1991, 47 días después de la sacudida principal.

El gráfico GEOS aparece siempre dentro de un comportamiento persistente a partir de los primeros dieciséis días de registro, mostrando la perturbación de la gran réplica con una duración de 10 días.

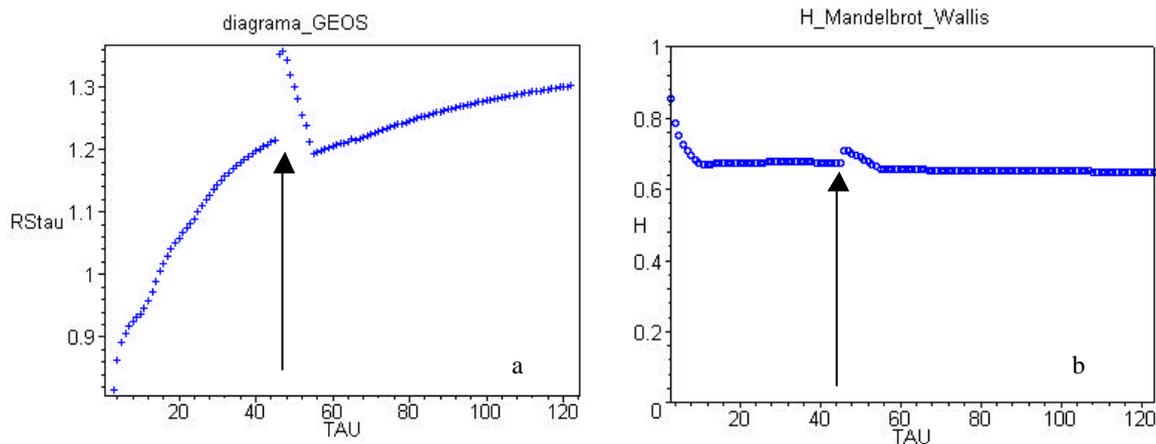


Figura 5.9.7 (a) Diagrama GEOS del análisis RS secuencial de las réplicas del terremoto de Racha-Dzhava. Se observa que el comportamiento de la serie es persistente a partir de los dieciséis primeros días de registro. La perturbación de la gran réplica del 15 de junio, provoca un salto en la curva, y un reajuste de diez días sobre la tendencia principal, aunque desplazada inferiormente. Sin embargo, la rápida recuperación de la serie, sobre el día 54 desde la sacudida principal, indica que tal vez esta perturbación sea debida a problemas de detección de la red. (b) Aproximación de Mandelbrot y Wallis: el valor del exponente de Hurst es de 0.62, apareciendo también un salto debido a la perturbación local de la gran réplica.

El valor del exponente de Hurst es de 0.62 (Figura 5.9.7b), menor que los valores obtenidos para series sísmicas de terremotos principales, 0.79 aproximadamente. Esto indica que, este conjunto de réplicas es menos persistente que la sismicidad instrumental ibero-magrebí, lo cual resulta sorprendente desde un punto de vista dinámico y fenomenológico. Incluso es similar al obtenido por la serie sísmica generada por el autómatas celular de Cisternas-Rivera (0.62) descrito en los apartados anteriores.

5.9.3 Exponente de Hurst de las réplicas del terremoto de Izmit, $M_w=7.6$ (1999, Turquía) y análisis de la subdivisión de las réplicas de Racha

Existe un análisis precedente sobre el fenómeno de Hurst aplicado en una serie instrumental de réplicas de terremotos. El valor del exponente de Hurst obtenido para las réplicas del terremoto de Izmit de magnitud 7.61, es de $H = 0.96$ (Figura 5.9.8), muy cercano a 1 (Figura 5.9.9 y 5.9.13) (Polat, 2002, Polat et al., 2002). Esto indica que presentan una fuerte persistencia, más acorde con la naturaleza y fenomenología de las réplicas.

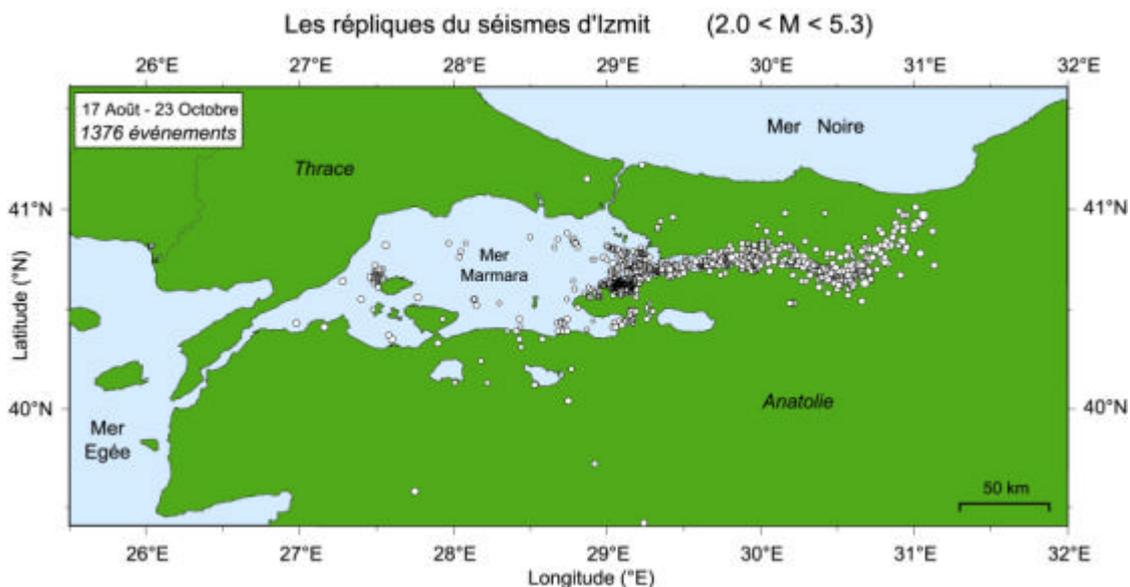


Figura 5.9.8 Distribución espacial del conjunto de réplicas del terremoto de Izmit (17-9-1999). Con permiso de Polat, 2002.

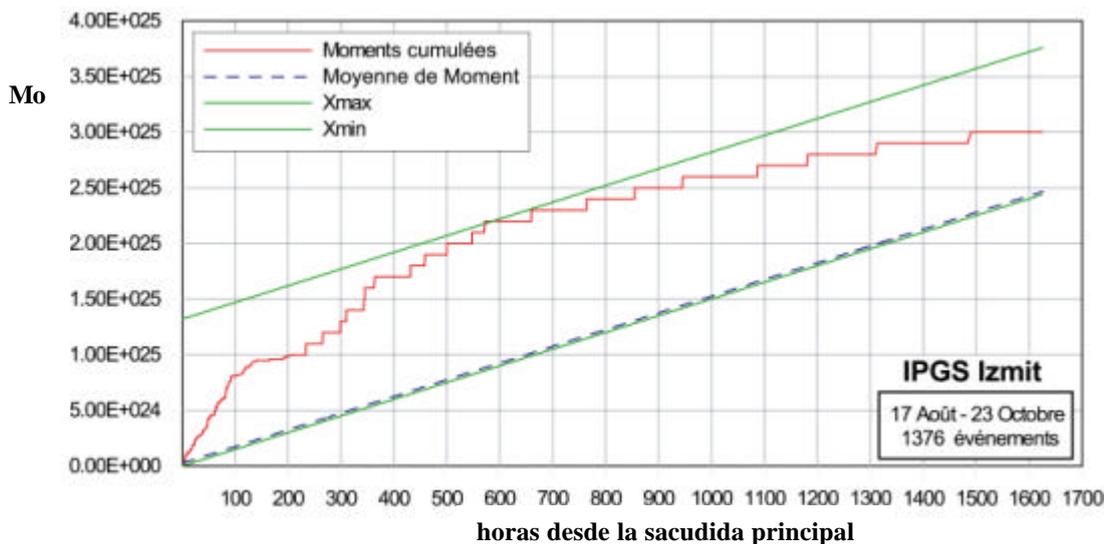


Figura 5.9.9 Escalera de Benioff de las réplicas de Izmit. Con permiso de Polat, 2002

La figura 5.9.9 muestra la escalera de Benioff de las réplicas de Izmit. Se observa una curva decreciente en el tiempo sin la presencia de una gran réplica en su transcurso. Este esquema es el habitual en la representación de acumulados de energía liberada debido a las réplicas, es un esquema de relajación posterior a la sacudida principal.

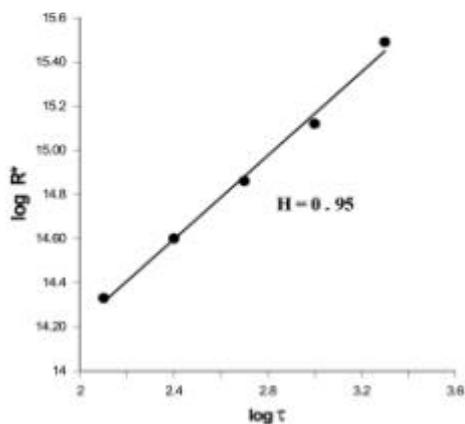


Figura 5.9.10 Diagrama POX de las réplicas de Izmit. El valor de H es 0.95, fuertemente persistente. Modificado de Polat, 2002.



El valor del exponente de Hurst, $H = 0.96$ (Figura 5.9.10), indica una fuerte persistencia en la serie. Existe una fuerte relación entre una réplica y sus precedentes. Esto está de acuerdo con los modelos teóricos propuestos para la génesis de réplicas, tal y como se han resumido anteriormente. Sin embargo, el conjunto de réplicas de Racha presenta un valor de H más bajo, cercano a 0.7. ¿Cuál es el motivo de que la serie aparezca perturbada?. Pensando que la gran réplica puede perturbar el sistema, se dividió en dos conjuntos de réplicas, Racha1 y Racha2, atendiendo a dos procesos distintos.

La principal diferencia que presenta el conjunto de réplicas de Racha, frente al conjunto de réplicas de Izmit, es la gran réplica de $M = 6.1$ que aparece a mitad de registro temporal (Figura 5.9.5).

Para analizar su influencia sobre el grado de correlación temporal, se dividió la serie temporal en dos conjuntos, Racha 1 y Racha 2 (Figura 5.9.11a y 5.9.11b). Sobre estos dos conjuntos, se realizó un análisis RS promediado, con el fin de determinar el exponente de Hurst.

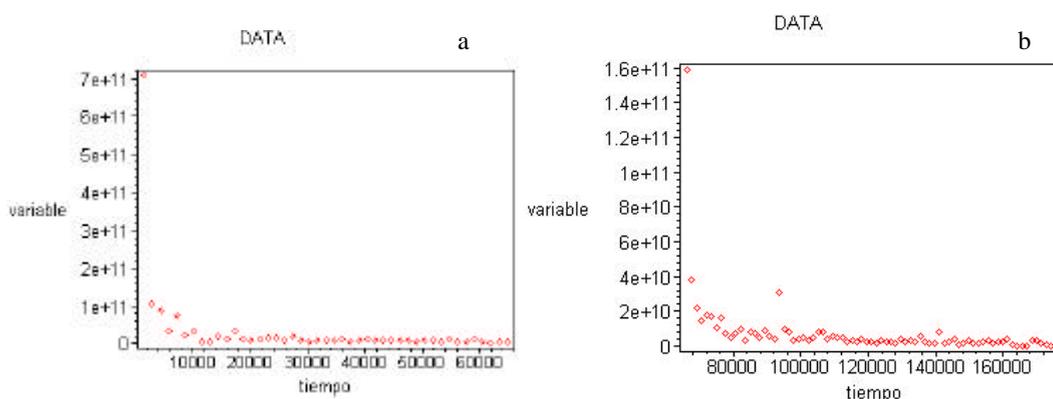


Figura 5.9.11 (a) Conjunto de réplicas Racha 1. (b) Réplicas Racha 2. En este conjunto se ha incluido la réplica principal.

La figura 5.9.12a y 5.9.12b muestra las escaleras de Benioff que se obtienen en ambos conjuntos. En el conjunto de réplicas de Racha 1, se obtuvo un $H = 0.82$, mientras que en Racha 2, el valor de H es de $H = 0.86$, medido a partir del diagrama de Mandelbrot-Wallis (Figura 5.9.13a y 5.9.13b), y para el caso promediado.

Tanto el diagrama GEOS, como el POX, muestran un comportamiento persistente, e incluso, eliminando los intervalos menores, aumentaría el valor de H . Quizás este efecto sea debido a la influencia de la parte transitoria inicial.

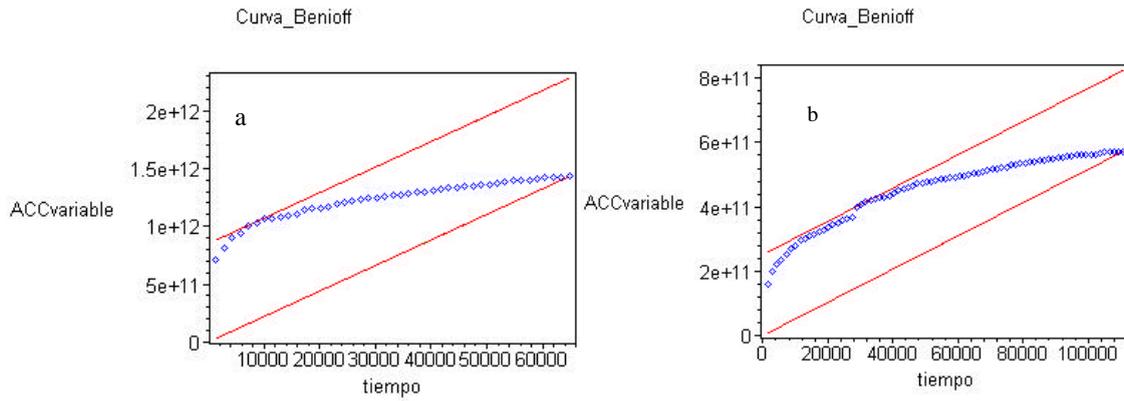


Figura 5.9.12 (a). Escalera de Benioff para el conjunto de réplicas Racha 1.(b) Escalera de Benioff para el conjunto de réplicas Racha2.

En definitiva, el valor de H en las réplicas es fuertemente persistente, con valores cercanos al 1, aunque fuertes réplicas dentro de 1 serie temporal perturban el sistema disminuyendo el valor de H (Cisternas et al., 2002). Además, calculando el valor (?) del exponente de la ley de escalado entre la densidad espectral con la frecuencia, se observa como pasa de un valor inicial de $? = 0.4$ a $? = 0.6$, para ambos subconjuntos (Figura 5.9.14a y 5.9.14b). De esta manera, pasa a ser fuertemente persistente.

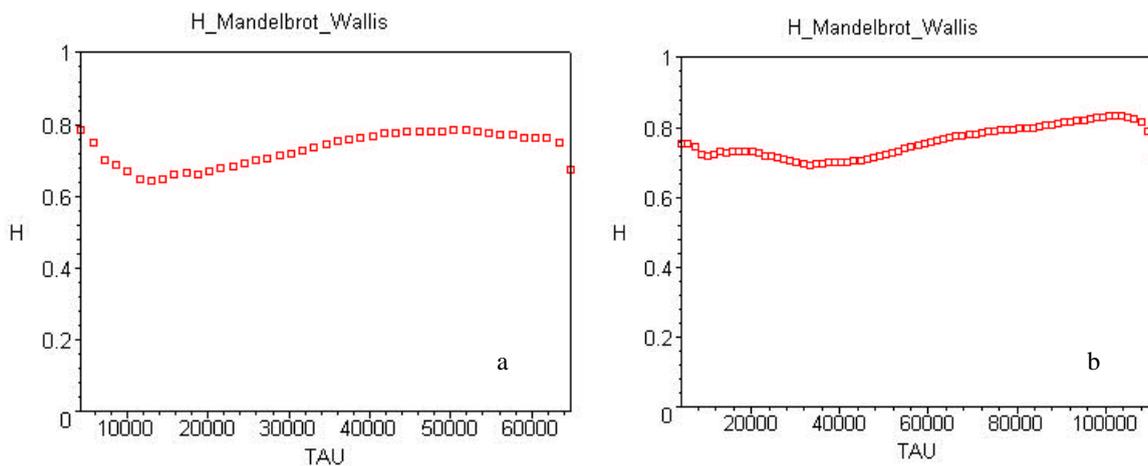


Figura 5.9.13 (a) Valor del exponente de Hurst para Racha1, $H = 0.82$. (b) Para el conjunto de Racha 2, $H = 0.86$. Ambos se obtienen desde el diagrama de Mandelbrot y Wallis.

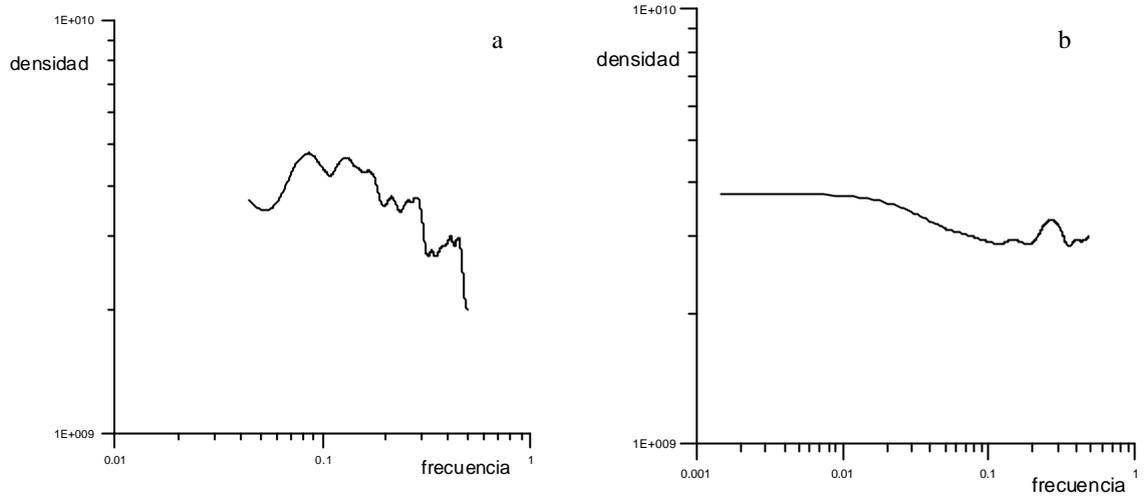


Figura 5.9.14 (a) Densidad espectral de los conjuntos de réplicas Racha1 y (b) Racha2

5.10 Auto-organización de terremotos en el Mar de Mármara

Una de las aplicaciones del fenómeno de Hurst es el trabajo llevado a cabo en el *Institut de Physique du Globe* de la *Universidad Louis Pasteur* de Estrasburgo (Polat, 2002). En sucesivas campañas de campo en la rama norte de la falla de Anatolia (Turquía) y que incluyen el terremoto de Izmit (1999), se recopiló información sobre las rupturas superficiales debidas a sucesivos terremotos durante el siglo XX a lo largo de la falla, así como la información acerca de la ruptura y registro de réplicas del terremoto de Izmit (1999).

5.10.1 Tectónica Regional

La rama norte de la Falla de Anatolia constituye una fractura con una longitud de 1500 Km de tipo desgarre dextro, orientada E-O, aproximadamente, limitando por el norte el Bloque de Anatolia (Figura 5.10.1)

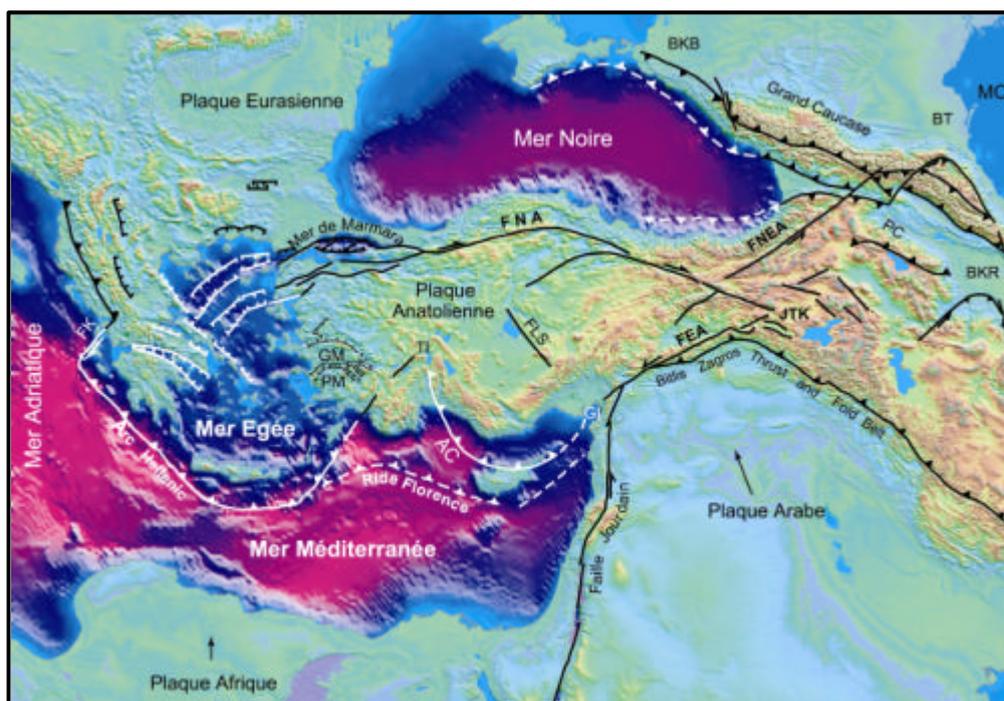


Figura 5.10.1 Esquema tectónico de la zona de colisión entre la Placa Arábiga (Plaque Arabe) con la Plataforma Rusa, expulsando hacia el O la Placa de Anatolia (Plaque Anatolienne) y levantando la cordillera del Cáucaso. La Falla Norte de Anatolia limita al norte la placa de Anatolia entrando en el Mar de Mármara, cerca del Bósforo (FNA), ramificándose también hacia el E (FNEA y FEA). En conjunto es una zona de transición entre un régimen en desgarre con un régimen normal al N del Mar Egeo (Egée), el cual está limitado al S por la zona de subducción del Arco Helénico. AC: Arco de Chipre, BKB: Kuban, BKR: Kura, BT: Terek, FLS: Falla del Lago Selli, MC Mar Caspio. Por cortesía de A. Cisternas (Polat, 2002)



La parte occidental de la rama norte de la Falla de Anatolia (Región de Mármara) se encuentra en una zona de transición entre un régimen tectónico de cizalla de la Falla del Norte de Anatolia y el de extensión correspondiente al Mar Egeo (Polat, 2002)

5.10.2 Terremotos a lo largo de la Falla del Norte de Anatolia

La actividad reciente de esta falla comenzó con el terremoto de Erzincan en 1939, de magnitud $M = 7.9$, con una rotura superficial de 360 Km (Parejas et al., 1942). Posteriormente la actividad continuó una serie de eventos cuya ocurrencia presentaba una migración hacia el oeste de la falla durante los años 1942, 1943, 1944, 1951 y 1967 (Barka, 1996). Con anterioridad a estos eventos ocurrió la ruptura de la parte más occidental de la rama norte de la falla de Anatolia en la Península de Gallipoli en 1912 (Ambrasseys y Jackson, 2000). De esta forma, aparece una laguna sísmica (*gap*) en la zona comprendida entre el sismo de Gallipoli de 1912 y el de 1967 (Toksöz et al, 1979, Ambrasseys y Finkel, 1987).

Esta laguna sísmica incluye la región donde se produjo el terremoto de Izmit y el terremoto de Düzce en 1999, ambos en la FNA, y otra región que todavía no ha roto estructurada como tres cuencas de tipo *pull-apart* que limitan el borde norte del Mar de Marmara (Barka y Kadinsky-Cade, 1988; Figura 5.10.2)

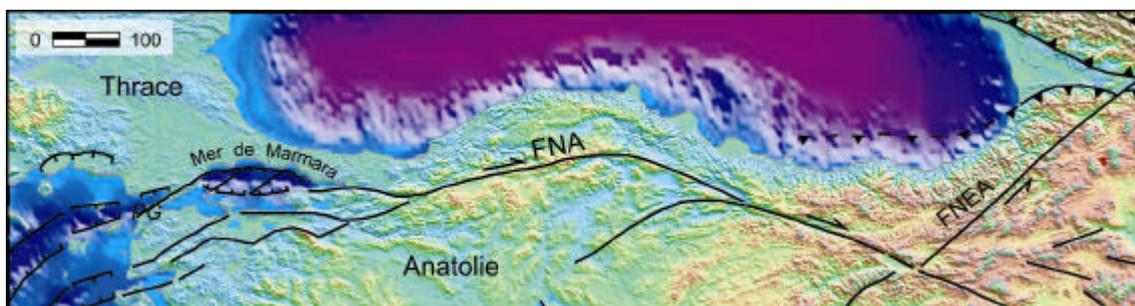


Figura 5.10.2 Detalle de la rama norte de la falla de Anatolia y las cuencas *pull-apart* del Mar de Marmara. Por cortesía de A. Cisternas (Polat et al., 2002)

5.10.3 Laguna Sísmica, segmentación y curvas de Benioff

La figura 5.10.3 muestra en la parte inferior el conjunto de las rupturas a lo largo de la rama norte de la Falla del Norte de Anatolia (FNA) con los terremotos principales desde 1939, indicando en la gráfica superior los diferentes segmentos y la fecha en que ocurrieron. Se observa una migración de la rotura hacia el oeste debida al empuje de la Placa Arábica, con un *gap* sísmico en la zona del Mar de Mármara. También se observa hacia el este el terremoto reciente de Erzincan de 1939.

Las mayores roturas corresponden a los 350 Km del terremoto de Erzincan en 1939, 250 Km en la ruptura de 1943 hacia el oeste y de otros 150 Km en 1999 de nuevo en Izmit.

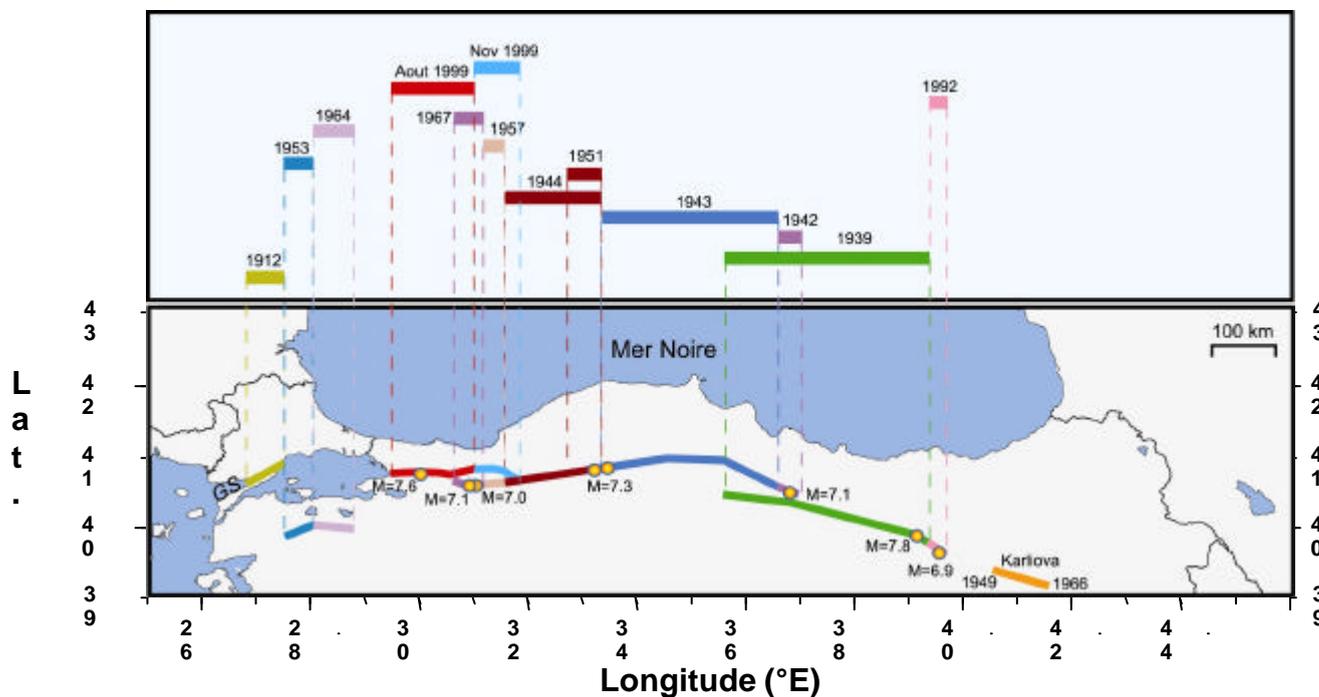
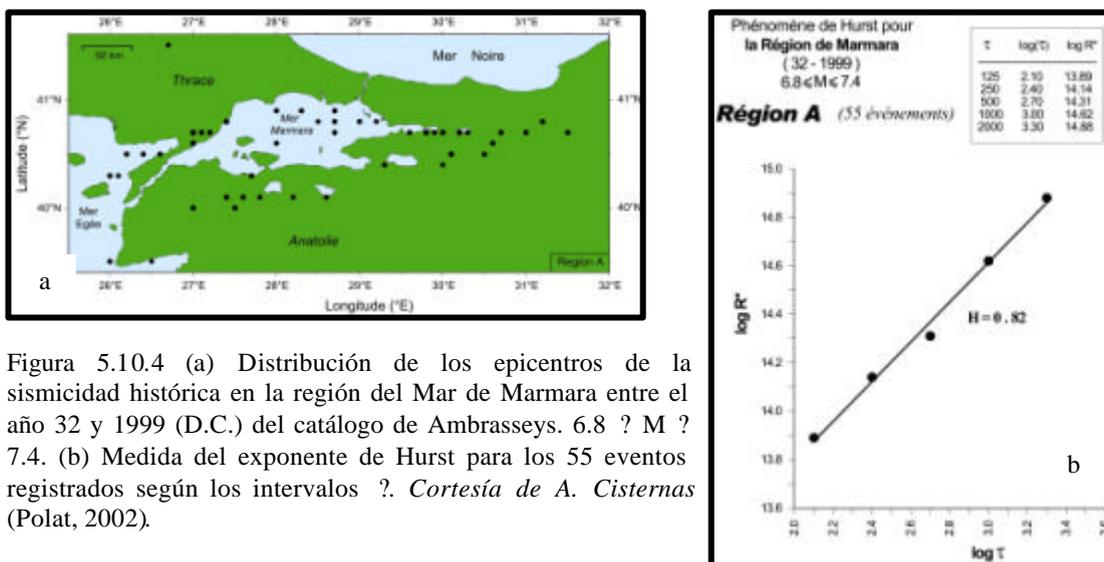


Figura 5.10.3 Secuenciación de la ruptura superficial a lo largo de la Falla del Norte de Anatolia y terremotos asociados. Cortesía de A. Cisternas (Polat, 2002). Mer Noire : Mar Negro

La sismicidad histórica de la zona comprendida entre los años 32 y 1999 (D.C.) del catálogo de Ambrasseys muestra una distribución a lo largo de la Falla del Norte del Anatolia y en la zona adyacente al Mar de Marmara para terremotos de magnitud $M > 6.8$ (Figura 5.10.4a) con un valor del exponente de Hurst de $H = 0.82$, mostrando una fuerte persistencia en la tendencia de la serie (Figura 5.10.4b).





La curva de liberación de momento sísmico acumulado correspondiente a la sismicidad histórica (55 eventos) de la región de Mármara, muestra una escalera de Benioff con un rango de 1.2×10^{28} din/cm, encontrándose actualmente con un valor en acumulado separado por 3.7×10^{27} din/cm del rango máximo (Figura 5.10.5).

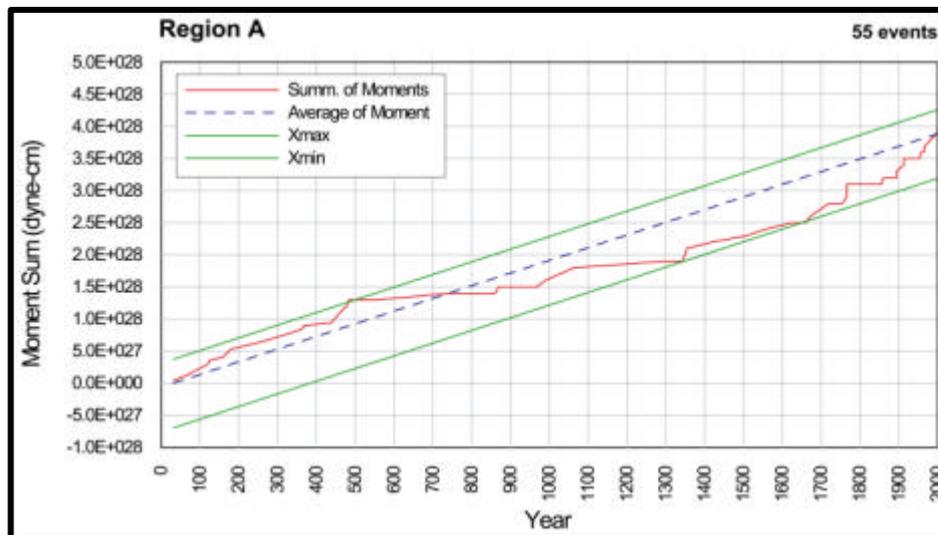


Figura 5.10.5 Escalera de Benioff para la sismicidad histórica en la región de Marmara entre el año 32 y el año 1999 (D.C.) del catálogo de Ambrasseys para terremotos $6.8 < M < 7.4$. Cortesía de A. Cisternas (Polat, 2002).

Polat et al. (2002) encontraron que sustituyendo esta cantidad restante en la ecuación 3.6, se obtiene una magnitud de momento $M_w = 7.6$, lo que equivale a una ruptura en superficie de unos 150 Km aproximadamente. Atendiendo a que la laguna sísmica en el Mar de Marmara afecta a un segmento de 150 Km de longitud, el análisis de Hurst indica que es posible esperar una próxima ruptura en la zona: o bien una ruptura de la totalidad del margen norte del Mar de Mármara mediante un terremoto de magnitud $M = 7.6$ (según Le Pichon et al., 2002), o bien rompiendo con tres terremotos distintos de magnitud $M = 7$ de 50 Km de largo cada uno, que corresponden a las tres cuencas de *pull-apart* del norte del Mar de Mármara, definidas por Barka (1992).

5.11 Fenómeno de Hurst, Dinámica CAO y Predicción Sísmica

Tal vez el primer suceso que mostró la incapacidad de predicción de aquellos fenómenos naturales que la ciencia puede describir, fue el terremoto de Lisboa en 1755. Probablemente mucho antes, el hombre empezó a preocuparse por la prevención y mitigación del fenómeno sísmico. Existen evidencias sobre culturas precolombinas mexicas, concretamente los Purépechas (Tarascos), los cuales intentaban evitar las sacudidas telúricas colocando gigantescos bloques de basalto (3x2 metros, aproximadamente) sobre las roturas superficiales que generaban los terremotos en el lago de Pátzcuaro durante el año 1000 a. d. C., Michoacán (México) (Rodríguez-Pascua y Garduño-Monroy 2003, inédito). Seguramente lo único que pretendían era calmar la ira de *Huitzilopozchtli* sin recurrir a sacrificios humanos.

En este apartado se aborda, desde un punto de vista dinámico, el comportamiento no-lineal de las series temporales sísmicas, con el fin de conocer el grado de predicción de grandes terremotos.

Partiendo de un fenómeno de criticalidad auto-organizada (CAO), el grado de predicción de un suceso aislado es nulo, no hay una longitud espacio temporal característica (Bak y Tang, 1989), entendiéndolo como el saber *dónde*, *cuándo*, *como* y *cuanto*. Esto es consecuencia de la autosimilitud que presentan los terremotos.

Además, el hecho de que la sismicidad presente siete grados de libertad, imposibilita el reconstruir el atractor en el espacio de fases, más aún al no poder reducir el proceso, desde un punto de vista dinámico, a un caos bajo-dimensional (Pérez-López y Paredes, 2002b), tal y como se discutió en el capítulo 4.

Sin embargo, ¿dónde se encuadra la correlación temporal a largo plazo?. En los apartados anteriores se ha demostrado que un terremoto influye en los terremotos precedentes, para la misma serie sísmica. ¿Es posible aplicar éste análisis en predicción sísmica a largo plazo?. ¿Cuál es el grado de información que podemos obtener del sistema?.

Generalmente, la predicción sísmica se aborda desde dos perspectivas o enfoques principales (Bernard, 1999):



- (1) Enfoque mecanicista o modelo estadístico: descripción de la sismicidad como un fenómeno no lineal, sistema caótico con un elevado número de grados de libertad (Bak, 1996).
- (2) Enfoque geodinámico desde la observación geológica y geofísica: análisis de fallas activas y estudio de precursores tales como deformaciones previas del terreno, fallas activas, terremotos que preceden a la sacudida principal, etc... (e.g. Schwartz y Coppersmith, 1984).

Los enfoques mecanicistas están basados en los fenómenos de Criticalidad Autoorganizada (CAO) (Bak y Tang, 1989). Este modelo señala la imposibilidad de predicción sísmica de un evento aislado, aunque este hecho no mitiga la información que aporta en la prevención.

El modelo geodinámico está basado en las denominadas inestabilidades corticales (Bernard, 1999), que a su vez constan de una serie de precursores tales y como deformaciones previas del terreno (Gladwin et al., 1994), quiescencia sísmica (Wyss y Martirosyan, 1998), terremotos precursores (Dodge et al., 1996), variaciones de presión de fluidos, etc. (Roeloffs et al, 1989).

A día de hoy, el modelo geodinámico nunca han predicho con éxito un gran terremoto, lo que provoca cierta desconfianza su utilidad tanto en la sociedad en general como en el resto de la comunidad científica. Por otro lado, el modelo mecanicista implica de forma inherente que no es posible realizar la predicción de un fenómeno aislado, puesto que una pequeña perturbación puede provocar, o bien nada, o bien un gran evento.

¿Cómo entiende la comunidad científica la predicción en sismología?. Básicamente se manejan cuatro estados de predicción en terremotos:

- 1- *Predicción independiente del tiempo*: este tipo asume que los terremotos ocurren de forma aleatoria en el tiempo, con una distribución de Poisson. Para realizar predicciones sobre actividad sísmica utilizan trabajos de campo sobre fallas activas o potencialmente activas, series sísmicas históricas, determinando recurrencias sísmicas dentro de la escala temporal geológica, tasa de movimiento sobre el plano de falla, etc. Para estos análisis se recurre a técnicas de microtectónica, estudio de imágenes satélite, uso de GPS para determinar tasas de deformación etc (Reiter, 1991), paleosismología

(Rodríguez-Pascua et al., 2003), etc. Estos cálculos se utilizan para construir mapas útiles de peligrosidad sísmica aplicada en construcción y diseño de edificios con norma sísmica, además de su aplicación en la estimación de seguros en zonas de riesgo sísmico. Por ejemplo, según este modelo es posible afirmar que durante el año que viene, España presentará menos actividad sísmica que Japón.

- 2- *Modelos dependientes del tiempo*: este modelo acepta un grado de incertidumbre en la predicción temporal del terremoto, donde la peligrosidad es un parámetro que varía en el tiempo. Las variables en este caso se definen mediante comportamientos lineales, incrementándose el valor de la peligrosidad según aumenta el tiempo desde el último gran evento (Shimazaki y Nakata, 1980). A partir de aquí se define el terremoto característico como el más probable asociado a una falla activa o segmento de la misma, dependiendo este valor de datos geológicos de campo y de la sismicidad histórica registrada (Schwarz y Coppersmith, 1984). Sin embargo, la tendencia de los terremotos a agruparse en el espacio y en el tiempo incluye la posibilidad de que la peligrosidad sísmica disminuya con el tiempo (Davis, et al, 1989), lo que en cierto modo contradice las asunciones iniciales. Las variables que incorpora este modelo a la norma sísmica son tiempo dependientes.
- 3- *Predicción de terremotos aislados*: este enfoque de la predicción está basada en funciones de probabilidad de precursores sísmicos que no tienen porqué configurar un modelo realista. Los parámetros involucrados en este modelo son la magnitud, el tiempo y la localización de los terremotos. Además, la función de probabilidad incorpora un parámetro de error, el cual se va calibrando según se adquieren más datos sobre la zona. Sin embargo, no existe un protocolo de precursores que pueda aplicarse en cualquier zona con un porcentaje de éxito aceptable (Scholz, 1990).
- 4- *Modelo de predicción determinista*: este modelo propone el que los terremotos son inherentemente predecibles, tanto en localización como en tamaño y tiempo, y dentro de un intervalo temporal que permita la evacuación eficaz de las zonas afectadas. Este grado de predicción no refleja



la dinámica sísmica al ser contrario a la esencia del CAO y cuenta con mas adeptos dentro de la comunidad civil que en la comunidad científica.

De estas perspectivas y grados de predicción sísmica, se ha alcanzado el grado 1 y el grado 2 durante el tercio final del siglo XX, incorporando cada vez mas información geológica y geofísica sobre fallas activas y terremotos acaecidos en el siglo XX y técnicas no lineales (e.g. Polat et al, 2002).

Después de esta breve introducción al problema, se revisan las definiciones del ciclo sísmico, los periodos de mayor y menor intensidad sísmica. Seguidamente, se encuadrarán, desde un esquema cronológico, los intentos de predicción sísmica en áreas concretas de la Tierra, a partir de gráficos de energía liberada y deformación acumulada en el terreno.

5.11.1 Concepto de Ciclo sísmico

El término ciclo sísmico, hace referencia a los procesos de carga y relajación de esfuerzo responsables de los terremotos. Sin embargo, este término podría interpretarse, de forma equívoca, como periodicidad en la fenomenología temporal sísmica. El ciclo sísmico viene relacionado con el *ciclo de carga*, siguiendo la tónica de entender la naturaleza como un proceso cíclico. La primera referencia sobre el ciclo de carga en una falla es debida a Reid (1910).

En este trabajo, el autor presenta la teoría del rebote elástico sobre el terremoto de California en 1906, en la cual, un terremoto aparece como resultado de una relajación brusca e instantánea de la deformación elástica, que se transforma en ruptura a lo largo de la falla de San Andrés. El modelo de *Reid* se aplicó sobre un sistema linear elástico, proponiendo un patrón de acumulación de la deformación que es contrario al patrón de liberación de esfuerzo, pero con interacción entre ambos.

Según este modelo, propuso una técnica de predicción de terremotos a partir de la medida de deformación del terreno a lo largo de la falla, esperando que la deformación acumulada coincidiera con la que dio lugar al terremoto previo. De esta manera, mediante la monitorización geodésica del terreno se podría estimar la siguiente ruptura del terreno. El concepto de recurrencia de grandes terremotos para Reid, es periódico y predecible en el tiempo.

El ciclo sísmico se expresa en cuanto a deformación cortical según cuatro fases: *presísmica*, *cosísmica*, *postsísmica* e *intersísmica* (Scholz, 1990). Estas cuatro etapas se definen a partir de observaciones geodésicas de deformación del terreno aunque por ahora, ningún ciclo completo ha sido observado en ningún sitio. Lo interesante de esta clasificación para nuestros propósitos es su comportamiento temporal. La figura 5.11.1 muestra el gráfico de deformación según la distancia a la falla de San Andrés *versus* el tiempo desde el último terremoto en años. Los datos representados aparecen en la tabla IV (Thatcher, 1983).

Este gráfico muestra la transición desde la fase postsísmica a la fase intersísmica (Figura 5.11.1a). Sin embargo, en un diagrama bilogarítmico (Figura 5.11.1b), ¿cómo distinguimos la transición entre ambas fases?, ¿es posible que se dispare un terremoto en la fase postsísmica que haga comenzar de nuevo el ciclo de carga?

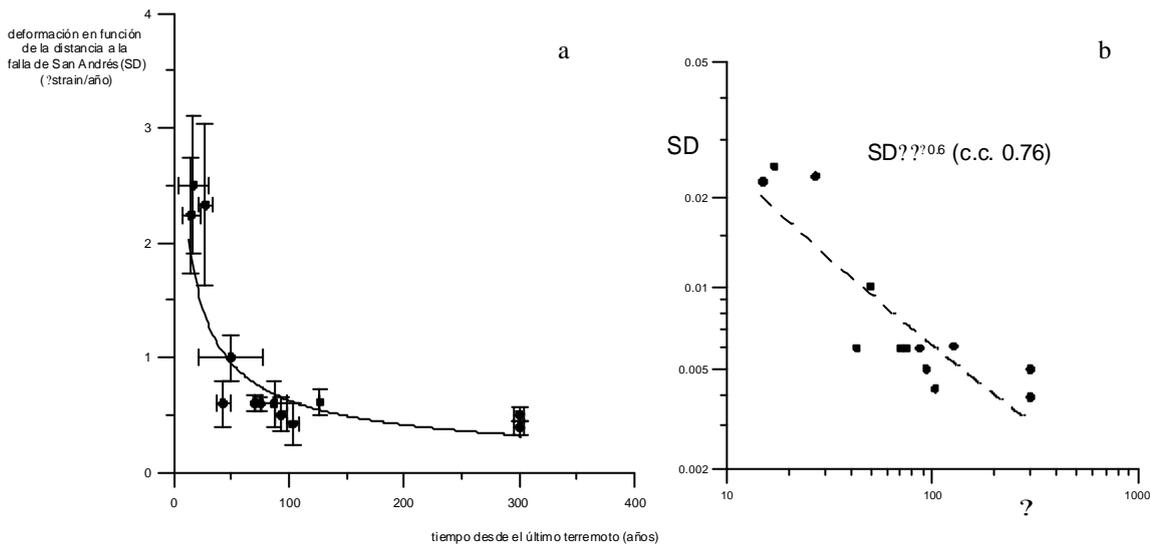


Figura 5.11.1 (a) Diagrama de deformación en función de la distancia a la falla de San Andrés, en función del tiempo desde el último terremoto. Modificado de Scholz (1990). (b) Representación bilogarítmica del mismo gráfico. Aparece un comportamiento según una ley de potencia para la deformación en el tiempo.

Estas preguntas son difíciles de contestar, y más aún debido al hecho de que hay una relación potencial entre ambos parámetros:

$$SD \approx t^{0.6} \tag{5-17}$$

A partir de un comportamiento lineal entre el índice SD (deformación en función de la distancia en la falla), frente al tiempo desde el último terremoto, es muy difícil



distinguir cuando la falla alcanza la fase intersísmica desde la postsísmica, con lo que reconocer un ciclo completo sigue siendo dificultoso.

Sin embargo, desde el punto de vista mecánico la evolución de una falla activa es bastante interesante, al interactuar directamente con sus características geológicas, como por ejemplo el movimiento anual de la falla, si ésta presenta fenómenos de arrastre (*creeping*), y la deformación acumulada por año. El problema, vuelve a ser la escasez de registro temporal junto con la escasez de modelos teóricos adecuados para estudiar la dinámica falla-terremoto.

Otros trabajos de análisis de ciclos de actividad sísmica frente a periodos de actividad decreciente, es el realizado por Keilis-Borok y Rotwain (1990) y Kagan y Jackson (1991). Mediante análisis estadísticos de tipo *clustering*, combinados con la generación de algoritmos para la predicción de terremotos a largo plazo, utilizando el incremento en la actividad sísmica, o tiempos de probabilidad incrementada, como un precursor para grandes terremotos futuros.

Mediante estos modelos, es posible explicar la influencia de dos terremotos distantes ente sí, aunque en realidad, ambos eventos son causados por el aumento de la tasa de deformación. En consecuencia, este tipo de predicción debe aplicarse en la zona de influencia del ciclo de activación-desactivación.

Este modelo se complementa con la hipótesis sísmica cuasi-periódica o *gap sísmico* (Kagan & Jackson, 1991), donde señalan que no es posible realizar un análisis estadístico estándar para verificar tal hipótesis puesto que el número de grados de libertad es igual al número de datos, aunque los modelos predictivos basados en este modelo si pueden ser comprobados. Estos autores afirman que ambas hipótesis señalan que a mayor tiempo desde el último gran terremoto, igual o mayor es el tiempo de espera a la siguiente sacudida; dicho de otro modo, cuanto mayor tiempo ha pasado desde el último gran terremoto, mas alta es la probabilidad de comenzar un periodo de calma sísmica.

Estos autores, además, subdividen la predicción sísmica según los procesos de ruptura, en vez de medidas de escala temporal de ocurrencia de terremotos: (1) carga dinámica debida a la propagación de la ruptura, (2) redistribución inelástica de esfuerzo en la corteza, responsable de los precursores y las réplicas y (3) propagación de esfuerzos en la corteza inferior y el manto, causante de la mayoría de los terremotos.

También Kagan & Jackson (1991) proponen que la predicción a largo plazo debe de estar fundada en la deformación plástica de la corteza inferior y el manto, que

controla lentas variaciones en el índice de actividad sísmica en décadas o miles de años. Señalan que el *clustering* temporal a largo plazo está gobernado por una distribución invariante al cambio de escala, fractal, con un exponente del orden de 0.8-0.9, por lo que la dinámica del manto ha de ser fractal, sin hay evidencias de periodicidades en grandes terremotos someros, intermedios y profundos.

El *clustering* espacio-temporal de los terremotos es un fenómeno universal, donde las variaciones de la sismicidad a largo plazo están gobernadas por una ley potencial, siendo por tanto fractales. Por último, la dimensión fractal sobre el eje temporal para los terremotos indica que la ocurrencia de los terremotos principales está mucho más cerca de un proceso estacionario de tipo Poisson que la secuencia de réplicas sísmicas de terremotos someros.

5.11.2 Recurrencia sísmica y terremoto característico

La recurrencia de terremotos se define como el tiempo entre dos terremotos consecutivos que ocurren afectando al mismo segmento de falla (Scholz, 1990). Siguiendo la analogía con el ciclo sísmico, la recurrencia constituye el periodo de carga. También se define como el valor medio del intervalo entre varios terremotos, en un área con varias fallas activas. Ésta última definición tiene un significado más estadístico y se aplica en estudios de peligrosidad sísmica. Esta última definición se ajusta más a los propósitos del capítulo de esta tesis, puesto que aquí se trata de la sismicidad Ibero-Magrebí, en un caso, con el fin de conocer sus características dinámicas.

La dificultad para aplicar el estudio de la recurrencia sísmica, es la longitud de la serie temporal sísmica, en líneas generales escasas, siendo escasos los catálogos que cubren amplios períodos, en general no van más allá de cien años, y además, para áreas poco remotas (Scholz, 1991, Wyss, 2001). Sin embargo, si la sismicidad en una escala de microplaca tectónica presenta memoria a largo plazo, ¿podemos buscar el tiempo de recurrencia de terremotos ibero-magrebíes para un tamaño dado?.

Para contestar a esta pregunta, empezaremos revisando cuales son los modelos de recurrencia de terremotos que se aplican hoy en día en el análisis de peligrosidad sísmica. Estos, básicamente, son tres: (1) *modelo periódico de Reid*, (2), *modelo predecible en el tiempo* y (3) *modelo predecible en tamaño*: figura 5.11.2a, figura 5.11.2b y figura 5.11.2c, respectivamente (Scholz, 1990).

Estos dos últimos modelos se denominan *Modelos de Benioff-Shimazaki* (Lomnitz, 1991). Utilizando estos modelos, Hugo Benioff en 1950 predijo el gran



terremoto del océano Índico de magnitud 7.5, el cual apareció en 1951 en el lugar que había predicho, aunque ninguna otra predicción hecha por él tuvo lugar (Figura 5.1.1).

Estos modelos fueron utilizados posteriormente por Shimazaki y Nakata (1980) para construir el modelo predecible en el tiempo (Figura 5.11.2b) (Lomnitz, 1990). Tanto el modelo predecible en el tiempo como el modelo predecible en tamaño, son un reflejo el uno del otro.

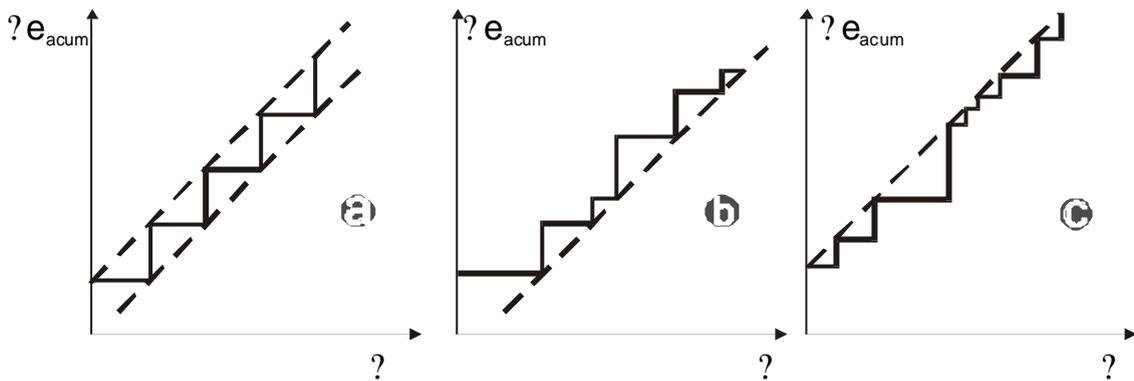


Figura 5.11.2 Modelos simples de recurrencia de terremotos: (a) modelo perfectamente periódico, (b) modelo predecible en el tiempo y (c) modelo predecible en tamaño. Inspirado de Scholz, 1990.

Mediante estos modelos, es posible establecer funciones de probabilidad a la ruptura mediante una distribución de tipo Weibull, el cual puede presentar un caso particular de distribución poissoniana, donde la probabilidad de ocurrencia del terremoto es proporcional con el tiempo desde el último terremoto.

En resumen, el modelo de Benioff-Shimazaki predecible en el tiempo implica que la probabilidad de ruptura es una función del esfuerzo acumulado para cualquier falla, independientemente del punto de ruptura. La distribución de magnitudes sigue una distribución de tipo *Weibull*, con una probabilidad de ruptura lineal con el esfuerzo.

Aplicación para la sismicidad instrumental e histórica Ibero-Magrebí

Como antecedente de este análisis RS a escala microplaca, aparece el trabajo de Ogata y Abe (1991). Estos autores realizan un análisis RS para la serie sísmica del Japón, obteniendo un exponente de Hurst de 0.5. Este valor indica una independencia entre los terremotos del catálogo de Abe. Sin embargo, representaron datos de magnitudes acumuladas (Lomnitz, 1994), las cuales, como hemos dicho anteriormente, no son cantidades aditivas.

Además, Lomnitz señala que la realización del análisis RS en regiones amplias, carece de sentido puesto que se mezclan varias fenomenologías sísmicas. Por otro lado,

es posible analizar la sismicidad a la escala de la microplaca ibérica, comprendida ésta como un sistema que responde a un estado de esfuerzos, esfuerzos que provienen de la convergencia entre las placas tectónicas de África y Eurasia, junto con el empuje de la dorsal medio-atlántica. De esta manera, se utiliza el análisis RS para determinar ciclos de diferente actividad sísmica, y no con el fin de predecir ocurrencia de terremotos. Otro condicionante más, consiste en separar los terremotos en dos grupos, someros y profundos, con el fin de no mezclar patrones de ocurrencia debidos a fenómenos diferentes.

Representando el acumulado de energía liberada para terremotos de magnitud igual o superior a 7 obtenemos un gráfico con cuatro terremotos (Figura 5.11.3), que no sigue ninguno de los modelos anteriores, tal y como se observa si se sigue la línea punteada, que representa el comportamiento para un modelo teórico. Tomando un orden de magnitud inferior (Figura 5.11.4), magnitud mínima de 6, se obtiene una curva que muestra como después del mínimo aparece un sismo de magnitud superior a 8 que marca el inicio de un ciclo de actividad moderada hasta 1983, el cual vuelve a decaer, con tendencia hacia el rango mínimo.

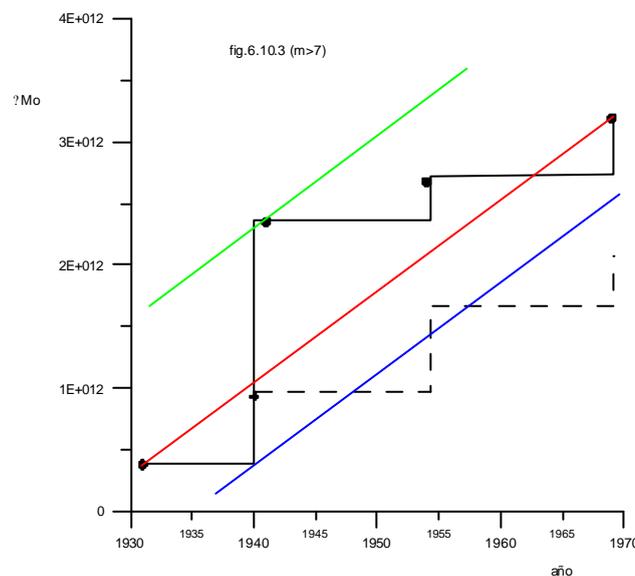


Figura 5.11.3 Gráfico de energía liberada en la Península Ibérica entre 1908 y 1997 para terremotos de magnitud igual o mayor que 7. Se utilizan los valores de momento sísmico ya que la magnitud no es una cantidad aditiva. Las rectas superior e inferior determinan el rango de la serie, mientras que la línea punteada indica un modelo teórico de liberación para terremotos de magnitud igual a 7.

Tomando esta vez terremotos superiores a 5 en magnitud, (Figura 5.11.5), se aprecia como a la figura anterior (Figura 5.11.4) se le añaden cuatro *sub-ciclos* entre los terremotos de magnitud superior o igual a 6 y que corresponden a terremotos entre 5 y 6. De esta manera, se observa a su vez como al disminuir de escala, aparecen *sub-ciclos*



dentro de los ciclos de terremotos mayores. Estos *sub-ciclos* menores corresponden a los intervalos (1941-1955); (1957-1967); (1969-1980) y (1983-1997), obviamente este último, depende de la longitud total de la serie utilizada.

En cualquier caso, la construcción de la escalera de Benioff de la sismicidad instrumental, para la totalidad del registro en tamaño, constituye una superposición de ciclos de mayor y menor actividad a diferentes escalas que ponen en evidencia la autosemejanza del proceso y su dificultad en la interpretación.

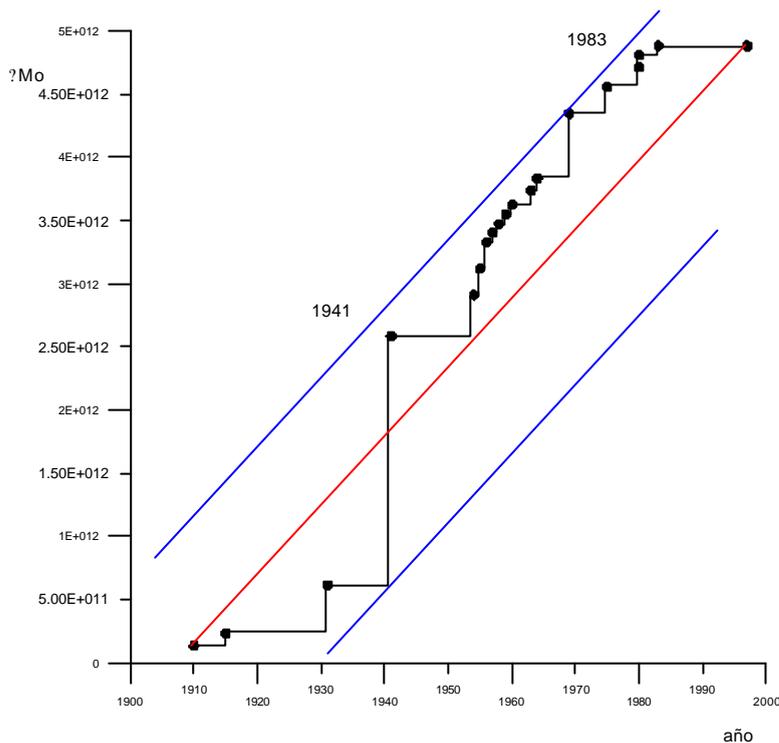


Figura 5.11.4 Escalera de Benioff para la sismicidad instrumental ibérica, para terremotos de magnitud igual o superior a 6. Se observa un período de mayor actividad entre 1941 y 1983, cuando se alcanza el valor donde se sitúa la recta de rango máximo.

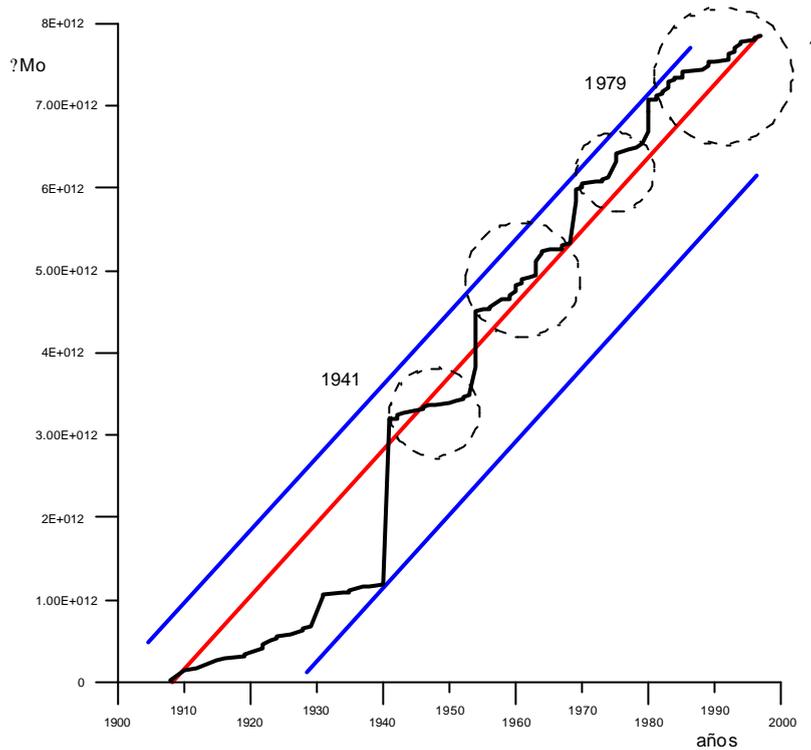


Figura 6.11.5 Escalera de Benioff para sismicidad instrumental de la península Ibérica. Se observan cuatro intervalos temporales separados por grandes eventos. Estos intervalos corresponden entre 1941 y 1955; 1957-1967; 1969-1979 y 1983-1997. Mediante la incorporación en la gráfica de magnitudes menores, hemos generado una escalera de Benioff, incluyendo procesos a diferente escala. De esta manera, observamos la relación entre las diferentes magnitudes los intervalos de ocurrencia.

De hecho, no hay una relación entre la energía liberada y el número de terremotos por año (Figura 5.11.6a y 5.11.6b), lo que indica, otra vez, la independencia entre el patrón de energía liberada y el patrón de número de terremotos en la Península Ibérica.

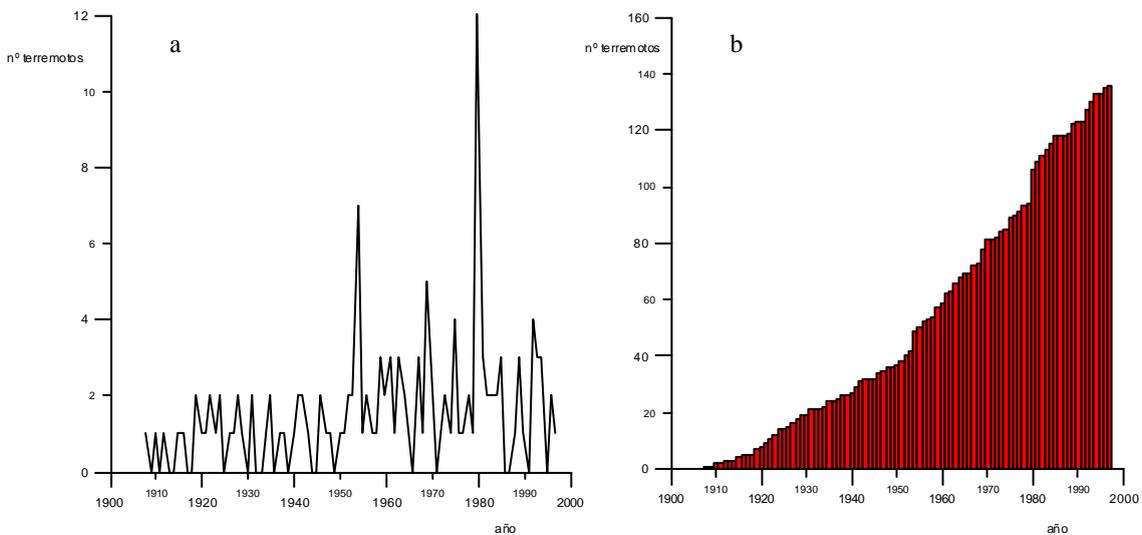


Figura 5.11.6 (a) Número de terremotos por año para magnitudes superiores a 5, de la sismicidad Ibero-magrebí. (b) Histograma acumulado de terremotos para la misma magnitud mínima.



Curva de Benioff y predicción sísmica

Lomnitz (1994) aplicó el análisis de Hurst para estimar la magnitud esperada en una localidad concreta con el objetivo de aplicarla en diseño de edificios. Primeramente determinó el exponente de Hurst de la serie sísmica de la localidad. Este autor toma un valor promedio de $H = 0.72$, estimando el valor del rango en la zona en función del intervalo de tiempo que se vaya a aplicar:

$$R(t) \approx S(t) \approx (a \cdot t)^H \quad (5-18)$$

Donde $R(t)$ estima la energía total en julios, que puede ser liberada en un periodo dado. Asumiendo $S(t)$ constante, se obtiene una medida conservativa para el límite superior del rango, esto es, la magnitud máxima esperada $M(t)$:

$$M(t) \approx 0.75 \cdot \log_{10} R(t) \approx 3 \quad (5-19)$$

Esta fórmula, presentada por Lomnitz (1994), fue aplicada para determinar códigos sísmicos aplicados a la construcción civil y en la estimación de la elevación del coste en el análisis de riesgo sísmico.

Otra aplicación del fenómeno de Hurst en series temporales sísmicas es el realizado por Goltz (1997), con el fin de determinar la anisotropía de la dimensión fractal, concluyendo que el análisis de la anisotropía fractal debe de realizarse de forma diferente al análisis multifractal.

5.11.3 Predicción sísmica a corto plazo

Llegados a este punto es necesario que reflexionemos un poco sobre la *predicción* de una teoría científica, la *comprensión* que brinda el fenómeno descrito y lo que realmente uno espera de ella.

El establecimiento de la *Teoría del Caos* en sismicidad plantea una serie de interrogaciones para el científico encuadrado en el *instrumentalismo* o *positivismo lógico*. Si desde esta perspectiva científica la bondad de una teoría se mide en su capacidad de predicción, ¿qué grado de predicción del fenómeno sísmico asigna esta nueva teoría?. ¿En que mejora a la teoría anterior?. ¿Existía una teoría anterior convincente?.

Bien, estas son unas cuestiones interesantes puesto que lo que aporta la *Teoría del Caos* a la sismicidad es la *comprensión* y no la *predicción*. Eso sí, mejora la capacidad de predicción al mejorar el conocimiento del fenómeno y esto lo hace desde la *argumentación*. Y no es cuestión de presunción afirmar que la *Teoría del Caos* nos acerca más a los terremotos que a la predicción de los mismos, ni por ello esta teoría deja de ser menos válida. De hecho, este es un buen ejemplo del peligro del *instrumentalismo* y del error del *criptoinductivismo*. Y esto es importante puesto que una tesis doctoral debe de abarcar todo lo concerniente a la ciencia, tanto en forma cómo en contenido.

La *Teoría del Caos* explica la fenomenología sísmica de forma más satisfactoria, más sencilla, más fácil de entender y además simplifica ideas anteriores de forma convincente y elegante: desde la sencillez emerge la complejidad.

Si uno se pregunta si dentro del conocimiento científico uno prefiere la *comprensión* o la *explicación*, tal vez en la siguiente frase encuentre la respuesta: "*mientras que una explicación satisfactoria necesita ser comprendida, no siempre uno puede explicar lo que comprende y necesita la argumentación*". Quizás este silogismo constituya más un juego de palabras que un sofismo, pero mientras nos haga reflexionar se evitarán terrenos peligrosos, sobre todo en lo referente a la predicción.

Los fractales nos enseñan a comprender que la naturaleza se organiza geoméricamente bajo el manto de la invarianza al cambio de escala, creando complejidad desde la sencillez. Desde el crisol de los fractales los terremotos se revelan más sencillos de lo que podríamos pensar a priori y sin embargo aparecen inherentemente impredecibles a cortoplazo (Pérez-López et al., 2003)



5.12 Discusión de los resultados

(1) La evolución temporal de la sismicidad acumulada en una región, sigue la ley de Hurst, lo que indica que existe una correlación temporal a largo plazo entre los terremotos. El rango normalizado, $R^* = RS^{-H}$, sigue una ley de potencia, donde H es el exponente de Hurst.

(2) La sismicidad en el tiempo se comporta como un ruido fraccionario gaussiano, puesto que la densidad espectral escala con la frecuencia según una ley potencial, con un exponente β tal que $-1 < \beta < 1$.

(3) Las series temporales sísmicas, presentan memoria a largo plazo y se describen como series temporales autoafines. La memoria a largo plazo indica que, los terremotos no son independientes dentro de la serie temporal (aleatorios). Esto significa que los sismos que ya ocurrieron, influyen en la ocurrencia de los venideros. Además, esta memoria se define persistente, uno de los aspectos del componente estocástico de la serie temporal y que mide la correlación entre valores adyacentes. Esta persistencia indica que la serie mantiene la tendencia temporal.

Sobre la tabla 5-III se resumen los principales valores de H , tanto para el análisis RS secuencial como promediado, y los periodos temporales o intervalos mínimos no correlacionables. Se observa como en general, para series sísmicas naturales, $0.61 < H < 0.96$, mientras que las series sintéticas aleatorias aparecen antipersistentes, y los autómatas celulares condicionados, débilmente persistentes o antipersistente, al igual que las series paleosísmicas.

	H (secuencial)	H (promediado)	β	periodo no correlacionable
terremotos instrumentales P.I.	0.79	0.76	0.04	1908-1956 e intervalos 16-38 años
terremotos históricos P.I.	0.68	0.77	0.10	16 años
A. C. aleatorio	0.35	0.31	0	antipersistente
A. C. Fallas Discretas I	0.60	0.62	-	
A. C. Fallas Discretas II	0.50	0.50	-	total de la serie
A. C. Cisternas-Rivera	0.64	0.69	0.03	18 primeros eventos
datos paleosismicidad				
<i>El Cenajo</i>	-	0.31	-	antipersistente
<i>Elche de la Sierra</i>	-	0.30	-	antipersistente
<i>Hijar</i>	-	0.40	-	antipersistente
réplicas terremoto Racha-Dzhava	0.62	0.70	-0.4	15 primeros días
réplicas terremoto Itmizt	-	0.96	-	-
<i>Serie Racha 1</i>	-	0.82	-0.6	-
<i>Serie Racha 2</i>	-	0.86	0.6	-

Tabla 5-III. Resumen de los principales valores de H obtenidos en este análisis. P.I.=Península Ibérica, A.C.=autómata celular.

Sobre la sismicidad Ibero Magrebí

(1) La serie sísmica instrumental de la Península Ibérica presenta memoria temporal a largo plazo de tipo persistente con un valor del exponente de Hurst entre 0.76 y 0.79.

(2) El análisis secuencial demuestra que entre 1908 y 1956 los terremotos son independientes entre sí, es decir, no se condicionan los unos a los otros, o bien no se detecta esta influencia en ese periodo temporal.

(3) El análisis promediado demuestra que intervalos de 16 años mínimo, y probable de hasta 38 años, no son correlacionables de forma temporal. Además, la doble tendencia observada en el comportamiento del rango reescalado, debe de estar más relacionada con diferentes etapas de calidad en la detección de la red, que con regímenes transitorios de la serie sísmica.

(4) La serie sísmica histórica de la Península Ibérica presenta memoria a largo plazo de tipo persistente con un valor del exponente de Hurst entre 0.68 y 0.77.

(5) Secuencialmente, la serie instrumental es persistente en su totalidad para una sensibilidad de análisis de 5 años, aunque el análisis promediado indica que, intervalos de 14 años en la serie no se correlacionan entre sí. El valor del exponente de Hurst aparece más estable debido a la mayor amplitud del intervalo temporal total de la serie histórica.

De esta manera, el análisis de Hurst sobre la sismicidad Ibero-Magrebí, ayuda a conocer aspectos y características de su dinámica, así como intervalos de calidad de la serie temporal ibérica. Sin embargo, sería prematuro aplicar este análisis en la predicción a escala de microplaca, siendo más correcto realizar este análisis en provincias tectónicas concretas y mejor aún en fallas activas concretas. El problema estriba en encontrar series temporales de calidad suficientemente largas.

Sobre las series sísmicas sintéticas

Hurst señaló que series temporales cortas con bajos valores de H no pueden distinguirse de procesos independientes con $H = 0.5$. Esto significa que los autómatas celulares aleatorios se muestran independientes, sin memoria, por lo que la serie temporal reproducida no es comparable a las series sísmicas naturales. No existe una variación entre el análisis secuencial y el promediado.

(1) Sin embargo, en el autómata celular de fallas discretas, aparecen valores de $H = 0.6$ para el modelo I y $H = 0.5$ para el modelo II. En conclusión, mediante los



modelos discretos de fallas, distribuidos como un fractal en el espacio, y según la mecánica original del autómatas celular de Bak, es posible generar series temporales de terremotos aleatorios o débilmente persistentes.

De esta forma, la geometría de la fracturación podría condicionar el comportamiento temporal para un suceso independiente, que obviamente debe de depender del efecto memoria del autómatas, así como del modelo de transmisión de esfuerzo a los vecinos. De esta manera, se menciona de nuevo la *universalidad* del estado crítico, de tal forma que las leyes potenciales que lo rigen, dependen de la naturaleza geométrica y espacial de los terremotos, las fallas.

(2) Se observa como al incluir el efecto memoria y el tensor de esfuerzos en el autómatas de Rivera-Cisternas, el valor de Hurst se incrementa, tanto en el análisis secuencial $H = 0.64$ como en el promediado, $H = 0.69$. De esta manera, nos acercamos a los valores de series reales, que presentan un valor promedio de $H = 0.72$.

Sobre las réplicas de terremotos

(1) Las réplicas de terremotos son localmente estacionarias y presentan una fuerte persistencia, con valores de H cercanos a 1, $H = 0.82$ y $H = 0.86$, para los subconjuntos de las réplicas de Racha.

(2) Fuertes réplicas dentro de la serie, perturban el sistema de forma local y disminuyen el valor de H para la serie completa de réplicas en Racha ($H = 0.70$).

Sobre la paleosismicidad

(1) Los valores tan bajos de H (0.3-0.4) no son concluyentes, puesto que el número de datos es insuficiente como para realizar con garantías, un análisis RS. Sin embargo, una serie paleosísmica más completa, debe de mostrar un comportamiento más acorde con las series históricas e instrumentales, y mostrarse persistente.

Sobre análisis de Hurst y la predicción sísmica

Los fenómenos de criticalidad auto-organizada son impredecibles en el tiempo y en el espacio. No es posible reconstruir el atractor de la sismicidad al constar de 7 grados de libertad irreducibles, no pudiendo simularse mediante un caos determinístico bajo dimensional. Estas conclusiones, están obtenidas del capítulo anterior, dinámica sísmica, y realmente son bastante intratables. Sin embargo, el fenómeno de Hurst nos

permite analizar variaciones en los ciclos de intensidad sísmicas, y puede ayudar en la estimación de grados de predicción en zonas concretas, en consecuencia:

(1) El fenómeno de Hurst permite establecer diferentes periodos de actividad sísmica en áreas concretas, lo que configura un grado de predicción a largo plazo.

(2) El análisis de Hurst a escala de micro placa evidencia la auto-organización de la litosfera terrestre, pero no permite estimar grados de predicción debido a la complejidad y heterogeneidad que implica el cambiar de escala.

COROLARIO

Los fenómenos críticos auto-organizados obligan a replantear el método científico tal y como se conoce hoy en día. La Teoría del Caos apoya, sin lugar a dudas, el método científico de resolución de problemas, donde las Teorías que mejor se adapten reemplacen a las teorías anteriores. Estas nuevas teorías, explican más, de forma más sencilla.

Sin embargo, cuando estas teorías conllevan, de forma implícita, un problema en la predicción, se genera una paradoja que puede desembocar en conflicto. Asumiendo que desde la argumentación, es posible construir teorías con un nivel de conocimiento superior, no es necesario que se evalúen los fenómenos críticos desde la predicción, porque el término *predicción* no es el más correcto y carece de significado tal y como hoy se contempla. Lo que se necesita es una nueva perspectiva del fenómeno sísmico, una perspectiva que permita observar mejor el fenómeno en sí con el fin de comprender *porque* suceden los terremotos. Es desde ahí, desde donde comienza la predicción.



-REFERENCIAS CAPÍTULO 5-

- Aki, K.(1981) A probabilistic synthesis of precursory phenomena. *In: D.W. Simpsom & P.G. Richards (Eds.), Earthquake Prediction*. AGU New York: 566-574.
- Ambrasseys, N. N. y Finkel, C. (1987) The Saros-Marmara earthquake of August 1912. *J. Earthquake Eng. Struct. Dyn.* **15**: 189-211.
- Ambrasseys, N. N. y Jackson, J. A. (2000) Seismicity of the Sea of Marmara (Turkey) since 1500. *Geophys. J. Int.* **141**: F1-F6.
- Bak, P. (1997) *How nature work: the science of self-organized criticality*. Oxford University press. Londres
- Bak, P., Tang, C. y Wiesenfeld, C. (1987) Self-organized criticality: An explanation of 1/f noise. *Phys. Rev. Letters* **59**: 381-384.
- Bak, P. y Tang, C. (1989) Earthquakes as a self-organized critical phenomenon. *J. Geophys. Res.* **94**: 15,635-15,637.
- Barka, A. (1996) Slip distribution along the North Anatolian Fault associated with the large earthquakes of the period 1939 to 1967. *Bull. Seismol. Soc. Am.* **86**: 1238-1254.
- Barka, A. (1992) The North Anatolia Fault Zone. *Annales Tectonicae* **6**: 164-195.
- Barka, A. y Kadinsky-Cade, K. (1988) Strike-slip fault geometry in Turkey and its influence on earthquake activity. *Tectonics* **7**; 663-684.
- Bernard, P. (1999) Earthquake precursors and crustal “transients”. *Nature debates*. www.nature.com/nature/debates/earthquake/
- Cannon, M.J., Percival, D.B., Caccia, D.C., Raymond, G.M. y Bassingthwaighe, J.B. (1997) Evaluating scaled windowed variance methods for estimating the Hurst coefficient of time series. *Physica A* **241**: 606-626.
- Cisternas, A., Rivera, L., Pérez-López, R. y Paredes, C. (2002) A Model of Self-Organization of Crustal Seismicity. *XI European Commission of Seismology*, Geneva, September.
- Correig, A. M., Urquizú, M. y Vila, J. (1997) Aftershock series of event February 18, 1996: An interpretation in terms of self-organized criticality. *J. Geophys. Res.* **102**: 27,407-27,420.
- Das, S. y Aki, K. (1977) Fault planes with barriers: A versatile earthquake model. *J. Geophys. Res.* **82**: 5658-5670.
- Davis, P.M., Jackson, D.D. y Kagan, Y.Y. (1989) The longer its been since the last earthquake, the longer the expected time till next?. *Bull. Seismol. Soc. Am.* **79**: 1439-1456
- Dodge et al., (1996) Detailed observations of California foreshocks sequences : implications for the earthquake initiation process. *J. Geophys. Res.* **101**: 22371-22392.
- Esteva, L. (1968) *Bases para la formulación de decisiones de diseño sísmico*. Natl. Univ. Mexico. Inst. Eng. Rep. 182pp.
- Feder, J. (1988) *Fractals*. Plenum Press. New York. 283pp.
- Fluegeman, R.H y Snow, R. S. (1989) Fractal analysis of long-range paleoclimatic data: oxygen isotope record of Pacific core. *PAGEOPH*, **131**: 307+
- Froiland, C. (1993) *Introduction to Chaos and Coherence*. Institute of Physics Publishing. Bristol, Philadelphia and New York.
- Fuenzalida, H., Rivera, L., Haessler, H., Legrand, D., Philip, H., Dorbath, L., McCormack, D., Arefiev, S., Langer, C. y Cisternas, A. (1997) Seismic source study of the Racha-Dzhava (Georgia) earthquake from aftershocks and broad-band teleseismic body-wave records: an example of active nappe tectonics. *Geophys. J. Int.* **130**: 29-46.

- Gladwin et al., (1994) Measurements of the strain field associated with episodic creep events on the San Andreas fault at San Juan Bautista, California. *J. Geophys. Res.* **99**: 4559-4565.
- Goltz, C. (1997) *Fractal and Chaotic properties of the earthquakes*. Ed. Elsevier. Springer-Verlag. Berlin. 178pp.
- Gutenberg, B. y Richter, C. W. (1956) Magnitude and Energy of Earthquakes. *Ann. of Geophys.* **9**: 1-15.
- Hanks, T. y Kanamori, H. (1979) A moment-magnitude scale. *J. Geophys. Res.* **84**: 2348-2352.
- Hastings, H.M. y Sugihara, H. (1993) *FRACTALS: A User's Guide for the Natural Sciences*. Oxford Science Publications. 235p.
- Hewet, T. A. (1986) Fractal distribution of reservoir heterogeneity and their influence on fluid transport. *61st Annu. SPE Tech. Conf. Pap.* SPE 15,386. New Orleans.
- Hirata, T. (1989) A correlation between the "b value" and the fractal dimension of earthquakes. *J. Geophys. Res.* **94**: 7507-7514.
- Hurst, H.E. (1951) Long-term storage capacity of reservoirs. *Trans. Am. Soc. Civil Eng.* **116**: 507+
- Hurst, H.E. (1957) A Suggested Statistical Model of some Time Series which occur in Nature. *Nature* **180** (7): 494.
- Ito, K. (1992) Towards a New View of Earthquake Phenomena. *PAGEOPH.* **138** (4): 531-547.
- Ito, K. y Matsuzaki, M. (1990) Earthquakes as Self-organized Critical Phenomena. *J. Geophys. Res.* **95**: 6853-6860.
- Kagan, Y.Y. y Jackson, D.D. (1991) Long-term earthquake clustering. *Geophys. J. Int.* **104**: 117-133.
- Kanamori, H. y Anderson, D. L. (1975) Theoretical Basis of Some Empirical Relations in Seismology. *Bull. Seismol. Soc. Am.* **65**: 1073-1095.
- Keilis-Borok, V.I. & Rotwain, I.M. (1990) Diagnosis of time of increased probability of strong earthquakes in 12 regions of the world. *Phys. Earth planet. Inter.* **61**: 57-72.
- Klemes, V. (1974) The Hurst Phenomenon: A Puzzle?. *Water Resources Res.* **10** (4): 675-688.
- Korvin, G. (1992) *Fractal Models in the Earth Sciences*. Ed: Elsevier. 396 pp.
- Lay, T. y Kanamori, H. (1981) An asperity model of great earthquake sequences. In: *D.W. Simpson & P.G. Richards (Eds.), Earthquake Prediction*. AGU New York: 579-592.
- Le Pichon, X., Chamot-Rooke, N., Rangin, C. and Sengör, C. (2002). The North Anatolian Fault in the Sea of Marmara. *J. Geophys. Res.* (in press)
- Lomnitz, C. (1994) *Fundamentals of earthquake prediction*. John Wiley & Sons. 344pp.
- Malamud, B. D. y Turcotte, D. L. (1999) Self-affine time series: measures of weak and strong persistence. *J. Stat. Planning and Inference* **80**: 173-196.
- Mandelbrot, B. B. (1965) Une classe de processus stochastique homothétique a soi: application a la loi climatologique de H.E. Hurst. *Comptes Rendus Acad. Sci. Paris* **260**: 3274+
- Mandelbrot, B.B. (1977) *Fractals: Form, Chance and Dimension*. W.H. Freeman & Co, New York.
- Mandelbrot, B.B. y Van Ness, J.W. (1968) Fractional Brownian motions, fractional noises and applications. *SIAM Rev.* **10**: 422-437.
- Mandelbrot, B. y Wallis, M. (1969) Computer Experiments with Fractional Gaussian Noises. Averages and Variances. (Part I, II and III). *Water Resources Res.* **5** (1): 229-267.
- Mandelbrot, B. B. y McCammy, H. (1970) On the secular pole motion and the Chandler wobble. *Geophys. J. R. Astr. Soc.* **42** (21): 217+



- Marco, S., Agnon, A., Stein, M., Ron, H. (1994) A 50,000 years continuous record of earthquakes and surface ruptures in the Lisan Formation, the Dead Sea Graben. *United States Geological Survey Open-File Report 94-568*, pp.112-114.
- Martínez-Díaz, J.J. (1999) Tesis Doctoral de la Universidad Complutense de Madrid
- Mézcua, J. y Martínez-Solares, J. M. (1983) *Sismicidad del área Ibero-Magrebí*. Instituto Geográfico Nacional. Madrid.
- Ogata, Y. and Abe, K. (1991) Some statistical features of the long-term variation of the global an regional seismicity. *Int. Stat. Review* **59**: 139+
- Omori, F. (1894) On Aftershocks of Earthquakes. *J. Coll. Sci. Imp. Univ. Tokyo* **7**: 111-200.
- Paredes, C., Pérez-López and Vélez, I. (2002) In the use of Benioff's release curves to risk prediction. *PEDOFRACT 2002, Proceedings IV Congress of Fractals and Applied Mathematics in Earth Sciences*. Ávila.
- Parejas, E., Akyol, I. H. and Altinli, E. (1942) Le tremblement de terre d'Erzincan du 17 Décembre 1939. *Rev. Fac. Sci. Univ. Istanbul* **NVI**: 177-222.
- Pérez-López, R. y Paredes, C. (2002a) Rescaled Range Analysis in Earth Time Series: The Iberian Peninsula Seismic Database. *PEDOFRACT 2002, Proceedings IV Congress of Fractals and Applied Mathematics in Earth Sciences*. Ávila.
- Pérez-López, R. y Paredes, C. (2002b) 3-D Computer Simulation of Spatio-Temporal Earthquake Dynamic by using a Cellular Automaton. *PEDOFRACT 2002, Proceedings IV Congress of Fractals and Applied Mathematics in Earth Sciences*. Ávila.
- Pérez-López, R., Rodríguez-Pascua, M.A., Cisternas, A. y Paredes, C. (2003) Predicción de terremotos: realidad o ficción. *Conferencia Euromediterranea Sobre Prevención de Catástrofes. Seminario sobre Nuevas Tecnologías Aplicadas en a Gestión de Riesgos Catastróficos*. Madrid, 6-8 octubre.
- Philip, H., Cisternas, A., Gvishiani, A. & Gorshkov, A. (1989) The Caucasus: an example of the initial stages of continental collision. *Tectonophysics* **161**: 1-21.
- Polat, O. (2002). *Sismotectonique et aléa sismique de la région de Marmara (Turky)*. Thèse a L'Université Louis Pasteur de Strasbourg. 129p.
- Polat, O., Haessler, H., Cisternas, A., Philip, H., Eyidogan, H., Aktar, M. Frogenoux, M., Comte, D. y Gürbüz, C. (2002) The Izmit (Kocaeli), Turkey Earthquake of 17 August 1999: Previous Seismicity, Aftershocks and Seismotectonic. *Bull. Seismol. Soc. Am.* **92**: 361-375.
- Reid, H.F. (1910) The mechanics of the earthquake. *Rept. State earthquake Inv. Comm., The California Earthquake of April 18, 1906*. Washington, D.C.: Carnegie Inst.
- Reiter, L. (1991) *Earthquake hazard analysis*. Columbia University Press. New York.
- Richter, C. F. (1958) *Elementary Seismology*. Freeman & Co. San Francisco.
- Rodríguez-Pascua, M.A., De Vicente, G., Calvo, J.P., Pérez-López, R. (2003) Similarities between recent seismic activity and paleoseismites during the late miocene in the external Betic Chain (Spain): relationship by "b" value and the fractal dimension. *J. Struct. Geol* **25**: 749-763.
- Roeloffs et al, (1989) Hydrological effects on water level changes associated with episodic fault creep near Parkfield, California. *J. Geophys. Res.* **94**: 12387-12404.
- Sadvskiy M.A., Golubeva, T.V., Pisarenko, V.T. y Shnirman, M.G. (1984) Characteristic dimensions of rocks and hierarchical properties of seismicity. *Izv. Acad. Sci. URSS Phys. Slid Earth, English translation*, **20**: 87-96.

- Schwartz D.P. y Coppersmith, K.J. (1984) Fault behaviour and characteristic earthquakes: examples from the Wasatch and San Andreas fault system. *J. Geophys. Res.* **89**: 5681-5696.
- Scholz, C.H. (1990) *The mechanics of earthquakes and faulting*. Cambridge University Press. Cambridge. 439pp.
- Seilacher, A. (1969) Fault graded beds interpreted as seismites. *Sedimentology* **13**: 155-159.
- Shimazaki K. y Nakata, T. (1980) Time-predictable recurrence model for large earthquake. *Geophys. Res. Lett.* **7**: 279-283.
- Speidel, D.H. y Mattson, P.H.(1993). The polymodal frequency-magnitude relationship of earthquakes. *Bull. Seismol. Soc. Am.* **83**(6): 1893-1901.
- Thatcher, W. (1983) Non-linear strain build-up and the earthquake cycle on the San Andreas Fault. *J. Geophys. Res.* **88**: 5893-5902.
- Turcotte, D.L. (1997) *Fractal and Chaos in Geology and Geophysics, 2nd ed.* Cambridge University Press. Cambridge.
- Utsu, T. (1961) A statistical study on the occurrence of aftershocks. *Geophys. Mag.* **30**: 521-605.
- Vélez-Pérez, I. y Paredes, C. (2002) Three-dimensional clipping of discrete fracture networks: 1 The algorithm FRACLIP3. *Comp. & Geosci.* (submitted)
- Wolfram, S. (1986) *Theory and Applications of Cellular Automata*. World Scientific Publishing Co. Singapore. 560pp.
- Wyss, M. (2001) Why is earthquake prediction research not progressing faster?. *Tectonophysics* **338**: 217-223.
- Wyss M. y Martirosyan, A.H. (1998) Seismic quiescence before the M7, 1988, Spitak earthquake, Armenia. *Geophys. J. Int.* **134**: 329-340.



6 - CONCLUSIONES DE LA TESIS

Los análisis sobre geometría fractal, leyes potenciales y simulaciones numéricas llevadas a cabo en esta tesis, describen la fracturación y la sismicidad como un fractal que presenta una dinámica de criticalidad autoorganizada.

Esto implica que existe una relación directa entre el grado de complejidad o fractalidad de la disposición tridimensional de la fracturación con la frecuencia de los terremotos en un área cualquiera, la ley de Aki.

Sin embargo, el proceso generador de fallas y terremotos comienza en la simplicidad, aumentando en complejidad mediante iteraciones sucesivas de sí mismo.

Es posible que éste sea el mecanismo de la naturaleza de generar complejidad; iterando n -veces la sencillez. Este mecanismo presenta como propiedad principal la invarianza al cambio de escala, la autosemejanza. Es por ello que tanto la fracturación como la sismicidad, muestran multitud de leyes empíricas potenciales.

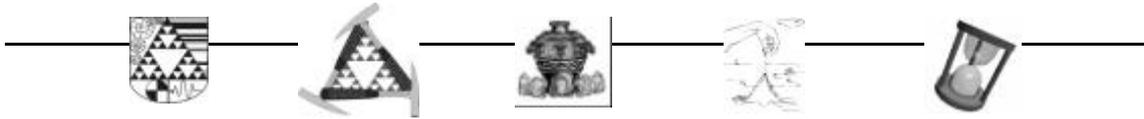
- ✍ -

De forma más particular y atendiendo al riguroso orden de los capítulos, es posible concluir que:

La dimensión fractal 2-D de la distribución espacial de fracturas indica el máximo grado de complejidad estructural y geométrica del patrón de fracturación, debido a un campo de esfuerzos. Según aumenta dicha complejidad, aumenta el valor de la dimensión fractal. Sin embargo, este valor por sí solo no indica la zona de mayor complejidad, aunque discrimina patrones de fracturación superpuestos.

La distribución espacial de fracturas en 1-D configura un conjunto de Cantor cuya dimensión fractal es el grado de complejidad estructural de la fracturación en dicha orientación unidimensional. De esta forma, la fracturación presenta diferentes dimensiones fractales en 2-D, dependientes de la orientación de muestreo. La dimensión fractal máxima y la mínima aparecen siempre perpendiculares entre sí y constituyen los ejes de una elipse.

En consecuencia, la fracturación de la corteza terrestre aparece como una geometría fractal anisótropa relacionada directamente con la orientación y el factor de forma del tensor de esfuerzos.



La anisotropía fractal se representa mediante un elipsoide cuyo eje mayor $D_{H_{max}}$ es perpendicular al eje $\sigma_{H_{max}}$ del tensor de esfuerzos, de forma análoga que con los ejes menores de ambos elipsoides.. Además, esta relación geométrica aparece a una escala característica.

Con todo lo dicho anteriormente, este trabajo demuestra que el análisis de la anisotropía fractal, completa la asignación de eventos tectónicos reconocidos mediante el análisis poblacional de fallas, al ser incompetente con una elección arbitraria o confusa de los grupos de tensores calculados mediante el análisis de la estría sobre el plano de falla.

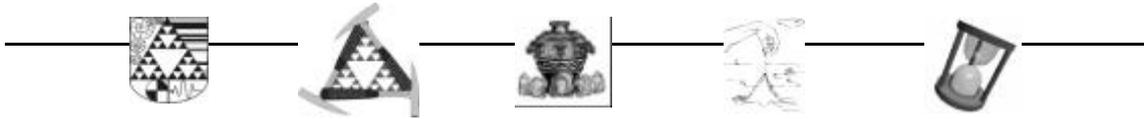
✍ La complejidad geométrica y estructural dada por la dimensión fractal de la distribución espacial de fracturas es directamente proporcional al parámetro b de la ley de Gutenberg y Richter, tanto para series sísmicas instrumentales como para series paleosísmicas. Los terremotos obedecen la ley de Gutenberg y Richter independientemente del contexto geodinámico y tectónico donde aparecen, ya que es un reflejo de la invarianza al cambio de escala de la geometría de la fracturación, la cual siempre está presente.

Esto significa que el parámetro b de dicha ley empírica está relacionado con la disposición tridimensional de la fracturación, más que con su carácter de falla normal, inverso o de tipo direccional.

Aplicando la ley de Aki al conjunto de límites mayores de placas tectónicas propuesto por Bird (2003), aparece una geometría fractal de dichos límites donde la complejidad estructural es mayor en las zonas de dorsal oceánica que en las grandes fosas de subducción.

Además, la sismicidad instrumental registrada durante el siglo XX y principios del siglo XXI muestra una dimensión fractal en relación al parámetro b mayor que la dimensión fractal de recubrimiento bidimensional de los límites de placa.

Esto sugiere que se han de definir aún nuevas geometrías en estos límites mayores y mejorar las presentes. Sin embargo, desde un punto de vista geológico y tectónico parece difícil trazar un límite neto entre zonas de colisión continental, por ejemplo.



✍ La representación de forma discreta de la distribución espacial de la sismicidad presenta una escala de máxima información, la cual se relaciona directamente con la liberación de energía por m^2 . Este valor puede obtenerse aplicando el concepto de entropía de configuración de la Teoría de Información de *Shannon*.

-

✍ La sismicidad es un fenómeno de criticalidad autoorganizada donde la fracturación representa una sección tridimensional del atractor natural de la sismicidad. Este atractor natural presenta 7 grados de libertad: energía liberada (M_0) o duración del terremoto (D), localización X, Y, profundidad H, fecha (dd/mm/aaaa), tensor de esfuerzos (factor de forma R' y orientación de los ejes θ_y , θ_x y θ_z). Debido al elevado número de grados de libertad, no es posible representarlo.

-

✍ La inclusión de heterogeneidades espaciales en los autómatas celulares reproduce series sísmicas sintéticas que se aproximan más a la realidad. Estas heterogeneidades consisten en redes tridimensionales fractales de fracturas previas, orientación de un tensor de esfuerzos dominante y efecto memoria en la rotura.

-

✍ Los terremotos presentan una correlación temporal inesperada a largo plazo, con un comportamiento temporal persistente. Las réplicas sísmicas también aparecen fuertemente persistentes, con un valor del exponente de Hurst, H, próximo a 1.

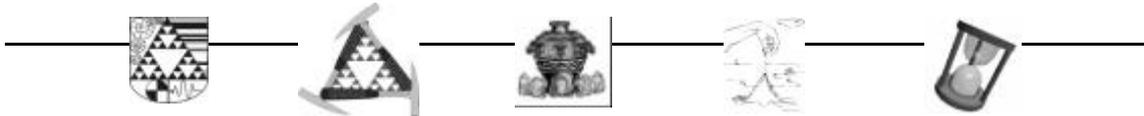
Perturbaciones en la serie temporal de réplicas, debidas a la activación de segmentos por el sacudida principal, provocan una respuesta del sistema que no es inmediata.

Este análisis muestra que tanto la serie temporal instrumental como la serie histórica de terremotos de la Península Ibérica muestran un intervalo mínimo de 40 años aproximadamente, a partir del cual los terremotos se relacionan unos con otros mostrando propiedades de tipo agregado (*clustering*). Para intervalos temporales menores, la serie obedece a un proceso aleatorio.

-

✍ Los lunamotos obedecen la Ley de Gutenberg y Richter y constituyen fractales similares a los terremotos. La *criticalidad auto-organizada* no es una propiedad exclusiva de la *sismicidad terrestre*, también aparece en la *sismicidad lunar*. Incluso es posible aventurar que la *criticalidad auto-organizada* estará presente en la dinámica de los *planetamotos (planetquakes)*.

-



☞ Debido a que la sismicidad lunar se genera, tanto por procesos internos como a partir de procesos externos, esta dinámica constituye un ejemplo natural de la *auto-organización* de un sistema disipativo, con aporte de energía externo, al incluir cierto grado de aleatoriedad en su fenomenología.

-

☞ En consecuencia, la *criticalidad auto-organizada* es una propiedad intrínseca de la litosfera terrestre sometida a campos de esfuerzos y es posible simular su dinámica de forma numérica mediante el concurso de los *autómatas celulares*, los cuales generan terremotos que obedecen la ley de Gutenberg y Richter, crean redes *fractales* tridimensionales de fallas y mantienen *memoria* temporal a largo plazo.

-

☞ La Teoría del Caos reemplaza las teorías anteriores en la *explicación* de la fenomenología y geometría de la sismicidad y permite *comprender* mejor cómo actúan los terremotos a partir de un fenómeno cooperativo en cascada bajo una dinámica no-lineal. Esta teoría conlleva un nuevo lenguaje asociado y una nueva visión donde conceptos como *predicción*, *réplica* y *precursor* pierden parte de su significado anterior.

- ☞ -

