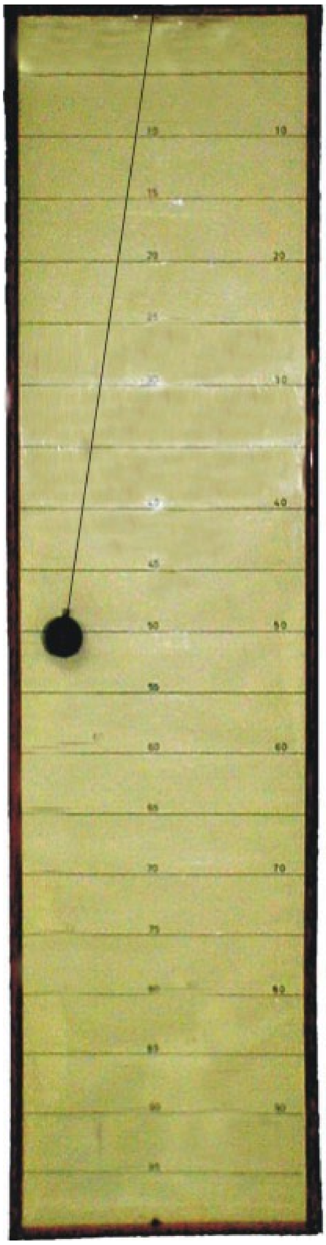
5. PÉNDULO SIMPLE. MEDIDA DE g

OBJETIVO

El objetivo de la práctica es medir la aceleración de la gravedad en el laboratorio, "*g*", a partir del estudio del movimiento armónico de un péndulo simple.

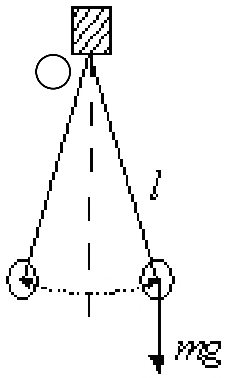
MATERIAL

Péndulo
Cronómetro
Dispositivo para variar la longitud del péndulo
Regla graduada



FUNDAMENTO TEÓRICO

El péndulo simple está formado por una masa "*m*", suspendida de un punto fijo "*O*" por medio de un hilo inextensible de masa despreciable y longitud "*l*", que oscila alrededor de otro punto fijo en la misma vertical que "O".



Se trata de un sistema que transforma la energía potencial (relativa a su altura vertical) en energía cinética (relativa a su velocidad) y viceversa, debido a la acción de la fuerza gravitatoria "*mg*" que ejerce la Tierra sobre la masa *m* (más concretamente, a la componente de esta fuerza perpendicular al hilo, también llamada "restauradora" porque se dirige hacia la posición de equilibrio del péndulo; la otra componente, en la dirección del hilo, tiene igual módulo pero con sentido opuesto a la tensión que el hilo produce sobre la masa, por lo que no interviene en el movimiento del péndulo).

El movimiento oscilatorio resultante queda caracterizado por los siguientes parámetros:
Oscilación completa o ciclo: es el desplazamiento de la esfera desde uno de sus extremos más alejados de la posición de equilibrio hasta su punto simétrico (pasando por la posición de equilibrio) y desde este punto de nuevo hasta la posición inicial, es decir, dos oscilaciones sencillas.
Periodo: es el tiempo empleado por la esfera en realizar un ciclo u oscilación completa.
Frecuencia: es el número de ciclos realizados en la unidad de tiempo.
Amplitud: es el máximo valor de la elongación o distancia hasta el punto de equilibrio, que depende del ángulo α entre la vertical y el hilo.

Para pequeñas amplitudes ($\operatorname{sen}\alpha \cong \alpha$), el movimiento oscilatorio del péndulo es armónico simple, y el periodo de oscilación *T* viene dado por la fórmula:

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}} \qquad [5\text{-}1]$$

Es decir, el tiempo de oscilación no depende ni de la masa "*m*" ni (para amplitudes pequeñas) de la amplitud inicial, por lo que puede calcularse g a partir de medidas de tiempos ("*T*") y longitudes ("*l*"):

$$\boxed{g = 4\pi^2 \frac{l}{T^2}} \qquad [5\text{-}2]$$

El valor de g disminuye con la profundidad (hacia el interior de la Tierra) y con la altura (hacia el espacio exterior) tomando su valor máximo para un radio igual al terrestre. En la superficie terrestre, *g* varía con la latitud (la tierra no es esférica sino que posee una forma más irregular denominada geoide): el valor de *g* es menor en el ecuador que en los polos (g_e = 9.78049 m/s^2; g_p = 9.83221 m/s^2). También *g* varía con la altitud respecto al nivel del mar y con las anomalías de densidad de la corteza terrestre.

La fuerza centrífuga también varía el módulo y la dirección de la aceleración de la gravedad a distintas latitudes (es máxima en el ecuador, donde $\omega^2 R \cong 0.03$ m/s^2).
El péndulo simple, además de servir para calcular el valor de g con una considerable precisión, tiene muchas otras aplicaciones. Se utiliza generalmente en la fabricación de relojes para la medición del tiempo. Pero también sirve, puesto que un péndulo oscila en un plano fijo, como prueba efectiva de la rotación de la Tierra, aunque estuviera siempre cubierta de nubes: En 1851 Jean Leon Foucault colgó un péndulo de 67 metros de largo de la cúpula de los Inválidos en Paris (latitud≅49º). Un recipiente que contenía arena estaba sujeto al extremo libre; el hilo de arena que caía del cubo mientras oscilaba el péndulo señalaba la trayectoria: demostró experimentalmente que el plano de oscilación del péndulo giraba 11º 15' cada hora[1], y por tanto que la Tierra rotaba.

MÉTODO

Se mide la longitud *l* del péndulo, esto es, desde el extremo fijo *O* al centro de masa de la esfera. Observa las irregularidades de tu esfera y traslada el centro de masa estimado de la esfera a la escala vertical milimetrada. Procura observar la esfera perpendicularmente al plano de la escala milimetrada para evitar efectos de paralaje, y comprueba si existe algún error de cero en el punto fijo del péndulo.

Se separa el péndulo de su posición de equilibrio y se deja oscilar libremente, procurando que el movimiento se produzca en un plano. Cuando la oscilación sea de amplitud pequeña, se cronometra la duración *t* de 40 oscilaciones **completas** (ida y vuelta). El periodo experimental *T* vendrá dado por:

$$\boxed{T = t / 40.} \qquad [5\text{-}3]$$

Sobre la precisión de los aparatos de que dispones, establece la incertidumbre de tu medida personal para cronometrar tiempos y precisar la longitud del péndulo. (Recuerda que solo debes usar una cifra significativa para el valor de la incertidumbre).

Se realizarán 10 medidas de *t* para otras tantas longitudes diferentes, modificando la longitud *l* del péndulo con ayuda de los ganchos de la escala (dispuestos de 10 cm en 10 cm aproximadamente). Anota en la tabla adjunta las medidas obtenidas, expresando los valores de *t* y de *l* que mides de forma concordante a las incertidumbres Δt y Δl establecidas para tus correspondientes medidas directas.

Para cada par de valores de longitud y periodo, calcula los correspondientes valores de *T* y T^2 y, utilizando la ecuación [5-2], el respectivo valor de *g*. Los valores de las diferentes incertidumbres indirectas ΔT, ΔT^2 y Δg las calcularás posteriormente.

Dibuja en el papel milimetrado que se te adjunta una gráfica de T^2 en función de la longitud del péndulo *l*, en la que se reflejen tus resultados experimentales. Utiliza en la gráfica una escala conveniente y unidades adecuadas en sus ejes.
Comprueba que tus datos experimentales guardan una relación lineal, ya que teóricamente: $T^2 = (4\pi^2/g)\ l$. Observa si algún punto se desvía de esa tendencia, o si su valor calculado para *g* difiere considerablemente del resto. Si es así prueba a repetir el experimento para la longitud correspondiente.

[1] *La fuerza de Coriolis es la responsable de la rotación del plano del péndulo de Foucault, la circulación del aire alrededor de los centros de baja o alta presión, la desviación de la trayectoria de proyectiles de largo alcance, la rotación del agua cuando sale por el desagüe de la bañera, etc. Ver simulación en:* http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/cinematica/coriolis1/coriolis1.htm

Nombre		Apellidos	
Curso		Grupo	
Fecha :		Letra de prácticas	

DATOS EXPERIMENTALES

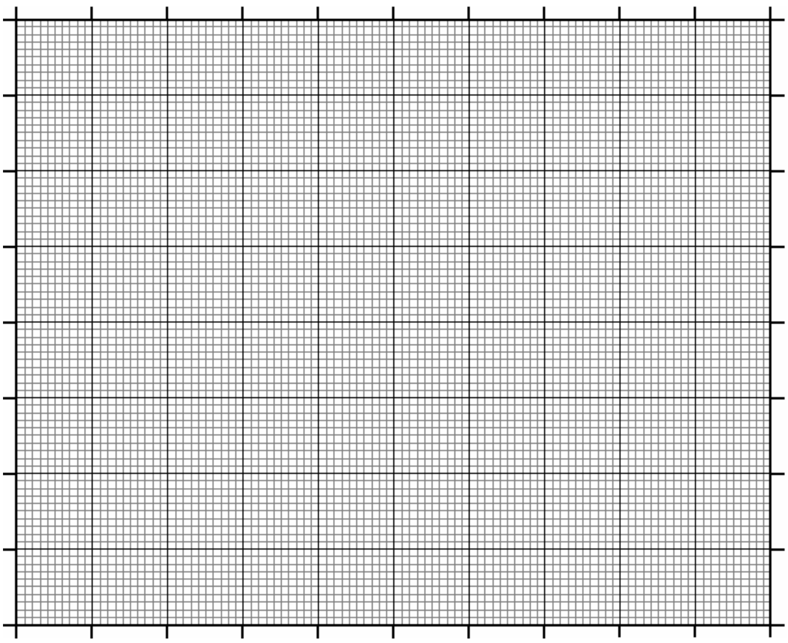
APARATO DE MEDIDA (variable a medir)	Precisión del aparato (unidades)	Incertidumbre de la medida (unidades)
Cronómetro (t)	Δt =	Δt =
Escala milimetrada (l)	Δl =	Δl =

Tabla (5.1):

Longitud del péndulo, ($l \pm \Delta l$) unidades	Tiempo de 40 oscilaciones, ($t \pm \Delta t$) unidades	*i*	Periodo de una oscilación, T (unidades)	Cuadrado del periodo, T^2 (unidades)	Valor experimental de g (unidades)
		1			
		2			
		3			
		4			
		5			
		6			
		7			
		8			
		9			
		10			

Medidas repetidas (opcional)

Representa gráficamente, reflejando la escala y las unidades correspondientes, los datos experimentales obtenidos para el cuadrado del período (ordenadas) en función de la longitud del péndulo (abscisas)



Nombre		Apellidos	
Curso		Grupo	
Fecha :		Letra de prácticas	

RESUMEN DE RESULTADOS

(A) Deduce las expresiones generales de las incertidumbres de medida indirecta ΔT, ΔT^2 y Δg , a partir de su dependencia de las medidas directas realizadas.

FÓRMULAS GENÉRICAS	
$\Delta T =$	
$\Delta T^2 =$	
$\Delta g =$	

Calcula numéricamente ΔT :

ΔT =

Para cada par de valores de longitud y periodo, calcula las incertidumbres ΔT_i^2 y Δg_i, (sin redondear a una cifra significativa), indicando las unidades respectivas en los paréntesis. Adjunta una hoja con los cálculos si es necesario.

I	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*	*10*
ΔT_i^2( )										
Δg_i ( )										

Dibuja para cada punto de la gráfica de la página 4 sus intervalos de incertidumbre asociada ΔT_i^2 y Δl..

Expresa, para cada par de valores de longitud y periodo, los valores obtenidos en las medidas indirectas de T_i^2 y g_i , en concordancia decimal con las incertidumbres de medida indirecta ΔT , ΔT_i^2 y Δg_i , (que previamente redondearás a una sola cifra significativa).
Indica las unidades utilizadas en cada caso.

Tabla (5.2):

Longitud del péndulo, ($l \pm \Delta l$) unidades	*i*	Cuadrado del periodo, ($T^2 \pm \Delta T^2$) unidades	Valor experimental de la gravedad, ($g \pm \Delta g$) unidades
	1		
	2		
	3		
	4		
	5		
	6		
	7		
	8		
	9		
	10		

(B) Ajusta a una recta por el método de la regresión lineal los valores experimentales obtenidos para el cuadrado del periodo, T^2, en función de la longitud del péndulo, l . Rellena en los respectivos paréntesis las unidades que asignas a las variables X_i e Y_i, teniendo en cuenta que $T^2 = (4\pi^2/g)\, l$.

i	***Y_i* (unidades)**	***X_i* (unidades)**	***$X_i\,Y_i$***	***$X_i^{\,2}$***
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				

Σ				

Con la ayuda de la tabla anterior, calcula los valores de la pendiente,"*m*", y de la ordenada en el origen,"*c*", de la recta de ajuste "*y=mx+c*", indicando sus respectivas unidades:

(Recuerda que la pendiente "m" y la ordenada en el origen "c" de dicha recta vienen dadas por las siguientes expresiones: $m = E / D$; $c = \overline{Y} - m\overline{X}$; donde

$E = \left(\sum_{i=1}^{n} X_i Y_i \right) - n\overline{X}\,\overline{Y}$; $D = \left(\sum_{i=1}^{n} X_i^2 \right) - n\overline{X}^2$, siendo: $\overline{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} X_i$, $\overline{Y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} Y_i$)

Variable	Valor	Unidades
m		
c		

Representa la recta de ajuste sobre la gráfica de la pág. 4, calculando parejas de valores. ¿Es coherente tu valor de "*c*"? ¿Por qué?

(C) A partir del valor de la pendiente *m* de la recta de ajuste "*y=mx+c*", calcula el valor de la gravedad g_m , con sus unidades, que se obtiene comparando la regresión lineal con la fórmula $T^2 = (4\pi^2/g)\, l$.

$g_m =$

CUESTIONES

¿Por qué crees que no es conveniente medir directamente el periodo midiendo el tiempo de una sola oscilación en vez de medir el tiempo de 40 oscilaciones?

(a) Compara críticamente todos los valores de *g* obtenidos (los g_i obtenidos a partir de las medidas individuales y el calculado a partir de la pendiente, g_m) con el valor teórico de 9.8 m/s^2. (b) Observando tus resultados, se ve alguna dependencia de la incertidumbre de medida indirecta Δg_i respecto a la longitud del péndulo, *l* ?

Piensa:

¿Afectaría al periodo de un péndulo que su masa variase mientras oscila, como el de la experiencia de Foucault que perdía arena?

Usando la ecuación [5.2], indica qué efectos (atraso, adelanto, ninguno) producirían los siguientes viajes sobre un reloj de péndulo que funcione correctamente a nuestras latitudes: un viaje al polo norte, al Ecuador, una ascensión en globo y un descenso a grandes profundidades.

Razona, con ayuda de los siguientes textos sobre los estudios gravimétricos, si la "corrección lunisolar" hubiera afectado a la precisión de tus medidas experimentales de *g*.

[....] no podemos abrir de forma sistemática y hasta sus más recónditas entrañas nuestro planeta, pero sí medir parámetros físicos que, de forma indirecta, nos permitan deducir su estructura, composición, actividad, etc. La densidad es uno de estos parámetros y precisamente del que trata la gravimetría. Observamos que la aceleración de la gravedad, g, depende: de un valor constante (constante de gravitación); de un valor conocido en cada lugar de la tierra (el radio); y de la masa de la Tierra. La masa es, a su vez, función del volumen de la tierra (también constante) y de la densidad. Luego las variaciones de g, una vez realizadas todas las ***correcciones*** *y tratamientos que no creemos necesario detallar ahora, son en definitiva función de las variaciones de la densidad que se derivan de las distintas composiciones o estructuras que constituyen nuestro planeta. Son, por tanto, indicadores de zonas de alta y baja densidad, con rápido o suave paso de unas a otras, de heterogeneidades profundas (de gran longitud de onda) o superficiales (generalmente de corta longitud). Su posterior trasposición a información geológica, nos permite deducir situación de cuencas sedimentarias; intrusiones volcánicas, cuerpos mineralizados, fallas, zonas de subducción, etc. [....] Para ello los gravímetros tienen que alcanzar elevados niveles de precisión. Las variaciones de g a detectar son de unas pocas unidades (o incluso décimas o centésimas) de las aproximadamente 980000 en que se convierte los 9.8 m/seg^2 clásicos si los expresamos en milésimas de cm/seg^2. Al cm/seg^2 se le denomina gal, en honor a Galileo, y las unidades de trabajo son, por tanto, los miligales, y sus correspondientes submúltiplos [....]*

Corrección por marea lunisolar: *Esta corrección es debida a la atracción que ejercen el Sol y la Luna sobre el punto de estación en el momento de efectuar la medida, depende del lugar, hora y fecha de observación, no es lineal, y según la precisión de las medidas deberá tenerse en cuenta ya que alcanza valores de hasta 0.30 mGal.*