MECÁNICA Y ONDAS II.   Septiembre 2007.

Problemas.

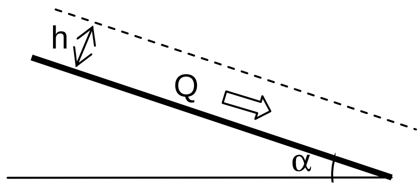
1. Una fina película de líquido de espesor constante, fluye estacionariamente por un plano inclinado. La atmósfera ejerce una presión constante en todas las secciones del flujo y es despreciable el esfuerzo viscoso en la superficie libre.

Determine

a) El perfil de velocidades.

b) La ecuación del caudal volumétrico.

c) A partir de los datos numéricos, el ángulo del plano inclinado.



Datos: Flujo: estacionario, incompresible y laminar (v = w = 0)

Numérico: viscosidad cinemática, ν = 2.3 St (Stokes ≡ $cm^2\ s^{-2}$)

2. Un cilindro uniforme de masa M, radio R y altura h = 3R se mueve alrededor de su centro, que permanece fijo, bajo la acción de un par de frenado $N_z = -\lambda MR^2$ que se aplica con respecto al eje del cilindro. Obtenga las ecuaciones anémicas para componente $\omega_1(t)$ de la velocidad angular.

Estudie la evolución temporal de la componente $\omega_z(t)$ sabiendo que las componentes de la velocidad angular inicial con respecto al sistema de ejes principales vienen dadas por

$$\boldsymbol{\omega}(0) = (\Omega, 0, \Omega)$$

Cuestiones.

1. ¿Qué deformación se experimenta en el punto medio de un canal en el cual el fluido se mueve según un flujo de Poiseuille (incompresible, horizontal, con gradiente de presiones externo). ¿Cuánto vale la tensión viscosa en dicho punto?

2. Dado el campo de velocidades $u = 5$ $v = 3 + 2t^2$

a) Calcule las líneas de corriente que pasan por (4, 5) en t = 1 y por (2, 2) en t = 0.

b) Calcule la trayectoria que pasa por (2, 2) en t =0.

3. La molécula de agua tiene una estructura triangular, con los dos átomos de Hidrógeno unidos al de Oxígeno, manteniendo una distancia l de equilibrio y formando un ángulo 2α, también de equilibrio, con vértice en el O. Justifique el número de grados de libertad de la molécula para sus movimientos internos, elija las coordenadas generalizadas y exprese en función de ellas la energía potencial.

4. Obtenga los modos normales de vibración de dos partículas de igual masa (m) que están ensartadas en una cuerda tensa con extremos fijos y cuyas posiciones se encuentran a 1/3 y 2/3 de la longitud de la cuerda desde uno de sus extremos. La tensión de la cuerda es T_0 y su masa despreciable.

5. Explique el significado de los términos de la ecuación de ondas

$$\frac{\partial\psi}{\partial t}+c_0\left(\frac{\partial\psi}{\partial x}\right)+b\psi\frac{\partial\psi}{\partial x}+d\left(\frac{\partial^3\psi}{\partial x^3}\right)=0$$

Suponiendo que el coeficiente b sea cero, ¿cómo podría conocerse la velocidad de fase y la velocidad de grupo? Utilice soluciones armónicas.