

TESIS DOCTORAL



METODO PARA EL CALCULO DE MOVIMIENTOS VERTICALES SINOPTICOS CON PROPUESTA DE PARAMETRIZACION DEL FORZAMIENTO DIATERMICO

Presentado en la

FACULTAD DE CC. FISICAS

de la

UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID

para la obtención del

GRADO DE DOCTOR EN CC. FISICAS

por

MARIA LUISA MARTIN PEREZ

DIRECTOR: FRANCISCO VALERO RODRIGUEZ

Madrid, Marzo 1994



UNIVERSIDAD COMPLUTENSE



5314279680

TI-1994/6

TESIS DOCTORAL



METODO PARA EL CALCULO DE MOVIMIENTOS VERTICALES SINOPTICOS CON PROPUESTA DE PARAMETRIZACION DEL FORZAMIENTO DIATERMICO

Presentado en la

FACULTAD DE CC. FISICAS

de la

UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID

para la obtención del

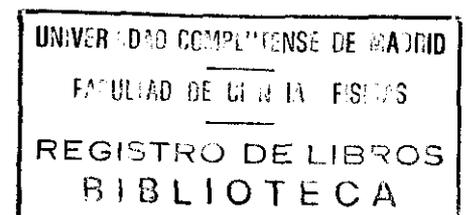
GRADO DE DOCTOR EN CC. FISICAS

por

MARIA LUISA MARTIN PEREZ

DIRECTOR: FRANCISCO VALERO RODRIGUEZ

Madrid, Marzo 1994



N.º REGISTRO

22523

**METODO PARA EL CALCULO DE
MOVIMIENTOS VERTICALES SINOPTICOS
CON PROPUESTA DE PARAMETRIZACION
DEL FORZAMIENTO DIATERMICO**

*Memoria que para optar al grado de
Doctor en CC. Físicas presenta la
licenciada en CC. Físicas*

MARIA LUISA MARTIN PEREZ

Madrid, Marzo 1994

Quiero expresar mi gratitud

Al Dr.D. Francisco Valero Rodriguez, por la dirección de esta Tesis y por tanto tiempo y esfuerzo como le ha dedicado. Su capacidad científica y grandes cualidades humanas me han permitido sentirme asesorada y respaldada inspirándome la confianza necesaria para poder concluir este trabajo.

A mis compañeros y amigos de "El Palomar II". En especial, a Petri, Mamen, Javier y Juan Antonio por su constante apoyo y su amistad maravillosa.

Hago extensivo mi agradecimiento al Departamento de Física de la Tierra, Astronomía y Astrofísica II por las facilidades prestadas en la realización de esta Memoria.

Al Instituto Nacional de Meteorología por las facilidades dadas en la cesión de datos que han permitido culminar esta memoria de investigación.

También he de agradecer al Ministerio de Educación y Ciencia la concesión de la Beca de Formación de Personal Investigador sin la que nada de ésto habría sido posible.

A mi familia

INDICE

Capítulo I: INTRODUCCION	1
Capítulo II: FUNDAMENTOS TEORICOS	
II.1. Ecuación omega	12
II.2. Temperatura potencial del aire con agua y hielo	27
II.3. Parametrización del término de forzamiento diatérmico en la ecuación omega	40
Capítulo III: RESOLUCION NUMERICA DE LA ECUACION OMEGA	
III.1. Area de estudio	47
III.2. Método de interpolación espacial	50
III.3. Resolución numérica de la ecuación omega	56
III.3.1. Solución a la ecuación de Helmholtz	68
Capítulo IV: ESTUDIO DEL FORZAMIENTO DIATERMICO DEL MOVIMIENTO VERTICAL	
IV.1. Análisis del forzamiento diatérmico del movimiento vertical	76
IV.1.1. Modelo de respuesta lineal al forzamiento diatérmico	78
IV.1.2. Respuesta del movimiento vertical al forzamiento diatérmico	80

IV.2. Una formulación simple de diagnóstico del movimiento vertical	142
Capítulo V: CONCLUSIONES	155
Capítulo VI: BIBLIOGRAFIA	162

CAPITULO I

INTRODUCCION

La determinación y predicción meteorológica es un problema científico muy complejo. La gran extensión del "laboratorio" atmosférico, constituido por toda la masa gaseosa que envuelve la Tierra, hace que la realización de medidas precisas sea una tarea difícil, y a veces imposible en determinados lugares, convirtiéndose en un gran problema. Por otra parte, los diferentes subsistemas climáticos (hidrosfera, criosfera, litosfera y biosfera) que constituyen el planeta responden de forma muy diferente a la fuente de energía principal, la radiación solar. La atmósfera es una mezcla de gases y constituyentes líquidos y sólidos que afectan al equilibrio energético terrestre. De éstos merece especial mención el agua ya que continuamente cambia de estado agregación.

Los movimientos atmosféricos presentan un amplio rango de escalas variando desde las extremadamente grandes con duración de semanas o meses a pequeños remolinos cuya vida es tan sólo de varios segundos. Uno de los principales objetivos del estudio de la circulación atmosférica siempre ha sido el deseo de predecir el tiempo, es decir, la determinación de los estados atmosféricos futuros. Bjerknes (1911) se refería a este aspecto como el objetivo final de la Meteorología y describió en términos generales una aproximación para resolver este problema. Se deben cumplir dos condiciones para poder predecir los estados atmosféricos: caracterizar con la mayor fiabilidad posible el

estado atmosférico presente y utilizar las leyes intrínsecas según las cuales se pueden llegar a conocer los estados posteriores a partir de los previos. Ambas condiciones definen la predicción del tiempo como un problema de valor inicial. En la terminología de hoy día, se denominaría determinista ya que los estados futuros de la atmósfera se determinan completamente a partir del estado presente. Para llevar a efecto esta aproximación, Bjerknes subdividió el problema en tres problemas parciales o componentes: la componente observacional, la componente de diagnóstico o análisis y la componente de pronóstico. Las dos primeras están relacionadas con la caracterización del estado presente y la última con la utilización de las leyes intrínsecas para la predicción.

La primera componente requiere observaciones de las magnitudes dependientes (temperatura, presión, viento, ...) distribuidas lo más uniformemente posible espacial y temporalmente. El análisis realiza un tratamiento de las observaciones para obtener representaciones espaciales de las variables dependientes en un estado inicial. Las ecuaciones fundamentales que rigen el comportamiento atmosférico se aplican para determinar el estado futuro de la atmósfera a partir del estado inicial anteriormente diagnosticado.

El análisis y, por tanto, la predicción del estado atmosférico necesita observaciones de muchas magnitudes que

pueden variar tanto espacial como temporalmente. Algunas de estas magnitudes tienen una importancia capital puesto que informan acerca de la energía total de la atmósfera y, esencialmente, explican el tiempo diario.

El movimiento vertical es una de las variables más importantes en meteorología y es la clave de las características del tiempo. La mayoría de las nubes y casi toda la precipitación es resultado de un ascenso de aire. El movimiento ascendente implica expansión, enfriamiento y posible condensación del vapor de agua, dando lugar a la formación de nubes y posterior precipitación. El tipo de nube está relacionado con la magnitud de los movimientos verticales. En general, dicha magnitud varía entre 1 y 10 cm/s por lo que es normalmente un 1% de la velocidad horizontal del aire. Las nubes estratiformes se forman casi siempre con movimientos ascendentes del orden de 20 cm/s. Sin embargo, en las nubes tipo cúmulo el movimiento ascendente puede ser mayor que 30 m/s (Miller y Thompson, 1979). El movimiento vertical es pues una información esencial para la predicción meteorológica. Desgraciadamente, no hay una forma directa de medirlo por lo que debe obtenerse indirectamente a partir de los principios de la dinámica de fluidos.

Los estudios sobre el movimiento vertical comienzan a desarrollarse a principios del siglo XX en la escuela noruega (Bjerknes, 1919; Bjerknes y Solberg, 1922). En sus trabajos se

relacionaba el movimiento vertical con los campos de precipitación y se buscaba la causa de la existencia de precipitación prefrontal y postfrontal.

Posteriormente, Sutcliffe (1947), Charney y Eliassen (1949) y Sutcliffe y Forsdyke (1950), entre otros, intentaron predecir el desarrollo ciclónico utilizando datos de radiosondeo e identificando áreas de movimiento vertical y divergencia. La idea básica residía en la existencia de desarrollo ciclónico con divergencia en la alta troposfera y convergencia en niveles bajos. Utilizaban la advección de vorticidad térmica por el viento térmico para obtener el perfil de divergencia del viento. Petterssen (1956) describió esencialmente los mismos procesos pero asociaba el movimiento vertical a advección de vorticidad en niveles altos y advección cálida en niveles bajos.

El problema principal de la aplicación de todas estas teorías residía en que todo el proceso se hacía manualmente, por lo que la única meta plausible consistía en predecir tan sólo el desarrollo ciclónico en superficie correctamente. El concepto de movimiento vertical a escala sinóptica era implícito pero no existía demasiado interés en relacionar el movimiento vertical con la predicción del tiempo.

En la década de los 50 comenzaron a utilizarse modelos numéricos de predicción. Con el modelo barotrópico se podía

obtener la advección de vorticidad y evaluar subjetivamente a partir de ella el movimiento vertical (Eliassen, 1952). Otros autores utilizaron la ecuación de desarrollo de Sutcliffe para calcular movimientos verticales y abordar el problema de la predicción de la precipitación (Sawyer y Dushby, 1951; Sanders, 1955).

Las ideas de Sutcliffe, Petterssen y demás autores se incorporaron dentro de lo que posteriormente se denominó teoría cuasigeostrófica. Esta teoría, piedra angular de la meteorología dinámica moderna, surgió a principios de la década de los 50. A partir de ella se puede describir tanto cualitativa como cuantitativamente el desarrollo baroclínico en la atmósfera. El fundamento básico es que el flujo a gran escala tiende a permanecer en equilibrio geostrófico e hidrostático. Partiendo de esta restricción, las ecuaciones de la termodinámica y la hidrodinámica son unificadas obteniéndose dos ecuaciones que describen el desarrollo baroclino: la ecuación de tendencia del geopotencial y la ecuación omega. Esta última resulta de gran interés ya que a partir de ella se puede obtener el movimiento vertical que físicamente es necesario para compensar la divergencia horizontal del viento y las aceleraciones que conlleva, manteniendo así el equilibrio hidrostático y geostrófico.

Trenberth (1978) apuntó que la ecuación omega

cuasigeostrófica tiene dos términos que contienen una parte común, por lo que los reagrupó y realizó algunas simplificaciones. Hoskins et al. (1978) y Hoskins y Pedder (1980) recombinaron los dos términos de la ecuación omega en uno único, la divergencia del denominado vector Q , de manera que resultaba más sencilla la interpretación del forzamiento del movimiento vertical.

En el desarrollo de la teoría cuasigeostrófica y, por ende, en la ecuación de diagnóstico de movimiento vertical, se introduce la hipótesis de adiabaticidad del movimiento. Sin embargo, esta hipótesis puede ser excesivamente restrictiva en ocasiones. Cuando una masa de aire asciende y se satura pueden producirse cambios de fase del agua existente en su seno. Los intercambios de calor latente asociados actuarían como otro mecanismo forzante de los movimientos verticales. La liberación de calor latente es un factor importantísimo en la intensificación del empuje hidrostático y de la inestabilidad del aire, y por tanto de la aceleración de los movimientos ascendentes. Algunos investigadores han puesto en evidencia que las corrientes ascendentes y la cantidad de precipitación son subestimadas cuando estos efectos diatérmicos no se consideran (Hoskins y Pedder, 1980; Chan et al., 1982; DiMego y Bosart, 1982; Smith y Dare, 1986; Bosart, 1988b). Según ellos el diagnóstico correcto del movimiento vertical exige considerar los efectos diatérmicos.

El trabajo desarrollado reside esencialmente en la valoración de los procesos diatérmicos y su influencia sobre las estimaciones de los movimientos verticales a escala sinóptica sobre la Península Ibérica. El desarrollo de la Memoria contempla las siguientes etapas u objetivos parciales que de forma esquemática se presentan a continuación:

1. Estimación del movimiento vertical a escala sinóptica mediante la ecuación omega cuasigeostrófica.
2. Parametrización del forzamiento diatérmico para su inclusión en la teoría cuasigeostrófica que nos permita otra valoración del movimiento vertical.
3. Validación de la parametrización del forzamiento diatérmico.
4. Propuesta de una expresión simplificada (no diferencial) para el diagnóstico de los movimientos verticales sobre la Península Ibérica.

En el Capítulo II se desarrollan los fundamentos teóricos de la ecuación omega cuasigeostrófica y se introduce una variable termodinámica conservativa en todos los cambios de fase (temperatura potencial del aire con agua y hielo) para parametrizar el término asociado a los flujos de calor latente de

la ecuación omega que en adelante llamaremos término diatérmico.

A continuación, en el Capítulo III se define el área de estudio donde se realiza la aplicación de la teoría establecida en el capítulo anterior. Asimismo, se detalla la componente observacional y el método de interpolación en una rejilla tridimensional necesaria para la resolución numérica de la ecuación omega describiéndose, además, el método de resolución seguido.

Desde nuestro punto de vista, uno de los aspectos relevantes de esta memoria es la inclusión del término diatérmico, parametrizado con la variable termodinámica temperatura potencial del aire con agua y hielo. El Capítulo IV analiza la aportación de este término en las estimaciones del movimiento vertical comparándolas con aquéllas que se obtendrían sin su inclusión. Además, se seleccionan casos de estudio mediante el uso de funciones ortogonales empíricas. Finalmente, se propone una expresión "no diferencial" para la estimación de los movimientos verticales sobre la Península Ibérica sin necesidad de resolver la ecuación omega.

Para terminar, en los Capítulos V y VI se destacan los resultados más relevantes de esta memoria así como una base bibliográfica actualizada y profunda sobre la materia desarrollada en esta Memoria, respectivamente.

CAPITULO II

FUNDAMENTOS TEORICOS

Atendiendo a los objetivos planteados anteriormente, en este capítulo desarrollaremos los fundamentos teóricos necesarios para el estudio de los movimientos verticales a escala sinóptica. Para el diagnóstico de estos movimientos se utiliza la ecuación omega cuasigeostrófica. En ella, los movimientos verticales están regidos por varios términos de forzamiento. Uno de ellos, es el término energético asociado a procesos diatérmicos, que habitualmente, suele despreciarse en sistemas de circulación atmosférica a escala sinóptica en latitudes medias. Sin embargo, puede llegar a ser importante en procesos en los que exista considerable liberación de calor latente. Para parametrizar el término energético e incluirlo en la ecuación omega utilizaremos una variable termodinámica conceptualmente sencilla llamada temperatura potencial del aire con agua y hielo.

II.1. ECUACION OMEGA

La teoría cuasigeostrófica surge a mediados del siglo XX utilizándose desde entonces en numerosos trabajos científicos. Esta teoría ya aparece en las formulaciones de Sutcliffe (1947), Charney (1949) y Petterssen (1956). Estos autores consideraron que la velocidad del viento permanecía en equilibrio con el gradiente de presión (aproximación geostrófica) lo cual permitía formular de forma sencilla el desarrollo ciclónico en superficie. Si bien el concepto de movimiento vertical a escala sinóptica estaba implícito en sus ecuaciones de desarrollo, el objetivo último era predecir correctamente los campos béricos en superficie, no teniendo interés en relacionar directamente los movimientos verticales con el "tiempo sensible", es decir, con nubosidad y precipitación.

La teoría cuasigeostrófica describe los sistemas dinámicos de movimiento en la atmósfera a escala sinóptica mediante dos ecuaciones: una ecuación de pronóstico para la tendencia del geopotencial y otra de diagnóstico para el cálculo del movimiento vertical. Esta última es la más interesante a la hora de estudiar y comprender físicamente los sistemas dinámicos a gran escala ya que establece que los movimientos verticales son aquellos que compensan la divergencia horizontal y la aceleración en condiciones de equilibrio geostrófico e hidrostático (Phillips, 1990; Holton, 1992).

Fjörtoft (1955) propone "la ecuación para la velocidad vertical" utilizando la teoría cuasigeostrófica, si bien, su último fin era la predicción meteorológica. Wiin-Nielsen (1959), partiendo de los trabajos de Eliassen (1952) y Fjörtoft (1955), propone una ecuación, que denomina ecuación omega, para el diagnóstico de los movimientos verticales en coordenadas físicas. Sin embargo, puede decirse que ha sido la publicación del libro de texto de la meteorología dinámica de Holton (1972) la que universaliza la teoría cuasigeostrófica y, por ende, la ecuación omega.

La ecuación omega se obtiene partiendo de los principios fundamentales que gobiernan los movimientos atmosféricos y que matemáticamente se expresan para movimientos a escala sinóptica en coordenadas físicas (x, y, p, t) de la siguiente forma:

- Principio de conservación del momento lineal

$$\frac{du}{dt} - fv = - \frac{\partial \Phi}{\partial x} \quad (\text{II.1})$$

$$\frac{dv}{dt} + fu = - \frac{\partial \Phi}{\partial y} \quad (\text{II.2})$$

siendo u y v las componentes zonal y meridional del viento, Φ el geopotencial y f el parámetro de Coriolis.

- Principio de conservación de la energía

$$\left(\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y}\right) - S_p \omega = \dot{q} / c_p \quad (\text{II.3})$$

donde $S_p = -T \partial \ln \theta / \partial p$ es el parámetro de estabilidad, θ la temperatura potencial, T la temperatura, p la presión, c_p el calor específico a presión constante, ω el movimiento vertical ($\omega = dp/dt$) y \dot{q} es el flujo de calor diatérmico por unidad de masa debido a radiación, conducción y liberación de calor latente. Los dos primeros procesos de intercambio de calor no se van a tener en cuenta en el desarrollo de esta memoria por ser despreciables frente al último, lo cual es perfectamente asumible a escala sinóptica (Bosart, 1985).

- Principio de conservación de masa

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial \omega}{\partial p} = 0 \quad (\text{II.4})$$

Con estas expresiones se obtiene un sistema donde el número de ecuaciones es inferior al de incógnitas. Para cerrar el sistema, se hace uso de la aproximación hidrostática y de la ley de los gases perfectos, dadas por la expresión

$$\frac{\partial \Phi}{\partial p} = -\alpha = -\frac{RT}{p} \quad (\text{II.5})$$

donde R es la constante de los gases para el aire seco y α es el volumen específico.

Para movimientos a escala sinóptica las ecuaciones que expresan la conservación del momento lineal se recombina en la denominada ecuación de vorticidad cuasigeostrófica que resulta mucho más útil para el estudio de dichos movimientos, ya que la vorticidad está relacionada directamente con las perturbaciones atmosféricas. La ecuación de vorticidad cuasigeostrófica para movimientos a escala sinóptica viene dada por

$$\frac{\partial \zeta_g}{\partial t} = -\mathbf{V}_g \cdot \nabla(\zeta_g + f) + f_0 \frac{\partial \omega}{\partial p} \quad (\text{II.6})$$

donde ζ_g es la vorticidad geostrófica relativa, \mathbf{V}_g la velocidad del viento geostrófico y f_0 es un valor constante del parámetro de Coriolis. En esta ecuación se ha hecho uso de la aproximación de la vorticidad relativa por su valor geostrófico, la constancia del parámetro de Coriolis y el reemplazamiento en los términos advectivos de la velocidad del viento real por su valor geostrófico.

En la expresión del principio de conservación de la energía (II.3) se introducen las aproximaciones geostrófica e hidrostática obteniéndose

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(- \frac{\partial \Phi}{\partial p} \right) + \mathbf{v}_g \cdot \nabla \left(- \frac{\partial \Phi}{\partial p} \right) - \sigma \omega = \frac{R}{p c_p} \dot{q} \quad (\text{II.7})$$

donde σ es el parámetro de estabilidad estática definido como:

$$\sigma = - \frac{\alpha}{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial p} = \frac{R S_p}{p} \quad (\text{II.8})$$

Si consideramos las ecuaciones (II.6) y (II.7), expresando ζ_g en función de Φ , obtenemos dos ecuaciones en las que aparecen dos incógnitas: ω y $\frac{\partial \Phi}{\partial t}$. Para eliminar la segunda y obtener una ecuación en la que la incógnita sea el movimiento vertical, se deriva la expresión (II.6) respecto a p y se aplica el operador laplaciano a la expresión (II.7). Sumando ambos resultados y considerando que σ es constante horizontalmente se obtiene la expresión matemática conocida como ecuación omega:

i) aumento con la altura de la advección de vorticidad

$$\text{cyclónica} \left(\frac{\partial}{\partial p} \left[\mathbf{v}_g \cdot \nabla \left(\frac{1}{f_0} \nabla^2 \Phi + f \right) \right] > 0 \right)$$

$$\text{ii) advección cálida} \left(\nabla^2 \left[\mathbf{v}_g \cdot \nabla \left(- \frac{\partial \Phi}{\partial p} \right) \right] > 0 \right)$$

$$\text{iii) calentamiento diatérmico} \left(- \frac{R}{p c_p} \nabla^2 q > 0 \right)$$

El término diatérmico, \mathcal{D} , usualmente se considera pequeño en comparación con el resto de los términos, por lo que suele despreciarse obteniéndose la ecuación omega tradicional:

$$\left(\sigma \nabla^2 + f_0^2 \frac{\partial^2}{\partial p^2} \right) \omega = f_0 \frac{\partial}{\partial p} \left[\mathbf{v}_g \cdot \nabla \left(\frac{1}{f_0} \nabla^2 \Phi + f \right) \right] \tag{II.10}$$

$$+ \nabla^2 \left[\mathbf{v}_g \cdot \nabla \left(- \frac{\partial \Phi}{\partial p} \right) \right]$$

Habitualmente, el parámetro de estabilidad estática σ se considera constante horizontal y verticalmente. Sin embargo, en la deducción de la ecuación omega solamente se supone que σ no depende de las coordenadas horizontales, x e y . En realidad, σ puede variar sustancialmente con la presión por lo que este último aspecto se ha tenido muy en cuenta en esta memoria.

Esta última ecuación contiene únicamente derivadas espaciales, por tanto es una ecuación de diagnóstico del campo de movimiento vertical, ω , en un instante determinado en función del campo de geopotencial, Φ . En consecuencia, el campo tridimensional de movimiento está unívocamente determinado por el campo de geopotencial. Esta ecuación proporciona un valor de ω a partir, tan sólo, de observaciones del geopotencial sin requerir observaciones precisas de viento horizontal lo que representa una gran ventaja frente a otros métodos de estimación del movimiento vertical (Penner, 1963; Fuelberg y Funk, 1987).

La ecuación omega tradicional ha presentado muchos problemas en su aplicación para el diagnóstico de campos de movimiento vertical. Básicamente, las dificultades consistían en evaluar la variación con la altura de la advección de vorticidad absoluta y el laplaciano de la advección térmica a partir de mapas de geopotencial, vorticidad y espesores, lo que afectaba negativamente al cálculo cuantitativo de la suma de los dos términos forzantes de la ecuación omega.

Trenberth (1978) solventa en gran medida estas dificultades considerando que los términos forzantes asociados a las advecciones de vorticidad y de espesor no son estrictamente independientes. Introduciendo determinadas simplificaciones, entre las que incluye la eliminación de un término llamado de deformación, obtiene una expresión más simplificada de la ecuación omega

$$\sigma \nabla^2 \omega + f^2 \frac{\partial^2 \omega}{\partial p^2} = 2f \frac{\partial \mathbf{V}_g}{\partial p} \cdot \nabla \zeta_g \quad (\text{II.11})$$

A partir de esta aproximación se establece la siguiente regla empírica: "el movimiento vertical ascendente ocurre donde existe advección de vorticidad ciclónica por el viento térmico". Esta regla, razonablemente válida en la mitad de la troposfera (entre 600 y 400 mb), permite hacer estimaciones cualitativas de áreas de movimientos ascendentes y descendentes por lo que su aplicación resulta muy limitada (Durrán y Snellman, 1987).

Para Hoskins et al. (1978) los dos términos forzantes de la ecuación omega se combinan de manera que la divergencia de un cierto vector, denominado **vector Q**, describe el forzamiento cuasigeostrófico del movimiento vertical. Para obtener la ecuación omega en función del vector **Q**, se parte de la ecuación de la energía (II.7) y de las ecuaciones de momento lineal expresadas en términos de la velocidad del viento ageostrófico

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{V}_g \cdot \nabla \right) u_{ag} - f v_{ag} = 0 \quad (\text{II.12a})$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{V}_g \cdot \nabla \right) v_{ag} + f u_{ag} = 0 \quad (\text{II.12b})$$

donde v_{ag} y u_{ag} son las componentes meridional y zonal del viento

ageostrófico.

Derivando (II.7) respecto a y , la ecuación (II.12a) respecto a p , y restando ambos resultados se obtiene:

$$2 \frac{1}{f} \frac{\partial \mathbf{V}_g}{\partial y} \cdot \nabla \left(\frac{\partial \Phi}{\partial p} \right) - f \frac{\partial v_{ag}}{\partial p} + \frac{1}{f} \sigma \frac{\partial \omega}{\partial y} + \frac{1}{f} \frac{R}{pc_p} \frac{\partial \dot{q}}{\partial y} = 0 \quad (\text{II.13})$$

De la misma forma, derivando la ecuación (II.12b) respecto a p , la ecuación (II.7) respecto a x , y sumando ambos resultados, obtenemos:

$$2 \frac{1}{f} \frac{\partial \mathbf{V}_g}{\partial x} \cdot \nabla \left(\frac{\partial \Phi}{\partial p} \right) - f \frac{\partial u_{ag}}{\partial p} + \frac{1}{f} \sigma \frac{\partial \omega}{\partial x} + \frac{1}{f} \frac{R}{pc_p} \frac{\partial \dot{q}}{\partial x} = 0 \quad (\text{II.14})$$

Si se deriva la expresión (II.13) respecto a y , la (II.14) respecto a x , y se suman ambos resultados, se obtiene

$$\begin{aligned} \sigma \nabla^2 \omega + 2 \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\partial \mathbf{V}_g}{\partial x} \cdot \nabla \left(\frac{\partial \Phi}{\partial p} \right) \right] + 2 \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\partial \mathbf{V}_g}{\partial y} \cdot \nabla \left(\frac{\partial \Phi}{\partial p} \right) \right] \\ - 2f \frac{\partial f}{\partial y} \frac{\partial v_{ag}}{\partial p} - f^2 \frac{\partial}{\partial p} \left(\nabla \cdot \mathbf{V}_{ag} \right) + \frac{R}{pc_p} \nabla^2 \dot{q} = 0 \end{aligned} \quad (\text{II.15})$$

donde $\nabla \cdot \mathbf{V}_{ag} = - \frac{\partial \omega}{\partial p}$, ya que la divergencia del viento geostrófico es nula.

Hoskins et al. definen el vector \mathbf{Q} como

$$\mathbf{Q} = (Q_x, Q_y) = \left(- \frac{\partial \mathbf{V}_g}{\partial x} \cdot \nabla \left(- \frac{\partial \Phi}{\partial p} \right), - \frac{\partial \mathbf{V}_g}{\partial y} \cdot \nabla \left(- \frac{\partial \Phi}{\partial p} \right) \right) \quad (\text{II.16})$$

Este vector representa el cambio del gradiente horizontal de temperatura forzado por el movimiento geostrófico únicamente. Introduciendo esta definición en la ecuación (II.15) se obtiene la ecuación omega expresada en función del vector \mathbf{Q}

$$\sigma \nabla^2 \omega + f^2 \frac{\partial^2 \omega}{\partial p^2} = - 2 \nabla \cdot \mathbf{Q} + 2f \frac{\partial f}{\partial y} \frac{\partial v_{ag}}{\partial p} - \frac{R}{pc_p} \nabla^2 q \quad (\text{II.17})$$

Ya que la variación del parámetro de Coriolis no se considera excesivamente importante en sistemas extratropicales a escala sinóptica y el término diatérmico normalmente se considera pequeño, la ecuación (II.17) puede expresarse de la forma

$$\sigma \nabla^2 \omega + f_0^2 \frac{\partial^2 \omega}{\partial p^2} = - 2 \nabla \cdot \mathbf{Q} \quad (\text{II.18})$$

Esta expresión es la ecuación omega tradicional expresada en función del vector \mathbf{Q} . El movimiento vertical es forzado por un único término: $-2 \nabla \cdot \mathbf{Q}$. Este término representa las variaciones espaciales del campo de temperatura debidas a variaciones en el viento geostrófico. La interpretación cualitativa de la ecuación omega en función del vector \mathbf{Q} puede realizarse de la siguiente forma: El movimiento vertical será ascendente (descendente) cuando la divergencia de \mathbf{Q} sea negativa (positiva), o lo que es lo mismo, habrá ascensiones cuando exista convergencia de vectores \mathbf{Q} . De forma esquemática podemos ilustrarlo:

$$\text{Convergencias de } \mathbf{Q} \quad \left[-2 \nabla \cdot \mathbf{Q} \right] > 0 \Rightarrow \omega < 0 \quad \text{Ascendencias}$$

$$\text{Divergencias de } \mathbf{Q} \quad \left[-2 \nabla \cdot \mathbf{Q} \right] < 0 \Rightarrow \omega > 0 \quad \text{Descendencias}$$

La ecuación omega expresada en función del vector \mathbf{Q} es analíticamente equivalente a la ecuación omega tradicional (II.10). La diferencia entre ambas radica en la interpretación cualitativa de los términos forzantes del movimiento vertical (Lai, 1988; Holton, 1992). Sin embargo, la interpretación del forzamiento mediante el vector \mathbf{Q} de Hoskins es más exacta que la aproximación de Trenberth, ya que esta última no representa completamente los términos de la ecuación omega puesto que ignora, como ya se ha mencionado, el término de deformación (Chen et al., 1988; Dunn, 1988).

La interpretación del forzamiento mediante el vector Q se ha considerado por algunos autores como una herramienta útil para la estimación de movimientos verticales, si bien no tuvo en un principio gran trascendencia pues si no era factible calcular con exactitud los vectores Q a partir de mapas de geopotencial, vorticidad y espesores, mucho menos lo era calcular su divergencia. Aunque Sanders y Hoskins (1990) muestran un método para estimar "visualmente" los vectores Q a partir de mapas meteorológicos, la estimación no deja de ser bastante grosera.

A pesar de que la teoría cuasigeostrófica ha proporcionado los conceptos básicos para comprender el comportamiento de los sistemas sinópticos extratropicales durante más de 30 años, su aplicación correcta ha resultado difícil, y en muchos casos imposible, hasta la aparición de medios computacionales que han permitido el uso de grandes conjuntos de campos meteorológicos (Barnes, 1985; Dunn, 1991).

En la actualidad, la disposición de los datos en rejillas, en el contexto de la ecuación omega tradicional, ha permitido (Barnes, 1986; Doswell, 1989) calcular más rigurosamente los términos de advección de vorticidad y advección térmica en varios niveles. Igualmente, la divergencia del vector Q (o los vectores Q en si mismos) puede calcularse fácilmente con el uso de estas representaciones. De esta manera, se eliminan los errores asociados a estimaciones subjetivas de advección de vorticidad y sus variaciones verticales, al igual que los cometidos al estimar

visualmente los vectores Q y su divergencia. Por todo ello, y en total acuerdo con Keyser y Uccellini (1987) y Doswell (1992), si se desea emplear adecuadamente la teoría cuasigeostrófica para el diagnóstico de movimientos verticales a escala sinóptica, la disposición de datos en rejillas es esencial.

No hay que olvidar que la estimación del movimiento vertical mediante la ecuación omega se ha referido (al cálculo cualitativo o cuantitativo) solamente a la estimación de los términos forzantes en dicha ecuación. Sin embargo, es fundamental distinguir entre forzamiento del movimiento vertical y la "respuesta" a tal forzamiento, es decir, el movimiento vertical en sí mismo. Consiguientemente, el diagnóstico del movimiento vertical exige resolver numéricamente la ecuación omega una vez conocido el valor del forzamiento (Doswell, 1987).

Hay que resaltar que ninguna de las formas anteriormente expuestas de expresar el forzamiento del movimiento vertical, incluye el término relacionado con los flujos diatérmicos. Como ya se ha mencionado anteriormente, este término normalmente se considera pequeño en comparación con los términos de advección de vorticidad y advección térmica en latitudes extratropicales. No obstante, los efectos diatérmicos, y especialmente la liberación de calor latente, pueden llegar a tener una importancia considerable en situaciones en las que se produce convección intensa. Por tanto, para diagnosticar adecuadamente los movimientos verticales es necesario incluir el término de

calentamiento (enfriamiento) diatérmico en el forzamiento y una vez calculado éste, resolver numéricamente la ecuación omega completa.

II.2. TEMPERATURA POTENCIAL DEL AIRE CON AGUA Y HIELO

En el desarrollo de la ecuación omega cuasigeostrofica, descrito en el apartado anterior suele despreciarse, basándose en un análisis de escala, el término relacionado con el calentamiento diatérmico. Sin embargo, este término puede llegar a ser importante en procesos en los que existe considerable liberación de calor latente. Es conveniente distinguir entre liberación de calor latente en procesos convectivos por ascensos forzados a escala sinóptica y liberación de calor latente por procesos convectivos a menor escala. En el primer caso, estos flujos de calor pueden incorporarse a la ecuación de energía utilizando campos de variables meteorológicas, pero en el segundo caso, Rockwood y Maddox (1988) y Brooks et al. (1992) advierten que hay que considerar complejas interacciones entre movimientos a escala sinóptica y movimientos a mesoscala lo que hace muy difícil la evaluación de los flujos mediante el uso de esos mismos campos de variables. Esto obliga a su parametrización para poder ser incluidos en la modelización a gran escala (Klemp y Wilhelmson, 1978).

Para parametrizar los procesos convectivos en los modelos numéricos se han venido utilizando variables termodinámicas conservativas como la temperatura potencial del aire seco, y otras que informan sobre la cantidad de humedad existente en la atmósfera. Según Lipps y Hemler (1980) y Wilhelmson y Klemp

(1981), esto no permite el estudio de procesos convectivos en los que se produzca saturación y posterior condensación de vapor de agua. Al considerar la condensación del vapor de agua ha de incluirse la cantidad de agua líquida lo que complica las ecuaciones termodinámicas. Para solventar este problema Betts (1973) y otros autores introducen la temperatura potencial del aire con agua líquida, θ_1 , variable termodinámica que es conservativa en procesos convectivos no precipitantes, pero que no tiene en cuenta la presencia del agua en estado sólido.

Para movimientos adiabáticos húmedos reversibles, la temperatura potencial del aire con agua líquida se define como

$$\theta_1 = \theta - \frac{L_{1v}}{c_p} \frac{\theta}{T} q_1 \quad (\text{II.19})$$

donde $q_1 = r_1/(1+r)$, siendo r_1 la razón de mezcla del agua líquida, r la razón de mezcla de la cantidad total de agua, θ la temperatura potencial del aire seco, c_p el calor específico del aire seco a presión constante, T la temperatura del aire y L_{1v} el calor latente de vaporización. Para sistemas no saturados $\theta_1 = \theta$, ya que $q_1 = 0$; sin embargo, si existe saturación q_1 no es nulo y por tanto, el uso de θ_1 es más adecuado. Deardorff (1976) y Sommeria y Deardorff (1977) utilizan esta variable para modelizar la convección poco profunda por poseer la propiedad de ser conservativa a los cambios de fase vapor-líquido, mientras que Betts (1975) y Wilhelmson (1977) la introducen en modelos de

convección profunda. Sin embargo, la aplicación de dicha variable en estos modelos genera grandes errores para niveles relativamente altos en la troposfera donde la fase sólida adquiere importancia.

Es, pues, obvia la necesidad de definir una nueva variable termodinámica que tenga en cuenta la presencia del agua en sus tres fases y sea conservativa a los cambios de fase. Para definirla se recurre al primer principio de la termodinámica para sistemas abiertos (Dutton, 1976):

$$d(c_p \ln T) - d(R \ln p_d) + d\left(r_v \frac{L_{1v}}{T}\right) - d_1\left(r_1 \frac{L_{1l}}{T}\right) + r_v d\left(\frac{A_{1v}}{T}\right) - r_1 d\left(\frac{A_{1l}}{T}\right) + r c_1 d \ln T = 0 \quad (11.20)$$

donde R es la constante de los gases para aire seco, p_d la presión parcial del aire seco, r_v la razón de mezcla del vapor de agua, r_1 la razón de mezcla del hielo, L_{1l} el calor latente de fusión, A_{1v} la afinidad de vaporización, A_{1l} la afinidad de fusión, r es la razón de mezcla del agua total, definida como la suma de las razones de mezcla de las distintas fases del agua ($r = r_v + r_1 + r_l$) y c_1 es el calor específico del agua líquida. En la expresión anterior " d_1 " representa los cambios internos de una magnitud que ocurren dentro de la "parcela" o "burbuja" de

aire, " d_e " representa los cambios debido a flujos netos de la magnitud hacia dentro o hacia fuera de la burbuja y " d " representa los cambios totales, es decir, la suma de los cambios internos y externos.

En esta ecuación se introduce la definición de los términos de afinidad dada por

$$\begin{aligned} A_{lv} &= \mu_l - \mu_v \\ A_{li} &= \mu_l - \mu_i \end{aligned} \tag{II.21}$$

donde μ_v , μ_l y μ_i son los potenciales químicos del vapor de agua, del agua líquida y del hielo, respectivamente, los cuales Fletcher (1962) define como

$$\begin{aligned} \mu_v &= \mu_0 + R_v T \ln e_v \\ \mu_l &= \mu_0 + R_v T \ln e_{sv} \\ \mu_i &= \mu_0 + R_v T \ln e_{si} \end{aligned} \tag{II.22}$$

siendo R_v la constante de los gases para el vapor de agua, μ_0 es el potencial químico del estado de referencia del agua, e_v la presión parcial del vapor de agua, e_{sv} y e_{si} representan las presiones de vapor saturadas con respecto al líquido y al hielo, respectivamente.

Asimismo, para indicar la variación de calor latente con la temperatura entre las distintas fases, planteamos la segunda ecuación del calor latente (Wallace y Hobbs, 1977):

$$\left. \frac{d}{dT} L_{lv} \right]_p = c_{vp} - c_l$$

$$\left. \frac{d}{dT} L_{ll} \right]_p = c_l - c_i$$

donde c_{vp} es el calor específico del vapor de agua a presión constante y c_l es el calor específico del hielo. Dutton (1976) a partir de la ecuación de estado de los gases perfectos obtiene la siguiente identidad

$$r_v R_v d \ln e_v = (R + r_v R_v) d \ln p - R d \ln p_d$$

siendo p la presión total del aire.

Introduciendo todas estas expresiones en la ecuación del primer principio de la termodinámica (II.20) se obtiene

$$\begin{aligned}
c_{pm} d\ln T - R_m d\ln p + \frac{L_{1v}}{T} dr_v - \frac{L_{11}}{T} d_1 r_1 \\
+ (r_v + r_1) \left[L_{1v} d\left(\frac{1}{T}\right) + R_v d\ln e_{sv} \right] \\
- r_1 \left[L_{1v} d\left(\frac{1}{T}\right) + R_v d\ln e_{s1} \right] = 0
\end{aligned} \tag{II.23}$$

donde $c_{pm} = c_p + r_v c_{vp} + r_1 c_{11} + r_1 c_{11}$, siendo c_{pm} el calor específico del aire húmedo a presión constante y $R_m = R + r_v R_v$, siendo R_m la constante de gases del aire húmedo. Si ahora se considera que la variación de la presión saturante de vapor viene dada por la ecuación de Clausius-Clapeyron,

$$d\ln e_{sv} = - \frac{L_{1v}}{R_v} d\left(\frac{1}{T}\right) \tag{II.24}$$

resulta que los términos entre corchetes de la ecuación (II.23) se anulan, quedando el primer principio de la termodinámica de la forma

$$c_{pm} d\ln T - R_m d\ln p + \frac{L_{1v}}{T} dr_v - \frac{L_{11}}{T} d_1 r_1 = 0 \tag{II.25}$$

Por otra parte, la temperatura potencial del aire seco, θ , se expresa por:

$$d \ln \theta = d \ln T - \frac{R}{c_p} d \ln p$$

Despejando $d \ln T$ y sustituyendo su valor en el primer término de (II.25) se obtiene, reagrupando términos:

$$d \ln \theta = \left(\frac{R_m}{c_{pm}} - \frac{R}{c_p} \right) d \ln p - \frac{L_{1v}}{c_{pm} T} dr_v + \frac{L_{11}}{c_{pm} T} d_1 r_1 \quad (\text{II.26})$$

donde las constantes de los gases y los calores específicos son invariantes con la temperatura. Ahora bien, como la masa de agua en el sistema termodinámico (burbuja de aire húmedo) es despreciable frente a la masa de aire seco, entonces $c_{pm} \approx c_p$ y $R_m \approx R$ y (II.26) puede aproximarse a

$$d \ln \theta = - \frac{L_{1v}}{c_p T} dr_v + \frac{L_{11}}{c_p T} d_1 r_1 \quad (\text{II.27})$$

Bajo la hipótesis de conservación de la cantidad total de agua

$$dr_v + d_1 r_1 + d_1 r_1 = 0$$

se podrá sustituir dr_v en (II.27) y teniendo en cuenta que

$L_{il} = L_{iv} - L_{iv}$, siendo L_{iv} el calor latente de sublimación se obtiene que

$$d \ln \theta = \frac{L_{iv}}{c_p T} d_1 r_1 + \frac{L_{iv}}{c_p T} d_1 r_1 \quad (\text{II.28})$$

Consecuentemente, las variaciones de temperatura potencial expresada en (II.28) son atribuibles únicamente a cambios de las razones de mezcla de agua líquida y/o de hielo dentro de la burbuja. Esta ecuación resulta de gran interés pues permite definir una variable termodinámica conservativa en aquellas transformaciones adiabáticas que incluyen cambios de fase. Esta variable se denomina temperatura potencial del aire con agua y hielo, θ_{il} , que por simplicidad la llamaremos en adelante temperatura potencial líquido-hielo, y que viene dada por

$$d_1 \ln \theta_{il} = d \ln \theta - \frac{L_{iv}}{c_p T} d_1 r_1 - \frac{L_{iv}}{c_p T} d_1 r_1 = 0 \quad (\text{II.29})$$

Esta variable puede considerarse como una extensión de la temperatura potencial del aire con agua líquida θ_1 definida por Betts (1973), reduciéndose a θ en condiciones subsaturadas y a θ_1 en ausencia de la fase sólida. Por la ecuación anterior, sabemos que las variaciones internas de la temperatura potencial líquido-hielo son nulas, o lo que es lo mismo, esta variable se

conserva si la cantidad de agua condensada permanece dentro de la parcela original.

Si se incluye T dentro del término diferencial, la ecuación anterior puede expresarse de la siguiente forma

$$d_1 \ln(\theta_{11}/\theta) = - d_1 \left[\frac{L_{1v} r_1}{c_p T} + \frac{L_{1v} r_1}{c_p T} \right] + \varepsilon_1 + \varepsilon_2 \quad (\text{II.30})$$

en la que $\varepsilon_1 = \frac{r_1}{c_p} d\left(\frac{L_{1v}}{T}\right)$ y $\varepsilon_2 = \frac{r_1}{c_p} d\left(\frac{L_{1v}}{T}\right)$, ya que L_{1v} , L_{1v} y c_p se consideran constantes e igual a su valor a una temperatura de referencia T_0 dada. Por considerar L_{1v} y L_{1v} constantes, las diferenciales $d\left(\frac{L_{1v}}{T}\right)$ y $d\left(\frac{L_{1v}}{T}\right)$, y por ende, ε_1 y ε_2 , son proporcionales a $-dT/T^2$, y crecen de forma no lineal cuando T decrece. En primera aproximación, se suelen eliminar los términos ε_1 y ε_2 para facilitar la integración de la ecuación (II.30) y, de esta manera, obtener una expresión para θ_{11} :

$$\theta_{11} = \theta \exp\left\{ - \left[\frac{L_{1v}(T_0)r_1}{c_p T} + \frac{L_{1v}(T_0)r_1}{c_p T} \right] \right\} \quad (\text{II.31})$$

que desarrollada en serie de Taylor hasta los términos de primer

orden queda como

$$\theta_{11} = \theta \left[1 - \frac{L_{1v}(T_0)r_1}{c_p T} - \frac{L_{1v}(T_0)r_1}{c_p T} \right] \quad (\text{II.32})$$

o en forma inversa

$$\theta = \theta_{11} \left[1 + \frac{L_{1v}(T_0)r_1}{c_p T} + \frac{L_{1v}(T_0)r_1}{c_p T} \right] \quad (\text{II.33})$$

Estas aproximaciones dan lugar a errores substanciales en la alta troposfera, debido al crecimiento no lineal de los términos despreciados. Para subsanar este error, existen dos alternativas. Una de ellas consiste en resolver numéricamente la ecuación completa (II.26), pero su resolución es computacionalmente compleja y de excesivo tiempo de cálculo para análisis rutinario. La otra consiste en restringir el uso de estas ecuaciones a procesos convectivos poco profundos lo que no cubre los objetivos que se presentan en esta memoria.

Tripoli y Cotton (1981) resuelven numéricamente, para casos concretos, la ecuación (II.26), tomándola como ecuación de referencia puesto que en ella no se ha realizado ninguna aproximación, y comparan los resultados con los obtenidos mediante la resolución de las ecuaciones (II.31) y (II.33). En la

Figura II.1 se representan las diferencias entre los valores de θ obtenidos a partir de la ecuación (II.26) y los correspondientes a las ecuaciones (II.31) y (II.33) respectivamente, frente a la presión.

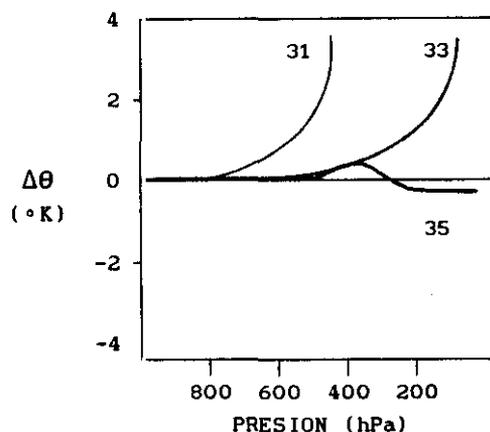


Figura II.1: Diferencias entre la temperatura potencial θ obtenida a través de la ecuación (II.26) y las ecuaciones (II.31), (II.33) y (II.35). El número sobre la curva indica la ecuación a la que se refiere.

En dicha figura, se puede observar que para la curva denotada por 31 los valores de $\Delta\theta$ crecen rápidamente a partir de un cierto umbral de presión; de forma similar, ocurre con la curva denotada por 33, con la salvedad de encontrar el umbral a una presión ligeramente inferior. Esta circunstancia indica una mayor validez de los valores de θ obtenidos mediante la ecuación (II.33).

Para mejorar los resultados de esta última ecuación, Tripoli

y Cotton (1981) proponen un ajuste de la temperatura, de forma que ésta se mantenga constante cuando su valor sea inferior a 253 K, obteniendo una expresión empírica para el diagnóstico de la temperatura potencial líquido-hielo

$$\theta_{11} = \theta \left[1 - \frac{L_{1v}(T_0)r_1}{c_p \max(T, 253)} - \frac{L_{1v}(T_0)r_1}{c_p \max(T, 253)} \right] \quad (\text{II.34})$$

o en forma inversa

$$\theta = \theta_{11} \left[1 + \frac{L_{1v}(T_0)r_1}{c_p \max(T, 253)} + \frac{L_{1v}(T_0)r_1}{c_p \max(T, 253)} \right] \quad (\text{II.35})$$

Si representamos los valores de $\Delta\theta$ que resultan de la diferencia de los valores de temperatura potencial del aire seco obtenidos a partir de la ecuación inicial de referencia (II.26) y los correspondientes a la ecuación (II.35), se observa que la curva denotada por 35 (Fig. II.1) no presenta un crecimiento exponencial sino que se mantiene en las proximidades del cero. Según este resultado, se puede considerar que la ecuación (II.34) es una expresión integrada de la ecuación diferencial (II.29) y define adecuadamente la variable temperatura potencial líquido-hielo, manteniendo las mismas características que la

definida por la ecuación diferencial pero siendo computacional y operativamente más sencilla (Cotton y Anthes, 1989). Por tanto, se puede considerar que la temperatura potencial líquido-hielo dada por la ecuación (II.35) es una variable termodinámica conservativa a todos los cambios de fase del agua en procesos convectivos profundos.

El uso de la temperatura potencial líquido-hielo es una alternativa viable y poderosa al uso de la temperatura potencial del aire seco y a la del aire con agua líquida para el estudio de los procesos convectivos profundos. Es por ello, por lo que puede considerarse una variable adecuada para parametrizar efectos diatérmicos, en particular la liberación de calor latente, que se producen en dichos procesos. En este sentido, uno de los objetivos planteados en esta tesis, es la utilización de la temperatura potencial líquido-hielo en la parametrización del término diatérmico en la ecuación omega.

II.3. PARAMETRIZACION DEL TERMINO DE FORZAMIENTO DIATERMICO DE LA ECUACION OMEGA

Según Cotton y Anthes (1989), la variable temperatura potencial líquido-hielo es de gran utilidad para representar la convección profunda pues además de simplificar estos procesos conceptualmente también reduce en gran medida la complejidad y extensión del cálculo. Sin embargo, por lo general, los procesos de convección intensa no se han tenido en consideración para evaluar los movimientos verticales a escala sinóptica. Efectivamente, Hoskins y Pedder (1980) y Smith et al. (1984) opinan que la inclusión del término diatérmico en la ecuación omega tradicional ha de producir estimaciones del campo de movimientos ascendentes de mayor magnitud que cuando este término no se incluye en dicha ecuación. Por ello, uno de los objetivos de esta memoria es parametrizar el término energético termodinámico utilizando la temperatura potencial líquido-hielo e incluirlo en la ecuación omega cuasigeostrofica.

Recordemos, en primer lugar, que en la expresión de la ecuación omega completa (II.9), el término relacionado con liberación de calor latente venía expresado por

$$D = - \frac{R}{p \bar{c}_p} \nabla^2 \dot{q} \quad (\text{II.36})$$

donde \dot{q} representaba el flujo calorífico por unidad de masa. Este flujo calorífico se relaciona con la entropía específica, s , según

$$\frac{\dot{q}}{T} = \frac{ds}{dt} \quad (\text{II.37})$$

de tal manera que, encontrando una relación entre la entropía y la temperatura potencial líquido-hielo, se podrá parametrizar \dot{q} . En un sistema que contiene únicamente aire seco, la variación de entropía viene expresada por

$$ds = c_p d \ln \theta \quad (\text{II.38})$$

Si el sistema evoluciona según un proceso reversible, la variación de entropía, y por añadidura, de temperatura potencial serán nulas. Sin embargo, el aire en la atmósfera está compuesto por aire seco y agua en cualquiera de sus tres fases. En este sistema, la variación de entropía no puede venir tan sólo expresada en función de la variación de la temperatura potencial del aire seco, sino en función de una variable que tenga en cuenta la presencia de agua y sus posibles cambios de fase (Betts, 1982; Houghton, 1992). Esta variable puede corresponder perfectamente a la temperatura potencial líquido-hielo. Como vimos en el apartado anterior (ecuación (II.29)), la variación interna de la temperatura potencial líquido-hielo es función de

la variación interna de las razones de mezcla es igual a cero. La única posibilidad de variación de la temperatura potencial líquido-hielo habrá de ser una variación externa producida, a su vez, por variaciones externas de las razones de mezcla. Consecuentemente, existirá una variación de entropía en el sistema que podrá estar relacionada con variaciones externas de la temperatura potencial líquido-hielo. Análogamente a la expresión (II.38), la variación de entropía correspondiente a este proceso será

$$ds = c_p d \ln \theta_{11} = c_p d \ln \theta_{11} \quad (\text{II.39})$$

Conviene observar que esta expresión es un caso general de la ecuación (II.38), pues si se considera que no existe agua en el sistema la variable temperatura potencial líquido-hielo coincide con la temperatura potencial del aire seco, y la expresión (II.39) se reduce a (II.38).

Sustituyendo la expresión (II.39) en la definición del flujo calorífico por unidad de masa, obtenemos

$$\frac{\dot{q}}{T} = \frac{ds}{dt} = c_p \frac{d \ln \theta_{11}}{dt} \quad (\text{II.40})$$

Por consiguiente, la función forzante correspondiente al

término diatérmico de la ecuación omega completa (II.9) quedaría de la forma

$$\mathcal{D} = - \frac{R}{p} \nabla^2 \left(T \frac{d \ln \theta_{11}}{dt} \right) \quad (\text{II.41})$$

y la ecuación omega completa se podría reestructurar quedando como

$$\begin{aligned} \left(\sigma \nabla^2 + f_0^2 \frac{\partial^2}{\partial p^2} \right) \omega &= f_0 \frac{\partial}{\partial p} \left[\mathbf{v}_g \cdot \nabla \left(\frac{1}{f_0} \nabla^2 \Phi + f \right) \right] \\ &+ \nabla^2 \left[\mathbf{v}_g \cdot \nabla \left(- \frac{\partial \Phi}{\partial p} \right) \right] \\ &- \frac{R}{p} \nabla^2 \left(T \frac{d \ln \theta_{11}}{dt} \right) \end{aligned} \quad (\text{II.42})$$

Asimismo, en la ecuación omega expresada en función del vector \mathbf{Q} se puede incluir el término diatérmico, quedando de la forma:

$$\left(\sigma \nabla^2 + f_0^2 \frac{\partial^2}{\partial p^2} \right) \omega = - 2 \nabla \cdot \mathbf{Q} - \frac{R}{p} \nabla^2 \left(T \frac{d \ln \theta_{11}}{dt} \right) \quad (\text{II.43})$$

De esta manera quedan incluidos los efectos debidos a liberación de calor latente en la evaluación de movimientos verticales mediante la ecuación omega cuasigeostrófica, siendo patente la existencia de una interrelación entre la dinámica y la termodinámica de procesos atmosféricos a escala sinóptica, entendiendo por dinámica los movimientos verticales que ocurren debido a forzamientos cuasigeostróficos y por termodinámica, la descripción de los procesos relacionados con convección profunda.

CAPITULO III

RESOLUCION NUMERICA DE LA ECUACION OMEGA

En el capítulo anterior, se ha desarrollado la ecuación omega cuasigeostrófica incluyendo el término relacionado con liberación de calor latente. En este capítulo, abordaremos el problema de la resolución numérica de dicha ecuación. Para ello, inicialmente se describe el área de estudio así como los datos utilizados en el desarrollo de esta memoria. Posteriormente, se expone el método de interpolación espacial utilizado para la disposición de los datos en rejillas. Por último, se describe el método de resolución numérica de la ecuación omega cuasigeostrófica.

III.1. AREA DE ESTUDIO

Los objetivos que se han planteado en esta memoria están encuadrados en el diagnóstico de movimientos verticales a escala sinóptica en latitudes medias mediante el uso de la teoría cuasigeostrófica. Ello requiere el conocimiento de los valores de distintas variables meteorológicas incluidas en la ecuación omega a distintos niveles de la atmósfera. Por lo tanto, es necesario utilizar la información que ofrecen los Partes TEMP o informes de observación en altura de la presión, temperatura, humedad y viento. Los observatorios en los que se realizan dichos informes han de presentar una distribución homogénea en el área de estudio, siendo el espaciado entre ellos un factor limitante en la determinación de la escala de los fenómenos estudiados (Daley, 1991). En nuestro caso, la distribución de los observatorios es óptima para el estudio de fenómenos a escala sinóptica. El dominio espacial contiene el área delimitada por los paralelos 32°N y 48°N y los meridianos 14°W y 8°E . Dentro de dicha región se sitúa la Península Ibérica y el Archipiélago Balear. Los observatorios meteorológicos que realizan radiosondeos pertenecientes a la Red del Instituto Nacional de Meteorología que se encuentran en el área de estudio son La Coruña, Santander, Madrid, Murcia y Palma de Mallorca. Además, se han utilizado los radiosondeos de los Observatorios de Lisboa y Gibraltar.

Para llevar a cabo esta memoria se han utilizado los datos de los radiosondeos diarios de las 00:00 y 12:00 horas TMG durante el año 1990 completo. Los radiosondeos ofrecen datos en diferentes niveles, habiéndose utilizado en esta memoria los datos obtenidos en los niveles tipo (superficie, 1000, 850, 700, 500, 400, 300, 250, 200, 150 y 100 hPa).

La resolución numérica de la ecuación omega se aborda mediante el uso de diferencias finitas. Consecuentemente, se requiere la definición de una rejilla tridimensional. La celdilla unidad tridimensional adoptada tiene una dimensión de 2° de longitud x 2° de latitud x 150 hPa de espesor. De este modo la rejilla queda constituida por 12 x 9 x 7 puntos y delimitada horizontalmente por los paralelos 32°N y 48°N y los meridianos 14°W y 8°E y verticalmente, por las superficies isobáricas de 1000 y 100 hPa (Fig. III.1).

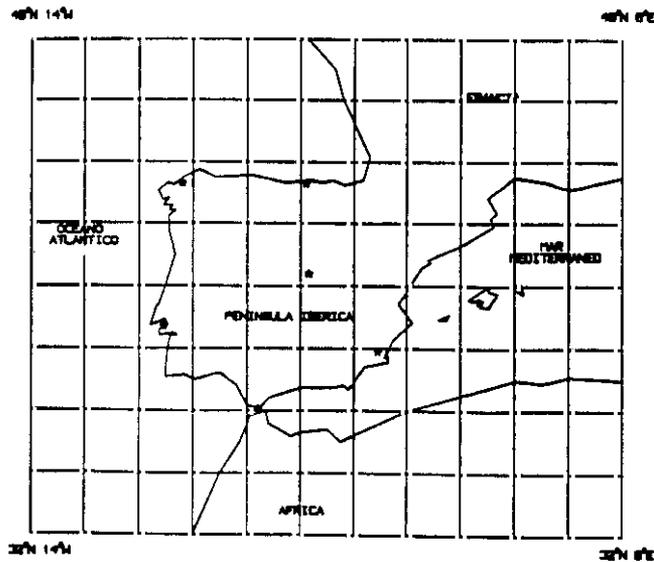


Figura III.1: Dominio espacial seleccionado para la aplicación de la rejilla de puntos necesaria para el cálculo numérico. Los asteriscos indican la localización de los observatorios.

Los datos disponibles lógicamente están irregularmente distribuidos en el dominio espacial, por lo que han de utilizarse técnicas de interpolación para la obtención de los valores de las variables involucradas en la ecuación omega en todos los puntos de la rejilla. El método utilizado se describe en el próximo apartado.

III.2. METODO DE INTERPOLACION ESPACIAL

Como ya comentamos en el apartado anterior, el problema de la resolución numérica de la ecuación omega conlleva implícitamente la disposición en rejilla de los datos de las variables meteorológicas explicitadas en dicha ecuación. Dado que los datos disponibles se encuentran irregularmente distribuidos en el área en estudio, es necesario interpolar espacialmente para conseguir ordenar regularmente los datos en una rejilla (Wright, 1992).

Si bien la resolución de la ecuación omega requiere una rejilla tridimensional, el problema se transforma en una interpolación bidimensional para cada uno de los niveles considerados puesto que los datos obtenidos en un radiosondeo permiten tener niveles equiespaciados verticalmente.

Para llevar a cabo la interpolación sobre cada superficie isobárica se ha utilizado la interpolación con medias móviles. Esta técnica aporta interpolaciones suficientemente precisas si no existen agrupaciones de puntos de datos muestrales (datos observados) en una zona concreta de la región en estudio y escasez de ellos en otras zonas. En nuestro caso los puntos muestrales están distribuidos irregularmente, si bien no presentan agrupación y, consecuentemente, no están sometidos a esta limitación. El método de interpolación espacial por medias

móviles es un método que tiene la ventaja de ser más rápido que otros, sin perder exactitud (Ripley, 1981). Este método suaviza la interpolación de los valores de las variables mediante el uso de medias ponderadas de los valores en los puntos muestrales. Así, si se tiene una serie de observaciones de una variable Φ (en nuestro caso, altura geopotencial) en varios puntos \mathbf{x}_i (i es el índice de la estación de radiosondeo) y se desea realizar una interpolación de dicha variable en todos los puntos \mathbf{x} de una región D mediante la interpolación espacial por medias móviles, la estimación de la variable se podrá expresar por

$$\hat{\Phi}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^N \lambda_i \Phi(\mathbf{x}_i) \quad (\text{III.1})$$

siendo N el número total de puntos muestrales. Los pesos λ_i utilizados en la ponderación se eligen en función de la distancia ℓ entre los puntos muestrales \mathbf{x}_i y el resto de los puntos \mathbf{x}

$$\lambda_i = g(\ell(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i))$$

verificándose que $\sum \lambda_i = 1$. En la expresión anterior g representa una función cualquiera de la distancia ℓ . Lógicamente, cuando la distancia entre un punto muestral y un punto a interpolar es

pequeña, el peso asociado será mayor que el correspondiente a una distancia mayor. Matemáticamente, esto quiere decir que la interpolación será suficientemente exacta si $g(\ell)$ tiende a infinito cuando ℓ tiende a cero.

Si g es una función suavizada, $\hat{\Phi}(\mathbf{x})$ es diferenciable en todos los puntos excepto quizá en los puntos muestrales. La diferenciabilidad de $\hat{\Phi}(\mathbf{x})$ en los puntos muestrales se estudia dependiendo que:

a) la distancia de un punto \mathbf{x} a un punto muestral \mathbf{x}_1 sea pequeña comparada con las distancias entre puntos muestrales. En este caso, se construye la función:

$$\hat{\Phi}(\mathbf{x}) - \Phi(\mathbf{x}_1) = \frac{\left[\sum_2^N g_1 \{ \Phi(\mathbf{x}_1) - \Phi(\mathbf{x}_1) \} \right]}{\left[g_1 + \sum_2^N g_1 \right]} \quad (\text{III.2})$$

donde $g_1 = g(\ell(\mathbf{x}, \mathbf{x}_1))$. De esta expresión se deduce que $\hat{\Phi}$ es diferenciable en \mathbf{x}_1 si y solo si $\frac{\ell}{g(\ell)}$ tiende a 0 cuando ℓ tiende a 0. Un razonamiento análogo puede aplicarse a cualquier otro punto muestral \mathbf{x}_1 ;

b) la distancia ℓ sea muy grande. En este caso, existe otra restricción en $g(\ell)$ ya que si $\int_1^{\infty} \ell g(\ell) d\ell$ tiene un valor infinito, la interpolación dependerá siempre del tamaño de la región D. Por tanto, para que la integral anterior sea finita, $g(\ell)$ debe decrecer más rápidamente que ℓ^{-2} para grandes valores de ℓ .

Si todas estas restricciones (tanto si ℓ es pequeña como si toma valores muy grandes) no se cumplen, las interpolaciones obtenidas serán suavizadas pero presentarán fuertes picos en la proximidad de los puntos muestrales (Pelto et al., 1968). Teniendo en cuenta estas consideraciones, se realizó un análisis en el que se estudió la interpolación obtenida con varias funciones $g(\ell) = \ell^{-n}$, $n = 2, 3, 4, 5, \dots$, utilizándose datos de altura geopotencial. En la Figura III.2 se representa la media de los residuos al cuadrado obtenidos de la diferencia entre interpolaciones realizadas con funciones $g(\ell)$ de exponente correlativo, es decir, la diferencia entre los valores interpolados de alturas geopotenciales con $g(\ell) = \ell^{-2}$ y $g(\ell) = \ell^{-3}$ (denotadas en la Figura III.2 por 2-3), con $g(\ell) = \ell^{-3}$ y $g(\ell) = \ell^{-4}$ (denotadas por 3-4), etc. En la figura se observa que a partir del punto 4-5, el valor de la media de los residuos al cuadrado se estabiliza, por lo que consideramos que la función de la distancia más adecuada es $g(\ell) = \ell^{-4}$ ya que ofrece interpolaciones regulares y estables y no se aprecian diferencias significativas con las dadas por funciones de mayor exponente.

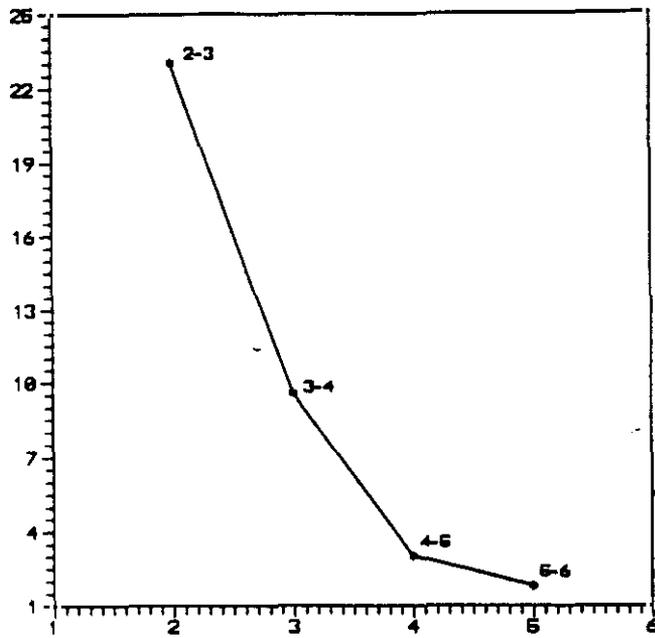


Figura III.2: Media de los residuos al cuadrado de las diferencias entre varias interpolaciones de altura geopotencial realizadas con funciones de la distancia con exponente correlativo.

La expresión resultante para la interpolación es pues:

$$\hat{\Phi}(x) = \frac{\sum_{i=1}^N \left(\Phi_i \cdot e^{-4} \right)}{\sum_{i=1}^N \left(e^{-4} \right)} \quad (\text{III.3})$$

donde el subíndice i representa el punto muestral x_i , x el punto donde se efectúa la interpolación y ℓ_i la distancia del punto muestral x_i al punto x .

La aplicación de este método de interpolación para cada nivel a cada una de las variables involucradas permite obtener la disposición en rejilla de los datos necesarios para la resolución numérica de la ecuación omega, y en general, de cualquier ecuación diferencial en diferencias finitas.

III.3. RESOLUCION NUMERICA DE LA ECUACION OMEGA

Muchas veces en la descripción cuantitativa de un fenómeno físico se establece un sistema de ecuaciones diferenciales válidas en un cierto dominio con unas condiciones de contorno adecuadas. Sin embargo, solamente de un número muy limitado de ecuaciones diferenciales se conoce la solución analítica, por lo que en la mayoría de los casos hay que recurrir a la discretización de las funciones. Una función desconocida, que es solución de la ecuación y representativa de un conjunto infinito de números, se reemplaza por un número finito de parámetros desconocidos. Una forma de discretizar las ecuaciones diferenciales se basa en el método de diferencias finitas, en el que los términos diferenciados se reemplazan por otros en los que sólo existen operaciones algebraicas (Zienkiewicz y Morgan, 1983).

El problema que se plantea en esta memoria es que el movimiento vertical a escala sinóptica, fenómeno físico que nos ocupa, está descrito por la ecuación omega cuasigeostrofica que es una ecuación diferencial elíptica tridimensional de segundo orden, cuya solución analítica no se conoce. Por esto, su solución la tendremos que determinar mediante métodos numéricos de discretización en diferencias finitas en los que las derivadas y los operadores gradiente y laplaciano que aparecen en la ecuación se reemplazan por operaciones algebraicas.

En el capítulo anterior planteamos la expresión para la ecuación omega cuasigeostrofica en la que incluimos el término energético

$$\begin{aligned}
 \left(\sigma \nabla^2 + f_0^2 \frac{\partial^2}{\partial p^2} \right) \omega &= f_0 \frac{\partial}{\partial p} \left[\mathbf{v}_g \cdot \nabla \left(\frac{1}{f_0} \nabla^2 \Phi + f \right) \right] \\
 &+ \nabla^2 \left[\mathbf{v}_g \cdot \nabla \left(- \frac{\partial \Phi}{\partial p} \right) \right] \\
 &- \frac{R}{p} \nabla^2 \left(T \frac{d \ln \theta_{11}}{dt} \right)
 \end{aligned} \tag{III.4}$$

en la que la incógnita, ω , está derivada con respecto a las variables p , x e y .

Llamando \mathcal{F} a la suma de los tres términos forzantes del movimiento vertical y transformando esta ecuación a su forma discretizada

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{\Delta s^2} \left[\omega_{i+1jk} + \omega_{i-1jk} + \omega_{ij+1k} + \omega_{ij-1k} - 4\omega_{ijk} \right] \\
 + \frac{f_0^2}{\sigma_k \Delta p^2} \left[\omega_{ijk+1} + \omega_{ijk-1} - 2\omega_{ijk} \right] = \mathcal{F}_{ijk}
 \end{aligned} \tag{III.5}$$

donde Δs y Δp representan los incrementos de distancia y presión, f_0 el parámetro de Coriolis, σ_k el parámetro de estabilidad en cada nivel vertical k ($k = 1, \dots, H$; siendo H el número de niveles verticales) y \mathcal{F}_{ijk} el segundo miembro de la ecuación omega en cada punto de la rejilla (i, j, k) , indicando i la coordenada longitudinal ($i = 0, \dots, N+1$; siendo N el número de puntos del eje longitudinal de la rejilla), y j la coordenada latitudinal ($j = 0, \dots, M+1$; siendo M el número de puntos del eje latitudinal de la rejilla). De igual manera, cada uno de los términos que interviene en el forzamiento del movimiento vertical, y que están englobados en la variable \mathcal{F} , se procedió a su discretización adoptando un esquema en diferencias finitas "centradas"

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_{ijk} = & \frac{f_0}{\sigma_k} \frac{1}{2\Delta p} \left[\mathcal{A}(\eta)_{ijk+1} - \mathcal{A}(\eta)_{ijk-1} \right] & \text{(III.6)} \\ & + \frac{1}{\sigma_k \Delta s^2} \left[\mathcal{A}(T)_{i+1jk} + \mathcal{A}(T)_{i-1jk} + \mathcal{A}(T)_{ij+1k} + \mathcal{A}(T)_{ij-1k} - 4\mathcal{A}(T)_{ijk} \right] \\ & - \frac{R}{\sigma_k p_k} \frac{1}{\Delta s^2} \left[\mathcal{D}_{i+1jk} + \mathcal{D}_{i-1jk} + \mathcal{D}_{ij+1k} + \mathcal{D}_{ij-1k} - 4\mathcal{D}_{ijk} \right] \end{aligned}$$

donde $\mathcal{A}(\eta)_{ijk}$ representa la advección de vorticidad absoluta por el viento geostrófico, $\mathcal{A}(T)_{ijk}$ la advección de espesores o advección térmica por el viento geostrófico, \mathcal{D}_{ijk} el término diatérmico, p_k la presión atmosférica en el nivel vertical k y R

la constante de los gases para el aire seco.

En la expresión anterior, el primer término forzante es la advección de vorticidad absoluta, que discretizada en diferencias finitas centradas adopta la forma

$$A(\eta)_{ijk} = (V_{ijk})_x \cdot (\nabla\eta_{ijk})_x + (V_{ijk})_y \cdot (\nabla\eta_{ijk})_y$$

representando $(V_{ijk})_x$ y $(V_{ijk})_y$ las componentes zonal y meridional de la velocidad del viento geostrófico, respectivamente, que, a su vez, se expresan en forma vectorial y discretizada como

$$\begin{aligned} V_{ijk} &= \left[(V_{ijk})_x, (V_{ijk})_y \right] \\ &= \frac{1}{f_0} \frac{1}{2\Delta s} \left[-(\Phi_{i,j+1,k} - \Phi_{i,j-1,k}), (\Phi_{i+1,j,k} - \Phi_{i-1,j,k}) \right] \end{aligned}$$

siendo Φ_{ijk} el valor de la altura geopotencial en cada punto (i,j,k) de la rejilla.

$(\nabla\eta_{ijk})_x$ y $(\nabla\eta_{ijk})_y$ representan las componentes zonal y meridional del gradiente de la vorticidad absoluta respectivamente que, en esta simbología, toman la forma

$$\begin{aligned} \nabla \eta_{ijk} &= \left[(\nabla \eta_{ijk})_x, (\nabla \eta_{ijk})_y \right] \\ &= \frac{1}{2\Delta s} \left[(\eta_{i+1jk} - \eta_{i-1jk}), (\eta_{ij+1k} - \eta_{ij-1k}) \right] \end{aligned}$$

siendo η_{ijk} la vorticidad absoluta que en diferencias finitas centradas podemos expresarla como

$$\eta_{ijk} = \frac{1}{\bar{f}_0} \frac{1}{\Delta s^2} \left[\Phi_{i+1jk} + \Phi_{i-1jk} + \Phi_{ij+1k} + \Phi_{ij-1k} - 4\Phi_{ijk} \right] + f_j$$

donde f_j representa el parámetro de Coriolis a la latitud j .

Análogamente, el término de advección de espesores expresado en diferencias finitas centradas será

$$\mathcal{A}(T)_{ijk} = (V_{ijk})_x \cdot (\nabla \delta \Phi_{ijk})_x + (V_{ijk})_y \cdot (\nabla \delta \Phi_{ijk})_y$$

donde $(\nabla \delta \Phi_{ijk})_x$ y $(\nabla \delta \Phi_{ijk})_y$ representan las componentes zonal y meridional del gradiente de espesores; vectorialmente y en diferencias finitas centradas adopta la forma

$$\begin{aligned} \nabla \delta \Phi_{ijk} &= \left[(\nabla \delta \Phi_{ijk})_x, (\nabla \delta \Phi_{ijk})_y \right] \\ &= \frac{1}{2\Delta s} \left[(\delta \Phi_{i+1jk} - \delta \Phi_{i-1jk}), (\delta \Phi_{ij+1k} - \delta \Phi_{ij-1k}) \right] \end{aligned}$$

donde $\delta \Phi_{ijk}$ representa los espesores que a su vez, se expresan

$$\delta \Phi_{ijk} = \frac{1}{2\Delta p} [\Phi_{ijk-1} - \Phi_{ijk+1}]$$

Por último, el tercer término forzante de la ecuación omega que aparece en la expresión (III.6) era el término diatérmico, que discretizado en diferencias finitas "atrasadas" quedaría como

$$D_{ijk} = T_{ijk} \left[\frac{1}{\Delta t} (\theta_{11}_{ijk+1} - \theta_{11}_{ijk-1}) + \mathcal{A}(\theta_{11})_{ijk} \right]$$

siendo T_{ijk} la temperatura del aire, Δt el incremento de tiempo, θ_{11}_{ijk} la temperatura potencial líquido-hielo en escala logarítmica y $\mathcal{A}(\theta_{11})_{ijk}$ la advección de la temperatura potencial líquido-hielo en escala logarítmica por el viento geostrófico que, a su vez, discretizada en diferencias finitas centradas queda expresada como

$$\mathcal{A}(\theta_{11})_{1jk} = (V_{1jk})_x \cdot (\nabla\theta_{11})_{1jk}_x + (V_{1jk})_y \cdot (\nabla\theta_{11})_{1jk}_y$$

donde $(\nabla\theta_{11})_{1jk}_x$ y $(\nabla\theta_{11})_{1jk}_y$ representan las componentes zonal y meridional del gradiente del logaritmo neperiano de la temperatura potencial líquido-hielo, respectivamente, que, en forma vectorial y discretizada en diferencias finitas centradas adopta la forma

$$\begin{aligned} \nabla\theta_{11}_{1jk} &= \left[(\nabla\theta_{11})_{1jk}_x, (\nabla\theta_{11})_{1jk}_y \right] \\ &= \frac{1}{2\Delta s} \left[(\theta_{11}_{1+1jk} - \theta_{11}_{1-1jk}), (\theta_{11}_{1j+1k} - \theta_{11}_{1j-1k}) \right] \end{aligned}$$

De esta manera, se calculan los tres términos forzantes de la ecuación omega (III.4) y se valora el término \mathcal{F}_{1jk} de la expresión (III.5) como suma de ellos. Sin embargo, como vimos en el capítulo anterior, el forzamiento del movimiento vertical también se calcula como la suma de la divergencia del vector Q y el término diatérmico mediante la expresión:

$$\left(\sigma \nabla^2 + f_0^2 \frac{\partial^2}{\partial p^2} \right) \omega = - \frac{2 \nabla \cdot Q - \frac{R}{p} \nabla^2 \left(T \frac{d \ln \theta_{11}}{dt} \right)}{\quad} \quad (III.7)$$

Llamando \mathcal{F}_{ijk}^* a la suma de los dos términos forzantes del movimiento vertical, la ecuación anterior discretizada se expresaría de la forma:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\Delta s^2} \left[\omega_{i+1jk} + \omega_{i-1jk} + \omega_{ij+1k} + \omega_{ij-1k} - 4\omega_{ijk} \right] \\ + \frac{f_0^2}{\sigma_k \Delta p^2} \left[\omega_{ijk+1} + \omega_{ijk-1} - 2\omega_{ijk} \right] = \mathcal{F}_{ijk}^* \end{aligned} \quad (\text{III.8})$$

en la que el término \mathcal{F}_{ijk}^* quedaría discretizado en diferencias finitas centradas como:

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_{ijk}^* = - \frac{2}{\sigma_k} \text{Div } \mathbf{Q}_{ijk} \\ - \frac{R}{\sigma_k p_k} \frac{1}{\Delta s^2} \left[\mathcal{D}_{i+1jk} + \mathcal{D}_{i-1jk} + \mathcal{D}_{ij+1k} + \mathcal{D}_{ij-1k} - 4\mathcal{D}_{ijk} \right] \end{aligned} \quad (\text{III.9})$$

donde $\text{Div } \mathbf{Q}_{ijk}$ representa la divergencia del vector \mathbf{Q} que discretizada, a su vez, en diferencias finitas centradas sería

$$\text{Div } \mathbf{Q}_{ijk} = \frac{1}{2\Delta s} \left[(\mathbf{Q}_{i+1jk})_x - (\mathbf{Q}_{i-1jk})_x + (\mathbf{Q}_{ij+1k})_y - (\mathbf{Q}_{ij-1k})_y \right]$$

y las componentes $(Q_{ijk})_x$ y $(Q_{ijk})_y$

$$(Q_{ijk})_x = -\frac{1}{2\Delta s} \left[(V_{i+1jk})_x - (V_{i-1jk})_x, (V_{i+1jk})_y - (V_{i-1jk})_y \right] \cdot \nabla \delta \Phi_{ijk}$$

$$(Q_{ijk})_y = -\frac{1}{2\Delta s} \left[(V_{ij+1k})_x - (V_{ij-1k})_x, (V_{ij+1k})_y - (V_{ij-1k})_y \right] \cdot \nabla \delta \Phi_{ijk}$$

Una vez discretizados los términos que intervienen en el segundo miembro de la ecuación omega y valorado el término \mathcal{F}_{ijk} de la expresión (III.6) o el \mathcal{F}_{ijk}^* de la expresión (III.9), el siguiente paso consiste en resolver por métodos numéricos la ecuación diferencial (III.5) o la ecuación (III.8).

Para aquellos casos en los que posteriormente deseemos resolver estas dos últimas ecuaciones sin la inclusión del término diatérmico, el tercer sumando de \mathcal{F}_{ijk} (o el segundo de \mathcal{F}_{ijk}^*) debe obviarse, no afectando en modo alguno a la resolución numérica que se expone a continuación en este apartado.

Recordando que la ecuación omega expresada en función del vector Q (III.7) es analíticamente equivalente a la expresada en función de los términos forzantes (III.4), por simplicidad, resolveremos numéricamente sólo una de ellas (por ejemplo, la

(III.4)), haciéndolo implícitamente extensivo a la otra ecuación.

Para resolver dicha ecuación diferencial, y dado que el número de niveles verticales en un modelo numérico de este tipo es generalmente pequeño, hemos planteado una aproximación alternativa que "desacopla" la ecuación tridimensional (III.5) en un conjunto de ecuaciones independientes bidimensionales de Helmholtz, que pueden ser resueltas por métodos iterativos o por métodos directos (Bengtsson y Temperton, 1979).

Para obtener un conjunto de ecuaciones independientes bidimensionales de Helmholtz, definimos los vectores siguientes

$$\vec{\omega}_{1j} = \begin{bmatrix} \omega_{1j1} \\ \omega_{1j2} \\ \cdot \\ \cdot \\ \omega_{1jH} \end{bmatrix} \quad \vec{\mathcal{F}}_{1j} = \begin{bmatrix} \mathcal{F}_{1j1} \\ \mathcal{F}_{1j2} \\ \cdot \\ \cdot \\ \mathcal{F}_{1jH} \end{bmatrix} \quad (\text{III.10})$$

donde H es el número de niveles verticales. De esta manera, la ecuación omega en diferencias finitas y notación matricial puede reescribirse de la forma:

$$\nabla^2 \vec{\omega}_{1j} + G_k \vec{\omega}_{1j} = \vec{\mathcal{F}}_{1j} \quad (\text{III.11})$$

donde G_k es una matriz tridiagonal ($H \times H$) que incorpora las condiciones de contorno superior e inferior. La condición de contorno en el límite superior de la atmósfera es $\omega = 0$, es decir, movimiento vertical nulo. Asimismo, en el límite inferior de la atmósfera es usual tomar $\omega = 0$. De esta manera la matriz G_k queda expresada por

$$G_k = - \frac{f_0^2}{\sigma_k \Delta p^2} \begin{bmatrix} 2 & -1 & \dots & 0 & \dots \\ -1 & 2 & -1 & & \\ & -1 & 2 & -1 & \\ & & \vdots & & \\ & & & 0 & \\ & & & \vdots & \\ & & & & -1 & 2 \end{bmatrix} \quad (\text{III.12})$$

Sin embargo, cada punto interior de la rejilla tiene seis puntos vecinos, por tanto deben especificarse condiciones de contorno en los laterales de la rejilla además de los límites superior e inferior. Las condiciones de contorno horizontales son difíciles de especificar; para la ecuación omega es usual aplicar las condiciones de contorno de Dirichlet, $\omega = 0$ en todo el contorno horizontal (Krishnamurthi, 1989). Para que estas condiciones no afecten a la solución en la región de estudio, el dominio horizontal elegido debe tomarse suficientemente grande (Zwack y Kabil, 1988).

La matriz G_k puede diagonalizarse de la forma:

$$G_k = U_k^{-1} D_k U_k \quad (\text{III.13})$$

donde D_k es una matriz diagonal de los autovalores de G_k , U_k es la matriz cuyas columnas son los autovectores correspondientes a cada uno de los autovalores, y U_k^{-1} es la matriz inversa de U_k . Dado que la matriz G_k es una matriz real simétrica, es decir, hermitiana, puede ser diagonalizada de forma que sus autovalores son reales y sus autovectores pueden elegirse de manera que sean reales y ortogonales. Así, si la matriz U_k está formada por vectores reales ortogonales, su inversa es igual a su traspuesta $U_k^{-1} = U_k^t$ (Apostol, 1980; Strang, 1988; Therrien, 1992).

Definimos ahora unos nuevos vectores que son:

$$\vec{\psi} = U \cdot \vec{\omega} \quad \vec{\chi} = U \cdot \vec{\mathcal{F}} \quad (\text{III.14})$$

Si premultiplicamos toda la ecuación (III.11) por U_k y sustituimos G_k por (III.13), obtenemos:

$$\nabla^2 U_k \vec{\omega} + U_k U_k^{-1} D_k U_k \vec{\omega} = U_k \vec{\mathcal{F}}$$

es decir

$$\nabla^2 \vec{\psi}_{1j} + D_k \vec{\psi}_{1j} = \vec{\chi}_{1j} \quad (\text{III.15})$$

Como D_k es una matriz diagonal, la ecuación (III.15) representa un sistema de H ecuaciones independientes de Helmholtz, cada una de las cuales, por separado, podemos resolverla por técnicas iterativas o directas. Una vez encontrados los valores del vector $\vec{\psi}$ en cada punto de la rejilla, podemos obtener el campo ω recordando que

$$\vec{\omega}_{1j} = U_k^{-1} \cdot \vec{\psi}_{1j}$$

III.3.1. Solución a la ecuación de Helmholtz

La forma general de una ecuación de Helmholtz para una variable determinada ψ es:

$$\nabla^2 \psi - \lambda^2 \psi = \chi \quad (\text{III.16})$$

donde ψ y χ son funciones de las variables x e y . Esta ecuación en forma de diferencias finitas centradas se escribe:

$$\psi_{i+1j} + \psi_{i-1j} + \psi_{ij+1} + \psi_{ij-1} - 4\psi_{ij} - \bar{\lambda}^2 \psi_{ij} = \gamma_{ij} \quad (\text{III.17})$$

donde $\bar{\lambda}^2 = \lambda^2 \Delta_s^2$ y $\gamma_{ij} = \Delta_s^2 \chi_{ij}$. En nuestro caso, λ es la raíz cuadrada de uno de los elementos de la matriz diagonal D_k .

Para resolver la ecuación (III.17) necesitamos condiciones de contorno en los límites de la rejilla. Tomamos como condiciones de contorno $\psi_{ij} = 0$ en los límites de la rejilla definidos por los puntos $i = 0, i = N+1, j = 0$ y $j = M+1$.

Para resolver una ecuación de Helmholtz se pueden utilizar métodos iterativos o métodos directos. Los métodos directos tienen la ventaja de proporcionar una solución más exacta de las ecuaciones en diferencias finitas que los métodos iterativos, debido a que en un proceso iterativo pueden producirse errores de acumulación. Además, los métodos directos son más rápidos y requieren menor número de operaciones (Bengtsson y Temperton, 1979; Bowman y Huang, 1991). Son razones, pensamos, suficientes para que nos hayamos inclinado por los métodos directos para la resolución de este tipo de ecuaciones.

El método adoptado está basado en la transformada rápida de Fourier. En este método expresamos ψ y γ como suma de armónicos de Fourier, de forma que para cada latitud $j, 1 < j < M$, tenemos

$$\psi_{1j} = \sum_{n=1}^N \hat{\psi}_{nj} \operatorname{sen} \frac{n\pi}{N+1} \quad (\text{III.18})$$

$$\gamma_{1j} = \sum_{n=1}^N \hat{\gamma}_{nj} \operatorname{sen} \frac{n\pi}{N+1} \quad (\text{III.19})$$

donde las transformadas inversas de ψ y γ son

$$\hat{\psi}_{nj} = \frac{2}{N+1} \sum_{i=1}^N \psi_{ij} \operatorname{sen} \frac{n\pi}{N+1} \quad (\text{III.20})$$

$$\hat{\gamma}_{nj} = \frac{2}{N+1} \sum_{i=1}^N \gamma_{ij} \operatorname{sen} \frac{n\pi}{N+1} \quad (\text{III.21})$$

Si sustituimos ψ dado por (III.18) en la ecuación (III.17) y usamos la propiedad de ortogonalidad de los armónicos seno, obtenemos N sistemas de ecuaciones tridiagonales independientes donde las incógnitas son los coeficientes de Fourier $\hat{\psi}_{nj}$:

$$\hat{\psi}_{nj-1} - \left(4 + \bar{\lambda}^2 - 2\cos \frac{n\pi}{N+1}\right) \hat{\psi}_{nj} + \hat{\psi}_{nj+1} = \hat{\gamma}_{nj} \quad (\text{III.22})$$

que ya llevan incluidas las condiciones de contorno $\hat{\psi}_{n0} = \hat{\psi}_{nN+1} = 0$.

Esquemáticamente, el procedimiento que hemos seguido para la resolución completa de la ecuación (III.17) puede resumirse en los siguientes pasos

- a) En cada latitud j se obtienen los coeficientes $\hat{\gamma}_{nj}$ definidos por la ecuación (III.21) utilizando transformadas rápidas de Fourier
- b) Para cada número de onda n se resuelve el sistema tridiagonal (III.22) obteniendo los coeficientes $\hat{\psi}_{nj}$
- c) En cada latitud j , se determinan los valores buscados de ψ_{ij} en cada punto de la rejilla definidos por la ecuación (III.18) utilizando de nuevo transformadas rápidas de Fourier.

De esta manera, se obtiene una serie de valores de la variable ψ para las H ecuaciones bidimensionales independientes de Helmholtz (III.15), que permite determinar los valores de los vectores $\vec{\omega}_{ij}$, ya que

$$\vec{\psi}_{ij} = U_k \cdot \vec{\omega}_{ij}$$

Como nuestro objetivo es obtener los valores de los vectores $\vec{\omega}_{ij}$, premultiplicamos la expresión anterior por la matriz U_k^{-1}

$$U_k^{-1} \vec{\psi}_{ij} = U_k^{-1} U_k \vec{\omega}_{ij} = \vec{\omega}_{ij}$$

Una vez que hemos realizado el proceso completo, se pueden ya obtener todos los vectores $\vec{\omega}_{ij}$ correspondientes a todos y cada uno de los puntos (i,j) de la rejilla, y recordando la definición (III.10) los valores de ω en cada uno de los puntos (i,j,k) de la rejilla.

En concreto, para nuestro caso de estudio, la resolución computacional exigiría la siguiente cantidad de operaciones: En nuestro caso experimental, la rejilla tridimensional está compuesta por $12 \times 9 \times 7$ puntos, el número de datos de entrada en el modelo es 756 para cada variable y para cada día. Como la ecuación tridimensional se desacopla en H ecuaciones bidimensionales de Helmholtz, una vez eliminados los límites superior e inferior por ser condiciones de contorno, el número de ecuaciones de este tipo que se deben resolver es 5. La resolución de cada una de estas ecuaciones conlleva el planteamiento de N sistemas de M ecuaciones algebraicas con M incógnitas y la ejecución de $2(N \times M)$ transformadas rápidas de Fourier, es decir, 12 sistemas de 9 ecuaciones con 9 incógnitas y 216 transformadas rápidas de Fourier. Este proceso se repite para cada uno de los días del año en estudio.

Siguiendo este procedimiento, se han calculado unas estimaciones de movimiento vertical resolviendo la ecuación omega tradicional y otras resolviendo dicha ecuación incluyendo el término diatérmico que serán analizadas en el siguiente capítulo.

CAPITULO IV

ESTUDIO DEL FORZAMIENTO DIATERMICO DEL MOVIMIENTO VERTICAL

Mediante el método de resolución numérica descrito en el capítulo anterior hemos obtenido dos conjuntos de soluciones de la ecuación omega: estimaciones de movimiento vertical incluyendo el forzamiento diatérmico, W , y estimaciones sin dicho forzamiento, ω . En este capítulo, analizaremos si la inclusión del término diatérmico en el diagnóstico de movimiento vertical se traduce en diferencias entre los conjuntos W y ω (denotadas por $\Delta\omega$). Para ello, estudiaremos la relación entre la causa, forzamiento diatérmico, y el efecto, diferencias entre ambas estimaciones. Posteriormente, se procederá a la descomposición singular del campo $\Delta\omega$ para analizar cómo responde el movimiento vertical al forzamiento diatérmico. Las funciones ortogonales empíricas resultantes de esta descomposición se asociarán a configuraciones sinópticas reales para interpretarlas físicamente y valorar la importancia del forzamiento diatérmico en situaciones atmosféricas determinadas.

Por último, propondremos una expresión lineal no diferencial para el diagnóstico operativo del movimiento vertical en nuestras latitudes. Esta expresión tendrá en cuenta no sólo el forzamiento dinámico sino también los procesos diatérmicos. Comprobaremos, asimismo, la validez de la expresión comparando los resultados obtenidos de la misma con los obtenidos de la resolución de la ecuación omega.

IV.1. ANALISIS DEL FORZAMIENTO DIATERMICO DEL MOVIMIENTO VERTICAL

El forzamiento diatérmico del movimiento vertical resulta muy importante en procesos en los que se producen intercambios energéticos debidos a los cambios de fase que experimenta el agua existente en la atmósfera. De acuerdo con otros investigadores (Hoskins y Pedder, 1980; Smith et al., 1984; Reed y Albright, 1986; Mizzi y Kasahara, 1989), pensamos que este forzamiento debe influir en gran manera en la magnitud y distribución espacial del movimiento vertical a escala sinóptica y que su omisión, produce errores en la evaluación y diagnóstico de dicho movimiento.

En el Capítulo II de esta memoria se parametrizó el forzamiento diatérmico para su inclusión en la ecuación omega. Asimismo, en el Capítulo III se describió el método de resolución numérica de la mencionada ecuación mediante el cual se han obtenido dos conjuntos de resultados; el conjunto de soluciones W a partir de la ecuación omega incluyendo la mencionada parametrización del término diatérmico y el conjunto de soluciones ω sin dicha parametrización. En la Tabla IV.1 se muestran los valores medios obtenidos para los campos W y ω , así como los valores medios de forzamientos dinámico (expresado por la divergencia del vector Q) y diatérmico.

La observación de esta tabla nos pone de relieve que en promedio la magnitud de W es mayor que la de ω para todos los

NIVEL	ω	W	$-2V \cdot Q$	D
850	2.53	4.20	2.78	3.63
700	3.34	5.50	3.67	6.06
550	3.98	5.12	7.21	3.38
400	2.71	3.45	7.48	3.33
250	0.82	1.04	7.41	3.71

Tabla IV.1: Valores medios de los campos de movimiento vertical ω y W ($\times 10^{-3}$ hPa s⁻¹), de forzamientos dinámico y diatérmico ($\times 10^{-17}$ hPa⁻¹ s⁻³) tomados en valor absoluto para cada nivel atmosférico.

niveles seleccionados, así como una ligera tendencia a manifestarse el W_{\max} a una altitud algo inferior que el ω_{\max} , situándolo a un nivel más acorde con los valores teóricos del nivel de no divergencia, alrededor de 600 hPa (Medina, 1984).

El presente capítulo, se inicia analizando las interrelaciones entre el forzamiento diatérmico y las diferencias entre las estimaciones W y ω de movimientos verticales que denotaremos como $\Delta\omega$. Para estudiar las modificaciones que el forzamiento diatérmico introduce en el campo de movimientos verticales, se determinan y analizan las funciones ortogonales empíricas del campo $\Delta\omega$, obteniéndose las configuraciones espaciales de la respuesta del forzamiento diatérmico.

IV.1.1. Modelo de respuesta lineal al forzamiento diatérmico

En este apartado analizaremos la interrelación existente entre el forzamiento diatérmico y las discrepancias entre los conjuntos de soluciones W y ω de movimiento vertical para comprobar si tales diferencias son atribuibles al forzamiento diatérmico. Para ello, planteamos y analizamos una relación lineal entre la causa, forzamiento diatérmico, y el efecto, discrepancias entre las estimaciones, determinando el grado de asociación existente entre causa y efecto. Por consiguiente, el forzamiento termodinámico es la variable de control puesto que cualquier variación en ella repercute directamente en la magnitud de las discrepancias, constituida en variable dependiente.

La relación causa-efecto entre el forzamiento diatérmico, D , y las discrepancias de movimiento vertical, $\Delta\omega$, matemáticamente puede expresarse como:

$$\Delta\omega = \alpha D + \beta \quad (IV.1)$$

donde α y β son las estimaciones mínimocuadráticas de los coeficientes del modelo de respuesta. Los resultados se presentan en la Tabla IV.2.

NIVEL	r	α ($\times 10^{14}$ hPa ² s ⁻²)	β ($\times 10^{-3}$ hPa s ⁻¹)
850	0.86	0.589 \pm 0.003	-0.03
700	0.92	0.532 \pm 0.002	-0.04
550	0.86	0.560 \pm 0.003	-0.03
400	0.86	0.348 \pm 0.002	-0.02
250	0.54	0.055 \pm 0.001	0.00

Tabla IV.2: Estimaciones de los coeficientes α y β del modelo y del coeficiente de regresión r para cada nivel atmosférico.

Los coeficientes de regresión son muy altos excepto para el nivel de 250 hPa, donde ya se aprecia cierto grado de desacoplamiento de la atmósfera al factor diatérmico. Teóricamente, en este nivel el forzamiento asociado a los procesos diatérmicos suele ser débil, salvo aquellos casos donde se desarrolla convección profunda. Por contra, el coeficiente de regresión máximo se obtiene en el nivel de 700 hPa; según Browning (1986), es precisamente el nivel de 700 hPa el que corresponde al de mayor intercambio de calor latente en los fenómenos nubosos.

Teniendo en cuenta que los valores de $\Delta\omega$ son del orden de 10^{-3} hPa s⁻¹, el coeficiente β ($\approx 10^{-5}$) es despreciable. Por tanto, el modelo es altamente eficiente y podemos decir que sin la presencia de un forzamiento diatérmico significativo, la diferencia entre los campos diagnosticados W y ω es nula. La

pendiente α es bastante similar y positiva en todos los niveles excepto en 250 hPa lo que vuelve a poner de manifiesto una tendencia al desacoplamiento de la atmósfera en los niveles más altos de la troposfera como ya mencionamos anteriormente.

La discrepancia de ω es razón directa de la intensidad del propio forzamiento diatérmico, es decir, a mayor valor del término forzante D , mayores discrepancias existen entre las estimaciones W y ω . Concluimos, por tanto, que la respuesta $\Delta\omega$ obedece exclusivamente al forzamiento diatérmico.

IV.1.2. Respuesta del movimiento vertical al forzamiento diatérmico

Como ya se ha comentado, a partir de las estimaciones obtenidas en la resolución numérica de la ecuación omega con la parametrización del término diatérmico y sin ella (W y ω , respectivamente) se construyó el campo $\Delta\omega$ para representar la respuesta espacial al forzamiento diatérmico. Para ello, se procedió a la descomposición singular del campo escalar $\Delta\omega$ por medio de funciones ortogonales empíricas (FOE) (Kutzbach, 1967; Gray, 1981). Su interpretación requiere asociar estas funciones a procesos físicos atmosféricos. La idea básica de las FOE es simple: por medio de transformaciones ortogonales se transforma un conjunto de variables intercorrelacionadas en un conjunto de

variables independientes no correlacionadas. La clave reside en la matriz de covarianza (o correlación); si las variables son independientes, la matriz de covarianza resulta ser diagonal (si se hace uso de la matriz de correlación, ésta sería la matriz identidad). Por consiguiente, el procedimiento consiste en diagonalizar la matriz de covarianza, determinando sus valores y vectores propios (Rasmusson et al., 1981).

De acuerdo con los objetivos de esta investigación, la metodología se puede contemplar desde el punto de vista tanto espacial, Modo-S, como temporal, Modo-T. En nuestro caso, el análisis tiene lugar en el dominio espacial ya que los datos utilizados corresponden a N observaciones simultáneas en M observatorios diferentes. Consecuentemente, los autovectores tienen una componente para cada lugar de observación representando, por tanto, configuraciones espaciales ortogonales (Barnston y Livezey, 1987).

El análisis de vectores propios transforma el conjunto original en un nuevo conjunto de variables no correlacionadas llamadas componentes principales. Estas nuevas variables son combinaciones lineales de las variables originales y se obtienen en orden decreciente de importancia, de forma que la primera componente principal da cuenta de la mayor proporción de varianza de los datos originales. La transformación es de hecho una rotación ortogonal en el espacio euclideo de dimensión M , no precisando el uso de un modelo estadístico subyacente que

explique la estructura de error ni suposición alguna acerca de la distribución de probabilidad de las variables originales (Chatfield y Collins, 1980).

Básicamente, el procedimiento consiste en rotar la matriz de covarianza $S_{M \times M}$ del conjunto de datos originales $Z_{N \times M}$ para obtener una matriz diagonal $D_{M \times M}$ cuyos elementos son los autovalores λ_j , $j = 1, \dots, M$ y una matriz $E_{M \times M}$ compuesta por vectores propios. Del análisis se obtienen dos conjuntos de resultados:

- los coeficientes ($Y_{N \times M}$) de las combinaciones lineales de los datos originales ($Z_{N \times M}$), que de ahora en adelante llamaremos coeficientes de la componente principal o simplemente componentes principales

$$Y_{(N \times M)} = Z_{(N \times M)} E_{(M \times M)} \quad (IV.2)$$

- el conjunto ($P_{M \times M}$) del producto de los vectores propios ($E_{M \times M}$) por la raíz cuadrada del valor propio

$$P_{(M \times M)} = E_{(M \times M)} D_{(M \times M)}^{1/2} \quad (IV.3)$$

De esta última expresión, se observa que los M vectores propios tienen un elemento para cada lugar de observación, denominado peso dando lugar su representación gráfica a una configuración

espacial del campo $\Delta\omega$ al que se le aplicó la descomposición singular.

Aunque el número de componentes principales es igual al número de variables originales, en la práctica se necesitan las primeras componentes para explicar una gran parte de la varianza total. Es importante aislar sólo aquellas componentes con mayor contribución a la señal o lo que es lo mismo separar la señal del ruido (Mallants y Feyen, 1990).

Overland y Preisendorfer (1982) desarrollaron un método objetivo para determinar los autovectores asociados a señal. Este método, denominado *Regla N*, consiste en generar 100 conjuntos de números aleatorios de la dimensión de la matriz de datos originales Z , obteniendo 100 matrices $R(k)_{(N \times M)}$, $k = 1, \dots, 100$. Posteriormente, se determinan las componentes principales de cada matriz $R(k)$ y se define y calcula el estadístico

$$u_j(k) = \lambda'_j(k) \left[M^{-1} \sum_{k=1}^M \lambda'_k(k) \right]^{-1} \quad \begin{cases} k = 1, \dots, 100 \\ j = 1, \dots, M \end{cases} \quad (\text{IV.4})$$

siendo $\lambda'_j(k)$ los autovalores ordenados de mayor a menor obtenidos del conjunto de matrices $R(k)$. Ordenando igualmente los $u_j(k)$ obtenidos por la expresión anterior, $u_j(1) < \dots < u_j(100)$, se define el nivel de confianza del 95% de forma que si el autovalor

normalizado análogamente a (IV.4) de la matriz de covarianza de los datos originales es mayor que $u_j(95)$ se puede admitir que el autovector correspondiente es significativo, y en este caso no estaría asociado a ruido. Este criterio permite decidir de forma objetiva los autovalores asociados a señal y los asociados a ruido, permitiendo eliminar éstos últimos.

La representación del estadístico $u_j(95)$ y de los autovalores normalizados frente al índice de numeración j , es tal que la curva de autovalores se sitúa por encima de la curva de confianza hasta un cierto valor de j , a partir del cual, decae por debajo de dicha curva. El punto de corte de ambas permite establecer el criterio de separación entre la señal y el ruido (Preisendorfer, 1988; Richman, 1988).

Una vez obtenidas y seleccionadas las componentes principales, el siguiente paso consiste en atribuir un significado físico a cada una de ellas, lo cual no resulta en general, sencillo. Horel (1981) y Richman (1986) sugieren que las componentes principales obtenidas deben rotarse para facilitar su interpretación física. El método de rotación VARIMAX es uno de los más ampliamente utilizados. Según este método, las nuevas componentes rotadas tienden a agrupar variables intercorrelacionadas y por tanto, pueden interpretarse físicamente con mayor facilidad. Como nuestro análisis se realiza en el dominio espacial, las componentes rotadas identifican modos espaciales de variación en el dominio de trabajo (Walsh et al.,

1982; Ashbaugh et al., 1984; Yarnal, 1993).

El criterio de Molteni establece las bases para asociar las configuraciones espaciales básicas obtenidas por el análisis anteriormente descrito con configuraciones sinópticas (mapas meteorológicos) reales de la atmósfera (Molteni et al., 1983; Alessio et al., 1989). En síntesis, consiste en definir un coeficiente normalizado n_{ik}^r :

$$n_{ik}^r = y_{ik}^r \cdot \sigma_i^{-1/2} \quad (\text{IV.5})$$

donde y_{ik}^r es el coeficiente de la i -ésima componente principal rotada en el día k y σ_i es la varianza de la i -ésima componente rotada. A continuación se seleccionan los días en los que n_{ik}^r es significativamente alto y significativamente mayor que el resto de los coeficientes normalizados de acuerdo al siguiente criterio:

$$n_{ik}^r \geq 1.5 \quad (\text{IV.6})$$

$$n_{ik}^r \geq 2 \cdot \max_{j \neq i} (n_{jk}^r)$$

Se extrae el n_{ik}^r más elevado que cumple estas condiciones para cada componente principal i . De esta forma a cada componente se le asocia la situación sinóptica del día k la cual será

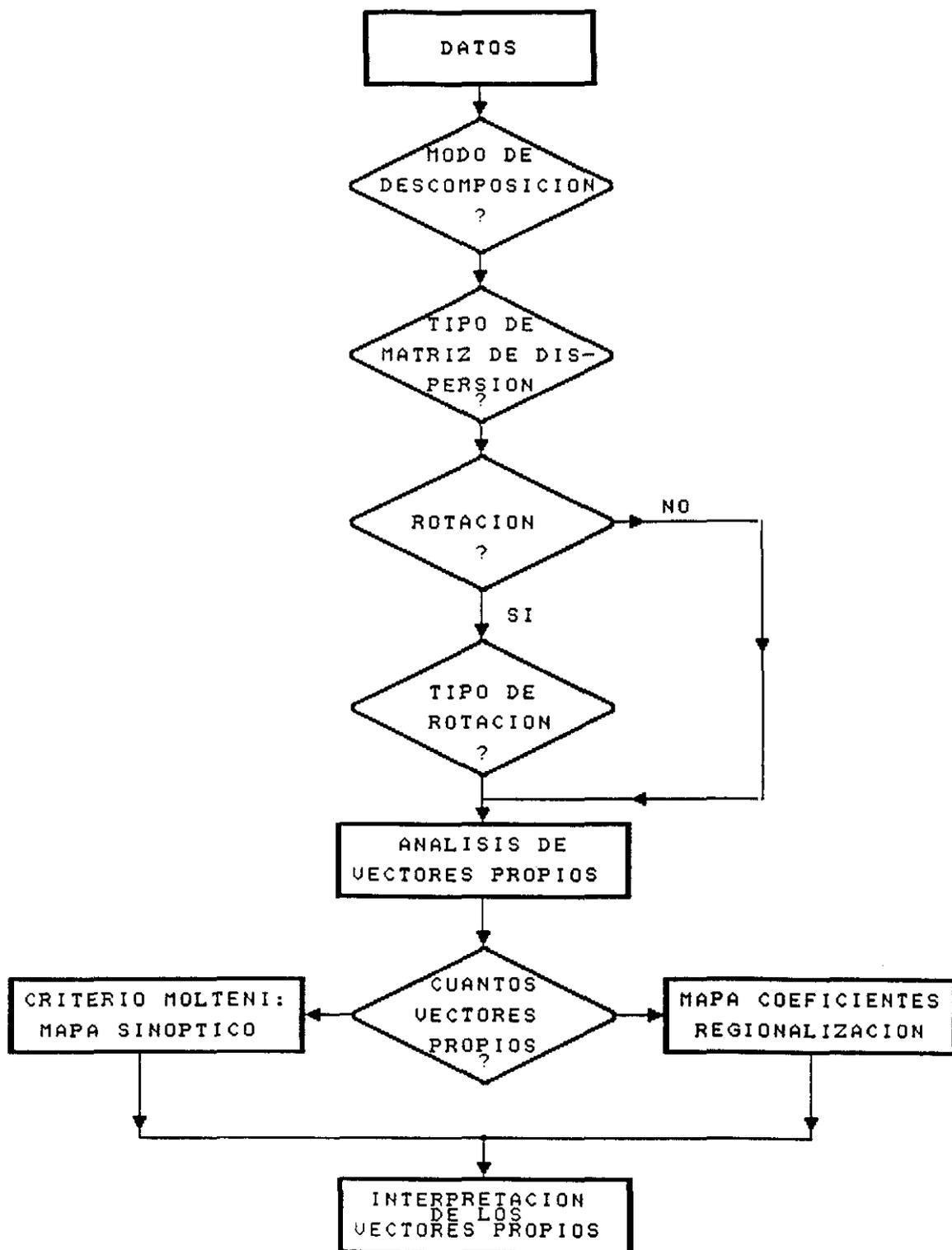


Figura IV.1: Diagrama de flujo que representa el procedimiento seguido para la obtención e interpretación de los vectores propios del campo $\Delta\omega$.

representativa de la configuración espacial. Intuitivamente, en el espacio euclideo de dimensión M definido por una base vectorial formada por los vectores propios, el día k está más "cerca" del vector propio i que cualquier otro día del conjunto de datos que se dispone.

En la Figura IV.1 se esquematiza el procedimiento operativo de la metodología anteriormente descrita mediante un diagrama de flujo.

Debido al gran número de datos involucrados en el estudio, hemos considerado oportuno limitar la descripción de las componentes principales a dos niveles atmosféricos, 700 y 550 hPa, donde la respuesta de los movimientos verticales al forzamiento diatérmico es presumiblemente más intensa. El nivel de 550 hPa es equiparable al de 500 hPa, nivel tipo utilizado en análisis rutinario, por lo que en adelante nos referiremos indistintamente a uno u otro para el estudio y comparación de los vectores propios y situaciones sinópticas. No obstante, si en algún momento se necesitara hacer referencia a algún otro nivel, se expondrá igualmente.

La aplicación del procedimiento anteriormente descrito a nuestro estudio ha dado como resultado la obtención de cinco componentes principales para los niveles atmosféricos elegidos (Fig. IV.2a y IV.2b).

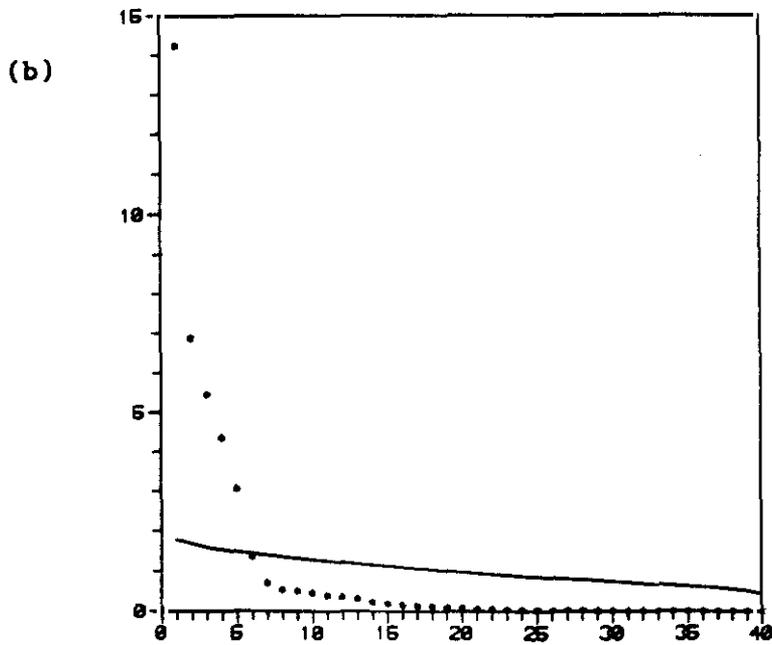
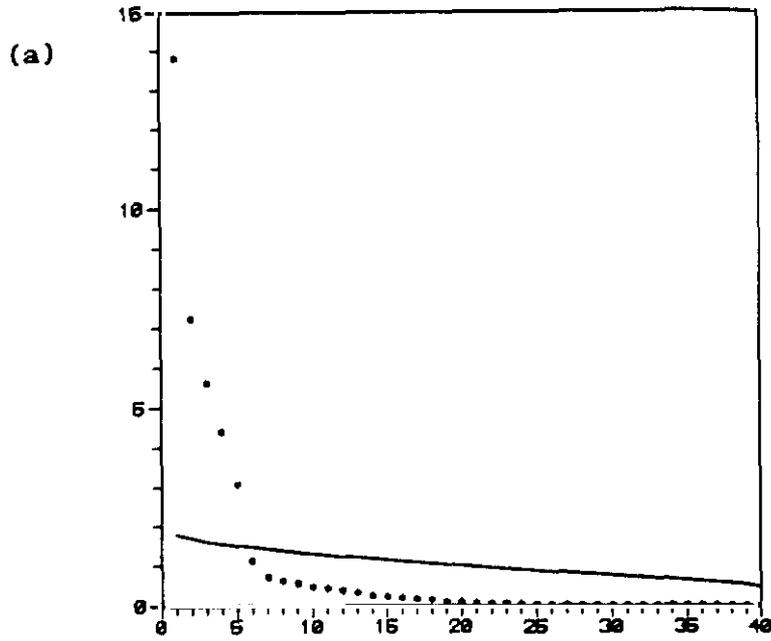


Figura IV.2: Representación gráfica de la Regla N de selección de vectores propios del campo $\Delta\omega$ para las topografías de: (a) 700 hPa; (b) 500 hPa. En el eje de ordenadas se representa el estadístico $U_1(95)$ (en línea continua) y los autovalores normalizados (con asteriscos). En el eje de abscisas se representa el índice de numeración i .

PRIMER VECTOR PROPIO

En las Figuras IV.3a y IV.3b, se presenta la configuración espacial del primer vector propio del campo $\Delta\omega$ en 700 y en 500 hPa, respectivamente. En ambas topografías se aprecian altos coeficientes en el cuadrante suroriental de la Península Ibérica con el máximo situado sobre las provincias de Almería y Murcia. El estado atmosférico asociado a este modo propio es el que corresponde, según Font (1983), a una situación sinóptica característica de la Península Ibérica (Fig. IV.4a y IV.4b). En superficie se observa el Anticiclón de las Azores desplazado hacia el norte de su posición típica y una depresión térmica peninsular, mientras que en altura, se observa una vaguada situada al oeste de la Península cuyo eje está situado SW-NE. El área suroriental peninsular se encuentra bajo una dorsal térmica observable en la topografía de 700 hPa (no mostrada) y bajo la zona de cizalladura anticiclónica de una débil corriente en chorro que atraviesa la Península Ibérica desde el SW al NE. En esta zona, parte derecha del chorro, la nubosidad suele ser más abundante que en la parte izquierda y está constituida por largas bandas entrecruzadas de Cirrus casi siempre situadas por debajo de la tropopausa (Shapiro et al., 1984). Este tipo de nubosidad no da lugar a precipitaciones de carácter intenso como puede apreciarse claramente en la representación del campo de precipitación en la Figura IV.5 donde se observa que en la zona suroriental hay un núcleo de precipitaciones máximas relativas que en general fueron débiles.

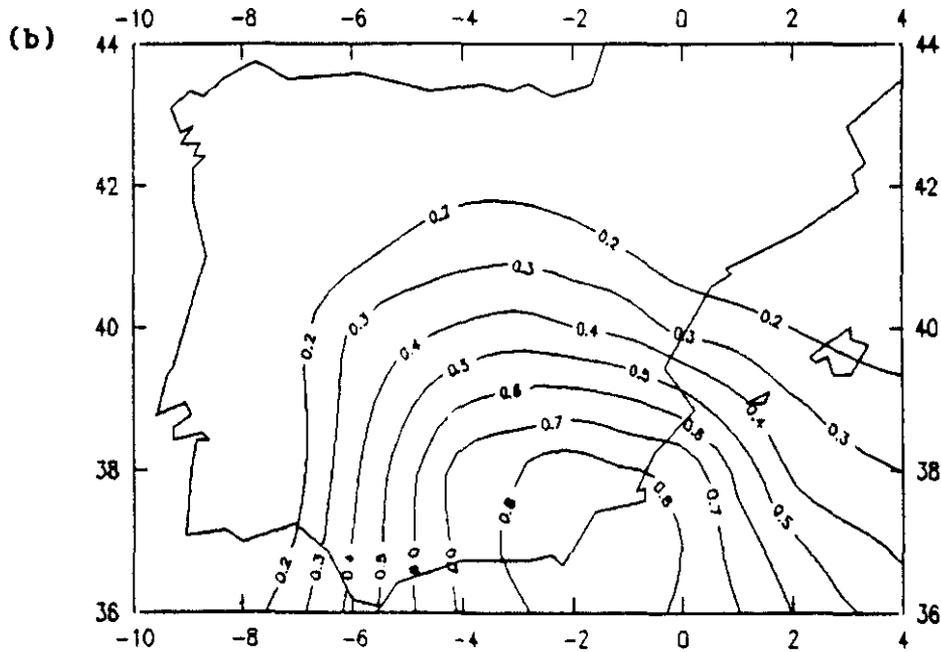
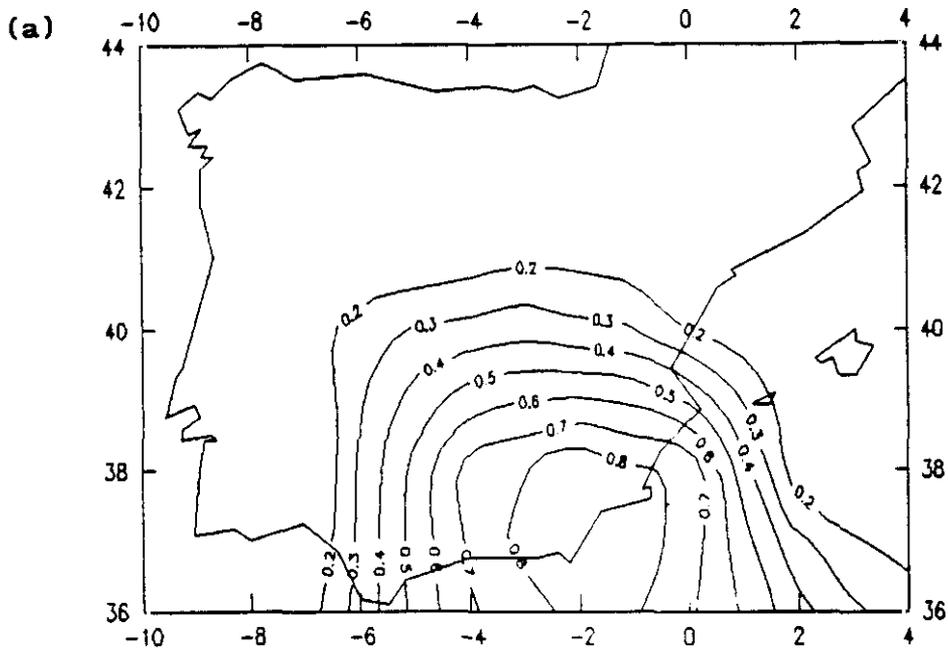


Figura IV.3: Configuración espacial de los coeficientes del «primer» vector propio de $\Delta\omega$ para las topografías de: (a) 700 hPa; (b) 500 hPa.

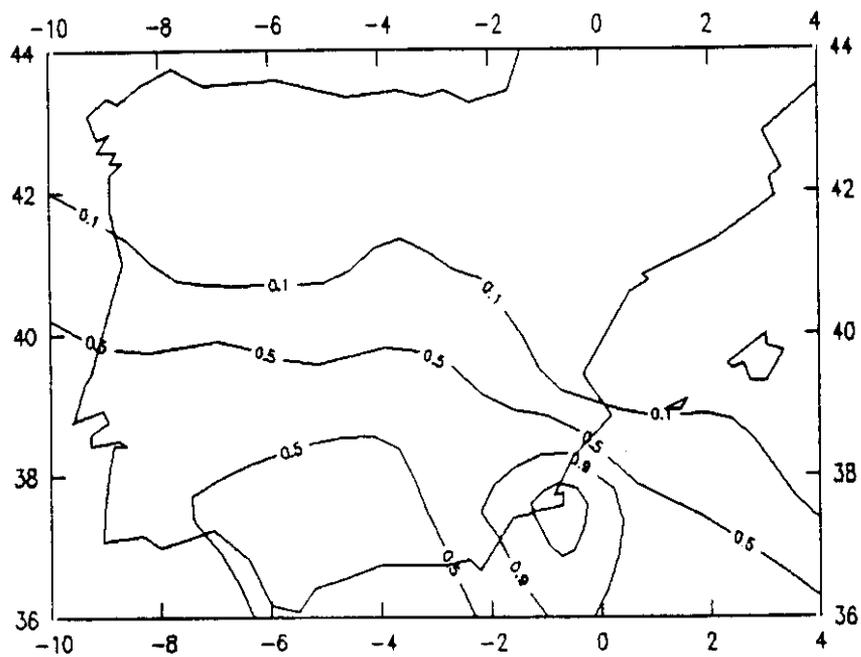
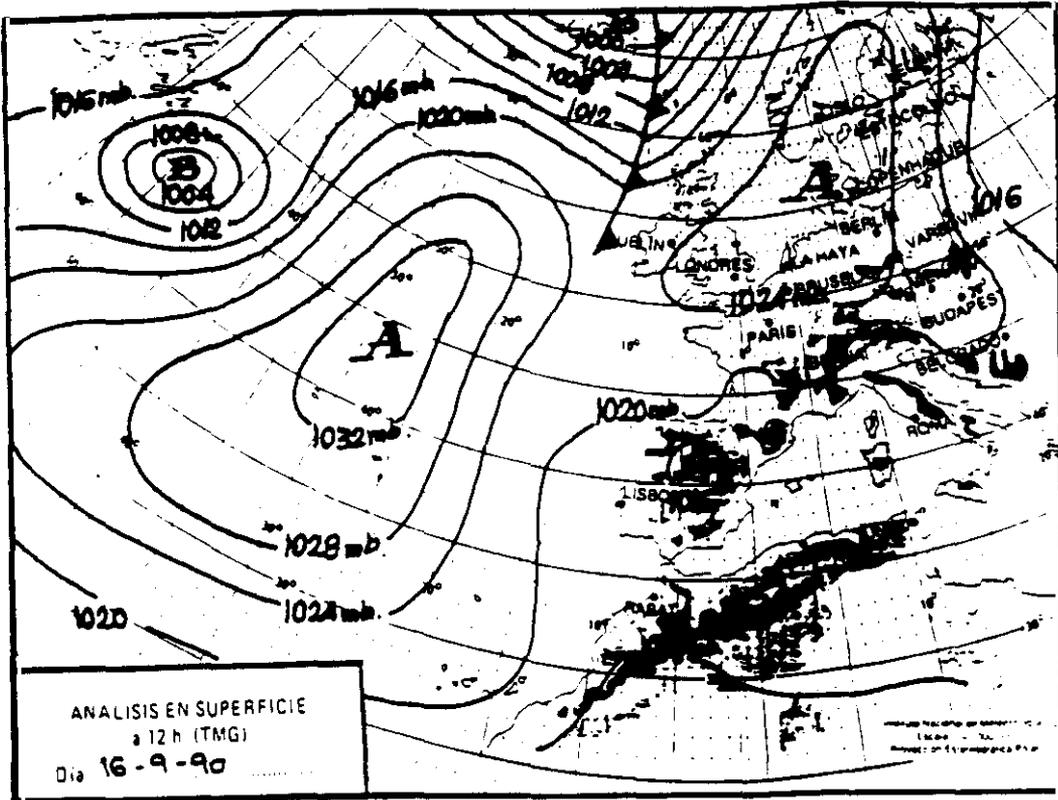


Figura IV.5: Campo de precipitación acumulada (mm) del día 16 de Septiembre de 1990. La isoyeta de cero corresponde a precipitación inapreciable (≤ 0.1 mm).

(a)



(b)

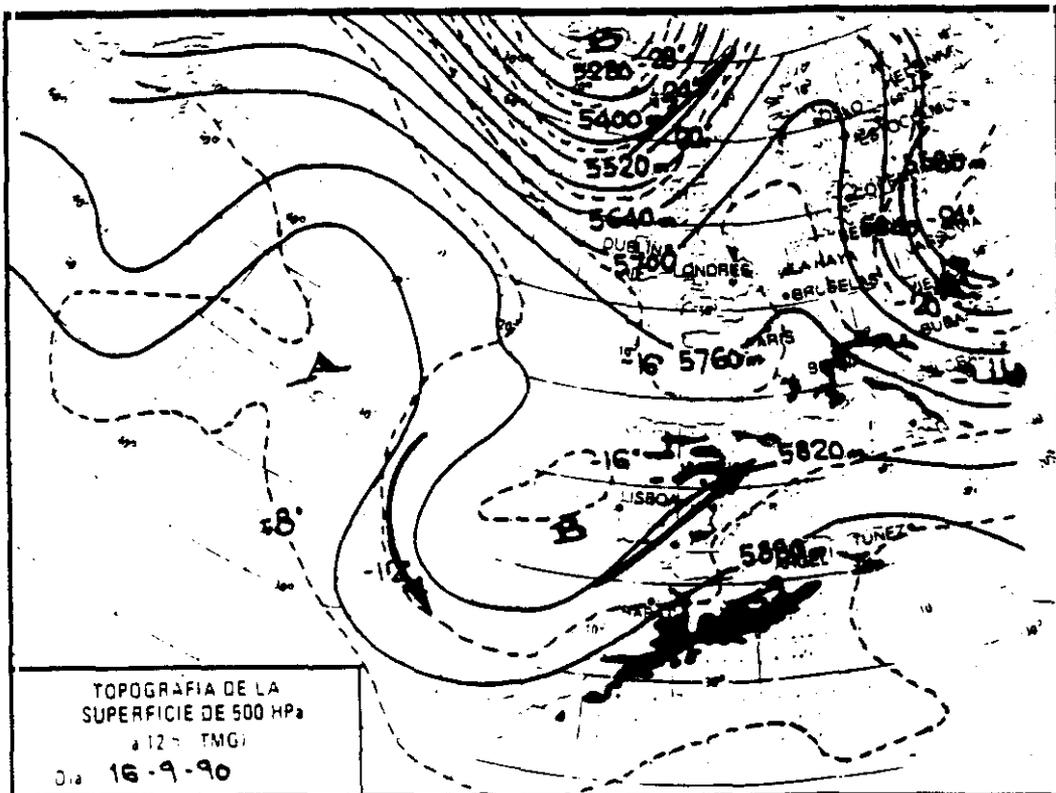


Figura IV.4: Situación sinóptica correspondiente al día 16 de Septiembre de 1990 a las 12 horas: (a) Análisis en superficie; (b) Análisis en 500 hPa (contornos de geopotencial en línea continua e isotermas en discontinua). Sobre la topografía de 500 hPa está superpuesta la corriente en chorro (flecha a trazo grueso) observada en la topografía de 300 hPa.

Los altos valores (> 0.8) de los coeficientes del primer autovector del campo $\Delta\omega$ (también situados sobre la zona suroriental peninsular) nos indican que existen grandes discrepancias entre las estimaciones W y ω , producidas por forzamiento diatérmico. La representación de dicho forzamiento en la topografía de 700 hPa (Fig. IV.6a) presenta una zona con acusados valores positivos (mayor que $20 \times 10^{-17} \text{ hPa}^{-1} \text{ s}^{-3}$) sobre Andalucía Oriental que indica calentamiento debido a liberaciones de calor latente de cambios de fase; el resto del dominio geográfico en estudio, presenta valores de signo opuesto y menor magnitud correspondientes a enfriamientos por evaporación. El valor del forzamiento diatérmico en la topografía de 500 hPa (Fig. IV.6b) es de menor magnitud, observándose también valores positivos apreciables sobre Andalucía Oriental y valores insignificantes en el resto de la Península.

La situación sinóptica correspondiente a este autovector mostraba una vaguada situada al oeste de la Península. En estas condiciones existe advección de vorticidad ciclónica más o menos sobre la mitad occidental peninsular. El forzamiento dinámico, caracterizado por la divergencia del vector Q , debe mostrar, según Hoskins y Pedder (1980), la existencia de convergencias en esa zona. Efectivamente, en las Figuras IV.7a y IV.7b se puede observar que los valores del forzamiento dinámico obtenidos en este caso son positivos en la zona occidental indicando convergencias de vectores Q mientras que el resto de la Península

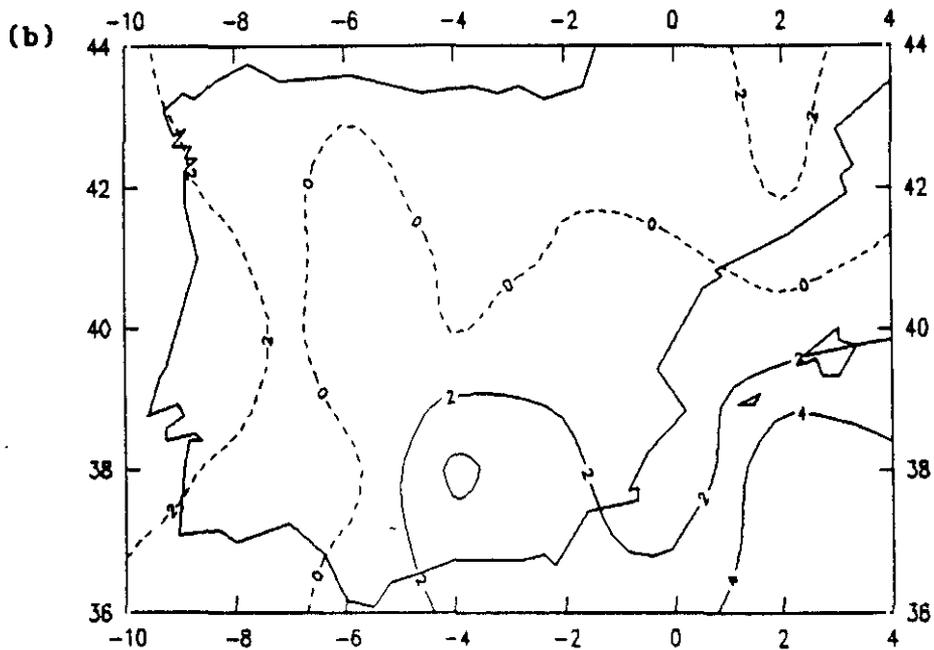
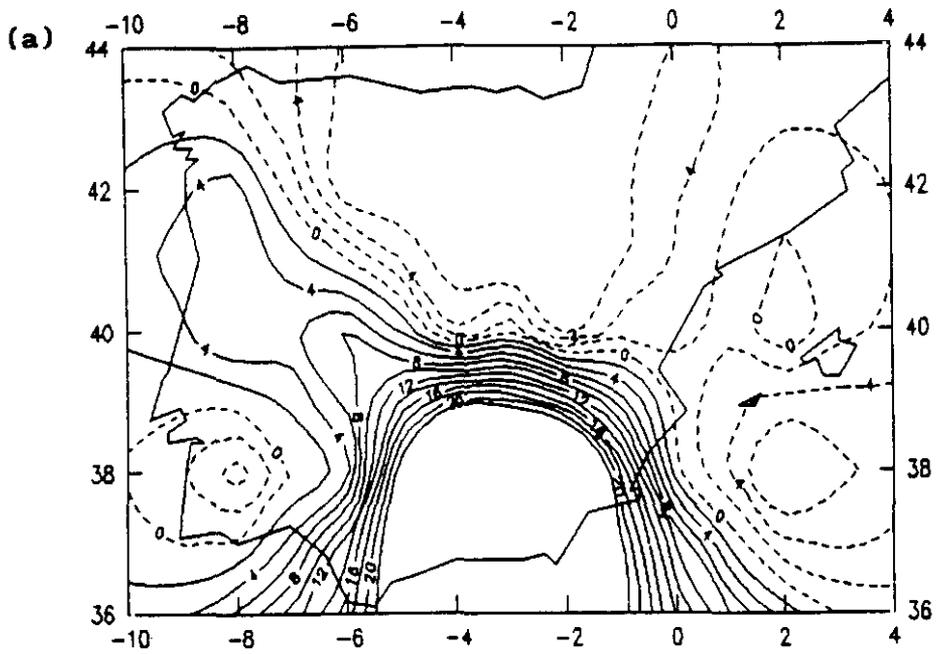


Figura IV.6: Forzamiento diatérmico (\mathcal{D}) el día 16 de Septiembre de 1990 a las 12 horas en las topografías de: (a) 700 hPa; (b) 500 hPa. El intervalo entre isolíneas es de $2 \times 10^{-17} \text{ hPa}^{-1} \text{ s}^{-3}$. Las líneas continuas (discontinuas) indican forzamiento de movimientos ascendentes (descendentes).

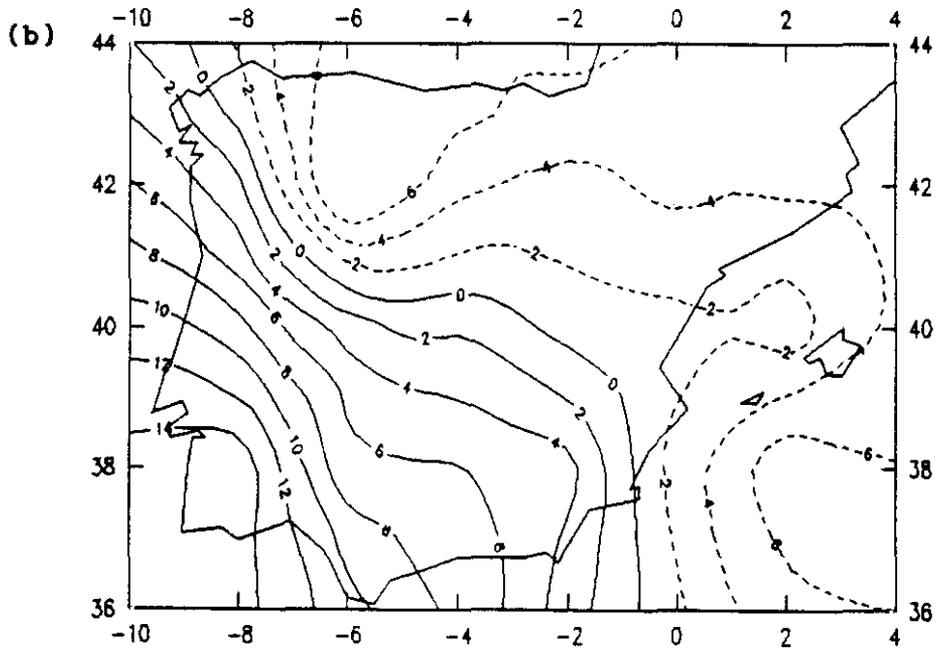
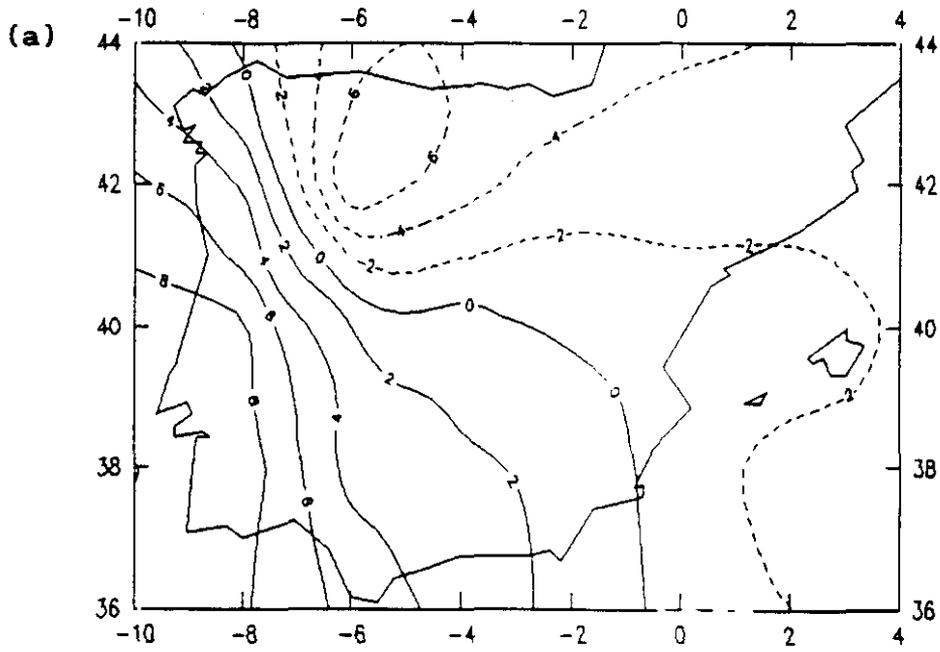


Figura IV.7: Forzamiento dinámico $(-2V \cdot Q)$ el día 16 de Septiembre de 1990 a las 12 horas en las topografías de: (a) 700 hPa; (b) 500 hPa. El intervalo entre isolíneas es de $2 \times 10^{-17} \text{ hPa}^{-1} \text{ s}^{-3}$. Las líneas continuas (discontinuas) indican forzamiento de movimientos ascendentes (descendentes).

presenta valores negativos que indican divergencias de vectores Q . Este forzamiento dinámico es profundo en la troposfera ya que, como puede apreciarse en la Figura IV.7, los valores son muy significativos tanto en 700 como en 500 hPa.

La respuesta al forzamiento dinámico es claramente observable en la representación del campo ω . En las Figuras IV.8a y IV.8b, se observa que la zona de convergencias de vectores Q , es prácticamente coincidente con la de movimientos ascendentes (valores negativos de ω) y, alternativamente, en el resto donde existen movimientos descendentes (valores positivos) se dan divergencias de vectores Q .

En las Figuras IV.9a y IV.9b correspondientes a la representación del campo W para esta situación, se aprecia que la zona de movimientos ascendentes no se limita únicamente a la mitad occidental (como se observaba en el campo ω) sino que se extiende hacia la parte suroriental peninsular, destacando poderosamente un máximo (superior en magnitud a $-20 \times 10^{-3} \text{ hPa s}^{-1}$) sobre el cuadrante suroriental en la topografía de 700 hPa, mayoritariamente relacionado con el máximo de forzamiento diatérmico observado en la Fig. IV.6a sobre esa misma zona. En el resto de la Península se observan marcados movimientos descendentes puestos de manifiesto en ambas topografías (Fig. IV.9) vinculados a la acción conjunta de los forzamientos dinámico y diatérmico sobre esta zona peninsular como se aprecia claramente en las Figuras IV.6 y IV.7.

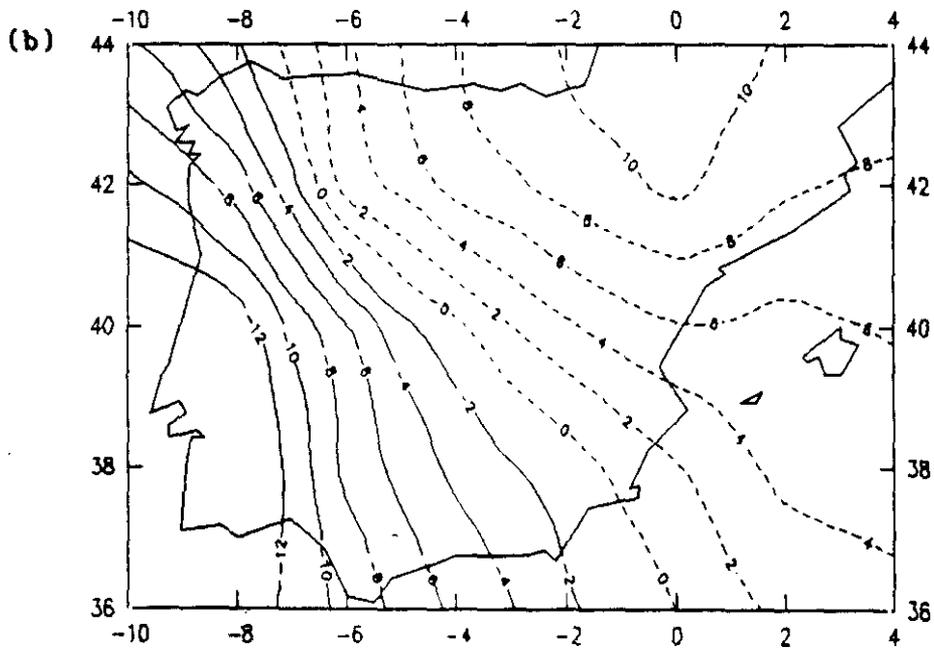
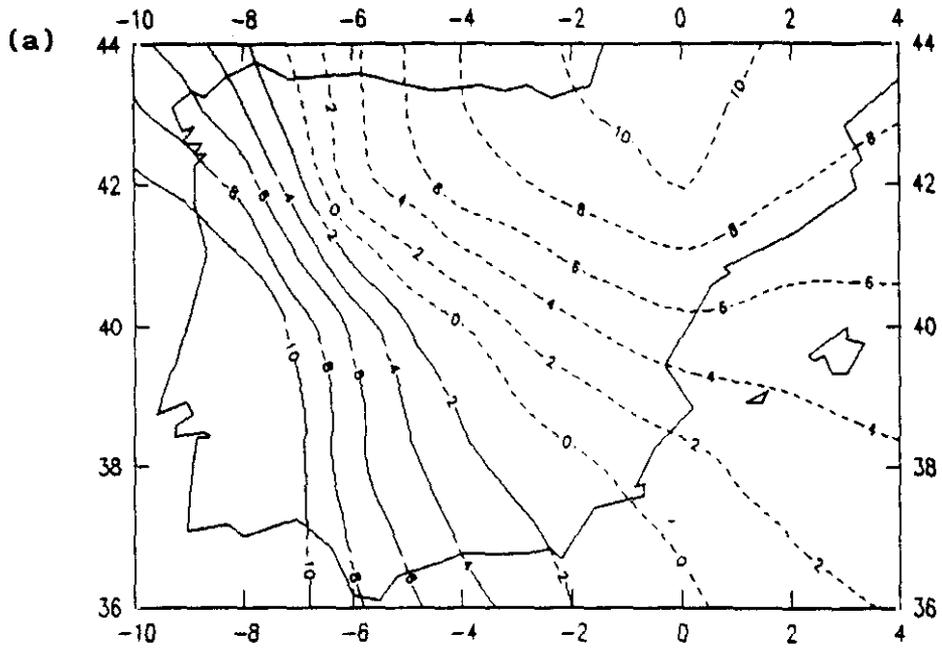


Figura IV.8: Movimiento vertical (ω) sin forzamiento diatérmico el día 16 de Septiembre de 1990 a las 12 horas en las topografías de: (a) 700 hPa; (b) 500 hPa. El intervalo entre isolíneas es de 2×10^{-3} hPa s^{-1} . Las líneas continuas (discontinuas) indican movimientos ascendentes (descendentes).

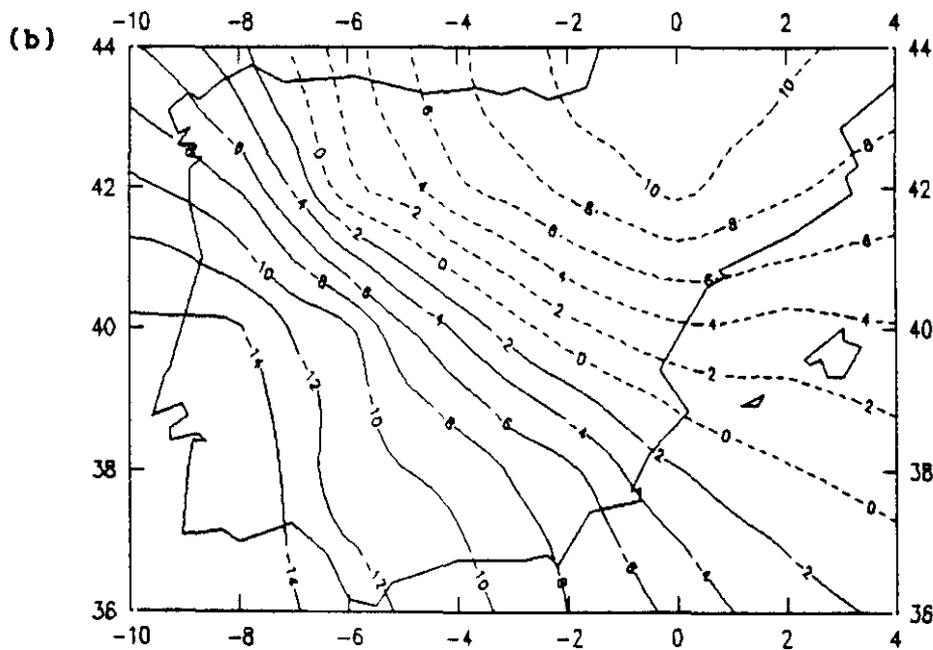
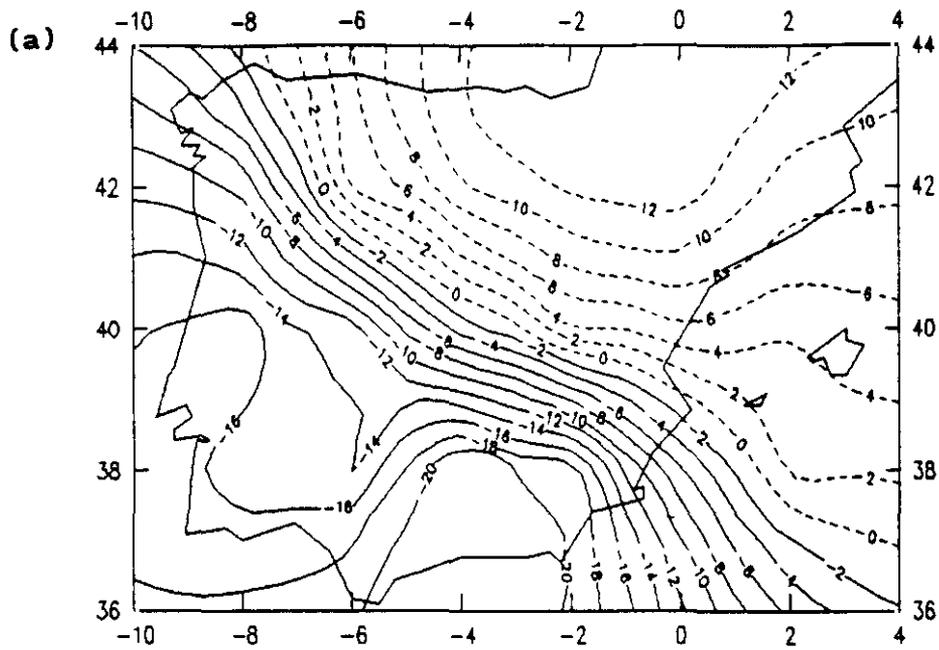


Figura IV.9: Movimiento vertical (W) incluyendo forzamiento diatérmico el día 16 de Septiembre de 1990 a las 12 horas en las topografías de: (a) 700 hPa; (b) 500 hPa. El intervalo entre isolíneas es de 2×10^{-3} hPa s^{-1} . Las líneas continuas (discontinuas) indican movimientos ascendentes (descendentes).

Merece la pena poner especial énfasis sobre la coincidencia del área de precipitaciones (Fig. IV.5) y las zonas de movimientos ascendentes de los campos ω y W . Si bien en el primero de ellos la zona de máxima precipitación relativa pasa inadvertida, el campo W identifica claramente ésta última: no solo se produjeron precipitaciones en las cuencas atlánticas e interior de la Península sino que también se registraron en La Mancha, Levante y Andalucía Oriental. Esto pone de relieve la deficiencia del vector Q para detectar y situar las zonas de precipitación.

Por otra parte, en la representación del campo W (Fig. IV.9) queda patente que la magnitud de los movimientos verticales, tanto ascendentes como descendentes, es mayor que la del campo ω (Fig. IV.8) en ambas topografías sobre toda la Península, siendo más notoria la diferencia entre ambas estimaciones en 700 hPa donde el forzamiento diatérmico era más fuerte. También es importante destacar que las áreas de movimientos ascendentes W están más en concordancia con las de precipitación que las dadas por el campo ω , que no incluye los efectos diatérmicos debidos a liberación de calor latente.

Queremos hacer hincapié en la coincidencia que se observa entre la zona de máximos valores de los coeficientes del primer autovector del campo $\Delta\omega$ con la zona de máximo forzamiento diatérmico. Es evidente, dados estos resultados, que el

forzamiento diatérmico no sólo amplifica la magnitud sino que mejora la localización de las áreas de movimientos verticales a escala sinóptica, respecto de las estimaciones de la ecuación omega tradicional.

SEGUNDO VECTOR PROPIO

Las configuraciones espaciales correspondientes al segundo vector del campo $\Delta\omega$ se presentan en las Figuras IV.10a y IV.10b para las topografías de 700 y 500 hPa, respectivamente. Este autovector presenta una distribución dipolar con eje orientado en la dirección SW-NE en ambas topografías.

La situación sinóptica asociada a este autovector corresponde a una situación muy definida, como puede apreciarse en la Figura IV.11 en la que se observa la presencia de un anticiclón en superficie, muy alargado según los meridianos, en el Atlántico Norte con una dorsal en altura. A ambos lados del anticiclón aparecen dos áreas de bajas presiones, tanto en superficie como en altura, indicando la existencia de circulación de bajo índice que corresponde a la conocida situación meteorológica Ω de bloqueo. La posición occidental del anticiclón respecto a la Península Ibérica produce intensa advección del norte sobre todo el área septentrional peninsular. En este tipo de situaciones se producen chubascos moderados, que en ocasiones pueden ser de carácter intenso, en la cornisa cantábrica, zona

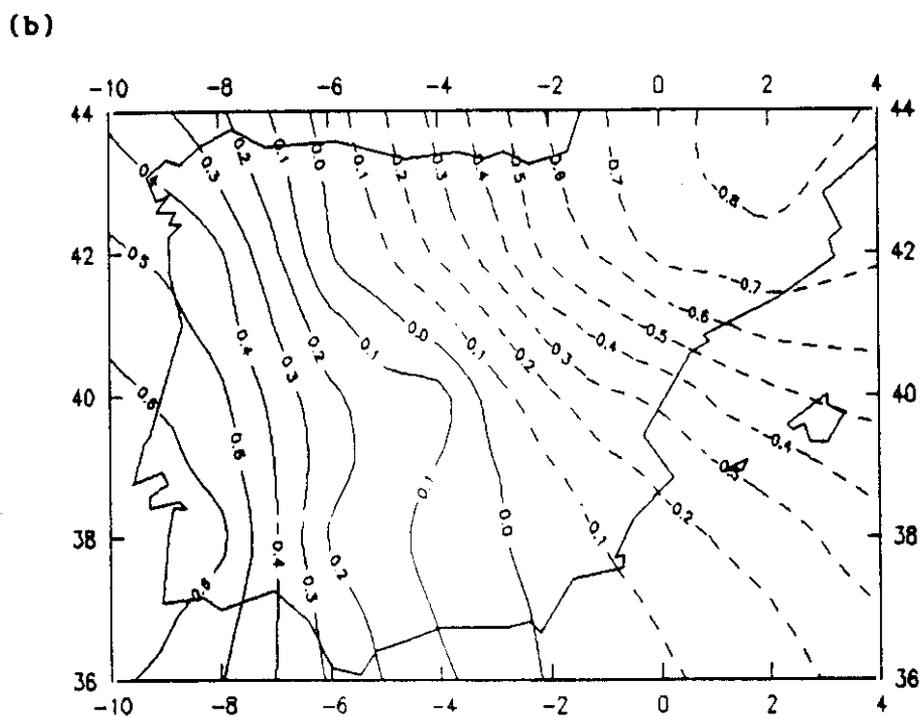
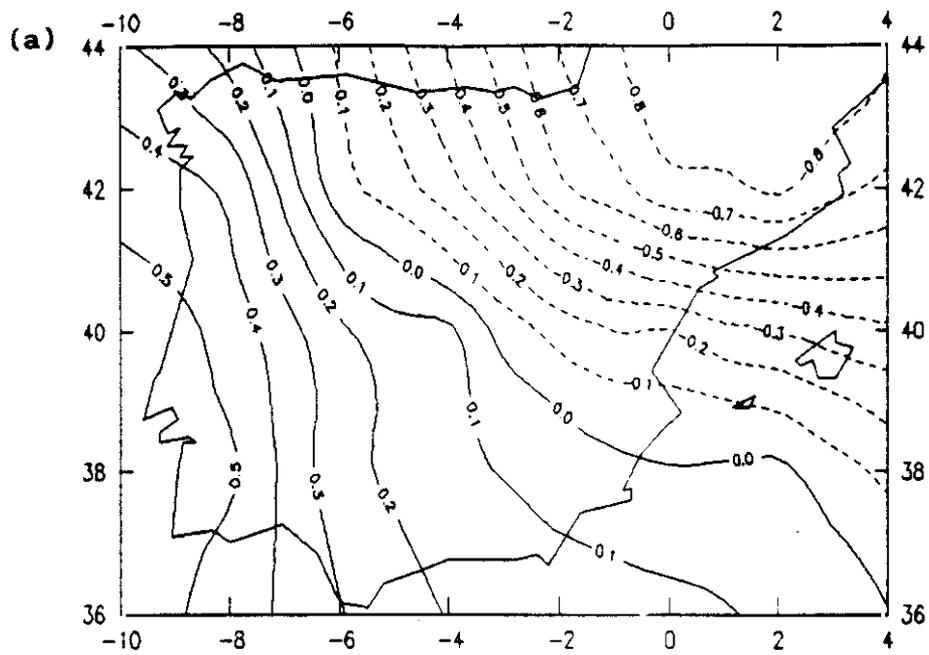
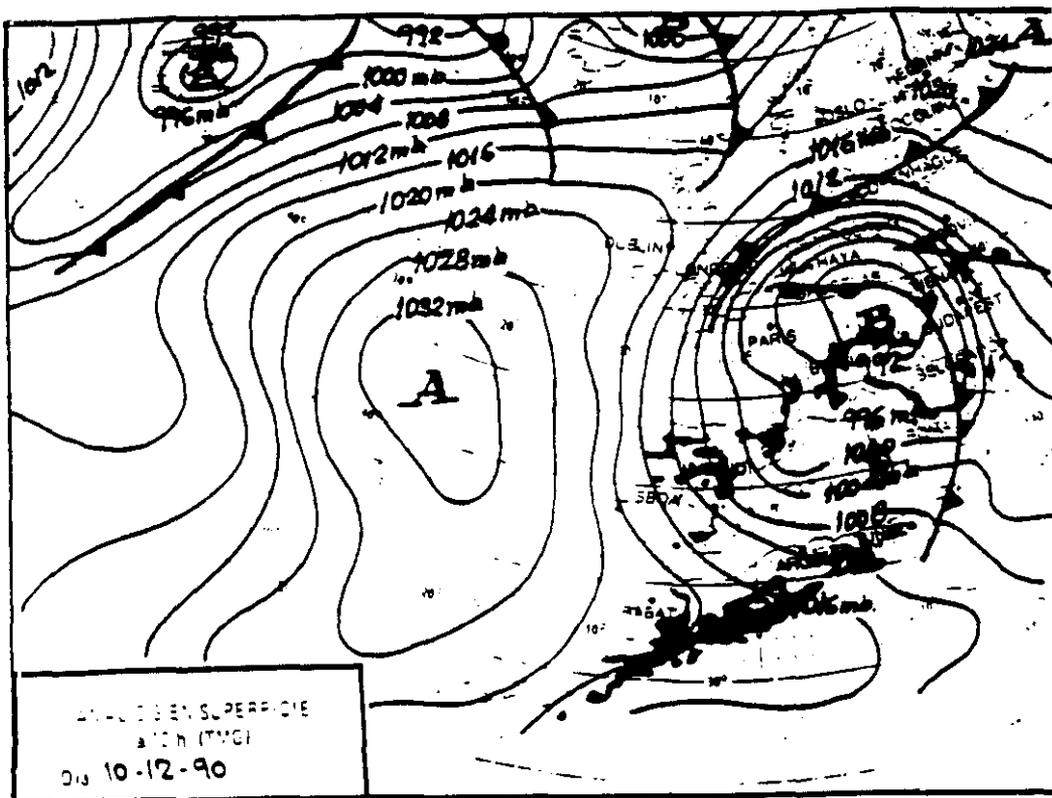


Figura IV.10: Configuración espacial de los coeficientes del «segundo» vector propio de $\Delta\omega$ para las topografías de: (a) 700 hPa; (b) 500 hPa.

(a)



(b)

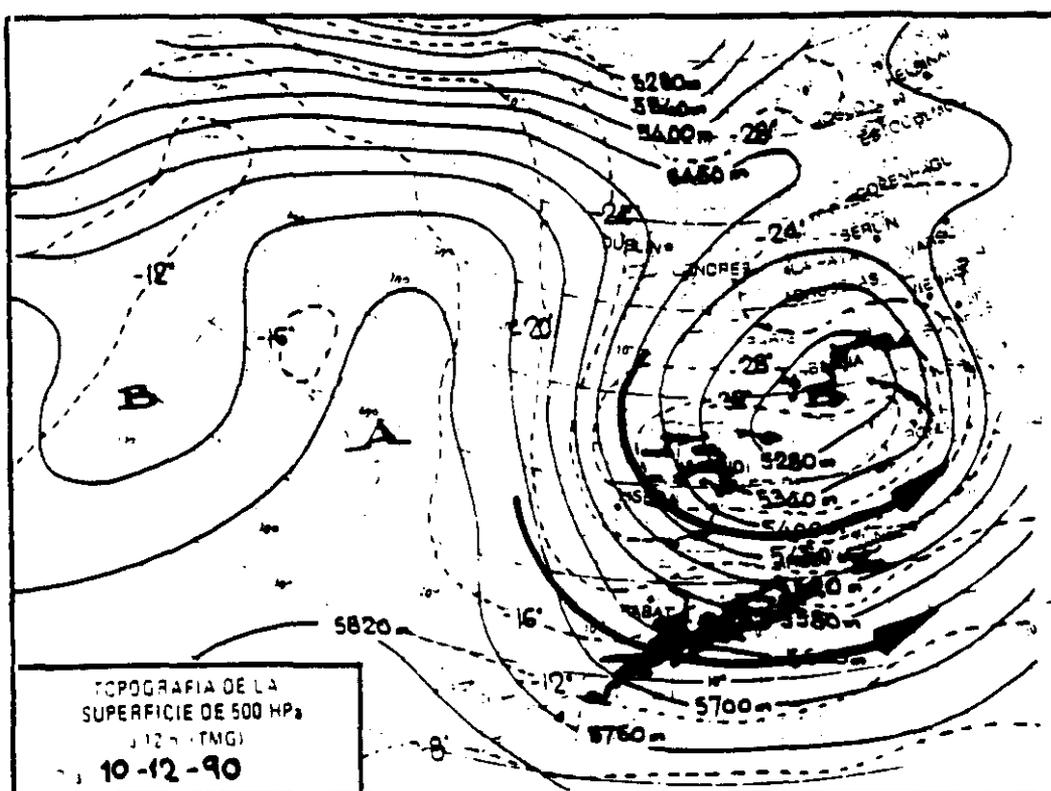


Figura IV.11: Situación sinóptica correspondiente al día 10 de Diciembre de 1990 a las 12 horas: (a) Análisis en superficie; (b) Análisis en 500 hPa (contornos de geopotencial en línea continua e isotermas en discontinua). Sobre la topografía de 500 hPa está superpuesta la corriente en chorro (flecha a trazo grueso) observada en la topografía de 300 hPa.

nororiental y Baleares con algunas precipitaciones en forma de nieve en la zona pirenaica, como puede observarse en la Figura IV.12 correspondiente a la representación del campo de precipitación. En la topografía de 300 hPa se aprecia claramente el paso de la corriente en chorro (superpuesto en la Figura IV.11b) de forma que la mitad septentrional peninsular queda bajo la parte de cizalladura ciclónica.

El autovector muestra que las diferencias $\Delta\omega$ se acentúan dipolarmente lo que sin duda se debe a la influencia, por una parte, de la borrasca sobre la zona nororiental peninsular y por otra, del anticiclón sobre la suroccidental.

La representación espacial de la divergencia del vector Q en las Figuras IV.13a y IV.13b permite aislar las áreas de forzamiento dinámico. Se aprecian fuertes convergencias de vectores Q en el cuadrante nororiental (mayores que $30 \times 10^{-17} \text{ hPa}^{-1} \text{ s}^{-3}$) y fuertes divergencias en el cuadrante suroriental (superiores en magnitud a $-25 \times 10^{-17} \text{ hPa}^{-1} \text{ s}^{-3}$). Estas dos áreas se corresponden con bastante exactitud con las zonas de cizalladura ciclónica y anticiclónica, respectivamente, de la corriente en chorro anteriormente descrita.

En las Figuras IV.14a y IV.14b, se presentan los campos de movimiento vertical ω . En ellas se observan fuertes movimientos ascendentes (superiores en magnitud a $-18 \times 10^{-3} \text{ hPa s}^{-1}$) en el lado de cizalladura ciclónica de la región de salida del eje de la

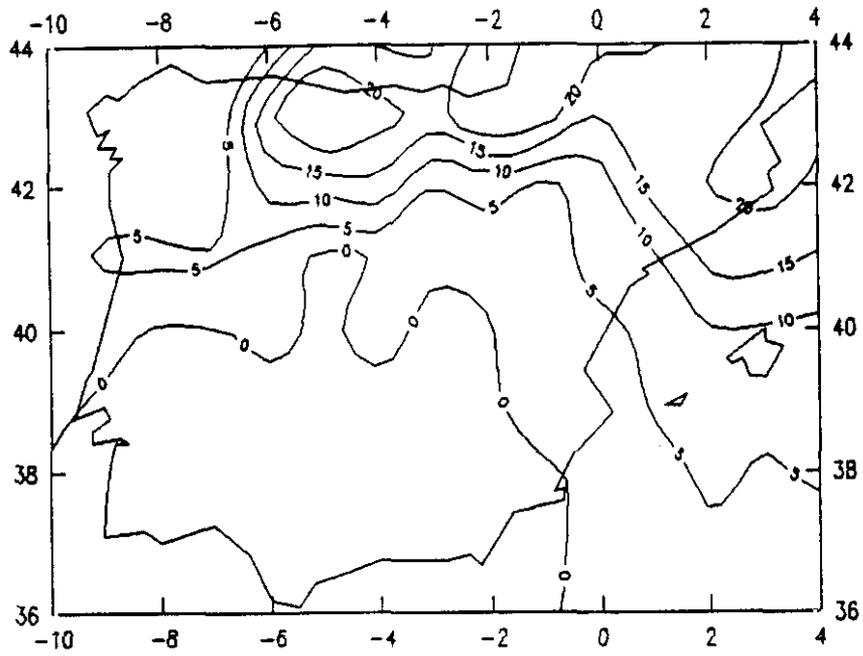


Figura IV.12: Campo de precipitación acumulada (mm) del día 10 de Diciembre de 1990. La isoyeta de cero corresponde a precipitación inapreciable (≤ 0.1 mm).

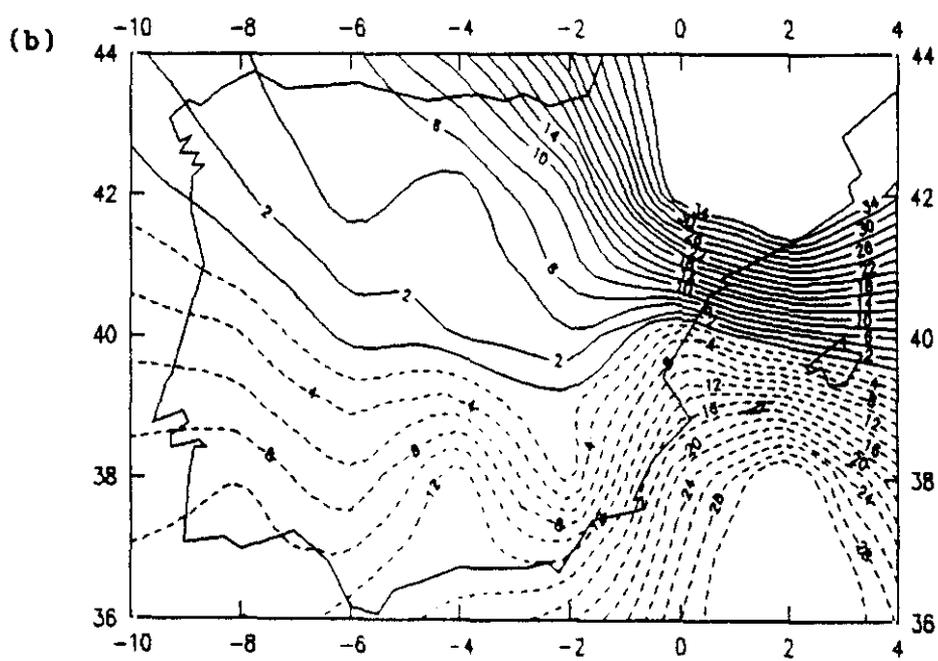
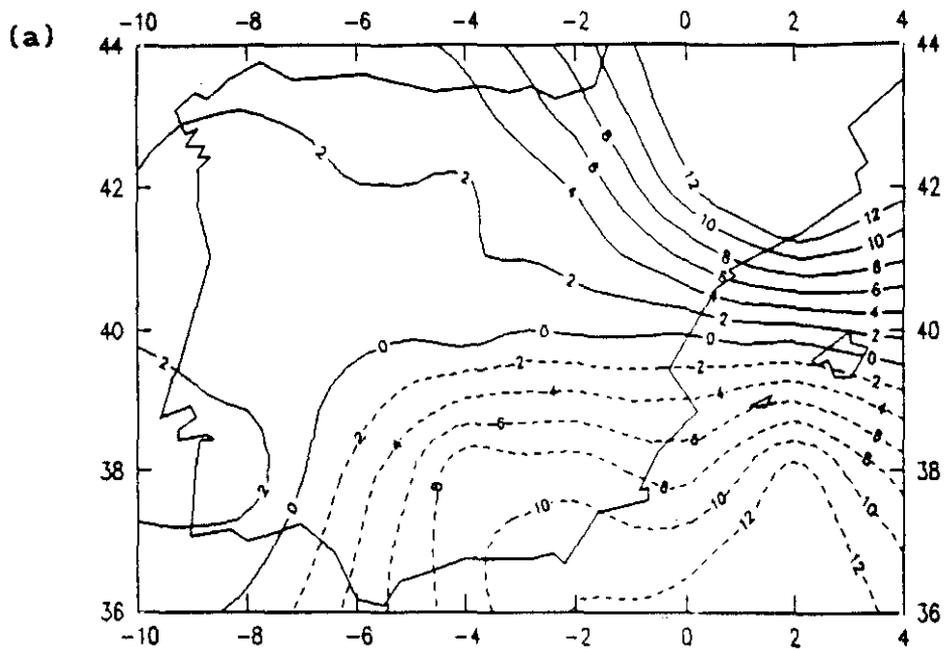


Figura IV.13: Forzamiento dinámico $(-2V \cdot Q)$ el día 10 de Diciembre de 1990 a las 12 horas en las topografías de: (a) 700 hPa; (b) 500 hPa. El intervalo entre isolíneas es de $2 \times 10^{-17} \text{ hPa}^{-1} \text{ s}^{-3}$. Las líneas continuas (discontinuas) indican forzamiento de movimientos ascendentes (descendentes).

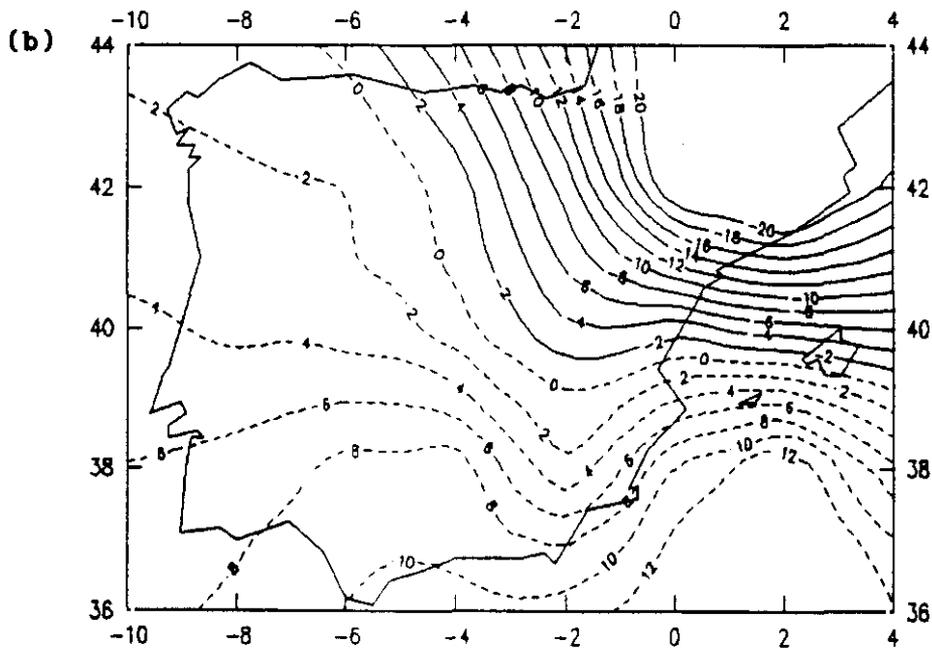
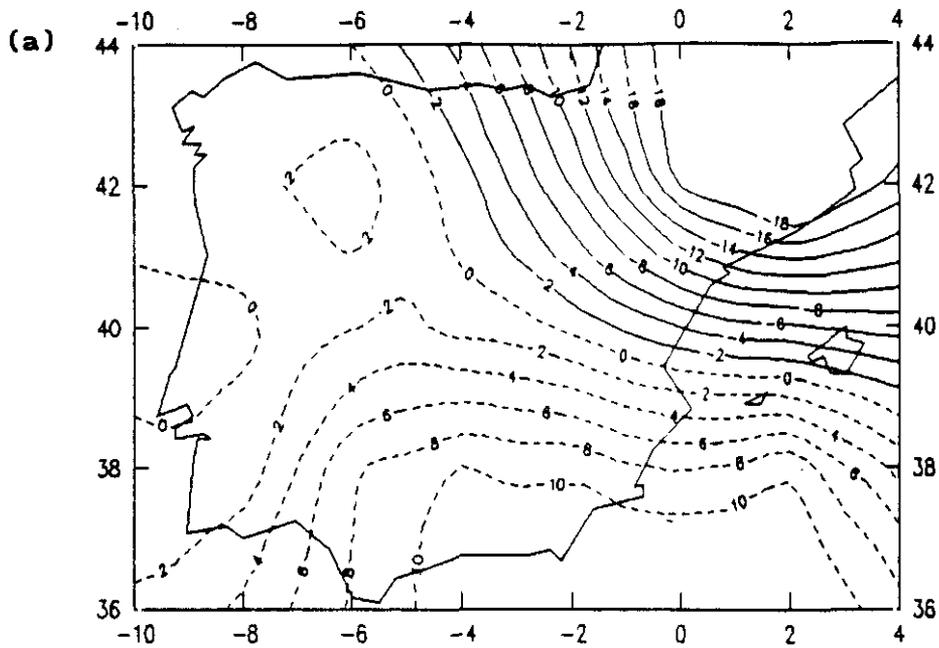


Figura IV.14: Movimiento vertical (ω) sin forzamiento diatérmico el día 10 de Diciembre de 1990 a las 12 horas en las topografías de: (a) 700 hPa; (b) 500 hPa. El intervalo entre isolíneas es de 2×10^{-3} hPa s⁻¹. Las líneas continuas (discontinuas) indican movimientos ascendentes (descendentes).

corriente en chorro, ajustándose al modelo descriptivo de Thepenier y Cruette (1981). Estas ascendencias se extienden por la parte nororiental peninsular mientras que, en la parte de cizalladura anticiclónica del chorro se detectan movimientos descendentes o equivalentemente, divergencias de vectores Q .

El forzamiento diatérmico viene descrito en las representaciones que se hacen en las Figuras IV.15a y IV.15b. Resalta la existencia de altos valores positivos (calentamientos por cambios de fase) en el cuadrante nororiental peninsular (del orden de $12 \times 10^{-17} \text{hPa}^{-1} \text{s}^{-3}$), donde el cielo estuvo muy nuboso o cubierto. En la zona meridional peninsular se observan valores negativos que favorecen el desarrollo de movimientos descendentes.

En las Figuras IV.16a y IV.16b se representan los valores de movimiento vertical del campo W . Destacan claramente fuertes movimientos ascendentes (del orden de $-24 \times 10^{-3} \text{hPa s}^{-1}$) en el cuadrante nororiental peninsular muy superiores en magnitud que los observados en esta misma zona en la representación del campo ω (Fig. IV.14), mientras que en la parte meridional se detectan movimientos descendentes generalizados.

Los resultados hasta ahora descritos muestran que las diferencias entre W y ω son mayores en la zona nororiental peninsular. Esto es debido a que los forzamientos dinámico y termodinámico contribuyen conjunta y uniformemente en el

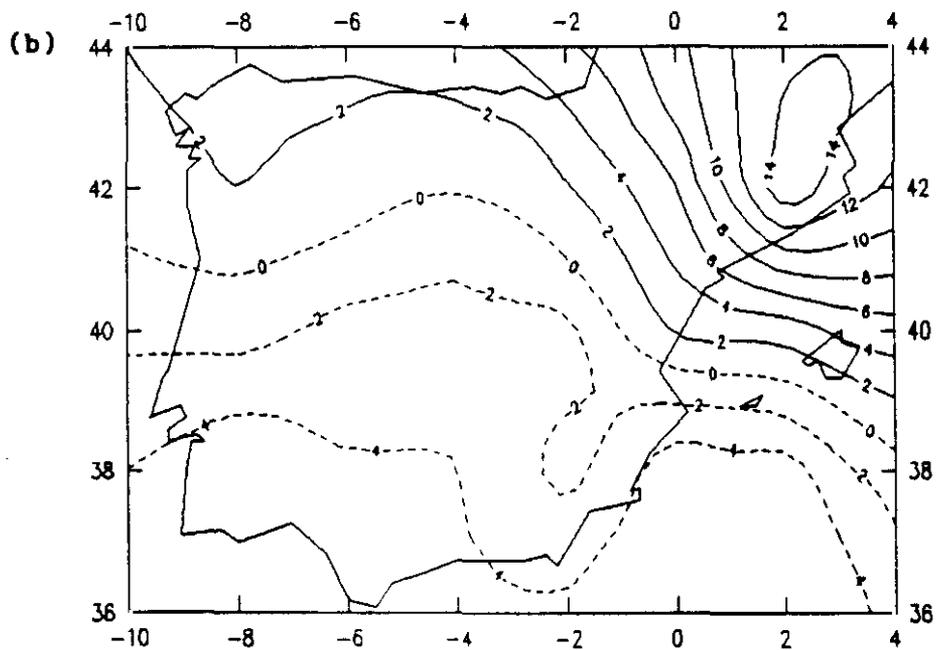
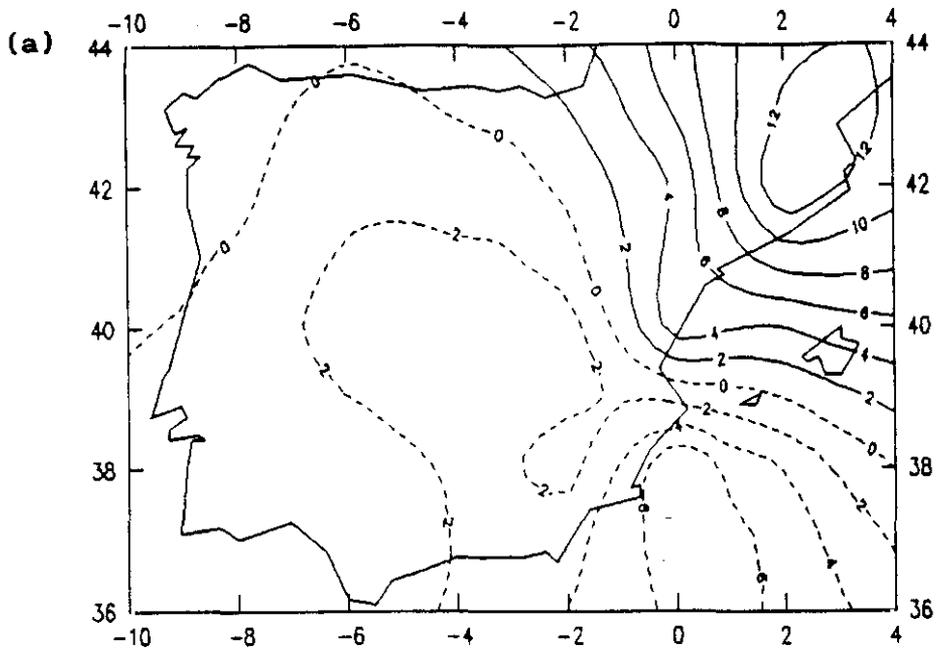


Figura IV.15: Forzamiento diabático (\mathcal{D}) el día 10 de Diciembre de 1990 a las 12 horas en las topografías de: (a) 700 hPa; (b) 500 hPa. El intervalo entre isolíneas es de $2 \times 10^{-17} \text{ hPa}^{-1} \text{ s}^{-3}$. Las líneas continuas (discontinuas) indican forzamiento de movimientos ascendentes (descendentes).

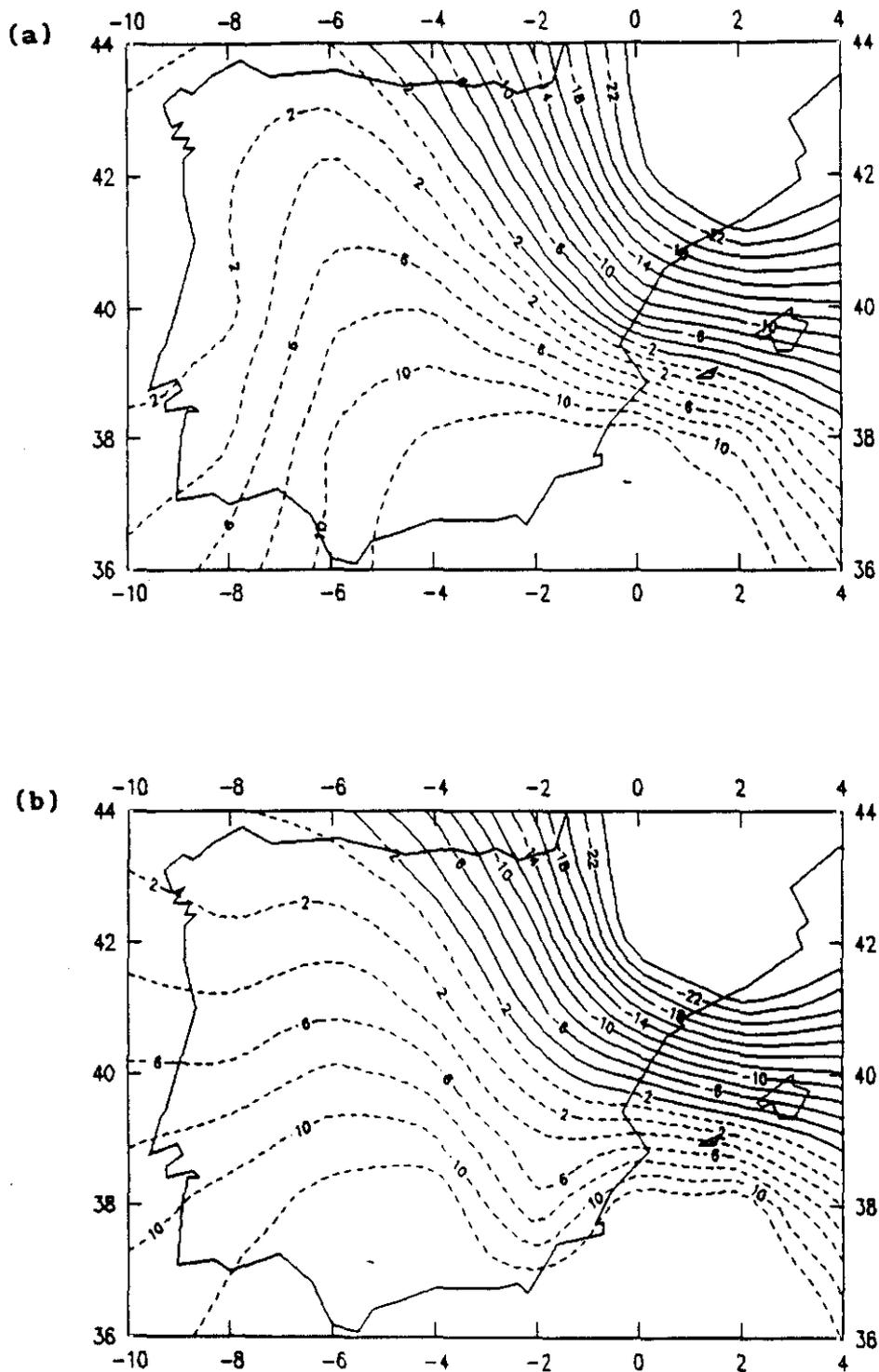


Figura IV.16: Movimiento vertical (W) incluyendo forzamiento diatérmico el día 10 de Diciembre de 1990 a las 12 horas en las topografías de: (a) 700 hPa; (b) 500 hPa. El intervalo entre isolíneas es de $2 \times 10^{-3} \text{ hPa s}^{-1}$. Las líneas continuas (discontinuas) indican movimientos ascendentes (descendentes).

desarrollo e intensificación de los movimientos ascendentes.

Es muy importante resaltar que en una situación sinóptica tan característica de nuestras latitudes como la descrita anteriormente, el forzamiento diatérmico presenta el mismo orden de magnitud que el forzamiento representado por la divergencia del vector Q . Esto nos permite establecer la conclusión de que los procesos diatérmicos son de relevancia en el diagnóstico de los movimientos verticales a escala sinóptica en esta situación atmosférica y que la omisión de dichos procesos subestima la magnitud de los movimientos verticales.

TERCER VECTOR PROPIO

Las representaciones espaciales correspondientes al tercer vector propio del campo $\Delta\omega$ se exponen en las Figuras IV.17a y IV.17b para los niveles de 700 y 500 hPa, respectivamente. En ellas se observa que los máximos coeficientes del autovector (> 0.7) abarcan en este caso el cuadrante suroriental del dominio geográfico en estudio.

La situación sinóptica asociada a este vector muestra en superficie el Anticiclón de las Azores adentrándose en Europa desplazado de su posición habitual (Fig. IV.18a y IV.18b). El modelo descriptivo de esta situación corresponde al de una depresión no frontal con trazas de gota fría desarrollándose

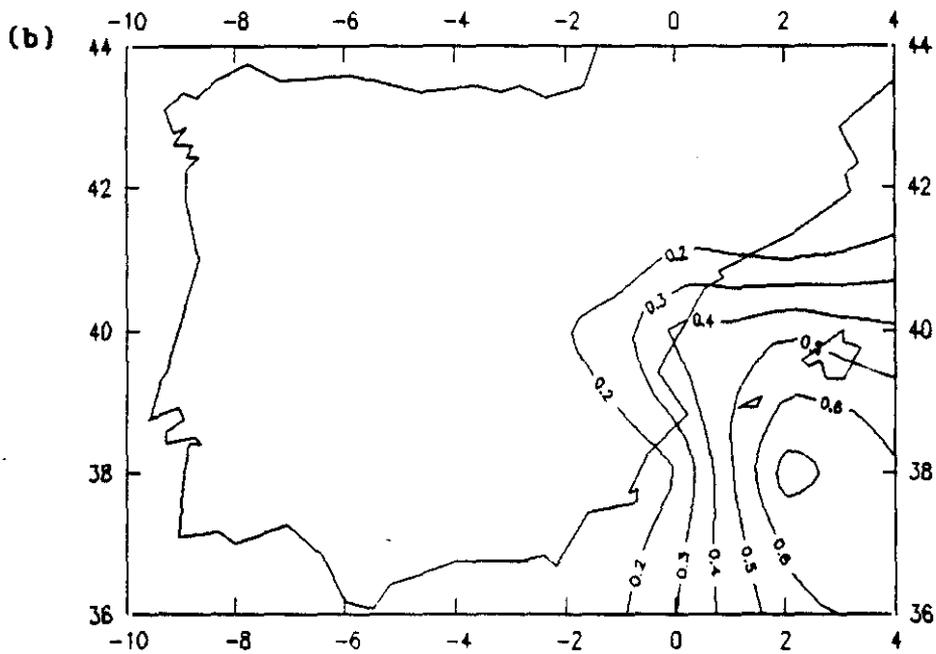
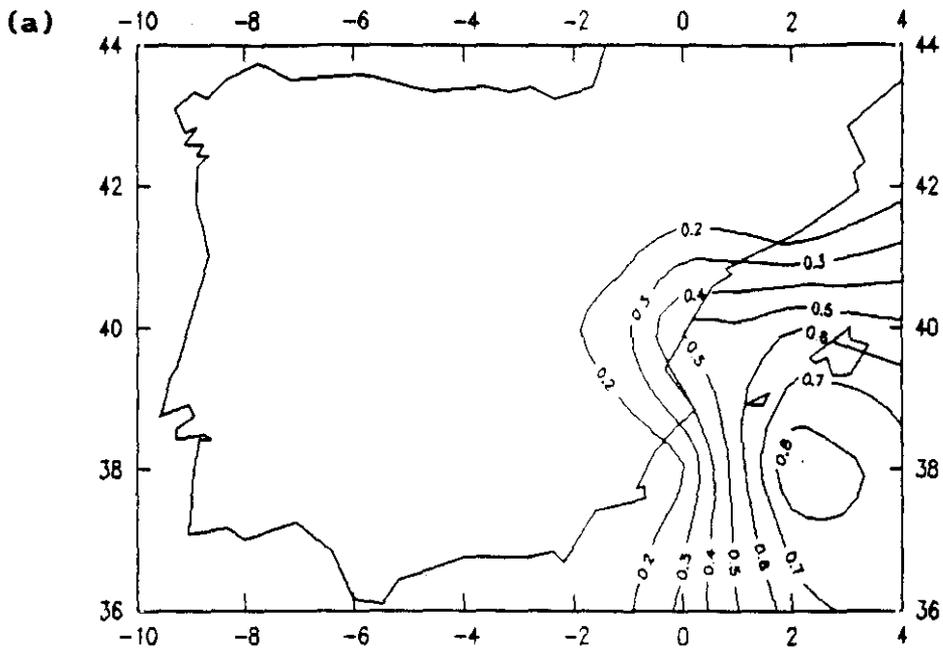
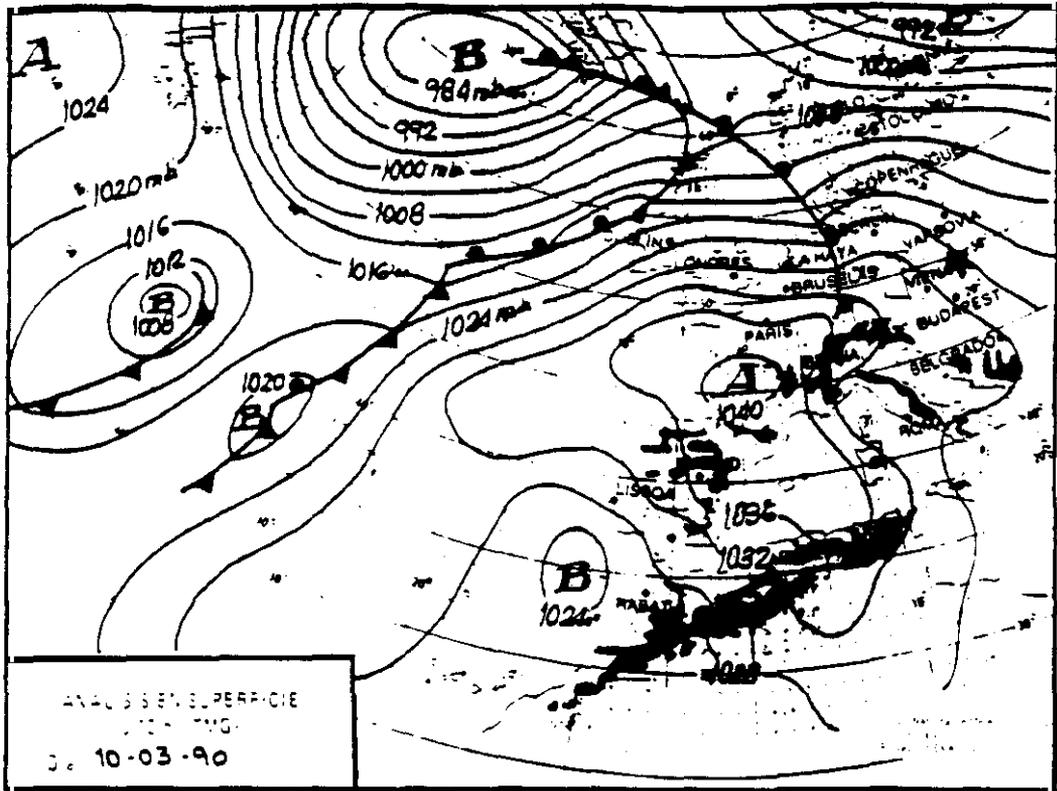


Figura IV.17: Configuración espacial de los coeficientes del «tercer» vector propio de $\Delta\omega$ para las topografías de: (a) 700 hPa; (b) 500 hPa.

(a)



(b)

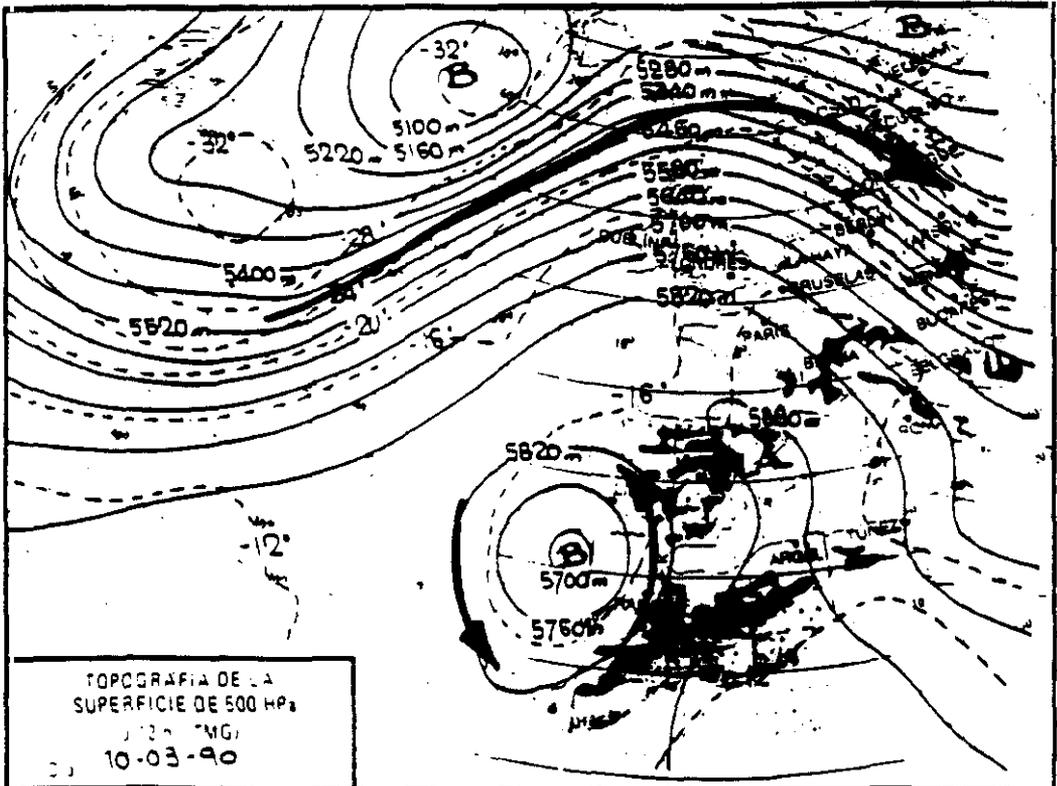


Figura IV.18: Situación sinóptica correspondiente al día 10 de Marzo de 1990 a las 12 horas: (a) Análisis en superficie; (b) Análisis en 500 hPa (contornos de geopotencial en línea continua e isotermas en discontinua). Sobre la topografía de 500 hPa está superpuesta la corriente en chorro (flecha a trazo grueso) observada en la topografía de 300 hPa.

progresivamente desde altura hasta superficie con embolsamiento de aire relativamente frío. El movimiento de la depresión está condicionado a su posición respecto a la situación del chorro. En este caso, la intensidad del máximo de viento es similar tanto delante como detrás del centro de la depresión. De acuerdo con este modelo, la depresión tiende a desplazarse hacia el noreste (Fig. IV.19) como ocurre en días posteriores.

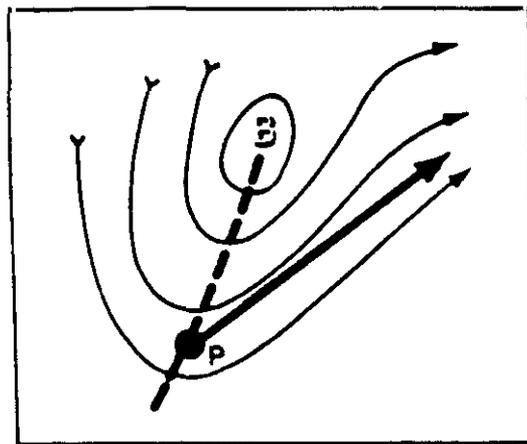


Figura IV.19: Contorno de geopotencial en 500 hPa. El punto *P* muestra la posición de la depresión en superficie y la flecha indica su desplazamiento.

En estas condiciones existe advección cálida y fuerte advección de vorticidad ciclónica sobre la zona suroriental de nuestro dominio geográfico. Estos dos efectos, actuando conjuntamente, favorecen el desarrollo de ciclogénesis (Hoskins et al., 1985; Bosart, 1988a).

Según Font (1983), esta situación sinóptica tiene una duración mínima de 3 días y máxima de 25 días aproximadamente siendo bastante frecuente entre los meses de Noviembre a Marzo. En nuestro caso la duración del fenómeno es del orden de 12 días estando de acuerdo con la referencia mencionada. El tiempo es generalmente bueno excepto en la mitad meridional que sufre los efectos de la depresión dando lugar a tormentas y chubascos locales como puede observarse en el campo de precipitaciones representado en la Figura IV.20.

Los altos valores del vector propio que se aprecian en ambas topografías están situados en la zona suroriental de nuestro dominio espacial, coincidiendo con la zona de desarrollo de ciclogénesis anteriormente descrita.

Las Figuras IV.21a y IV.21b muestran la representación del forzamiento dinámico en 700 y 500 hPa, respectivamente. Se observan divergencias de vectores Q en la zona septentrional de la Península y convergencias de Q en la mitad meridional. Es destacable una zona de máxima convergencia (mayor que $12 \times 10^{-17} \text{ hPa}^{-1} \text{ s}^{-3}$) en el cuadrante suroccidental en la topografía de 700 hPa mientras que en 500 hPa se sitúa en el sureste peninsular debido a la ligera inclinación del eje de la borrasca con la altura hacia el este.

En las Figuras IV.22a y IV.22b se muestra la representación del campo ω en ambos niveles atmosféricos. Se aprecian

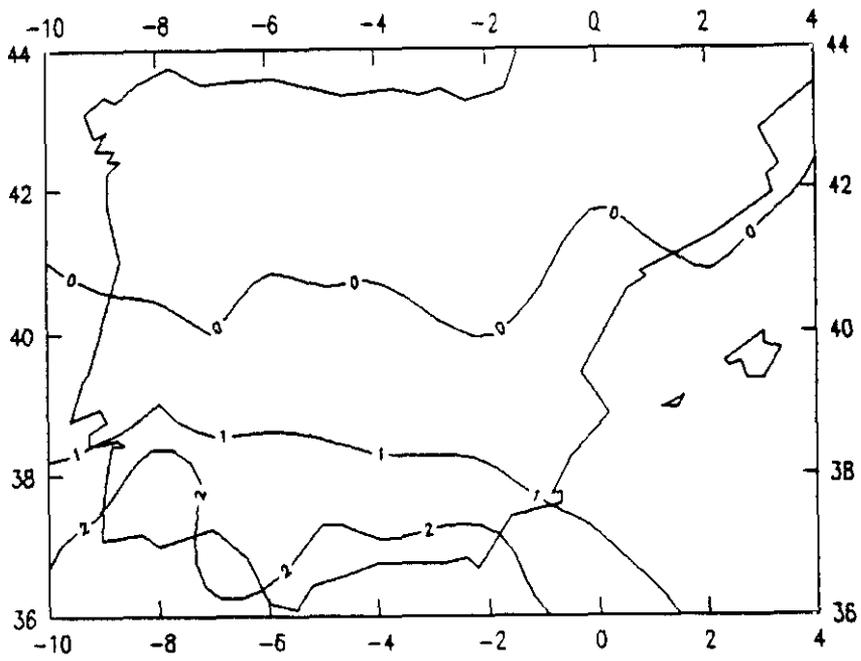


Figura IV.20: Campo de precipitación acumulada (mm) del día 10 de Marzo de 1990. La isoyeta de cero corresponde a precipitación inapreciable (≤ 0.1 mm).

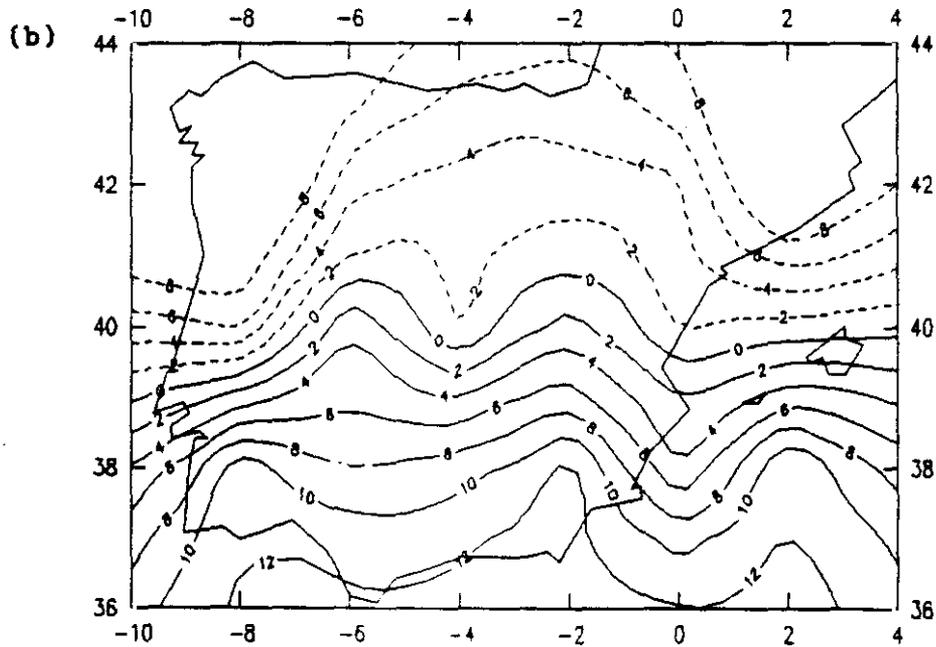
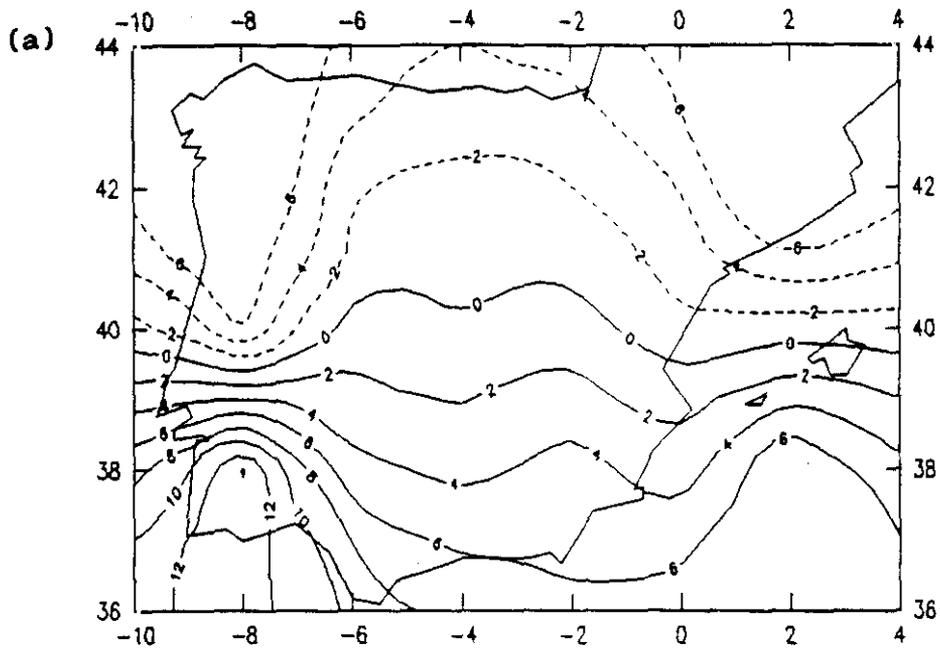


Figura IV.21: Forzamiento dinámico ($-2\nabla\cdot Q$) el día 10 de Marzo de 1990 a las 12 horas en las topografías de: (a) 700 hPa; (b) 500 hPa. El intervalo entre isolíneas es de $2 \times 10^{-17} \text{ hPa}^{-1} \text{ s}^{-3}$. Las líneas continuas (discontinuas) indican forzamiento de movimientos ascendentes (descendentes).

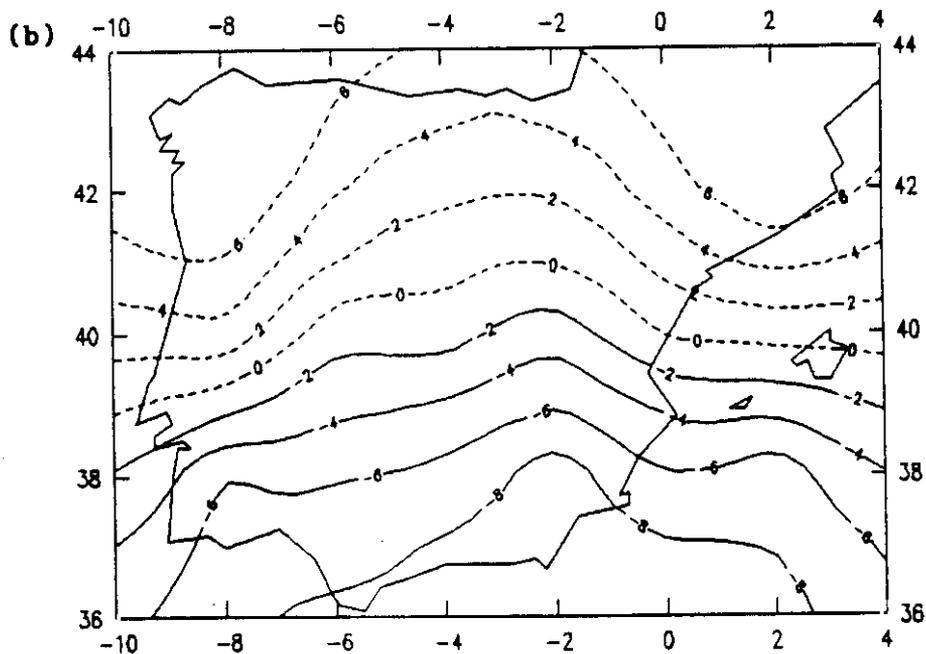
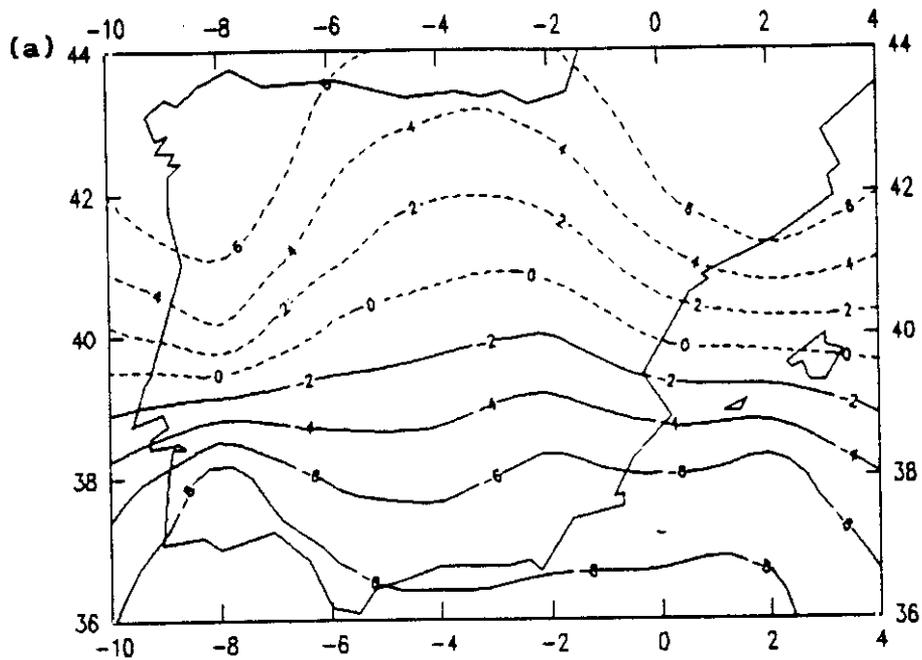


Figura IV.22: Movimiento vertical (ω) sin forzamiento diabólico el día 10 de Marzo de 1990 a las 12 horas en las topografías de: (a) 700 hPa; (b) 500 hPa. El intervalo entre isólinas es de 2×10^{-3} hPa s^{-1} . Las líneas continuas (discontinuas) indican movimientos ascendentes (descendentes).

movimientos descendentes generalizados en la mitad septentrional y ascendentes en la meridional situándose las máximas ascencencias (del orden de $-8 \times 10^{-3} \text{ hPa s}^{-1}$) en el cuadrante suroccidental de la topografía de 700 hPa mientras que en 500 hPa están localizadas más hacia el este de forma análoga al forzamiento dinámico descrito anteriormente.

El forzamiento diatérmico en ambas topografías se indica en las Figuras IV.23a y IV.23b. Resaltan dos áreas claramente diferenciadas. La primera situada en el cuadrante nororiental con valores negativos (superior a $-20 \times 10^{-17} \text{ hPa}^{-1} \text{ s}^{-3}$) y asociada a enfriamiento diatérmico. La segunda, con valores positivos (mayores que $25 \times 10^{-17} \text{ hPa}^{-1} \text{ s}^{-3}$) y relacionada con calentamiento, está situada en el cuadrante suroriental y coincide con el área de ciclogénesis anteriormente descrita.

El campo W se representa en las Figuras IV.24a y IV.24b. Aparecen movimientos ascendentes en la mitad meridional en ambos niveles con un máximo (superior a $-14 \times 10^{-3} \text{ hPa s}^{-1}$) en la zona más suroriental. Recordemos que en esta zona, se produce fuerte advección de vorticidad ciclónica y advección cálida asociadas a la depresión situada al oeste de la Península.

Tal vez lo más destacable de la representación de este vector es la detección de la zona ciclogénica suroriental. El campo W sitúa con mayor precisión la zona de máximas ascencencias que el campo ω . Sin duda se debe a la inclusión del forzamiento

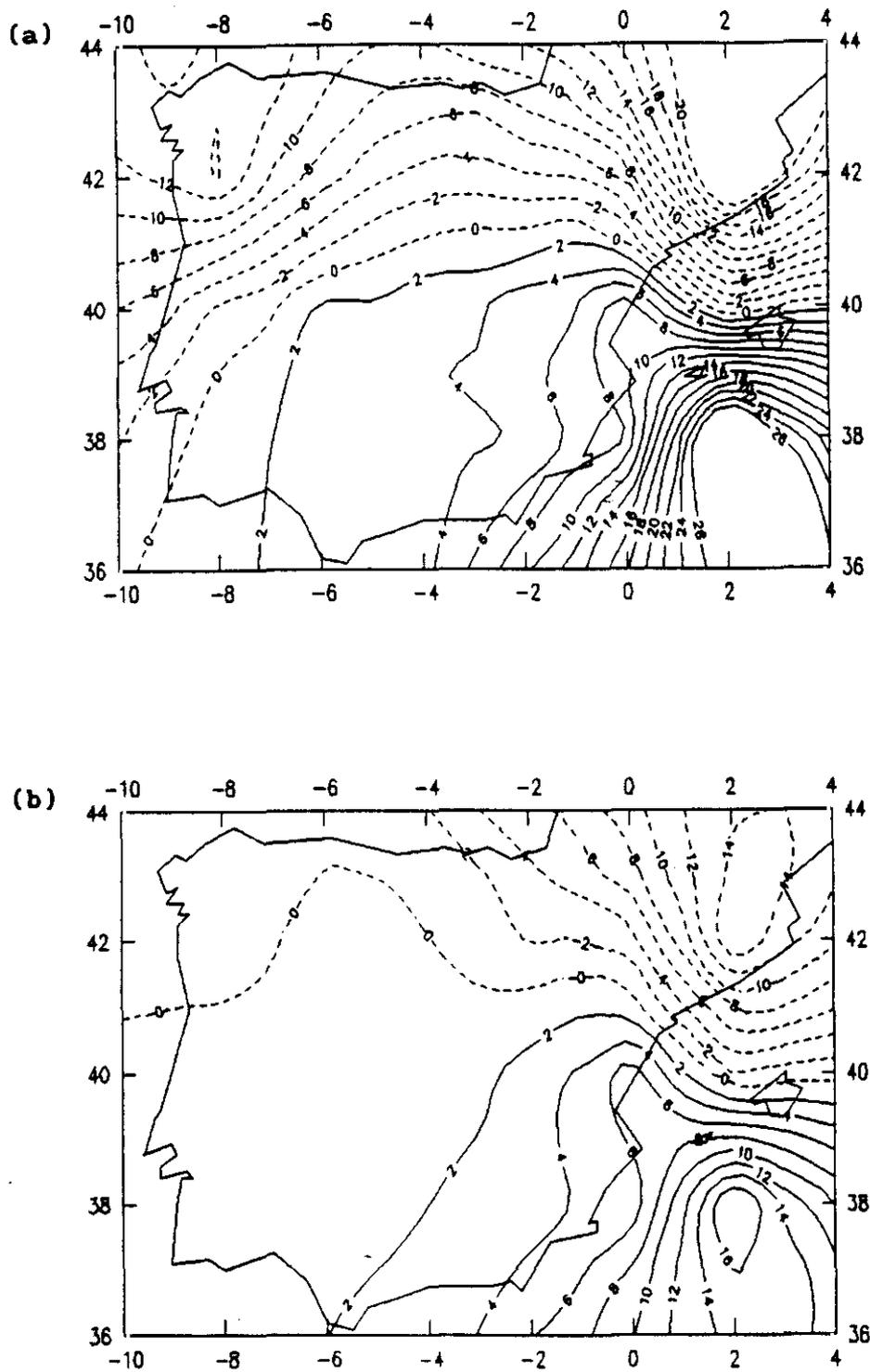


Figura IV.23: Forzamiento diatérmico (\mathcal{D}) el día 10 de Marzo de 1990 a las 12 horas en las topografías de: (a) 700 hPa; (b) 500 hPa. El intervalo entre isolíneas es de $2 \times 10^{-17} \text{ hPa s}^{-1}$. Las líneas continuas (discontinuas) indican forzamiento de movimientos ascendentes (descendentes).

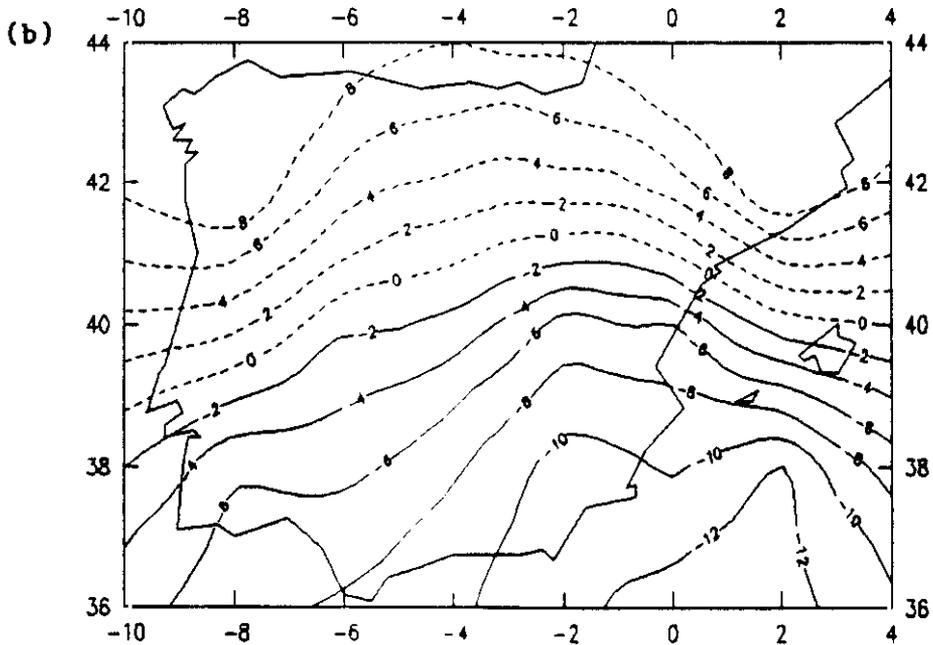
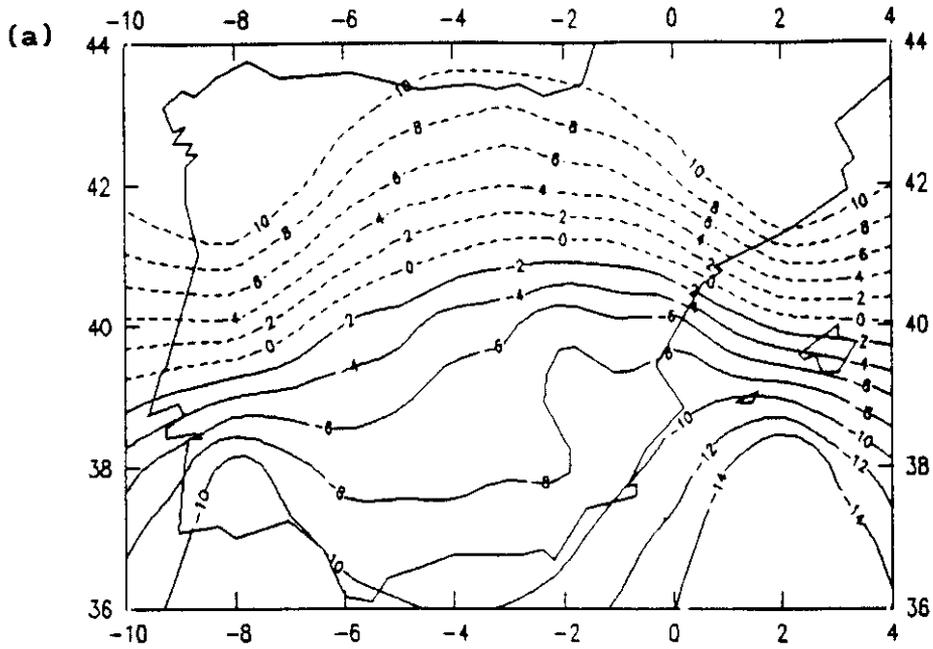


Figura IV.24: Movimiento vertical (W) incluyendo forzamiento diatérmico el día 10 de Marzo de 1990 a las 12 horas en las topografías de: (a) 700 hPa; (b) 500 hPa. El intervalo entre isolíneas es de 2×10^{-3} hPa s^{-1} . Las líneas continuas (discontinuas) indican movimientos ascendentes (descendentes).

diatérmico en el movimiento vertical ya que como destacó Smith (1988), en situaciones de ciclogénesis es muy importante. Es claro, por tanto, que el movimiento vertical obtenido de la ecuación omega tradicional será menos adecuado pues no tiene en cuenta este efecto tan importante en esta situación característica de la Península Ibérica.

CUARTO VECTOR PROPIO

Las configuraciones espaciales del cuarto vector propio obtenido para el campo $\Delta\omega$ se presentan en la Figuras IV.25a y IV.25b para los niveles atmosféricos de 700 y 500 hPa, respectivamente. En ellas, se observan coeficientes significativos sobre la mitad septentrional de la Península Ibérica.

La situación atmosférica seleccionada por este autovector propio muestra un pantano barométrico con desarrollo de línea de inestabilidad sobre la Península Ibérica (Fig. IV.26a y IV.26b). La existencia de lenguas de aire cálido en niveles bajos con embolsamiento de aire frío en niveles superiores provoca el desarrollo de una línea de inestabilidad que barre la Península Ibérica hacia el este en forma de banda nubosa coincidiendo con el modelo de línea de inestabilidad descrito por Brunk (1953) y Palmén y Newton (1969).

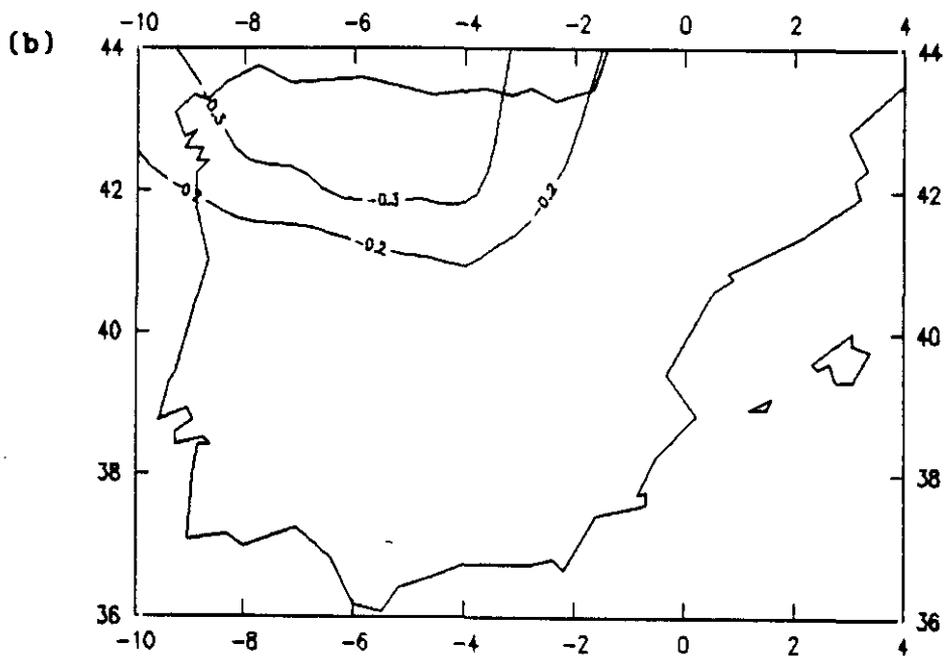
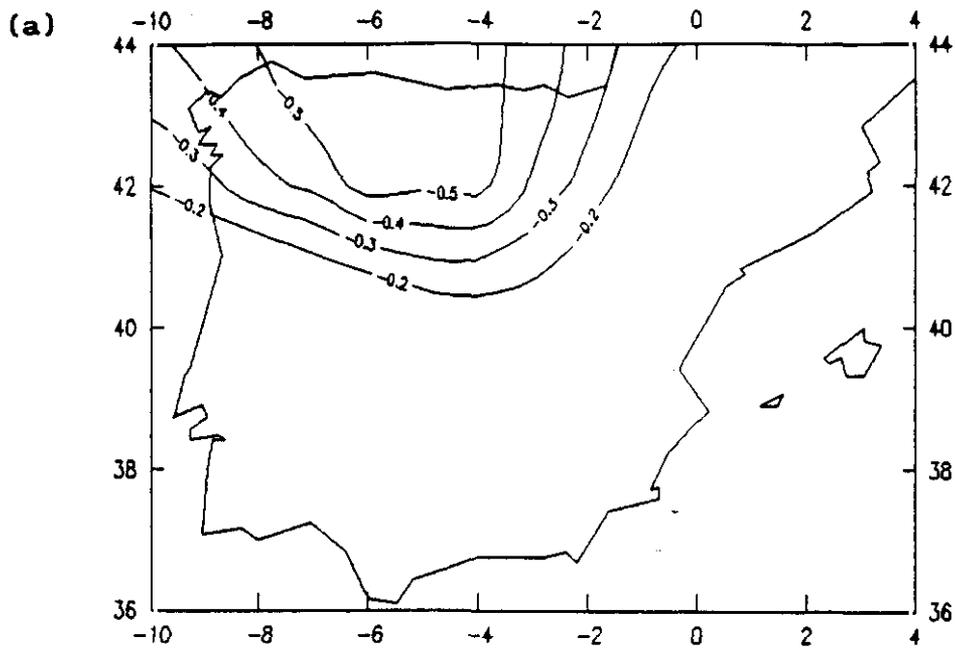
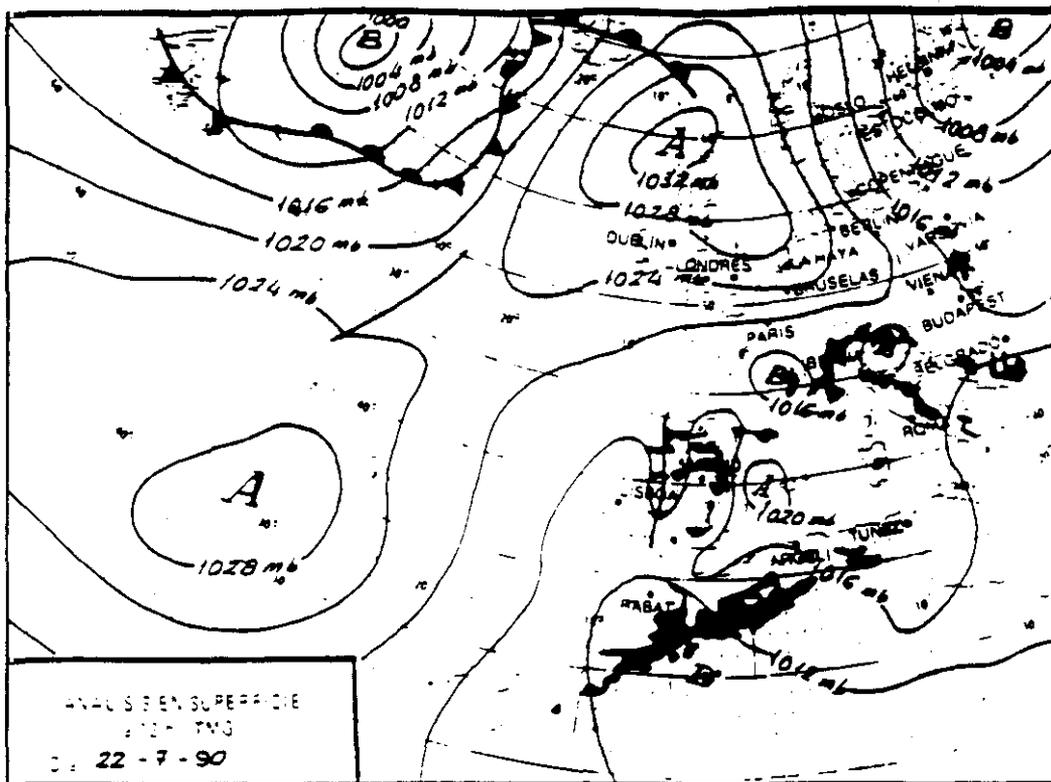


Figura IV.25: Configuración espacial de los coeficientes del «cuarto» vector propio de $\Delta\omega$ para las topografías de: (a) 700 hPa; (b) 500 hPa.

(a)



(b)

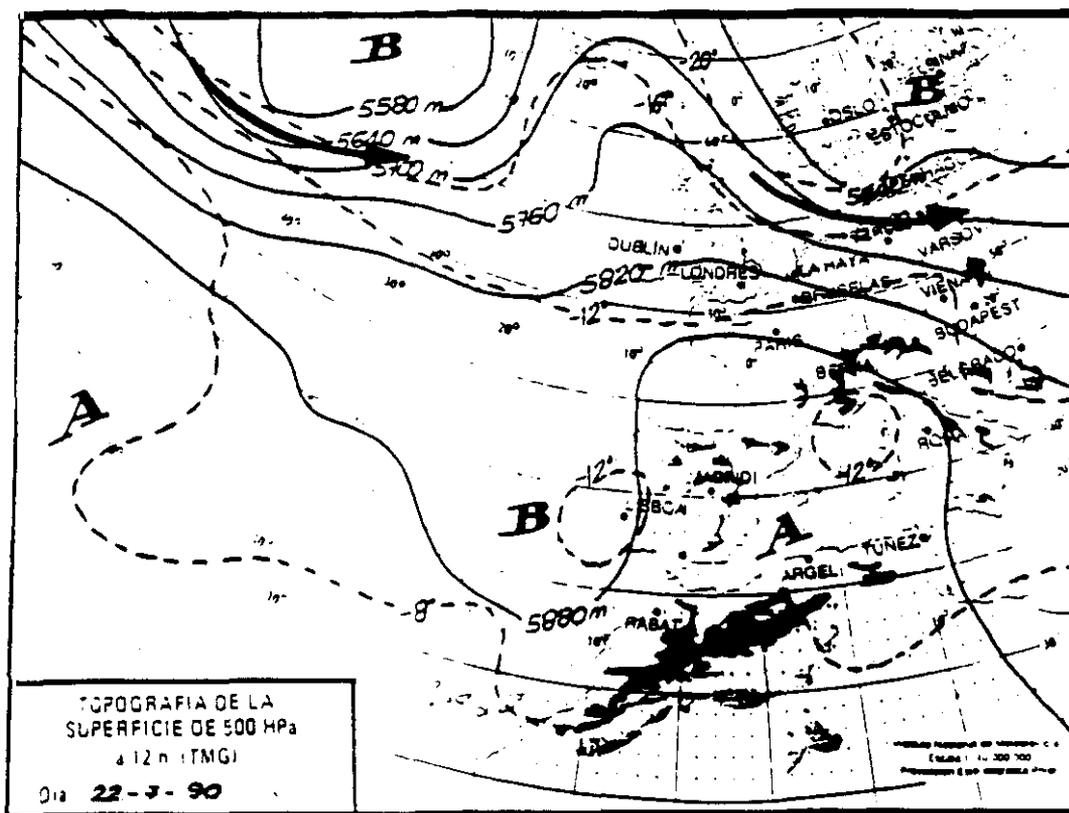


Figura IV.26: Situación sinóptica correspondiente al día 22 de Julio de 1990 a las 12 horas: (a) Análisis en superficie; (b) Análisis en 500 hPa (contornos de geopotencial en línea continua e isotermas en discontinua). Sobre la topografía de 500 hPa está superpuesta la corriente en chorro (flecha a trazo grueso) observada en la topografía de 300 hPa.

Con esta estructura se producen ascensiones de aire cálido por la parte delantera de las células convectivas que forman la banda nubosa mientras que se producen descendencias por la parte posterior de las mismas. Este flujo descendente acompañado de precipitaciones origina un frente intenso de viento en superficie alimentándose del aire seco existente en la parte posterior del sistema e intensificando los movimientos descendentes debido a la evaporación que se produce. Cuando la corriente descendente llega a las cercanías del suelo, parte de ella sale por la zona trasera de las células convectivas y otra parte, sale por la zona delantera formando un microfrente que refuerza el sistema, ya que ayuda a que el aire cálido que converge en niveles bajos se eleve por encima de él (Heymsfield y Schotz, 1985; Rotunno et al., 1988). Esto da lugar a la aparición de "pulsos" de presión, formándose una baja a mesoscala por delante de la línea de inestabilidad mientras que por detrás, se forma una alta a mesoscala, encuadradas ambas dentro del campo de presiones a escala sinóptica (Fig. IV.27).

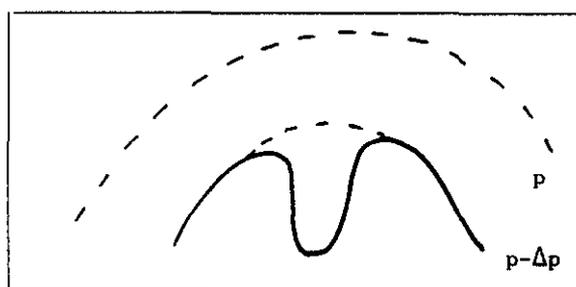


Figura IV.27: Ilustración de un pulso de presión (línea continua) encuadrado dentro de un campo de presión a mayor escala (línea discontinua).

El tiempo registrado corresponde a cielo muy nuboso en la vertiente atlántica según la progresión de la línea de inestabilidad en su desplazamiento hacia el este en forma de banda nubosa de norte a sur. La distribución espacial de la precipitación (Fig. IV.28) se corresponde relativamente bien con el área barrida por la línea durante el intervalo muestral.

En las Figuras IV.29a y IV.29b, correspondientes al forzamiento expresado por la divergencia del vector Q existente en esta situación, se aprecia forzamiento dinámico poco intenso en la troposfera.

La respuesta al forzamiento dinámico indicada en las Figuras IV.30a y IV.30b, el campo ω , no presenta en ninguna topografía valores muy marcados de movimiento vertical excepto una pequeña zona de ascencias más apreciable sobre el cuadrante suroccidental, debidos a una muy débil advección de vorticidad ciclónica en niveles altos al oeste de la Península.

Observando las Figuras IV.31a y IV.31b correspondientes al forzamiento diatérmico, destacan dos zonas muy diferenciadas. Una de ellas con fuertes valores negativos (mayores que $-20 \times 10^{-17} \text{hPa}^{-1} \text{s}^{-3}$) que indica enfriamiento por evaporación en el cuadrante noroccidental de la Península que coincide con la mesoalta que se produce detrás de la línea de inestabilidad. La otra, coincidente con la mesobaja que se genera delante de la línea de inestabilidad, presenta altos valores positivos

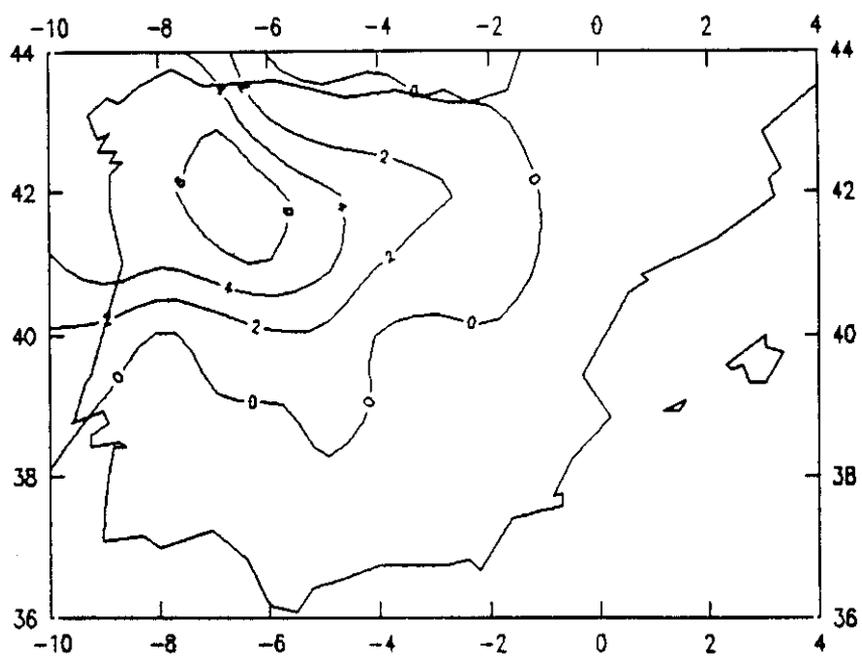


Figura IV.28: Campo de precipitación acumulada (mm) del día 22 de Julio de 1990. La isoyeta de cero corresponde a precipitación inapreciable (≤ 0.1 mm).

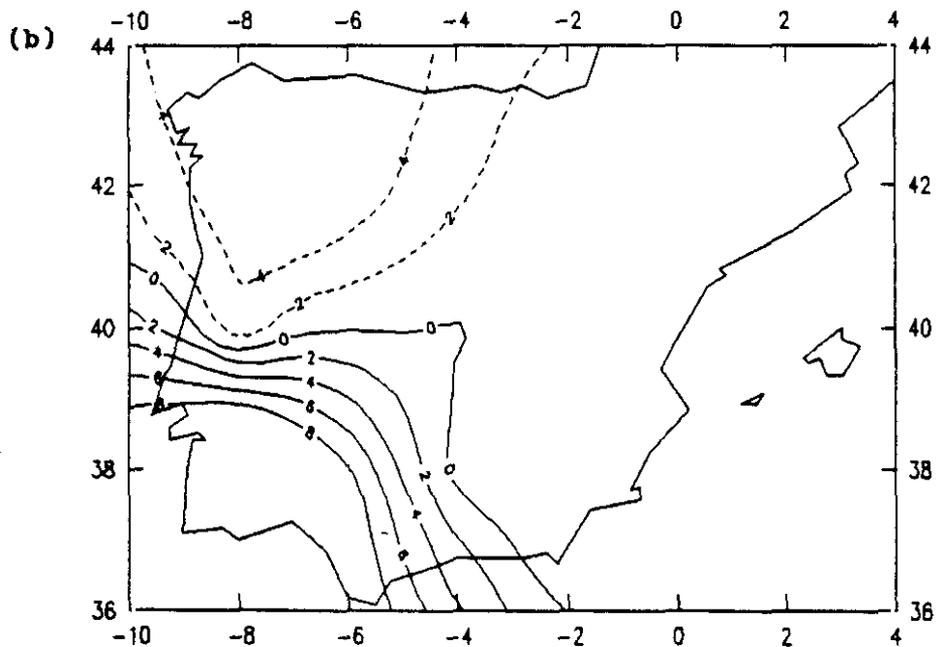
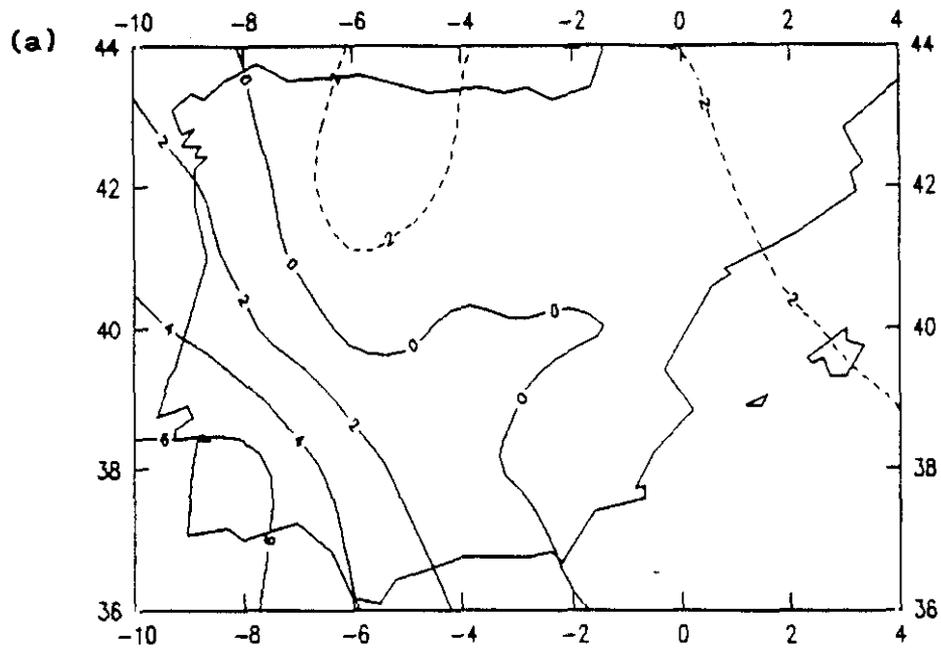


Figura IV.29: Forzamiento dinámico ($-2\nabla \cdot Q$) el día 22 de Julio de 1990 a las 12 horas en las topografías de: (a) 700 hPa; (b) 500 hPa. El intervalo entre isolíneas es de $2 \times 10^{-17} \text{ hPa}^{-1} \text{ s}^{-3}$. Las líneas continuas (discontinuas) indican forzamiento de movimientos ascendentes (descendentes).

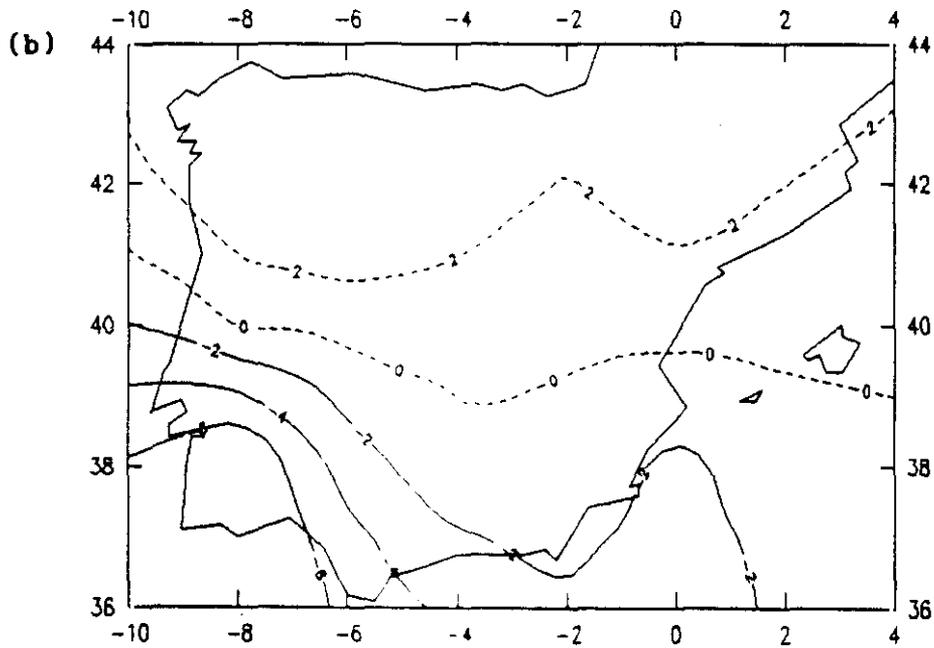
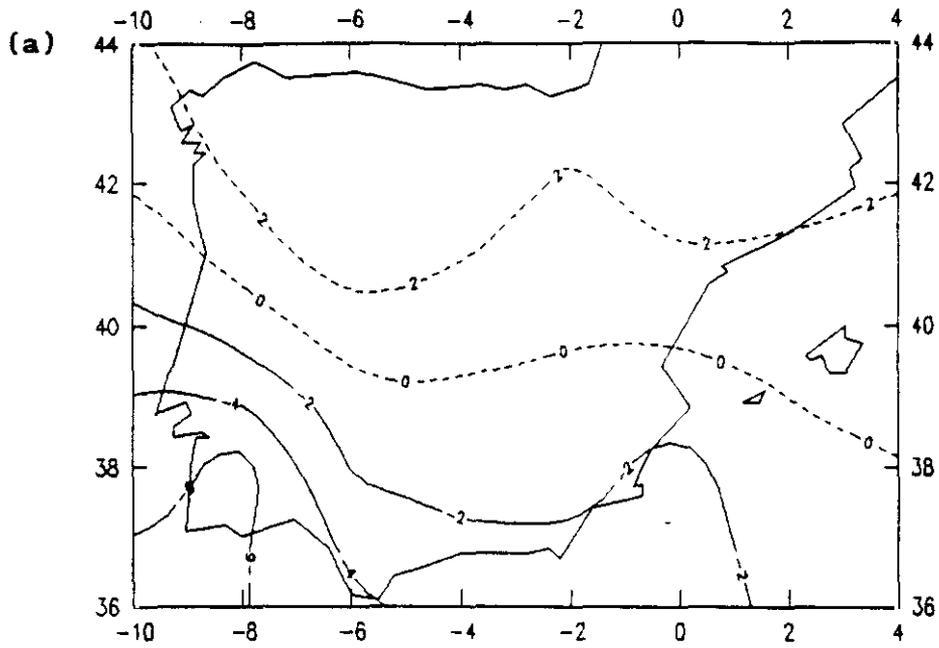


Figura IV.30: Movimiento vertical (ω) sin forzamiento diatérmico el día 22 de Julio de 1990 a las 12 horas en las topografías de: (a) 700 hPa; (b) 500 hPa. El intervalo entre isolíneas es de 2×10^{-3} hPa s^{-1} . Las líneas continuas (discontinuas) indican movimientos ascendentes (descendentes).

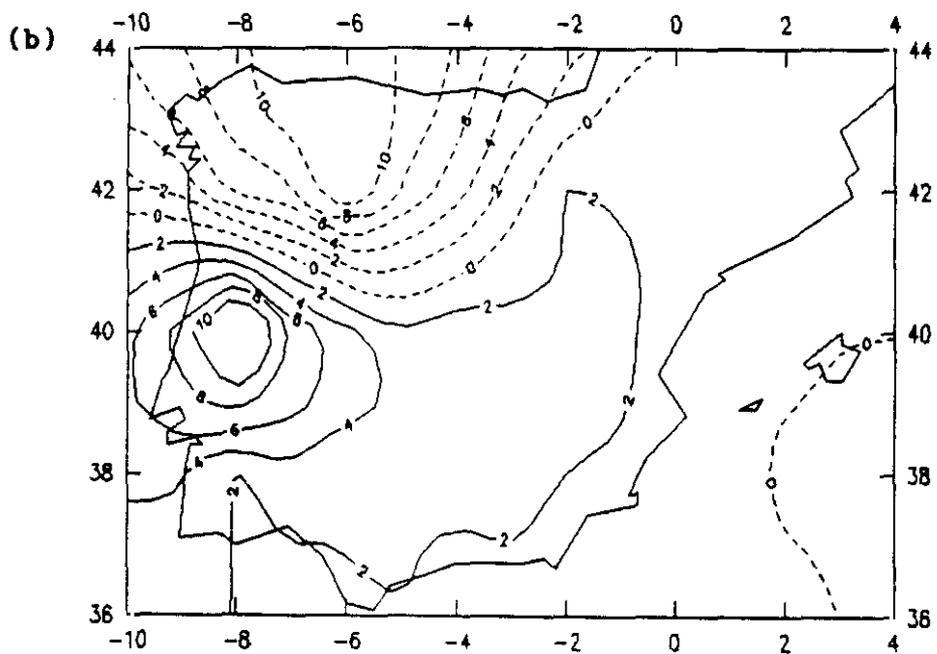
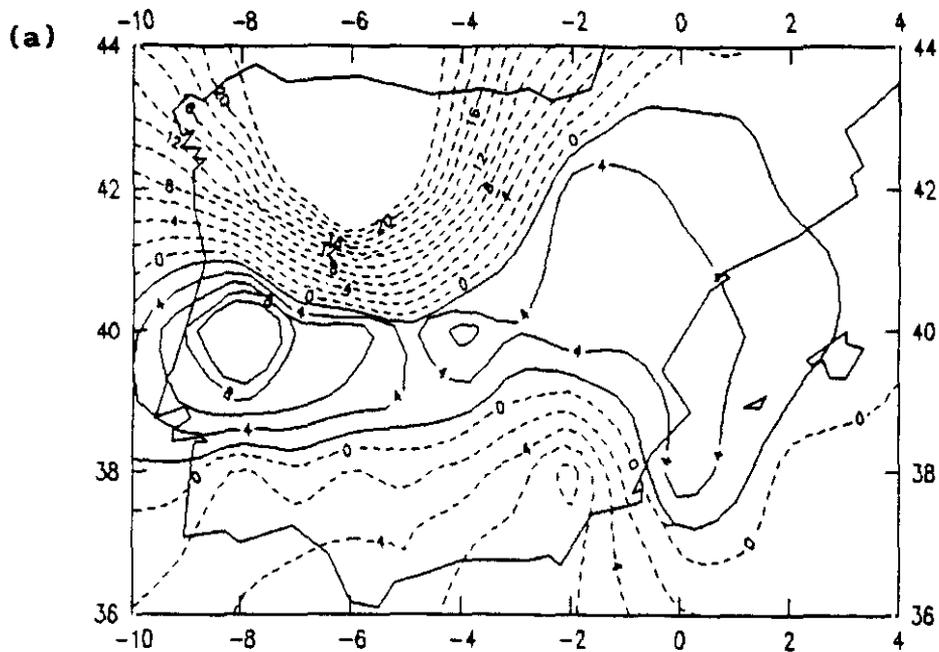


Figura IV.31: Forzamiento diatérmico (D) el día 22 de Julio de 1990 a las 12 horas en las topografías de: (a) 700 hPa; (b) 500 hPa. El intervalo entre isolíneas es de $2 \times 10^{-17} \text{ hPa}^{-1} \text{ s}^{-3}$. Las líneas continuas (discontinuas) indican forzamiento de movimientos ascendentes (descendentes).

(superiores en magnitud a $10 \times 10^{-17} \text{ hPa}^{-1} \text{ s}^{-3}$) indicando calentamiento por condensación.

Las Figuras IV.32a y IV.32b presentan el movimiento vertical W . Se observa una zona de fuertes movimientos descendentes (mayores que $18 \times 10^{-3} \text{ hPa s}^{-1}$) sobre el cuadrante noroccidental coincidentes con la mesoalta y con la precipitación registrada detrás de la línea de inestabilidad como se observa en la Figura IV.28. Aparece también una zona de movimientos ascendentes (del orden de $-8 \times 10^{-3} \text{ hPa s}^{-1}$) estando vinculados en cierta medida a la mesobaja.

Existe un marcadísimo gradiente en el forzamiento diatérmico y, por ende, en el campo W dejando marcado el paso de la línea de inestabilidad y delimitando claramente la zona de movimientos descendentes de los ascendentes. El fuerte gradiente indicaría el lugar de la línea, sugiriéndonos que está más inclinada en dirección SW-NE que la marcada en el mapa sinóptico quizá con bastante subjetividad.

También en este autovector es clara la influencia del término diatérmico en el diagnóstico de los movimientos verticales ya que no sólo amplifica la magnitud de dichos movimientos, sino que sitúa con mayor precisión las áreas de ascendencias y descendencias siendo capaz de apreciar de forma clara y precisa un fenómeno tan particular como es el paso por la Península Ibérica de una línea de inestabilidad.

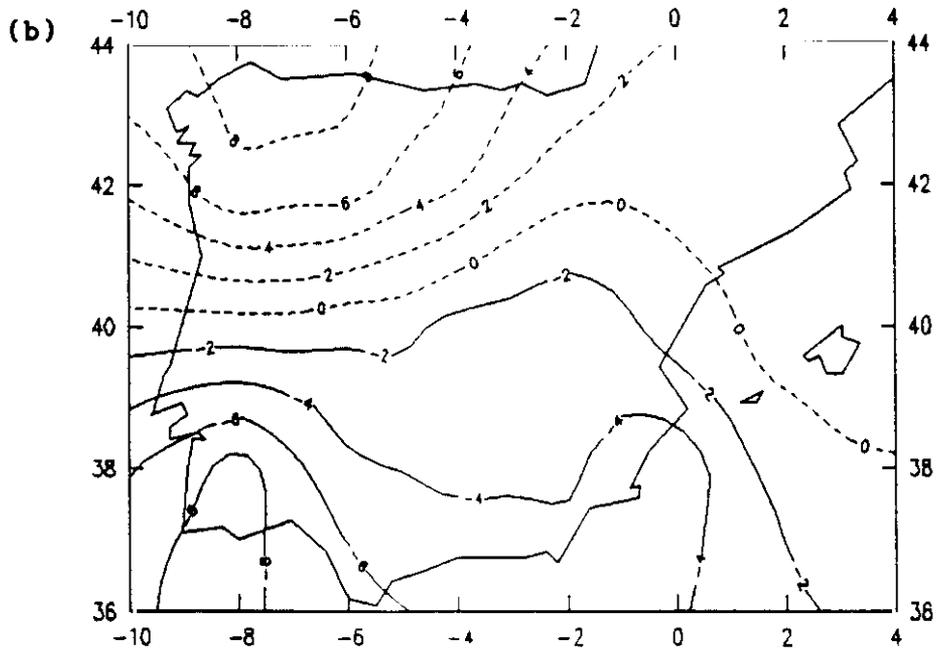
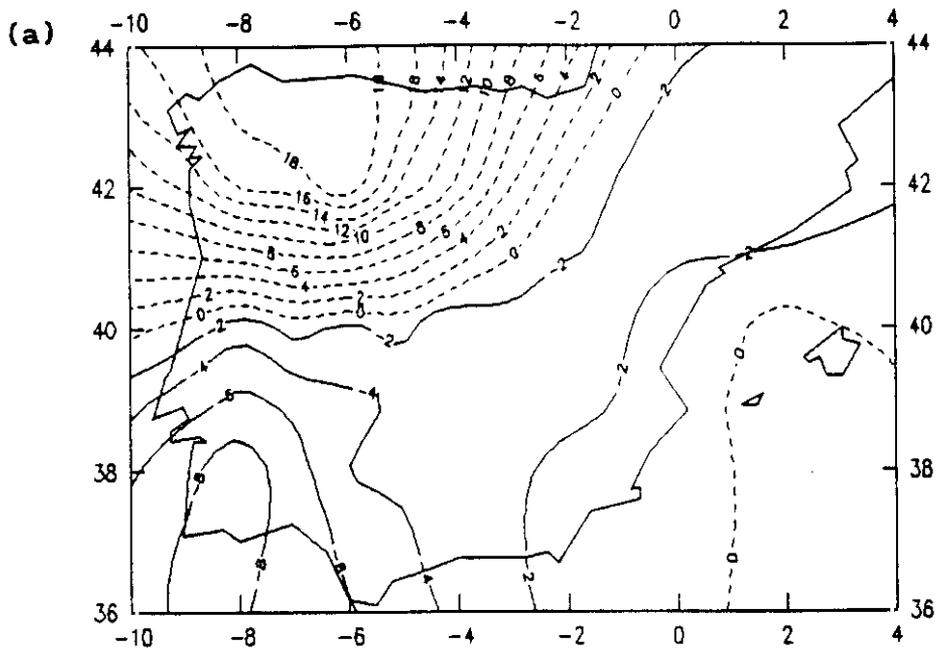


Figura IV.32: Movimiento vertical (W) incluyendo forzamiento diatérmico el día 22 de Julio de 1990 a las 12 horas en las topografías de: (a) 700 hPa; (b) 500 hPa. El intervalo entre isolíneas es de 2×10^{-3} hPa s^{-1} . Las líneas continuas (discontinuas) indican movimientos ascendentes (descendentes).

QUINTO VECTOR PROPIO

Las configuraciones espaciales de $\Delta\omega$ para este vector están representadas en las Figuras IV.33a y IV.33b. Se aprecia en ambas topografías una zona con valores significativos situada sobre Galicia y Portugal.

La situación sinóptica asociada a este vector muestra, de forma análoga al tercer autovector, una depresión no frontal con trazas de gota fría (Fig. IV.34). Existen diferencias entre ambas situaciones: la posición relativa de la perturbación respecto a la Península es diferente; en este caso, está situada más hacia el norte. Los vientos en altura alrededor del centro de la depresión no presentan máximos apreciables. La borrasca en superficie se encuentra al este de su centro en altura. Con estas características, la perturbación se desplaza despacio hacia el noroeste (Fig. IV.35), como sucede en días posteriores.

El embolsamiento de aire frío que acompaña a estas depresiones produce gran inestabilidad que se traduce en fenómenos tormentosos, como se observa en el campo de precipitación de la Figura IV.36 y, a veces, en temperaturas inferiores a las normales en el interior de la Península.

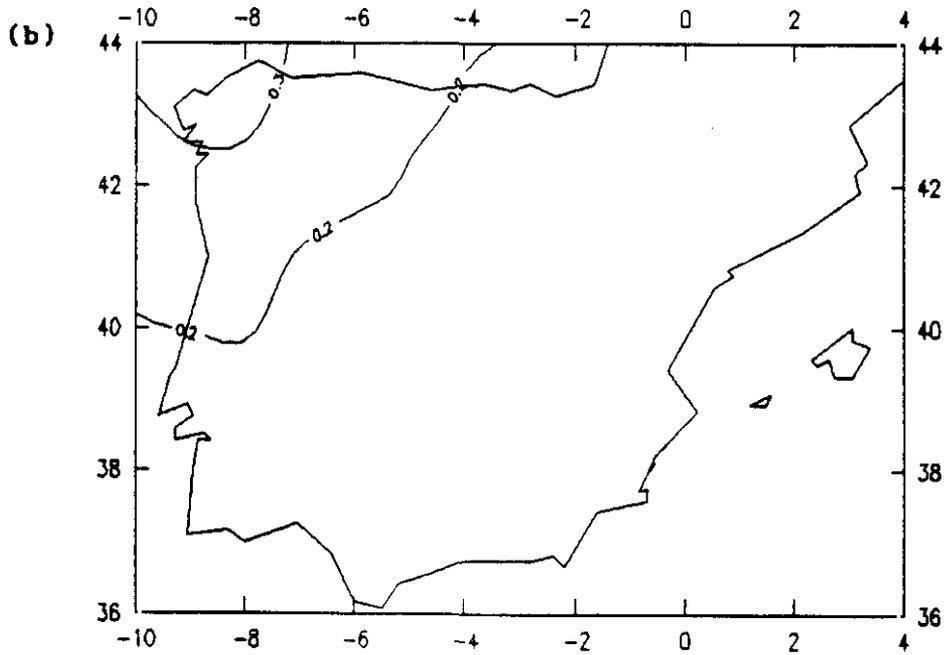
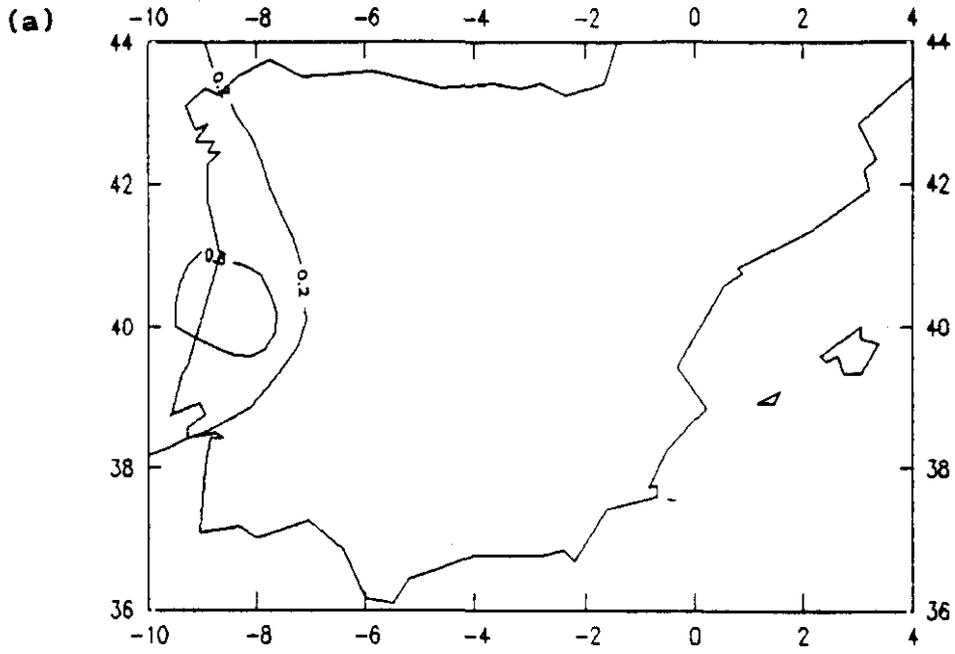
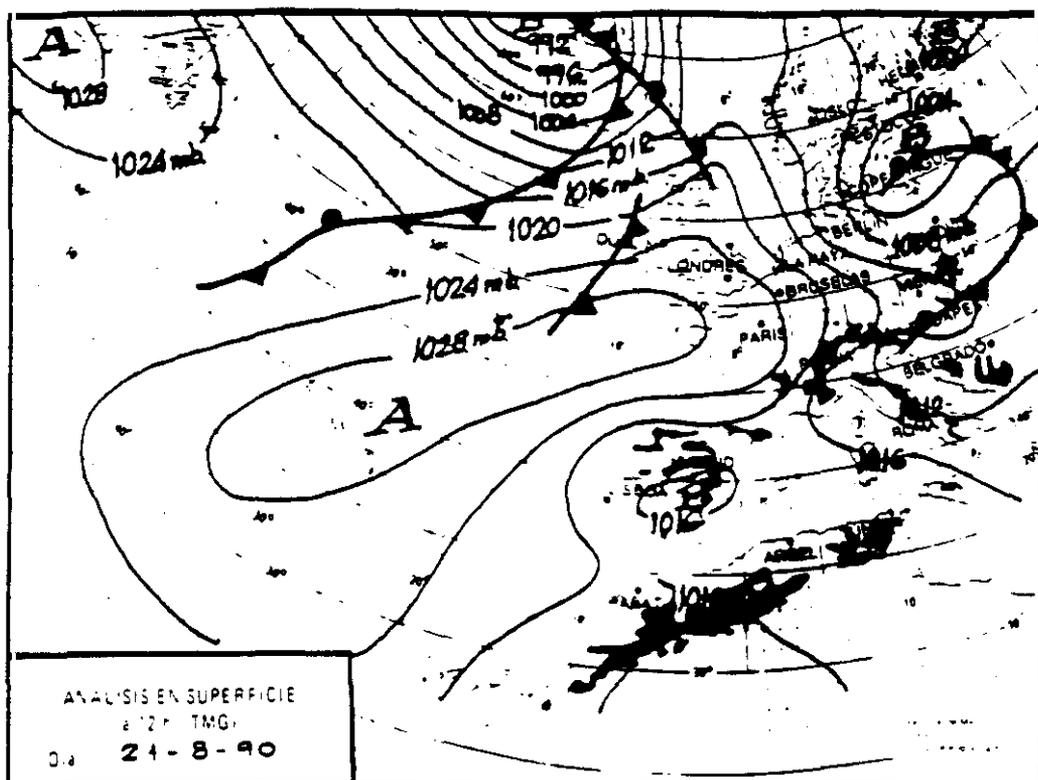


Figura IV.33: Configuración espacial de los coeficientes del «quinto» vector propio de $\Delta\omega$ para las topografías de: (a) 700 hPa; (b) 500 hPa.

(a)



(b)

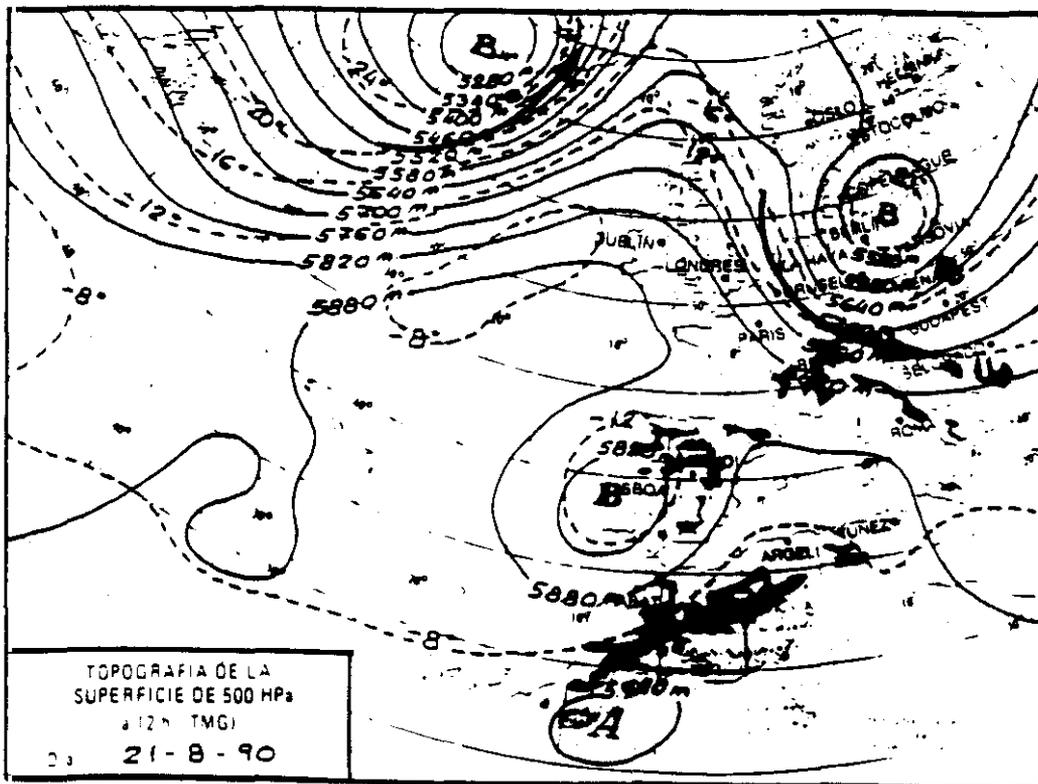


Figura IV.34: Situación sinóptica correspondiente al día 21 de Agosto de 1990 a las 12 horas: (a) Análisis en superficie; (b) Análisis en 500 hPa (contornos de geopotencial en línea continua e isotermas en discontinua). Sobre la topografía de 500 hPa está superpuesta la corriente en chorro (flecha a trazo grueso) observada en la topografía de 300 hPa.

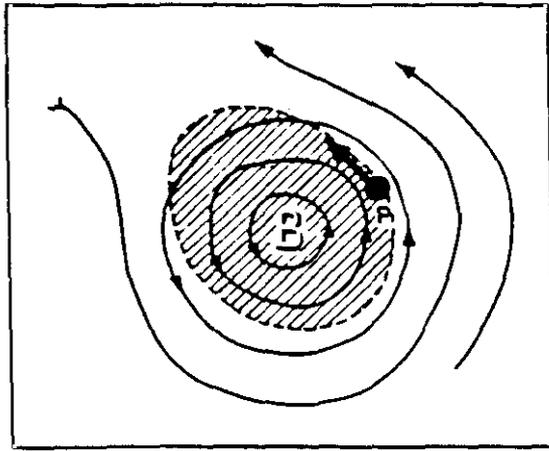


Figura IV.35: Contorno de geopotencial en 500 hPa con área sombreada representando el aire fría. El punto P muestra la posición de la depresión en superficie y la flecha indica su desplazamiento.

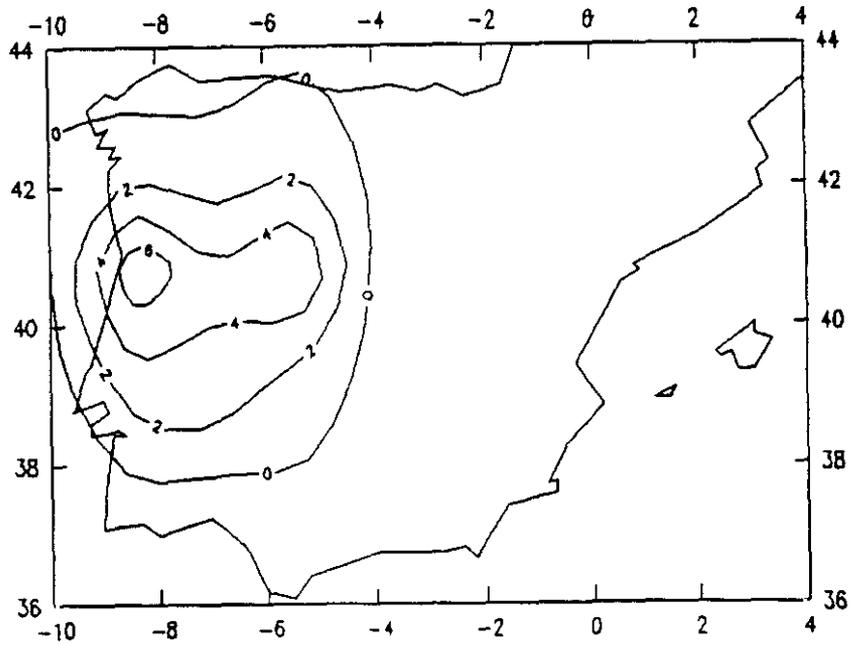


Figura IV.36: Campo de precipitación acumulada (mm) del día 21 de Agosto de 1990. La isoyeta de cero corresponde a precipitación inapreciable (≤ 0.1 mm).

La representación de la divergencia del vector Q en las Figuras IV.37a y IV.37b indica por otra parte que la zona de convergencias abarca el área meridional de la Península mostrando el resto divergencias generalizadas. El campo de movimiento vertical ω (Fig. IV.38) está en fase, como en el resto de autovectores, con el forzamiento dinámico presentando movimientos ascendentes en la mitad meridional y descendentes en el resto.

El forzamiento diatérmico (Fig. IV.39a y IV.39b) pone de manifiesto una zona de valores positivos asociados a calentamiento por cambio de fase en el área suroccidental peninsular mientras que en el resto se aprecian valores mayores y de signo opuesto (superiores en magnitud a $-12 \times 10^{-17} \text{hPa}^{-1} \text{s}^{-3}$) asociados a enfriamiento. El campo W (Fig. IV.40a y IV.40b) muestra también movimientos ascendentes apreciables sobre el área suroccidental peninsular apreciándose en el resto del dominio movimientos descendentes. Destaca un máximo de movimientos descendentes (mayor que $10 \times 10^{-3} \text{hPa s}^{-1}$) sobre Galicia y norte de Portugal coincidente con los máximos de forzamientos dinámico y diatérmico.

La inestabilidad observada en esta situación favorece la aparición de fenómenos tormentosos y, dada la época del año, fuerte evaporación sobre gran parte de la Península que, junto al intercambio vertical con el aire frío superior situado en el centro de la depresión, produce enfriamiento diatérmico.

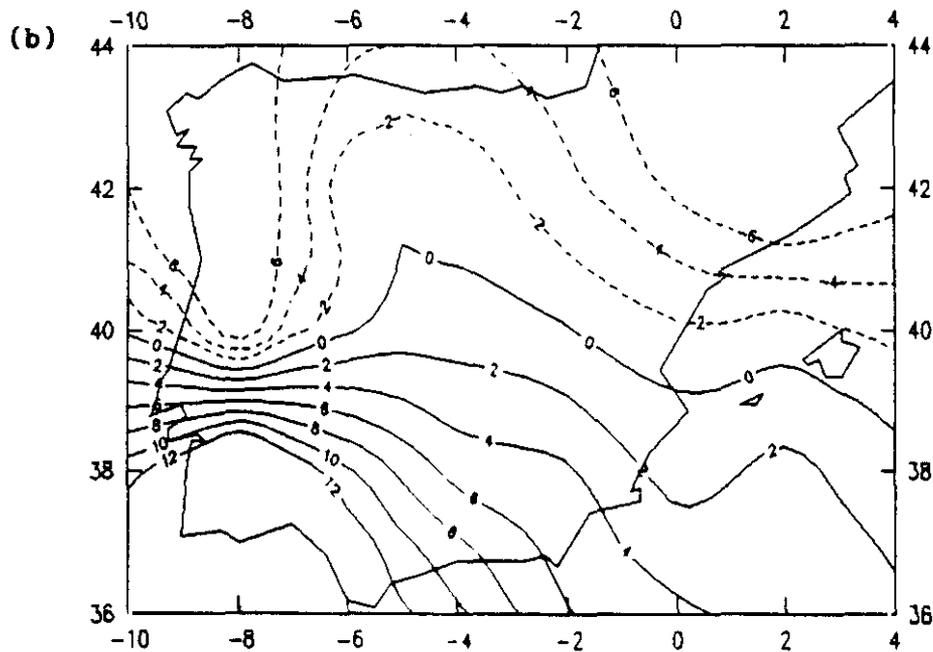
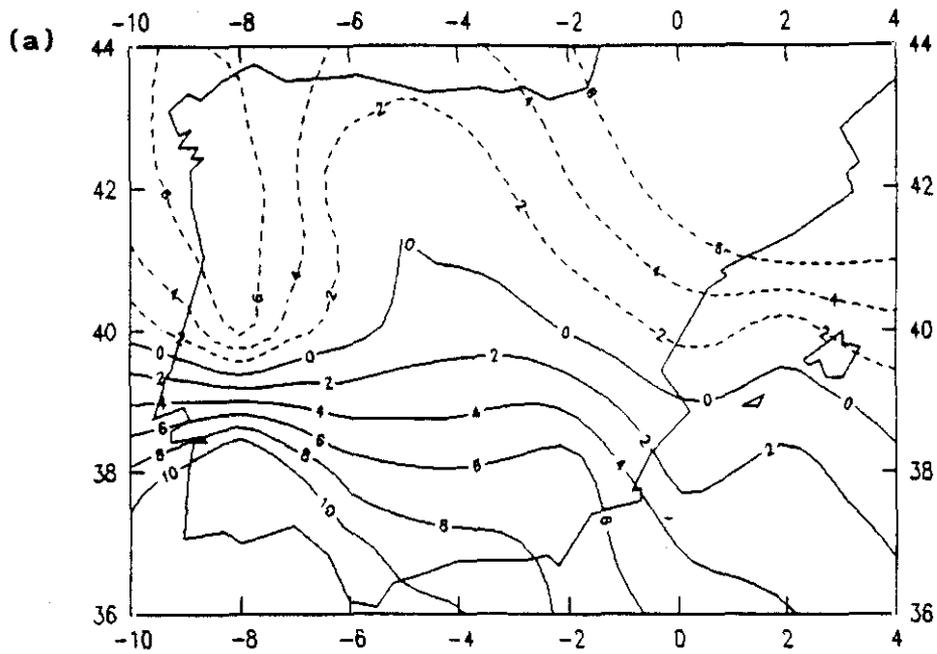


Figura IV.37: Forzamiento dinámico $(-2\nabla \cdot Q)$ el día 21 de Agosto de 1990 a las 12 horas en las topografías de: (a) 700 hPa; (b) 500 hPa. El intervalo entre isolíneas es de $2 \times 10^{-17} \text{ hPa}^{-1} \text{ s}^{-3}$. Las líneas continuas (discontinuas) indican forzamiento de movimientos ascendentes (descendentes).

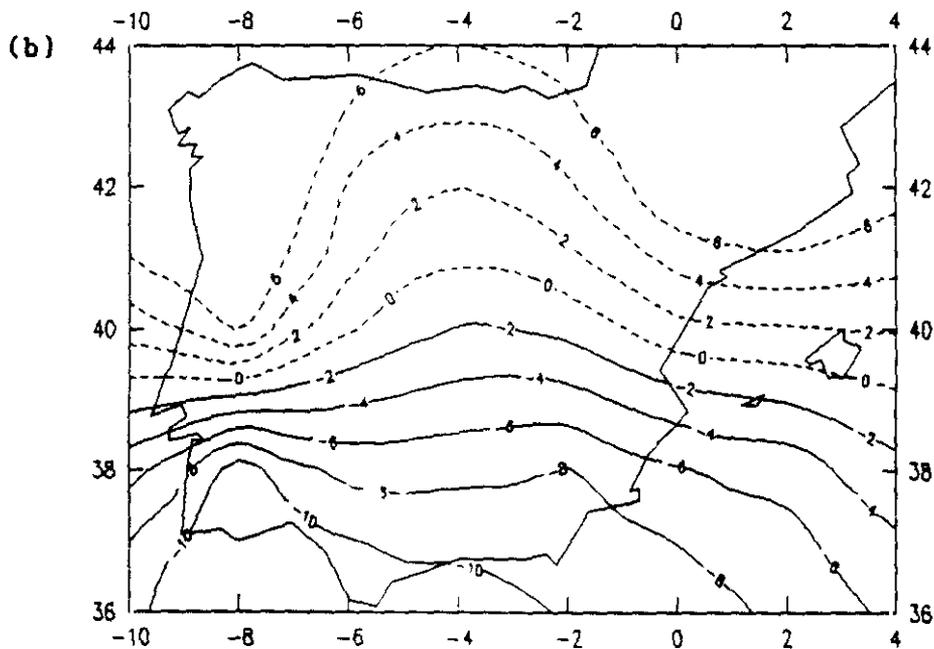
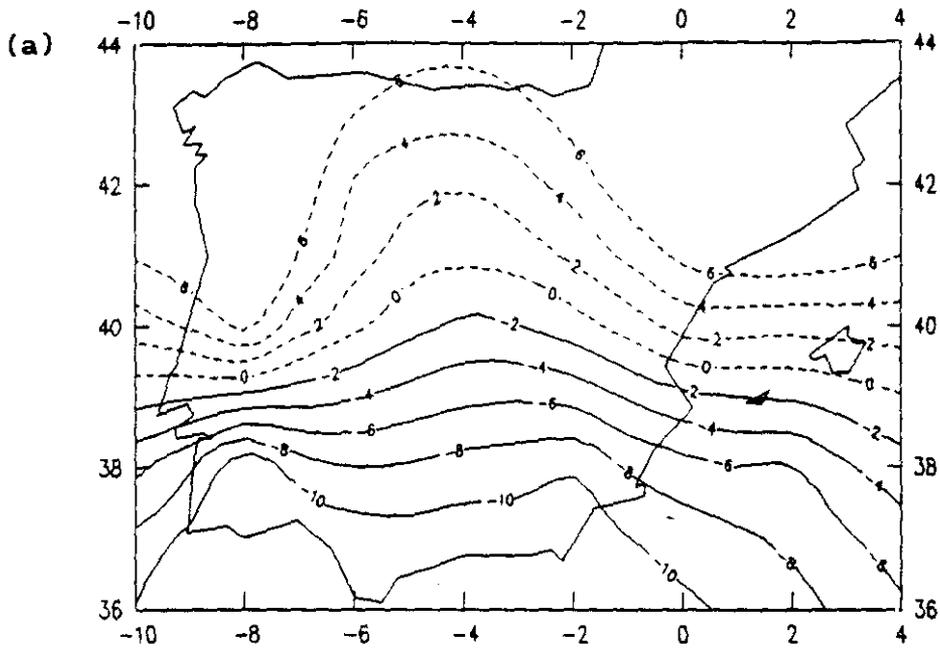


Figura IV.38: Movimiento vertical (ω) sin forzamiento diatérmico el día 21 de Agosto de 1990 a las 12 horas en las topografías de: (a) 700 hPa; (b) 500 hPa. El intervalo entre isolíneas es de 2×10^{-3} hPa s^{-1} . Las líneas continuas (discontinuas) indican movimientos ascendentes (descendentes).

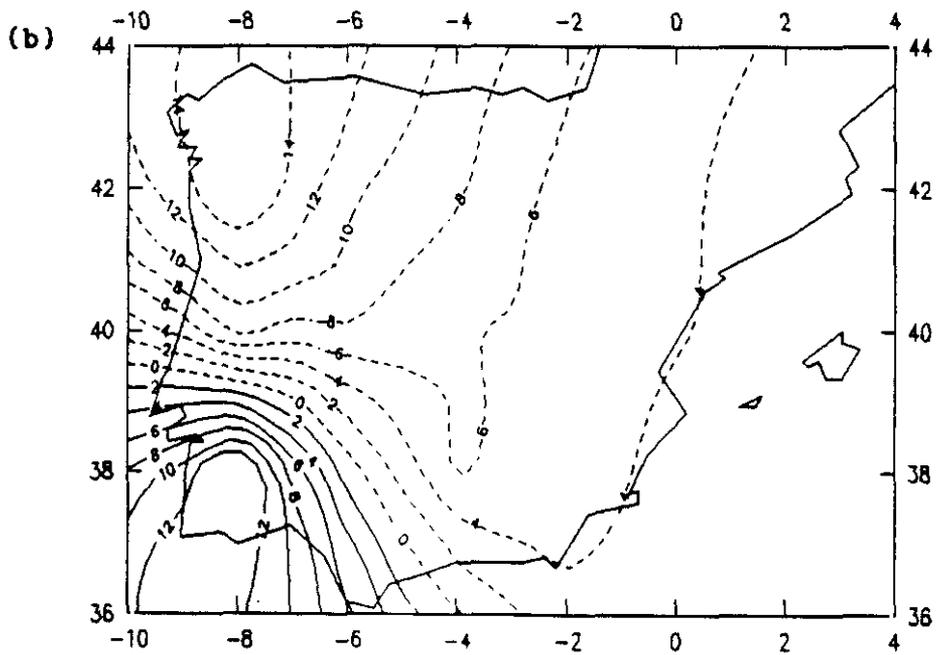
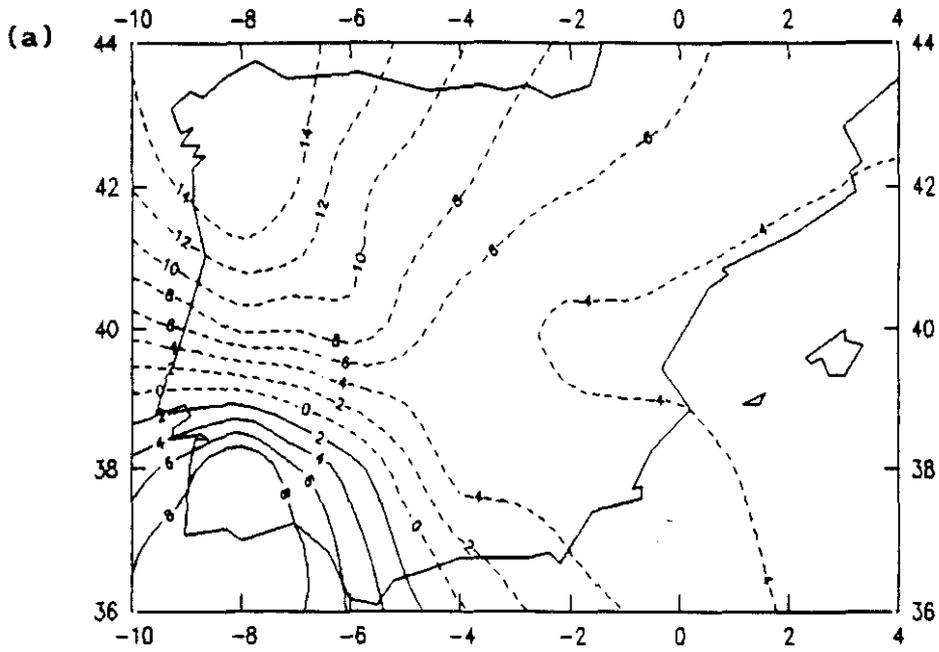


Figura IV.39: Forzamiento diatérmico (D) el día 21 de Agosto de 1990 a las 12 horas en las topografías de: (a) 700 hPa; (b) 500 hPa. El intervalo entre isolíneas es de $2 \times 10^{-17} \text{ hPa s}^{-1}$. Las líneas continuas (discontinuas) indican forzamiento de movimientos ascendentes (descendentes).

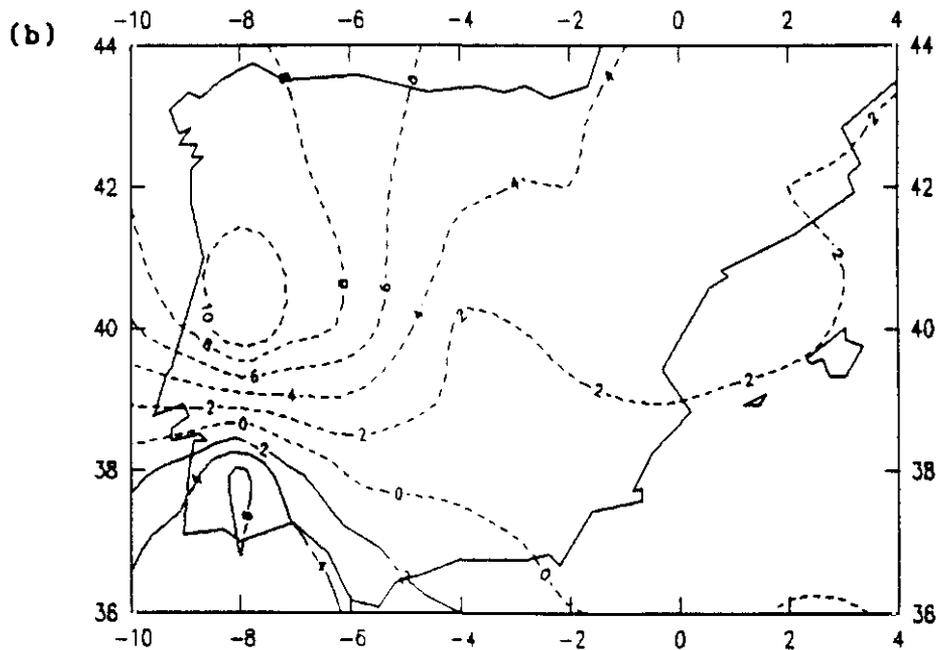
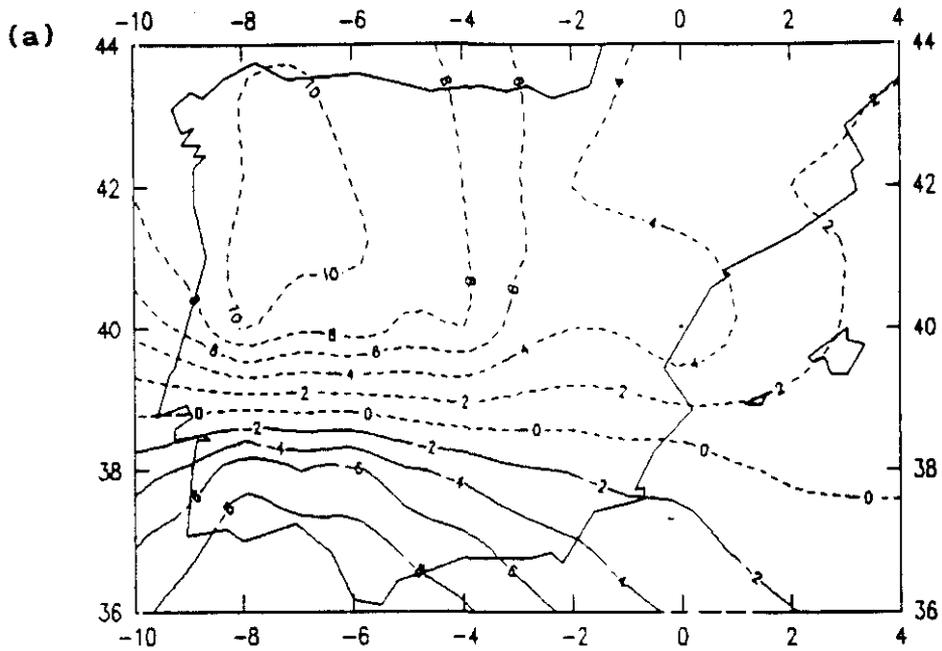


Figura IV.40: Movimiento vertical (W) incluyendo forzamiento diatérmico el día 21 de Agosto de 1990 a las 12 horas en las topografías de: (a) 700 hPa; (b) 500 hPa. El intervalo entre isolinéas es de 2×10^{-3} hPa s^{-1} . Las líneas continuas (discontinuas) indican movimientos ascendentes (descendentes).

En esta situación que ya estaba asociada al tercer vector propio pero con distinta etapa del desarrollo de la perturbación fría, de nuevo la zona de máximos valores del autovector coincide con el área donde los campos W y ω presentan mayores diferencias, es decir, donde el forzamiento diatérmico es más intenso. De nuevo, se aprecia que el forzamiento diatérmico es de considerable importancia en situaciones en las que se producen fenómenos convectivos.

El análisis de los vectores propios obtenidos del campo $\Delta\omega$ nos ha permitido identificar un conjunto de situaciones atmosféricas estrechamente relacionadas con distintos estados atmosféricos en la Península Ibérica. En este estudio nos inclinamos decididamente por la tesis mantenida por algunos investigadores que sugieren la inclusión de término diatérmico en la estimación del movimiento vertical. La inclusión de este término permite adicionalmente delimitar con mayor fiabilidad las áreas de movimientos ascendentes y descendentes.

IV.2. UNA FORMULACION SIMPLE DE DIAGNOSTICO DEL MOVIMIENTO VERTICAL

El diagnóstico del movimiento vertical a escala sinóptica en nuestras latitudes se ha abordado en esta memoria resolviendo numéricamente la ecuación que rige dichos movimientos. En ella hemos incluido mediante parametrización el término forzante de la ecuación omega que da cuenta de los intercambios energéticos diatérmicos. Los resultados anteriormente analizados nos permiten afirmar que la inclusión del forzamiento diatérmico en la evaluación de los movimientos verticales mejora la estimación de la magnitud de éstos y precisa la delimitación de las áreas de ascensiones y descendencias. Asimismo, se comprobó que la omisión del efecto diatérmico en el diagnóstico de los flujos verticales subestima la magnitud de los mismos y, en general, modifica su estructura vertical.

El procedimiento adoptado hasta aquí en la memoria, nos ha conducido no sólo a la parametrización del forzamiento diatérmico, sino también a la obtención de varios conjuntos de resultados de gran valor resolviendo la ecuación omega. Debido a la falta de soluciones analíticas de esta ecuación, fue necesario plantear su resolución por métodos numéricos, pero el proceso de resolución que se ha de seguir es excesivamente laborioso cuando se desea aplicar de forma rutinaria. Esta limitación en la

estimación del movimiento vertical, en general, se evita analizando sus forzamientos (Carlson, 1982; Keyser et al., 1988).

La evaluación del forzamiento del movimiento vertical puede llevarse a cabo una vez conocida la distribución de los campos meteorológicos que intervienen en los términos forzantes. Sin embargo, conocer este forzamiento no implica directamente conocer la respuesta, es decir, la magnitud del movimiento vertical. El movimiento vertical está relacionado con sus forzamientos a través del operador diferencial tridimensional $\left[\nabla^2 + \frac{f_0^2}{\sigma} \frac{\partial}{\partial p^2} \right]$ aplicado sobre ω . Esta relación puede interpretarse físicamente puesto que el operador diferencial al contener únicamente derivadas en (x, y, p) proyecta espacialmente, según estas coordenadas, la respuesta a un forzamiento determinado.

Admitiendo que la variación espacial del movimiento vertical es sinusoidal, el resultado de aplicar el operador diferencial a ω es proporcional a $-\omega$. Esta hipótesis no es muy restrictiva puesto que cualquier función continua y acotada puede desarrollarse en serie de Fourier. Trenberth (1978) apuntó que esta aproximación es válida en el estrato comprendido entre 700 y 350 hPa aproximadamente, ya que como han demostrado Durran y Snellman (1987) y Keyser et al. (1988), entre otros, el forzamiento y el movimiento vertical resultante presentan fuerte correlación únicamente en este estrato.

La determinación de los términos forzantes, ya hemos visto en el Capítulo III que es relativamente sencilla. Esto junto a la hipótesis de comportamiento sinusoidal del movimiento vertical, nos permite evaluar dicho movimiento sin necesidad de resolver numéricamente la ecuación diferencial omega. Conviene no olvidar que existe una interrelación entre la dinámica y la termodinámica de los procesos atmosféricos a escala sinóptica. Por tanto, en la evaluación del movimiento vertical habrá de incluirse no sólo el forzamiento dinámico sino también los procesos diatérmicos asociados a los cambios de fase como han demostrado los resultados obtenidos. La expresión que proponemos para evaluar el movimiento vertical a escala sinóptica en nuestras latitudes será pues del tipo:

$$W = k_1 \left[-2 \nabla \cdot Q \right] + k_2 \left[- \frac{R}{p} \nabla^2 \left(T \frac{d \ln \theta_{11}}{dt} \right) \right] \quad (\text{IV.7})$$

donde k_1 y k_2 son coeficientes empíricos y W es el movimiento vertical estimado según este modelo. Los valores de los coeficientes pueden obtenerse aplicando una regresión lineal múltiple por mínimos cuadrados considerando como variables independientes ambos forzamientos y como variable dependiente las estimaciones de movimiento vertical W incluyendo el forzamiento diatérmico.

En la Tabla IV.3 presentamos los resultados para todos los niveles atmosféricos en los que se han obtenido estimaciones de movimiento vertical, W , por la ecuación omega cuasigeostrófica con inclusión del forzamiento diatérmico.

NIVEL	r	$k_1 (x10^{14} \text{ hPa}^2 \text{ s}^{-2})$	$k_2 (x10^{14} \text{ hPa}^2 \text{ s}^{-2})$
850	0.90	-0.777 \pm 0.004	-0.573 \pm 0.003
700	0.92	-0.749 \pm 0.004	-0.520 \pm 0.003
550	0.91	-0.426 \pm 0.002	-0.567 \pm 0.004
400	0.88	-0.294 \pm 0.002	-0.329 \pm 0.003
250	0.56	-0.047 \pm 0.001	-0.070 \pm 0.001

Tabla IV.3: Estimaciones de los coeficientes k_1 y k_2 y del coeficiente de regresión r para cada nivel atmosférico.

Se observa que los signos de los coeficientes k_1 y k_2 son consistentes con la interpretación cualitativa de los términos forzantes. Así, cuando existen convergencias (divergencias) de vectores Q y calentamiento (enfriamiento) diatérmico, los dos términos forzantes serán positivos (negativos), por lo que el valor resultante de W será negativo (positivo), es decir, habrá movimientos ascendentes (descendentes) en concordancia con el signo negativo de los coeficientes k_1 y k_2 . De forma esquemática podemos ilustrarlo como:

$$\left. \begin{array}{l}
 \text{Convergencias } \left[-2 \nabla \cdot \mathbf{Q} \right] > 0 \\
 \text{Calentamiento } \left[-\frac{R}{p} \nabla^2 \left(T \frac{d \ln \theta_{11}}{dt} \right) \right] > 0
 \end{array} \right\} W < 0 \text{ Ascendencias}$$

$$\left. \begin{array}{l}
 \text{Divergencias } \left[-2 \nabla \cdot \mathbf{Q} \right] < 0 \\
 \text{Enfriamiento } \left[-\frac{R}{p} \nabla^2 \left(T \frac{d \ln \theta_{11}}{dt} \right) \right] < 0
 \end{array} \right\} W > 0 \text{ Descendencias}$$

Es destacable además que tanto el coeficiente correspondiente al forzamiento dinámico, k_1 , como el asociado al termodinámico, k_2 , son del mismo orden de magnitud en todos los niveles atmosféricos. Este resultado nos lleva a afirmar que, en nuestra región de estudio, ambos forzamientos son igualmente importantes y que el término diatérmico no debe pues obviarse a la hora de estimar los movimientos verticales a escala sinóptica.

El coeficiente de regresión, r , muestra altos valores en todos los niveles atmosféricos excepto en 250 hPa observándose de nuevo una tendencia al desacoplamiento de la atmósfera a esta altitud. El nivel de 850 hPa presenta un coeficiente de regresión alto contrariamente a lo apuntado por Trenberth (1978) y otros

autores que recomendaban utilizar sus modelos sólo para el estrato comprendido entre 700 y 350 hPa. Esto, sin duda, se debe a que ellos no incluían el forzamiento diatérmico en la ecuación omega. Se infiere, pues, de estos resultados que el diagnóstico de movimientos verticales a partir de la expresión (IV.7) ofrece estimaciones aceptables en toda la troposfera.

En la Tabla IV.4 se presentan las matrices de correlación entre los forzamientos y el movimiento vertical para los distintos niveles atmosféricos. Se observa que los coeficientes de correlación entre los forzamientos son muy pequeños en todos los niveles. Sin embargo, los coeficientes de correlación entre los forzamientos y el movimiento vertical son altos. Por debajo de un nivel situado en unos 600 hPa, correspondiente al nivel teórico de no divergencia, los forzamientos dinámico y diatérmico sobre los movimientos verticales son prácticamente equiparables. Por encima del nivel de no divergencia predomina el forzamiento dinámico sobre el diatérmico.

Esto nos indica que los forzamientos son independientes y que sus contribuciones individuales son aproximadamente del mismo orden en niveles bajos, ya que en éstos es donde esencialmente se desarrollan los procesos nubosos con todos los intercambios de calor latente que llevan consigo (Browning, 1986), siendo algo superior la contribución dinámica para niveles altos. El movimiento vertical debe determinarse pues teniendo en cuenta ambos forzamientos.

	850 hPa			700 hPa			550 hPa		
	W	$-2\nabla \cdot Q$	\mathcal{D}	W	$-2\nabla \cdot Q$	\mathcal{D}	W	$-2\nabla \cdot Q$	\mathcal{D}
W	1			1			1		
$-2\nabla \cdot Q$	0.70	1		0.66	1		0.80	1	
\mathcal{D}	0.64	0.13	1	0.69	0.08	1	0.50	0.05	1

	400 hPa			250 hPa		
	W	$-2\nabla \cdot Q$	\mathcal{D}	W	$-2\nabla \cdot Q$	\mathcal{D}
W	1			1		
$-2\nabla \cdot Q$	0.80	1		0.46	1	
\mathcal{D}	0.51	0.19	1	0.37	0.13	1

Tabla IV.4: Matriz de correlación de los campos movimiento vertical W y de los forzamientos dinámico y diatérmico para los niveles atmosféricos seleccionados.

Para comparar las estimaciones de este modelo simplificado propuesto (IV.7) frente a las estimaciones de la ecuación diferencial omega, se presentan los campos de movimiento vertical W para las mismas situaciones atmosféricas seleccionadas en el apartado anterior en el análisis de vectores propios.

Las Figuras IV.41 a IV.45 representan los campos de movimiento vertical W . Comparando éstas con las correspondientes

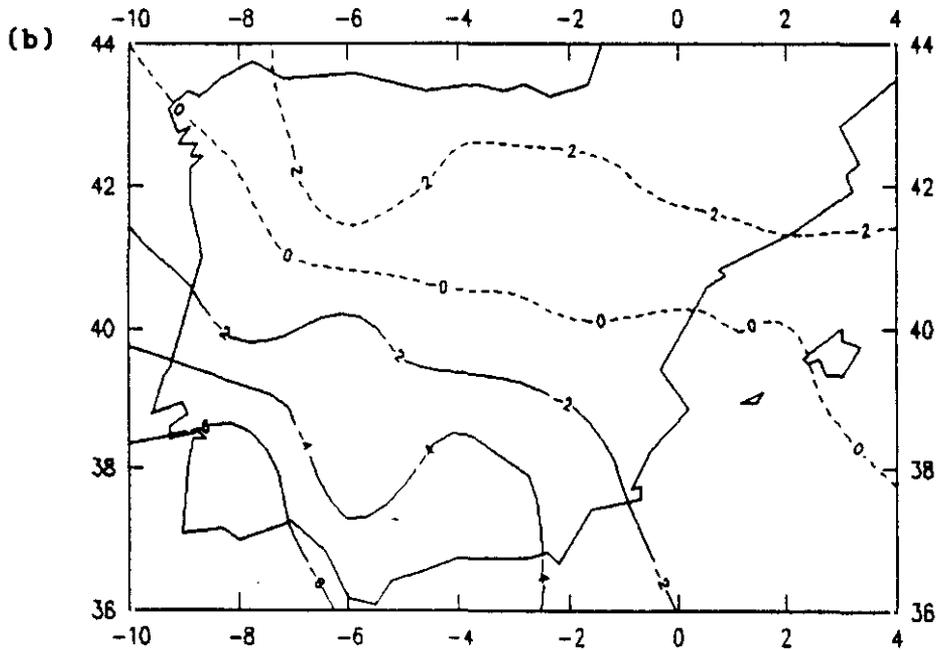
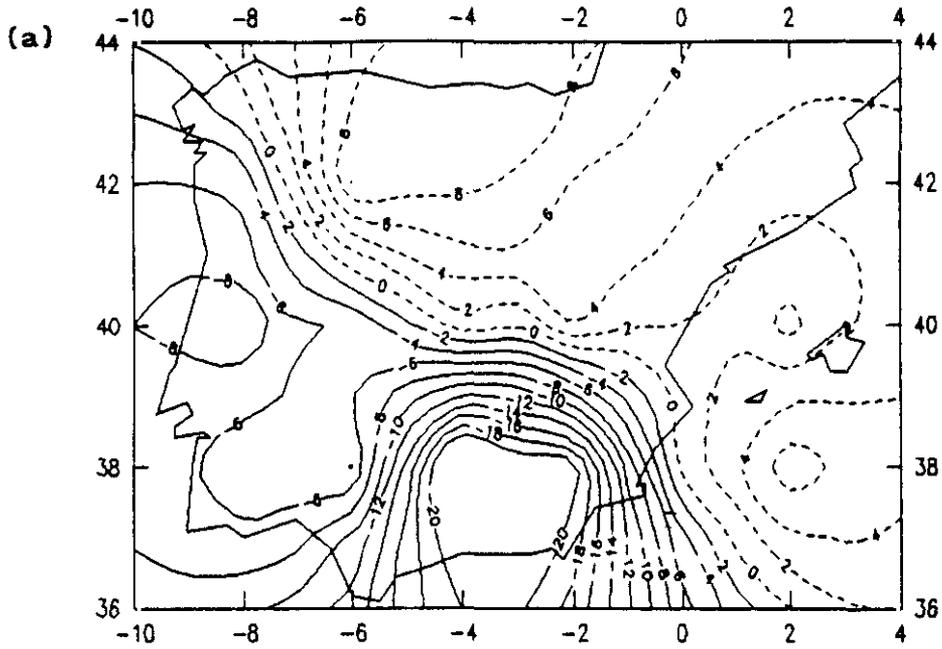


Figura IV.41: Movimiento vertical (W) estimado por la expresión (IV.7) el día 16 de Septiembre de 1990 a las 12 horas en las topografías de: (a) 700 hPa; (b) 500 hPa. El intervalo entre isolíneas es de 2×10^{-3} hPa s^{-1} . Las líneas continuas (discontinuas) indican movimientos ascendentes (descendentes).

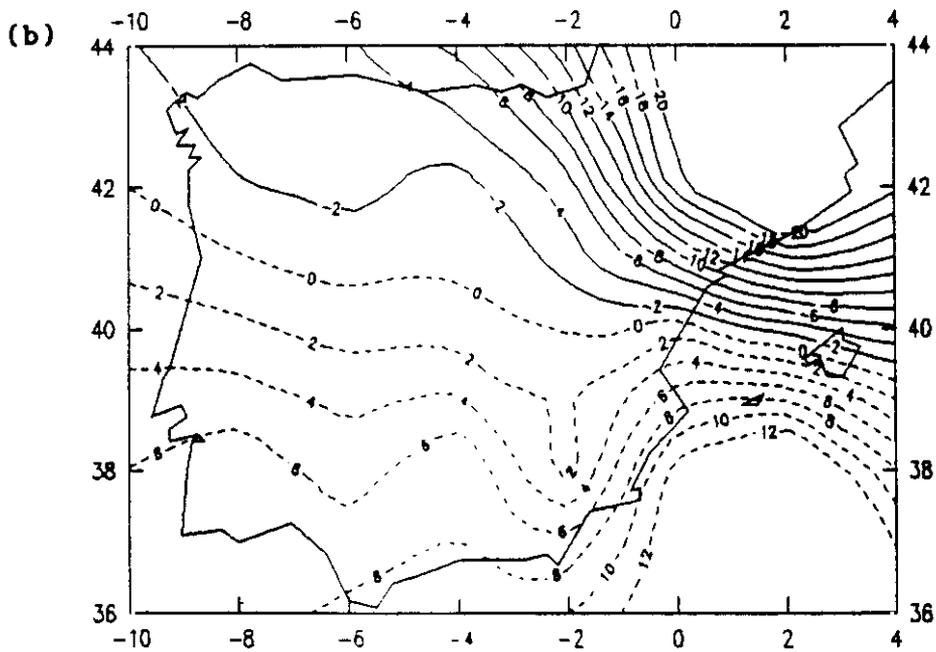
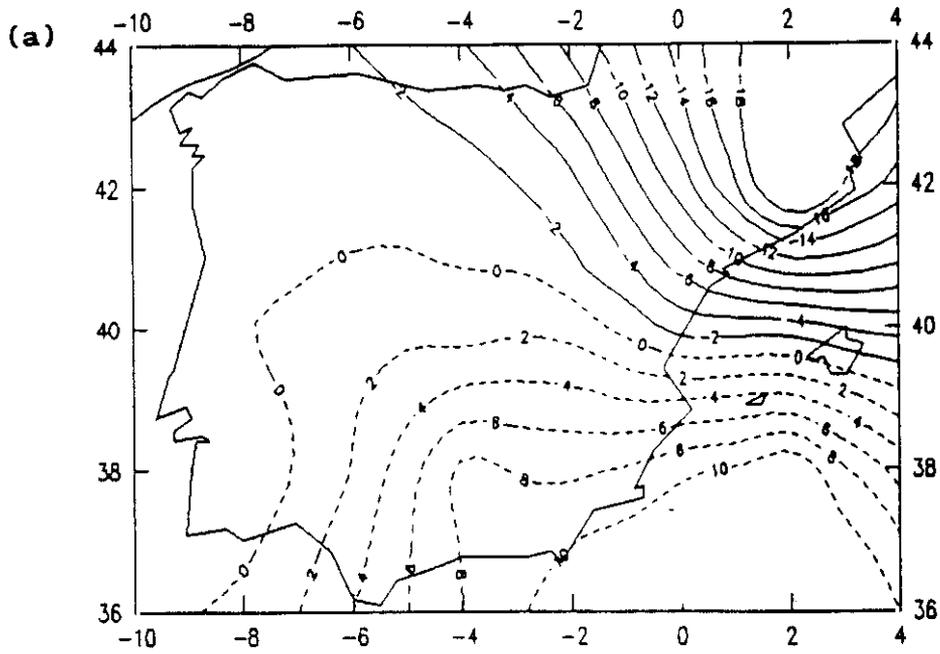


Figura IV.42: Movimiento vertical (W) estimado por la expresión (IV.7) el día 10 de Diciembre de 1990 a las 12 horas en las topografías de: (a) 700 hPa; (b) 500 hPa. El intervalo entre isolíneas es de 2×10^{-3} hPa s^{-1} . Las líneas continuas (discontinuas) indican movimientos ascendentes (descendentes).

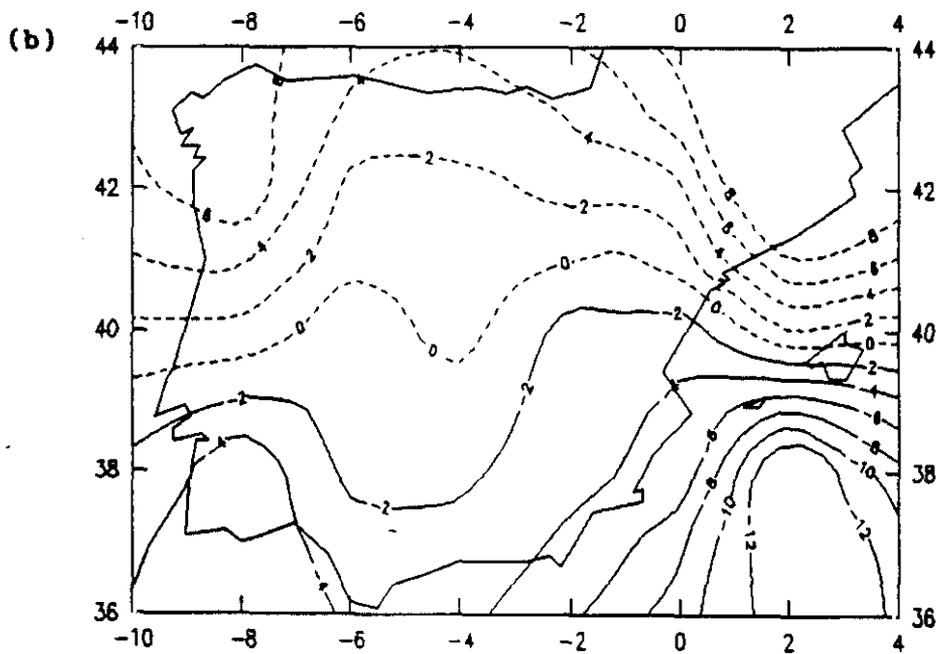
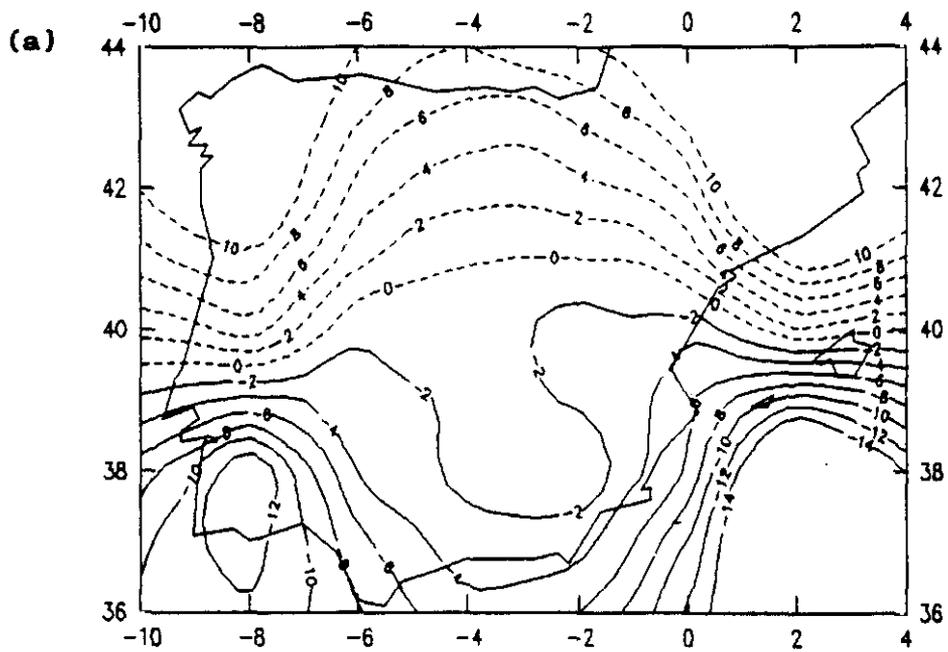


Figura IV.43: Movimiento vertical (W) estimado por la expresión (IV.7) el día 10 de Marzo de 1990 a las 12 horas en las topografías de: (a) 700 hPa; (b) 500 hPa. El intervalo entre isolíneas es de $2 \times 10^{-3} \text{ hPa s}^{-1}$. Las líneas continuas (discontinuas) indican movimientos ascendentes (descendentes).

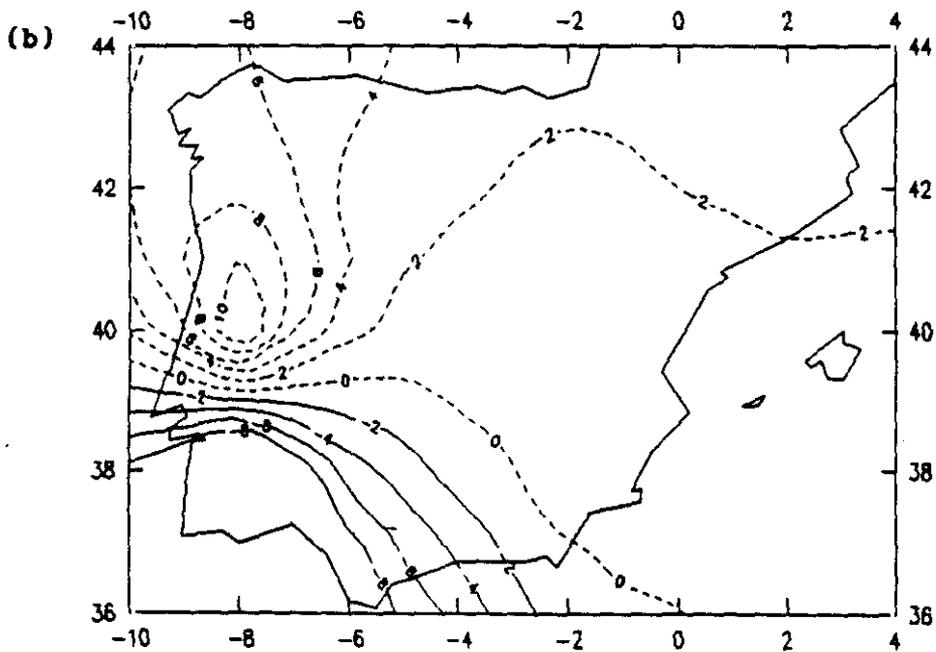
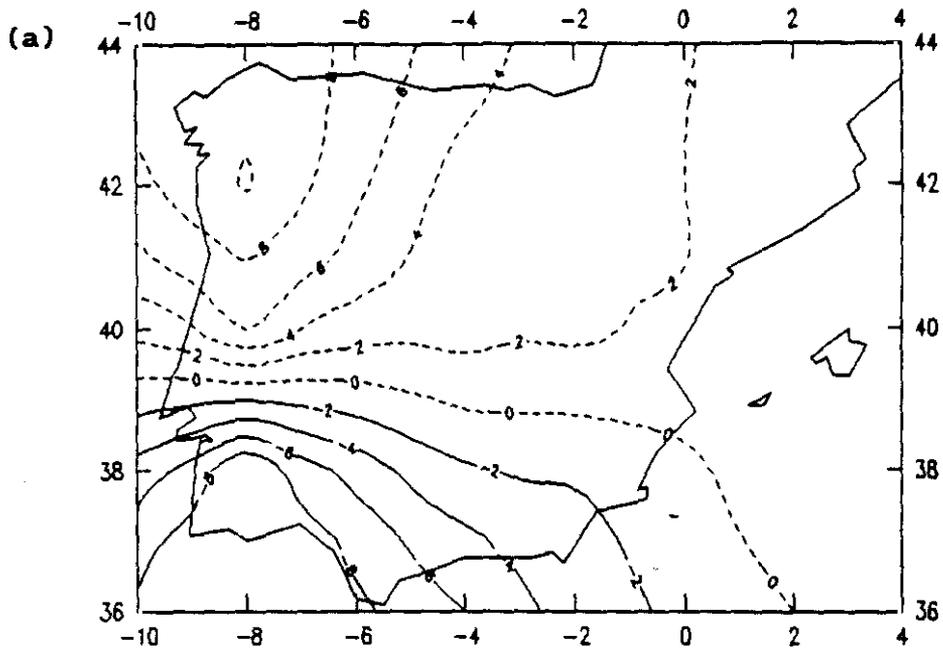


Figura IV.45: Movimiento vertical (W) estimado por la expresión (IV.7) el día 21 de Agosto de 1990 a las 12 horas en las topografías de: (a) 700 hPa; (b) 500 hPa. El intervalo entre isolíneas es de 2×10^{-3} hPa s^{-1} . Las líneas continuas (discontinuas) indican movimientos ascendentes (descendentes).

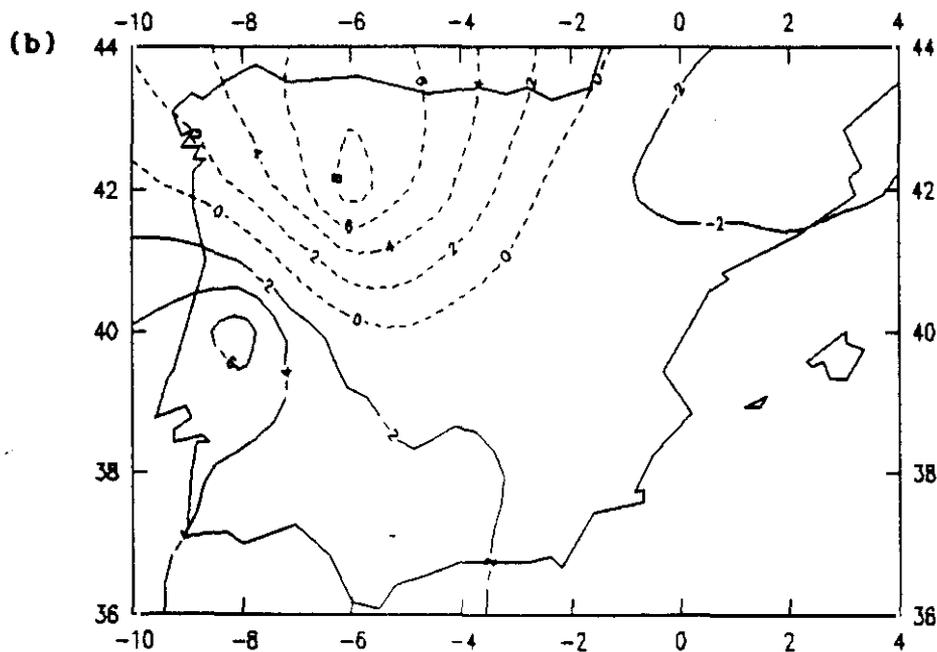
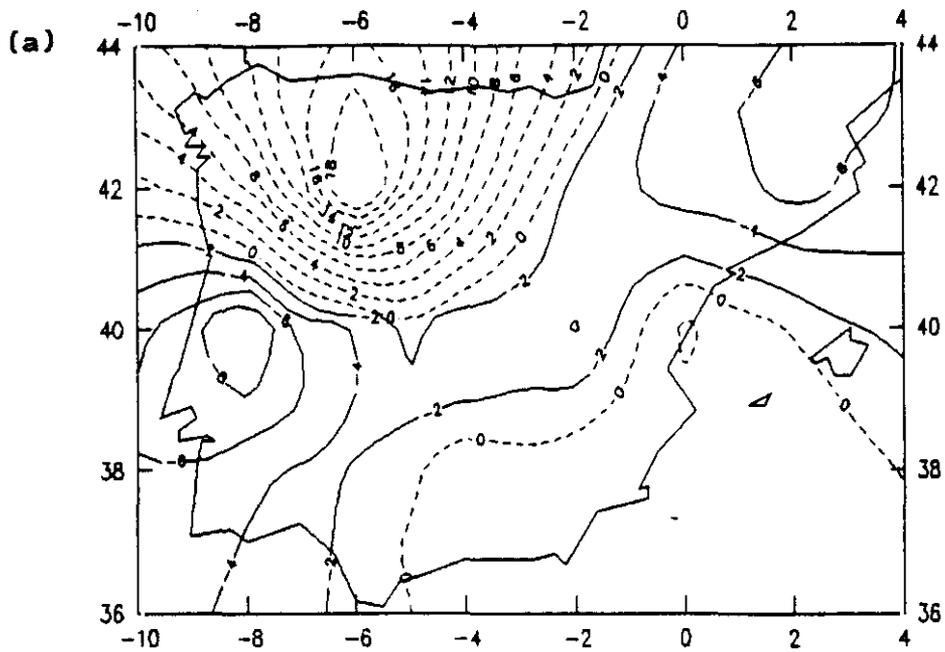


Figura IV.44: Movimiento vertical (W) estimado por la expresión (IV.7) el día 22 de Julio de 1990 a las 12 horas en las topografías de: (a) 700 hPa; (b) 500 hPa. El intervalo entre isolíneas es de 2×10^{-3} hPa s^{-1} . Las líneas continuas (discontinuas) indican movimientos ascendentes (descendentes).

del campo W (Fig. IV.9, IV.16, IV.24, IV.32 y IV.40) podemos extraer unas conclusiones de carácter general. En primer lugar se aprecia que la configuración espacial y magnitud de los campos W y ω son similares. Sin embargo, se observa claramente en todas las situaciones, que el campo W presenta un aspecto mucho más suavizado debido a que la integración numérica de la ecuación diferencial "extiende" el forzamiento espacialmente y no punto a punto. El campo W muestra una distribución muy similar a la suma de los forzamientos del movimiento vertical. Si bien el campo W es la "suma" de los dos términos forzantes punto a punto, su parecido tiende a configurarse en la forma del tipo predominante de forzamiento. Esta sencilla expresión mejora también las estimaciones de movimiento vertical comparadas con las obtenidas de la ecuación omega cuasigeostrófica sin forzamiento diatérmico, ω .

Todos estos resultados confirman la bondad de la aproximación que hemos propuesto para la evaluación del movimiento vertical a escala sinóptica en nuestras latitudes. Creemos que la ecuación (IV.7), aunque aproximada, es una forma útil y razonablemente válida para el diagnóstico de los movimientos verticales de manera operativa y de fácil aplicación rutinaria pues es de fácil programación e implementación en ordenadores tipo PC.

CAPITULO V

CONCLUSIONES

Las principales conclusiones que se derivan de este trabajo se podrían resumir en las siguientes:

1. Se ha realizado una síntesis de la deducción de la ecuación omega que rige los movimientos verticales a escala sinóptica a partir de la teoría cuasigeostrófica poniendo especial énfasis en la distinción entre forzamiento del movimiento vertical y la respuesta a dicho forzamiento. El forzamiento del movimiento vertical en su forma tradicional se expresa como suma de tres términos: la variación vertical de la advección geostrófica de vorticidad absoluta, el laplaciano de la advección geostrófica de espesor o advección térmica y el término diatérmico. Asimismo, en esta memoria se incluyen las contribuciones al forzamiento del término diatérmico y de la divergencia del vector Q .

2. Se establecen los fundamentos teóricos del parámetro temperatura potencial del aire con agua y hielo resaltando su carácter de magnitud conservativa a todos los cambios de fase del agua incluyendo pues la fase de hielo. Esta propiedad hace idónea su utilización en la parametrización del término diatérmico. Se ha deducido una parametrización de éste mediante la adaptación de ciertas ecuaciones termodinámicas al sistema atmosférico, consiguiendo una expresión relativamente sencilla para la

determinación del forzamiento diatérmico y, por ende, para la resolución de la ecuación omega completa.

3. La parametrización para representar el término diatérmico en la ecuación omega se ha formulado por medio de la expresión:

$$D = - \frac{R}{p} \nabla^2 \left(T \frac{d \ln \theta_{11}}{dt} \right)$$

donde R es la constante de los gases para el aire seco, p la presión atmosférica, T la temperatura del aire, θ_{11} la temperatura potencial del aire con agua y hielo y t es el tiempo.

En consecuencia la propuesta para la ecuación omega completa quedaría como

$$\left(\sigma \nabla^2 + f_0^2 \frac{\partial^2}{\partial p^2} \right) \omega = - 2 \nabla \cdot \mathbf{Q} - \frac{R}{p} \nabla^2 \left(T \frac{d \ln \theta_{11}}{dt} \right)$$

donde el primer término del segundo miembro representa la divergencia del vector \mathbf{Q} y el segundo el forzamiento diatérmico.

4. Se ha resuelto numéricamente la ecuación omega con y sin la inclusión del forzamiento diatérmico para un área de estudio seleccionada comprendiendo la Península Ibérica. La dimensión de la rejilla para el cálculo numérico es de 12x9x7 puntos, con tamaño de celdilla unidad 2° latitud x 2° longitud x 150 hPa.

5. El análisis del conjunto de soluciones del campo de movimientos verticales con forzamiento diatérmico, W , y sin forzamiento diatérmico, ω , pone de relieve que la magnitud de aquellos es mayor en todos los niveles y, además, tiende a situar el valor máximo en un nivel más cercano al valor teórico del nivel de no divergencia (≈ 600 hPa). Las discrepancias entre ambas estimaciones obedece exclusivamente al forzamiento diatérmico.

6. El análisis de vectores propios aplicado al campo de discrepancias $\Delta\omega$ de movimientos verticales ha permitido identificar cinco estados de la atmósfera que representan las siguientes situaciones sinópticas:

- i) Anticiclón atlántico y depresión térmica peninsular.
En altura, se observa vaguada situada al oeste de la Península con eje orientado SW-NE.
- ii) Circulación de bajo índice correspondiente a la situación Ω de bloqueo. Esta situación produce

intensa advección del norte sobre el área septentrional peninsular.

iii) Depresión no frontal situada al suroeste de la Península con trazas de gota fría desarrollándose progresivamente desde altura hasta superficie con embolsamiento de aire relativamente frío. Esta situación favorece el desarrollo de ciclogénesis en el Mediterraneo.

iv) Pantano barométrico con desarrollo de línea de inestabilidad que barre la Península Ibérica en forma de banda nubosa.

v) Depresión no frontal situada sobre el suroeste peninsular con trazas de gota fría sin máximos apreciables de viento en altura desplazándose en días posteriores hacia el noroeste peninsular.

7. En todos los estados atmosféricos identificados se observa que la magnitud del forzamiento diatérmico es superior a la del forzamiento dinámico en el nivel de 700 hPa y similar en la topografía de 500 hPa.

8. La inclusión del forzamiento diatérmico en la ecuación omega cuasigeostrofica no sólo amplifica la magnitud sino que

mejora la localización de las áreas de movimientos verticales a escala sinóptica, respecto de las estimaciones de la ecuación omega tradicional.

9. El campo de movimientos verticales W permite identificar el paso de una línea de inestabilidad por la Península Ibérica, situando más adecuadamente la posición de la línea que la marcada en los mapas sinópticos rutinarios.

10. Los forzamientos dinámico y diatérmico son independientes y sus contribuciones individuales al movimiento vertical son aproximadamente del mismo orden en niveles bajos de la troposfera, siendo algo superior la contribución dinámica en niveles altos.

11. Se propone la siguiente expresión para evaluar el movimiento vertical a escala sinóptica en nuestras latitudes:

$$W = k_1 \left[-2 \nabla \cdot Q \right] + k_2 \left[- \frac{R}{p} \nabla^2 \left(T \frac{d \ln \theta_{11}}{dt} \right) \right]$$

Se ha demostrado que esta expresión ofrece estimaciones de movimiento vertical más que aceptables en toda la troposfera, siendo además muy operativa puesto que no precisa resolver numéricamente la ecuación omega. Esta sencilla ecuación mejora

también las estimaciones de movimiento vertical comparadas con las obtenidas de la ecuación omega sin forzamiento diatérmico.

12. La consistencia de los resultados obtenidos nos permite concluir que la parametrización del término diatérmico mediante la variable termodinámica temperatura potencial líquido-hielo es altamente satisfactoria.

CAPITULO VI

BIBLIOGRAFIA

- Alessio, S., D. Anfossi, A. Longhetto and B. K. Wang (1989):** A principal component analysis of precipitation patterns over Northern Italy. *Il Nuovo Cimento*, **12C**, 365-389.
- Apostol, T. M. (1980):** *Calculus*. Ed. Reverte S.A. Barcelona, Vol. I, 813 pp.
- Ashbaugh, L. L., L. O. Myrup and R. G. Flocchini (1984):** A principal component analysis of sulfur concentrations in the Western United States. *Atmos. Environ.*, **18**, 783-791.
- Barnes, S. L. (1985):** Omega diagnostics as a supplement to LFM/MOS guidance in weakly forced convective situations. *Mon. Wea. Rev.*, **113**, 2122-2141.
- (1986): The limited-area fine-mesh model and quasi-geostrophic theory: a disturbing case study. *Wea. Forecasting*, **1**, 89-96.
- Barnston, A. G. and R. E. Livezey (1987):** Classification, seasonality and persistence of low-frequency atmospheric circulation patterns. *Mon. Wea. Rev.*, **115**, 1083-1125.
- Bengtsson, L. and C. Temperton (1979):** Difference approximations to quasi-geostrophic models. *Numerical Methods Used in*

Atmospheric Models, Vol. II. Global Atmospheric Research Programme. WMO-ICSU Joint Organizing Committee No. 17.

Betts, A. K. (1973): Non-precipitating cumulus convection and its parameterization. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **99**, 178-196.

——— (1975): Parametric interpretation of trade-wind cumulus budget studies. *J. Atmos. Sci.*, **32**, 1934-1945.

——— (1982): Saturation points analysis of moist convective overturning. *J. Atmos. Sci.*, **39**, 1484-1505.

Bjerknes, V. (1911): *Dynamic meteorology and hydrography. Part II: Kinematics.* Carnegie Institute, Gibson Bros., New York.

——— (1919): On the structure of moving cyclones. *Geofys. Publ.*, **1**, 1-8.

——— and **H. Solberg** (1922): Life cycle of cyclones and the polar front theory of atmospheric circulation. *Geofys. Publ.*, **3**, 1-18.

Bosart, L. F. (1985): Weather forecasting. *Handbook of applied meteorology.* Ed. D. D. Houghton. Wiley & Sons, New York. 205-280.

—— (1988a): Synoptic aspects of cyclogenesis. *Proceeding of Seminar on the nature and prediction of extratropical weather systems*, Reading, U.K., ECMWF, 17-70.

—— (1988b): Mesoscale aspects of cyclogenesis. *Proceeding of Seminar on the nature and prediction of extratropical weather systems*, Reading, U.K., ECMWF, 155-212.

Bowman, K. P. and J. Huang (1991): A multigrid solver for the Helmholtz Equation on a semiregular grid on the sphere. *Mon. Wea. Rev.*, **119**, 769-775.

Brooks, H. E., C. A. Doswell III and R. A. Maddox (1992): On the use of mesoscale and cloud-scale models in operational forecasting. *Wea. Forecasting*, **7**, 120-132.

Browning, K. A. (1986): Conceptual models of precipitation systems. *Wea. Forecasting*, **1**, 23-41.

Brunk, I. W. (1953): Squall lines. *Bull. Amer. Meteor. Soc.*, **34**, 1-9.

Carlson, T. N. (1982): A simple model illustrating baroclinic development. *Bull. Meteor. Amer. Soc.*, **63**, 1302-1308.

Cotton, W. R. and R. A. Anthes (1989): *Storm and cloud dynamics*. Academic Press, Inc., 883 pp.

- Chang, C. B., D. J. Perkey and C. W. Kreytzberg** (1981): A numerical case study of the squall line of 6 May 1975. *J. Atmos. Sci.*, **38**, 1601-1615.
- Charney, J. G.** (1949): On a physical basis for numerical prediction of large-scale motions in the atmosphere. *J. Meteor.*, **6**, No. 6.
- and **A. Eliassen** (1949): A numerical method for predicting the perturbations of the middle latitude westerlies. *Tellus*, **1**, No. 2.
- Chatfield, C. and A. J. Collins** (1980): *Introduction to Multivariate Analysis*. Chapman and Hall, New York. 246 pp.
- Chen, S.-J., L.-J. Bai and S. L. Barnes** (1988): Omega diagnosis of a cold vortex with severe convection. *Wea. Forecasting*, **3**, 296-304.
- Daley, R.** (1991): *Atmospheric data analysis*. Cambridge Univ. Press. New York. 457 pp.
- Deardorff, J. W.** (1976): Usefulness of liquid-water potential temperature in a shallow-cloud model. *J. Appl. Meteor.*, **15**, 98-102.

- DiMego, G. J. and L. F. Bosart** (1982): The transformation of tropical storm Agnes into an extratropical cyclone. Part I: The observed fields and vertical motion computation. *Mon. Wea. Rev.*, **110**, 385-411.
- Doswell, C. A. III** (1987): The distinction between large-scale and mesoscale contribution to severe convection: a case study example. *Wea. Forecasting*, **2**, 3-16.
- (1989): Comments on "Vertical motion evaluation of a Colorado snowstorm from a synoptician's perspective". *Wea. Forecasting*, **4**, 568-570.
- (1992): Forecaster workstation design: concepts and issues. *Wea. Forecasting*, **7**, 398-407.
- Dunn, L. B.** (1988): Vertical motion evaluation of a Colorado snowstorm from a synoptician's perspective. *Wea. Forecasting*, **3**, 261-272.
- (1991): Evaluation of vertical motion: past, present and future. *Wea. Forecasting*, **6**, 65-75.
- Durran, D. R. and L. W. Snellman** (1987): The diagnosis of synoptic-scale vertical motion in an operational environment. *Wea. Forecasting*, **2**, 17-31.

- Dutton, J. A.** (1976): *The ceaseless wind*. McGraw Hill, 579 pp.
- Eliassen, A.** (1952): Simplified dynamic models of the atmosphere, designed for the purpose of numerical wheater prediction. *Tellus*, 4, 145-156.
- Fjortoft, R.** (1955): On the use of space-smoothing in physical wheater forecasting. *Tellus*, 7, 463-480.
- Fletcher, N. H.** (1962): *The physics of rainclouds*. Cambridge University Press, 386 pp.
- Font, I.** (1983): *Climatología de España y Portugal*. Ed. Instituto Nacional de Meteorología, Madrid. 296 pp.
- Fuelberg, H. E. and T. W. Funk** (1987): Diagnosis of vertical motion from VAS Retrievals. *J. Climate Appl. Meteor.*, 26, 1655-1670.
- Gray, B. M.** (1981): On the stability of temperature eigenvector patterns. *J. Climatol.*, 1, 273-281.
- Heymsfield, G. M. and S. Schotz** (1985): Structure and evolution of a severe squall line over Oklahoma. *Mon. Wea. Rev.*, 113, 1563-1589.

- Holton, J. R.** (1972): *An Introduction to Dynamic Meteorology*. 1st Ed., Int. Geophys. Ser., 23, Academic Press, 319 pp.
- (1992): *An Introduction to Dynamic Meteorology*. 3ed Ed., Int. Geophys. Ser., 48, Academic Press, 511 pp.
- Horel, J. D.** (1981): A rotated principal component analysis of the interannual variability of the Northern Hemisphere 500 mb height field. *Mon. Wea. Rev.*, **109**, 2080-2092.
- Hoskins B.J., I. Draghici and H.C. Davies** (1978): A new look at the ω -equation. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.* **104**, 31-38.
- and **M. A. Pedder** (1980): The diagnosis of middle latitude synoptic development. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.* **106**, 707-719.
- , **M. E. McIntyre and A. W. Robertson** (1985): On the use and significance of isentropic potential-vorticity maps. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.* **111**, 877-946.
- Houghton, J. T.** (1992): *Física de atmósferas planetarias*. Ed. Instituto Nacional de Meteorología, Madrid. 271 pp.
- Keyser, D. and L. Uccellini** (1987): Regional models: emerging research tools for synoptic meteorologists. *Bull. Amer. Meteor. Soc.* **68**, 306-320.

- , M. J. Reeder and R. J. Reed (1988): A generalization of Petterssen's frontogenesis function and its relation to the forcing of vertical motion. *Mon. Wea. Rev.*, **116**, 762-780.
- Klemp, J. B. and R. B. Wilhelmson (1978): The simulation of three-dimensional convective storm dynamics. *J. Atmos. Sci.*, **35**, 1070-1096.
- Krishnamurthi, T. N. (1989): *Libro de ejercicios sobre predicción numérica del tiempo en los trópicos para la formación profesional del personal meteorológico de las clases I y II*. OMM, No. 669, 339 pp.
- Kutzbach, J. E. (1967): Empirical eigenvectors of sea-level pressure, surface temperature and precipitation complexes over North America. *J. Appl. Meteor.*, **6**, 791-802.
- Lai, C.-C. (1988): Comments on "The diagnosis of synoptic-scale vertical motion in an operational environment". *Wea. Forecasting*, **3**, 343-347.
- Lipps, F. B. and R. S. Hemler (1980): Another look at the thermodynamic equation for deep convection. *Mon. Wea. Rev.*, **108**, 78-84.
- Medina, M. (1984): *Teoría de la predicción meteorológica*. Ed. Instituto Nacional de Meteorología, Madrid. Serie B. 361 pp.

- Mallants, D. and J. Feyen** (1990): Defining homogeneous precipitation regions by means of principal components analysis. *J. Appl. Meteor.*, **29**, 892-901.
- Miller, A. and J. C. Thompson** (1979): *Elements of meteorology*. 3ed. Ed. C. E. Merril Publ. Company. Columbus. 383 pp.
- Mizzi, A. P. and A. Kasahara** (1989): Intercomparison of daily values of atmospheric variables, including diabatic heating rates, from the ECMWF, GFDL, and Goddard Laboratory for atmospheres FGGE level IIIb analyses. *J. Geophys. Res.*, **94**, D12, 14717-14748.
- Molteni, F., P. Bonelli and P Bacci** (1983): Precipitation over Northern Italy: A description by means of principal component analysis. *J. Appl. Meteor.*, **22**, 1738-1752.
- Overland, J. E. and R. W. Preisendorfer** (1982): A significance test for principal components applied to a cyclone climatology. *Mon. Wea. Rev.*, **110**, 1-4.
- Palmén, E. and C. W. Newton** (1969): *Atmospheric circulation systems. Their structure and physical interpretation*. Academic Press, New York. 603 pp.
- Pelto, C. R., T. A. Elkins and H. A. Boyd** (1968): Automatic contouring of irregularly spaced data. *Geophysics*, **33**, 424-430.

- Penner, C. M.** (1963): An operational method for the determination of vertical velocities. *J. Appl. Meteor.*, 2, 235-241.
- Petterssen, S.**, (1956): *Weather Analysis and Forecasting*. 2nd Ed., McGraw-Hill, 428 pp.
- Phillips, N. A.** (1990): The atmosphere—A challenge, the science of Jule Gregory Charney. *Amer. Meteor. Soc.*, 177-206.
- Preisendorfer, R. W.** (1988): *Principal component analysis in Meteorology and Oceanography*. Elsevier Science Publishers B. V., 425 pp.
- Rasmusson, E. M., P. A. Arkin, W-Y. Chen and J. B. Jalickee** (1981): Biennial variations in surface temperature over the United States as revealed by singular decomposition. *Mon. Wea. Rev.*, 109, 587-598.
- Reed, R. J. and M. D. Albright** (1986): A case study of explosive cyclogenesis in the eastern Pacific. *Mon. Wea. Rev.*, 114, 2297-2319.
- Richman, M. B.** (1986): Rotation of principal components. *J. Climatol.*, 6, 293-335.
- (1988): A cautionary note concerning a commonly applied eigenanalysis procedure. *Tellus*, 40B, 50-58.

- Ripley, B. D.** (1981): *Spatial Statistics*. John Wiley & Sons, Inc., 252 pp.
- Rockwood, A. A. and R. A. Maddox** (1988): Mesoscale and synoptic scale interactions leading to intense convection: the case of 7 June 1982. *Wea. Forecasting*, 3, 51-68.
- Rotunno, R., J. B. Klemp and M. L. Weisman** (1988): A theory for strong, long-lived squall lines. *J. Atmos. Sci.*, 45, 463-485.
- Sanders, F.** (1951): Relationships between weather and indicators of vertical motion. Sc. Report No. 1, AFCRC-TN-55-866, 19 pp.
- and **B. J. Koskins** (1990): An easy method for estimation of Q-vectors from weather maps. *Wea. Forecasting*, 5, 356-353.
- Sawyer, J. S. and F. H. Bushby** (1951): Note on the numerical integration of the equations of meteorological dynamics. *Tellus*, 3, 201-203.
- Shapiro, M. A., T. Hample and D. W. Kamp** (1984): Radar wind profiler observations of fronts and jet streams. *Mon. Wea. Rev.*, 112, 1263-1266.
- Smith, P. J., P. M. Dare and S. J. Lin** (1984): The impact of latent heat release on synoptic-scale vertical motions and the

- development of an extratropical cyclone system. *Mon. Wea. Rev.* **112**, 2421-2430.
- and ——— (1986): The kinetic and available potential energy budget of a winter extratropical cyclone system. *Tellus*, **38A**, 49-59.
- (1988): Role of latent heat release in extratropical cyclone development. *Proceeding of a workshop on diabatic forcing*, Reading, U.K., ECMWF, 245-274.
- Sommeria, G. and J.W. Deardorff** (1977): Subgrid-scale condensation in models of nonprecipitating clouds. *J. Atmos. Sci.*, **34**, 344-355.
- Strang, G.** (1988): *Linear algebra and its application*. Massachusetts Inst. of Technology. Harcourt Brace Jovanovich, Publishers, San Diego. 356 pp.
- Sutcliffe, R. C.** (1947): A contribution to the problem of development. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.* **73**, 370-383.
- and **A. G. Forsdyke** (1950): The theory and use of upper air thickness patterns in forecasting. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.* **76**, 189-217.

- Thepenier, R. M. and D. Cruette** (1981): Formation of cloud bands associated with the american subtropical jet stream and their interaction with midlatitude synoptic disturbances reaching Europe. *Mon. Wea. Rev.*, **109**, 2209-2220.
- Therrien, C. W.** (1992): *Discrete random signals and statistical signal processing*. Prentice-Hall International Editions, 727 pp.
- Trenberth, K. E.** (1978): On the interpretation of the diagnostic quasigeostrophic omega equation. *Mon. Wea. Rev.* **106**, 131-137.
- Tripoli, G. J. and W. R. Cotton** (1981): The use of ice-liquid water potential temperature as a thermodynamic variable in deep atmospheric models. *Mon. Wea. Rev.*, **109**, 1094-1102.
- Walsh, J. E., M. B. Richman and D. W. Allen** (1982): Spatial coherence of monthly precipitation in the United States. *Mon. Wea. Rev.*, **110**, 272-286.
- Wallace, J. M. and P. V. Hobbs** (1977): *Atmospheric science: an introductory survey*. Academic Press. 467 pp.
- Wilhelmson, R. B.** (1977): On the thermodynamic equation for deep convection. *Mon. Wea. Rev.*, **105**, 545-549.

- and J. B. Klemp (1981): A three-dimensional numerical simulation of splitting severe storms on 3 April 1964. *J. Atmos. Sci.*, **35**, 1037-1063.
- Wiin-Nielsen, A. (1959): On a graphical method for an approximate determination of the vertical velocity in the mid-troposphere. *Tellus*, **11**, 432-440.
- Wright, D. G. (1992): Finite difference approximations to the advection-diffusion equation. *Tellus*, **44A**, 261-269.
- Yarnal, B. (1993): *Synoptic climatology in environmental analysis*. Belhaven Press, London and Florida. 195 pp.
- Zienkiewicz, O. C. and K. Morgan (1983): *Finite elements and approximation*. John Wiley and Sons, 328 pp.
- Zwack, P. and M. Kabil (1988): Estimating lower tropospheric vertical motion from surface pressure and pressure tendency data alone. *Mon. Wea. Rev.*, **116**, 795-803.