

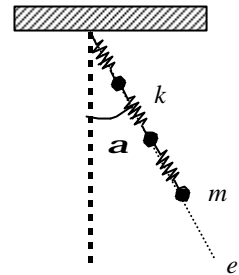
MECÁNICA Y ONDAS II. Febrero 2006.

Alumno _____ Grupo _____

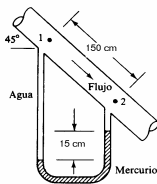
Instrucciones. Debe contestar, razonadamente, a las cuestiones y problemas propuestos en el espacio reservado para ello, indicando los principios utilizados. Cada cuestión o problema tiene la valoración máxima que se indica. Las hojas en blanco que hay al final deben utilizarse, exclusivamente, para anotaciones *en sucio*.

1. Los momentos principales de inercia de un cilindro homogéneo de masa m , son: $I_x = I_y = 1/12 m (3r^2 + l^2)$; $I_z = 1/2 m r^2$. Calcule el momento de inercia respecto a un eje de giro e , el momento angular y la energía cinética, sabiendo que el eje de giro e , es uno que pasa por el centro del cilindro y por un punto del borde de una de sus bases, y que la velocidad angular con la que gira es ω
Aplíquelo a los datos: $m = 2$, $r = 1$, $l = 5$ y $\omega = 2$. Todo en unidades arbitrarias. **(2 puntos)**

2. Un sistema está formado por tres esferas de masas iguales (m), que cuelgan del techo y están unidas por tres muelles de constante k y de longitud natural nula. Las masas se pueden mover a lo largo de una guía que forma un ángulo $\alpha = 30$ grados respecto a la vertical (como en la figura). Determine:
a) el número de grados de libertad, la posición de equilibrio del sistema;
b) el lagrangiano del sistema cerca de la posición de equilibrio.
c) Si toda la masa del sistema estuviera concentrada en una sola esfera y los tres muelles se sustituyen por uno de constante $k/3$ y longitud natural nula, manteniendo la misma inclinación, ¿cuál es la frecuencia de oscilación?. **(2.5 puntos)**



3. Las ondas en la superficie libre de un líquido son transversales y longitudinales a la vez. (a) Explique cómo es el movimiento de las partículas que se encuentran dicha superficie. (b) ¿De qué propiedades depende la velocidad de propagación? y, ¿bajo qué condiciones se puede decir que la relación de dispersión para esas ondas es $\omega = (gk)^{1/2}$? **(1 punto)**
4. En la figura se observa la lectura de un manómetro de mercurio para medir la diferencia de presión entre dos puntos de un conducto no horizontal por el que circula agua (de viscosidad μ y densidad $\rho \ll \rho_{Hg}$). ¿Es esperable esta observación de acuerdo al teorema de Bernoulli? En cualquier caso justifique la respuesta y la figura. **(1 punto)**



5. Considere un flujo bidimensional dado por

$$u = 4x$$
$$v = 2x + y^2$$

Determine cada una de las deformaciones elementales que experimenta el fluido. **(1 punto)**

6. Un fluido ideal se mueve horizontalmente con un campo de velocidades que deriva del potencial $\phi = -axy^2 + (ax^3)/3$, donde x y y se miden en metros. Deducir:
(a) las componentes de la velocidad en cada punto;
(b) la función de corriente y dibujar las líneas de corriente indicando el sentido del movimiento (con $a > 0$).
(c) Sabiendo que el volumen de fluido por unidad de tiempo que atraviesa una superficie de profundidad unidad ($D = 1$ m) entre el eje X y el punto $(2,1)$ es $5 \text{ m}^3/\text{s}$, calcular la constante a . **(2.5 puntos)**.