

## Gestión de Activos Financieros de Renta Fija

(Pirámide. Madrid. 2002)

### Ejercicios del capítulo 5

1º) Si un bono cupón-cero de un año de vida emitido por el Tesoro se vende hoy a 95,50 euros y uno de dos años de vida tiene un precio de 91 euros. ¿Cuáles son los tipos de interés a plazo implícitos para los años 1 y 2, sabiendo que el valor nominal es de 1.000 euros?.

#### Solución

$$\begin{aligned} \text{TIR del bono de un año: } 95,50 (1 + {}_0r_1) &= 100 \rightarrow {}_0r_1 = \underline{\underline{4,712\%}} \\ \text{TIR del bono de dos años: } 91 \times (1 + {}_0r_2)^2 &= 100 \rightarrow {}_0r_2 = 4,828\% \\ (1 + 0,04828)^2 &= (1 + 0,04712) \times (1 + {}_1r_1) \rightarrow {}_1r_1 = \underline{\underline{4,944\%}} \end{aligned}$$

2º) A continuación se muestra un listado de los precios de una serie de bonos cupón-cero de varios plazos. Calcule su rendimiento hasta el vencimiento y los tipos de interés a plazo implícitos. Valor nominal: 100 euros.

Plazo (años):	1	2	3	4
Precio:	94,35	89,85	84,75	79,25

#### Solución

$$\begin{aligned} \text{TIR del bono de un año: } 94,35 \times (1 + {}_0r_1) &= 100 \rightarrow {}_0r_1 = \underline{\underline{5,988\%}} \\ \text{TIR del bono de dos años: } 89,95 \times (1 + {}_0r_2)^2 &= 100 \rightarrow {}_0r_2 = 5,497\% \\ \text{TIR del bono de tres años: } 84,75 \times (1 + {}_0r_3)^3 &= 100 \rightarrow {}_0r_3 = 5,670\% \\ \text{TIR del bono de cuatro años: } 79,25 \times (1 + {}_0r_4)^4 &= 100 \rightarrow {}_0r_4 = 5,986\% \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (1 + 0,05497)^2 &= (1 + 0,05988) \times (1 + {}_1r_1) \rightarrow {}_1r_1 = \underline{\underline{5,008\%}} \\ (1 + 0,05670)^3 &= (1 + 0,05988) \times (1 + 0,05008) \times (1 + {}_2r_1) \rightarrow {}_2r_1 = \underline{\underline{6,071\%}} \\ (1 + 0,05986)^4 &= (1 + 0,05988) \times (1 + 0,05008) \times (1 + 0,06017) \times (1 + {}_3r_1) \rightarrow \\ &\rightarrow {}_3r_1 = \underline{\underline{6,94\%}} \end{aligned}$$

3º) Basándose en la teoría de las expectativas del mercado, y dado que un bono de un año de vida tiene un rendimiento medio anual del 8%; que un bono de dos años de vida tiene un rendimiento medio anual del 9%; y que un bono de tres años lo tiene del 10%. Calcule las expectativas del mercado el año próximo: a) para un bono de un año de vida ( ${}_1r_1$ ), y b) para un bono de dos años de vida ( ${}_1r_2$ ).

#### Solución

$$\begin{aligned} \text{a) Sabiendo que } {}_0r_1 &= 8\% \\ 100 &= 9 \div 1,08 + 109 \div (1 + {}_0r_2)^2 \rightarrow {}_0r_2 = 9,045\% \end{aligned}$$

$$(1 + 0,09045)^2 = 1,08 \times (1 + {}_1r_1) \rightarrow {}_1r_1 = \underline{\underline{10,1\%}}$$

$$b) 100 = 10 \div 1,08 + 10 \div (1,09045)^2 + 110 \div (1 + {}_0r_3)^3 \rightarrow {}_0r_3 = 10,14\%$$

$$(1 + 0,1014)^3 = 1,08 \times (1 + {}_1r_2)^2 \rightarrow {}_1r_2 = \underline{\underline{11,225\%}}$$

=====

4º) Usted posee un bono que paga un cupón del 8% por anualidades vencidas y que vence dentro de tres años. El mercado espera que los tipos de interés anuales durante los próximos tres años sean  ${}_0r_1 = 8\%$ ;  ${}_1r_1 = 10\%$  y  ${}_2r_1 = 12\%$ . Calcule su precio teórico y su rendimiento hasta el vencimiento.

**Solución**

$$P = 8 \div 1,08 + 8 \div [1,08 \times 1,1] + 108 \div [1,08 \times 1,1 \times 1,12] = \underline{\underline{95,31}}$$

$$\text{TIR hasta el vencimiento} = \underline{\underline{9,88\%}}$$

=====

5º) Sabiendo que los tipos de rendimiento nominales anuales de las Letras del Tesoro son los que aparecen a continuación determine la previsión del mercado para los tipos de interés a 90 días a lo largo del año utilizando la teoría de las expectativas.

- Letras a 3 meses: 13,78%
- Letras a 6 meses: 14,28%
- Letras a 9 meses: 14,41%
- Letras a 12 meses: 14,20%

**Solución**

Supuesto: el precio de compra de las Letras del Tesoro es de 100 u.m. en la actualidad. La primera Letra tiene un rendimiento trimestral del 3,445%. Precio de venta: 103,445  $\rightarrow$  13,78% nominal anual.

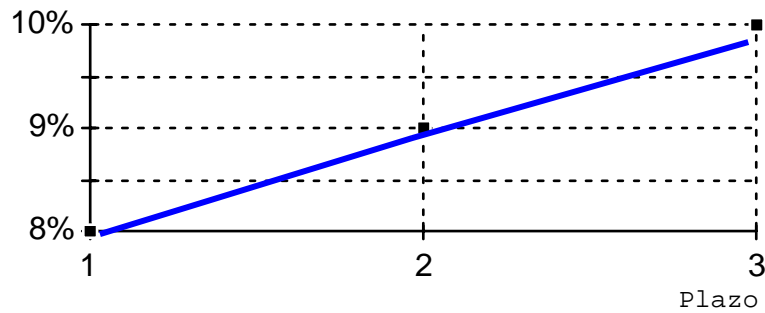
La segunda Letra tiene un rendimiento semestral del 7,14%. Precio de venta: 107,14  ${}_1r_1 = 107,14 \div 103,445 - 1 = 3,572\% \rightarrow$  14,288% nominal anual

La tercera Letra tiene un rendimiento a 9 meses del 10,81%. Precio de venta: 110,81  ${}_2r_1 = 110,81 \div 107,14 - 1 = 3,425\% \rightarrow$  13,70% nominal anual

La cuarta Letra tiene un rendimiento anual del 14,20%. Precio de venta: 114,2  ${}_3r_1 = 114,2 \div 110,81 - 1 = 3,059\% \rightarrow$  12,236% nominal anual

=====

6º) La curva de rendimientos de los bonos cupón-cero libres de riesgo es la siguiente:



- a) ¿Cuáles son los tipos a plazo implícitos?
- b) Si hemos adquirido un bono cupón-cero de dos años de plazo, ¿cuál será el rendimiento anual esperado durante el segundo año? y ¿si venciese dentro de tres años? (ignórense los impuestos).
- c) ¿Cuál sería el precio actual de un bono que vence dentro de tres años y que paga un cupón anual del 12%?. ¿Cuál será el rendimiento anual esperado del mismo durante el segundo año? (ignore los impuestos).

**Solución**

a)  ${}_0r_1 = 8\%$

${}_1r_1 = (1 + {}_0r_2)^2 \div (1 + {}_0r_1) - 1 = \underline{\underline{10,01\%}}$

${}_2r_1 = (1 + {}_0r_3)^3 \div (1 + {}_0r_2)^2 - 1 = \underline{\underline{12,027\%}}$

b) El rendimiento esperado para el año próximo sería:  ${}_1r_1 = \underline{\underline{10,01\%}}$

Si el bono venciese dentro de tres años el rendimiento esperado para el año próximo sería el mismo pues según la teoría de las expectativas del mercado el rendimiento del próximo año es idéntico para todos los títulos sea cual sea su plazo.

c)  $P_0 = 12 \div 1,08 + 12 \div [1,08 \times 1,1001] + 112 \div [1,08 \times 1,1001 \times 1,1207] = 105,36$

El rendimiento durante el segundo año sería  ${}_1r_1 = \underline{\underline{10,01\%}}$

7º) Suponiendo que se dan los siguientes rendimientos cupón-cero:

Bono cupón cero a 1 año: 8%

Bono cupón cero a 2 años: 10%

Bono cupón cero a 4 años: 11%

Calcular, según la teoría de las expectativas del mercado:

- a) ¿cuál es la tasa anual a plazo implícita en el segundo año?
- b) ¿qué se puede decir sobre la tasa anual a plazo del tercer año?

**Solución**

a)  ${}_0r_1 = 8\%$

$(1 + 0,1)^2 = 1,08 \times (1 + {}_1r_1) \rightarrow {}_1r_1 = \underline{\underline{12,037\%}}$

b)  $(1 + 0,11)^4 = 1,08 \times 1,12307 \times (1 + {}_2r_1) \times (1 + {}_3r_1) \rightarrow (1 + {}_2r_1) \times (1 + {}_3r_1) = 1,255$   
 Si extraemos la raíz cuadrada y le restamos la unidad proporcionaremos un valor promedio para ambos tipos implícitos del 12,01%.

Otra forma podría ser obtener el rendimiento del bono cupón-cero a tres años interpolando:

$$(0,11 - 0,1) \div (4 - 2) = ({}_0r_3 - 0,1) \div (3 - 2) \rightarrow {}_0r_3 = 10,5\%$$

y ahora proseguir con los tipos a plazo:

$$(1 + 0,105)^3 = 1,08 \times 1,12307 \times (1 + {}_2r_1) \rightarrow {}_2r_1 = 11,51\%$$

$$(1 + 0,11)^4 = 1,08 \times 1,12307 \times 1,1151 \times (1 + {}_3r_1) \rightarrow {}_3r_1 = \underline{\underline{12,51\%}}$$

=====

8º) El rendimiento hasta el vencimiento de un bono cupón-cero de un año de vida es actualmente el 7%, mientras que el de dos años de plazo es del 8%. El Tesoro planea emitir un bono ordinario de dos años de vida que paga un cupón anual del 9%. El valor nominal de dicho bono es de 100 euros.

- a) ¿A qué precio se venderá el bono?
- b) ¿Cuál será su rendimiento hasta el vencimiento?
- c) ¿A qué precio se venderá el bono dentro de un año, si es correcta la teoría de las expectativas de los tipos de interés?
- d) ¿A qué precio se venderá el bono dentro de un año, si es correcta la teoría de la preferencia por la liquidez y la prima de liquidez es de un 1% ?

**Solución**

a)  $P = 9 \div 1,07 + 109 \div (1,08)^2 = \underline{\underline{101,8611 \text{ €}}}$

b)  $TIR = \underline{\underline{7,96\%}}$

c)  ${}_1r_1 = 1,08^2 \div 1,07 - 1 = 9,01\%$ ;  $P_1 = 109 \div 1,0901 = \underline{\underline{99,991 \text{ €}}}$

d)  $(1 + {}_0r_2)^2 = (1 + {}_0r_1) \times (1 + {}_1r_1 + 0,01)$

$${}_1r_1 = [1,08^2 \div (1 + 0,07)] - (1 + 0,01) = 8,01\%$$
;  $P_1 = 109 \div 1,0801 = \underline{\underline{100,917 \text{ €}}}$

=====

9º) En Enero de 1993 cuando el rendimiento hasta el vencimiento de los bonos del Estado a largo plazo era del 12%, muchos inversores creían firmemente en un descenso de los tipos de interés. Suponiendo que el precio de venta de dicho bono fuese de 100 euros, que su plazo era de cinco años y que se esperaba poder reinvertir sus cupones anualmente según la tabla mostrada a continuación, calcular la TIR realmente conseguida por su propietario.

Reinversión al transcurrir un año: 9%

Reinversión al transcurrir dos años: 8%

Reinversión al transcurrir tres años: 7%

Reinversión al transcurrir cuatro años: 6,5%

**Solución**

$$100 = [12 \times (1,09 \times 1,08 \times 1,07 \times 1,065) + 12 \times (1,08 \times 1,07 \times 1,065) + 12 \times (1,07 \times 1,065) + 12 \times (1,065) + 112] \div (1 + r^*)^5 \rightarrow r^* = \underline{\underline{11,07\%}}$$

=====

**10º)** Suponga que al analizar el mercado de deuda anotada usted observa que la relación entre los rendimientos (en %) y los plazos de los bonos y obligaciones del Estado se pueden definir a través de la siguiente curva de regresión polinomial:

$$Y = 7,731 + 0,098 t - 0,002462 t^2$$

con arreglo a dicha relación se desea calcular:

- a) Los rendimientos de los bonos que vencen los años 1, 2, 3, 4 y 5
- b) La curva de rendimientos cupón-cero hasta el quinto año inclusive
- c) Los tipos a plazo implícitos en la curva cupón-cero

**Solución**

a)  $r_1 = 7,8265\%$ ;  $r_2 = 7,9172\%$ ;  $r_3 = 8,0028\%$ ;  $r_4 = 8,0836\%$ ;  $r_5 = 8,1595\%$

b)  ${}_0r_1 = \underline{\underline{7,8265\%}}$

$$100 = 7,9172 \div 1,078265 + 107,9172 \div (1 + {}_0r_2)^2 \rightarrow {}_0r_2 = \underline{\underline{7,9208\%}}$$

$$100 = 8,0028 \div 1,078265 + 8,0028 \div (1,079208)^2 + 108,0028 \div (1 + {}_0r_3)^3 \rightarrow {}_0r_3 = \underline{\underline{8,0123\%}}$$

$$100 = 8,0836 \div 1,078265 + 8,0836 \div (1,079208)^2 + 8,0836 \div (1,080123)^3 + 108,0836 \div (1 + {}_0r_4)^4 \rightarrow {}_0r_4 = \underline{\underline{8,1011\%}}$$

$$100 = 8,1595 \div 1,078265 + 8,1595 \div (1,079208)^2 + 8,1595 \div (1,080123)^3 + 8,1595 \div (1,081011)^4 + 108,1595 \div (1 + {}_0r_5)^5 \rightarrow {}_0r_5 = \underline{\underline{8,1872\%}}$$

c)  ${}_1r_1 = (1 + {}_0r_2)^2 \div (1 + {}_0r_1) - 1 \rightarrow (1,079208)^2 \div 1,078265 - 1 = \underline{\underline{8,0151\%}}$

$${}_2r_1 = (1 + {}_0r_3)^3 \div (1 + {}_0r_2)^2 - 1 \rightarrow (1,080123)^3 \div (1,079208)^2 - 1 = \underline{\underline{8,1955\%}}$$

$${}_3r_1 = (1 + {}_0r_4)^4 \div (1 + {}_0r_3)^3 - 1 \rightarrow (1,081011)^4 \div (1,080123)^3 - 1 = \underline{\underline{8,368\%}}$$

$${}_4r_1 = (1 + {}_0r_5)^5 \div (1 + {}_0r_4)^4 - 1 \rightarrow (1,081872)^5 \div (1,081011)^4 - 1 = \underline{\underline{8,5323\%}}$$

=====