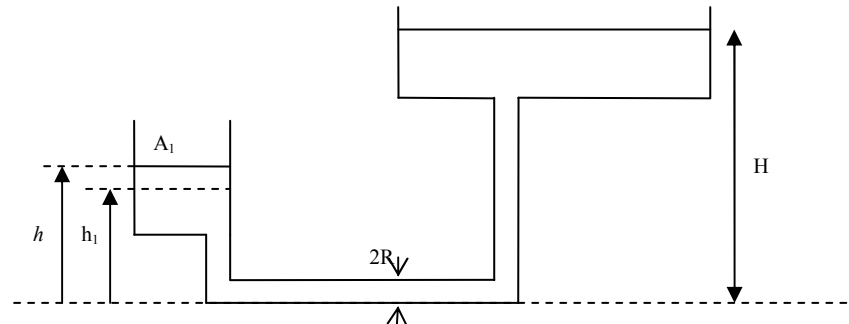


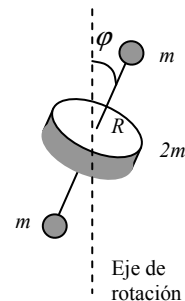
MECÁNICA Y ONDAS II. Febrero 2009.

(grupos A, B y C)

1. Para rellenar un depósito de agua de sección A_1 (ver figura), se utiliza una tubería de radio R y otro depósito de sección muy grande, donde se puede considerar que el nivel libre (H) no desciende. Suponiendo que se parte de un estado inicial en el que el nivel libre del primer depósito es h_1 , escribir una expresión para la evolución del h con el tiempo. **(2.5 puntos)**



2. La figura representa un cuerpo sólido que está formado por un disco de radio R y masa $2m$ (espesor muy pequeño), una barra de masa despreciable de longitud $L = 4R$, y dos partículas de masa m cada una, en los extremos de la barra. La barra atraviesa, en el punto medio, el disco perpendicularmente por su centro. Calcular el momento de inercia del sistema respecto de un eje que pasa por el centro de masas y forma un ángulo $\varphi = 30^\circ$ con la barra. **(2 puntos)**



3. Dado el campo de velocidades

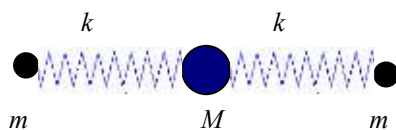
$$u = 5 ; \quad v = 3 + 2t^2$$

Calcule:

- Potencial de velocidades y función de corriente
- Ecuación de las líneas de corriente que pasan por $(4, 5)$ en $t=1$ y trayectoria de la partícula fluida que pasa por $(2, 2)$ en $t_0=0$.

(1 punto)

4. Escriba la ecuación de Navier-Stokes y explique el significado físico de todos sus términos. **(1 punto)**
5. Encuentre las frecuencias normales de oscilación de una molécula lineal triatómica (p.ej. CO_2), que se puede modelizar según tres partículas alineadas y unidas por dos muelles de constantes elásticas iguales k , y cuyas masas son dos iguales (m) para los extremos y una diferente (M) de la partícula interior. **(1.5 puntos)**



6. La relación de dispersión para ondas de gravedad en la superficie libre de aguas profundas, influenciadas tanto por gravedad como por tensión superficial, es

$$\omega^2 = gk + \sigma k^3 / \rho$$

Demostrar que la velocidad de fase de esas ondas tiene un mínimo en $k^2 = \rho g / \sigma$ ($\lambda = 17 \text{ mm}$). Calcular dicho valor mínimo. **(1 punto).**

7. Una pulsación, o grupo de ondas, está formado por la superposición de ondas armónicas de longitud promedio λ . Si $v_\phi(\lambda)$ es la velocidad de fase de una onda con longitud de onda λ , mostrar que la velocidad de grupo es

$$v_g = v_\phi - \lambda (dv_\phi / d\lambda) \quad \textbf{(1 punto).}$$