

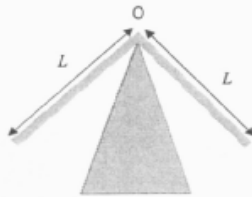
## MECÁNICA Y ONDAS II. Febrero 2008.

Alumno \_\_\_\_\_ Grupo \_\_\_\_\_

**Instrucciones.** Debe contestar, razonadamente, a las cuestiones y problemas propuestos en el espacio reservado para ello, indicando los principios utilizados. Cada cuestión o problema tiene la valoración máxima que se indica. Las hojas en blanco que hay al final deben utilizarse, exclusivamente, para anotaciones *en sucio*.

Cuestiones:

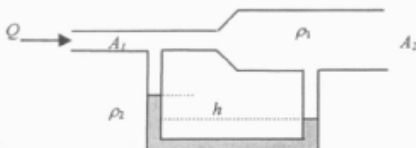
1. Dos varillas delgadas idénticas de masa  $m$  y longitud  $L$ , están unidas formando un ángulo recto y constituyendo un único objeto. Este puede balancearse en un vértice  $O$ , como se ilustra en la figura. Si se separa el objeto ligeramente de su posición de equilibrio, demostrar que el movimiento es vibratorio armónico y determinar el periodo. **(1 punto)**



2. Defina viscosidad y viscosidad cinemática. ¿Qué similitudes y diferencias hay entre ellas? **(1 punto)**
3. Considere un chorro de agua de sección  $0.1 \text{ m}^2$  dirigido horizontalmente sobre una pared vertical. Si la velocidad del chorro es  $25 \text{ m/s}$ , calcule la fuerza que ejerce el chorro sobre la pared. **(1 punto)**
4. Escriba la forma general de la velocidad de una onda cuando el medio está afectado por efectos no lineales, indicando los términos característicos de dicho medio. ¿Cómo se modifica la ecuación diferencial de la onda en tal caso? **(1 punto)**
5. La velocidad de fase de las ondas en aguas profundas cumple:  $v_\phi^2 = (g/k + \sigma k / \rho)$ . Donde  $g$  es la gravedad,  $\sigma$  la tensión superficial y  $\rho$  su densidad. Determine la relación entre velocidad de fase y velocidad de grupo ( $v_\phi / v_g$ ) para el caso longitud de onda crítica  $\lambda_c = 17 \text{ mm}$  ( $k^2 = g\rho/\sigma$ ). **(1 punto)**

Problemas:

6. Un fluido incompresible de densidad  $\rho_1$  fluye con flujo laminar a través de un tubo con un caudal volumétrico  $Q$ . El tubo tiene dos partes, la primera con sección  $A_1$  y la segunda con sección  $A_2$ . Ambos están conectados por un tubo en forma de U como muestra la figura. Este tubo está parcialmente lleno de un líquido de densidad  $\rho_2 > \rho_1$  que no se mezcla con el fluido que fluye en el tubo. Sea  $h$  la diferencia de alturas en los límites entre los dos líquidos a ambos lados del codo.
  - a) Calcule una expresión de  $h$  en función de  $Q$ ,  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $\rho_1$  y  $\rho_2$ .
  - b) Si  $A_1 = 0.00785 \text{ m}^2$ ,  $\mu_1 = 10^{-3} \text{ N s m}^{-2}$  y  $\rho_1 = 10^3 \text{ kg m}^{-3}$ , calcule la máxima velocidad que puede llevar el flujo para aceptar la hipótesis de régimen laminar. **(2.5 puntos)**



7. Dos péndulos simples de masas iguales  $m$  y longitud  $l$  cuelgan de sendos puntos del techo separados una distancia  $a = l/2$ . Sus masas se encuentran unidas por un muelle de constante elástica  $k$  y longitud natural  $a$ , como se muestra en la figura.

- Justifique razonadamente que el equilibrio del sistema corresponde a los péndulos en posiciones verticales.
  - Escriba el lagrangiano del sistema para las pequeñas oscilaciones.
  - Determine las frecuencias de los modos normales de oscilación.
  - Las coordenadas normales del sistema. Sólo para este último apartado, considere que  $k = g m/2l$ . ( $g$ , aceleración de la gravedad).
- (2.5 puntos)

