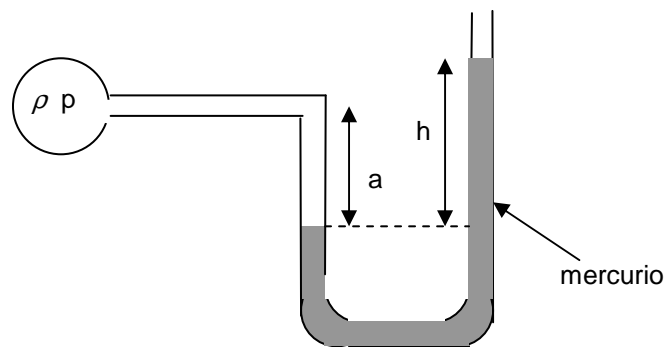


Problemas de Mecánica y Ondas II. Boletín nº 1. (Fluidos)

1. Estime la altura a la cual se elevará el agua a 20° C en un tubo capilar de 3 mm de diámetro expuesto a la atmósfera. El ángulo de contacto del agua con la pared es de 90°. La tensión superficial en la superficie de separación entre el agua y el aire es 0,073 N/m a la temperatura indicada.
2. La figura muestra un manómetro en forma de U que contiene mercurio de densidad ρ_m , conectado a un depósito que contiene un fluido de densidad ρ a una presión p . El extremo opuesto del manómetro se encuentra en contacto con el aire. Demuestre que la presión del tanque es $p = p_{atm} + \rho_m g h - \rho g a$



3. Un peso cilíndrico de 5 cm de altura, 5,995 cm de diámetro y 0,3 kg de masa cae con velocidad constante dentro de un tubo cilíndrico cuyo diámetro interior es 6,000 cm. Existe una capa de aceite entre las superficies de ambos cilindros, cuya viscosidad es $7 \times 10^{-3} \text{ N s m}^{-2}$. Determine la velocidad límite de caída del peso.
4. La viscosidad de un fluido se puede determinar colocándolo entre dos cilindros concéntricos y haciendo que el cilindro interior de radio R_i y altura h rote con velocidad angular constante respecto al cilindro exterior de radio R_e . Admitiendo que el espesor de la capa de fluido es mucho menor que cualquiera de ambos radios y que la velocidad tangencial del fluido varía linealmente con la distancia al eje de giro, determine la viscosidad del fluido en función del momento de la fuerza aplicado al cilindro interior.
5. Deduzca la expresión y represente gráficamente —de forma cualitativa— la presión en la atmósfera hasta 12 km de altura, suponiendo que el aire se encuentra en reposo y se comporta como un gas ideal. La temperatura en función de la altura z viene dada por la relación $T(z) = T_0 - \gamma z$, donde T_0 es la temperatura en la superficie ($z = 0$) y $\gamma = 6,5 \text{ K/km}$.

6. Considere un campo de velocidades bidimensional cuyas componentes son $u = 3x + 2yt + u_0$ y $v = 4xy + 3t + v_0$, en las unidades adecuadas. ¿Se trata de una descripción euleriana o lagrangiana? ¿Cuál es la aceleración local, la advectiva y la euleriana?

7. Un fluido presenta el siguiente campo de velocidades

$$u = -\frac{x}{t_0} \quad v = \frac{y}{t+t_0} \quad w = \frac{zt}{t_0(t+t_0)}$$

Determine si se trata de un flujo incompresible e irrotacional. Calcule la trayectoria de una partícula fluida cuya posición en $t = 0$ es (x_0, y_0, z_0) . Halle el campo de aceleraciones usando las descripciones euleriana y lagrangiana.

8. Dado el campo de velocidades en un fluido:

$$u_1 = -\frac{\omega}{h} x_2 x_3, \quad u_2 = +\frac{\omega}{h} x_1 x_3, \quad u_3 = 0$$

Determine: a) el gradiente de velocidad, b) los términos de deformación pura (cizalla) y rotación del fluido, c) ¿el fluido es incompresible?, ¿el movimiento es irrotacional? d) calcular la trayectoria de una partícula que en el instante $t = 0$ se encontraba en el punto $P = (2, 2, 2)$

9. Considere la deformación $u_1(x_2)$ tal que $\frac{\partial u_1}{\partial x_2} = C$, siendo C una constante.

Descomponga la cizalla en deformación y rotación. Haga lo mismo para la deformación $u_2(x_1)$. Discuta qué sucede con las combinaciones $u_1(x_2)\vec{i} \pm u_2(x_1)\vec{j}$.

10. Considere el flujo viscoso en un canal de anchura $2b$. El canal está dirigido según el eje X y la velocidad a una distancia y de la línea central es

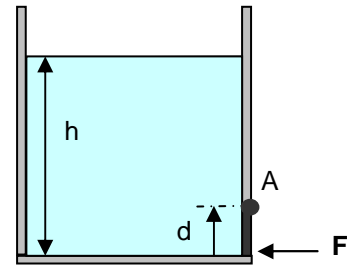
$$u(y) = u_0 \left(1 - \frac{y^2}{b^2} \right)$$

Calcule la tensión de cizalla a una distancia $b/2$ en función de la viscosidad.

11. Discuta la vorticidad de los siguientes flujos bidimensionales:

- Un canal estrecho y rectilíneo donde los efectos de las paredes son significativos.
- Un canal curvo y ancho donde estos efectos son despreciables. Suponga que en este caso la velocidad en un punto del centro del canal viene es $u = u_0 - c_1 x - c_2 y$ y $v = -c_2 x - c_1 y$

12. La figura representa una sección vertical de un depósito de agua de altura $h = 1$ m. En una de las paredes del depósito existe una compuerta cuadrada que puede girar en torno a un eje horizontal mediante una bisagra A. La longitud de la arista es $d = 0,3$ m. Determine la fuerza \vec{F} que hay que aplicar en el punto más bajo para que la compuerta no se abra.



13. El campo de velocidades de un fluido tiene por componentes

$$u = C (x^3 + xy^2)$$

$$v = C (y^2 + yx^2)$$

$$w = -4 C z (x^2 + y^2)$$

- Estudiar las deformaciones lineales y de cizalla.
- Escribir el tensor de deformación pura y el de rotación del fluido.
- Calcular la variación relativa de densidad con el tiempo en el entorno del punto $(1, 2, 2)$ con $C > 0$. ¿Cómo se interpreta su signo?

14. Determine el diámetro mínimo que deberá tener un tubo para que el ascenso del agua por capilaridad a 20°C no supere los 0.9 mm.

Tensión superficial de separación entre aire y agua a 20°C , $\sigma = 0.073 \text{ N/m}$