

R. 57.780

**AYUDA MULTICRITERIO A LA DECISIÓN: PROBLEMÁTICA
DE LOS CRITERIOS EN LOS MÉTODOS DE
SOBRECLASIFICACIÓN.**

T
1786
I

TESIS DOCTORAL



AUTORA:

MARÍA A. DE VICENTE Y OLIVA

Licenciada en C.C. Matemáticas por la Universidad Complutense de Madrid

DIRECTOR:

JUAN LÓPEZ DE LA MANZANARA BARBERO

Catedrático de la Universidad Complutense de Madrid

1998

AGRADECIMIENTOS

Agradezco desde aquí la ayuda que de numerosas personas he recibido a lo largo del proceso de elaboración de esta tesis.

En primer lugar, y muy especialmente, a D. Juan López de la Manzanara Barbero, quien me dio a conocer el mundo de la Decisión Multicriterio y en concreto los métodos ELECTRA, que ha sido mi director de tesis y sin cuyo apoyo y consejos esta tesis no hubiera sido posible.

A Raquel Redondo, por los comentarios y aportaciones que me ha ido haciendo, por las ideas que hemos ido poniendo en común.

A D. Carlos Delgado Manriquez y a mis compañeros del Área de Estadística del C.E.S.S.J. Ramón Carande, por el tiempo que me han dedicado y por su apoyo moral.

Al departamento de Estadística e Investigación Operativa II (Métodos de Decisión) de la Facultad de C.C. Económicas y Empresariales de la Universidad Complutense de Madrid, que siempre me ha mostrado su total disposición a colaborar durante el proceso de elaboración de la tesis.

A mi familia, a mis padres, por la confianza depositada en mi trabajo y porque me han ayudado en todo lo que de ellos ha dependido. A mi hermano, que siempre ha estado dispuesto a escuchar mis dudas y a solucionar mis problemas informáticos.

A Miguel Angel Marcos, que leyó el original y me ayudó en el proceso de corrección de erratas.

A Aloysius, y a todos aquellos que de una forma consciente o inconsciente me han ayudado y me han permitido llevar a cabo este trabajo.

ÍNDICE:

	pág.
INTRODUCCIÓN: MOTIVACIÓN DE LA TESIS.	1
CAPÍTULO 1: LA AYUDA MULTICRITERIO A LA DECISIÓN.	3
1.1.- EL ENFOQUE MONOCRITERIO Y EL ENFOQUE MULTICRITERIO.	3
1.2.- LAS DISTINTAS PROBLEMÁTICAS.	8
1.3.- LAS DISTINTAS ESCUELAS.	13
1.4.- PANORÁMICA DE LOS MÉTODOS ELECTRA.	17
CAPÍTULO 2: FUNDAMENTACIÓN METODOLÓGICA.	20
2.1.- DEFINICIONES PREVIAS: TÉRMINOS PROPIOS.	20
2.2.- EL CONCEPTO DE ACCIÓN Y EL CONCEPTO DE ACCIÓN POTENCIAL.	22
2.3.- LA MODELIZACIÓN DE LAS PREFERENCIAS.	24
2.4.- LA MODELIZACIÓN DE LAS CONSECUENCIAS.	34
2.5.- LOS CRITERIOS:	
2.5.1.- DEFINICIONES Y TÉCNICAS DE CONS- TRUCCIÓN.	37
2.5.2.- FAMILIA COHERENTE DE CRITERIOS.	41
2.5.3.- LA PROBLEMÁTICA DE LA DEPENDEN- CIA ENTRE CRITERIOS.	46
2.6.- PROCEDIMIENTOS DE AGREGACIÓN TIPO ELECTRA.	49

	pág.
CAPÍTULO 3: PROCEDIMIENTOS DE AGREGACIÓN MULTI-	
CRITERIO TIPO ELECTRA.	52
3.1.- ELECTRA I.	52
3.2.- ELECTRA II.	58
3.3.- ELECTRA III.	67
3.4.- ELECTRA IV.	79
3.5.- ELECTRA IS.	85
3.6.- ELECTA TRI.	90
CAPÍTULO 4: IMPORTANCIA RELATIVA DE LOS CRITERIOS:	
ENFOQUES Y PROCEDIMIENTOS DE OBTENCIÓN.	96
4.1.- LA INFORMACIÓN INTRA-CRITERIO Y LA INFORMA- CIÓN INTER-CRITERIO.	96
4.2.- EL ENFOQUE CONSTRUCTIVO Y EL ENFOQUE DES- CRIPTIVO.	97
4.3.- FUNDAMENTOS TEÓRICOS QUE DETERMINAN LA IMPORTANCIA RELATIVA DE LOS CRITERIOS.	99
4.4.- CONSTRUCCIÓN DE UN MÉTODO PARA LA EVA- LUACIÓN DE LOS PARÁMETROS DE LA IRC EN LOS MÉTODOS ELECTRA:	105
4.4.1.- LA COMPONENTE INTRÍNSECA: EL MÉTODO ASCENDENTE Y EL MÉTO- DO DESCENDENTE.	105

	pág.
4.4.2. - EL PODER DE INFLUENCIA DE LOS CRITERIOS.	119
4.4.3. - ANÁLISIS DE ROBUSTEZ.	124
CAPÍTULO 5: EJEMPLOS.	127
5.1.- REFERENCIA AL SOFTWARE EMPLEADO.	127
5.2.- EL EMPLAZAMIENTO DE UN ESTADIO.	127
5.3.- UBICACIÓN DE UNA FÁBRICA DE ABONOS EN EL TICINO.	140
CONCLUSIONES.	167
BIBLIOGRAFÍA.	174

INTRODUCCIÓN:

MOTIVACIÓN DE LA TESIS.

INTRODUCCIÓN:

MOTIVACIÓN DE LA TESIS.

En los años 60 comenzó a desarrollarse un nuevo enfoque en el ámbito de la toma de decisiones, lo que se ha dado en llamar la “Ayuda Multicriterio a la Decisión”. Este nuevo enfoque, que comenzó a desarrollarse en Francia de la mano del profesor B. Roy, ha traspasado hoy día las fronteras de su país de origen, aunque centrándose en un ámbito eminentemente europeo. Podríamos hablar así de la escuela europea de la Ayuda Multicriterio a la Decisión frente a los seguidores del americano Saaty y su Proceso Analítico Jerárquico (AHP). Las propuestas del profesor B. Roy y sus seguidores han generado una teoría absolutamente novedosa basada en relaciones binarias llamadas de sobreclasificación y en los conceptos de concordancia y discordancia con una hipótesis de sobreclasificación dada. Han sido creados, bajo estos principios, procedimientos de agregación multicriterio entre los que cabe destacar fundamentalmente los procedimientos ELECTRA. Esta tesis ha de enmarcarse precisamente en el estudio de estos procedimientos ELECTRA y en el papel que en ellos juegan los criterios, más concretamente, en la forma de valorar la importancia relativa de estos.

Todos los procedimientos ELECTRA están basados en la elaboración de un índice de concordancia con una hipótesis de sobreclasificación dada y, en todos ellos, salvo en ELECTRA IV, para la elaboración de dicho índice se requiere el conocimiento de la importancia relativa de los criterios. Hablamos por tanto de un aspecto fundamental del proceso de Ayuda a la Decisión. Sin embargo, poca es la literatura específica que

puede encontrarse al respecto. Si además tenemos en cuenta que la noción de importancia relativa de los criterios carece de sentido mientras no se haya especificado el procedimiento de agregación, entonces los trabajos al respecto quedan reducidos a los llevados a cabo por Vincent Mousseau. Estos trabajos son el punto de partida de esta tesis. En ella se proponen soluciones a aquellos problemas pendientes en el método de Mousseau , y todo ello desembocará en una concepción mucho más amplia del concepto de importancia relativa de los criterios, en la constatación de que existe no sólo una importancia relativa intrínseca de los criterios, sino también una importancia relativa extrínseca directamente relacionada con el conjunto de alternativas dado para cada problema concreto.

CAPÍTULO 1: LA AYUDA MULTICRITERIO A LA DECISIÓN.

**1.1 EL ENFOQUE MONOCRITERIO Y EL ENFOQUE
MULTICRITERIO.**

1.2.- LAS DISTINTAS PROBLEMÁTICAS.

1.3.- LAS DISTINTAS ESCUELAS

1.4.- PANORÁMICA DE LOS MÉTODOS ELECTRA.

CAPÍTULO 1: LA AYUDA MULTICRITERIO A LA DECISIÓN.

1.1 EL ENFOQUE MONOCRITERIO Y EL ENFOQUE MULTICRITERIO.

1.2.- LAS DISTINTAS PROBLEMÁTICAS.

1.3.- LAS DISTINTAS ESCUELAS

1.4.- PANORÁMICA DE LOS MÉTODOS ELECTRA.

1.1.- El enfoque monocriterio y el enfoque multicriterio.

Dice B. Roy que hay que hablar de Ayuda Multicriterio a la Decisión y no, como hacen algunos, de Ayuda a la Decisión Multicriterio. Pues una cosa es que nos planteemos tomar una decisión apoyada en diferentes criterios y otra bien distinta que diferentes criterios sean tenidos en cuenta a lo largo del proceso de decisión.

Estamos ante un análisis multicriterio de la realidad. La elección de la óptica multicriterio frente a la monocriterio va a marcar de forma definitiva la filosofía de nuestro proceso de decisión. La investigación operativa clásica se basa en la búsqueda de un óptimo, lo cual supone, básicamente, adoptar el monocriterio. Desde el momento en que se tienen en cuenta varios criterios estos pueden ser conflictivos de forma que la mejora en uno de ellos implique un empeoramiento en otro, en consecuencia el óptimo no tiene porqué existir.

El considerar un único criterio para fundamentar una decisión tiene la ventaja de contribuir a un planteamiento matemáticamente correcto del problema, es decir de forma tal que la solución del problema queda totalmente determinada por su formulación y no por el modo de resolución del mismo. Sin embargo, el problema así planteado no tiene porque ser una buena representación de la realidad a la que pretende hacer referencia.

En materia de Ayuda Multicriterio a la Decisión los resultados obtenidos van a depender no solamente de cual haya sido la formulación del problema sino también del procedimiento utilizado para encontrarlos. Es imposible disociar los enfoques de formulación y de resolución cuando se quiere reconocer la existencia de ambigüedades y de lógicas contradictorias. La Ayuda Multicriterio a la Decisión pretende, como su nombre indica, elaborar herramientas que permitan al decisor la resolución de un problema en el que hay que tener en cuenta varios puntos de vista a menudo contradictorios. No ha de existir, en general, una solución que sea la mejor desde todos los puntos de vista. Como decíamos al comienzo, la optimización no tiene por que tener sentido y es por ello que la palabra "Ayuda" tiene una importancia capital.

Admitiremos que el concepto de decisión no es separable del de proceso de decisión. Así, decidir o, de forma más general, intervenir en un proceso de decisión no es más que en casos excepcionales encontrar la solución a un problema. Normalmente es buscar compromisos en una situación de conflicto.

La definición que B. Roy da de Ayuda a la Decisión es la siguiente:

DEFINICIÓN: La **Ayuda a la Decisión** es la actividad de aquel que, apoyándose sobre modelos claramente explicitados pero no completamente formalizados, ayuda a obtener elementos de respuesta a las preguntas que se plantea un interviniente en un proceso de decisión, elementos que conducen a esclarecer la decisión y normalmente a recomendar, o simplemente a favorecer, un comportamiento que proporcione una coherencia entre la evolución del proceso de una parte, los objetivos y el sistema de valores al servicio de los cuales este interviniente se encuentra situado de otra parte.

Es decir, la aportación de la Ayuda a la decisión no se limita a la recomendación final sino que acoge también el espíritu en el que dicha recomendación ha sido concebida.

El *proceso de ayuda a la decisión* puede ser concebido según los cuatro *niveles* siguientes:

Nivel I: Objeto de la decisión y espíritu de la recomendación.

- ¿Bajo que forma conviene modelizar la decisión?
- ¿Dónde situar la frontera entre lo que es posible y lo que no lo es?
- ¿Bajo qué perspectiva elaborar los modelos?
- ¿Qué forma debe tomar una eventual recomendación?

Nivel II: Análisis de las consecuencias y elaboración de los criterios.

- ¿En qué, bajo la forma en la que ha sido modelizada, condiciona la decisión la evolución del proceso?

- ¿Cuales son las consecuencias de la posibles decisiones susceptibles de interferir con los objetivos y sistemas de valores de un interviniente sea cual sea?

- Entre las consecuencias así explicitadas, ¿cuáles deben ser formalizadas y cómo?

- ¿Hasta qué punto cada una es discriminante para esclarecer la decisión teniendo en cuenta, principalmente, factores de imprecisión, de incertidumbre, de indeterminación?

- ¿Cómo construir criterios capaces de tomar en cuenta estas consecuencias y estos factores?

Nivel III: Modelización de las preferencias globales y enfoques operacionales para la agregación de las valoraciones.

- Entre la variedad que se ofrece para definir criterios, ¿cómo seleccionar los que permiten aprehender "mejor", en vista de la ayuda a la decisión, la totalidad de las consecuencias?

- ¿Qué conviene exigir a dicha familia de criterios para que juegue su papel en el trabajo de estudio propiamente dicho, todo ello constituyendo una base de diálogo aceptable para los diversos intervinientes?

-¿Cómo conviene, en el caso de un análisis multicriterio, agregar las valoraciones de una acción sobre los diversos criterios para declararla buena o mala, mejor o peor que otra?

- ¿Qué informaciones que tengan relación, por ejemplo, con la importancia relativa de los criterios es oportuno hacer intervenir y cómo?

Nivel IV: Procedimientos de investigación y elaboración de la recomendación

- ¿Cómo sacar partido del trabajo que se ha hecho en los niveles precedentes para construir respuestas, incluso elaborar una recomendación?

Acabemos finalmente distinguiendo los dos enfoques básicos en la elaboración de un modelo de ayuda a la decisión:

- Un enfoque descriptivo en el cual el modelo de ayuda a la decisión está elaborado haciendo la hipótesis de que existe, en el ánimo de los intervinientes para los cuales se ejerce la ayuda, un sistema de preferencias que trata de aprehender la realidad de la manera más fiel posible. Es esta descripción de un sistema de preferencias, a menudo realizada por medio de una representación numérica, la que conduce al establecimiento de una recomendación. Este sistema de preferencias puede no existir más que en estado latente. Se supone sin embargo en este enfoque que, por aplicación de un cierto número de principios de racionalidad conducidos por el modelo, la descripción del sistema de valores de los intervinientes permite inferir sin ambigüedad la manera en que dos acciones cualesquiera se comparan en términos de preferencia.

- Un enfoque constructivo en el cual se considera que las preferencias de los intervinientes son a menudo conflictivas, poco estructuradas, llamadas a evolucionar en el seno del proceso de decisión e influenciadas del hecho mismo de la puesta en marcha del modelo. El modelo de ayuda a la decisión es entonces elaborado buscando sacar partido de lo que parece ser la parte estable de la percepción del problema que tienen esos actores. Sobre esta base, el modelo se enfoca a la construcción de conceptos, de

modos de representación y razonamiento que les permitan enriquecer su percepción. Puede surgir como una hipótesis de trabajo, un medio de razonamiento, de argumentación y no como una simple imitación pasiva de una realidad vista como un dato exterior. La recomendación está concebida en ese espíritu. Este enfoque no pretende elaborar siempre un sistema de preferencias en el seno del cual se puedan comparar dos acciones sin ambigüedad. Los modelos que de él se derivan toleran las dudas y las incomparabilidades.

Los trabajos que se desarrollan en esta tesis están concebidos dentro de este último enfoque.

1.2.- Las distintas problemáticas.

Para que en el contexto de la toma de decisiones se pueda hablar de decisión óptima sería necesario poder modelizar la situación de forma que:

- cada solución considerada fuera exclusiva de todas las otras;
- el conjunto de soluciones no tuviera carácter evolutivo;
- las soluciones pudieran ser ordenadas de la peor a la mejor.

El conjunto A de las acciones potenciales no siempre disfruta de estas características. Es por ello que, en materia de ayuda a la decisión, es preferible formular el problema en términos menos restrictivos. Desde esta óptica, deben considerarse cuatro *problemáticas de referencia*:

DEFINICIÓN: La problemática de elección $P\alpha$ consiste en plantear el problema en términos de elección de una única "mejor" acción, es decir orientar la investigación hacia la puesta en evidencia de un subconjunto A' de A tan restringido como sea posible, concebido para esclarecer directamente al decisor sobre lo que debe ser objeto de la siguiente fase del proceso y esto teniendo en cuenta el carácter eventualmente revisable y/o transitorio de A ; esta problemática prepara una forma de recomendación o de simple participación tendente a:

- bien indicar con un máximo de precisión y de rigor una decisión a prescribir;
- bien a proponer la adopción de una metodología fundada en un procedimiento de selección (de una mejor acción) conveniente a una eventual utilización repetitiva y/o automatizada.

DEFINICIÓN: La problemática de clasificación $P\beta$ consiste en plantear el problema en términos de clasificar acciones por categorías, estando estas concebidas en función de las acciones que van a recibir, es decir se trata de orientar la investigación hacia la puesta en evidencia de una asignación de las acciones de A a estas categorías en función de normas establecidas sobre el valor intrínseco de estas acciones y teniendo en cuenta el carácter revisable y/o transitorio de A ; esta problemática prepara una forma de recomendación o de simple participación tendente a:

- bien a preconizar la aceptación o el rechazo para ciertas acciones, pudiendo otras dar lugar a recomendaciones más complejas teniendo en cuenta la concepción de las categorías;

- bien a proponer la adopción de una metodología fundada en un procedimiento de asignación a las categorías de todas las acciones que convienen a una eventual utilización repetitiva y/o automatizada.

DEFINICIÓN: La problemática de ordenación $P\gamma$ consiste en plantear el problema en términos de ordenación de las acciones de A o de ciertas de entre ellas, es decir orientar la investigación hacia la puesta en evidencia de una clasificación definida sobre un subconjunto de A concebido con vistas a discriminar las acciones que se presenten como "suficientemente satisfactorias" en función de un modelo de preferencias y teniendo en cuenta el carácter revisable y/o transitorio de A; esta problemática prepara una forma de recomendación o de simple participación con vistas a:

- bien a indicar un orden parcial o completo establecido sobre clases que agrupan acciones que se juzgan equivalentes;

- bien a proponer la adopción de una metodología fundada en un procedimiento de clasificación (de todo o parte de A) que sea conveniente a una eventual utilización repetitiva y/o automatizada.

DEFINICIÓN: La problemática de la descripción $P\delta$ consiste en plantear el problema en términos limitados a una descripción de las acciones de A y/o de sus consecuencias, es decir orientar la investigación hacia la puesta en evidencia de informaciones relativas a las acciones potenciales concebidas en vista de ayudar directamente al decisor a descubrirlas, a comprenderlas, a juzgarlas y esto teniendo en cuenta el carácter revisable y/o transitorio de A; esta problemática prepara una forma de recomendación o de simple participación con vistas a:

- bien a presentar una descripción sistemática y formalizada de las acciones y de sus consecuencias cualitativas o cuantitativas;
- bien a proponer la adopción de una metodología fundada en un procedimiento cognitivo conveniente a una eventual utilización repetitiva y/o automatizada.

Es decir, de forma resumida:

La primera ($P\alpha$) consiste en formular el problema en términos de mejor elección pero sin tratar de imponer el llegar a la puesta en evidencia de una solución considerada como óptima (la optimización sería un caso particular). La segunda ($P\beta$) corresponde a una *práctica corriente*: la del examen (exámenes médicos, exámenes escolares,...). La problemática ($P\gamma$) procede de otra óptica: la de la competición que da lugar a una ordenación (no necesariamente completa). Conviene finalmente aislar la problemática ($P\delta$) porque, incluso aunque aparezca de una forma más o menos desarrollada como un lugar de paso obligado para cada una de las tres precedentes, puede constituir un fin en sí misma.

Lo anterior queda recogido en el siguiente cuadro

Problemática	Objetivo	Resultado
$P\alpha$	Esclarecer la decisión mediante la elección de un subconjunto tan restringido como sea posible con vistas a la elección final de una sola acción, este subconjunto la "mejores" acciones (óptimos) o, en su defecto, acciones "satisfactorias".	Una elección o un procedimiento de selección.
$P\beta$	Esclarecer la decisión mediante una clasificación resultado de una asignación de cada acción a una categoría, estando las categorías definidas a priori en función de las normas que deberán seguir las acciones que están destinadas a recibir.	Una clasificación o un procedimiento de asignación.
$P\gamma$	Esclarecer la decisión mediante una ordenación obtenida reagrupando todo o parte de las acciones (las más satisfactorias) en clases de equivalencia, estando estas clases ordenadas, de forma completa o parcial, conforme a las preferencias.	Una ordenación (<u>rangement</u>) o un procedimiento de clasificación (<u>classement</u>)
$P\delta$	Esclarecer la decisión mediante una descripción, en un lenguaje apropiado, de las acciones y de sus consecuencias	Una descripción o un procedimiento cognitivo.

1.3.- Las distintas escuelas.

Los especialistas de la ayuda multicriterio a la decisión acostumbran a subdividir los métodos en tres grandes familias, aunque a veces las fronteras entre ellas sean difusas.

Así P. Vincke (1989, año de edición de Aide multicritère à la décision) distingue entre:

- teoría de la utilidad multiatributo,
- métodos de sobreclasificación,
- métodos interactivos.

B. Roy (1985) los llama respectivamente:

- enfoque del criterio único de síntesis eliminando toda incomparabilidad,
- enfoque de sobreclasificación de síntesis, aceptando la incomparabilidad,
- enfoque del juicio local interactivo con iteraciones ensayo-error,

mientras que A. Schärli (1985) habla de métodos de agregación respectivamente completos, parciales y locales.

La primera familia, de inspiración americana, consiste en agregar los diferentes puntos de vista en una función única que a continuación se trata de optimizar. Los trabajos relativos a esta familia estudian las condiciones matemáticas de agregación, las formas particulares de la función de agregación y los métodos de construcción.

La segunda familia, de inspiración francesa, pretende en primer lugar construir una relación, denominada de sobreclasificación, que representa las preferencias sólidamente establecidas del decisor, estando dada la información de la que dispone. Esta relación no es por tanto, en general, ni completa, ni transitiva. La segunda etapa va a consistir en explotar la relación de sobreclasificación con vistas a ayudar al decisor a resolver su problema.

La tercera familia, la más reciente, propone métodos que alternen las etapas de cálculo (proporcionando compromisos sucesivos) y las etapas de diálogo (fuentes de información suplementarias sobre las preferencias del decisor). Aunque desarrollados, en su mayor parte, en el contexto de la programación matemática con objetivos múltiples, algunos de estos métodos pueden adaptarse a casos más generales.

Dentro de lo que sería específicamente decisión multicriterio existen, por tanto, dos escuelas bien diferenciadas a las que se suele hacer referencia como la escuela Americana y la escuela Europea. El padre fundador de la escuela Europea es B. Roy que desarrolló la serie de métodos ELECTRA y llevó a muchos científicos, principalmente en regiones de habla francesa, a diseñar métodos similares como PROMETEO (Brans, Marechal y Vincke, 1984). La escuela Americana está inspirada por los trabajos de Keeney y Raiffa (1976) sobre funciones multiatributo y teoría de la utilidad multiatributo. Un método popular, dentro de este marco, es el Proceso Analítico Jerárquico de Saaty, AHP, (1980, 1988). Tomando ELECTRA y AHP para representar (como suele ser usual) las respectivas escuelas, se pueden distinguir fácilmente las diferencias y las analogías.

ELECTRA comienza con una comparación por pares de las alternativas bajo cada uno de los criterios por separado. Se introducen las valoraciones de cada una de las acciones bajo cada los respectivos criterios, así como ciertos niveles de holgura para la diferencia entre dos valoraciones de dos acciones distintas bajo cada criterio. El decisor puede declarar que es indiferente entre las alternativas en consideración, que tiene una preferencia débil o estricta por una de las dos, o que es incapaz de expresar ninguna preferencia. La indiferencia entre dos acciones o bien su preferencia débil o estricta se resumen diciendo que la primera acción es tan buena como la segunda o, equivalentemente, que la primera acción sobreclasifica a la segunda. Así, bajo cada criterio hay un sistema completo o incompleto de relaciones binarias entre las alternativas, las denominadas relaciones de sobreclasificación. A continuación se requiere al decisor que asigne pesos o factores de importancia a los criterios para expresar su importancia relativa; ELECTRA no propone realmente un enfoque sistemático para reducir la notoria inconsistencia de los seres humanos cuando establecen tales pesos. Y será precisamente ese el objetivo de la tesis: proponer un método tal. Finalmente, hay un paso de agregación. Para cada par de alternativas A y B ELECTRA calcula un denominado índice de concordancia, que se define grosso modo como la cantidad total de evidencia de la conclusión de que A sobreclasifica globalmente a B , así como un índice de discordancia, la cantidad total de contra-evidencia. El índice de concordancia incluye, por ejemplo, el peso total de los criterios bajo los cuales A sobreclasifica a B ; en el índice de discordancia las holguras de veto juegan un papel primordial. Del estudio de los dos índices ELECTRA deduce finalmente si A sobreclasifica a B , o B sobreclasifica a A o si no hay una relación de preferencia global entre las dos alternativas. Debido a que el sistema no es necesariamente completo, ELECTRA es a veces incapaz de

identificar la alternativa preferida. Más aún, ELECTRA no siempre puede ordenar completamente las alternativas en un orden subjetivo de preferencias.

El AHP también comienza con un evaluación por pares de las alternativas bajo cada uno de los criterios por separado. En el experimento básico, donde las alternativas *A* y *B* se presentan bajo el criterio *C*, se requiere al decisor que exprese su indiferencia entre las dos, o su preferencia débil, fuerte o muy fuerte por una de ellas. Su juicio verbal (la gradación de selección) es a continuación convertida en un valor numérico sobre una denominada escala fundamental. Mediante una matriz, el AHP calcula las puntuaciones parciales bajo cada criterio, también denominadas "impact scores", aproximando los valores subjetivos de las alternativas bajo cada criterio. Merece la pena notar que las puntuaciones parciales no son únicas. Se define un cociente para cada par de alternativas, con lo cual las puntuaciones parciales tienen un grado multiplicativo de libertad. Pueden obviamente ser normalizadas.

Comparaciones por pares y cálculos similares conducen a pesos normalizados para los respectivos criterios. Finalmente, hay un paso de agregación que genera puntuaciones multi-criterio globales vía media aritmética.

Por medio de estas cantidades, denominadas puntuaciones finales, tenemos un orden global (o estructura global de preferencia) definida sobre el conjunto de alternativas. En la terminología de la escuela Americana, las puntuaciones parciales y globales de las funciones parciales y la función global respectivamente. En general, cada

una de las alternativas es Pareto-óptima, porque las alternativas dominadas por otras pueden ser inmediatamente eliminadas de consideraciones posteriores.

1.4.- Panorámica de los métodos ELECTRA.

Cada uno de los métodos ELECTRA nació de las dificultades encontradas con un problema específico y concreto. El primero de ellos trató de un problema de selección de nuevos productos en una empresa. En 1965 SEMA (Metra International) - empresa consultora europea - experimentó con un método llamado MARSAN (método para análisis, investigación y selección de nuevas actividades) en varios contextos industriales. En este método se introdujeron 48 criterios, algunos cuantitativos, otros cualitativos. Para obtener unas puntuaciones agregando los 48 puntos de vista relativos a los 48 criterios se calculó una suma ponderada. Rápidamente pareció que el fenómeno de la compensación podría conducir a asignar una mejor puntuación a una alternativa "a" que era preferida a una alternativa "b" con respecto a muchos criterios pero que era mucho peor para un determinado criterio. Más aún, las escalas asociadas con los criterios cualitativos jugaban un papel fundamental en la comparación, es decir se les suponía a las cifras una significación mayor de la que en realidad tenían. El análisis de tales dificultades sobre la base de datos reales condujo a las primeras ideas relativas a los conceptos de concordancia, discordancia y relaciones de sobreclasificación. El acrónimo ELECTRE (nosotros usamos la traducción del nombre mitológico en castellano, esto es ELECTRA) que se estableció entonces significa "ELimination Et Choix Traduisant la RÉalité" (Eliminación y elección para representar la realidad). Desde el principio este método ELECTRA fue aplicado a una amplia variedad de problemas.

A finales de los años 60 un publicista deseó usar ELECTRA para seleccionar publicaciones específicas en las que colocar anuncios (Abgueuen, 1971). De hecho, la versión original de ELECTRA, orientada hacia la elección de una única alternativa sobre la base de un núcleo de un grafo acíclico, no era muy adecuada para la nueva problemática que estaba orientada hacia la construcción de una ordenación. Se produjo entonces el nacimiento del ELECTRA II (Roy y Bertier, 1973) (Roy, B. and Bertier, P. "La méthode ELECTRA II -une application au média-planning", in Ross, M. (ed.), OR'72, North Holland, 1973, pp 291-302).

Se encontró una dificultad muy importante en el uso de ELECTRA I y ELECTRA II debido al hecho de que las valoraciones de las alternativas bajo los diferentes criterios eran a menudo imprecisas y estaban mal determinadas. Este conocimiento impreciso no solía ser tomado en consideración. Por supuesto lo que se podía hacer era introducir distribuciones probabilísticas que representaran la dispersión de tales valoraciones y, habiendo construido una función de utilidad sobre una escala asociada al criterio, calcular el valor de la utilidad esperada para el criterio considerado. Sin excluir este acercamiento, se consideró sin embargo otro. De estos trabajos resultó a mediados de los años 70 el desarrollo de ELECTRA III (Roy, 1978) ("Roy, B. : ELECTRA III: un algorithme de classements fondé sur une représentation floue des préférences en présence de critères multiples", Cah. Centre Études Rech. Opér., 20, 3-24 (1978)). Comparado con ELECTRA II, ELECTRA III presenta dos nuevas características: (i) la posibilidad de trabajar con holguras de indiferencia y preferencia, esto es con el concepto de pseudo-criterio; (ii) la introducción de una relación de

sobreclasificación difusa en lugar de un modelo de preferencias que contenga sólo dos relaciones de sobreclasificación.

En consecuencia los métodos ELECTRA han ido desarrollándose según los requerimientos de la vida real.

CAPÍTULO 2: FUNDAMENTACIÓN METODOLÓGICA.

2.1.- DEFINICIONES PREVIAS: TÉRMINOS PROPIOS

**2.2.- EL CONCEPTO DE ACCIÓN Y EL CONCEPTO DE ACCIÓN
POTENCIAL.**

2.3.- LA MODELIZACIÓN DE LAS PREFERENCIAS.

2.4.- LA MODELIZACIÓN DE LAS CONSECUENCIAS.

2.5.- LOS CRITERIOS:

2.5.1- DEFINICIONES Y TÉCNICAS DE CONSTRUCCIÓN.

2.5.2.- FAMILIA COHERENTE DE CRITERIOS.

**2.5.3.- LA PROBLEMÁTICA DE LA DEPENDENCIA ENTRE
CRITERIOS.**

2.6.- PROCEDIMIENTOS DE AGREGACIÓN TIPO ELECTRA.

CAPÍTULO 2: FUNDAMENTACIÓN METODOLÓGICA.

2.1.- DEFINICIONES PREVIAS: TÉRMINOS PROPIOS

2.2.- EL CONCEPTO DE ACCIÓN Y EL CONCEPTO DE ACCIÓN POTENCIAL.

2.3.- LA MODELIZACIÓN DE LAS PREFERENCIAS.

2.4.- LA MODELIZACIÓN DE LAS CONSECUENCIAS.

2.5.- LOS CRITERIOS:

2.5.1- DEFINICIONES Y TÉCNICAS DE CONSTRUCCIÓN.

2.5.2.- FAMILIA COHERENTE DE CRITERIOS.

2.5.3.- LA PROBLEMÁTICA DE LA DEPENDENCIA ENTRE CRITERIOS.

2.6.- PROCEDIMIENTOS DE AGREGACIÓN TIPO ELECTRA.

2.1- Definiciones previas: términos propios.

Comenzamos este capítulo introduciendo algunos términos propios de la ayuda a la decisión. He aquí algunos de los más importantes:

Actor: Un individuo o grupo de individuos es un actor de un proceso de decisión si, por su sistema de valores, bien sea a un primer nivel de las intenciones de este individuo o grupo de individuos o a un segundo nivel por la manera en que hace intervenir las de otros individuos, tiene una influencia directa o indirecta sobre la decisión. Es más, para que un grupo de individuos sea identificado como un único y mismo actor, es necesario que, con relación al proceso, los sistemas de valores, los sistemas de información y las redes relacionales de los diversos miembros del grupo no puedan ser diferenciadas.

Decisor: Es la persona a la que se dirige la ayuda a la decisión. Ocupa una posición central en el proceso. Identificarlo, es precisar los objetivos al servicio de los cuales está situado. Designa en último término la entidad que aprecia lo "posible" y las finalidades, expresa las preferencias y se supone que las hace prevalecer en la evolución del proceso.

Interviniente: Es una persona que busca influenciar al decisor en una de las fases del proceso, en función de la naturaleza de sus valores y por tanto en función de su sistema de preferencias.

Acción: Una acción " a " es la representación de una eventual contribución a la decisión global, susceptible, a la vista del estado de evolución del proceso de decisión, de ser considerada de forma autónoma y de servir de punto de aplicación de la ayuda a la decisión (pudiendo este punto de aplicación ser suficiente para caracterizar " a ").

Enfoque operacional: El enfoque operacional consiste en el conjunto de opciones tenidas en cuenta en relación a los dos planos siguientes:

- plano formal: tipo de relaciones de preferencia aceptadas por el modelo, lógica de la agregación, relaciones con las representaciones funcionales de los diferentes criterios,...
- plano de la información: naturaleza de las informaciones inter-criterio requeridas, modo de obtención, procedimiento de validación o de puesta al día,...

Consecuencia: Todo efecto o todo atributo de la acción " a " susceptible de interferir con los objetivos o con el sistema de valores de un actor del proceso de decisión en tanto que elemento primario a partir del cual elabora, justifica o transforma sus preferencias se denomina una consecuencia de a .

Valoración: Es el resultado del juicio de cada acción bajo cada uno de los criterios. El conjunto de las valoraciones puede ser representado por una tabla de doble

entrada denominada matriz de valoraciones, en la que cada línea representa una acción y cada columna un criterio.

2.2.- El concepto de acción y el concepto de acción potencial.

Todo proceso de ayuda a la decisión se ejerce sobre un conjunto de acciones. Entenderemos la palabra acción de forma amplia, las acciones podrán ser soluciones, alternativas, candidatos, decisiones..

DEFINICIÓN: Una **acción "a"** es la representación de una eventual contribución a la decisión global susceptible, en relación al estado de avance del proceso de decisión, de ser considerada de forma autónoma y de servir de punto de aplicación a la ayuda a la decisión.

Llamaremos **acciones reales** a aquellas que son objeto de un problema totalmente elaborado y que están listas para ser llevadas a cabo. Mientras que denominaremos **acciones ficticias** a las que corresponden a un proyecto simplemente imaginado y no completamente elaborado.

Llamaremos **acciones realistas** las que correspondan a un proyecto susceptible de ser puesto en práctica y frente a éstas tendremos las denominadas **acciones no realistas**.

La idea de factibilidad para una acción queda recogida en la siguiente definición:

DEFINICIÓN: Llamaremos **acción potencial** a una acción real o ficticia provisionalmente juzgada realista al menos por un actor; el conjunto de las acciones potenciales sobre el cual se apoya la ayuda a la decisión durante una fase de estudio se denota por A .

En el caso que nos ocupa las acciones serán una cantidad finita por tanto podremos escribir el conjunto A sin más que enumerar las acciones que lo componen:

$$A = \{a_1, a_2, \dots, a_k\}$$

El conjunto A puede ser:

En cuanto a la definición de las acciones en el tiempo:

- **estable**: si está definido *a priori* y no es susceptible de ser cambiado a lo largo del proceso;

- **evolutivo**: si puede ser modificado a lo largo del procedimiento, bien a causa de resultados intermedios aparecidos durante el proceso, bien porque el problema de decisión se plantea en un ambiente de naturaleza cambiante, o por las dos cosas a la vez.

En cuanto a la relación entre las propias acciones:

- **globalizado**: cada elemento de A es exclusivo de los demás;

- **fragmentado**: los resultados del proceso de decisión hacen intervenir combinaciones de varios elementos de A .

Como se deduce de las anteriores definiciones el conjunto A no se impone como una realidad objetiva que se pueda delimitar fácilmente. Un mismo problema puede ser modelizado apoyándose en distintos conjuntos de acciones A , es más, la definición de estos conjuntos no sólo depende del planteamiento del problema y de los actores sino también de las fases posteriores del proceso de decisión: la definición de los criterios, la modelización de las preferencias y la problemática de la ayuda a la decisión elegida. La definición de las acciones potenciales es en algunas ocasiones una de las etapas más difíciles dentro de un proceso de ayuda a la decisión.

2.3 La modelización de las preferencias.

Una etapa fundamental de la ayuda a la decisión es aquella en la cual se tienen en cuenta las preferencias del (o de los) decisor (es) en relación a las acciones. Admitiremos que estas preferencias pueden ser modelizadas mediante las siguientes cuatro situaciones caracterizadas a través de relaciones binarias:

- indiferencia: "la acción a es indiferente a la acción b " se denota por aIb ;
- preferencia estricta: "la acción a es estrictamente preferida a la acción b " se denota por aPb ;
- preferencia débil: "la acción a es débilmente preferida a la acción b " se denota por aQb ;
- incomparabilidad: "las acciones a y b son incomparables" se denota por aRb .

Definamos a continuación estas situaciones:

DEFINICIÓN: La situación de indiferencia corresponde a la existencia de razones claras y positivas que justifican una equivalencia entre las dos acciones. La relación I es simétrica y reflexiva.

DEFINICIÓN: La situación de preferencia estricta corresponde a la existencia de razones claras y positivas que justifican una preferencia significativa de una de las dos acciones (estando dicha acción identificada). La relación P es asimétrica e irreflexiva.

DEFINICIÓN: La situación de preferencia débil corresponde a la existencia de razones claras y positivas que invalidan una preferencia estricta en favor de una de las dos acciones (estando dicha acción identificada) pero esas razones son insuficientes para deducir bien una preferencia estricta en favor de la otra, bien una indiferencia entre las dos acciones (esas razones no permiten por tanto aislar una de las dos situaciones precedentes como la única apropiada). La relación Q es asimétrica e irreflexiva.

DEFINICIÓN: La situación de incomparabilidad corresponde a la ausencia de razones claras y positivas que justifiquen una de las tres situaciones precedentes. La relación R es simétrica e irreflexiva.

Estas situaciones fundamentales incompatibles deben servir para construir un modelo satisfactorio que modelice las preferencias del decisor haciendo corresponder a cada par de acciones potenciales bien una sola, bien una agrupación de dos o tres de esas situaciones fundamentales.

Entre las posibles agrupaciones de esas cuatro situaciones fundamentales veamos algunas que poseen un interés particular:

DEFINICIÓN: Una situación de no preferencia corresponde a la ausencia de razones claras y positivas que justifiquen una preferencia estricta o una preferencia débil en favor de una cualquiera de las dos acciones y agrupa en consecuencia, sin posibilidad de diferenciarlas, las situaciones de indiferencia y de incomparabilidad. A la relación binaria asociada la denotaremos por \approx , de forma que:

$$a \approx a' \Leftrightarrow (aIa' \text{ o } aRa')$$

DEFINICIÓN: Una situación de preferencia en sentido amplio corresponde a la existencia de razones claras y positivas que justifiquen una preferencia estricta o débil en favor de una de las dos acciones (estando dicha acción identificada) y agrupa en consecuencia, sin posibilidad de diferenciarlas, las situaciones de preferencia estricta y de preferencia débil. La relación binaria asociada la denotaremos por \succ , de manera que:

$$a \succ a' \Leftrightarrow (aPa' \text{ o } aQa')$$

DEFINICIÓN: Una situación de presunción de preferencia corresponde a la existencia de razones claras y positivas que justifiquen la preferencia débil, por muy débil que sea, en favor de una de las dos acciones (estando dicha acción identificada) o, en el límite, la indiferencia entre ellas dos pero sin que ninguna separación significativa sea establecida entre las situaciones de preferencia débil y de indiferencia. La relación binaria asociada se denota por J , de forma que:

$$aJa' \Leftrightarrow (aQa' \text{ o } ala')$$

DEFINICIÓN: Una situación de sobreclasificación corresponde a la existencia de razones claras y positivas que justifican bien una preferencia, bien una presunción de preferencia en favor de una de las dos acciones (estando dicha acción identificada) pero sin que se establezca ninguna separación significativa entre las situaciones de preferencia estricta, de preferencia débil y de indiferencia. La relación binaria asociada se denotará por S , de forma que:

$$aSa' \Leftrightarrow (aPa' \text{ o } aQa' \text{ o } ala')$$

Apoyándose bien en relaciones fundamentales o bien agrupadas se construye un modelo que sea capaz de satisfacer las preferencias de un actor. Este modelo es lo que se denomina un "Sistema de Preferencias".

DEFINICIÓN: Dadas las relaciones binarias $I, R, \approx, P, Q, >, J, S$ definidas sobre un conjunto A de acciones potenciales, diremos que constituyen un **sistema de preferencias** de un actor Z sobre A si:

1º) De acuerdo con las definiciones y las propiedades de dichas relaciones binarias, estas pueden ser tomadas como representación de las preferencias de Z con respecto a las acciones de A .

2º) Son exhaustivas: para un par cualquiera de acciones, se verifica al menos una.

3°) Son mutuamente exclusivas: para un par de acciones cualesquiera, no se verifican jamás dos relaciones distintas.

Principales estructuras de preferencia.

Recordemos algunas de las propiedades clásicas de las relaciones binarias. Sea H la relación binaria definida sobre un conjunto B .

- 1.- reflexividad: $\forall a \in B, aHa,$
- 2.- irreflexividad: $\forall a \in B, \text{No}[aHa];$
- 3.- simetría: $\forall a, b \in B, aHb \Rightarrow bHa;$
- 4.- asimetría: $\forall a, b \in B, aHb \Rightarrow \text{No}[bHa];$
- 5.- transitividad: $\forall a, b, c \in B, [aHb \text{ y } bHc] \Rightarrow aHc;$
- 6.- Ferrers: $\forall a, b, c, d \in B, [aHb \text{ y } cHd] \Rightarrow [aHd \text{ o } cHb];$
- 7.- cuasi-transitividad: $\forall a, b, c, d \in B, [aHb \text{ y } bHc] \Rightarrow [aHd \text{ o } dHc];$
- 8.- completitud; $\forall a, b \in B, aHb \text{ o } bHa;$

Sean H_1, H_2, \dots, H_k , k relaciones binarias sobre un conjunto B . Se dice que esas k relaciones son:

- 9.- mutuamente exclusivas:

$$\forall a, b \in B, \forall i \in \{1, 2, \dots, k\}, aH_i b \Rightarrow [\text{No}(aH_j b) \text{ y } \text{No}(bH_j a), \forall j \neq i];$$

- 10.- exhaustivas:

$$\forall a, b \in B, \exists i \in \{1, 2, \dots, k\} \text{ tal que } aH_i b \text{ o } bH_i a;$$

DEFINICIÓN: Un par de relaciones binarias (T, V) sobre un conjunto B es un **preorden completo** si:

- T y V son exhaustivas y mutuamente exclusivas;
- V es asimétrica y transitiva;
- T es simétrica y transitiva.

La noción de preorden completo responde a la idea intuitiva de ordenación con posibilidad de ex aequo.

DEFINICIÓN: Un preorden completo en el que la relación T no se verifica más que entre acciones idénticas se denomina un **orden completo**.

Es decir correspondería a la idea de ordenación sin posibilidad de ex aequos.

PROPOSICIÓN: Un preorden completo (T, V) sobre un conjunto B puede siempre, en los problemas reales, ser representado por una función g definida sobre B de suerte que, $\forall a, a' \in B$:

$$\begin{cases} a' Ta \Leftrightarrow g(a') = g(a) \\ a' Va \Leftrightarrow g(a') > g(a) \end{cases}$$

Haciendo las hipótesis de:

- ausencia de incomparabilidad;
- transitividad de P ($\circ \succ$) y de I ($\circ \approx$).

Tendríamos que los sistemas de preferencias $(I, P), (\approx, P), (\approx, \succ)$ o (I, \succ) tienen una estructura de preorden completo.

PROPOSICIÓN: El preorden completo (I, P) sobre un conjunto B puede siempre, en los problemas reales, ser representada por una función g definida sobre B de suerte que, $\forall a, a' \in B$:

$$\begin{cases} a' Ia \Leftrightarrow g(a') = g(a) \\ a' Pa \Leftrightarrow g(a') > g(a) \end{cases}$$

Sin embargo imponer la transitividad de I o de \approx suele conducir a una modelización de las preferencias poco realista. Esto justifica la introducción de las siguientes estructuras:

DEFINICIÓN: Un par de relaciones binarias (T, V) sobre un conjunto B es un **orden de intervalo** si:

- T y V son exhaustivas y mutuamente exclusivas;
- T es simétrica;
- V es asimétrica;
- $\forall a, b, c, d \in B, [aVb, bTc \text{ y } cVd] \Rightarrow aVd$;

Si, además, se tiene:

$$- \forall a, b, c, d \in B, [aVb \text{ y } bVc] \Rightarrow \text{No}[aTd \text{ y } dTc].$$

(T, V) es un **cuasi-orden**.

PROPOSICIÓN: (T, V) es un orden de intervalo si y sólo si $H = T \cup V$ es completa y de Ferrers.

- (T, V) es un cuasi-orden si y sólo si $H = T \cup V$ es completa, de Ferrers y cuasi-transitiva.

PROPOSICIÓN: Un cuasi-orden (T, V) sobre un conjunto B puede siempre, en los problemas reales, ser representado por una función g de valores reales definida sobre B y de suerte que:

$$\begin{cases} a' Ta \Leftrightarrow -q \leq g(a') - g(a) \leq q \\ a' Va \Leftrightarrow g(a') > g(a) + q \end{cases}$$

donde q designa una constante no negativa denominada umbral (u holgura) de indiferencia.

PROPOSICIÓN: Un preorden completo es un cuasi-orden con umbral de indiferencia nulo.

Teniendo todo esto en cuenta los sistemas de preferencias (I, P) , (I, \succ) , (\approx, P) , (\approx, \succ) tienen una estructura de cuasi-orden.

PROPOSICIÓN: El cuasi-orden (I, P) sobre un conjunto B puede siempre, en los problemas reales, ser representado por una función g de valores reales definida sobre B y de suerte que:

$$\begin{cases} a' I a \Leftrightarrow -q \leq g(a') - g(a) \leq q \\ a' P a \Leftrightarrow g(a') > g(a) + q \end{cases}$$

donde q designa una constante no negativa denominada umbral de indiferencia.

PROPOSICIÓN: Un orden de intervalo sobre un conjunto B puede siempre, en los problemas reales, ser representado por dos funciones g y q , siendo g de valores reales, definida sobre B y q una función de \mathbb{R} en \mathbb{R} de suerte que:

$$\begin{aligned} a' T a &\Leftrightarrow \begin{cases} g(a') - g(a) \leq q(g(a)) \text{ y} \\ g(a) - g(a') \leq q(g(a')) \end{cases} \\ a' V a &\Leftrightarrow g(a') - g(a) > q(g(a)) \end{aligned}$$

donde la función-umbral q es tal que:

$$q(g(a)) \geq 0, \quad \forall a \in B$$

PROPOSICIÓN: Un cuasi-orden es un orden de intervalo con umbral constante.

Pueden por tanto construirse estructuras de preferencias del tipo $(I, P), (I, \succ), (\approx, P), (\approx, \succ)$ que tienen estructura de orden de intervalo.

PROPOSICIÓN: El orden de intervalo (I, P) sobre un conjunto B puede siempre, en los problemas reales, ser representado por dos funciones g y q , siendo g de valores reales, definida sobre B y q una función de \mathbf{R} en \mathbf{R} de suerte que:

$$a' I a \Leftrightarrow \begin{cases} g(a') - g(a) \leq q(g(a)) \text{ y} \\ g(a) - g(a') \leq q(g(a')) \end{cases}$$

$$a' P a \Leftrightarrow g(a') - g(a) > q(g(a))$$

donde la función-umbral q es tal que:

$$q(g(a)) \geq 0, \quad \forall a \in B$$

De igual manera que I, \approx no tienen porque suponerse transitivas, tampoco han de serlo P, \succ . Suponiendo la no transitividad de esas cuatro relaciones surge la siguiente estructura de preferencias:

DEFINICIÓN: Tres relaciones $(T, V, W,)$ sobre un conjunto B tienen estructura de **seudo-orden** si:

- T, V, W son exhaustivas y mutuamente exclusivas;
- T es asimétrica y reflexiva;
- V es asimétrica;
- W es asimétrica;
- $(T, V \cup W)$ es una estructura de cuasi-orden;
- (\bar{V}, V) tiene una estructura de cuasi-orden con:

$$a' \bar{V} a \Leftrightarrow [No(a' V a) \text{ y } No(a V a')];$$

- $V \bullet T \bullet W \subset V$
- $W \bullet T \bullet V \subset V$

$$- T \bullet W \bullet V \subset V$$

$$- V \bullet W \bullet T \subset V$$

Intuitivamente un pseudo-orden es un cuasi-orden en el que se ha insertado una relación W . Esta relación correspondería en el caso de la modelización de las preferencias al caso de la preferencia débil ($W = Q$) entre la indiferencia ($T = I$) y la preferencia estricta ($V = P$).

PROPOSICIÓN: Un pseudo-orden (T, V, W) sobre B puede siempre, en los problemas reales, ser representado por tres funciones g, p, q , siendo g una función de valores reales definida sobre B , p y q funciones de \mathcal{R} en \mathcal{R} , de suerte que:

$$a' Ta \Leftrightarrow \begin{cases} g(a') - g(a) \leq q(g(a)) \text{ y} \\ g(a) - g(a') \leq q(g(a')) \end{cases}$$

$$a' Wa \Leftrightarrow g(a) + q(g(a)) < g(a') \leq g(a) + p(g(a))$$

$$a' Va \Leftrightarrow g(a') > g(a) + p(g(a))$$

donde las funciones-umbral p y q son tales que, $\forall a, a' \in B$:

$$g(a') > g(a) \Rightarrow \begin{cases} p(g(a)) \geq q(g(a)) \geq 0 \\ g(a') + q(g(a')) \geq g(a) + q(g(a)) \text{ y} \\ g(a') + p(g(a')) \geq g(a) + q(g(a)) \end{cases}$$

PROPOSICIÓN: Un cuasi-orden es un pseudo-orden con $W = \emptyset$.

PROPOSICIÓN: Un sistema de preferencias del tipo (I, P, Q) es un pseudo-orden y, por tanto puede, en los problemas reales, ser representado por tres funciones g, p, q , siendo g una función de valores reales definida sobre B , p y q funciones de \mathcal{R} en \mathcal{R} , de suerte que:

$$a' Ia \Leftrightarrow \begin{cases} g(a') - g(a) \leq q(g(a)) \text{ y} \\ g(a) - g(a') \leq q(g(a')) \end{cases}$$

$$a' Qa \Leftrightarrow g(a) + q(g(a)) < g(a') \leq g(a) + p(g(a))$$

$$a' Pa \Leftrightarrow g(a') > g(a) + p(g(a))$$

donde las funciones-umbral p y q son tales que, $\forall a, a' \in B$:

$$g(a') > g(a) \Rightarrow \begin{cases} p(g(a)) \geq q(g(a)) \geq 0 \\ g(a') + q(g(a')) \geq g(a) + q(g(a)) \text{ y} \\ g(a') + p(g(a')) \geq g(a) + q(g(a)) \end{cases}$$

Veamos ahora estructuras de preferencia que incluyen la idea de incomparabilidad:

DEFINICIÓN: Tres relaciones binarias (T, V, W) sobre un conjunto B tienen estructura de **preorden parcial** si:

- T, V, W son exhaustivas y mutuamente exclusivas;
- W es simétrica e irreflexiva;
- T es simétrica y reflexiva;
- V es asimétrica;
- $(T \cup V)$ es transitiva.

La estructura de preorden parcial generaliza la estructura de preorden completo admitiendo la idea de incomparabilidad y manteniendo la de transitividad.

DEFINICIÓN: Un preorden parcial tal que, $\forall a, b \in B, aTb \Leftrightarrow a = b$ se denomina **orden parcial**.

PROPOSICIÓN: Un preorden parcial tal que $W = \emptyset$ es un preorden completo.

PROPOSICIÓN: (T, V, W) es un preorden parcial si y sólo si la relación $H = T \cup V$ es reflexiva y transitiva.

PROPOSICIÓN: Un preorden parcial (T, V, W) sobre B puede siempre, en los problemas reales, ser representado por una función g de valores reales definida sobre B de tal suerte que:

$$\begin{cases} a' Ta \Rightarrow g(a') = g(a) \\ a' Va \Rightarrow g(a') > g(a) \end{cases}$$

Los sistemas de preferencias que pueden tener una estructura de preorden parcial son del tipo:

$$(I, P, R), (I, \succ, R), (\approx, P, R) \text{ o } (\approx, \succ, R)$$

Igualmente pueden generalizarse las estructuras de cuasi-orden y orden de intervalo para permitir eventuales incomparabilidades. Se habla entonces de cuasi-órdenes parciales y órdenes de intervalo parciales.

2.4. La modelización de las consecuencias.

Es apoyándose sobre la evaluación de las consecuencias como pueden compararse las acciones en términos de preferencia, indiferencia, etc.,...

Veamos algunas definiciones previas:

La nube de las consecuencias: Llamamos nube de las consecuencias de la acción a , y la denotamos por $\nu(a)$, al conjunto de las consecuencias de la acción a . Denotamos por $\nu(A)$ al conjunto de las consecuencias de las acciones potenciales de A .

Dimensión: Una dimensión de las preferencias es una consecuencia elemental c tal que el conjunto E_i de los estados asociado a ella (en la fase de estudio considerada) está dotado de un preorden completo que da lugar a una escala.

Espectro de las consecuencias: El conjunto ν de las n dimensiones sobre las que se ha constituido la totalidad de las consecuencias $\nu(A)$ se supone que puede ser descrito de forma exhaustiva y operacionalmente se denomina el espectro de las consecuencias. Es evidentemente relativo a la fase de estudio considerada.

Escala de preferencias: Una escala de preferencias E es un conjunto de estados que están dispuestos según un preorden completo denotado por \geq y que goza de la siguiente propiedad: razonando sobre dos acciones ideales a y a' cuya comparación corresponde exactamente a la de dos estados e y e' de E , todo actor Z admite:

- la situación de indiferencia $a \sim a'$ cuando e y e' son ex aequo en el preorden ($e = e'$);
- la situación de preferencia $a \succ a'$ cuando e precede e' en el preorden ($e > e'$).

Indicador de estado: Dada una dimensión e , el indicador de estado γ_e es el procedimiento, la regla o la técnica que sirve para apreciar él o los niveles $\gamma_e(a)$ que contienen el (eventualmente los) estado(s) de E_e que verosíblemente, se realizará (o se realizarán) si la acción a se pone en práctica. Este indicador de estado se dice puntual si $\gamma_e(a)$ se reduce a un único nivel de E_e , sea cual sea la única acción potencial a ; en caso contrario se dice no puntual.

Indicador de dispersión: Por indicador de dispersión modulada o modulación se designa una función de valores no negativos $\delta_i^a(e)$ definida sobre una parte de la escala E_i característica de la acción a conforme a las condiciones siguientes:

$$1^\circ) e \in \gamma_i(a) \Rightarrow \delta_i^a(e) > 0$$

2º) $\delta_i^x(e) = \delta_i^x(e') \Leftrightarrow$ el hombre de estudio acuerda una importancia o una verosimilitud comparable a los niveles e y e' para evaluar las consecuencias respectivas de a y a' sobre la dimensión i .

3º) $\delta_i^x(e) < \delta_i^x(e') \Leftrightarrow$ el hombre de estudio acuerda una importancia o una verosimilitud menor al nivel e que al nivel e' para evaluar las consecuencias respectivas de a y a' sobre la dimensión i .

Se analizan las consecuencias de las acciones de A en relación a un conjunto de \bar{n} dimensiones, denominado "espectro de las consecuencias" tal que:

- cada una de estas dimensiones esté suficientemente bien identificada en su contenido para que los diferentes actores puedan comprender su significación;

- sea posible asociar a cada dimensión $i = 1, 2, \dots, \bar{n}$, una escala de preferencias E_i , estando los diferentes niveles de esta escala definidos de manera que reflejen un orden completo compartido por todos los actores.

- sea posible asociar, a cada dimensión $i = 1, 2, \dots, \bar{n}$, un indicador de estado γ_i , asociando, a cada acción $a \in A$, un subconjunto $\gamma_i(a)$ de la escala de preferencia E_i asociada, este subconjunto contiene el o los niveles de E_i que se realizarían si la acción se ejecutase;

- sea posible asociar, a cada dimensión $i = 1, 2, \dots, \bar{n}$ y a cada acción $a \in A$, un indicador de dispersión δ_i^x que permita apreciar la mayor o la más pequeña verosimilitud de los niveles de γ_i^x si ésta fuese llevada a la práctica; la indicación de esta verosimilitud puede tomar la forma de una distribución de probabilidades; es a veces puramente ordinal.

Esta metodología conduce por tanto a modelizar las consecuencias de la puesta en práctica de una acción potencial bajo la forma de un modelo $\Gamma(a) = \{(\gamma_i(a), \delta_i^x), i = 1, 2, \dots, \bar{n}\}$. Denotaremos por $\Gamma(A)$ al conjunto de los modelos que corresponden a las acciones de A . En los problemas reales no es, en general, una tarea fácil. Debe estar guiada por los tres principios siguientes:

i) Principio de inteligibilidad

Las componentes de $\Gamma(A)$ deben delimitar, de forma tan directa como posible, las diversas consecuencias que sean concebidas por los actores o bien que sean aptas para ser comprendidas en relación directa a las escalas de preferencia.

ii) Principio de universalidad

Estas componentes deben estar relacionadas con las dimensiones que reflejan lo que hay de fundamental y de unánime en los juicios de preferencia relativos a las acciones de A .

iii) Principio de fiabilidad

El modelo $\Gamma(A)$ debe explícitamente hacer aparecer el grado de fiabilidad (nivel de precisión, de significación, de validez) de sus componentes más importantes y esto en función de la acción considerada.

2.5.- Los Criterios.

2.5.1.- Definiciones y técnicas de construcción.

Frente a un modelo de evaluación $\Gamma(A)$ las preferencias de todo actor implicado en un proceso de decisión no están siempre definidas ni de forma rigurosa ni de forma estable. Ayudar a decidir es, por tanto y antes que nada, ayudar a clarificar la argumentación de las preferencias. En este contexto el concepto clave es el de **criterio**.

En lo esencial, un criterio pretende resumir, con la ayuda de una función, las evaluaciones de una acción sobre distintas dimensiones que pueden relacionarse con un mismo "eje de significación", entendiéndose este último como la traducción operacional de un "punto de vista" en el sentido usual del término.

DEFINICIÓN: Una función g de valores reales definida sobre A es, para un actor Z , una **función criterio o un criterio** capaz de aprehender la sub-nube de consecuencias $v_g(A)$ si:

1º) El número $g(a)$ está determinado si y solamente si está disponible una evaluación $\Gamma_g(a)$ de $v_g(a)$; el modelo $\Gamma_g(A)$ que proporciona esta evaluación se denomina soporte de la función criterio g .

2º) El actor Z (o el hombre de estudio que juzga en nombre de Z) reconoce la existencia de un eje de significación sobre el cual dos acciones cualesquiera a y a' pueden ser comparadas en relación a los únicos aspectos de las consecuencias que recubre $v_g(A)$ y acepta modelizar esta comparación conforme a:

$$g(a') \geq g(a) \Rightarrow a' S_g a$$

donde S_g designa una relación de sobreclasificación restringida al eje de significación del criterio g (haciendo abstracción en particular de todos los aspectos de las consecuencias no modelizadas en el soporte de g).

Al criterio g está asociada una escala E_g , conjunto ordenado de valores a priori posibles que puede tomar g .

Si utilizamos un único criterio para aprehender el espectro de las consecuencias, porque éste sea suficientemente simple, hablaremos de **análisis monocriterio**. Cuando por el contrario la heterogeneidad de las consecuencias es grande nos encontraremos

frente a un **análisis multicriterio**, en cuyo caso se construirá una familia de criterios en la que cada uno de ellos aprehenderá una parte homogénea de las consecuencias.

Verdaderos criterios, cuasi criterios, seudo criterios. Poder discriminante de un criterio.

DEFINICIÓN: Llamaremos **verdadero criterio** a una función g tal que:

$$g(a') \geq g(a) \Rightarrow \begin{cases} a' I_g a & \text{si } g(a') = g(a) \\ a' P_g a & \text{si } g(a') > g(a) \end{cases}$$

De la definición se deduce que, para un verdadero criterio:

- no puede haber indiferencia (restringida al eje de significación de g) entre a y a' más que si $g(a) = g(a')$.
- toda diferencia positiva $g(a') - g(a)$ es considerada como evidencia de una preferencia estricta (restringida al eje de significación de g) en favor de a' .

Es decir un criterio g se dirá que es un verdadero criterio si la estructura de preferencia subyacente es un preorden total (modelo tradicional).

Con un verdadero criterio, a la hora de discriminar sólo se admiten las situaciones de indiferencia y las de preferencia estricta, y no hay lugar para la preferencia débil. Por ello diremos que todo verdadero criterio posee un poder discriminante absoluto.

DEFINICIÓN: Se denomina seudo-criterio a una función criterio g a la cual se encuentran asociados dos funciones-umbral $q_g[g(a)]$ y $p_g[g(a)]$ verificando:

$$\forall a, b \in A, \frac{q_g[g(a)] - q_g[g(b)]}{g(a) - g(b)} \geq -1 \quad \text{y} \quad \frac{p_g[g(a)] - p_g[g(b)]}{g(a) - g(b)} \geq -1$$

(es decir, las funciones $g(a) + p_i[g(a)]$ y $g(a) + q_i[g(a)]$ han de ser funciones monótonas no decrecientes de $g(a)$), y tales que:

$\forall a, a' \in A$

$$g(a') \geq g(a) \Rightarrow \begin{cases} a' I_i a & \text{si } g(a') - g(a) \leq q_i[g(a)] \\ a' Q_i a & \text{si } q_i[g(a)] < g(a') - g(a) \leq p_i[g(a)] \\ a' P_i a & \text{si } p_i[g(a)] < g(a') - g(a) \end{cases}$$

Notar que:

- no es restrictivo reemplazar por si y sólo si cada uno de los tres "si" que figuran en el miembro de la derecha de la implicación de arriba;
- un verdadero criterio es un pseudo criterio tal que:

$$q_i[g(a)] = p_i[g(a)] = 0, \quad \forall a \in A$$

En consecuencia una función criterio g será un pseudo criterio si la estructura de preferencia subyacente es un pseudo orden.

DEFINICIÓN: Un pseudo criterio g se denominará cuasi criterio cuando:

$$q_i[g(a)] = p_i[g(a)] \quad \forall a \in A$$

Es decir, una función criterio g es un cuasi criterio si la estructura de preferencia subyacente es un cuasi orden.

2.5.2.- Familia coherente de Criterios.

A continuación veamos cuales son las características que deberíamos exigir a toda familia F de criterios en un proceso de ayuda a la decisión.

Cada uno de los criterios de F hace referencia a un conjunto restringido de las preferencias. Y cada conjunto debe permitir modelizar las preferencias a nivel global. La familia F debe ser por tanto capaz de asegurar una coherencia entre esos dos niveles.

Los tres axiomas que se proponen a continuación aseguran una coherencia mínima entre los dos niveles considerados.

Axioma de exhaustividad:

Principio lógico para la exigencia de exhaustividad: La pérdida inevitable de información que se produce en el paso del modelo de evaluación de la acción a a una familia F de n criterios debe ser controlado cuidadosamente de forma que, lo que se omite, no pueda de ninguna manera justificar argumentos que permitan hacer valer que entre dos acciones a, a' ex aequo según cada uno de los n criterios, puedan aparecer en la práctica, en los modelos de evaluación de a y de a' , ventajas en favor de una de ellas incompatibles con una situación de indiferencia.

Axioma de exhaustividad: Si, $\forall j \in F$, $g_j(b) = g_j(a)$, por tanto, sea cual sea la acción c :

$$\begin{aligned} cHb &\Rightarrow cHa, \quad \forall H \in \{I, P, Q, R, \approx, \succ, S\} \\ bH'c &\Rightarrow aH'c, \quad \forall H' \in \{I, P, Q, R, \approx, \succ, S\} \end{aligned}$$

TEOREMA (sobre la igualdad de las preferencias): En una familia F que verifique el teorema anterior, si, $\forall j \in F, g_j(b) = g_j(a)$, entonces bIa .

Aunque este resultado no es más que un caso particular del axioma precedente, todo hace pensar que en la práctica, frente a una familia dada F , si es posible poner en evidencia una terna a, b, c tal que c no se compare de la misma forma con a que con b a pesar de la igualdad de las valoraciones de a y de b , entonces pueden encontrarse dos acciones que contradigan el teorema. Es por ello que el test operacional que se propone a continuación es aplicable sólo a los casos considerados por el teorema.

Antes de aceptar una familia dada F (eventualmente reducida a un sólo criterio) como base de un modelo de preferencias globales, es prudente hacerle pasar el siguiente test:

Test de exhaustividad: ¿Es posible imaginar dos acciones a y b que verifiquen que, $\forall j \in F, g_j(b) = g_j(a)$ frente a las cuales sea sin embargo posible hacer valer argumentos que justifiquen el rechazo de la indiferencia bIa ?

El argumento más simple es evidentemente el olvido de algún factor. El recurrir a este test puede conducir a hacer surgir otros argumentos que revelen una insuficiencia más o menos escondida de F frente a la exigencia de exhaustividad. Podría tratarse de anomalías en la definición de ciertos criterios o del olvido de un eje de significación importante que, sin el test, podría por tanto pasar desapercibido.

Axioma de cohesión

Exigencia de cohesión: Esta segunda exigencia concierne la cohesión que debe existir entre el papel atribuido localmente a cada criterio al nivel de las preferencias restringidas a su eje de significación y el papel atribuido globalmente a la familia F al nivel de las preferencias que integran la totalidad de las consecuencias (preferencias

globales). Consideremos por ejemplo dos acciones a y b indiferentes en el sentido de las preferencias globales y otras dos acciones a' y b' obtenidas respectivamente degradando la valoración de a sobre un criterio y aumentando la de b sobre otro. La exigencia de cohesión implica fundamentalmente que b' sobreclasifica de forma necesaria, en el sentido de las preferencias globales, a a' .

Axioma de cohesión:

Si, $\forall j \in F \setminus \{k\}$, $g_j(b^k) = g_j(b)$, $g_k(b^k) \geq g_k(b)$ y

si, $\forall j \in F \setminus \{k\}$, $g_j(a) = g_j(a_k)$, $g_k(a) \geq g_k(a_k)$

siendo al menos una de las dos desigualdades estrictas, entonces:

$$bPa \Rightarrow b^k Pa_k,$$

$$bQa \Rightarrow b^k \succ a_k$$

$$bIa \Rightarrow b^k Sa_k$$

Si, por el contrario, $g_k(b) = g_k(a)$ y $b^k I_k a_k$, entonces, $\forall H \in \{I, P, Q, R, \approx, \succ, S\}$:

$$bHa \Rightarrow b^k Ha_k,$$

$$aHb \Rightarrow a_k Hb^k$$

Observaciones:

1ª) En la formulación de la primera parte del axioma, las relaciones agrupadas (S y \succ) pueden ser substituidas por alguna de las relaciones fundamentales que puedan implicar.

2ª) Cuando se admite el axioma de exhaustividad, la primera parte del axioma de cohesión vale igualmente en el caso $g_k(a) = g_k(a_k)$ y $g_k(b^k) = g_k(b)$ (la demostración puede encontrarse en "Aide multicritère à la décision: Méthodes et cas" (1993), Roy, B. y Bouyssou, D., Economica).

3ª) Si la holgura de indiferencia del criterio g_k es cero, entonces la segunda parte del axioma se convierte en una consecuencia del axioma de exhaustividad. Cuando las holguras de indiferencia de todos los criterios son nulos, resulta del axioma de exhaustividad que dos acciones indiferentes bajo todos los criterios deben compararse de manera idéntica a todas las otras acciones. Notemos que esto no ocurre en los otros casos. Modificar los axiomas de cohesión y de exhaustividad para imponerlo daría lugar, en un conjunto de acciones suficientemente rico, a que se aproximaran cada vez más las acciones indiferentes.

De este axioma junto con el precedente se derivan dos resultados importantes que se presentan a continuación y cuya demostración se pueden encontrar en el libro "Aide multicritère à la décision: Méthodes et cas" (1993), Roy, B. et Bouyssou, D., Economica.

Denotaremos por Δ_F la relación que designa la relación de dominancia asociada a F , es decir tal que: $a\Delta_F b \Leftrightarrow g_j(a) \geq g_j(b) \quad \forall i \in F$.

PROPOSICIÓN (monotonicidad): En F verificando los axiomas de exhaustividad y cohesión:

$$\text{si } b^* \Delta_F b \text{ y } a \Delta_F a^*,$$

entonces:

$$bHa \Rightarrow b^*Ha^*, \forall H \in \{P, \succ, S\} \text{ y}$$

$$b\Delta_F a \Rightarrow bSa$$

PROPOSICIÓN (sobre el contagio de la sobreclasificación): En F verificando los axiomas de exhaustividad y de cohesión:

$$[a' S_j a, \forall j \in F] \Rightarrow a' Sa,$$

$$[a' I_j a, \forall j \in F] \Rightarrow a' Ia.$$

Veamos a continuación un test operacional para comprobar la cohesión:

Test de cohesión: ¿Es posible imaginar dos acciones a y b verificando bIa ante las cuales se puedan hacer valer argumentos justificando el hecho de que mejorando ciertas valoraciones de b (y sin modificar las otras) y/o degradando ciertas valoraciones de a (manteniéndose las otras igualmente inalteradas) se llega a caracterizar dos acciones b' y a , tales que b' no resulte al menos tan buena como a ?

Si este test es positivo en el sentido de que se llegue a argumentar en favor de bIa y $No(b'Sa)$, entonces la familia F considerada contraviene la primera parte del axioma de cohesión. En ese caso es indispensable:

- bien modificar F de manera que el test ya no pueda ser positivo;
- bien si, por razones excepcionales, es necesario conservar F como está, tener cuidado de que, en el modelo de preferencias globales construido sobre F , no se tenga bIa y $b'Sa$, como es inmediatamente el caso con los modelos usuales.

Axioma de no redundancia.

Principio lógico de la exigencia de no redundancia: Ninguno de los n criterios de F debe ser redundante en el sentido de que su supresión daría lugar a una familia que ya no satisfaría al menos una de las dos exigencias precedentes.

En este caso el enunciado formal de la "no redundancia" coincide con el enunciado del principio lógico.

Axioma de no redundancia : F no comporta ningún criterio redundante en el sentido de que la supresión de cualquier criterio de la familia de F define una familia que ya no cumple al menos uno de los dos axiomas anteriores.

PROPOSICIÓN: Una familia F que satisfaga los axiomas de exhaustividad, de cohesión y de no redundancia no contiene ninguna subfamilia propia que satisfaga los axiomas de exhaustividad y de cohesión.

La demostración del resultado anterior puede verse en "Aide multicritère à la décision: Méthodes et cas" (1993), Roy, B. et Bouyssou, D., Economica.

Test de no redundancia: ¿Existe un criterio g_n cuya eliminación de F defina una familia frente a la cual ninguno de los test de exhaustividad y cohesión tengan respuesta positiva?

Todo esto lleva a establecer la siguiente definición:

DEFINICIÓN: Familia coherente de criterios: F es una familia coherente de criterios en un contexto decisonal si todo interviniente Z acepta, de una parte, fundamentar el modelo de preferencias globales sobre una parte de los n criterios que forman F en tanto que modelo de preferencias a un nivel restringido y, de otra parte, los axiomas de exhaustividad, cohesión y no redundancia en tanto que expresión de principios de coherencia entre esta modelización a un nivel restringido y la que se busca a un nivel global.

2.5.3.- La problemática de la dependencia entre criterios.

Habitualmente se supone que la familia F de criterios debe estar formada por criterios independientes. No obstante, ninguno de los tres axiomas de una familia coherente de criterios hace referencia a una noción de independencia.

Vamos a ver a continuación tres formas de entender la independencia de los criterios. La primera forma de independencia que estudiaremos es considerada como una forma de trabajo confortable y aceptable. La segunda surge de la propia definición de

criterio. La tercera será una forma de independencia siempre deseable pero no siempre alcanzable.

Separabilidad de cada sub-familia de criterios - independencia en el sentido de las preferencias-

La mayoría de los modelos en los que se apoya la ayuda a la decisión suponen que F sea como mínimo débilmente separable, e incluso separable. Veamos que se entiende por estos conceptos.

DEFINICIÓN: (*sub-familia débilmente separable*) En una familia F , una sub-familia $J (J \neq F)$ es débilmente separable si, considerando cuatro acciones a, b, a', b' tales que:

$$g_j(b) = g_j(a), \forall j \in F \setminus J$$

$$g_j(b') = g_j(a'), \forall j \in F \setminus J$$

$$g_j(b) = g_j(b'), \forall j \in J$$

$$g_j(a) = g_j(a'), \forall j \in J$$

se tiene:

$$bHa \Rightarrow b'Ha', \forall H \in \{S, I, R\}$$

DEFINICIÓN: (*sub-familia separable*) En una familia F , una sub-familia $J (J \neq F)$ es separable si, considerando cuatro acciones a, b, a', b' tales que:

$$g_j(b) = g_j(a), \forall j \in F \setminus J$$

$$g_j(b') = g_j(a'), \forall j \in F \setminus J$$

$$g_j(b) = g_j(b'), \forall j \in J$$

$$g_j(a) = g_j(a'), \forall j \in J$$

se tiene:

$$bHa \Rightarrow b'Ha', \forall H \in \{I, P, Q, R, S, \succ, \approx\}$$

DEFINICIÓN: (*familia separable, débilmente separable*) Una familia de criterios F es respectivamente separable, débilmente separable si es coherente y si cada una de sus sub-familias J ($J \neq F$) contenida en ella es respectivamente separable, débilmente separable.

Aislamiento de cada criterio - independencia en el sentido de dispersión-

Concebir un criterio es ante todo aislar ciertos aspectos de las consecuencias de las acciones para poder establecer en base solamente a ellas (es decir haciendo abstracción de las otras) comparaciones que reflejen puntos de vista específicos. De forma más precisa, traduciremos el hecho de que:

$$g_k(a') \geq g_k(a) \Rightarrow a' Sa$$

siempre que $g_j(a') = g_j(a), \forall j \in F \setminus \{k\}$

diciendo que el eje de significación del criterio g_k se puede "aislar" en F . No hay eje de significación (y, en consecuencia, criterio) más que si existe esta propiedad de aislamiento.

El aislamiento del eje de significación es consecuencia de los axiomas que definen una familia coherente de criterios. En efecto, del resultado sobre el contagio de la sobreclasificación se tiene que cada criterio es necesariamente débilmente separable en una familia coherente de criterios.

Ausencia de factores que influyeran conjuntamente varios criterios - independencia de orden estructural-

Frecuentemente en el proceso de construcción de los criterios se obtiene una familia F tal que dos o más de dichos criterios, formando una subfamilia J , presentan una

relación de orden estructural (al menos en relación al conjunto A considerado). Si F es una familia coherente esta relación no puede evidentemente ser funcional: uno al menos de los criterios de J sería, en ese caso, redundante. La relación puede ser debida a la presencia de factores (que pueden ser externos y/o implícitos) susceptibles, en ciertos casos, de ejercer una influencia conjunta sobre las valoraciones de los criterios de J . En tales condiciones, ninguno de los criterios de J puede ser eliminado ya que, en relación a los otros redistribuyen una parte de la información adicional indispensable para razonar las preferencias. Sin embargo, esto le llevaría a uno a preguntarse de manera natural si, tratando de construir un modelo de preferencias globales sobre F , no se corre un riesgo: el de hacer jugar un papel excesivo a aquello que está en el origen de la relación estructural.

Es decir, tratar de buscar una familia F de criterios, todos estructuralmente independientes, parece sin duda alguna una orientación recomendable. Conviene sin embargo abandonarla siempre que nos lleve a que los criterios resultantes de dicha imposición sean artificiales.

2.6.- Procedimientos de agregación multicriterio tipo ELECTRA.

Con la familia coherente de criterios que vamos a usar en el proceso de ayuda a la decisión ya construida, y con las evaluaciones de las acciones bajo cada uno de los criterios $g_i(a_j)$, construimos una tabla de doble entrada que denominaremos *matriz de las evaluaciones*, en ella cada línea representa una acción y cada columna un criterio.

Una vez completa la matriz de las evaluaciones pasamos a la fase de *agregación* de los criterios. Se pretende, en el caso de los métodos ELECTRA, construir una relación de sobreclasificación global sobre las acciones partiendo de las relaciones de sobreclasificación parciales bajo cada uno de los criterios. Notemos por tanto que estamos entendiendo el concepto *agregación* como: una operación que permite obtener

informaciones sobre las preferencias globales entre las acciones potenciales, a partir de las preferencias bajo cada criterio.

En los métodos ELECTRA la relación de sobreclasificación se plantea como una hipótesis que el estudio debe confirmar o desmentir. Para construir la relación de sobreclasificación, todos los métodos, a excepción de ELECTRA IV, se sirven de:

- la hipótesis de sobreclasificación,
- una noción de concordancia y otra de no-discordancia.

Hipótesis de sobreclasificación: hipótesis planteada para todo par de acciones ("la acción a sobreclasifica a la acción b ") y que se pretende verificar.

Concordancia: supongamos la hipótesis " a sobreclasifica a b ", se dice entonces del criterio j que concuerda con la hipótesis si la acción a es al menos tan buena como la acción b en lo que respecta a dicho criterio j ; esto se traduce por:

$$g_j(a) \geq g_j(b)$$

No discordancia: la condición de no discordancia permite rehusar una hipótesis de sobreclasificación, obtenida después de la aplicación de concordancia, cuando existe una oposición muy fuerte al menos sobre un criterio.

La idea básica de los métodos ELECTRA es que, cuando una acción a es al menos tan buena como otra b según la mayoría de los criterios y además no existe ningún criterio según el cual a es mucho peor que b , entonces a sobreclasifica a b .

Para que la noción de concordancia sea operativa es preciso asignar a cada criterio una parámetro k_j que represente su importancia relativa. A menudo suele hacerse referencia a estos parámetros llamándolos "pesos" de los criterios pero, como ya veremos con más detalle, no es esta una denominación adecuada. La obtención de parámetros de importancia es precisamente el objeto de esta tesis y será abordado en el capítulo 4.

Hacer notar por último que la elección de un método u otro depende del tipo de resultado que se busque. Cada uno de los métodos ELECTRA está concebido para una de las diferentes problemáticas $P\alpha, P\beta, P\gamma, P\delta$ descritas en el capítulo 1.

CAPÍTULO 3: PROCEDIMIENTOS DE AGREGACIÓN MULTICRITERIO TIPO ELECTRA.

3.1.- ELECTRA I

3.2.- ELECTRA II

3.3.- ELECTRA III

3.4.- ELECTRA IV

3.5.- ELECTRA IS

3.6.- ELECTRA TRI

3.1.- ELECTRA I

El método ELECTRA I (B. Roy, 1968) se ocupa de la problemática $P\alpha$, el problema se plantea por tanto en términos de elección de la "mejor" acción.

Para ello y apoyándose en la relación de sobreclasificación S previamente definida, es necesario efectuar una partición del conjunto A de las acciones potenciales en dos subconjuntos N y $A \setminus N$ complementarios tales que:

- toda acción que pertenezca a $A \setminus N$ está sobreclasificada por al menos una acción que pertenezca a N ; las acciones de $A \setminus N$ son eliminadas;
- las acciones que pertenezcan a N son incomparables entre ellas; son éstas las acciones seleccionadas.

La relación de sobreclasificación se construye apoyándose en una noción de concordancia y en otra de no discordancia. Un *grafo de sobreclasificación* visualiza la relación de sobreclasificación para el conjunto de pares de acciones (a_i, a_k) . Cada acción está representada por un vértice; si la acción a_i sobreclasifica a la acción a_k , habrá una flecha que unirá los dos vértices partiendo de a_i y llegando a a_k . Si no existe ninguna

relación de sobreclasificación entre los dos vértices, entonces no se puede dibujar ninguna flecha entre los dos vértices. El subconjunto N se asimila al núcleo del grafo.

De esta manera el núcleo del grafo está compuesto de un conjunto de vértices tales que:

- todos los vértices del grafo que no pertenecen al núcleo están sobreclasificados por al menos un vértice del núcleo:

$$a_k \in A \setminus N \Rightarrow \exists a_i \in N \text{ tal que } a_i S a_k$$

- los vértices del núcleo no están sobreclasificados por ningún otro vértice de éste:

$$a_i \in A \setminus N \Rightarrow \nexists a_k \in N \text{ tal que } a_k S a_i$$

Desarrollo del método:

Dado como se entiende la noción de discordancia en el ELECTRA I, lo primero que hay que hacer al aplicar este método es transformar la matriz de evaluaciones original. Todos los datos deberán ser traducidos en *notas* según una escala propia a cada criterio; la amplitud de la escala dependerá de la importancia acordada a la discordancia sobre ese criterio.

Condiciones de concordancia

Recordemos:

$A = \{a_1, a_2, \dots, a_i, \dots, a_n\}$ el conjunto de las acciones potenciales;

$F = \{1, 2, \dots, j, \dots, m\}$ la familia coherente de criterios;

$g_j(a_i)$ la evaluación de la acción a_i bajo el criterio j ,
 k_j el peso (parámetro de importancia) del criterio j .

Definiciones:

$J^+(a_i, a_k) = \{j \in F / g_j(a_i) > g_j(a_k)\}$ el conjunto de los criterios para los cuales la acción a_i es preferida a la acción a_k .

$J^{\bar{}}(a_i, a_k) = \{j \in F / g_j(a_i) = g_j(a_k)\}$ el conjunto de los criterios para los cuales la acción a_i es equivalente a la acción a_k .

$J^-(a_i, a_k) = \{j \in F / g_j(a_i) < g_j(a_k)\}$ el conjunto de los criterios para los cuales la acción a_k es preferida a la acción a_i .

$P^+(a_i, a_k) = \sum_{\{j / j \in J^+(a_i, a_k)\}} k_j$ la suma de los pesos de los criterios que pertenecen al conjunto $J^+(a_i, a_k)$.

$P^{\bar{}}(a_i, a_k) = \sum_{\{j / j \in J^{\bar{}}(a_i, a_k)\}} k_j$ la suma de los pesos de los criterios que pertenecen al conjunto $J^{\bar{}}(a_i, a_k)$.

$P^-(a_i, a_k) = \sum_{\{j / j \in J^-(a_i, a_k)\}} k_j$ la suma de los pesos de los criterios que pertenecen al conjunto $J^-(a_i, a_k)$.

De estas definiciones se tiene que:

$$P = P^+(a_i, a_k) + P^{\bar{}}(a_i, a_k) + P^-(a_i, a_k)$$

Indices de concordancia

Para cada par de acciones (a_i, a_k) , se buscan los conjuntos $J^+(a_i, a_k)$ y $J^-(a_i, a_k)$ así como los valores $P^+(a_i, a_k)$ y $P^-(a_i, a_k)$ que de ellos se derivan.

El **índice de concordancia** C_{ik} se calcula como sigue:

$$C_{ik} = \frac{P^+(a_i, a_k) + P^-(a_i, a_k)}{P}$$

Este índice expresa en que medida la hipótesis de partida " a_i sobreclasifica a a_k " concuerda con la realidad representada por las evaluaciones de las acciones. Es evidente que C_{ik} varía entre 0 y 1.

Observación: El conjunto $J(a_i, a_k)$ de los criterios para los que la acción a_i es al menos tan buena como la acción a_k se denomina **conjunto de concordancia**; es la unión de los conjuntos:

$$J(a_i, a_k) = J^+(a_i, a_k) \cup J^-(a_i, a_k)$$

Test de concordancia

Como hemos visto, los índices de concordancia pueden variar entre 0 y 1. La cuestión que se plantea es por tanto saber a partir de que valor de los índices C_{ik} la concordancia con la hipótesis de sobreclasificación parece suficientemente fuerte para admitir esta hipótesis como razonablemente cierta. El parámetro introducido para responder a esta cuestión es el **umbral de concordancia** denotado por c . Este umbral expresa el mínimo de concordancia requerido para que la proposición " a_i sobreclasifica a a_k " no sea rechazada.

Por tanto el test de concordancia se satisfará si:

$$C_{ik} \geq c$$

Es evidente que el valor de c puede ser fijado en cualquier punto entre 0 y 1, pero valores inferiores a 0.5 no tienen sentido.

El hecho de que el test sea satisfecho significa que la importancia de los criterios para los cuales la acción a_i es preferida a la acción a_k es suficientemente fuerte. La relación $C_{ik} < c$ implica el rechazo inmediato de la hipótesis de sobreclasificación.

Condición de no discordancia

Índices de discordancia

Un test de no discordancia está subordinado al test de concordancia. Para cada par de acciones (a_i, a_k) , se buscan los conjuntos $J^-(a_i, a_k)$, denominados **conjuntos de discordancia**. A continuación, se busca la diferencia entre la evaluación de la acción a_k y la de la acción a_i para cada criterio discordante. El máximo de esta diferencia será dividido por la amplitud de la escala del criterio correspondiente. Este cociente se denomina **índice de discordancia** D_{ik} :

$$D_{ik} = \begin{cases} 0, & \text{si } J^-(a_i, a_k) = \emptyset \\ \frac{1}{\delta_j} \cdot \text{Max}\{g_j(a_k) - g_j(a_i)\}; & j \in J^-(a_i, a_k) \end{cases}$$

donde δ_j es la amplitud de la escala asociada al criterio j para el cual existe el máximo desacuerdo.

Este índice da la medida de la oposición manifestada por el (los) criterio (s) discordante (s) a la aceptación de la hipótesis de sobre clasificación; varía entre 0 y 1.

Test de no-discordancia.

¿Hasta que punto la oposición de los de los criterios discordantes puede ser tolerada frente a la aceptación de la hipótesis de sobreclasificación?. El parámetro introducido para responder a esta cuestión es el **umbral de discordancia**, denotado por d . Este umbral expresa el máximo de discordancia tolerado para que la hipótesis " a_i sobreclasifica a a_k " no sea rechazada.

El test de no-discordancia será por tanto satisfecho si:

$$D_{ik} \leq d$$

Es evidente que el valor de d puede ser fijado en cualquier número entre 0 y 1 pero valores superiores a 0.5 comienzan a perder su significación. El que este test sea satisfecho significa que la oposición de los criterios discordantes en relación a la hipótesis " a_i sobreclasifica a a_k " no es suficientemente fuerte para acarrear el rechazo de esta hipótesis, si el test de concordancia ha sido previamente satisfecho. Recordemos que el test de no-discordancia está subordinado al de concordancia.

Relación de sobreclasificación S.

Una acción a_i sobreclasifica a una acción a_k si, de una parte, por definición, los criterios para los cuales la acción a_i es al menos tan buena como la acción a_k son suficientemente importantes y si, de otra parte, la toma en consideración de los criterios restantes no entraña una oposición demasiado vigorosa a esta proposición. En el caso de ELECTRA I esto viene expresado por las condiciones siguientes:

$$C_{ik} \geq c \quad \text{y} \quad D_{ik} \leq d$$

Por tanto la acción a_i sobreclasifica a la acción a_k si y sólo si:

$$\left. \begin{array}{l} C_{ik} \geq c \\ D_{ik} \leq d \end{array} \right\} \Leftrightarrow a_i Sa_k$$

Análisis de robustez

El análisis de robustez busca elaborar recomendaciones tan sintéticas como sea posible, aceptables para una vasta gama de valores de los parámetros. Es efectuando un análisis tal que es posible vencer las reticencias, tanto del decisor como del hombre de estudio, en cuanto a los valores iniciales de los parámetros.

Si, haciendo variar los parámetros en torno a su valor inicial, los resultados no son modificados de manera importante, la recomendación se dirá robusta.

Los parámetros susceptibles a variaciones debidas bien a la incertidumbre de los datos de base, bien a la subjetividad de los datos voluntaristas son:

- amplitudes de las escalas de los criterios,
- pesos de los criterios,
- umbral de concordancia,
- umbral de discordancia,
- incluso las evaluaciones de las acciones podrían se sometidas a un test de robustez.

3.2.- ELECTRA II

El método ELECTRA II (B. Roy, P. Bertier, 1971) trata con la problemática $P\gamma$, problemática de ordenación. Trata de dotar al conjunto A de las acciones potenciales, utilizando las relaciones de orden sobre cada uno de los criterios, de una estructura de

preorden total afin de facilitar la elección; más claramente, el objeto de ELECTRA II es ordenar las acciones potenciales, de mejor a peor, tolerando las ex aequo.

Hay que tener en cuenta que en la problemática γ , no se tiene en cuenta el valor intrínseco de cada acción sino solamente su valor relativo en relación a las otras acciones.

Como en el caso de ELECTRA I la relación de sobreclasificación está construida sobre la base de las nociones de concordancia y de discordancia, lo que implica la existencia de una hipótesis de sobreclasificación; la diferencia reside en que en ELECTRA II los test de concordancia y no-discordancia están imbricados los unos en los otros. Además se distingue entre dos tipos de sobreclasificaciones: sobreclasificaciones fuertes y sobreclasificaciones débiles. El primer tipo concierne las sobreclasificaciones que reposan sobre bases sólidas y son por tanto introducidas con gran certidumbre, mientras que el segundo tipo concierne a las sobreclasificaciones que deben verse con precaución. La consecuencia de esto es la dicotomía del grafo de sobreclasificación en un grafo de sobreclasificación débil y un grafo de sobreclasificación fuerte.

La explotación de estos dos grafos se realiza según un algoritmo que permite ordenar las acciones. Este algoritmo permite obtener dos ordenaciones diferentes (o dos preórdenes totales diferentes):

- la ordenación directa: los vértices-acciones del grafo son ordenadas en función de la longitud de los caminos incidentes que a ellos llegan, en orden creciente de sus longitudes (en teoría de grafos, la longitud de un camino es el número de arcos que constituyen el camino);

- la ordenación inversa: los vértices son ordenados en función de la longitud de los caminos que de ellos salen, en orden decreciente de sus longitudes.

Las dos ordenaciones se realizan a partir del grafo de sobreclasificación fuerte, el grafo de sobreclasificación débil no se usó más que para desempatar -si es posible- los ex aequo.

A partir de esos dos preórdenes totales se establece un preorden parcial. El interés de estas dos ordenaciones proviene de sus efectos sobre las acciones incomparables: la ordenación directa tiende a situarlas al final de la ordenación mientras que la ordenación inversa tiende a situarlas al comienzo de la ordenación. Así, la diferencia entre los rangos de las dos ordenaciones da una información directa sobre su incomparabilidad.

Desarrollo del método.

La restricción que nos obligaba a transformar la matriz de datos original en matriz de "notas" en ELECTRA I ya no existe.

El desarrollo que sigue comienza a partir del enunciado de la hipótesis "la acción a_i sobreclasifica a la acción a_k ".

Condición de concordancia

El índice de concordancia está definido en ELECTRA II exactamente de la misma manera que en ELECTRA I:

$$C_{ik} = \frac{P^+(a_i, a_k) + P^-(a_i, a_k)}{P}$$

El test de concordancia se sigue satisfaciendo en la misma forma: hay que saber si la importancia de los criterios, para los cuales la acción a_i es preferida a la acción a_k ,

es suficientemente fuerte. Se definen tres umbrales c (en lugar de uno como en ELECTRA I), que denotaremos por c^+, c^0, c^- tales que:

$$c^+ \geq c^0 \geq c^-$$

La relación $C_{ik} \geq c^+$ (respectivamente $C_{ik} \geq c^0$ y $C_{ik} \geq c^-$) corresponde a la satisfacción del test de concordancia con una certidumbre fuerte (respectivamente media y débil). Sin embargo esta relación es necesaria pero no suficiente para la satisfacción de este test. Existe una condición suplementaria:

$$\frac{P^+(a_i, a_k)}{P^-(a_i, a_k)} \geq 1$$

Esta segunda condición tiene como objetivo principal eliminar los circuitos, que son siempre molestos.

Resumiendo, el test de concordancia será aceptado si y solamente si:

$$\left. \begin{array}{l} C_{ik} \geq c^+ \\ o \\ C_{ik} \geq c^0 \\ o \\ C_{ik} \geq c^- \end{array} \right\} \quad y \quad \frac{P^+(a_i, a_k)}{P^-(a_i, a_k)} \geq 1$$

Condición de no-discordancia (Test de no-discordancia)

Se trata de definir en que límites debe estar contenida la oposición de los criterios discordantes con la hipótesis de sobreclasificación para que ésta pueda ser aceptable.

Los límites que la discordancia no deberá superar son fijados para cada criterio, a dos por criterio: se denominan umbrales de discordancia, denotados por D_1 y D_2 tales que:

$$D_2 \leq D_1$$

El test de no-discordancia puede resumirse, para $j \in J(a_i, a_k)$ como sigue:

- si $g_j(a_k) - g_j(a_i) \leq D_{2(j)}$, entonces hay una certidumbre fuerte de que el criterio j no presenta una oposición importante a la hipótesis de sobreclasificación;
- si $D_{2(j)} < g_j(a_k) - g_j(a_i) \leq D_{1(j)}$, entonces hay una certidumbre débil de que el criterio j no presenta una oposición importante a la hipótesis de sobreclasificación.

Relaciones de sobreclasificación fuertes y débiles

La definición de la relación de sobreclasificación implica que los tests de concordancia y de no discordancia deben ser a la vez satisfechos. Pero como ELECTRA II admite varios niveles de aceptación tanto para la concordancia como para la no-discordancia, los dos tests están imbricados el uno en el otro.

Además, el método reposa no sobre una sino sobre dos relaciones de sobreclasificación, que corresponden a dos niveles de riesgo diferentes:

- una sobreclasificación fuerte S_f que traduce la afirmación "la acción a_i sobreclasifica a la acción a_k " más sólidamente establecida (certidumbre fuerte relativa a la aceptación de la hipótesis);
- una sobreclasificación débil S_d que traduce la afirmación "la acción a_i sobreclasifica a la acción a_k " menos sólidamente establecida (certidumbre débil sobre la aceptación de la hipótesis).

Las condiciones de sobreclasificación fuerte S_f y débil S_d se definen como sigue:

- Sobreclasificación fuerte: $a_i S_f a_k$

$$\left. \begin{array}{l} C_{ik} \geq c^+ \text{ y} \\ g_j(a_k) - g_j(a_i) \leq D_{1(j)} \quad \forall j \in F, \text{ y} \\ \frac{P^+(a_i, a_k)}{P^-(a_i, a_k)} \geq 1 \end{array} \right\} \text{ y / o } \left\{ \begin{array}{l} C_{ik} \geq c^0 \text{ y} \\ g_j(a_k) - g_j(a_i) \leq D_{2(j)} \quad \forall j \in F, \text{ y} \\ \frac{P^+(a_i, a_k)}{P^-(a_i, a_k)} \geq 1 \end{array} \right.$$

- Sobreclasificación débil: $a_i S_d a_k$

$$\left. \begin{array}{l} C_{ik} \geq c^- \text{ y} \\ g_j(a_k) - g_j(a_i) \leq D_{1(j)} \quad \forall j \in F, \text{ y} \\ \frac{P^+(a_i, a_k)}{P^-(a_i, a_k)} \geq 1 \end{array} \right\}$$

Explotación de la relación de sobreclasificación.

El objetivo buscado por ELECTRA II es ordenar las acciones potenciales de la "mejor" a la "menos buena".

Para conseguirlo se establecen tres preórdenes: dos preórdenes totales V_1 y V_2 (denominados normalmente "ordenamiento directo" y "ordenamiento inverso" respectivamente), y un preorden parcial \bar{V} .

La eliminación de los eventuales circuitos de los grafos de sobreclasificación es una condición preliminar a la aplicación del algoritmo de ordenación. Como las acciones que forman un circuito constituyen una clase de equivalencia, todo circuito será substituido por un vértice.

Construcción del primer preorden completo.

El algoritmo que comúnmente denominado "ordenamiento directo" es el siguiente:

$$\text{Paso 0: } l = 0$$

$$\text{Paso } l: \quad l = l + 1$$

$$Y_l \subseteq Y_0 = G_F'$$

$$A_l \subset A$$

$$D = \{a_i / a_i \in Y_l \wedge \nexists a_k S_F a_i, a_k \in Y_l\}$$

$$U = \{a_i, a_k / a_i, a_k \in D \wedge \exists a_i S_d a_k \vee a_k S_d a_i\}$$

$$B = \{a_i / a_i \in U \wedge \exists a_k S_d a_i, \forall a_k \in U\}$$

$$A_l = (D - U) \cup B;$$

$$A_l = \emptyset \Rightarrow A_l = D$$

$$r_l(a_i) = l + 1, \forall a_i \in A_l$$

$$Y_{l+1} = Y_l - A_l$$

$$\text{Si } Y_{l+1} = \emptyset \rightarrow \text{Fin}$$

$$\text{Si } Y_{l+1} \neq \emptyset \rightarrow \text{ir al paso "l"}$$

Explicaciones relativas al algoritmo:

- En cada nueva etapa l , las acciones ya clasificadas son eliminadas del grafo de sobreclasificación fuerte; las acciones restantes constituyen el conjunto A_l , que es un subconjunto de A , y las relaciones son proporcionadas por el grafo Y_l , que es un subgrafo de G_F' .

- En el grafo Y_l , todos los vértices que no están sobreclasificados forman el conjunto D

- Los elementos de D que están unidos entre ellos en el grafo de sobreclasificación débil G_d constituyen el conjunto U .

- El conjunto B contiene todos los vértices de U que no están sobreclasificados por otro vértice de U .

La clase de equivalencia de las acciones clasificadas en la l -ésima etapa, designada por A_l , está definida por la unión de los conjuntos $D-U$ y B . El conjunto $D-U$ representa todos los vértices que:

(i) todavía no han sido clasificados;

(ii) no están sobreclasificados por ningún otro vértice del grafo Y_l , que no otro que el grafo de sobreclasificación fuerte reducido, G_f , del cual han sido eliminados los vértices (y los arcos correspondientes) ya clasificados;

(iii) no tienen relaciones del tipo (sobreclasificación débil" entre ellos.

- El conjunto B representa todos los vértices que también satisfacen las condiciones (i) y (ii) de arriba, pero tienen como tercera condición:

(iii) sobreclasificación, por relaciones del tipo "sobreclasificación débil", de los otros vértices que cumplen las condiciones de (i) y (ii).

- A todas las acciones clasificadas en la l -ésima etapa (y que forman en consecuencia la clase de equivalencia A_l) se les atribuye el rango $l+1$; de esta forma a cada acción potencial corresponde un rango obtenido por la clasificación directa y si $\text{rang } r_1(a_i) < \text{rang } r_1(a_k)$, esto significa que la acción a_i es "mejor" que la acción a_k .

Los vértices clasificados en la l -ésima etapa son retirados del grafo de sobreclasificación fuerte, lo que da lugar al nuevo subgrafo Y_{l+1} .

- Finalmente, si Y_{l+1} no tiene ninguna acción-vértice, la clasificación está terminada; en otro caso continúa con la etapa $l+1$.

Este procedimiento ordena por tanto los vértices del grafo en función de la longitud de los caminos incidentes que a él llegan en orden creciente de sus longitudes.

Construcción del segundo preorden completo.

Para la "ordenación inversa", se usa el mismo algoritmo que acabamos de describir a condición de introducir las modificaciones siguientes:

- invertir la dirección de los arcos en los grafos G_f' y G_d' ,
- una vez se ha obtenido el rango ($r_2'(a_i) = l + 1$), ajustarlo de la siguiente manera:

$$r_2(a_i) = 1 + r_2'(a_i)_{\max} - r_2'(a_i)$$

Este procedimiento ordena los vértices del grafo en función de la longitud de los caminos que llegan a ellos, en orden decreciente de sus longitudes.

Construcción del preorden parcial final.

La intersección, en el sentido matemático del término, de los dos preórdenes completos que son el ordenamiento directo y el ordenamiento inverso es un preorden parcial. Esto significa que la incomparabilidad entre dos acciones está permitida. Concretamente, para construir este preorden final, habrá que seguir las reglas siguientes:

- si a_i es preferida a a_k en los dos preórdenes completos, entonces también lo será en el preorden parcial.
- si a_i es equivalente a a_k en un preorden completo, pero es preferida en el segundo, entonces a_i será preferida a a_k en la ordenación final;
- si en el primer preorden a_i es preferida a a_k y si en el segundo a_k es preferida a a_i , entonces las dos acciones serán incomparables en el preorden final.

Hay que recordar que el preorden parcial, intersección de dos preórdenes completos, es revelador de las comparaciones que es razonable considerar como bien establecidas sobre la base de los datos disponibles.

Análisis de robustez.

En lo que concierne al análisis de robustez podemos referirnos a lo ya dicho para el caso de ELECTRA I.

Los parámetros susceptible de ser sometidos al análisis de robustez en ELECTRA II son:

- los pesos de los criterios,
- umbrales de concordancia (c^+, c^0, c^-),
- umbrales de discordancia ($D_{1(j)}, D_{2(j)}$).

3.3.- ELECTRA III

El método ELECTRA III (B. Roy 1978) trata también con la problemática $P\gamma$, su objetivo es ordenar las acciones potenciales desde la mejor hasta la menos buena.

Aunque presenta una riqueza y complejidad netamente superiores a las de ELECTRA II, sigue las grandes líneas de este último: construcción de la relación de sobreclasificación, elaboración de las dos ordenaciones antagonistas, síntesis de una ordenación final.

Hay siempre, como en los dos ELECTRA precedentes, una hipótesis de sobreclasificación construida sobre las nociones de concordancia y de discordancia. Pero, y esto es un evolución importante, se introduce el concepto de "difuso" en la relación de sobreclasificación: ya no es necesario clasificar las parejas de acciones en una de las tres

categorías (sobreclasificación fuerte, sobreclasificación débil, nada de sobreclasificación), pues todas las posiciones *intermedias* entre los extremos (sobreclasificación totalmente cierto, sobreclasificación ciertamente inexistente) son posibles. En otras palabras, la reflexión no se sitúa sobre la aceptación o el rechazo en bloque de la hipótesis de sobreclasificación, sino sobre la credibilidad que se concede a esta hipótesis. Esto se traduce por el grado de credibilidad de la hipótesis de sobreclasificación, que varía de 0 a 1.

Otra innovación importante de ELECTRA III consiste en introducir, para cada uno de los criterios, dos umbrales llamados de indiferencia y de preferencia estricta; estos umbrales han sido definidos de manera que se tenga en cuenta directamente la incertidumbre que más o menos conllevan los valores de la matriz de evaluaciones. La introducción de los umbrales permite la aparición de una nueva noción, la de preferencia débil. Así el número de posibles situaciones al término de una comparación de dos acciones a_i , a_k según un criterio dado pasan de 3 ("indiferencia", " a_i preferido a a_k ", " a_k preferido a a_i ") a 5. Un tercer umbral, el umbral de veto, es utilizado en la concretización de la noción de discordancia.

El algoritmo de ordenación que permite la elaboración de los dos preórdenes antagonistas está fundado en el nivel de significación del grado de credibilidad. Este nivel expresa a partir de que valor la diferencia entre los dos grados de credibilidad se hace significativa. El procedimiento de ordenación recuerda al de la destilación: se tratará de una destilación descendente y de una destilación ascendente.

El resultado final es un preorden parcial, es decir que los *ex aequo* están permitidos y la incomparabilidad tolerada.

Veamos el desarrollo del método.

Pseudo-criterios.

La introducción de lo "difuso" se hace directamente en la definición de los criterios. La concepción clásica del criterio denominado **verdadero criterio**, utilizado en ELECTRA I y II, es demasiado rígida: a_i y a_k son indiferentes sobre un criterio solamente si sus evaluaciones son iguales, si no o bien a_i es preferida a a_k , bien a_k es preferida a a_i . De manera sin duda más realista, el pseudocriterio extiende la indiferencia a una zona en la cual la diferencia entre a_i y a_k es pequeña y entre la **zona de indiferencia** y la **zona de preferencia estricta**, define una zona de **preferencia débil**, que marca una duda entre la indiferencia y la preferencia.

Concretamente, para definir las relaciones de indiferencia I , de preferencia débil Q y de preferencia estricta P , hay que fijar a voluntad un umbral de indiferencia q_j y un umbral de preferencia estricta p_j . El umbral p puede ser interpretado como el margen máximo de error ligado a los cálculos efectuados.

Un **pseudo-criterio** es por tanto una función g cuyo poder discriminante está caracterizado por dos umbrales $q(g)$ y $p(g)$ de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \forall a_i, a_k \in A: \\ a_i I a_k &\Leftrightarrow -q(g(a_i)) \leq g(a_i) - g(a_k) \leq q(g(a_k)) \\ a_i Q a_k &\Leftrightarrow -q(g(a_k)) \leq g(a_i) - g(a_k) \leq p(g(a_k)) \\ a_i P a_k &\Leftrightarrow p(g(a_k)) < g(a_i) - g(a_k) \\ \frac{q(g(a_k)) - q(g(a_i))}{g(a_k) - g(a_i)} &\geq -1 \\ \frac{p(g(a_k)) - p(g(a_i))}{g(a_k) - g(a_i)} &\geq -1 \end{aligned}$$

Observaciones:

Para el mismo criterio es evidente que:

$$q_j \leq p_j$$

Los umbrales p y q pueden ser definidos como:

- una constante,
- una función de la acción considerada, por ejemplo:

$$p(g(a_i)) = \alpha + \beta \cdot g(a_i)$$

Cuando este umbral es una función de la evaluación de la acción menos preferida de la pareja de acciones, se denomina "umbral directo"; cuando es función de la evaluación de la acción más preferida de la pareja de acciones, se llama "umbral inverso".

Un verdadero criterio es un pseudo-criterio donde $q(g) = p(g) = 0$.

Índices de concordancia.

En el caso de ELECTRA III no tiene sentido hablar de "condición de concordancia" y "condición de discordancia" ya que no se fijan umbrales que no puedan ser superados. Por el contrario, con la introducción del concepto de difuso, será posible limitarse solamente a los índices.

En materia de índices, ELECTRA III utiliza dos índices para la concordancia:

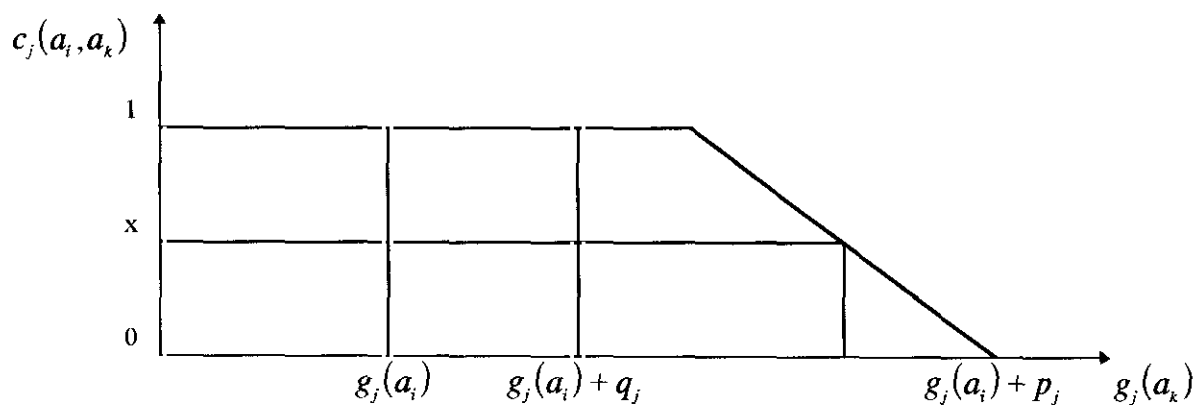
- el índice de concordancia por criterio,
- el índice de concordancia global.

Índice de concordancia por criterio.

Este indicador afirma en que medida la acción a_i es al menos tan buena como la acción a_k , para el criterio j .

Se denota por $c_j(a_i, a_k)$ y se define como sigue (interpolación lineal):

$$\begin{aligned} c_j(a_i, a_k) &= 0 \Leftrightarrow p_j < g_j(a_k) - g_j(a_i) \\ 0 < c_j(a_i, a_k) < 1 &\Leftrightarrow q_j < g_j(a_k) - g_j(a_i) \leq p_j \\ c_j(a_i, a_k) &= 1 \Leftrightarrow g_j(a_k) - g_j(a_i) \leq q_j \end{aligned}$$



Observación: en concreto $c_j(a_i, a_k) = \frac{g_j(a_i) + p_j - g_j(a_k)}{p_j - q_j} \Leftrightarrow q_j < g_j(a_k) - g_j(a_i) \leq p_j$

Índice de concordancia global.

Este indicador afirma en que medida hay concordancia con la hipótesis "la acción a_i sobreclasifica a la acción a_k ".

Se define por la siguiente expresión:

$$C_{ik} = \frac{\sum_{j=1}^m k_j \cdot c_j(a_i, a_k)}{\sum_{j=1}^m k_j}$$

Índice de discordancia

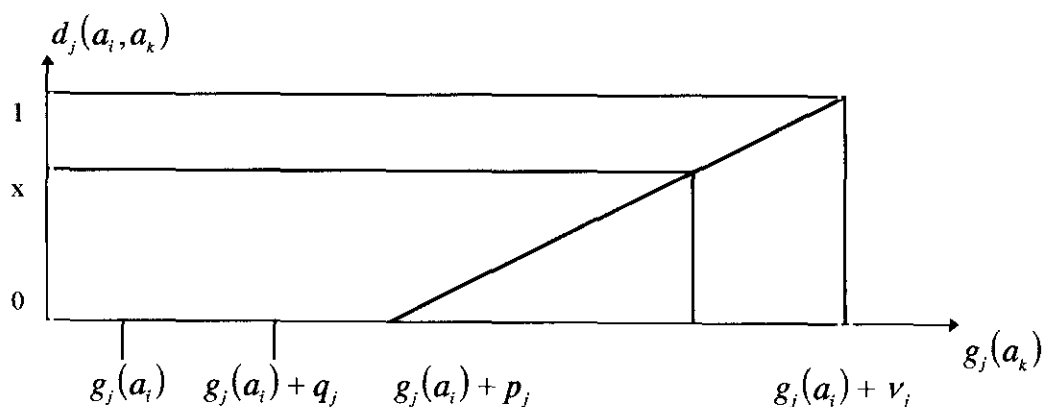
Como para ELECTRA I y II, la relación de concordancia definida arriba debe ser debilitada por una noción de discordancia. El medio de expresar esta discordancia es en este caso el umbral de veto. El **umbral de veto** para el criterio j , denotado por v_j , es, por definición, el valor de la diferencia $g_j(a_k) - g_j(a_i)$ a partir de la cual parece prudente rechazar toda credibilidad a la sobreclasificación de la acción a_k por la acción a_i , incluso si todos los otros criterios están en concordancia con esta sobreclasificación.

Observación: El orden para la fijación de los umbrales de un criterio es:

$$q_j < p_j < v_j$$

En relación a la hipótesis de sobreclasificación, es posible apreciar la intensidad de la discordancia del criterio con ayuda de un índice de discordancia: $d_j(a_i, a_k)$, tal que (interpolación lineal):

$$\begin{aligned} d_j(a_i, a_k) &= 1 \Leftrightarrow v_j < g_j(a_k) - g_j(a_i) \\ 0 < d_j(a_i, a_k) < 1 &\Leftrightarrow p_j < g_j(a_k) - g_j(a_i) \leq v_j \\ d_j(a_i, a_k) &= 0 \Leftrightarrow g_j(a_k) - g_j(a_i) \leq p_j \end{aligned}$$



Observación: En concreto $d_j(a_i, a_k) = \frac{g_j(a_k) - g_j(a_i) - p_j}{v_j - p_j} \Leftrightarrow p_j < g_j(a_k) - g_j(a_i) \leq v_j$

Nota: Las expresiones rigurosas, matemáticamente expresadas, de $c_j(a_i, a_k)$ y de $d_j(a_i, a_k)$ son:

$$c_j(a_i, a_k) = \text{Mín} \left\{ 1, \text{Máx} \left(0, \frac{g_j(a_i) - g_j(a_k) + p_j}{p_j - q_j} \right) \right\}$$

$$d_j(a_i, a_k) = \text{Mín} \left\{ 0, \text{Máx} \left(0, \frac{g_j(a_k) - g_j(a_i) - p_j}{v_j - p_j} \right) \right\}$$

Relación de sobreclasificación difusa

En ELECTRA III, hay siempre una relación de sobreclasificación que está establecida entre dos acciones potenciales; pero esta relación es "difusa" porque existen parejas en las que parece indiscutible y parejas en las que parece poco convincente. Esta plausibilidad que varía de una pareja a otra está expresada por un índice asociado a cada sobreclasificación, el **grado de credibilidad de la sobreclasificación**:

$$\delta_{ik} = C_{ik} \cdot \prod_{j \in \bar{F}} \frac{1 - d_j(a_i, a_k)}{1 - C_{ik}}$$

donde C_{ik} es el índice de concordancia global y \bar{F} el subconjunto de la familia F que tiene como elementos los criterios para los cuales el índice de discordancia es superior al índice de concordancia global:

$$\bar{F} = \{j \mid j \in F, d_j(a_i, a_k) > C_{ik}\} \text{ y } F \supset \bar{F}$$

El grado de credibilidad δ_{ik} no es otro que el índice de concordancia C_{ik} debilitado por los índices de discordancia $d_j(a_i, a_k)$, pero $d_j(a_i, a_k)$ contribuye a este

debilitamiento si y solamente si es superior a C_{ik} . En efecto, el índice de concordancia es un buen reflejo de la credibilidad de la sobreclasificación y siempre que los índices de discordancia tengan valores débiles en relación al índice de concordancia, este último continuará representando correctamente esta credibilidad.

Observaciones:

- Si existe al menos un criterio j tal que $d_j(a_i, a_k) = 1$, entonces el grado de credibilidad será nulo, sea cual sea la importancia relativa de ese criterio:

$$\exists! j \in F: d_j(a_i, a_k) = 1 \Leftrightarrow \delta_{ik} = 0$$

- Cuando el índice de concordancia global es igual a la unidad, entonces esto implica que todos los índices de discordancia son nulos y que el grado de credibilidad es también igual a la unidad:

$$C_{ik} = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} \delta_{ik} = 1 \\ d_j(a_i, a_k) = 0, \forall j \in F \end{cases}$$

Explotación de la relación de sobreclasificación difusa.

El objetivo de este algoritmo es, basándose en la relación de sobreclasificación difusa, llegar a una ordenación de las acciones. ¿Pero cómo distinguir las relaciones de sobreclasificación que deben ser tomadas en cuenta en cada etapa de la ordenación?

Existe un medio que permite seleccionar esas relaciones: el umbral de discriminación, denotado por $s(\lambda)$. Así, antes de abordar el algoritmo de ordenación propiamente dicho, hay que introducir esta nueva noción.

Umbral de discriminación.

El grado de credibilidad sirve para apreciar la mayor o menor credibilidad de la sobreclasificación. Pero teniendo en cuenta la parte de arbitrariedad (sobre todo la interpolación lineal) que encierra la fórmula que define este grado, la significación de los valores del grado de credibilidad no puede ser absoluta.

Dicho de otra forma, no es posible admitir que, desde el momento que $\delta_{ik} > \delta_{em}$, la sobreclasificación de a_k por a_i es estrictamente más creíble que la sobreclasificación de a_m por a_e .

Para poder distinguir si tal sobreclasificación es más creíble que tal otra, sería oportuno introducir un umbral, el umbral de discriminación.

El umbral de discriminación $s(\lambda)$ es una función, definida para todo valor de $\lambda \in [0,1]$, que verifica: si $\delta_{ik} = \kappa$ y $\delta_{em} = \lambda - \eta$, con $\eta > s(\lambda)$, entonces la sobreclasificación de a_k por a_i es estrictamente más creíble que la sobreclasificación de a_m por a_e .

Observación. El umbral de discriminación puede ser una constante. Pero, para no empobrecer inútilmente la información aportada por la relación difusa, estará a menudo justificado escoger una función decreciente con λ .

Principio del algoritmo.

Como para ELECTRA II, el objetivo considerado aquí, en una primera etapa, es el de construir dos preórdenes diferentes. Estos dos preórdenes serán completos, es decir que toda acción a_i aparecerá como estrictamente preferida a las acciones peor clasificadas que ella, mientras que las acciones mejor clasificadas serán estrictamente preferidas a a_i .

Las definiciones siguientes se encuentran en la base del algoritmo de ordenación del método.

- potencia de una acción a_i , denotada por $p(a_i)$: número de acciones a las cuales ella es estrictamente preferida.

- debilidad de una acción a_i , denotada por $d(a_i)$: número de acciones que son estrictamente preferidas a ella.

- cualificación de una acción a_i , denotada por $q(a_i)$: $q(a_i) = p(a_i) - d(a_i)$.

La cantidad $q(a_i)$ aparece por tanto como un indicador cuyo valor es característico de la posición de a_i en el preorden.

ELECTRA III está fundado en una generalización de esta noción de cualificación. Esta generalización permite adaptar el concepto de base a las necesidades de la relación de sobreclasificación difusa. Para determinar el número de acciones estrictamente preferidas a a_i , hay que hacer intervenir un umbral λ tal que sólo las sobreclasificaciones cuya credibilidad sea superior a ese umbral tiene sentido que intervengan en la enumeración. Esto conduce a definir un concepto de λ -cualificación.

El proceso iterativo que consiste en buscar un subconjunto de acciones cada vez más reducido, que tenga una cualificación máxima para los niveles cada vez más bajos, se denomina **destilación descendente**. En realidad se trata de una cadena de destilaciones descendentes. Cuando la progresión se hace en el otro sentido, apoyándose en las acciones de λ -cualificación mínima, se define una destilación ascendente.

Descripción del algoritmo.

Sea λ_0 el valor máximo que alcanza el grado de credibilidad:

$$\lambda_0 = \text{máx} (\delta_{ik})$$

El algoritmo procede rebajando progresivamente el umbral λ desde λ_0 hasta 0, pasando por los sucesivos niveles; la determinación de estos últimos reposa sobre un concepto de nivel de separación.

Sea λ_1 un nivel de separación definido como:

$$\lambda_1 = \lambda_0 - s(\lambda_0)$$

No se mantendrán de la relación de sobreclasificación difusa más que los arcos (a_i, a_k) para los cuales:

$$\delta_{ik} > \lambda_1$$

A continuación, se establece una relación de sobreclasificación trivial S^{λ_1} , definida por:

$$a_i S_A^{\lambda_1} a_k \Leftrightarrow \begin{cases} \delta_{ik} > \lambda_1 \text{ y} \\ \delta_{ik} > \delta_{ki} + s(\delta_{ik}) \end{cases}$$

En otras palabras, la afirmación "la acción a_i sobreclasifica a la acción a_k ", no será tomada en cuenta más que si es significativamente más creíble que la afirmación "la acción a_k sobreclasifica a la acción a_i ".

Para toda acción a_i y a partir de la relación de sobreclasificación difusa, las cantidades siguientes, correspondientes a un número de acciones, son calculadas:

- la λ_1 - *potencia*:

$$p_A^{\lambda_1}(a_i) = \left| \left\{ a_k \in A / a_i S_A^{\lambda_1} a_k \right\} \right|$$

- la λ_1 - *debilidad*:

$$d_A^{\lambda_1}(a_i) = \left| \left\{ a_k \in A / a_k S_A^{\lambda_1} a_i \right\} \right|$$

- la λ_1 - *cualificación* de la acción a_i en relación al conjunto A :

$$q_A^{\lambda_1}(a_i) = p_A^{\lambda_1}(a_i) - d_A^{\lambda_1}(a_i)$$

Utilizando las nociones y definiciones expuestas arriba, el procedimiento está listo para ser puesto en marcha.

Observación: Como ya se ha mencionado, una "destilación descendente" está constituida de una cadena de destilaciones. A cada destilación, se extrae una nueva clase de acciones (por ejemplo en la $(n+1)$ destilación, será la clase C_{n+1}). Dentro de cada destilación existen varias etapas; a cada nueva etapa corresponde un esfuerzo mayor por separar los ex aequo.

En lo que concierne a la destilación ascendente, se utiliza el mismo algoritmo, salvo que esta vez las acciones que se mantienen son aquellas con cualificación mínima. Esto significa que en lugar de:

$$\bar{q} = \text{máx } q^{\lambda_{i+1}}(a_i) \quad a_i \in D_i$$

habrá que poner:

$$\underline{q} = \text{mín } q^{\lambda_{i+1}}(a_i) \quad a_i \in D_i$$

y en lugar de:

$$D_{i+1} = \{a_i \in D_i / q^{2i+1}(a_i) = \bar{q}\}$$

habrá que poner:

$$D_{i+1} = \{a_i \in D_i / q^{2i+1}(a_i) = \underline{q}\}$$

Preorden parcial final

La construcción del preorden parcial final es idéntica, para ELECTRA III, a la de ELECTRA II.

Análisis de robustez

Los parámetros de ELECTRA III susceptibles de ser objeto de un análisis tal son:

- los pesos de los criterios (k_j),
- umbrales de indiferencia (q_j),
- umbrales de preferencia estricta (p_j),
- umbrales de veto (v_j).

No se consideran las valoraciones de las acciones.

3.4.-ELECTRA IV

La aparición de ELECTRA IV (B. Roy, Hugonnard, 1982), que también trata la problemática $P\gamma$, marca un tiempo muerto en la evolución hacia una sofisticación cada vez más refinada. De hecho encontramos aquí una simplicidad que contrasta con los métodos precedentes. Aunque en parte inspirado por ELECTRA II y ELECTRA III,

este método tiene aspectos bastante originales. No hay pesos que atribuir a los criterios. Este cambio fundamental está acompañado de otra gran novedad: el abandono de la hipótesis inicial de sobreclasificación, que hace inútiles las nociones de concordancia y de discordancia.

ELECTRA IV utiliza, como ELECTRA III, pseudo-criterios, es decir criterios asociados a un umbral de preferencia estricta y a un umbral de indiferencia. A partir de la matriz de evaluaciones, las acciones son comparadas dos a dos. Esta comparación sitúa, para cada criterio, una de las acciones en relación a la otra según un ejemplo determinado. Se registra el número de veces que cada ejemplo particular aparece para el conjunto de los criterios. Reglas simples, utilizando números, permiten establecer relaciones de sobreclasificación entre dos acciones. El establecimiento de estas reglas se hace de tal manera que ninguno de los criterios sea demasiado "preponderante" o demasiado "despreciable". Esta noción, fácil de entender pero un poco difusa en la publicación original, ha sido después precisada bajo la apelación de *hipótesis de disparidad limitada*: "ningún criterio tiene, por él mismo, una importancia superior o igual a la de una coalición que agrupe al menos la mitad de los criterios".

El método admite varias versiones de los tipos de relaciones de sobreclasificación:

- cuatro niveles en la credibilidad de la sobreclasificación (cuatro tipos de relaciones de sobreclasificación);
- dos niveles en la credibilidad de la sobreclasificación (sobreclasificación fuerte y débil);
- combinaciones intermedias.

A cada tipo de relación de sobreclasificación le corresponde un grado de credibilidad atribuido de una manera más o menos voluntarista. Esto conduce a la

construcción de una matriz de grados de credibilidad que contiene una cantidad discreta de posibles valores.

Así, a partir de ese momento, ELECTRA IV sigue el mismo camino que ELECTRA III, con una destilación ascendente y una destilación descendente y por último la ordenación final, que es también un preorden parcial.

Desarrollo del método

El método trabaja con pseudo-criterios, todo lo dicho hasta ahora a propósito de los umbrales relativos a los criterios, de indiferencia y de preferencia débil o estricta en ELECTRA III sigue siendo válido aquí. Como no se hace ninguna hipótesis de sobreclasificación inicial, no es necesario hablar de "el par ordenado de acciones (a_i, a_k) ", sino que basta considerar el par de acciones a_i y a_k .

Para que la comparación de las dos acciones a_i, a_k al nivel de cada criterio pueda ser agregada al nivel de la totalidad de los criterios para la construcción de la relación de sobreclasificación, se introducen las notaciones siguientes:

- $m_p(a_i, a_k)$: número de criterios para los que a_i es estrictamente preferido a a_k ;
- $m_q(a_i, a_k)$: número de criterios para los que a_i es débilmente preferido a a_k ;
- $m_{in}(a_i, a_k)$: número de criterios para los que a_i y a_k son considerados como indiferentes, a pesar de que a_i tenga una mejor evaluación que a_k ;
- $m_0(a_i, a_k) = m_0(a_k, a_i)$: número de criterios para los que a_i y a_k tienen la misma evaluación.

Es claro que la siguiente relación debe verificarse, siendo m el número total de los criterios:

$$m = m_p(a_i, a_k) + m_q(a_i, a_k) + m_0(a_i, a_k) + m_{in}(a_k, a_i) + m_q(a_k, a_i) + m_p(a_k, a_i)$$

a_i y a_k
son
indiferentes

a_i es estrictamente preferida a a_k	a_i es débilmente preferida a a_k	a_i es a penas preferida a a_k	a_k es a penas preferida a a_i	a_k es débilmente preferida a a_i	a_k es estrictamente preferida a a_i
$a_i Pa_k$	$a_i Qa_k$	$a_i Ia_k$	$a_k Ia_i$	$a_i Qa_k$	$a_i Pa_k$
$m_p(a_i, a_k)$	$m_q(a_i, a_k)$	$m_{in}(a_i, a_k)$	$m_{in}(a_k, a_i)$	$m_q(a_i, a_k)$	$m_p(a_i, a_k)$
$g(a) - v$	$g(a) - p$	$g(a) - p$	$g(a)$	$g(a) + q$	$g(a) + p$
$m_0(a_i, a_k)$ $m_0(a_k, a_i)$					

Construcción de la relación de sobreclasificación.

Definición de las relaciones de sobreclasificación encajadas.

A partir de la enumeración de las preferencias locales por criterio, ELECTRA IV distingue cuatro niveles de credibilidad de la relación de sobreclasificación; así, será posible retomar la sobreclasificación difusa de ELECTRA III, pero esta vez con valores discretos:

- Cuasi-dominancia S_q : a_i sobreclasifica a a_k con *cuasi-dominancia*, si y solamente si:

(i) no existe ningún criterio que conduce a preferir (estrictamente o débilmente) a_k a a_i ;

(ii) además, el número de criterios, para los que a_k es considerado como indiferente a a_i aún teniendo una mejor evaluación, no debe superar el número de criterios para los cuales a_i presenta una mejor evaluación que a_k , más uno.

$$a_i S_q a_k \Leftrightarrow \begin{cases} m_p(a_k, a_i) + m_q(a_k, a_i) = 0, \text{ y} \\ m_n(a_k, a_i) \leq 1 + m_n(a_i, a_k) + m_q(a_i, a_k) + m_p(a_i, a_k) \end{cases}$$

- Dominancia canónica S_c : a_i sobreclasifica a a_k con *dominancia canónica*, si y sólo si:

- (i) no existe ningún criterio que conduzca a preferir estrictamente a_k a a_i ;
- (ii) además, el número de criterios que conducen a preferir débilmente a_k a a_i es a lo sumo igual al número de criterios que conducen a preferir estrictamente a_i a a_k .
- (iii) y finalmente, el número de criterios para los cuales a_k presenta una mejor evaluación que a_i no debe superar el número de criterios para los cuales a_i presenta una mejor evaluación que a_k , más uno.

$$a_i S_c a_k \Leftrightarrow \begin{cases} m_p(a_k, a_i) = 0, \text{ y } m_q(a_k, a_i) \leq m_p(a_i, a_k), \text{ y} \\ m_q(a_k, a_i) + m_n(a_k, a_i) \leq 1 + m_n(a_i, a_k) + m_q(a_i, a_k) + m_p(a_i, a_k) \end{cases}$$

- Pseudo-dominancia S_p : a_i sobreclasifica a a_k con *pseudo-dominancia*, si y solamente si:

- (i) no existe ningún criterio que conduzca a preferir estrictamente a_k a a_i ;
- (ii) además, el número de criterios que conducen a preferir débilmente a_k a a_i es a lo sumo igual al número de criterios que conducen a preferir débilmente o estrictamente a_i a a_k .

$$a_i S_p a_k \Leftrightarrow \begin{cases} m_p(a_k, a_i) = 0, \text{ y} \\ m_q(a_k, a_i) \leq m_q(a_i, a_k) + m_p(a_i, a_k) \end{cases}$$

- Veto-dominancia S_v : a_i sobreclasifica a a_k con *veto-dominancia*, si y solamente si:

- (i) bien no existe ningún criterio que conduzca a preferir estrictamente a_k a a_i en la coalición adicional requerida para que haya pseudo-dominancia no se verifica;

(ii) bien existe un único criterio que conduce a preferir a_k a a_i pero sin veto-preferencia (la diferencia entre las dos evaluaciones es menor que el umbral de veto) y a_i es estrictamente preferida a a_k para al menos la mitad de los criterios.

$$a_i S_v a_k \Leftrightarrow_j a_i \begin{cases} \text{bien } m_p(a_k, a_i) = 0 \\ \text{bien } m_q(a_k, a_i) = 1, \text{ y no } a_k PV_j a_i, \forall j, \text{ y } m_p(a_i, a_k) \geq (m/2) \end{cases}$$

Observación: Notar que, en orden inverso al presentado aquí, cada relación esta contenida en la precedente:

$$S_v \supset S_p \supset S_c \supset S_q$$

Es normal, debido a esta propiedad, hablar de relaciones de sobreclasificación encajadas.

Definiciones de las relaciones de sobreclasificación difusas

Para pasar de las relaciones de sobreclasificación encajadas a las relaciones de sobreclasificación difusas, habrá que asociar, un valor del grado de credibilidad a cada una de las S_q, S_c, S_p, S_v . La coherencia consiste en definir los grados de credibilidad de manera que puedan jugar su papel en las destilaciones, definiéndola a partir del grado de credibilidad que le precede y del umbral de discriminación mantenido.

Explotación de la relación de sobreclasificación.

La relación de sobreclasificación es explotada por medio de destilaciones descendientes y ascendentes, que dan como resultado dos preórdenes completos, y luego un orden parcial final. A partir de la matriz de los grados de credibilidad, el

procedimiento se desarrolla de igual forma que en ELECTRA III, basado en el concepto de λ - *cualificación*

Análisis de Robustez.

Los parámetros de ELECTRA IV susceptibles de ser objeto de tal análisis son:

- umbrales de indiferencia (q_j),
- umbrales de preferencia estricta (p_j),
- umbrales de veto (v_j),
- umbrales de discriminación ($s(\lambda)$).

No se consideran las valoraciones de las acciones.

3.5.- ELECTRA IS

El método ELECTRA IS (Roy, Skalka, 1985) es una adaptación de ELECTRA I a la lógica difusa, permitiendo usar pseudo-criterios. Para escoger la "mejor" acción, debe realizarse una partición del conjunto de las acciones potenciales A en dos subconjuntos, al igual que en ELECTRA I: el núcleo N , que comprende las acciones no sobreclasificadas, y el resto $A \setminus N$, que contiene las acciones sobreclasificadas. Es en el núcleo donde se encuentra la "mejor" acción.

Encontrar solución al problema que plantean los circuitos es difícil en todas las problemáticas. En la problemática α la dificultad es aún mayor por el hecho de la atribución de una acción a uno de los dos subconjuntos, mientras que las otras problemáticas permiten un tratamiento más diferenciado, bien en términos de rangos en los preórdenes (problemática γ), bien en términos de asignación a una categoría (problemática β). ELECTRA IS permite delimitar mejor el problema y ofrece herramientas de análisis que permiten conocer, para cada circuito maximal, su tasa de

cohesión interna (relaciones entre las acciones que lo componen) y su tasa de relación externa (relaciones con los otros elementos del grafo, acción o circuito).

ELECTRA IS utiliza escalas reales.

Desarrollo del método.

Índices de concordancia.

Los índices de concordancia por criterio se definen como en ELECTRA III (interpolación lineal):

$$\begin{aligned} c_j(a_i, a_k) = 0 &\Leftrightarrow p_j < g_j(a_k) - g_j(a_i) \\ 0 < c_j(a_i, a_k) < 1 &\Leftrightarrow q_j < g_j(a_k) - g_j(a_i) \leq p_j \\ c_j(a_i, a_k) = 1 &\Leftrightarrow g_j(a_k) - g_j(a_i) \leq q_j \end{aligned}$$

Índice de concordancia global

Los índices de concordancia global están definidos como en ELECTRA III:

$$C_{ik} = \frac{\sum_{j=1}^m k_j \cdot c_j(a_i, a_k)}{\sum_{j=1}^m k_j}$$

Índices de discordancia.

Índices de discordancia por criterio.

Los índices de discordancia por criterio son de tipo binario (0,1), a diferencia de ELECTRA III en donde toman valores comprendidos en el intervalo [0,1]:

$$d_j(a_i, a_k) = \begin{cases} 0 & \text{si } g_j(a_k) - g_j(a_i) < v_j(a_i, a_k) - q_j(a_i, a_k) \frac{1 - C(a_i, a_k)}{1 - c} \\ 1 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

donde c es el umbral de concordancia global.

Índices de discordancia global

Los índices de discordancia global, que no existen en ningún otro método ELECTRA, son de tipo binario (0,1):

$$D(a_i, a_k) = \begin{cases} 0 & \text{si } d_j(a_i, a_k) = 0 \quad \forall j = 1, \dots, n \\ 1 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Establecimiento de la relación de sobreclasificación.

La relación de sobreclasificación es binaria (0,1) y se establece como sigue:

$$S(a_i, a_k) = \begin{cases} 1 & \text{si } C(a_i, a_k) \geq c \text{ y } D(a_i, a_k) = 0 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Esta relación de sobreclasificación, conservando dos índices globales de concordancia y de discordancia, se acerca a la de ELECTRA I. No hace referencia a un índice de credibilidad de la sobreclasificación, que combine esos dos tipos de índices en un sólo valor, como en ELECTRA III.

Búsqueda del núcleo.

La construcción del núcleo responde a dos propiedades:

- toda acción que no pertenece al núcleo está sobreclasificada por al menos una acción del núcleo (estabilidad externa);

- ninguna acción del núcleo está sobreclasificada por otra acción cualquiera del núcleo (estabilidad interna).

Si el grafo de sobreclasificación no posee circuitos, la solución es simple: no existe más que un núcleo. Sin embargo, si existen uno o más circuitos, independientes o encajados, es necesario proceder a su identificación y a su "encogimiento".

Identificación y encogimiento de los eventuales circuitos.

La identificación de los circuitos permite separar el o los circuitos maximales. Un **circuito maximal** es un circuito que no está comprendido en ningún otro circuito. Una vez detectado dicho circuito, es reemplazado por una acción ficticia, que reagrupa todas las acciones que lo componen : a esta operación se le denomina "encogimiento". Si hay varios circuitos maximales independientes, esta operación se lleva a cabo para cada uno de ellos.

Identificación del núcleo.

Una vez que los circuitos han sido detectados y reducidos, no queda más que un sólo núcleo, que es fácil de identificar.

Cálculo de los identificadores de análisis de los resultados.

Para mejor analizar los resultados obtenidos, principalmente en cuanto a las características de los circuitos, se definen dos indicadores.

La **tasa de cohesión** (interna) de un circuito se define como la relación entre el número U de arcos que existen entre las acciones de un circuito y el número potencial V

de arcos entre esas mismas acciones. Básicamente esto permite diferenciar entre la indiferencia y la incomparabilidad:

- si esta tasa tiende a 0, significa que hay pocos arcos en el interior del circuito; está por tanto compuesto de acciones poco comparables entre ellas, el caso límite es un anillo en el cual cada acción no sobreclasifica más que a otra acción;

- si la tasa tiende a 1, significa que hay muchos arcos en el interior de dicho circuito; está por tanto compuesto de acciones a menudo indiferentes entre ellas, el caso límite es un clique en el cual cada acción sobreclasifica y es sobreclasificada por todas las otras acciones.

La **tasa de relación** (externa) de un circuito del grafo de sobreclasificación reducido se define como la relación entre, de una parte, el número U de arcos que existen entre los vértices de ese circuito y los otros elementos (vértices, circuitos) del grafo y, de otra parte, el número potencial V de arcos entre este elemento y los otros. Genera igualmente una indicación de la indiferencia y la incomparabilidad.

Estas tasas dan una información sobre la robustez del resultado. Cuanto más elevadas son las tasas (cuanto más se tiende a la indiferencia) más estable es el resultado. En efecto, supongamos que nos encontramos en el caso extremo del anillo y que, por la variación del umbral, un arco desaparece: el circuito desaparece y las acciones perfectamente comparables, forman un orden.

Análisis de robustez.

El análisis de robustez se lleva a cabo sobre tres elementos:

- el umbral de concordancia c ,
- el umbral de preferencia p ,
- el umbral de veto v .

No se consideran las valoraciones de las acciones.

3.6.- ELECTRA TRI

El método ELECTRA TRI (Roy, Bouyssou, Yu, 1991) trata la problemática β (procedimiento de asignación): el problema se plantea en términos de atribución de cada acción a una categoría predefinida.

Se usan acciones de referencia para segmentar el espacio de los criterios en categorías: cada **categoría** está acotada inferior y superiormente por dos acciones de referencia y cada acción de referencia sirve por tanto de cota para las dos categorías, una superior y la otra inferior.

Este método presenta tres puntos de interés pues permite:

- juzgar una acción potencial por ella misma, independientemente de las otras acciones potenciales; en ese sentido, este método juzga cada acción potencial por su valor absoluto (aunque en relación a las acciones de referencia predefinidas);
- fijar uno o varios valores de referencia, por ejemplo normas legales o resultados mínimos para la aceptación de candidatos;
- considerar un número de acciones potenciales más importante que los otros métodos ELECTRA.

Esta última ventaja se explica simplemente por el número de pares de acciones a comparar: si hay $N = 100$ acciones potenciales y $M = 5$ acciones de referencia, el número de pares será $N \times M = 500$ para ELECTRA TRI y de $N \times (N - 1) = 9900$ para otro cualquiera de los métodos, es decir alrededor de veinte veces más.

Este método sigue el procedimiento de ELECTRA III hasta los grados de credibilidad; la asignación de las acciones a una categoría es, por supuesto, específica. Para poder de manifiesto la incomparabilidad, son necesarios dos procedimientos distintos, denominados optimista y pesimista: consisten en comparar cada acción

potencial con las acciones de referencia comenzando por la más impositiva y la menos impositiva respectivamente. Si los dos procedimientos asignan la acción a la misma categoría, ésta es entonces perfectamente comparable con las acciones de referencia; en otro caso, en función de la diferencia entre las dos categorías a las que es atribuida, será más o menos incomparable.

Hay dos maneras de definir el conjunto de acciones de referencia:

- la primera consiste en escoger las acciones de referencia perfectamente comparables entre ellas: cada una sobreclasifica o es sobreclasificada por todas las otras, se habla entonces de *segmentación multicriterio simple*;

- la segunda consiste en admitir "perfiles" diferenciados, parcial o completamente incomparables entre ellos; se habla entonces de *segmentación multicriterio generalizada*.

Sólo trataremos aquí la primera, la segunda necesita aún de mejoras para hacerla operativa.

Desarrollo del método.

Definición de las acciones de referencia.

Se pueden considerar dos maneras de definir las acciones:

- La primera consiste en definir las al margen de toda consideración sobre las acciones potenciales.

- La segunda consiste en tratar de ordenar las acciones potenciales no unas en relación a las otras, sino en grupos.

Índices de concordancia

Índices de concordancia por criterio

Los índices de concordancia por criterio se definen como en ELECTRA III (interpolación lineal):

$$\begin{aligned} c_j(a_i, b^k) = 0 &\Leftrightarrow p_j < g_j(b^k) - g_j(a_i) \\ 0 < c_j(a_i, b^k) < 1 &\Leftrightarrow q_j < g_j(b^k) - g_j(a_i) \leq p_j \\ c_j(a_i, b^k) = 1 &\Leftrightarrow \underline{\quad} \quad g_j(b^k) - g_j(a_i) \leq q_j \end{aligned}$$

donde las b^k son las acciones de referencia.

Índices de concordancia global

Los índices de concordancia global se definen como en ELECTRA III:

$$C_{ik} = \frac{\sum_{j=1}^m k_j \cdot c_j(a_i, b^k)}{\sum_{j=1}^m k_j}$$

Índices de discordancia por criterio

Los índices de discordancia por criterio se definen como en ELECTRA III (interpolación lineal):

$$\begin{aligned} d_j(a_i, b^k) = 1 &\Leftrightarrow v_j < g_j(b^k) - g_j(a_i) \\ 0 < d_j(a_i, b^k) < 1 &\Leftrightarrow p_j < g_j(b^k) - g_j(a_i) \leq v_j \\ d_j(a_i, b^k) = 0 &\Leftrightarrow \quad \quad g_j(b^k) - g_j(a_i) \leq p_j \end{aligned}$$

Grados de credibilidad

Los grados de credibilidad son asignados como en ELECTRA III:

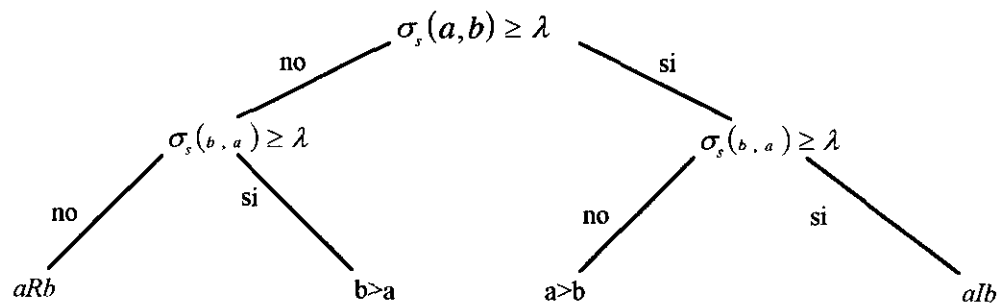
$$\sigma_s(a_i, b^k) = C(a_i, b^k) \prod_{j \in \bar{F}} \frac{1 - d_j(a_i, b^k)}{1 - C(a_i, b^k)}$$

donde $C(a_i, b^k)$ es el índice de concordancia global y \bar{F} el subconjunto de la familia F que tiene como elementos los criterios para los cuales el índice de discordancia es superior al índice de concordancia global:

$$\bar{F} = \{j / j \in F, d_j(a_i, b^k) > C(a_i, b^k)\} \text{ y } F \supset \bar{F}$$

Establecimiento de la relación de sobreclasificación

La relación de sobreclasificación entre una acción potencial a y una acción de referencia b se establece a partir de los grados de credibilidad y de un umbral de corte λ constante:



Procedimiento de asignación

Antes de abordar los procedimientos de asignación optimista y pesimista, deben ser respetadas siete exigencias:

- Ninguna acción potencial puede ser indiferente a más de una acción de referencia.

- Toda acción potencial debe ser atribuida a una y sólo una categoría (unicidad).
- La asignación de una acción potencial no depende de la asignación de las otras acciones (independencia).
- La asignación de las acciones potenciales a las categorías debe ser conforme a la concepción de las acciones de referencia (conformidad).
- Cuando dos acciones se comparan de manera idéntica con las acciones de referencia, deben ser asignadas a la misma categoría (homogeneidad).
- Si a' domina a (es decir que $\forall j, g_j(a') \geq g_j(a)$), entonces a' deber ser asignada a una categoría superior o igual a la de a (monotonicidad).
- El reagrupamiento de dos categorías vecinas no debe modificar la asignación de las acciones no afectadas (estabilidad).

El siguiente cuadro recoge las características de los dos procedimientos de asignación:

Procedimiento de asignación	Pesimista	Optimista
Objetivo	Situar las acciones en las categorías más bajas posible.	Situar las acciones en las categorías más altas posible.
Procedimiento	Asignar la acción a una categoría de forma tal que esta acción sobreclasifique la acción de referencia más baja de esa categoría: $aSb^h \rightarrow a \in C^{h+1}$	Asignar la acción a una categoría de forma tal que esta acción sobreclasifique la acción de referencia más alta de esa categoría sea preferida a la acción: $b^h > a \rightarrow a \in C^h$
Sentido	de arriba a abajo	de abajo a arriba

Observación: ELECTRA TRI optimista clasifica las acciones en las categorías iguales o superiores a aquellas en las que las clasifica ELECTRA TRI pesimista.

Análisis de robustez

En ELECTRA TRI, el análisis de robustez comprende, en relación a los otros métodos, un elemento suplementario a examinar: las acciones de referencia. En efecto, estas acciones están definidas de manera subjetiva por el hombre de estudio: su evaluación debe ser por tanto examinada, al menos para los criterios sobre los cuales haya duda.

CAPÍTULO 4: IMPORTANCIA RELATIVA DE LOS CRITERIOS:

ENFOQUES Y PROCEDIMIENTOS DE OBTENCIÓN.

**4.1.- LA INFORMACIÓN INTRA-CRITERIO Y LA INFORMACIÓN
INTER-CRITERIO.**

**4.2.- EL ENFOQUE CONSTRUCTIVO Y EL ENFOQUE
DESCRIPTIVO.**

**4.3.- FUNDAMENTOS TEÓRICOS QUE DETERMINAN LA
IMPORTANCIA RELATIVA DE LOS CRITERIOS.**

**4.4- CONSTRUCCIÓN DE UN MÉTODO PARA LA EVALUACIÓN
DE LOS PARÁMETROS DE LA IRC EN LOS MÉTODOS ELECTRA:**

4.4.1.- LA COMPONENTE INTRÍNSECA: EL MÉTODO

ASCENDENTE Y EL MÉTODO DESCENDENTE.

4.4.2.- EL PODER DE INFLUENCIA DE LOS CRITERIOS.

4.4.3.- ANÁLISIS DE ROBUSTEZ.

CAPÍTULO 4: IMPORTANCIA RELATIVA DE LOS CRITERIOS: ENFOQUES Y PROCEDIMIENTOS DE OBTENCIÓN.

4.1.- LA INFORMACIÓN INTRA-CRITERIO Y LA INFORMACIÓN INTER-CRITERIO.

4.2.- EL ENFOQUE CONSTRUCTIVO Y EL ENFOQUE DESCRIPTIVO.

4.3.- FUNDAMENTOS TEÓRICOS QUE DETERMINAN LA IMPORTANCIA RELATIVA DE LOS CRITERIOS.

4.4- CONSTRUCCIÓN DE UN MÉTODO PARA LA EVALUACIÓN DE LOS PARÁMETROS DE LA IRC EN LOS MÉTODOS ELECTRA:

4.4.1.- LA COMPONENTE INTRÍNSECA: EL MÉTODO ASCENDENTE Y EL MÉTODO DESCENDENTE.

4.4.2.- EL PODER DE INFLUENCIA DE LOS CRITERIOS.

4.4.3.- ANÁLISIS DE ROBUSTEZ.

4.1.- La información inter-criterio y la información intra-criterio.

Cuando uno se enfrenta ante un problema de decisión con criterios múltiples resulta difícil discriminar entre las diferentes alternativas debido a que, en general, las valoraciones de dichas alternativas bajo los distintos criterios se encuentran en conflicto. Es por ello que el analista requiere del decisor algunas informaciones relativas a las preferencias para ser capaz de discriminar entre las diferentes alternativas pareto-óptimas. Este tipo de información requerida al decisor es lo que suele denominarse globalmente como información preferencial y que, en el caso de los métodos ELECTRA, comprende tanto los coeficientes de importancia relativa de los criterios como los umbrales de discriminación y veto.

De forma más precisa podríamos decir que la información preferencial se divide en información intra-criterio e información inter-criterio. La información intra-criterio está constituida por las holguras de preferencia e indiferencia. La información inter-criterio la proporcionan los parámetros de importancia relativa de los criterios (IRC) y las holguras de veto, $v_j(g_j)$ (recordar que las holguras de veto se usan en el concepto de discordancia y representan la mayor diferencia en la evaluación $g_j(b) - g_j(a)$ compatible con la afirmación aSb).

Es importante resaltar que los valores asignados a los parámetros preferenciales carecen de valor en tanto no se especifique el procedimiento de agregación que va a ser usado. Usar los mismos datos en distintos procedimientos de agregación puede llevar a resultados engañosos. En algunos métodos (tales como la suma ponderada, la agregación a través de funciones de utilidad parcial o ELECTRA I) los parámetros de la IRC dependen de la escala usada en cada criterio, mientras que en otros (el resto de los ELECTRA, PROMETEO) dichos parámetros son independientes de las escalas.

En esta tesis se estudiará el problema de la importancia relativa de los criterios (IRC) en aquellos métodos que trabajan con relaciones de sobreclasificación construidas en base a un principio de concordancia (como es el caso de los métodos ELECTRA y PROMETEO).

4.2.- El enfoque constructivo y el enfoque descriptivo.

La forma de dar significado al concepto de importancia relativa de los criterios difiere dependiendo de si se escoge un enfoque constructivo o un enfoque descriptivo del problema de decisión. Ambos enfoques discrepan en cuanto a la existencia de verdaderos pesos (estamos en el fondo discutiendo la existencia de una realidad objetiva).

El enfoque descriptivo hace referencia a una información estable acerca de la importancia relativa de los criterios, esta información es preexistente al proceso de modelización. Es decir, supone que la forma en que dos alternativas son comparadas al nivel de las preferencias globales está bien definida en la mente del decisor antes de que comience el proceso de modelización. Existe por tanto una realidad objetiva modelizable independientemente del proceso concreto de decisión. Así, el estudio de la importancia relativa de los criterios se convertirá en un intento de ajustar el modelo a una situación real y bien definida y la noción de importancia relativa se traducirá en la asignación de valores numéricos a los parámetros de importancia. En este contexto se podría hablar de un proceso de “estimación de los pesos de los criterios”, haciendo una equivalencia entre pesos y parámetros de IRC. Es obvio que tal terminología carece de sentido a menos que existan “verdaderos” valores numéricos para esos pesos, en cuyo caso el objetivo sería tratar de estimarlos de la forma más precisa posible.

El enfoque constructivo rechaza la existencia de verdaderos pesos que representen una realidad objetiva. *No existe una realidad objetiva modelizable independientemente del proceso de decisión en estudio.* Supone que las preferencias no están totalmente predefinidas en la mente del decisor y que por tanto lo que debe hacer el proceso de modelización es esclarecer, e incluso llegado el caso modificar, esos elementos existentes. No tienen porqué existir “verdaderos valores numéricos” que representen la IRC y por tanto el término “peso” carece de sentido. Es más correcto hablar de “importancia relativa de un criterio” y sería más adecuado concebir esta importancia como una función y no como un número. En consecuencia, y bajo estas condiciones, cuando se asignen valores numéricos a los parámetros de importancia, estos no reflejarán más que una hipótesis de trabajo aceptada dentro del proceso de ayuda a la decisión, una herramienta de razonamiento, investigación y comunicación para los intervinientes en el proceso.

Como ya se dijo en el capítulo 1, los trabajos de esta tesis están concebidos dentro de un enfoque constructivo. Los motivos por los que ha sido escogido el enfoque constructivo y no el descriptivo pueden resumirse en los siguientes puntos:

- El convencimiento de que la realidad no se puede modelizar de forma objetiva e independiente del proceso de ayuda a la decisión.

- El hecho de que los valores asignados a los parámetros de importancia carecen de sentido en tanto no se haya especificado el procedimiento de agregación en el que van a ser usados: los mismos valores para los pesos inducen diferentes estructuras de preferencia según sea la regla de agregación que se usa.

- En algunos procedimientos de agregación (métodos de utilidad multiatributo), una modificación de la escala de los criterios implica una modificación de los pesos para mantener la estructura de preferencia invariable.

4.3.- Fundamentos teóricos que definen la importancia relativa de los criterios.

Cuando hablamos de la importancia relativa de los criterios (IRC) estamos, como ya hemos señalado, haciendo referencia a un concepto mucho más amplio que un conjunto de números. Todavía más. Todo estudio cuantitativo de los parámetros de importancia de los criterios ha de tener en cuenta la doble naturaleza de dichos parámetros. Por un lado los parámetros de IRC tienen una componente intrínseca, que denominaremos “importancia relativa de los criterios intrínseca (IRCI)”. Por otro lado existe una importancia extrínseca derivada del hecho de considerar un problema concreto con unas alternativas dadas, hablaremos en este caso del “poder de influencia de los criterios (PIC)”. Es decir, mientras que la IRCI debe estudiarse al margen del problema concreto con el que se esté trabajando, el PIC es precisamente consecuencia de llevar a cabo el proceso de decisión sobre ese problema y no sobre otro. Son ambas componentes, la intrínseca y la extrínseca o de influencia, las que configuran lo que finalmente entendemos por importancia relativa de los criterios. No sería lógico pensar

que un criterio juega siempre el mismo papel, tiene igual importancia, independientemente de las alternativas concretas para las cuales tenemos que elaborar una decisión.

El estudio de la IRCI y del PIC no es simultáneo sino consecutivo en el tiempo. En un primer momento se acomete el estudio de los parámetros de la IRCI, hecho esto, y sobre la base de una familia de posibles valores para estos parámetros, se pasa a estudiar el PIC. La incorporación de este poder de influencia de los criterios se traducirá en una mayor precisión en la función o en el intervalo de variación para los parámetros de IRC.

Para delimitar de manera exhaustiva la importancia de un criterio, deberíamos analizar la contribución de cualquier preferencia en el nivel restringido del criterio a las preferencias globales (para cada par de alternativas). Sin embargo, cuando dos alternativas son indiferentes sobre un criterio g_j , la situación de preferencia global no dará en general información significativa sobre la importancia de ese criterio.

Cuando el modelo de preferencia es del tipo (I,P,R) , no es restrictivo delimitar la información relativa a la importancia concerniente a la importancia relativa de los criterios usando solamente relaciones de preferencia y sobreclasificación. Sobre una base tal *asumiremos que el contenido empírico de la noción de IRC hace referencia a la naturaleza y variedad de casos en los cuales una preferencia restringida a un criterio g_j nos conduce a aceptar la misma preferencia al nivel global, o solamente una sobreclasificación en la misma dirección, a rehusar la preferencia en sentido inverso, o bien a tener que aceptar la preferencia en sentido inverso.* Esto puede sintetizarse de la siguiente forma:

Definición 1: La importancia relativa del criterio g_j está caracterizada por:

(1) el conjunto de "situaciones" en las que $aP_j b$ y aPb se dan simultáneamente,

- (2) el conjunto de "situaciones" en las que $aP_j b$ y aSb se dan simultaneamente,
- (3) el conjunto de "situaciones" en las que $aP_j b$ y $No[bPa]$ se dan simultaneamente,
- (4) el conjunto de "situaciones" en las que $aP_j b$ y bPa se dan simultaneamente.

Nota: en esta caracterización el poder discriminante del criterio g_j se considera solo a través de las situaciones de preferencia estricta en el nivel restringido del criterio g_j .

Esto puede parecer no restrictivo cuando todos los criterios son semi-criterios, pero si cuando la familia de criterios contiene pseudo-criterios. Recordar que para un semi-criterio se tiene:

$$\begin{cases} aP_j b & \Leftrightarrow & g_j(a) > g_j(b) + q_j \\ aI_j b & \Leftrightarrow & |g_j(a) - g_j(b)| \leq q_j \end{cases}$$

Notación:

Denotemos por:

- (1) X_j el conjunto ordenado de posibles valoraciones sobre el criterio g_j ($X_j \subset \mathbf{R}$),
- (2) $X = \prod_{i=1}^n X_i$ el conjunto de vectores de las valoraciones,
- (3) $\underline{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in X$ un vector de valoraciones correspondiente a una alternativa a tal que $g_i(a) = x_i, \forall i \in F$,
- (4) $X_{-j} = \prod_{i \neq j} X_i$ el conjunto de vectores de valoraciones en los cuales se ha eliminado la componente j -ésima.
- (5) $\underline{x}_{-j} = (x_1, x_2, \dots, x_{j-1}, x_{j+1}, \dots, x_n) \in X_{-j}$.

Para simplificar la notación denotaremos por $\underline{x} = (\underline{x}_{-j}, x_j)$

$$(\underline{x}_{-j}, x_j)P(\underline{y}_{-j}, y_j) \Leftrightarrow \underline{x}Py$$

La relación de dominancia Δ relativa a F se define por:

$$\forall \underline{x}, \underline{y} \in X^2, \underline{x}\Delta\underline{y} \Leftrightarrow x_i \geq y_i, \forall i \in F$$

Los datos de las preferencias (I_j, P_j) restringidas a los n puntos de vista, junto con el sistema de preferencias globales (I, P, R) , define lo que llamaremos una estructura de preferencia Ψ sobre X .

Considerando una estructura de preferencia Ψ sobre X , se definen los siguientes conjuntos para todo $x_j, y_j \in X_j^2$ tales que $x_j P_j y_j$.

$$\Delta_j^p(x_j, y_j) = \{(\underline{x}_{-j}, \underline{y}_{-j}) \in X_{-j}^2 \text{ tales que } (\underline{x}_{-j}, x_j)P(\underline{y}_{-j}, y_j)\}$$

$$\Delta_j^s(x_j, y_j) = \{(\underline{x}_{-j}, \underline{y}_{-j}) \in X_{-j}^2 \text{ tales que } (\underline{x}_{-j}, x_j)S(\underline{y}_{-j}, y_j)\}$$

$$\Delta_j^v(x_j, y_j) = \{(\underline{x}_{-j}, \underline{y}_{-j}) \in X_{-j}^2 \text{ tales que } \text{No}[(\underline{y}_{-j}, y_j)P(\underline{x}_{-j}, x_j)]\}$$

$$\Delta_j^r(x_j, y_j) = \{(\underline{x}_{-j}, \underline{y}_{-j}) \in X_{-j}^2 \text{ tales que } (\underline{y}_{-j}, y_j)P(\underline{x}_{-j}, x_j)\}$$

Los conjuntos $\Delta_j^p(x_j, y_j)$ (respectivamente $\Delta_j^s(x_j, y_j)$, $\Delta_j^v(x_j, y_j)$ y $\Delta_j^r(x_j, y_j)$) contienen todas las combinaciones de valoraciones (\underline{x}_j e \underline{y}_j) que es posible combinar con x_j e y_j cuando $x_j P_j y_j$ para obtener xPy (respectivamente xSy , $No[yPx]$ y yPx) en el nivel de preferencias globales.

Definición 2: La importancia relativa de un criterio g_j está caracterizada por los conjuntos $\Delta_j^p(x_j, y_j)$, $\Delta_j^s(x_j, y_j)$, $\Delta_j^v(x_j, y_j)$ y $\Delta_j^r(x_j, y_j)$ (definidos $\forall x_j, y_j \in X_j^2$ tal que $x_j P_j y_j$). Los valores atribuidos a los parámetros de importancia deben ser contruidos sobre el rango y la forma de los conjuntos precedentes.

Habremos de ver como se estudia sobre esos conjuntos la importancia intrínseca de los criterios por un lado y la capacidad de influencia de los criterios por otra. En el caso de la IRCI se estudiará la forma de los conjuntos sobre un espacio alternativas ficticias. Posteriormente, y considerando una familia de valores para los parámetros de importancia de los criterios (podría esta familia ser considerada en cierto modo como una solución inicial), se estudiará el poder de influencia de los criterios considerando las alternativas propuestas por el problema.

Cuando nos enfrentamos con la importancia relativa intrínseca de los criterios debemos desligarnos de las alternativas particulares de cada problema. Es por ello que trabajaremos con alternativas ficticias aunque realistas, es decir, que deberían poder corresponder a alternativas reales. En el caso de los métodos ELECTRA las alternativas ficticias podrían ser definidas del siguiente modo:

b_0 : Una alternativa de referencia cuyas evaluaciones sobre cada criterio son “medias”.

b_i : Alternativas cuyas evaluaciones son idénticas a b_0 sobre todos los criterios excepto sobre el criterio g_i sobre el cual su evaluación se ha incrementado una cantidad significativa (pero sin que exceda la holgura de veto) relativa a la escala de g_i , $(b_i P_i b_0)$.

b_{ij} : Alternativas idénticas a b_0 sobre todos los criterios excepto g_i y g_j sobre los cuales sus evaluaciones se han incrementado en una cantidad significativa (pero sin exceder la holgura de veto) relativa a las escalas de g_i y g_j $(b_{ij} P_i b_0$ y $b_{ij} P_j b_0)$.

b_J : Alternativas idénticas a b_0 sobre todos los criterios excepto sobre aquellos contenidos en la coalición J ($J \subseteq F$) sobre los cuales sus evaluaciones están incrementadas en una cantidad significativa (pero sin exceder la holgura de veto) relativa a las escalas del criterio considerado $(b_J P_i b_0, \forall i \in J)$.

Definición 3: Cuando en el conjunto $X = \prod_{i=1}^n X_i$, de vectores de las valoraciones, los X_i son valoraciones de acciones ficticias, entonces los conjuntos $\Delta_j^p(x_j, y_j)$, $\Delta_j^s(x_j, y_j)$, $\Delta_j^v(x_j, y_j)$ y $\Delta_j^r(x_j, y_j)$ caracterizan la importancia relativa intrínseca de los criterios (IRCI).

Definición 4: Partiendo de una familia de parámetros de la IRC que consideran la importancia intrínseca de los criterios y tomando como conjunto $X = \prod_{i=1}^n X_i$ el de las valoraciones de las alternativas reales, los conjuntos $\Delta_j^p(x_j, y_j)$, $\Delta_j^s(x_j, y_j)$, $\Delta_j^v(x_j, y_j)$ y $\Delta_j^r(x_j, y_j)$ incorporan la capacidad de influencia de los criterios. Como resultado de ello

se obtiene la caracterización de la importancia relativa de los criterios en el problema concreto que se somete al proceso de ayuda a la decisión.

4.4.- Construcción de un método para evaluar los parámetros de la IRC de los métodos ELECTRA.

4.4.1.- La componente intrínseca: el método ascendente y el método descendente.

Se propone un método para cuantificar los parámetros de la IRC en los métodos ELECTRA. En concreto lo que vamos a ver es una modificación del algoritmo que V. Mousseau propuso en su tesis y que está implementado en el software DIVAPIME (Détermination d'Intervalles de VARIation pour les Paramètres d'Importance des Méthodes Electre).

El algoritmo propuesto por V. Mousseau se basa en la determinación de un poliedro no vacío de valores admisibles para el vector $K = (k_1, \dots, k_n)$ donde K es el vector de los parámetros de importancia de los criterios de la familia $F = (g_1, \dots, g_n)$. Los intervalos de variación se establecen en forma de desigualdades lineales sobre esos coeficientes, desigualdades obtenidas de las respuestas del decisor a las comparaciones binarias de alternativas ficticias. El algoritmo no pretende dar un único vector de valores K , sino un conjunto de vectores consistentes con las afirmaciones expresadas por el decisor.

Veamos por tanto en primer lugar el algoritmo dado por Mousseau para pasar después a señalar los problemas que plantea así como las soluciones a los mismos.

Lo primero que propone Mousseau es un procedimiento para realizar las preguntas al decisor. El procedimiento consiste en realizar comparaciones por pares de alternativas ficticias. Se escogen alternativas ficticias porque se considera que la IRC es en su totalidad de naturaleza intrínseca. Desde ese punto de vista las acciones reales pueden influir en la valoración de la importancia relativa de los criterios por parte del decisor. De hecho hay estudios empíricos que así lo demuestran (ver “Are judgments about relative importance of criteria dependent or independent of the set of alternatives? An experimental approach.” *Cahier du LAMSADE n° 111, may 1992, V. Mousseau*).

Algoritmo para la evaluación de los parámetros de la IRC propuesto por V.

Mousseau:

PASO 0: Modo de realización de las preguntas: comparaciones por pares de las alternativas ficticias.

Se elige como modo de realización de las preguntas la comparación por pares de alternativas ficticias. Para cada pregunta, el decisor tiene que definir la situación de preferencia global entre dos vectores de evaluaciones.

Las alternativas ficticias deberían poder corresponder a alternativas reales (sus evaluaciones deberían ser plausibles y respetar las posibles relaciones estadísticas entre

criterios). El procedimiento para llevar a cabo las preguntas está basado en la siguiente definición de alternativas ficticias:

b_0 : Una alternativa de referencia cuyas evaluaciones sobre cada criterio son “medias”.

b_i : Alternativas cuyas evaluaciones son idénticas a b_0 sobre todos los criterios excepto sobre el criterio g_i sobre el cual su evaluación se ha incrementado una cantidad significativa (pero sin que exceda la holgura de veto) relativa a la escala de g_i , $(b_i P_i b_0)$.

b_{ij} : Alternativas idénticas a b_0 sobre todos los criterios excepto g_i y g_j sobre los cuales sus evaluaciones se han incrementado en una cantidad significativa (pero sin exceder la holgura de veto) relativa a las escalas de g_i y g_j $(b_{ij} P_i b_0$ y $b_{ij} P_j b_0)$.

b_J : Alternativas idénticas a b_0 sobre todos los criterios excepto sobre aquellos contenidos en la coalición J ($J \subseteq F$) sobre los cuales sus evaluaciones están incrementadas en una cantidad significativa (pero sin exceder la holgura de veto) relativa a las escalas del criterio considerado $(b_J P_i b_0, \forall i \in J)$.

Formalizando las afirmaciones de la relación \succ (más importante que entre coaliciones disjuntas de criterios) por $\forall J_1, J_2 \subseteq F \quad J_1 \succ J_2 \Leftrightarrow \sum_{i \in J_1} k_i > \sum_{i \in J_2} k_i$, se

obtiene de cada relación de preferencia entre b_{J_1} y b_{J_2} una desigualdad sobre los k_j .

Análogamente, una indiferencia entre b_{J_1} y b_{J_2} conduce a establecer una igualdad sobre

los k_j : $\sum_{i \in J_1} k_i = \sum_{i \in J_2} k_i$. Para suavizar el efecto de tal igualdad sobre el conjunto de

valores admisibles para los k_j , se propone tratar las indiferencias de la siguiente forma:

$$b_{j_1} I b_{j_2} \Leftrightarrow \left| \sum_{j \in J_1} k_j - \sum_{j \in J_2} k_j \right| < k_{\min} \quad \text{con} \quad k_{\min} = \text{Min}_{j \in F} \{k_j\}$$

Es importante señalar que cuando el poliedro de valores admisibles para los k_j es vacío, esto significa que no es posible encontrar valores de k_j compatibles, en el modelo de agregación considerado, con las afirmaciones expresadas por el decisor.

PASO 1: Ordenar los criterios por orden de importancia.

Se trata de buscar un preorden sobre los k_j . Para hacerlo, se presentan al decisor las alternativas b_1, \dots, b_n ; él debería entonces determinar la alternativa b_h que considera la mejor. Entonces, se tiene que $b_h P b_i \quad \forall i \neq h$; por tanto $k_h > k_i \quad \forall i \neq h$. Cuando se tenga $\forall h \in H, \forall h' \in F \setminus H \quad b_h P b_{h'}$ y $\forall h, h' \in H \quad b_h I b_{h'}$ con $H = \{h_1, \dots, h_p\}$, entonces $k_{h_1} = k_{h_2} = \dots = k_{h_p} > k_{h'} \quad \forall h' \in F \setminus H$

La mejor o mejores alternativas son entonces eliminadas de la lista inicial y entonces el decisor debe repetir el proceso con las alternativas restantes. Se obtiene un preorden sobre los k_j y se pueden renombrar de forma que:

$$g_1 \prec g_2 \prec \dots \prec g_n \Leftrightarrow k_1 \leq k_2 \leq \dots \leq k_n$$

Cuando varios criterios tienen igual importancia, se mantiene sólo un representante de la clase de equivalencia, durante el resto del proceso, de manera que se obtiene una segunda enumeración: $k_1 \leq k_2 \leq \dots \leq k_n$.

Los pasos 2 y 3 del algoritmo constituyen lo que nosotros vamos a denominar el

PROCEDIMIENTO ASCENDENTE:

PASO 2: Determinar grupos de criterios próximos en importancia.

Se pretende particionar el conjunto de criterios, previamente ordenados según su importancia, en conjuntos de criterios de parecida importancia. Cada grupo de criterios G_i se define por el índice $h(i)$ del criterio menos importante del grupo. Los p grupos son tales que:

$$\begin{aligned} G_1 &= \{g_1, g_2, \dots, g_{h(2)-1}\} \\ G_2 &= \{g_{h(2)}, g_{h(2)+1}, \dots, g_{h(3)-1}\} \\ &\dots\dots\dots \\ G_p &= \{g_{h(p)}, g_{h(p)+1}, \dots, g_n\} \end{aligned}$$

El $h(i)$ está definido por: $h(i+1) = \min_{j \in F} \{j / g_j \succ \{g_{h(i)}, g_{h(i)+1}\}\}$ con $h(1) = 1$. Los grupos deben ser interpretados como: $g_{h(i+1)}$ es el criterio menos importante que sigue siendo más importante que la coalición $\{g_{h(i)}, g_{h(i)+1}\}$. La información necesaria para determinar la partición es la siguiente:

$$\begin{aligned} g_{h(i+1)} &\succ \{g_{h(i)}, g_{h(i)+1}\} \\ &\forall i = 1, 2, \dots, p \\ \text{no} &[g_{h(i+1)-1} \succ \{g_{h(i)}, g_{h(i)+1}\}] \end{aligned}$$

PASO 3: Evaluar la distancia entre grupos de criterios.

Una vez que se han conseguido grupos de criterios próximos en importancia, se calcula la distancia entre dichos grupos. Para ello se busca, en cada grupo, la coalición compuesta de los dos criterios menos importantes que son más importantes que el criterio menos importante del grupo que está justo encima de él. Es decir, para cada grupo G_i buscamos $m_1(i)$ y $m_2(i)$ tales que:

$$\begin{aligned} & \{g_{m_1(i)}, g_{m_2(i)}\} \succ g_{h(i+1)} \\ & \forall a, b \in F \quad a \leq m_1(i) \text{ y } b \leq m_2(i) \Rightarrow g_{h(i+1)} \succ \{g_a, g_b\} \\ & \text{(al menos una desigualdad estricta)} \end{aligned}$$

Hasta aquí nos aseguramos la existencia de cotas inferiores s para los k_i en función de los parámetros de importancia de los criterios menos importantes que g_i (trivialmente: $g_j < g_i \Rightarrow k_j < k_i$). Sin embargo la existencia de cotas superiores no está asegurada (siempre en función de criterios menos importantes). El algoritmo presenta dos problemas:

I.- No siempre es posible encontrar cotas superiores para k_i en función de criterios g_j tales que $g_j < g_i$. El caso más grave es aquel en el que no existen cotas superiores para k_n , en ese caso el algoritmo no conduce a ningún resultado. Dividamos pues, por conveniencia, este problema en dos:

Ia.- k_n no esté acotado superiormente.

Ib.- No pueden calcularse cotas superiores para algunos de los criterios de menor importancia.

Ejemplo 1:
$$\left[\begin{array}{l} G_1 = \{g_1, g_2\} \\ G_2 = \{g_3, \dots, g_n\} \end{array} \right]$$

Ejemplo 2: para los criterios de G_1 porque no se efectúan comparaciones entre ellos. Por tanto solo cabe esperar que estas cotas superiores aparezcan como resultado de otras desigualdades del proceso.

II.- No siempre pueden calcularse las distancias entre grupos de criterios próximos en importancia.

Ejemplo, el antes mencionado como ejemplo 1:
$$\left[\begin{array}{l} G_1 = \{g_1, g_2\} \\ G_2 = \{g_3, \dots, g_n\} \end{array} \right] \Rightarrow \exists \{g_{m_1}, g_{m_2}\} < g_3$$

Para intentar solucionar estos problemas (en realidad Mousseau sólo se plantea la solución del primero de ellos) se añaden otros dos pasos al algoritmo:

Paso 4: Obtención de información de forma que todos los k_i tengan una cota superior.

Sea $I \subseteq F$ el conjunto de criterios g_i para los cuales k_i no tienen cota superior al final del paso 3 y tales que existe un criterio g_j que es menos importante que g_i y que posee una cota superior. Sea $k_r + k_s$ una cota superior de un conjunto inferior al i -ésimo,

$i \in I$, que posee una cota superior. Se trata de ver, para cada $i \in I$, si $k_r + k_s$ puede también ser una cota superior para k_i .

Una ventaja de este nuevo paso es que trata comparaciones con pares de alternativas lo cual es consistente con el resto del procedimiento. Sin embargo, los coeficientes de algunos de los criterios menos importantes pueden seguir estando sin acotar (el poliedro seguiría abierto). Por ejemplo, es difícil encontrar una cota para k_3 cuando $k_3 > k_1 + k_2$.

Paso 5: Añadir desigualdades suplementarias para reducir el poliedro de valores admisibles.

Este paso es útil cuando el poliedro obtenido conduce a considerar un número muy grande de coeficientes de importancia que pueden ser válidos.

Las preguntas se plantean sobre dos alternativas ($b_{i,j}$ y $b_{k,l}$) cuyas evaluaciones varían sobre cuatro criterios. Para obtener información suplementaria, es necesario que $k_i < k_k$ y $k_i < k_j$. La elección de esos cuatro criterios (verificando $k_i < k_k$ y $k_i < k_j$) debe hacerse a la vista del poliedro obtenido.

Este paso tiene la ventaja de detectar posibles inconsistencias en las respuestas del decisor al aumentar la precisión de los valores. Pero tienen la desventaja de que las preguntas planteadas al decisor de una extraordinaria dificultad. No debemos olvidar que para que un procedimiento como el que estamos intentando diseñar sea llevado a cabo

con éxito, no deben plantearse cuestiones muy difíciles al decisor. Se trata de ayudar a decidir sin crear por el camino problemas añadidos que también precisen de ayuda suplementaria.

Situémonos de nuevo al final del paso 3. Recordemos los problemas que en ese punto se mencionaron, a saber:

Ia.- la posibilidad de que no existiera una cota superior para k_n ,

Ib.- que no existieran cotas superiores para los parámetros de IRC de alguno de los criterios menos importantes que g_n .

II. la imposibilidad de calcular la distancia entre dos grupos consecutivos de criterios próximos en importancia.

Pues bien, la solución que nosotros proponemos constituye lo que vamos a denominar PROCEDIMIENTO DESCENDENTE, y que consta de dos pasos más añadidos al algoritmo.

PROCEDIMIENTO DESCENDENTE:

PASO 2 BIS: Obtención de grupos de criterios próximos en importancia.

Empezando con $l(1) = n$ buscamos la coalición $\{g_{j-1}, g_j\}$ de orden más bajo que es más importante que $g_{l(i)}$ y hacemos entonces $l(i+1) = j$. El criterio $g_{l(i)}$ es el más

NOTAS RELATIVAS AL PASO 3 BIS:

1.- Que dicha coalición existe está claro:

$$\{g_{l(i+1)-1}, g_{l(i+1)}\} \succ g_{l(i)} \succ g_{l(i+1)+1}$$

2.- La coalición de orden menor que es más importante que $g_{l(i+1)+1}$, ¿ha de estar en G'_{i+1} o podría estar en otro grupo?

Podría estar en G'_{i+2} siendo a lo sumo $\{g_{l(i+2)-1}, g_{l(i+2)}\}$ ya que:

$$\left\{ \begin{array}{l} \{g_{l(i+2)-1}, g_{l(i+2)}\} \succ g_{l(i+1)} \\ \text{y no} \left[\{g_{l(i+2)-2}, g_{l(i+2)-1}\} \succ g_{l(i+1)} \right] \end{array} \right\} \Rightarrow \text{no} \left[\{g_{l(i+2)-2}, g_{l(i+2)-1}\} \succ g_{l(i+1)+1} \right]$$

En ese caso estaríamos dando simplemente una cota algo grosera: la distancia entre las posiciones marcadas con asteriscos:

$$\begin{array}{c} (\dots \ast)(\dots \ast)(\ast \dots) \\ \leftarrow \text{-----} \rightarrow \end{array}$$

En todo caso se puede tomar: $k_{l(i)+1} < k_{l(i+2)-1} + k_{l(i+2)}$

Las soluciones que proporciona el algoritmo descendente a los problemas Ia, Ib y II, son las siguientes:

Ia-. k_n estará siempre acotado superiormente.

Demostración:

La condición necesaria y suficiente para que k_n esté acotado superiormente es:

$$\exists \alpha \quad / \quad \frac{k_n}{k_1} < \alpha \quad [1]$$

Si $r \geq 2$, donde r es el número de grupos surgidos de aplicar el algoritmo descendente, entonces [1] está garantizado:

$$k_n < k_{l(2)-1} + k_{l(2)} < 2k_{l(2)} < 2(k_{l(3)-1} + k_{l(3)}) < 2^2 k_{l(3)} < \dots < 2^{r-1} k_1$$

luego:

$$\frac{k_n}{k_1} < 2^{r-1}$$

Quedaría considerar el caso extremo en el que $r=1$. Si sólo obtenemos un grupo, entonces estamos admitiendo implícitamente que todos los criterios tienen una importancia intrínseca similar. Se podría entonces otorgar inicialmente un mismo valor a los parámetros de la IRC de todos los criterios. Debemos recordar que por el momento nosotros sólo hemos estudiado la componente intrínseca de la importancia relativa de los criterios y que nos falta por estudiar el poder de influencia de los mismos. Sería lógico pensar que al plantearse el problema concreto de ayuda a la decisión surgieran las

diferencias de importancia entre los distintos criterios, suponiendo que dichas diferencias existan.

Ib.- El problema de las cotas superiores para los criterios de los grupos menos importantes sigue existiendo. Pero de nuevo aquí podemos esperar encontrar estas cotas cuando estudiemos el poder de influencia de los criterios. Recordemos que para Mousseau estudiar la IRC equivale a estudiar la IRCI, mientras que para nosotros la IRC está compuesta por la IRCI y el PIC.

II.- Siempre puede calcularse la distancia entre grupos consecutivos de grupos de criterios próximos en importancia como se ha demostrado en las NOTAS RELATIVAS AL PASO 3 BIS.

OTROS COMENTARIOS:

1.- La colección de grupos resultantes será distinta en el procedimiento ascendente que en el descendente, aunque lógicamente son muy parecidos.

Ejemplo: supongamos $b_{12} P b_n$

Procedimiento ascendente: $G_1 = \{g_1, g_2, \dots, g_n\}$

Procedimiento descendente: $G'_1 = \{g_3, \dots, g_n\}$, con distancia mínima entre ellos.
 $G'_2 = \{g_1, g_2\}$

2.- Recordemos que el objetivo final es el de encontrar intervalos de variación para los parámetros de la IRC, concretamente cotas superiores e inferiores para k_i en función de los k_j tales que $g_j \prec g_i$. Para que este problema esté resuelto falta dar solución a dos cuestiones:

i) Asegurar la existencia de cotas superiores para los criterios menos importantes.

ii) Que el caso $r=1$ (un sólo grupo de criterios resultante) sea un caso particular del algoritmo y no un caso extremo a considerar aisladamente.

Ambas cuestiones estarían solucionadas si se pudiera calcular la “*distancia entre el menos y el más importante criterio de cada grupo de criterios próximos en importancia en función de los criterios de los grupos de criterios menos importantes*”, es decir si:

dado el grupo $G_i^* = \{g_{i1}, \dots, g_{is}\}$ se pudiera calcular la distancia entre g_{i1} y g_{is} en función de los parámetros de importancia de los criterios de los grupos G_j^* menos importantes que G_i^* .

Hasta aquí el estudio de la componente intrínseca de la importancia relativa de los criterios. Es el momento ahora de centrarse en un problema concreto de ayuda a la decisión, de olvidar las alternativas ficticias y centrarse en las alternativas reales, en suma: de estudiar el Poder de Influencia de los Criterios (PIC).

4.4.2. La componente extrínseca: el poder de influencia de los criterios.

Como venimos diciendo hay una importancia intrínseca de los criterios. Pero hay también una importancia extrínseca o poder de influencia de los criterios. Lo tratado hasta ahora hace referencia a como obtener la importancia intrínseca de los criterios. Vamos a continuación a ver como podemos estudiar la capacidad de influencia de los criterios.

Para estudiar la capacidad de influencia de los criterios nos situamos ante un problema con unos **parámetros de la IRC dados** y con el conjunto de **alternativas "reales"** (no como a la hora de obtener la importancia intrínseca de los criterios que trabajamos con alternativas ficticias aunque factibles). Ese problema concreto nos lleva a una solución determinada. ¿En qué medida los criterios han sido capaces de imponer a nivel global el sistema de preferencias establecido bajo cada uno de ellos?, la respuesta a esta pregunta nos da la capacidad de influencia de cada criterio.

PROCEDIMIENTO PARA MODIFICAR LOS PARÁMETROS DE LA IRC DE MANERA QUE SE INCORPORA EL PODER DE INFLUENCIA DE LOS CRITERIOS:

Paso I: Determinar subintervalos de los intervalos de variación de los parámetros de la IRC que conduzcan a distintas soluciones finales.

Dar una solución inicial para los k_i , $i = 1, \dots, n$ coherente con las desigualdades obtenidas en el algoritmo ascendente-descendente. Obtener los intervalos de variación tales que $k_i \in I_i = (a_i, b_i) \quad \forall i = 1, \dots, n$.

Se pretenden determinar todos los subintervalos de I_i que conduzcan a distintas soluciones finales.

Para ello comenzamos dividiendo I_i en I_{1i}, I_{2i}, I_{3i} tres intervalos de igual longitud. Consideramos los puntos medios de esos tres subintervalos (el punto medio de I_{2i} es el punto medio de I_i) y aplicamos el procedimiento ELECTRA escogido para resolver los correspondientes problemas de Ayuda a la Decisión tomando:

$$k_j = \frac{a_j + b_j}{2} \quad \forall j \neq i$$

(se trata de fijar $k_j \quad \forall j \neq i$ e ir variando k_i en I_i . Esto puede hacerse porque trabajamos con una Familia Coherente de Criterios y por tanto no existe dependencia funcional).

Nota. recordar que $\forall i < j \Rightarrow k_i \leq k_j$, por tanto si alguno de los puntos medios de I_{1i}, I_{2i}, I_{3i} fuese menor que k_{i-1} entonces tomar $k_i = k_{i-1}$ en lugar del correspondiente punto medio. O bien, si el punto medio del correspondiente subintervalo fuese mayor que k_{i+1} , entonces tomar como k_i el valor de k_{i+1} y no el punto medio del subintervalo.

Sean S_{1i}, S_{2i}, S_{3i} las soluciones finales de los problemas. Si las tres son distintas repetir el mismo proceso de antes en cada uno de los tres subintervalos. Si dos o más

intervalos conducen a la misma solución final entonces se fusionan los subintervalos y se toma como valor para k_i el punto medio del intervalo fusión.

Al final de este paso se tendrá una familia de subintervalos de la forma:

$$\{I_{11}, \dots, I_{1L_1}, I_{21}, \dots, I_{2L_2}, \dots, I_{n1}, \dots, I_{nL_n}\}$$

Paso II: Estudio del PIC para tres familias de parámetros de la IRC.

Se propone aquí trabajar con tres familias de parámetros de la IRC, una media o de compromiso y dos de valores extremos. Con cada una de esas tres familias resolver el problema de Ayuda a la Decisión, estudiar el PIC en ese problema concreto y variar los k_i en función del mismo.

Las familias de parámetros k_i a considerar son las siguientes:

$$F_{0\text{com}} = \left(\frac{a_1 + b_1}{2}, \dots, \frac{a_n + b_n}{2} \right)$$

$$F_{0\text{máx}} = (z_1, \dots, z_n) \quad \text{donde } z_i \equiv \text{pto medio de } I_{iL_i}$$

$$F_{0\text{mín}} = (t_1, \dots, t_n) \quad \text{donde } t_i \equiv \text{pto medio de } I_{i1}$$

Nota: algunas de las anteriores familias pueden coincidir.

Para esas tres familias resolver el problema de Ayuda a la Decisión y obtener los conjuntos:

$$\Delta^H(x_j, y_j) \quad H \in \{P, S, V, T\}$$

$$\forall j = 1, \dots, n$$

Observación: Como $aPb \Rightarrow aSb \Rightarrow no[bPa]$ se mantiene la siguiente relación de inclusiones:

$$\forall x_j, y_j \in X_j^2, \quad \Delta^V(x_j, y_j) \supseteq \Delta^S(x_j, y_j) \supseteq \Delta^P(x_j, y_j)$$

Una vez se tienen los anteriores conjuntos, calcular para cada criterio g_j :

$$\gamma_j = [Card\Delta^S(x_j, y_j) - Card\Delta^T(x_j, y_j)]$$

Construir el preorden sobre los criterios dado por los γ_j . Para los criterios exaequo, calcular:

$$\nu_j = Card(\Delta^V(x_j, y_j) \setminus \Delta^S(x_j, y_j))$$

Modificar el preorden anterior según los ν_j .

El resultado es, en general, un preorden sobre los criterios g_j . Este preorden representa el poder de influencia de los criterios.

Paso III: Aumentar el valor de los k_j en los criterios más influyentes y disminuirlo en los menos influyentes.

Para aquellos criterios más influyentes (aquellos que están a la derecha del criterio mediano) hacer:

$k_i \equiv$ punto medio del subintervalo inmediatamente a la derecha de aquel que se usó en el paso II si lo hubiera. En otro caso mantener k_i como en el paso II.

Para el criterio (o criterios) mediano(s):

Mantener k_i como en el paso II.

Para los criterios menos influyentes (aquellos que están a la izquierda del criterio mediano) hacer:

$k_i \equiv$ punto medio del subintervalo inmediatamente a la izquierda de aquel que se usó en el paso II si lo hubiera. En otro caso mantener k_i como en el paso II.

Paso IV: Análisis de robustez.

Sean así las familias de parámetros de la IRC obtenidas en el paso III:

$FP_{centrales} \equiv$ la que proviene de F_{0cent}

$FP_{máximos} \equiv$ la que proviene de $F_{0máx}$

$FP_{mínimos} \equiv$ la que proviene de $F_{0mín}$

Se propone quedarse con la familia de parámetros que proporcione una solución más robusta. Para ello estas tres familias son sometidas al análisis de robustez que proponemos a continuación.

4.4.3.- Análisis de robustez.

Presentamos un análisis general del estudio de la robustez de una colección de vectores de parámetros de la IRC.

Se trata de dada una serie posibles colecciones de parámetros de importancia de los criterios estudiar cual o cuales son las más robustas en el sentido de que proporcionan una solución más estable.

Aplicación a ELECTRA I, ELECTRA IS:

Observemos que:

i) Para cada colección de parámetros de la IRC se obtiene una solución que viene dada por un grafo. Los grafos no tienen porqué ser distintos para cada colección de parámetros de la IRC.

ii) Cada arista que aparece en el grafo aparece por dos motivos:

a.- tiene un índice de concordancia suficientemente alto (esto basta en ELECTRA Is),

b.- tiene un índice de discordancia suficientemente bajo (en el caso de ELECTRA I).

Asignemos a cada arista que aparece en el grafo un índice de robustez dado por la diferencia entre su índice de concordancia y el umbral de concordancia. Si la arista no

aparece en el grafo se le asignará el valor 0. Estableceremos una equivalencia entre "robustez de la colección de parámetros de la IRC " y "robustez del grafo".

Definición: El grafo $G1$ será más robusto que el grafo $G2$ si las aristas del grafo $G1$ tienen sobre ellas un índice de robustez mayor que las aristas del grafo $G2$.

Esta definición no da problemas si $G2$ es un subgrafo de $G1$, ¿pero qué pasa si no es así?. En ese caso lo que se propone es que la condición de robustez sea a su vez la solución de un problema de decisión multicriterio: al fin y al cabo el problema es que pueden aparecer unas aristas y desaparecer otras y mientras que en unos casos se mejora en otros se puede empeorar.

A continuación definimos el siguiente problema de "decisión multicriterio": escoger la o las mejores colecciones de pesos (problemática α), o bien una ordenación de las mismas (problemática γ). Entenderemos por mejor aquella colección que sea más robusta: es decir aquella colección en la cual las aristas aparezcan de forma más estable.

Filas: colecciones de criterios.

Columnas: aristas.

Parámetros de la IRC: todos igual a 1 (todas las aristas tienen igual importancia).

Otra forma más sencilla de estudiar la robustez de las diferentes colecciones de parámetros de la IRC puede hacerse a través de un análisis monocriterio:

Definición: Se define el índice de robustez de una arista en un grafo como la diferencia entre el índice de concordancia de dicha arista menos el umbral de concordancia.

Definición: Se define el índice de robustez de un grafo como la suma de los índices de robustez de las aristas del grafo.

Definición: Dadas dos familias de parámetros de la IRC factibles $F1$ y $F2$, la familia $F1$ será más robusta que la familia $F2$ si su grafo asociado $G1$ tiene mayor índice de robustez que el grafo $G2$ asociado a la familia $F2$

Observación: En general el estudio monocriterio de la robustez será suficiente. El estudio multicriterio aporta sin embargo mayor información. Por ejemplo, si aplicamos un ELECTRA I veremos que en el núcleo aparecerán familias de parámetros de la IRC que dan lugar a grafos incomparables entre sí debido a que si bien la suma de los índices de robustez de las aristas es más o menos la misma sin embargo en algunas aristas hemos mejorado y en otras hemos empeorado. Es decir:

"El análisis monocriterio de la robustez es un análisis compensatorio mientras que el análisis multicriterio a través de los ELECTRA será un análisis no compensatorio"

CAPÍTULO 5: EJEMPLOS.

5.1.- REFERENCIA AL SOFTWARE EMPLEADO.

5.2.-EL EMPLAZAMIENTO DE UN ESTADIO.

5.3.- UBICACIÓN DE UNA FÁBRICA DE ABONOS EN EL TICINO.

CAPÍTULO 5: EJEMPLOS.

5.1.- REFERENCIA AL SOFTWARE EMPLEADO.

5.2.-EL EMPLAZAMIENTO DE UN ESTADIO.

5.3.- UBICACIÓN DE UNA FÁBRICA DE ABONOS EN EL TICINO.

5.1.-Referencia al Software empleado.

Se presentan a continuación dos ejemplos que muestran como obtener la importancia relativa de los criterios usando el método propuesto en el capítulo 5.

En aquellas ocasiones en las que hay que aplicar un procedimiento ELECTRA (a la hora de estudiar el poder de influencia de los criterios) se ha usado el software "ELECTRE I e IS" de Philippe Rusconi, MBA HEC Lausanne (École de Hautes Études Commerciales de Lausanne). Otros software de posible aplicación son:

- Logiciel ELECTRE intégré, Version 1.0 pour Macintosh, EPFL-IGE (École Polytechnique Fédérale de Lausanne - Institut de Génie de l'Environnement).

- ELECTRE IS, ELECTRE III-IV, ELECTRE TRI, elaborados por el LAMSADE (Laboratoire d'Analyse et Modelisation de Systèmes Pour l'Aide à la Décision, Université de Paris Dauphine). Este es el software más completo para los procedimientos ELECTRA que existe hoy día en el mercado.

5.2.-El emplazamiento de un estadio. (A. Schärli, curso "Decider dans la Complexité" HEC Université de Lausanne , Marzo 1997)

La ciudad de Rebnex está adosada a una morrena glacial donde se cultiva la viña, y que sus habitantes denominan *Le Coteau* (La ladera). Rebnex domina una pequeña planicie dedicada a la horticultura, de la cual está separada por una carretera relativamente importante. Su consejo municipal, ante los excelentes resultados económicos de la comuna, ha decidido no disminuir la tasa del impuesto local - que allí llaman *céntimos adicionales*- sino por el contrario lanzarse a la construcción de un campo de fútbol, con gradas y cantina. No es que Rebnex tenga un gran equipo de fútbol sino que se trata más bien de atraer gente durante las tardes de los días de diario y el domingo, ya que la comuna tiene numerosos mesones como todas las comunas vinícolas.

Después de diversas eliminaciones han quedado tres posibles emplazamientos: en la *Parte Baja* de la ciudad (de hecho al otro lado de la carretera), en la *Parte Alta* de la ciudad (cerca de la antigua escuela), y finalmente en la propia *Ladera*, a 800 metros de la parte alta de la ciudad.

Tras laboriosas discusiones no siempre transparentes, el Presidente intenta aportar cierta claridad para hacer avanzar las cosas. Propone al Consejo constatar la existencia de 5 *aspectos*, que aparecen con más frecuencia que los otros en los debates del Consejo: el *coste* de los trabajos, los inconvenientes derivados del *ruido* que se produce en el estadio cuando hay partidos, la mayor o menor proximidad de los *transportes públicos* ya que algunos temen una invasión de coches, el ataque al *paisaje*, en fin la preocupación que algunos tienen de implicar - hablan de *sumergir*- a la población en las manifestaciones.

Para su gran sorpresa, obtiene un voto muy mayoritario a esta lista. Pero ciertos consejeros del Partido Liberal, que han votado *a favor*, insisten a continuación en el hecho de que el aspecto *coste* es netamente más importante que los otros; tras lo cual los consejeros de Renovación Comunal se oponen a esta visión, diciendo que el *ruido* debe ser tomado en consideración con más fuerza que los otros aspectos. El Presidente propone entonces dar "una gran importancia" a esos dos aspectos, "una importancia media" a los otros tres, y que se de el poder al alcalde de "aclarar el resto del asunto" y volver ante el Consejo con una proposición motivada. Como todo el mundo estaba ya cansado, un voto unánime ratifica esta proposición. Tras lo cual cada grupo va a reunirse en su mesón.

Algunos días después, el alcalde, que no sabe muy bien como "aclarar el resto del asunto", se pone en contacto con un experto para que le resuelva el problema. El experto utilizará Electra I, recurriendo a la escala clásica

excelente/bueno/neutro/pasable/malo

El proceso verbal de los debates, laboriosamente puesto en claro por el secretario del Ayuntamiento, revela que el punto de vista de los consejeros

para el aspecto *coste*: la parte baja es excelente ya que el terreno no es muy caro, la parte alta es francamente mala porque se trata de terrenos en construcción, y la ladera es neutra ya que el precio de los terrenos no es excesivo;

para el aspecto *ruido* la parte baja es entre pasable y neutra ya que está relativamente cerca de casas - lo que la haría pasable- pero estas se "benefician" ya de del ruido de la carretera, la parte alta no es más que pasable a causa de la proximidad relativa de numerosas casas, mientras que la ladera es buena sin más ya que no hay casas pero los paseantes podrían sentirse molestos;

para el aspecto de los *transportes públicos* -que tienen una parada en el centro de la ciudad- la parte baja y la alta son neutras ya que hay que andar un poco , pero la ladera es francamente mala ya que habría que echarle un cuarto de hora de camino desde la parada;

para el aspecto *impacto paisajístico* las partes baja y alta son neutras ya que el estadio afearía un poco el paisaje pero no se vería mucho de lejos, mientras que la ladera es absolutamente mala porque los proyectores se verían desde muy lejos a la redonda;

para el aspecto *inmersión* finalmente, la parte baja no es más que buena a causa de la separación operada por la carretera, la parte alta es excelente por el hecho de su integración en la ciudad, y la ladera es simplemente buena ya que aunque un poco alejada es sin embargo usada por los habitantes como destino de sus paseos.

Ya no queda más que pasar a los hechos. Usando Electra I y tomando escalas de 1 a 5 para los aspectos coste y ruido , y escalas de 2 a 4 para los otros aspectos, tendremos:

	Inmersión	Paisaje	Transporte	Ruido	Coste
Abajo	3.5	3	3	2.5	5
Arriba	4	3	3	2	1
Ladera	3	2	2	4	3
escala	2-4	2-4	2-4	1-5	1-5
pesos					

- umbral de concordancia= 0.6

- umbral de discordancia= 0.2

Nota: escribiremos “pesos” y no parámetros de importancia relativa de los criterios por comodidad en la notación.

Veamos ahora como se procedería para encontrar unos parámetros de importancia de los criterios con el método que se viene desarrollando:

DEFINICIÓN DE LAS ACCIONES FICTICIAS:

$$b_0 = (3.5; 2.7; 2.7; 2.8; 2.7)$$

$$b_1 = (3.7; 2.7; 2.7; 2.8; 2.7)$$

$$b_2 = (3.5; 2.9; 2.7; 2.8; 2.7)$$

$$b_3 = (3.5; 2.7; 2.9; 2.8; 2.7)$$

$$b_4 = (3.5; 2.7; 2.7; 3.2; 2.7)$$

$$b_5 = (3.5; 2.7; 2.7; 2.8; 3.1)$$

$$b_{12} = (3.7; 2.9; 2.7; 2.8; 2.7)$$

$$b_{13} = (3.7; 2.7; 2.9; 2.8; 2.7)$$

$$b_{14} = (3.7; 2.7; 2.7; 3.2; 2.7)$$

$$b_{15} = (3.7; 2.7; 2.7; 2.8; 3.1)$$

$$b_{23} = (3.2; 2.9; 2.9; 2.8; 2.7)$$

$$b_{24} = (3.5; 2.9; 2.7; 3.2; 2.7)$$

$$b_{25} = (3.5; 2.9; 2.7; 2.8; 3.1)$$

$$b_{34} = (3.5; 2.7; 2.9; 3.2; 2.7)$$

$$b_{35} = (3.5; 2.7; 2.9; 2.8; 3.1)$$

$$b_{45} = (3.5; 2.7; 2.7; 3.2; 3.1)$$

Se sometió a los consejeros a las preguntas que propone el algoritmo ascendente-
descendente y sus respuestas fueron las siguientes:

PASO 1: ORDENACIÓN DE LOS CRITERIOS POR ORDEN DE IMPORTANCIA.

Inmersión < paisaje < transportes públicos < ruido < coste monetario

PASO 2 ASCENDENTE:

$$\left[\begin{array}{l} b_5 P b_{12} \Rightarrow k_5 > k_1 + k_2 \\ b_4 P b_{12} \Rightarrow k_4 > k_1 + k_2 \\ b_3 P b_{12} \Rightarrow k_3 > k_1 + k_2 \end{array} \right] \Rightarrow k_1 + k_2 < k_3 < k_4 < k_5$$

$$h(2) = 3 \Rightarrow \left(\begin{array}{l} \{g_1, g_2\} \\ \{g_3, g_4, g_5\} \end{array} \right)$$

PASO 3 ASCENDENTE:

Como $b_3 Pb_{12}$ no se puede calcular la distancia.

PASO 2 BIS DESCENDENTE:

$$b_5 Pb_{12} \Rightarrow k_5 > k_1 + k_2$$

$$b_{23} Pb_5 \Rightarrow k_2 + k_3 > k_5$$

$$l(2) = 3 \Rightarrow \begin{cases} \{g_4, g_5\} \\ \{g_1, g_2, g_3\} \end{cases}$$

PASO 3 BIS DESCENDENTE:

$$b_{23} Pb_4 \Rightarrow k_2 + k_3 > k_4$$

Luego: $k_1 + k_2 < k_3 < k_4 < k_5 < k_2 + k_3$

ESTUDIO DEL PODER DE INFLUENCIA DE LOS CRITERIOS:

Ahora ya no trabajamos más con las acciones ficticias sino que volvemos a las acciones dadas en la tabla original, las acciones reales.

PASO I:

Para los parámetros de la IRC podríamos comenzar con la solución inicial

$$k_1 = 1, k_2 = 2, k_3 = 4, k_4 = 5, k_5 = 5.5$$

que nos lleva a los siguientes intervalos:

$$\begin{aligned} k_1 \in I_1 &= (0, k_3 - k_2) = (0, 2) \\ k_2 \in I_2 &= (k_1 - k_3, k_3) = (0, 4) \\ &(k_1 \leq k_2) \\ k_3 \in I_3 &= (k_1 + k_2, k_4) = (3, 5) \\ k_4 \in I_4 &= (k_3, k_5) = (4, 5.5) \\ k_5 \in I_5 &= (k_4, k_2 + k_3) = (5, 6) \end{aligned}$$

Con esos intervalos comenzamos a aplicar el algoritmo propuesto para incorporar el poder de influencia de los criterios a los parámetros de la IRC.

Recordemos que vamos a trabajar con un umbral de concordancia del 0.6 y un umbral de discordancia del 0.2.

El vector de puntos medios es.

$$(1, 2, 4, 4.75, 5.5)$$

y de la primera subdivisión en subintervalos obtenemos:

$$I_1 = (0, 2) \rightarrow I_{11} = \left(0, \frac{2}{3}\right), I_{12} = \left(\frac{2}{3}, \frac{4}{4}\right), I_{13} = \left(\frac{4}{3}, 2\right)$$

vector de puntos medios $\left(\frac{1}{3}, 1, \frac{5}{3}\right)$

$$I_2 = (0, 4) \rightarrow I_{21} = \left(0, \frac{4}{3}\right), I_{22} = \left(\frac{4}{3}, \frac{8}{3}\right), I_{23} = \left(\frac{8}{3}, 4\right)$$

vector de puntos medios $\left(\frac{2}{3}, 2, \frac{10}{3}\right)$

$$I_3 = (3, 5) \rightarrow I_{31} = \left(3, \frac{11}{3}\right), I_{32} = \left(\frac{11}{3}, \frac{13}{3}\right), I_{33} = \left(\frac{13}{3}, 5\right)$$

vector de puntos medios $\left(\frac{13}{3}, 4, \frac{14}{3}\right)$

$$I_4 = (4, 5.5) \rightarrow I_{41} = (4, 4.5), I_{42} = (4.5, 5), I_{43} = (5, 5.5)$$

vector de puntos medios $(4.25, 4.75, 5.25)$

$$I_5 = (5, 6) \rightarrow I_{51} = \left(5, \frac{16}{3}\right), I_{52} = \left(\frac{16}{3}, \frac{17}{3}\right), I_{53} = \left(\frac{17}{3}, 6\right)$$

vector de puntos medios $\left(\frac{31}{6}, 5.5, \frac{35}{6}\right)$

Estudiemos las soluciones finales a las que conducirían las distintas colecciones de pesos:

$\left(k_1 = \frac{1}{3}, k_2 = 2, k_3 = 4, k_4 = 4.75, k_5 = 5.5\right)$ que conduce la solución S_{11} con núcleo (abajo, ladera) y una única arista *abajo* \rightarrow *arriba*.

$(k_1 = 1, k_2 = 2, k_3 = 4, k_4 = 4.75, k_5 = 5.5)$ tal que $S_{21} \equiv S_{11}$

$\left(k_1 = \frac{5}{3}, k_2 = 2, k_3 = 4, k_4 = 4.75, k_5 = 5.5\right)$ tal que $S_{31} \equiv S_{11}$

$(k_1 = 1, k_2 = 1, k_3 = 4, k_4 = 4.75, k_5 = 5.5)$ que lleva a $S_{12} \equiv S_{11}$

$(k_1 = 1, k_2 = 2, k_3 = 4, k_4 = 4.75, k_5 = 5.5)$ tal que $S_{22} \equiv S_{11}$

$\left(k_1 = 1, k_2 = \frac{10}{3}, k_3 = 4, k_4 = 4.75, k_5 = 5.5\right)$ tal que $S_{32} \equiv S_{33}$

$\left(k_1 = 1, k_2 = 2, k_3 = \frac{10}{3}, k_4 = 4.75, k_5 = 5.5\right)$ cuya solución final es $S_{13} \equiv S_{11}$

$(k_1 = 1, k_2 = 2, k_3 = 4, k_4 = 4.75, k_5 = 5.5)$ tal que $S_{23} \equiv S_{11}$

$\left(k_1 = 1, k_2 = 2, k_3 = \frac{14}{3}, k_4 = 4.75, k_5 = 5.5\right)$ tal que $S_{33} \equiv S_{11}$

$(k_1 = 1, k_2 = 2, k_3 = 4, k_4 = 4.25, k_5 = 5.5)$ que nos lleva a $S_{14} \equiv S_{11}$

$(k_1 = 1, k_2 = 2, k_3 = 4, k_4 = 4.75, k_5 = 5.5)$ tal que $S_{24} \equiv S_{11}$

$(k_1 = 1, k_2 = 2, k_3 = 4, k_4 = 5.25, k_5 = 5.5)$ tal que $S_{34} \equiv S_{11}$

$\left(k_1 = 1, k_2 = 2, k_3 = 4, k_4 = 4.75, k_5 = \frac{31}{6}\right)$ cuya solución final es $S_{15} \equiv S_{11}$

$(k_1 = 1, k_2 = 2, k_3 = 4, k_4 = 4.75, k_5 = 5.5)$ tal que $S_{25} \equiv S_{11}$

$\left(k_1 = 1, k_2 = 2, k_3 = 4, k_4 = 4.75, k_5 = \frac{35}{6}\right)$ tal que $S_{35} \equiv S_{11}$

Las resoluciones de todos estos problemas puede verse en el Apéndice I.

En este caso cualquier colección de pesos conduce a la misma solución final. Los tres subintervalos para cada uno de los k_i se fusionan dando lugar al intervalo del que provenían. En consecuencia, al final del paso 1 la única familia de pesos resultante es:

$$(k_1 = 1, k_2 = 2, k_3 = 4, k_4 = 4.75, k_5 = 5.5)$$

PASO II:

Tenemos

$$F_{0_{cent}} = (k_1 = 1, k_2 = 2, k_3 = 4, k_4 = 4.75, k_5 = 5.5)$$

$$F_{0_{min}} = \left(k_1 = \frac{1}{3}, k_2 = \frac{2}{3}, k_3 = \frac{10}{3}, k_4 = 4.25, k_5 = \frac{31}{6} \right)$$

$$F_{0_{max}} = \left(k_1 = \frac{5}{3}, k_2 = \frac{10}{3}, k_3 = \frac{14}{3}, k_4 = 5.25, k_5 = \frac{35}{6} \right)$$

Como todas las familias conducen a la misma solución final no es preciso estudiar en detalle el poder de influencia de los criterios. Basta hacer un estudio de robustez aplicado a las siguientes familias de pesos:

$$FP1 = (k_1 = 1, k_2 = 2, k_3 = 4, k_4 = 4.75, k_5 = 5.5)$$

$$FP2 = \left(k_1 = \frac{1}{3}, k_2 = 2, k_3 = 4, k_4 = 4.75, k_5 = 5.5 \right)$$

$$FP3 = \left(k_1 = \frac{5}{3}, k_2 = 2, k_3 = 4, k_4 = 4.75, k_5 = 5.5 \right)$$

$$FP4 = (k_1 = 1, k_2 = 1, k_3 = 4, k_4 = 4.75, k_5 = 5.5)$$

$$FP5 = (k_1 = 1, k_2 = 2, k_3 = 4, k_4 = 4.75, k_5 = 5.5)$$

$$FP6 = \left(k_1 = 1, k_2 = \frac{10}{3}, k_3 = 4, k_4 = 4.75, k_5 = 5.5 \right)$$

$$FP7 = \left(k_1 = 1, k_2 = 2, k_3 = \frac{10}{3}, k_4 = 4.75, k_5 = 5.5 \right)$$

$$FP8 = (k_1 = 1, k_2 = 2, k_3 = 4, k_4 = 4.75, k_5 = 5.5)$$

$$FP9 = \left(k_1 = 1, k_2 = 2, k_3 = \frac{14}{3}, k_4 = 4.75, k_5 = 5.5 \right)$$

$$FP10 = (k_1 = 1, k_2 = 2, k_3 = 4, k_4 = 4.25, k_5 = 5.5)$$

$$FP11 = (k_1 = 1, k_2 = 2, k_3 = 4, k_4 = 4.75, k_5 = 5.5)$$

$$FP12 = (k_1 = 1, k_2 = 2, k_3 = 4, k_4 = 5.25, k_5 = 5.5)$$

$$FP13 = \left(k_1 = 1, k_2 = 2, k_3 = 4, k_4 = 4.75, k_5 = \frac{31}{6} \right)$$

$$FP14 = (k_1 = 1, k_2 = 2, k_3 = 4, k_4 = 4.75, k_5 = 5.5)$$

$$FP15 = \left(k_1 = 1, k_2 = 2, k_3 = 4, k_4 = 4.75, k_5 = \frac{35}{6} \right)$$

ANÁLISIS DE ROBUSTEZ:

Como el grafo está formado por una única arista, la que va de el nodo *abajo* al nodo *arriba*, basta con hacer un simple análisis monocriterio. El índice de robustez del grafo coincide con el índice de robustez de la única arista que compone el grafo.

Tenemos la siguiente tabla para los índices de robustez :

	<i>abajo → arriba</i>
FP1	0.942-0.6= 0.342
FP2	0.980-0.6= 0.38 ***
FP3	0.905-0.6= 0.305
FP4	0.938-0.6= 0.338
FP5	0.942-0.6= 0.342
FP6	0.946-0.6= 0.346
FP7	0.940-0.6= 0.34
FP8	0.942-0.6= 0.342
FP9	0.944-0.6= 0.344
FP10	0.940-0.6= 0.34
FP11	0.942-0.6= 0.342
FP12	0.944-0.6= 0.344
FP13	0.941-0.6= 0.341
FP14	0.942-0.6= 0.342
FP15	0.943-0.6= 0.343

Por lo tanto la familia más robusta de parámetros de IRC es:

$$FP2 = \left(k_1 = \frac{1}{3}, k_2 = 2, k_3 = 4, k_4 = 4.75, k_5 = 5.5 \right)$$

5.3.-Ubicación de una fábrica de abonos en el Ticino. (ejemplo extraído del libro “Méthodes multicritères ELECTRE”, Maystre, L., Pictet, J., Simos, J. Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, 1994)

La eliminación de las basuras domésticas y otros desechos urbanos por incineración es extremadamente costosa y crea nuevos problemas de contaminación del aire. Es por ello que se considera una recuperación de todas las fracciones valorizables que componen estos desechos:

- residuos alimenticios y vegetales;
- materias sintéticas;
- cristal;
- metales ferrosos y no ferrosos;
- papeles y cartones;
- madera y cuero.

Los estudios de los procedimientos de tratamiento han demostrado que la dimensión económica mínima de una fábrica corresponde a una capacidad de tratamiento de 20.000 toneladas de desechos por año. Aún más, el coste específico de tratamiento varía poco ya que es necesario poner en funcionamiento varias cadenas de tratamiento en paralelo. Por este lado, el coste específico de tratamiento crece rápidamente, a causa del “efecto tamaño”.

Las comunas del Valle del Ticino, entre Airolo y La Llanura de Magadino, pretenden agruparse en una asociación intercomunal para la valoración de los desechos.

La cantidad futura de desechos producidos por los habitantes, a tener en consideración en un horizonte de 20 años, es de 23.000 toneladas por año. Se ha decidido adoptar el ferrocarril para los transportes a larga distancia. Cada comuna o grupo de comunas vecinas está encargada de la colecta de los desechos que serán enviados a una de las cuatro estaciones transbordadoras previstas en *Claro, Biasca, Bodio y Airolo*. Estos lugares, junto con *Lavorgno, Faido y Giubiasco*, podrían ser adecuados para la instalación de la fábrica de valorización.

Se trata de determinar el “valor” relativo de cada uno de esos siete lugares, considerando los criterios de apreciación económicos, sociales, políticos y medio ambientales de los cuales unos serán objetivos (por tanto cuantitativos) y otros subjetivos (y por tanto cualitativos)

DEFINICIÓN DE LAS ACCIONES.

En este estudio, supondremos que estudios anteriores han conducido a la selección de los lugares “posibles y localmente no dominados” para las estaciones transbordadoras y para la fábrica.

“Posible” significa que el lugar satisface las condiciones *sine qua non* tal cual, en concreto:

- la superficie requerida de 20.000 m^2 para la fábrica y de 3.000 m^2 para una estación transbordadora existe realmente,

- el empalme ferroviario es técnicamente realizable, a un coste razonable en las circunstancias actuales,
- el propietario del terreno es la comuna o una persona que consienta en vender,
- el terreno no está gravado de servidumbres que lo hagan impropio para el uso considerado.

“Localmente no dominado” significa que el ingeniero que ha estudiado los diversos lugares posibles ya ha eliminado todos aquellos que, estando próximos los unos de los otros, se han revelado menos buenos que aquel que ha sido retenido. Es posible hacer notar que se trata aquí de un análisis multicriterio; pero los lugares a comparar son tan semejantes que la mayor parte de los criterios son inoperantes. En efecto, si un criterio expresa un fenómeno que varía de manera continua en el espacio, dos lugares vecinos tendrán casi el mismo “valor” en función de ese criterio que, por tanto, no será bueno para discriminar, para distinguir entre las acciones.

Criterios fácilmente cuantificables, como el precio del terreno, forma de la parcela, pueden variar de manera discontinua. Es el papel -el arte- del ingeniero el entresacar, entre los innumerables casos posibles ofrecidos por la combinatoria, aquellos que son significativos y, entre estos últimos, aquel que es “localmente el mejor”.

Sería posible imaginar un número mucho más grande de lugares “posibles y localmente no dominados”: cada 5 km, por ejemplo. ¿Por qué siete?. Los criterios de elección son los siguientes:

- el volumen de trabajo de análisis que ello entrañaría,

- el coste de obtención de los datos y de los estudios que permiten clasificar un lugar como “posible y localmente no dominado”,

- el deseo del (o de los) decisor(es) de comparar acciones verdaderamente distintas, tanto por su naturaleza como por sus múltiples consecuencias.

En este ejemplo, la villa de *Lavorgno*, por ejemplo, implica una prioridad de utilización del abono de desechos alimenticios y vegetales en primer lugar en la silvicultura, mientras que en *Giubiasco* implica una utilización del mismo abono sobre todo en la horticultura de la llanura.

Los siete lugares son los siguientes:

-Lugar 1: en la llanura de Magadino, a 2 km al sureste de Giubiasco, entre una salida de la autopista y una vía de tren.

- Lugar 2: a 2 km al norte de la confluencia del Ticino y la Moesa, en un sitio llano y alejado de zonas habitadas, en un lugar llamado Pradone.

- Lugar 3: a 3 km al sur de Biasca, en una zona industrial al borde de la vía del tren, en la planicie de Boscone.

- Lugar 4: en un sitio llamado Campagna, terreno plano cerca del complejo industrial de Bodio.

- Lugar 5: a 500 m al este de Airolo, justo antes de la entrada del túnel ferroviario del Gotthard y en un nudo de carreteras.

- Lugar 6: en un sitio llamado Cabione, cerca de la ciudad de Lavorgno, entre el río y la vía del tren.

- Lugar 7: a 1.5 km al norte de Faido, en una zona agrícola rodeada de bosques.

DEFINICIÓN DE LOS CRITERIOS.

Cinco son los criterios adoptados:

- el precio del terreno,
- el precio del transporte de los deshechos por tren,
- el estado actual del medio ambiente en la zona alrededor de cada lugar,
- el número probable de residentes probablemente afectados por los ruidos producidos por la fábrica,
- la competencia con otras “vocaciones”, para cada lugar considerado.

Precio del terreno

Se admite que el mismo proyecto de fábrica es válido para todos los lugares considerados y que los precios de venta probables de las materias valoradas son los mismos para toda la región y para todos los lugares considerados,

El precio se estima como sigue:

- inversión para una fábrica de 23.000 t an^{-1} : 14 millones de francos suizos,
- intereses y amortizamiento (7%, 20 años): 9.44%, es decir 1.32 millones de francos suizos.,
- tasas de explotación (personal y otras) : 1.10 millones de francos suizos,
- precio de venta de los sub-productos: media de 110 francos por tonelada de subproducto, es decir 55 francos por tonelada de deshechos: 1.27 millones de francos suizos,

- precio de costo: $1.320+1.100-1.270= 1.15$ millones de francos suizos, es decir:
50 francos por tonelada.

Este precio es un invariante: es por tanto inútil incorporarlo al análisis multicriterio. Pero tiene una influencia en la importancia conferida el criterio "Precio del terreno".

Los precios del terreno en los siete lugares retenidos son los siguientes:

- Lugar 1: $120 \text{ Fr.}\cdot\text{m}^2$
- Lugar 2: $150 \text{ Fr.}\cdot\text{m}^2$
- Lugar 3: $100 \text{ Fr.}\cdot\text{m}^2$
- Lugar 4: $60 \text{ Fr.}\cdot\text{m}^2$
- Lugar 5: $30 \text{ Fr.}\cdot\text{m}^2$
- Lugar 6: $80 \text{ Fr.}\cdot\text{m}^2$
- Lugar 7: $45 \text{ Fr.}\cdot\text{m}^2$.

Gastos de transporte

Se admite que los gastos de la colecta comunal no estarán influidos por el lugar de ubicación de la fábrica. Por otro lado se admite también que los gastos de transporte son únicamente proporcionales a la distancia: es un acuerdo con la empresa de los ferrocarriles.

El coste del transporte por tren a cargo de la asociación intercomunal es el coste medio específico que importa, éste ha sido expresado para el total transportado en $t \cdot km \cdot an^{-1}$.

Los valores correspondientes a los siete lugares son los siguientes:

- Lugar 1: $284 \times 10^3 t \cdot km \cdot an^{-1}$
- Lugar 2: $269 \times 10^3 t \cdot km \cdot an^{-1}$
- Lugar 3: $413 \times 10^3 t \cdot km \cdot an^{-1}$
- Lugar 4: $596 \times 10^3 t \cdot km \cdot an^{-1}$
- Lugar 5: $321 \times 10^3 t \cdot km \cdot an^{-1}$
- Lugar 6: $734 \times 10^3 t \cdot km \cdot an^{-1}$
- Lugar 7: $982 \times 10^3 t \cdot km \cdot an^{-1}$

Estado actual del medio ambiente

Este criterio complejo es la agregación de varios sub-criterios de naturaleza cualitativa y subjetiva.

Añadir una nueva fuente de ruidos a una zona que ya sufre ruidos puede conducir a efectos sinérgicos no cuantificables y a una situación que puede ser juzgada políticamente injusta. Se trata de apreciar el daño producido, tal vez también de evaluar los riesgos. No se conoce relación causal clara entre fenómeno y efecto (o “dosis” y “respuesta”).

La “respuesta” que concierne a una situación futura no puede resultar más que de entrevistas o de estadísticas. En este caso, se escogerá:

- un cuestionario dirigido a una muestra de los residentes que represente en torno al cinco por mil de la población de la región, es decir 400 personas;
- entrevistas a diversos servicios públicos y administraciones concernidas;
- una estadística de quejas escritas emitidas por los residentes en el transcurso de los últimos cinco años.

Los dos primeros subcriterios han sido anotados sobre un “barómetro” con una amplitud de 10.

Para el tercer subcriterio, ha habido que escoger previamente entre cinco tendencias “causa-efecto”.

También se representaron sobre una gráfica la relación entre el número de quejas y la nota correspondiente.

Resumiendo, se ha calculado la media simple de las notas obtenidas para cada lugar por los tres subcriterios, lo que ha permitido emitir la nota del criterio “Estado del medio ambiente”. Estas notas son las siguientes (el sentido de las preferencias es creciente):

- Lugar 1: 5
- Lugar 2: 2
- Lugar 3: 4

- Lugar 4: 6
- Lugar 5: 8
- Lugar 6: 5
- Lugar 7: 7.

Residentes probablemente afectados por los futuros ruidos

Para cada lugar de implantación de la fábrica, los aires que podrían estar afectados por 3 grupos de ruidos han sido representados sobre un plano a gran escala (por ejemplo 1:10 000):

- aires determinados por la rosa de los vientos para la polución del aire y de los olores,
- aires determinados por la distancia y la topografía para el ruido,
- aires determinados por el ángulo de visión para la degradación de la vista.

Como se trata de ruidos hipotéticos, estos aires y sus poblaciones futuras correspondientes son evidentemente aproximados. La importancia relativa de los ruidos ha sido expresada sobre una escala de longitud 10, con un sentido de preferencia creciente, afín de que la mejor nota posible sea 10 y la peor 0.

Siendo los ruidos de naturaleza diferente, el número de clases así como el valor medio atribuido a cada clase varía según el criterio.

La progresión es casi geométrica (0; 1; 3; 10) para las cuatro clases de ruido “olores y polución del aire”. La progresión de 3 clases es aritmética para el ruido (0; 5; 10), ya que éste es expresado en decibelios (escala geométrica). Para la visión, si el objetivo salta a la vista: nota 0, si se confunde con el paisaje: nota 10.

La notas obtenidas son las siguientes (sentido de preferencia creciente):

- Lugar 1: 3.5
- Lugar 2: 4.5
- Lugar 3: 5.5
- Lugar 4: 8.0
- Lugar 5: 7.5
- Lugar 6: 4.0
- Lugar 7: 8.5

Competición con otras “vocaciones”

Este criterio concierne hipótesis “posibles” y por tanto, por naturaleza, subjetivas y cualitativas.

Para definirlo, se ha adoptado un “barómetro” para decir si el lugar en cuestión se prestaría bien o no a otros usos. La escala siguiente de adecuación a otros usos ha sido escogida (en un sentido creciente de las preferencias):

- muy débil: 4
- débil: 3

- grande: 2
- muy grande: 1

Varios representantes de cada medio social interesado han sido consultados: deporte, turismo, protección del patrimonio y del medio natural. Los medios económicos no han sido interrogados ya que su punto de vista ha sido tenido en cuenta en el precio de los terrenos.

El cálculo de la suma ponderada de las notas atribuidas a sido efectuada teniendo en cuenta una ponderación decidida a priori.

Se han obtenido los siguientes valores:

- Lugar 1: 18
- Lugar 2: 24
- Lugar 3: 17
- Lugar 4: 20
- Lugar 5: 16
- Lugar 6: 21
- Lugar 7: 13.

RECAPITULACIÓN

La matriz de evaluaciones es la siguiente:

Criterios → Acciones ↓	Precio del terreno	Gastos de transporte	Estado actual del medio ambiente	Residentes afectados por el ruido	Competición con otras "vocaciones"
L1	- 120	- 284	5	3.5	18
L2	- 150	- 269	2	4.5	24
L3	- 100	- 413	4	5.5	17
L4	- 60	- 596	6	8.0	20
L5	- 30	- 1321	8	7.5	16
L6	-80	- 734	5	4.0	21
L7	-45	- 982	7	8.5	13

Nota: el signo (-) indica el sentido decreciente de las preferencias bajo ese criterio.

Falta por determinar el valor de los parámetros de la IRC.

ESTUDIO DE LA IMPORTANCIA RELATIVA INTRÍNSECA DE LOS CRITERIOS:

Comenzamos definiendo las acciones ficticias que vamos a usar para llevar a cabo el algoritmo ascendente-descendente.

DEFINICIÓN DE LAS ACCIONES FICTICIAS:

$$b_0 = (25.8; 8.3; 7.4; 919.8; 83.57)$$

$$b_1 = (30;8.3;7.4;919.8;83.57)$$

$$b_2 = (25.8;10.5;7.4;919.8;83.57)$$

$$b_3 = (25.8;8.3;9;919.8;83.57)$$

$$b_4 = (25.8;8.3;7.4;1219;83.57)$$

$$b_5 = (25.8;8.3;7.4;919.8;140)$$

$$b_{12} = (30;10.5;7.4;919.8;83.57)$$

$$b_{13} = (30;8.3;9;919.8;83.57)$$

$$b_{14} = (30;8.3;7.4;1219;83.57)$$

$$b_{15} = (30;8.3;7.4;919.8;140)$$

$$b_{23} = (25.8;10.5;9;919.8;83.57)$$

$$b_{24} = (25.8;10.5;7.4;1219;83.57)$$

$$b_{25} = (25.8;10.5;7.4;919.8;140)$$

$$b_{34} = (25.8;8.3;9;1219;83.57)$$

$$b_{35} = (25.8;8.3;9;919.8;140)$$

$$b_{45} = (25.8;8.3;7.4;1219;140)$$

ALGORITMO ASCENDENTE-DESCENDENTE.

PASO 1: "Ordenar los criterios por orden de importancia"

$$g_1 \prec g_2 \prec g_3 \prec g_4 \prec g_5$$

competición con otras vocaciones \prec residentes afectados por el ruido \prec estado del medio ambiente \prec gastos de transporte \prec precio del terreno

PASO 2 ASCENDENTE: "Determinar grupos de criterios próximos en importancia"

$$b_3 P b_{12} \Rightarrow h(2) = 3$$

$\exists b_i P b_{12} \Rightarrow$ los grupos son:

$$G_1 = \{g_1, g_2\}$$

$$G_2 = \{g_3, g_4, g_5\}$$

PASO 3 ASCENDENTE: "Calcular la distancia entre grupos próximos en importancia"

Puesto que $b_3 P b_{12}$ no puede calcularse la distancia.

PASO 2 DESCENDENTE: "Grupos de importancia similar"

$$b_{23} P b_5 \Rightarrow l(2) = 3$$

pero $b_3 P b_{12}$ por tanto:

$$G_1' = \{g_4, g_5\}$$

$$G_2' = \{g_1, g_2, g_3\}$$

PASO 3 DESCENDENTE: “Cálculo de la distancia entre grupos de parecida importancia”

$$b_{23} P b_4$$

Por tanto, en lo que se refiere a la importancia intrínseca de los criterios, tenemos las siguientes desigualdades para los parámetros de la IRC:

Paso 2 ascendente: $k_3 > k_1 + k_2$

Paso 3 ascendente: nada

Paso 2 descendente: $k_5 < k_2 + k_3$

Paso 3 descendente: $k_2 + k_3 > k_4$

Es decir:

$$k_1 \leq k_2 \leq k_3 < k_1 + k_2$$

$$k_3 \leq k_4 \leq k_5 < k_2 + k_3 < 2k_2 + k_1$$

INCORPORACIÓN DEL PODER DE INFLUENCIA DE LOS CRITERIOS A LOS PARÁMETROS DE LA IRC:

Recordemos que ya no vamos a trabajar más con las alternativas ficticias antes definidas. Volvemos por tanto a la tabla en la cual se daban las valoraciones reales de los lugares 1 a 7.

PASO 1: "Determinar subintervalos de los intervalos de variación de los parámetros de la IRC que conduzcan a distintas soluciones finales"

Comenzemos con la siguiente solución inicial:

$$k_1 = 1, \quad k_2 = 2, \quad k_3 = 2.5, \quad k_4 = 4, \quad k_5 = 4.5$$

y por tanto,

$$k_1 \in (0.5, 2]$$

$$k_2 \in [1, 2.5]$$

$$k_3 \in [2, 3)$$

$$k_4 \in [2.5, 5)$$

$$k_5 \in [4, 5)$$

El vector de puntos medios de estos intervalos es:

$$(1.25, 1.75, 2.5, 3.75, 4.5)$$

y los subintervalos a considerar:

$$I_{11} = (0.5, 1) \quad I_{21} = (1, 1.5) \quad I_{31} = (1.5, 2)$$

$$\text{ptos medios} = (0.75, 1.25, 1.75)$$

$$I_{12} = (1, 1.5) \quad I_{22} = (1.5, 2) \quad I_{32} = (2, 2.5)$$

$$\text{ptos medios} = (1.25, 1.75, 2.25)$$

$$I_{13} = \left(2, \frac{7}{3}\right) \quad I_{23} = \left(\frac{7}{3}, \frac{8}{3}\right) \quad I_{33} = \left(\frac{8}{3}, 3\right)$$

$$\text{ptos medios} = (2.17, 2.5, 2.8)$$

$$I_{14} = \left(2.5, \frac{10}{3}\right) \quad I_{24} = \left(\frac{10}{3}, \frac{12.5}{3}\right) \quad I_{34} = \left(\frac{12.5}{3}, 5\right)$$

$$\text{ptos medios} = (2.9, 3.75, 4.58)$$

$$I_{15} = \left(4, \frac{13}{3}\right) \quad I_{25} = \left(\frac{13}{3}, \frac{14}{3}\right) \quad I_{35} = \left(\frac{14}{3}, 5\right)$$

$$\text{ptos medios} = (4.17, 4.5, 4.8)$$

Tendremos que ver, por tanto, cuales son las soluciones del problema de ayuda a la decisión para las siguientes familias de pesos:

$$P11 = (0.75, 1.75, 2.5, 3.75, 4.5)$$

$$P21 = (1.25, 1.75, 2.5, 3.75, 4.5)$$

$$P31 = (1.75, 1.75, 2.5, 3.75, 4.5)$$

$$P12 = (1.25, 1.25, 2.5, 3.75, 4.5)$$

$$P22 = P21$$

$$P32 = (1.25, 2.25, 2.5, 3.75, 4.5)$$

$$P13 = (1.25, 1.75, 2.17, 3.75, 4.5)$$

$$P23 = P21$$

$$P33 = (1.25, 1.75, 2.8, 3.75, 4.5)$$

$$P14 = (1.25, 1.75, 2.5, 2.9, 4.5)$$

$$P_{24} = P_{21}$$

$$P_{34} = (1.25, 1.75, 2.5, 4.58, 4.5)$$

$$P_{15} = (1.25, 1.75, 2.5, 3.75, 4.17)$$

$$P_{25} = P_{21}$$

$$P_{35} = (1.25, 1.75, 2.5, 3.75, 4.8)$$

Se ha escogido un índice de concordancia de 0.9 por ser el que más discriminaba.

Las soluciones , cuya obtención puede verse en el Apéndice 2, son las siguientes:

$$S_{21} = S_{22} = S_{23} = S_{24} = S_{25}$$

$$S_{11} \neq S_{21}$$

$$S_{21} = S_{31} = S_{12} = S_{32} = S_{13} = S_{33}$$

$$S_{14} \neq S_{21}$$

$$S_{34} = S_{21} = S_{15} = S_{35}$$

Es decir, sólo hay tres soluciones distintas :

$$S_{11}, S_{21}, S_{14}$$

que son las soluciones proporcionadas por las familias P_{11} , P_{21} y P_{14} .

Así, los subintervalos a considerar al final del Paso 1 son los siguientes:

$$I_{11} = (0.5, 1) \quad I_{12} = (1, 2)$$

$$I_{21} = (1, 2.5)$$

$$I_{31} = (2, 3)$$

$$I_{41} = \left(2.5, \frac{10}{3}\right)$$

$$I_{42} = \left(\frac{10}{3}, 5\right)$$

$$I_{51} = (4, 5)$$

PASO 2: Estudio del PIC para tres familias de parámetros de la IRC.

Las familias a considerar, a partir de los resultados en el paso anterior, son:

$$F_{0.cen} = (k_1 = 1.25, k_2 = 1.75, k_3 = 2.5, k_4 = 3.75, k_5 = 4.5)$$

$$F_{0.máx} = (k_1 = 1.5, k_2 = 1.75, k_3 = 2.5, k_4 = 4.17, k_5 = 4.5)$$

$$F_{0.mín} = (k_1 = 0.75, k_2 = 1.75, k_3 = 2.5, k_4 = 2.9, k_5 = 4.5)$$

La solución para las dos primeras familias es la misma, la llamaremos $S_{0.cen}$. Por lo tanto las soluciones a considerar son $S_{0.cen}$ y $S_{0.mín}$ (su obtención puede encontrarse en el apéndice 2).

Vamos ahora a obtener los conjuntos $\Delta^H(x_j, y_j) \quad H \in \{P, S, V, T\}$,

$\forall j = 1, \dots, 5$.

Preferencias parciales	$S_{0.cen}$	$S_{0.mín}$
$L1P1L3$	$L3PL \quad !$	$L3PL \quad !$
$L1P1L5$		

<i>L1PL7</i>		
<i>L2P1L1</i>		<i>L1PL2;!</i>
<i>L2P1L3</i>		
<i>L2P1L4</i>		
<i>L2P1L5</i>		
<i>L2P1L6</i>		
<i>L2P1L7</i>		
<i>L3P1L5</i>		
<i>L3P1L7</i>		
<i>L4P1L1</i>		
<i>L4P1L3</i>		<i>L4PL3</i>
<i>L4P1L5</i>		
<i>L4P1L7</i>	<i>L4PL7</i>	<i>L4PL7</i>
<i>L5P1L7</i>	<i>L7PL5;!</i>	<i>L7PL5;!</i>
<i>L6P1L1</i>		
<i>L6P1L3</i>		
<i>L6P1L4</i>	<i>L4PL6;!</i>	<i>L4PL6;!</i>
<i>L6P1L5</i>		
<i>L6P1L7</i>		
<i>L2P2L1</i>		<i>L1PL2;!</i>
<i>L2P2L6</i>		
<i>L3P2L</i>	<i>L3PL</i>	<i>L3PL</i>
<i>L3P2L2</i>		
<i>L3P2L6</i>		

<i>L4P₂L</i>		
<i>L4P₂L2</i>		
<i>L4P₂L3</i>		
<i>L4P₂L5</i>		
<i>L4P₂L6</i>	<i>L4PL6</i>	<i>L4PL6</i>
<i>L5P₂L1</i>		
<i>L5P₂L2</i>		
<i>L5P₂L3</i>		
<i>L5P₂L6</i>		
<i>L6P₂L1</i>		
<i>L7P₂L1</i>		
<i>L7P₂L2</i>		
<i>L7P₂L3</i>		
<i>L7P₂L4</i>		<i>L4PL7_i!</i>
<i>L7P₂L5</i>	<i>L7PL5</i>	<i>L7PL5</i>
<i>L7P₂L6</i>		
<i>L1P₃L2</i>		<i>L1PL2</i>
<i>L1P₃L3</i>	<i>L3PL1_i!</i>	<i>L3PL1_i!</i>
<i>L3P₃L2</i>		
<i>L4P₃L1</i>		
<i>L4P₃L2</i>		
<i>L4P₃L3</i>		<i>L4PL3</i>
<i>L4P₃L6</i>	<i>L4PL6</i>	<i>L4PL6</i>

$L5P_3L1$		
$L5P_3L2$		
$L5P_3L3$		
$L5P_3L4$		
$L5P_3L6$		
$L5P_3L7$	$L7PL5_{\dagger}$	$L7PL5_{\dagger}$
$L6P_3L2$		
$L6P_3L3$		
$L7P_3L1$		
$L7P_3L2$		
$L7P_3L3$		
$L7P_3L4$	$L4PL7_{\dagger}$	$L4PL7_{\dagger}$
$L7P_3L6$		
$L1P_4L3$	$L3PL1_{\dagger}$	$L3PL1_{\dagger}$
$L1P_4L4$		
$L1P_4L5$		
$L1P_4L6$		
$L1P_4L7$		
$L2P_4L1$		$L1PL2_{\dagger}$
$L2P_4L3$		
$L2P_4L4$		
$L2P_4L5$		
$L2P_4L6$		

<i>L2P₄L7</i>		
<i>L3P₄L4</i>		<i>L4PL3₁!</i>
<i>L3P₄L5</i>		
<i>L3P₄L6</i>		
<i>L3P₄L7</i>		
<i>L4P₄L5</i>		
<i>L4P₄L6</i>	<i>L4PL6</i>	<i>L4PL6</i>
<i>L4P₄L7</i>	<i>L4PL7</i>	<i>L4PL7</i>
<i>L6P₄L5</i>		
<i>L6P₄L7</i>		
<i>L7P₄L5</i>	<i>L7PL5</i>	<i>L7PL5</i>
<i>L1P₅L2</i>		<i>L1PL2</i>
<i>L3P₅L1</i>	<i>L3PL</i>	<i>L3PL</i>
<i>L3P₅L2</i>		
<i>L4P₅L1</i>		
<i>L4P₅L2</i>		
<i>L4P₅L3</i>		<i>L4PL3</i>
<i>L4P₅L6</i>	<i>L4PL6</i>	<i>L4PL6</i>
<i>L5P₅L</i>		
<i>L5P₅L2</i>		
<i>L5P₅L3</i>		
<i>L5P₅L4</i>		
<i>L5P₅L6</i>		

$L5P_3L7$	$L7PL5_3!$	$L7PL5_3!$
$L6P_3L1$		
$L6P_3L2$		
$L6P_3L3$		
$L7P_3L1$		
$L7P_3L2$		
$L7P_3L3$		
$L7P_3L6$		

Si denotamos por :

$$Card\Delta^H(j) = Card\Delta^H(x_j, y_j) \quad H \in \{P, S, V, T\}$$

$$\gamma_j = Card\Delta^S(j) - Card\Delta^T(j)$$

$$v_j = Card[\Delta^V(j) \setminus \Delta^S(j)]$$

tendremos los resultados siguientes:

S_{0cent}	S_{0mfn}
$Card\Delta^S(1) = 1$	$Card\Delta^S(1) = 2$
$Card\Delta^S(2) = 3$	$Card\Delta^S(2) = 4$
$Card\Delta^S(3) = 1$	$Card\Delta^S(3) = 3$
$Card\Delta^S(4) = 3$	$Card\Delta^S(4) = 3$
$Card\Delta^S(5) = 2$	$Card\Delta^S(5) = 4$

$Card\Delta^T(1) = 3$	$Card\Delta^T(1) = 4$
$Card\Delta^T(2) = 0$	$Card\Delta^T(2) = 2$
$Card\Delta^T(3) = 3$	$Card\Delta^T(3) = 3$
$Card\Delta^T(4) =$	$Card\Delta^T(4) = 3$
$Card\Delta^T(5) = 1$	$Card\Delta^T(5) = 1$
$\gamma_1 = -2$	$\gamma_1 = -2$
$\gamma_2 = 3$	$\gamma_2 = 2$
$\gamma_3 = -2$	$\gamma_3 = 0$
$\gamma_4 = 2$	$\gamma_4 = 0$
$\gamma_5 = 1$	$\gamma_5 = 3$
$v_1 = 17$	$v_3 = 14$
$v_3 = 6$	$v_4 = 15$

En consecuencia si tomamos las familias F_{0cent} y $F_{0máx}$, que conducen ambas a la solución final S_{0cent} , el poder de influencia de los criterios se ve reflejado en el siguiente orden:

$$g_3 \prec g_1 \prec g_5 \prec g_4 \prec g_2$$

mientras que para la familia $F_{0mín}$, que conduce a la solución final $S_{0mín}$, el poder de influencia de los criterios es:

$$g_1 \prec g_3 \prec g_4 \prec g_2 \prec g_5$$

PASO 3: Aumentar el valor de los k_j en los criterios más influyentes y disminuirlo en los menos influyentes.

Obtenemos dos familias distintas de parámetros de la IRC:

$$FP_{centrales} \equiv FP_{máximos} = (k_1 = 0.75, k_2 = 1.75, k_3 = 2.5, k_4 = 4.17, k_5 = 4.5)$$

$$FP_{mínimos} = (k_1 = 0.75, k_2 = 1.75, k_3 = 2.5, k_4 = 2.9, k_5 = 4.5)$$

ANÁLISIS DE ROBUSTEZ:

Para las dos familias anteriores de parámetros de la IRC (notar que ahora el PIC ya está incluido) resolvemos el problema de Ayuda a la Decisión. La resolución de estos problemas puede verse en el apéndice 2. Llamemos $G1$ al grafo solución usando como parámetros de la IRC las familias $FP_{centrales}$ o $FP_{mínimos}$, y $G2$ al grafo generado por la familia $FP_{máximo}$. La siguiente tabla recoge el índice de robustez de las aristas que aparecen en el grafo. Dicho índice se calcula como la diferencia entre el índice de concordancia de la arista y el umbral de concordancia. Estos índices de robustez están recogidos en la siguiente tabla:

	$L1 \rightarrow L2$	$L3 \rightarrow L1$	$L4 \rightarrow L3$	$L4 \rightarrow L6$	$L4 \rightarrow L7$	$L7 \rightarrow L5$
$G1$	0.016	0.058	0.011	0.1	0.1	0.07
$G2$	0.024	0.045	0	0.1	0.1	0.073

Como $G2$ es un subgrafo de $G1$ no es necesario hacer una análisis multicriterio de la robustez. Basta con calcular el índice de robustez de los respectivos grafos como suma

de los índices de las aristas que los componen. Será más robusto aquel grafo que tenga mayor índice de robustez.

Índice de robustez de $G1=0.355$

Índice de robustez de $G2=0.342$

Por tanto $G1$ es más robusto que $G2$ y, en consecuencia, tomaremos como familia de los parámetros de la importancia relativa de los criterios:

$$(k_1 = 0.75, k_2 = 1.75, k_3 = 2.5, k_4 = 2.9, k_5 = 4.5).$$

CONCLUSIONES.

CONCLUSIONES:

Dos son las premisas en las que encuentra su principal motivación el trabajo que esta Tesis supone:

- De un lado, el que sean dos los enfoques que pueden seguirse al objeto de otorgar significado al concepto de *importancia relativa de los criterios*: el enfoque *descriptivo* y el enfoque *constructivo*.

- De otro lado, el hecho de que los valores asignados a los parámetros de la IRC carecen de significado en tanto no se haya especificado el procedimiento de agregación que va a ser usado.

De esta suerte, tales premisas se han constituido en el referente de la búsqueda de un método para el estudio de la importancia relativa de los criterios como objetivo final a perseguir en la Tesis.

El ámbito por el que se ha optado es aquél que describe el enfoque constructivo - por ser este ámbito donde, hasta ahora, no se han producido resultados satisfactorios - y la lógica que se contempla es la que determinan los procedimientos de agregación tipo ELECTRA.

El único antecedente, en este orden de cosas, lo supone un trabajo riguroso debido a Vincent Mousseau.

En dicho trabajo, se buscan cotas superiores e inferiores para los parámetros de la IRC:

Las cotas para el parámetro k_j se calculan en función de los k_i , de suerte que:

$$k_i \leq k_j$$

esto es, las cotas del parámetro de la importancia relativa del criterio g_j se determinan en términos de los parámetros de los criterios que son menos importantes que él.

Sin embargo, el método propuesto por V. Mousseau presenta incompletitudes que pueden ser reseñadas en la forma siguiente:

- 1.- la posibilidad de que no existiera una cota superior para k_n ,
- 2.- que no existieran cotas superiores para los parámetros de la IRC para algunos de los criterios de menor importancia,
- 3.- la imposibilidad, en ciertos casos, del cálculo de la distancia entre dos grupos consecutivos de criterios próximos en importancia.

La búsqueda de respuestas a tales incompletitudes supone la línea de estudio de este trabajo de Tesis.

A tales respuestas se ha llegado orientando el trabajo de investigación en dos puntos fundamentales que suponen:

- de una parte, la *elaboración* de un algoritmo que se califica como *algoritmo descendente* - en contraposición con el algoritmo de V. Mousseau que es fundamentalmente ascendente -,

- de otra parte, por la *introducción del concepto* de PIC que posibilita desagregar la IRC en dos componentes: una *componente intrínseca* y una *componente extrínseca*.

Los logros que se alcanzan - y que suponen el contenido básico de estas conclusiones - señalan:

1º - para el algoritmo ascendente:

*- el algoritmo descendente garantiza la *existencia de cota superior* para k_n :

La condición necesaria y suficiente para que k_n esté acotado superiormente es:

$$\exists \alpha \quad / \quad \frac{k_n}{k_1} < \alpha \quad [1]$$

Si $r \geq 2$, donde r es el número de grupos surgidos de aplicar el algoritmo descendente, entonces [1] está garantizado:

$$k_n < k_{l(2)-1} + k_{l(2)} < 2k_{l(2)} < 2(k_{l(3)-1} + k_{l(3)}) < 2^2 k_{l(3)} < \dots < 2^{r-1} k_1$$

luego:

$$\frac{k_n}{k_1} < 2^{r-1}$$

Quedaría considerar el caso extremo en el que $r=1$. Si sólo obtenemos un grupo, entonces estamos admitiendo implícitamente que todos los criterios tienen una importancia intrínseca similar.

*- el algoritmo descendente garantiza la *no existencia de problema* para el *cálculo de la distancia* entre grupos:

Para el cálculo de la distancia entre grupos buscamos para cada grupo G'_i la coalición consecutiva de orden menor en G'_{i+1} que es más importante que $g_{l(i+1)+1}$. Es decir buscamos $m, m+1$ tales que:

$$\begin{aligned} \{g_m, g_{m+1}\} &> g_{l(i+1)+1} \\ \forall a, b \in F \quad b < a \leq m &\Rightarrow \{g_a, g_b\} < g_{l(i+1)+1} \end{aligned}$$

Dicha coalición existe pues:

$$\{g_{l(i+1)-1}, g_{l(i+1)}\} > g_{l(i)} > g_{l(i+1)+1}$$

Podría ocurrir que la coalición de orden menor que es más importante que $g_{l(i+1)+1}$ no se encuentre en G'_{i+1} sino en G'_{i+2} siendo a lo sumo $\{g_{l(i+2)-1}, g_{l(i+2)}\}$ ya que:

$$\left\{ \begin{array}{l} \{g_{I(i+2)-1}, g_{I(i+2)}\} \succ g_{I(i+1)} \\ \text{y no} \left[\{g_{I(i+2)-2}, g_{I(i+2)-1}\} \succ g_{I(i+1)} \right] \end{array} \right\} \Rightarrow \text{no} \left[\{g_{I(i+2)-2}, g_{I(i+2)-1}\} \succ g_{I(i+1)+1} \right]$$

En ese caso estaríamos dando simplemente una cota algo grosera.

*- *permanece el problema* de las cotas superiores para los criterios de los grupos menos importantes: sin embargo, tal problema encontrará solución con base en el estudio del poder de influencia de los criterios.

*- el algoritmo descendente *introduce la ventaja añadida* que se sigue de permitir *detectar contradicciones en las respuestas* del decisor: se formulan preguntas distintas a las realizadas en el algoritmo ascendente, aún cuando orientadas a obtener el mismo tipo de información. No resultan posibles, por ello, todas las combinaciones de grupos que surgen de las dos fases anteriores.

2°.- para la componente extrínseca:

*- *proporciona solución* al problema de las cotas superiores:

La mejora en la precisión de los intervalos se lleva a cabo introduciendo la información que se deriva de considerar el problema concreto de Ayuda a la Decisión que nos concierne, es decir, a través del estudio PIC.

*- *posibilita ser coherentes* con la hipótesis de que “no existe una realidad objetiva modelizable independientemente del problema de Ayuda a la Decisión”: distintas realidades tienen cabida en el seno de un mismo problema de decisión y

diferentes deberán ser las soluciones que proporcione el Método Multicriterio de Ayuda a la Decisión, lo que supone que un mismo problema de Ayuda a la Decisión será, en consecuencia, tratado de forma diferenciada dependiendo de las alternativas que se planteen.

*- la *importancia extrínseca de los criterios* es una cuestión que ha sido obviada hasta ahora: se ha resaltado el hecho que la IRC depende del método de agregación usado, esto es, se ha relacionado siempre la IRC con el procedimiento de agregación con olvido del conjunto de las alternativas. Sin embargo, resulta claro que un mismo criterio puede tener un papel más o menos determinante - ser más o menos importante - a la hora de la búsqueda de una solución dependiendo del conjunto de alternativas a las que hayamos de enfrentarnos.

BIBLIOGRAFÍA.

BIBLIOGRAFÍA:

ABBAS, M. PIRLOT, M., VINCKE, P. (1996). "Preference Structures and Comparability Graphs". *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis*, Vol. 5, pags. 81-98 .

BANA e COSTA, C. (1985). "A Multicriteria Decision Aid to Deal with Conflicting Situations on the Weights". *European Journal of Operational Research*, 26, 22-34.

BANA e COSTA, C. (1988). "A Methodology for Sensitivity Analysis in Three-Criteria Problems: A Case Study in Municipal Management". *European Journal of Operation Research*, 33, pags. 159-173.

BANA e COSTA, C. (Ed.) (1990). "Readings in Multiple Criteria Decision Aid". Springer-Verlag.

BANA e COSTA, C. VANSNICK, J.C. (1993). "Sur la Quantification des Jugements de Valeurs: L'Approche Macbeth". *Cahier du LAMSADE n° 117*.

BARBA-ROMERO, S. (1987). "Panorámica Actual de la Decisión Multicriterio Discreta". *Investigaciones Económicas (Segunda época)*, Vol. XI, n° 2 , 279-308.

BATTEAU, P., JACQUET-LAGREZE, E., MONJARDET, B. (1981). "Analyse et Agrégation des Préférences". *Economica*.

BERNARD, G. et BESSON, M.L. (1971). "Douze Méthodes d'Analyse Multicritère". *Revue Française d'Informatique et de Recherche opérationnelle*, 5° año, V-3, 19-66.

BERTIER, P., BOUROCHE, J. M. (1981). "Analyse des Données Multidimensionnelles". PUF.

BOUYSSOU, J.C., VANSNICK, J.C. (1985). "Noncompensatory and Generalized Noncompensatory Preference Structures". *Cahier du LAMSADE n° 59*.

BOUYSSOU, D. (1986). "Some Remarks on the Notion of Compensation in MCDM". *European Journal of Operational Research*, 26, 150-160.

BOUYSSOU, D. (1996). "Outranking Relations: Do They Have Special Properties?". *Journal of Mul-Criteria Decision Analysis*", Vol. 5, pags. 99-111.

BOUYSSOU, D., VINCKE, Ph. (1997). "Ranking Alternatives on the Basis of Preference Relations: A Progress Report with Special Emphasis on Outranking Relations". *Journal of Multicriteria Decision Analysis*. Vol. 6, pags. 77-85.

BRANS, J.P. and VINCKE, Ph. (1985). "A Preference Ranking Organisation Method (the Promethee Method for multiple criteria decision-making)". *Management Science*, Vol. 31, n° 6, 647-656.

BRANS, J.P., VINCKE, Ph., and MARESCHAL, B. (1986). "How to Select and How to Rank Projects: The Promethee Method". *European Journal of Operational Research*, 24, 228-238.

BUEDE, D. (1996). "Software Review. Second Overview of the MCDA Software Market". *Journal of Multicriteria Decision Analysis*, Vol. 5, pags. 312-316.

BUFFET, P., GRÉMY, J.-P., MARC, M. et SUSSMANN, B. (...) "Peut-On Choisir En Tenant Compte de Critères Multiples?: Une Méthode Electre et Trois Applications".

CHURCHMAN, ACKOFF, ARNOFF. (1957). "Introduction to Operation Research". Wiley.

COCHRANE, J.L. and ZELENY, M. (1973). "Multiple Criteria Decision Making". University of South Carolina Press.

DYER, M.E. and PROLL, L.G. (1977). "An Algorithm for Determining All Extreme Points of a Convex Polytope". *Mathematical Programming*, 12, 81-96.

FRENCH, S. (1993). "A Manifesto for the New MCDA Era". *Journal of Multicriteria Decision Analysis*. Vol. 2, pags. 125-127.

FISHBURN, P.C. (1985). "The Theory of Social Choice". Princeton University Press.

GERSHON, M. (1984). "The Role of Weights and Scales in the Application of Multiobjective Decision Making". *European Journal of Operational Research*, 15, 244-250.

GUERRAS MARTIN, L. A. (1989). "Gestión de Empresas y Programación Multicriterio". ESIC Editorial.

GUIGOU, J.L. (1977) "Méthodes Multidimensionnelles". Dunod.

HOKKANEN, J., SALMINEN, P. (1997). "ELECTRE III and IV Decision Aids in Environmental Problem". *Journal of Multicriteria Decision Analysis*. Vol. 6, pags. 215-226.

JACQUET-LAGRÈZE, E. (1982). "Binary Preference Indices: A New Look on Multicriteria Aggregation Procedures". *European Journal of Operational Research*, 10, 26-32.

JACQUET-LAGRÈZE, E. and SISKOS, J. (1982). "Assessing a Set of Additive Utility Functions for Multicriteria Decision-Making, the UTA Method". *European Journal of Operational Research*, 10, 151-164.

JACQUET-LAGRÈZE, E. et SISKOS, J. (1983). "Méthode de Décision Multicritère". Editions Hommes et Techniques.

- JASZIEWICZ, A.J., SLOWINSKI, R. (1997). "Outranking-Based Interactive Exploration of a Set of Multicriteria Alternatives". *Journal of Multicriteria Decision Analysis*. Vol. 6, pags. 93-106.
- JOURNEE, P., PERNY, P., VANDERPOOTEN, D. (1996). "Une Méthodologie Multicritère Pour la Vérification des Accords sur le Contrôle des Armements en Europe". *Cahier du LAMSADE n° 134*.
- KACPRZYK, J., ROUBENS, M. (Eds.) (1988). "Non -Conventional Preference Relations in Decision Making". *Lectures Notes in Economic and Mathematical Systems*, n° 301. Springer-Verlag.
- KMIETOWICZ, Z.W. and PEARMAN, A.D. (1981). "Decision Theory and Incomplete Knowledge". Gower.
- KNOLL, A.L., and ENGELBERG, A. (1978). "Weighting Multiple Objectives -The Churchman-Ackoff Technique Revisited". *Computers and Operations Research*. Vol. 5, 165-177.
- LAINÉZ URRUTIKOETXEA, F.L.(....). "Jerarquización en la Concesión de Créditos a las Pequeñas y Medianas Empresas a Través del Análisis Factorial".
- LOOTSMA, F.A.(1990). "The French and the American School in Multi-Criteria Decision Analysis". *Operations Research*, vol. 24, n° 3, 263-285.
- LOOTSMA, F.A.(1996). "The Decision Maker and the Analyst in MCDA". *Journal of Multicriteria Decision Analysis*, Vol. 5, pags. 167-168.
- LOOTSMA, F.A., SCHUIJT, H. (1997). "The Multiplicative AHP, SMART, and ELECTRE in a Common Context". *Journal of Multicriteria Decision Analysis*. Vol. 6, pags. 185-196.
- LUCE, R.D. (1956). "Semiorders and a Theory of Utility Discrimination". *Econometrica*, 24, 178-191.
- MARCOTORCHINO, J.F. et MICHAUD, P. (1979). "Optimisation en Analyse Ordinale des Données". Masson.
- MARTEL, J-M., D'AVIGNON, R. and COUILLARD, J. (1986) "A Fuzzy Outranking Relation in Multicriteria Decision Making". *European Journal of Operational Research*, 25, 258-271.
- MATHEISS, T.H. and SCHMIDT, K. (1980). "Computational Results on an Algorithm for Finding All Vertices of a Polytope". *Mathematical Programming*, 18, 308-329
- MATHEISS, T.H., RUBIN, D. (1980). "A Survey and Comparison of Methods for Finding All Vertices of Convex Polyhedral Sets". *Mathematics of Operations Research*, Vol. 5, n°2, May 1980.

- MAYSTRE, L., PICTET, J., SIMOS, J. (1994). "Méthodes Multicritères ELECTRE". Presses Polytechniques et Universitaires Romandes.
- MOTZKIN, H., RAIFFA, H., THOMPSON, G.L., and TRALL, R.M. (). "The Double Description Method".
- MOUSSEAU, V. (1992). "Analyse et Classification de la Littérature Traitant de l'Importance Relative des Critères en Aide Multicritère à la Décision". Cahier du LAMSADE n° 109.
- MOUSSEAU, V. (1992). "Are Judgments about Relative Importance of Criteria Dependent or Independent of the Set of Alternatives?. An Experimental Approach". Cahier du LAMSADE n° 111.
- MOUSSEAU, V. (1995). "Eliciting Information Concerning the Relative Importance of Criteria". Cahier du LAMSADE, n° 126.
- MOUSSEAU, V., FIGUERA, J., NAUX, J-Ph., (1997). "Using the Assignment Exemples to Infer Weights for Electre TRI Methods: Some Experimental Results". Cahier du LAMSADE n° 150.
- NOGHIN, V. (1997). "Relative Importance of Criteria: a Quantitative Approach". Journal of Multicriteria Decision Analysis. Vol. 6, pags. 355-363.
- PERNY, P., TSOUKIAS, A. (1996). "Theoretical Foundations of MCDA". Journal of Multicriteria Decision Analysis. Vol. 5, pags. 79-80.
- POMEROL, J., BARBA-ROMERO, S. (1993). "Choix Multicritère dans l'Entreprise". Hermes.
- ROMERO, C. (1993). "Teoría de la Decisión Multicriterio: Conceptos, Técnicas y Aplicaciones". Alianza Universidad Textos.
- ROUBENS, M. (1982). "Preference Relations on Actions and Criteria in Multicriteria Decision Making". European Journal of Operational Research, 10, 51-55
- ROUBENS, M., VINCKE, Ph. (1985). "Preference Modelling". Lectures Notes in Economic and Mathematical Systems, n° 250. Springer-Verlag.
- ROY, B. (1968). "Classement et Choix en Presence de Points de Vue Multiples". R.I.R.O., 2° año, n° 8, 57-75.
- ROY, B. (1969). "Algèbre Moderne et Théorie des Graphes". Dunod
- ROY, B. (1985). "Méthodologie Multicritère d'Aide à la Décision". Economica.
- ROY, B. SKALKA, J.M. (1987). "Aspects Méthodologiques et Guide d'Utilisation (2e édition)". Document du LAMSADE n° 30.

- ROY, B., BOUYSSOU, D. (1993). "Aide Multicritère à la Décision: Méthodes et Cas". *Economica*.
- ROY, B. MOUSSEAU, V. (1995). "A Theoretical Framework for Analysing the Notion of Relative Importance of Criteria". *Cahier du LAMSADE n° 131*.
- ROY, B. VANDERPOOTEN, D. (1996). "The European School of MCDA: Emergence, Basic Features and Current Works". *Journal of Multicriteria Decision Analysis*. Vol. 5, pags. 22-38.
- ROY, B. VANDERPOOTEN, D. (1996). "Response to F.A. Lootsma's Comments on our Paper "The European School of MCDA: Emergence, Basic Features and Current Works" ". *Journal of Multicriteria Decision Analysis*. Vol. 5, pags. 165-166.
- ROY, B. (1997). "Un Cahainon Manquant en RO-AD. Les Conclusions Robustes". *Cahier du LAMSADE n° 144*.
- ROY, B. (1997). "L'Aide à la Décision Aujourd'hui: Que Devrait-On En Attendre?". *Document du LAMSADE n° 104*.
- SAATY, T.L. (1994). "How to Make a Decision: The Analytic Hierchy Process". *Interfaces*, 24, n°6, 19-43.
- SCHÄRLIG, A. (1985). "Décider Sur Plusieurs Critères". *Presses Polytechniques et universitaires romandes*.
- SCHÄRLIG, A. (1996). "The Case of The Vanishing Optimun". *Journal of Multicriteria Decision Analysis*. Vol. 5, pags. 160-164.
- SCHÄRLIG, A. (1996). "Pratiquer Electre et Promethée". *Presses Polytechniques et Universitaires Romandes*.
- SOLYMOSI, T., DOMBI, J. (1985). "A Method for Determinig the Weights of The Centralized weights". *European Journal of Operational Research*, 26, 35-41.
- STEUER, E. GARDINER, L.R., GRAY, J. (1996). "A Bibliographic Survey of the Activities and International Nature of Multiple Criteria Decision Making". *Journal of Multicriteria Decision Analysis*, Vol. 5, pags. 195-217.
- VAN ASBROECK, Ph., CHAMP-BRUNET, D. (1994). "An English-French Thesaurus of Multicriteria Decision Aid. Indexing Terms". *Document du LAMSADE n° 86*.
- VASEK CHVATAL (1983). "Linear Programing".
- VANSNICK, J.C. (1983). "On the problem of weights in Multiple Criteria Decision Making (the Non Compensatory Approach)". *Cahier du LAMSADE n° 57*.
- VINCKE, Ph. (1982). "Aggregation of Preferences: a review". *European Journal of Operational Research*, 9, 17-22

VINCKE, Ph. (1982) "Arrow's Theorem Is Not a Surprising Result". *European Journal of Operational Research*, 10,22-25.

VINCKE, Ph. (1986) "Analysis of Multicriteria Decision Aid in Europe". *European Journal of Operational Research*, 23, 160-168.

VINCKE, P..(1992). "Multicriteria Decision-aid". Wiley.

WIERZBICKI, A. P. (1997). "On the Role of Intuition in Decision Making and Some Ways of Multicriteria Aid of Intuition". *Journal of Multicriteria Decision Analysis*. Vol. 6, pags. 65-76.

R. 57-780

**AYUDA MULTICRITERIO A LA DECISIÓN: PROBLEMÁTICA
DE LOS CRITERIOS EN LOS MÉTODOS DE
SOBRECLASIFICACIÓN.**

T
17-86
II

**APÉNDICES
DE LA
TESIS DOCTORAL**



AUTORA:

MARÍA A. DE VICENTE Y OLIVA

Licenciada en C.C. Matemáticas por la Universidad Complutense de Madrid

DIRECTOR:

JUAN LÓPEZ DE LA MANZANARA BARBERO

Catedrático de la Universidad Complutense de Madrid

1998

APÉNDICE 1:
EMPLAZAMIENTO DE UN ESTADIO.

Estas son las salidas del software Electre I de Ph. Rusconi utilizado para llevar a cabo el estudio del poder de influencia de los criterios.

La resolución del problema para unos “pesos” dados está compuesta por cuatro tablas:

- tabla 1: llamada “ELECTRE 1 SPREADSHEET”,
- tabla 2: llamada “TABLEAU DE CONCORDANCE”,
- tabla 3: llamada “TABLEAU DE DISCORDANCE”,
- tabla 4: llamada “TABLEAU DE SURCLASSEMENT”.

El contenido de las tablas es el siguiente:

- “ELECTRE 1 SPREADSHEET”: contiene el enunciado del problema. En filas se disponen las alternativas y en columnas los criterios. En la primera fila debajo de los criterios aparecen los nombres de los mismos. A continuación encontramos dos filas denominadas respectivamente ECHELLE MIN y ECHELLE MAX en donde se recogen los valores mínimo y máximo de la escala del criterio correspondiente a esa columna. La siguiente fila en aparecer, la denominada POIDS, es la relativa a los “pesos” de los criterios. El resto de las filas son para el conjunto de alternativas.

- “TABLEAU DE CONCORDANCE”: es la matriz de concordancia del procedimiento ELECTRA I.

- “TABLEAU DE DISCORDANCE”: es la matriz de discordancia del procedimiento ELECTRA I.

- “TABLEAU DE SURCLASSEMENT”: es el grafo de sobreclasificación resultante del procedimiento ELECTRA I. En la esquina superior derecha aparecen dos

valores denominados SEUIL DE CONCORD. y SEUIL DE DISCORD. que son respectivamente los umbrales de concordancia y discordancia usados para resolver el problema. Cada alternativa viene representada por un vértice del grafo y las aristas orientadas indican el sentido de la sobreclasificación. Recordemos que el conjunto de las “mejores alternativas” lo compone el núcleo del grafo.

CRITERES	ELECTRE1 SPREADSHEET				STATUS : OK
STOP = ESC CONCOR. = F2 PRINT = F3	TITRE : ESTADIO DE FUTBOL				
	CRIT1	CRIT2	CRIT3	CRIT4	CRIT5
NOMS	INMERSIO	PAISAJE	TRANSPOR	RUIDO	COSTE
ECHELLE MIN	2	2	2	1	1
ECHELLE MAX	4	4	4	5	5
POIDS	0.33	2.00	4.00	4.75	5.50
ACTIONS					
ACT1 ABAJO	3.50	3.00	3.00	2.50	5.00
ACT2 ARRIBA	4.00	3.00	3.00	2.00	1.00
ACT3 LADERA	3.00	2.00	2.00	4.00	3.00
DEPLACEZ LE CURSEUR AVEC LES FLECHES ET ENTREZ UNE VALEUR INFERIEURE A 2000					

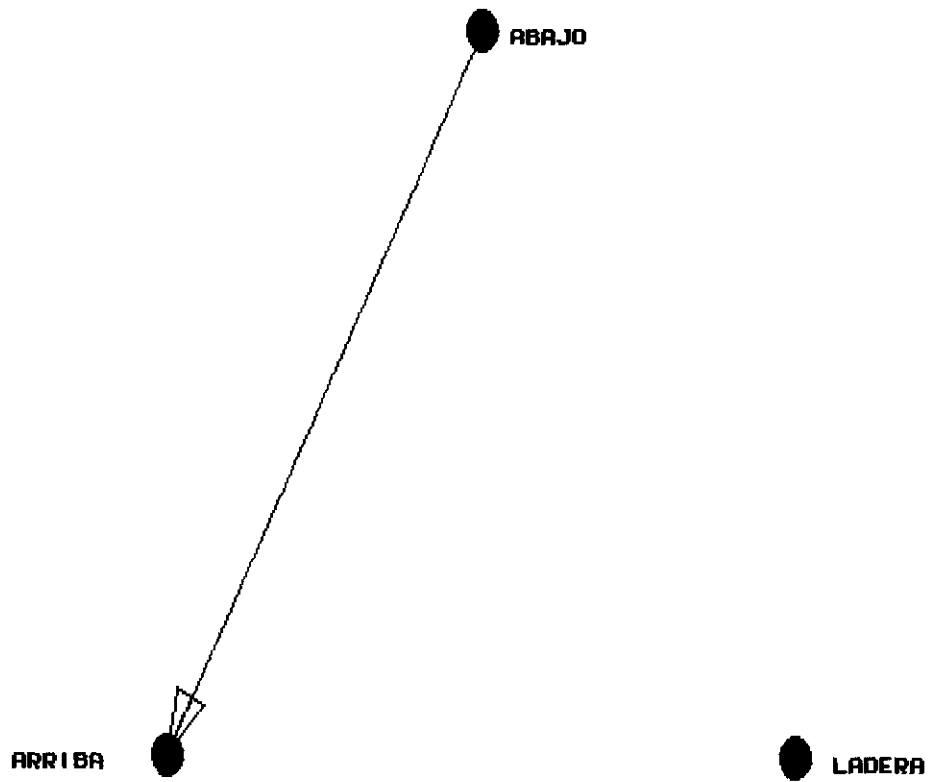
TABLEAU DE CONCORDANCE			
STOP = ESC DISCOR. = F2 PRINT = F3	TITRE : ESTADIO DE FUTBOL		
	ACT1	ACT2	ACT3
NOMS	ABAJO	ARRIBA	LADERA
ACT 1 ABAJO	---	0.382	0.286
ACT 2 ARRIBA	0.980	---	0.618
ACT 3 LADERA	0.714	0.382	---

TABLEAU DE DISCORDANCE			
STOP = ESC SURCLAS.= F2 PRINT = F3	TITRE : ESTADIO DE FUTBOL		
	ACT1	ACT2	ACT3
NOMS	ABAJO	ARRIBA	LADERA
ACT 1 ABAJO	---	1.000	0.500
ACT 2 ARRIBA	0.125	---	0.250
ACT 3 LADERA	0.375	0.500	---

STOP = ESC
VALEURS DE SURCLAS. = F2
PRINT = F3
CHANGER LES SEUILS. = F4

TABLEAU DE SURCLASSEMENT

SEUIL DE CONCORD. : 0.600
SEUIL DE DISCORD. : 0.200



MARS 91 PH. RUSCONI
TEL 441 1 942.06.62

CRITERES STOP = ESC CONCOR. = F2 PRINT = F3	ELECTRE1 SPREADSHEET				STATUS : OK
	TITRE : ESTADIO DE FUTBOL				
	CRIT1	CRIT2	CRIT3	CRIT4	CRIT5
NOMS	INMERSIO	PAISAJE	TRANSPOR	RUIDO	COSTE
EHELLE MIN	2	2	2	1	1
EHELLE MAX	4	4	4	5	5
POIDS	1.00	2.00	4.00	4.75	5.50
ACTIONS					
ACT1 ABAJO	3.50	3.00	3.00	2.50	5.00
ACT2 ARRIBA	4.00	3.00	3.00	2.00	1.00
ACT3 LADERA	3.00	2.00	2.00	4.00	3.00
DEPLACEZ LE CURSEUR AVEC LES FLECHES ET ENTREZ UNE VALEUR INFERIEURE A 2000					

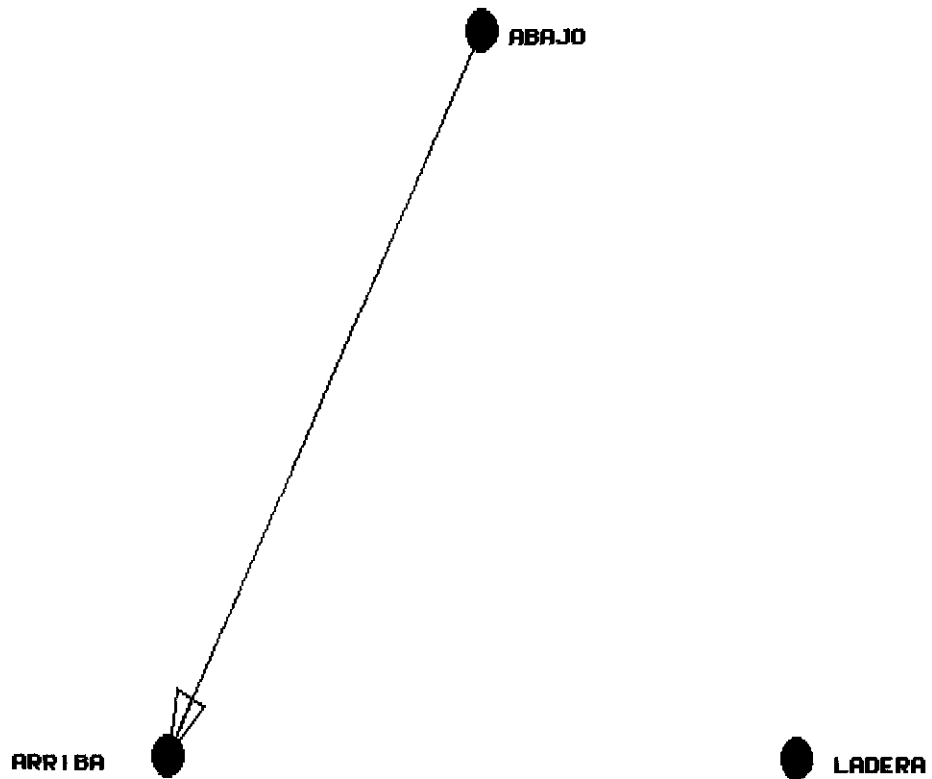
TABLEAU DE CONCORDANCE			
STOP = ESC DISCOR. = F2 PRINT = F3	TITRE : ESTADIO DE FUTBOL		
	ACT1	ACT2	ACT3
NOMS	ABAJO	ARRIBA	LADERA
ACT 1 ABAJO	---	0.406	0.275
ACT 2 ARRIBA	0.942	---	0.594
ACT 3 LADERA	0.725	0.406	---

TABLEAU DE DISCORDANCE			
STOP = ESC SURCLAS. = F2 PRINT = F3	TITRE : ESTADIO DE FUTBOL		
	ACT1	ACT2	ACT3
NOMS	ABAJO	ARRIBA	LADERA
ACT 1 ABAJO	---	1.000	0.500
ACT 2 ARRIBA	0.125	---	0.250
ACT 3 LADERA	0.375	0.500	---

STOP = ESC
VALEURS DE SURCLAS. = F2
PRINT = F3
CHANGER LES SEUILS. = F4

TABLEAU DE SURCLASSEMENT

SEUIL DE CONCORD. : 0.500
SEUIL DE DISCORD. : 0.200



MARS 91 PH. RUSCONI
TEL ++41 1 942.06.62

CRITERES STOP = ESC CONCOR. = F2 PRINT = F3	ELECTRE1 SPREADSHEET				STATUS : OK
	TITRE : ESTADIO DE FUTBOL				
	CRIT1	CRIT2	CRIT3	CRIT4	CRIT5
NOMS	INMERSIO	PAISAJE	TRANSPOR	RUIDO	COSTE
EHELLE MIN	2	2	2	1	1
EHELLE MAX	4	4	4	5	5
POIDS	1.70	2.00	4.00	4.75	5.50
ACTIONS					
ACT1 ABAJO	3.50	3.00	3.00	2.50	5.00
ACT2 ARRIBA	4.00	3.00	3.00	2.00	1.00
ACT3 LADERA	3.00	2.00	2.00	4.00	3.00

DEPLACEMENT LE CURSEUR AVEC LES FLECHES ET ENTREZ UNE VALEUR INFERIEURE A 2000

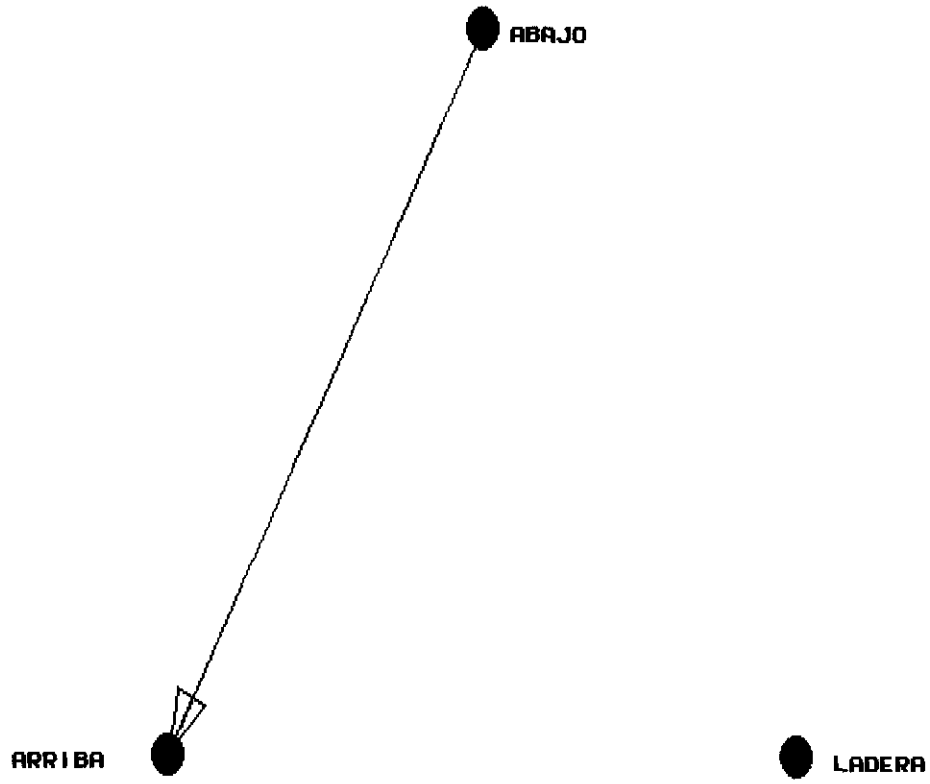
TABLEAU DE CONCORDANCE			
STOP = ESC DISCOR. = F2 PRINT = F3	TITRE : ESTADIO DE FUTBOL		
	ACT1	ACT2	ACT3
NOMS	ABAJO	ARRIBA	LADERA
ACT 1 ABAJO	---	0.429	0.265
ACT 2 ARRIBA	0.905	---	0.571
ACT 3 LADERA	0.735	0.429	---

TABLEAU DE DISCORDANCE			
STOP = ESC SURCLAS. = F2 PRINT = F3	TITRE : ESTADIO DE FUTBOL		
	ACT1	ACT2	ACT3
NOMS	ABAJO	ARRIBA	LADERA
ACT 1 ABAJO	---	1.000	0.500
ACT 2 ARRIBA	0.125	---	0.250
ACT 3 LADERA	0.375	0.500	---

STOP = ESC
VALEURS DE SURCLAS. = F2
PRINT = F3
CHANGER LES SEUILS. = F4

TABLEAU DE SURCLASSEMENT

SEUIL DE CONCORD. : 0.600
SEUIL DE DISCORD. : 0.200



MARS 91 PH. RUSCONI
TEL #141 1 942.06.62

CRITERES STOP = ESC CONCOR.= F2 PRINT = F3	ELECTRE1 SPREADSHEET				STATUS : OK
	TITRE : ESTADIO DE FUTBOL				
	CRIT1	CRIT2	CRIT3	CRIT4	CRIT5
NOMS	INMERSIO	PAISAJE	TRANSPOR	RUIDO	COSTE
EHELLE MIN	2	2	2	1	1
EHELLE MAX	4	4	4	5	5
POIDS	1.00	1.00	4.00	4.75	5.50
ACTIONS					
ACT1 ABAJO	3.50	3.00	3.00	2.50	5.00
ACT2 ARRIBA	4.00	3.00	3.00	2.00	1.00
ACT3 LADERA	3.00	2.00	2.00	4.00	3.00

DEPLACEZ LE CURSEUR AVEC LES FLECHES ET ENTREZ UNE VALEUR INFERIEURE A 2000

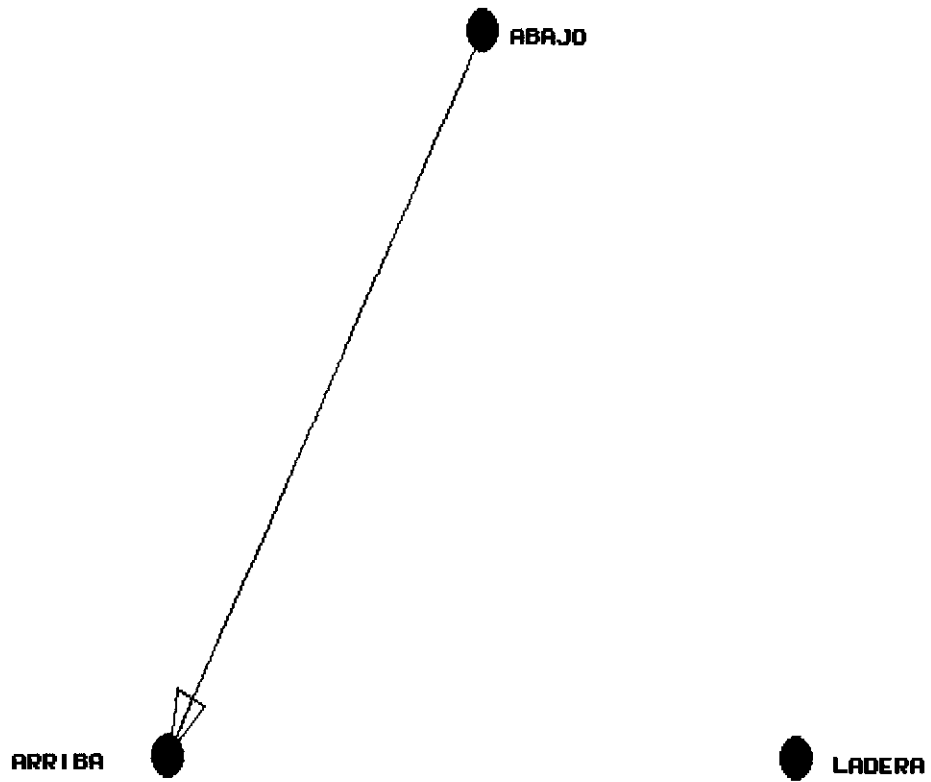
TABLEAU DE CONCORDANCE			
STOP = ESC DISCOR. = F2 PRINT = F3	TITRE : ESTADIO DE FUTBOL		
	ACT1	ACT2	ACT3
NOMS	ABAJO	ARRIBA	LADERA
ACT 1 ABAJO	---	0.369	0.292
ACT 2 ARRIBA	0.938	---	0.631
ACT 3 LADERA	0.708	0.369	---

TABLEAU DE DISCORDANCE			
STOP = ESC SURCLAS. = F2 PRINT = F3	TITRE : ESTADIO DE FUTBOL		
	ACT1	ACT2	ACT3
NOMS	ABAJO	ARRIBA	LADERA
ACT 1 ABAJO	---	1.000	0.500
ACT 2 ARRIBA	0.125	---	0.250
ACT 3 LADERA	0.375	0.500	---

STOP = ESC
VALEURS DE SURCLAS. = F2
PRINT = F3
CHANGER LES SEUILS. = F4

TABLEAU DE SURCLASSEMENT

SEUIL DE CONCORD. : 0.600
SEUIL DE DISCORD. : 0.200



MARS 91 PH. RUSCONI
TEL 0441 1 942.06.62

CRITERES STOP = ESC CONCOR. = F2 PRINT = F3	ELECTRE1 SPREADSHEET				STATUS : OK
	TITRE : ESTADIO DE FUTBOL				
	CRIT1	CRIT2	CRIT3	CRIT4	CRIT5
NOMS	INMERSIO	PAISAJE	TRANSPOR	RUIDO	COSTE
EHELLE MIN	2	2	2	1	1
EHELLE MAX	4	4	4	5	5
POIDS	1.00	3.33	4.00	4.75	5.50
ACTIONS					
ACT1 ABAJO	3.50	3.00	3.00	2.50	5.00
ACT2 ARRIBA	4.00	3.00	3.00	2.00	1.00
ACT3 LADERA	3.00	2.00	2.00	4.00	3.00

DEPLACEZ LE CURSEUR AVEC LES FLECHES ET ENTREZ UNE VALEUR INFERIEURE A 2000

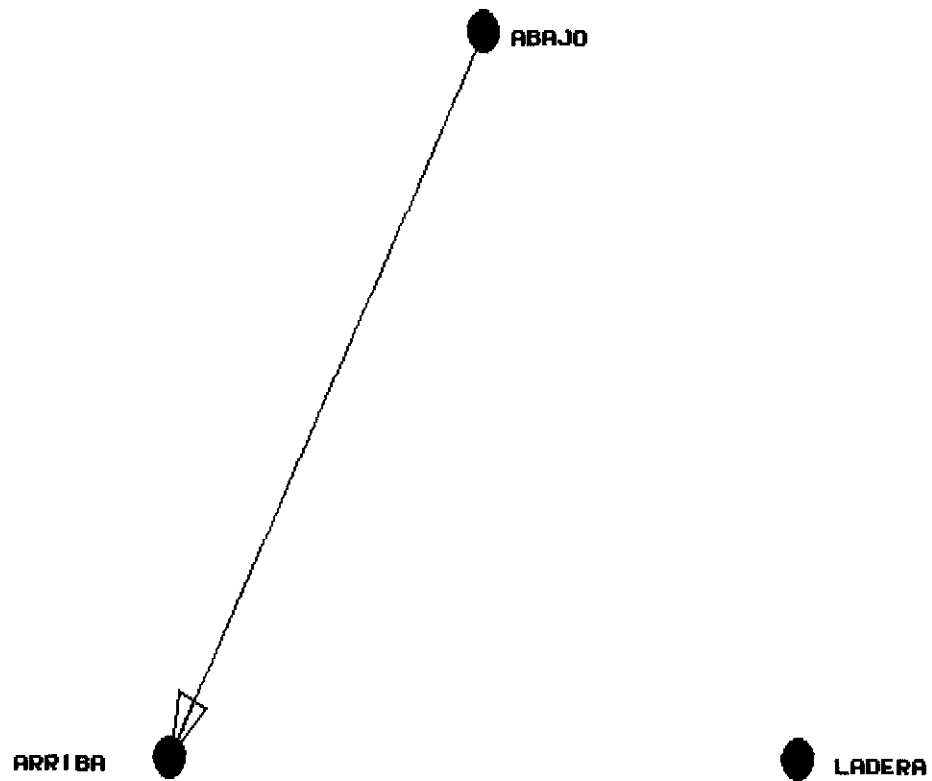
TABLEAU DE CONCORDANCE			
STOP = ESC DISCOR. = F2 PRINT = F3	TITRE : ESTADIO DE FUTBOL		
	ACT1	ACT2	ACT3
NOMS	ABAJO	ARRIBA	LADERA
ACT 1 ABAJO	---	0.448	0.256
ACT 2 ARRIBA	0.946	---	0.552
ACT 3 LADERA	0.744	0.448	---

TABLEAU DE DISCORDANCE			
STOP = ESC SURCLAS. = F2 PRINT = F3	TITRE : ESTADIO DE FUTBOL		
	ACT1	ACT2	ACT3
NOMS	ABAJO	ARRIBA	LADERA
ACT 1 ABAJO	---	1.000	0.500
ACT 2 ARRIBA	0.125	---	0.250
ACT 3 LADERA	0.375	0.500	---

STOP = ESC
VALEURS DE SURCLAS. = F2
PRINT = F3
CHANGER LES SEUILS. = F4

TABLEAU DE SURCLASSEMENT

SEUIL DE CONCORD. : 0.600
SEUIL DE DISCORD. : 0.200



MARS 91 PH. RUSCONI
TEL 441 1 942.06.62

CRITERES	ELECTRE1 SPREADSHEET				STATUS : OK
STOP = ESC	TITRE : ESTADIO DE FUTBOL				
CONCOR. = F2					
PRINT = F3	CRIT1	CRIT2	CRIT3	CRIT4	CRIT5
NOMS	INMERSIO	PAISAJE	TRANSPOR	RUIDO	COSTE
EHELLE MIN	2	2	2	1	1
EHELLE MAX	4	4	4	5	5
POIDS	1.00	2.00	3.33	4.75	5.50
ACT1 ABAJO	3.50	3.00	3.00	2.50	5.00
ACT2 ARRIBA	4.00	3.00	3.00	2.00	1.00
ACT3 LADERA	3.00	2.00	2.00	4.00	3.00

DEPLACEMENT LE CURSEUR AVEC LES FLECHES ET ENTREZ UNE VALEUR INFRIEURE A 2000

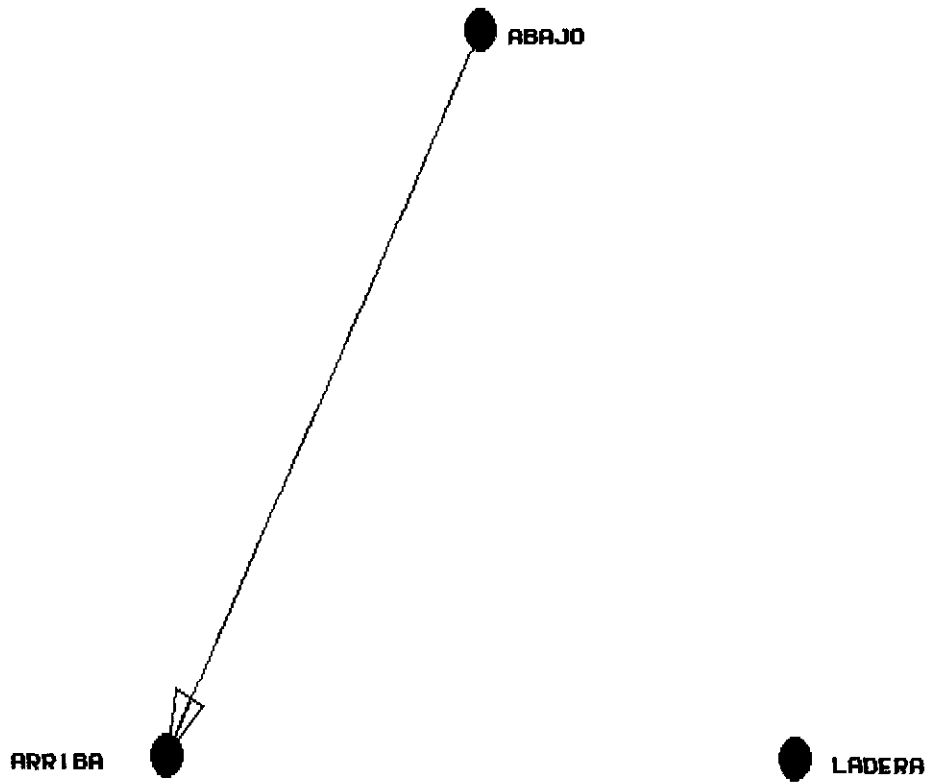
TABLEAU DE CONCORDANCE			
STOP = ESC DISCOR. = F2 PRINT = F3	TITRE : ESTADIO DE FUTBOL		
	ACT1	ACT2	ACT3
NOMS	ABAJO	ARRIBA	LADERA
ACT 1 ABAJO	---	0.382	0.286
ACT 2 ARRIBA	0.940	---	0.618
ACT 3 LADERA	0.714	0.382	---

TABLEAU DE DISCORDANCE			
STOP = ESC SURCLAS. = F2 PRINT = F3	TITRE : ESTADIO DE FUTBOL		
	ACT1	ACT2	ACT3
NOMS	ABAJO	ARRIBA	LADERA
ACT 1 ABAJO	---	1.000	0.500
ACT 2 ARRIBA	0.125	---	0.250
ACT 3 LADERA	0.375	0.500	---

STOP = ESC
VALEURS DE SURCLAS. = F2
PRINT = F3
CHANGER LES SEUILS. = F4

TABLEAU DE SURCLASSEMENT

SEUIL DE CONCORD. : 0.600
SEUIL DE DISCORD. : 0.200



MARS 91 PH. RUSCONI
TEL 441 1 942.06.62

CRITERES STOP = ESC CONCOR.= F2 PRINT = F3	ELECTRE1 SPREADSHEET				STATUS : OK
	TITRE : ESTADIO DE FUTBOL				
NOMS	CRIT1	CRIT2	CRIT3	CRIT4	CRIT5
INMERSIO	INMERSIO	PAISAJE	TRANSPOR	RUIDO	COSTE
ECHELLE MIN	2	2	2	1	1
ECHELLE MAX	4	4	4	5	5
POIDS	1.00	2.00	4.70	4.75	5.50
ACT1 ABAJO	3.50	3.00	3.00	2.50	5.00
ACT2 ARRIBA	4.00	3.00	3.00	2.00	1.00
ACT3 LADERA	3.00	2.00	2.00	4.00	3.00

DEPLACEZ LE CURSEUR AVEC LES FLECHES ET ENTREZ UNE VALEUR INFERIEURE A 2000

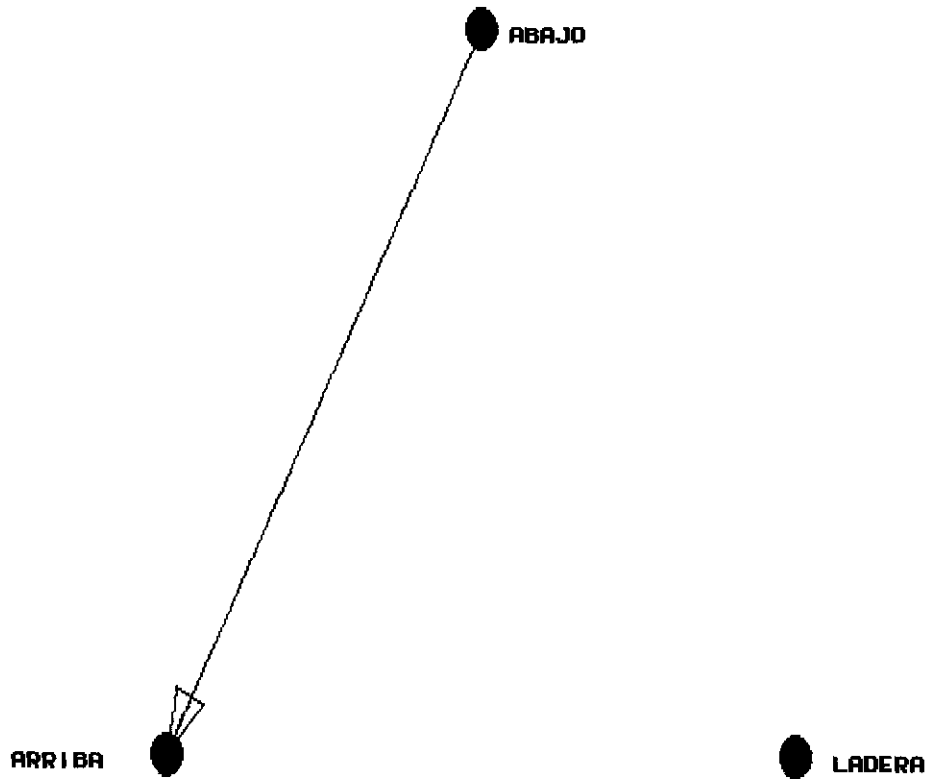
TABLEAU DE CONCORDANCE			
STOP = ESC DISCOR. = F2 PRINT = F3	TITRE : ESTADIO DE FUTBOL		
	ACT1	ACT2	ACT3
NOMS	ABAJO	ARRIBA	LADERA
ACT 1 ABAJO	---	0.429	0.265
ACT 2 ARRIBA	0.944	---	0.571
ACT 3 LADERA	0.735	0.429	---

TABLEAU DE DISCORDANCE			
STOP = ESC SURCLAS.= F2 PRINT = F3	TITRE : ESTADIO DE FUTBOL		
	ACT1	ACT2	ACT3
	ABAJO	ARRIBA	LADERA
	ACT 1 ABAJO	---	1.000
ACT 2 ARRIBA	0.125	---	0.250
ACT 3 LADERA	0.375	0.500	---

STOP = ESC
VALEURS DE SURCLAS. = F2
PRINT = F3
CHANGER LES SEUILS = F4

TABLEAU DE SURCLASSEMENT

SEUIL DE CONCORD. : 0.600
SEUIL DE DISCORD. : 0.200



MARS 91 PH. RUSCONI
TEL 441 1 942.06.62

CRITERES	ELECTRE1 SPREADSHEET				STATUS : OK
STOP = ESC CONCOR.= F2 PRINT = F3	TITRE : ESTADIO DE FUTBOL				
NOMS	CRIT1	CRIT2	CRIT3	CRIT4	CRIT5
INMERSIO		PAISAJE	TRANSPOR	RUIDO	COSTE
ECHELLE MIN	2	2	2	1	1
ECHELLE MAX	4	4	4	5	5
POIDS	1.00	2.00	4.00	4.25	5.50
ACT1 ABAJO	3.50	3.00	3.00	2.50	5.00
ACT2 ARRIBA	4.00	3.00	3.00	2.00	1.00
ACT3 LADERA	3.00	2.00	2.00	4.00	3.00

DEPLACEZ LE CURSEUR AVEC LES FLECHES ET ENTREZ UNE VALEUR INFERIEURE A 2000

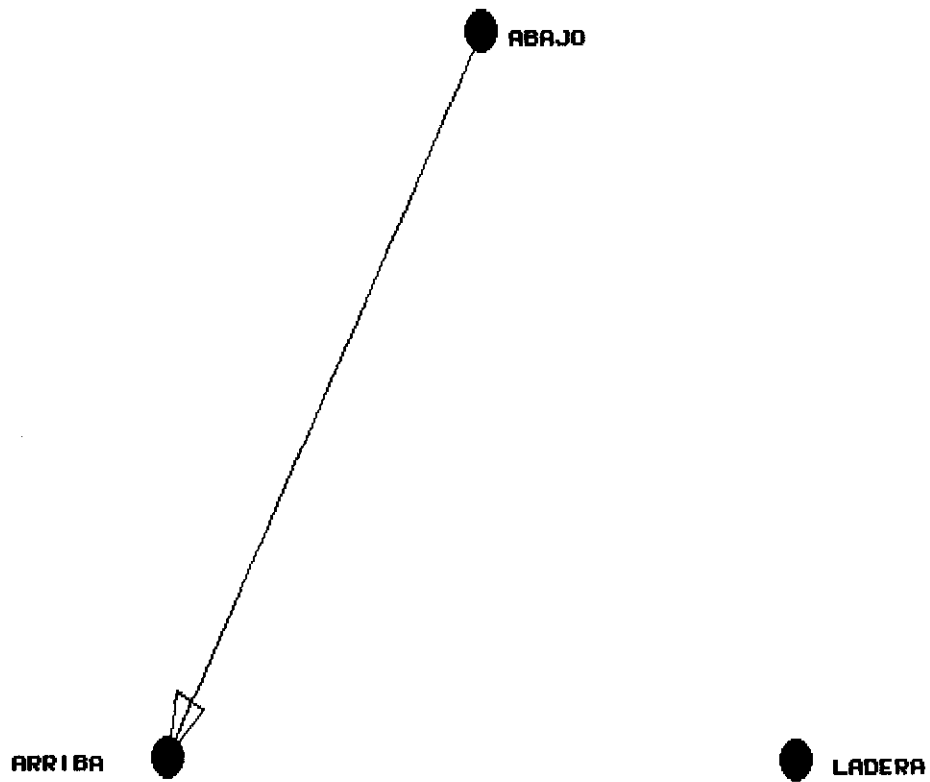
TABLEAU DE CONCORDANCE			
STOP = ESC DISCOR = F2 PRINT = F3	TITRE : ESTADIO DE FUTBOL		
	ACT1	ACT2	ACT3
NOMS	ABAJO	ARRIBA	LADERA
ACT 1 ABAJO	---	0.418	0.254
ACT 2 ARRIBA	0.940	---	0.582
ACT 3 LADERA	0.746	0.418	---

TABLEAU DE DISCORDANCE			
STOP = ESC SURCLAS. = F2 PRINT = F3	TITRE : ESTADIO DE FUTBOL		
	ACT1	ACT2	ACT3
NOMS	ABAJO	ARRIBA	LADERA
ACT 1 ABAJO	---	1.000	0.500
ACT 2 ARRIBA	0.125	---	0.250
ACT 3 LADERA	0.375	0.500	---

STOP = ESC
VALEURS DE SURCLAS. = F2
PRINT = F3
CHANGER LES SEUILS. = F4

TABLEAU DE SURCLASSEMENT

SEUIL DE CONCORD. : 0.600
SEUIL DE DISCORD. : 0.200



MARS 91 PH.RUSCONI
TEL 4441 1 942.06.62

CRITERES	ELECTRE1 SPREADSHEET				STATUS : OK
STOP = ESC CONCOR. = F2 PRINT = F3	TITRE : ESTADIO DE FUTBOL				
NOMS	CRIT1	CRIT2	CRIT3	CRIT4	CRIT5
	INMERSIO	PAISAJE	TRANSPOR	RUIDO	COSTE
ECHELLE MIN	2	2	2	1	1
ECHELLE MAX	4	4	4	5	5
POIDS	1.00	2.00	4.00	5.25	5.50
ACTIONS					
ACT1 ABAJO	3.50	3.00	3.00	2.50	5.00
ACT2 ARRIBA	4.00	3.00	3.00	2.00	1.00
ACT3 LADERA	3.00	2.00	2.00	4.00	3.00

DEPLACEZ LE CURSEUR AVEC LES FLECHES ET ENTREZ UNE VALEUR INFERIEURE A 2000

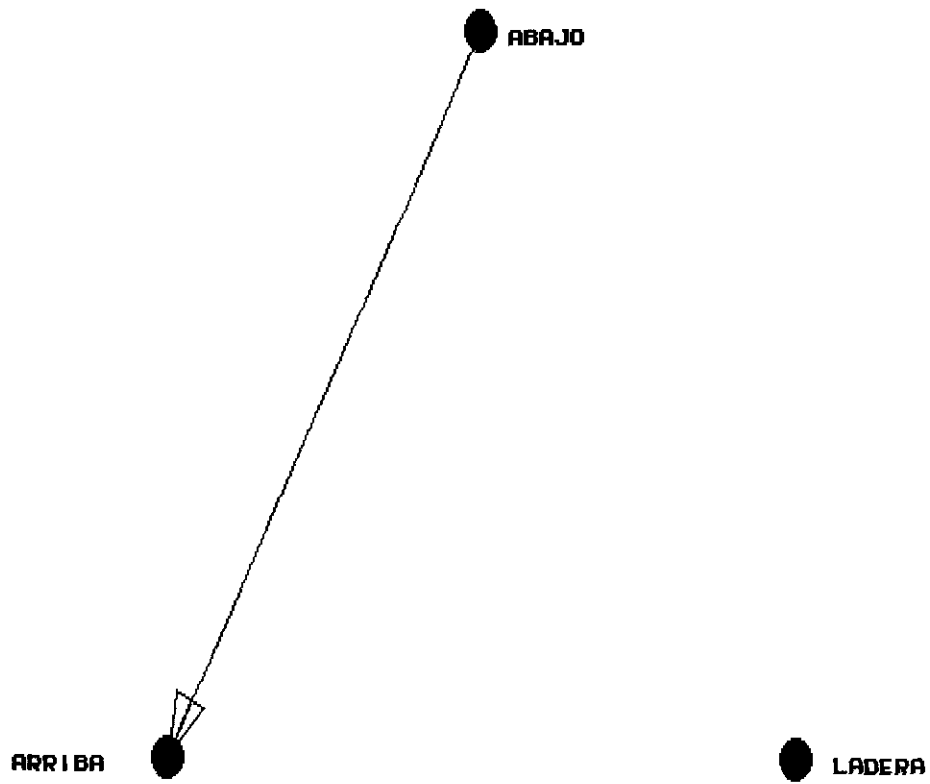
TABLEAU DE CONCORDANCE			
STOP = ESC DISCOR. = F2 PRINT = F3	TITRE : ESTADIO DE FUTBOL		
	ACT1	ACT2	ACT3
NOMS	ABAJO	ARRIBA	LADERA
ACT 1 ABAJO	---	0.394	0.296
ACT 2 ARRIBA	0.944	---	0.606
ACT 3 LADERA	0.704	0.394	---

TABLEAU DE DISCORDANCE			
STOP = ESC SURCLAS. = F2 PRINT = F3	TITRE : ESTADIO DE FUTBOL		
	ACT1	ACT2	ACT3
NOMS	ABAJO	ARRIBA	LADERA
ACT 1 ABAJO	---	1.000	0.500
ACT 2 ARRIBA	0.125	---	0.250
ACT 3 LADERA	0.375	0.500	---

STOP = ESC
VALEURS DE SURCLAS. = F2
PRINT = F3
CHANGER LES SEUILS = F4

TABLEAU DE SURCLASSEMENT

SEUIL DE CONCORD. : 0.600
SEUIL DE DISCORD. : 0.200



MARS 91 PH. RUSCONI
TEL 0441 1 942.06.62

CRITERES STOP = ESC CONCOR.= F2 PRINT = F3	ELECTRE1 SPREADSHEET				STATUS : OK
	TITRE : ESTADIO DE FUTBOL				
	CRIT1	CRIT2	CRIT3	CRIT4	CRIT5
NOMS	INMERSIO	PAISAJE	TRANSPOR	RUIDO	COSTE
ECHELLE MIN	2	2	2	1	1
ECHELLE MAX	4	4	4	5	5
POIDS	1.00	2.00	4.00	4.75	5.17
ACT1 ABAJO	3.50	3.00	3.00	2.50	5.00
ACT2 ARRIBA	4.00	3.00	3.00	2.00	1.00
ACT3 LADERA	3.00	2.00	2.00	4.00	3.00

DEPLACEZ LE CURSEUR AVEC LES FLECHES ET ENTREZ UNE VALEUR INFERIEURE A 2000

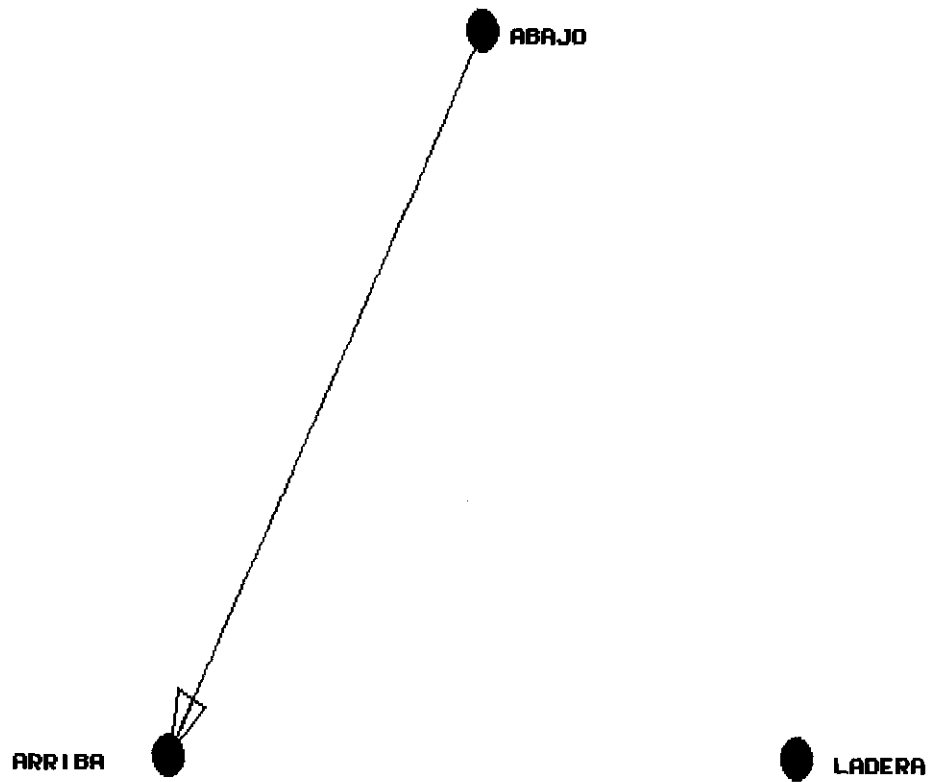
TABLEAU DE CONCORDANCE			
STOP = ESC DISCOR. = F2 PRINT = F3	TITRE : ESTADIO DE FUTBOL		
	ACT1	ACT2	ACT3
NOMS	ABAJO	ARRIBA	LADERA
ACT 1 ABAJO	---	0.414	0.281
ACT 2 ARRIBA	0.941	---	0.586
ACT 3 LADERA	0.719	0.414	---

TABLEAU DE DISCORDANCE			
STOP = ESC SURCLAS. = F2 PRINT = F3	TITRE : ESTADIO DE FUTBOL		
	ACT1	ACT2	ACT3
NOMS	ABAJO	ARRIBA	LADERA
ACT 1 ABAJO	---	1.000	0.500
ACT 2 ARRIBA	0.125	---	0.250
ACT 3 LADERA	0.375	0.500	---

STOP = ESC
VALEURS DE SURCLAS. = F2
PRINT = F3
CHANGER LES SEUILS. = F4

TABLEAU DE SURCLASSEMENT

SEUIL DE CONCORD. : 0.600
SEUIL DE DISCORD. : 0.200



MARS 91 PH. RUSCONI
TEL +41 1 942.06.62

CRITERES STOP = ESC CONCOR. = F2 PRINT = F3	ELECTRE1 SPREADSHEET				STATUS : OK
	TITRE : ESTADIO DE FUTBOL				
	CRIT1	CRIT2	CRIT3	CRIT4	CRIT5
NOMS	INMERSIO	PAISAJE	TRANSPOR	RUIDO	COSTE
EHELLE MIN	2	2	2	1	1
EHELLE MAX	4	4	4	5	5
POIDS	1.00	2.00	4.00	4.75	5.83
ACTIONS					
ACT1 ABAJO	3.50	3.00	3.00	2.50	5.00
ACT2 ARRIBA	4.00	3.00	3.00	2.00	1.00
ACT3 LADERA	3.00	2.00	2.00	4.00	3.00
DEPLACEZ LE CURSEUR AVEC LES FLECHES ET ENTREZ UNE VALEUR INFERIEURE A 2000					

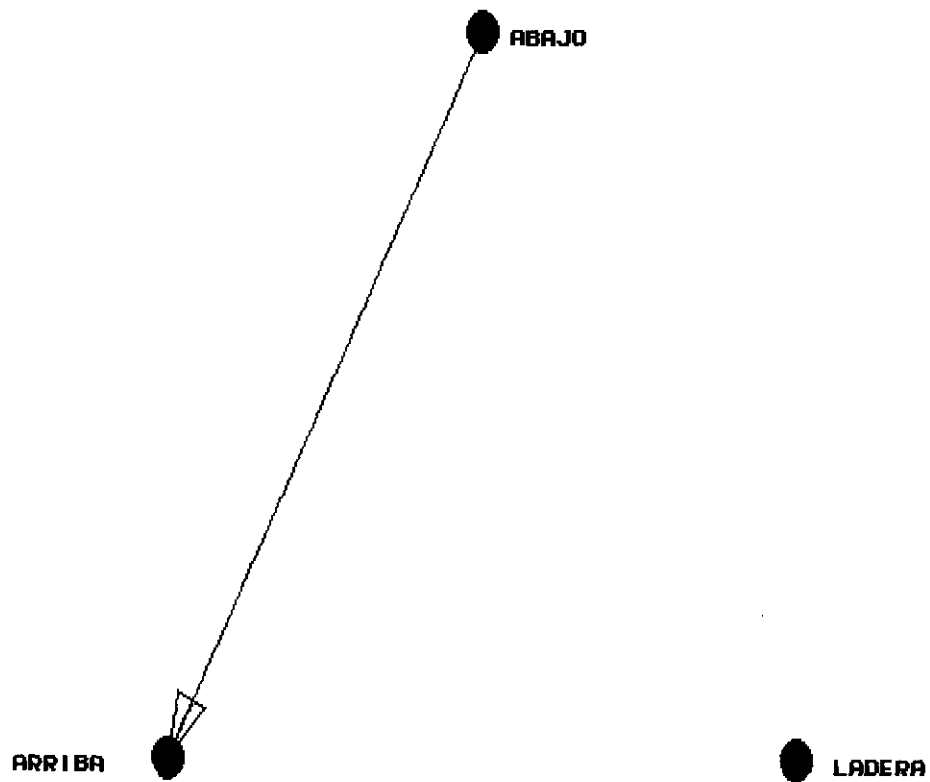
TABLEAU DE CONCORDANCE			
STOP = ESC DISCOR. = F2 PRINT = F3	TITRE : ESTADIO DE FUTBOL		
	ACT1	ACT2	ACT3
NOMS	ABAJO	ARRIBA	LADERA
ACT 1 ABAJO	---	0.398	0.270
ACT 2 ARRIBA	0.943	---	0.602
ACT 3 LADERA	0.730	0.398	---

TABLEAU DE DISCORDANCE			
STOP = ESC SURCLAS = F2 PRINT = F3	TITRE : ESTADIO DE FUTBOL		
	ACT1	ACT2	ACT3
NOMS	ABAJO	ARRIBA	LADERA
ACT 1 ABAJO	---	1.000	0.500
ACT 2 ARRIBA	0.125	---	0.250
ACT 3 LADERA	0.375	0.500	---

STOP = ESC
VALEURS DE SURCLAS. = F2
PRINT = F3
CHANGER LES SEUILS. = F4

TABLEAU DE SURCLASSEMENT

SEUIL DE CONCORD.: 0.600
SEUIL DE DISCORD.: 0.200



MARS 91 PH. RUSCONI
TEL ++41 1 942.06.62

APÉNDICE 2:
UBICACIÓN DE UNA FÁBRICA DE ABONOS EN EL TICINO.

En este caso se ha aplicado el procedimiento ELECTRA IS. Las tablas que aquí aparecen tienen el mismo significado que las que aparecían en el Apéndice 1 con las siguientes excepciones:

- aquí no hay matriz de discordancia y en consecuencia el total de tablas son tres y no cuatro: la tabla "TABLEAU DE DISCORDANCE" ha desaparecido.

- en la tabla "ELECTRE 1S SPREADSHEET" las filas ECHELLE MIN y ECHELLE MAX han sido substituidas por SEUIL INDIF. y SEUIL PREF. que son los umbrales de indiferencia y preferencia del criterio. Además al final de las filas correspondientes a las alternativas se han añadido otras dos: SENS que indica el sentido creciente o decreciente de la preferencia bajo ese criterio (2 para creciente y 1 para decreciente), y SEUIL VETO que es el umbral de veto del criterio.

ESTUDIO DEL PODER DE INFLUENCIA DE LOS CRITERIOS:

PASO 1.

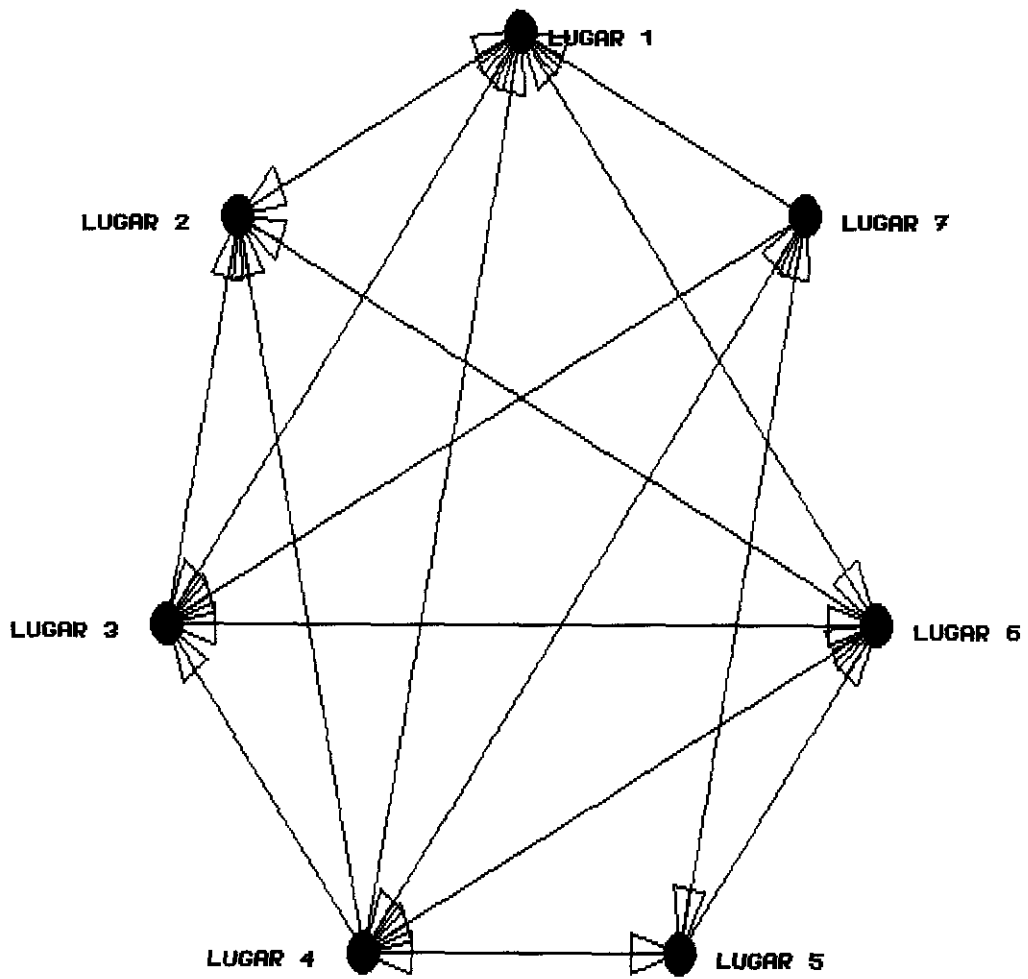
CRITERES	ELECTRE1S SPREADSHEET				STATUS : OK
STOP = ESC CONCOR.= F2 PRINT = F3	TITRE : ABONOS				
	CRIT1	CRIT2	CRIT3	CRIT4	CRIT5
NOMS	VOCACION	RUIDO	AMBIENTE	TRANSPOR	TERRENO
SEUIL INDIF.	1.00	0.50	1.00	80.00	15.00
SEUIL PREF.	5.00	3.50	3.00	350.00	40.00
POIDS	0.75	1.75	2.50	3.75	4.50
ACTIONS					
ACT1 LUGAR 1	18.00	3.50	5.00	284.00	120.00
ACT2 LUGAR 2	24.00	4.50	2.00	269.00	150.00
ACT3 LUGAR 3	17.00	5.50	4.00	413.00	100.00
ACT4 LUGAR 4	20.00	8.00	6.00	596.00	60.00
ACT5 LUGAR 5	16.00	7.50	8.00	1321.00	30.00
ACT6 LUGAR 6	21.00	4.00	5.00	734.00	80.00
ACT7 LUGAR 7	13.00	8.50	7.00	982.00	45.00
SENS (CROIS.=2 OU DECROIS=1)	CROIS.	CROIS.	CROIS.	DECROIS.	DECROIS.
SEUIL VETO	8.00	4.50	5.00	850.00	100.00

TABLEAU DE CONCORDANCE							
STOP = ESC SURCLA. = F2 PRINT = F3	TITRE : ABONDS						
	ACT1	ACT2	ACT3	ACT4	ACT5	ACT6	ACT7
NOMS	LUGAR 1	LUGAR 2	LUGAR 3	LUGAR 4	LUGAR 5	LUGAR 6	LUGAR 7
ACT 1 LUGAR 1	---	0.608	0.949	0.757	0.000	0.717	0.660
ACT 2 LUGAR 2	0.921	---	0.876	0.699	0.000	0.689	0.000
ACT 3 LUGAR 3	0.866	0.544	---	0.892	0.000	0.703	0.675
ACT 4 LUGAR 4	0.000	0.340	0.450	---	0.675	0.739	0.660
ACT 5 LUGAR 5	0.340	0.000	0.406	0.702	---	0.340	0.972
ACT 6 LUGAR 6	0.632	0.472	0.890	1.000	0.660	---	0.000
ACT 7 LUGAR 7	0.000	0.000	0.362	1.000	0.706	0.000	---

STOP = ESC
VALEURS DE SURCLAS. = F2
PRINT = F3
CHANGER LES SEUILS. = F4

TABLEAU DE SURCLASSEMENT

SEUIL DE CONCORD. : 0.600

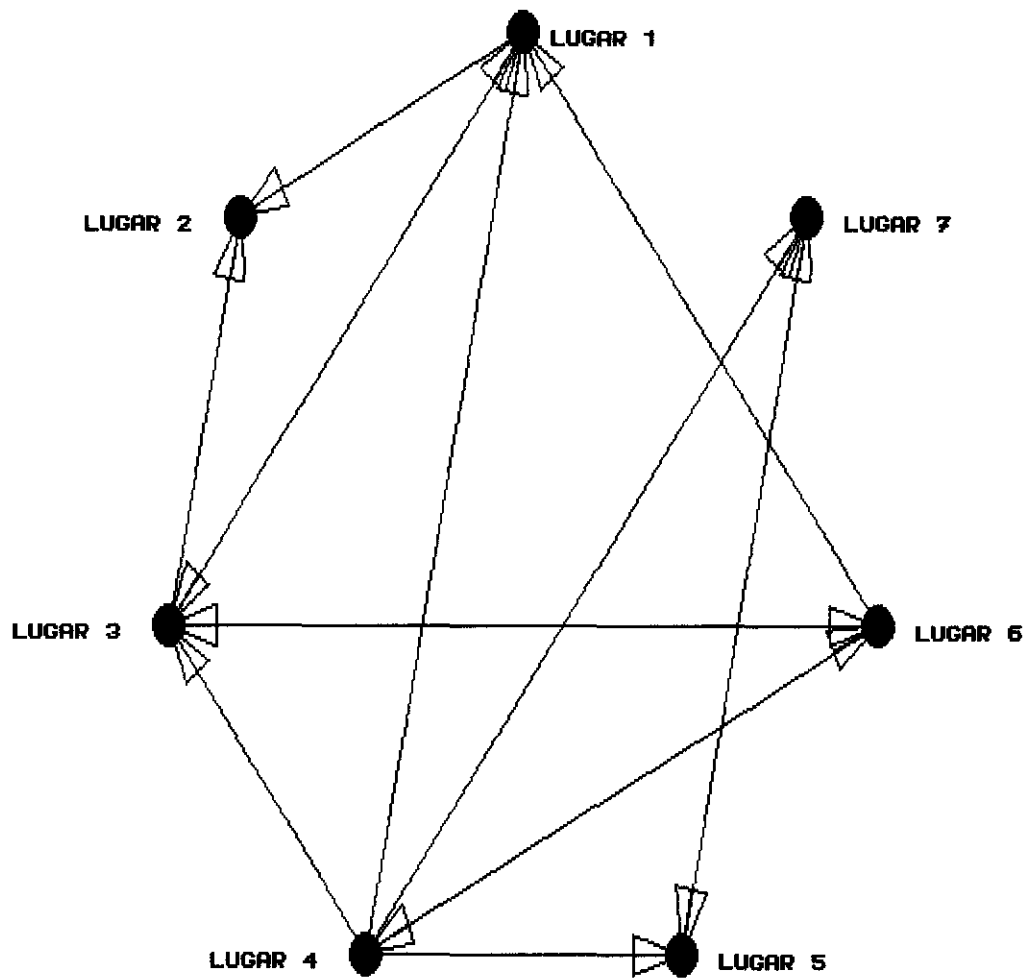


MARS 91 PH. RUSCONI
TEL 0441 1 942.06.62

STOP = ESC
VALEURS DE SURCLAS. = F2
PRINT = F3
CHANGER LES SEUILS. = F4

TABLEAU DE SURCLASSEMENT

SEUIL DE CONCORD. : 0.700

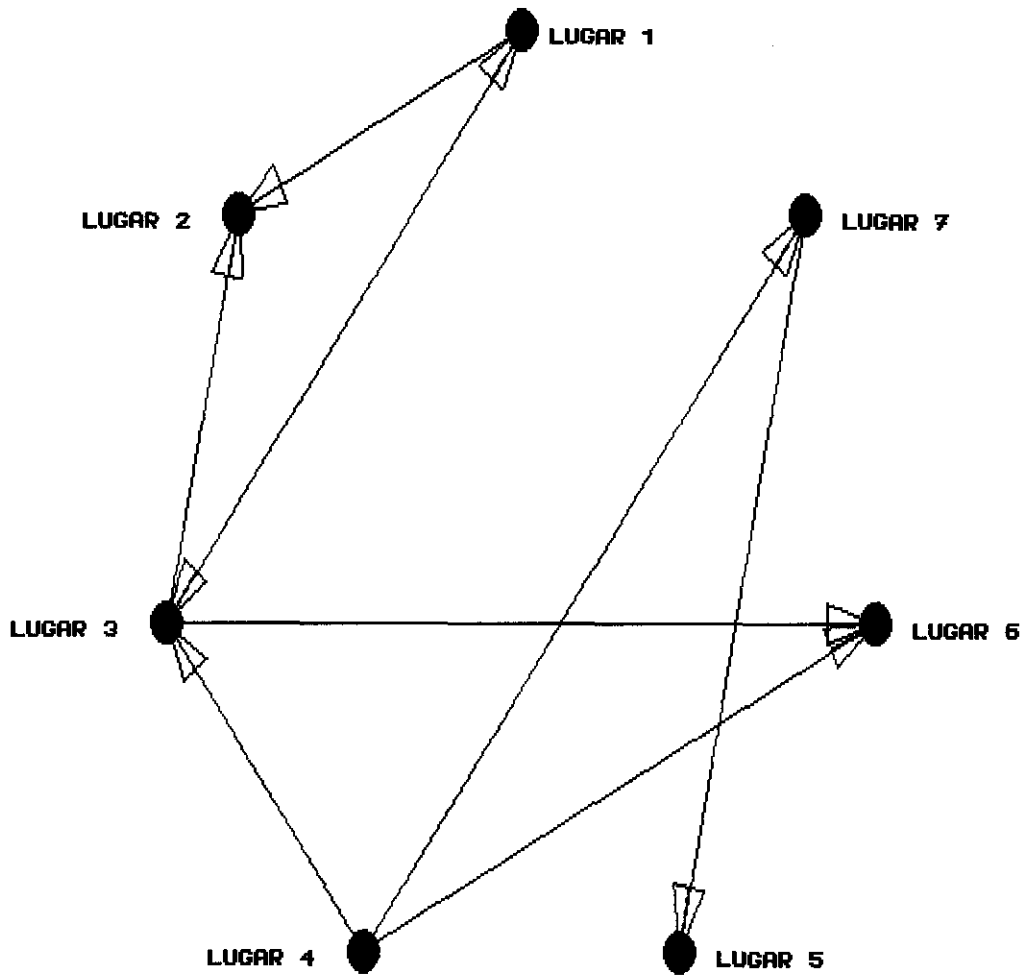


MARS 91 PH. RUSCONI
TEL ++41 1 942.06.62

STOP = ESC
VALEURS DE SURCLAS. = F2
PRINT = F3
CHANGER LES SEUILS. = F4

TABLAU DE SURCLASSEMENT

SEUIL DE CONCORD. : 0.800

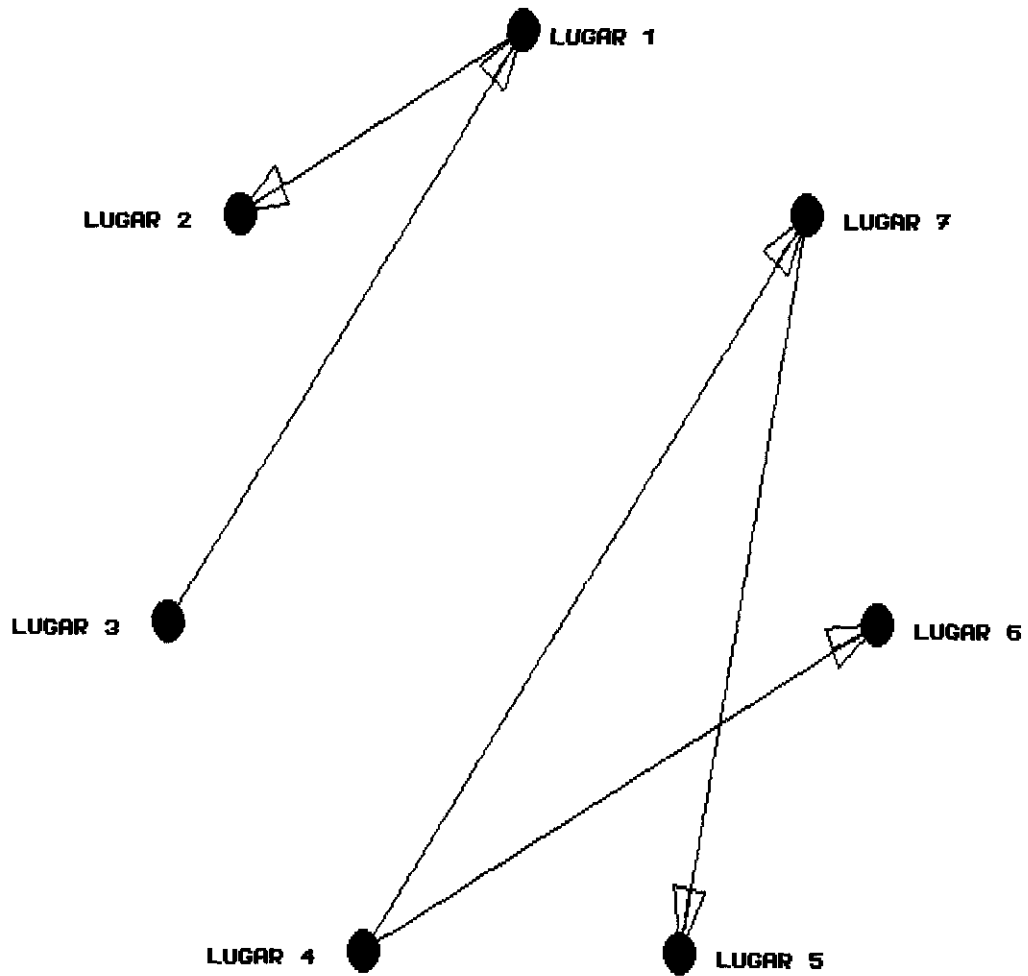


MARS 91 PH. RUSCONI
TEL 4441 1 942.06.52

STOP = ESC
VALEURS DE SURCLAS. = F2
PRINT = F3
CHANGER LES SEUILS. = F4

TABLEAU DE SURCLASSEMENT

SEUIL DE CONCORD. : 0.900



MARS 91 PH.RUSCOMI
TEL 441 1 942.06.62

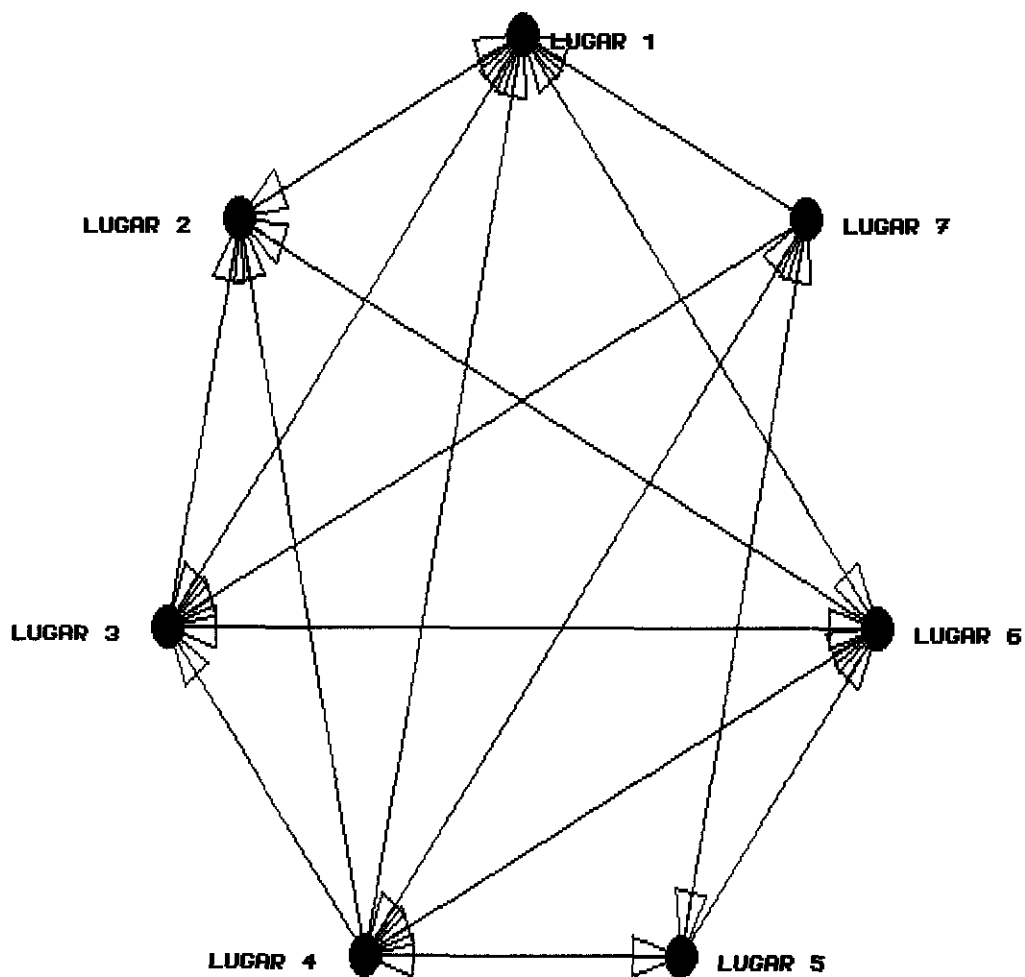
CRITERES	ELECTRE1S SPREADSHEET				STATUS : OK
STOP = ESC CONCOR.= F2 PRINT = F3	TITRE : ABONOS				
	CRIT1	CRIT2	CRIT3	CRIT4	CRIT5
NOMS	VOCACION	RUIDO	AMBIENTE	TRANSPOR	TERRENO
SEUIL INDIF.	1.00	0.50	1.00	80.00	15.00
SEUIL PREF.	5.00	3.50	3.00	350.00	40.00
POIDS	1.25	1.75	2.50	3.75	4.50
ACTIONS					
ACT1 LUGAR 1	18.00	3.50	5.00	284.00	120.00
ACT2 LUGAR 2	24.00	4.50	2.00	269.00	150.00
ACT3 LUGAR 3	17.00	5.50	4.00	413.00	100.00
ACT4 LUGAR 4	20.00	8.00	6.00	596.00	60.00
ACT5 LUGAR 5	16.00	7.50	8.00	1321.00	30.00
ACT6 LUGAR 6	21.00	4.00	5.00	734.00	80.00
ACT7 LUGAR 7	13.00	8.50	7.00	982.00	45.00
SENS (CROIS.=2 OU DECROIS=1)	CROIS.	CROIS.	CROIS.	DECROIS.	DECROIS.
SEUIL VETO	8.00	4.50	5.00	850.00	100.00

TABLEAU DE CONCORDANCE							
STOP = ESC SURCLA. = F2 PRINT = F3	TITRE : ABONOS						
	ACT1	ACT2	ACT3	ACT4	ACT5	ACT6	ACT7
NOMS	LUGAR 1	LUGAR 2	LUGAR 3	LUGAR 4	LUGAR 5	LUGAR 6	LUGAR 7
ACT 1 LUGAR 1	---	0.622	0.951	0.765	0.000	0.727	0.636
ACT 2 LUGAR 2	0.888	---	0.844	0.582	0.000	0.582	0.000
ACT 3 LUGAR 3	0.871	0.561	---	0.896	0.000	0.714	0.659
ACT 4 LUGAR 4	0.000	0.364	0.452	---	0.659	0.749	0.636
ACT 5 LUGAR 5	0.364	0.000	0.427	0.713	---	0.364	0.955
ACT 6 LUGAR 6	0.627	0.491	0.866	1.000	0.636	---	0.000
ACT 7 LUGAR 7	0.000	0.000	0.385	1.000	0.717	0.000	---

STOP = ESC
VALEURS DE SURCLAS. = F2
PRINT = F3
CHANGER LES SEUILS. = F4

TABEAU DE SURCLASSEMENT

SEUIL DE CONCORD. : 0.600

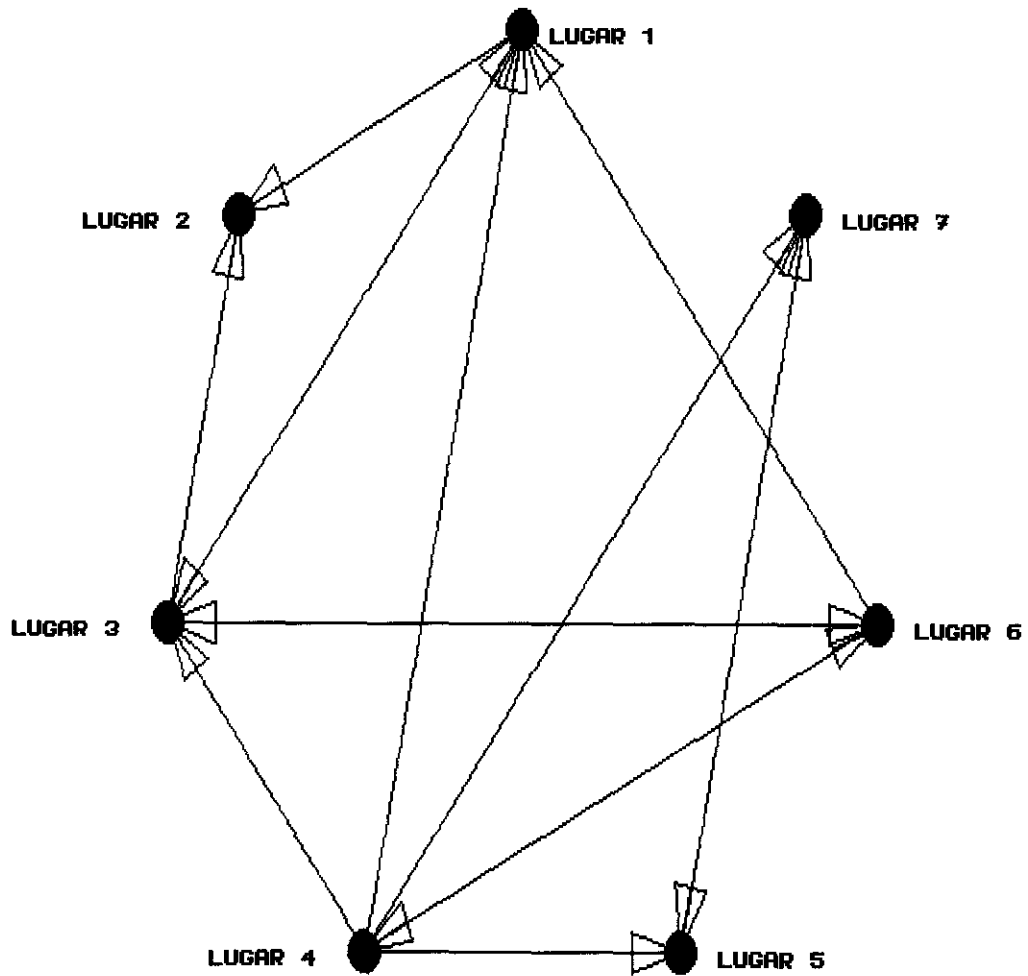


MARS 91 PH. RUSCONI
TEL. 0441 1 942.06.62

STOP = ESC
VALEURS DE SURCLAS. = F2
PRINT = F3
CHANGER LES SEUILS. = F4

TABLEAU DE SURCLASSEMENT

SEUIL DE CONCORD. : 0.700

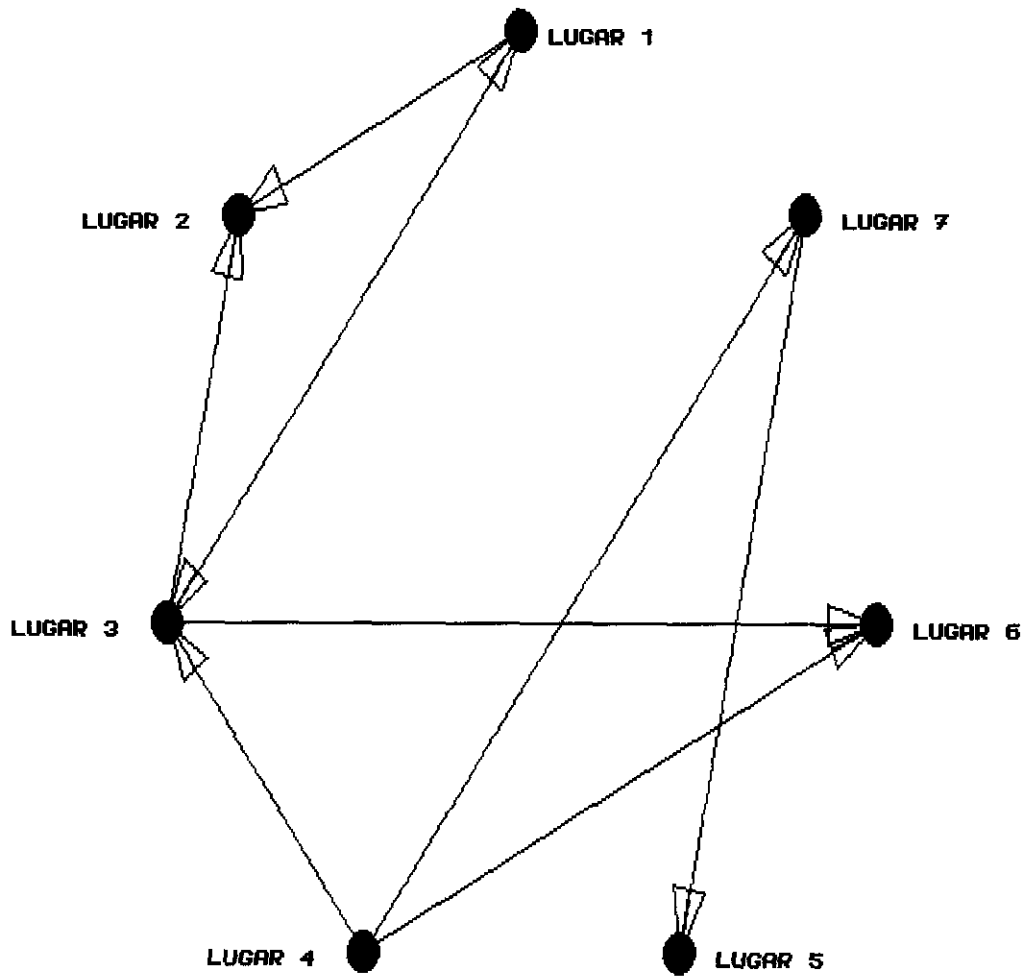


MARS 91 PH.RUSCONI
TEL 4441 1 942.06.62

STOP = ESC
VALEURS DE SURCLAS. = F2
PRINT = F3
CHANGER LES SEUILS. = F4

TABEAU DE SURCLASSEMENT

SEUIL DE CONCORD. : 0.800

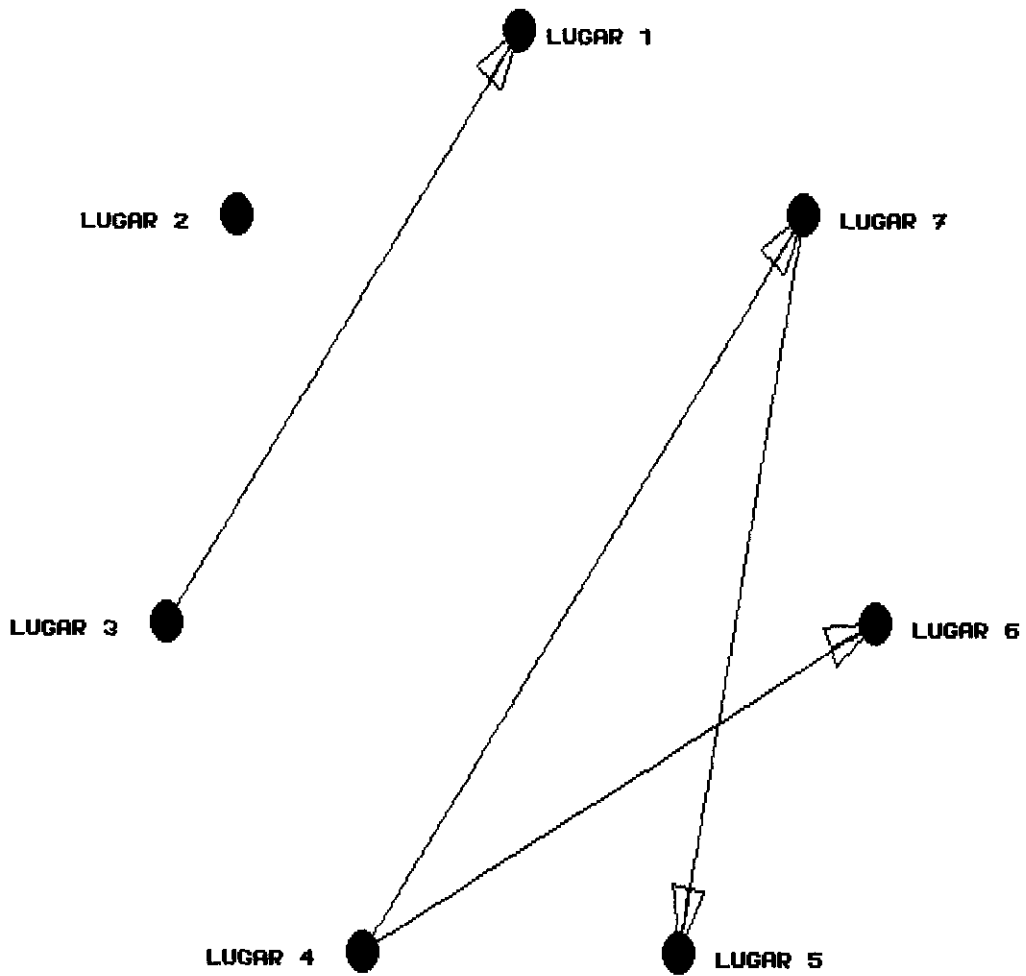


MARS 91 PH. RUSCONI
TEL 0441 1 942.06.62

STOP = ESC
VALEURS DE SURCLAS. = F2
PRINT = F3
CHANGER LES SEUILS. = F4

TABLEAU DE SURCLASSEMENT

SEUIL DE CONCORD. : 0.900



MARS 91 PH. RUSCONI
TEL ++41 1 942.06.62

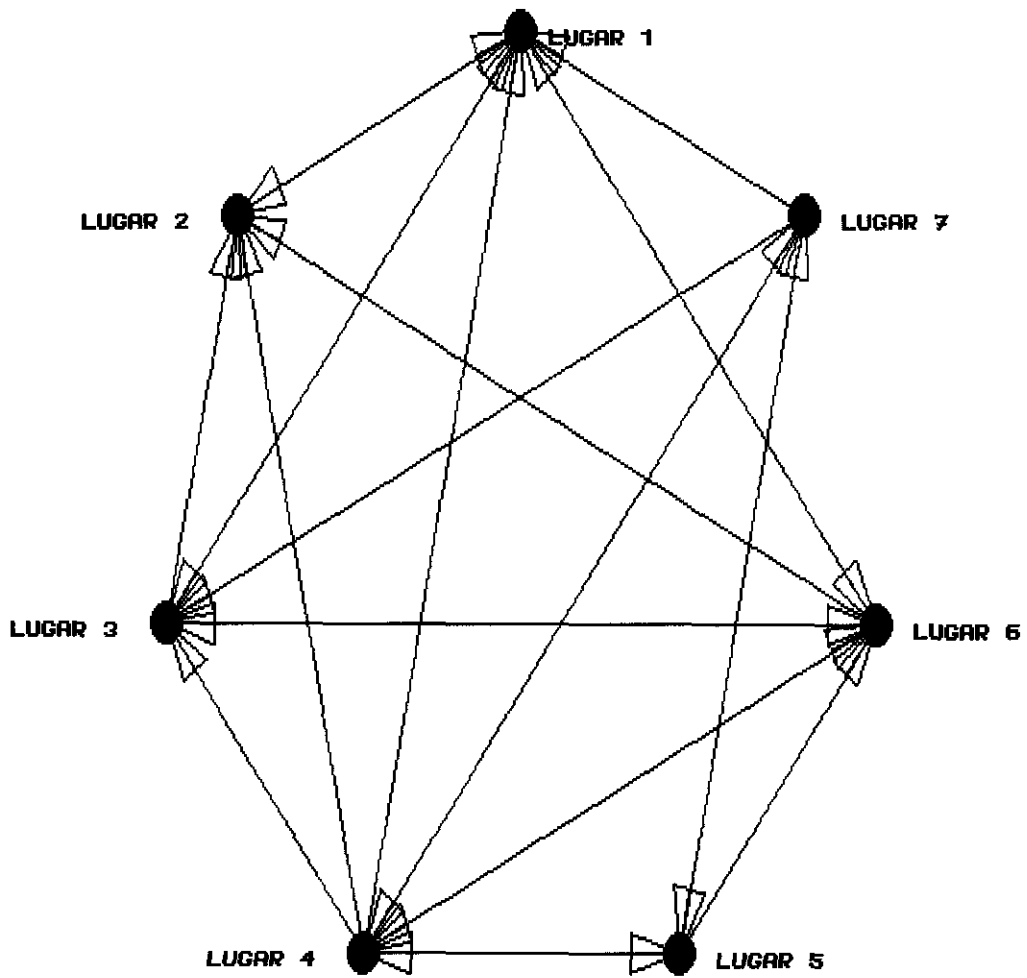
CRITERES STOP = ESC CONCOR.= F2 PRINT = F3	ELECTRE1S SPREADSHEET				STATUS : OK
	TITRE : ABONOS				
	CRIT1	CRIT2	CRIT3	CRIT4	CRIT5
NOMS	VOCACION	RUIDO	AMBIENTE	TRANSPOR	TERRENO
SEUIL INDIF.	1.00	0.50	1.00	80.00	15.00
SEUIL PREF.	5.00	3.50	3.00	350.00	40.00
POIDS	1.75	1.75	2.50	3.75	4.50
ACTIONS					
ACT1 LUGAR 1	18.00	3.50	5.00	284.00	120.00
ACT2 LUGAR 2	24.00	4.50	2.00	269.00	150.00
ACT3 LUGAR 3	17.00	5.50	4.00	413.00	100.00
ACT4 LUGAR 4	20.00	8.00	6.00	596.00	60.00
ACT5 LUGAR 5	16.00	7.50	8.00	1321.00	30.00
ACT6 LUGAR 6	21.00	4.00	5.00	734.00	80.00
ACT7 LUGAR 7	13.00	8.50	7.00	982.00	45.00
SENS (CROIS.=2 OU DECROIS=1)	CROIS.	CROIS.	CROIS.	DECROIS.	DECROIS.
SEUIL VETO	8.00	4.50	5.00	850.00	100.00

TABLEAU DE CONCORDANCE							
STOP = ESC SURCLA. = F2 PRINT = F3	TITRE : ABONOS						
	ACT1	ACT2	ACT3	ACT4	ACT5	ACT6	ACT7
NOMS	LUGAR 1	LUGAR 2	LUGAR 3	LUGAR 4	LUGAR 5	LUGAR 6	LUGAR 7
ACT 1 LUGAR 1	---	0.635	0.952	0.774	0.000	0.737	0.614
ACT 2 LUGAR 2	0.857	---	0.815	0.667	0.000	0.675	0.000
ACT 3 LUGAR 3	0.875	0.576	---	0.900	0.000	0.724	0.645
ACT 4 LUGAR 4	0.000	0.386	0.453	---	0.645	0.758	0.614
ACT 5 LUGAR 5	0.386	0.000	0.447	0.723	---	0.386	0.939
ACT 6 LUGAR 6	0.623	0.509	0.845	1.000	0.614	---	0.000
ACT 7 LUGAR 7	0.000	0.000	0.406	1.000	0.727	0.000	---

STOP = ESC
VALEURS DE SURCLAS. = F2
PRINT = F3
CHANGER LES SEUILS. = F4

TABLEAU DE SURCLASSEMENT

SEUIL DE CONCORD. : 0.600

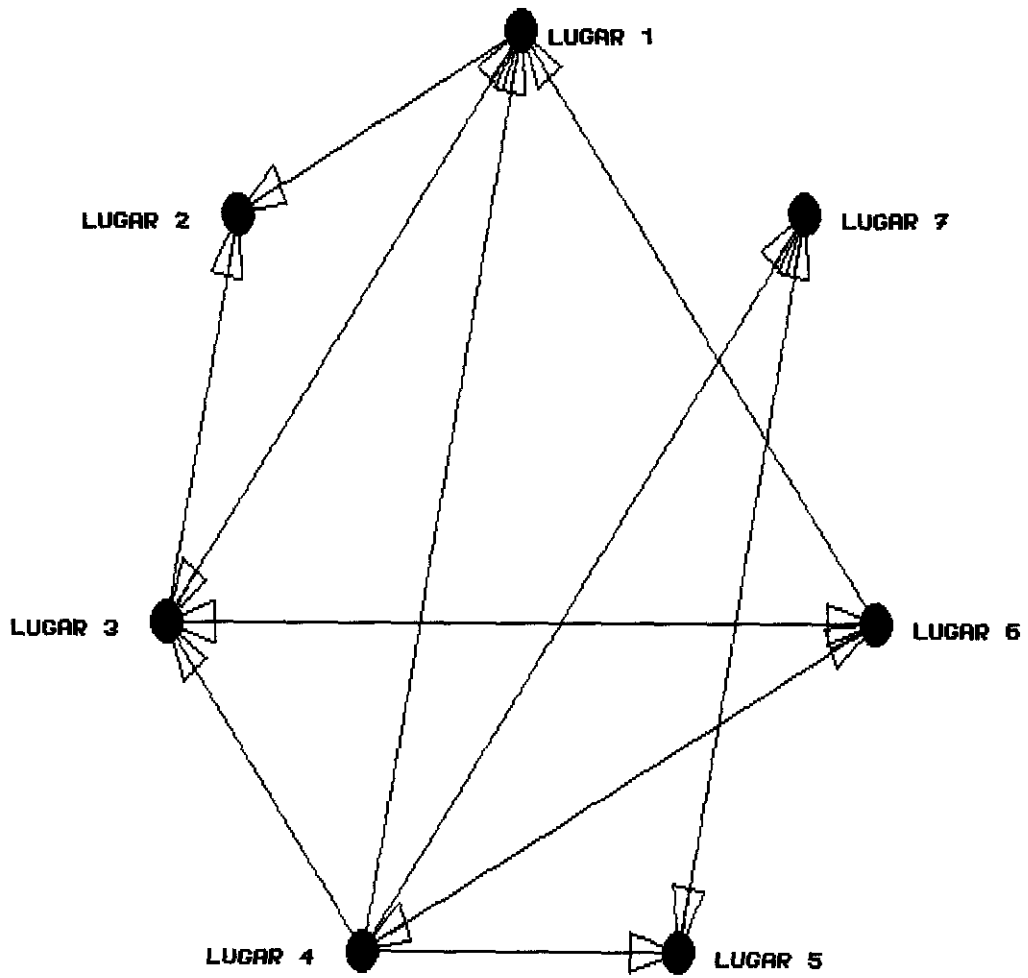


MARS 91 PH. RUSCONI
TEL 441 1 942.06.62

STOP = ESC
VALEURS DE SURCLAS. = F2
PRINT = F3
CHANGER LES SEUILS. = F4

TABLEAU DE SURCLASSEMENT

SEUIL DE CONCORD. : 0.700

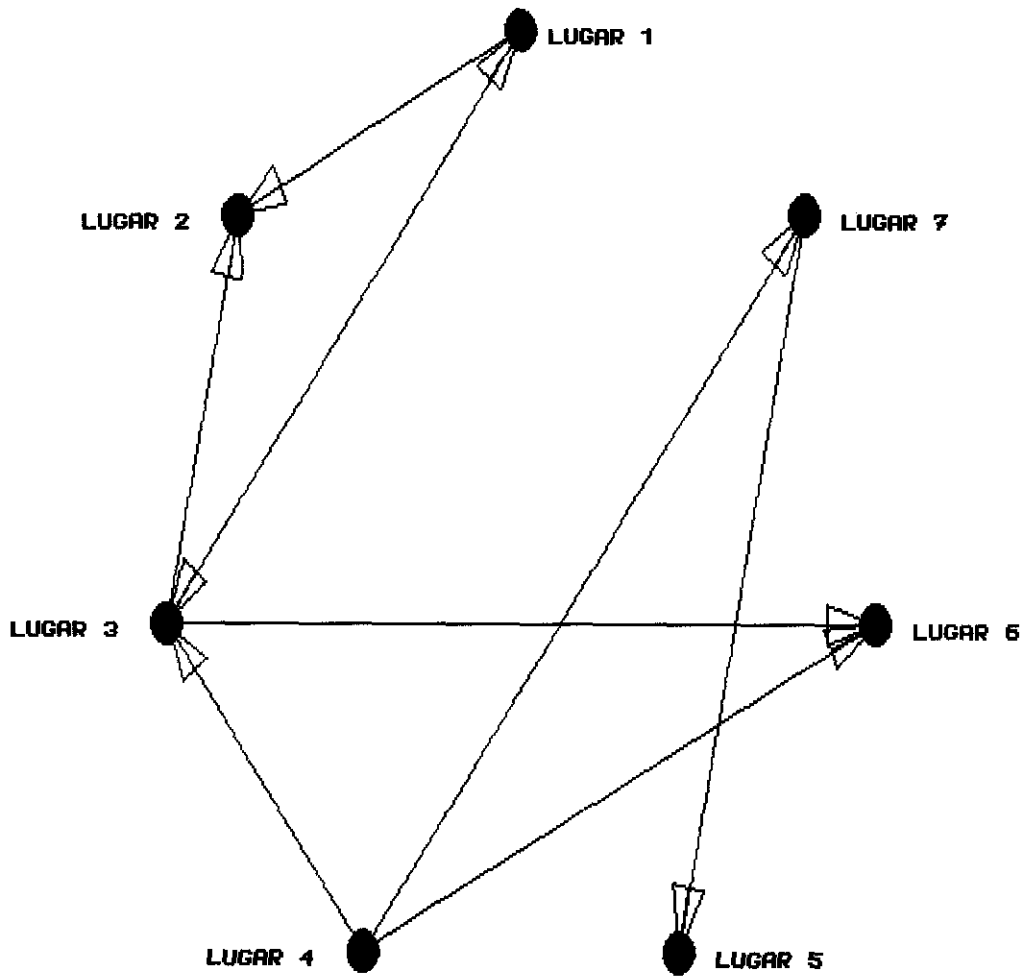


MARS 91 PH. RUSCONI
TEL 0441 1 942.06.62

STOP = ESC
VALEURS DE SURCLAS. = F2
PRINT = F3
CHANGER LES SEUILS. = F4

TABLEAU DE SURCLASSEMENT

SEUIL DE CONCORD. : 0.800

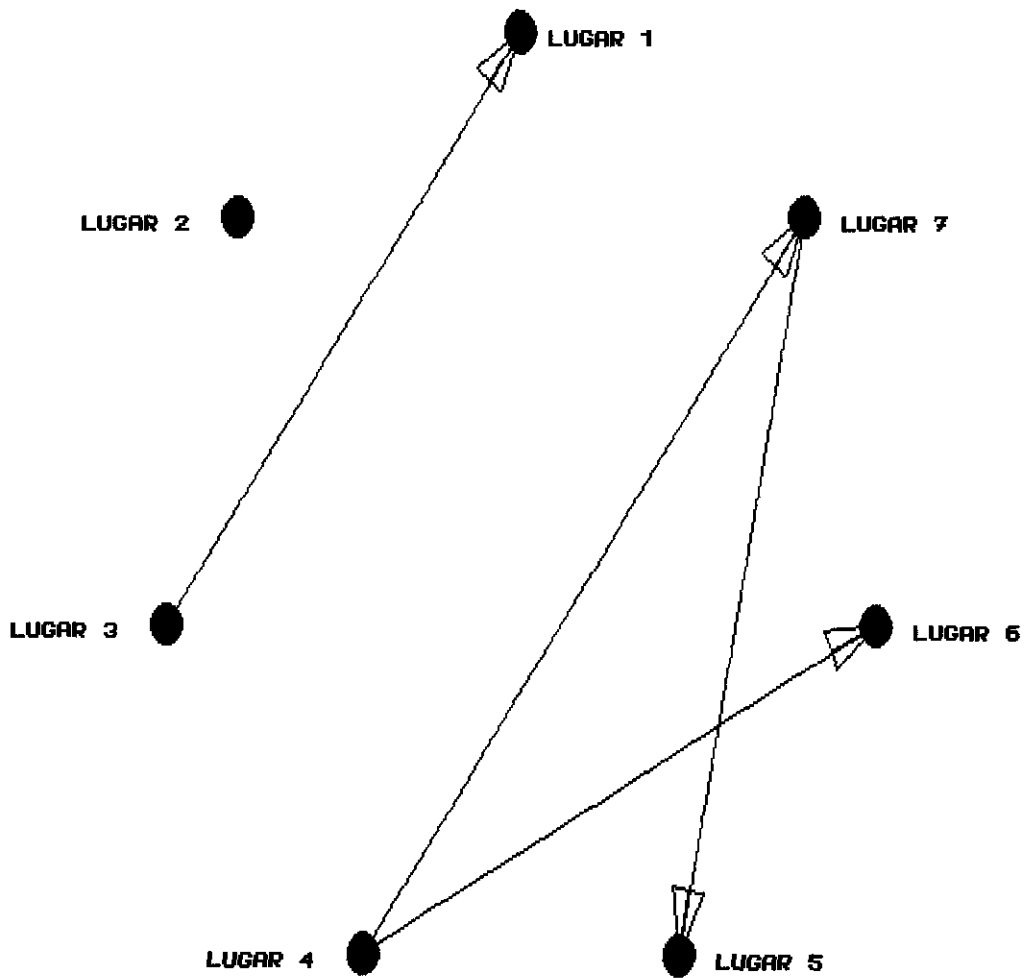


MARS 91 PH. RUSCONI
TEL 0441 1 942.06.62

STOP = ESC
VALEURS DE SURCLAS. = F2
PRINT = F3
CHANGER LES SEUILS. = F4

TABLEAU DE SURCLASSEMENT

SEUIL DE CONCORD. : 0.900



MARS 91 PH. RUSCONI
TEL 0441 1 942.96.62

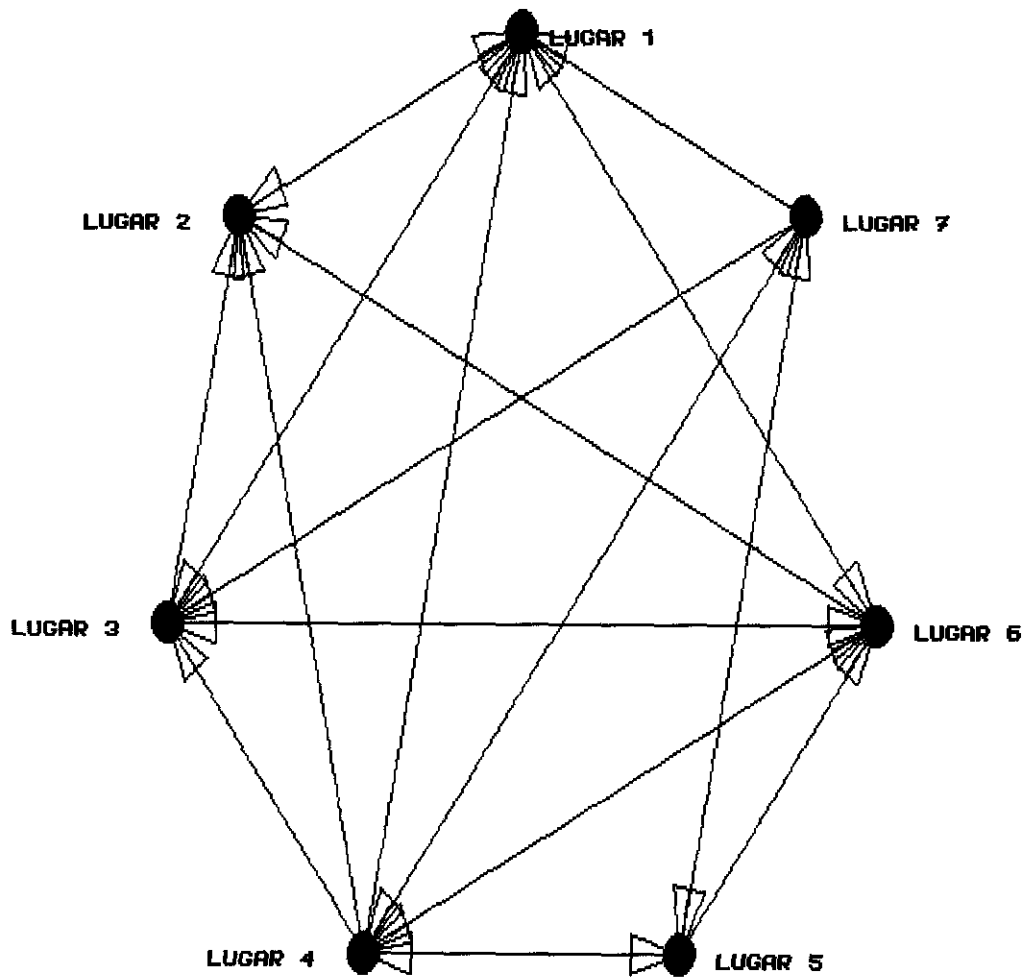
CRITERES STOP = ESC CONCOR.= F2 PRINT = F3	ELECTRE1S SPREADSHEET				STATUS : OK
	TITRE : ABONOS				
	CRIT1	CRIT2	CRIT3	CRIT4	CRIT5
NOMS	VOCACION	RUIDO	AMBIENTE	TRANSPOR	TERRENO
SEUIL INDIF.	1.00	0.50	1.00	80.00	15.00
SEUIL PREF.	5.00	3.50	3.00	350.00	40.00
POIDS	1.25	1.25	2.50	3.75	4.50
ACTIONS					
ACT1 LUGAR 1	18.00	3.50	5.00	284.00	120.00
ACT2 LUGAR 2	24.00	4.50	2.00	269.00	150.00
ACT3 LUGAR 3	17.00	5.50	4.00	413.00	100.00
ACT4 LUGAR 4	20.00	8.00	6.00	596.00	60.00
ACT5 LUGAR 5	16.00	7.50	8.00	1321.00	30.00
ACT6 LUGAR 6	21.00	4.00	5.00	734.00	80.00
ACT7 LUGAR 7	13.00	8.50	7.00	982.00	45.00
SENS (CROIS.=2 OU DECROIS=1)	CROIS.	CROIS.	CROIS.	DECROIS.	DECROIS.
SEUIL VETO	8.00	4.50	5.00	850.00	100.00

TABLEAU DE CONCORDANCE							
STOP = ESC SURCLA. = F2 PRINT = F3	TITRE : ABONOS						
	ACT1	ACT2	ACT3	ACT4	ACT5	ACT6	ACT7
NOMS	LUGAR 1	LUGAR 2	LUGAR 3	LUGAR 4	LUGAR 5	LUGAR 6	LUGAR 7
ACT 1 LUGAR 1	---	0.608	0.949	0.757	0.000	0.717	0.623
ACT 2 LUGAR 2	0.890	---	0.839	0.670	0.000	0.670	0.000
ACT 3 LUGAR 3	0.885	0.550	---	0.892	0.000	0.716	0.646
ACT 4 LUGAR 4	0.000	0.377	0.456	---	0.646	0.777	0.623
ACT 5 LUGAR 5	0.377	0.000	0.425	0.702	---	0.377	0.953
ACT 6 LUGAR 6	0.613	0.472	0.861	1.000	0.623	---	0.000
ACT 7 LUGAR 7	0.000	0.000	0.393	1.000	0.713	0.000	---

STOP = ESC
VALEURS DE SURCLAS. = F2
PRINT = F3
CHANGER LES SEUILS. = F4

TABEAU DE SURCLASSEMENT

SEUIL DE CONCORD. : 0.600

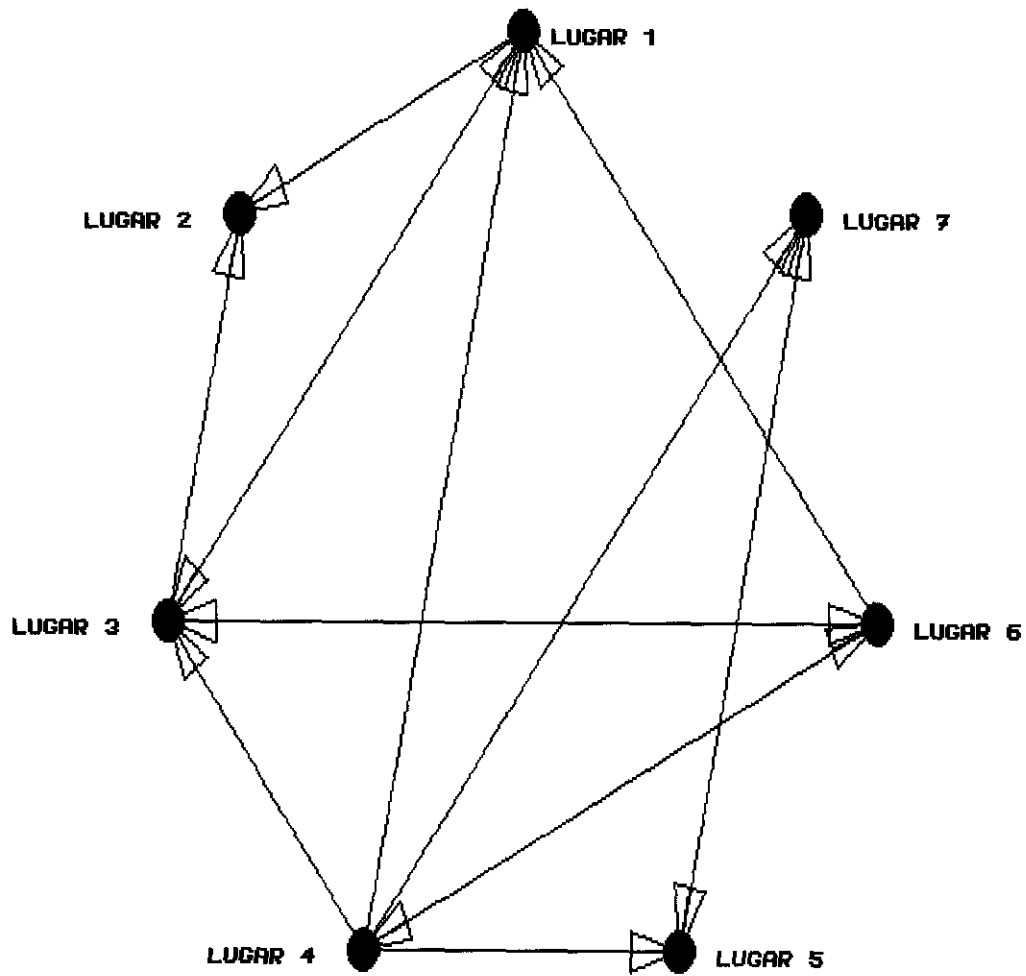


MARS 91 PH. RUSCONI
TEL 441 1 942.06.62

STOP = ESC
VALEURS DE SURCLAS. = F2
PRINT = F3
CHANGER LES SEUILS. = F4

TABEAU DE SURCLASSEMENT

SEUIL DE CONCORD. : 0.700

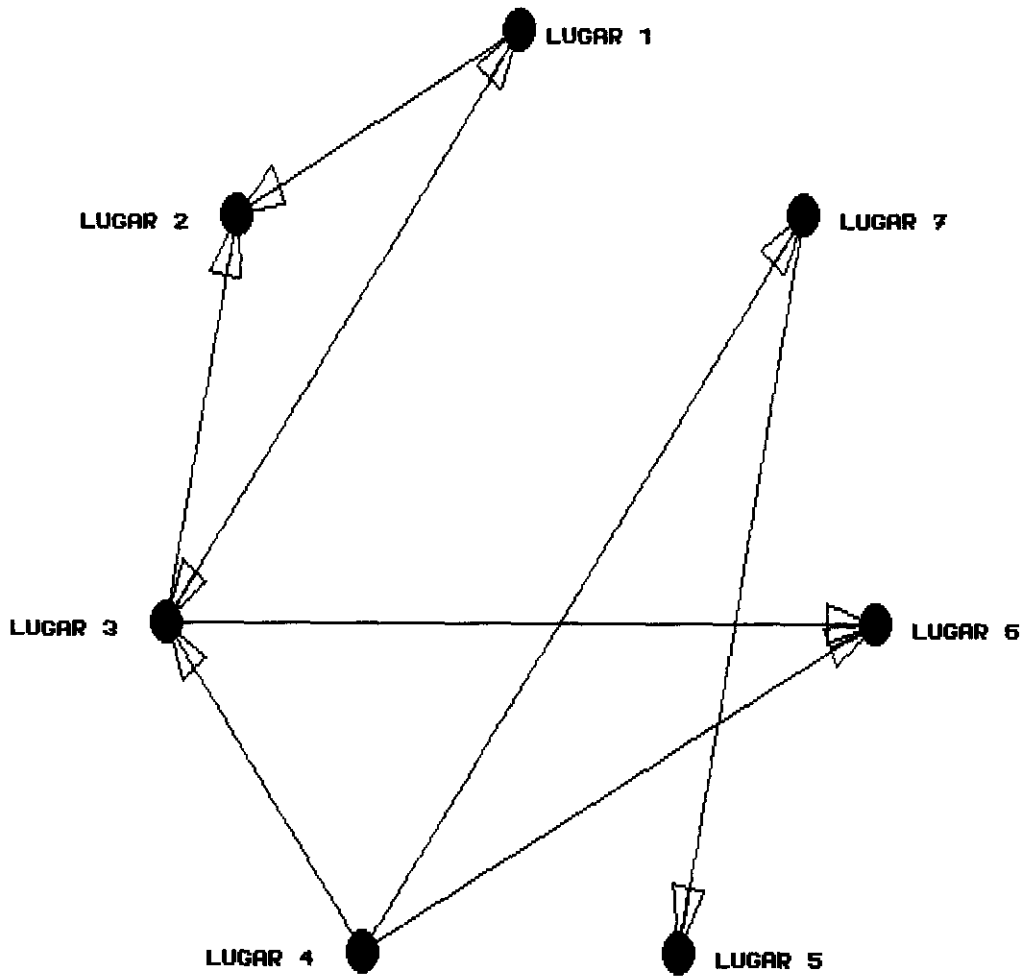


MARS 91 PH. RUSCONI
TEL 441 1 942.06.62

STOP = ESC
VALEURS DE SURCLAS. = F2
PRINT = F3
CHANGER LES SEUILS. = F4

TABEAU DE SURCLASSEMENT

SEUIL DE CONCORD. : 0.800

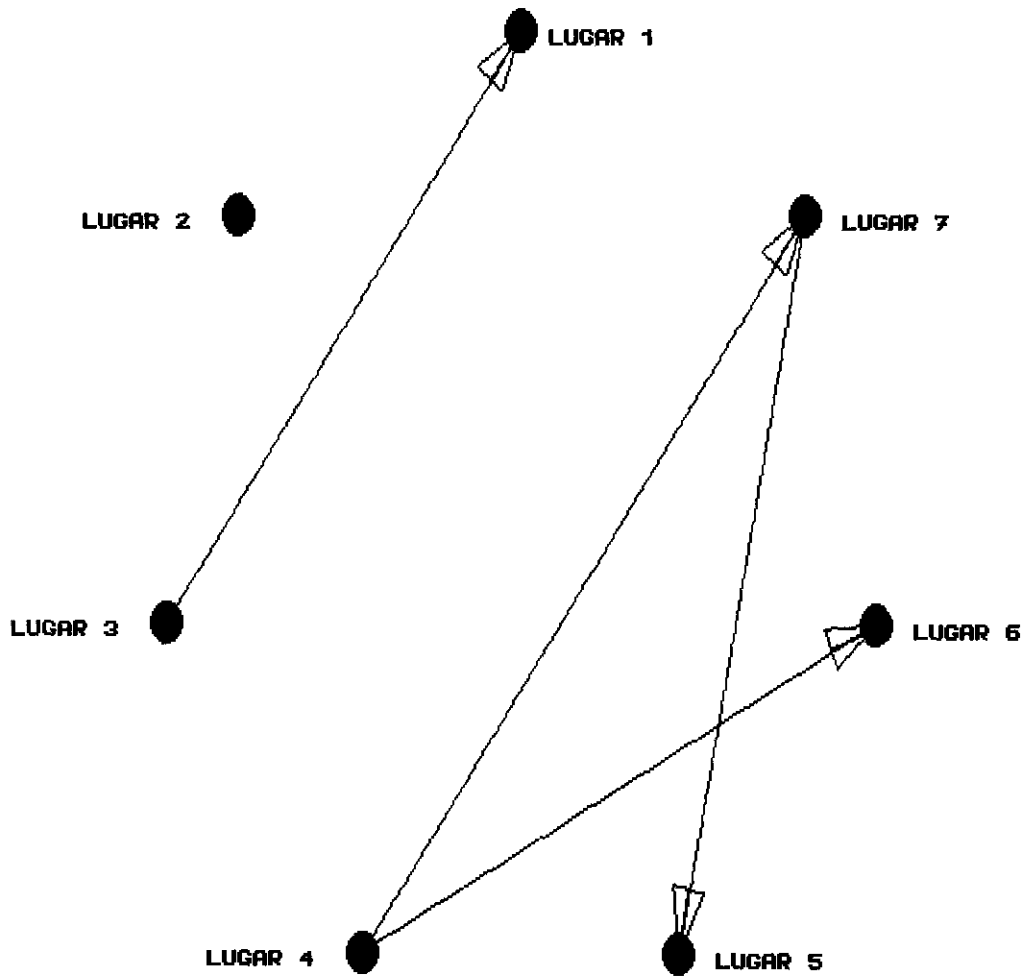


MARS 91 PH. RUSCONI
TEL 4441 1 942.06.62

STOP = ESC
VALEURS DE SURCLAS. = F2
PRINT = F3
CHANGER LES SEUILS. = F4

TABLAU DE SURCLASSEMENT

SEUIL DE CONCORD. : 0.900



MARS 91 PH. RUSCONI
TEL 0441 1 942.06.62

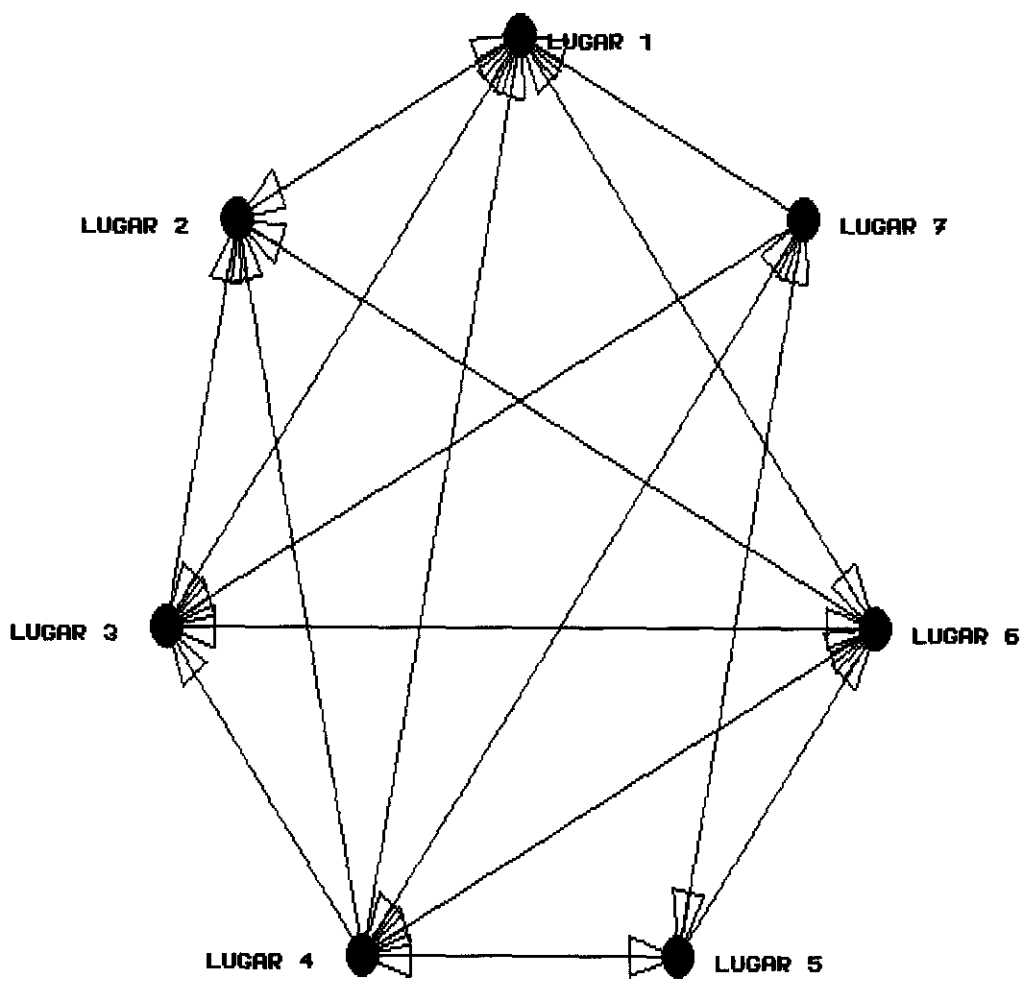
CRITERES STOP = ESC CONCOR. = F2 PRINT = F3	ELECTRE1S SPREADSHEET				STATUS : OK
	TITRE : ABONOS				
	CRIT1	CRIT2	CRIT3	CRIT4	CRIT5
NOMS	VOCACION	RUIDO	AMBIENTE	TRANSPOR	TERRENO
SEUIL INDIF.	1.00	0.50	1.00	80.00	15.00
SEUIL PREF.	5.00	3.50	3.00	350.00	40.00
POIDS	1.25	2.25	2.50	3.75	4.50
ACTIONS					
ACT1 LUGAR 1	18.00	3.50	5.00	284.00	120.00
ACT2 LUGAR 2	24.00	4.50	2.00	269.00	150.00
ACT3 LUGAR 3	17.00	5.50	4.00	413.00	100.00
ACT4 LUGAR 4	20.00	8.00	6.00	596.00	60.00
ACT5 LUGAR 5	16.00	7.50	8.00	1321.00	30.00
ACT6 LUGAR 6	21.00	4.00	5.00	734.00	80.00
ACT7 LUGAR 7	13.00	8.50	7.00	982.00	45.00
SENS (CROIS.=2 OU DECROIS.=1)	CROIS.	CROIS.	CROIS.	DECROIS.	DECROIS.
SEUIL VETO	8.00	4.50	5.00	850.00	100.00

TABLEAU DE CONCORDANCE							
STOP = ESC SURCLA.= F2 PRINT = F3	TITRE : ABONOS						
	ACT1	ACT2	ACT3	ACT4	ACT5	ACT6	ACT7
NOMS	LUGAR 1	LUGAR 2	LUGAR 3	LUGAR 4	LUGAR 5	LUGAR 6	LUGAR 7
ACT 1 LUGAR 1	---	0.635	0.952	0.774	0.000	0.737	0.549
ACT 2 LUGAR 2	0.886	---	0.850	0.693	0.000	0.693	0.000
ACT 3 LUGAR 3	0.858	0.570	---	0.900	0.000	0.712	0.671
ACT 4 LUGAR 4	0.000	0.351	0.447	---	0.671	0.722	0.649
ACT 5 LUGAR 5	0.351	0.000	0.430	0.723	---	0.351	0.956
ACT 6 LUGAR 6	0.640	0.509	0.871	1.000	0.649	---	0.000
ACT 7 LUGAR 7	0.000	0.000	0.377	1.000	0.721	0.000	---

STOP = ESC
VALEURS DE SURCLAS. = F2
PRINT = F3
CHANGER LES SEUILS. = F4

TABLEAU DE SURCLASSEMENT

SEUIL DE CONCORD. : 0.600

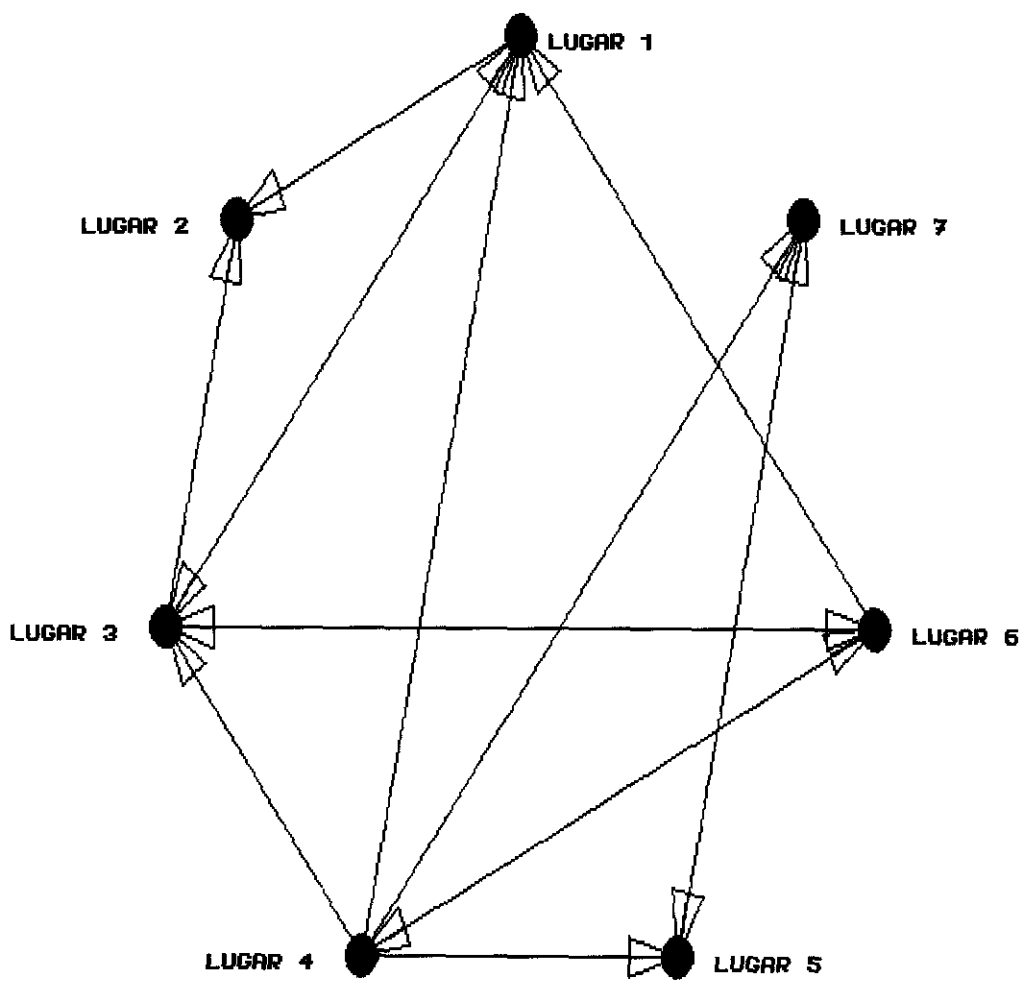


HARS 91 PH. RUSCONI
TEL 441 1 942.06.62

STOP = ESC
VALEURS DE SURCLAS. = F2
PRINT = F3
CHANGER LES SEUILS. = F4

TABLEAU DE SURCLASSEMENT

SEUIL DE CONCORD. : 0.700

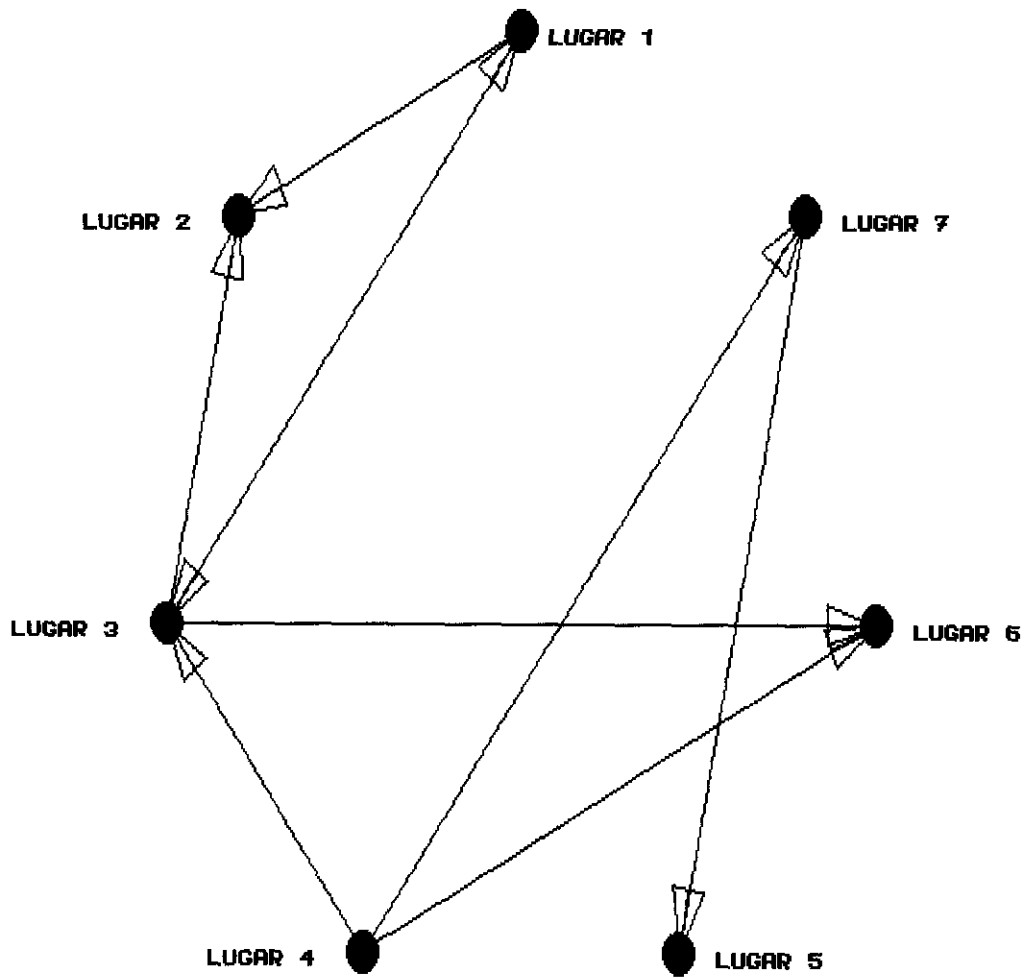


MARS 91 PH. RUSCONI
TEL 0441 1 942.06.62

STOP = ESC
VALEURS DE SURCLAS. = F2
PRINT = F3
CHANGER LES SEUILS. = F4

TABEAU DE SURCLASSEMENT

SEUIL DE CONCORD. : 0.800

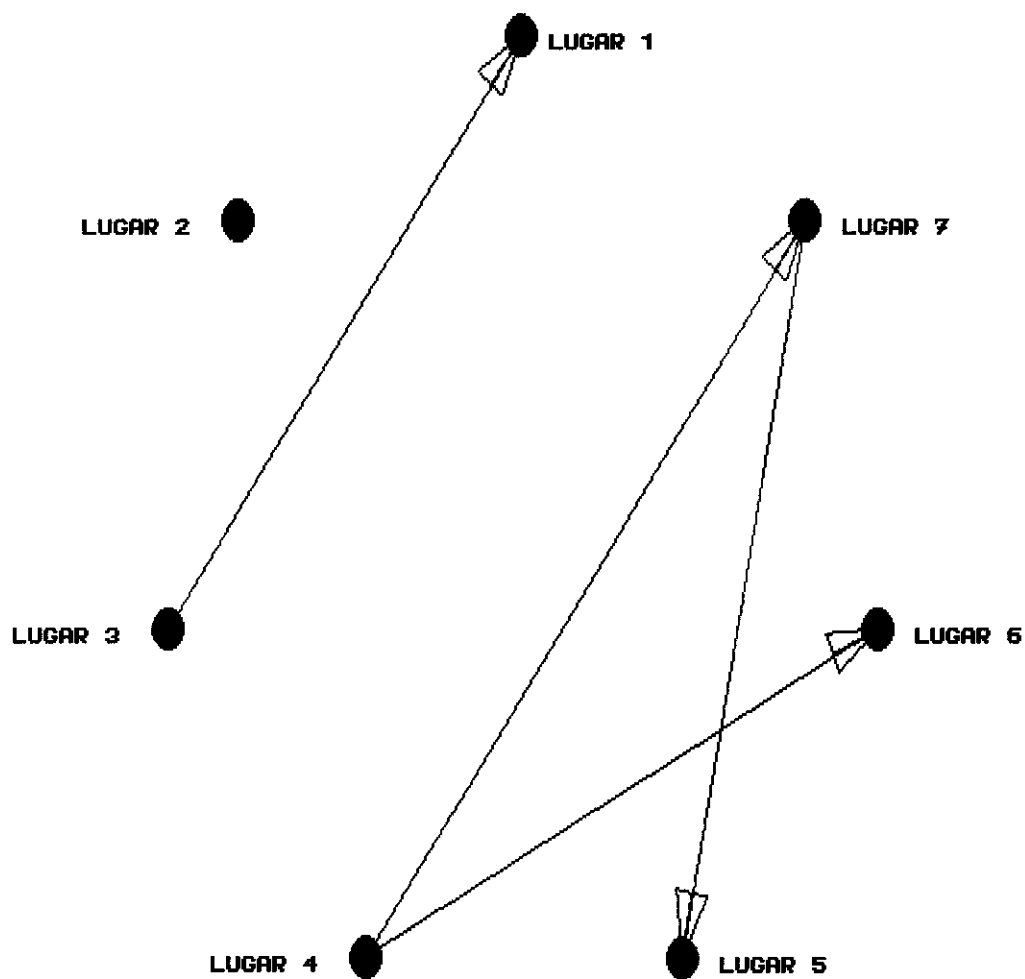


MARS 91 PH. RUSCONI
TEL 441 1 942.06.62

STOP = ESC
VALEURS DE SURCLAS. = F2
PRINT = F3
CHANGER LES SEUILS. = F4

TABLAU DE SURCLASSEMENT

SEUIL DE CONCORD. : 0.900



MARS 91 PH. RUSCONI
TEL 4441 1 942.06.62

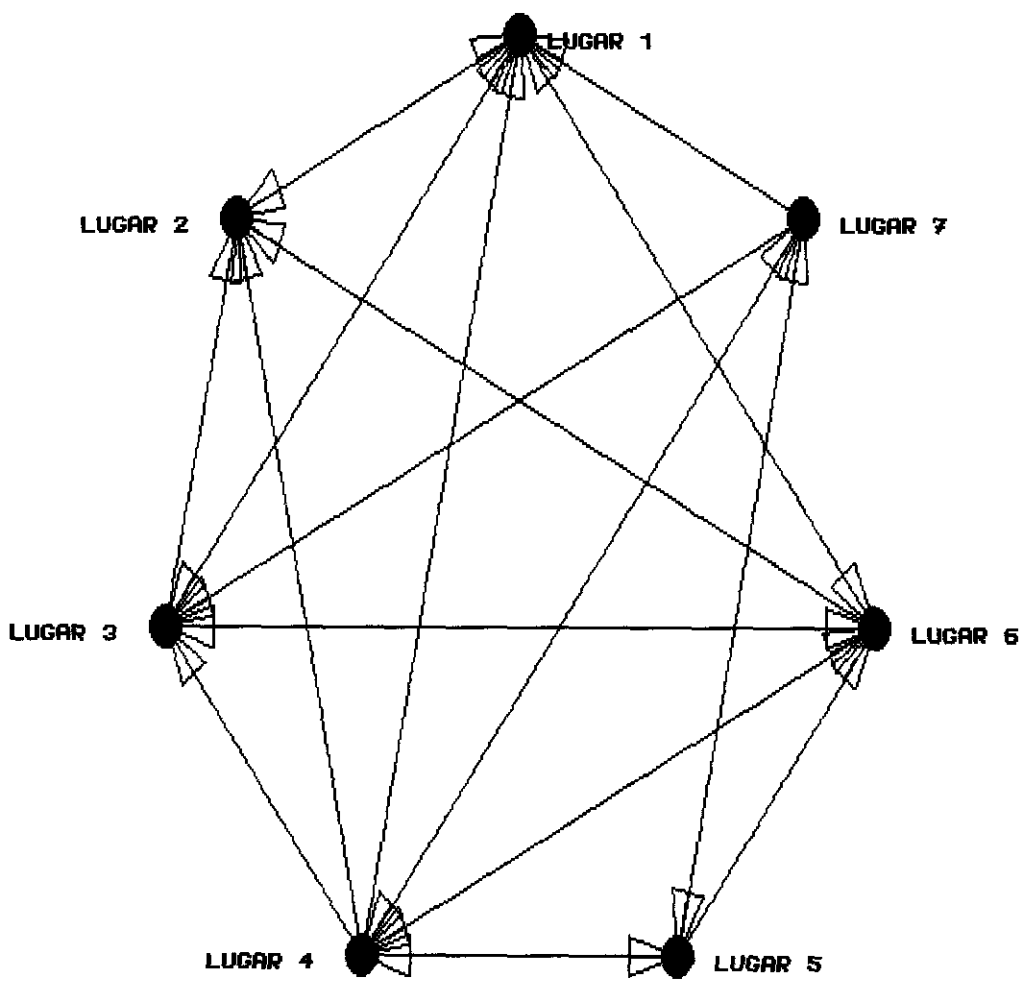
CRITERES STOP = ESC CONCOR.= F2 PRINT = F3	ELECTRE1S SPREADSHEET				STATUS : OK
	TITRE : ABONOS				
	CRIT1	CRIT2	CRIT3	CRIT4	CRIT5
NOMS	VOCACION	RUIDO	AMBIENTE	TRANSPOR	TERRENO
SEUIL INDIF.	1.00	0.50	1.00	80.00	15.00
SEUIL PREF.	5.00	3.50	3.00	350.00	40.00
POIDS	1.25	1.75	2.17	3.75	4.50
ACTIONS					
ACT1 LUGAR 1	18.00	3.50	5.00	284.00	120.00
ACT2 LUGAR 2	24.00	4.50	2.00	269.00	150.00
ACT3 LUGAR 3	17.00	5.50	4.00	413.00	100.00
ACT4 LUGAR 4	20.00	6.00	6.00	596.00	60.00
ACT5 LUGAR 5	16.00	7.50	8.00	1321.00	30.00
ACT6 LUGAR 6	21.00	4.00	5.00	734.00	80.00
ACT7 LUGAR 7	13.00	8.50	7.00	982.00	45.00
SENS (CROIS.=2 OU DECROIS=1)	CROIS.	CROIS.	CROIS.	DECROIS.	DECROIS.
SEUIL VETO	8.00	4.50	5.00	850.00	100.00

TABLEAU DE CONCORDANCE							
STOP = ESC SURCLA. = F2 PRINT = F3	TITRE : ABONOS						
	ACT1	ACT2	ACT3	ACT4	ACT5	ACT6	ACT7
NOMS	LUGAR 1	LUGAR 2	LUGAR 3	LUGAR 4	LUGAR 5	LUGAR 6	LUGAR 7
ACT 1 LUGAR 1	---	0.637	0.949	0.760	0.000	0.721	0.627
ACT 2 LUGAR 2	0.885	---	0.841	0.675	0.000	0.674	0.000
ACT 3 LUGAR 3	0.868	0.562	---	0.893	0.000	0.707	0.651
ACT 4 LUGAR 4	0.000	0.373	0.450	---	0.651	0.743	0.627
ACT 5 LUGAR 5	0.373	0.000	0.438	0.718	---	0.373	0.953
ACT 6 LUGAR 6	0.618	0.503	0.863	1.000	0.627	---	0.000
ACT 7 LUGAR 7	0.000	0.000	0.394	1.000	0.710	0.000	---

STOP = ESC
VALEURS DE SURCLAS. = F2
PRINT = F3
CHANGER LES SEUILS. = F4

TABLEAU DE SURCLASSEMENT

SEUIL DE CONCORD. : 0.600

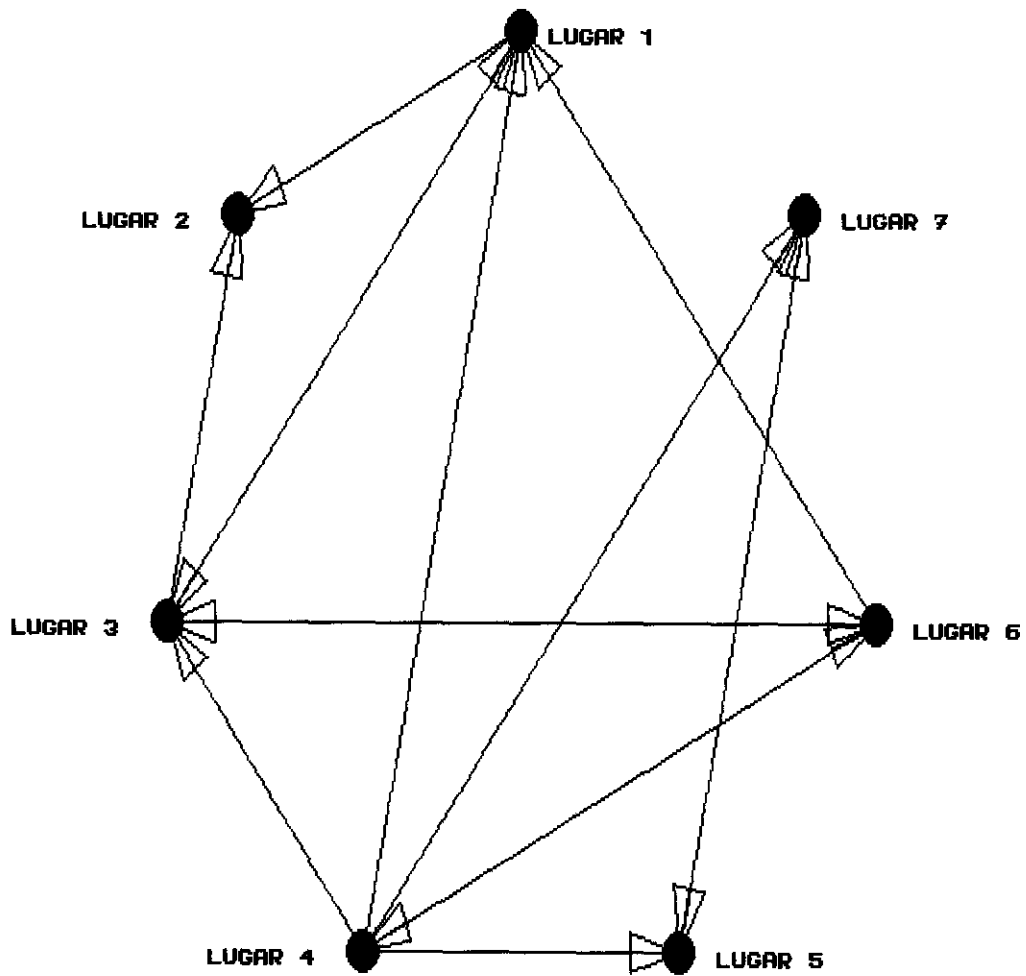


HARS 91 PH.RUSCONI
TEL +441 1 942.06.62

STOP = ESC
VALEURS DE SURCLAS. = F2
PRINT = F3
CHANGER LES SEUILS. = F4

TABLEAU DE SURCLASSEMENT

SEUIL DE CONCORD.: 0.700

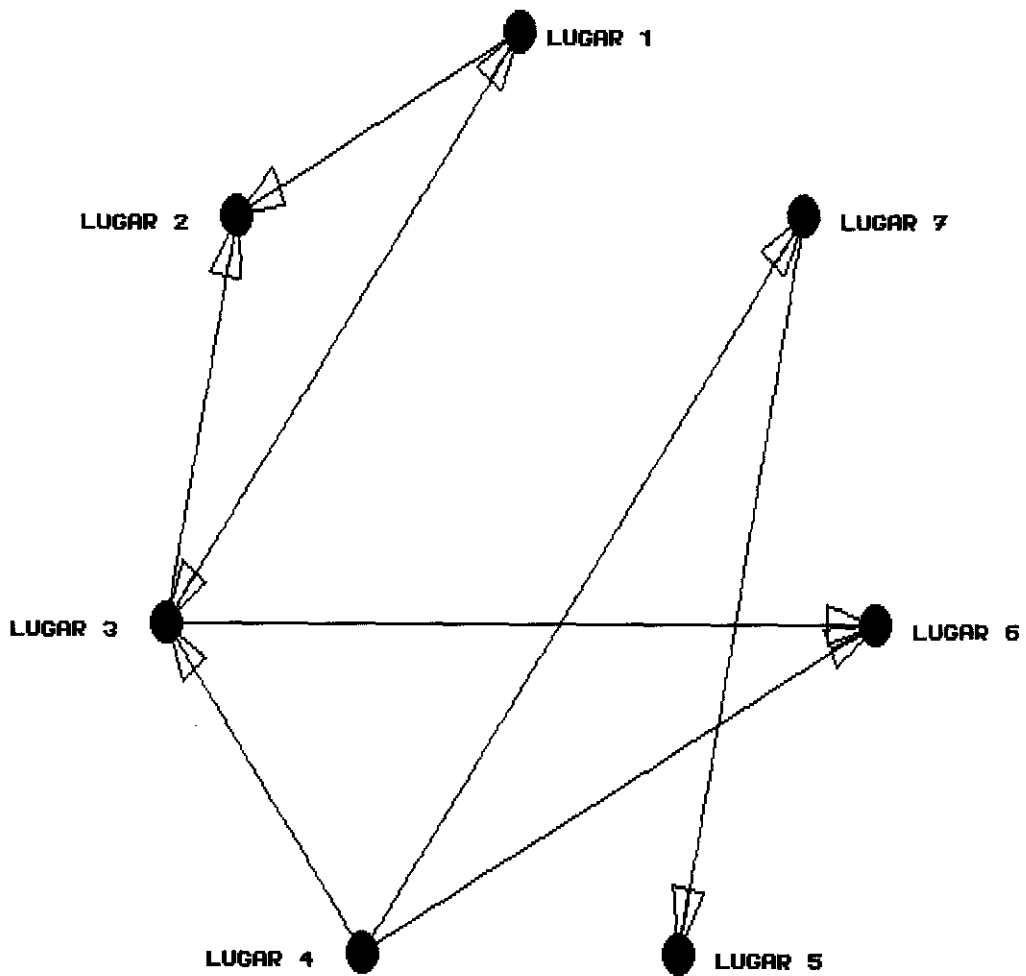


MARS 91 PH.RUSCONI
TEL 0441 1 942.06.62

STOP = ESC
VALEURS DE SURCLAS. = F2
PRINT = F3
CHANGER LES SEUILS. = F4

TABEAU DE SURCLASSEMENT

SEUIL DE CONCORD. : 0.800

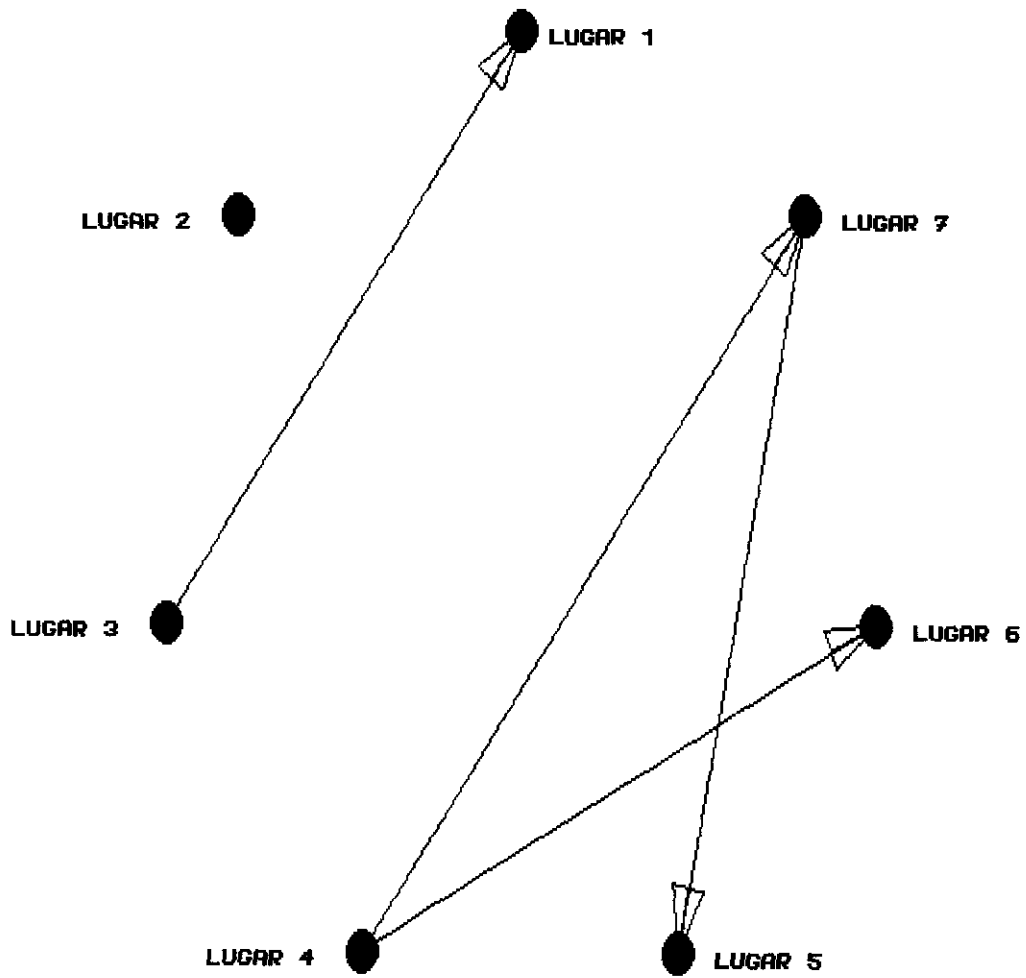


MARS 91 PH. RUSCONI
TEL 4441 1 942.06.62

STOP = ESC
VALEURS DE SURCLAS. = F2
PRINT = F3
CHANGER LES SEUILS. = F4

TABLAU DE SURCLASSEMENT

SEUIL DE CONCORD. : 0.900



MARS 91 PH. RUSCONI
TEL 441 1 942.06.62

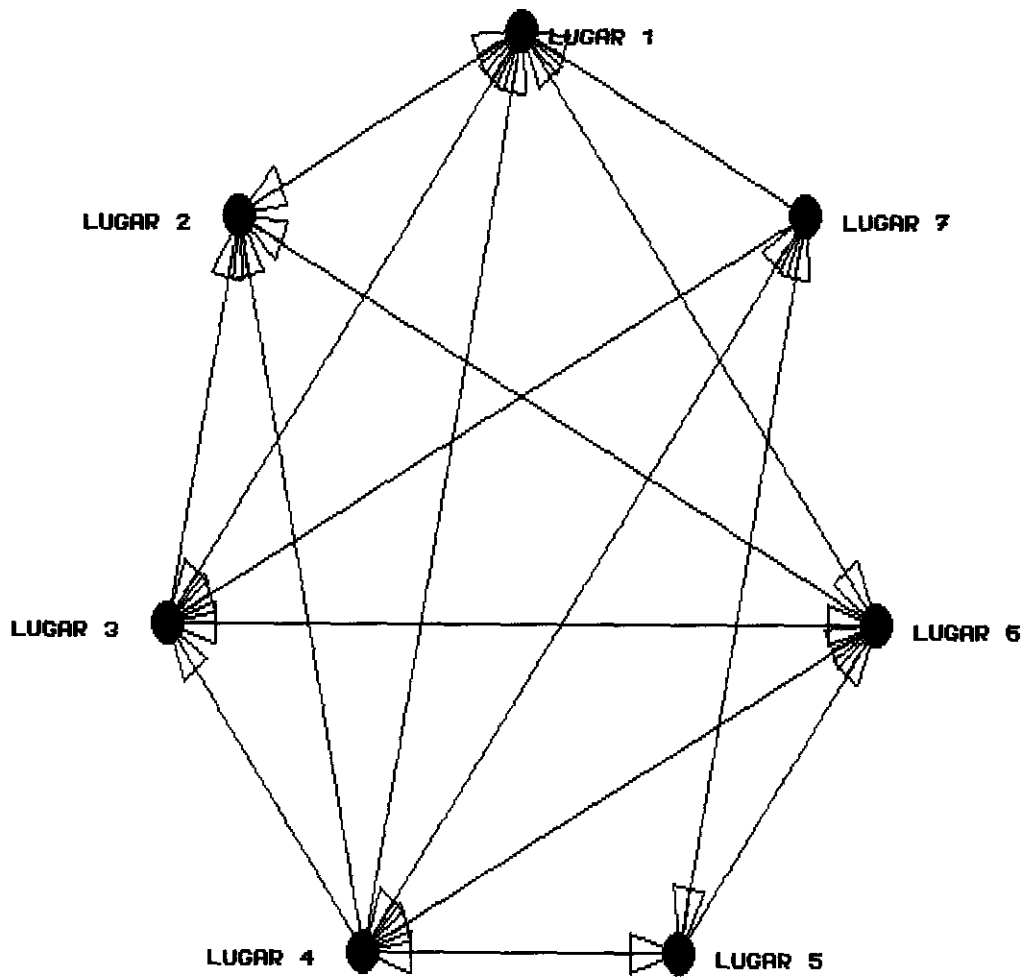
CRITERES STOP = ESC CONCOR.= F2 PRINT = F3	ELECTRE1S SPREADSHEET				STATUS : OK
	TITRE : ABONOS				
	CRIT1	CRIT2	CRIT3	CRIT4	CRIT5
NOMS	VOCACION	RUIDO	AMBIENTE	TRANSPOR	TERRENO
SEUIL INDIF.	1.00	0.50	1.00	80.00	15.00
SEUIL PREF.	5.00	3.50	3.00	350.00	40.00
POIDS	1.25	1.75	2.80	3.75	4.50
ACTIONS					
ACT1 LUGAR 1	18.00	3.50	5.00	284.00	120.00
ACT2 LUGAR 2	24.00	4.50	2.00	269.00	150.00
ACT3 LUGAR 3	17.00	5.50	4.00	413.00	100.00
ACT4 LUGAR 4	20.00	8.00	6.00	596.00	60.00
ACT5 LUGAR 5	16.00	7.50	8.00	1321.00	30.00
ACT6 LUGAR 6	21.00	4.00	5.00	734.00	80.00
ACT7 LUGAR 7	13.00	8.50	7.00	982.00	45.00
SENS (CROIS.=2 OU DECROIS=1)	CROIS.	CROIS.	CROIS.	DECROIS.	DECROIS.
SEUIL VETO	8.00	4.50	5.00	850.00	100.00

TABLEAU DE CONCORDANCE							
STOP = ESC SURCLA.= F2 PRINT = F3	TITRE : ABONDS						
	ACT1	ACT2	ACT3	ACT4	ACT5	ACT6	ACT7
NOMS	LUGAR 1	LUGAR 2	LUGAR 3	LUGAR 4	LUGAR 5	LUGAR 6	LUGAR 7
ACT 1 LUGAR 1	---	0.609	0.952	0.771	0.000	0.733	0.644
ACT 2 LUGAR 2	0.890	---	0.848	0.689	0.000	0.689	0.000
ACT 3 LUGAR 3	0.874	0.559	---	0.898	0.000	0.720	0.655
ACT 4 LUGAR 4	0.000	0.356	0.453	---	0.666	0.754	0.644
ACT 5 LUGAR 5	0.356	0.000	0.418	0.708	---	0.356	0.956
ACT 6 LUGAR 6	0.635	0.480	0.869	1.000	0.644	---	0.000
ACT 7 LUGAR 7	0.000	0.000	0.377	1.000	0.723	0.000	---

STOP = ESC
VALEURS DE SURCLAS. = F2
PRINT = F3
CHANGER LES SEUILS. = F4

TABEAU DE SURCLASSEMENT

SEUIL DE CONCORD. : 0.600

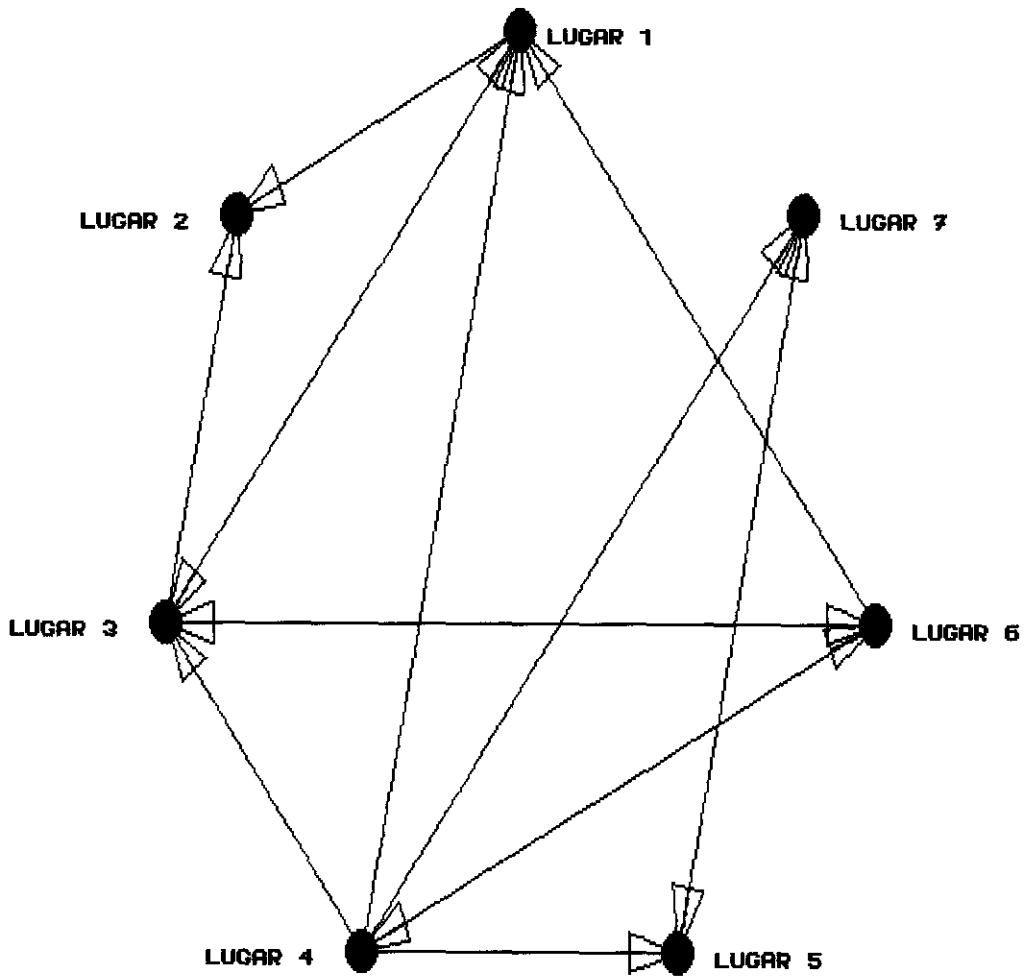


MARS 91 PH. RUSCONI
TEL ++41 1 942.06.62

STOP = ESC
VALEURS DE SURCLAS. = F2
PRINT = F3
CHANGER LES SEUILS. = F4

TABLEAU DE SURCLASSEMENT

SEUIL DE CONCORD. : 0.700

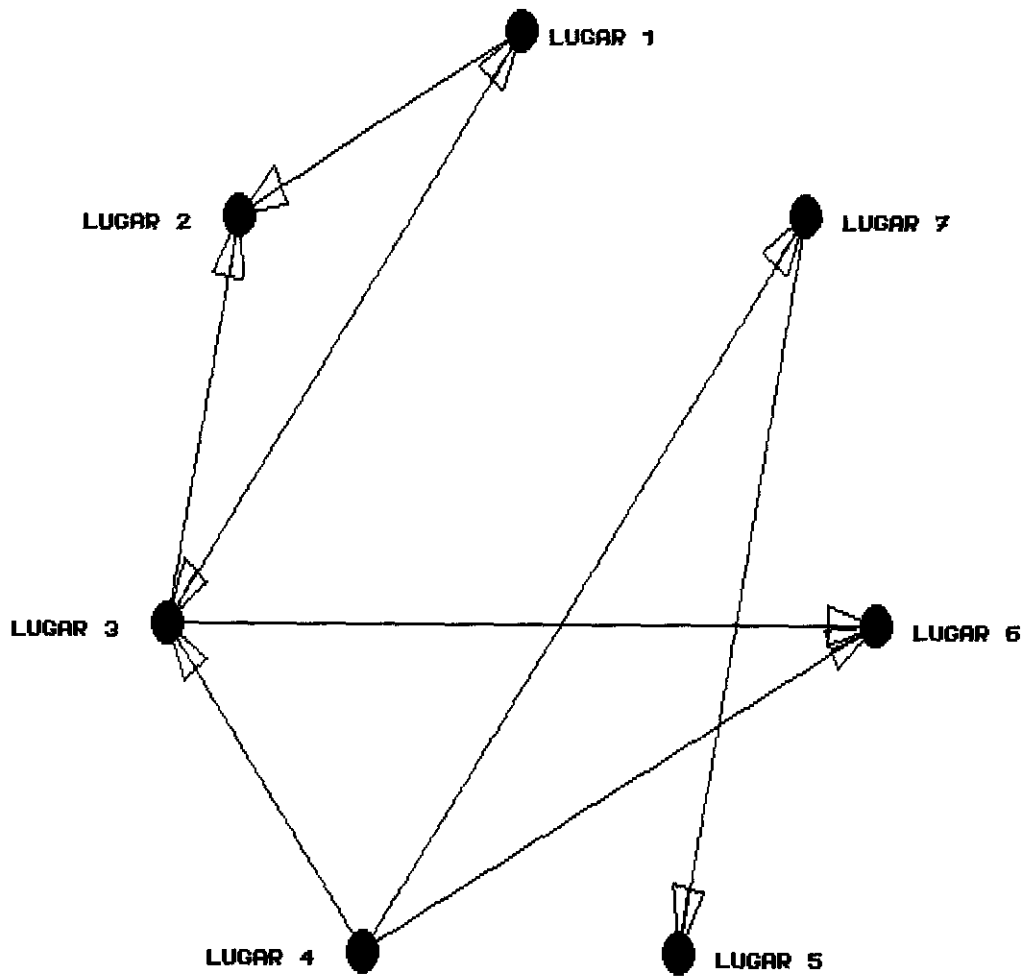


MARS 91 PH. RUSCONI
TEL 4441 1 942.06.62

STOP = ESC
VALEURS DE SURCLAS. = F2
PRINT = F3
CHANGER LES SEUILS. = F4

TABEAU DE SURCLASSEMENT

SEUIL DE CONCORD. : 0.800

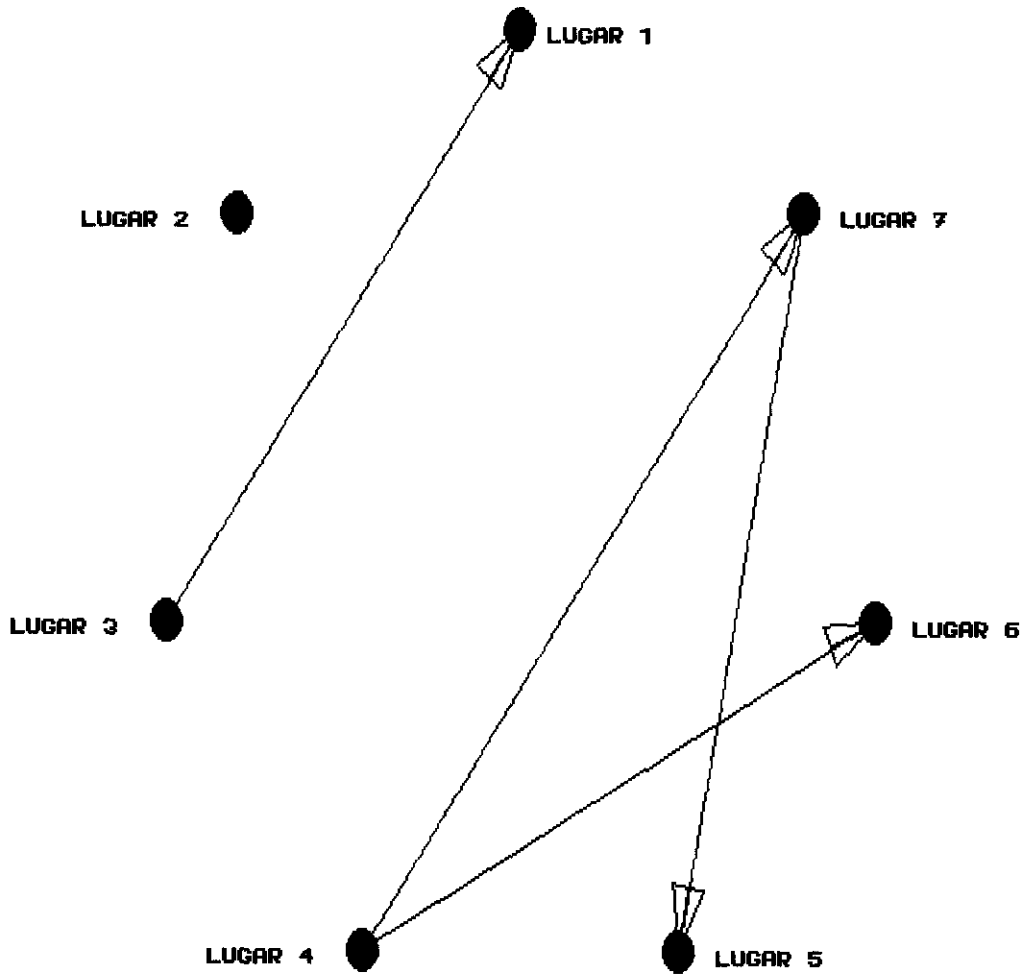


MARS 91 PH. RUSCONI
TEL 441 1 942.06.62

STOP = ESC
VALEURS DE SURCLAS. = F2
PRINT = F3
CHANGER LES SEUILS = F4

TABLEAU DE SURCLASSEMENT

SEUIL DE CONCORD. : 0.900



MARS 91 PH. RUSCONI
TEL 041 1 942.06.62

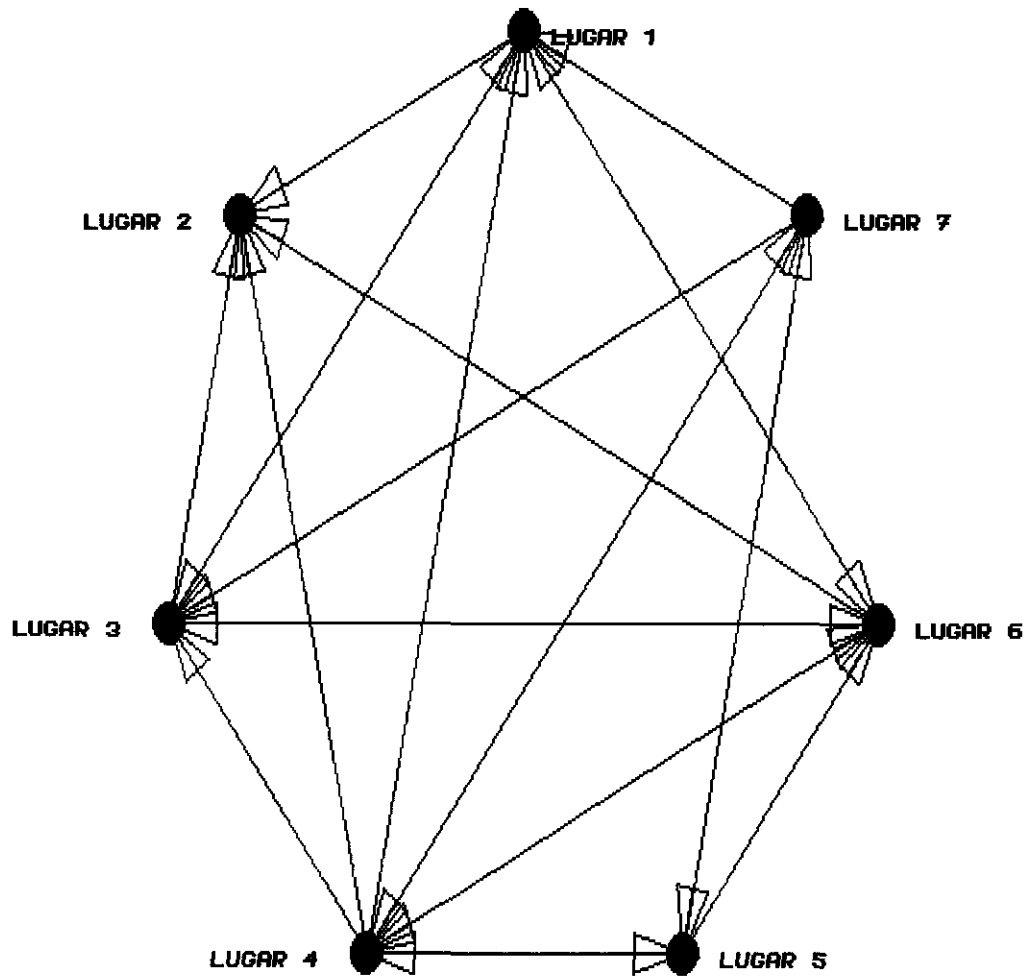
CRITERES STOP = ESC CONCOR.= F2 PRINT = F3	ELECTRE1S SPREADSHEET				STATUS : OK
	TITRE : ABONOS				
	CRIT1	CRIT2	CRIT3	CRIT4	CRIT5
NOMS	VOCACION	RUIDO	AMBIENTE	TRANSPOR	TERRENO
SEUIL INDIF.	1.00	0.50	1.00	80.00	15.00
SEUIL PREF.	5.00	3.50	3.00	350.00	40.00
POIDS	1.25	1.75	2.50	2.90	4.50
ACTIONS					
ACT1 LUGAR 1	16.00	3.50	5.00	284.00	120.00
ACT2 LUGAR 2	24.00	4.50	2.00	269.00	150.00
ACT3 LUGAR 3	17.00	5.50	4.00	413.00	100.00
ACT4 LUGAR 4	20.00	8.00	6.00	596.00	60.00
ACT5 LUGAR 5	16.00	7.50	8.00	1321.00	30.00
ACT6 LUGAR 6	21.00	4.00	5.00	734.00	80.00
ACT7 LUGAR 7	13.00	8.50	7.00	982.00	45.00
SENS (CROIS.=2 OU DECROIS=1)	CROIS.	CROIS.	CROIS.	DECROIS.	DECROIS.
SEUIL VETO	8.00	4.50	5.00	850.00	100.00

TABLEAU DE CONCORDANCE							
STOP = ESC SURCLA. = F2 PRINT = F3	TITRE : ABONOS						
	ACT1	ACT2	ACT3	ACT4	ACT5	ACT6	ACT7
NOMS	LUGAR 1	LUGAR 2	LUGAR 3	LUGAR 4	LUGAR 5	LUGAR 6	LUGAR 7
ACT 1 LUGAR 1	---	0.597	0.959	0.807	0.000	0.775	0.678
ACT 2 LUGAR 2	0.880	---	0.850	0.722	0.000	0.727	0.000
ACT 3 LUGAR 3	0.862	0.532	---	0.914	0.000	0.754	0.703
ACT 4 LUGAR 4	0.000	0.322	0.415	---	0.703	0.746	0.678
ACT 5 LUGAR 5	0.322	0.000	0.390	0.694	---	0.322	0.952
ACT 6 LUGAR 6	0.603	0.457	0.858	1.000	0.678	---	0.000
ACT 7 LUGAR 7	0.000	0.000	0.344	1.000	0.762	0.000	---

STOP = ESC
VALEURS DE SURCLAS. = F2
PRINT = F3
CHANGER LES SEUILS. = F4

TABEAU DE SURCLASSEMENT

SEUIL DE CONCORD. : 0.600

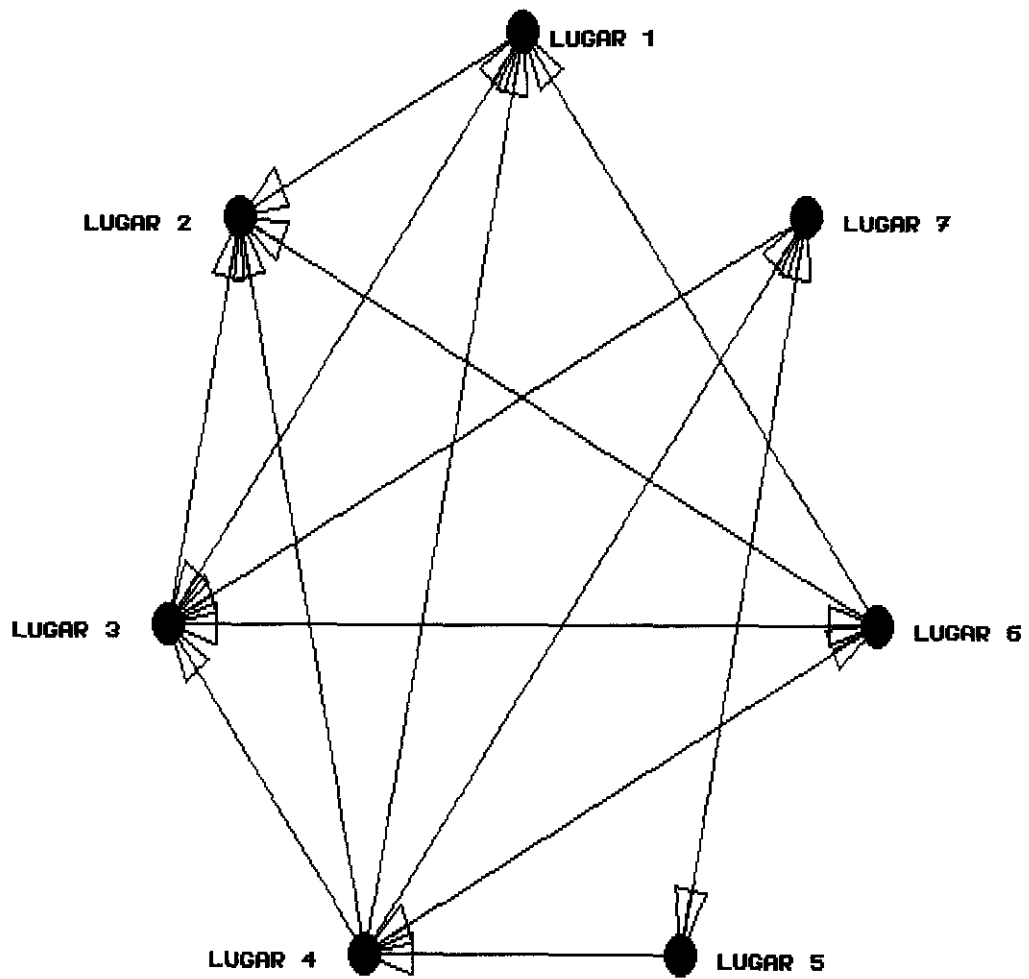


MARS 91 PH. RUSCONI
TEL 9941 1 942.06.62

STOP = ESC
VALEURS DE SURCLAS. = F2
PRINT = F3
CHANGER LES SEUILS. = F4

TABEAU DE SURCLASSEMENT

SEUIL DE CONCORD. : 0.700

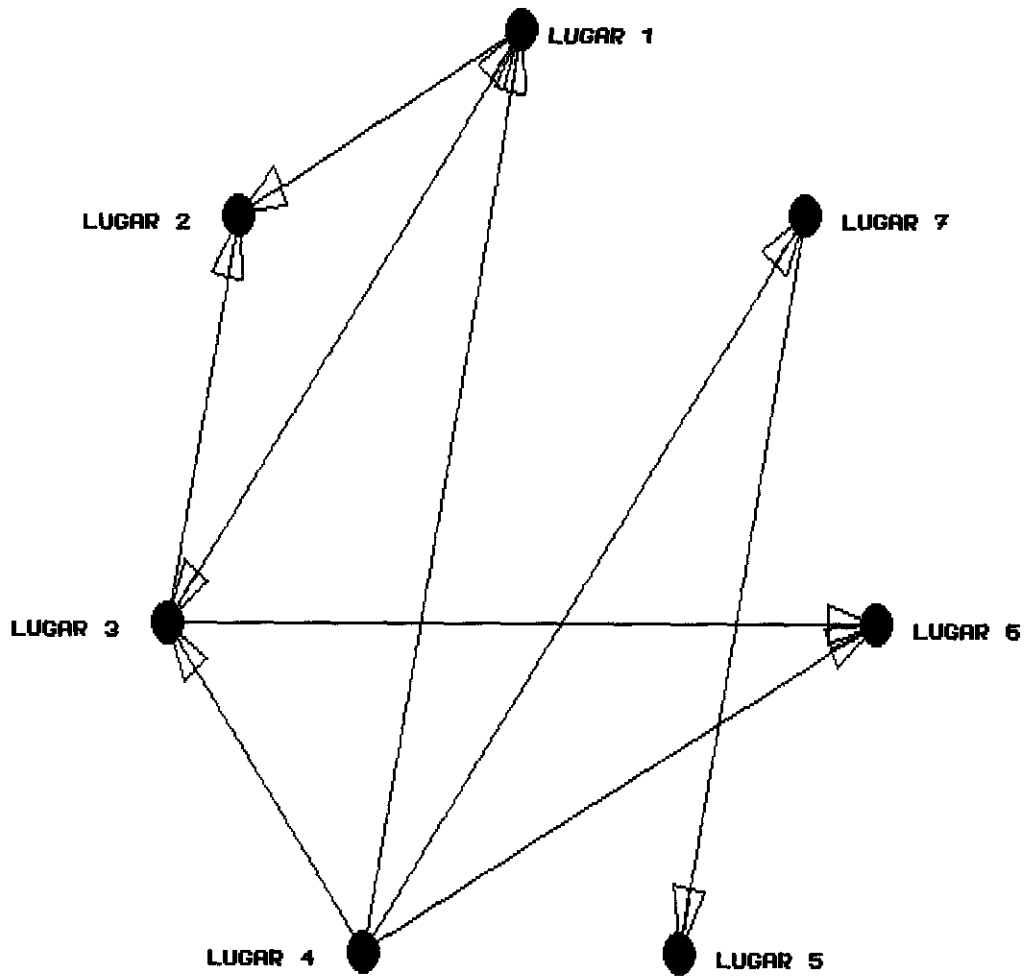


MARS 91 PH.RUSCONI
TEL 4441 1 942.06.62

STOP = ESC
VALEURS DE SURCLAS. = F2
PRINT = F3
CHANGER LES SEUILS. = F4

TABEAU DE SURCLASSEMENT

SEUIL DE CONCORD. : 0.800

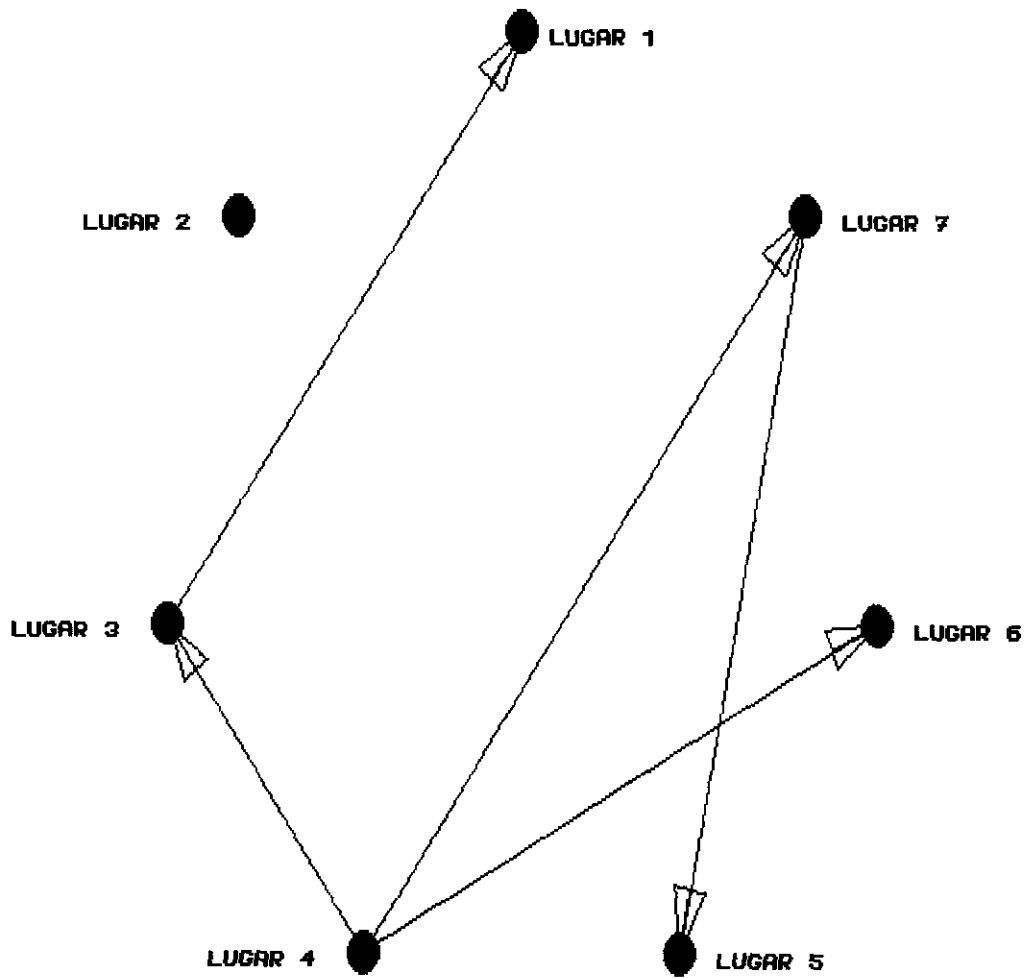


MARS 91 PH. RUSCONI
TEL 441 1 942.06.62

STOP = ESC
VALEURS DE SURCLAS. = F2
PRINT = F3
CHANGER LES SEUILS. = F4

TABLEAU DE SURCLASSEMENT

SEUIL DE CONCORD. : 0.900



MARS 91 PH. RUSCONI
TEL 441 1 942.06.62

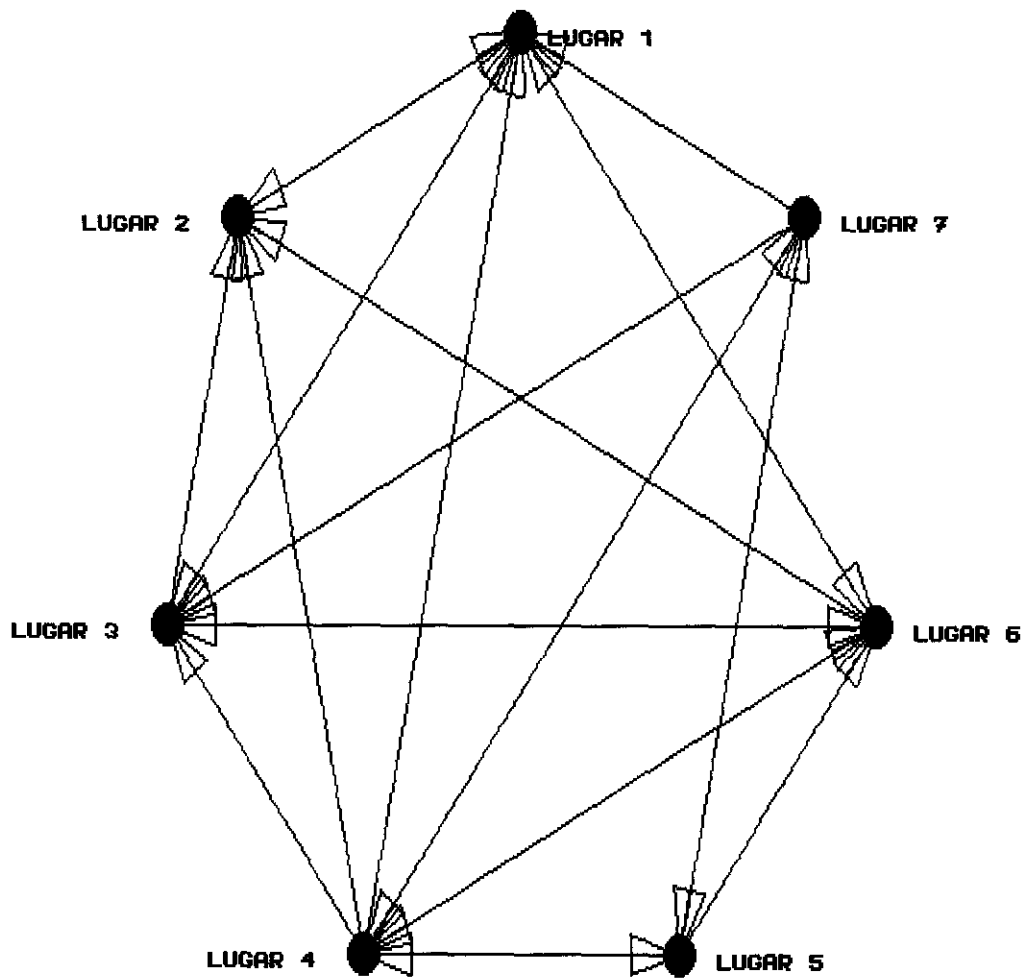
CRITERES	ELECTRE1S SPREADSHEET				STATUS : OK
STOP = ESC CONCOR.= F2 PRINT = F3	TITRE : ABONOS				
	CRIT1	CRIT2	CRIT3	CRIT4	CRIT5
NOMS	VOCACION	RUIDO	AMBIENTE	TRANSPOR	TERRENO
SEUIL INDIF.	1.00	0.50	1.00	80.00	15.00
SEUIL PREF.	5.00	3.50	3.00	350.00	40.00
POIDS	1.25	1.75	2.50	4.58	4.50
ACTIONS					
ACT1 LUGAR 1	18.00	3.50	5.00	284.00	120.00
ACT2 LUGAR 2	24.00	4.50	2.00	269.00	150.00
ACT3 LUGAR 3	17.00	5.50	4.00	413.00	100.00
ACT4 LUGAR 4	20.00	8.00	6.00	596.00	60.00
ACT5 LUGAR 5	16.00	7.50	8.00	1321.00	30.00
ACT6 LUGAR 6	21.00	4.00	5.00	734.00	80.00
ACT7 LUGAR 7	13.00	8.50	7.00	982.00	45.00
SENS (CROIS.=2 OU DECROIS=1)	CROIS.	CROIS.	CROIS.	DECROIS.	DECROIS.
SEUIL VETO	8.00	4.50	5.00	850.00	100.00

TABLEAU DE CONCORDANCE							
STOP = ESC SURCLA. = F2 PRINT = F3	TITRE : ABONOS						
	ACT1	ACT2	ACT3	ACT4	ACT5	ACT6	ACT7
NOMS	LUGAR 1	LUGAR 2	LUGAR 3	LUGAR 4	LUGAR 5	LUGAR 6	LUGAR 7
ACT 1 LUGAR 1	---	0.643	0.943	0.730	0.000	0.686	0.600
ACT 2 LUGAR 2	0.894	---	0.840	0.648	0.000	0.643	0.000
ACT 3 LUGAR 3	0.878	0.586	---	0.880	0.000	0.680	0.622
ACT 4 LUGAR 4	0.000	0.400	0.483	---	0.622	0.751	0.600
ACT 5 LUGAR 5	0.400	0.000	0.460	0.729	---	0.400	0.957
ACT 6 LUGAR 6	0.648	0.520	0.874	1.000	0.600	---	0.000
ACT 7 LUGAR 7	0.000	0.000	0.420	1.000	0.679	0.000	---

STOP = ESC
VALEURS DE SURCLAS. = F2
PRINT = F3
CHANGER LES SEUILS. = F4

TABLEAU DE SURCLASSEMENT

SEUIL DE CONCORD. : 0.600

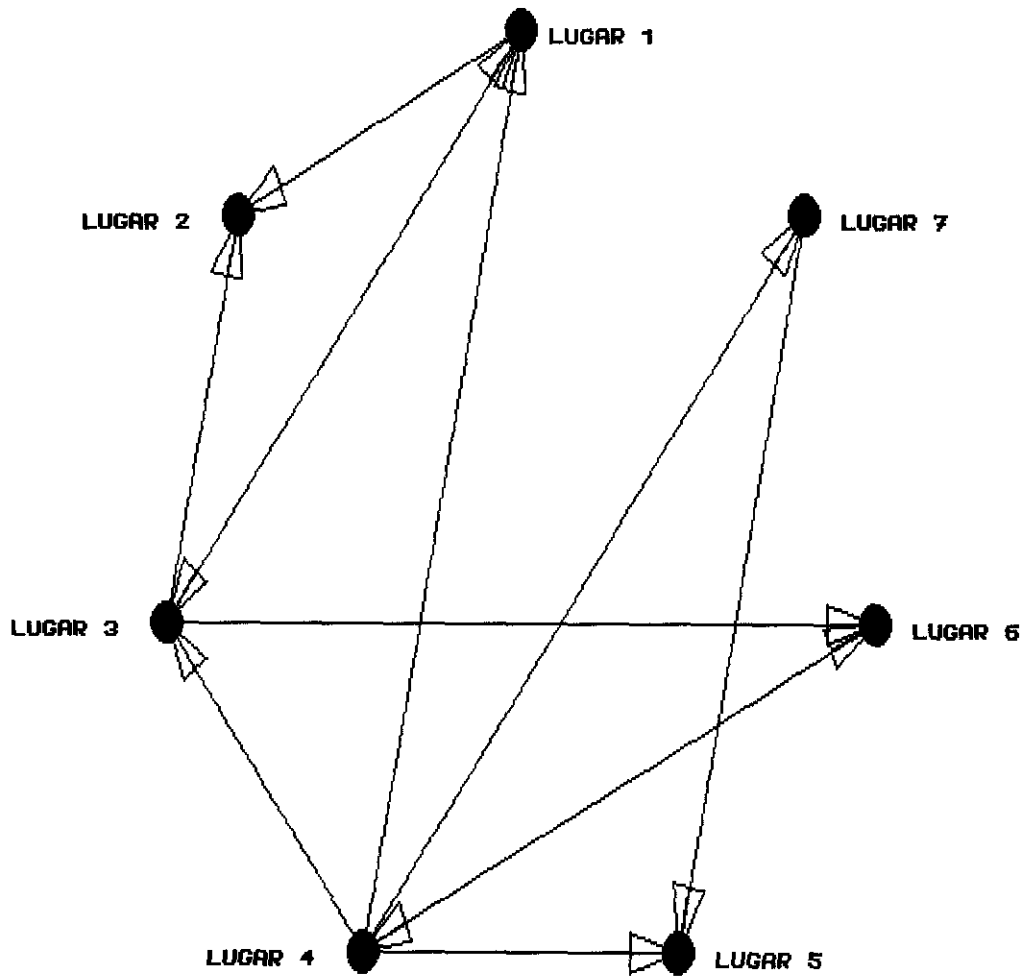


MARS 91 PH. RUSCONI
TEL 4441 1 942.06.62

STOP = ESC
VALEURS DE SURCLAS. = F2
PRINT = F3
CHANGER LES SEUILS. = F4

TABEAU DE SURCLASSEMENT

SEUIL DE CONCORD. : 0.700

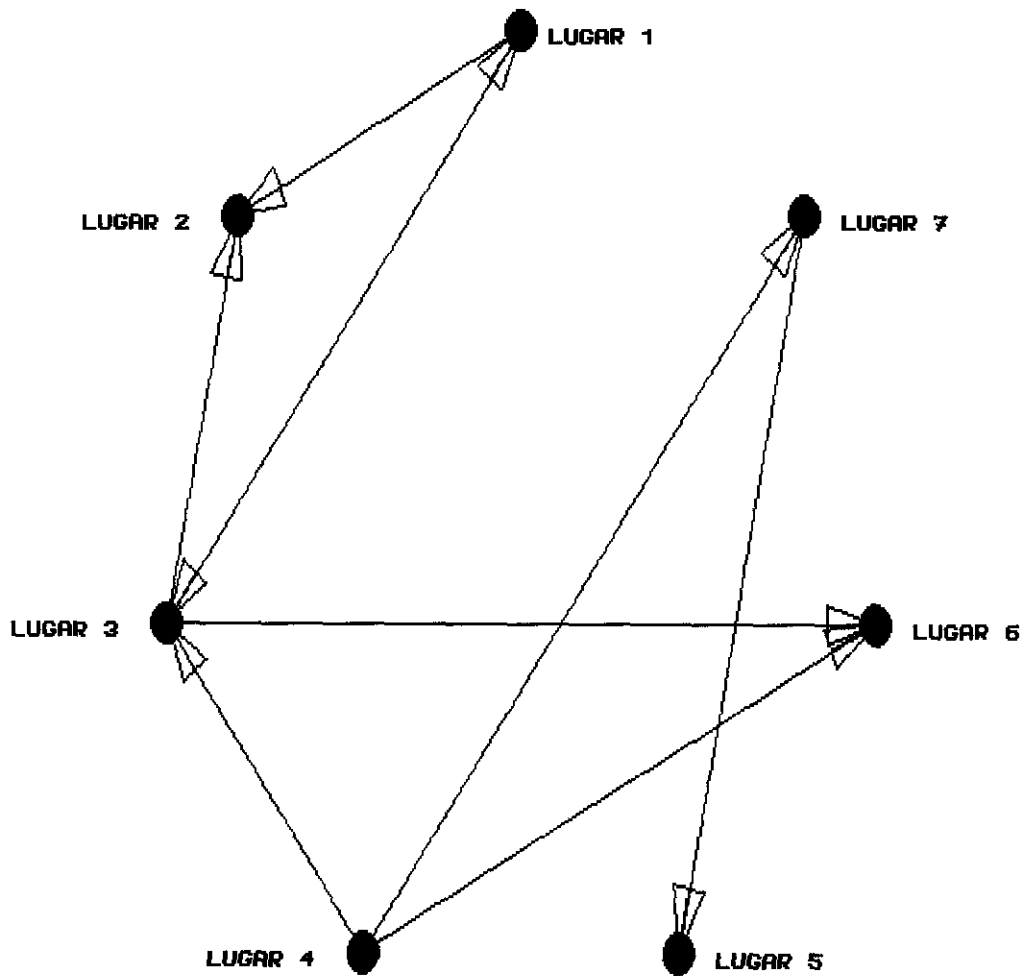


MARS 91 PH. RUSCONI
TEL 441 1 942.06.62

STOP = ESC
VALEURS DE SURCLAS. = F2
PRINT = F3
CHANGER LES SEUILS. = F4

TABEAU DE SURCLASSEMENT

SEUIL DE CONCORD. : 0.800

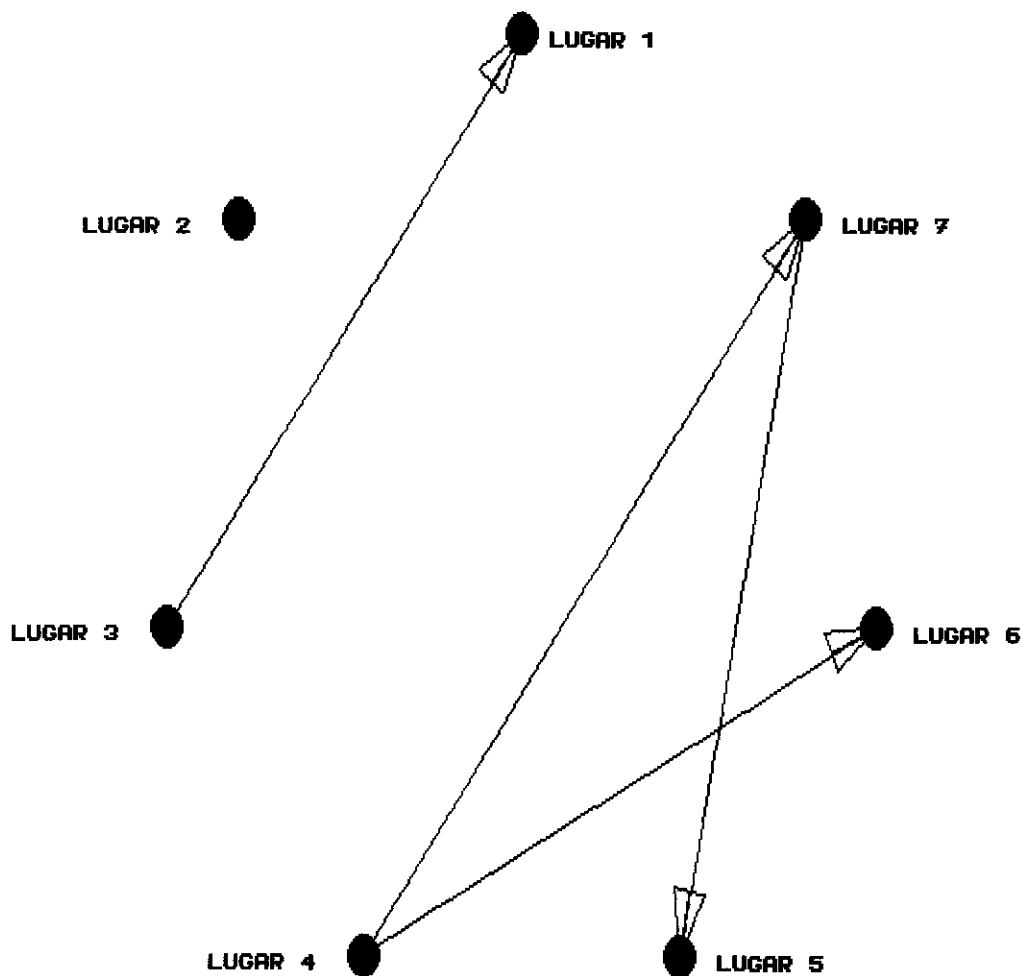


HARS 91 PH. RUSCONI
TEL 041 1 942.06.62

STOP = ESC
VALEURS DE SURCLAS. = F2
PRINT = F3
CHANGER LES SEUILS. = F4

TABLERAU DE SURCLASSEMENT

SEUIL DE CONCORD.: 0.900



MARS 91 PH. RUSCONI
TEL 4441 1 942.06.62

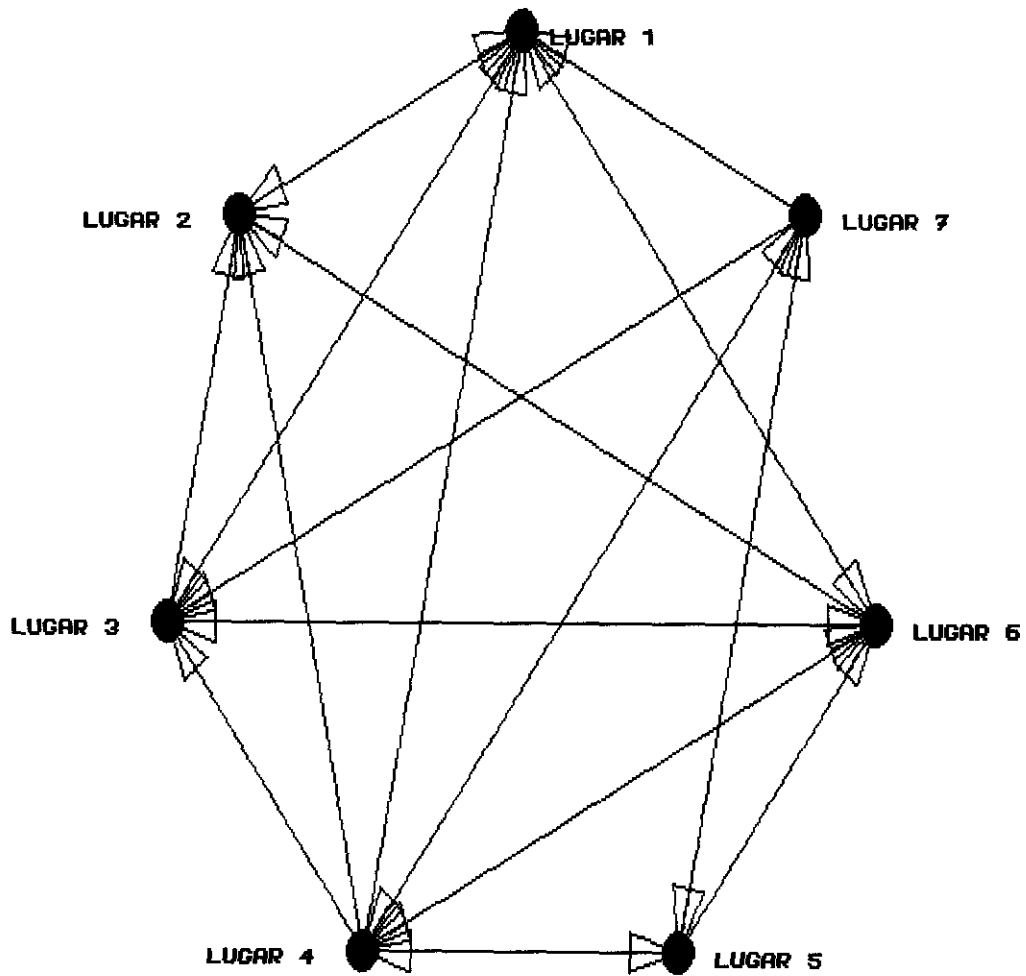
CRITERES STOP = ESC CONCOR.= F2 PRINT = F3	ELECTRE1S SPREADSHEET				STATUS : OK
	TITRE : ABONOS				
	CRIT1	CRIT2	CRIT3	CRIT4	CRIT5
NOMS	VOCACION	RUIDO	AMBIENTE	TRANSPOR	TERRENO
SEUIL INDIF.	1.00	0.50	1.00	80.00	15.00
SEUIL PREF.	5.00	3.50	3.00	350.00	40.00
POIDS	1.25	1.75	2.50	3.75	4.17
ACTIONS					
ACT1 LUGAR 1	18.00	3.50	5.00	284.00	120.00
ACT2 LUGAR 2	24.00	4.50	2.00	269.00	150.00
ACT3 LUGAR 3	17.00	5.50	4.00	413.00	100.00
ACT4 LUGAR 4	20.00	8.00	6.00	596.00	60.00
ACT5 LUGAR 5	16.00	7.50	8.00	1321.00	30.00
ACT6 LUGAR 6	21.00	4.00	5.00	734.00	80.00
ACT7 LUGAR 7	13.00	8.50	7.00	982.00	45.00
SENS (CROIS.=2 OU DECROIS=1)	CROIS.	CROIS.	CROIS.	DECROIS.	DECROIS.
SEUIL VETO	8.00	4.50	5.00	850.00	100.00

TABLEAU DE CONCORDANCE							
STOP = ESC SURCLA.= F2 PRINT = F3	TITRE : ABONOS						
	ACT1	ACT2	ACT3	ACT4	ACT5	ACT6	ACT7
NOMS	LUGAR 1	LUGAR 2	LUGAR 3	LUGAR 4	LUGAR 5	LUGAR 6	LUGAR 7
ACT 1 LUGAR 1	---	0.627	0.949	0.750	0.000	0.721	0.627
ACT 2 LUGAR 2	0.885	---	0.841	0.675	0.000	0.674	0.000
ACT 3 LUGAR 3	0.873	0.574	---	0.893	0.000	0.707	0.651
ACT 4 LUGAR 4	0.000	0.373	0.463	---	0.651	0.747	0.627
ACT 5 LUGAR 5	0.373	0.000	0.438	0.720	---	0.373	0.953
ACT 6 LUGAR 6	0.643	0.503	0.868	1.000	0.627	---	0.000
ACT 7 LUGAR 7	0.000	0.000	0.394	1.000	0.710	0.000	---

STOP = ESC
VALEURS DE SURCLAS. = F2
PRINT = F3
CHANGER LES SEUILS. = F4

TABEAU DE SURCLASSEMENT

SEUIL DE CONCORD. : 0.600

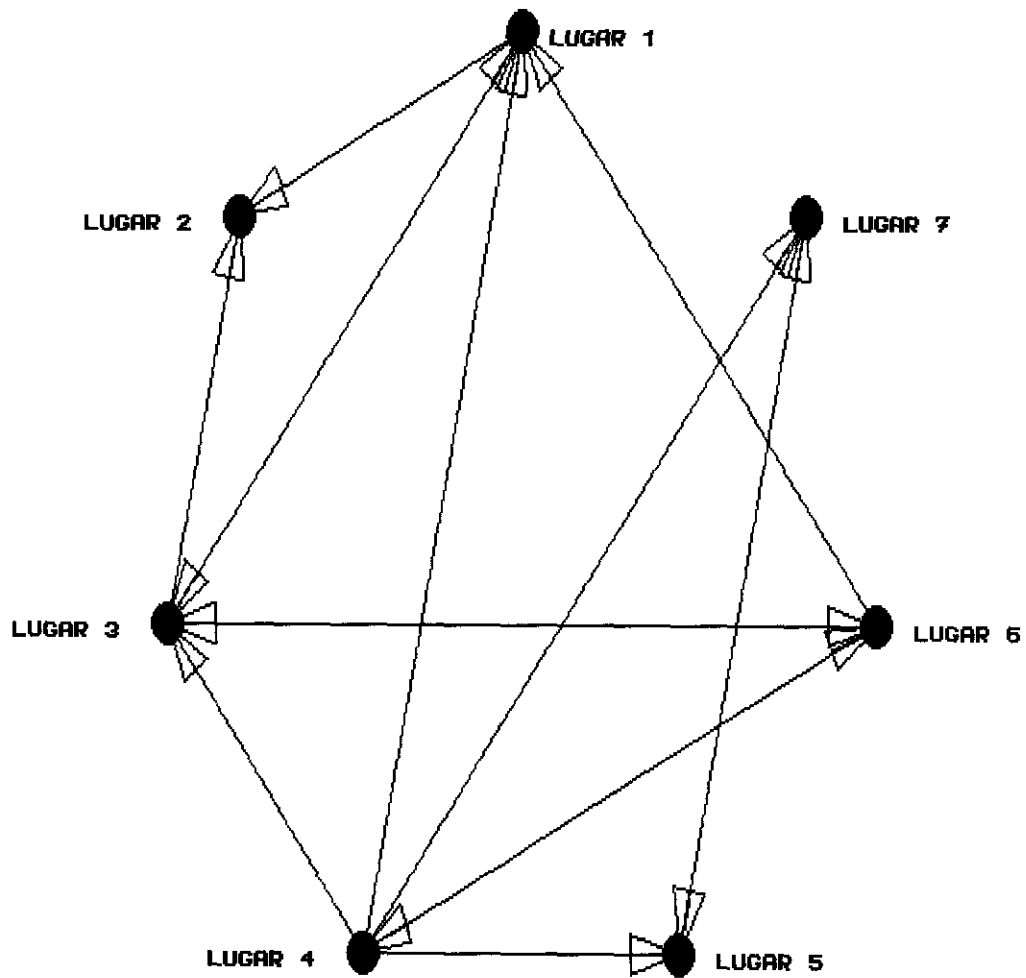


MARS 91 PH. RUSCONI
TEL 4411 942.06.62

STOP = ESC
VALEURS DE SURCLAS. = F2
PRINT = F3
CHANGER LES SEUILS. = F4

TABEAU DE SURCLASSEMENT

SEUIL DE CONCORD. : 0.700

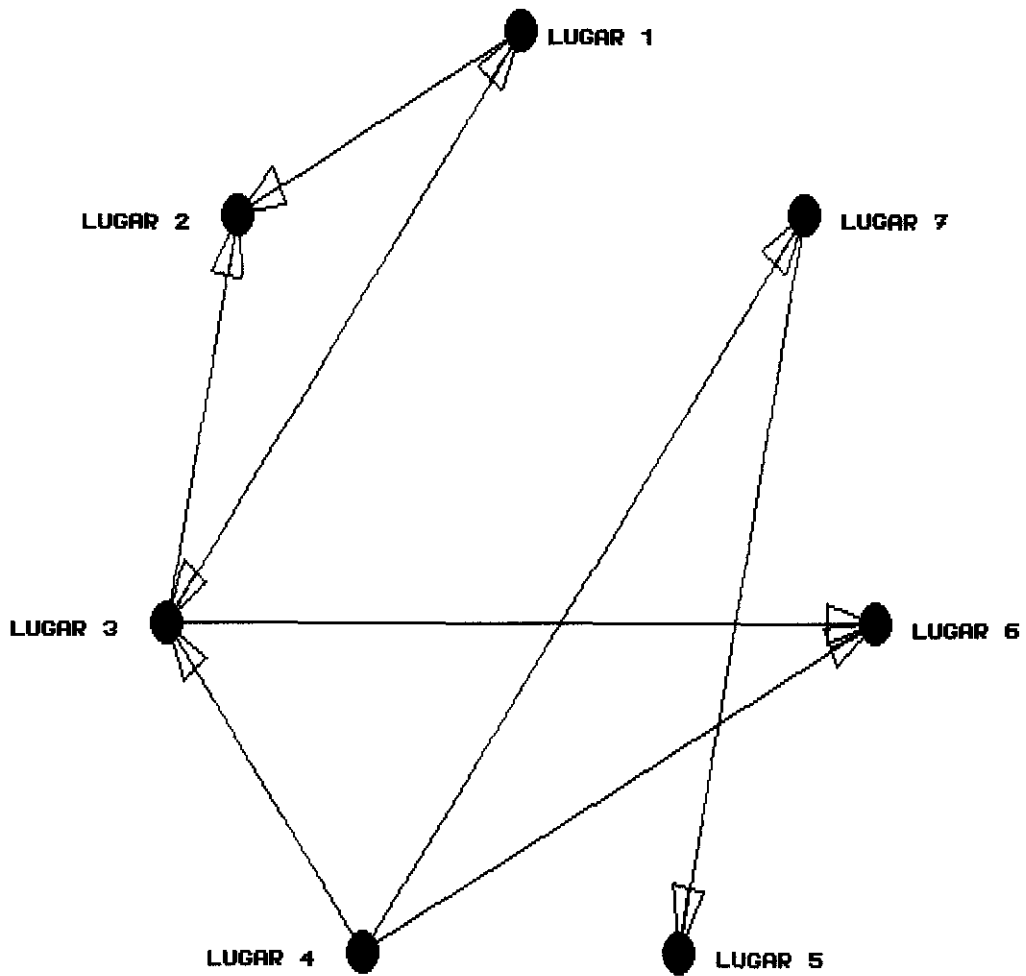


MARS 91 PH. RUSCONI
TEL 441 1 942.06.62

STOP = ESC
VALEURS DE SURCLAS. = F2
PRINT = F3
CHANGER LES SEUILS. = F4

TABLEAU DE SURCLASSEMENT

SEUIL DE CONCORD. : 0.800

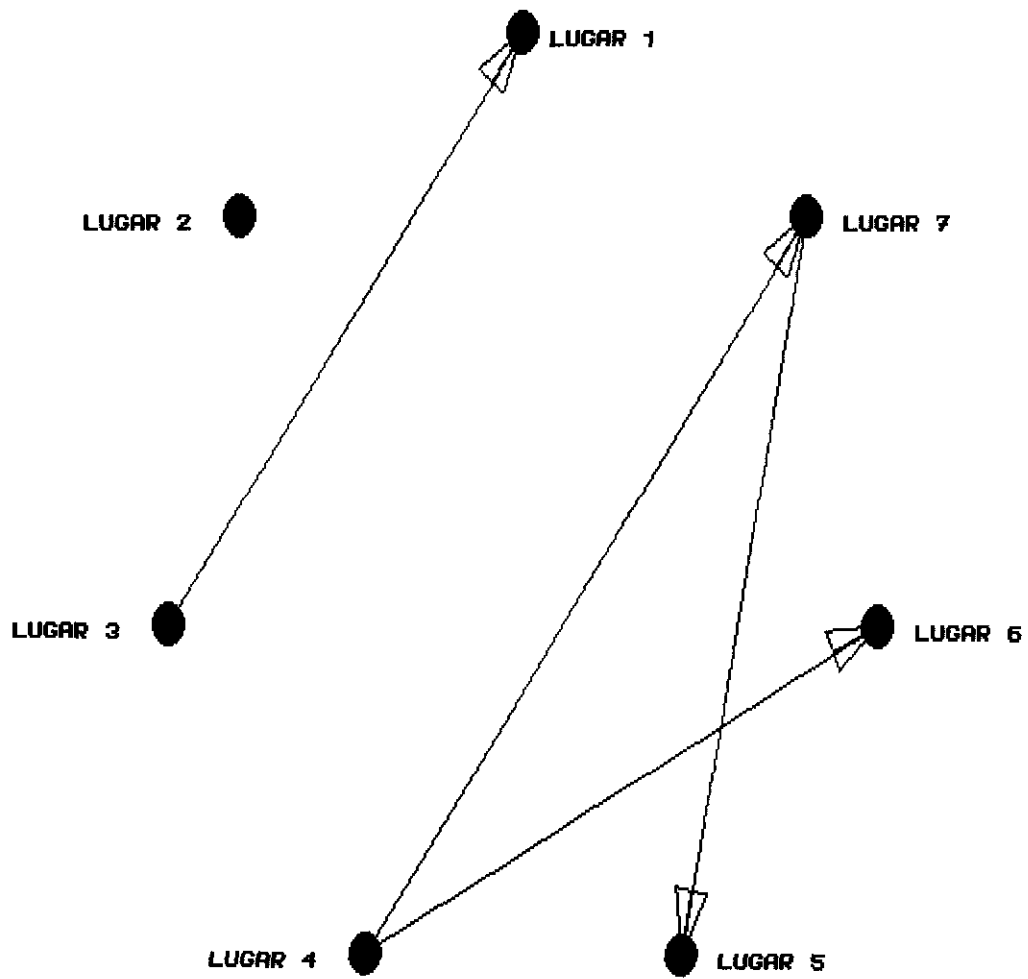


MARS 91 PH. RUSCONI
TEL 441 1 942.06.62

STOP = ESC
VALEURS DE SURCLAS.= F2
PRINT = F3
CHANGER LES SEUILS.= F4

TABLEAU DE SURCLASSEMENT

SEUIL DE CONCORD.: 0.900



MARS 91 PH.RUSCONI
TEL 4441 1 942.06.62

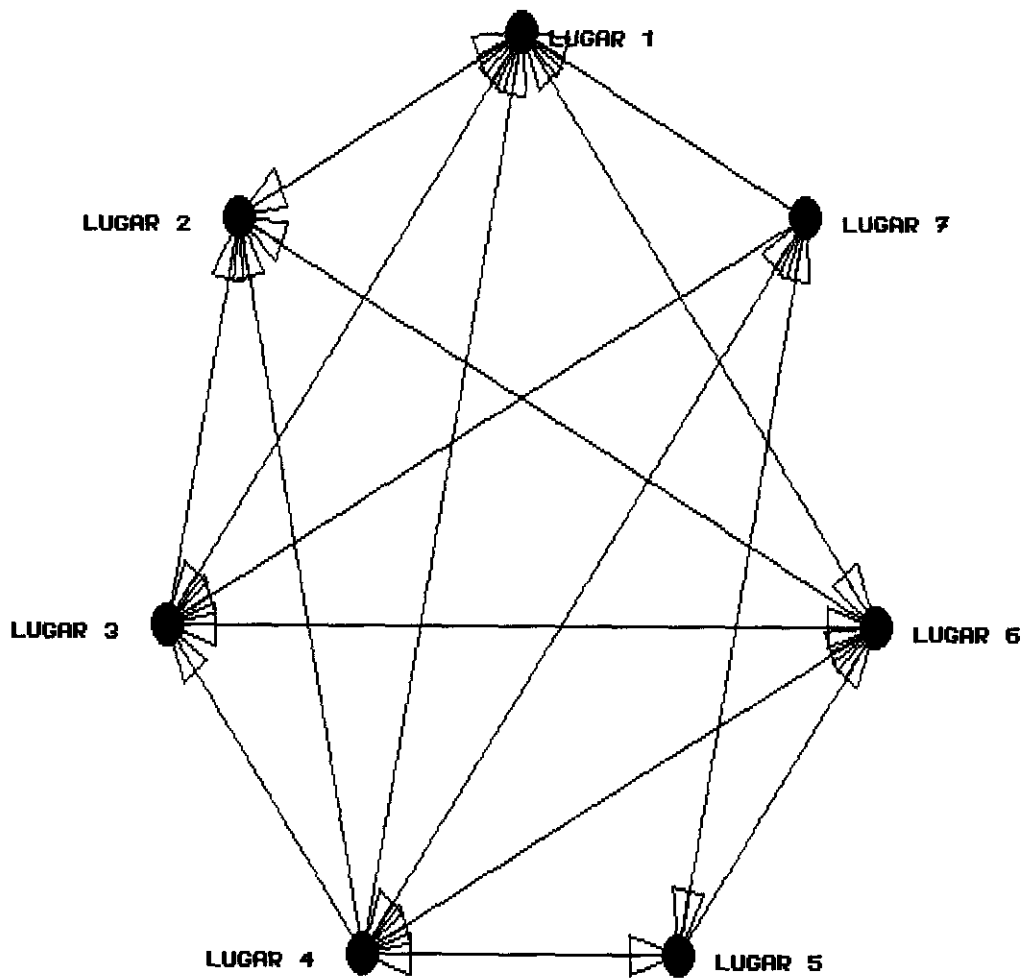
CRITERES STOP = ESC CONCOR.= F2 PRINT = F3	ELECTRE1S SPREADSHEET				STATUS : OK
	TITRE : ABONOS				
	CRIT1	CRIT2	CRIT3	CRIT4	CRIT5
NOMS	VOCACION	RUIDO	AMBIENTE	TRANSPOR	TERRENO
SEUIL INDIF.	1.00	0.50	1.00	80.00	15.00
SEUIL PREF.	5.00	3.50	3.00	350.00	40.00
POIDS	1.25	1.75	2.50	3.75	4.80
ACTIONS					
ACT1 LUGAR 1	18.00	3.50	5.00	284.00	120.00
ACT2 LUGAR 2	24.00	4.50	2.00	269.00	150.00
ACT3 LUGAR 3	17.00	5.50	4.00	413.00	100.00
ACT4 LUGAR 4	20.00	8.00	6.00	596.00	60.00
ACT5 LUGAR 5	16.00	7.50	8.00	1321.00	30.00
ACT6 LUGAR 6	21.00	4.00	5.00	734.00	80.00
ACT7 LUGAR 7	13.00	8.50	7.00	982.00	45.00
SENS (CROIS.=2 OU DECROIS=1)	CROIS.	CROIS.	CROIS.	DECROIS.	DECROIS.
SEUIL VETO	8.00	4.50	5.00	650.00	100.00

TABLEAU DE CONCORDANCE							
STOP = ESC SURCLA. = F2 PRINT = F3	TITRE : ABONOS						
	ACT1	ACT2	ACT3	ACT4	ACT5	ACT6	ACT7
NOMS	LUGAR 1	LUGAR 2	LUGAR 3	LUGAR 4	LUGAR 5	LUGAR 6	LUGAR 7
ACT 1 LUGAR 1	---	0.617	0.952	0.771	0.000	0.733	0.644
ACT 2 LUGAR 2	0.890	---	0.848	0.689	0.000	0.689	0.000
ACT 3 LUGAR 3	0.869	0.549	---	0.898	0.000	0.720	0.666
ACT 4 LUGAR 4	0.000	0.356	0.442	---	0.666	0.750	0.644
ACT 5 LUGAR 5	0.356	0.000	0.418	0.706	---	0.356	0.956
ACT 6 LUGAR 6	0.614	0.480	0.865	1.000	0.644	---	0.000
ACT 7 LUGAR 7	0.000	0.000	0.377	1.000	0.723	0.000	---

STOP = ESC
VALEURS DE SURCLAS. = F2
PRINT = F3
CHANGER LES SEUILS. = F4

TABLEAU DE SURCLASSEMENT

SEUIL DE CONCORD. : 0.600

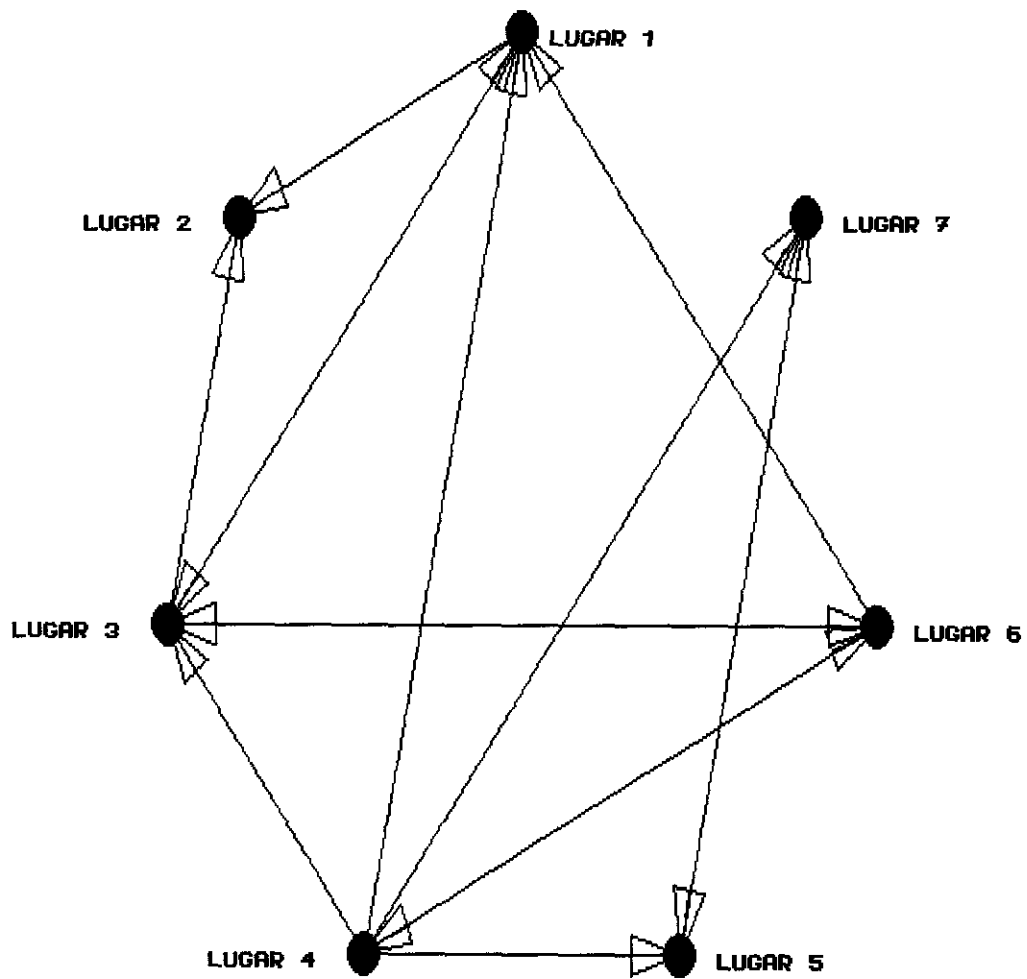


MARS 91 PH. RUSCONI
TEL 0441 1 942.06.62

STOP = ESC
VALEURS DE SURCLAS. = F2
PRINT = F3
CHANGER LES SEUILS. = F4

TABEAU DE SURCLASSEMENT

SEUIL DE CONCORD. : 0.700

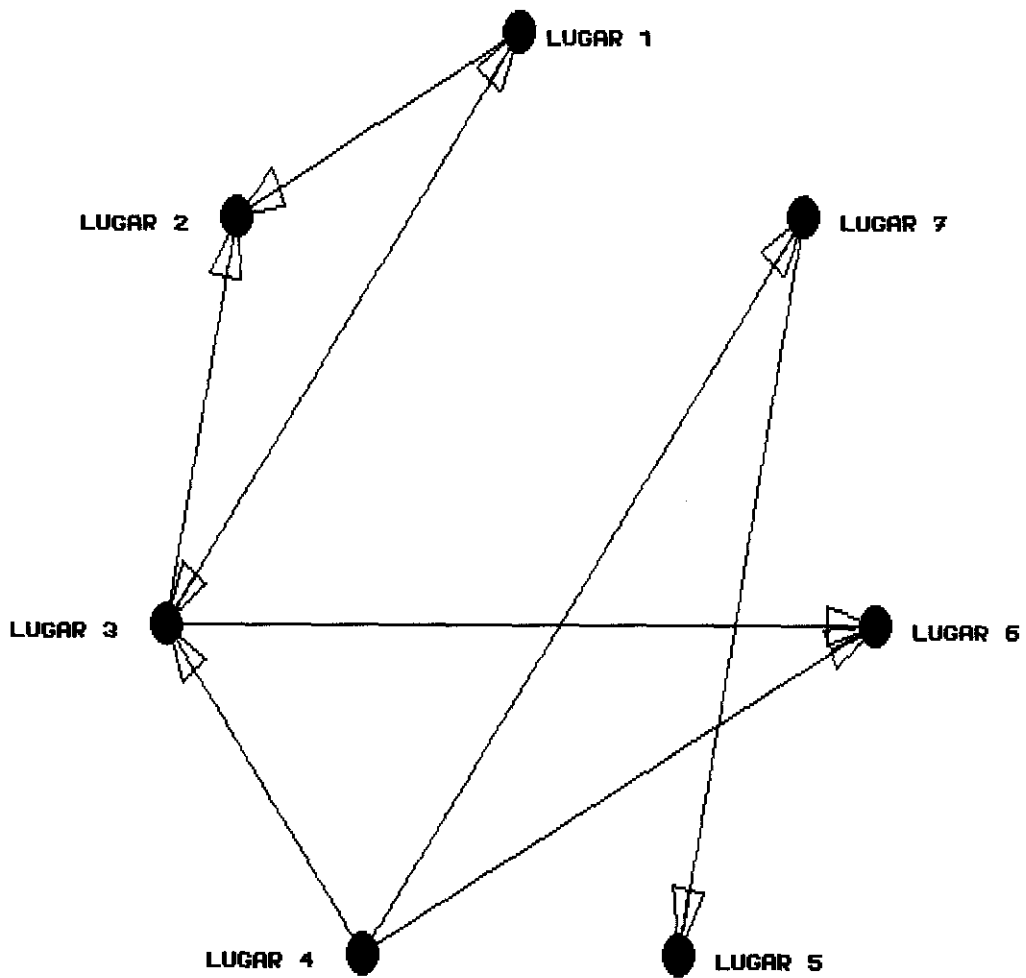


MARS 91 PH. RUSCONI
TEL 441 1 942.06.62

STOP = ESC
VALEURS DE SURCLAS. = F2
PRINT = F3
CHANGER LES SEUILS. = F4

TABEUAU DE SURCLASSEMENT

SEUIL DE CONCORD. : 0.800

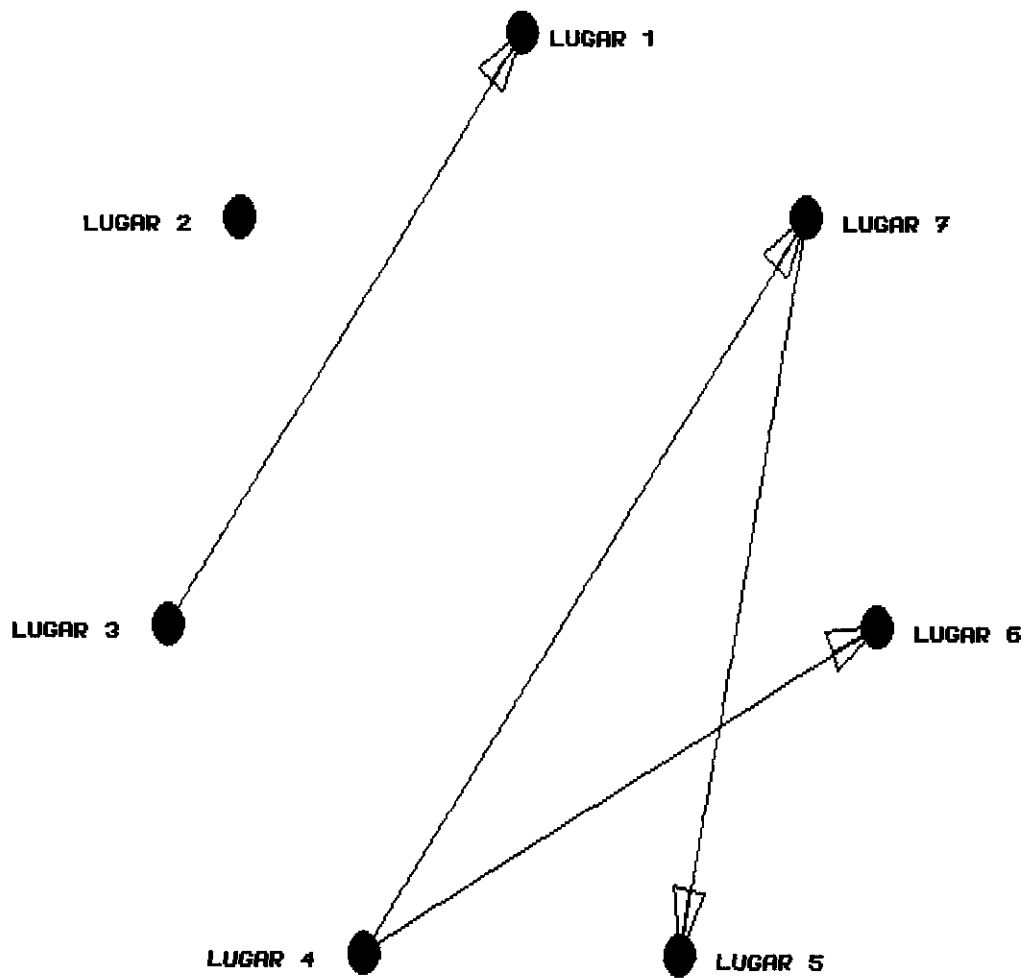


MARS 91 PH. RUSCONI
TEL 441 1 942.06.62

STOP = ESC
VALEURS DE SURCLAS. = F2
PRINT = F3
CHANGER LES SEUILS. = F4

TABLEAU DE SURCLASSEMENT

SEUIL DE CONCORD. : 0.900



MARS 91 PH. RUSCONI
TEL 4441 1 942.06.62

ESTUDIO DEL PODER DE INFLUENCIA DE LOS CRITERIOS:

PASO 2.

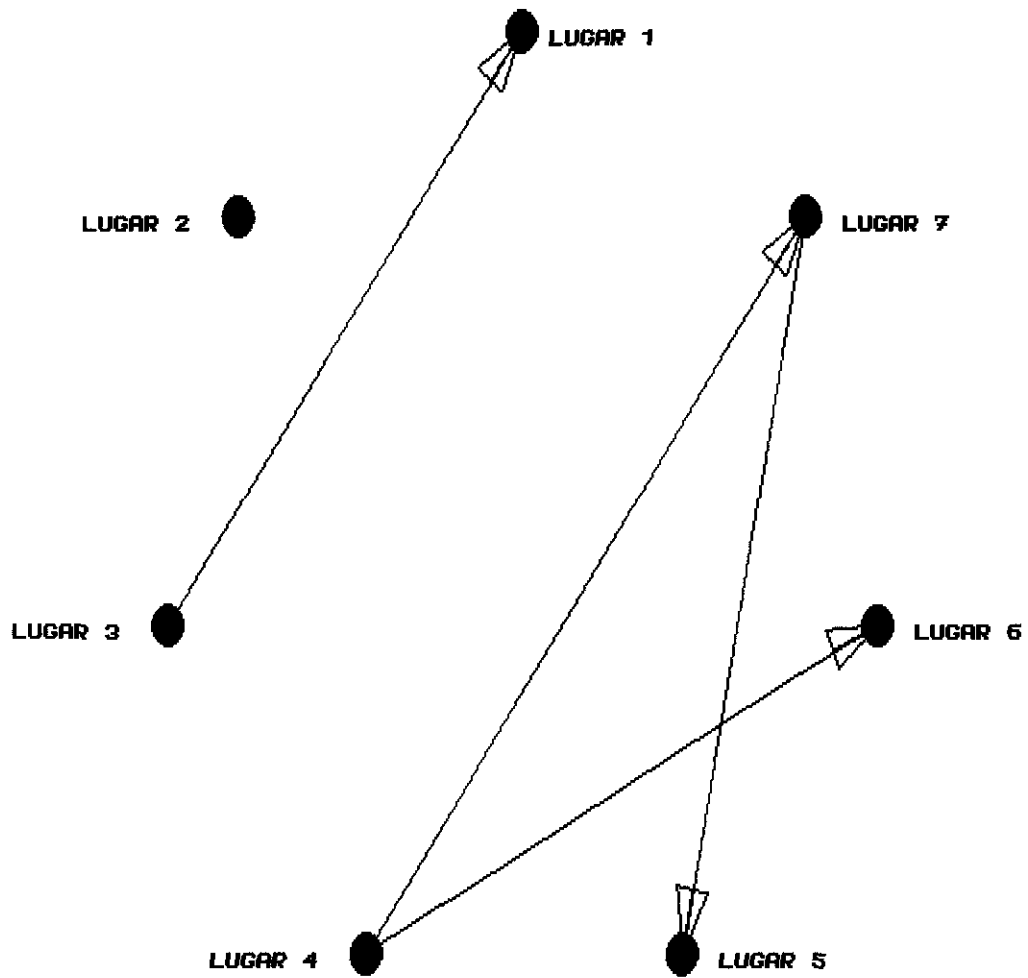
CRITERES STOP = ESC CONCOR.= F2 PRINT = F3	ELECTRE1S SPREADSHEET				STATUS : OK
	TITRE : ABONOS				
	CRIT1	CRIT2	CRIT3	CRIT4	CRIT5
NOMS	VOCACION	RUIDO	AMBIENTE	TRANSPOR	TERRENO
SEUIL INDIF.	1.00	0.50	1.00	80.00	15.00
SEUIL PREF.	5.00	3.50	3.00	350.00	40.00
POIDS	1.25	1.75	2.50	3.75	4.50
ACTIONS					
ACT1 LUGAR 1	18.00	3.50	5.00	284.00	120.00
ACT2 LUGAR 2	24.00	4.50	2.00	269.00	150.00
ACT3 LUGAR 3	17.00	5.50	4.00	413.00	100.00
ACT4 LUGAR 4	20.00	8.00	6.00	596.00	60.00
ACT5 LUGAR 5	16.00	7.50	8.00	1321.00	30.00
ACT6 LUGAR 6	21.00	4.00	5.00	734.00	80.00
ACT7 LUGAR 7	13.00	8.50	7.00	982.00	45.00
SENS (CROIS.=2 OU DECROIS.=1)	CROIS.	CROIS.	CROIS.	DECROIS.	DECROIS.
SEUIL VETO	8.00	4.50	5.00	850.00	100.00

TABLEAU DE CONCORDANCE							
STOP = ESC SURCLA.= F2 PRINT = F3	TITRE : ABONOS						
	ACT1	ACT2	ACT3	ACT4	ACT5	ACT6	ACT7
NOMS	LUGAR 1	LUGAR 2	LUGAR 3	LUGAR 4	LUGAR 5	LUGAR 6	LUGAR 7
ACT 1 LUGAR 1	---	0.622	0.951	0.766	0.000	0.727	0.636
ACT 2 LUGAR 2	0.888	---	0.844	0.682	0.000	0.682	0.000
ACT 3 LUGAR 3	0.871	0.561	---	0.896	0.000	0.714	0.659
ACT 4 LUGAR 4	0.000	0.364	0.452	---	0.659	0.749	0.636
ACT 5 LUGAR 5	0.364	0.000	0.427	0.713	---	0.364	0.955
ACT 6 LUGAR 6	0.627	0.491	0.866	1.000	0.636	---	0.000
ACT 7 LUGAR 7	0.000	0.000	0.385	1.000	0.717	0.000	---

STOP = ESC
VALEURS DE SURCLAS. = F2
PRINT = F3
CHANGER LES SEUILS. = F4

TABLAU DE SURCLASSEMENT

SEUIL DE CONCORD. : 0.900



MARS 91 PH. RUSCONI
TEL 0441 1 942.06.62

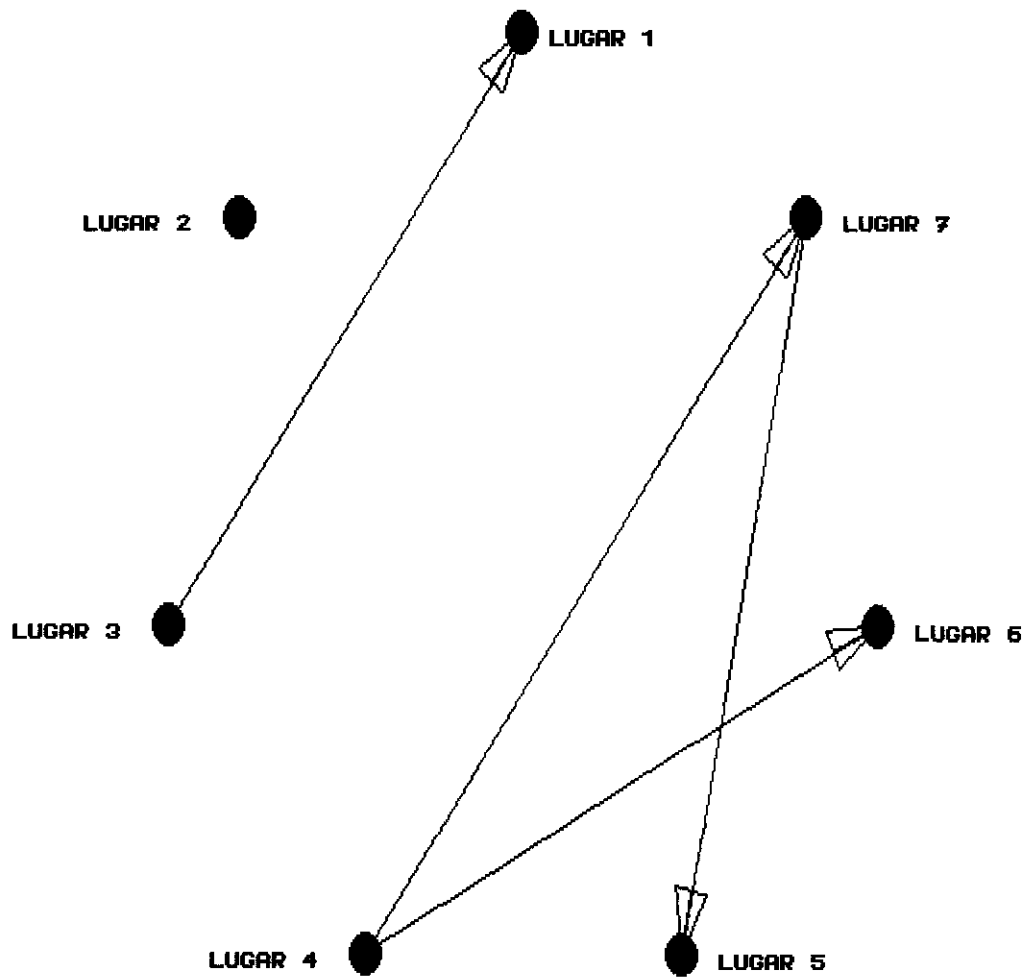
CRITERES STOP = ESC CONCOR.= F2 PRINT = F3	ELECTRE1S SPREADSHEET				STATUS : OK
	TITRE : ABONOS				
	CRIT1	CRIT2	CRIT3	CRIT4	CRIT5
NOMS	VOCACION	RUIDO	AMBIENTE	TRANSPOR	TERRENO
SEUIL INDIF.	1.00	0.50	1.00	80.00	15.00
SEUIL PREF.	5.00	3.50	3.00	350.00	40.00
POIDS	1.50	1.75	2.50	4.17	4.50
ACTIONS					
ACT1 LUGAR 1	18.00	3.50	5.00	284.00	120.00
ACT2 LUGAR 2	24.00	4.50	2.00	269.00	150.00
ACT3 LUGAR 3	17.00	5.50	4.00	413.00	100.00
ACT4 LUGAR 4	20.00	8.00	6.00	596.00	60.00
ACT5 LUGAR 5	16.00	7.50	8.00	1321.00	30.00
ACT6 LUGAR 6	21.00	4.00	5.00	734.00	80.00
ACT7 LUGAR 7	13.00	8.50	7.00	982.00	45.00
SENS (CROIS.=2 OU DECROIS=1)	CROIS.	CROIS.	CROIS.	DECROIS.	DECROIS.
SEUIL VETO	8.00	4.50	5.00	850.00	100.00

TABLEAU DE CONCORDANCE							
STOP = ESC SURCLA.= F2 PRINT = F3	TITRE : ABONOS						
	ACT1	ACT2	ACT3	ACT4	ACT5	ACT6	ACT7
NOMS	LUGAR 1	LUGAR 2	LUGAR 3	LUGAR 4	LUGAR 5	LUGAR 6	LUGAR 7
ACT 1 LUGAR 1	---	0.639	0.948	0.752	0.000	0.711	0.607
ACT 2 LUGAR 2	0.876	---	0.827	0.657	0.000	0.659	0.000
ACT 3 LUGAR 3	0.877	0.581	---	0.890	0.000	0.701	0.633
ACT 4 LUGAR 4	0.000	0.393	0.468	---	0.633	0.754	0.607
ACT 5 LUGAR 5	0.393	0.000	0.454	0.726	---	0.393	0.948
ACT 6 LUGAR 6	0.636	0.515	0.860	1.000	0.607	---	0.000
ACT 7 LUGAR 7	0.000	0.000	0.413	1.000	0.702	0.000	---

STOP = ESC
VALEURS DE SURCLAS.= F2
PRINT = F3
CHANGER LES SEUILS.= F4

TABEAU DE SURCLASSEMENT

SEUIL DE CONCORD.: 0.900



MARS 91 PH.RUSCONI
TEL 4441 1 942.06.62

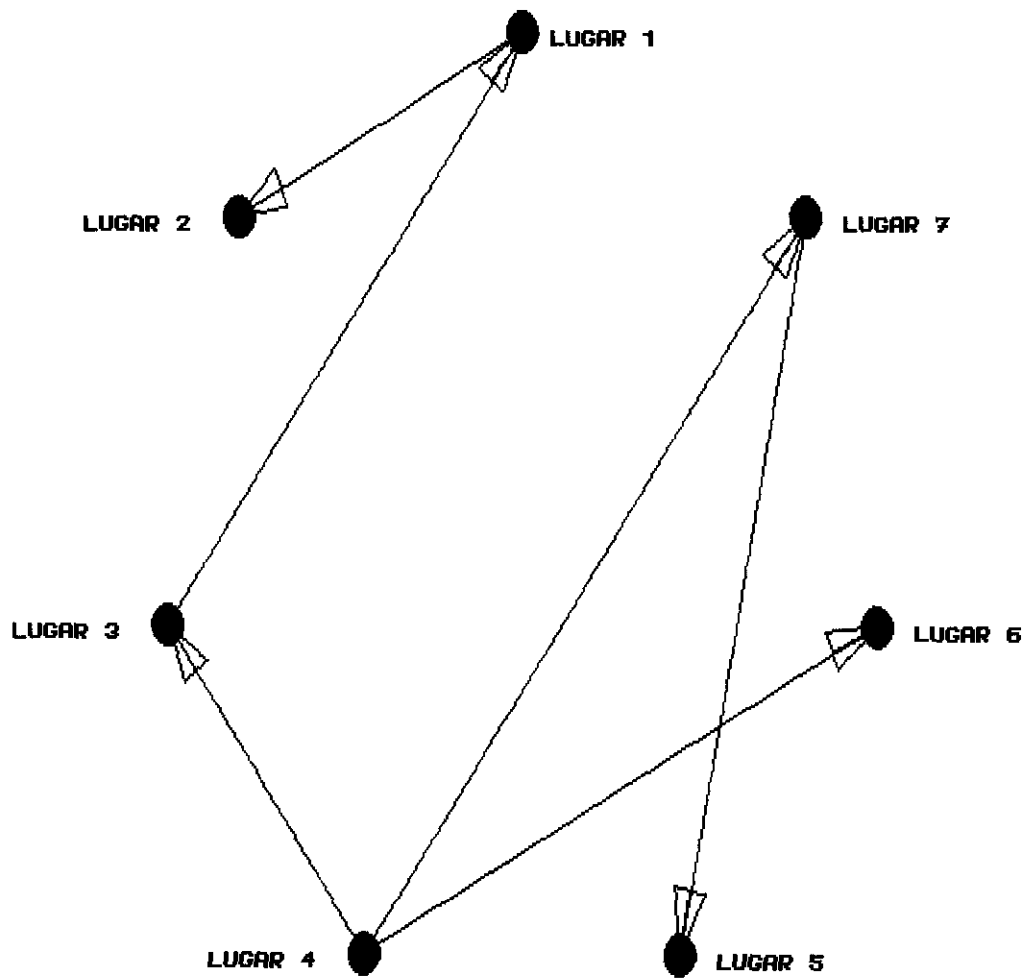
CRITERES STOP = ESC CONCOR.= F2 PRINT = F3	ELECTRE1S SPREADSHEET				STATUS : OK
	TITRE : ABONOS				
	CRIT1	CRIT2	CRIT3	CRIT4	CRIT5
NOMS	VOCACION	RUIDO	AMBIENTE	TRANSPOR	TERRENO
SEUIL INDIF.	1.00	0.50	1.00	80.00	15.00
SEUIL PREF.	5.00	3.50	3.00	350.00	40.00
POIDS	0.75	1.75	2.50	2.90	4.50
ACTIONS					
ACT1 LUGAR 1	18.00	3.50	5.00	284.00	120.00
ACT2 LUGAR 2	24.00	4.50	2.00	269.00	150.00
ACT3 LUGAR 3	17.00	5.50	4.00	413.00	100.00
ACT4 LUGAR 4	20.00	8.00	6.00	596.00	60.00
ACT5 LUGAR 5	16.00	7.50	8.00	1321.00	30.00
ACT6 LUGAR 6	21.00	4.00	5.00	734.00	80.00
ACT7 LUGAR 7	13.00	8.50	7.00	982.00	45.00
SENS (CROIS.=2 OU DECROIS=1)	CROIS.	CROIS.	CROIS.	DECROIS.	DECROIS.
SEUIL VETO	8.00	4.50	5.00	850.00	100.00

TABLEAU DE CONCORDANCE							
STOP = ESC SURCLA. = F2 PRINT = F3	TITRE : ABONOS						
	ACT1	ACT2	ACT3	ACT4	ACT5	ACT6	ACT7
NOMS	LUGAR 1	LUGAR 2	LUGAR 3	LUGAR 4	LUGAR 5	LUGAR 6	LUGAR 7
ACT 1 LUGAR 1	---	0.581	0.958	0.799	0.000	0.756	0.706
ACT 2 LUGAR 2	0.916	---	0.884	0.741	0.000	0.736	0.000
ACT 3 LUGAR 3	0.857	0.513	---	0.911	0.000	0.744	0.721
ACT 4 LUGAR 4	0.000	0.294	0.412	---	0.721	0.736	0.706
ACT 5 LUGAR 5	0.294	0.000	0.365	0.681	---	0.294	0.970
ACT 6 LUGAR 6	0.607	0.435	0.882	1.000	0.706	---	0.000
ACT 7 LUGAR 7	0.000	0.000	0.318	1.000	0.752	0.000	---

STOP = ESC
VALEURS DE SURCLAS. = F2
PRINT = F3
CHANGER LES SEUILS. = F4

TABEAU DE SURCLASSEMENT

SEUIL DE CONCORD. : 0.900



MARS 91 PH. RUSCONI
TEL 4411 942.06.62

ANÁLISIS DE ROBUSTEZ.

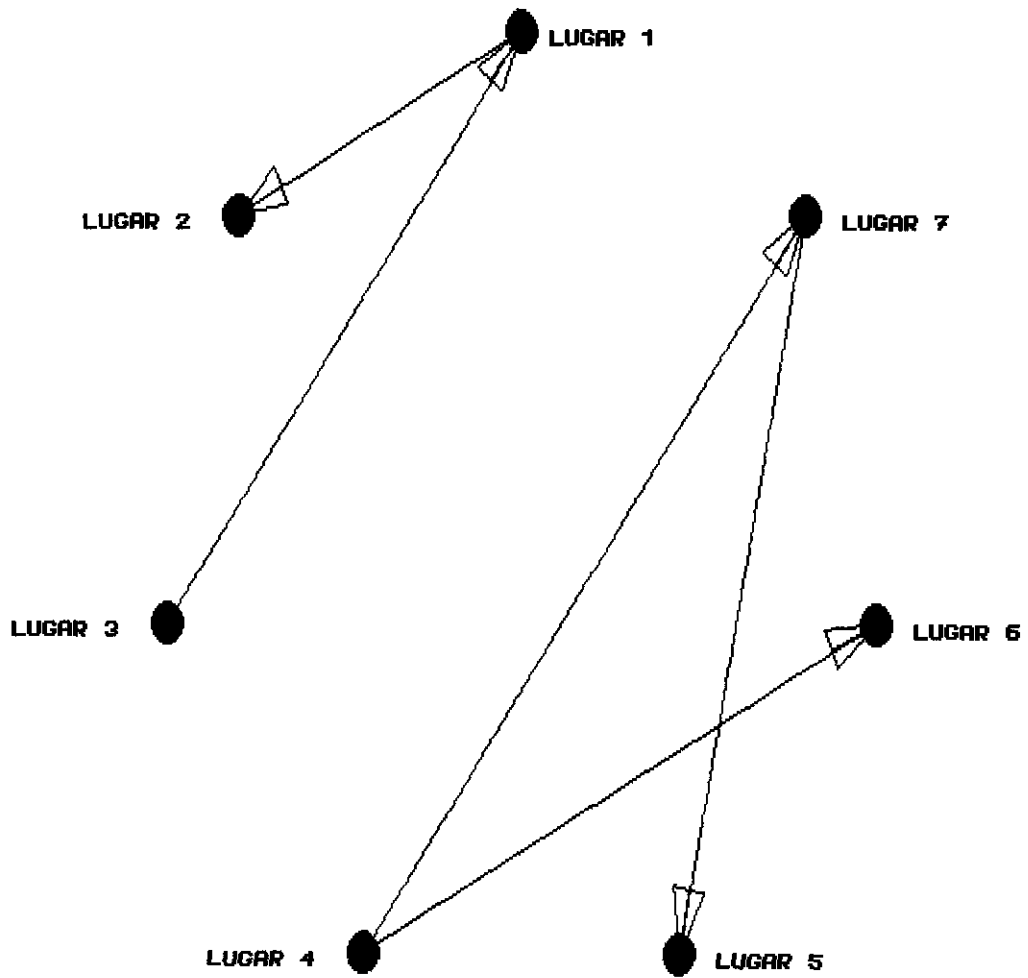
CRITERES STOP = ESC CONCOR.= F2 PRINT = F3	ELECTRE1S SPREADSHEET				STATUS : OK
	TITRE : ABONOS				
	CRIT1	CRIT2	CRIT3	CRIT4	CRIT5
NOMS	VOCACION	RUIDO	AMBIENTE	TRANSPOR	TERRENO
SEUIL INDIF.	1.00	0.50	1.00	80.00	15.00
SEUIL PREF.	5.00	3.50	3.00	350.00	40.00
POIDS	0.75	1.75	2.50	4.17	4.50
ACTIONS					
ACT1 LUGAR 1	18.00	3.50	5.00	284.00	120.00
ACT2 LUGAR 2	24.00	4.50	2.00	269.00	150.00
ACT3 LUGAR 3	17.00	5.50	4.00	413.00	100.00
ACT4 LUGAR 4	20.00	8.00	6.00	596.00	60.00
ACT5 LUGAR 5	16.00	7.50	8.00	1321.00	30.00
ACT6 LUGAR 6	21.00	4.00	5.00	734.00	80.00
ACT7 LUGAR 7	13.00	8.50	7.00	982.00	45.00
SENS (CROIS.=2 OU DECROIS=1)	CROIS.	CROIS.	CROIS.	DECROIS.	DECROIS.
SEUIL VETO	8.00	4.50	5.00	850.00	100.00

TABLEAU DE CONCORDANCE							
STOP = ESC SURCLA.= F2 PRINT = F3	TITRE : ABONOS						
	ACT1	ACT2	ACT3	ACT4	ACT5	ACT6	ACT7
NOMS	LUGAR 1	LUGAR 2	LUGAR 3	LUGAR 4	LUGAR 5	LUGAR 6	LUGAR 7
ACT 1 LUGAR 1	---	0.620	0.945	0.738	0.000	0.695	0.640
ACT 2 LUGAR 2	0.924	---	0.873	0.680	0.000	0.668	0.000
ACT 3 LUGAR 3	0.870	0.558	---	0.884	0.000	0.685	0.654
ACT 4 LUGAR 4	0.000	0.360	0.467	---	0.654	0.741	0.640
ACT 5 LUGAR 5	0.360	0.000	0.424	0.711	---	0.360	0.973
ACT 6 LUGAR 6	0.643	0.488	0.893	1.000	0.640	---	0.000
ACT 7 LUGAR 7	0.000	0.000	0.381	1.000	0.686	0.000	---

STOP = ESC
VALEURS DE SURCLAS. = F2
PRINT = F3
CHANGER LES SEUILS. = F4

TABLEAU DE SURCLASSEMENT

SEUIL DE CONCORD. : 0.900



MARS 91 PH. RUSCONI
TEL 0441 1 942.06.62

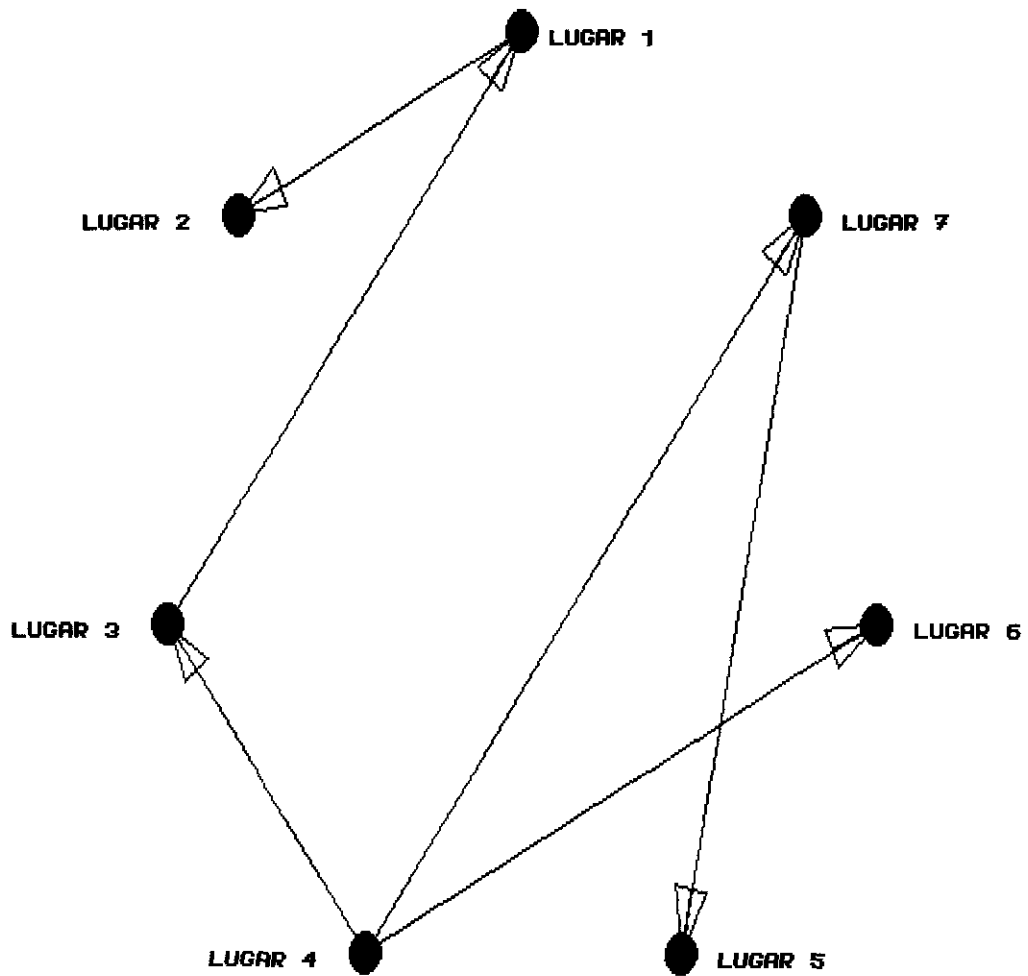
CRITERES STOP = ESC CONCOR.= F2 PRINT = F3	ELECTRE1S SPREADSHEET				STATUS : OK
	TITRE : ABONOS				
	CRIT1	CRIT2	CRIT3	CRIT4	CRIT5
NOMS	VOCACION	RUIDO	AMBIENTE	TRANSPOR	TERRENO
SEUIL INDIF.	1.00	0.50	1.00	80.00	15.00
SEUIL PREF.	5.00	3.50	3.00	350.00	40.00
POIDS	0.75	1.75	2.50	2.90	4.50
ACTIONS					
ACT1 LUGAR 1	18.00	3.50	5.00	284.00	120.00
ACT2 LUGAR 2	24.00	4.50	2.00	269.00	150.00
ACT3 LUGAR 3	17.00	5.50	4.00	413.00	100.00
ACT4 LUGAR 4	20.00	8.00	6.00	596.00	60.00
ACT5 LUGAR 5	16.00	7.50	8.00	1321.00	30.00
ACT6 LUGAR 6	21.00	4.00	5.00	734.00	80.00
ACT7 LUGAR 7	13.00	8.50	7.00	982.00	45.00
SENS (CROIS.=2 OU DECROIS.=1)	CROIS.	CROIS.	CROIS.	DECROIS.	DECROIS.
SEUIL VETO	8.00	4.50	5.00	650.00	100.00

TABLEAU DE CONCORDANCE							
STOP = ESC SURCLA. = F2 PRINT = F3	TITRE : ABONOS						
	ACT1	ACT2	ACT3	ACT4	ACT5	ACT6	ACT7
NOMS	LUGAR 1	LUGAR 2	LUGAR 3	LUGAR 4	LUGAR 5	LUGAR 6	LUGAR 7
ACT 1 LUGAR 1	---	0.581	0.958	0.799	0.000	0.766	0.706
ACT 2 LUGAR 2	0.916	---	0.884	0.741	0.000	0.736	0.000
ACT 3 LUGAR 3	0.857	0.513	---	0.911	0.000	0.744	0.721
ACT 4 LUGAR 4	0.000	0.294	0.412	---	0.721	0.736	0.706
ACT 5 LUGAR 5	0.294	0.000	0.365	0.681	---	0.294	0.970
ACT 6 LUGAR 6	0.607	0.435	0.882	1.000	0.706	---	0.000
ACT 7 LUGAR 7	0.000	0.000	0.318	1.000	0.752	0.000	---

STOP = ESC
VALEURS DE SURCLAS. = F2
PRINT = F3
CHANGER LES SEUILS. = F4

TABLAU DE SURCLASSEMENT

SEUIL DE CONCORD. : 0.900



MARS 91 PH. RUSCONI
TEL 041 1 942.06.62