

Problemas de Mecánica y Ondas II. Boletín nº 2. (Fluidos)

15. Considere un flujo cuyas componentes de la velocidad son

$$u = 0 \quad v = -y^3 - 4z \quad w = 3y^2z$$

¿Es incompresible? ¿Existe la función de corriente? Determínela en caso afirmativo.

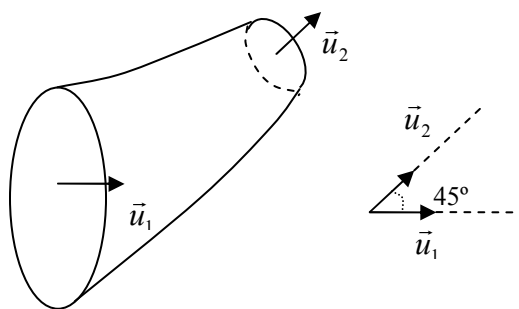
16. El producto de la densidad por la velocidad de un cierto fluido es $\rho \vec{u} = [ax\vec{i} - bxy\vec{j}] \exp(-\lambda t)$, siendo a , b y λ constantes con las dimensiones apropiadas. Determine la densidad en función del tiempo en un punto de coordenadas (x_0, y_0, z_0) , sabiendo que la densidad en el instante inicial en dicho punto es ρ_0 .

17. Calcule el perfil de velocidad de un fluido incompresible situado entre dos planos paralelos verticales. El plano situado en $x = 0$ está en reposo y el situado en $x = a$ se desplaza paralelamente al anterior con velocidad w_0 hacia abajo. Suponga que el flujo es estacionario y que no hay gradiente externo de presión.

18. Considere el flujo de un fluido de densidad constante en un canal convergente. Determine $v(x, y)$ para el caso de un flujo bidimensional, estacionario, en el cual la anchura es $Y = Y_0 / (1 + x/\ell)$ con

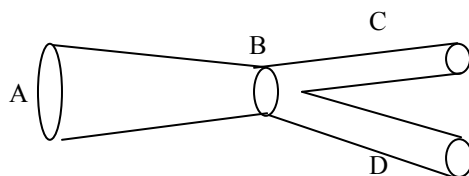
$$u(x, y) = u_0 \left(1 + \frac{x}{\ell}\right) \left[1 - \left(\frac{y}{Y}\right)^2\right]$$

19. Utilice el balance de momento para obtener la fuerza neta que actúa sobre un tubo de corriente estacionaria como el de la figura, donde los diámetros de las caras circulares son $d_1 = 20$ cm y $d_2 = 10$ cm, el caudal es $Q = 0,25$ m³/s y la densidad del fluido $\rho = 10^3$ kg/m³.



20. Un tubo de Pitot está conectado a un túnel de viento. La diferencia de altura en el manómetro es de 5 mm. Calcule la velocidad del aire en el túnel. Datos: la densidad del aire es $1,2 \times 10^{-3}$ g/cm³ y la densidad del mercurio es 13,6 g/cm³.
21. Obtenga la función de corriente y la función potencial de velocidad para un flujo uniforme en la dirección OX .

22. El campo de velocidades de un fluido incompresible tiene por componentes $u = C(x^3 + xy^2)$, $v = C(y^3 + yx^2)$ y $w = 0$. ¿Es posible tal flujo? ¿Qué ocurriría si $w = -4Cz(x^2 + y^2)$?
23. Se tiene un conducto circular de diámetro variable que lleva agua y se bifurca según la figura.

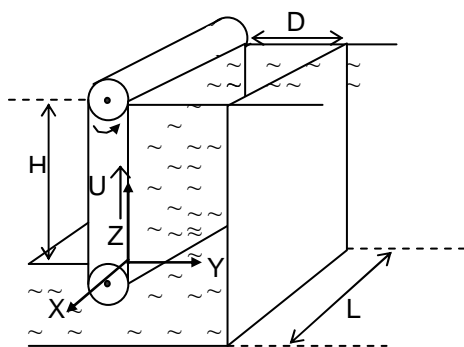


El diámetro vale 0.4 m en A y 0.35 m en B. El diámetro a lo largo de C y de D es constante y vale 0.15 m y 0.225 m, respectivamente.

Si la velocidad del agua es de 1 m/s en A y en D, calcule el valor del caudal en C y de D, así como la velocidad en B y en C.

Suponga ahora que A se encuentra a un nivel 10 m superior a B y que la presión en A es 10 kN/m². ¿Cuánto vale la presión en B?

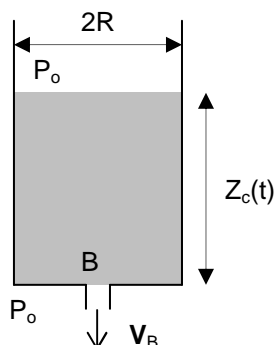
24. Considere la ecuación de Bernoulli $P/\rho + gz + u^2/2 = C$ con $C = 600 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$ para un flujo en la dirección OX . La región de interés es $0,1 < z < 1 \text{ m}$ y $10 < u < 30 \text{ ms}^{-1}$. Escriba la correspondiente ecuación adimensional y discuta el valor de cada término.
25. La figura representa una bomba de agua. Una lámina plana se desplaza con velocidad U movida por dos cilindros horizontales. Esta lámina permite bombear el agua desde el nivel inferior al superior, salvando un desnivel de altura H (según OZ). El agua se canaliza entre la lámina y una pared vertical fija, siendo D la distancia entre ambas (según OY) y L la anchura del canal (según OX). Admita las siguientes hipótesis



- el fluido es newtoniano y viscoso, con viscosidad μ
- el fluido de densidad ρ es incompresible,
- el movimiento es estable y estacionario,
- el vector velocidad del fluido se orienta según OZ ,
- la velocidad es independiente de la coordenada x .

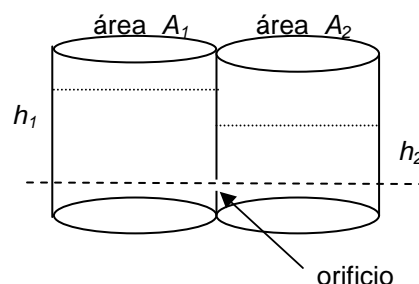
1. ¿De qué variable(s) depende la velocidad?
2. Escriba la ecuación que describe el movimiento del agua en el canal.
3. Demuestre que la presión es uniforme en OX y OY .
4. La presión P_o en la superficie libre de ambos niveles es igual, por lo que se puede suponer que el gradiente de presión es nulo. Escriba la ecuación diferencial que rige la velocidad y resuélvala para las condiciones del problema.

26. Se vierten $V_o = 80$ litros de agua en un recipiente cilíndrico de radio $R = 20$ cm, siendo la presión por encima del líquido la atmosférica, P_o . En un cierto instante se abre un pequeño orificio B circular de sección 15 mm^2 , situado en el fondo del recipiente. El valor de la gravedad es $g = 9,8 \text{ m s}^{-2}$. Determine

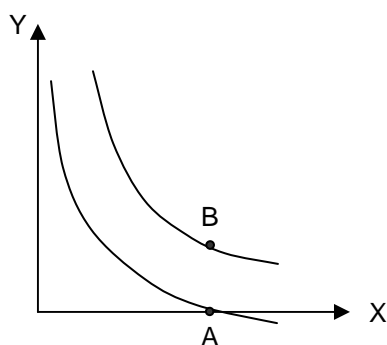


- a) La ecuación de evolución para la altura del agua en el recipiente, $z_c(t)$, medida desde el orificio B.
- b) El tiempo t_c que tarda en vaciarse la mitad del recipiente.

27. Dos tanques cilíndricos verticales de diámetros 5 y 3 m respectivamente contienen agua y se encuentran adosados según la figura. En la pared de contacto se practica un orificio de 5 cm de diámetro. Si en el tanque de menor tamaño el agua está por encima que en el otro tanque ($h_1 - h_2 = 2$ m), calcule cuanto tiempo tardarán en igualarse las alturas en ambos tanques.

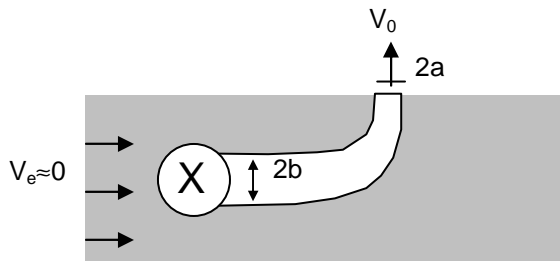


28. La descripción del movimiento de un fluido incompresible y sin viscosidad, que se mueve por un canal bidimensional como el de la figura, viene representada por la función de corriente $\psi = 4x(y + 2)$. Sabiendo que todas las unidades están referidas al SI y que la densidad es $\rho = 10^3 \text{ kg/m}^3$, determine



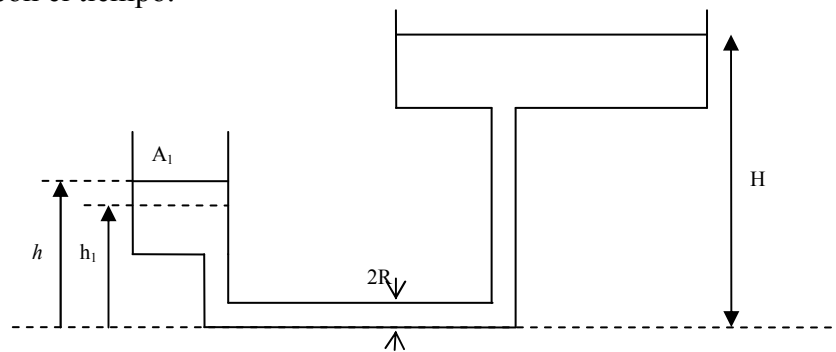
- a) El campo de velocidades, indicando el sentido de movimiento en el dibujo.
- b) La función potencial del movimiento ϕ (potencial velocidad).
- c) El caudal másico que tiene, sabiendo que las coordenadas de los puntos A y B son: $A \rightarrow (5, 0)$ y $B \rightarrow (5, 2)$, y que la profundidad del canal es $h = 1$ m.

29. El chorro de agua del Parque Ferial Juan Carlos I está alimentado por una canalización muy grande de diámetro $2b = 1$ m. El diámetro del orificio de salida es $2a = 0,1$ m y el caudal del chorro es $Q = 500$ l/s.



- ¿Cuál es la velocidad V_0 con la que sale el chorro del orificio?
- Si se desprecia el rozamiento, ¿cuál es la altura que alcanza el chorro?
- ¿Cuál es la presión que suministra la bomba incluida en la canalización?

30. Para rellenar un depósito de agua de sección A_1 (ver figura), se utiliza una tubería de radio R y otro depósito de sección muy grande, donde se puede considerar que el nivel libre (H) no descende. Suponiendo que se parte de un estado inicial en el que el nivel libre del primer depósito es h_1 , escribir una expresión para la evolución del h con el tiempo.



31. Dado el campo de velocidades

$$u = 5 ; \quad v = 3 + 2t^2$$

Calcule:

- Potencial de velocidades y función de corriente
- Ecuación de las líneas de corriente que pasan por $(4, 5)$ en $t = 1$ y trayectoria de la partícula fluida que pasa por $(2, 2)$ en $t_0 = 0$.

32. Considere el flujo estacionario de una masa de agua de espesor $E = 1$ cm sobre un plano inclinado muy extenso que forma un ángulo $\theta = 10^\circ$ con el plano horizontal. El plano inclinado es rígido e impermeable. El agua, de viscosidad μ_e y densidad ρ_e , se supone incompresible.

1. ¿En qué límites de aproximación de fluido incompresible es válida para el agua? Señale las ecuaciones que describen el fluido. Si suponemos que el fluido es newtoniano, señale qué significa esta hipótesis.
2. El aire tiene viscosidad μ y densidad ρ y se supone que en la superficie de separación entre el agua y el aire la tensión tangencial es nula. La presión del aire es $P_0 = 10^5$ Pa. ¿Es correcta esta hipótesis? ¿Cuál es la condición para la tensión normal a dicha superficie?

3. Escriba las diferentes componentes de la ecuación de la conservación del momento. Escriba el tensor de tensiones en un punto cualquiera del fluido. Deduzca la expresión de las componentes de la tensión sobre el plano rígido y sobre superficie de separación entre el agua y el aire.
4. Si no hay gradiente de presión en la dirección paralela al plano, determine la presión. Calcule el perfil de velocidad del agua. Deduzca la velocidad máxima y su valor numérico. ¿Se puede describir el flujo con una función de corriente o con un potencial escalar de velocidad?
5. Calcule las diferentes componentes de la tensión ejercida por el agua sobre el plano inclinado y obtenga su valor numérico. Calcule el caudal másico para una longitud $L = 1$ m del plano inclinado y obtenga su valor numérico.

	densidad	viscosidad	compresibilidad
agua	$\rho_l = 10^3 \text{ kg m}^{-3}$	$\mu_l = 1,0 \times 10^{-3} \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}$	$\chi_l = 5,0 \times 10^{-10} \text{ Pa}^{-1}$
aire	$\rho_a = 1,2 \text{ kg m}^{-3}$	$\mu_a = 1,81 \times 10^{-5} \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}$	$\chi_a = 7,0 \times 10^{-6} \text{ Pa}^{-1}$