

TJ-1993/1

UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID

FACULTAD DE CIENCIAS FISICAS

Departamento de Informática y Automática



UNIVERSIDAD COMPLUTENSE



5314278774

DESARROLLO DE UN MODELO ASISTIDO POR  
ORDENADOR PARA LA AUTOMATIZACION DEL CALCULO  
DE LAS PRINCIPALES CARACTERISTICAS DE UN  
REACTOR EN CONTRACORRIENTE PARA LA REDUCCION  
DE MENAS DE HIERRO

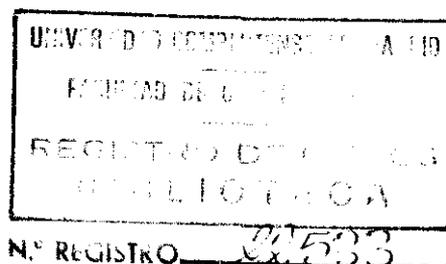
AGUSTIN MARTINEZ MENENDEZ

Memoria de Tesis para optar al grado de  
DOCTOR EN CIENCIAS FISICAS  
en la Facultad de Ciencias Físicas de la  
Universidad Complutense de Madrid

Director: Dr. D. Antonio Formoso Prego

Ponente: Dr. D. Jose María Girón Sierra

MADRID, 1993



CENTRO NACIONAL DE INVESTIGACIONES  
METALURGICAS (C.E.N.I.M)  
Consejo Superior de Investigaciones  
Científicas (C.S.I.C.)

## AGRADECIMIENTOS

La génesis de la presente memoria de tesis doctoral se debe fundamentalmente a la posibilidad ofrecida por el proyecto CECA para la modelización del alto horno (\*), en cuyo seno se ha desarrollado. Dicho proyecto se está llevando a cabo en la Unidad de Siderurgia del CENIM (CSIC), bajo la dirección del Dr. D. Antonio Formoso Prego, que igualmente ha dirigido esta tesis doctoral, y a quien agradezco su confianza, colaboración y dedicación que me han permitido llevar a buen término el trabajo.

Igualmente importante ha sido la colaboración de ENSIDESA (Avilés), que ha suministrado los datos empíricos necesarios para el desarrollo del trabajo. Por esta razón agradezco especialmente su colaboración a D. Oscar Rodríguez Yenes, que suministró los datos básicos y a D. Anibal Moro, que los recopiló adecuadamente.

Una mención especial requieren D. Rafael Alonso, por su ayuda al analizar los modelos físico-químicos, y D. Ignacio Rieiro por su aproximación crítica, siempre atinada y pertinente, sobre los modelos matemáticos.

Y para terminar, mostrar agradecimiento a todo el personal de la Unidad de Siderurgia del CENIM (CSIC), que permitió al autor el uso de todas sus instalaciones y facilidades, y especialmente a D. Alejandro Cores, por su inestimable ayuda en la búsqueda bibliográfica.

Madrid Mayo de 1993

---

(\*) Convenio C.E.C.A. número 7210-AA/934

## INDICE

Introducción .....	1
Metodología .....	4
Capítulo 1: Modelo físico-químico .....	9
1.1. Fundamentos y breve descripción del horno alto.....	11
1.2. El proceso de reducción .....	16
Capítulo 2: División en zonas del horno alto .....	26
2.1. Distribución general del horno .....	28
2.1.1. Zona granular .....	28
2.1.2. Zona cohesiva .....	30
2.1.3. Zonas de coque activo y coque inactivo .....	31
2.2. Zona cohesiva .....	36
Capítulo 3: Modelo básico de intercambiador térmico en contracorriente .....	42
3.1. Intercambiador cilíndrico en contracorriente .....	42
3.2. Intercambiador troncocónico .....	46
Capítulo 4: Asimilación del intercambiador a la cuba de un horno alto .....	51
4.1. Determinación de parámetros de transferencia .....	54
4.1.1. Cálculo de U .....	55
4.1.2. Estimación de $\beta$ .....	57

---

4.2.	Cálculo de profundidades medias de isotermas frontera .....	60
4.2.1.	Isoterma frontera preparación-elaboración .....	61
4.2.2.	Isotermas de la zona cohesiva .....	62
4.3.	Análisis de variables significativas .....	66
<b>Capítulo 5: Modelización empírica de un alto horno real .....</b>		<b>69</b>
5.1.	Descripción del horno .....	69
5.2.	Medidas constructivas .....	70
5.3.	Parámetros de carga .....	71
5.4.	Variables de marcha .....	73
5.5.	Resultados del modelo .....	76
<b>Capítulo 6: Modelos matemáticos básicos para análisis de señal .....</b>		<b>78</b>
6.1.	Análisis de sistemas .....	78
6.2.	El horno alto como sistema .....	81
6.3.	Modelización de sistemas dinámicos .....	82
6.4.	Modelos de series temporales .....	84
6.5.	Algunos modelos de series temporales .....	86
6.5.1.	Modelos AR (Autoregressive) .....	88
6.5.2.	Modelos MA (Moving Average) .....	89
6.5.3.	Modelos ARMA (Autoregressive Moving Average) ....	90
6.5.4.	Modelos SISO (Single Input Single Output) .....	91

---

<b>Capítulo 7: Desarrollo de los modelos matemáticos ...</b>	<b>94</b>
7.1. Modelos autorregresivos .....	95
7.2. Modelos Single Input Single Output .....	100
<b>Capítulo 8: Modelización de la temperatura de gas en tragante .....</b>	<b>105</b>
8.1. Morfología de la señal .....	105
8.2. Modelos AR de la temperatura de gas en tragante .....	113
8.2.1. Modelo AR1 .....	114
8.2.2. Modelo AR2 .....	118
8.2.3. Modelo AR3 .....	120
8.2.4. Modelo AR4 .....	122
8.2.5. Modelo AR5 .....	124
8.2.6. Modelo AR6 .....	126
8.2.7. Modelo AR7 .....	129
8.2.8. Modelo AR8 .....	131
8.2.9. Modelo AR9 .....	134
8.2.10. Modelo AR10 .....	136
<b>Capítulo 9: Modelización de la temperatura adiabática de llama .....</b>	<b>140</b>
9.1. Morfología de la señal .....	140
9.2. Modelos AR de la temperatura adiabática de llama .....	145
9.2.1. Modelo AR1 .....	146
9.2.2. Modelo AR2 .....	149
9.2.3. Modelo AR3 .....	151

---

9.2.4. Modelo AR4 .....	154
9.2.5. Modelo AR5 .....	156
9.2.6. Modelo AR6 .....	159
9.2.7. Modelo AR7 .....	161
9.2.8. Modelo AR8 .....	164
9.2.9. Modelo AR9 .....	166
9.2.10. Modelo AR10 .....	169
<b>Capítulo 10: Modelo SISO de la temperatura de gas en tragante a partir de la temperatura adiabática de llama .....</b>	<b>172</b>
10.1. Modelo SISO(5,3) .....	175
10.2. Modelo SISO(5,4) .....	177
10.3. Modelo SISO(5,5) .....	179
10.4. Modelo SISO(6,5) .....	182
10.5. Modelo SISO(6,6) .....	184
10.6. Modelo SISO(7,5) .....	187
10.7. Modelo SISO(7,6) .....	189
10.8. Modelo SISO(7,7) .....	192
<b>Capítulo 11: Modelo SISO de la temperatura de gas en tragante a partir de la profundidad de reblandecimiento .....</b>	<b>195</b>
11.1. Modelo SISO(5,3) .....	197
11.2. Modelo SISO(5,4) .....	199
11.3. Modelo SISO(5,5) .....	201
11.4. Modelo SISO(6,5) .....	204
11.5. Modelo SISO(6,6) .....	206
11.6. Modelo SISO(7,5) .....	209

---

11.7. Modelo SISO(7,6) .....	211
11.8. Modelo SISO(7,7) .....	214
<b>Capítulo 12: Modelo SISO de la temperatura de gas en tragante a partir de la profundidad de fusión .....</b>	<b>217</b>
12.1. Modelo SISO(5,3) .....	219
12.2. Modelo SISO(5,4) .....	221
12.3. Modelo SISO(5,5) .....	223
12.4. Modelo SISO(6,5) .....	226
12.5. Modelo SISO(6,6) .....	228
12.6. Modelo SISO(7,5) .....	231
12.7. Modelo SISO(7,6) .....	233
12.8. Modelo SISO(7,7) .....	236
<b>Capítulo 13: Análisis de resultados .....</b>	<b>239</b>
13.1. Modelos AR .....	242
13.1.1. Modelización de la TGT .....	242
13.1.2. Modelización de la TLL .....	246
13.2. Modelos SISO .....	251
13.2.1. Modelo SISO de la TLL-TGT .....	251
13.2.2. Modelos SISO profundidades-TGT .....	254
<b>Capítulo 14: Conclusiones .....</b>	<b>261</b>

## APENDICES

<b>Apéndice A: Autocorrelación y autorregresión</b> .....	270
A.1. Procesos estocásticos .....	270
A.2. Procesos estacionarios y ergódicos .....	274
A.3. Autocorrelación y autorregresión .....	279
<b>Apéndice B: Modelos autorregresivos</b> .....	283
B.1. Modelo AR(1) .....	284
B.2. Modelo AR(2) .....	285
B.3. Modelo AR(p) .....	287
<b>Apéndice C: Modelos SISO</b> .....	290
<b>Apéndice D: Tablas de valores</b> .....	295
D.1. Ficheros básicos .....	297
D.2. Modelos AR de la TGT .....	306
D.3. Modelos AR de la TLL .....	309
D.4. Modelos SISO para temperaturas .....	312
D.5. Modelos SISO para reblandecimiento .....	315
D.6. Modelos SISO para fusión .....	318
<b>Bibliografía</b> .....	322

## INTRODUCCION

El planteamiento de una tesis doctoral que se aproxime al comportamiento de un alto horno desde un punto de vista novedoso está claramente justificado con muchos y variados criterios.

Por un lado, en el contexto de una Siderurgia Integral adecuadamente constituida, el papel que el alto horno juega es absolutamente decisivo, tanto considerandolo como el núcleo central de la generación de todos los productos siderurgicos subsiguientes, como teniendo en cuenta la importancia de la optimización de los procesos que en el mismo suceden, cara al establecimiento de un adecuado balance energético de toda la planta siderúrgica.

No podemos dejar de resaltar lo necesario que resulta hoy en dia establecer unos parámetros de funcionamiento suficientemente ajustados como para asegurar tanto un manejo óptimo de la energía y las materias primas disponibles, como para rentabilizar de forma máxima las enormes inversiones que, ya sea en inmovilizado (hornos, trenes de laminado, etc) o en circulante (minerales, combustibles, coque, etc), se han

de efectuar en un entorno siderúrgico de un nivel mínimamente viable.

Por otro lado, en la actual situación de crisis en la siderurgia, el desarrollo y utilización de metodologías alternativas a las actuales se hace aún mas perentorio.

Hemos de considerar igualmente que el enfoque tradicional de la modelización de altos hornos, muy descriptivo, si bien ha dado excelentes frutos, prueba de lo cual son los sistemas integrados de control existentes en los hornos actuales, no ha terminado de establecer una descripción unánimemente aceptada del comportamiento de algunos de los parámetros interiores del horno.

Por esta razón la presente tesis efectúa una nueva aproximación al problema: el establecimiento de modelos matemáticos basados en el análisis de series temporales de variables significativas.

Tradicionalmente, el estudio de los modelos matemáticos de altos hornos se ha basado, como se comentaba, en la descripción sistemática de los procesos internos de los mismos, en muchas ocasiones no excesivamente especificados. Desde este punto de vista,

---

son modelos analíticos y descriptivos, que necesitan una gran implementación de aparatos de medida. También, como ha sucedido en la disección de hornos en frío realizada en Japón, ha sido necesario utilizar tecnologías muy invasivas, destructivas incluso, para el establecimiento formal de los fenómenos interiores del horno.

El presente trabajo se aproxima al horno mediante un enfoque más "sistémico", a la manera de Forrester, según el cual se considera al horno, si no como una "caja negra" absoluta, si haciendo abstracción de muchos de los procesos que en él se realizan, observando el comportamiento en el tiempo de las variables consideradas más relevantes para el propósito del modelo.

Este criterio permite desarrollar técnicas de descripción sencillas, baratas y no destructivas, con lo cual se conseguirá, a través de la relación entre dos campos teóricos aparentemente tan poco afines como la siderurgia y el análisis de modelos temporales, establecer un conjunto de modelos de comportamiento coherentes y útiles ya sea como modelos teóricos en sí mismos o como elementos susceptibles de ser aplicados al control de altos hornos en tiempo real.

## METODOLOGIA

La presente tesis doctoral se basa, como ya se ha comentado en la introducción, en el análisis de series temporales de variables significativas que permitan modelizar el comportamiento del horno alto. La primera etapa del trabajo ha de consistir, por tanto, en la determinación de dichas variables significativas y de las relaciones existentes entre las mismas.

Para conseguir este fin, se podría haber recurrido a uno cualquiera de los varios modelos fisico-químicos de horno alto que existen en la actualidad en funcionamiento, y, a partir del mismo, elaborar los correspondientes procedimientos matemáticos. El camino seguido ha sido otro, ya que el objeto de la tesis no es la modelización estricta del horno alto, sino investigar sobre el uso de técnicas matemáticas novedosas en el campo siderurgico.

Al elaborar la tesis, pues, se ha preferido, con el fin de establecer unas bases de investigación más operativas que permitan un diseño matemático más eficaz, recurrir a una variante de los modelos de flujo de gas e intercambio térmico. Este modelo permite estudiar con claridad el comportamiento de las variables deseadas con

la precisión suficiente para que el modelo elaborado a partir de las medidas de las mismas sea significativo.

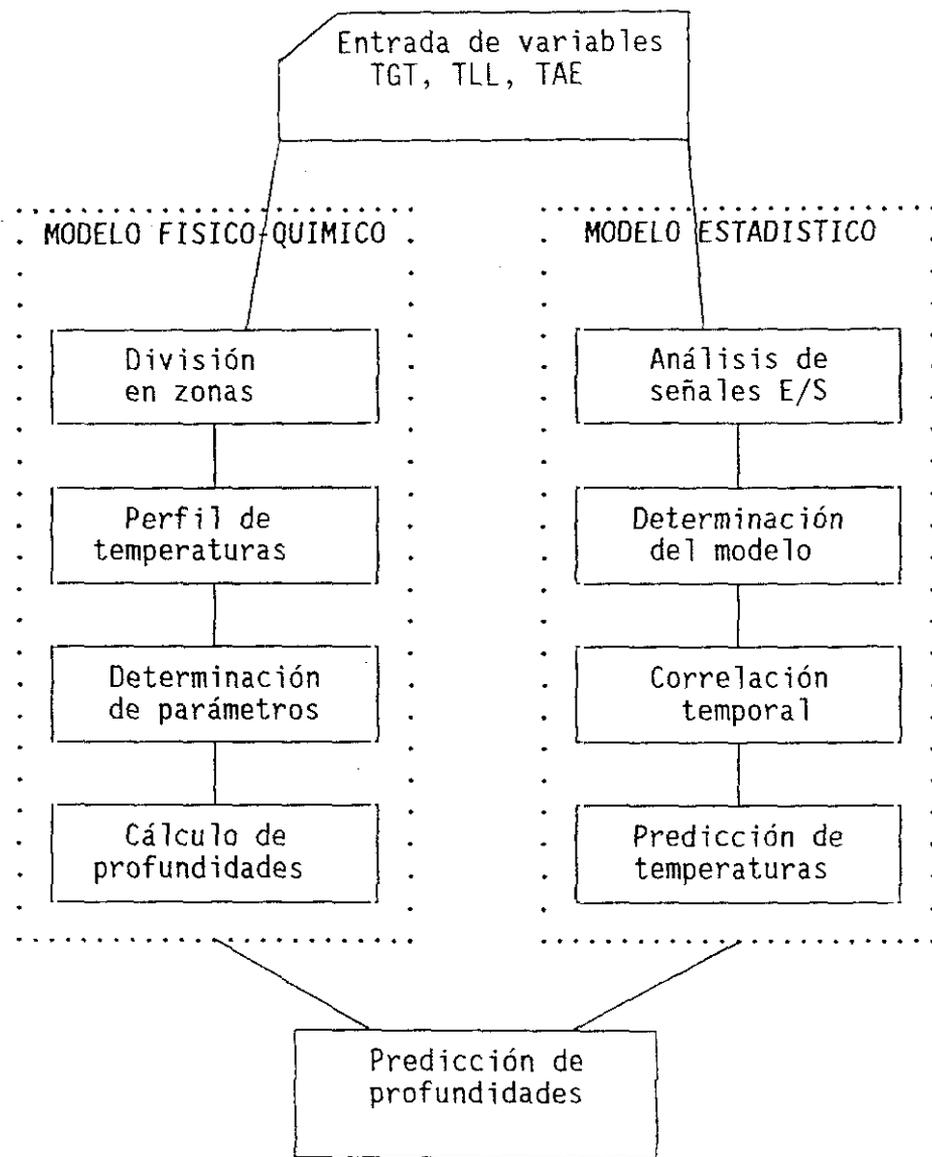
El trabajo no va a modelizar el conjunto completo del horno alto, sino que se va a centrar en una de las zonas del mismo que generalmente se considera de mayor importancia: la zona cohesiva. Para ello el modelo determinará el comportamiento temporal de las isothermas "frontera" de la zona, que son las que en definitiva establecen la posición y el tamaño de la misma, que son las características definitorias del modelo.

Todo lo anterior significa que, metodologicamente, la tesis contempla dos partes claramente diferenciadas:

- a) Modelo fisico-químico de balance térmico
- b) Modelo matemático de series temporales

A pesar de esta diferenciación, las dos trayectorias no son absolutamente disjuntas, como podemos observar en la figura siguiente. Los resultados de la aplicación del modelo fisico-químico de balance térmico, unidos a las observaciones empíricas de las variables del modelo, se tratan siguiendo técnicas preestablecidas de tipo estadístico-matemático, obteniéndose como resultado los

datos básicos para la elaboración del modelo matemático que configura finalmente la tesis.



## Sistemática general de trabajo

Teniendo en cuenta las consideraciones anteriores, se ha seguido el siguiente esquema para la consecución del trabajo:

- Diseño general del modelo físico-químico.
  - Fundamentos y breve descripción del horno alto
  - División del horno alto en zonas.
    - La zona cohesiva.
  - Modelo básico de intercambiador térmico en contracorriente.
  - Asimilación del intercambiador a la cuba de un alto horno.
    - Determinación de parámetros de transferencia energética.
    - Cálculo de profundidades medias de las isothermas frontera.
- Modelo matemático básico.
  - Introducción general a la teoría de sistemas. El horno como sistema.
  - Modelos estadístico-matemáticos en el dominio temporal.
- Modelización empírica de un horno real.
  - Horno número 3 de Ensidesa. Descripción general. Parámetros fundamentales.

- 
- Medidas de las variables empíricas del modelo en el horno.
  - Construcción del modelo físico-químico aplicado.
    - Profundidad y espesor de la zona cohesiva.
  - Desarrollo del modelo matemático.
    - Estudio descriptivo de las señales. Características temporales de las mismas.
    - Autorregresión y autocorrelación.
    - Modelo autorregresivo. Modelos AR.
      - Modelización de la temperatura de gas en tragante.
      - Modelización de la temperatura adiabática de llama.
    - Diseño de los modelos S.I.S.O. aplicados.
      - Modelo S.I.S.O. entre TGT y TLL.
      - Modelos S.I.S.O. entre TGT y profundidades.
  - Conclusiones del trabajo.
    - Identificación de los modelos representativos.
    - Ecuaciones definitorias de los modelos.

## CAPITULO 1

### Modelo físico-químico

La operación real de un alto horno ha sufrido cambios muy importantes a lo largo del tiempo. A pesar de ser una actividad técnico-industrial con una larga tradición, el conocimiento auténtico de los fenómenos interiores del horno no ha ido parejo con el desarrollo de la misma, y hasta que el conocimiento del comportamiento de las variables que intervienen en la producción del hierro no ha sido suficiente, no se ha podido controlar el proceso en profundidad.

Podríamos decir que el gran salto cualitativo se ha dado en la década de los 70, con un desarrollo más profundo de la tecnología de control, pero ya en la década anterior, los trabajos de Michard y Rist en Francia habían abierto nuevos caminos al definir una zona isoterma en el horno, zona en la que no se producen intercambios caloríficos. Esta zona, denominada *zona de reserva térmica*, separa otras dos:

- a) La zona superior donde los sólidos se calientan hasta alcanzar la temperatura de reserva térmica y donde los gases, por contra, se enfrían hasta alcanzar la temperatura de tragante (150-200 °C).

b) La zona inferior en la que los sólidos, ya reducidos al estado de wustita, terminan su reducción, funden y alcanzan la temperatura del crisol.

Esta zona isoterma, sin intercambio calorífico, se pensaba que se hallaba entre los 850 °C (Kitaiev) y los 1000 °C (Michard). Hoy sabemos que es función del consumo específico de coque y de su reactividad, siendo el cálculo de Michard el mas adecuado.

En el año 1970 se produjo en el Japón un hecho capital. Mediante la técnica del apagado rápido y posterior disección de los hornos en atmósfera neutra, se pudo observar la disposición de los materiales en capas, cual era su forma y composición, y fue posible establecer la posición de las isotermas a partir del grado de grafitización del coque y de la situación de las pastillas testigo previamente cargadas en el horno.

Siguiendo esa línea de investigación, se ha podido establecer la disposición e importancia de la *zona de reblandecimiento y fusión* o zona cohesiva, en la que las capas de materiales, parcialmente reducidos y en estado pastoso, están separadas por estratos consistentes de coque, que permiten el paso del gas a la zona superior donde el material aún se encuentra en trozos (gránulos).

Es esta zona cohesiva, sobre la que volveremos mas tarde, el objeto fundamental de esta tesis doctoral.

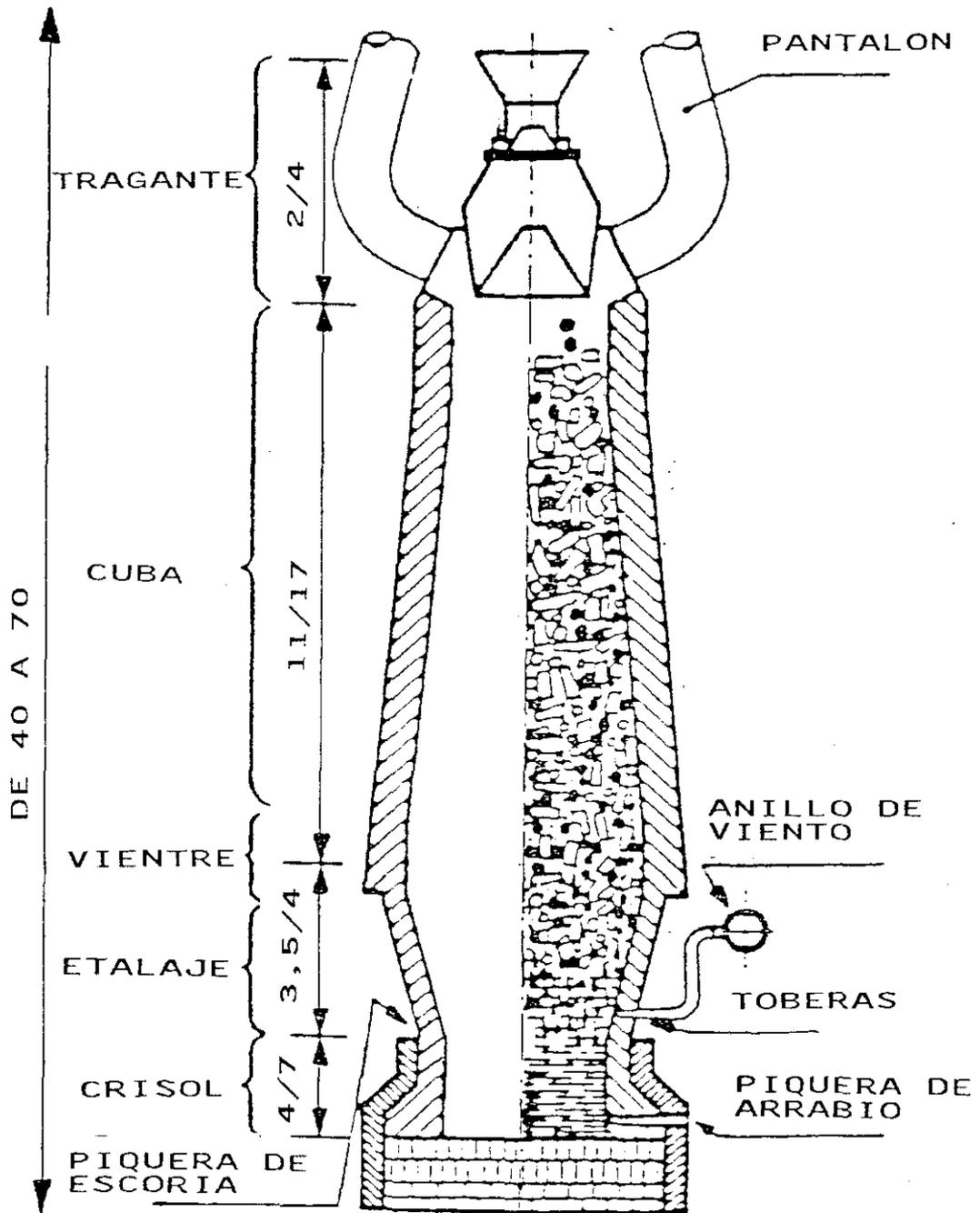
A continuación, y de forma algo mas extensa, vamos a estudiar las características básicas de funcionamiento de un horno alto.

### **1.1.- Fundamentos y breve descripción del horno alto**

El horno alto es esencialmente un horno de cuba en el cual se verifica un proceso de reducción en contracorriente entre una carga descendente de sólidos y una ascendente de gas reductor.

La carga descendente está compuesta de un conjunto de minerales de hierro, fundentes y coque, mientras que el gas reductor es esencialmente CO/CO<sub>2</sub>, desarrollandose entre carga y gas un proceso de intercambio, tanto térmico como material. En la figura de la página siguiente se puede observar más detalladamente la estructura general de un horno alto.

Los dos elementos de este proceso son pues carga y gas, cada uno de ellos con características propias. Así, el gas reductor se produce en la parte baja del horno, a partir de la combustión del coque y otros combustibles



*Medidas orientativas en metros de un horno alto*

Figura 1.1. Esquema general de un horno alto

auxiliares en presencia del oxígeno existente en el "viento soplado" (aire introducido a presión) por las toberas. El gas generado en dichas toberas llega a alcanzar temperaturas de 2200/2400 °C (temperatura adiabática de llama), y al salir del horno por su parte superior, el tragante, se ha enfriado drásticamente, ya que su temperatura es en general inferior a 150/200 °C. Este gas está compuesto esencialmente de O<sub>2</sub>, N<sub>2</sub>, CO y CO<sub>2</sub> en proporciones variables.

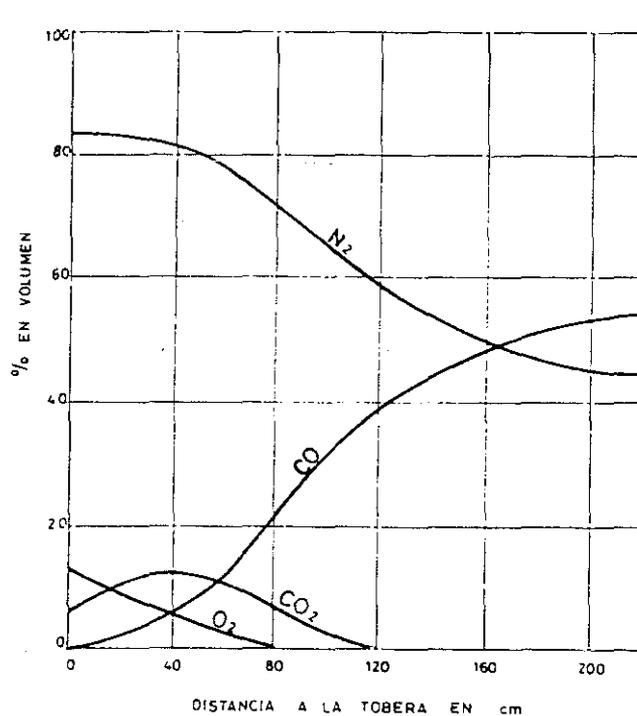
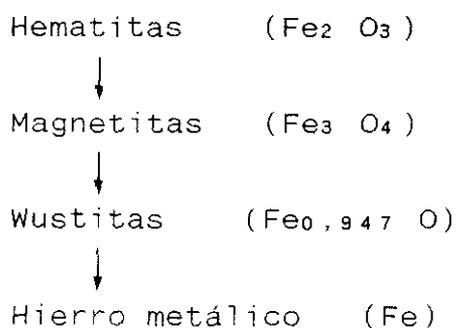


Figura 1.2 .Composición del gas en función de la distancia a la tobera

Si consideramos que la velocidad del gas ascendente es de unos  $3 \text{ m.s}^{-1}$ , y que la distancia toberas-tragante oscila entre los 20 y 30 metros, según el tamaño del horno, se deduce que el gas tarda de 7 a 10 segundos en ceder su gran potencial calorífico a la carga descendente. Claramente vemos aquí la importancia del horno alto como intercambiador de calor.

Por su parte la carga está compuesta esencialmente de mineral de hierro, carbón de coque y fundentes que ayudan en el proceso reductor. Los minerales de hierro están lógicamente constituidos a su vez por menas de este metal (óxidos), ganga y algunas trazas de otras impurezas. Al bajar a lo largo del horno ceden de forma progresiva el oxígeno asociado al hierro y al gas reductor ascendente (se reducen), cambiando su estado de oxidación hasta convertirse en hierro metálico. En esencia el proceso sigue las etapas siguientes:



Paralelamente el mineral va elevando su temperatura, lo cual le lleva a un reblandecimiento y posteriormente a la fusión, en la cual se separan dos productos líquidos: hierro y escoria primaria. La composición de estos productos no es constante, y sufre una evolución en su progreso hacia el fondo del horno, hasta que llega al crisol, donde son separados por densidad los productos finales obtenidos en el horno: arrabio y escoria final de colada. Estos productos se evacuan periódicamente a través de la piqueta o agujero de colada.

El arrabio, que es el estadio final en la evolución del material de hierro cargado en el horno, es un producto formado esencialmente por hierro, al que se le han ido incorporando, de forma controlada o no, algunas impurezas, como carbono, silicio, manganeso, fósforo, azufre y otros elementos.

Este producto es el conocido también como "hot metal", y se usa como producto base para la fabricación de aceros. La composición media del arrabio es aproximadamente:

Fe	—————>	94 %
C	—————>	4,5 %
Si + Mn + P + S	—————>	1,5 %

La escoria contiene toda la ganga sin reducir del mineral, los óxidos de los fundentes y las cenizas de coque junto con la mayoría de las impurezas, y va evolucionando de un estado pastoso inicial a uno final líquido.

Los usos de la escoria han sido tradicionalmente limitados (construcción de carreteras, etc), pero ultimamente se están desarrollando proyectos muy interesantes que diversifican su utilización, a la vez que disminuyen de forma radical su impacto ambiental. Como ejemplo podemos presentar entre otros, su uso como sustrato en cultivos agrícolas intensivos.

## 1.2.- El proceso de reducción

La reducción de la carga puede producirse de forma directa o indirecta, según sea el agente reductor. La *reducción directa* es aquella en la que interviene el carbono del coque, y la *reducción indirecta* la producida por el CO del gas. En realidad estas denominaciones no son más que formas convencionales de expresión, ya que el carbono del coque no reacciona directamente con los óxidos metálicos. Las reacciones de reducción nos permiten diferenciar de forma más clara ambos tipos.

En efecto, la forma general de las reacciones es:



Ahora bien, el  $\text{CO}_2$  resultante puede ser estable, con lo cual el proceso no continúa, y entonces decimos que la reducción es indirecta, o puede ser inestable, con lo que la reacción resultante no es estrictamente la anterior, sino la composición de dos, la ya conocida y la denominada *reacción de Boudouard* o *solution loss*.



Esta última reacción es la que define el proceso de reducción directa.

Las consideraciones anteriores nos permiten dividir el horno alto en dos partes:

- a) Una zona superior o *zona de preparación*, en la que el coque es en la práctica químicamente inerte, siendo estable el  $\text{CO}_2$  en toda la zona.

b) Una zona inferior o *zona de elaboración*, donde el coque es químicamente activo, reaccionando con el  $\text{CO}_2$  inestable, produciendo la reacción de Boudouard, que es fuertemente endotérmica.

En la zona de preparación, la carga se calienta rápidamente, llegando hasta los 900-1000 °C, a la vez que progresa la reducción de los óxidos superiores (hematitas y magnetitas). Como hemos dicho antes, el  $\text{CO}_2$  producido es estable, y en la parte superior de la zona de preparación se realizan intensos intercambios de masa y calor entre las dos fases, la sólida descendente y la gaseosa ascendente.

A través de sondas en la cuba del horno se ha podido determinar que a partir de esta zona superior de grandes cambios, y cuando se alcanza la temperatura de 950-1000 °C, se establece un equilibrio entre las temperaturas de ambas fases, y que este equilibrio se mantiene hasta el comienzo de la zona inferior, que se ha denominado de elaboración.

Como ya se ha comentado anteriormente, a esta parte de la zona de preparación en la que se igualan las temperaturas de carga y gases, y donde por tanto no

existen intercambios térmicos, se la ha denominado *zona de reserva térmica*.

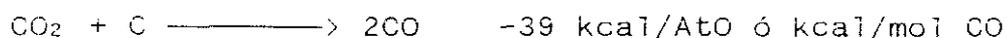
Estos mismos sondeos permiten conocer que a la salida de la parte activa de la zona de preparación continúa la reducción de los óxidos ferrosos hasta alcanzarse un grado de oxidación del mineral que en el caso ideal es de 1,5 atO/AtFe, que es el correspondiente al estado de wustita. A partir de ese punto, y hasta el final de la zona de preparación, se ha comprobado que la wustita no se reduce, es decir, que no existen intercambios de oxígeno, estando el gas y los óxidos de hierro en forma de wustita en equilibrio. A esta zona no activa de la zona de preparación se la ha llamado *zona de reserva química*.

La zona de elaboración se identifica por la aparición de nuevos cambios térmicos y una reactivación de la transferencia de oxígeno. En esta zona tienen lugar una serie de procesos importantes.

a) Todos los óxidos de hierro (ya en forma de wustita) presentes en la zona de preparación continúan su reducción hasta convertirse al estado metálico antes de fundirse.

- b) Los óxidos no ferricos existentes se reducen igualmente y pasan a formar parte, total o parcialmente, del baño metálico que constituirá el arrabio, produciéndose igualmente la carburación del mismo.
- c) La escoria toma su forma definitiva, alcanzando su temperatura final, y se verifica la desulfuración del arrabio.
- d) El carbono presente en el coque se gasifica en las toberas, generando así la mayor parte del gas reductor a unos 2200 °C.

Como se ha expuesto anteriormente, el CO<sub>2</sub> presente en esta zona, procedente de la reducción directa de los óxidos ferrosos y no ferrosos es inestable, y al reaccionar con el coque se verifica la reacción de Boudouard.



Este mecanismo es el segundo generador de gas reductor tras la gasificación a nivel de toberas y es, de alguna forma, una reacción de "regeneración" del gas que hace que este recupere su poder reductor.

Conviene comentar aquí que esta reacción de reducción directa es endotérmica, mientras que la reducción indirecta es exotérmica. De hecho, y aunque no es muy significativa, una pequeña cantidad de wustita se reduce por vía indirecta, y esto debería ser tomado en cuenta para un balance térmico pormenorizado de la zona de elaboración.

La reacción de Boudouard juega un papel preponderante en el proceso del horno alto. En la figura podemos ver la forma general de la representación de la misma, en una clara forma de S para una presión de 1 atm. en el equilibrio, en el cual coexisten CO y CO<sub>2</sub>.

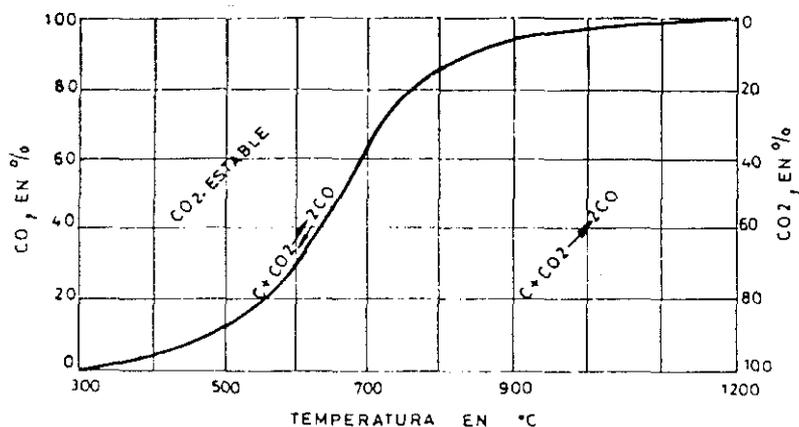


Figura 1.3. Curva de Boudouard

Como podemos deducir, al crecer la temperatura (a la derecha de la curva), el  $\text{CO}_2$  reacciona ante el carbono sólido, y a más de  $900-1000^\circ\text{C}$  la presencia de  $\text{CO}_2$  es despreciable. Por contra, la zona superior izquierda de la curva nos presenta la zona en la cual el  $\text{CO}_2$  es estable.

Se debe prestar atención a esta zona de bajas temperaturas puesto que en ella es en la que tiene lugar la disociación del  $\text{CO}$ , que es especialmente perjudicial para el funcionamiento de un alto horno por una serie de razones: disminuye fuertemente el poder reductor del gas, produce carbono en polvo que provoca pegotes y pérdidas de permeabilidad, etc.

Quizá convenga comentar aquí un concepto antiguo en siderurgia que ha sufrido cambios radicales al conocerse más en detalle el funcionamiento del alto horno. Al hablar anteriormente de la reacción de Boudouard se la ha denominado también "solution loss" (pérdida por disociación). Esto se debe al concepto de muchos hornoaltistas de que este tipo de reducción, al ser fuertemente endotérmica, influía de forma negativa en el balance térmico de la zona de elaboración, incrementando el consumo de combustible.

Esto es cierto, y desde ese punto de vista, la minimización de este proceso parece muy adecuada. Se puede abordar p.e. utilizando contrapresión, ya que la reacción es muy sensible a los cambios de presión, como podemos observar en la figura.

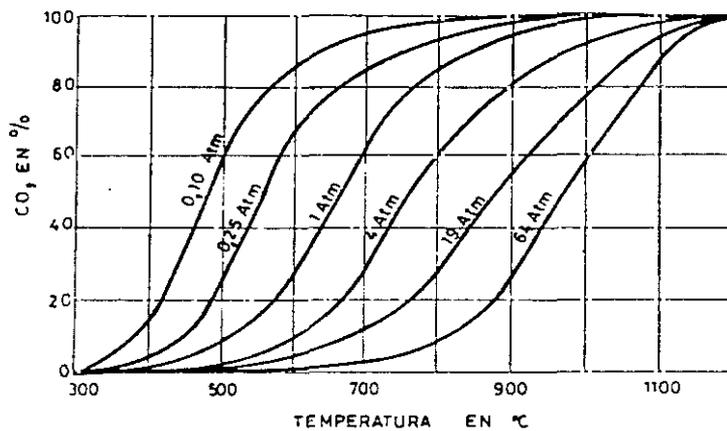


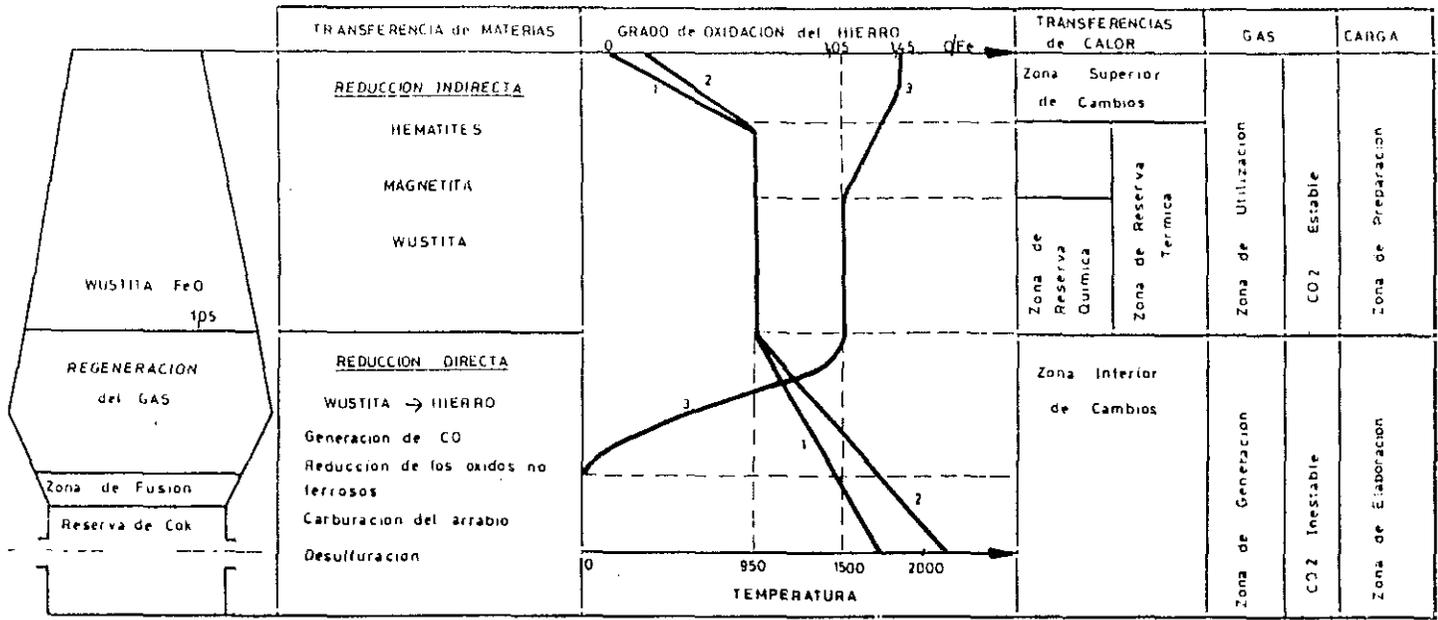
Figura 1.4. Curvas de Boudouard para distintas presiones.

Pero el conocimiento mas profundo del horno ha llevado a la conclusión de que si se considera que esta reacción es la segunda fuente de gas reductor del horno alto, y dado que para que sea efectiva la reducción en la cuba de los óxidos de hierro se necesita un mínimo de potencial reductor en el gas, si la reacción se minimiza excesivamente no se alcanza este potencial mínimo de reducción, y seriamos incapaces de reducir adecuadamente

la carga en el horno. En definitiva, se ha de cuidar la existencia de gas reductor suficiente tanto como el ahorro energético.

Como ya se comentaba, dado que el proceso reductor depende en grado fundamental de la reactividad del coque, está muy afectado por la presión en el horno. Por lo tanto, el trabajar con contrapresiones elevadas en el tragante supone un aumento en la estabilidad de  $\text{CO}_2$  y una disminución de la reducción directa. Si bien desde un punto de vista energético esto es favorable, un exceso de contrapresión puede llevar a una degradación en la reducción de los óxidos de la cuba, ocasionando un enfriamiento indeseado del horno, lo cual puede llevar a una falla inesperada del sistema.

En la figura de la página siguiente podemos ver un esquema general del funcionamiento ya referido del horno alto.



Curva : 1º- Temperatura de los Solidos  
 Curva : 2º- Temperatura del Gas  
 Curva : 3º- Grado de Oxidacion del Hierro

Figura 1.5. Esquema de funcionamiento de un horno alto

## CAPITULO 2

### División en zonas del horno alto

En apartados anteriores se ha presentado la división en zonas del horno iniciada por Michard y Rist. Esta división, en principio teórica, se ha visto confirmada por la práctica y ha sido ampliada y afinada a partir de las investigaciones realizadas tanto sobre pequeños hornos experimentales como sobre modelos en frío, y muy especialmente a través de los estudios realizados en el apagado rápido de hornos industriales en funcionamiento japoneses.

A partir de todos estos trabajos, se ha aceptado la división del horno en zonas elementales (aunque existen otras consideraciones al respecto). La columna de carga queda pues configurada, como vemos en la figura de la página siguiente, según cinco zonas fundamentales:

- 1) Zona granular
- 2) Zona cohesiva
- 3) Zona de coque activo
- 4) Zona de coque inactivo (hombre muerto)
- 5) Dardo

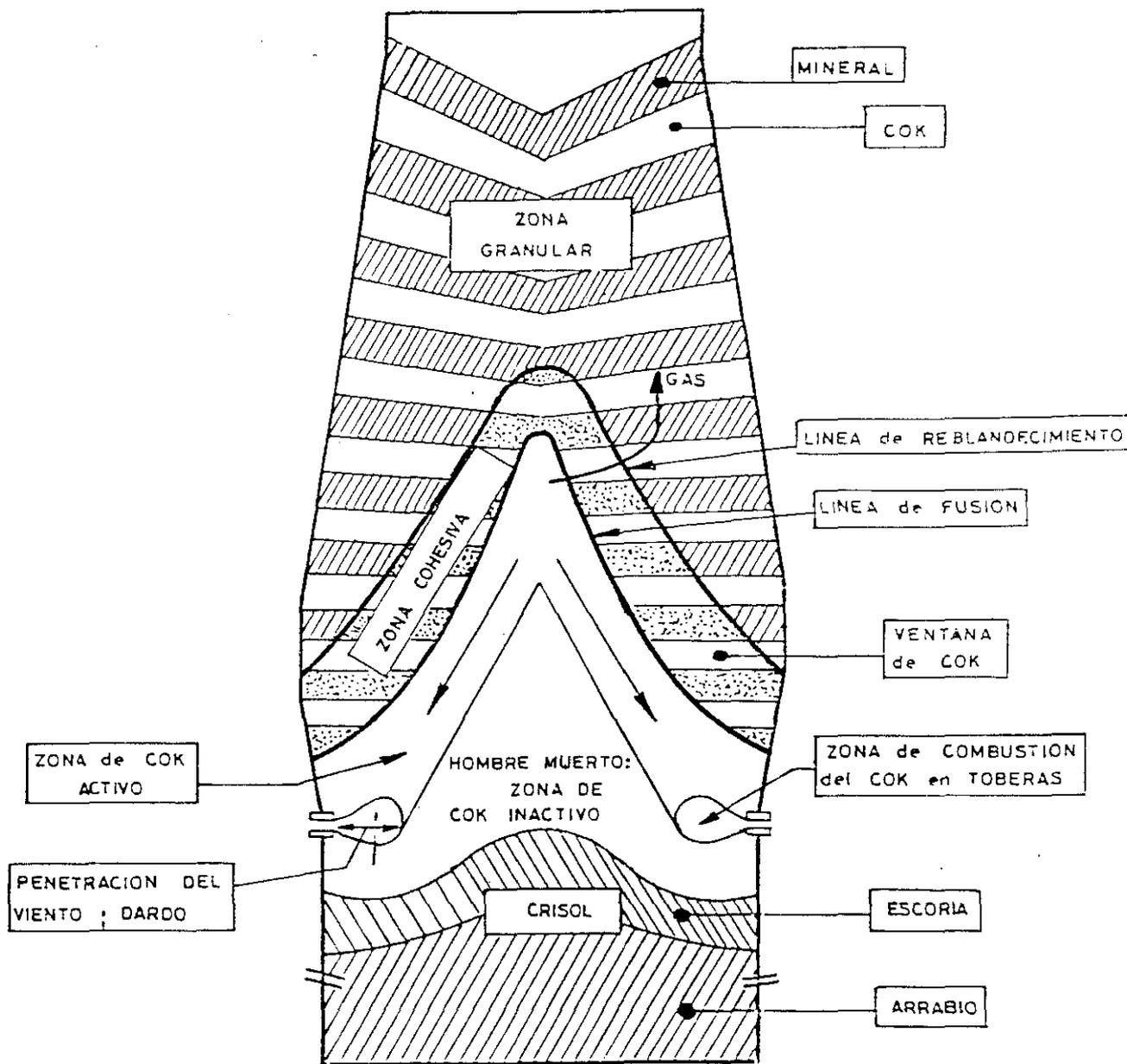


Figura 2.1. División en zonas elementales de un alto horno en marcha.

En la figura vemos también el camino recorrido por el gas al ascender a través de la columna de carga.

## 2.1 Distribución general del horno

Veamos con algo mas de detalle las características esenciales de todas y cada una de las zonas referidas.

### 2.1.1 Zona granular

Es la zona mas alta de la columna de carga, y se denomina así por la estructura de la carga, en forma de granos mas o menos gruesos, pero siempre en estado sólido. En ella las capas de coque y mineral descienden, pero mantienen su estructura y forma granular.

Esta zona es la mas asimilable a un intercambiador térmico en contracorriente entre las fases sólida (descendente) y gaseosa (ascendente). Se producen cambios térmicos intensos de forma que la carga sólida llega rapidamente a unos 1000°C, mientras se produce la reducción de los óxidos de hierro superiores a wustita, como ya se ha comentado.

La temperatura de 1000°C se mantiene a lo largo de la zona de reserva térmica, llegandose a detener las

reacciones de reducción al alcanzar todos los óxidos de la carga la forma de wustita (zona de reserva química). A partir de este punto la temperatura vuelve a subir hasta alcanzar la temperatura de reblandecimiento de la carga (aprox. 1100-1250°C), que establece la isoterma que es la frontera inferior de la zona granular. En el tramo de aumento de la temperatura de 1000°C a 1250°C, la reducción vuelve a progresar, comenzando la última etapa de reducción de la wustita a hierro metálico, ya sea de forma directa o indirecta.

Logicamente las consideraciones caloríficas deben ir acompañadas, para un correcto estudio de la zona, de la correspondiente aproximación aerodinámica al desplazamiento del gas y de los gránulos. Este estará regido por las leyes de paso de los fluidos en lecho granular, la mas conocida de las cuales es la denominada *Ley de Ergún*:

$$\frac{\Delta p}{H} = 150 \frac{(1 - \epsilon)^2}{\epsilon^3 \cdot \phi^2} \cdot \frac{\mu_g \cdot V_o}{D_p^2} + 1,75 \frac{(1 - \epsilon)}{\epsilon^3 \cdot \phi} \cdot \frac{P_g \cdot V_o^2}{D_p}$$

donde :

$\Delta p$  : Caída de presión del fluido entre dos puntos del lecho.

$\epsilon$  : Índice de vacíos del lecho.

$\phi$  : Factor de forma de los granos.

$\mu_g$  : Viscosidad del fluido

$V_0$  : Velocidad en vacío del fluido

$D_p$  : Diámetro medio de las partículas del lecho.

En ella vemos la importancia de la forma y tamaño de los gránulos de la carga cara a una mayor eficiencia del horno.

### 2.1.2. Zona cohesiva

Veíamos antes como la zona granular tiene su frontera en la isoterma de reblandecimiento de la carga. A partir de ella nos encontramos con una zona formada por capas alternadas de coque y gránulos semifundidos de mineral de hierro, pegados entre sí.

Esta disposición del mineral de hierro es muy impermeable al gas, y es progresivamente más compacta hasta llegar a la isoterma de fusión, en la cual el mineral está totalmente fundido. Esta zona ha sido

denominada con acierto *zona cohesiva*, y ha resultado ser de importancia capital en el funcionamiento del horno.

Mas adelante volveremos a estudiar esta zona con algo mas de detalle, ya que va a ser el objeto fundamental de la tesis.

### **2.1.3. Zonas de coque activo y de coque inactivo**

Bajo la isoterma de fusión nos encontramos con una zona compuesta esencialmente de coque, a través del cual gotean el hierro y la escoria fundidos en su camino hacia la piquera.

Hasta hace relativamente poco tiempo se creía que esta zona no tenía influencia física alguna sobre el proceso, por lo que recibía el peculiar nombre de "hombre muerto". Pero se han realizado estudios que demuestran que esta zona inferior del horno está en realidad compuesta por dos: la zona de coque activo y la zona de coque inactivo.

La primera de ellas es una capa de coque en movimiento descendente hacia las toberas, situada entre la parte baja de la zona cohesiva y un cono de coque inmovil.

Esta capa puede asimilarse a un conducto a través del cual fluye hacia abajo el coque, producido como consecuencia de su combustión con el viento soplado. El tamaño de este tubo influye en gran medida en la distribución del gas hacia la zona cohesiva, de manera que si se produce su estrechamiento y el coque que llega está muy degradado, el gas tiene problemas para alcanzar la parte superior de la zona cohesiva, y se produce una sobrecarga térmica y una degradación de la forma de V invertida de dicha zona, con lo que esto significa de modificación en el flujo de gas.

Como se decía anteriormente, existe sin embargo un cono de coque inactivo en la parte baja de la cuba. A este cono es al que hoy se denomina con propiedad "hombre muerto", y constituye una suerte de drenaje a cuyo través fluyen hacia el crisol el hierro y la escoria líquidos. Su tamaño se suele estimar con la fórmula que aparece en junto con la figura.

El drenaje del hombre muerto debe estar apoyado en una buena permeabilidad que permita un goteo adecuado de arrabio y escorias.

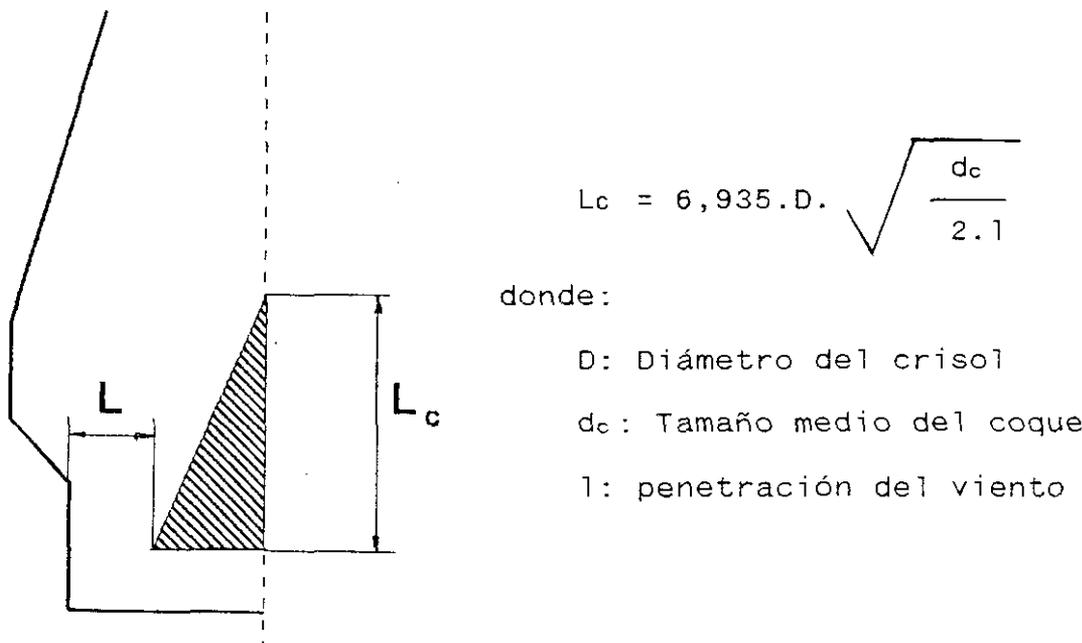


Figura 2.2: Zona del hombre muerto

A título anecdótico podemos comentar que, en un mundo tan tecnificado como el actual, y con tantos sistemas sofisticados de análisis, el control del hombre muerto se hace muchas veces por el simple expediente de introducir una barra horizontalmente en el horno, observando si su coloración tras unos tres minutos de permanencia en el interior del mismo es uniformemente roja. Si no lo es denotaría falta de permeabilidad.

Igualmente el espesor del hombre muerto se averigua muy a menudo introduciendo una barra por toberas; cuando encuentra un tope ha atravesado el coque activo y toca el hombre muerto, dándonos así su posición, al igual que la longitud del dardo.

### 2.1.4. Dardo (Raceway)

Inmersa en la zona de coque activo encontramos una zona de gran interés, aunque no suficientemente estudiada: el dardo o raceway. Esta zona es simplemente la zona de turbulencia generada por el soplado de aire caliente en las toberas, y es importante no solo como fuente de gas y calor, sino porque su configuración afecta tanto a la zona de coque activo como a la zona cohesiva.

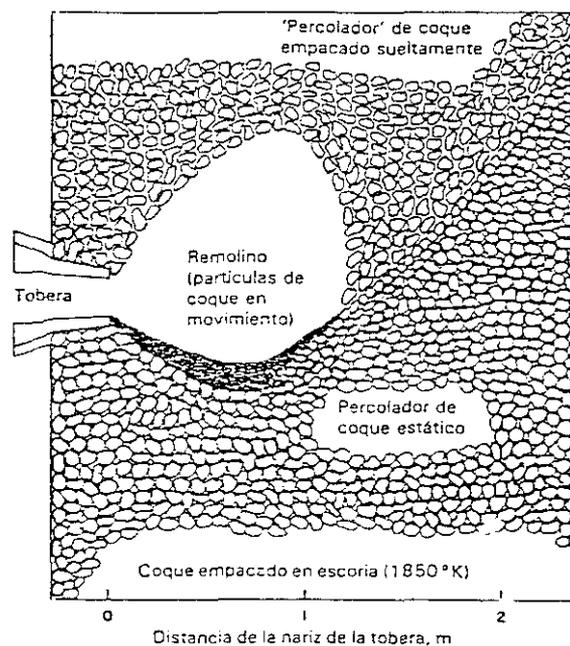


Figura 2.3. Esquema de la entrada de una tobera (dardo). Nakamura 1978

La forma y longitud del dardo actúan directamente sobre la anchura del conducto que determina la zona de coque activo, que ha de ser lo suficientemente ancha como para permitir una buena distribución del gas. De otra forma, el dardo ha de penetrar lo más posible para que la anchura del hombre muerto sea lo más pequeña que se pueda conseguir.

También conviene considerar no solo la dimensión del dardo, sino su uniformidad en todas las toberas, para evitar irregularidades en el hombre muerto que marquen marchas preferentes en el horno.

La longitud del dardo depende en esencia de la velocidad del viento y de la resistencia mecánica del coque (no conviene la precipitación de finos de carbono que limiten su longitud). Existen muchas fórmulas para el cálculo de las dimensiones del dardo, siendo las siguientes las de la N.S.C (Nippon Steel Corporation):

Longitud:

$$D_R \quad \dots \quad \frac{D_R}{D_T} = C \cdot \frac{P_g}{\epsilon^3 \cdot P_p} \cdot \frac{V}{g \cdot D_c}$$

Anchura:

$$W_R \quad \dots \quad \frac{W_R}{W_T} = 2 \cdot \cotg 30^\circ \cdot \left[ 1 + k \cdot \frac{D_R}{D_T} \right]^{1/2}$$

Altura:

$$H_R \dots \frac{H_R}{H_T} \cdot \frac{D_R}{D_T} = k' \cdot \epsilon^3$$

donde todas las medidas están en metros, siendo:

$D_T$  : Diámetro de toberas

$W_R$  : Anchura de tobera

$H_R$  : Altura de tobera

$\epsilon$  : Índice de vacíos

$V$  : Velocidad del viento en toberas ( $m \cdot s^{-1}$ )

$g$  : aceleración de la gravedad

$D_c$  : Diámetro del coque

Algunos autores consideran una sexta zona, *el crisol*, donde tiene lugar la acumulación y separación del arrabio y la escoria gracias a sus distintas densidades, así como el final de la desulfuración y la carburación del arrabio, que será evacuado al exterior a través de la piquera.

## 2.2 Zona cohesiva

Quizá la parte más importante del horno alto sea la zona cohesiva. A pesar de que su descubrimiento es

relativamente moderno, a medida que las investigaciones sobre el funcionamiento del horno han progresado, la importancia de la zona cohesiva se ha puesto mas y mas de manifiesto.

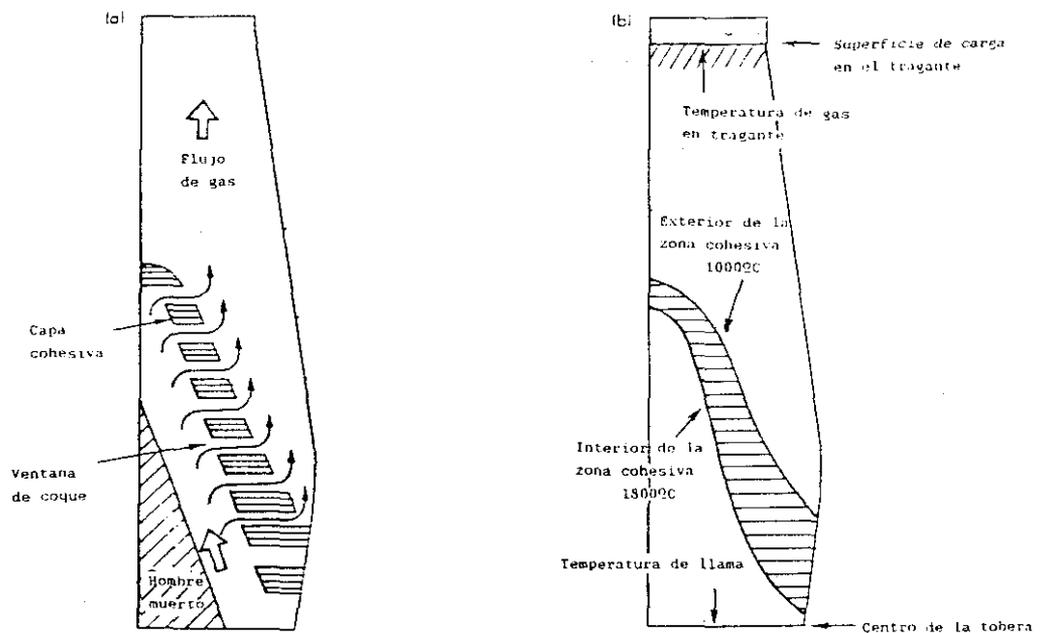


Figura 2.4. Esquemas de la zona cohesiva

La zona cohesiva o de reblandecimiento y fusión, está limitada por las isoterma que le dan nombre, y físicamente está compuesta por capas de mineral que se encuentran en el intervalo de temperaturas de 1050 °C a 1450 °C. En la primera comienza a reblandecerse el mineral, que pasa a un estado pastoso y al fin funde al llegar a la última.

Alternando con estas capas de reblandecimiento-fusión del mineral se encuentran capas de coque sólido (ventanas de coque), que son las que permiten la difusión del gas.

De hecho la calidad del coque es primordial en el papel que la zona cohesiva representa para un funcionamiento eficiente del alto horno. El gas soplado en las toberas, en su ascenso a través de la cuba, al llegar a la zona cohesiva es desviado por las capas de reblandecimiento-fusión que son impermeables al paso del gas. Así este es desviado hacia las capas adyacentes de coque que como decíamos sí son permeables, y distribuyen el gas hacia la zona granular.

Por todo esto el coque ha de ser de buena calidad y no degradable, ya sea en frío o en caliente. En el primer caso para evitar problemas en la zona granular, teniendo una granulometría homogénea, con un alto índice de vacíos. En el segundo para evitar su degradación tras reaccionar a alta temperatura con el  $\text{CO}_2$  del gas, inestable por encima de  $1000\text{ }^\circ\text{C}$ .

Un coque de mala calidad disminuye la altura de la zona cohesiva, con lo que el flujo de gas se dirige a las

paredes del horno, que se desgastan, y produce anomalías como pueden ser la formación de costras, aumento de finos en tragante, disminución de la permeabilidad, etc.

Igualmente la carga metálica ha de estar formada por materiales con buenas condiciones a altas temperaturas para evitar reblandecimientos prematuros que ensancharían la zona cohesiva, y una composición adecuada que evite la formación de escorias viscosas que fluyan defectuosamente a través del coque.

La localización y forma de las capas que componen la zona cohesiva depende de muy diversos factores, y marcará el ritmo de marcha, central o periférica. Han de tenerse en cuenta aspectos como la distribución de la carga en el tragante, la relación mineral/coque y la profundidad y forma del dardo. La distribución óptima de la zona cohesiva variará con la operación del horno, y por lo tanto para una buena operación es necesario el desarrollo de técnicas de control apropiadas en tragante y toberas.

Para terminar este apartado relativo a las zonas del horno alto vamos a presentar la relación existente entre los distintos tipos de zonas a las que se ha hecho referencia hasta ahora.

Se ha hablado de zonas de reserva química y térmica, de zonas de preparación y elaboración, de zona granular, cohesiva y hombre muerto. Las características de las mismas nos permiten, como se puede observar en la figura de la página siguiente, establecer las relaciones entre unas y otras.

La zona granular cubre la parte del horno comprendida entre el tragante y la isoterma de reblandecimiento del mineral, aproximadamente a unos 1050-1200 °C. Por otro lado, la zona de preparación, incluyendo las subzonas de reserva térmica y química, está entre el tragante y la isoterma de 1000 °C. Por tanto la zona de preparación está incluida en la zona granular, que es mas amplia e incluye a parte de la zona de elaboración, ya que esta se extiende desde la isoterma de 1000 °C hasta el crisol. La zona de elaboración, pues, incluye en su interior a la zona cohesiva, el dardo, las zonas de coque activo e inactivo (hombre muerto) y el crisol.

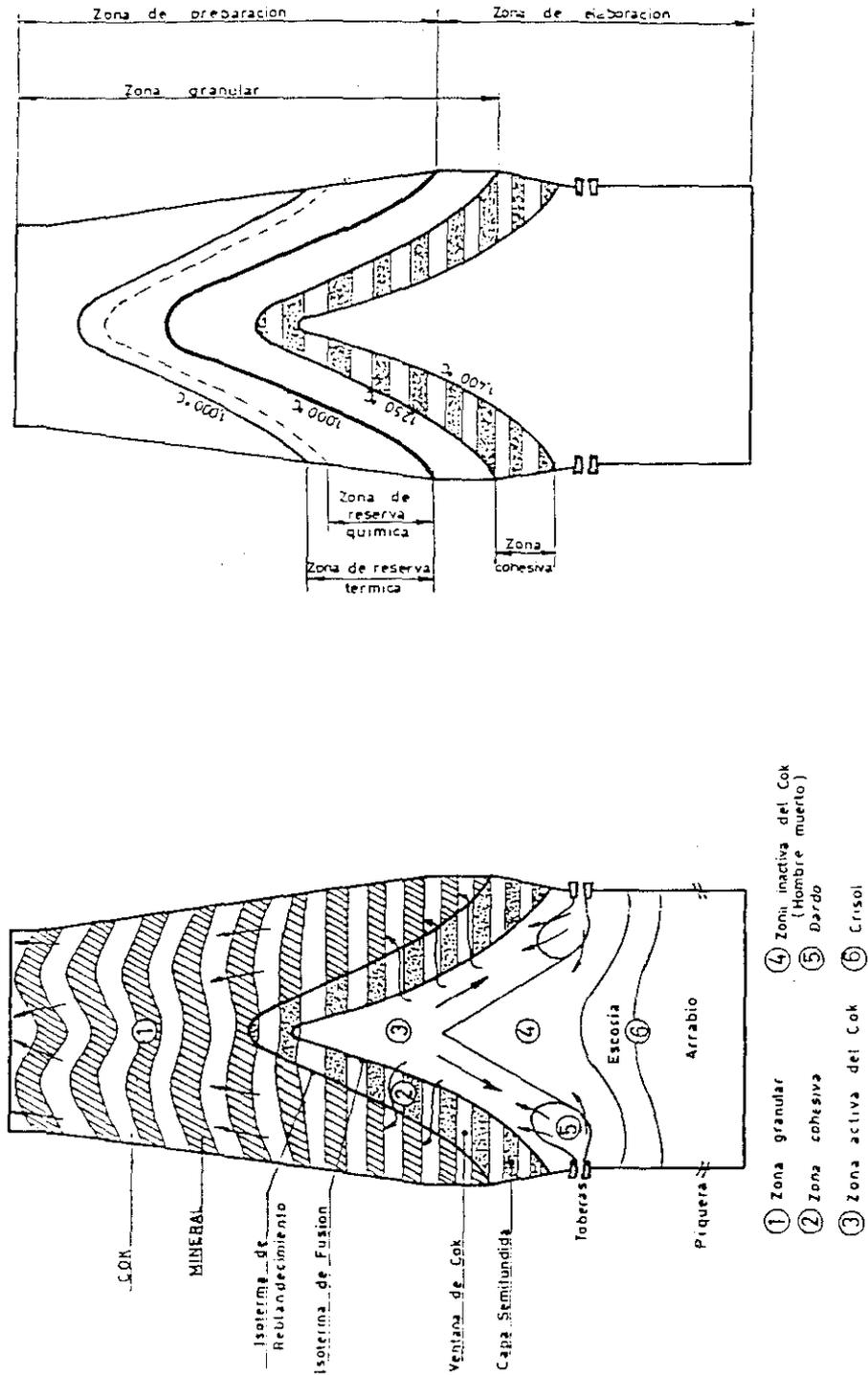


Figura 2.5. Correspondencia entre diversas zonas del horno alto

# CAPITULO 3

## Modelo básico de intercambiador térmico en contracorriente

La sección siguiente se dedicará a resumir los conceptos fundamentales sobre los intercambiadores de calor en contracorriente. Se van a distinguir dos, el cilíndrico y el troncocónico. Ya que el intercambio térmico es muy dependiente de la geometría, el primero de ellos nos dará una idea básica del balance calorífico, mientras que el segundo será una modelización mas apropiada del horno alto.

### 3.1. Intercambiador cilíndrico en contracorriente.

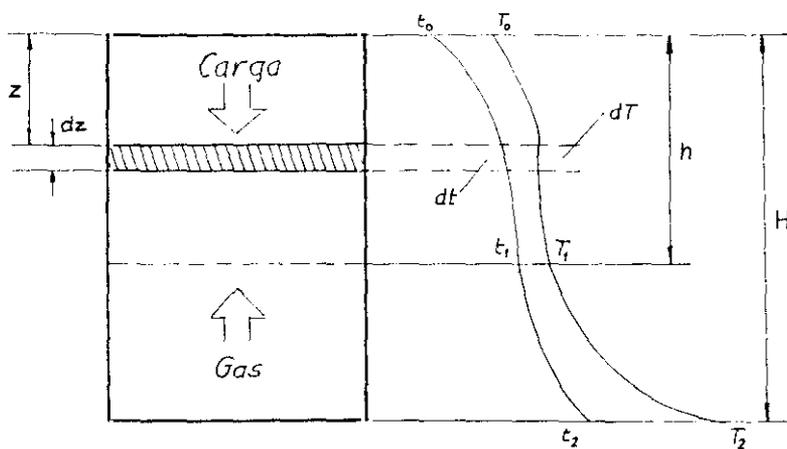


Figura 3.1. Intercambiador cilíndrico en contracorriente

Los intercambios de calor en el elemento de volumen de superficie  $S$  y espesor  $dz$  vendrán dados por:

$$dQ = m.c.dt = G.K.dT \quad [1]$$

que expresa la igualdad entre el calor cedido por el gas y el absorbido por el sólido.

donde:

$dQ$  : calor intercambiado en un diferencial de volumen.

$m$  : masa de sólido que atraviesa un diferencial de volumen del intercambiador en la unidad de tiempo.

$G$  : masa de gas que atraviesa el diferencial de volumen.

$t$  : Temperatura del sólido

$T$  : Temperatura del gas.

$c$  : calor específico del sólido

$G$  : Calor específico del gas.

Ahora bien, se puede plantear una cuantificación del calor intercambiado a partir de la diferencia de temperaturas entre ambas fases, así como relacionándolo con la naturaleza de los materiales en contacto.

Así pues [1] se convierte en:

$$dQ = m.c.dt = G.K.dT = a.(T - t).dv \quad [2]$$

donde:

$dv$  : elemento diferencial de volumen

$a$  : constante de intercambio para un gas y un sólido determinados.

Si tenemos en cuenta que el intercambiador es cilíndrico, se verifica que  $dv = S.dz$ , y si en [2] se dividen todos los términos por  $G.K$ , se llega a:

$$dT = U.dt = \beta.(T - t).S.dz \quad [3]$$

siendo:

$$U = \frac{m.c}{G.K} \quad \text{y} \quad \beta = \frac{a}{G.K}$$

El sistema de ecuaciones diferenciales [3] puede ser integrado de forma sencilla.

En efecto, de [3] podemos obtener:

$$\frac{U.dt}{T - t} = \frac{dT}{(T - t)} = \beta.S.dz$$

de donde:

$$\frac{dt}{T - t} = \frac{dT}{U(T - t)} = \frac{\beta \cdot S \cdot dz}{U}$$

operando:

$$\frac{dT - dt}{(U - 1)(T - t)} = \frac{\beta \cdot S \cdot dz}{U}$$

y es:

$$\frac{d(T - t)}{T - t} = \frac{U - 1}{U} \cdot \beta \cdot S \cdot dz \quad [4]$$

que es la ecuación diferencial que define el intercambio de temperaturas. En la práctica es mas habitual utilizar su integral. Operando es:

$$L(T - t) = \frac{U - 1}{U} \cdot \beta \cdot S \cdot z + \text{cte.} \quad [5]$$

y en notación exponencial:

$$T - t = C \cdot \exp \left[ \frac{U - 1}{U} \cdot \beta \cdot S \cdot z \right] \quad [6]$$

la constante  $C$  puede ser calculada a partir de las condiciones iniciales, ya que si  $z = 0$ , entonces  $T = T_0$  y  $t = t_0$ , y por lo tanto

$$C = T_0 - t_0$$

con lo cual [6] se convierte en:

$$T - t = (T_0 - t_0) \cdot \exp \left[ \frac{U - 1}{U} \cdot \beta \cdot S \cdot z \right]$$

donde:

$T, t$  : Temperaturas de gas y carga a la profundidad  $z$

$T_0, t_0$  : Temperaturas iniciales de gas y carga a  $z = 0$

$\beta$  : Parámetro ligado a la transferencia de calor gas-sólido

### 3.2. Intercambiador troncocónico

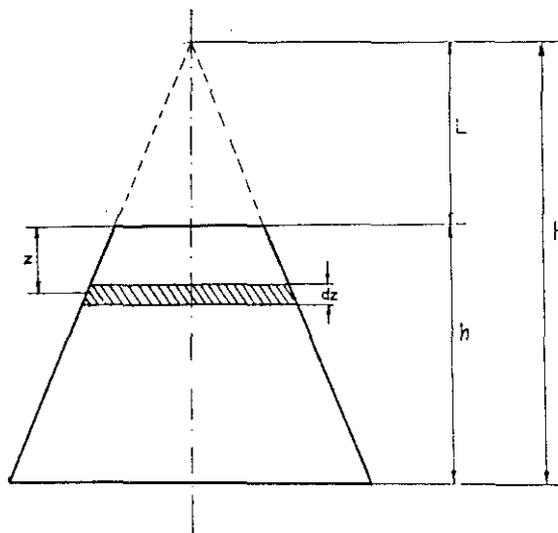


Figura 3.2. Intercambiador troncocónico

El intercambiador troncocónico se basa en los mismos principios físicos que el cilíndrico, pero su geometría no es tan simple. Estas consideraciones geométricas introducen la necesidad de algún cálculo previo.

En efecto, de la simple geometría de la figura tenemos que:

$$\frac{S_0}{L^2} = \frac{S_z}{(L + z)^2} \quad [7]$$

donde:

$S_0$  : área de la base superior del tronco de cono

$S_z$  : área de la sección del tronco de cono correspondiente a la profundidad  $z$

$z$  : profundidad desde la base superior

$H$  : altura total del cono equivalente

De [1] se tiene:

$$S = S_0 \cdot \frac{(L + z)^2}{L^2} = \left[ 1 + \frac{z}{L} \right]^2 \quad [8]$$

por tanto, ya que  $S_0$  y  $L$  son constantes, la sección del horno es función de la profundidad, es decir,  $S = S(z)$ .

Analogamente a lo expresado para un intercambiador cilíndrico es:

$$dQ = m.c.dt = G.K.dT = a.(T - t). dv$$

en este caso, al ser variable la sección será  $dv=S(z).dz$  y por lo tanto:

$$U.dt = dT = \beta.S_0.\left[1 + \frac{z}{L}\right]^2.(T - t).dz \quad [9]$$

siendo, al igual que anteriormente:

$$U = \frac{m.c}{G.K} \quad \beta = \frac{a}{G.K}$$

al ser U y  $\beta$  constantes, operamos para integrar [9] y es:

$$\frac{dT}{U} = dt = \frac{\beta}{U}.S_0.\left[1 + \frac{z}{L}\right]^2.(T - t).dz$$

que se convierte en:

$$\frac{d(T - t)}{T - t} = \frac{U - 1}{U}.\beta.S_0.\left[1 + \frac{z}{L}\right]^2.dz \quad [10]$$

que es la ecuación diferencial que controla el intercambiador troncocónico.

Integrando [10] es:

$$L(T - t) = \frac{U - 1}{U} \cdot \beta \cdot S_0 \cdot \frac{L}{3} \left[ 1 + \frac{z}{L} \right]^3 + C$$

que en forma exponencial es:

$$T - t = K \cdot \exp \left[ \frac{L}{3} \frac{U - 1}{U} \cdot \beta \cdot S_0 \cdot \left[ 1 + \frac{z}{L} \right]^3 \right]$$

siendo  $K = e^{cte}$ .

Los valores iniciales necesarios para el cálculo de  $K$  vienen dados por  $z = 0$  y  $T - t = T_0 - t_0$ .

Por lo tanto es:

$$K = (T_0 - t_0) \cdot \exp \left[ - \frac{L}{3} \frac{U - 1}{U} \cdot \beta \cdot S_0 \right]$$

de aquí, la ecuación para el balance de temperaturas es:

$$T - t = (T_0 - t_0) \cdot \exp \left[ \frac{L}{3} \frac{U - 1}{U} \cdot \beta \cdot S_0 \cdot \left[ \left[ 1 + \frac{z}{L} \right]^3 - 1 \right] \right] \quad [11]$$

La fórmula es más compleja que la correspondiente al intercambiador cilíndrico, y claramente dependiente de la geometría del mismo. Esto tiene una influencia indudable incluso sobre los datos empíricos habitualmente manejados. Así por ejemplo, los valores obtenidos del parámetro  $\beta$  de intercambio se suelen dar considerando una sección uniforme en el horno, tal y como correspondería a un intercambiador cilíndrico, pero lo correcto es considerarlos a partir de la geometría variable que implica el intercambiador troncocónico.

## CAPITULO 4

### Asimilación del intercambiador a la cuba de un horno alto

Los modelos teóricos expuestos anteriormente han de ser extrapolados para modelizar el funcionamiento real de un horno alto, pero con ciertas precauciones:

En primer término, hemos de considerar que en el intercambiador ideal planteado no existen intercambios de masa entre las fases sólida y gaseosa. Esta suposición está muy próxima a la realidad en la zona de preparación del horno, donde existe un fuerte calentamiento de la carga desde la temperatura ambiente hasta los 1000°C, a expensas del calor cedido por el gas. No existe de hecho una distorsión apreciable entre teoría y práctica, por lo que las conclusiones extraídas del modelo son plenamente válidas para la zona alta del horno.

La zona de elaboración, en cambio, presenta grandes intercambios de masa y energía entre gas y sólido, dadas las reacciones que se verifican en su seno. No parecería, pues, el lugar idóneo para la aplicación del modelo anteriormente descrito; sin embargo, las medidas de temperaturas realizadas por sondeo no muestran grandes discrepancias con respecto a las predichas con un

intercambiador ideal, con lo cual este puede ser aplicado al conjunto del horno con una aproximación suficiente.

Para efectuar una aproximación mas adecuada se ha elegido la forma troncocónica, la cual se aproxima mucho mas que la cilíndrica a la estructura real de un horno alto.

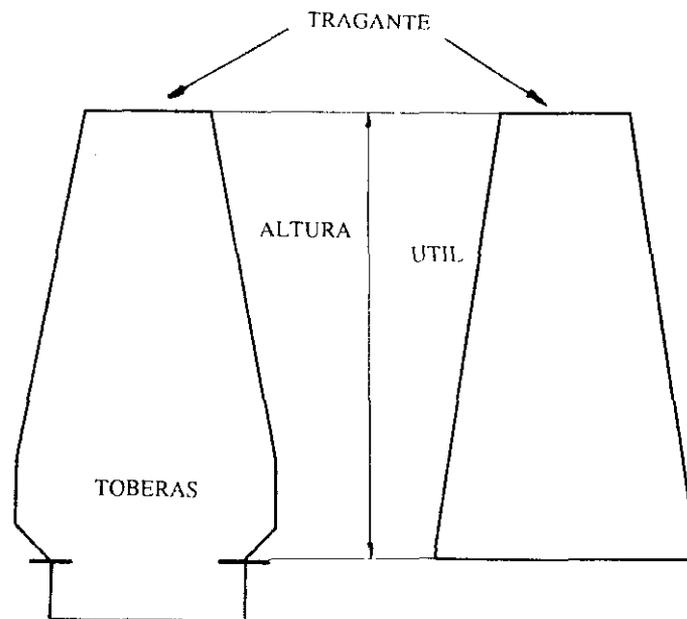


Figura 4.1. Asimilación del horno a un tronco de cono

Las características geométricas del horno alto las identificamos con las medidas del tronco de cono equivalente tal y como se aprecia en la figura. Es:

$S_0$  : área del tragante

$H$  : altura útil del horno

$h_i$  : profundidad media de las isoterma calculadas en cada caso.

$S$  : área de la sección del horno según la profundidad.

Para conseguir una base de cálculo adecuada para la elaboración del modelo, hace falta conocer, ya sea por instrumentación externa o por otros medios (pruebas en laboratorio, etc.) las temperaturas de fusión (TCF) y de reblandecimiento (TCR) de la carga mineral. Dichas temperaturas son variables según las características de dicha carga, pero para el modelo son parámetros conocidos en cada caso, cuyo valor se considerará constante en el proceso de cálculo posterior.

Admitimos también la distinción clásica ya presentada entre las zonas de preparación y elaboración, aceptando inicialmente como valor frontera de las mismas el más comúnmente utilizado, la isoterma de 1000 °C para el gas y de 990 °C para la carga.

Esta distribución hace, como se ha visto, que la zona cohesiva, cuyas fronteras están marcadas por las

isotermas de reblandecimiento y fusión del material, está completamente inmersa en la zona de elaboración.

El conjunto de medidas necesarias para el establecimiento del horno incluye, junto con las ya expuestas, las siguientes:

Del horno:

Diámetro de tragante

Diámetro de crisol

Altura útil

En el tragante:

Temperatura de carga en tragante (TCT) (ambiente)

Temperatura de gas en tragante (TGT)

A nivel de toberas:

Temperatura de arrabio y escoria (TAE)

Temperatura adiabática de llama (TLL)

#### 4.1. Determinación de parámetros de transferencia

A partir de las fórmulas del intercambiador teórico se deduce la importancia de los parámetros  $U$  y  $\beta$ . Así, por ejemplo, el que  $U < 1$  hace que el exponente en la fórmula [11] del apartado anterior sea negativo, y al ser

$\beta$  intrinsecamente positivo (no se puede ceder calor del cuerpo frío al caliente), las temperaturas de gas y sólido se aproximarán asintóticamente. De igual modo, si  $U > 1$ , la diferencia entre ambas temperaturas aumenta exponencialmente.

#### 4.1.1 Cálculo de U

Recordando que  $U = mc/GK$ , la manera mas fácil de calcular su valor se deriva de la fórmula [9] y siguientes.

$$dT = U \cdot dt$$

$$\int_{T_0}^{T_1} dT = U \cdot \int_{t_0}^{t_1} dt$$

de donde, operando, se llega a:

$$U = \frac{T_1 - T_0}{t_1 - t_0} \quad [12]$$

si se recuerda que las  $T_i$  representan temperaturas de gases y las  $t_i$  temperaturas de carga, se ha elaborado un criterio que permite estimar el valor de U en cualquier parte del horno.

Así podemos definir un  $U_P$  en la zona de preparación

$$U_P = \frac{TGP - TGT}{TCP - TCT} \quad [13]$$

y un  $U_E$  en la zona de elaboración

$$U_E = \frac{TLL - TGP}{TAE - TCP} \quad [14]$$

siendo:

TCT: Temperatura de carga en tragante

TGT: Temperatura de gas en tragante

TCP: Temperatura de carga en la frontera elaboración-  
preparación.

TGP: Temperatura de gas en la frontera elaboración-  
preparación.

TAE: Temperatura de arrabio y escoria.

TLL: Temperatura de llama.

La substitución en [11] de los valores de  $U$  en la zona de preparación (tragante a isoterma de 1000 °C) y en la de elaboración (isoterma de 1000 °C a crisol) plantea entonces el cálculo de los valores asociados del parámetro  $\beta$  en ambas zonas.

El valor de  $\beta$  en la zona de preparación puede ser, en general, medido de forma empírica. De hecho, los valores habituales se sitúan entre 5 y 12 (para el intercambio por unidad de superficie), dependiendo del tipo de horno y de la clase de carga.

La determinación en la zona de elaboración es mucho más compleja, debido a la dificultad de la medición y a las variaciones del mismo parámetro. El modelo plantea una estimación posible de dicho valor a través de una relación matemática con el valor de  $\beta$  en la zona de preparación.

#### 4.1.2. Estimación de $\beta$

Si aplicamos [10] a la zona de preparación e integramos adecuadamente tenemos:

$$\int_{T_0 - t_0}^{T_1 - t_1} \frac{d(T - t)}{T - t} = \frac{U_P - 1}{U_P} \cdot \beta_P \cdot S_0 \cdot \int_0^{h_P} \left[ 1 + \frac{z}{L} \right]^2 \cdot dz \quad [15]$$

operando, y si tenemos en cuenta que:

$h_P$  : profundidad de la isoterma frontera preparación-elaboración.

$T_0$  : TGT

$t_0$  : TCT

$T_1$  : TGP

$t_1$  : TCP

obtenemos la expresión:

$$TGT - TCP = (TGP - TCT) \cdot \exp \left[ \frac{L}{3} \cdot \frac{U_P - 1}{U_P} \cdot \beta_P \cdot S_0 \left[ \left[ 1 + \frac{z}{L} \right]^3 - 1 \right] \right]$$

[16]

Si efectuamos el cálculo para la zona de elaboración es:

$$\int_{T_1 - t_1}^{T_2 - t_1} \frac{d(T - t)}{T - t} = \frac{U_E - 1}{U_P} \cdot \beta_E \cdot S_0 \cdot \int_{h_P}^H \left[ 1 + \frac{z}{L} \right]^2 \cdot dz$$

siendo :

$H$  : altura útil del horno

$T_2$  : TLL

$t_2$  : TAE

expresión que nos lleva a:

$$TLL-TAE = (TGP-TCP) \cdot \exp \left[ \frac{L}{3} \cdot \frac{U_E - 1}{U_E} \cdot \beta_E \cdot So \left[ \left[ 1 + \frac{z}{L} \right]^3 - \left[ 1 + \frac{h_P}{L} \right]^3 \right] \right] \quad [17]$$

Eliminando  $h_P$  entre [16] y [17], se llega a una expresión del tipo:

$$\beta_E = \frac{\beta_P}{p \cdot \beta_P - q} \quad [18]$$

Esta relación permitirá, si se conoce empíricamente el valor de  $\beta_P$ , calcular el valor correspondiente de  $\beta_E$  por una simple sustitución. En la figura siguiente se puede ver de forma gráfica la relación planteada.

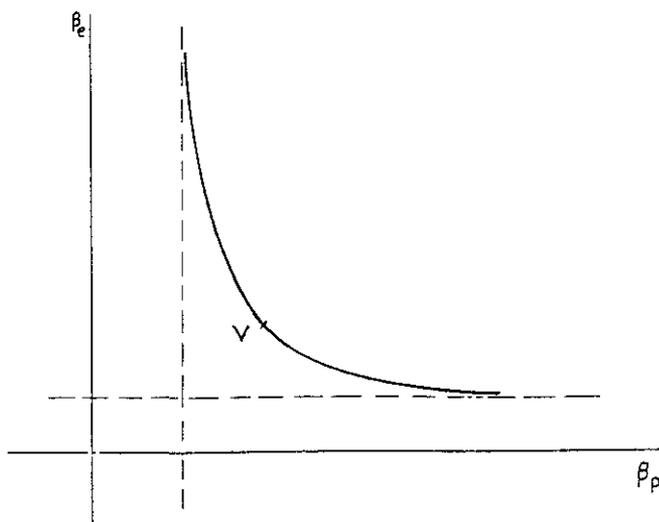


Figura 4.2. Relación entre valores del parámetro  $\beta$

Por otro lado, si el valor de  $\beta$  en la zona de preparación no es conocido, podemos estimar ambos valores. En efecto, la relación [18] es hiperbólica, y considerando que  $\beta_E$  y  $\beta_F$  pertenecen a una misma carga de mineral y coque, a la vez que están ligados a unos flujos específicos de gas por tonelada de mineral, igualmente relacionados a través del porcentaje de reducción indirecta y del consumo específico de coque, los puntos situados sobre las asíntotas de la función no pueden ser buenas estimaciones, ya que en ambas ramas los parámetros son en la práctica independientes entre sí. Con este criterio, y a falta de valores experimentales contrastados, podemos considerar que el vértice V de la hipérbola constituye una buena aproximación.

Por un simple cálculo matemático es pues factible establecer unos valores suficientemente adecuados para  $\beta$  en ambas zonas.

#### 4.2. Cálculo de profundidades medias de isothermas frontera

Una vez estimados los valores de los parámetros de transferencia térmica, a partir de las fórmulas de intercambio se pueden establecer las alturas medias a las que se encuentran las distintas isothermas.

#### 4.2.1. Isotherma frontera preparación-elaboración

Como se ha comentado anteriormente, se acepta la hipótesis de Michard acerca de la isoterma de separación entre las dos zonas básicas del horno, la de preparación y la de elaboración. Consideramos pues que dicha isoterma se presenta en los 1000°C para los gases y los 990°C para la carga mineral.

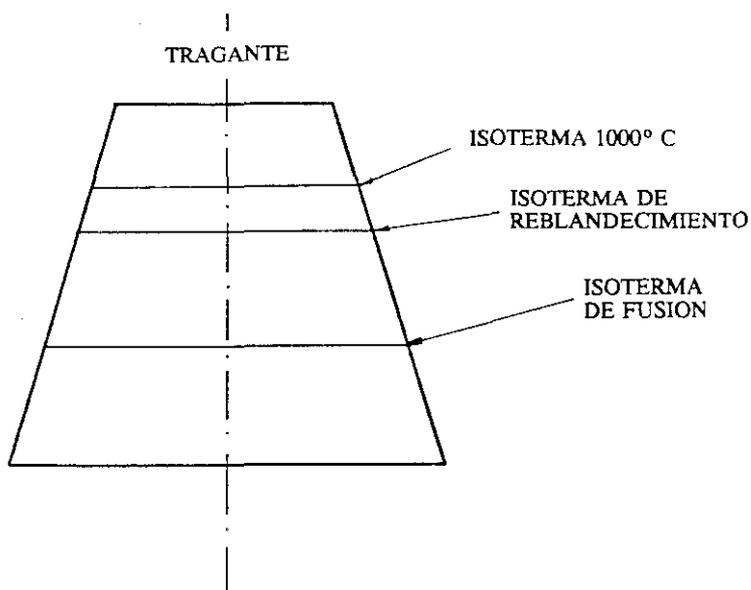


Figura 4.3. Tronco de cono con isotermas

Dado que los parámetros  $U$  y  $\beta$  son conocidos en la zona de preparación, integrando la ecuación diferencial básica de intercambio térmico desde el tragante a la isoterma de 1000 °C es:

$$\int_{TGT-TCT}^{TGP-TCP} \frac{d(T-t)}{T-t} = \frac{U_P - 1}{U_P} \cdot \beta_P \cdot S_0 \cdot \int_0^{h_P} \left[ 1 + \frac{z}{L} \right]^2 \cdot dz$$

siendo las variables y los límites de integración los referidos anteriormente.

Operando se obtiene:

$$\left[ L(T-t) \right]_{TGT-TCT}^{TGP-TCP} = \frac{L}{3} \cdot \frac{U_P - 1}{U_P} \cdot \beta_P \cdot S_0 \cdot \left[ \left[ 1 + \frac{z}{L} \right]^3 \right]_0^{h_P}$$

que es:

$$L \frac{TGP - TCP}{TGT - TCT} = \frac{L}{3} \cdot \frac{U_P - 1}{U_P} \cdot \beta_P \cdot S_0 \cdot \left[ \left[ 1 + \frac{h_P}{L} \right]^3 - 1 \right]$$

que permite obtener sin más que despejar el valor buscado de  $h_P$ .

#### 4.2.2 Isotermas de la zona cohesiva

Se sabe que la zona cohesiva se encuentra inmersa en su totalidad en la zona de elaboración, luego los valores

de los parámetros  $U$  y  $\beta$  habrán de ser los correspondientes a esta.

Por otro lado, se ha determinado con anterioridad el valor de  $h_p$ , que va a permitir el cálculo de las profundidades correspondientes a las isothermas de reblandecimiento y fusión.

Para poder aplicar las fórmulas de intercambio se conocen, como ya se dijo, las temperaturas de reblandecimiento (TCR) y de fusión (TCF) de la carga mineral, determinadas previamente en laboratorio o por otros métodos. Por otra parte, tal y como está diseñado el modelo, se ha de conocer igualmente cual es la temperatura del gas en dichas isothermas. Para ello recurrimos al valor de  $U_E$  dado por la fórmula [14].

Ya que ambas isothermas están en la zona de elaboración es:

$$U_E = \frac{TGR - TGP}{TCR - TCP}$$

$$U_P = \frac{TGF - TGP}{TCF - TCP}$$

donde:

TGF : Temperatura del gas en isoterma de fusión.

TCF : Temperatura de fusión de la carga mineral.

TGR : Temperatura del gas en la isoterma de  
reblandecimiento.

TCR : Temperatura de reblandecimiento de la carga  
mineral.

Ya que TCR, TCF, TGP y TCP son conocidos, se establecen los valores necesarios de TGR y TGF sin más que despejar su valor adecuadamente.

Con estos valores conocidos, podemos entrar en la fórmula [10], teniendo en cuenta que los límites de integración vienen dados en el primer término por las temperaturas correspondientes al reblandecimiento o a la fusión, y en el segundo término por las profundidades de las isothermas

Así pues se tiene, para la isoterma de reblandecimiento:

$$\int_{TGP-TCP}^{TGR-TCR} \frac{d(T-t)}{T-t} = \frac{U_E - 1}{U_E} \cdot \beta_E \cdot S_o \cdot \int_{h_P}^{h_R} \left[ 1 + \frac{z}{L} \right]^2 \cdot dz$$

siendo:

$h_P$ : Profundidad de la frontera preparación-elaboración

$h_R$ : Profundidad de la isoterma de reblandecimiento

operando es:

$$\left[ \begin{array}{l} L(T - t) \\ \text{TGR-TCR} \\ \text{TGP-TCP} \end{array} \right] = \frac{L}{3} \cdot \frac{U_E - 1}{U_E} \cdot \beta_E \cdot S_0 \left[ \begin{array}{l} \left[ 1 + \frac{z}{L} \right]^3 \\ \text{hR} \\ \text{hP} \end{array} \right]$$

que llega a:

$$L \frac{\text{TGR} - \text{TCR}}{\text{TGP} - \text{TCP}} = \frac{L}{3} \cdot \frac{U_E - 1}{U_E} \cdot \beta_E \cdot S_0 \left[ \begin{array}{l} \left[ 1 + \frac{h_R}{L} \right]^3 \\ - \left[ 1 + \frac{h_P}{L} \right]^3 \end{array} \right]$$

de donde se obtiene el valor de  $h_P$ .

Igualmente se puede plantear el cálculo para la isoterma de fusión:

$$\left[ \begin{array}{l} \text{TGF-TCF} \\ \frac{d(T - t)}{T - t} \\ \text{TGP-TCP} \end{array} \right] = \frac{U_E - 1}{U_E} \cdot \beta_E \cdot S_0 \cdot \left[ \begin{array}{l} \text{hF} \\ \left[ 1 + \frac{z}{L} \right]^2 \\ \text{hP} \end{array} \right] \cdot dz$$

donde, siendo  $h_f$  la profundidad media de la isoterma de fusión, y operando de forma paralela al caso anterior se convierte en :

$$L \frac{TGF - TCF}{TGP - TCP} = \frac{L U_E - 1}{3 \cdot U_E} \cdot \beta_E \cdot S_0 \left[ \left[ 1 + \frac{h_f}{L} \right]^3 - \left[ 1 + \frac{h_p}{L} \right]^3 \right]$$

que permite despejar fácilmente el valor de  $h_f$ .

Estos criterios constituyen el núcleo del modelo físico-químico utilizado como base para el tratamiento matemático posterior.

### 4.3. Análisis de variables significativas

A lo largo del desarrollo de todo el modelo se ha podido observar que este se basa en las medidas de un conjunto de temperaturas, unas de ellas conocidas a priori y otras calculadas en función de la marcha del horno. Del total de temperaturas utilizadas podemos diferenciar los siguientes aspectos:

**Temperatura de carga en tragante (TCT):** Es constante e igual a la temperatura ambiente; se suele estimar alrededor de los 15 °C.

Temperaturas frontera preparación-elaboración : Tanto la de gas (TGP) como la de carga (TCP) se consideran constantes, aceptandose los valores establecidos por Michard: 1000 °C para el gas y 990 °C para la carga

Temperaturas de reblandecimiento: Para la carga TCR y para el gas TGR. La primera se determina empíricamente (laboratorio, medición, etc), y la segunda se establece a partir de ella y de los parámetros de transferencia. Se consideran pues constantes para cada carga.

Temperaturas de fusión: Son la TGF para el gas y la TCF para la carga, su determinación es idéntica a la de las de reblandecimiento, siendo por lo tanto constantes para cada carga.

Temperatura de arrabio y escoria : Es la denominada en el trabajo TAE. Se mantiene alrededor de los 1500 °C, con un error de menos del 3 por ciento, con lo cual la podemos considerar constante, mas aún si tenemos en cuenta la no disponibilidad de datos a intervalos temporales lo suficientemente cortos.

---

Las dos últimas temperaturas a considerar son las que marcan definitivamente el modelo. La primera es la temperatura de gas en tragante (TGT). Esta es una temperatura relativamente sencilla de medir, gracias al analizador continuo de gas en tragante, y se considera una de las variables más significativas para la definición del estado interno del horno.

En segundo lugar se encuentra la temperatura adiabática de llama (TLL), que es la temperatura asequible por excelencia para el operador del horno, que la puede variar a través del soplado, dentro de ciertos límites, modificando así la marcha del horno.

Con estas características, se ha considerado que el horno como sistema es el filtro existente entre entre las dos variables dominantes, la temperatura de "entrada" (TLL) y la temperatura de "salida" (TGT), y es la modelización de su comportamiento en el tiempo lo que se pretende con el tratamiento matemático que forma el núcleo matemático de esta memoria.

## CAPITULO 5

### Modelización empírica de un alto horno real

#### 5.1. Descripción del horno

El modelo físico-químico desarrollado en capítulos precedentes se ha aplicado al caso práctico del alto horno nº 3 de ENSIDESA (Avilés, España). Dicho horno ha sido construido en el año 1966 por Koppers, y ha sido revestido de nuevo por última vez y vuelto a poner en marcha en el año 1983. Posee diversas posibilidades de medición a través del analizador continuo de gas en tragante, que suministra medidas parciales en cada uno de los cuatro pantalones, así como calas que permitirían eventualmente la introducción de sondas en el horno.

Como se puede deducir de los capítulos anteriores, el modelo necesita para su desarrollo un conjunto de medidas. Algunas de ellas se toman en el horno mismo, ya sea de su estructura o referidas a parámetros de marcha del mismo, y otras se refieren al tipo de carga empleado en cada caso, y que se miden por instrumentación externa al sistema. Se pueden pues agrupar en tres grandes bloques:

- Medidas constructivas y estructurales del horno: altura útil, diámetro de tragante, etc.
- Parámetros de carga, como pueden ser el tamaño del sinter o la temperatura de fusión.
- Variables de marcha, como los parámetros de intercambio energético o la temperatura de gas en tragante.

## 5.2. Medidas constructivas

En la tabla y la figura de la página siguiente a la misma se presentan algunas de las más importantes medidas constructivas del alto horno nº 3 de ENSIDESA.

### Características constructivas:

1	: Diámetro del crisol con revestimiento	8,53 m
2	: Diámetro del crisol sin revestimiento	8,99 m
3	: Diámetro interior de la carcasa	10,36 m
4	: Diámetro entre boquillas de tobera	8,2 m
5	: Inclinação de la piquera	120
6	: Diámetro de tragante con revestimiento	6,93 m
7	: Diámetro de tragante sin revestimiento	9,09 m
8	: Diámetro del vientre con revestimiento	10,09 m
9	: Diámetro del vientre sin revestimiento	11,53 m
10	: Altura del crisol	4,07 m

---

11: Altura del etalaje	6,86 m
12: Altura del vientre	0
13: Altura de la cuba	15,82 m
14: Altura de la piquera	1,17 m
15: Altura de toberas	4,07 m
16: Altura útil	24,63 m
17: Angulo de la cuba	85° 15' 45"
18: Angulo del etalaje	86° 25' 25"

### 5.3. Parámetros de carga

La carga que se introduce en el horno, ya sea el tipo de coque, la clase de mineral, los fundentes o la distribución física de la misma son de importancia primordial a la hora de establecer un modelo de control adecuado para el horno.

En el caso del modelo que nos ocupa, dada su sencillez, y teniendo en cuenta las consideraciones del capítulo anterior, solamente se han considerado dos medidas del amplísimo conjunto disponible: las temperaturas de fusión y de reblandecimiento de la carga. Estas temperaturas dependen en gran medida de la composición y forma de la carga, y pueden ser conocidas a priori por mediciones externas al horno realizadas en laboratorio. Varían habitualmente entre los 1150°C para

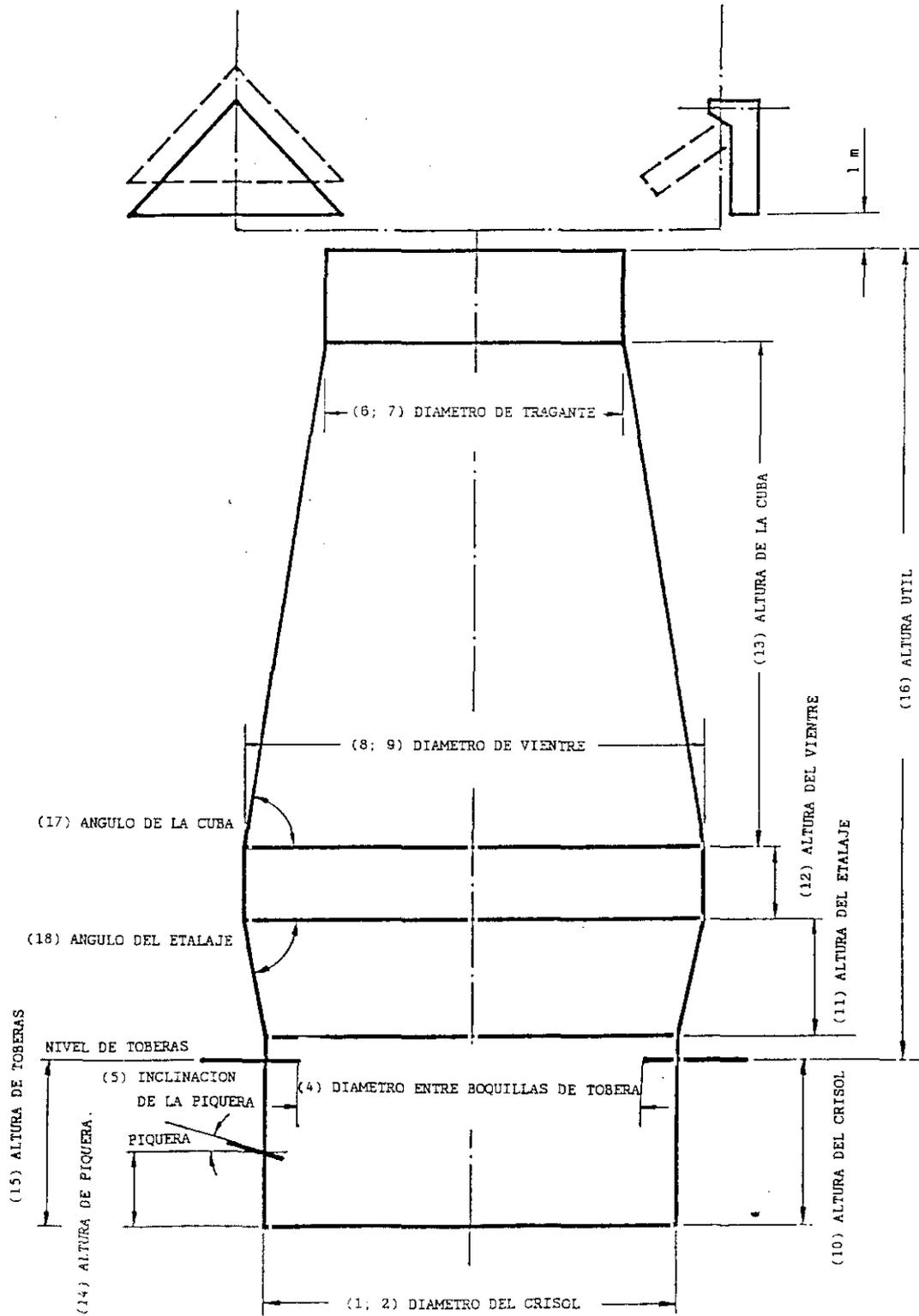


Figura 5.1. Medidas características de un horno alto

el reblandecimiento y los 1450°C para la fusión, y un valor relativamente corriente podría fijarse en los 1200°C y los 1300°C respectivamente.

Conviene resaltar aquí que estos valores, si bien son variables en función de la clase de carga utilizada, son constantes para toda ella, y por tanto serán considerados como constantes internas del sistema en la evolución de la carga a través del mismo.

#### 5.4. Variables de marcha

Se consideran variables de marcha aquellas que se miden en el horno en funcionamiento, aunque en algunos casos dicha variables no sean directamente producidas por este, sino suministradas por el operador.

Una variable intermedia entre las que hemos denominado parámetros de carga y las variables de marcha es el parámetro de intercambio energético  $\beta_P$ . El producto de dicho parámetro por la superficie de la sección del horno a profundidad Z ( $S_z$ ) es una constante que puede ser determinada a partir de las características de la carga o a partir de medidas directas en el horno. Así por ejemplo para un aglomerado de un tamaño de medio 15 mm y un coque de 60 mm, el valor del producto  $\beta_P \cdot S_z$  da un

valor teórico de  $6 \text{ m}^{-1}$ . Datos tomados en altos hornos reales utilizando sondas verticales establecen para el mismo valores comprendidos entre  $5 \text{ m}^{-1}$  y  $12 \text{ m}^{-1}$ . El valor establecido en el caso del horno que nos ocupa es de 6.

Mas propiamente variables de marcha pueden ser consideradas las temperaturas necesarias para establecer el balance energético en el modelo que son: temperatura de arrabio y escoria, temperatura de gas en tragante y temperatura adiabática de llama. Todas ellas se han suministrado desde ENSIDESA en cantidad suficiente para la aplicación del modelo, y en esta memoria figuran tres ficheros específicos de las mismas compuestos por un conjunto de datos medidos a intervalos de seis minutos en un periodo de 24 horas seguidas.

En la página siguiente se presentan de forma resumida dichos conjuntos de datos a través de sus gráficas. Los valores numéricos correspondientes se pueden consultar en el Apéndice D.

Los datos se suministraron de dos maneras, digitalizados numéricamente y con gráficas obtenidas directamente del sistema de control del horno, por lo que son absolutamente fiables. Conviene comentar aquí que la temperatura adiabática de llama puede obtenerse de forma

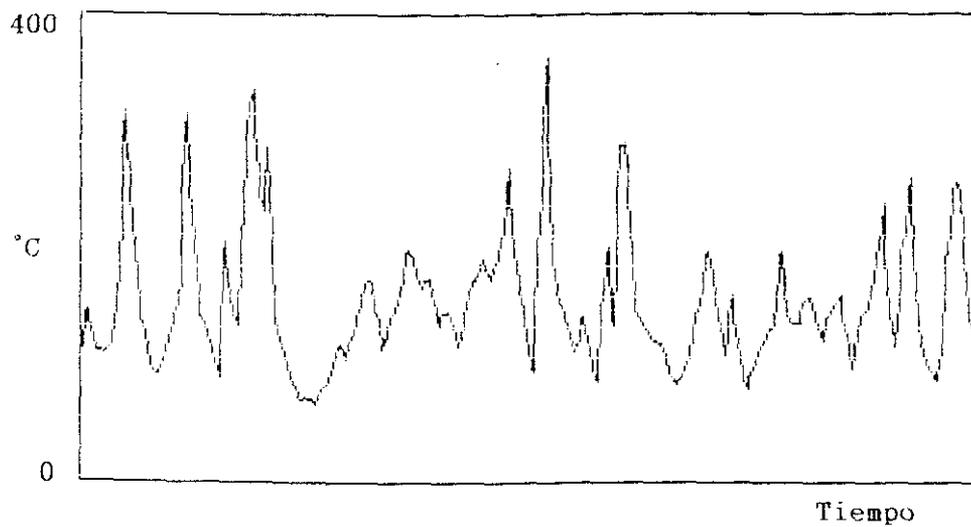


Figura 5.2. Perfil de la TGT



Figura 5.3. Perfil de la TLL

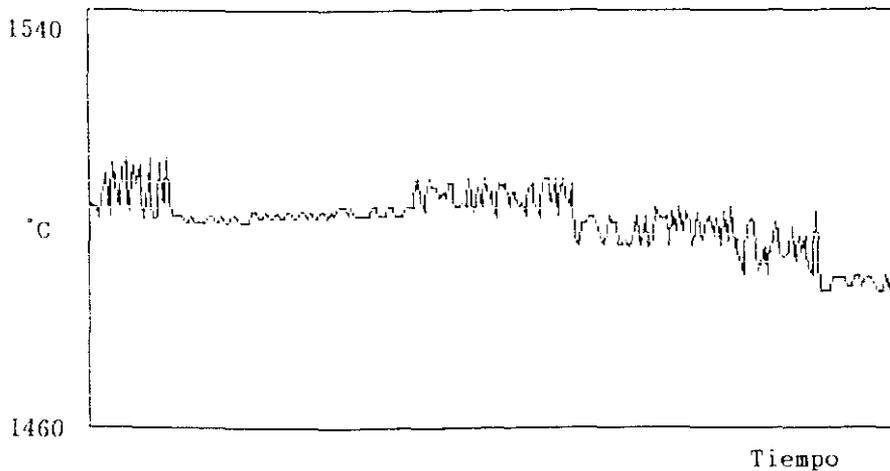


Figura 5.4. Perfil de la TAE

empírica usando instrumentos de medida, o lo que es mas común, ser calculada por el operador a partir de los valores de un cierto número de parámetros integrados en alguna de las varias fórmulas que al respecto existen en el mercado. En el caso del modelo objeto de esta tesis, se ha considerado dicha temperatura como una variable empírica mas, ya que así lo indicaban los valores suministrados en origen.

### 5.5. Resultados del modelo

La aplicación del modelo ha producido como resultado los conjuntos de valores correspondientes a las profundidades medias de las isothermas frontera de la zona cohesiva, la isoterma de reblandecimiento y la de fusión, que determinan la posición de dicha zona, y, a partir de ellas, el conjunto de espesores medios, que establecen el tamaño de la misma.

A continuación se presentan los resultados obtenidos a través de sus gráficas representativas. Los ficheros de datos se encuentran en el Apéndice D.

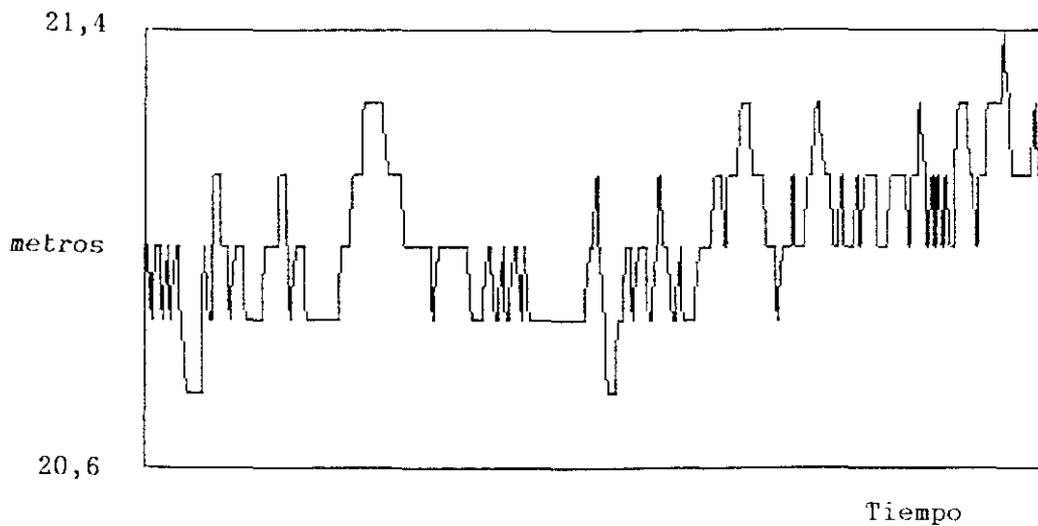


Figura 5.5. Perfil de la profundidad de reblandecimiento

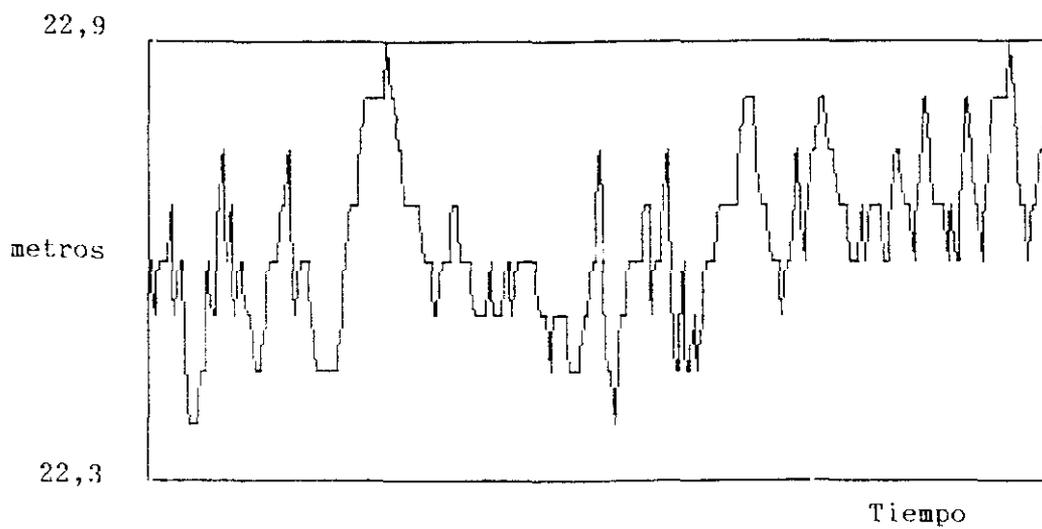


Figura 5.6. Perfil de la profundidad de fusión

## CAPITULO 6

### Modelos matemáticos básicos para análisis de señal

Al comienzo de la presente memoria se hacía referencia a que la aproximación al problema del diseño de un modelo del horno alto se realizaría siguiendo un criterio más sistémico que analítico. El presente capítulo presenta una clarificación y ampliación de dicho concepto que hará posible un mejor entendimiento de todos los cálculos posteriores.

#### 6.1. Análisis de sistemas

Tradicionalmente, el modo de describir e interpretar la realidad que nos rodea, y todavía más los hechos científicos y tecnológicos, ha sido la descripción analítica de los procesos que definen y conforman dicha realidad, de manera cuanto más pormenorizada mejor. Dicha descripción se considera tanto más acertada cuanto más detalladamente describa el fenómeno estudiado, y más de una vez se olvida el dicho popular de que las ramas no dejan ver el bosque. Así tenemos muchos casos en los que la pérdida de visión de conjunto de un fenómeno, a pesar del incremento en el conocimiento de sus partes, hace

difícil la interpretación real del mismo y todavía más su modelización y/o control.

El llamado enfoque analítico sigue siendo utilísimo en muchos procesos, pero también conviene aproximarse a los mismos siguiendo otro criterio, las más de las veces complementario, usando lo que podemos denominar enfoque sistémico. Este se apoya simplemente en el principio de que, en muchas ocasiones, es preferible una visión global de la realidad, aunque se pierdan algunos detalles.

En la mayoría de los casos las dos aproximaciones no se contraponen, sino que se complementan, observando distintos aspectos de una misma realidad.

El concepto de sistema es tan difícil de definir como todas aquellas cosas que nos parecen evidentes. Podemos decir con la Real Academia de la Lengua que sistema es "...el conjunto de reglas y/o cosas que contribuyen a un fin de forma ordenada..". La cuestión es aparentemente simple, pero oculta un problema importante: todo sistema es subjetivo, ya que depende del observador que lo estudie el considerar cual es el conjunto de reglas y hechos que ha de ser considerado significativo en cada caso.

Los sistemas habitualmente están constituidos por elementos que varían en el tiempo, son lo que se conoce como sistemas dinámicos. Pero también existen algunos casos en los que los elementos que intervienen en el sistema, así como las relaciones entre los mismos permanecen inmutables, serían entonces sistemas estáticos.

Una vez establecido un sistema para su estudio, este ha de ser definido de alguna forma para poder ser descrito. Esta descripción formal de un sistema es lo que se denomina en general modelo, y puede ser más o menos precisa dependiendo del campo en el que se aplique y de su estructura misma.

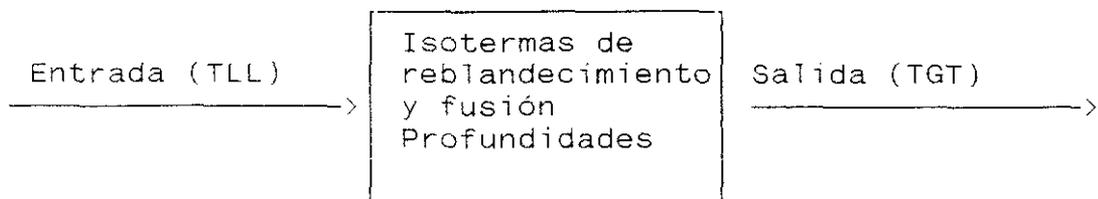


Así pues, y resumiendo, los pasos a dar para una adecuada modelización son:

- 1.- Identificación del fenómeno real a estudiar
- 2.- Establecimiento del sistema que define el fenómeno, identificando sus variables significativas.
- 3.- Construcción de un modelo que describa el sistema de forma consistente.

## 6.2. El horno alto como sistema

Es evidente que la infinidad de variables que operan sobre el comportamiento de un horno alto hacen extremadamente compleja su modelización, así p.e. si se utilizase un modelo estequiométrico, habríamos de considerar los balances materiales y energéticos que se presentan en el mismo, si fuese de flujo de gas las variaciones de presión y temperatura a lo largo de la cuba, si de descenso de carga la forma de la misma, su distribución y velocidad de descenso, etc. A efectos prácticos, y dadas las características de este trabajo, como ya se ha comentado con anterioridad, las variables a considerar van a ser temperaturas y/o profundidades.



Como vemos en el gráfico, consideramos las temperaturas, ya sea la de tragante (TGT) o la de llama (TLL) como variables externas (o exógenas) y las

profundidades de las isothermas (de reblandecimiento y de fusión) como variables internas (o endógenas) del sistema, relacionadas por las ecuaciones (modelo de balance térmico) establecidas en apartados anteriores a partir de la consideración del horno alto como intercambiador térmico en contracorriente.

Ahora bien, este modelo, basado en una interpretación fisico-química consistente del horno, aunque no completa, establece en realidad la base para el desarrollo del auténtico modelo estadístico matemático que conforma el eje fundamental de este trabajo: el análisis de series temporales de las variables significativas. En este caso dichas variables van a ser las que anteriormente se han llamado exógenas: la temperatura de gas en tragante (TGT) y la temperatura adiabática de llama (TLL).

### 6.3. Modelización de sistemas dinámicos

En un sistema dinámico físico-químico cualquiera, y por lo tanto en un horno alto, se puede seguir una aproximación para establecer un modelo del mismo que podríamos denominar clásica. En efecto, si se llama  $x(t)$  a la *excitación* (entrada), e  $y(t)$  a la *respuesta*

(salida), estarán relacionadas a través de una ecuación diferencial lineal de la forma:

$$\begin{aligned}
 & a_n \cdot \frac{d^n y}{dt^n} + a_{n-1} \cdot \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \cdot \frac{dy}{dt} + a_0 \cdot y = \\
 & = b_r \cdot \frac{d^r x}{dt^r} + b_{r-1} \cdot \frac{d^{r-1} x}{dt^{r-1}} + \dots + b_1 \cdot \frac{dx}{dt} + b_0 \cdot x
 \end{aligned}$$

Para una excitación dada y en condiciones iniciales dadas, se puede integrar la anterior ecuación diferencial con el fin de conseguir una solución completa para  $y(t)$ . Esto se suele realizar utilizando transformadas de diferente tipo, ya sean de Laplace, de Fourier, etc., consiguiendo la relación que habitualmente se conoce como Función de Transferencia del sistema.

El gran problema que suelen plantear estas técnicas reside, aparte de las dificultades matemáticas que plantean, en el elevado número de datos necesarios para poderlas utilizar. El uso de series temporales posibilita en cambio modelizar sistemas con un número de datos relativamente bajo, y con una fiabilidad elevada, por lo que ha sido el sistema elegido para el presente trabajo.

#### 6.4. Modelos de series temporales

Como se ha dicho, la modelización del horno se va a realizar utilizando la técnica del análisis de series temporales. Esta técnica se basa en el estudio de conjuntos de valores ordenados en el tiempo de las variables consideradas significativas, con el fin de obtener una pauta que permita construir un modelo matemático capaz de predecir el comportamiento futuro de dichas variables.

Los modelos de series temporales se han usado fundamentalmente en ciencia e ingeniería para el estudio de las señales, ya sean de origen eléctrico, sónico, biológico o económico, ya que dicho estudio se basa en la morfología estadística de la señal, no en el origen de los valores que dan lugar a la misma.

El parámetro fundamental que define los modelos temporales es el de la autorregresividad. Este concepto establece la existencia o no de una relación de los valores actuales de la variable con los valores anteriores de la misma; una variable con una relación de este tipo se dice que es autorregresiva. La medida de esta autorregresividad se realiza estudiando la correlación estadística existente entre los valores

actuales y los pasados de la variable, o lo que es lo mismo, su autocorrelación. Como se verá mas adelante, la función que especifica este concepto es la F.A.C. (función de autocorrelación), y es la que caracteriza de forma mas completa el comportamiento de la variable (ver apéndice).

Paralelamente al concepto de autorregresividad se utiliza el concepto de ruido (ver Apéndice A). Un ruido es simplemente una señal mas o menos aleatoria, sin una historia definida en el tiempo. Su aleatoriedad puede variar en grado, y los ruidos se clasificarían desde el blanco hasta el negro, según que la aleatoriedad fuese mayor o menor. Así, una señal absolutamente aleatoria (gaussiana) se dice que es un ruido blanco.

Algo que hemos de tener muy presente a la hora de establecer un modelo temporal es si la muestra utilizada para elaborar el mismo es suficientemente representativa del conjunto de valores que definen la señal original. Claramente un modelo será tanto mas válido cuanto mas representativa sea la muestra utilizada.

Las dos características fundamentales para controlar si una muestra es o no representativa son la estacionariedad y la ergodicidad (ver Apéndice A). A

grandes rasgos se dice que una señal es estacionaria si sus parámetros estadísticos no dependen del tiempo absoluto, sino de las separaciones en el tiempo de las distintas medidas, y que es ergódica si las características estadísticas de una muestra cualquiera coinciden con las del conjunto.

En la práctica, todos los modelos consideran señales suficientemente ergódicas, y en la mayoría de los casos también estacionarias, ya sea de forma débil o estricta.

### 6.5. Algunos modelos de series temporales

Los modelos de series temporales se basan generalmente en el estudio de las señales tratando de generar una predicción sobre el comportamiento futuro de las mismas, es decir, el sistema a estudiar genera un conjunto de variables de salida, cada una de las cuales puede ser modelizada para anticipar su forma futura, interpretando así el modelo.



Existen también modelos que consideran que el sistema no solo está determinado por las señales de salida, sino que existen unas señales de entrada al mismo que determinan la forma de las de salida, estableciendo una relación causal entre ambas y sus comportamientos pasados.



La diferencia existente entre los valores teóricos generados por los modelos y los valores empíricos de las muestras manejadas ha de ser exclusivamente un ruido blanco, ya que dicha diferencia, que siempre existirá, ha de ser absolutamente aleatoria para poder ser considerada despreciable.

Con base en el hecho anteriormente reseñado, y con el fin de homogeneizar los planteamientos, la mayoría de los modelos, aún aquellos en los que no se conoce la entrada, consideran que existen tanto entrada como salida, aunque aquella sea un ruido blanco.

Vamos a revisar ahora los modelos mas utilizados, para lo cual se utilizará la terminología siguiente:

$y(t)$  : Señal de salida del sistema en el instante  $t$   
 $y(t - k)$ : Señal de salida en el instante  $(t - k)$ ,  
donde  $k$  es entero.

$x(t)$ : Señal de entrada en el instante  $t$ .

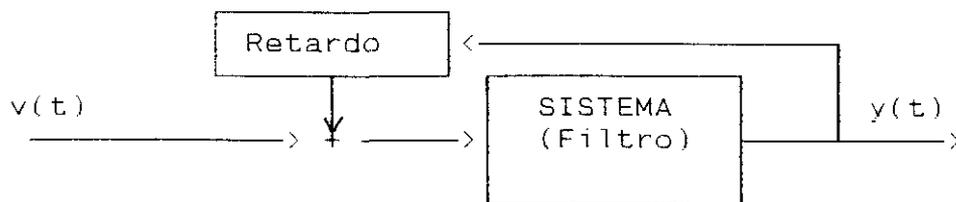
$v(t)$ : Ruido blanco en el instante  $t$ .

$a(k), b(k)$ : coeficientes, variables con el valor de  $k$

De entre los modelos que consideran la entrada como un ruido blanco, los mas interesantes son:

### 6.5.1. Modelos AR (Auto-regressive)

Modelizan una señal autorregresiva (con memoria en el tiempo), considerando la señal de entrada un ruido blanco. Graficamente se suelen representar por:



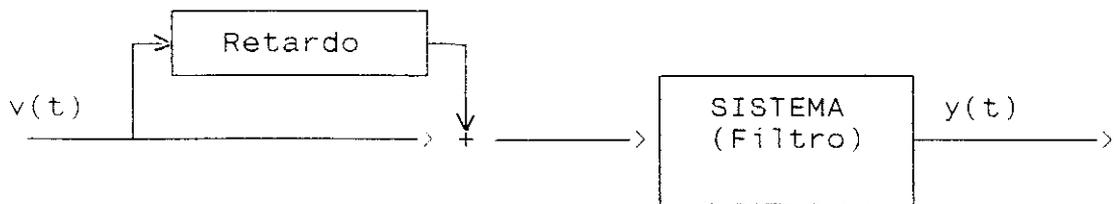
La expresión matemática que los determina es:

$$y(t) = \sum_{k=1}^{k=p} a(k).y(t - k) + v(t)$$

### 6.5.2. Modelos MA (Moving average)

Modelizan señales no regresivas en principio, utilizando un filtro de medias móviles. Considera pues una señal originada puramente por un ruido blanco.

Graficamente es:



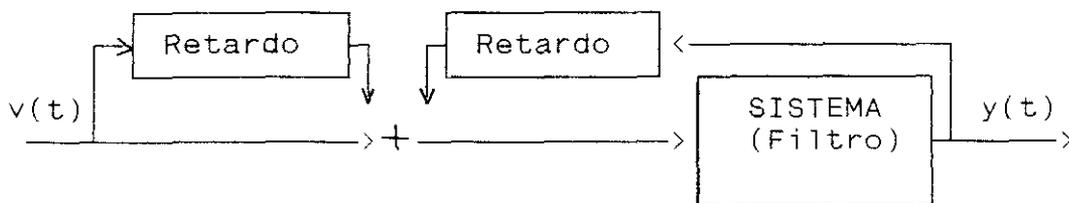
Y matematicamente:

$$y(t) = \sum_{k=1}^{k=p} b(k).v(t - k)$$

### 6.5.3. Modelos ARMA (Autoregressive moving average)

Es un híbrido de los dos anteriores, modeliza señales no substancialmente autorregresivas y con un fuerte componente de ruido blanco.

Graficamente:



Y su expresión matemática:

$$y(t) = \sum_{k=1}^{k=p} a(k).y(t - k) + \sum_{k=1}^{k=p} b(k).v(t - k)$$

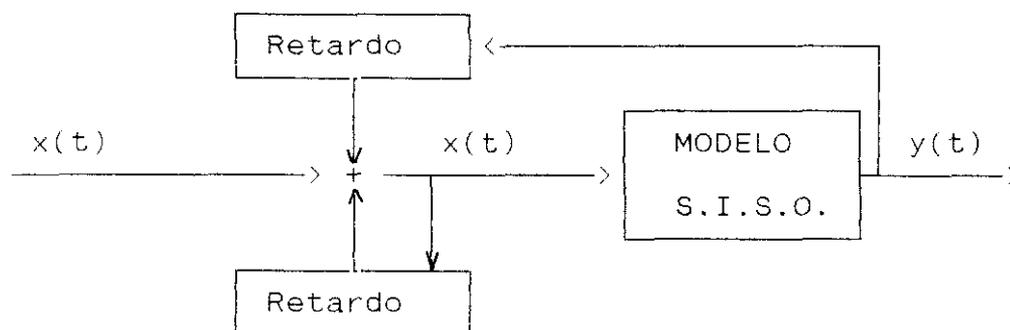
Todos estos modelos se refieren a procesos estacionarios, como son los estudiados en este trabajo, pero existe posibilidad de modelizar modelos no estacionarios, utilizando modelos integrados, modelos que se pueden transformar en estacionarios mediante la toma

de diferencias de un determinado orden. Ejemplo de estos pueden ser el "random walk" o los modelos ARIMA.

#### 6.5.4. Modelos S.I.S.O. (Single Input Single Output)

Los modelos que consideran la existencia de entradas significativas al sistema pueden ser univariados o multivariados, según el número de variables que definan la entrada. Existen diversos tipos, pero el más eficaz entre los univariados, que se presentará aquí, es el denominado SISO.

El modelo SISO (Single Input Single Output) considera conocidas tanto la entrada como la salida, con una cierta regresividad en ambas, tal y como se ve en la figura.



Matemáticamente se expresaría como:

$$y(t) = \sum_{k=1}^{k=p} a(k).y(t - k) + \sum_{k=1}^{k=p} b(k).x(t - k)$$

La elección de uno u otro de los modelos planteados deberá hacerse estudiando en cada caso los aspectos mas relevantes de la simulación. Asi p.e., si tenemos claramente diferenciadas señales de entrada y salida, con una relación causal entre ellas, lo mas adecuado son modelos predictivos del tipo SISO o multivariados, en su caso. Por contra, si lo que vamos a estudiar es la evolución de una o varias señales que en principio no están relacionadas entre si, para efectuar una predicción temporal elegiremos modelos del tipo AR, MA, ARMA, ARIMA u otros, claramente mas adecuados para estos casos.

Una vez establecido el tipo genérico de modelo a utilizar (que relacione variables distintas o no), habremos de elegir cual en concreto es el mas correcto. Esta determinación se ha de basar en la morfología de la señal original que, en cada caso, va a dar las pautas de trabajo mas adecuadas.

Puede incluso darse el caso de que sea interesante un doble tipo de modelización, una señal a señal y otra relacionando las señales entre si, ya que la utilización posterior de los modelos puede hacerlo necesario.

En definitiva, y como ya se verá a lo largo del desarrollo del trabajo, no se pueden dar pautas específicas de elección de modelos, ya que la casuística particular es la que decide qué es lo mas adecuado en cada momento.

Esta revisión de los modelos matematicos posibles se encuentra considerablemente ampliada en los Apéndices B y C , cuya lectura posibilitará una mejor comprensión del trabajo.

## CAPITULO 7

### Desarrollo de los modelos matemáticos

El estudio matemático de las variaciones en el tiempo de las variables consideradas significativas constituye uno de los núcleos de esta memoria de tesis. Para abordar este aspecto se ha realizado en primer lugar un estudio morfológico de las señales y de sus Funciones de Autocorrelación (FAC), con el fin de plantear en cada caso la posibilidad de modelización que ofrece cada una.

Según la forma de la FAC, se determina si la señal posee o no alguna característica de autorregresividad, en cuyo caso sí sería factible la modelización de la misma y la predicción subsiguiente de su comportamiento en el tiempo.

Para analizar la FAC se ha de establecer el número de valores anteriores con los que en cada momento ha de relacionarse el valor actual de la señal (lag-time). Se han elegido 20 lag-time, a partir de la experiencia estadística existente. En la practica totalidad de las modelizaciones consultadas, el número de lag-time es igual o inferior a 20. De hecho, el único caso en el que habitualmente se usan lag-time en cantidad superioere (alrededor de 50) es el de la meteorología, que necesita

un nivel de predicción muy superior al de cualquier otro campo.

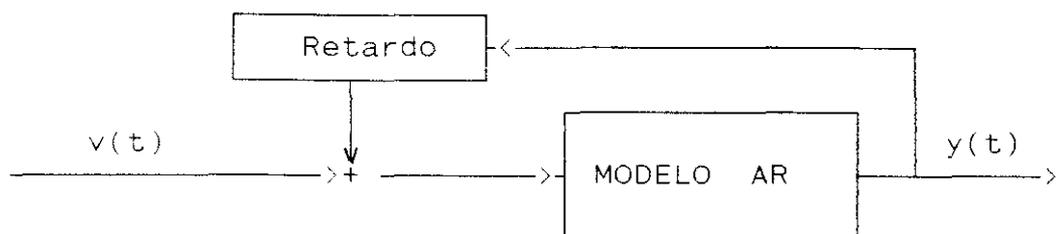
Dicha modelización se ha planteado a dos niveles:

- Modelos Autorregresivos (AR)
- Modelos Single Input-Single Output (SISO)

### 7.1. Modelos Autorregresivos

Como se ha comentado anteriormente, los modelos AR, que permiten analizar incluso muestras de pequeño tamaño, se caracterizan por modelizar una señal a partir de sus valores anteriores en el tiempo, considerando como diferencia un ruido blanco.

El gráfico muestra en esencia el funcionamiento de un modelo autorregresivo.



En efecto, si la señal a modelizar es  $y(t)$ , será:

$$y(t) = \sum_{k=1}^{k=p} a(k).y(t-k) + v(t) \quad [19]$$

donde:

$p$ : Orden del modelo AR

$k$ : Retardos variables para la correlación

$v(t)$ : Señal ruido blanco

$a(k)$ : Parámetros del modelo

Conviene resaltar que, en un modelo AR, el ruido blanco  $v(t)$  adquiere el carácter de excitador del mismo, una suerte de entrada no conocida y aleatoria que genera la salida del modelo.

La determinación de dichos modelos consiste en establecer el orden de los mismos, así como los valores de los correspondientes parámetros  $a(k)$ . Se han desarrollado modelos AR de distintos ordenes para cada señal, variando desde el AR1 al AR10, que es el rango más habitual, determinando para cada uno los valores de los parámetros  $a(k)$  del modelo.

Una vez establecidos los distintos modelos, el paso siguiente es la elección del más favorable, el que mejor aproximación ofrece. Para ello se ha recurrido al test de Akaike, determinando el estadístico de Akaike (AIC) aplicado al residuo del modelo, es decir la diferencia entre la señal original y la modelizada:

$$AIC(p) = N \cdot \text{Log}(\sigma^2(\text{resp})) + 2p$$

siendo:

p: Orden del modelo

N: Número de valores de la muestra

resp: Residuo de orden p

Tras determinar el valor de los distintos AIC(p), se ha aplicado el criterio del valor mínimo y el de parsimonia para elegir el modelo más apropiado.

Para establecer de forma definitiva el modelo, se ha recurrido a otro criterio suplementario de comprobación, la asimilación del residuo a un ruido blanco.

En [19] podemos considerar que

$$s(t) = \sum_{k=1}^{k=p} a(k) \cdot y(t-k)$$

siendo  $s(t)$  la señal modelizada en cada caso. De aquí sería entonces:

$$y(t) - \sum_{k=1}^{k=p} a(k).y(t-k) = v(t)$$

o lo que es lo mismo

$$y(t) - s(t) = v(t)$$

Es decir, si el modelo es correcto, la diferencia existente entre la señal original y la generada por el modelo (residuo), ha de ser un ruido blanco.

Con esta base se ha analizado la bondad de cada modelo viendo cuán próximo está el residuo correspondiente a ser un ruido blanco.

Para ello se ha calculado la FAC de cada residuo, dado que si este es un ruido blanco, dicha FAC ha de aproximarse a la forma de una  $\delta$  de Dirac, es decir, una función  $f$  tal que:

$$\begin{aligned} f(i) &= 1 && \text{si } i = 0 \\ f(i) &= 0 && \text{si } i \neq 0 \end{aligned}$$

Igualmente se ha efectuado una partición en los valores de los residuos normalizados, 5 por encima y 5 por debajo de la media, de forma que la distribución resultante del conteo correspondiente de los valores ha de ser lo mas parecida posible a una distribución normal. Una vez analizados todos estos criterios, se ha determinado cual será en cada caso el modelo final.

Las dos variables modelizadas con intención predictiva usando modelos AR han sido la temperatura de gas en tragante (TGT) y la temperatura adiabática de llama (TLL), que habian sido anteriormente escogidas como las más significativas a través del modelo fisico-químico del horno. Cada una de ellas tiene un conjunto de características propias, que son analizadas en detalle posteriormente.

Los modelos construidos son ligeramente distintos en cada caso. La TGT tiene una estructura típicamente autorregresiva, y el modelo es un AR puro, es decir:

$$TGT(t) = \sum_{k=1}^{k=p} a(k).TGT(t-k) + v(t)$$

Por contra, la TLL tiene un fuerte componente de tendencia determinista, con lo cual el modelo se contruye sobre la señal obtenida al eliminar dicha tendencia, y la señal final habrá de ser reconstruida. Es por lo tanto:

$$TLL(t) = D(t) + \sum_{k=1}^{k=p} a(k).TLL(t-k) + v(t)$$

En el capítulo siguiente están desarrollados dichos modelos.

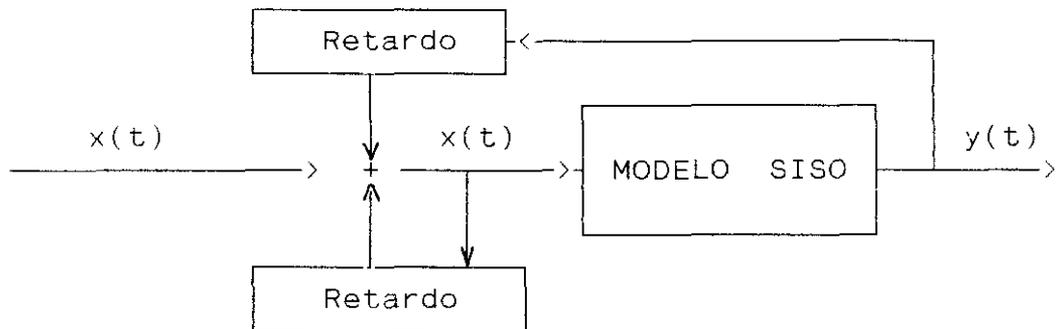
## 7.2. Modelos Single Input - Single Output (S.I.S.O.)

Si bien el desarrollo matemático de los modelos SISO es similar al de los modelos AR, su filosofía de construcción es radicalmente distinta.

En los modelos AR la predicción del comportamiento de una señal está basada unicamente en el histórico de los valores de la misma. El modelo pues considera un sistema con una sola variable, la de salida.

Por contra, los modelos SISO son modelos en los cuales existe una señal de entrada y otra de salida. El

modelo se basa pues no sólo en el conjunto de valores anteriores de la señal de salida, sino también en el comportamiento de la señal de entrada, con lo que existe una doble realimentación en el modelo.



Esto significa que el modelo establece una relación entre ambas señales que permite evaluar las variaciones de la función de salida a partir de los cambios efectuados en la variable de entrada por el operador. Matemáticamente será:

$$y(t) = \sum_{i=1}^{i=p} a(i).y(t-i) + \sum_{j=1}^{j=q} b(j).x(t-j)$$

donde:

$y(t)$ : Señal de salida

$x(t)$ : Señal de entrada

$i, j$  : Retardos variables para la correlación.

$p, q$  : Orden del modelo SISO

$a(i), b(j)$ : Parámetros del modelo.

El problema esencial de los modelos SISO reside en que, si bien el tratamiento matemático es neutro en lo que a la relación existente entre las señales se refiere, el modelo solamente tiene sentido si se ha elaborado previamente un conjunto de condiciones que permitan considerar que existe realmente alguna relación entre las variables consideradas. Esta relación debe especificar también cual de ellas ha de ser considerada como entrada al sistema, y cual como salida; estos son parámetros que únicamente el sistema real puede definir.

Para la elección del modelo mas favorable, se ha seguido un método análogo al utilizado en los modelos AR: el criterio del valor mínimo del estadístico de Akaike. La fórmula de Akaike para modelos SISO es muy similar a la descrita anteriormente:

$$AIC(p, q) = N \cdot \text{Log}(\sigma^2(\text{Res}_{(p, q)})) + 2(p+q)$$

Como se puede observar, la única diferencia substancial reside en el último sumando, que se refiere a la suma de órdenes de cada recurrencia parcial.

De igual modo, se han efectuado las pruebas correspondientes de evaluación del residuo, a través de su FAC.

El ruido blanco  $v(t)$  que aparecía en los modelos AR, no aparece explícitamente en los modelos SISO, ya que la excitación de los mismos la realiza la entrada  $x(t)$ . Por otro lado, sí que se puede usar el criterio de asimilar el residuo obtenido a un ruido blanco para analizar la bondad del modelo, considerando que este residuo va a ser, en el fondo, una medida del error cometido al modelizar el sistema.

En el caso de la presente memoria, se han desarrollado dos tipos de modelo SISO: uno relaciona temperaturas y el otro temperaturas y profundidades en el horno.

El primero de ellos relaciona la temperatura de gas en tragante (TGT) como salida con la temperatura adiabática de llama (TLL) como entrada, es por lo tanto:

$$TGT(t) = \sum_{i=1}^{i=p} a(i).TGT(t-i) + \sum_{j=1}^{j=q} b(j).TLL(t-j)$$

El segundo tipo parte de la relación establecida en el modelo físico-químico entre las temperaturas y la profundidad de las isothermas de la zona cohesiva. Dada la estructura de funcionamiento del horno, se han estudiado las relaciones existentes entre las diferentes profundidades y la temperatura de gas en tragante, considerando las primeras como entrada y la segunda como salida.

Los modelos tendrán la forma:

$$TGT(t) = \sum_{i=1}^{i=p} a(i).TGT(t-i) + \sum_{j=1}^{j=q} b(j).Z(t-j)$$

La función  $Z(t)$  señala las variaciones de la profundidad media de las isothermas de la zona cohesiva con el tiempo. Además se han hecho consideraciones para diferenciar las dos isothermas frontera, la de reblandecimiento y fusión, que dan lugar a modelos diferentes, como se puede comprobar en los capítulos siguientes.

## CAPITULO 8

### Modelización de la temperatura de gas en tragante

#### **8.1. Morfología de la señal**

La temperatura de gas en tragante (TGT) es, como ya se ha comentado, un parámetro fundamental para el control del funcionamiento del horno alto. Se presenta a continuación la modelización temporal de la misma, a partir de uno de los conjuntos de medidas tomadas en el Horno nº 3 de ENSIDESA. El fichero a tratar está formado por un conjunto de 240 medidas tomadas en un intervalo de 24 horas, cada 6 minutos. La lista completa de los valores se encuentra en el Apéndice D.

Para un cálculo mas sencillo e intuitivo suele representarse la señal en forma reducida, es decir, efectuando la diferencia de los valores de la misma con respecto a su media (llevando la serie a media cero). Esta utilización de las desviaciones significa, desde un punto de vista estricto una simple traslación del eje horizontal, con lo cual las conclusiones deducidas del fichero de valores correspondiente con perfectamente generalizables a la señal original. En la gráfica siguiente se representa la TGT en el tiempo.

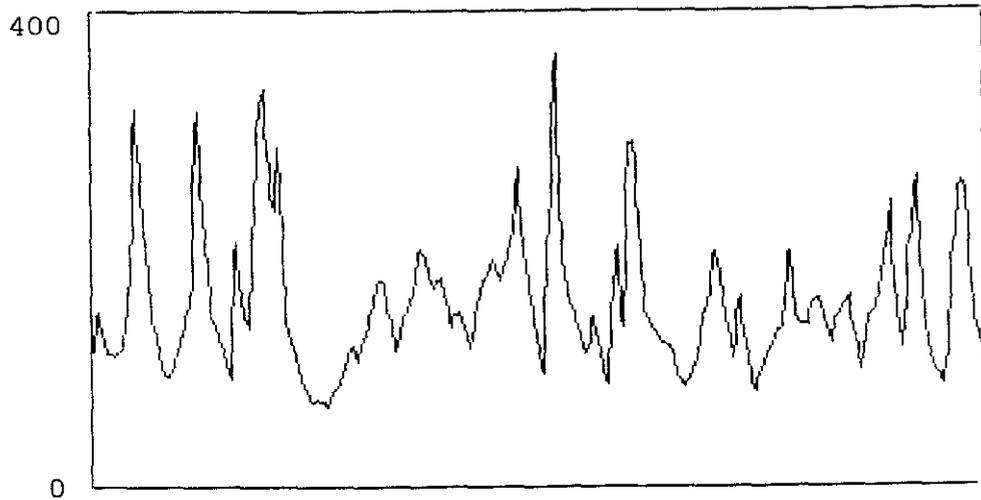


Figura 8.1. Perfil de la TGT

El perfil de la señal es claramente no trivial, y no se detecta en el mismo ningún tipo de tendencia determinista específica.

Si se puede apreciar una ligera estacionalidad (seasonality), que podremos evaluar posteriormente a partir del cálculo de su función de autocorrelación. La estacionalidad es la existencia de periodicidades estacionales, no en la generalidad de la señal, sino en tramos determinados de la misma. En la figura siguiente aparecen referidos dichos periodos de estacionalidad.

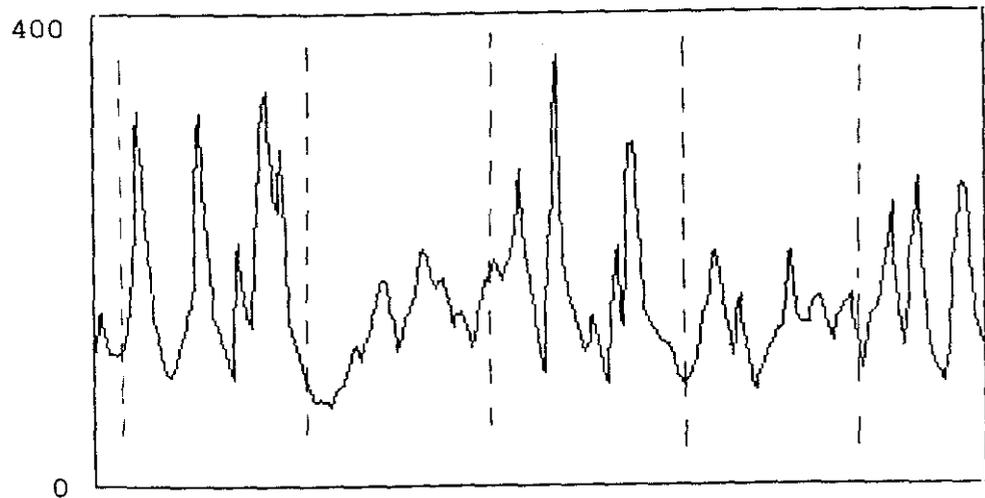


Figura 8.2. Perfil de la TGT con estacionalidades

### Función de autocorrelación

La función de autocorrelación (FAC), es la representación de la posible autorregresividad de la señal. Si la señal es autorregresiva significa que los valores de la misma en cada momento dependen en mayor o menor grado de los valores que la misma ha tomado anteriormente.

El primer criterio a establecer cara a la construcción de la FAC es el número de valores anteriores con los cuales se va a correlacionar cada uno de los de

la señal, lo que se denomina tiempo de retardo o "lag-time". En este caso, se ha elegido un número de lag-time de 20, como ya se refería en el capítulo anterior, debido simplemente a los usos estadísticos habituales, ya que muy raras veces se usan lag-time en número superior a 20, considerándose que la información remanente en el sistema no va mas allá de 20 valores en el pasado.

La expresión general de la FAC se obtiene calculando en primer lugar las autocovarianzas de la serie de valores. Serán, en nuestro caso:

$$g_k = \sum_j (TGT_j - TGTMED) \cdot (TGT_{j+k} - TGTMED)$$

siendo :

k: Tiempo de retardo (lag-time). Varía de 0 a 20.

TGT<sub>j</sub>: Temperatura de gas en tragante en el instante j

TGTMED: Temperatura media de gas en tragante.

A continuación se calcula el valor de los coeficientes de autocorrelación:

$$r_k = \frac{N \cdot g_k}{(N - sh) \cdot g_0}$$

El parámetro  $s_h$  es un estimador de sesgo en el cálculo, y  $N$  el número de valores de la serie. En nuestro caso  $s_h$  va a ser nulo, con lo cual en la práctica el valor de los coeficientes de autocorrelación vendrá dado por :

$$r_k = \frac{g_k}{g_0}$$

El conjunto de los valores  $r_k$  define lo que se denomina Función de Autocorrelación (FAC).

El error admitido en el cálculo de la FAC ha sido el tradicional, siendo por tanto:

$$\epsilon = \pm \frac{1}{\sqrt{N}}$$

y en nuestro caso:

$$\epsilon = \pm \frac{1}{\sqrt{240}} \approx 0,065$$

Se ha operado sobre los valores reducidos de la señal para mayor comodidad. La FAC de la TGT aparece representada en la figura siguiente.

Coefficientes de autocorrelación

k	$r_k$
0	1
1	0,833
2	0,588
3	0,349
4	0,192
5	0,091
6	-0,007
7	-0,099
8	-0,165
9	-0,171
10	-0,140
11	-0,149
12	-0,182
13	-0,193
14	-0,146
15	-0,038
16	0,076
17	0,133
18	0,141
19	0,156
20	0,158

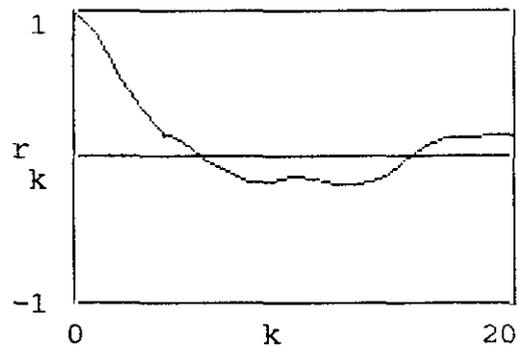


Figura 8.3. FAC de la TGT

La forma general de la Función de Autocorrelación nos dice que la función tiene una tendencia autorregresiva, como se puede observar por las oscilaciones cuasiperiódicas que se observan en la gráfica. Con este criterio podemos construir los modelos AR correspondientes a la TGT.

Un aspecto interesante a considerar en el cálculo de la FAC es el del intervalo de tiempo (tiempo de muestreo) con el que se toman las medidas. En nuestro caso, dicho

intervalo viene obligado por las medidas suministradas desde el alto horno, pero en otros casos, se pueden efectuar una evaluación de cual sería el intervalo de medida óptimo.

Se considera óptimo el mayor intervalo que no hace perder información sobre el comportamiento de la señal, ya que es evidente que si el intervalo de tiempo es mayor, el número de medidas a efectuar es menor, y por tanto la economía en tiempo y uso de los dispositivos se incrementa, lo cual significa una mejora en el funcionamiento general.

La optimización del intervalo de medida se realiza a partir del cálculo de la FAC para diferentes intervalos. La FAC, como ya se ha dicho, mide la información remanente en la señal, y su morfología va a dar un criterio de elección para el intervalo.

En este caso, el intervalo de medida original es  $dt=6$  minutos, con 20 lag-time . En las figuras siguientes se presentan las gráficas de la FAC con intervalos  $d't=4.dt$  y  $d''t=8.dt$ , es decir, intervalos de 24 y 48 minutos respectivamente, lo cual lleva de hecho a disponer de conjuntos de medidas mas reducidos, 60 valores en el primer caso y 30 en el segundo. El número

de lag-time se ha mantenido en 20, ya que los criterios para su elección no han variado.

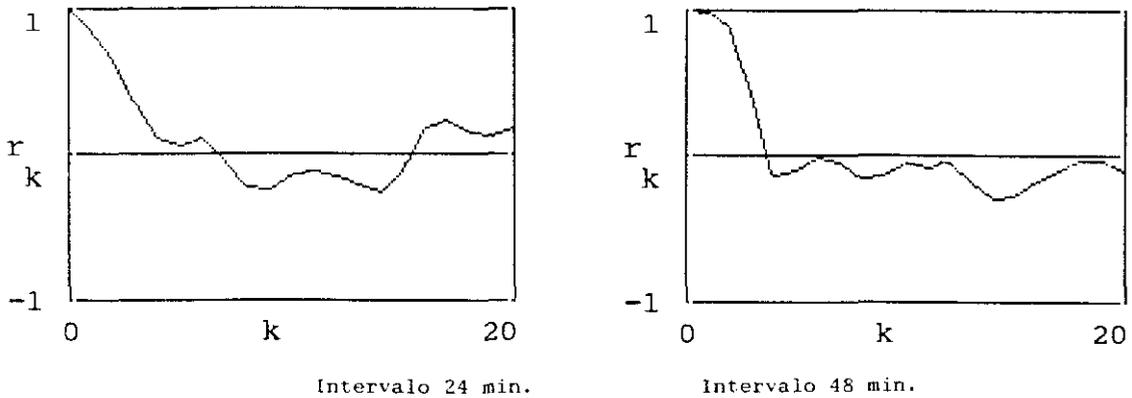


Figura 8.4. FAC de la TGT con distintos tiempos de retardo

En la figura podemos observar, comparando las dos gráficas con la primera de la FAC, que la construida con un intervalo de medida de 24 minutos transmite en la práctica una cantidad de información similar a la inicial dada su morfología, mientras que la correspondiente a 48 minutos se desvía claramente. Esto quiere decir que, si las necesidades lo requiriesen, se podrían efectuar medidas a intervalos mayores de 6 minutos, sin pérdida apreciable de información, y con una clara economía en el proceso.

En todo caso, dado que se dispone de un conjunto de medidas a intervalos de 6 minutos, son estos los históricos que se van a evaluar en lo sucesivo, puesto

que la antes citada economía en el proceso ya no tiene sentido, toda vez que la medición ya ha sido efectuada.

## 8.2. Modelos AR de la temperatura de gas en tragante

A continuación se presentan los distintos modelos AR(p) de la temperatura de gas en tragante, dependiendo de los valores del parámetro p, que señalarán el orden del modelo.

El cálculo se ha efectuado resolviendo las ecuaciones de Yule-Walker (ver Apéndice B) en cada caso. Se incluye igualmente el cálculo de los residuos generados por los modelos al compararlos con la señal original, así como las FAC respectivas. Las tablas de valores obtenidas se encuentran en el apéndice 3.

La estructura de presentación de todos los modelos va a ser:

- Forma general del modelo
- Coeficientes calculados
- Señal generada por el modelo
- Gráficos de la señal original y la señal modelada.
- Residuo

- FAC del residuo
- Estadístico de Akaike.

En la presentación del primero de los modelos, el AR(1), se harán algunos comentarios añadidos, que ilustrarán mas el proceso y que se omitirán en los modelos subsiguientes.

### 8.2.1. Modelo AR(1)

La forma del residuo es:

$$TGT(t) = a.TGT(t-1) + v(t)$$

donde  $TGT(t)$  señala el valor de la TGT en el tiempo,  $v(t)$  es un ruido blanco y  $a$  es el coeficiente que determina el modelo.

En este caso el coeficiente  $a$  a calcular es único y el valor obtenido para el mismo es:

$$a = 0,833$$

La señal generada por el modelo AR(1) será pues:

$$S_1(t) = 0,833.TGT(t-1)$$

En la gráfica siguiente se puede ver el valor de la señal generada con los coeficientes calculados, que es en definitiva el modelo.

La similitud entre la señal original y la generada por el modelo es clara si se comparan los perfiles de ambas señales.

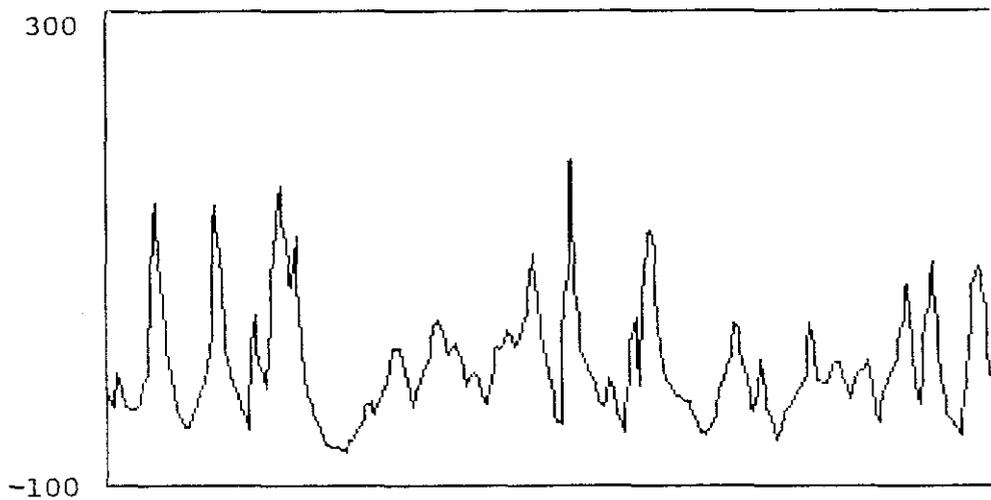


Figura 8.5. Señal generada por el AR1

Como se recordará, el análisis de la bondad de la aproximación se efectúa a través del estudio del residuo, que en este caso será:

$$\text{Res}_1(t) = v(t) = \text{TGT}(t) - S_1(t)$$

En la figura 8.6. podemos ver la forma del residuo, y en la siguiente la forma general de la FAC del mismo, así como una tabla de los valores de los coeficientes de autocorrelación  $r_k$ .

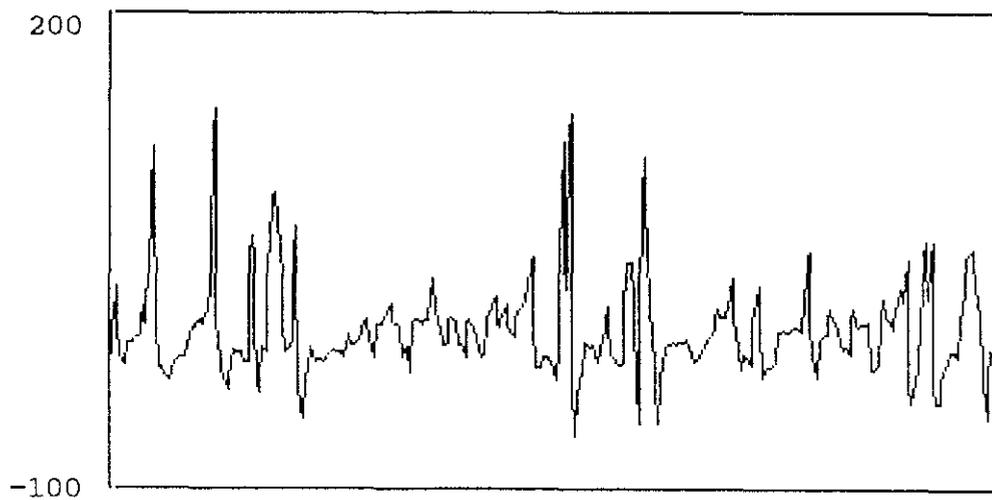


Figura 8.6. Residuo del AR1

Coefficientes de autocorrelación:

k	$r_k$
0	1
1	0,298
2	0,028
3	-0,202
4	-0,413
5	-0,004
6	-0,020
7	-0,086
8	-0,178
9	-0,109
10	0,098
11	0,074
12	-0,048
13	-0,171
14	-0,180
15	-0,028
16	0,142
17	0,139
18	-0,011
19	0,044
20	0,115

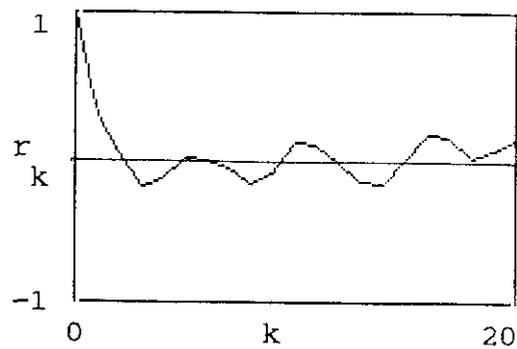


Figura 8.7. FAC del residuo del AR1

Vemos que su forma no es suficientemente próxima a la  $\delta$  de Dirac para ser considerada como representativa de un ruido blanco.

El valor del estadístico de Akaike es:

$$AIC_1 = 240 \cdot \text{Log}(\sigma^2(\text{Res}_1)) + 2$$

$$AIC_1 = 1637,9$$

### 8.2.2. Modelo AR(2)

El modelo es:

$$\text{TGT}(t) = a(1).\text{TGT}(t-1) + a(2).\text{TGT}(t-2) + v(t)$$

Los coeficientes son:

<u>k</u>	<u>a(k)</u>
1	1,126
2	-0,351

La señal modelizada es:

$$S_2(t) = 1,126.\text{TGT}(t-1) - 0,351.\text{TGT}(t-2) + v(t)$$

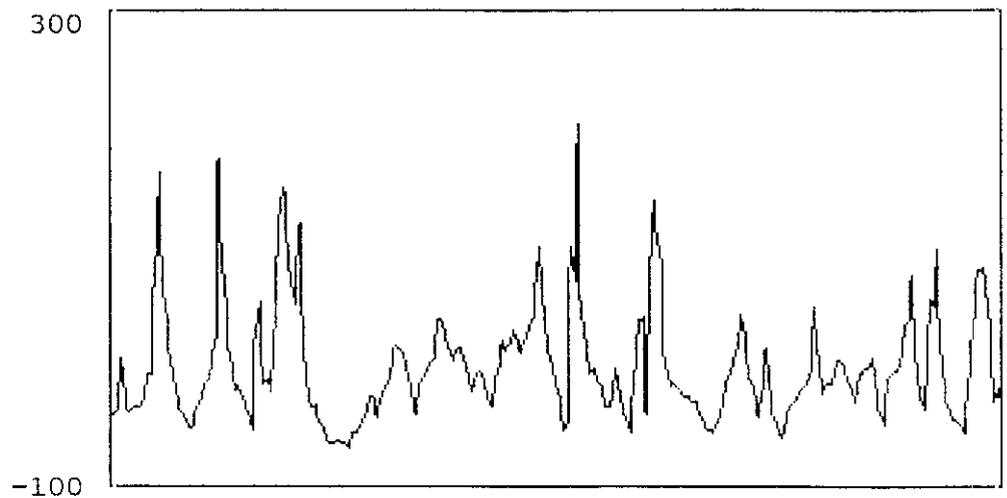


Figura 8.8. Perfil del AR2

Residuo:

$$\text{Res}_2(t) = \text{TGT}(t) - 1,126.\text{TGT}(t-1) + 0,351.\text{TGT}(t-2)$$

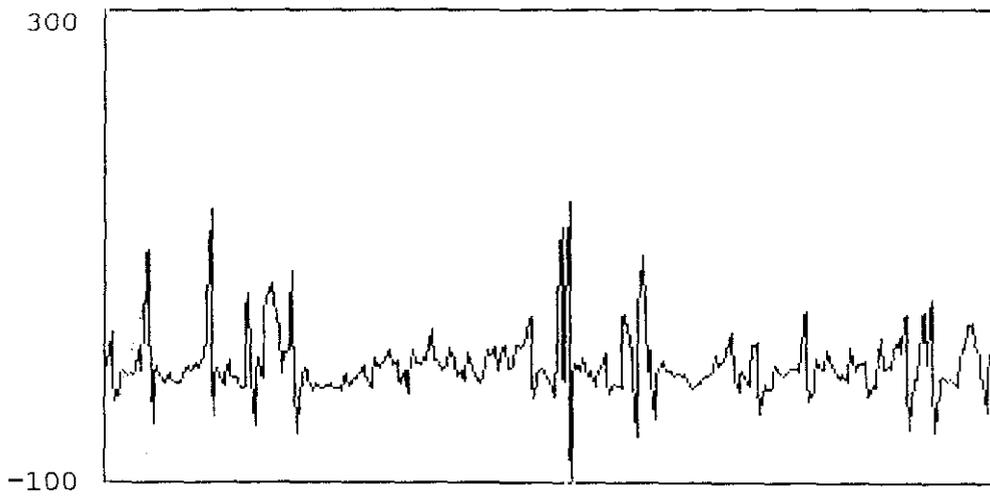


Figura 8.9. Residuo del AR2

Coefficientes de  
autocorrelación

k	rk
0	1
1	-0,008
2	0,079
3	-0,113
4	-0,030
5	0,086
6	0,016
7	-0,022
8	-0,135
9	-0,112
10	0,109
11	0,049
12	-0,034
13	-0,107
14	-0,126
15	-0,021
16	0,112
17	0,113
18	-0,080
19	0,022
20	0,081

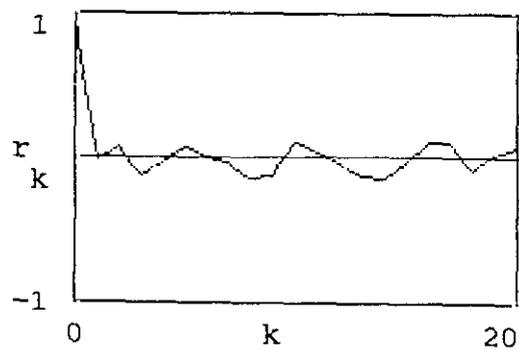


Figura 8.10: FAC del residuo del AR2

Estadístico de Akaike:

$$AIC_2 = 240 \cdot \text{Log}(\sigma^2(\text{Res}_2)) + 4 = 1601,2$$

### 8.2.3 Modelo AR(3)

Modelo básico:

$$TGT(t) = a(1).TGT(t-1)+a(2).TGT(t-2)+a(3).TGT(t-3) + v(t)$$

Coefficientes calculados:-

k	a(k)
1	1,099
2	-0,265
3	-0,076

Señal modelizada:

$$S_3 = 1,099.TGT(t-1)-0,265.TGT(t-2)-0,076.TGT(t-3) + v(t)$$

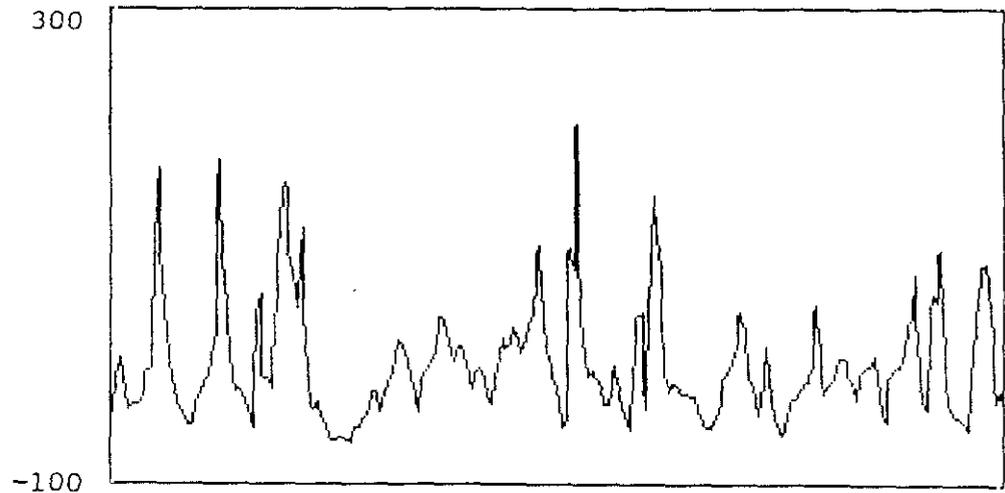


Figura 8.11. Perfil del AR3

Residuo:

$$Res_3 = TGT(y)-1,099.TGT(t-1)+0,265.TGT(T-2)+0,076.TGT(t-3)$$

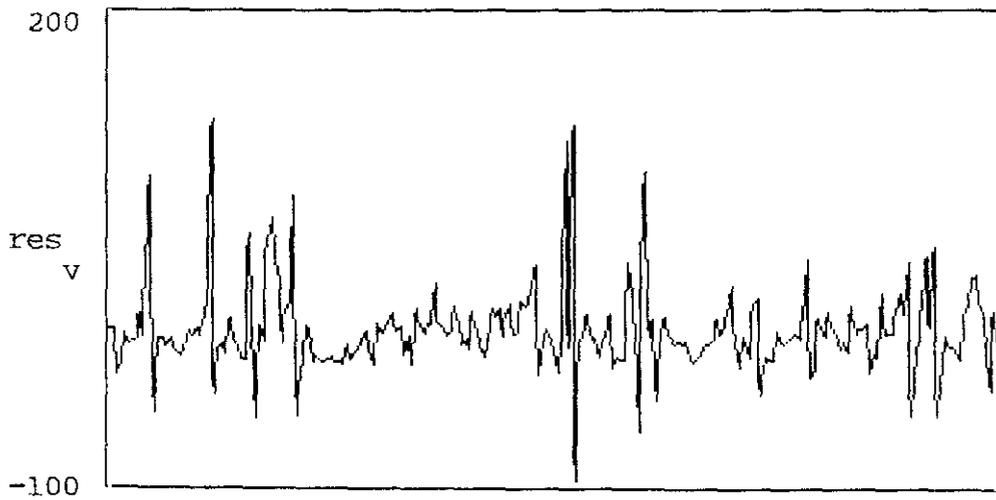


Figura 8.12. Residuo del AR3

Coefficientes de autocorrelación

k	$r_k$
0	1
1	0,006
2	0,007
3	-0,014
4	0,080
5	0,038
6	-0,107
7	-0,024
8	0,023
9	0,033
10	-0,061
11	-0,077
12	0,022
13	-0,032
14	-0,027
15	-0,075
16	0,054
17	-0,004
18	-0,012
19	0,002
20	0,036

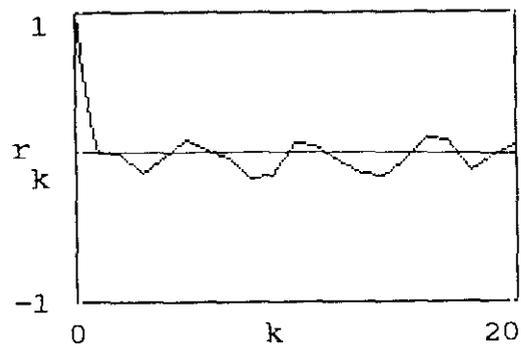


Figura 8.13. FAC del residuo del AR3

Estadístico de Akaike:

$$AIC_3 = 240 \cdot \text{Log}(\sigma^2(\text{Res}_3)) + 6 = 1600,6$$

### 8.2.4. Modelo AR(4)

Modelo básico:

$$TGT(t) = \sum_{k=1}^4 a(k).TGT(t-k) + v(t)$$

Coefficientes calculados:

<u>k</u>	<u>a(k)</u>
1	1,107
2	-0,237
3	-0,191
4	0,104

Señal modelizada:

$$S_4(t) = 1,107.TGT(t-1) - 0,237.TGT(t-2) - 0,191.TGT(t-3) + 0,104.TGT(t-4)$$

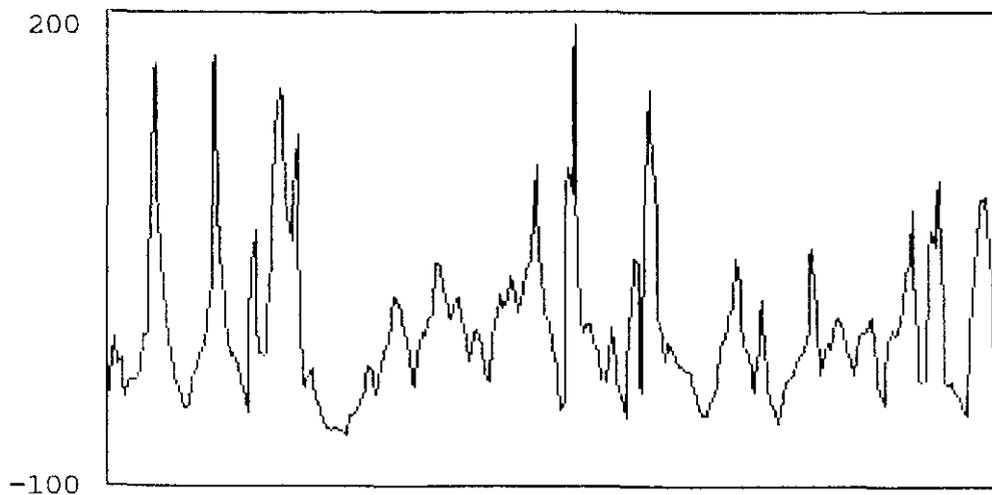


Figura 8.14. Perfil del AR4

Residuo:

$$\text{Res}_4 = \text{TGT}(t) - S_4(7)$$

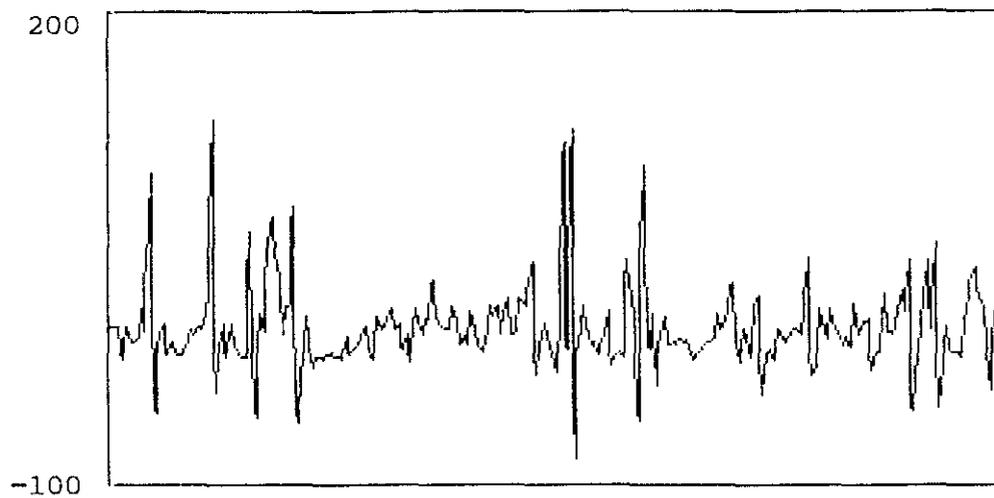


Figura 8.15. Residuo del AR4

Coefficientes de autocorrelación:

k	$r_k$
0	1
1	0,023
2	0,002
3	-0,041
4	-0,025
5	0,089
6	0,009
7	-0,032
8	-0,144
9	-0,123
10	0,083
11	0,054
12	-0,047
13	-0,101
14	-0,123
15	-0,030
16	0,132
17	0,115
18	-0,095
19	0,037
20	0,081

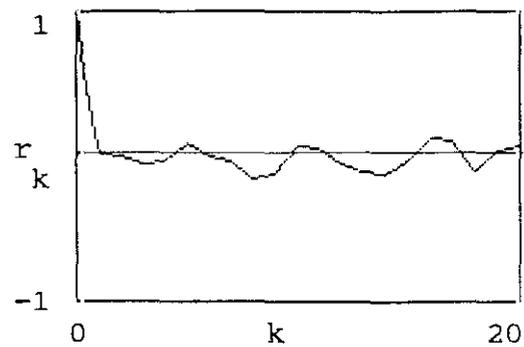


Figura 8.16. FAC del residuo del AR4

Estadístico de Akaike:

$$AIC_4 = 240 \cdot \text{Log}(\sigma^2(\text{Res}_4)) + 8$$

$$AIC_4 = 1599,8$$

### 8.2.5. Modelo AR(5)

Modelo básico:

$$TGT(t) = \sum_{k=1}^5 a(k) \cdot TGT(t-k) + v(t)$$

Coefficientes calculados:

<u>k</u>	<u>a(k)</u>
1	1,112
2	-0,247
3	-0,203
4	0,159
5	-0,050

Señal modelizada:

$$S_4(t) = 1,112 \cdot TGT(t-1) - 0,247 \cdot TGT(t-2) - 0,203 \cdot TGT(t-3) + \\ + 0,159 \cdot TGT(t-4) - 0,050 \cdot TGT(t-5)$$

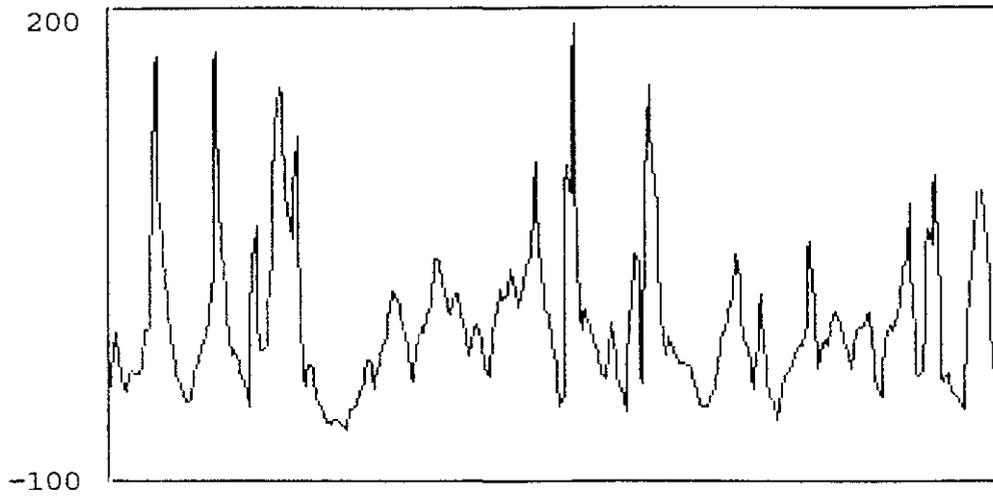


Figura 8.17. Perfil del AR5

Residuo:

$$\text{Res}_5 = \text{TGT}(t) - S_5(t)$$

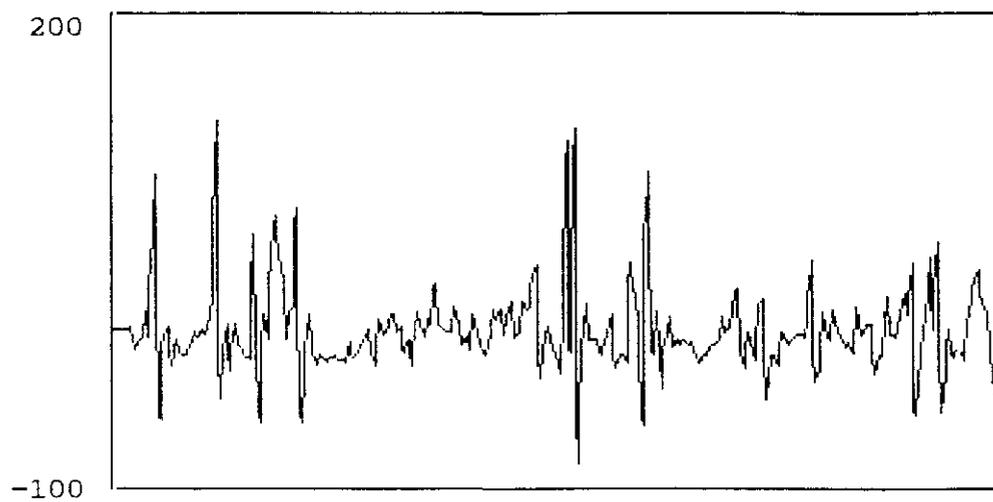


Figura 8.18 Residuo del AR5

Coefficientes de autocorrelación:

k	$r_k$
0	1
1	0,010
2	0,004
3	-0,025
4	-0,059
5	0,094
6	0,008
7	-0,005
8	-0,111
9	-0,118
10	0,093
11	0,055
12	-0,049
13	-0,095
14	-0,121
15	-0,041
16	0,122
17	0,112
18	-0,101
19	0,044
20	0,076

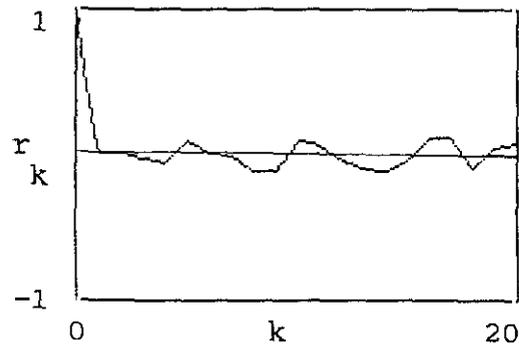


Figura 8.19. FAC del residuo del AR5

Estadístico de Akaike:

$$AIC_5 = 240 \cdot \text{Log}(\sigma^2(\text{Res}_5)) + 10$$

$$AIC_5 = 1600,3$$

### 8.2.6. Modelo AR(6)

Modelo básico:

$$TGT(t) = \sum_{k=1}^6 a(k) \cdot TGT(t-k) + v(t)$$

Coefficientes calculados:

<u>k</u>	<u>a(k)</u>
1	1,104
2	-0,221
3	-0,235
4	0,120
5	0,130
6	-0,161

Señal modelizada:

$$S_6 = 1,104 \cdot TGT(t-1) - 0,221 \cdot TGT(t-2) - 0,235 \cdot TGT(t-3) + \\ + 0,12 \cdot TGT(t-4) + 0,13 \cdot TGT(t-5) - 0,161 \cdot TGT(t-6)$$

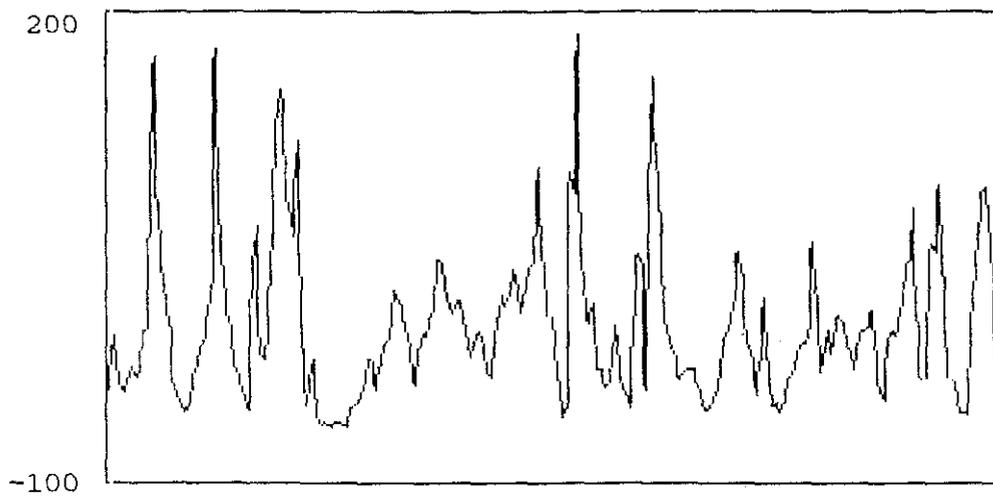


Figura 8.19. Perfil del AR6

Residuo:

$$Res_6 = TGT(t) - S_6(t)$$

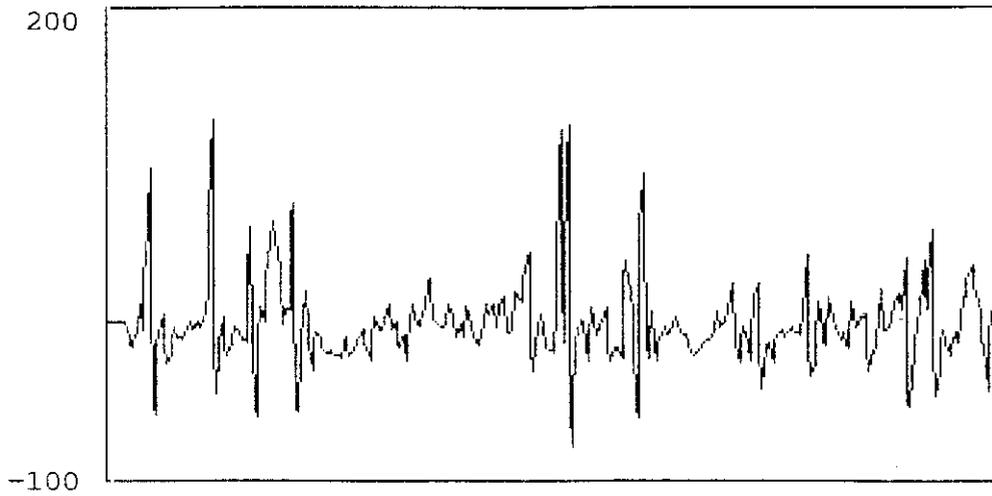


Figura 8.20. Residuo del AR6

Coefficientes de autocorrelación:

k	$r_k$
0	1
1	0,008
2	-0,009
3	0,002
4	-0,008
5	-0,052
6	0,017
7	0,038
8	-0,029
9	-0,049
10	0,120
11	0,057
12	-0,052
13	-0,062
14	-0,113
15	-0,070
16	0,107
17	0,080
18	-0,089
19	0,063
20	0,086

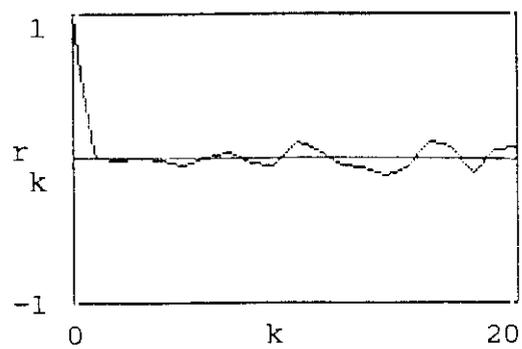


Figura 8.21. FAC del residuo del AR6

Estadístico de Akaike

$$AIC_6 = 240 \cdot \text{Log}(\sigma^2(\text{Res}_6)) + 12$$

$$AIC_6 = 1596,6$$

### 8.2.7. Modelo AR(7)

Modelo básico:

$$TGT(t) = \sum_{k=1}^7 a(k) \cdot TGT(t-k) + v(t)$$

Coefficientes calculados:

k	a(k)
1	1,098
2	-0,216
3	-0,231
4	0,111
5	0,211
6	-0,119
7	-0,038

Señal modelizada:

$$S_7(t) = 1,098 \cdot TGT(t-1) - 0,216 \cdot TGT(t-2) - 0,231 \cdot TGT(t-3) + \\ + 0,111 \cdot TGT(t-4) + 0,211 \cdot TGT(t-5) - 0,119 \cdot TGT(t-6) - \\ - 0,038 \cdot TGT(t-7)$$

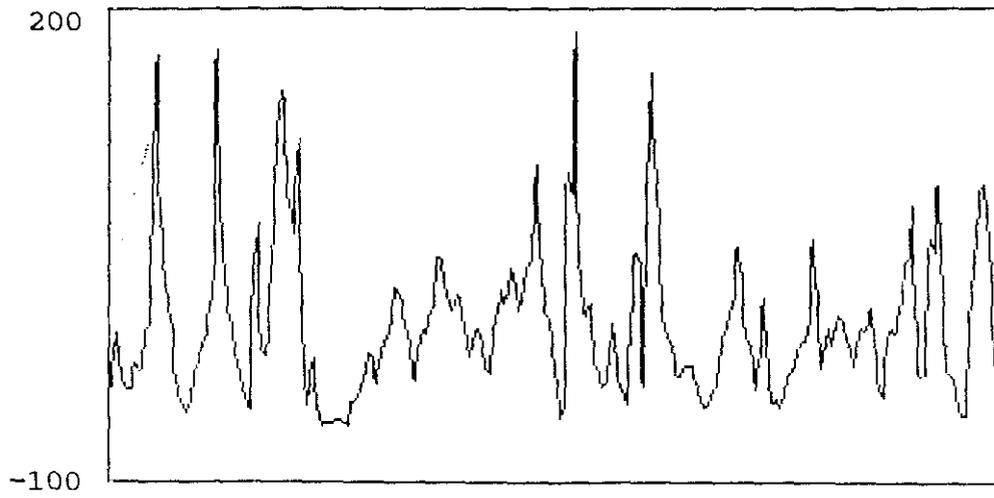


Figura 8.22. Perfil del AR7

Residuo:

$$\text{Res}_7 = \text{TGT}(t) - S_7(t)$$

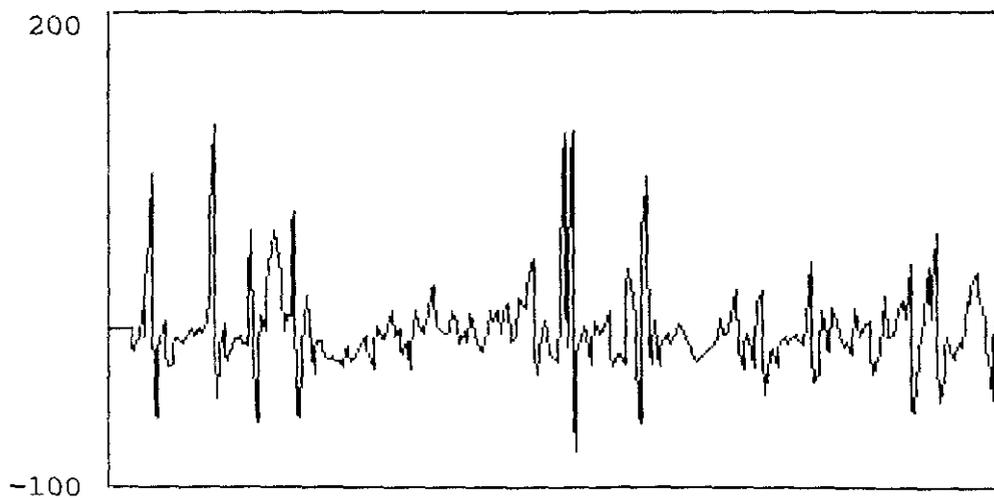


Figura 8.23. Residuo del AR7

Coefficientes de autocorrelación:

k	r <sub>k</sub>
0	1
1	0,015
2	-0,006
3	-0,002
4	-0,012
5	-0,037
6	-0,001
7	0,041
8	-0,018
9	-0,031
10	0,128
11	0,062
12	-0,044
13	-0,067
14	-0,116
15	-0,066
16	0,098
17	0,079
18	-0,088
19	0,062
20	0,086

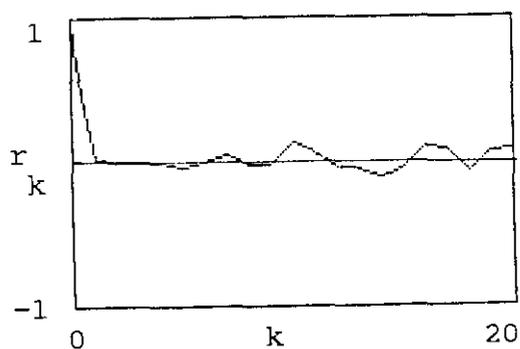


Figura 8.24. FAC del residuo del AR7

Estadístico de Akaike:

$$AIC_7 = 240 \cdot \text{Log}(\sigma^2(\text{Res}_7)) + 14$$

$$AIC_7 = 1598,4$$

### 8.2.8. Modelo AR(8)

Modelo básico:

$$TGT(t) = \sum_{k=1}^8 a(k) \cdot TGT(t-k) + v(t)$$

Coefficientes calculados:

<u>k</u>	<u>a(k)</u>
1	1,098
2	-0,215
3	-0,232
4	0,109
5	0,123
6	-0,117
7	-0,049
8	0,010

Señal modelizada:

$$S_8(t) = 1,098.TGT(t-1) - 0,215.TGT(t-2) - 0,232.TGT(t-3) + \\ + 0,109.TGT(t-4) + 0,123.TGT(t-5) - 0,117.TGT(t-6) - \\ - 0,049.TGT(t-7) + 0,01.TGT(t-8)$$

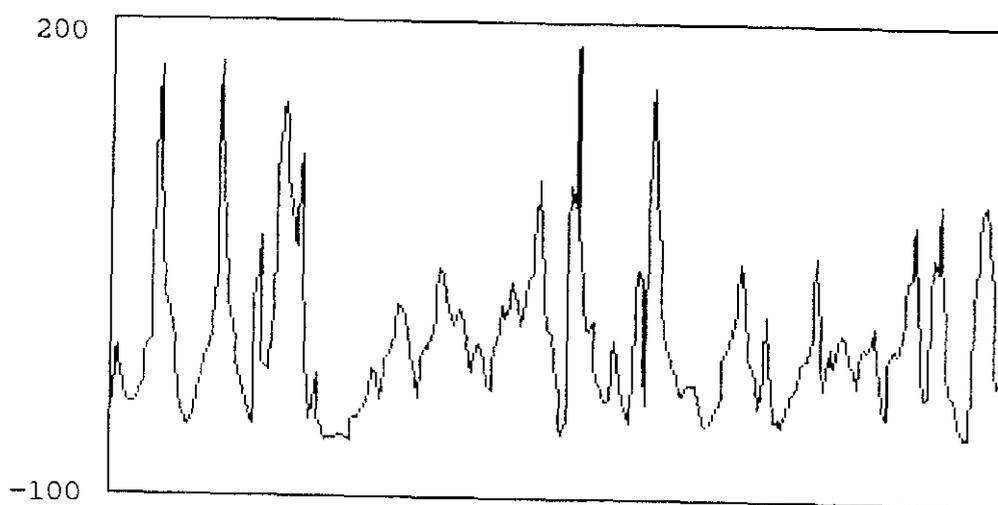


Figura 8.25. Perfil del AR8

Residuo:

$$\text{Res}_8 = \text{TGT}(t) - S_8(t)$$

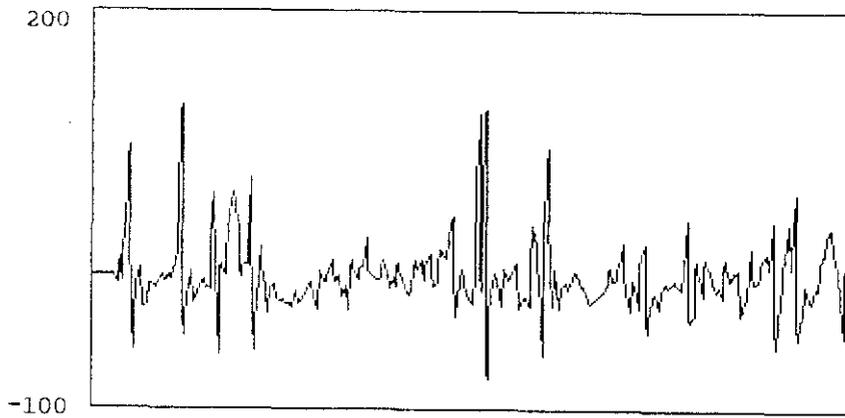


Figura 8.26. Residuo del AR8

Coefficientes de autocorrelación:

k	$r_k$
0	1
1	0,013
2	-0,006
3	-0,001
4	-0,005
5	-0,030
6	-0,010
7	0,047
8	-0,019
9	-0,035
10	0,123
11	0,057
12	-0,046
13	-0,067
14	-0,117
15	-0,065
16	0,096
17	0,080
18	-0,087
19	0,064
20	0,088

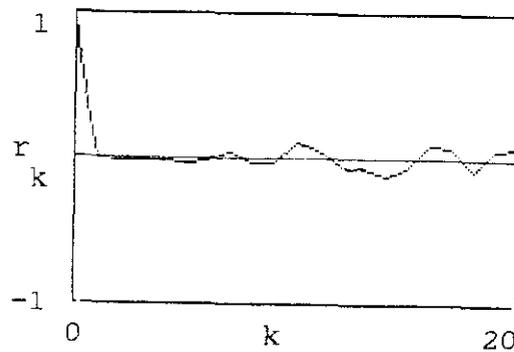


Figura 8.27. FAC del residuo del AR8

Estadístico de Akaike:

$$AIC_8 = 240 \cdot \text{Log}(\sigma^2(\text{Res}_8)) + 16$$

$$AIC_8 = 1598,4$$

### 8.2.9. Modelo AR(9)

Modelo básico:

$$TGT(t) = \sum_{k=1}^9 a(k) \cdot TGT(t-k) + v(t)$$

Coefficientes calculados:

<u>k</u>	<u>a(k)</u>
1	1,098
2	-0,212
3	-0,225
4	0,102
5	0,117
6	-0,103
7	-0,037
8	0,054
9	0,058

Señal modelizada:

$$\begin{aligned} S_9(t) = & 1,098 \cdot TGT(t-1) - 0,212 \cdot TGT(t-2) - 0,225 \cdot TGT(t-3) + \\ & + 0,102 \cdot TGT(t-4) + 0,117 \cdot TGT(t-5) - 0,103 \cdot TGT(t-6) - \\ & - 0,037 \cdot TGT(t-7) + 0,054 \cdot TGT(t-8) + 0,058 \cdot TGT(t-9) \end{aligned}$$

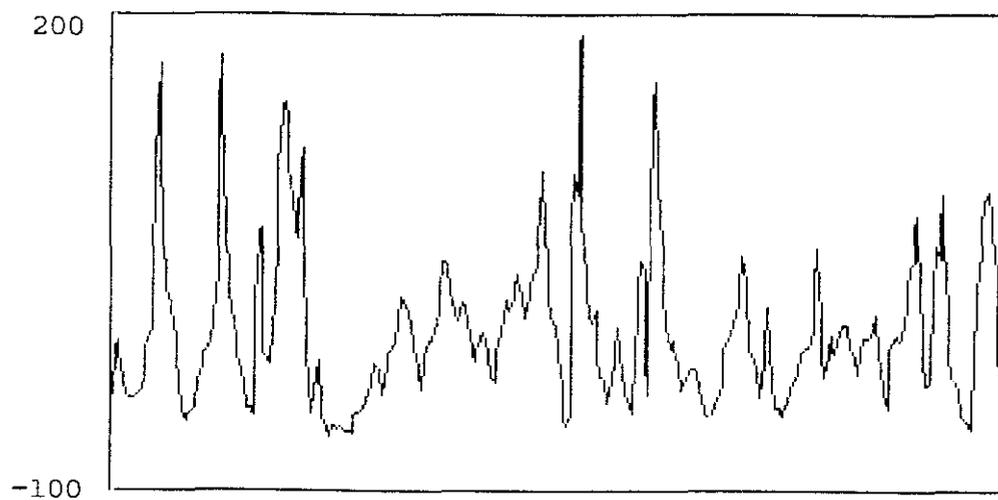


Figura 8.28. Perfil del AR9

Residuo:

$$\text{Res}_9 = \text{TGT}(t) - S_9(t)$$

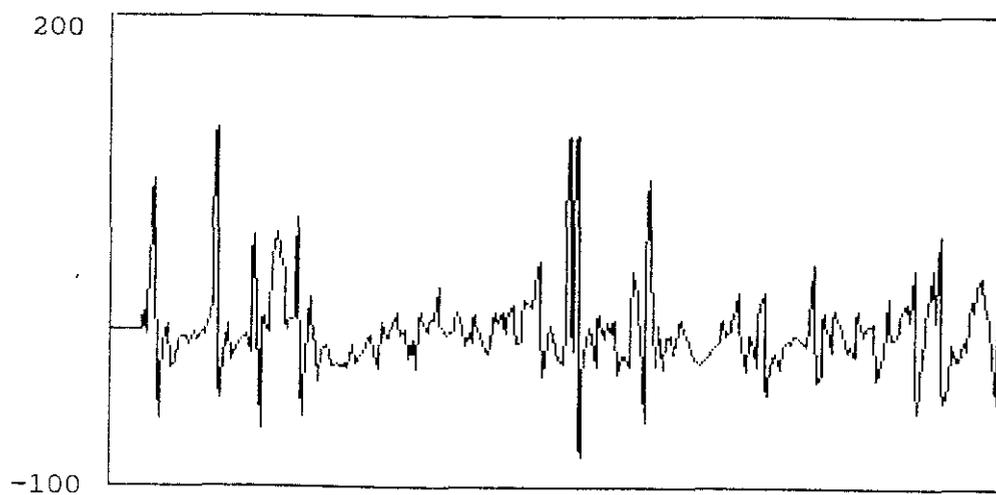


Figura 8.29. Residuo del AR9

Coefficientes de autocorrelación:

k	$r_k$
0	1
1	0,014
2	0,003
3	-0,007
4	-0,008
5	-0,031
6	-0,022
7	0,026
8	0,024
9	-0,040
10	0,106
11	0,040
12	-0,057
13	-0,078
14	-0,114
15	-0,070
16	0,090
17	0,074
18	-0,078
19	0,069
20	0,088

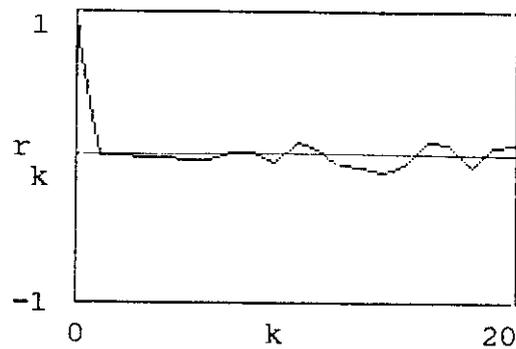


Figura 8.30. FAC del residuo del AR9

Estadístico de Akaike:

$$AIC_9 = 240 \cdot \text{Log}(\sigma^2(\text{Res}_9)) + 18$$

$$AIC_9 = 1601$$

### 8.2.10. Modelo AR(10)

Modelo básico:

$$TGT(t) = \sum_{k=1}^{10} a(k) \cdot TGT(t-k) + v(t)$$

Coefficientes calculados:

k	a(k)
1	1,099
2	-0,213
3	-0,226
4	0,101
5	0,119
6	-0,102
7	-0,040
8	0,057
9	0,075
10	-0,016

Señal modelizada:

$$\begin{aligned}
 S_{10}(t) = & 1,099 \cdot TGT(t-1) - 0,213 \cdot TGT(t-2) - 0,226 \cdot TGT(t-3) \\
 & + 0,101 \cdot TGT(t-4) + 0,119 \cdot TGT(t-5) - 0,102 \cdot TGT(t-6) - \\
 & - 0,04 \cdot TGT(t-7) + 0,057 \cdot TGT(t-8) + 0,075 \cdot TGT(t-9) - \\
 & - 0,016 \cdot TGT(t-10)
 \end{aligned}$$

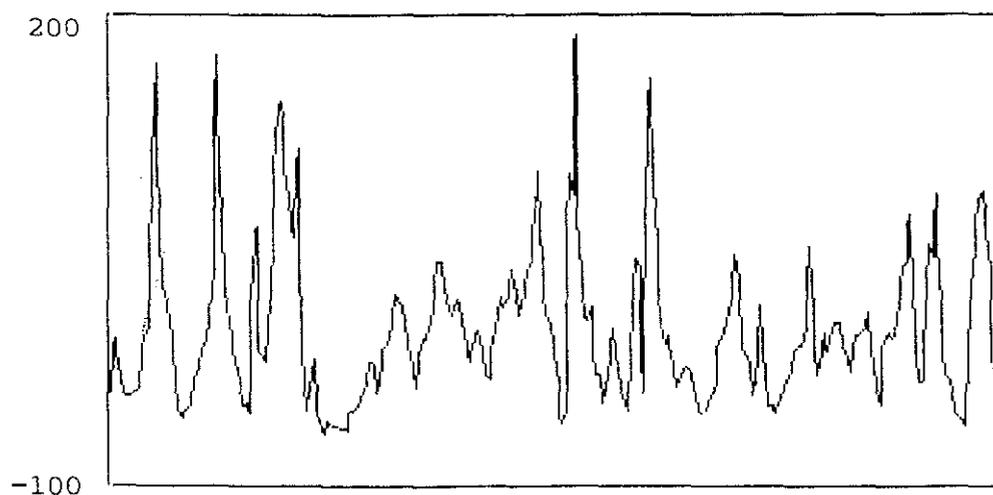


Figura 8.31. Perfil del AR10

Residuo:

$$Res_{10} = TGT(t) - S_{10}(t)$$

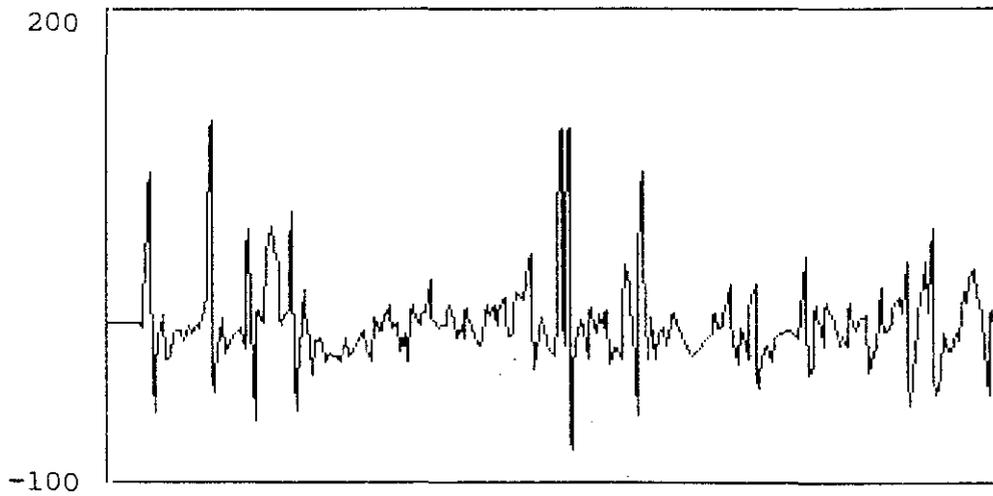


Figura 8.32. Residuo del AR10

Coefficientes de autocorrelación:

k	$r_k$
0	1
1	0,010
2	-0,002
3	-0,012
4	0,000
5	-0,029
6	-0,023
7	0,028
8	0,031
9	-0,049
10	0,106
11	0,041
12	-0,050
13	-0,075
14	-0,110
15	-0,068
16	0,091
17	0,073
18	-0,079
19	0,060
20	0,090

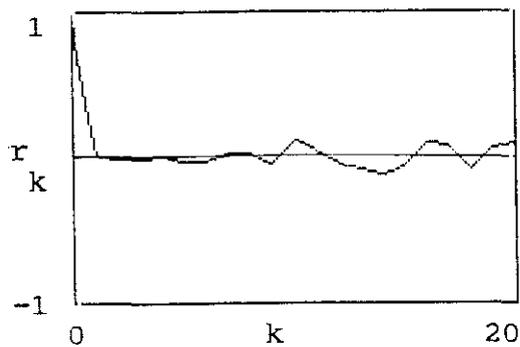


Figura 8.33. FAC del residuo del AR10

Estadístico de Akaike:

$$AIC_{10} = 240 \cdot \text{Log}(\sigma^2(\text{Res}_{10})) + 20$$

$$AIC_{10} = 1602,8$$

## CAPITULO 9

### Modelización de la temperatura adiabática de llama

#### 9.1. Morfología de la señal

En apartados anteriores se ha visto como de entre todas las variables presentes en la modelización de un alto horno, la menos inercial, y por lo tanto mas susceptible de ser modificada por el usuario, es la temperatura adiabática de llama, que se ha denominado TLL. A continuación se presenta un estudio de su comportamiento temporal, y de las posibles modelizaciones de la misma usando modelos AR.

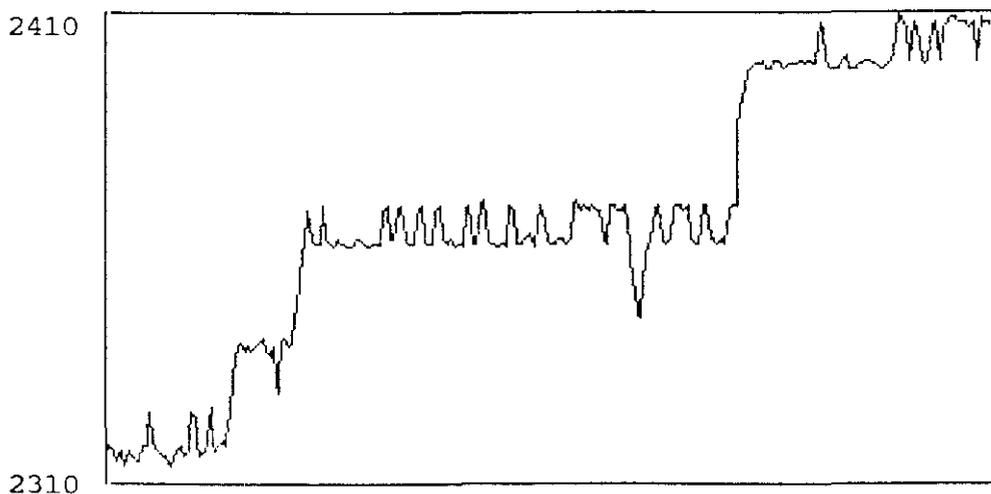


Figura 9.1. Perfil de la TLL

---

Como todos los datos manejados, los valores sobre los cuales se desarrolla el estudio se han obtenido en el Horno nº3 de Ensidesa, y el fichero que aquí se presenta está formado igualmente por 240 valores para la TLL, a lo largo de 24 horas, con intervalos de 6 minutos.

Se utilizará aquí también el criterio de la reducción de la señal a la media, para una mayor facilidad en el cálculo. En la figura 9.1. podemos observar que, a diferencia de lo que ocurre con la temperatura de gas en tragante, la TLL presenta una clara tendencia en su morfología, que la aleja del concepto tanto de ruido como de autorregresividad.

Esta tendencia puede deberse a muy diversas causas físicas: el comportamiento del operador, tendencias inherentes a los aparatos de medida, estructura de los dispositivos de soplado, la misma forma del horno, etc. En cualquier caso, esta tendencia habrá de ser eliminada, ya que es un elemento determinista de la señal que no tiene sentido modelizar. De esta forma, el modelo se habrá de aplicar realmente a la señal obtenida al eliminar lo que en terminología de teoría de la señal podríamos llamar "onda portadora", analizando únicamente las señales de "alta frecuencia" que se producen sobre ella.

Esto significa que la TLL original se descompone en dos partes de la forma:

$$TLL(t) = D(t) + A(t)$$

siendo:

D(t): Parte determinista (Onda portadora)

A(t): Parte no determinista (Alta frecuencia)

Existen muy diversos métodos para eliminar la tendencia: diferenciación de la señal, realización de un filtrado por medias móviles, aproximación polinómica, etc. En este caso se ha preferido construir un polinomio de aproximación. Tras las pruebas pertinentes, el mejor resultado lo ha dado un polinomio de grado 7, cuyos coeficientes y gráfica pueden verse a continuación.

El polinomio será de la forma:

$$P_7(t) = \sum_{i=0}^{i=7} C_i \cdot t^i$$

siendo:

Coeficientes:

$i$	$C_i$
0	2328,226
1	2,553
2	0,119
3	$-1,47 \cdot 10^{-3}$
4	$4,87 \cdot 10^{-6}$
5	$2,55 \cdot 10^{-8}$
6	$-1,99 \cdot 10^{-10}$
7	$3,44 \cdot 10^{-13}$

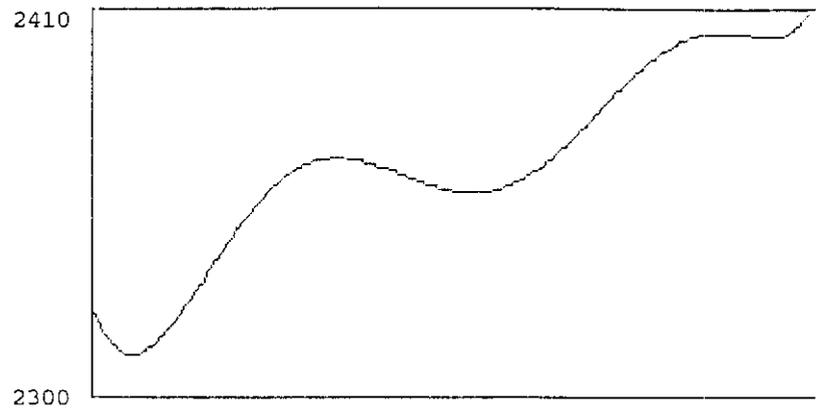


Figura 9.2 Perfil del polinomio de aproximación

Una vez establecido el polinomio de aproximación, se efectúa la substracción del mismo a la señal original de la TLL, cuyo resultado, que es la parte no determinista de la señal  $A(t)$ , podemos ver en la gráfica siguiente:

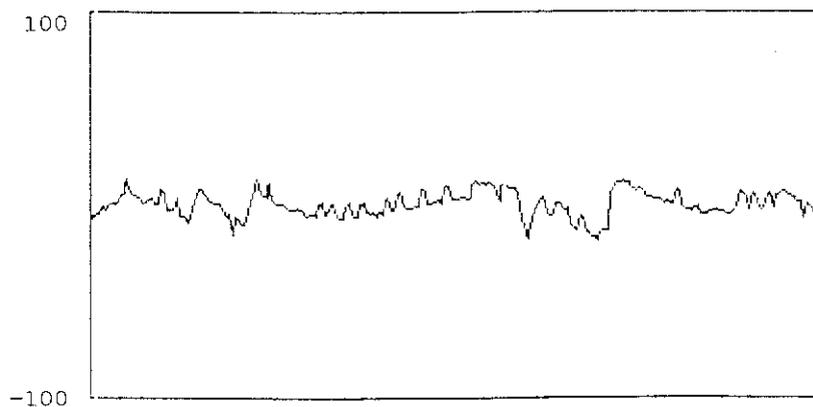


Figura 9.3. Substracción del polinomio de aproximación a la señal original.

Esta señal  $A(t)$  es la que se utiliza a continuación para construir los distintos modelos AR que simulan el comportamiento de la temperatura adiabática de llama, juntamente con el polinomio de aproximación.

Se utiliza, como es habitual, el criterio de la función de autocorrelación FAC, que se calculará lógicamente sobre la señal  $A(t)$ . El número de lag-time es 20, y la forma de dicha FAC puede apreciarse en la figura que aparece a continuación.

Coefficientes de autocorrelación

$k$	$r_k$
0	1
1	0,800
2	0,595
3	0,469
4	0,382
5	0,271
6	0,152
7	0,095
8	0,062
9	0,013
10	-0,052
11	-0,086
12	-0,088
13	-0,092
14	-0,098
15	-0,091
16	-0,058
17	-0,048
18	-0,050
19	-0,044
20	-0,038

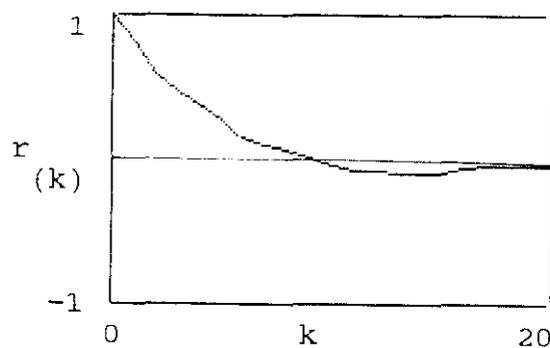


Figura 9.4. FAC de la señal  $A(t)$

## 9.2. Modelos AR de la temperatura adiabática de llama

A continuación se presentan los distintos modelos AR(p) de la temperatura adiabática de llama TLL, dependiendo de los valores del parámetro p, que señalarán el orden del modelo.

El cálculo se ha efectuado, al igual que en el caso de la TGT, resolviendo las ecuaciones de Yule-Walker (ver Apéndice B) en cada caso. Se incluye igualmente el cálculo de los residuos generados por los modelos al compararlos con la señal original, así como las FAC respectivas. Las tablas de valores obtenidas se encuentran en el Apéndice D.

La estructura de presentación de todos los modelos va a ser, al igual que lo anteriormente expuesto:

- Forma general del modelo
- Coeficientes calculados
- Señal generada por el modelo
- Gráficos de la señal original y la señal modelada.
- Residuo
- FAC del residuo
- Estadístico de Akaike.

### 9.2.1 Modelo AR(1)

La forma del modelo se va a referir en cada caso a la producida al tratar la señal  $A(t)$ , a la que posteriormente se añadirá la parte determinista generada por el polinomio de aproximación. En este caso será:

$$A(t) = a.A(t-1) + v(t)$$

donde  $A(t)$  designa el valor de la señal en el tiempo,  $v(t)$  es un ruido blanco y  $a$  es el coeficiente que determina el modelo.

En este caso el coeficiente  $a$  a calcular es único y el valor obtenido para el mismo es:

$$a = 0,800$$

La señal generada por el modelo AR(1) será pues:

$$S_1(t) = 0,800.A(t-1)$$

En las gráfica siguiente vemos el valor de la señal generada, que es en definitiva el modelo.

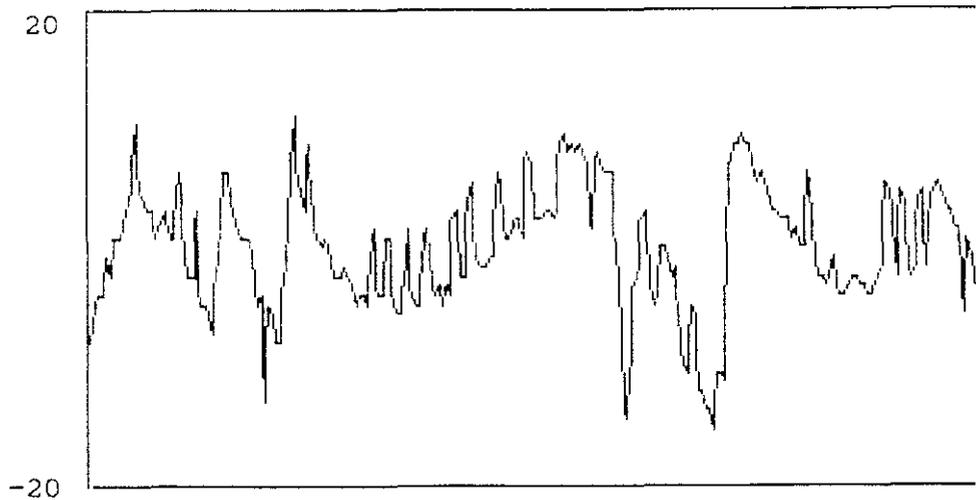


Figura 9.5. Perfil del modelo AR1

Como se recordará, el análisis de la bondad de la aproximación se efectúa a través del estudio del residuo, que en este caso será:

$$\text{Res}_1(t) = v(t) = A(t) - S_1(t)$$

En la figura 9.6. podemos ver la forma del residuo, y en la siguiente la forma general de la FAC del mismo, así como una tabla de los valores de los coeficientes de autocorrelación  $r_k$ .

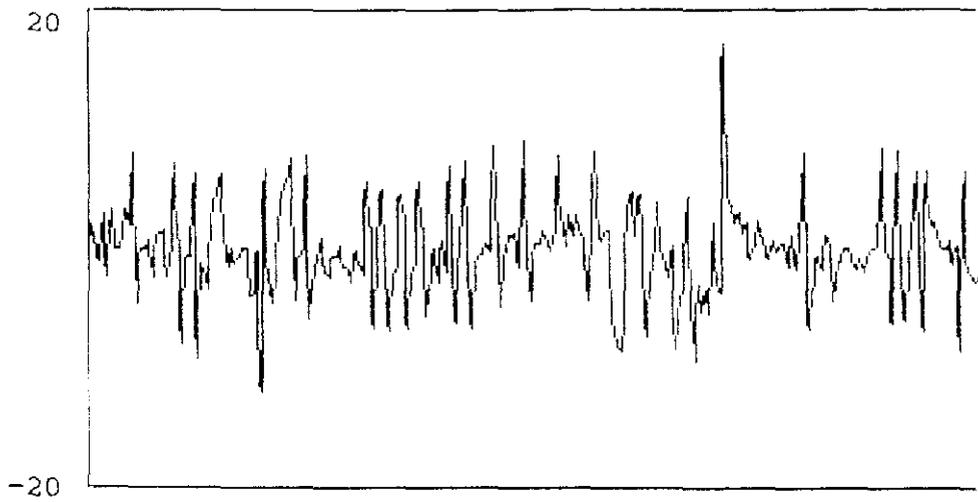


Figura 9.6. Residuo del AR1

Coefficientes de autocorrelación:

k	$r_k$
0	1
1	0,104
2	-0,116
3	-0,031
4	0,101
5	0,044
6	-0,119
7	-0,042
8	0,044
9	0,043
10	-0,069
11	-0,076
12	0,020
13	-0,014
14	-0,045
15	-0,069
16	0,051
17	0,017
18	-0,018
19	0,000
20	0,037

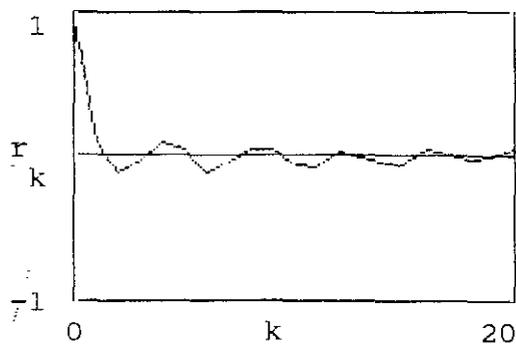


Figura 9.7. FAC del residuo del AR1

Vemos que su forma no es suficientemente próxima a la  $\delta$  de Dirac para ser considerada como representativa de un ruido blanco.

El valor del estadístico de Akaike es:

$$AIC_1 = 240 \cdot \text{Log}(\sigma^2(\text{Res}_1)) + 2$$

$$AIC_1 = 654,3$$

### 9.2.2. Modelo AR(2)

El modelo es:

$$A(t) = a(1) \cdot A(t-1) + a(2) \cdot A(t-2) + v(t)$$

Los coeficientes son:

<u>k</u>	<u>a(k)</u>
1	0,900
2	-0,125

La señal modelizada es:

$$S_2(t) = 0,900 \cdot A(t-1) - 0,125 \cdot A(t-2) + v(t)$$

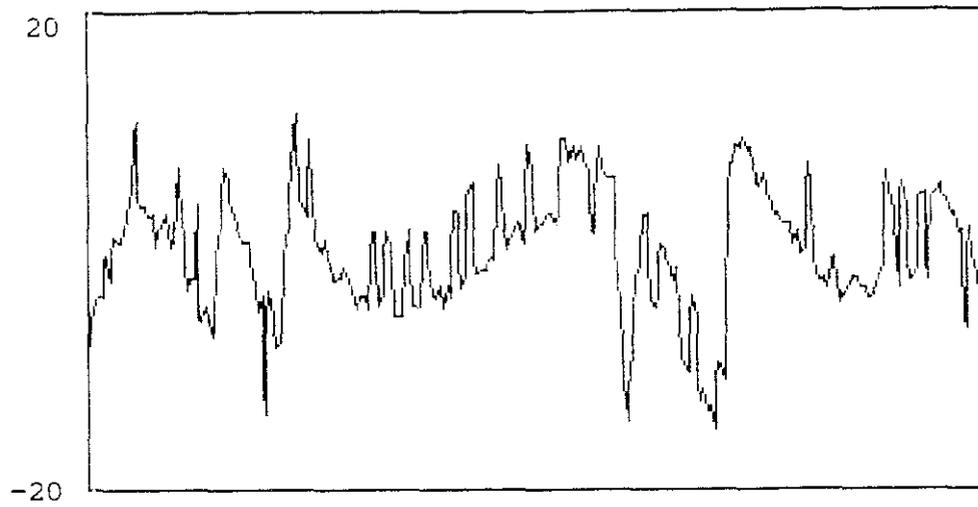


Figura 9.8. Perfil del AR2

Residuo:

$$\text{Res}_2(t) = A(t) - 0,9.A(t-1) + 0,125.A(t-2)$$

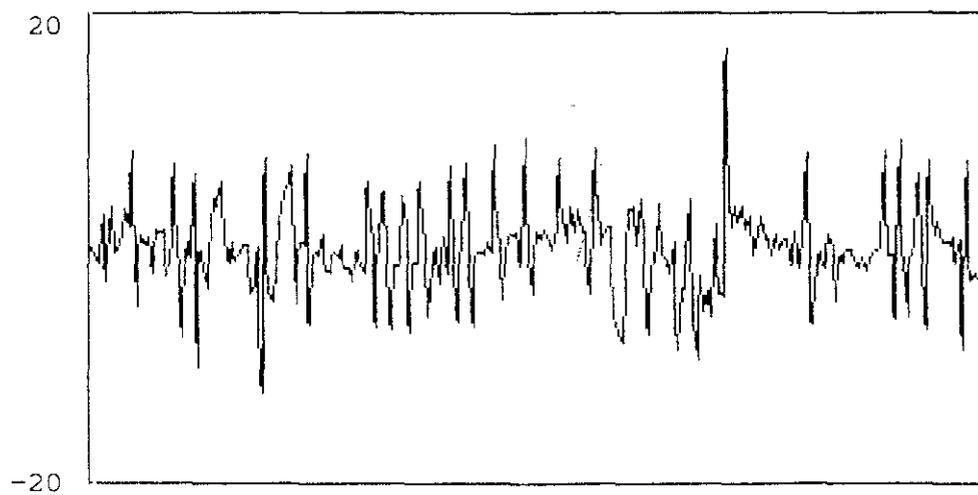


Figura 9.9. Residuo del AR2

Coefficientes de autocorrelación

k	$r_k$
0	1
1	0,018
2	-0,080
3	0,005
4	0,124
5	0,063
6	-0,104
7	-0,022
8	0,046
9	0,046
10	-0,065
11	-0,074
12	0,032
13	-0,015
14	-0,037
15	-0,074
16	0,055
17	0,008
18	-0,024
19	-0,006
20	0,028

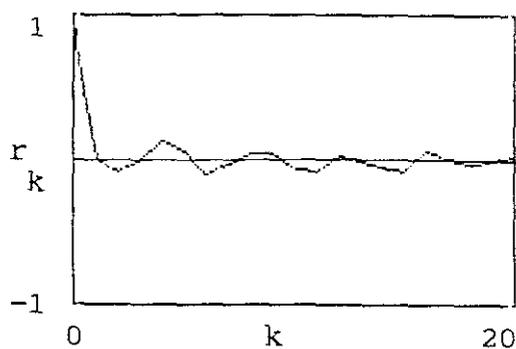


Figura 9.10. FAC del residuo del AR2

Estadístico de Akaike:

$$AIC_2 = 240 \cdot \text{Log}(\sigma^2(\text{Res}_2)) + 4$$

$$AIC = 653,9$$

### 9.2.3. Modelo AR(3)

Modelo básico:

$$A(t) = a(1) \cdot A(t-1) + a(2) \cdot A(t-2) + a(3) \cdot A(t-3) + v(t)$$

Coefficientes calculados:

<u>k</u>	<u>a(k)</u>
1	0,912
2	-0,212
3	0,097

Señal modelizada:

$$s_3 = 0,912.A(t-1) - 0,212.A(t-2) + 0,097.A(t-3) + v(t)$$

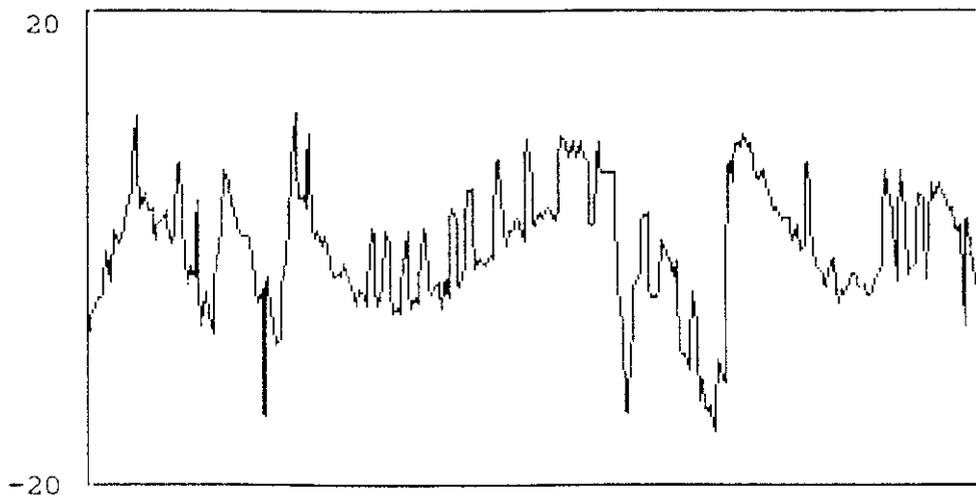


Figura 9.11. Perfil del AR3

Residuo:

$$Res_3 = A(t) - 0,912.A(t-1) + 0,212.A(t-2) - 0,097.A(t-3)$$

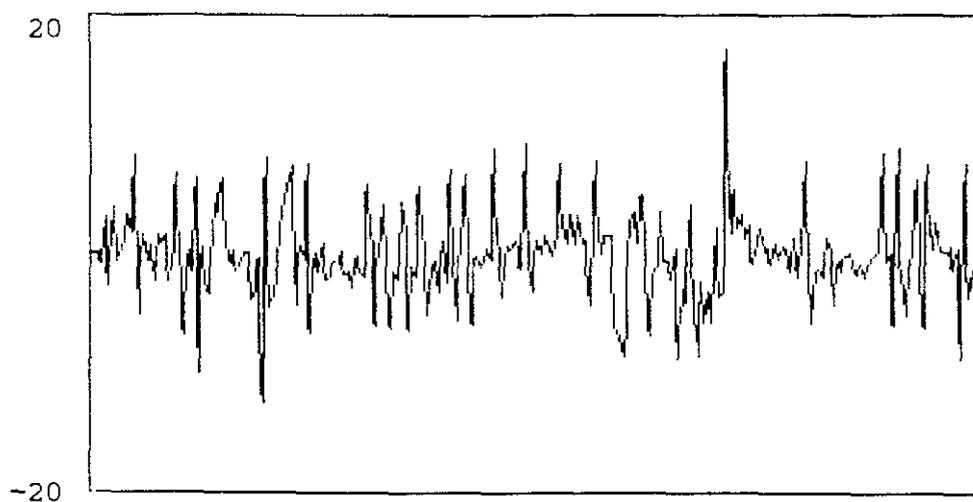


Figura 9.12. Residuo del AR3

Coefficientes de autocorrelación

k	$r_k$
0	1
1	0,030
2	0,022
3	-0,118
4	-0,016
5	0,119
6	0,049
7	-0,017
8	-0,145
9	-0,125
10	0,106
11	0,079
12	-0,081
13	-0,114
14	-0,135
15	-0,019
16	0,131
17	0,114
18	-0,094
19	0,005
20	0,072

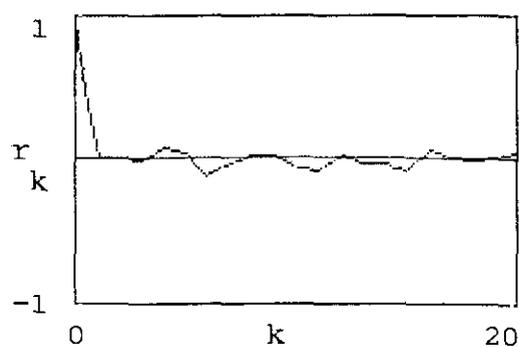


Figura 9.13. FAC del residuo del AR3

Estadístico de Akaike:

$$AIC_3 = 240 \cdot \text{Log}(\sigma^2(\text{Res}_3)) + 6$$

$$AIC_3 = 653,8$$

### 9.2.4 Modelo AR4

Modelo básico:

$$A(t) = \sum_{k=1}^4 a(k) \cdot A(t-k) + v(t)$$

Coefficientes calculados:

<u>k</u>	<u>a(k)</u>
1	0,912
2	-0,211
3	0,089
4	0,008

Señal modelizada:

$$S_4(t) = 0,912 \cdot A(t-1) - 0,211 \cdot A(t-2) + 0,089 \cdot A(t-3) + \\ + 0,008 \cdot A(t-4)$$

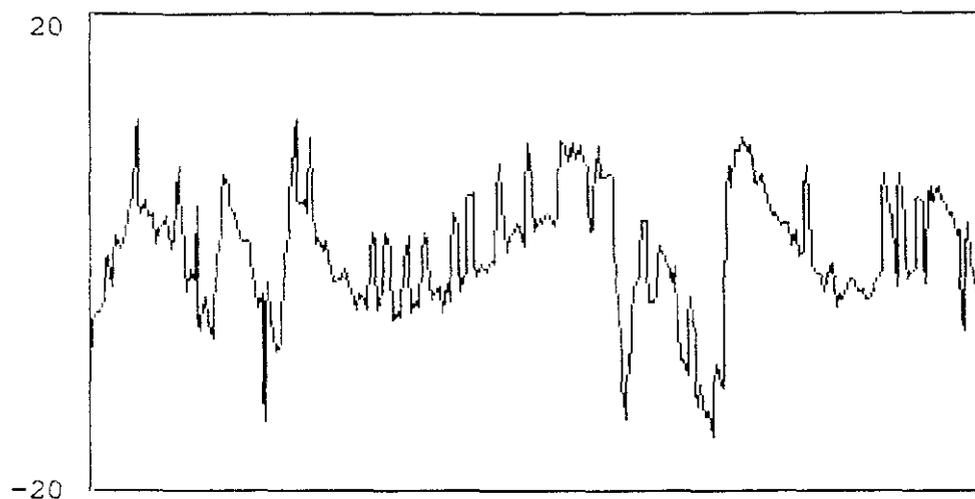


Figura 9.14. Perfil del AR4

Residuo:

$$\text{Res}_4 = A(t) - S_4(t)$$

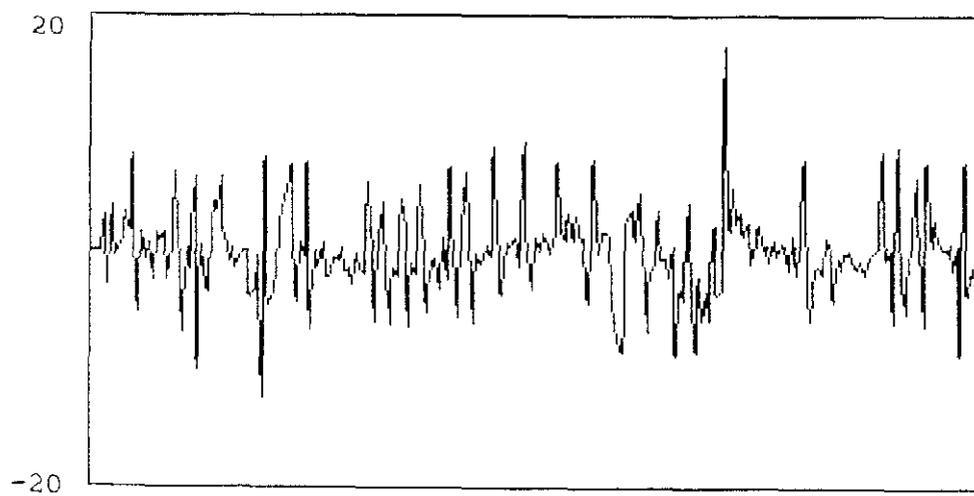


Figura 9.15. Residuo del AR4

Coefficientes de autocorrelación:

k	$r_k$
0	1
1	0,009
2	0,006
3	-0,008
4	-0,078
5	0,036
6	-0,108
7	-0,024
8	0,022
9	0,033
10	-0,063
11	-0,077
12	0,021
13	-0,032
14	-0,028
15	-0,074
16	0,054
17	0,005
18	-0,012
19	0,004
20	0,038

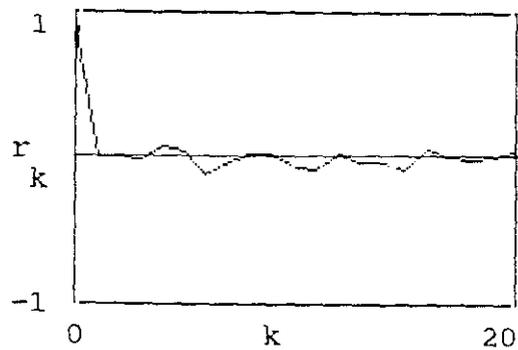


Figura 9.16. FAC del residuo del AR4

Estadístico de Akaike:

$$AIC_4 = 240 \cdot \text{Log}(\sigma^2(\text{Res}_4)) + 8$$

$$AIC_4 = 655,8$$

### 9.2.5. Modelo AR5

Modelo básico:

$$A(t) = \sum_{k=1}^5 a(k) \cdot A(t-k) + v(t)$$

Coefficientes calculados:

<u>k</u>	<u>a(k)</u>
1	0,912
2	-0,201
3	0,067
4	0,105
5	-0,107

Señal modelizada:

$$S_4(t) = 0,912.A(t-1) - 0,201.A(t-2) + 0,067.A(t-3) + \\ + 0,105.A(t-4) - 0,107.A(t-5)$$

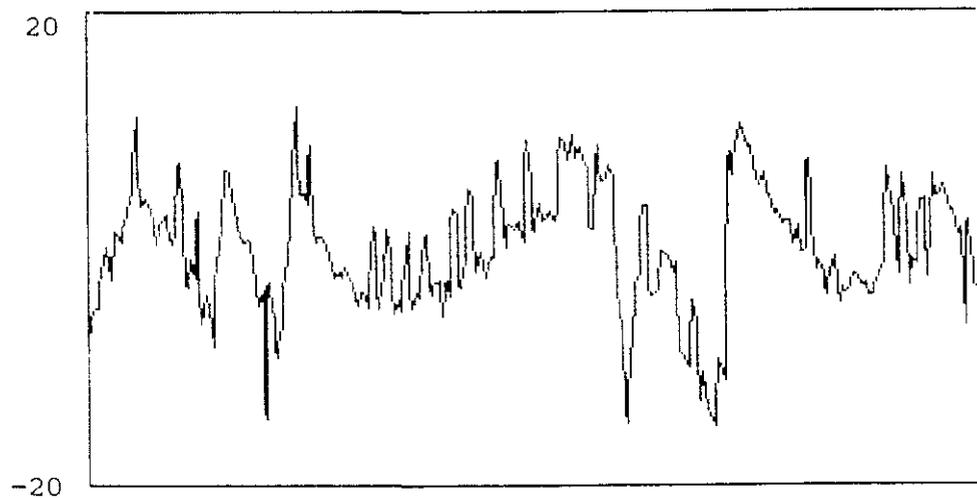


Figura 9.17. Perfil del AR5

Residuo:

$$Res_5 = A(t) - S_5(t)$$

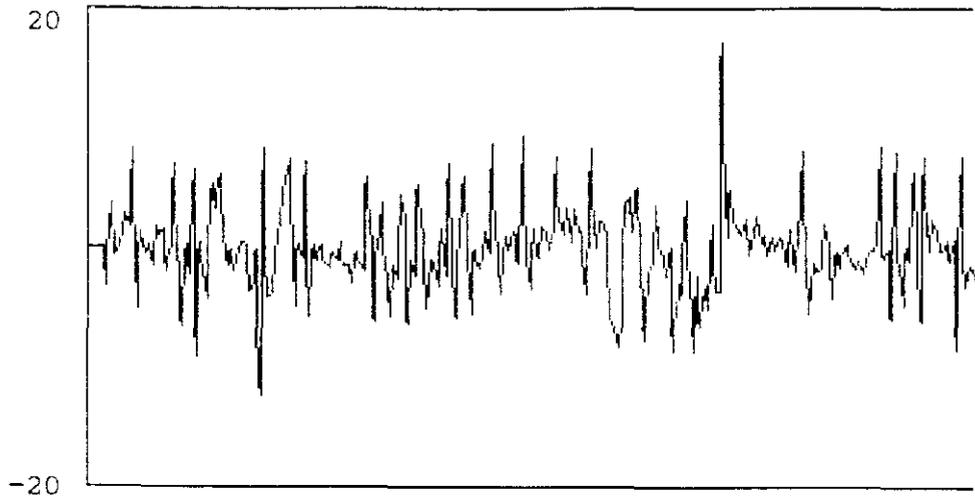


Figura 9.18. Residuo del AR5

Coefficientes de autocorrelación:

$k$	$r_k$
0	1
1	0,004
2	-0,002
3	0,002
4	-0,009
5	0,053
6	-0,068
7	0,005
8	0,022
9	0,052
10	-0,039
11	-0,057
12	0,018
13	-0,031
14	-0,018
15	-0,068
16	0,047
17	0,001
18	-0,023
19	0,005
20	0,022

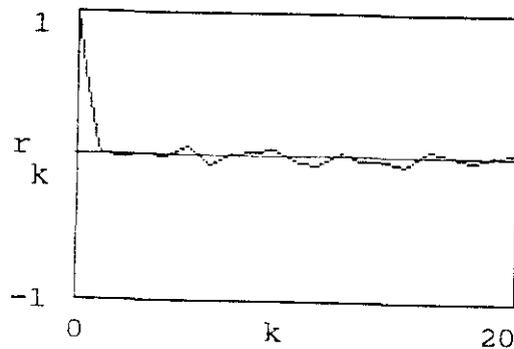


Figura 9.19 FAC del residuo del AR5

Estadístico de Akaike:

$$AIC_5 = 240 \cdot \text{Log}(\sigma^2(\text{Res}_5)) + 10$$

$$AIC_5 = 654,1$$

### 9.2.6. Modelo AR6

Modelo básico:

$$A(t) = \sum_{k=1}^6 a(k) \cdot A(t-k) + v(t)$$

Coefficientes calculados:

k	a(k)
1	0,904
2	-0,193
3	0,072
4	0,089
5	-0,034
6	-0,080

Señal modelizada:

$$S_6 = 0,904 \cdot A(t-1) - 0,193 \cdot A(t-2) + 0,072 \cdot A(t-3) + \\ + 0,089 \cdot A(t-4) - 0,034 \cdot A(t-5) - 0,080 \cdot A(t-6)$$

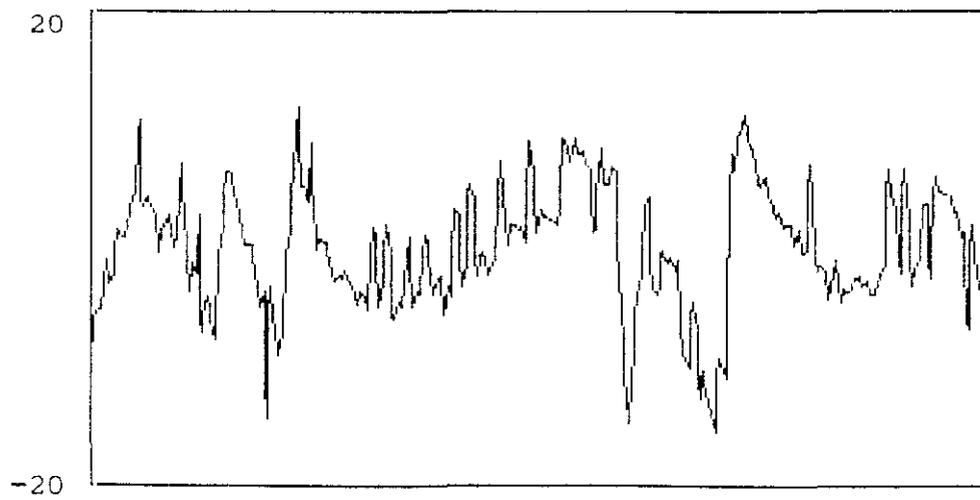


Figura 9.20. Perfil del AR6

Residuo:

$$\text{Res}_6 = A(t) - S_6(t)$$

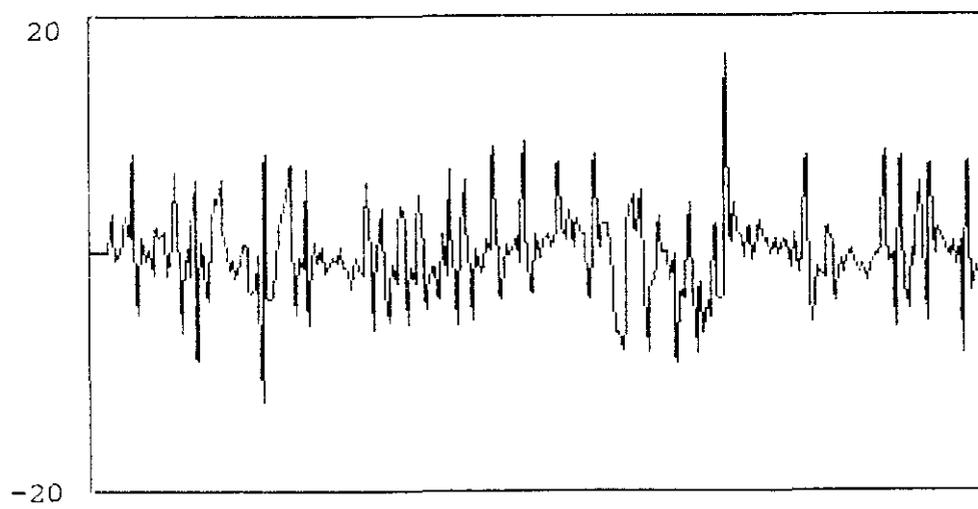


Figura 9.21. Residuo del AR6

Coefficientes de autocorrelación:

k	$r_k$
0	1
1	0,019
2	-0,007
3	-0,008
4	-0,006
5	-0,005
6	-0,046
7	0,041
8	0,040
9	0,064
10	-0,025
11	-0,045
12	0,022
13	-0,023
14	-0,021
15	-0,063
16	0,047
17	-0,007
18	-0,013
19	-0,003
20	0,010

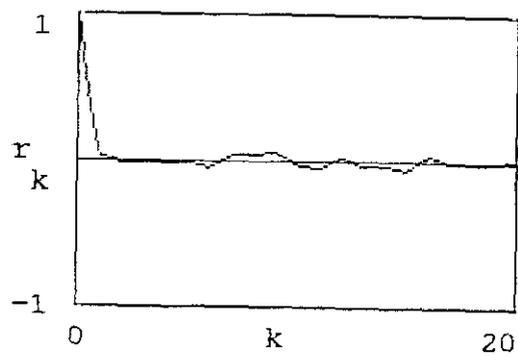


Figura 9.22. FAC del residuo del AR6

Estadístico de Akaike

$$AIC_6 = 240 \cdot \text{Log}(\sigma^2(\text{Res}_6)) + 12$$

$$AIC_6 = 654$$

### 9.2.7 Modelo AR7

Modelo básico:

$$A(t) = \sum_{k=1}^7 a(k) \cdot A(t-k) + v(t)$$

Coefficientes calculados:

<u>k</u>	<u>a(k)</u>
1	0,910
2	-0,190
3	0,066
4	0,084
5	-0,019
6	-0,146
7	0,073

Señal modelizada:

$$S_7(t) = 0,91.A(t-1) - 0,19.A(t-2) + 0,066.A(t-3) + \\ + 0,084.A(t-4) - 0,019.A(t-5) - 0,146.A(t-6) + \\ - 0,073.A(t-7)$$

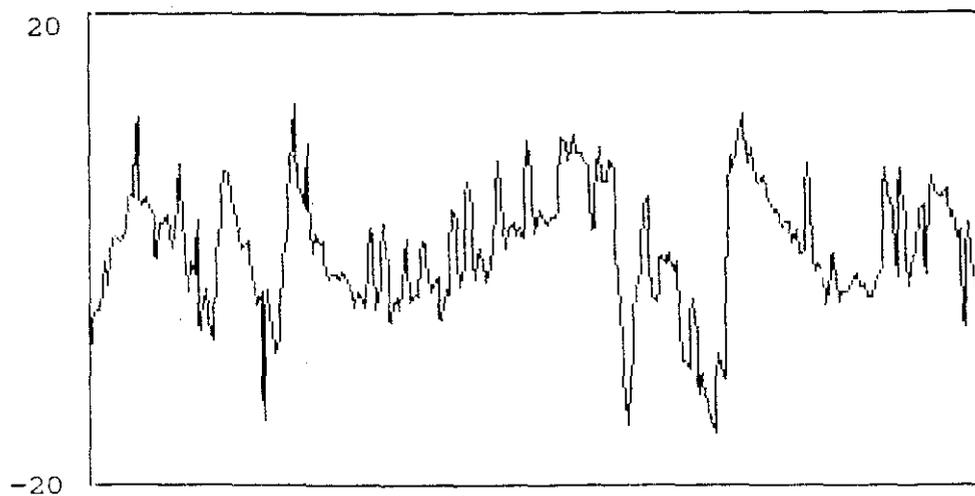


Figura 9.23. Perfil del AR7

Residuo:

$$\text{Res}_7 = A(t) - S_7(t)$$

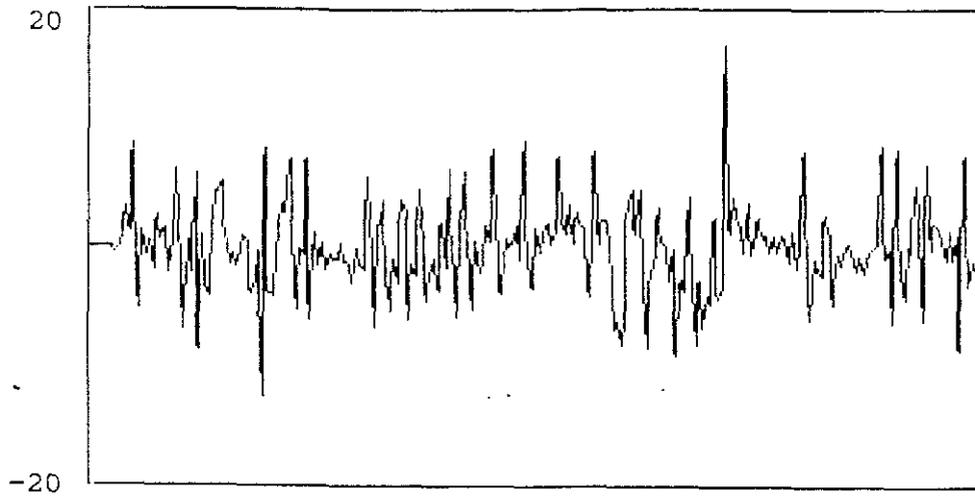


Figura 9.24. Residuo del AR7

Coefficientes de autocorrelación:

k	$r_k$
0	1
1	0,014
2	-0,012
3	0,000
4	-0,003
5	-0,015
6	0,004
7	0,027
8	0,009
9	0,041
10	-0,030
11	-0,050
12	0,001
13	-0,027
14	-0,023
15	-0,057
16	0,048
17	-0,022
18	-0,006
19	0,013
20	0,015

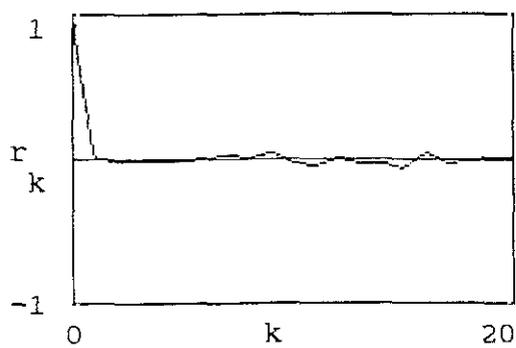


Figura 9.25. FAC del residuo del AR7

Estadístico de Akaike:

$$AIC_7 = 240 \cdot \text{Log}(\sigma^2(\text{Res}_7)) + 14$$

$$AIC_7 = 655$$

### 9.2.8. Modelo AR8

Modelo básico:

$$A(t) = \sum_{k=1}^8 a(k) \cdot A(t-k) + v(t)$$

Coefficientes calculados:

<u>k</u>	<u>a(k)</u>
1	0,911
2	-0,193
3	0,065
4	0,086
5	-0,018
6	-0,151
7	0,094
8	-0,023

Señal modelizada:

$$\begin{aligned} S_8(t) = & 0,911 \cdot A(t-1) - 0,193 \cdot A(t-2) + 0,065 \cdot A(t-3) + \\ & + 0,086 \cdot A(t-4) - 0,018 \cdot A(t-5) - 0,151 \cdot A(t-6) + \\ & + 0,094 \cdot A(t-7) - 0,023 \cdot A(t-8) \end{aligned}$$

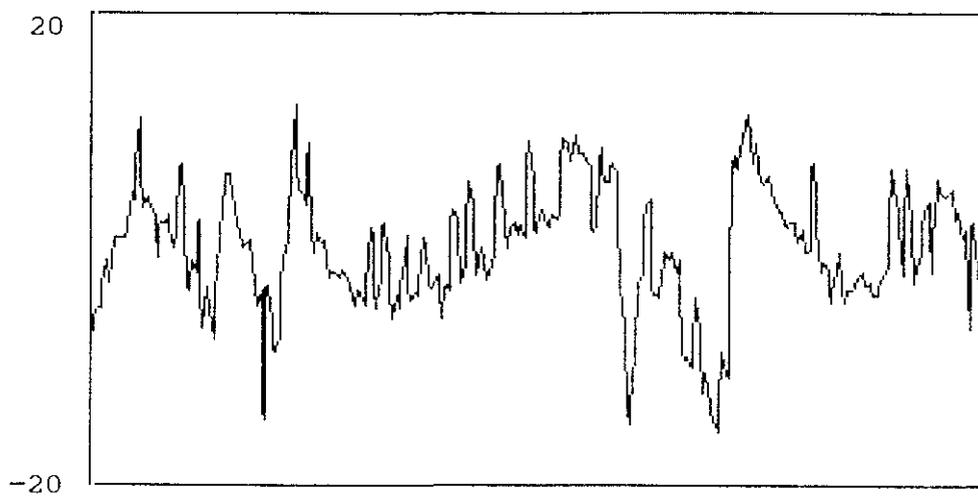


Figura 9.26. Perfil del AR8

Residuo:

$$\text{Res}_8 = A(t) - S_8(t)$$

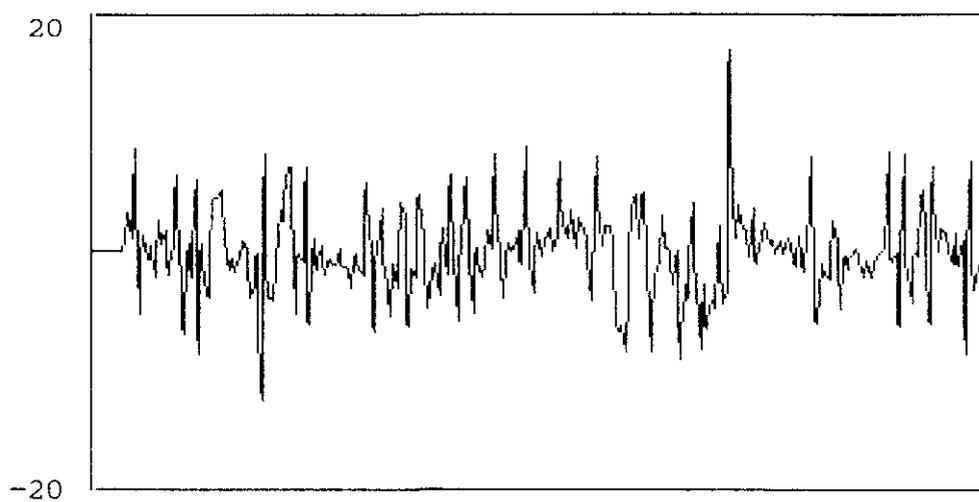


Figura 9.27. Residuo del AR8

Coefficientes de autocorrelación:

k	r <sub>k</sub>
0	1
1	0,011
2	-0,012
3	-0,002
4	-0,004
5	-0,018
6	0,006
7	0,010
8	0,015
9	0,049
10	-0,025
11	-0,046
12	0,003
13	-0,023
14	-0,022
15	-0,059
16	0,049
17	-0,022
18	-0,008
19	0,011
20	0,014

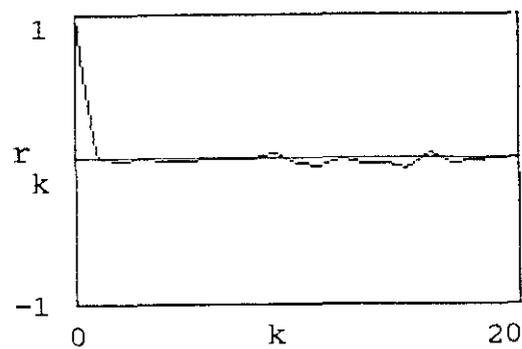


Figura 9.28. FAC del residuo del AR8

Estadístico de Akaike:

$$AIC_8 = 240 \cdot \text{Log}(\sigma^2(\text{Res}_8)) + 16$$

$$AIC_8 = 657$$

### 9.2.9. Modelo AR9

Modelo básico:

$$A(t) = \sum_{k=1}^9 a(k) \cdot A(t-k) + v(t)$$

Coefficientes calculados:

<u>k</u>	<u>a(k)</u>
1	0,910
2	-0,188
3	0,057
4	0,085
5	-0,013
6	-0,147
7	0,083
8	0,026
9	-0,053

Señal modelizada:

$$S_9(t) = 0,91.A(t-1) - 0,188.A(t-2) + 0,057.A(t-3) + \\ + 0,085.A(t-4) - 0,013.A(t-5) - 0,147.A(t-6) \\ + 0,083.A(t-7) + 0,026.A(t-8) - 0,053.A(t-9)$$

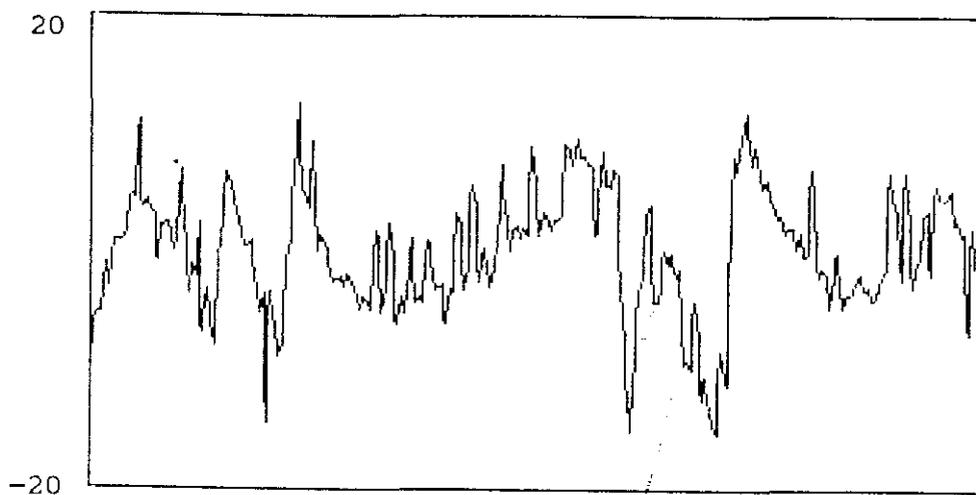


Figura 9.29 Perfil del AR9

Residuo:

$$Res_9 = A(t) - S_9(t)$$

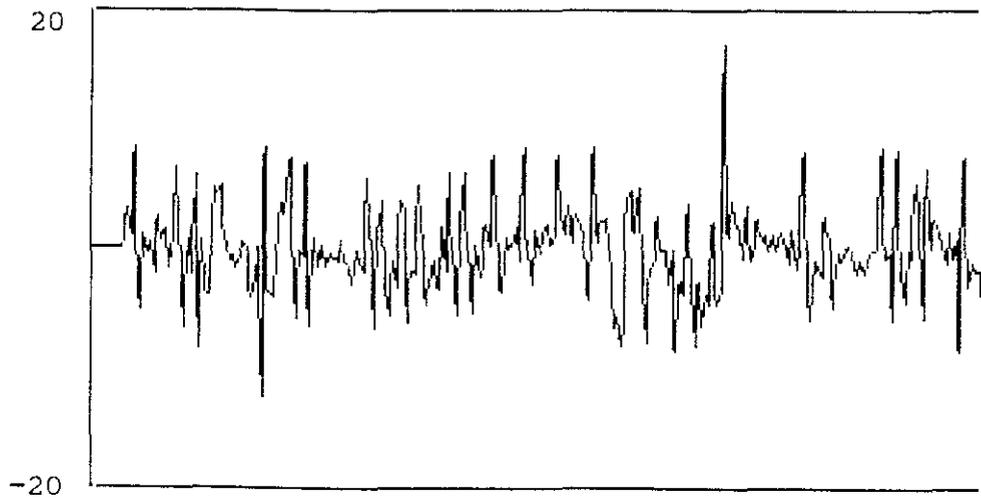


Figura 9.30. Residuo del AR9

Coefficientes de autocorrelación:

k	$r_k$
0	1
1	0,007
2	-0,016
3	0,008
4	0,000
5	-0,018
6	0,003
7	0,019
8	-0,028
9	0,060
10	-0,002
11	-0,034
12	0,008
13	-0,020
14	-0,015
15	-0,053
16	0,048
17	-0,028
18	-0,008
19	0,014
20	0,014

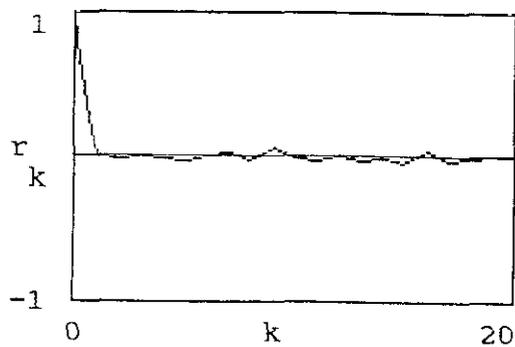


Figura 9.31. FAC del residuo del AR9

Estadístico de Akaike:

$$AIC_9 = 240 \cdot \text{Log}(\sigma^2(\text{Res}_9)) + 18$$

$$AIC_9 = 658,1$$

### 9.2.10. Modelo AR10

Modelo básico:

$$A(t) = \sum_{i=1}^{10} a(k) \cdot A(t-k) + v(t)$$

Coefficientes calculados:

k	a(k)
1	0,907
2	-0,187
3	0,063
4	0,075
5	-0,014
6	-0,141
7	0,087
8	0,013
9	0,009
10	-0,068

Señal modelizada:

$$\begin{aligned} S_{10}(t) = & 0,907 \cdot A(t-1) - 0,187 \cdot A(t-2) + 0,063 \cdot A(t-3) \\ & + 0,075 \cdot A(t-4) - 0,014 \cdot A(t-5) - 0,141 \cdot A(t-6) + \\ & + 0,087 \cdot A(t-7) + 0,013 \cdot A(t-8) + 0,009 \cdot A(t-9) - \\ & - 0,068 \cdot A(t-10) \end{aligned}$$

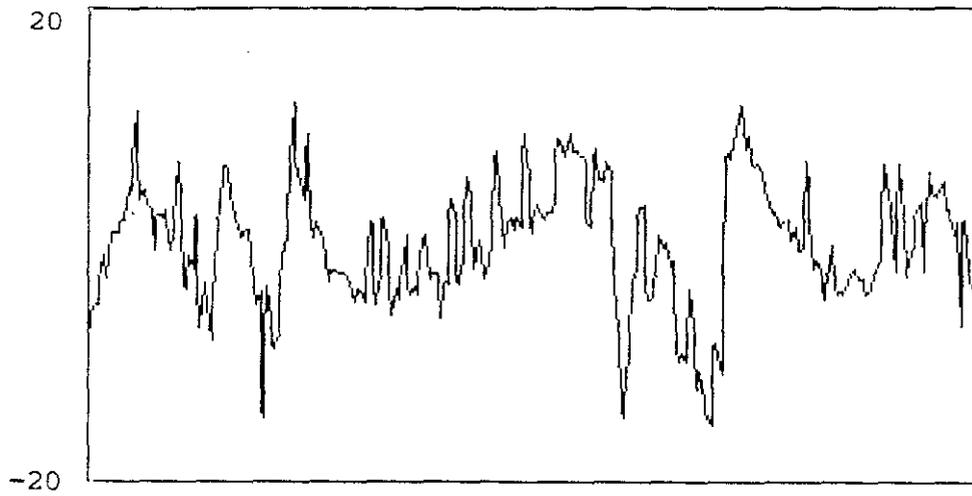


Figura 9.32. Perfil del AR10

Residuo:

$$\text{Res}_{10} = A(t) - S_{10}(t)$$

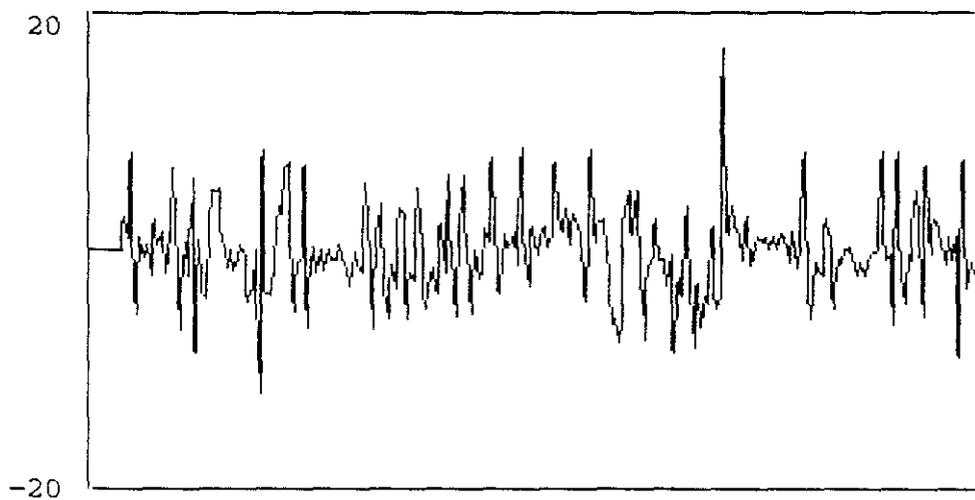


Figura 9.33. Residuo del AR10

Coefficientes de autocorrelación:

k	$r_k$
0	1
1	0,012
2	-0,017
3	-0,003
4	0,009
5	-0,011
6	0,006
7	0,010
8	-0,021
9	0,011
10	0,011
11	-0,011
12	0,022
13	-0,018
14	-0,008
15	-0,043
16	0,048
17	-0,031
18	-0,010
19	0,018
20	0,030

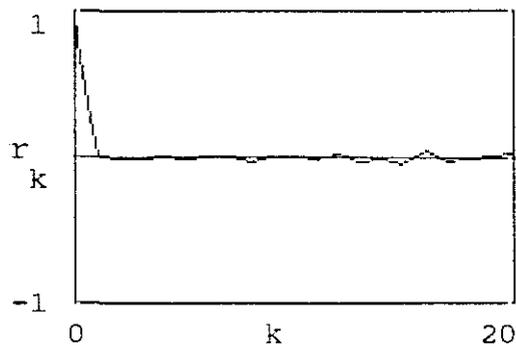


Figura 9.34. FAC del residuo del AR10

Estadístico de Akaike:

$$AIC_{10} = 240 \cdot \text{Log}(\sigma^2(\text{Res}_{10})) + 20$$

$$AIC_{10} = 659,3$$

## CAPITULO 10

### Modelo SISO de la temperatura de gas en tragante a partir de la temperatura adiabatica de llama

Tal y como se ha visto en el capítulo correspondiente, ampliado en el Apéndice C, los modelos Single Input Single Output (SISO), modelizan las señales desde un punto de vista radicalmente distinto del de los modelos AR clásicos. En los modelos SISO la señal modelizada (señal de salida) lo es tanto a partir de su histórico de valores como a partir del correspondiente a otra señal que se considera como entrada.

En el caso que se va tratar se han escogido como variables la temperatura de gas en tragante (TGT), que define la salida, y la temperatura adiabática de llama (TLL), que se considera como entrada. Se intenta así establecer una relación en el dominio temporal que ligue a los valores de la TLL, modificables por el operador, con los de la TGT, que son de importancia primordial en el control del horno.

Sabemos que la inercia del horno en lo que al efecto de la TLL sobre la TGT se refiere esta alrededor de los 6-10 segundos, con lo cual, dado que las medidas disponibles se efectuaron a intervalos de seis minutos,

podemos considerar la transferencia de la señal de entrada como instantánea a efectos del cálculo.

De acuerdo con lo ya referido en capítulos anteriores, en este caso el modelo SISO de orden (p,q) quedará definido como:

$$TGT(t) = \sum_{i=1}^{i=p} a(i).TGT(t-i) + \sum_{j=1}^{j=q} b(t).TLL(t-j)$$

donde:

i,j: Retardos variables para la correlación

p,q: Orden del modelo

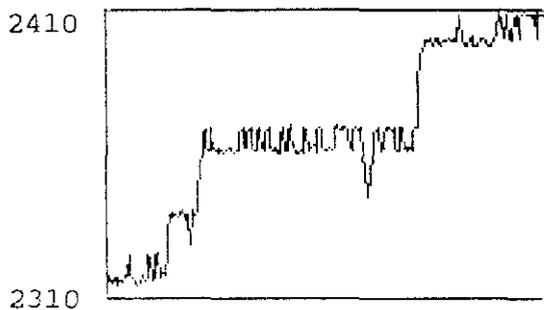
a(i),b(j): Parámetros del modelo

Una vez calculados los parámetros del modelo, se ha usado el test de Akaike al igual que en los modelos AR, con la variante apropiada al caso SISO. Una vez determinado el modelo mas apropiado, se ha efectuado el cálculo de la FAC del residuo para comprobar su proximidad al ruido blanco, complementandolo con el análisis de la distribución estadística de los valores del mismo.

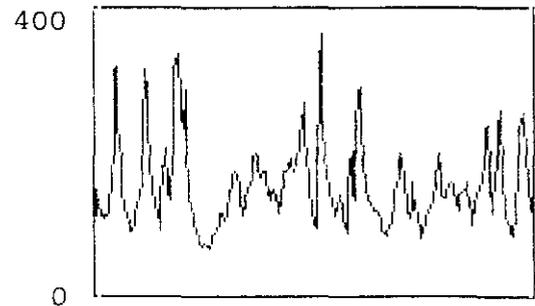
La elección del orden de los modelos de partida viene marcada por los que han sido considerados mas

adecuados en los modelos AR. Así, se ha comenzado por el modelo de orden (5,3), llegando al (7,7), siempre para valores de  $p$  mayores que los de  $q$  (ver Apéndice B).

Como recordatorio se pueden ver en las figuras siguientes los perfiles de la entrada (TLL) y la salida a modelizar (TGT).



Perfil de la TLL



Perfil de la TGT

Figura 10.1. Perfiles de la entrada (TLL) y de la salida (TGT)

A continuación se presenta un estudio de los distintos modelos desarrollados.

### 10.1. Modelo SISO(5,3)

Modelo básico:

$$TGT(t) = \sum_{i=1}^{i=5} a(i).TGT(t-i) + \sum_{j=1}^{j=3} b(j).TLL(t-j)$$

Coefficientes calculados:

Parte TGT:

<u>i</u>	<u>a(i)</u>
1	1,139
2	-0,280
3	-0,197
4	0,163
5	-0,056

Parte TLL:

<u>j</u>	<u>b(j)</u>
1	-0,658
2	0,350
3	0,324

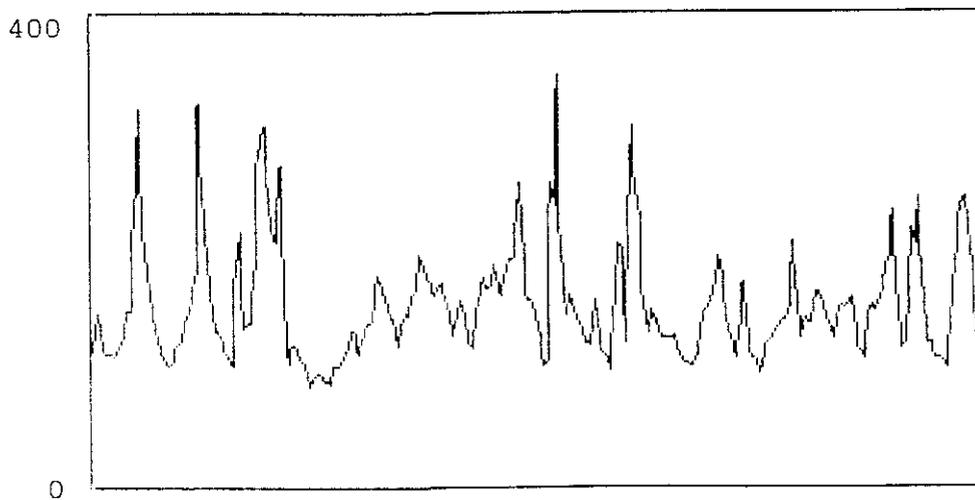


Figura 10.2. Perfil del SISO(5,3)

El residuo es:

$$Res_{5,3} = TGT(\tau) - S_{5,3}$$

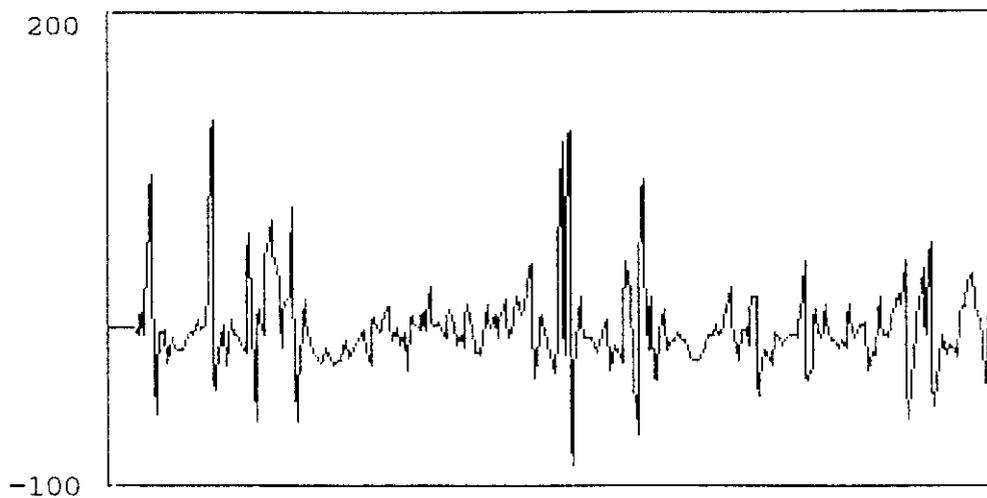


Figura 10.3. Residuo del SISO(5,3)

Coefficientes de autocorrelación:

k	r(k)
0	1
1	-0,017
2	-0,008
3	-0,025
4	-0,038
5	0,116
6	0,013
7	0,008
8	-0,098
9	-0,099
10	0,098
11	0,036
12	-0,055
13	-0,088
14	-0,112
15	-0,036
16	0,110
17	0,109
18	-0,112
19	0,020
20	0,065

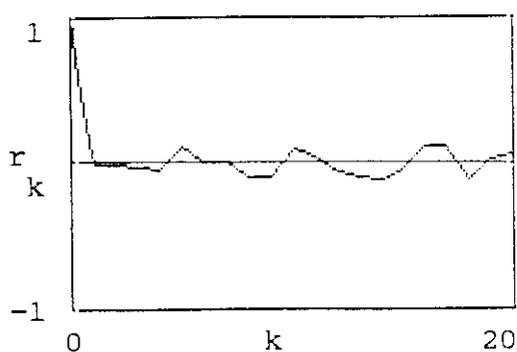


Figura 10.4. FAC del residuo del SISO(5,3)

Estadístico de Akaike:

$$AIC_{53} = 240 \cdot \text{Log}(\sigma^2(\text{Res}_{5,3})) + 16$$

$$AIC_{53} = 1603$$

## 10.2. Modelo SISO(5,4)

Modelo básico:

$$TGT(t) = \sum_{i=1}^{i=5} a(i) \cdot TGT(t-i) + \sum_{j=1}^{j=4} b(j) \cdot TLL(t-j)$$

Coefficientes calculados:

Parte TGT:

<u>i</u>	<u>a(i)</u>
1	1,135
2	-0,284
3	-0,185
4	0,153
5	-0,047

Parte TLL:

<u>j</u>	<u>b(j)</u>
1	-0,775
2	0,458
3	-0,237
4	0,570

La señal modelizada  $S_{5,4}$  se calcula de acuerdo con los coeficientes calculados anteriormente y su perfil se puede ver en la figura siguiente.

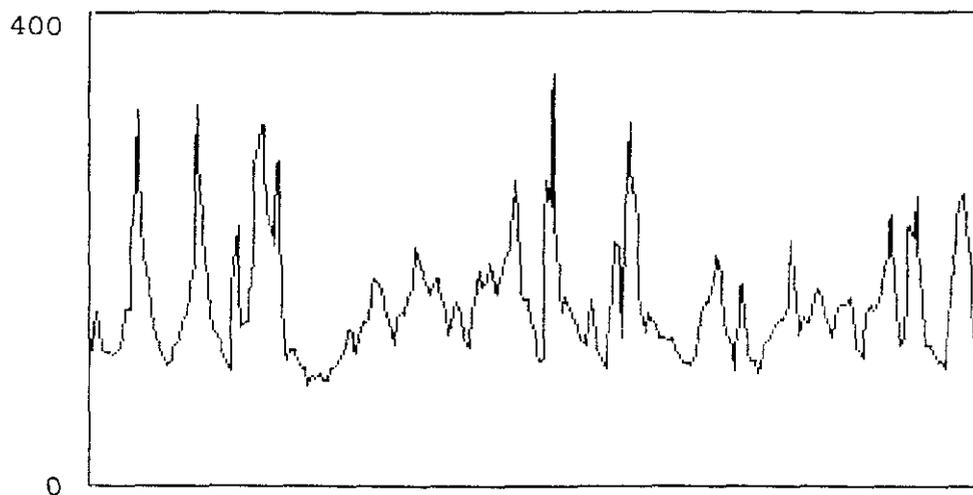


Figura 10.5. Perfil del SISO(5,4)

El residuo es:

$$\text{Res}_{5,4} = \text{TGT}(t) - S_{5,4}$$

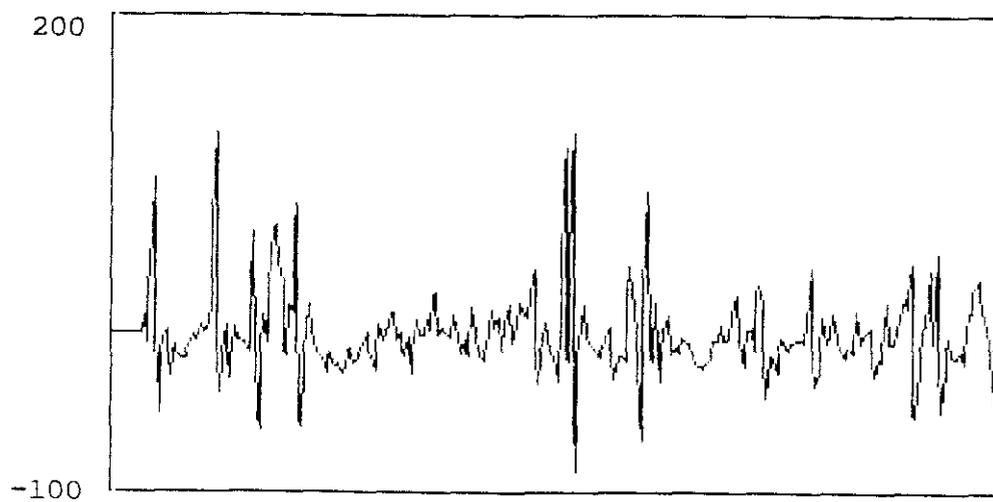


Figura 10.6. Residuo del SISO(5,4)

Coefficientes de autocorrelación:

k	r(k)
0	1
1	-0,023
2	0,003
3	-0,030
4	-0,043
5	0,118
6	0,013
7	0,012
8	-0,103
9	-0,106
10	0,096
11	0,044
12	-0,056
13	-0,085
14	-0,119
15	-0,031
16	0,106
17	0,105
18	-0,113
19	0,021
20	0,074

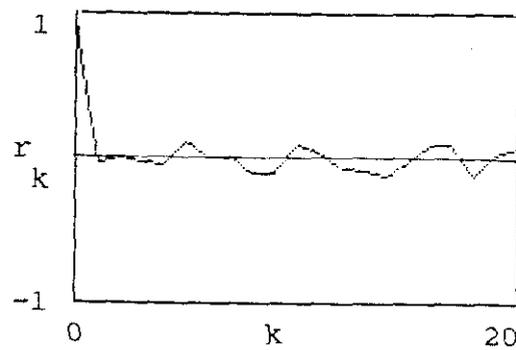


Figura 10.7. FAC del residuo del SISO(5,4)

Estadístico de Akaike:

$$AIC_{54} = 240 \cdot \text{Log}(\sigma^2(\text{Res}_{5,4})) + 18$$

$$AIC_{54} = 1604$$

### 10.3. Modelo SISO(5,5)

Modelo básico:

$$TGT(t) = \sum_{i=1}^{i=5} a(i) \cdot TGT(t-i) + \sum_{j=1}^{j=5} b(j) \cdot TLL(t-j)$$

Coefficientes calculados:

Parte TGT:

<u>i</u>	<u>a(i)</u>
1	1,123
2	-0,275
3	-0,198
4	0,168
5	-0,045

Parte TLL:

<u>j</u>	<u>b(j)</u>
1	-0,864
2	0,332
3	-0,057
4	-0,377
5	0,980

La señal modelizada  $S_{5,5}$  se calcula de acuerdo con los coeficientes calculados anteriormente y su perfil se puede ver en la figura siguiente.

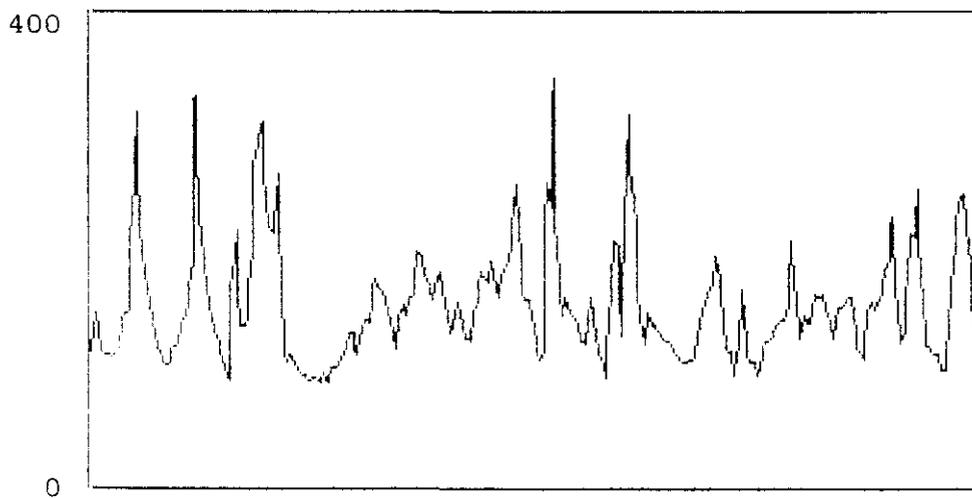


Figura 10.8. Perfil del SISO(5,5)

El residuo es:

$$Res_{5,5} = TGT(t) - S_{5,5}$$

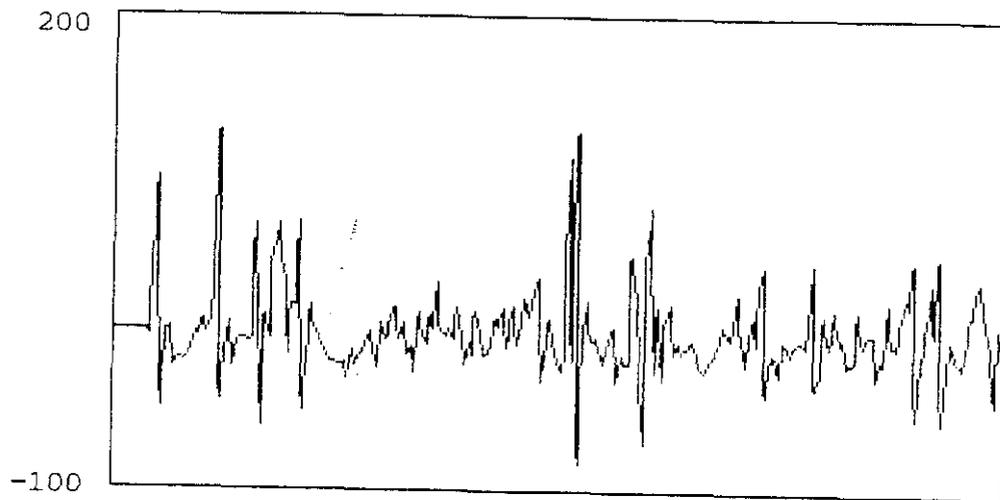


Figura 10.9. Residuo del SISO(5,5)

Coefficientes de autocorrelación:

$k$	$r(k)$
0	1
1	-0,007
2	-0,001
3	-0,036
4	-0,028
5	0,103
6	0,008
7	0,023
8	-0,107
9	-0,118
10	0,099
11	0,044
12	-0,025
13	-0,093
14	-0,123
15	-0,037
16	0,107
17	0,100
18	-0,109
19	0,020
20	0,061

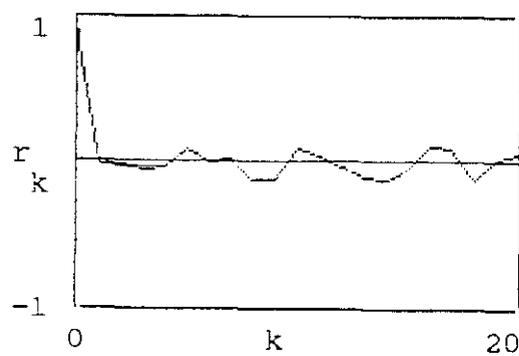


Figura 10.10. FAC del residuo del SISO(5,5)

Estadístico de Akaike:

$$AIC55 = 240 \cdot \text{Log}(\sigma^2(\text{Res}_{5,3})) + 20$$

$$AIC53 = 1600$$

#### 10.4. Modelo SISO(6,5)

Modelo básico:

$$TGT(t) = \sum_{i=1}^{i=6} a(i) \cdot TGT(t-i) + \sum_{j=1}^{j=5} b(j) \cdot TLL(t-j)$$

Coefficientes calculados:

Parte TGT:

<u>i</u>	<u>a(i)</u>
1	1.117
2	-0,254
3	-0,224
4	0,132
5	0,104
6	-0,133

Parte TLL:

<u>j</u>	<u>b(j)</u>
1	-0,820
2	0,300
3	-0,006
4	-0,324
5	0,885

La señal modelizada  $S_{6,5}$  se calcula de acuerdo con los coeficientes calculados anteriormente y su perfil se puede ver en la figura siguiente.

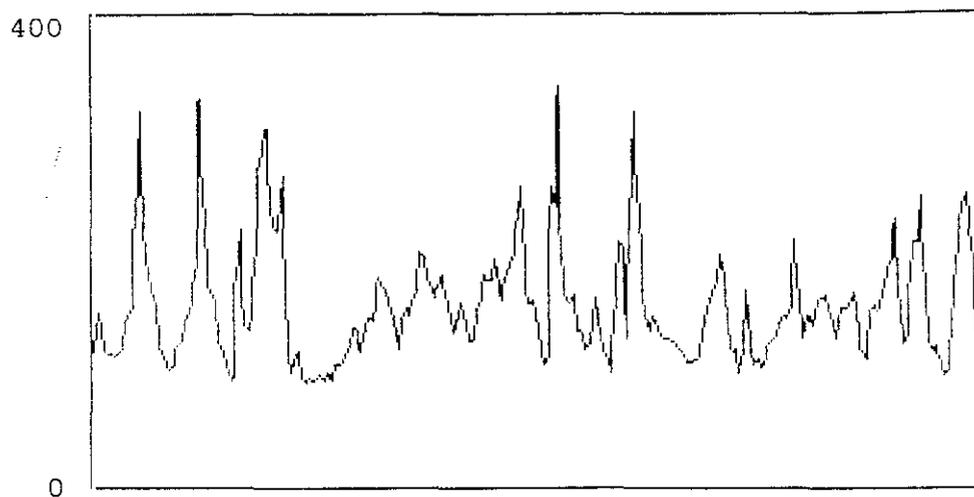


Figura 10.11. Perfil del SISO(6,3)

El residuo es:

$$\text{Res}_{6,5} = \text{TGT}(t) - S_{6,5}$$

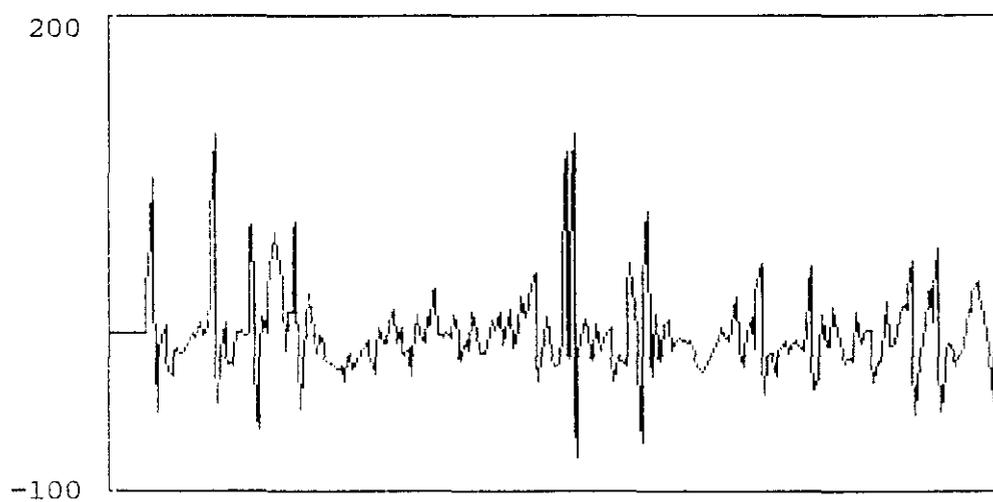


Figura 10.12. Residuo del SISO(6,5)

Coefficientes de autocorrelación:

k	r(k)
0	1
1	-0,004
2	-0,006
3	-0,013
4	0,023
5	-0,011
6	0,015
7	0,056
8	-0,038
9	-0,066
10	0,114
11	0,039
12	-0,035
13	-0,068
14	-0,113
15	-0,059
16	0,100
17	0,077
18	-0,093
19	0,034
20	0,068

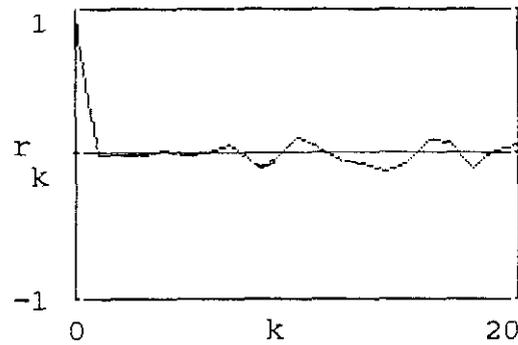


Figura 10.13. FAC del residuo del SISO(6,5)

Estadístico de Akaike:

$$AIC65 = 240 \cdot \text{Log}(\sigma^2(\text{Res}_{5,3})) + 22$$

$$AIC53 = 1599$$

### 10.5. Modelo SISO(6,6)

Modelo básico:

$$TGT(t) = \sum_{i=1}^{i=6} a(i) \cdot TGT(t-i) + \sum_{j=1}^{j=6} b(j) \cdot TLL(t-j)$$

Coefficientes calculados:

Parte TGT:

<u>i</u>	<u>a(i)</u>
1	1,125
2	-0,280
3	-0,277
4	0,139
5	0,096
6	-0,134

Parte TLL:

<u>j</u>	<u>b(j)</u>
1	-0,834
2	0,354
3	0,041
4	-0,415
5	1,274
6	-0,404

La señal modelizada  $S_{6,6}$  se calcula de acuerdo con los coeficientes calculados anteriormente y su perfil se puede ver en la figura siguiente.

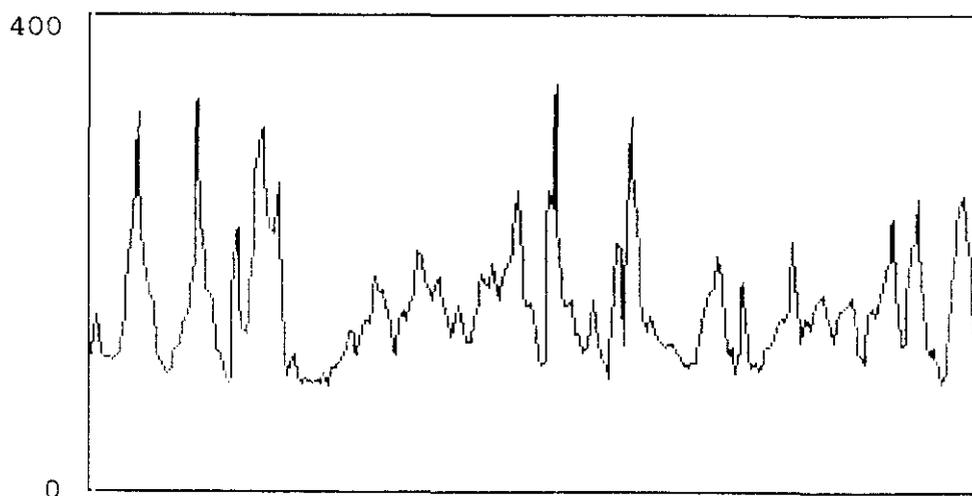


Figura 10.14. Perfil del SISO(6,6)

El residuo es:

$$Res_{6,6} = TGT(t) - S_{6,6}$$

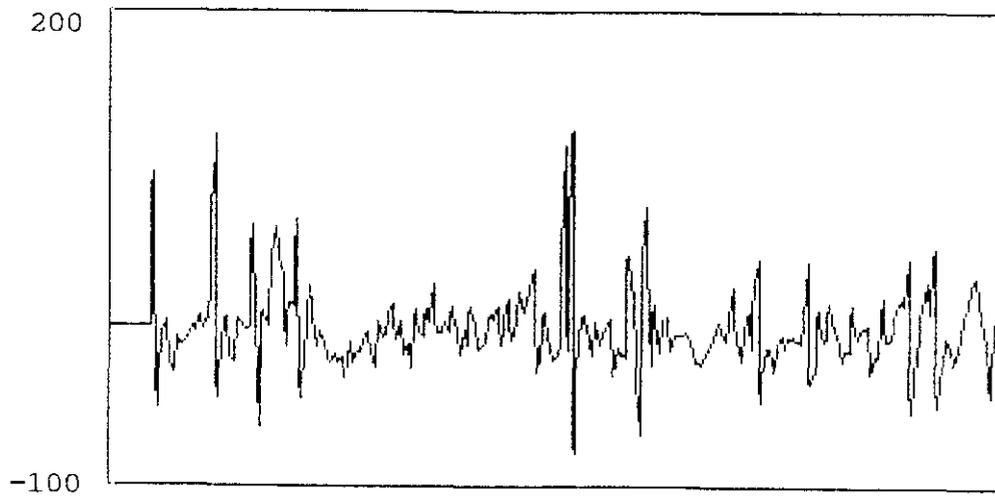


Figura 10.15. Residuo del SISO(6,6)

Coefficientes de autocorrelación:

k	r(k)
0	1
1	-0,048
2	0,016
3	-0,019
4	0,018
5	-0,003
6	0,027
7	0,069
8	-0,032
9	-0,066
10	0,124
11	0,031
12	-0,033
13	-0,081
14	-0,113
15	-0,057
16	0,097
17	0,026
18	-0,081
19	0,046
20	0,075

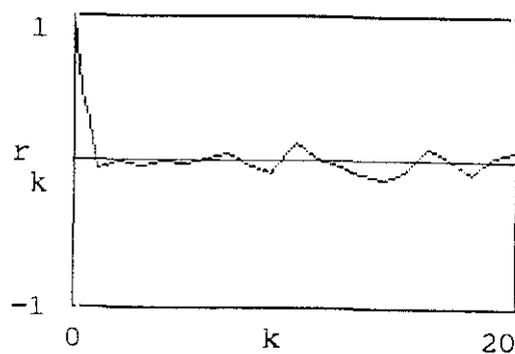


Figura 10.16. FAC del residuo del SISO(6,6)

Estadístico de Akaike:

$$AIC66 = 240 \cdot \text{Log}(\sigma^2(\text{Res}_{5,3})) + 24$$

$$AIC66 = 1594$$

### 10.6. Modelo SISO(7,5)

Modelo básico:

$$TGT(t) = \sum_{i=1}^{i=7} a(i) \cdot TGT(t-i) + \sum_{j=1}^{j=5} b(j) \cdot TLL(t-j)$$

Coefficientes calculados:

Parte TGT:

<u>i</u>	<u>a(i)</u>
1	1,117
2	-0,256
3	-0,224
4	0,136
5	0,098
6	-0,130
7	-0,002

Parte TLL:

<u>j</u>	<u>b(j)</u>
1	-0,834
2	0,320
3	-0,022
4	-0,338
5	0,892

La señal modelizada  $S_{7,5}$  se calcula de acuerdo con los coeficientes calculados anteriormente y su perfil se puede ver en la figura siguiente

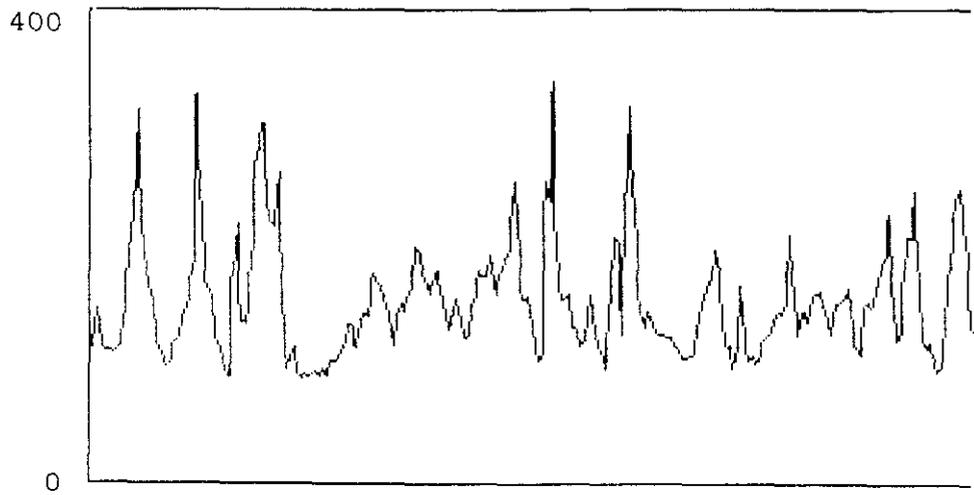


Figura 10.17. Perfil del SISO(7,5)

El residuo es:

$$\text{Res}_{7,5} = \text{TGT}(t) - S_{7,5}$$

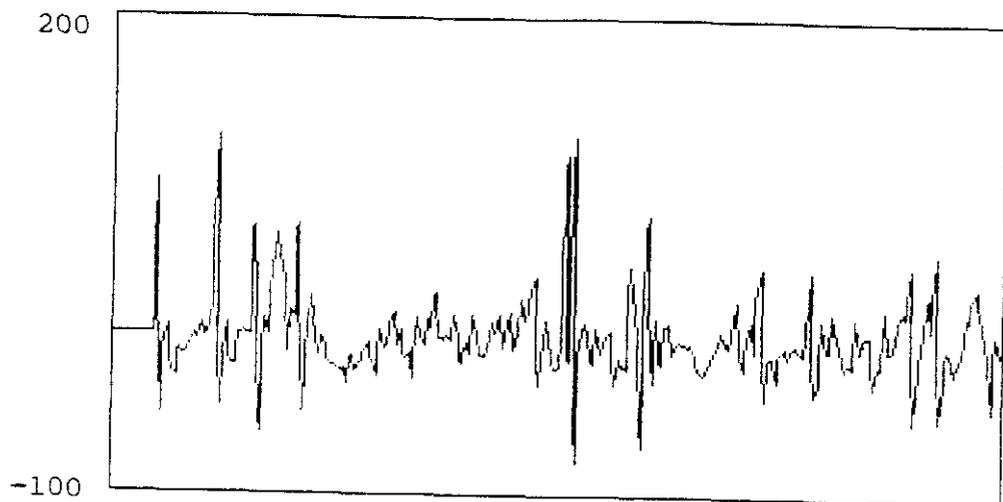


Figura 10.18. Residuo del SISO(7,5)

Coefficientes de autocorrelación:

k	r(k)
0	1
1	-0,042
2	0,016
3	-0,010
4	0,019
5	0,000
6	0,023
7	0,063
8	-0,033
9	-0,062
10	0,120
11	0,040
12	-0,035
13	-0,073
14	-0,115
15	-0,062
16	0,092
17	0,030
18	-0,078
19	0,042
20	0,066

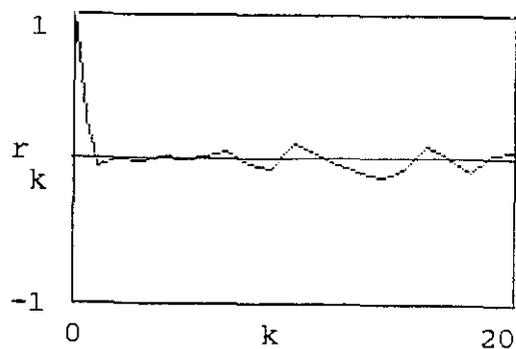


Figura 10.19. FAC del residuo del SISO(7,5)

Estadístico de Akaike:

$$AIC75 = 240 \cdot \text{Log}(\sigma^2(\text{Res}_{7,5})) + 24$$

$$AIC75 = 1595$$

### 10.7. Modelo SISO(7,6)

Modelo básico:

$$TGT(t) = \sum_{i=1}^{i=7} a(i) \cdot TGT(t-i) + \sum_{j=1}^{j=6} b(j) \cdot TLL(t-j)$$

Coefficientes calculados:

Parte TGT:

<u>i</u>	<u>a(i)</u>
1	1,125
2	-0,260
3	-0,226
4	0,143
5	0,090
6	-0,125
7	-0,007

Parte TLL:

<u>j</u>	<u>b(j)</u>
1	-0,844
2	0,373
3	0,024
4	-0,410
5	1,290
6	-0,415

La señal modelizada  $S_{7,6}$  se calcula de acuerdo con los coeficientes calculados anteriormente y su perfil se puede ver en la figura siguiente.

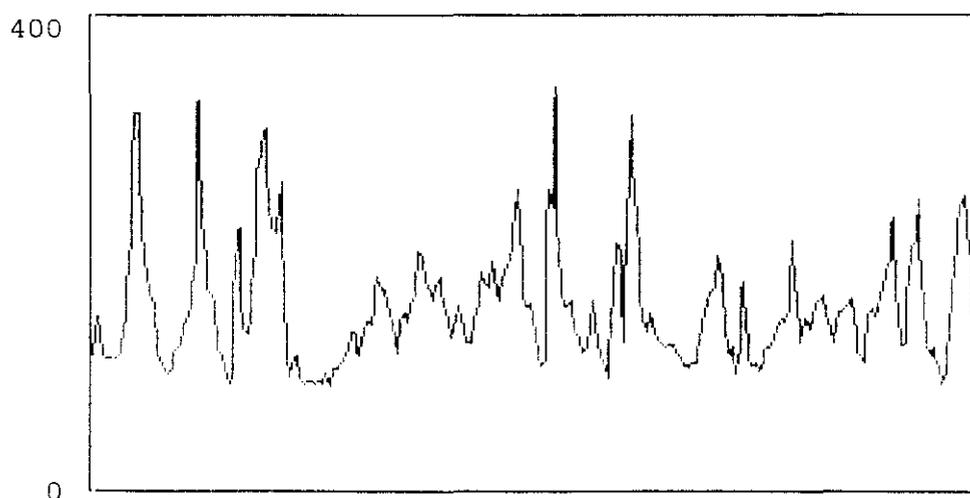


Figura 10.20. Perfil del SISO(7,6)

El residuo es:

$$\text{Res}_{7,6} = \text{TGT}(t) - S_{7,6}$$

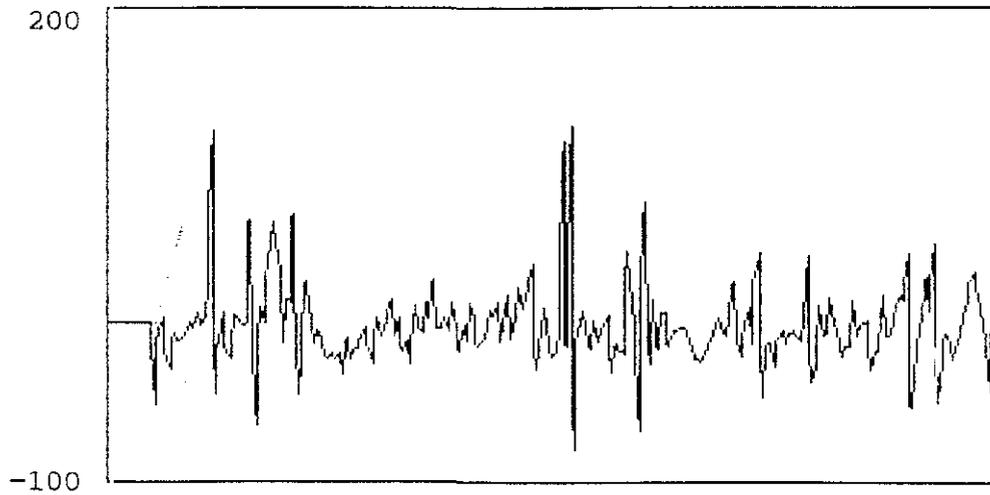


Figura 10.21. Residuo del SISO(7,6)

Coefficientes de  
autocorrelación:

k	r(k)
0	1
1	-0,016
2	0,022
3	-0,021
4	0,031
5	0,020
6	0,027
7	0,083
8	-0,026
9	-0,063
10	0,132
11	0,034
12	-0,038
13	-0,087
14	-0,124
15	-0,075
16	0,020
17	0,058
18	-0,081
19	0,045
20	0,092

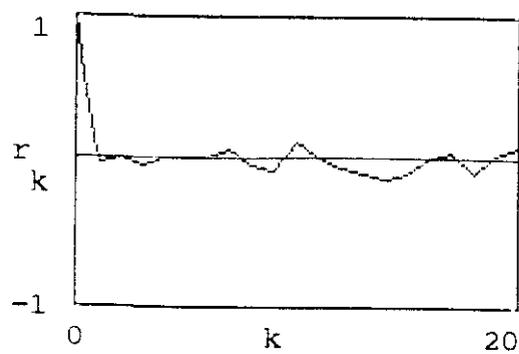


Figura 10.22. FAC del residuo del SISO(7,6)

Estadístico de Akaike:

$$AIC76 = 240 \cdot \text{Log}(\sigma^2(\text{Res}_{5,3})) + 26$$

$$AIC76 = 1582$$

### 10.8. Modelo SISO(7,7)

Modelo básico:

$$TGT(t) = \sum_{i=1}^{i=7} a(i) \cdot TGT(t-i) + \sum_{j=1}^{j=7} b(j) \cdot TLL(t-j)$$

Coefficientes calculados:

Parte TGT:

Parte TLL:

<u>i</u>	<u>a(i)</u>	<u>j</u>	<u>b(j)</u>
1	1,129	1	-0,846
2	-0,275	2	0,392
3	-0,221	3	-0,043
4	0,148	4	-0,475
5	0,080	5	1,398
6	-0,116	6	-0,930
7	-0,006	7	0,521

La señal modelizada  $S_{7,7}$  se calcula de acuerdo con los coeficientes calculados anteriormente y su perfil se puede ver en la figura siguiente.

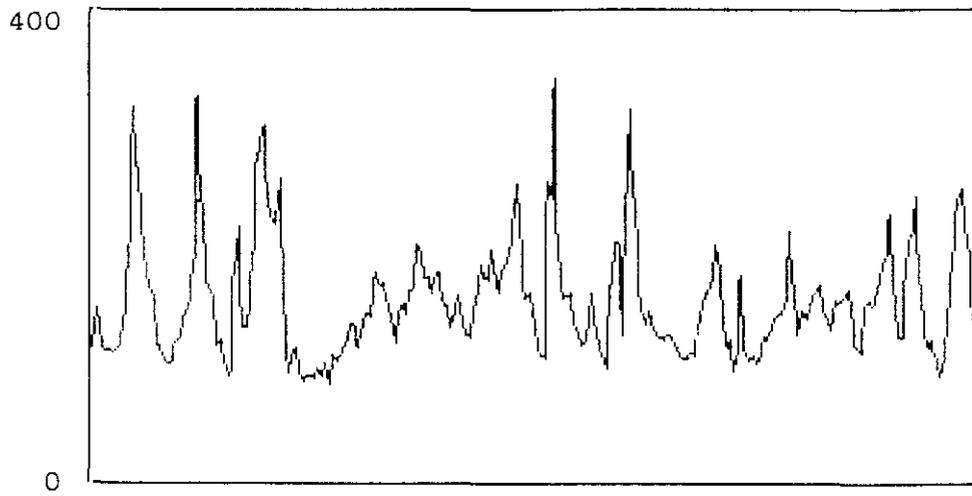


Figura 10.23. Perfil del SISO(7,7)

El residuo es:

$$\text{Res}_{7,7} = \text{TGT}(t) - S_{7,7}$$

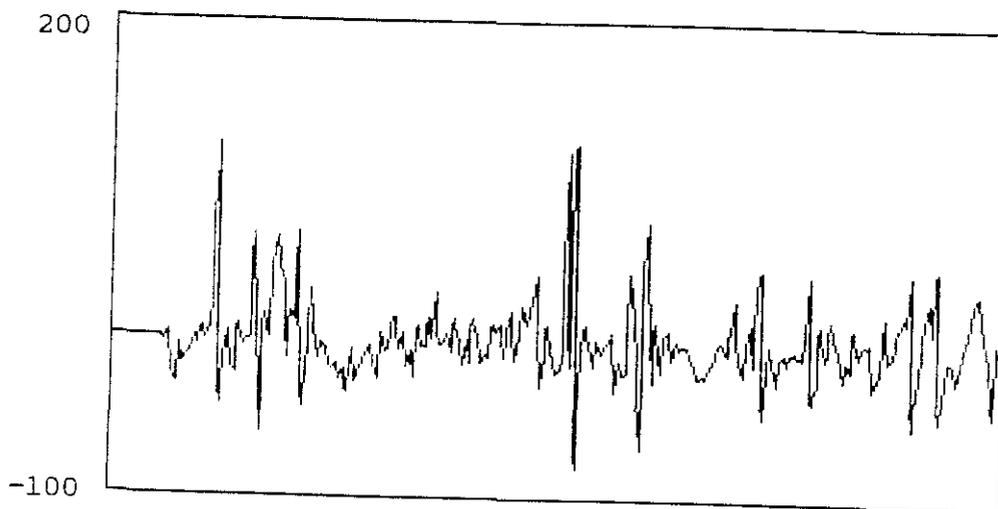


Figura 10.24. Residuo del SISO(7,7)

Coefficientes de autocorrelación:

k	r(k)
0	1
1	-0,034
2	0,039
3	-0,024
4	0,024
5	0,030
6	0,012
7	0,073
8	-0,032
9	-0,064
10	0,119
11	0,029
12	-0,031
13	-0,085
14	-0,108
15	-0,038
16	0,003
17	0,058
18	-0,088
19	0,033
20	0,081

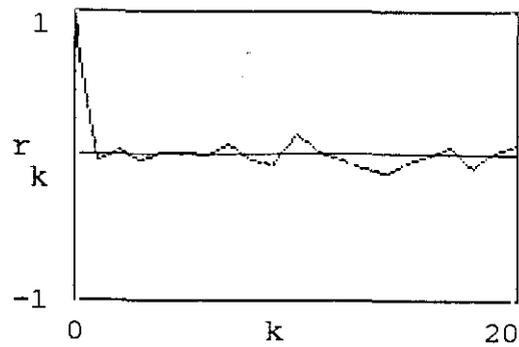


Figura 10.25. FAC del residuo del SISO(7,7)

Estadístico de Akaike:

$$AIC77 = 240 \cdot \text{Log}(\sigma^2(\text{Res}_{5,3})) + 28$$

$$AIC77 = 1579$$

## CAPITULO 11

### Modelo SISO de la temperatura de gas en tragante a partir de la profundidad de reblandecimiento

En el caso que se va tratar las variables objeto del modelo son la temperatura de gas en tragante (TGT), que define la salida, y la profundidad media de reblandecimiento (ZR), que se considera como entrada. La relación matemática que las liga en el dominio temporal permite conocer la evolución de la temperatura en función de las variaciones en la profundidad. Con otra lectura, el modelo permitirá, conocidas las TGT, estimar las profundidades que en cada caso las producen.

Aunque la variable medida es de hecho la TGT, la relación causal es la descrita, con la ZR como entrada y la TGT como salida, aunque no existiría impedimento matemático alguno para tratar las ecuaciones del modelo considerando la profundidad como salida y la TGT como entrada.

De acuerdo con lo ya referido en capítulos anteriores, en este caso el modelo SISO de orden (p,q) quedará definido como:

$$\text{TGT}(t) = \sum_{i=1}^{i=p} a(i) \cdot \text{TGT}(t-i) + \sum_{j=1}^{j=q} b(j) \cdot \text{ZR}(t-j)$$

donde:

$i, j$ : Retardos variables para la correlación

$p, q$ : Orden del modelo

$a(i), b(j)$ : Parámetros del modelo

La modelización se ha realizado siguiendo los pasos descritos en capítulos anteriores, tanto para la determinación de los parámetros como para la comprobación de la bondad del modelo elegido a través del test de Akaike.

A continuación se presentan las gráficas de las señales que dan lugar al modelo, seguidas de un estudio de los modelos de distinto orden que han sido ensayados.

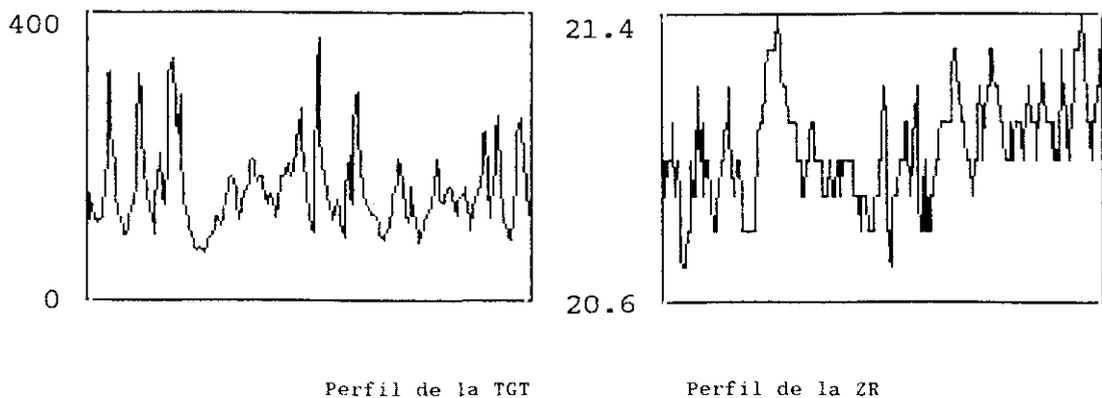


Figura 11.1. Formas de la TGT ( $^{\circ}\text{C}$ ) y la profundidad de reblandecimiento ZR (metros).

### 11.1. Modelo SISO(5,3)

Modelo básico:

$$TGT(t) = \sum_{i=1}^{i=5} a(i).TGT(t-i) + \sum_{j=1}^{j=3} b(j).ZR(t-j)$$

Coefficientes calculados:

Parte TGT:

<u>i</u>	<u>a(i)</u>
1	1,075
2	-0,237
3	-0,172
4	0,145
5	-0,046

Parte ZR:

<u>j</u>	<u>b(j)</u>
1	-38,561
2	26,251
3	14,038

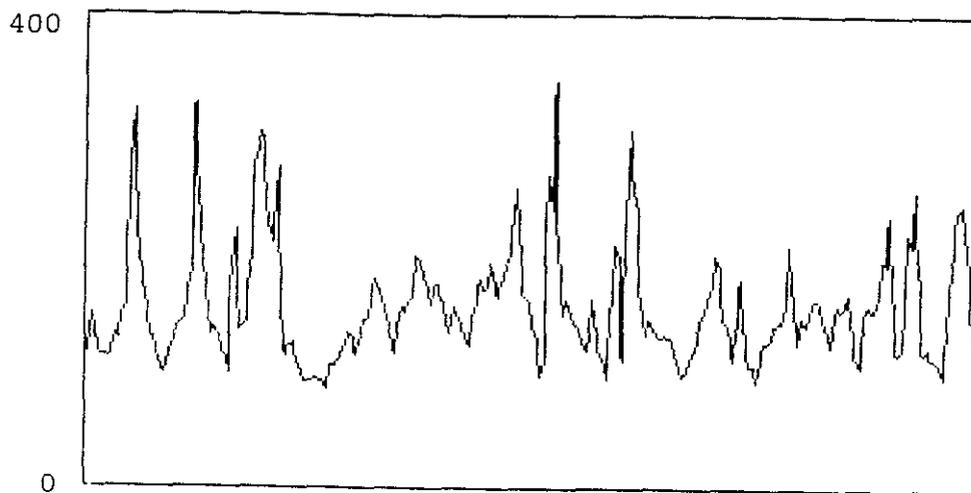


Figura 11.2. Perfil del SISO(5,3)

El residuo es:

$$Res_{5,3} = TGT(t) - S_{5,3}$$

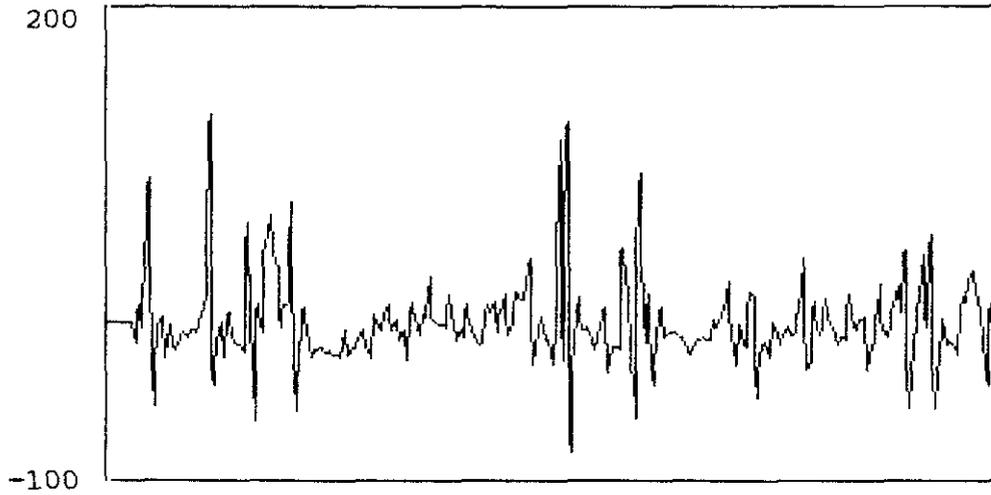


Figura 11.3. Residuo del SISO(5,3)

Coefficientes de autocorrelación:

k	r(k)
0	1
1	-0,012
2	0,010
3	-0,019
4	-0,068
5	0,128
6	0,021
7	0,018
8	-0,102
9	-0,116
10	0,094
11	0,047
12	-0,041
13	-0,091
14	-0,108
15	-0,018
16	0,107
17	0,096
18	-0,103
19	0,037
20	0,060

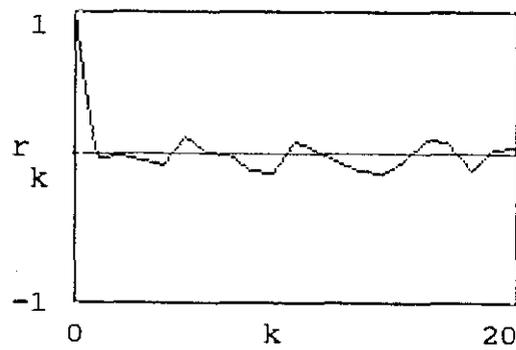


Figura 11.4. FAC del residuo del SISO(5,3)

Estadístico de Akaike:

$$AIC53 = 240 \cdot \text{Log}(\sigma^2(\text{Res}_{5,3})) + 16$$

$$AIC53 = 1604$$

## 11.2. Modelo SISO(5,4)

Modelo básico:

$$TGT(t) = \sum_{i=1}^{i=5} a(i) \cdot TGT(t-i) + \sum_{j=1}^{j=4} b(j) \cdot ZR(t-j)$$

Coefficientes calculados:

Parte TGT:

Parte ZR:

<u>i</u>	<u>a(i)</u>	<u>j</u>	<u>b(j)</u>
1	1.069	1	-41,455
2	-0,240	2	25,339
3	-0,177	3	9,360
4	0,156	4	8,486
5	-0,044		

La señal modelizada  $S_{5,4}$  se calcula de acuerdo con los coeficientes calculados anteriormente y su perfil se puede ver en la figura siguiente.

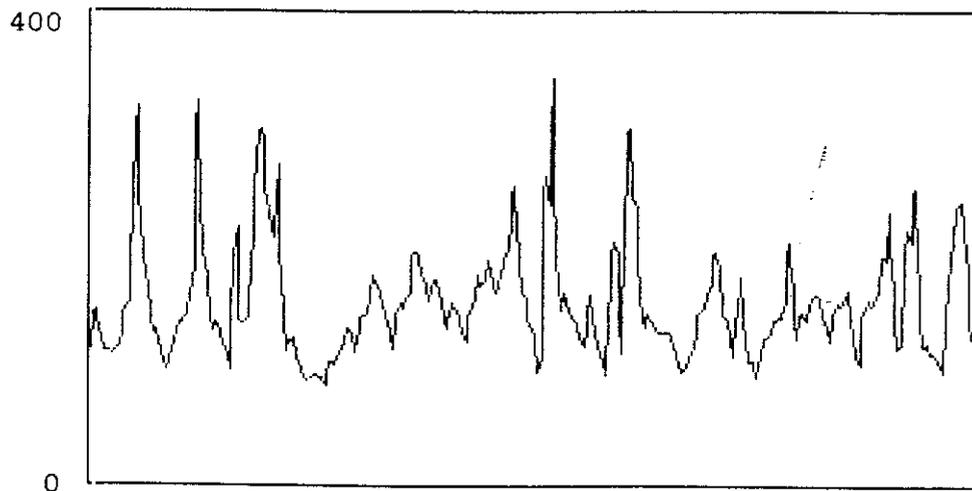


Figura 11.5. Perfil del SISO(5,4)

El residuo es:

$$\text{Res}_{5,4} = \text{TGT}(t) - S_{5,4}$$

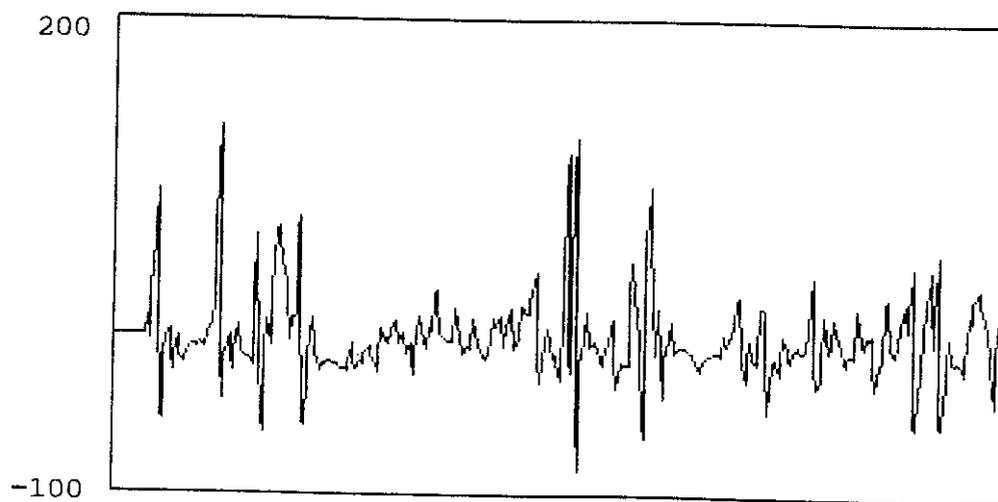


Figura 11.6. Residuo del SISO(5,4)

Coefficientes de autocorrelación:

k	r(k)
0	1
1	-0,009
2	0,007
3	-0,015
4	-0,065
5	0,128
6	0,021
7	0,019
8	-0,104
9	-0,116
10	0,094
11	0,048
12	-0,042
13	-0,089
14	-0,109
15	-0,021
16	0,109
17	0,099
18	-0,103
19	0,037
20	0,069

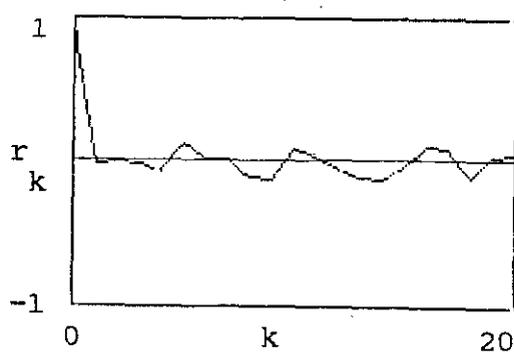


Figura 11.7. FAC del SISO(5,4)

Estadístico de Akaike:

$$AIC54 = 240 \cdot \text{Log}(\sigma^2(\text{Res}_{5,4})) + 18$$

$$AIC54 = 1606$$

### 11.3. Modelo SISO(5,5)

Modelo básico:

$$TGT(t) = \sum_{i=1}^{i=5} a(i) \cdot TGT(t-i) + \sum_{j=1}^{j=5} b(j) \cdot ZR(t-j)$$

Coeficientes calculados:

Parte TGT:

<u>i</u>	<u>a(i)</u>
1	1.077
2	-0,231
3	-0,170
4	0,172
5	-0,083

Parte ZR:

<u>j</u>	<u>b(j)</u>
1	-37,210
2	30,913
3	11,483
4	20,323
5	-23,789

La señal modelizada  $S_{5,5}$  se calcula de acuerdo con los coeficientes calculados anteriormente y su perfil se puede ver en la figura siguiente.

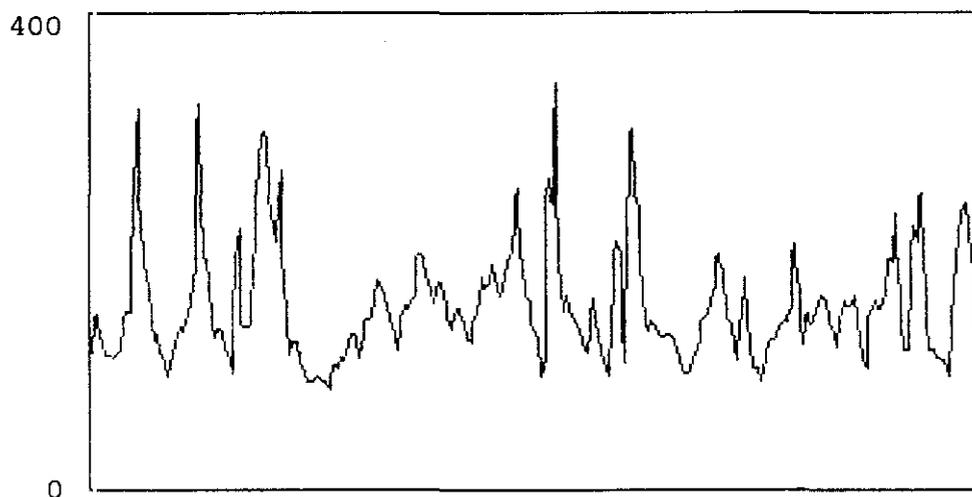


Figura 11.8. Perfil del SISO(5,5)

El residuo es:

$$\text{Res}_{5,5} = \text{TGT}(t) - S_{5,5}$$

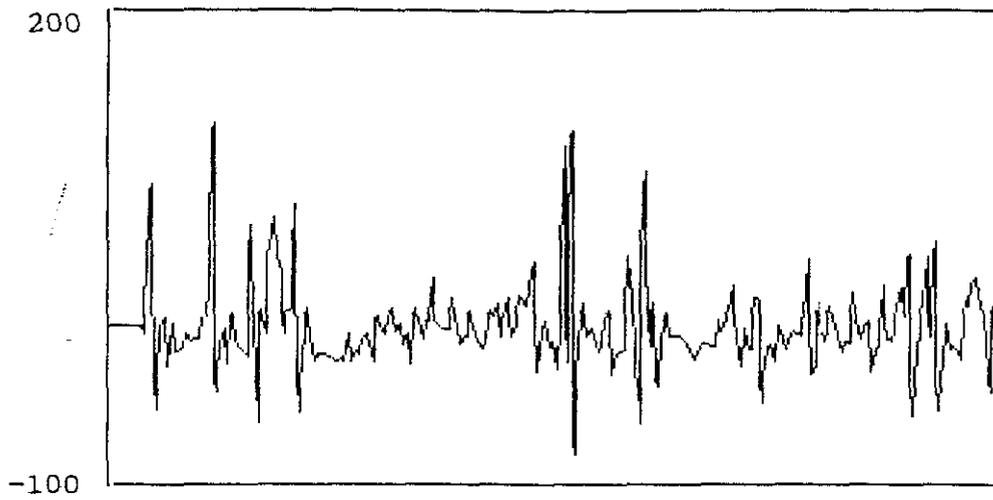


Figura 11.9. Residuo del SISO(5,5)

Coefficientes de  
autocorrelación:

k	r(k)
0	1
1	0,002
2	-0,002
3	-0,016
4	-0,068
5	0,126
6	0,023
7	0,025
8	-0,107
9	-0,117
10	0,090
11	0,043
12	-0,055
13	-0,083
14	-0,100
15	-0,026
16	0,107
17	0,095
18	-0,112
19	0,028
20	0,080

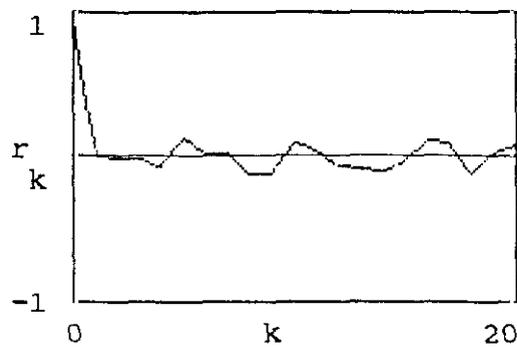


Figura 10.10. FAC del residuo del SISO(5,5)

Estadístico de Akaike:

$$AIC55 = 240 \cdot \text{Log}(\sigma^2(\text{Res}_{5,3})) + 20$$

$$AIC53 = 1607$$

#### 11.4. Modelo SISO(6,5)

Modelo básico:

$$TGT(t) = \sum_{i=1}^{i=6} a(i) \cdot TGT(t-i) + \sum_{j=1}^{j=5} b(j) \cdot ZR(t-j)$$

Coefficientes calculados:

Parte TGT:

<u>i</u>	<u>a(i)</u>
1	1.074
2	-0,189
3	-0,205
4	0,124
5	0,088
6	-0,165

Parte ZR:

<u>j</u>	<u>b(j)</u>
1	-35,544
2	42,241
3	8,596
4	18,499
5	-31,793

La señal modelizada  $S_{6,5}$  se calcula de acuerdo con los coeficientes calculados anteriormente y su perfil se puede ver en la figura siguiente

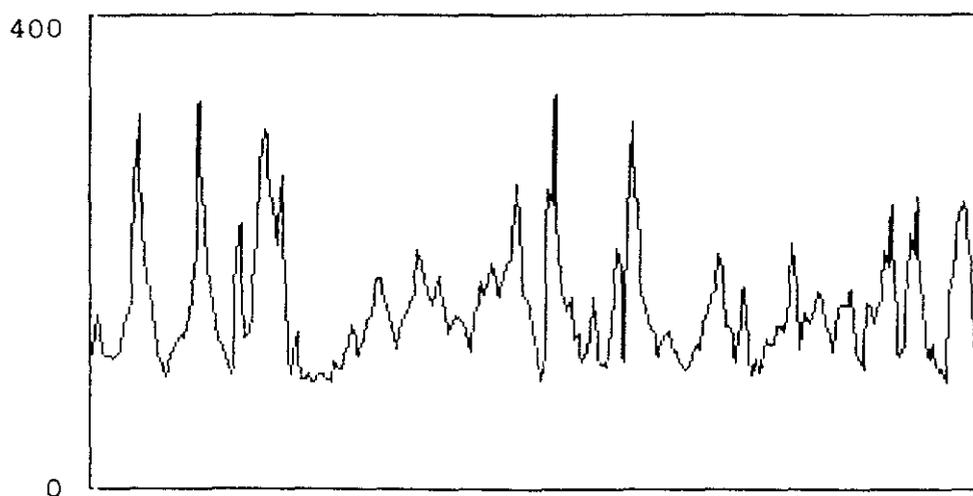


Figura 11.11. Perfil del SISO(6,5)

El residuo es:

$$\text{Res}_{6,5} = \text{TGT}(t) - S_{6,5}$$

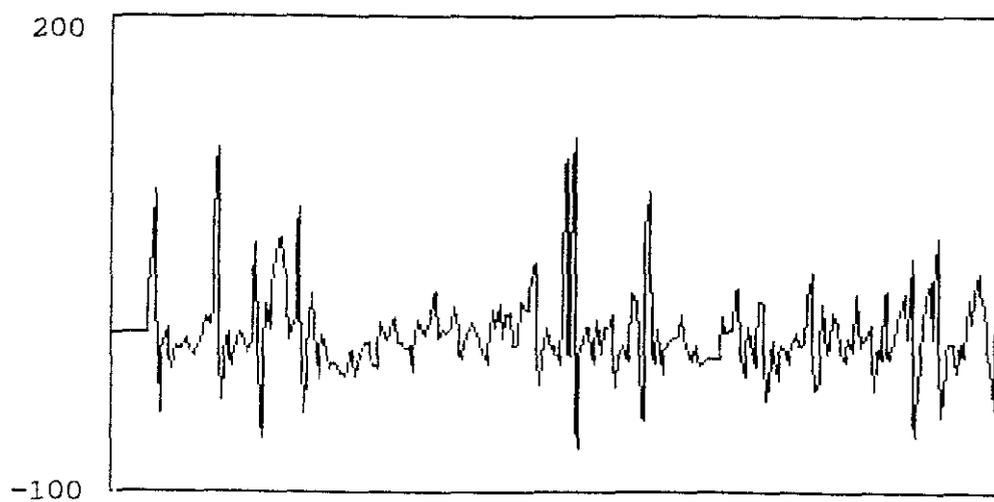


Figura 11.12. Residuo del SISO(6,5)

Coefficientes de autocorrelación:

k	r(k)
0	1
1	0,002
2	0,000
3	0,022
4	0,014
5	-0,030
6	0,007
7	0,076
8	-0,022
9	-0,035
10	0,093
11	0,057
12	-0,062
13	-0,047
14	-0,093
15	-0,054
16	0,077
17	0,039
18	-0,084
19	0,043
20	0,116

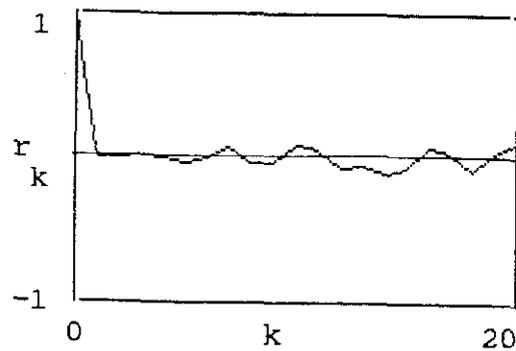


Figura 11.13. FAC del residuo del SISO(6,5)

Estadístico de Akaike:

$$AIC65 = 240 \cdot \text{Log}(\sigma^2(\text{Res}_{5,3})) + 22$$

$$AIC65 = 1602$$

### 11.5. Modelo SISO(6,6)

Modelo básico:

$$TGT(t) = \sum_{i=1}^{i=6} a(i) \cdot TGT(t-i) + \sum_{j=1}^{j=6} b(j) \cdot ZR(t-j)$$

Coeficientes calculados:

Parte TGT:

<u>i</u>	<u>a(i)</u>
1	1,073
2	-0,227
3	-0,234
4	0,099
5	0,030
6	-0,016

Parte ZR:

<u>j</u>	<u>b(j)</u>
1	-41,897
2	30,008
3	-12,215
4	12,027
5	-75,947
6	90,037

La señal modelizada  $S_{6,6}$  se calcula de acuerdo con los coeficientes calculados anteriormente y su perfil se puede ver en la figura siguiente

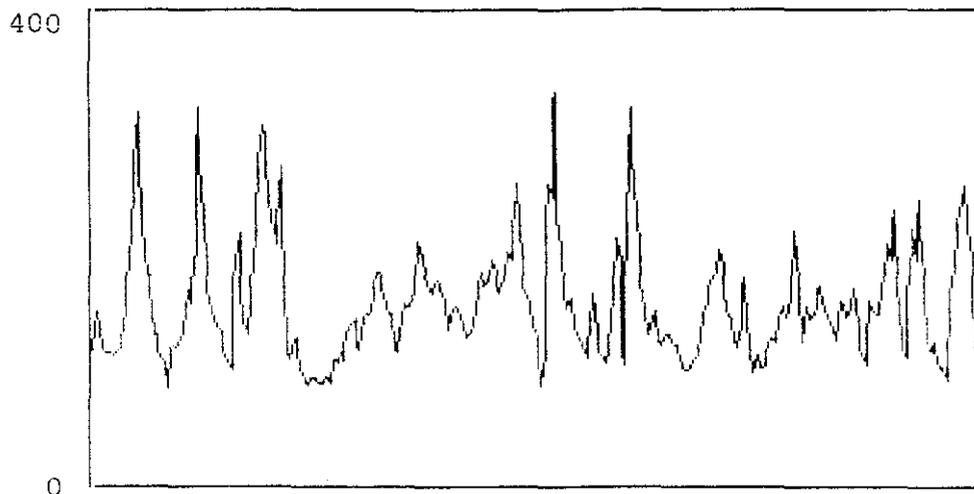


Figura 11.14. Perfil del SISO(6,6)

El residuo es:

$$\text{Res}_{6,6} = \text{TGT}(t) - S_{6,6}$$

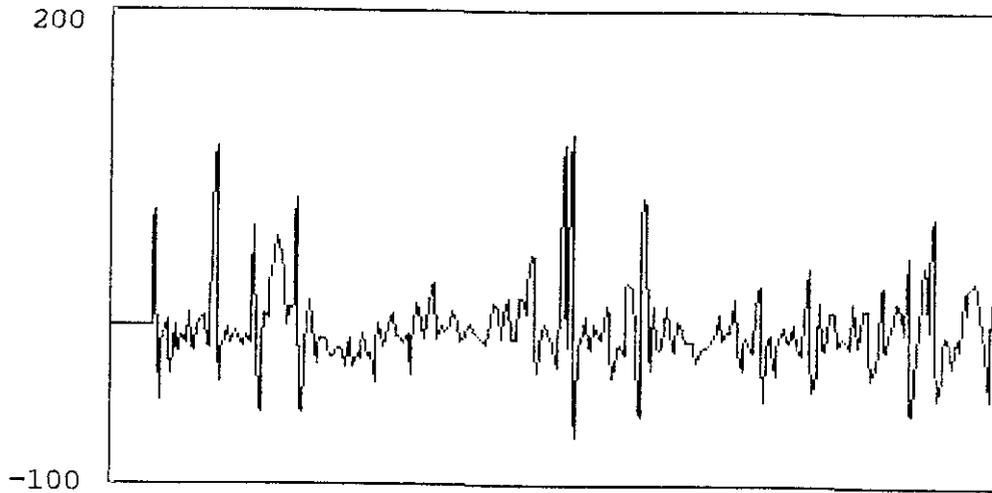


Figura 11.15. Residuo del SISO(6,6)

Coefficientes de autocorrelación:

k	r(k)
0	1
1	-0,023
2	-0,020
3	0,056
4	0,013
5	-0,002
6	0,025
7	0,075
8	-0,059
9	-0,014
10	0,134
11	0,104
12	-0,058
13	-0,073
14	-0,107
15	-0,043
16	0,080
17	0,021
18	-0,058
19	0,057
20	0,083

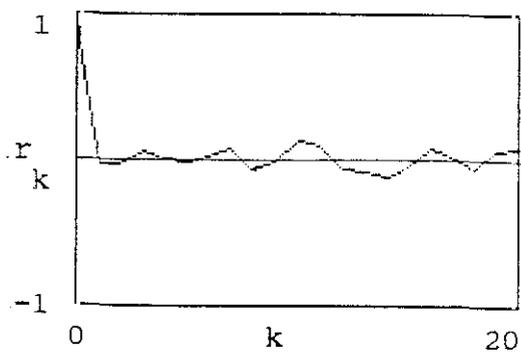


Figura 11.16. FAC del residuo del SISO(6,6)

Estadístico de Akaike:

$$AIC66 = 240 \cdot \text{Log}(\sigma^2(\text{Res}_{5,3})) + 24$$

$$AIC66 = 1589$$

### 11.6. Modelo SISO(7,5)

Modelo básico:

$$TGT(t) = \sum_{i=1}^{i=7} a(i) \cdot TGT(t-i) + \sum_{j=1}^{j=5} b(j) \cdot ZR(t-j)$$

Coefficientes calculados:

Parte TGT:

Parte ZR:

<u>i</u>	<u>a(i)</u>	<u>j</u>	<u>b(j)</u>
1	1,073	1	-33,899
2	-0,189	2	41,142
3	-0,201	3	10,387
4	0,121	4	16,881
5	0,078	5	-32,461
6	-0,141		
7	-0,022		

La señal modelizada  $S_{7,5}$  se calcula de acuerdo con los coeficientes calculados anteriormente y su perfil se puede ver en la figura siguiente

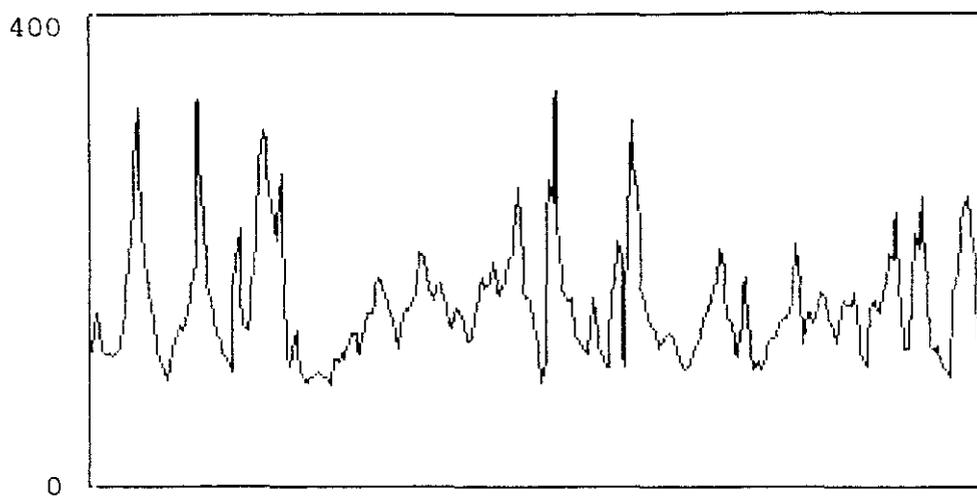


Figura 11.17. Perfil del SISO(7,5)

El residuo es:

$$\text{Res}_{7,5} = \text{TGT}(t) - S_{7,5}$$

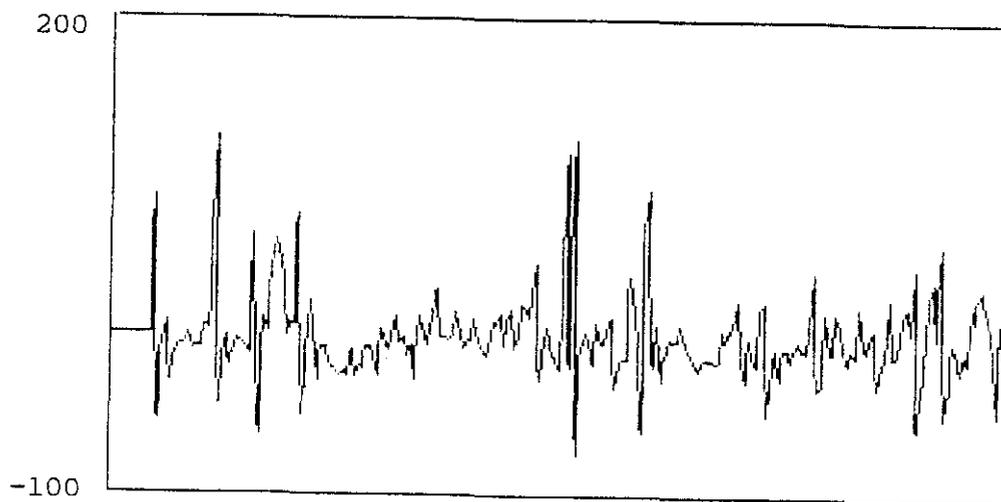


Figura 11.18. Residuo del SISO(7,5)

Coefficientes de autocorrelación:

k	r(k)
0	1
1	-0,022
2	0,017
3	0,015
4	-0,015
5	0,006
6	0,020
7	0,082
8	-0,017
9	-0,038
10	0,119
11	0,049
12	-0,059
13	-0,053
14	-0,095
15	-0,052
16	0,076
17	0,012
18	-0,081
19	0,050
20	0,092

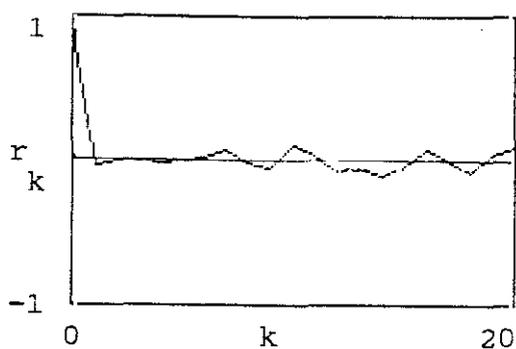


Figura 11.19. FAC del residuo del SISO(7,5)

Estadístico de Akaike:

$$AIC75 = 240 \cdot \text{Log}(\sigma^2(\text{Res}_{7,5})) + 24$$

$$AIC75 = 1599$$

### 11.7. Modelo SISO(7,6)

Modelo básico:

$$TGT(t) = \sum_{i=1}^{i=7} a(i) \cdot TGT(t-i) + \sum_{j=1}^{j=6} b(j) \cdot ZR(t-j)$$

Coefficientes calculados:

Parte TGT:

$i$	$a(i)$
1	1,074
2	-0,229
3	-0,234
4	0,102
5	0,028
6	-0,019
7	0,004

Parte ZR:

$j$	$b(j)$
1	-42,002
2	29,798
3	-11,858
4	11,234
5	-75,569
6	90,411

La señal modelizada  $S_{7,6}$  se calcula de acuerdo con los coeficientes calculados anteriormente.

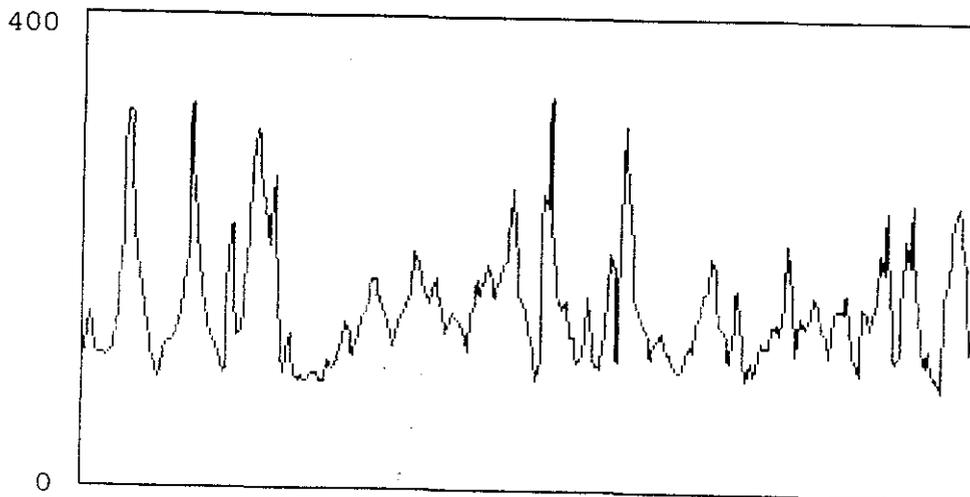


Figura 11.20 Perfil del SISO(7,6)

El residuo es:

$$Res_{7,6} = TGT(t) - S_{7,6}$$

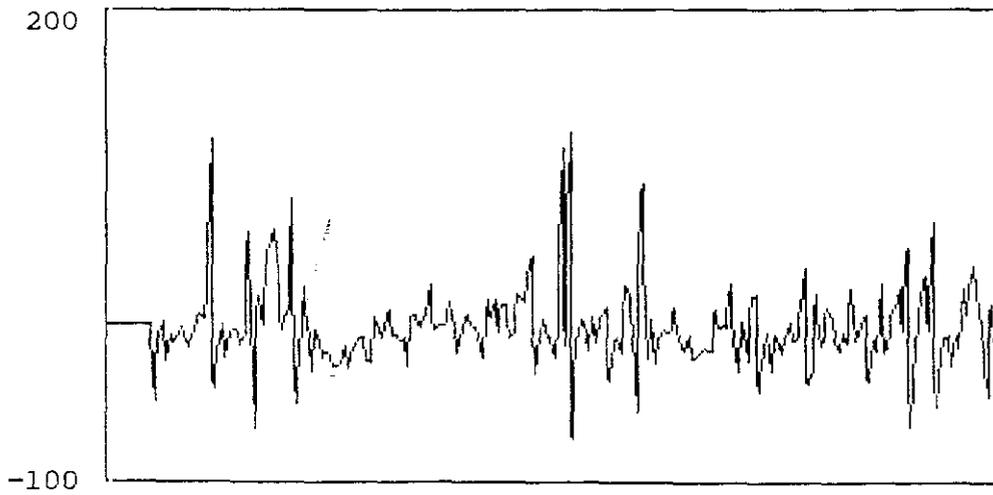


Figura 11.21. Residuo del SISO(7,6)

Coefficientes de autocorrelación:

k	r(k)
0	1
1	-0,001
2	-0,018
3	0,058
4	0,028
5	-0,004
6	0,036
7	0,081
8	-0,056
9	-0,021
10	0,147
11	0,107
12	-0,064
13	-0,078
14	-0,104
15	-0,059
16	0,024
17	0,040
18	-0,054
19	0,060
20	0,091

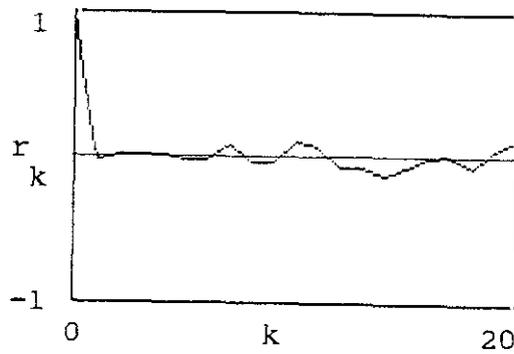


Figura 11.22. FAC del residuo del SISO(7,6)

Estadístico de Akaike:

$$AIC76 = 240 \cdot \text{Log}(\sigma^2(\text{Res}_{5,3})) + 26$$

$$AIC76 = 1582$$

### 11.8. Modelo SISO(7,7)

Modelo básico:

$$TGT(t) = \sum_{i=1}^{i=7} a(i) \cdot TGT(t-i) + \sum_{j=1}^{j=7} b(j) \cdot ZR(t-j)$$

Coefficientes calculados:

Parte TGT:

Parte ZF:

<u>i</u>	<u>a(i)</u>	<u>j</u>	<u>b(j)</u>
1	1.084	1	-39,005
2	-0,237	2	29,488
3	-0,228	3	-10,554
4	0,107	4	13,373
5	0,029	5	-75,319
6	-0,011	6	96,468
7	-0,017	7	-12,445

La señal modelizada  $S_{7,7}$  se calcula de acuerdo con los coeficientes calculados anteriormente y su perfil se puede ver en la figura siguiente

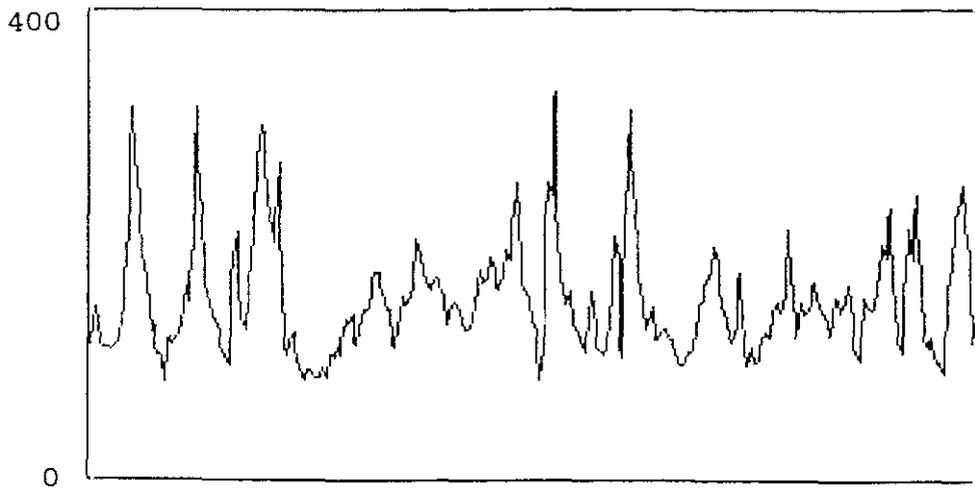


Figura 11.23. Perfil del SISO(7,7)

El residuo es:

$$\text{Res}_{7,7} = \text{TGT}(t) - S_{7,7}$$

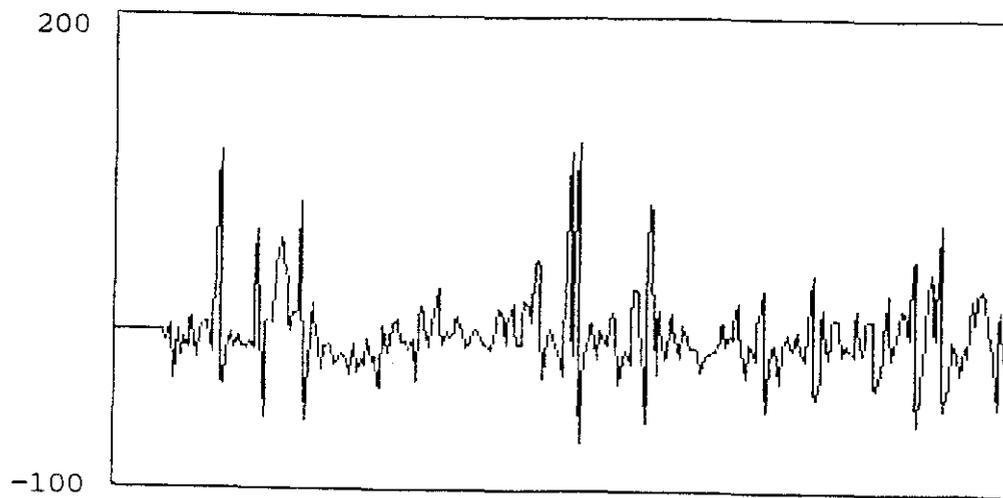


Figura 11.24. Residuo del SISO(7,7)

Coefficientes de autocorrelación:

k	r(k)
0	1
1	-0,003
2	-0,019
3	0,048
4	0,029
5	-0,012
6	0,037
7	0,080
8	-0,054
9	-0,021
10	0,140
11	0,110
12	-0,062
13	-0,086
14	-0,099
15	-0,022
16	0,013
17	0,033
18	-0,054
19	0,056
20	0,087

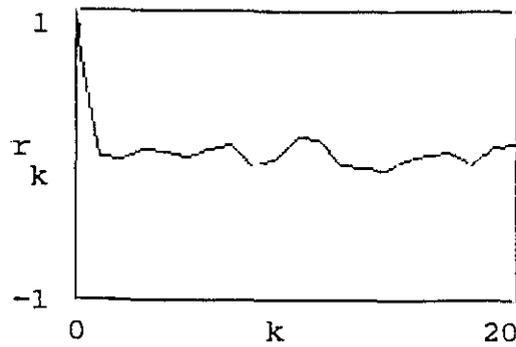


Figura 11.25. FAC del residuo del SISO(7,7)

Estadístico de Akaike:

$$AIC_{77} = 240 \cdot \text{Log}(\sigma^2(\text{Res}_{5,3})) + 28$$

$$AIC_{77} = 1581$$

## CAPITULO 12

### Modelo SISO de la temperatura de gas en tragante a partir de la profundidad de fusión

El modelo va a tratar ahora la temperatura de gas en tragante (TGT) como salida, y la profundidad media de fusión (ZF), que se considera como entrada. La modelización va a seguir los mismos pasos que se han dado en la elaboración de los SISO para la profundidad de reblandecimiento.

De acuerdo con lo ya referido en capítulos anteriores, en este caso el modelo SISO de orden (p,q) quedará definido como:

$$TGT(t) = \sum_{i=1}^{i=p} a(i).TGT(t-i) + \sum_{j=1}^{j=q} b(j).ZF(t-j)$$

donde:

i,j: Retardos variables para la correlación

p,q: Orden del modelo

a(i),b(j): Parámetros del modelo

La modelización se ha realizado siguiendo los pasos descritos en capítulos anteriores, tanto para la determinación de los parámetros como para la comprobación

de la bondad del modelo elegido a través del test de Akaike.

A continuación se presentan las gráficas de las señales que dan lugar al modelo, seguidas de un estudio de los modelos de distinto orden que han sido ensayados.

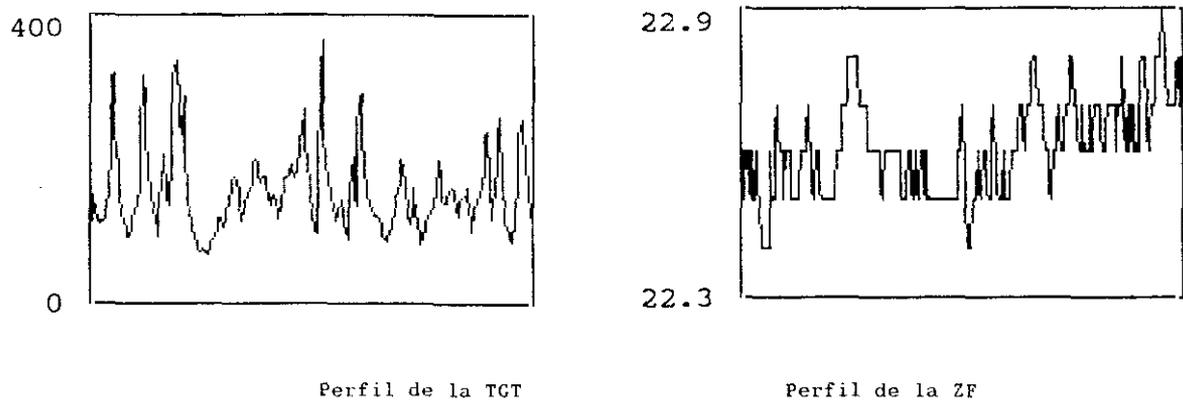


Figura 12.1. Formas de la TGT( $^{\circ}$ C) y la profundidad de fusión ZF (metros).

### 12.1. Modelo SISO(5,3)

Modelo básico:

$$TGT(t) = \sum_{i=1}^{i=5} a(i).TGT(t-i) + \sum_{j=1}^{j=3} b(j).ZF(t-j)$$

Coefficientes calculados:

Parte TGT:

<u>i</u>	<u>a(i)</u>
1	1.095
2	-0,245
3	-0,174
4	0,127
5	-0,004

Parte ZF:

<u>j</u>	<u>b(j)</u>
1	-57,619
2	61,795
3	- 2,562

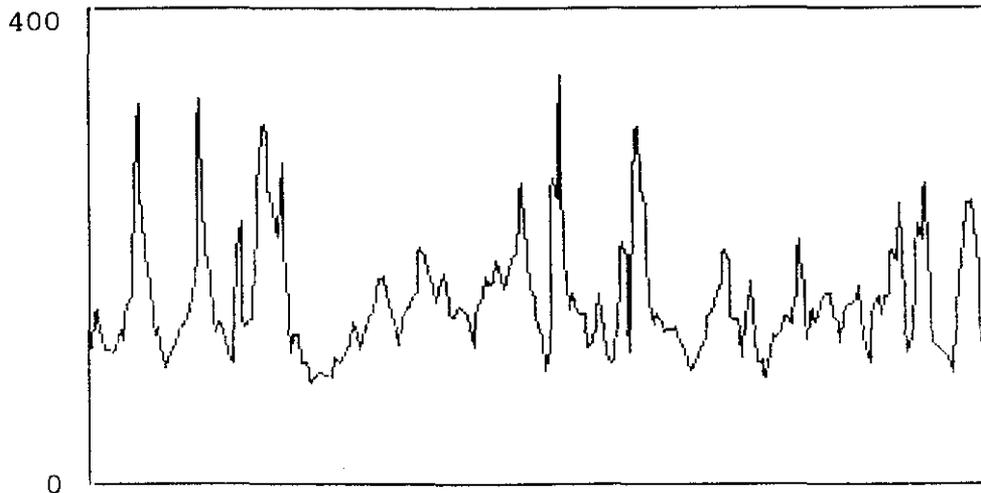


Figura 12.2. Perfil del SISO(5,3)

El residuo es:

$$Res_{5,3} = TGT(t) - S_{5,3}$$

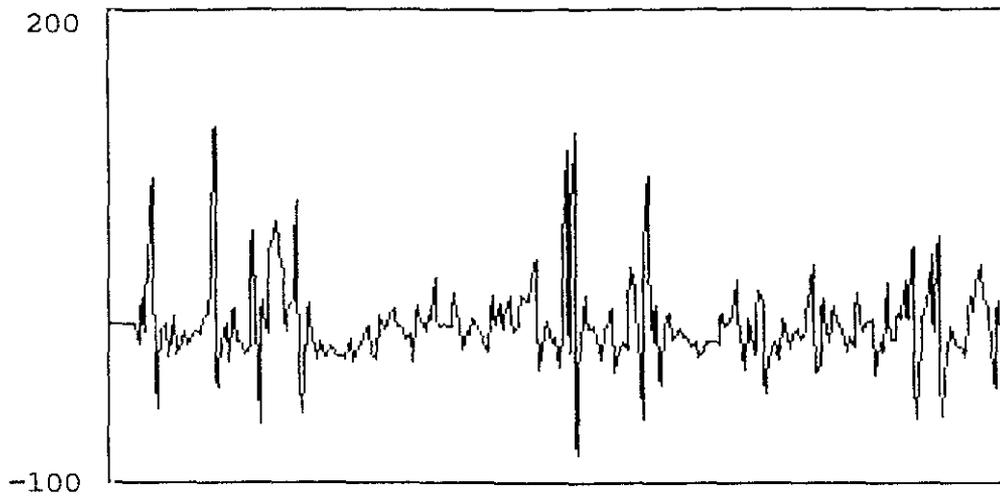


Figura 12.3. Residuo del SISO(5,3)

Coefficientes de autocorrelación:

k	r(k)
0	1
1	-0,007
2	0,009
3	-0,010
4	-0,066
5	0,130
6	0,016
7	0,010
8	-0,093
9	-0,111
10	0,072
11	0,062
12	-0,056
13	-0,088
14	-0,110
15	-0,024
16	0,118
17	0,088
18	-0,096
19	0,037
20	0,070

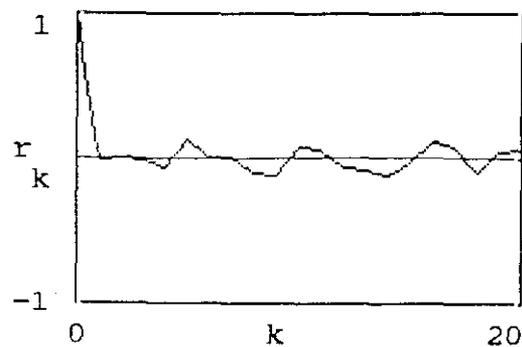


Figura 12.4. FAC del residuo del SISO(5,3)

Estadístico de Akaike:

$$AIC53 = 240 \cdot \text{Log}(\sigma^2(\text{Res}_{5,3})) + 16$$

$$AIC53 = 1601$$

## 12.2. Modelo SISO(5,4)

Modelo básico:

$$TGT(t) = \sum_{i=1}^{i=5} a(i) \cdot TGT(t-i) + \sum_{j=1}^{j=4} b(j) \cdot ZF(t-j)$$

Coefficientes calculados:

Parte TGT:

<u>i</u>	<u>a(i)</u>
1	1.099
2	-0,237
3	-0,174
4	0,119
5	-0,044

Parte ZF:

<u>j</u>	<u>b(j)</u>
1	-52,684
2	66,072
3	5,313
4	-17,088

La señal modelizada  $S_{5,4}$  se calcula de acuerdo con los coeficientes calculados anteriormente y su perfil se puede ver en la figura siguiente.

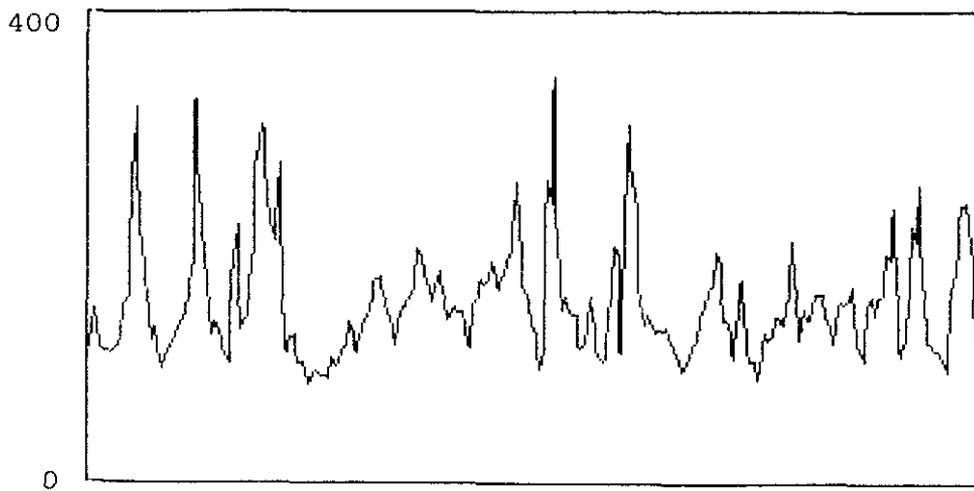


Figura 12.5. Perfil del SISO(5,4)

El residuo es:

$$\text{Res}_{5,4} = \text{TGT}(t) - S_{5,4}$$

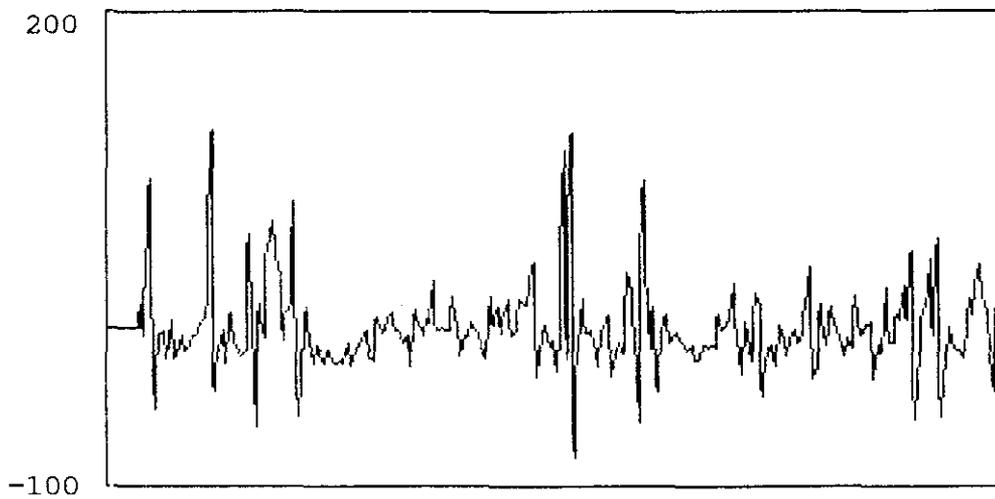


Figura 12.6. Residuo del SISO(5,4)

Coeficientes de autocorrelación:

k	r(k)
0	1
1	-0,010
2	0,007
3	-0,002
4	-0,054
5	0,123
6	0,016
7	0,004
8	-0,089
9	-0,113
10	0,069
11	0,061
12	-0,057
13	-0,088
14	-0,111
15	-0,026
16	0,117
17	0,084
18	-0,098
19	0,042
20	0,077

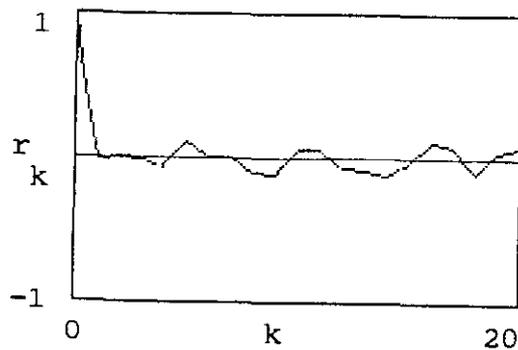


Figura 12.7. FAC del residuo del SISO(5,4)

Estadístico de Akaike:

$$AIC_{54} = 240 \cdot \text{Log}(\sigma^2(\text{Res}_{5,4})) + 18$$

$$AIC_{54} = 1603$$

### 12.3. Modelo SISO(5,5)

Modelo básico:

$$TGT(t) = \sum_{i=1}^{i=5} a(i) \cdot TGT(t-i) + \sum_{j=1}^{j=5} b(j) \cdot ZF(t-j)$$

Coeficientes calculados:

Parte TGT:

$i$	$a(i)$
1	1.104
2	-0,229
3	-0,158
4	0,122
5	-0,074

Parte ZF:

$j$	$b(j)$
1	-44,882
2	72,488
3	12,713
4	- 2,340
5	-36,376

La señal modelizada  $S_{5,5}$  se calcula de acuerdo con los coeficientes calculados anteriormente y su perfil se puede ver en la figura siguiente.

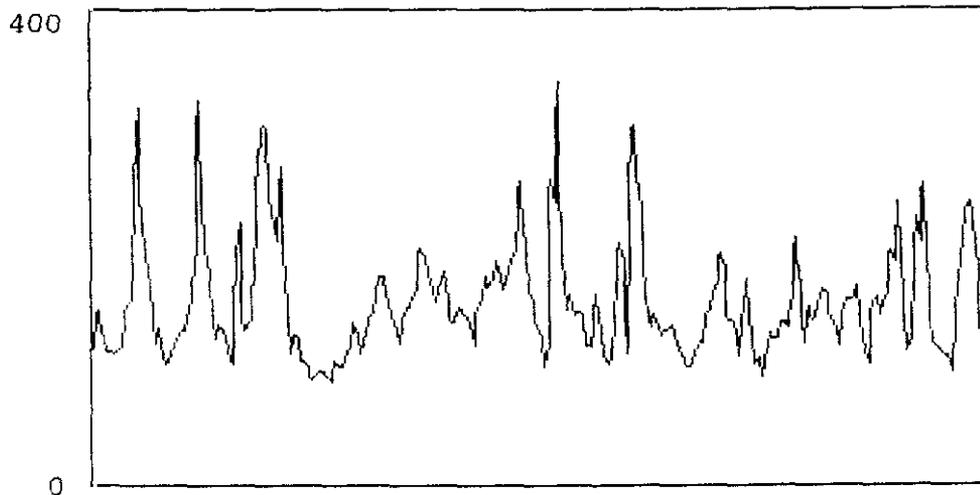


Figura 12.8. Perfil del SISO(5,5)

El residuo es:

$$Res_{5,5} = TGT(t) - S_{5,5}$$

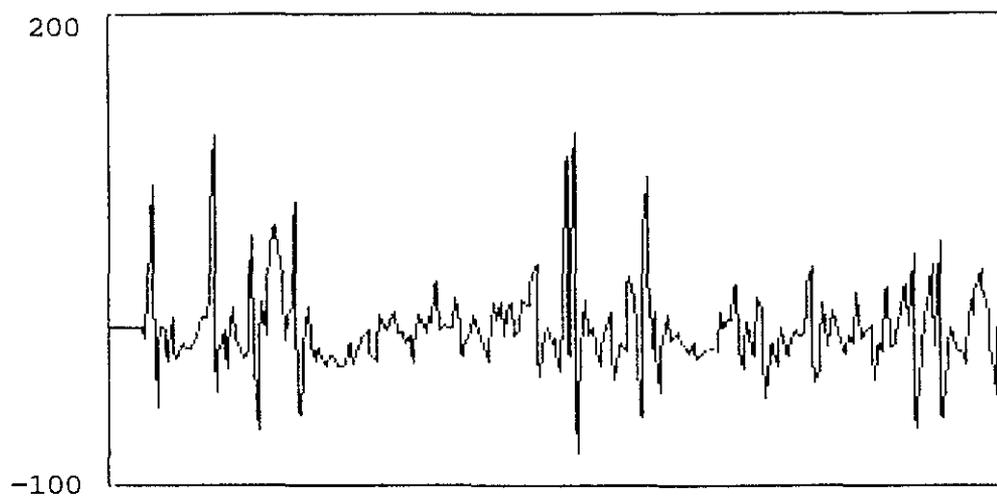


Figura 12.9. Residuo del SISO(5,5)

Coeficientes de autocorrelación:

k	r(k)
0	1
1	-0,003
2	0,005
3	-0,009
4	-0,054
5	0,123
6	0,007
7	0,021
8	-0,105
9	-0,113
10	0,070
11	0,051
12	-0,059
13	-0,083
14	-0,102
15	-0,028
16	0,102
17	0,080
18	-0,107
19	0,031
20	0,098

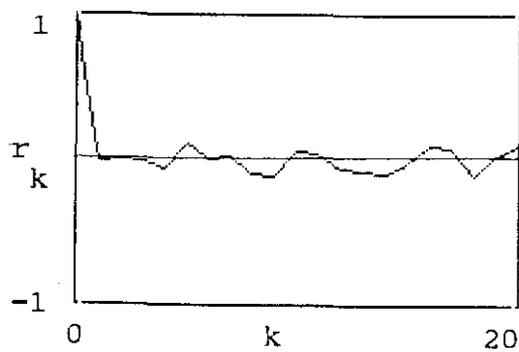


Figura 12.10. FAC del residuo del SISO(5,5)

Estadístico de Akaike:

$$AIC55 = 240 \cdot \text{Log}(\sigma^2(\text{Res}_{5,5})) + 20$$

$$AIC55 = 1604$$

#### 12.4. Modelo SISO(6,5)

Modelo básico:

$$TGT(t) = \sum_{i=1}^{i=6} a(i) \cdot TGT(t-i) + \sum_{j=1}^{j=5} b(j) \cdot ZF(t-j)$$

Coefficientes calculados:

Parte TGT:

Parte ZF:

<u>i</u>	<u>a(i)</u>	<u>j</u>	<u>b(j)</u>
1	1.098	1	-44,253
2	-0,190	2	90,477
3	-0,191	3	5,969
4	0,066	4	- 1,068
5	0,124	5	-49,232
6	-0,186		

La señal modelizada  $S_{6,5}$  se calcula de acuerdo con los coeficientes calculados anteriormente y su perfil se puede ver en la figura siguiente.

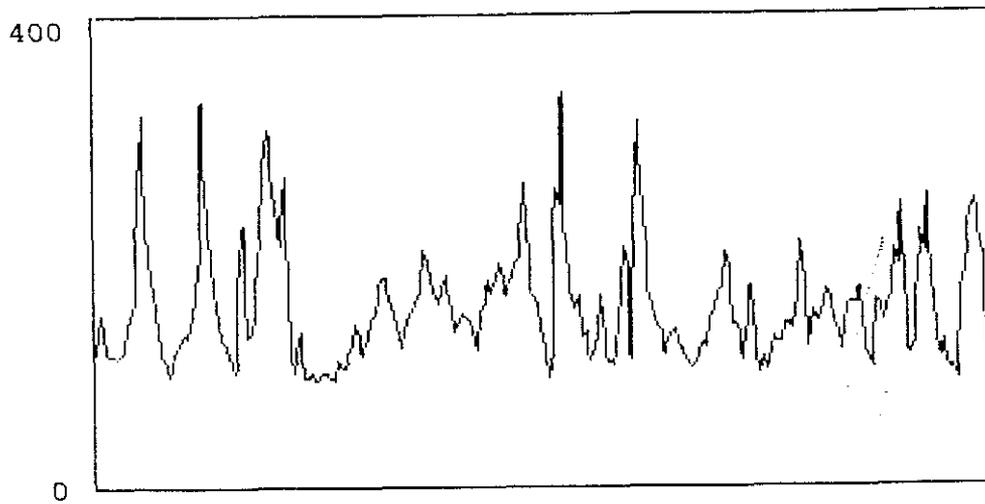


Figura 12.11. Perfil del SISO(6,5)

El residuo es:

$$\text{Res}_{6,5} = \text{TGT}(t) - S_{6,5}$$

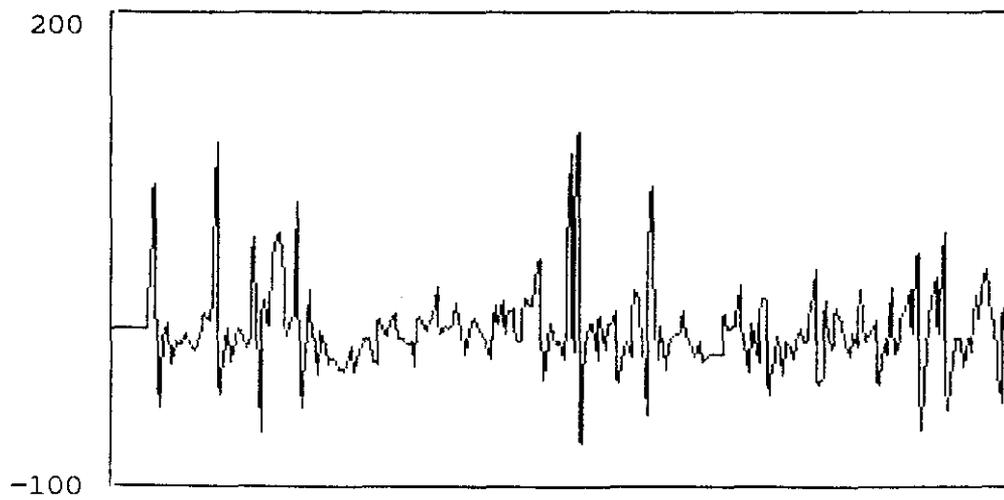


Figura 12.12. Residuo del SISO(6,5)

Coefficientes de autocorrelación:

k	r(k)
0	1
1	0,002
2	0,000
3	0,022
4	0,014
5	-0,030
6	0,007
7	0,076
8	-0,022
9	-0,035
10	0,093
11	0,057
12	-0,062
13	-0,047
14	-0,093
15	-0,054
16	0,077
17	0,039
18	-0,084
19	0,043
20	0,116

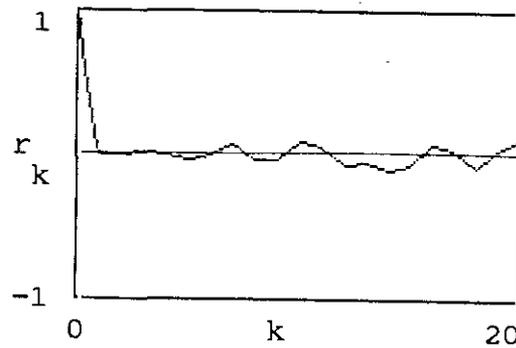


Figura 12.13. FAC del residuo del SISO(6,5)

Estadístico de Akaike:

$$AIC_{65} = 240 \cdot \text{Log}(\sigma^2(\text{Res}_{6,5})) + 22$$

$$AIC_{65} = 1597$$

### 12.5. Modelo SISO(6,6)

Modelo básico:

$$TGT(t) = \sum_{i=1}^{i=6} a(i) \cdot TGT(t-i) + \sum_{j=1}^{j=6} b(j) \cdot ZF(t-j)$$

Coeficientes calculados:

Parte TGT:

Parte ZF:

<u>i</u>	<u>a(i)</u>	<u>j</u>	<u>b(j)</u>
1	1.098	1	-46,235
2	-0,196	2	86,971
3	-0,194	3	2,762
4	0,058	4	-4,801
5	0,124	5	-56,812
6	-0,169	6	20,008

La señal modelizada  $S_{6,6}$  se calcula de acuerdo con los coeficientes calculados anteriormente y su perfil se puede ver en la figura siguiente.

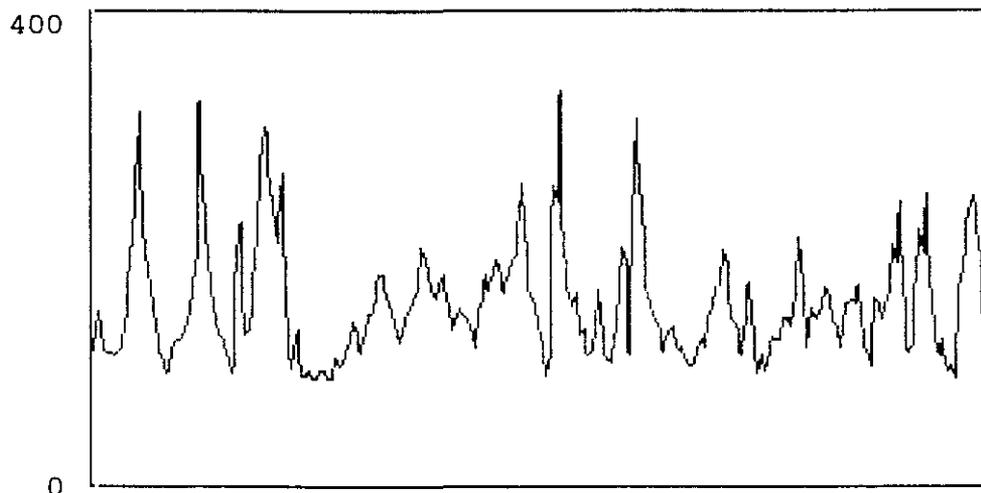


Figura 12.14. Perfil del SISO(6,6)

El residuo es:

$$\text{Res}_{6,6} = \text{TGT}(t) - S_{6,6}$$

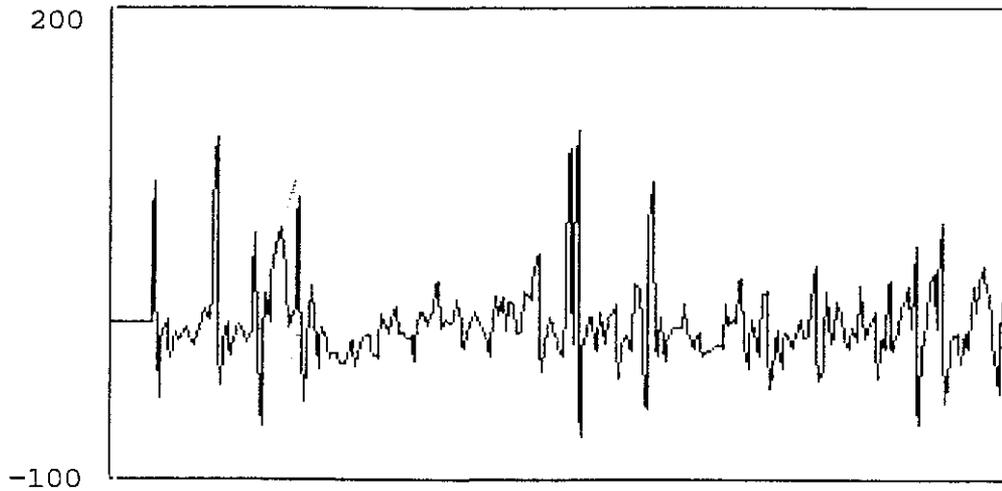


Figura 12.15. Residuo del SISO(6,6)

Coefficientes de  
autocorrelación:

k	r(k)
0	1
1	-0,033
2	0,011
3	0,028
4	0,022
5	-0,017
6	0,002
7	0,086
8	-0,025
9	-0,031
10	0,101
11	0,069
12	-0,059
13	-0,051
14	-0,101
15	-0,056
16	0,076
17	0,003
18	-0,070
19	0,048
20	0,117

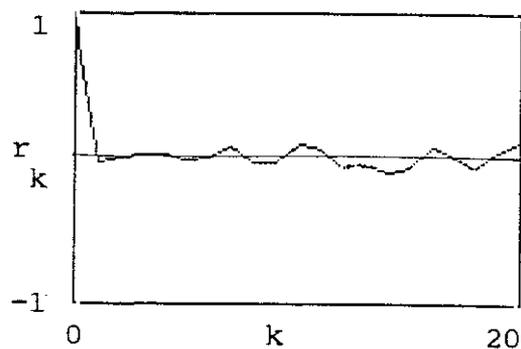


Figura 12.16. FAC del residuo del SISO(6,6)

Estadístico de Akaike:

$$AIC66 = 240 \cdot \text{Log}(\sigma^2(\text{Res}_{6,6})) + 24$$

$$AIC66 = 1594$$

### 12.6. Modelo SISO(7,5)

Modelo básico:

$$TGT(t) = \sum_{i=1}^{i=7} a(i) \cdot TGT(t-i) + \sum_{j=1}^{j=5} b(j) \cdot ZF(t-j)$$

Coefficientes calculados:

Parte TGT:

i	a(i)
1	1.093
2	-0,188
3	-0,188
4	0,064
5	0,113
6	-0,157
7	-0,024

Parte ZF:

j	b(j)
1	-45,195
2	90,346
3	9,579
4	-4,122
5	-48,660

La señal modelizada  $S_{7,5}$  se calcula de acuerdo con los coeficientes calculados anteriormente y su perfil se puede ver en la figura siguiente.

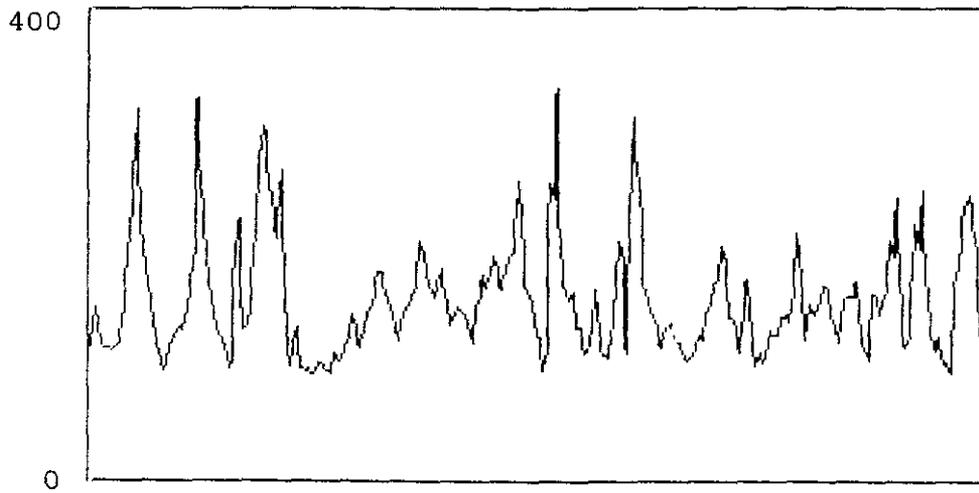


Figura 12.17. Perfil del SISO(7,5)

El residuo es:

$$\text{Res}_{7,5} = \text{TGT}(t) - S_{7,5}$$

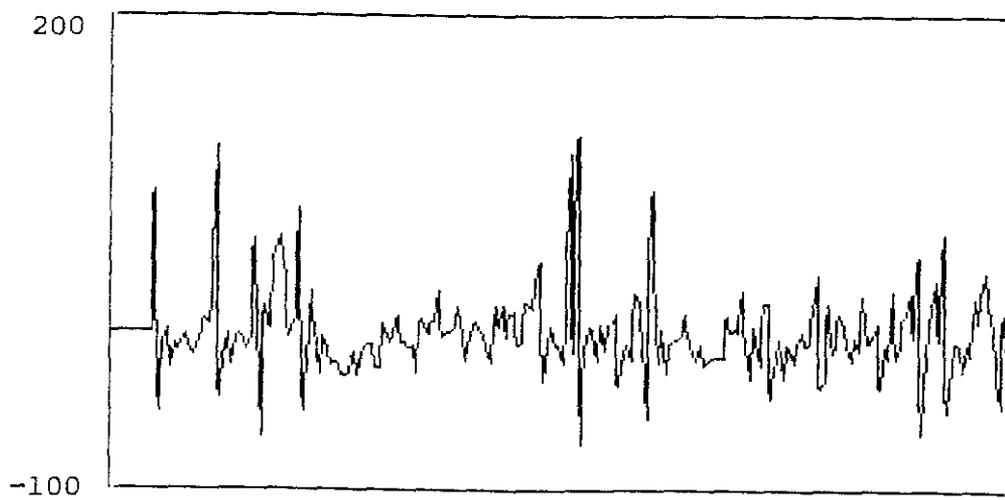


Figura 12.18. Residuo del SISO(7,5)

Coefficientes de autocorrelación:

k	r(k)
0	1
1	-0,025
2	0,021
3	0,025
4	0,011
5	-0,013
6	-0,004
7	0,085
8	-0,010
9	-0,026
10	0,104
11	0,066
12	-0,055
13	-0,050
14	-0,099
15	-0,054
16	0,067
17	-0,002
18	-0,072
19	0,052
20	0,117

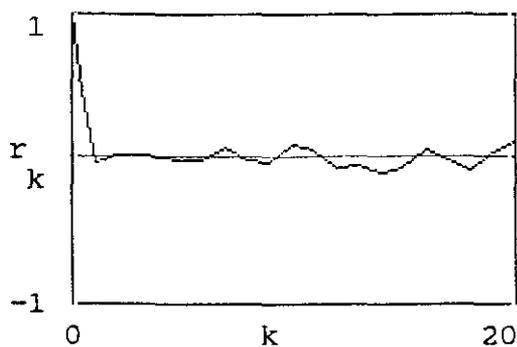


Figura 12.19. FAC del residuo del SISO(7,5)

Estadístico de Akaike:

$$AIC_{75} = 240 \cdot \text{Log}(\sigma^2(\text{Res}_{7,5})) + 24$$

$$AIC_{75} = 1595$$

### 12.7. Modelo SISO(7,6)

Modelo básico:

$$TGT(t) = \sum_{i=1}^{i=7} a(i) \cdot TGT(t-i) + \sum_{j=1}^{j=6} b(j) \cdot ZF(t-j)$$

Coefficientes calculados:

Parte TGT:

<u>i</u>	<u>a(i)</u>
1	1,094
2	-0,194
3	-0,191
4	0,057
5	0,114
6	-0,147
7	-0,019

Parte ZF:

<u>j</u>	<u>b(j)</u>
1	-47,362
2	87,233
3	6,079
4	-7,403
5	-55,649
6	19,040

La señal modelizada  $S_{7,6}$  se calcula de acuerdo con los coeficientes calculados anteriormente y su perfil se puede ver en la figura siguiente.

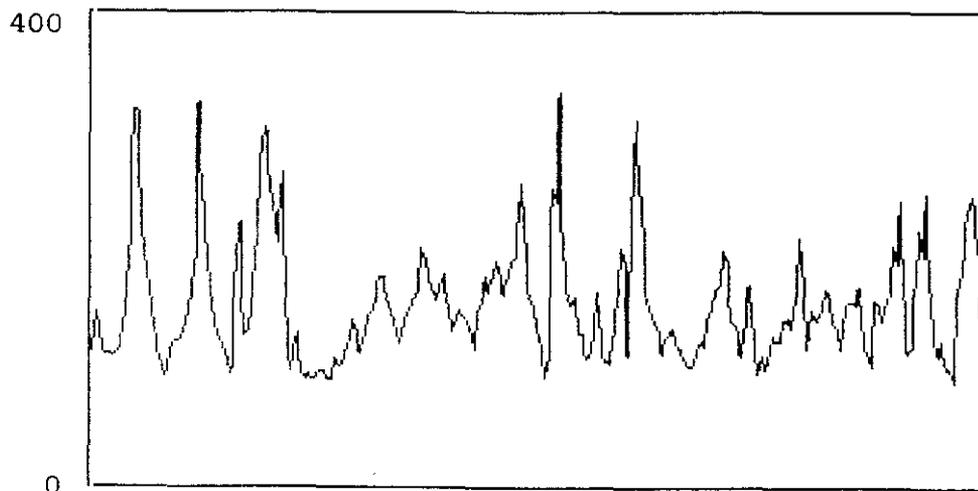


Figura 12.20. Perfil del SISO(7,6)

El residuo es:

$$\text{Res}_{7,6} = \text{TGT}(t) - S_{7,6}$$

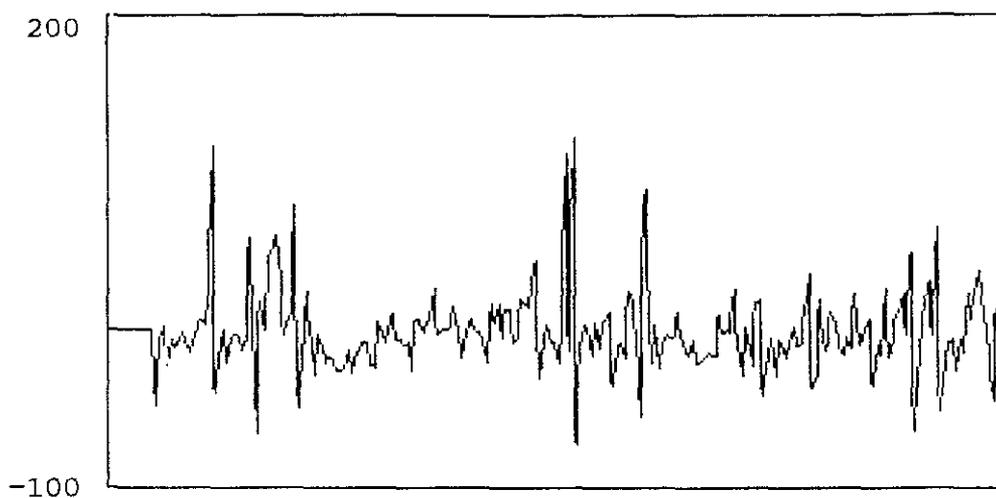


Figura 12.21. Residuo del SISO(7,6)

Coefficientes de autocorrelación:

k	r(k)
0	1
1	-0,002
2	0,018
3	0,029
4	0,034
5	-0,008
6	-0,002
7	0,099
8	-0,018
9	-0,023
10	0,120
11	0,080
12	-0,060
13	-0,061
14	-0,109
15	-0,068
16	0,003
17	0,026
18	-0,064
19	0,053
20	0,135

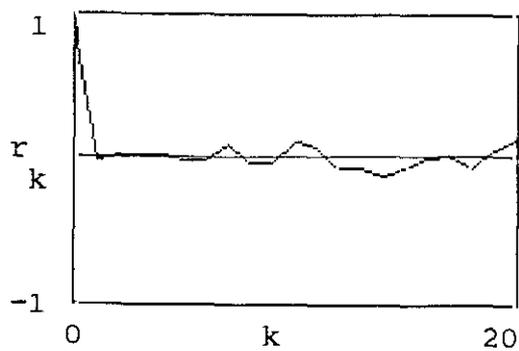


Figura 12.22. FAC del Residuo del SISO(7,6)

Estadístico de Akaike:

$$AIC76 = 240 \cdot \text{Log}(\sigma^2(\text{Res}_{7,6})) + 26$$

$$AIC76 = 1585$$

### 12.8. Modelo SISO(7,7)

Modelo básico:

$$TGT(t) = \sum_{i=1}^{i=7} a(i) \cdot TGT(t-i) + \sum_{j=1}^{j=7} b(j) \cdot ZF(t-j)$$

Coefficientes calculados:

Parte TGT:

Parte ZF:

<u>i</u>	<u>a(i)</u>	<u>j</u>	<u>b(j)</u>
1	1,090	1	-50,158
2	-0,191	2	85,849
3	-0,197	3	2,580
4	0,053	4	-10,728
5	0,106	5	-59,551
6	-0,148	6	10,339
7	0,002	7	23,608

La señal modelizada  $S_{7,7}$  se calcula de acuerdo con los coeficientes calculados anteriormente y su perfil se puede ver en la figura siguiente.

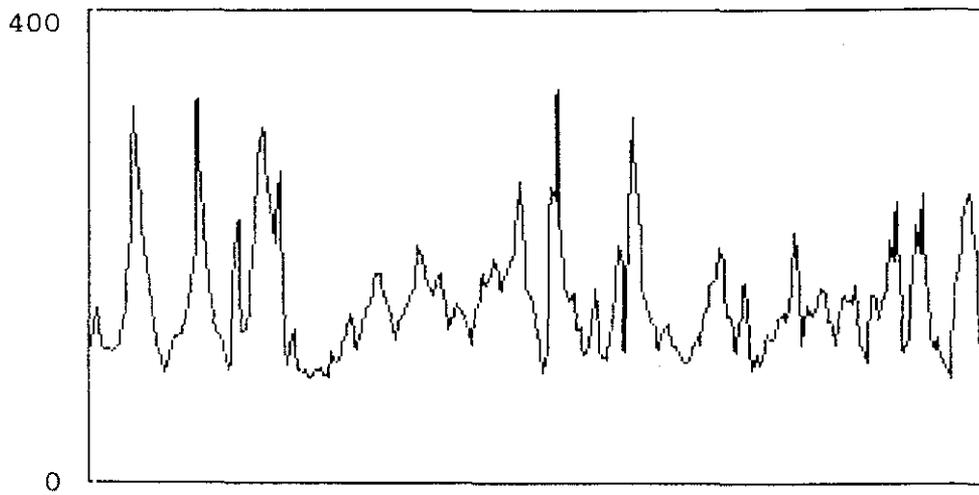


Figura 12.23. Perfil del SISO(7,7)

El residuo es:

$$\text{Res}_{7,7} = \text{TGT}(t) - S_{7,7}$$

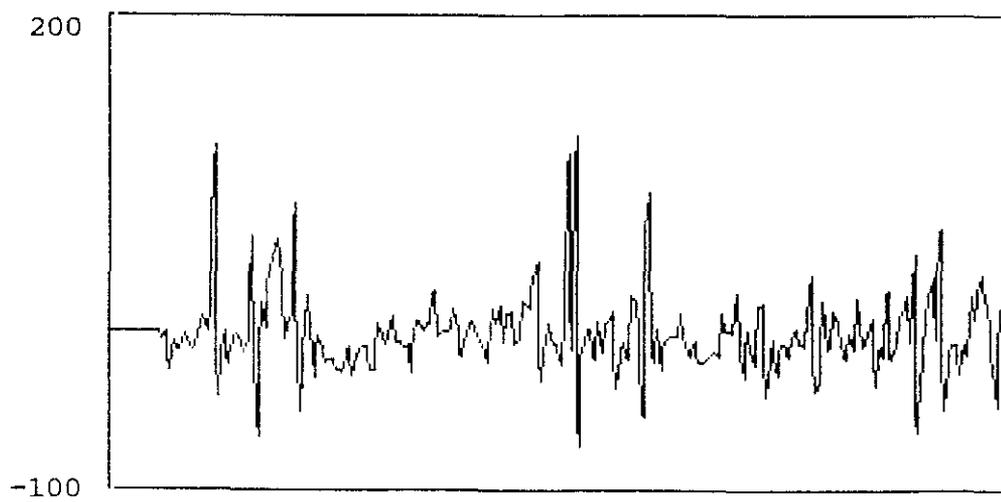


Figura 12.24. Residuo del SISO(7,5)

Coefficientes de autocorrelación:

k	r(k)
0	1
1	-0,009
2	0,019
3	0,024
4	0,039
5	-0,011
6	0,000
7	0,096
8	-0,022
9	-0,032
10	0,130
11	0,086
12	-0,058
13	-0,060
14	-0,102
15	-0,028
16	-0,014
17	0,026
18	-0,067
19	0,045
20	0,141

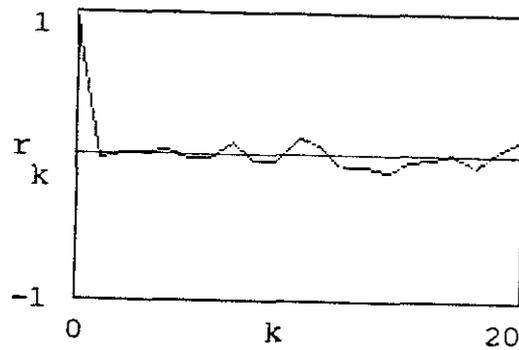


Figura 12.25. FAC del residuo del SISO(7,7)

Estadístico de Akaike:

$$AIC_{77} = 240 \cdot \text{Log}(\sigma^2(\text{Res}_{7,7})) + 28$$

$$AIC_{77} = 1582$$

## CAPITULO 13

### Análisis de resultados

En capítulos anteriores se han presentado un conjunto de modelos AR y SISO, aplicados a distintas variables significativas del horno alto. Se plantea ahora la necesidad de decidir sobre cuales de entre ellos son los más adecuados para la modelización de dichas variables.

La validez de un modelo, una vez construido, se evalúa considerando dos aspectos fundamentales: La capacidad de reproducción de la señal original y la capacidad de predicción sobre el comportamiento futuro de la misma.

Estos dos criterios son aplicables tanto a los modelos AR como a los modelos SISO, pero con algunas diferencias conceptuales en su aplicación.

Dado que un modelo AR trata de reproducir una señal a partir del histórico de sus valores anteriores, los dos criterios antes reseñados representan exactamente los propósitos fundamentales de este tipo de modelos, que tienden básicamente a la predicción de la señal.

---

Por contra, los modelos SISO, si bien participan de la necesidad de reproductibilidad al mismo nivel que los modelos AR, no están orientados de forma predominante a la predicción, sino que, aunque puedan usarse para ello, tratan de establecer una relación causal entre las variables relacionadas por el modelo, consideradas como entrada y salida del sistema.

Desde un punto de vista formal, la elección del modelo considerado se ha efectuado en dos etapas. En primer lugar se ha utilizado el valor del estadístico de Akaike para cada uno de los modelos desarrollados como orientación inicial que permite, si no decidir de forma definitiva sobre cual es el modelo adecuado, si establecer un criterio para eliminar los modelos menos interesantes.

Una vez aplicado el criterio de mínimo del estadístico de Akaike, se ha entrado en el estudio de las dos características enunciadas al comienzo del capítulo. Para el análisis de reproductibilidad se ha utilizado el análisis del residuo ya esbozado en capítulos anteriores. El residuo, como se recordará, es simplemente la diferencia existente entre la señal original y la señal producida por el modelo. Si el modelo es adecuado, esta diferencia debe ser practicamente aleatoria, o lo que es

---

lo mismo, aproximarse lo más posible a la morfología de un ruido blanco.

Para dicho análisis se ha recurrido en todos los casos al cálculo y revisión de la FAC del residuo, y se ha ampliado estudiando la morfología de la distribución estadística del residuo, que será tanto más representativa de un ruido blanco cuanto más próxima a una distribución normal esté.

Para analizar la capacidad de predicción del modelo elegido se han comparado en cada caso un conjunto de cinco valores generados por el mismo con otros cinco procedentes de la señal real, fuera del conjunto de valores que dió lugar a la modelización.

El utilizar cinco valores unicamente proviene tanto de la experiencia estadística como de la experiencia real en el manejo del horno alto. Si se tiene en cuenta que las medidas se han efectuado a intervalos de seis minutos, cinco valores significan un periodo de 30 minutos, y una predicción sobre la evolución de las variables con este adelanto se puede considerar excelente.

Por último comentar que se acepta un error en la predicción del 5-10% como máximo, error debido a factores no controlables, generalmente instrumentales, que en la práctica no va a producir distorsión alguna en la validez de los resultados obtenidos.

A continuación se presentan los análisis de cada uno de los conjuntos de modelos desarrollados en los capítulos anteriores.

## **13.1. MODELOS AR**

### **13.1.1 Modelización de la temperatura de gas en tragante**

La modelización de la TGT es directa, es decir, la señal modelada es la TGT original, ya que no existen características deterministas a substraer en ella.

Los valores del estadístico de Akaike aparecen en la tabla siguiente, y en la figura adjunta se presenta una gráfica que deja claro el valor mínimo de dicho estadístico.

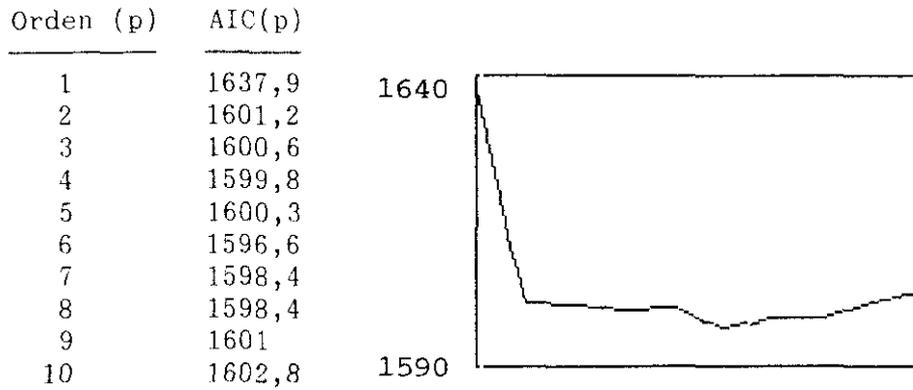


Figura 13.1. Evolución del Estadístico de Akaike

Como se puede observar, el valor mínimo corresponde al modelo de orden 6 (AR6). Para comprobar su idoneidad, se ve a continuación los valores de la FAC de su residuo, junto con una gráfica de la misma.

Coefficientes de autocorrelación:

k	$r_k$
0	1
1	0,008
2	-0,009
3	0,002
4	-0,008
5	-0,052
6	0,017
7	0,038
8	-0,029
9	-0,049
10	0,120
11	0,057
12	-0,052
13	-0,062
14	-0,113
15	-0,070
16	0,107
17	0,080
18	-0,089
19	0,363
20	0,086

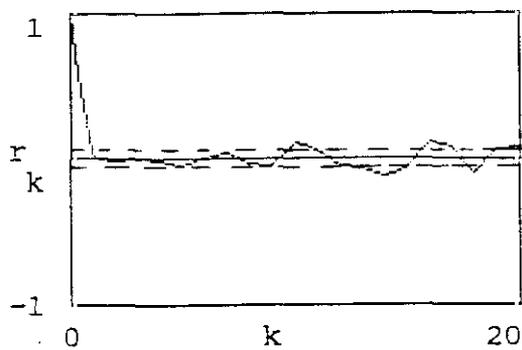


Figura 13.2. FAC del residuo de orden 6

Recordemos que el error permitido es de  $\epsilon \approx \pm 0,065$  (6,5 %), error que aparece marcado en la gráfica con dos líneas horizontales.

Teniendo esto en cuenta, se puede observar que la caída de los valores de la FAC es lo suficientemente abrupta como para que su forma se aproxime adecuadamente a la  $\delta$  de Dirac.

Como comprobación suplementaria vemos en la tabla y gráfica siguientes la distribución estadística de los valores del residuo, que es claramente muy similar a una distribución normal, aunque ligeramente desplazada.

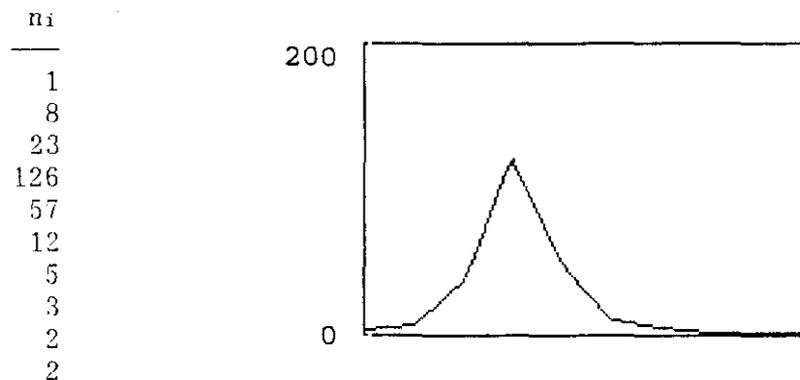


Figura 13.3. Distribución estadística del residuo de orden 6

El análisis anterior deja claro que el modelo es absolutamente correcto en lo que a la reproducción de la

señal se refiere. La otra característica a comprobar es la capacidad de predicción. Como se recordará, el modelo se ha construido a partir de un conjunto de 240 valores. Para efectuar la verificación se han tomado cinco valores suplementarios del conjunto original y se han comparado con los valores obtenidos directamente de la aplicación del modelo.

En la tabla siguiente se pueden ver dichos valores. TGT(t) especifica la señal original, AR6(t) la señal producida por el modelo, y  $\epsilon$  el error cometido en tantos por ciento.

<u>TGT(t)</u>	<u>AR6(t)</u>	<u><math>\epsilon</math>(%)</u>
120	123	2,5
126	122	3,2
139	127	5,2
139	137	8
156	132	9

La mayor discrepancia se produce en el quinto término, y es del 9%. Esto significa que el modelo AR6 predice con un error menor del 10% los cinco valores siguientes de la variable. Así pues, se ha de considerar que el modelo es capaz de predecir con un error menor del 10% en periodos de 30 minutos.

Ahora bien, un error superior al 6% puede ser problemático, por lo que se habría de considerar aceptable la predicción únicamente para los tres primeros valores, es decir, para un periodo de 18 minutos, altamente satisfactorio desde el punto de vista del hornoplasta.

Concluyendo, el modelo AR adecuado para la TGT es el AR6, dado por la expresión:

$$TGT(t) = \sum_{k=1}^{k=6} a(k).TGT(t-k)$$

con los coeficientes:

k	a(k)
1	1,104
2	-0,221
3	-0,235
4	0,120
5	0,130
6	-0,161

### 13.1.2. Modelización de la temperatura adiabática de llama.

La modelización de la TLL presenta un aspecto diferenciador con respecto a la de la TGT. Dada la existencia en la misma de una fuerte componente

determinista, es necesario efectuar una sustracción de la tendencia antes de modelizar.

Esto se ha hecho, como puede comprobarse en el capítulo correspondiente, construyendo un polinomio de grado siete que identifica perfectamente la tendencia existente en la señal. Una vez sustraído este polinomio, la señal original  $TLL(t)$  pasa a ser una señal diferencia  $A(t)$ , que es la que ha sido modelizada.

$$A(t) = TGT(t) - P_7(t)$$

El método de análisis seguido es idéntico al de la TGT, como se puede ver a continuación.

Los valores del estadístico de Akaike y su gráfica representativa aparecen en la figura siguiente.

Orden (p)	AIC(p)
1	654,3
2	653,9
3	653,8
4	655,8
5	654,1
6	654
7	655
8	657
9	658,1
10	659,3

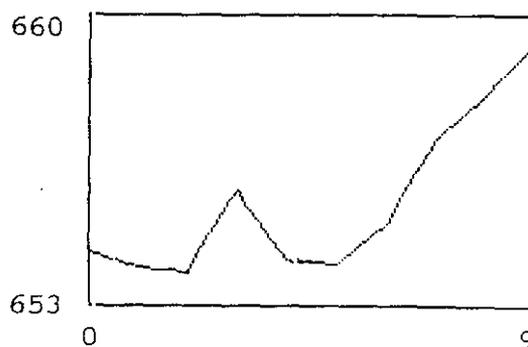


Figura 13.4. Evolución del estadístico de Akaike

Se puede observar que, abstracción hecha de los valores correspondientes al AR2 y al AR3, que no se consideran dada la forma inadecuada de su FAC (ver capítulo 9), el mínimo se encuentra en el AR5 o el AR6. Para decidir cual de ellos es más interesante, vemos a continuación las FAC de sus residuos respectivos.

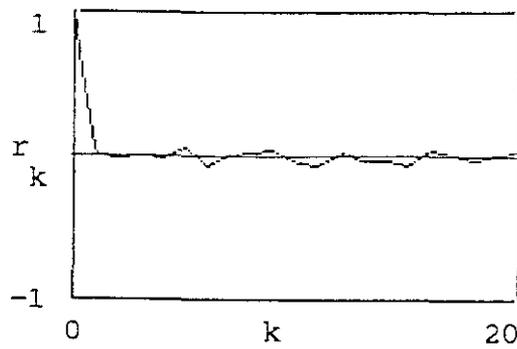


Figura 13.5. FAC del residuo de orden 5

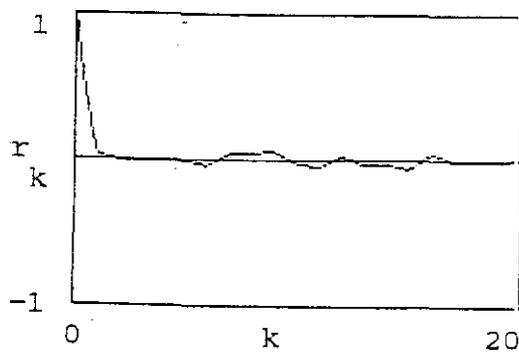


Figura 13.6. FAC del residuo de orden 6

Considerando los valores anteriores, y teniendo en cuenta el principio de parsimonia, se ha elegido el modelo AR5 como el más adecuado.

A continuación se observa la forma de la distribución estadística de los valores del residuo generado por dicho modelo, muy próxima a una distribución normal, y representativa por lo tanto de una señal ruido blanco.

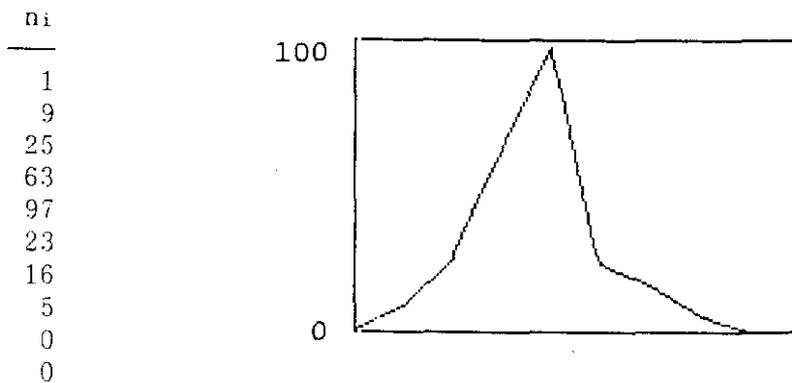


Figura 13.7. Distribución estadística del residuo de orden 5

En cuanto a la capacidad de predicción la tabla siguiente muestra los valores predichos por el modelo para la TLL, comparados con los medidos, especificando en cada caso el error cometido.

<u>TLL(t)</u>	<u>AR5(t)</u>	<u>ε(%)</u>
2364	2412	2
2480	2417	2,5
2493	2424	2,8
2546	2427	4,7
2610	2432	6,9

Se puede pues deducir que el modelo predice adecuadamente los cuatro primeros valores, es decir, es válido para periodos de 24 minutos de adelanto.

El modelo será pues:

$$TLL(t) = P_7(t) + \sum_{k=1}^{k=5} a(k) \cdot [TLL(t-k) - P_7(t-k)]$$

donde  $P_7(t)$  es el polinomio característico de la tendencia. Los coeficientes de dicho polinomio y los del modelo figuran a continuación en las tablas respectivas.

<u>Polinomio</u>		<u>Modelo</u>	
<u>i</u>	<u>C<sub>i</sub></u>	<u>k</u>	<u>a(k)</u>
0	2328,226	1	0,912
1	2,553	2	-0,201
2	0,119	3	0,067
3	-1,47.10 <sup>-3</sup>	4	0,105
4	4,87.10 <sup>-6</sup>	5	-0,107
5	2,55.10 <sup>-8</sup>		
6	-1,99.10 <sup>-10</sup>		
7	3,44.10 <sup>-13</sup>		

## 13.2. Modelos SISO

Los modelos SISO que se han elaborado presentan dos aspectos diferentes. Uno de ellos relaciona la TLL como variable de entrada y la TGT como variable de salida, mientras que los otros dos relacionan las profundidades medias de las isotermas frontera de la zona cohesiva con la TGT.

En todo caso el análisis es de todo punto similar al realizado para los modelos AR, aunque conviene recordar que el valor del estadístico de Akaike depende en los modelos SISO de dos parámetros, señalando el orden de recurrencia del modelo para la entrada y la salida, con lo que la gráfica representativa de dichos valores habría de ser tridimensional. En cualquier caso, las tablas son lo suficientemente explicativas y se ha prescindido de las gráficas dado que no aportan ningún elemento relevante al análisis.

### 13.2.1 Modelo SISO TLL-TGT

La tabla de los valores del estadístico de Akaike es:

<u>Orden (p,q)</u>	<u>AIC(p,q)</u>
5,3	1603
5,4	1604
5,5	1602
6,5	1598
6,6	1594
7,5	1595
7,6	1582
7,7	1579

Los valores mas adecuados parecen ser el SISO(6,5) o el SISO(6,6). En las figuras siguientes aparecen las FAC de los residuos respectivos.

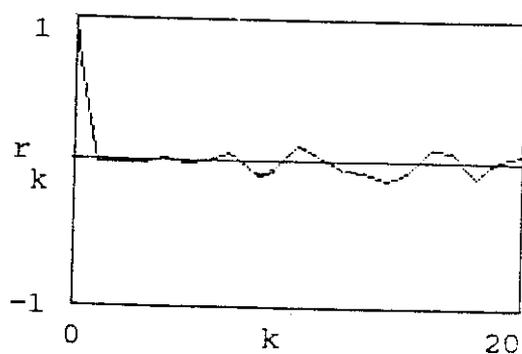


Figura 13.8. FAC del residuo de orden (6,5)

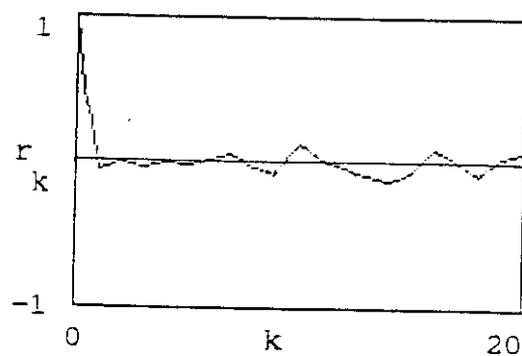


Figura 13.9. Fac del residuo de orden (6,6)

A partir de estas tablas se elige el modelo SISO (6,5) como el más adecuado, y en la figura siguiente se contempla la distribución de los valores del residuo, claramente próxima a la normal.

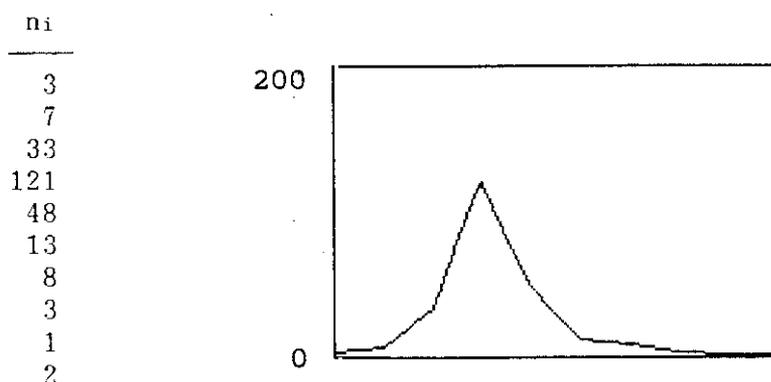


Figura 13.9. Distribución estadística del residuo de orden (6,5)

En lo que a la predicción se refiere, conviene hacer notar que el fin de los modelos SISO no es realmente predecir, sino estudiar la existencia de alguna relación causal entre las señales de entrada y salida, existencia que queda clara en la primera parte de este análisis. Aún así, se ha efectuado una comprobación de predicción con los resultados que aparecen en la tabla siguiente:

TGT(t)	SISO(6,5)(t)	ε(%)
120	127	5,8
126	136	7,9
134	119	11,2
139	68	54
156	1	99

Como se puede observar, solamente el primer valor (todo lo más el segundo), son adecuadamente predichos, mientras que en el resto la predicción se hace insostenible. Esto significa que el SISO(6,5) sólo permite predecir con intervalos de seis minutos de adelanto.

El modelo es pues:

$$TGT(t) = \sum_{i=1}^{i=6} a(i).TGT(t-i) + \sum_{j=1}^{j=5} b(j).TLL(t-j)$$

con los coeficientes:

<u>i</u>	<u>a(i)</u>	<u>j</u>	<u>b(j)</u>
1	1,117	1	-0,820
2	-0,254	2	0,300
3	-0,224	3	-0,006
4	0,132	4	-0,324
5	0,104	5	0,885
6	-0,133		

### 13.2.2. Modelos SISO profundidades-TGT

Las dos modelizaciones SISO correspondientes a las profundidades medias de las isothermas de la zona cohesiva son substancialmente idénticas en su tratamiento, variando únicamente los valores de dichas profundidades

en la entrada. Se van a revisar a continuación de forma simultánea. Los estadísticos de Akaike de ambos modelos son:

	<u>SISO Reblandecimiento</u>	<u>SISO Fusión</u>
<u>Orden (p,q)</u>	<u>AIC(p,q)</u>	<u>AIC(p,q)</u>
5,3	1604	1601
5,4	1606	1603
5,5	1607	1604
6,5	1602	1597
6,6	1588	1594
7,5	1598	1595
7,6	1582	1584
7,7	1581	1582

En el modelo correspondiente a la profundidad de reblandecimiento, el valor mínimo se destaca claramente, correspondiendo al SISO(6,6). Por contra en el modelo de la temperatura de fusión el mínimo es mucho menos marcado, y oscilaría entre el modelo (6,5), el (6,6) y el (7,5). En las figuras 13.10 a 13.13. aparecen las FAC de los residuos respectivos, para decidir sobre el modelo correcto.

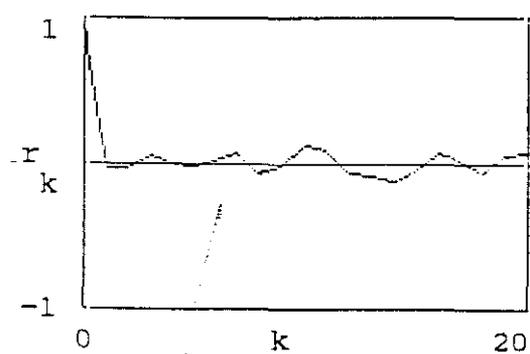


Figura 13.10 FAC del residuo (6,6) para reblandecimiento

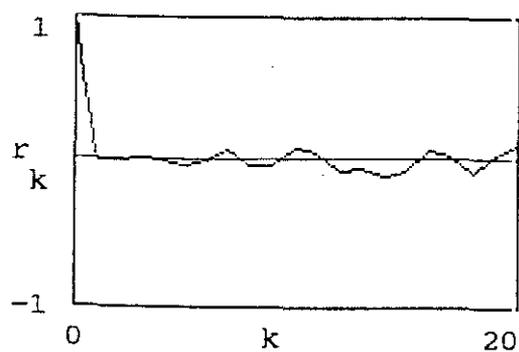


Figura 13.11 FAC del residuo (6,5) para fusión

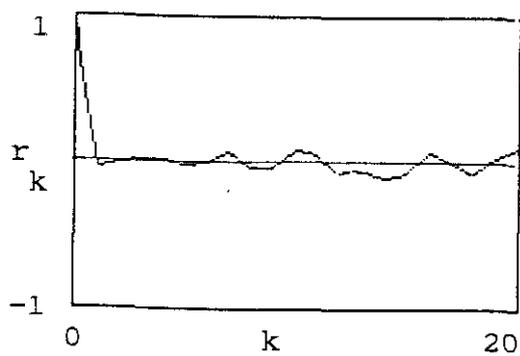


Figura 13.12 FAC del residuo (6,6) para fusión

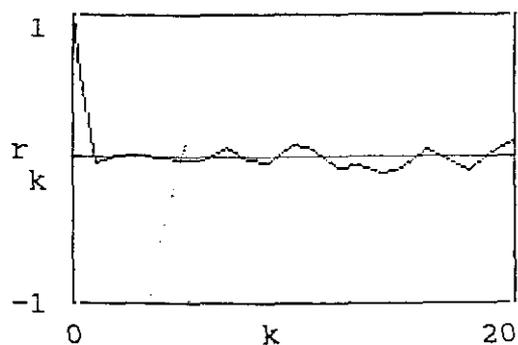


Figura 13.13 FAC del residuo (7,5) para fusión

Como ya se comentaba, el modelo ideal para reblandecimiento es el SISO(6,6), y entre los correspondientes a la fusión es también el SISO(6,6) el más adecuado. En las figuras 13.14 y 13.15 aparecen las distribuciones estadísticas de los residuos, muy próximas a la distribución normal.

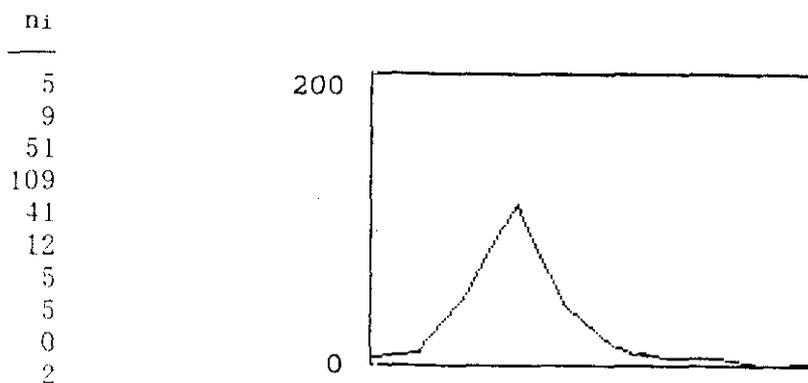


Figura 13.14. Distribución estadística del residuo (6,6) para reblandecimiento.

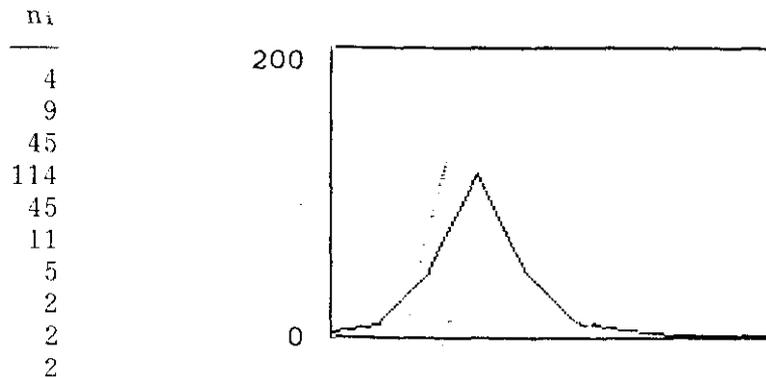


Figura 13.15. Distribución estadística del residuo (6,6) para fusión.

En el aspecto predictivo, el resultado ha sido sorprendente, ya que la predicción es más alta de lo habitual en un modelo SISO, como podemos comprobar en las tablas siguientes:

TGT(t)	<u>Reblandecimiento</u>		<u>Fusión</u>	
	SISO(t)	$\epsilon(\%)$	SISO(t)	$\epsilon(\%)$
120	130	8,3	125	4,2
126	134	6,3	121	3,9
134	137	2,2	133	0,7
139	135	9,3	133	4
156	139	10,9	134	7,7

El error oscila entre valores inferiores al 10%, y es irregular en su comportamiento, aunque

sorprendentemente pequeño, significando que la predicción es válida para periodos amplios (de hasta 30 minutos para la fusión), pero la misma irregularidad en la variación del error hace pensar que esta buena predicción se debe en parte a la estructura matemática interna del modelo, y a la escasa variación relativa en los valores de la variable de entrada, como se puede comprobar en la tabla correspondiente del Apéndice D.

Los modelos serán pues:

### Reblandecimiento

$$TGT(t) = \sum_{i=1}^{i=6} a(i).TGT(t-i) + \sum_{j=1}^{j=6} b(j).ZR(t-j)$$

con los coeficientes:

<u>i</u>	<u>a(i)</u>	<u>j</u>	<u>b(j)</u>
1	1,073	1	-41,897
2	-0,227	2	30,008
3	-0,234	3	-12,215
4	0,099	4	12,027
5	0,030	5	-75,947
6	-0,016	6	90,037

### Fusión

$$\text{TGT}(t) = \sum_{i=1}^{i=6} a(i) \cdot \text{TGT}(t-i) + \sum_{j=1}^{j=6} b(j) \cdot \text{ZF}(t-j)$$

con los coeficientes:

<u>i</u>	<u>a(i)</u>	<u>j</u>	<u>b(j)</u>
1	1,098	1	-46,235
2	-0,196	2	86,971
3	-0,194	3	2,762
4	0,058	4	- 4,801
5	0,124	5	-56,812
6	-0,169	6	20,008

## CAPITULO 14

### CONCLUSIONES

Tal y como se presentaba en la metodología al comienzo de esta memoria, la tesis tiene dos núcleos fundamentales de desarrollo: el fisico-químico y el matemático. Dichos núcleos establecen unas trayectorias en el trabajo que generan conclusiones propias y que confluyen en el resultado final conformando definitivamente las conclusiones generales.

Las conclusiones parciales generadas por cada uno de los dos núcleos son en la práctica instrumentales, ya que el fin último en la conjunción de ambas trayectorias.

Desde este punto de vista, se puede concluir que se ha obtenido un modelo fisico-químico suficientemente coherente para evaluar los parámetros de transferencia energética en el horno y la profundidad y espesor de la zona cohesiva del mismo. El resultado deja abierto un campo de investigación amplio, pero es suficiente en primera instancia para servir de base a la aplicación de las nuevas técnicas matemáticas que conforman el segundo núcleo de la tesis.

---

En lo que a este segundo núcleo se refiere, se ha evaluado la posibilidad del uso de las series temporales como herramienta matemática para el estudio de características significativas del horno alto. Como ha quedado demostrado a lo largo del trabajo, y como se ampliará en estas mismas conclusiones, los históricos de valores de las variables habitualmente medidas en el horno definen conjuntos de valores susceptibles de ser tratados con esta técnica, y el uso de la misma ha proporcionado excelentes resultados.

La integración de ambas líneas de trabajo ha producido resultados altamente satisfactorios que se presentan a continuación.

La modelización AR de la temperatura de gas en tragante (TGT) permite predecir con un periodo de aproximadamente 18 minutos el comportamiento de dicha temperatura con un error inferior al 6%.

Esta posibilidad, dada la importancia que el control de la TGT tiene en lo que a la marcha del horno se refiere, es de importancia capital, ya que hace posible identificar el tipo de marcha que el horno va a llevar, cara a tomar las medidas pertinentes para su control.

La modelización de la temperatura adiabática de llama (TLL), si bien no es de una importancia tan grande como la de la TGT, si que permite predecir su variación con un adelanto de más de veinte minutos. Ya que la TLL es la temperatura más apropiada para ser manipulada por el operador, el que se pueda predecir su comportamiento futuro a partir de los valores actuales, permite adelantar las variaciones en las condiciones que la definen (viento soplado, adición de finos, etc.), con la consiguiente optimización en tiempo y material.

El establecimiento de un modelo SISO entre la TLL y la TGT parte de algo evidentemente conocido, la existencia de una relación causal entre ambas temperaturas. Ahora bien, dicho modelo SISO presenta la posibilidad de evaluar el comportamiento de la TGT a partir de las variaciones en la TLL, o lo que es lo mismo, el operador puede simular, a través del conocimiento de la morfología de la TGT, el funcionamiento del sistema al variar la TLL con un alto grado de aproximación, incluso prediciendo con un adelanto de unos seis minutos el comportamiento futuro del mismo.

Como se ha comentado, el primer núcleo de esta memoria se refiere a un modelo físico-químico de

intercambiador en contracorriente para simular el comportamiento elemental del horno alto. Utilizando dicho modelo es posible calcular las profundidades medias de la zona cohesiva con facilidad. El modelo es muy sencillo, pero la construcción de los modelos SISO demuestra su consistencia.

Como es sobradamente conocido, la profundidad media de la zona cohesiva tiene una relación directa con la TGT, y al construir los dos modelos SISO que ligan las profundidades medias de las isothermas de reblandecimiento y fusión con la TGT se establece la existencia estadística de una relación causal entre ambas profundidades y la TGT.

Por otro ha de tenerse en cuenta que los valores de las profundidades que originan los modelos no son medidos, sino calculados utilizando el modelo físico-químico de intercambio ya reseñado. Esto comprueba de hecho, y es quizá la conclusión mas importante del trabajo, la consistencia intrínseca de dicho modelo con un grado de aproximación realmente alto.

Así pues, resumiendo, la tesis establece cinco puntos fundamentales.

- 
- Utilidad del modelo físico-químico para simular la evolución de la zona cohesiva del horno alto.
  - Viabilidad del uso de las series temporales en el estudio de las características del horno.
  - Posibilidad de predicción del comportamiento de las variables del sistema con periodos de adelanto de 15-20 minutos.
  - Capacidad de estudio de las variaciones de la TGT con los cambios de la TLL cara a una optimización del control de esta última.
  - Consistencia, usando los modelos SISO, del modelo físico-químico de intercambio de calor que permite evaluar la profundidad y espesor medios de la zona cohesiva.
  - Establecimiento de un conjunto de modelos que caracterizan el horno alto, tal y como aparece referido en detalle en las páginas finales de este capítulo.

Es oportuno añadir que esta tesis doctoral abre un camino absolutamente nuevo en el campo siderurgico, y es un punto de partida para futuras investigaciones que

permitan modelar el comportamiento del horno alto con fiabilidad y eficacia.

De hecho, esta tesis doctoral se enmarca en un proyecto auspiciado por la Comunidad Europea del Carbón y del Acero (CECA) que está diseñado para la modelización completa del horno alto.

Las primeras conclusiones del presente trabajo ya han sido presentadas en foros especializados de alto nivel, como son la Comisión Técnica Siderurgica Nacional (Madrid 1992), y el XIV Simposio de Siderurgia (Mexico 1992), recibiendo el respaldo de los especialistas asistentes.

Para concluir diremos que la novedosa aproximación al tema siderurgico y el uso de técnicas matemáticas muy actuales, establecen en la práctica un método económico, fiable y sencillo para la realización de modelos de las variables significativas del horno. Actualmente es simplemente una primera aproximación, pero es seguro que con la oportuna dotación en medios, material y tiempo puede llevar a conclusiones realmente satisfactorias en un corto plazo de tiempo .

MODELOS AUTORREGRESIVOS (AR)

## 1.- Temperatura de gas en tragante (TGT)

Modelo AR6

Forma general:

$$TGT(t) = \sum_{k=1}^{k=6} a(k) \cdot TGT(t-k)$$

Coeficientes:

<u>k</u>	<u>a(k)</u>
1	1,104
2	-0,221
3	-0,235
4	0,120
5	0,130
6	-0,161

## 2.- Temperatura adiabática de llama (TLL)

Modelo AR5

Forma general:

$$TLL(t) = P_7(t) + \sum_{k=1}^{k=5} a(k) \cdot [TLL(t-k) - P_7(t-k)]$$

Coeficientes:

Polinomio:

Modelo:

<u>i</u>	<u>Ci</u>	<u>k</u>	<u>a(k)</u>
0	2328	1	0,912
1	2,553	2	-2,201
2	0,119	3	0,067
3	-1,47.10 <sup>-3</sup>	4	0,105
4	4,87.10 <sup>-6</sup>	5	-0,107
5	2,55.10 <sup>-8</sup>		
6	-1,99.10 <sup>-10</sup>		
7	3,44.10 <sup>-13</sup>		

MODELOS SINGLE INPUT SINGLE OUTPUT (SISO)

- 1.- Entrada: Temperatura adiabática de llama  
Salida: Temperatura de gas en tragante

Modelo SISO(6,5):

Forma general:

$$TGT(t) = \sum_{i=1}^{i=6} a(i).TGT(t-i) + \sum_{j=1}^{j=5} b(j).TLL(j)$$

Coefficientes:

i	a(i)	j	b(j)
1	1,117	1	-0,820
2	-0,254	2	0,300
3	-0,224	3	-0,006
4	0,132	4	-0,324
5	0,104	5	0,885
6	-0,133		

- 2.- Entrada: Profundidad de reblandecimiento  
Salida: Temperatura de gas en tragante

Modelo SISO(6,6)

Forma general:

$$TGT(t) = \sum_{i=1}^{i=6} a(i).TGT(t-i) + \sum_{j=1}^{j=6} b(j).ZR(j)$$

Coefficientes:

i	a(i)	j	b(j)
1	1,073	1	-41,897
2	-0,227	2	30,008
3	-0,234	3	-12,215
4	0,099	4	12,027
5	0,030	5	-75,947
6	-0,016	6	90,037

3.- Entrada: Profundidad de fusión  
 Salida: Temperatura de gas en tragante

Modelo SISO(6,6)

Forma general:

$$TGT(t) = \sum_{i=1}^{i=6} a(i).TGT(t-i) + \sum_{j=1}^{j=6} b(j).ZF(j)$$

Coefficientes:

<u>i</u>	<u>a(i)</u>	<u>j</u>	<u>b(j)</u>
1	1,098	1	-46,235
2	-0,196	2	86,971
3	-0,194	3	2,762
4	0,058	4	- 4,801
5	0,030	5	-56,812
6	-0,169	6	20,008

## APENDICE A

### Autocorrelación y autorregresión

#### A.1. Procesos estocásticos:

Un proceso estocástico se define como una familia de variables aleatorias que corresponden a momentos sucesivos del tiempo. Se le designa por  $Y(t,u)$ , donde  $t$  es el tiempo y  $u$  la variable aleatoria.

Si se fija  $t$  en un valor  $t_0$ ,  $Y(t_0,u)$  será entonces una variable aleatoria simple. Por el contrario, si se fija el valor de  $u$  en  $u_0$ , entonces para cada momento de tiempo, el proceso tomaría un valor único  $Y(t,u_0)$ , definiéndose así una función del tiempo al considerar los distintos valores que  $Y$  va tomando.

La determinación de las características de un proceso estocástico se puede hacer mediante dos formas alternativas: a partir de las funciones de distribución conjunta o a partir de los momentos.

El segundo de los sistemas es el más usado, pero antes de pasar a exponerlo se examinará brevemente el significado de las funciones probabilísticas de distribución en un proceso estocástico. Cuando se fija un

valor en el tiempo, el proceso estocástico pasa a ser, como ya se ha comentado, una variable aleatoria con su correspondiente distribución de probabilidad.

Así, para  $t=t_i$ , la distribución de probabilidad se expresará por  $F[Y(t_i)]$ . Si en lugar de un valor en el tiempo fijamos dos, se obtendría una variable bidimensional con una función de probabilidad bivalente. Así para  $t=t_i$  y  $t=t_j$ , la distribución de probabilidad sería  $F[Y(t_i), Y(t_j)]$ .

En general, para un conjunto finito de valores del tiempo, se obtiene una función de distribución conjunta. Para  $t_1, t_2, \dots, t_n$ , será:

$$F[Y(t_1), Y(t_2), \dots, Y(t_n)] \quad [A-1]$$

Teniendo en cuenta lo ya citado, se dice que un proceso estocástico está perfectamente caracterizado cuando se pueden determinar las funciones de distribución conjunta para cada conjunto finito de variables del proceso, es decir, para cada valor finito de  $n$  en [A-1].

La determinación de las características del proceso a partir de las funciones de distribución es en general un procedimiento complicado, por lo que se acostumbra a

utilizar preferentemente el método de los momentos. En una distribución de probabilidad se pueden calcular momentos de diverso orden, aunque son los momentos de primero y segundo orden los más utilizados.

En un proceso estocástico al que se designará, para simplificar la notación, por  $Y(t)$ , la media de primer orden se define como:

$$\mu_t = E[Y(t)]$$

La dependencia de  $t$  señala que la media será en general distinta para cada periodo de tiempo.

Como momentos de segundo orden respecto a la media es preciso considerar, además de la varianza, las covarianzas entre variables referidas a distintos momentos de tiempo o *autocovarianzas* a las que se designarán por

$$\Gamma_{t,s} = \text{cov}[Y(t), Y(s)] = E(Y(t) - \mu_t)(Y(s) - \mu_s)$$

Cuando  $s = t$  se tiene definida la varianza:

$$\Gamma_{t,t} = \text{var}[Y(t)] = E(Y(t) - \mu_t)^2$$

Como forma alternativa de caracterización de un proceso estocástico se utilizan los coeficientes de correlación.

$$r_{t,s} = \frac{\text{cov}[Y(t),Y(s)]}{\sqrt{\text{var}[Y(t)].\text{var}[Y(s)]}}$$

Las autocorrelaciones conjuntamente con las varianzas proporcionan idéntica información que las autocovarianzas. Sin embargo, es preferible utilizar las autocorrelaciones ya que estas proporcionan unas medidas relativas a diferencia de lo que ocurre con las autocovarianzas, que vienen afectadas por la escala que se utiliza.

En el contexto de los procesos estocásticos podemos considerar las series temporales. Aunque en una serie temporal se dispone de una observación para cada periodo de tiempo, no se obtiene en general de forma determinista como sería el caso de una función exacta del tiempo. Una serie temporal en general tendrá un carácter aleatorio, y se puede interpretar como una muestra de tamaño 1 tomada en periodos sucesivos de tiempo en un proceso

estocástico. En este sentido, a una serie temporal se la considera como una *realización* de un proceso estocástico.

Por otro lado, y a diferencia del muestreo aleatorio simple donde cada extracción es independiente de las demás, en una serie temporal el dato extraído para un periodo concreto no será, en general, independiente de los datos extraídos para periodos anteriores.

Considerando de nuevo los procesos estocásticos en su conjunto, que incluirán a las series temporales, es importante resaltar que, para poder efectuar inferencias sobre los mismos a partir de una sola realización, se han de imponer restricciones a dichos procesos. Las restricciones impuestas habitualmente son que sean estacionarios y ergódicos.

## **A.2. Procesos estacionarios y ergódicos.**

Para definir la *estacionariedad* de un proceso se puede utilizar, tal y como se hizo anteriormente para su caracterización, bien las funciones de distribución o alternativamente los momentos.

Se dice que un proceso estocástico es *estacionario en sentido estricto* cuando al realizar un mismo

desplazamiento en el tiempo de todas las variables de cualquier distribución conjunta finita, resulta que esta distribución no varía.

Considerando la función de distribución conjunta

$$F[Y(t_1), Y(t_2), \dots, Y(t_k)]$$

si se adopta el supuesto de que todos los elementos de la anterior distribución se desplazan  $m$  periodos, la nueva función de distribución conjunta será:

$$F[Y(t_1+m), Y(t_2+m), \dots, Y(t_k+m)]$$

Si el proceso es estacionario en sentido estricto, se deberá verificar que

$$F[Y(t_1), Y(t_2), \dots, Y(t_k)] = F[Y(t_1+m), Y(t_2+m), \dots, Y(t_k+m)]$$

e igualmente se deberá obtener un resultado análogo para cualquier otra distribución conjunta que tenga carácter finito.

También en este caso es más complejo el análisis de la estacionariedad a partir de las funciones de distribución que si se efectúa a partir de los momentos.

En contrapartida, el concepto de estacionariedad será mas limitado. Se dice que un proceso es *estacionario de primer orden*, o en media, si se verifica que:

$$E[Y(t)] = \mu \quad \forall t$$

Por tanto, en un proceso estacionario en media, la esperanza matemática, o media teórica, permanece constante a lo largo del tiempo.

Se dice que un proceso es *estacionario de segundo orden*, *debilmente estacionario* o *estacionario en sentido amplio*, cuando se verifican las dos condiciones siguientes

- 1.- La varianza es finita y permanece constante a lo largo del tiempo, es decir:

$$E[(Y(t) - \mu)^2] = \sigma^2 < \infty \quad \forall t$$

- 2.- La autocovarianza entre dos periodos distintos de tiempo unicamente viene afectada por el lapso de tiempo transcurrido entre esos dos periodos. Asi:

$$E[(Y(t+k) - \mu)(Y(t) - \mu)] = \Gamma_k \quad \forall t$$

que sería una autocovarianza de orden  $k$ , por ser este el lapso de tiempo que separa a  $Y(t)$  de  $Y(t+k)$ . Su valor,  $\Gamma_k$  es independiente de cual sea el periodo  $t$  que se considere. Como puede verse, la varianza del proceso es simplemente la autocovarianza de orden cero.

Al definir un proceso estacionario en sentido amplio, se tiene en cuenta implícitamente que el proceso es también estacionario en media, dada la dependencia de la media que tienen tanto las varianzas como las autocovarianzas.

Si un proceso es estacionario en sentido estricto, también será estacionario en sentido amplio, pero no ocurrirá necesariamente el caso recíproco, pues el proceso puede ser no estacionario para momentos superiores al segundo.

En un proceso estacionario las autocorrelaciones quedan definidas de la forma:

$$r_k = \frac{\Gamma_k}{\Gamma_0} \quad k \geq 0$$

Cuando el proceso es estacionario, en principio pueden estimarse los parámetros  $\mu$ ,  $\Gamma_0$ ,  $\Gamma_1$ ,  $\Gamma_2$ , .... , a partir de una sola realización. Disponiendo de la muestra  $Y_1, Y_2, \dots, Y_T$ , se pueden utilizar los siguientes estimadores

$$\mu = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^{i=T} Y(t)$$

$$\Gamma_0 = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^{i=T} (Y(t) - \mu)^2$$

$$\Gamma_k = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^{i=T} (Y(t+k) - \mu)(Y(t) - \mu)$$

Naturalmente, al crecer  $k$  se dispone de menos observaciones en el cálculo de  $\Gamma_k$ . Así, para  $\Gamma_{T-1}$  solamente se dispondría de una observación.

Un proceso estacionario se denomina *ergódico* si, además de ser estacionarias todas las características estadísticas de conjunto con respecto a un desplazamiento en el tiempo, las características estadísticas tomadas a lo largo de una muestra cualquiera coinciden con las del conjunto. En términos prácticos, cada una de las

funciones muestra será completamente representativa del conjunto que constituye el proceso aleatorio.

Notese que si un proceso es ergódico debe ser también estacionario, puesto que una característica tomada en una sola muestra se extenderá, en teoría, desde  $t = -\infty$  hasta  $t = \infty$  y, por consiguiente, será independiente del tiempo. Si las características de una muestra y del conjunto son iguales, las del conjunto serán independientes del tiempo absoluto, de forma que el proceso tendrá que ser estacionario.

### A.3. Autocorrelación y autorregresión

En el presente trabajo, los procesos analizados son estacionarios y ergódicos, estando además incluidos en un categoría suplementaria, la de los procesos lineales, que son aquellos que se pueden representar como combinación lineal de variables aleatorias. Los que aparecen a lo largo del trabajo son de dos tipos fundamentales: procesos puramente aleatorios y procesos autorregresivos.

El proceso puramente aleatorio es el mas simple de todos. Puede expresarse como:

$$Y(t) = v(t)$$

donde  $v(t)$  satisface las siguientes propiedades:

$$\begin{aligned} E[v(t)] &= 0 & \forall t \\ E[v(t)^2] &= \sigma^2 & \forall t \\ E[v(t)v(t')] &= 0 & t \neq t' \end{aligned}$$

es decir, tanto su media como su varianza son constantes a lo largo del tiempo, y no existe relación entre valores referidos a momentos distintos del tiempo.

A los procesos puramente aleatorios, se les suele denominar *ruidos blancos* (white noises), y son parte esencial en el tratamiento de las series temporales.

Los procesos autorregresivos por contra se caracterizan porque sí existe relación entre los valores de la variable en distintos periodos temporales, es decir, el valor de  $Y(t)$  se obtiene mediante regresión sobre valores temporales desfasados de la propia variable. Los procesos autorregresivos fueron introducidos por primera vez por Yule (1927).

La medida de la mayor o menor autorregresividad de un proceso suele hacerse a través de la función de autocorrelación, que se define como:

$$R = E[Y(t)Y(t+k)]$$

Supuesto que el proceso sea estacionario, el valor de R será independiente del tiempo absoluto t y dependerá exclusivamente del parámetro k, por lo que se puede poner:

$$E[Y(t)Y(t+k)] = f(k) = R_Y(k)$$

Desde el punto de vista práctico, y como ya se ha comentado anteriormente, es más sencillo actuar sobre valores normalizados de las funciones estadísticas, por lo que se suele definir una función de auto correlación más simple a partir de los coeficientes de autocorrelación de la variable, es decir, si

$$r_k = \frac{\Gamma_k}{\Gamma_0}$$

se establece una función FAC(k), cuyos valores vienen dados por los correspondientes de los coeficientes de autocorrelación.

La forma de esta función establece si existe o no alguna autorregresividad en la distribución. En efecto, si se verificase que

$$\begin{aligned} \text{FAC}(k) &= 1 && \text{para } k=0 \\ \text{FAC}(k) &= 0 && \text{para } k \neq 0 \end{aligned}$$

correspondería a un ruido blanco

Por contra si

$$\begin{aligned} \text{FAC}(k) &= 1 && \text{para } k=0 \\ \text{FAC}(k) &< 0 && \text{para } k \neq 0 \end{aligned}$$

se detectaría una regresividad de mayor o menor grado en la distribución.

Todavía más, si la FAC decayese menos rápidamente que una función exponencial la señal no sería estacionaria o no sería ergódica, lo cual establece un control a posteriori de las hipótesis de partida, que puede ser aplicado perfectamente a las señales objeto de esta memoria.

## APENDICE B Modelos autorregresivos

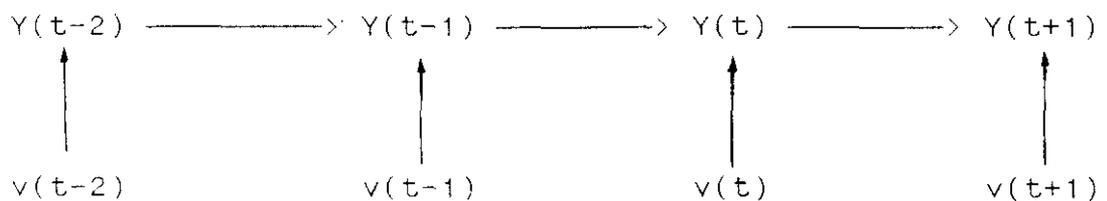
Un modelo autorregresivo de orden  $p$  ó, abreviadamente, un modelo  $AR(p)$ , se define de la forma

$$Y(t) = a_1.Y(t-1) + a_2.Y(t-2) + \dots + a_p.Y(t-p) + v(t)$$

siendo  $v(t)$  un ruido blanco.

La expresion anterior especifica que los valores de la variable dada se construyen a partir de los valores que la misma ha tomado en los  $p$  momentos anteriores, mientras que el  $v(t)$  se refiere siempre al momento actual.

Mediante un diagrama de flechas (Uriel 1985) se puede ver como se relacionan las variables del proceso  $Y(t)$  y el ruido blanco  $v(t)$ .



Cada variable ruido blanco influye, pues, sobre los valores de  $Y$  correspondientes al mismo periodo, o a periodos posteriores, pero nunca ejerce influencia sobre los valores de  $Y$  correspondientes a periodos anteriores. Una consecuencia importante es:

$$E[v(t)Y(t-k)] = 0 \quad k > 0$$

A continuación se van a analizar de forma sintética las características de los modelos AR(1) y AR(2), generalizándose posteriormente los resultados a un modelo AR(p).

### B.1. Modelo AR(1)

Un modelo AR(1) vendrá dado por

$$Y(t) = a_1 \cdot Y(t-1) + v(t) \quad [B-1]$$

Si multiplicamos ambos miembros de [B-1] por  $Y(t-k)$  y tomamos esperanzas se verificará:

$$\Gamma_k = E[Y(t)Y(t-k)] = a_1 \cdot E[Y(t-1)Y(t-k)] + E[v(t)Y(t-k)]$$

de acuerdo con lo expresado a partir del diagrama de flechas, será:

$$\Gamma_k = a_1 \cdot \Gamma_{k-1} \quad k > 0 \quad [B-2]$$

La ecuación [B-2] es una ecuación en diferencias homogénea de primer orden, que podemos transformar dividiendo por  $\Gamma_0$  en

$$r_k = \frac{\Gamma_k}{\Gamma_0} = a_1 \cdot r_{k-1} \quad k > 0 \quad [B-3]$$

La solución de [B-3] será:

$$r_k = a_1^k \cdot r_0 = a_1^k \quad [B-4]$$

En las autocovarianzas la condición inicial viene determinada por el valor de la varianza, en cambio, en las autocorrelaciones, como son medidas relativas, la condición inicial es siempre  $r_1=0$ .

## B.2. Modelo AR(2)

Un modelo AR(2) vendrá dado por:

$$Y(t) = a_1 \cdot Y(t-1) + a_2 \cdot Y(t-2) + v(t)$$

Multiplicando en ambos miembros de la igualdad por  $Y(t-k)$  y tomando esperanzas es:

$$E[Y(t)Y(t-k)] = a_1 \cdot E[Y(t-1)Y(t-k)] + a_2 \cdot E[Y(t-2)Y(t-k)] + E[v(t)Y(t-k)]$$

si se tiene en cuenta que:

$$E[v(t)Y(t)] = E[v(t)(a_1 Y(t-1) + a_2 Y(t-2) + v(t))] = \sigma^2(v(t))$$

para  $k = 0$  se obtiene

$$\Gamma_0 = a_1 \cdot \Gamma_1 + a_2 \cdot \Gamma_2 + \sigma^2(v(t))$$

Para valores de  $k > 0$  se convierte en

$$\Gamma_k = a_1 \cdot \Gamma_1 + a_2 \cdot \Gamma_2 \quad [B-5]$$

Si ahora dividimos en ambos miembros por  $\Gamma_0$ , tenemos la ecuación en diferencias correspondiente a las autocorrelaciones.

$$r_k = a_1 \cdot r_{k-1} + a_2 \cdot r_{k-2}$$

Para resolver esta ecuación partimos de unas condiciones iniciales:

$$r_0 = 1 \quad r_1 = \frac{a_1}{1 - r_2}$$

Resolviendo el sistema resultante de la ecuación se puede determinar el valor de  $r_k$  para cualquier valor de  $k > 0$ . Ahora bien, es muy usual plantear el problema inverso, es decir, determinar  $a_1$  y  $a_2$  a partir de los valores de  $r_k$ . En este caso, haciendo  $k=1$  y  $k=2$  en [B-5] se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones:

$$r_1 = a_1 + a_2 \cdot r_1$$

$$r_2 = a_1 \cdot r_1 + a_2$$

Este sistema se conoce como ecuaciones de Yule-Walker, y resolviendolo para  $a_1$  y  $a_2$  es:

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & r_1 \\ r_1 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \end{bmatrix}$$

de donde podemos definir los coeficientes que determinan el modelo.

### B.3. Modelo AR(p)

Un modelo AR(p) será por lo tanto de la forma:

$$Y(t) = a_1 \cdot Y(t-1) + a_2 \cdot Y(t-2) + \dots + a_p \cdot Y(t-p) + v(t)$$

Operando como se ha descrito anteriormente, es decir, multiplicando por  $Y(t-k)$  y tomando esperanzas se llega a:

$$\Gamma_k = a_1 \Gamma_{k-1} + a_2 \Gamma_{k-2} + \dots + a_p \Gamma_{k-p} + E[v(t)Y(t-k)]$$

para  $k=0$  es

$$\Gamma_0 = a_1 \Gamma_{k-1} + a_2 \Gamma_{k-2} + \dots + a_p \Gamma_{k-p} + \sigma^2(v(t))$$

y para valores de  $k > 0$  se tiene

$$\Gamma_k = a_1 \Gamma_{k-1} + a_2 \Gamma_{k-2} + \dots + a_p \Gamma_{k-p}$$

Al igual que se veía antes, si se divide por  $\Gamma_0$ , se obtiene la ecuación en diferencias de orden  $p$  referida a las autocorrelaciones.

$$r_k = a_1 r_{k-1} + a_2 r_{k-2} + \dots + a_p r_{k-p}$$

Tomando  $r_0, r_1, \dots, r_{p-1}$  como condiciones iniciales determinadas a partir de los coeficientes  $a_1, a_2, \dots, a_p$ , la solución de la ecuación anterior permite calcular los valores de  $r_k$  para  $k \geq 0$ .

Particularizando para  $k=1, 2, \dots, p$  se obtiene el sistema de ecuaciones de Yule-Walker

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ a_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & r_1 & \dots & r_{p-1} \\ r_1 & 1 & \dots & r_{p-2} \\ & & & \\ & & & \\ r_{p-1} & r_{p-2} & \dots & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ r_p \end{bmatrix}$$

Que como ya se ha comentado definen completamente el modelo construido a partir de la señal.

Es interesante comentar aquí que la solución del sistema anterior pasa por el tratamiento de la matriz del sistema, que es una matriz de Toeplitz (tridiagonal y cuasisingular), lo cual implica una dificultad añadida al cálculo de la solución del sistema.

## APENDICE C Modelos S.I.S.O.

Los modelos Single Input Single Output (S.I.S.O.) plantean una aproximación al estudio de los sistemas dinámicos por series temporales radicalmente distinto al establecido por los modelos AR.

Si bien un modelo S.I.S.O. se basa también en la capacidad de reproducción de una señal a partir de los históricos anteriores de la misma, en ellos la excitación del sistema no la produce un simple ruido blanco como en los AR, sino que lo hace una señal de entrada específica y bien caracterizada.

En la práctica esto significa que, si es  $Y(t)$  la salida y  $X(t)$  la entrada, se verificará:

$$Y(t) = \sum_{i=1}^{i=p} a(i).Y(t-i) + \sum_{j=1}^{j=q} b(j).X(t-j)$$

por lo tanto, la resolución del modelo implicará el cálculo de los valores de los coeficientes  $a(i)$  y  $b(j)$  para cada par de valores  $(p,q)$ , que determinan el orden del modelo.

---

La entrada se retrasa habitualmente un mínimo de un paso con respecto de la salida, por el principio de la causalidad y la imposibilidad de la transmisión instantánea.

No existen en principio restricciones en la relación entre  $p$  y  $q$ , pero parece razonable que  $p$  sea mayor ó igual que  $q$ , debido a que la operación sobre  $X(t)$  e  $Y(t)$  la establece el propio sistema y no cabe esperar acciones electivas sobre la entrada en un caso lineal, como es el de este tipo de modelos.

El cálculo de los coeficientes se realiza utilizando un mecanismo de regresión por mínimos cuadrados clásico, sin ninguna relación con las ecuaciones de Yule-Walker utilizadas en los modelos AR.

Con el fin de construir el algoritmo de resolución, se retrasa  $p$  lugares la ecuación básica, y se plantean tantas ecuaciones como puntos medidos hay disponibles en el registro. No se debe olvidar que, a mayor abundancia de puntos mejor se compensan los ruidos aleatorios y más correcta es la regresión. Las relaciones entrada-salida desplazadas quedan:

$$Y_p = a_1 \cdot Y_{p-1} + \dots + a_p \cdot Y_0 + b_1 \cdot X_{p-1} + \dots + b_q \cdot X_{p-q}$$

$$Y_{p-1} = a_1 \cdot Y_p + \dots + a_p \cdot Y_1 + b_1 \cdot X_p + \dots + b_q \cdot X_{p-q-1}$$

.....  
 .....

$$Y_{n-1} = a_1 \cdot Y_{n-2} + \dots + a_p \cdot Y_{n-p-1} + b_1 \cdot X_{n-2} + \dots + b_q \cdot X_{n-q-1}$$

Se dispone de n-p ecuaciones, y con ellas siempre que n-p > p+q es posible determinar los p+q valores de las incógnitas del modelo. La estructura matricial es:

$$A_{p+q, 1} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_p \\ b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_q \end{bmatrix}$$

$$B_{n-p-1, p+q} = \begin{bmatrix} Y_{p-1} & Y_{p-2} & \dots & Y_0 & : & X_{p-1} & X_{p-2} & \dots & X_{p-q} \\ Y_p & Y_{p-1} & \dots & Y_1 & : & X_p & X_{p-1} & \dots & X_{p-q-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & & \dots & \dots & \dots & \dots \\ Y_{n-2} & Y_{n-3} & \dots & Y_{n-p-1} & : & X_{n-2} & X_{n-3} & \dots & X_{n-q-1} \end{bmatrix}$$

$$NY_{n-p, 1} = \begin{bmatrix} Y_p \\ Y_{p+1} \\ \dots \\ \dots \\ Y_{n-1} \end{bmatrix}$$

La resolución se efectúa utilizando un algoritmo R.M.C. clásico, de forma que quedan perfectamente determinados los coeficientes del modelo.

Como se comentaba al comienzo del apéndice, en los modelos S.I.S.O. la excitación del sistema no la produce un ruido blanco, sino una señal de entrada. Esto no quiere decir que en los mismos no se contemple la aparición de ruidos mas o menos aleatorios en el proceso de modelización.

Al construir un modelo S.I,S.O., es claro que la señal producida por el mismo no será idéntica a la señal empírica de salida. Ahora bien, la diferencia existente entre ellas debe ser suficientemente aleatoria como para poder ser considerada despreciable, lo más próxima posible a un ruido blanco.

Así pues, si se denomina  $S(t)$  a la señal modelizada será:

$$Y(t) - S(t) = v(t)$$

donde  $v(t)$  es un ruido blanco, que realmente definirá el error cometido al modelizar. Esta estructura proporciona un criterio para medir la bondad de la aproximación de la

señal generada por el modelo, analizando simplemente cuando "blanco" es el ruido asociado al mismo.

## APENDICE D

### Tablas de valores

En las páginas siguientes aparecen las tablas fundamentales para la elaboración de los distintos modelos. Están agrupadas en seis bloques:

- Tablas básicas
- Modelos AR de la TGT
- Modelos AR de la TLL
- Modelos SISO de las temperaturas
- Modelos SISO de las profundidades de reblandecimiento
- Modelos SISO de las profundidades de fusión

El primero contiene las tablas de datos iniciales de la TGT, la TAE y la TLL, así como las substracciones de tendencia de esta última. También se encuentran en este apartado las tablas correspondientes a las profundidades medias de fusión y reblandecimiento obtenidas con el modelo físico-químico del horno.

Los demás están compuestos por algunas tablas ejemplo de los modelos correspondientes y de los residuos producidos por los mismos.

Conviene tener en cuenta que las tablas de los modelos están construidas sobre las señales reducidas a media cero, con la cual los valores son de rango distinto del de las tablas originales de las temperaturas.

Las medidas están expresadas para las temperaturas y sus residuos en grados centígrados, que es la forma habitual en la industria, y en metros para las profundidades de las isoterms.

FICHEROS BASICOS

## TEMPERATURA ADIABATICA DE LLAMA

2316	2318	2317	2315	2317	2314	2317	2316	2315	2315
2318	2318	2325	2318	2317	2316	2316	2314	2315	2317
2318	2316	2317	2325	2324	2316	2317	2318	2326	2317
2318	2319	2318	2325	2332	2339	2340	2338	2339	2338
2339	2340	2341	2338	2337	2339	2329	2340	2341	2339
2340	2347	2354	2361	2368	2362	2361	2361	2369	2362
2361	2360	2362	2361	2360	2360	2361	2362	2362	2361
2360	2361	2361	2361	2368	2369	2362	2362	2368	2369
2362	2361	2361	2367	2369	2362	2361	2361	2368	2369
2362	2361	2362	2360	2361	2360	2368	2369	2361	2361
2369	2370	2362	2361	2360	2360	2361	2360	2369	2368
2361	2361	2362	2363	2362	2360	2369	2368	2362	2361
2361	2362	2362	2361	2362	2369	2370	2368	2369	2368
2369	2368	2368	2362	2361	2369	2369	2368	2368	2369
2361	2354	2347	2345	2352	2360	2362	2368	2369	2362
2361	2362	2368	2369	2369	2368	2369	2362	2361	2361
2369	2369	2362	2362	2361	2362	2361	2368	2369	2369
2390	2394	2397	2398	2399	2399	2400	2398	2398	2400
2400	2399	2398	2399	2399	2399	2400	2399	2400	2399
2399	2408	2407	2400	2398	2398	2398	2400	2401	2398
2398	2398	2399	2400	2400	2399	2399	2398	2398	2399
2400	2401	2410	2409	2407	2400	2408	2407	2400	2399
2400	2407	2408	2400	2407	<u>2408</u>	2409	2409	2408	2408
2408	2407	2408	2400	2409	2408	2408	2407	2408	2408

## TEMPERATURA DE GAS EN TRAGANTE

124	114	148	131	113	112	111	113	117	138
145	212	318	267	224	182	146	127	113	102
93	92	104	115	129	137	152	180	316	284
240	192	148	137	126	117	103	91	161	205
157	146	133	188	268	323	336	292	256	232
285	214	148	123	117	102	92	82	75	72
73	72	71	68	79	82	87	92	101	116
118	106	118	127	138	154	171	172	171	151
140	115	128	140	146	155	162	193	199	193
178	166	173	175	162	150	134	144	148	143
127	116	133	151	173	172	177	190	183	173
182	193	204	235	268	225	190	166	146	127
99	96	225	240	363	261	202	165	156	144
136	119	113	122	143	129	114	99	87	141
185	201	134	184	288	290	273	194	152	141
134	130	124	122	119	118	109	96	88	85
90	97	107	129	141	152	167	197	191	159
142	125	108	128	160	129	109	92	81	92
103	110	116	124	131	134	147	197	174	140
137	137	137	153	158	157	144	135	122	140
145	150	154	160	134	114	98	128	141	148
150	163	188	200	237	176	138	117	147	203
214	260	196	143	118	104	98	93	86	113
147	195	239	255	249	213	147	135	120	123

## TEMPERATURA DE ARRABIO Y ESCORIA

1506	1503	1503	1500	1508	1511	1501	1514	1505	1503
1512	1515	1502	1513	1509	1513	1500	1508	1515	1500
1501	1514	1504	1515	1501	1501	1501	1501	1499	1499
1501	1499	1499	1499	1499	1501	1501	1499	1499	1501
1499	1499	1501	1501	1499	1499	1499	1499	1502	1502
1500	1500	1502	1500	1500	1502	1500	1500	1502	1502
1500	1500	1502	1502	1500	1502	1500	1500	1502	1502
1500	1502	1501	1503	1503	1503	1501	1503	1501	1501
1501	1501	1501	1503	1503	1501	1501	1501	1503	1503
1501	1501	1501	1503	1503	1503	1509	1510	1503	1502
1510	1508	1508	1505	1507	1505	1509	1509	1503	1503
1504	1503	1510	1502	1503	1508	1503	1510	1505	1507
1500	1509	1508	1509	1503	1507	1507	1503	1504	1501
1508	1509	1503	1500	1508	1510	1510	1504	1510	1501
1510	1507	1503	1509	1496	1494	1499	1499	1501	1501
1499	1496	1495	1494	1501	1499	1499	1494	1494	1495
1493	1495	1501	1496	1494	1501	1493	1495	1503	1500
1500	1501	1494	1502	1497	1503	1497	1502	1499	1494
1502	1497	1495	1500	1501	1496	1500	1494	1502	1495
1503	1493	1495	1491	1487	1498	1500	1499	1488	1489
1493	1487	1492	1499	1497	1491	1491	1492	1498	1490
1496	1492	1496	1489	1487	1502	1483	1483	1483	1483
1486	1486	1486	1486	1484	1484	1487	1487	1484	1486
1486	1486	1484	1483	1483	1487	1483	1486	1484	1484

## VALORES DE LA SEÑAL GENERADA POR EL POLINOMIO DE APROXIMACION

2326	2324	2322	2320	2318	2317	2316	2315	2314	2313
2313	2312	2312	2312	2312	2312	2312	2313	2313	2314
2314	2315	2316	2317	2318	2319	2320	2321	2322	2323
2324	2326	2327	2328	2330	2331	2332	2333	2335	2336
2338	2339	2340	2341	2343	2344	2345	2346	2348	2349
2350	2351	2352	2353	2354	2355	2356	2357	2358	2359
2360	2360	2361	2362	2363	2363	2364	2364	2365	2365
2366	2366	2366	2367	2367	2367	2367	2367	2367	2368
2368	2368	2368	2368	2367	2367	2367	2367	2367	2367
2366	2366	2366	2366	2365	2365	2365	2365	2364	2364
2364	2363	2363	2363	2362	2362	2362	2361	2361	2361
2360	2360	2360	2360	2359	2359	2359	2359	2359	2358
2358	2358	2358	2358	2358	2358	2358	2358	2358	2358
2358	2358	2359	2359	2359	2359	2360	2360	2360	2361
2361	2362	2362	2363	2363	2364	2364	2365	2365	2366
2367	2367	2368	2369	2370	2371	2371	2372	2373	2374
2375	2376	2377	2377	2378	2379	2380	2381	2382	2383
2384	2385	2386	2387	2387	2388	2389	2390	2391	2392
2393	2393	2394	2395	2396	2396	2397	2398	2398	2399
2399	2400	2400	2401	2401	2401	2402	2402	2402	2403
2403	2403	2403	2403	2403	2403	2403	2403	2403	2403
2403	2403	2403	2403	2403	2403	2402	2402	2402	2402
2402	2402	2402	2402	2402	2402	2402	2403	2403	2404
2404	2405	2406	2407	2408	2409	2411	2412	2414	2416

## DIFERENCIA ENTRE LA TLL Y EL POLINOMIO DE APROXIMACION

-10	-6	-5	-5	-1	-3	1	1	1	2
5	6	13	6	5	4	4	1	2	3
4	1	1	8	6	-3	-3	-3	4	-6
-6	-7	-9	-3	2	8	8	5	4	2
1	1	1	-3	-6	-5	-16	-6	-7	-10
-10	-4	2	8	14	7	5	4	11	3
1	0	1	-1	-3	-3	-3	-2	-3	-4
-6	-5	-5	-6	1	2	-5	-5	1	1
-6	-7	-7	-1	2	-5	-6	-6	1	2
-4	-5	-4	-6	-4	-5	3	4	-3	-3
5	7	-1	-2	-2	-2	-1	-1	8	7
1	1	2	3	3	1	10	9	3	3
3	4	4	3	4	11	12	10	11	10
11	10	9	3	2	10	9	8	8	8
0	-8	-15	-18	-11	-4	-2	3	4	-4
-6	-5	0	0	-1	-3	-2	-10	-12	-13
-6	-7	-15	-15	-17	-17	-19	-13	-13	-14
6	9	11	11	12	11	11	8	7	8
7	6	4	4	3	3	3	1	2	0
0	8	7	-1	-3	-3	-4	-2	-1	-5
-5	-5	-4	-3	-3	-4	-4	-5	-5	-4
-3	-2	7	6	4	-3	6	5	-2	-3
-2	5	6	-2	5	6	7	6	5	4
4	2	2	-7	1	-1	-3	-5	-6	-8

## PROFUNDIDAD DE REBLANDECIMIENTO

21.0	21.0	20.9	21.0	21.0	21.0	21.1	20.9	21.0	21.0
20.9	20.7	20.7	20.7	20.8	20.8	21.0	20.9	20.9	21.1
21.2	21.0	21.1	20.9	21.0	21.0	20.9	20.9	20.8	20.8
20.8	20.9	21.0	21.0	21.0	21.1	21.1	21.2	21.0	20.9
21.0	21.0	21.0	20.9	20.8	20.8	20.8	20.8	20.8	20.8
20.8	20.9	21.0	21.1	21.1	21.1	21.2	21.3	21.3	21.3
21.3	21.3	21.3	21.4	21.3	21.3	21.2	21.2	21.1	21.1
21.1	21.1	21.1	21.0	21.0	21.0	20.9	20.9	21.0	21.0
21.0	21.1	21.1	21.0	21.0	21.0	21.0	20.9	20.9	20.9
20.9	21.0	20.9	20.9	20.9	21.0	21.0	20.9	21.0	21.0
21.0	21.0	21.0	21.0	20.9	20.9	20.9	20.8	20.9	20.9
20.9	20.9	20.8	20.8	20.8	20.8	20.9	20.9	21.0	21.0
21.2	21.1	20.8	20.8	20.7	20.8	20.9	20.9	21.0	21.0
21.0	21.0	21.1	21.1	20.9	21.0	21.0	21.1	21.2	21.0
20.8	20.8	21.0	20.8	20.8	20.9	20.8	20.9	21.0	21.0
21.0	21.1	21.1	21.1	21.1	21.1	21.1	21.2	21.3	21.3
21.3	21.2	21.1	21.1	21.1	21.0	21.0	21.0	20.9	21.0
21.0	21.1	21.2	21.1	21.0	21.1	21.2	21.2	21.3	21.3
21.2	21.2	21.2	21.1	21.1	21.1	21.0	21.0	21.0	21.1
21.0	21.1	21.1	21.1	21.1	21.0	21.0	21.1	21.2	21.2
21.1	21.1	21.1	21.0	21.1	21.2	21.3	21.2	21.1	21.1
21.1	21.1	21.0	21.1	21.0	21.0	21.2	21.3	21.2	21.1
21.1	21.0	21.1	21.2	21.3	21.3	21.3	21.3	21.4	21.3
21.2	21.1	21.1	21.0	21.1	21.1	21.2	21.2	21.3	21.3

## PROFUNDIDAD DE FUSION

22.6	22.6	22.5	22.6	22.6	22.5	22.6	22.5	22.6	22.6
22.5	22.4	22.4	22.4	22.4	22.4	22.6	22.5	22.5	22.7
22.7	22.6	22.6	22.5	22.6	22.6	22.6	22.5	22.5	22.5
22.5	22.5	22.6	22.6	22.6	22.6	22.7	22.7	22.6	22.5
22.6	22.6	22.6	22.5	22.5	22.5	22.5	22.5	22.5	22.5
22.5	22.5	22.6	22.6	22.6	22.7	22.7	22.7	22.8	22.8
22.8	22.8	22.8	22.8	22.7	22.7	22.7	22.7	22.7	22.6
22.6	22.6	22.6	22.6	22.6	22.6	22.6	22.5	22.6	22.6
22.6	22.6	22.6	22.6	22.6	22.6	22.6	22.5	22.5	22.5
22.5	22.6	22.6	22.5	22.5	22.6	22.5	22.5	22.6	22.6
22.5	22.6	22.5	22.5	22.5	22.5	22.5	22.5	22.5	22.5
22.5	22.5	22.5	22.5	22.5	22.5	22.5	22.5	22.6	22.6
22.7	22.6	22.5	22.4	22.4	22.4	22.5	22.5	22.6	22.6
22.5	22.6	22.6	22.6	22.5	22.5	22.6	22.7	22.6	22.6
22.5	22.5	22.6	22.5	22.5	22.5	22.5	22.6	22.6	22.6
22.6	22.7	22.7	22.7	22.6	22.7	22.7	22.7	22.8	22.8
22.8	22.7	22.7	22.7	22.7	22.6	22.6	22.6	22.5	22.6
22.6	22.6	22.7	22.6	22.6	22.6	22.7	22.7	22.8	22.8
22.7	22.7	22.7	22.6	22.6	22.7	22.6	22.6	22.6	22.7
22.6	22.7	22.7	22.7	22.7	22.6	22.6	22.6	22.7	22.7
22.7	22.7	22.7	22.6	22.7	22.7	22.8	22.7	22.6	22.7
22.6	22.7	22.6	22.7	22.6	22.6	22.8	22.8	22.8	22.7
22.7	22.6	22.7	22.7	22.8	22.8	22.8	22.8	22.9	22.8
22.7	22.7	22.7	22.7	22.7	22.7	22.8	22.7	22.8	22.8

## ESPESORES DE LA ZONA COHESIVA

1.6	1.6	1.6	1.6	1.6	1.5	1.5	1.6	1.6	1.6
1.6	1.7	1.7	1.7	1.6	1.6	1.6	1.6	1.6	1.6
1.5	1.6	1.5	1.6	1.6	1.6	1.7	1.6	1.7	1.7
1.7	1.6	1.6	1.6	1.6	1.5	1.6	1.5	1.6	1.6
1.6	1.6	1.6	1.6	1.7	1.7	1.7	1.7	1.7	1.7
1.7	1.6	1.6	1.5	1.5	1.6	1.5	1.4	1.5	1.5
1.5	1.5	1.5	1.4	1.4	1.4	1.5	1.5	1.6	1.5
1.5	1.5	1.5	1.6	1.6	1.6	1.7	1.6	1.6	1.6
1.6	1.5	1.5	1.6	1.6	1.6	1.6	1.6	1.6	1.6
1.6	1.6	1.7	1.6	1.6	1.6	1.5	1.6	1.6	1.6
1.5	1.6	1.5	1.5	1.6	1.6	1.6	1.7	1.6	1.6
1.6	1.6	1.7	1.7	1.7	1.7	1.6	1.6	1.6	1.6
1.5	1.5	1.7	1.6	1.7	1.6	1.6	1.6	1.6	1.6
1.5	1.6	1.5	1.5	1.6	1.5	1.6	1.6	1.4	1.6
1.7	1.7	1.6	1.7	1.7	1.6	1.7	1.7	1.6	1.6
1.6	1.6	1.6	1.6	1.5	1.6	1.6	1.5	1.5	1.5
1.5	1.5	1.6	1.6	1.6	1.6	1.6	1.6	1.6	1.6
1.6	1.5	1.5	1.5	1.6	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5
1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.6	1.6	1.6	1.6	1.6
1.6	1.6	1.6	1.6	1.6	1.6	1.6	1.5	1.5	1.5
1.6	1.6	1.6	1.6	1.6	1.5	1.5	1.5	1.5	1.6
1.5	1.6	1.6	1.6	1.6	1.6	1.6	1.5	1.6	1.6
1.6	1.6	1.6	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5
1.5	1.6	1.6	1.7	1.6	1.6	1.6	1.5	1.5	1.5

MODELOS AR DE LA TEMPERATURA  
DE GAS EN TRAGANTE (TGT)

# TGT. AR(5)

## Señal:

-29	-39	-5	-22	-40	-43	-30	-32	-31	-27
-5	-2	67	170	73	27	15	-20	-28	-36
-44	-50	-48	-34	-25	-14	-9	4	31	173
100	35	20	-20	-17	-23	-33	-44	-53	30
62	-18	-15	-14	43	122	150	145	91	64
55	119	28	-40	-28	-29	-46	-53	-58	-64
-64	-62	-63	-64	-67	-54	-53	-51	-45	-37
-23	-26	-42	-24	-15	-9	7	20	15	12
-8	-16	-37	-17	-3	-5	4	10	41	40
26	14	5	18	19	1	-8	-20	-5	-1
-11	-26	-33	-9	6	22	15	18	34	21
10	26	36	42	74	102	41	10	5	-13
-28	-52	-47	101	83	191	65	-5	8	-3
-11	-18	-32	-35	-20	-0	-23	-39	-46	-56
9	45	40	-38	35	152	107	78	8	-21
-9	-18	-21	-25	-25	-27	-28	-37	-50	-53
-54	-47	-41	-32	-11	-4	2	16	45	29
-10	-15	-26	-42	-13	19	-29	-46	-50	-61
-44	-34	-32	-27	-20	-14	-14	-1	52	11
-29	-12	-10	-14	5	7	1	-12	-18	-28
-5	-2	-3	3	7	-23	-40	-47	-10	-2
-5	-1	12	37	41	76	0	-34	-30	4
61	51	94	17	-36	-31	-43	-46	-49	-55
-22	10	48	83	84	71	34	-29	-21	-27

## Residuo:

0	0	0	0	0	2	-12	-8	-5	11
-4	61	98	-56	-3	2	-22	-7	-13	-16
-16	-11	-1	-5	1	-2	8	23	131	-43
-14	3	-25	4	-10	-13	-17	-19	61	22
-58	10	-5	48	72	48	32	-6	11	14
77	-59	-34	10	-9	-23	-15	-19	-20	-18
-16	-20	-19	-21	-7	-17	-14	-11	-7	-0
-12	-21	6	-3	-1	10	11	-1	3	-15
-5	-23	12	4	-5	7	4	30	5	-0
-1	-2	14	4	-10	-4	-12	11	-1	-10
-15	-11	13	7	13	-3	9	18	-5	-1
19	14	15	39	41	-30	-4	2	-12	-13
-27	-5	118	-14	127	-83	-16	16	-6	-6
-6	-16	-8	3	10	-24	-16	-16	-20	43
23	3	-59	69	100	-15	13	-37	-9	8
-10	-6	-8	-6	-9	-8	-16	-20	-16	-15
-10	-9	-6	8	-1	3	12	27	-7	-23
-2	-13	-19	17	20	-43	-15	-15	-22	-1
-7	-10	-6	-3	-3	-5	7	44	-31	-25
12	-5	-6	14	-0	-3	-11	-7	-13	15
-3	-1	4	4	-27	-16	-15	22	-2	-4
1	11	23	10	43	-54	-15	-2	24	45
0	55	-52	-27	1	-18	-13	-14	-19	15
16	32	37	18	11	-11	-40	11	-13	-4

# TGT. AR(6)

## Señal:

-29	-39	-5	-22	-40	-41	-33	-25	-32	-28
-3	-1	67	171	78	23	18	-6	-38	-43
-50	-55	-49	-34	-24	-14	-8	7	34	175
104	34	16	-2	-25	-31	-40	-50	-54	29
64	-17	-20	-4	50	115	150	140	94	69
57	117	20	-50	-37	-21	-56	-62	-61	-62
-64	-61	-62	-62	-64	-51	-50	-48	-43	-33
-20	-23	-39	-22	-11	-7	6	23	17	14
-6	-14	-37	-17	-5	-5	1	12	43	41
27	13	8	17	17	-2	-11	-20	-5	-2
-12	-29	-32	-8	7	21	14	20	36	24
9	25	37	41	71	102	41	8	5	-9
-35	-58	-50	98	85	186	62	9	1	15
-28	-27	-38	-36	-21	0	-24	-39	-44	-51
8	46	40	-41	40	158	113	64	9	-10
-13	-20	-33	-31	-26	-27	-28	-37	-49	-53
-52	-46	-40	-31	-9	-1	4	18	48	31
-9	-15	-22	-43	-18	18	-30	-50	-47	-54
-47	-34	-32	-27	-16	-11	-12	1	54	14
-29	-12	-2	-17	0	7	2	-12	-16	-27
-5	-3	-3	1	10	-22	-40	-46	-8	-3
-6	-3	17	39	42	75	1	-33	-32	11
52	47	90	20	-31	-34	-35	-55	-55	-57
-23	11	50	83	88	74	37	-26	-22	-28

## Residuo:

0	0	0	0	0	0	-10	-15	-4	12
-5	60	97	-57	-8	6	-25	-21	-3	-9
-10	-7	0	-5	-0	-3	6	20	129	-44
-17	4	-21	-14	-2	-6	-11	-12	61	23
-60	10	-0	39	64	55	33	-1	8	9
75	-56	-25	20	1	-31	-6	-9	-18	-19
-17	-21	-21	-23	-10	-21	-17	-14	-9	-4
-15	-24	4	-5	-5	8	12	-4	1	-16
-7	-24	12	4	-2	7	8	27	3	-1
-2	-1	11	4	-9	-2	-9	10	-1	-8
-14	-9	11	6	13	-2	10	16	-7	-5
20	15	13	41	44	-30	-4	5	-12	-17
-19	0	122	-12	125	-78	-13	2	1	-24
10	-7	-2	4	11	-25	-16	-15	-22	39
24	2	-59	71	95	-22	7	-23	-11	-3
-7	-3	3	-0	-8	-8	-17	-21	-17	-16
-11	-10	-6	7	-3	-0	9	25	-11	-25
-2	-13	-23	17	25	-42	-15	-12	-25	-8
-4	-9	-6	-3	-6	-8	5	42	-33	-28
13	-4	-14	16	5	-3	-11	-7	-15	14
-3	-0	4	6	-30	-17	-16	21	-4	-2
2	13	18	8	41	-53	-17	-3	25	39
3	59	-47	-31	-4	-15	-20	-6	-12	16
16	30	36	19	7	-14	-44	8	-11	-2

MODELOS AR DE LA TEMPERATURA  
ADIABATICA DE LLAMA (TLL)

# TLL. AR(5)

## Señal:

-10	-6	-5	-5	-1	0	-3	1	1	1
2	4	5	11	4	4	4	2	0	2
2	3	0	1	7	4	-3	-1	-3	3
-6	-4	-5	-8	-1	2	7	6	4	4
1	0	1	1	-3	-5	-4	-14	-3	-6
-9	-7	-2	2	7	12	5	5	4	9
1	1	1	0	-1	-3	-2	-3	-2	-3
-3	-5	-4	-4	-5	2	1	-5	-3	2
-0	-6	-4	-5	-1	1	-5	-4	-4	1
1	-4	-3	-3	-6	-3	-4	3	3	-3
-1	5	4	-2	-0	-1	-2	-1	-1	7
5	0	2	2	2	2	1	9	6	1
4	2	3	3	2	3	9	9	8	10
8	9	8	7	2	2	9	6	6	7
6	-1	-7	-12	-15	-8	-3	-2	4	4
-4	-4	-4	-0	-1	-1	-2	-1	-9	-9
-10	-4	-6	-13	-10	-14	-14	-15	-9	-10
-11	8	6	9	11	10	9	9	6	5
6	5	4	3	3	2	2	2	0	2
-0	-0	7	5	-2	-1	-2	-4	-1	-1
-5	-3	-4	-3	-2	-2	-3	-3	-4	-4
-3	-2	-1	7	4	3	-2	6	3	-3
-1	-1	4	4	-3	6	4	5	5	4
3	3	1	2	-7	2	-2	-3	-3	-5

## Residuo:

0	0	0	0	0	-3	4	-0	0	1
3	2	8	-5	1	-0	0	-1	2	1
2	-2	1	7	-1	-7	0	-2	7	-9
0	-3	-4	5	3	6	2	-1	-0	-2
-0	1	0	-4	-3	-0	-12	8	-4	-4
-1	3	4	6	7	-5	0	-1	7	-6
0	-1	0	-1	-2	-0	-1	1	-1	-1
-3	-0	-1	-2	6	0	-6	-0	4	-1
-6	-1	-3	4	3	-6	-1	-2	5	1
-5	-1	-1	-3	2	-2	7	1	-6	0
6	2	-5	-0	-2	-1	1	-0	9	-0
-4	1	-0	1	1	-1	9	-0	-3	2
-1	2	1	-0	2	8	3	1	3	0
3	1	1	-4	0	8	0	2	2	1
-6	-7	-8	-6	4	4	1	5	0	-8
-2	-1	4	0	-0	-2	0	-9	-3	-4
4	-2	-9	-2	-7	-3	-5	2	-4	-4
17	1	5	2	1	1	2	-1	1	3
1	1	-0	1	-0	1	1	-1	2	-2
0	8	-0	-6	-1	-2	-2	2	0	-4
-0	-2	-0	0	-1	-2	-1	-2	-1	-0
-0	0	8	-1	-0	-6	8	-1	-5	0
-1	6	2	-6	3	-0	3	1	-0	0
1	-1	1	-9	8	-3	-1	-2	-3	-3

# TLL. AR(6)

## Señal:

-10	-6	-5	-5	-1	-3	-2	2	1	1
2	5	5	11	4	5	4	3	-0	2
2	3	0	1	7	4	-4	-1	-2	3
-7	-4	-5	-8	-2	2	7	6	5	4
2	0	0	0	-3	-5	-4	-14	-3	-6
-9	-7	-2	2	7	12	5	5	4	9
-0	1	0	1	-2	-3	-2	-2	-2	-3
-3	-5	-4	-4	-5	2	1	-5	-3	2
-0	-6	-4	-5	-1	1	-5	-4	-4	1
1	-4	-3	-2	-6	-3	-4	3	3	-3
-1	6	5	-2	-0	-1	-2	-1	-1	7
5	0	2	2	2	2	1	9	6	1
3	3	2	3	2	3	9	9	7	9
8	8	7	7	1	2	8	6	6	7
7	-1	-7	-12	-15	-9	-4	-2	4	4
-3	-4	-3	-0	-1	-1	-2	-1	-9	-9
-10	-4	-7	-13	-10	-13	-14	-15	-9	-10
-11	8	7	9	11	11	9	9	6	5
6	5	4	3	3	2	2	2	0	2
-0	-0	7	5	-2	-1	-2	-4	-2	-1
-4	-3	-4	-3	-2	-2	-3	-3	-4	-4
-3	-2	-1	7	4	3	-2	7	3	-3
-2	-1	4	4	-3	6	5	5	5	4
3	3	1	1	-7	2	-2	-3	-4	-4

## Residuo:

0	0	0	0	0	0	3	-1	0	1
3	1	8	-5	1	-1	0	-2	2	1
2	-2	1	7	-1	-7	1	-2	6	-9
1	-3	-4	5	4	6	1	-1	-1	-2
-1	1	1	-3	-3	-0	-12	8	-4	-4
-1	3	4	6	7	-5	-0	-1	7	-6
1	-1	1	-2	-1	-0	-1	0	-1	-1
-3	-0	-1	-2	6	0	-6	-0	4	-1
-6	-1	-3	4	3	-6	-1	-2	5	1
-5	-1	-1	-4	2	-2	7	1	-6	0
6	1	-6	0	-2	-1	1	0	9	-0
-4	1	-0	1	1	-1	9	-0	-3	2
-0	1	2	0	2	8	3	1	4	1
3	2	2	-4	1	8	1	2	2	1
-7	-7	-8	-6	4	5	2	5	0	-8
-3	-1	3	0	0	-2	-0	-9	-3	-4
4	-3	-8	-2	-7	-4	-5	2	-4	-4
17	1	4	2	1	-0	2	-1	1	3
1	1	-0	1	-0	1	1	-1	2	-2
0	8	-0	-6	-1	-2	-2	2	1	-4
-1	-2	-0	0	-0	-2	-1	-2	-1	-0
-0	0	8	-1	-0	-6	8	-2	-5	0
-0	6	2	-6	8	-0	2	1	0	-0
1	-1	1	-8	8	-3	-1	-2	-2	-4

MODELOS SISO PARA LAS  
TEMPERATURAS DE GAS EN  
TRAGANTE (TGT) Y ADIABATICA  
DE LLAMA (TLL)

# SISO(6,5) TEMPERATURAS

## Señal:

124	114	148	131	113	112	111	113	117	138
145	151	221	317	227	177	170	154	122	114
104	100	104	118	122	138	147	157	191	329
256	185	166	157	125	115	103	91	92	178
218	136	133	147	205	271	302	303	242	219
215	263	168	98	106	114	92	89	92	92
93	94	91	97	91	105	104	107	111	120
133	131	115	134	143	140	156	178	168	166
150	142	116	141	152	145	157	164	200	196
177	169	160	175	180	154	145	130	145	155
139	123	125	148	159	180	176	175	191	170
159	182	188	199	231	256	195	156	158	148
118	103	111	256	237	340	207	157	155	162
131	130	118	121	139	160	128	117	107	96
163	207	203	125	211	318	261	211	146	132
144	135	127	126	125	123	122	117	112	107
106	108	111	125	142	157	164	173	197	179
141	115	117	97	116	167	121	104	108	101
108	122	123	128	138	144	143	154	209	167
125	144	144	136	158	160	162	150	139	126
152	152	152	158	163	131	115	109	149	154
149	151	169	184	192	227	154	121	127	174
208	207	246	169	124	114	119	105	94	98
133	167	206	237	248	224	191	131	128	129

## Residuo:

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	61	97	-50	-3	5	-24	-27	-9	-12
-11	-8	-0	-3	7	-1	5	23	125	-45
-16	7	-18	-20	1	2	-0	0	69	27
-61	10	0	41	63	52	34	-11	14	13
70	-49	-20	25	11	-12	-0	-7	-17	-20
-20	-22	-20	-29	-12	-23	-17	-15	-10	-4
-15	-25	3	-7	-5	14	15	-6	3	-15
-10	-27	12	-1	-6	10	5	29	-1	-3
1	-3	13	0	-18	-4	-11	14	3	-12
-12	-7	8	3	14	-8	1	15	-8	3
23	11	16	36	37	-31	-5	10	-12	-21
-19	-7	114	-16	126	-79	-5	8	1	-18
5	-11	-5	1	4	-31	-14	-18	-20	45
22	-6	-69	59	77	-28	12	-17	6	9
-10	-5	-3	-4	-6	-5	-13	-21	-24	-22
-16	-11	-4	4	-1	-5	3	24	-6	-20
1	10	-9	31	44	-38	-12	-12	-27	-9
-5	-12	-7	-4	-7	-10	4	43	-35	-27
12	-7	-7	17	0	-3	-18	-15	-17	14
-7	-2	2	2	-29	-17	-17	19	-8	-6
1	12	19	16	45	-51	-16	-4	20	29
6	53	-50	-26	-6	-10	-21	-12	-8	15
14	28	33	18	1	-11	-44	4	-8	-6

# SISO(6,6) TEMPERATURAS

## Señal:

124	114	148	131	113	112	111	113	117	138
145	212	221	318	228	178	170	156	118	113
103	99	103	118	123	138	147	157	193	329
253	186	167	159	120	115	104	91	95	181
220	136	132	148	205	272	303	304	241	218
217	259	172	97	106	115	95	91	94	94
91	94	90	100	88	104	103	107	110	119
133	131	115	133	143	140	156	179	168	168
150	140	116	143	152	142	157	164	202	196
174	169	160	177	180	151	144	130	144	156
138	125	125	146	159	183	176	172	191	170
159	183	187	202	230	253	195	155	159	147
116	105	109	254	237	341	208	157	155	161
133	130	116	121	138	160	126	117	105	96
166	207	202	124	211	315	258	209	146	134
148	134	128	126	122	123	122	119	112	106
105	108	108	125	141	160	164	170	197	179
142	115	120	99	116	176	122	105	108	101
107	122	122	128	139	144	143	154	210	167
125	145	143	137	158	160	165	150	136	125
152	151	153	158	162	131	115	109	149	153
148	151	169	184	193	229	154	124	126	174
205	209	245	166	124	114	120	105	91	101
133	167	207	237	249	224	190	131	124	132

## Residuo:

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	97	-51	-4	4	-24	-29	-5	-11
-10	-7	1	-3	6	-1	5	23	123	-45
-13	6	-19	-22	6	2	-1	0	66	24
-63	10	1	40	63	51	33	-12	15	14
68	-45	-24	26	11	-13	-3	-9	-19	-22
-18	-22	-19	-32	-9	-22	-16	-15	-9	-3
-15	-25	3	-6	-5	14	15	-7	3	-17
-10	-25	12	-3	-6	13	5	29	-3	-3
4	-3	13	-2	-18	-1	-10	14	4	-13
-11	-9	8	5	14	-11	1	18	-8	3
23	10	17	33	38	-28	-5	11	-13	-20
-17	-9	116	-14	126	-80	-6	8	1	-17
3	-11	-3	1	5	-31	-12	-18	-18	45
19	-6	-68	60	77	-25	15	-15	6	7
-14	-4	-4	-4	-3	-5	-13	-23	-24	-21
-15	-11	-1	4	-0	-8	3	27	-6	-20
-0	10	-12	29	44	-47	-13	-13	-27	-9
-4	-12	-6	-4	-8	-10	4	43	-36	-27
12	-8	-6	16	-0	-3	-21	-15	-14	15
-7	-1	1	2	-28	-17	-17	19	-8	-5
2	12	19	16	44	-53	-16	-7	21	29
9	51	-49	-23	-6	-10	-22	-12	-5	12
14	28	32	18	0	-11	-43	4	-4	-9

MODELOS SISO PARA LA  
TEMPERATURA DE GAS EN  
TRAGANTE (TGT) Y PROFUNDIDAD  
DE REBLANDECIMIENTO (ZR)

## SISO(6,5) REBLANDECIMIENTO

### Señal:

124	114	148	131	113	112	111	113	117	138
145	158	227	317	229	178	169	134	122	110
95	101	117	124	129	127	147	162	198	325
258	192	168	143	125	122	115	97	103	190
223	128	131	148	211	262	303	296	254	224
205	263	170	98	113	131	93	93	97	91
94	98	98	92	90	108	101	103	107	122
139	128	111	128	143	148	160	178	177	160
147	139	119	134	146	149	155	167	202	191
178	162	157	173	178	152	133	137	147	145
141	134	117	147	155	175	164	176	190	178
162	177	190	194	224	256	197	162	155	135
118	93	114	253	240	333	212	162	152	162
127	132	109	116	130	162	126	106	104	115
165	203	189	108	198	309	270	219	161	146
137	132	112	125	132	135	117	116	105	101
106	112	123	119	141	150	165	170	199	186
138	137	129	109	142	170	126	97	109	99
114	128	124	124	139	139	134	160	209	170
118	149	145	140	153	166	161	138	133	116
152	155	156	155	169	123	113	101	157	154
141	151	163	202	189	240	153	113	121	170
217	199	247	164	124	110	122	99	101	92
140	171	202	231	243	232	193	122	135	115

### Residuo:

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	54	91	-50	-5	4	-23	-7	-9	-8
-2	-9	-13	-9	0	10	5	18	118	-41
-18	-0	-20	-6	1	-5	-12	-6	58	15
-66	18	2	40	57	61	33	-4	2	8
80	-49	-22	25	4	-29	-1	-11	-22	-19
-21	-26	-27	-24	-11	-26	-14	-11	-6	-6
-21	-22	7	-1	-5	6	11	-6	-6	-9
-7	-24	9	6	-0	6	7	26	-3	2
0	4	16	2	-16	-2	1	7	1	-2
-14	-18	16	4	18	-3	13	14	-7	-5
20	16	14	41	44	-31	-7	4	-9	-8
-19	3	111	-13	123	-72	-10	3	4	-18
9	-13	4	6	13	-33	-12	-7	-17	26
20	-2	-55	76	90	-19	3	-25	-9	-5
-3	-2	12	-3	-13	-17	-8	-20	-17	-16
-16	-15	-16	10	0	2	2	27	-8	-27
4	-12	-21	19	18	-41	-17	-5	-28	-7
-11	-18	-8	0	-8	-5	13	37	-35	-30
19	-12	-8	13	5	-9	-17	-3	-11	24
-7	-5	-2	5	-35	-9	-15	27	-16	-6
9	12	25	-2	48	-64	-15	4	26	33
-3	61	-51	-21	-6	-6	-24	-6	-15	21
7	24	37	24	6	-19	-46	13	-15	8

# SISO(6,6) REBLANDECIMIENTO

## Señal:

124	114	148	131	113	112	111	113	117	138
145	212	244	313	230	178	176	127	128	108
104	83	120	116	124	130	165	153	201	318
253	193	159	140	134	129	109	102	97	190
212	138	128	156	211	268	303	291	244	218
203	269	177	106	114	126	100	89	84	91
90	86	86	94	87	107	104	112	105	135
135	141	115	140	145	148	162	179	178	162
145	144	112	128	154	150	150	164	206	193
180	166	163	174	171	156	133	142	152	150
136	126	129	136	162	180	168	172	191	180
163	176	196	190	224	253	192	163	154	137
125	84	110	253	241	330	218	168	149	159
133	126	121	108	134	161	129	110	105	113
159	207	190	103	210	317	259	209	165	128
133	146	120	120	127	127	119	119	103	98
100	107	110	121	148	155	170	179	199	186
148	137	124	117	133	176	116	96	111	100
102	117	125	122	141	151	143	159	214	168
121	151	141	142	148	168	150	143	134	123
155	153	143	149	166	137	112	102	155	147
144	146	176	202	190	231	152	120	108	170
215	189	241	174	122	113	122	100	99	90
137	168	209	229	250	225	193	118	139	115

## Residuo:

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	74	-46	-6	4	-30	0	-15	-6
-11	9	-16	-1	5	7	-13	27	115	-34
-13	-1	-11	-3	-8	-12	-6	-11	64	15
-55	8	5	32	57	55	33	1	12	14
82	-55	-29	17	3	-24	-8	-7	-9	-19
-17	-14	-15	-26	-8	-25	-17	-20	-4	-19
-17	-35	3	-13	-7	6	9	-7	-7	-11
-5	-29	16	12	-8	5	12	29	-7	0
-2	0	10	1	-9	-6	1	2	-4	-7
-9	-10	4	15	11	-8	9	18	-8	-7
19	17	8	45	44	-28	-2	3	-8	-10
-26	12	115	-13	122	-69	-16	-3	7	-15
3	-7	-8	14	9	-32	-15	-11	-18	28
26	-6	-56	81	78	-27	14	-15	-13	13
1	-16	4	2	-8	-9	-10	-23	-15	-13
-10	-10	-3	8	-7	-3	-3	18	-8	-27
-6	-12	-16	11	27	-47	-7	-4	-30	-8
1	-7	-9	2	-10	-17	4	38	-40	-28
16	-14	-4	11	10	-11	-6	-8	-12	17
-10	-3	11	11	-32	-23	-14	26	-14	1
6	17	12	-2	47	-55	-14	-3	39	33
-1	71	-45	-31	-4	-9	-24	-7	-13	23
10	27	30	26	-1	-12	-46	17	-19	8

MODELOS SISO PARA LA  
TEMPERATURA DE GAS EN  
TRAGANTE (TGT) Y PROFUNDIDAD  
DE FUSION (ZF)

# SISO(6,5) FUSION

## Señal:

124	114	148	131	113	112	111	113	117	138
145	158	227	317	229	178	169	134	122	110
95	101	117	124	129	127	147	162	198	325
258	192	168	143	125	122	115	97	103	190
223	128	131	148	211	262	303	296	254	224
205	263	170	98	113	131	93	93	97	91
94	98	98	92	90	108	101	103	107	122
139	128	111	128	143	148	160	178	177	160
147	139	119	134	146	149	155	167	202	191
178	162	157	173	178	152	133	137	147	145
141	134	117	147	155	175	164	176	190	178
162	177	190	194	224	256	197	162	155	135
118	93	114	253	240	333	212	162	152	162
127	132	109	116	130	162	126	106	104	115
165	203	189	108	198	309	270	219	161	146
137	132	112	125	132	135	117	116	105	101
106	112	123	119	141	150	165	170	199	186
138	137	129	109	142	170	126	97	109	99
114	128	124	124	139	139	134	160	209	170
118	149	145	140	153	166	161	138	133	116
152	155	156	155	169	123	113	101	157	154
141	151	163	202	189	240	153	113	121	170
217	199	247	164	124	110	122	99	101	92
140	171	202	231	243	232	193	122	135	115

## Residuo:

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	54	91	-50	-5	4	-23	-7	-9	-8
-2	-9	-13	-9	0	10	5	18	118	-41
-18	-0	-20	-6	1	-5	-12	-6	58	15
-66	18	2	40	57	61	33	-4	2	8
80	-49	-22	25	4	-29	-1	-11	-22	-19
-21	-26	-27	-24	-11	-26	-14	-11	-6	-6
-21	-22	7	-1	-5	6	11	-6	-6	-9
-7	-24	9	6	-0	6	7	26	-3	2
0	4	16	2	-16	-2	1	7	1	-2
-14	-18	16	4	18	-3	13	14	-7	-5
20	16	14	41	44	-31	-7	4	-9	-8
-19	3	111	-13	123	-72	-10	3	4	-18
9	-13	4	6	13	-33	-12	-7	-17	26
20	-2	-55	76	90	-19	3	-25	-9	-5
-3	-2	12	-3	-13	-17	-8	-20	-17	-16
-16	-15	-16	10	0	2	2	27	-8	-27
4	-12	-21	19	18	-41	-17	-5	-28	-7
-11	-18	-8	0	-8	-5	13	37	-35	-30
19	-12	-8	13	5	-9	-17	-3	-11	24
-7	-5	-2	5	-35	-9	-15	27	-16	-6
9	12	25	-2	48	-64	-15	4	26	33
-3	61	-51	-21	-6	-6	-24	-6	-15	21
7	24	37	24	6	-19	-46	13	-15	8

# SISO(6,6) FUSION

## Señal:

124	114	148	131	113	112	111	113	117	138
145	212	229	315	230	180	169	133	123	111
95	98	119	123	126	129	149	162	199	324
258	192	168	141	127	123	116	96	103	190
222	127	132	149	212	262	304	295	253	221
205	264	171	99	113	131	94	93	96	90
92	98	97	90	90	109	101	104	108	124
139	128	112	129	145	148	160	178	177	160
147	139	120	133	147	149	155	167	202	191
178	163	158	173	178	152	131	137	149	145
140	136	116	146	157	177	163	177	189	178
162	177	190	194	224	256	197	161	154	135
119	93	113	252	241	333	214	162	152	161
129	131	109	115	131	164	125	107	104	116
164	202	188	110	198	310	270	217	160	144
137	133	112	126	131	134	116	117	106	102
103	112	122	118	142	151	167	170	199	187
140	137	129	110	140	171	126	96	110	98
113	126	123	123	140	142	134	161	210	169
117	150	145	140	152	167	159	138	133	117
154	154	155	153	169	123	114	101	158	153
141	150	165	203	187	241	151	113	119	171
216	196	247	164	126	110	123	98	101	90
140	171	202	230	245	233	192	121	135	116

## Residuo:

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	89	-48	-6	2	-23	-6	-10	-9
-2	-6	-15	-8	3	8	3	18	117	-40
-18	0	-20	-4	-1	-6	-13	-5	58	15
-65	19	1	39	56	61	32	-3	3	11
80	-50	-23	24	4	-29	-2	-11	-21	-18
-19	-26	-26	-22	-11	-27	-14	-12	-7	-8
-21	-22	6	-2	-7	6	11	-6	-6	-9
-7	-24	8	7	-1	6	7	26	-3	2
0	3	15	2	-16	-2	3	7	-1	-2
-13	-20	17	5	16	-5	14	13	-6	-5
20	16	14	41	44	-31	-7	5	-8	-8
-20	3	112	-12	122	-72	-12	3	4	-17
7	-12	4	7	12	-35	-11	-8	-17	25
21	-1	-54	74	90	-20	3	-23	-8	-3
-3	-3	12	-4	-12	-16	-7	-21	-18	-17
-13	-15	-15	11	-1	1	0	27	-8	-28
2	-12	-21	18	20	-42	-17	-4	-29	-6
-10	-16	-7	1	-9	-8	13	36	-36	-29
20	-13	-8	13	6	-10	-15	-3	-11	23
-9	-4	-1	7	-35	-9	-16	27	-17	-5
9	13	23	-3	50	-65	-13	4	28	32
-2	64	-51	-21	-8	-6	-25	-5	-15	23
7	24	37	25	4	-20	-45	14	-15	7

# SISO(7,5) FUSION

## Señal:

124	114	148	131	113	112	111	113	117	138
145	212	228	316	230	179	169	134	124	110
94	100	117	124	129	128	147	163	199	325
258	193	169	142	128	121	114	96	102	190
223	129	131	147	212	263	301	296	253	224
206	263	169	97	112	130	94	92	96	91
94	99	98	93	91	109	101	103	108	123
140	129	112	128	143	148	161	178	178	160
147	140	120	134	146	149	155	167	202	192
177	163	156	173	179	152	132	136	148	145
141	135	117	147	156	175	164	176	190	179
163	177	189	194	224	256	197	162	154	135
118	92	113	253	239	332	212	161	154	161
130	130	108	115	131	162	127	106	104	116
165	203	189	109	198	309	271	220	159	146
139	131	112	124	131	135	117	116	106	101
106	113	123	119	141	150	166	170	199	187
139	137	129	109	142	170	125	97	109	99
115	128	124	124	139	140	134	160	209	170
119	149	145	141	153	165	161	138	132	116
152	155	156	155	169	124	113	101	157	155
140	151	163	202	189	240	154	113	121	170
218	198	246	163	125	111	122	100	100	91
139	171	202	231	243	233	194	123	136	115

## Residuo:

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	90	-49	-6	3	-23	-7	-11	-8
-1	-8	-13	-9	0	9	5	17	117	-41
-18	-1	-21	-5	-2	-4	-11	-5	59	15
-66	17	2	41	56	60	35	-4	3	8
79	-49	-21	26	5	-28	-2	-10	-21	-19
-21	-27	-27	-25	-12	-27	-14	-11	-7	-7
-22	-23	6	-1	-5	6	10	-6	-7	-9
-7	-25	8	6	-0	6	7	26	-3	1
1	3	17	2	-17	-2	2	8	0	-2
-14	-19	16	4	17	-3	13	14	-7	-6
19	16	15	41	44	-31	-7	4	-8	-8
-19	4	112	-13	124	-71	-10	4	2	-17
6	-11	5	7	12	-33	-13	-7	-17	25
20	-2	-55	75	90	-19	2	-26	-7	-5
-5	-1	12	-2	-12	-17	-8	-20	-18	-16
-16	-16	-16	10	0	2	1	27	-8	-28
3	-12	-21	19	18	-41	-16	-5	-28	-7
-12	-18	-8	0	-8	-6	13	37	-35	-30
18	-12	-8	12	5	-8	-17	-3	-10	24
-7	-5	-2	5	-35	-10	-15	27	-16	-7
10	12	25	-2	48	-64	-16	4	26	33
-4	62	-50	-20	-7	-7	-24	-7	-14	22
8	24	37	24	6	-20	-47	12	-16	8

## BIBLIOGRAFIA

- **AKAIKE. H**  
A new look at the statistical models identification.  
IEEE Trans. on automatic control. AC-19, 716-723, 1974
  
- **AMANO S. y otros**  
Expert system for blast furnace operation at Kimitsu works.  
ISIJ International, vol 30(2), 105-110, 1990
  
- **ARACIL J.**  
Introducción a la dinámica de sistemas.  
Alianza Editorial, Madrid, 1983
  
- **ARGYROPOULOS S.A.**  
Artificial intelligence in materials processing operations. A review and future directions.  
ISIJ International, vol 30(2), 105-110. 1990
  
- **BAYEWITZ M.H.**  
Blast furnace control at Bethlehem and Sparrows Point  
Proc. ISS Ironmaking Conf. Chicago 1984, 415-426

- 
- **BECHER B.**  
Blast furnaces  
MIT Press. Cambridge. Massachussetes, 1990
  
  - **BENESH R. y otros**  
Kinetic-dynamic basis of the blast furnace process  
with regard to its automation.  
Arc. Hutn. vol 30(4), 432-434, 1985
  
  - **BEVAN P.F. WU**  
The application of expert systems to process control  
JOM, vol 43(1), 13-17, 1991
  
  - **BHAGAT R.P., RAY H.S., GUPTA S.K.**  
Improvement in performance of the blast furnace at  
Bilahi through statistical analysis and improvement in  
burden preparation.  
ISIJ International, vol 31(7), 669-676, 1991
  
  - **BI X., TORSSELL K., WIJK O.**  
Simulation of the blast furnace process by a  
mathematical model.  
ISIJ International, vol 32(4), 470-480, 1992

- 
- BI X., TORSSELL K., WIJK O.  
Prediction of the blast furnace process by a mathematical model.  
ISIJ International, vol 32(4), 481-488, 1992
  
  - BOX G.E.P., JENKINS G.M.  
Time series analysis. Forecasting and control.  
Holden Day, Nueva York, 1976
  
  - BOX G.E.P., HUNTER W.G., HUNTER J.S.  
Statistics for experimenters.  
Wiley, Nueva York, 1978
  
  - BURGESS J.M.  
Advances in blast furnace ironmaking technology in Australia.  
International Iron and Steel Institute, Report 1991
  
  - BURGESS J.M., JENKINS D.R., HOCKINGS K.L.  
Analysis of blast furnace pressure tappings using a cohesive zone gas distribution model.  
Ironmaking and Steelmaking, vol 11(5), 253-261, 1984
  
  - COMPANYS R.  
Previsión tecnológica y de la demanda.  
Boixareu Editores, Barcelona, 1990

---

- CRM

Optimisation de la marche du haut fourneau par action sur la forme et la position de la zone cohesive.

Informe Convenio CCE/CRM 7210-AA/209, 1990

- DANLOY G., STOLZ C.

Third vertical probing in blast furnace 6 of Hoogovens

CRM Report 1990

- DANLOY G.

Vertical probings in the blast furnace.

EBFC, IJmuiden, 1990

- DEMIDOVICH B.P., MARCH I.A.

Cálculo numérico fundamental.

Paraninfo, Madrid, 1985

- DRIESSEN J.M. y otros

In-burden probing and sampling at Hoogovens IJmuiden: gathering information.

EBFC, IJmuiden, 1990

- FARRINGTON D.

Dynamic monitoring of blast furnace plant.

CECA technical report, 1991

- 
- **FEDERICO G. y otros**  
In furnace proving to improve the BF operation control  
in Taranto works.  
EBFC. IJmuiden. 1990
  
  - **FEDERICO G., GIULI M.**  
Progress in cohesive zone control in Nuova Italsider's  
blast furnace.  
Boll. Tec. Finsider, 26-33, 1986
  
  - **FENECH K., CROSS M., VOLLER V.**  
Numerical modelling of the cohesive zone formation in  
the iron blast furnace.  
PCH PhysicoChem, Hydrod. vol 9(1-2), 1987
  
  - **FORRESTER J.W.**  
Industrial dynamics.  
MIT Press, Cambridge, Massachussets, 1961
  
  - **GABEL R.A., ROBERTS R.A.**  
Señales y sistemas lineales.  
Limusa, Méjico, 1975

- 
- GATHERHOOD D.S., MOORE G.J., PRITCHARD W.D.N.  
New blast furnace instrumentation and control facilities within British Steel.  
Informe IISI, 1991
  
  - GIULI M. y otros  
Use of models in blast furnace operation analysis.  
EBFC, Gijón, 1988
  
  - GRISHKOVA A. y otros  
Performance of fast driven blast furnace.  
Steel USSR, vol 17(9), 396-400, 1987
  
  - HATANO M. y otros  
Computer aided analysis of blow out operation at blast furnace by mathematical simulation models.  
Transactions of the ISIJ, vol 29(9), 941-952, 1985
  
  - ICHIDA M. y otros  
Influence of inner wall profile on descending and melting behaviour of burden in blast furnace.  
ISIJ International, vol 31(5), 515-523, 1991

- 
- IMADA K., YAMADA K., ONO H.  
Application of AI systems for ironmaking at Nippon Steel Corporation.  
EBFC, 1991
  
  - INKALA P., KARPPINEN A.  
Blast furnace operational models at Rautaruukki's Raahе steel works.  
Informe IISI, 1991
  
  - INKALA P. Y RUSILA H.  
Measurements made with in-burden probe and their use in operation and mathematical models in Rautaruukki's blast furnaces.  
EBFC. IJmuiden, 1990
  
  - IRON AND STEEL INSTITUTE OF JAPAN  
Blast furnace phenomena and modelling  
Elsevier Applied Science, Essex, 1987
  
  - ITAYA R. y otros  
A simplified mathematical model for the estimation of 2-dimensional temperature distribution in the blast furnace.  
Rev. Metall. Cah. Inf. Tech. voi 79(5), 443-450, 1982

- 
- JENKINS D., BURGESS J.  
Mathematical models for predicting gas distribution in the blast furnace.  
BHP Tech. Bull. vol 26(1), 69-71, 1982
  
  - JOLLEY W., CHEPLICK P.G.  
Blast furnace control in Bethlehem steel  
Informe IISI, 1991
  
  - KALLO S. y otros  
Blast furnace models and control in Raahe and Koverhar steel works.  
EBFC, Gijón, 1988
  
  - KANBARA K. y otros  
Dissection of blast furnaces and their internal state.  
Transactions ISIJ, vol 17(7), 371-380, 1977
  
  - KILPINEN A.  
On line model for estimating the melting zone in a blast furnace.  
Chem. Eng. Sci. vol 43(8). 1988
  
  - KOBAYASHI I. y otros  
Application of mathematical model estimating cohesive zone in blast furnace.  
Ironmaking Proceedings vol 43. 119-126. 1984

- 
- **KUWUBARA M., MUCHI I.**  
Mathematical model of blast furnace with horizontally layered burdens.  
Transactions ISIJ, vol 17(5), 271-278, 1977
  
  - **LAWDEN, D.F.**  
Mathematics of engineering systems.  
University Paperbacks. Methuen and Co. Nueva York, 1983
  
  - **LESZEK K.**  
The simulation of the gas temperature and flow in the blast furnace shaft.  
EBFC. 1991
  
  - **MAKRIDAKIS S., WHEELWRIGHT S.C.**  
Forecasting methods and applications.  
John Wiley. Nueva York. 1978
  
  - **MARTINEZ A. y otros**  
Modelo estadístico de series temporales que relaciona variables características del horno alto.  
Actas XIV Simposio de Siderurgia. Méjico. 1992

- 
- **MARTINEZ A. y otros**  
Time series statistical model to relate blast furnace characteristic variables.  
Remitida para publicación ISIJ International. 1993
  
  - **MATHIESON J.C. y otros**  
The use of sensing techniques and mathematical models to improve blast furnace performance.  
Proc. 48th. Ironmaking Conf. Chicago 1989.587-595
  
  - **NEWLAND D.E.**  
Vibraciones aleatorias y análisis espectral.  
Ediciones A.C., Madrid. 1983
  
  - **NICOLLE P. y otros**  
Determination of the internal state in the blast furnace.  
Rev. Metall. Cah. Inf. Tech. vol 79(8/9), 671-672, 1982
  
  - **NIKITIN G.M., BELYAKOV V.N., DANAEV N.T.**  
Determination of blast furnace cohesive zone parameters.  
Steel in translation (antes Steel in the USSR),  
vol 22(4), 159-162. 1992

- 
- **NISHIO H. , ARIYAMA T.**  
Influence of gas flow on burden distribution in blast furnace.  
Ietsu-to-Hagane vol 66(13), 98-107, 1980
  
  - **NIWA Y. y otros**  
Application of a self-learning function to an expert system for blast furnace heat control.  
ISIJ International, vol 30(2), 111-117, 1990
  
  - **NOTMAN C.**  
Use of in-furnace probes within British Steel's blast furnaces.  
European Blast Furnace Comitee. IJmuiden. 1990
  
  - **OHNO Y., KONDO K., FUSUSHIMA T.**  
Mathematical model of cohesive zone in blast furnace and its application to practical operation.  
Rev. Metall. Cah. Inf. Tech. vol 80(10), 809-825. 1983
  
  - **OHNO Y. y otros**  
Analysis of 3-dimensional gas flow in blast furnace  
Transactions ISIJ vol 25(1). 1985

- 
- OKUDA K. y otros  
Development of measuring method of gas streamline and gas velocity in the blast furnace with Helium gas tracer.  
Transactions ISIJ vol 25. pp B-221. 1985
  
  - OTNESS R.K., ENOCHSONB L.  
Digital time series.  
Wiley Interscience publications. Nueva York. 1972
  
  - OTSUK K. y otros  
A hybrid expert system combined with a mathematical model for blast furnace operation.  
ISIJ International vol 30(2), 118-127, 1990
  
  - O'DONOVAN T.M.  
Short term forecasting.  
John Wiley and Sons. Nueva York. 1983
  
  - O'HANLON J.  
Blast furnace control philosophy at British Steel.  
Iron and Steel Engineer. vol 86(12), 13-19, 1991
  
  - PEACEY J.G., DAVENPORT W.G.  
El alto horno de hierro.  
Limusa, Mexico, 1986

- 
- **PONGHIS N.**  
Present status of CRM's control system for blast furnaces.  
Informe IISI. 1991
  
  - **PRITCHARD W.D.N.**  
The development of expert systems in blast furnace operation and control.  
CECA final report. 1991.
  
  - **PROPSTER M.A., SZEKELY J.**  
Gas flow through cohesive zone of blast furnace.  
Ironmaking and steelmaking. vol 1975(5), 209-220
  
  - **RIEIRO, I.**  
Programación de métodos numéricos.  
Alhambra, Madrid, 1986
  
  - **SAKURAI M. y otros**  
Operation control system of a blast furnace by artificial intelligence.  
Iron and Steel Maker, vol 16(11), 59-67, 1989

- 
- SASAKI M. y otros  
Formation and melt down of softening-melting zone in blast furnaces.  
Transactions ISIJ vol 17(7), 391-400. 1977
  
  - SASAKI M. y otros  
Investigation of quenched nº 2 blast furnace at Kokura works.  
Transactions ISIJ, vol 17(5), 252-261, 1977.
  
  - SATO T. y otros  
Operation control system for blast furnace at Ohgisima  
Nippon Kokan Tech. Rep. (Overseas), vol 44, 1985
  
  - SAXEN H.  
Blast furnace on-line simulation model.  
Metallurgical Trans. vol 21B. Oct. 1990. 913-922
  
  - SHIMIZU M. y otros  
Model experiments and movements of cohesive zone and temperature distributions in blast furnace.  
Transactions ISIJ vol 25(3). 1985
  
  - SIRGADO M. y otros  
Blast furnace mathematical model in Ensidesa.  
EBFC. Mayo 1988.

---

- SPENCE A.R.

The development of expert systems in blast furnace operation and control.

CECA technical report. 1990

- SPRINGORUM D.

Process monitoring of blast furnace operation in Germany.

Informe IISI. 1991

- SUGIYAMA T. y otros

Development of two-dimensional model for blast furnace  
Transactions ISIJ. vol 24. 1984

- SUGIYAMA T. SUGATA M., SIMOMURA Y.

Two-dimensional mathematical model of blast furnace.

Rev.Metall.Cah.Inf.Tech. vol 83(6), 499-509, 1986

- SUGIYAMA T. y otros

Estimation of cohesive zone shape by blast furnace total model.

Transactions ISIJ, vol 24(6), 1984

- 
- SWANSON D.E., BRANDT D.W.  
Burns Harbor's D. blast furnace distributed computer control system.  
Iron and Steel Engineer. Octubre 1988
  
  - TAKAHASHI H., KUSHIMA K., TAKEUCHI T.  
Two dimensional analysis of burden flow in blast furnace based on plasticity theory.  
ISIJ International. vol 29(2). 117-124. 1989
  
  - TAMURA S.  
Use of an expert system in blast furnace operation at Mizushima works.  
EBFC. 1991
  
  - THIRION C. y otros  
Utilisation de l'instrumentation et de la modelisation mathematique dans l'exploitation des hauts fourneaux francais.  
Revue de Metallurgie. Avril 1987. 247-262
  
  - TIAO G.C., BOX G.E.P.  
Modeling multiple time series with applications.  
Journal of the American Stat. Assoc. vol 76. 802-816

- 
- **TIMMER R.M.C.**  
Quantitative description of the gas flow pattern in the blast furnace throat area.  
Informe técnico CECA. 1992
  
  - **TRAICE F.B.**  
BSC Mathematical model of the heat and gas flow patterns in the blast furnace.  
EBFC. Mayo 1988
  
  - **TUNNICLIFFE-WILSON G.**  
Statistical modeling.  
Ironmaking and steelmaking. VOL 17(3), 213-217. 1990
  
  - **UNESID**  
La siderurgia española.  
Congreso UNESID. Madrid 1987
  
  - **URIEL E.**  
Análisis de series temporales.  
Paraninfo. Madrid. 1985
  
  - **WAKAYAMA S., KANAYAMA Y., OKUNO Y.**  
Characteristics and control of burden distribution in the blast furnace.  
Ironmaking and steelmaking 1979(6), 261-267

- 
- YAMAMOTO T. y otros  
Development of monitoring system for lumpy and cohesive zone in blast furnace.  
Transactions ISIJ vol 22(10), 774-771
  
  - YAMAOKA H., KAMEI Y.  
Theoretical study of an oxygen blast furnace using mathematical simulation model.  
ISIJ International vol 32(6), 701-708, 1992
  
  - YAMAOKA H.  
Modern ironmaking technology in Japan.  
Informe IISI. 1991
  
  - ZULLI P.  
The development of operational control systems for the ironmaking blast furnace.  
EBFC.1991