DINÁMICA DE FLUIDOS

1. Propiedades de los Fluidos.

Concepto de fluido. Fluido ideal.
Fluidos reales. Viscosidad
Tensión superficial. Capilaridad
Estática. Presión en un punto.
Ecuación general de la estática.
Teoremas de Pascal y Arquímedes

2. Cinemática de fluidos.

Descripciones Euleriana y Lagrangiana.
Definiciones cinemáticas.
Deformación de un fluido.
Divergencia, cizalla y rotación.
Vorticidad y teorema de Stokes.
Función de corriente.

DINÁMICA DE FLUIDOS

3. Leyes de conservación

Ecuación de continuidad.
Fuerzas en fluidos. Tensión en un punto.
Conservación de momento.
Ecuación constitutiva para fluidos newtonianos.
Ecuación de Navier-Stokes.
Soluciones particulares de la Ec. N-S.
Ecuación de energía. Ecuación de Bernouilli.
Aplicaciones.

4. Flujo Potencial.

Potencial de velocidades.
Función de corriente.
Ejemplos.

5. Semejanza dinámica.

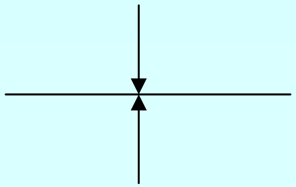
Flujo laminar y turbulento.
Número de Reynolds.
Idea de capa límite.
Leyes de semejanza

Concepto de Fluido:
Se conoce como fluido a todo cuerpo que carece de elasticidad de forma. Es decir no tiene una forma propia y se puede adaptar al recipiente que lo contiene.
No presenta fuerzas internas tangenciales o éstas son muy pequeñas. Los movimientos relativos entre partículas fluidas no realizan trabajo.

Fluidos ideales:

a) No responden a tensiones tangenciales.
b) Son continuos

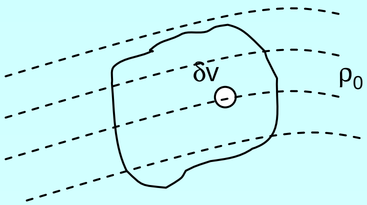
La propiedad a) implica que sólo existen fuerzas normales entre dos parcelas de fluido.

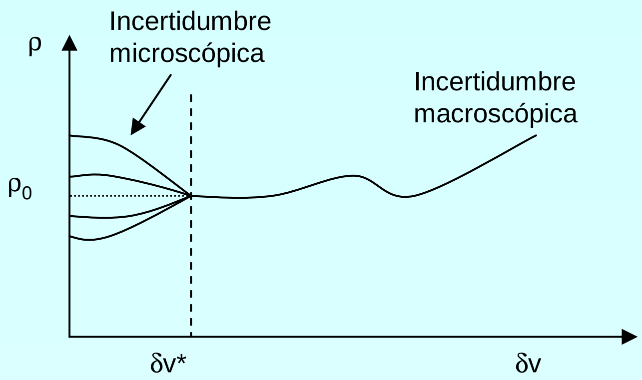


La hipótesis de continuidad del fluido permite hablar de densidad como función de punto.

Partícula fluida $\Rightarrow$ elemento infinitesimal

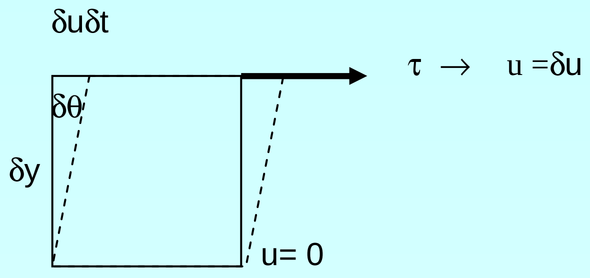
$$\rho = \lim_{\delta v \to \delta v^*} \frac{\delta m}{\delta v}$$





Viscosidad.

Existen fuerzas tangenciales: <u>Fluidos Reales.</u>



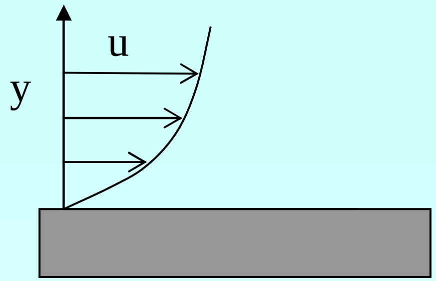
La tensión es proporcional a la deformación:

$$\tau \propto \frac{\delta\theta}{\delta t}$$

Se puede hacer la siguiente aproximación para deformaciones pequeñas:

$$\delta\theta \approx \tan\delta\theta = \frac{\delta u\,\delta t}{\delta y} \quad \Rightarrow \quad \frac{d\theta}{dt} = \frac{du}{dy}$$

con esto se tiene que: $\tau = \mu \frac{d\theta}{dt} = \mu \frac{du}{dy}$ Fluido Newtoniano.



τ Transporte (transferencia) de momento

μ coeficiente de viscosidad (viscosidad).

$$[\mu] = \frac{FT}{L^2} = \frac{M}{LT}$$

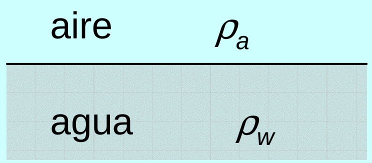
Viscosidad cinemática.

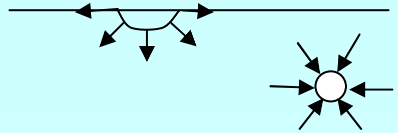
$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \qquad [\nu] = \frac{L^2}{T}$$

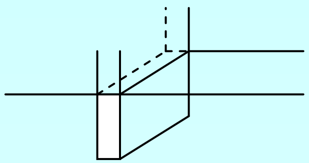
Dp (Decapoisse)= kg m^{-1} s^{-1}

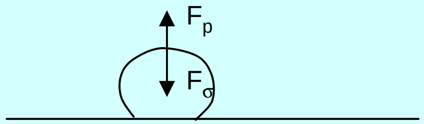
Tensión superficial.

Las partículas fluidas están sometidas a fuerzas de cohesión lo que da lugar al fenómeno de tensión superficial en la separación de dos fluidos inmiscibles.



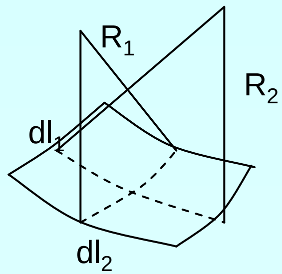






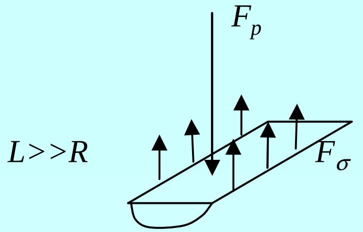
Si una superficie libre se limita por un contorno, se puede medir la fuerza debida a la tensión superficial. Y dicha fuerza por unidad de longitud da el coeficiente de tensión superficial.

En el caso de una **superficie alabeada**, en general la diferencia de presión entre los lados de la interface depende de dos radios de curvatura.



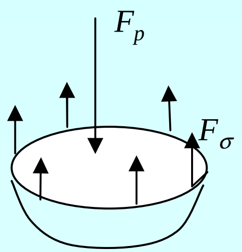
$$\Delta p = \sigma\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)$$

Para superficies con curvatura la tensión superficial se equilibra con las fuerzas debidas a la diferencias de presión.



$$F_p = 2LR \cdot \Delta p \quad ; \quad F_\sigma = 2L\sigma$$

$$\Delta p = \frac{\sigma}{L}$$



$$F_p = \pi R^2 \cdot \Delta p \quad ; \quad F_\sigma = 2\pi R\sigma$$

$$\Delta p = \frac{2\sigma}{R}$$

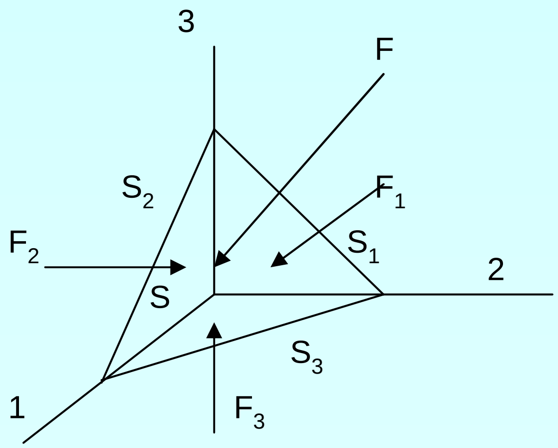
Estática.

Presión.

La presión es una **magnitud escalar** que se puede definir como la relación entre el módulo de una fuerza normal a una superficie y el área de la misma. Se cumple, para fuerzas normales:

$$\vec{F} = p\,\vec{S}$$

La presión es función de la posición por lo que se puede hablar de campo escalar de presiones en le interior de un fluido.



$S_1 = \alpha_1 S \qquad S_2 = \alpha_2 S \qquad S_3 = \alpha_3 S$

$F = p\,S$

$F_1 = p_1\, S_1 = p_1\, \alpha_1\, S$

$F_2 = p_2\, S_2 = p_2\, \alpha_2\, S$

$F_3 = p_3\, S_3 = p_3\, \alpha_3\, S$

Por equilibrio:

$F_1 = \alpha_1 F \qquad F_2 = \alpha_2 F \qquad F_3 = \alpha_3 F$

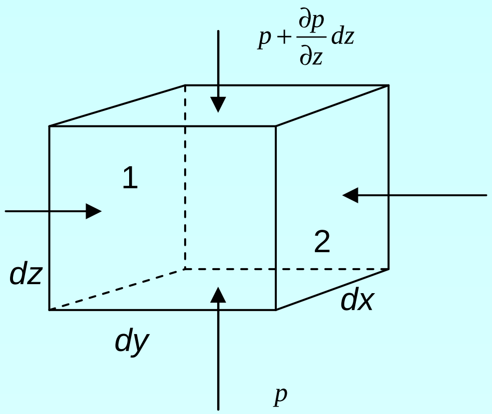
$F\, \alpha_1 = p\, S\, \alpha_1 \;=\; p_1\, \alpha_1\, S$

$F\, \alpha_2 = p\, S\, \alpha_2 \;=\; p_2\, \alpha_2\, S \qquad \Rightarrow \; p = p_1 = p_2 = p_3$

$F\, \alpha_3 = p\, S\, \alpha_3 \;=\; p_3\, \alpha_3\, S$

Presión independiente de la orientación: **escalar**

Distribución espacial de la presión: **Ley de Pascal.**



En las caras 1 y 2 la tensión normal es la presión en cada punto. La fuerza que actúa sobre cada cara será: *pdxdz*
Si existe equilibrio debe cumplirse:

$$p_1 dxdz = p_2 dxdz = (p_1 + \frac{\partial p}{\partial y}dy)dxdz$$

$$\frac{\partial p}{\partial y}dxdydz = 0 \qquad \frac{\partial p}{\partial y} = 0$$

lo mismo debe cumplirse en la dirección *x*: $\frac{\partial p}{\partial x} = 0$

En la dirección z, si consideramos que hay un campo gravitatorio el resultado es distinto.

$$p\,dxdy - \left(p + \frac{\partial p}{\partial z}dz\right)dxdy - \rho g\,dxdydz = 0$$

$$\frac{\partial p}{\partial z}dxdydz = -\rho g\,dxdydz \qquad \frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g$$

con los resultados anteriores tendremos : $\boxed{\dfrac{dp}{dz} = -\rho g}$

Con densidad constante (fluido homogéneo) $p = p_0 - \rho g z \quad \Rightarrow \quad \Delta p = -\rho g \Delta z$

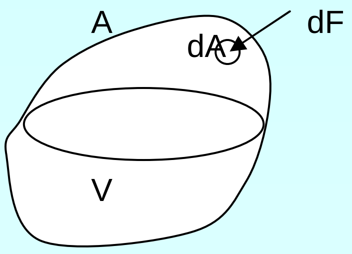
En general la ecuación de movimiento se debe escribir: $a = -\dfrac{\nabla p}{\rho} + F_1^{ext}$

donde $-\dfrac{\nabla p}{\rho}$ representan fuerzas internas

Ecuación de la Estática: $a = 0$; $\boxed{F_1^{ext} = \dfrac{\nabla p}{\rho}}$

Aplicación de fuerzas de presión sobre cuerpos sumergidos: **Principio de Arquímedes**

En un cuerpo sumergido en un fluido de volumen V y rodeado por una superficie A, se puede conocer la fuerza ejercida por el fluido sobre toda la superficie que rodea al cuerpo, a partir de la fuerza infinitesimal sobre un elemento de superficie extendida a toda ella.



$$d\vec{F} = -p\,d\vec{A}$$

$$\vec{F} = -\oint_A p\,d\vec{A}$$

$$p = p_0 - \rho g z \qquad \Rightarrow \qquad \vec{F} = \oint_A \rho g z\, d\vec{A}$$

en caso de fluido homogéneo (densidad constante)

$$\vec{F} = \rho g \oint_A z\,d\vec{A}$$

$\oint_A z\, d\vec{A}$ representa un vector cuyo módulo es el volumen rodeado por al superficie A y su vector unitario es ∇z

(Th. Gauss aplicado a un escalar)

Por tanto $\vec{F} = \rho g V \vec{k}$ **Principio de Arquímedes.**

La fuerza resultante en un cuerpo sumergido de densidad ρ', teniendo en cuenta su peso y el empuje (fuerza calculada anteriormente) es:

$$\sum \vec{F} = Empuje - Peso = (\rho - \rho')gV$$ (Hacia arriba)

Y la aceleración:

$$a = \frac{\rho - \rho'}{\rho'} g$$

Con ρ' la densidad del cuerpo sumergido